

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

ROGÉRIO MARQUES RIBEIRO

MODELAGEM MATEMÁTICA E MOBILIZAÇÃO DE
CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS NA
FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES
DOS ANOS INICIAIS

SÃO CARLOS

2016

ROGÉRIO MARQUES RIBEIRO

**MODELAGEM MATEMÁTICA E MOBILIZAÇÃO DE
CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS NA
FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES
DOS ANOS INICIAIS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos como exigência parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação.

Linha de Pesquisa: Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ademir Donizeti Caldeira.

Coorientador: Prof. Dr. Arthur Belford Powell.

SÃO CARLOS

2016

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar
Processamento Técnico
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

R484m Ribeiro, Rogério Marques
 Modelagem matemática e mobilização de
 conhecimentos didático-matemáticos na formação
 continuada de professores dos anos iniciais /
 Rogério Marques Ribeiro. -- São Carlos : UFSCar,
 2016.
 262 p.

 Tese (Doutorado) -- Universidade Federal de São
 Carlos, 2016.

 1. Formação de professores. 2. Anos iniciais. 3.
 Conhecimento didático-matemático para o ensino. 4.
 Modelagem matemática. 5. Educação matemática. I.
 Título.

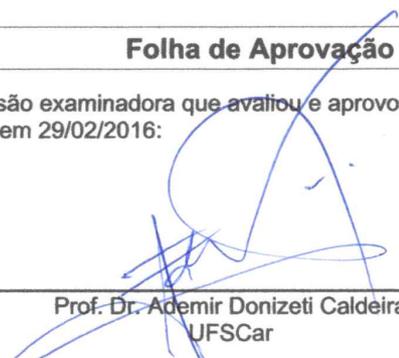


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Educação e Ciências Humanas
Programa de Pós-Graduação em Educação

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Tese de Doutorado do candidato Rogério Marques Ribeiro, realizada em 29/02/2016:



Prof. Dr. Ademir Donizeti Caldeira
UFSCar



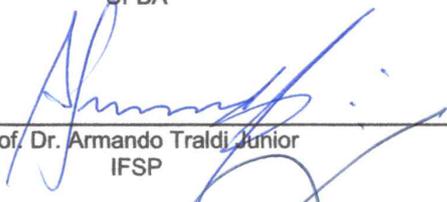
Profa. Dra. Renata Prenstteter Gama
UFSCar



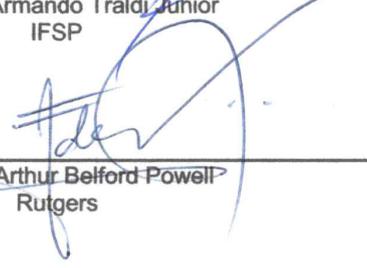
Profa. Dra. Barbara Cristina Moreira Sicardi Nakayama
UFSCar



Prof. Dr. Andréia Maria Pereira de Oliveira
UFBA



Prof. Dr. Armando Traldi Junior
IFSP



Prof. Dr. Arthur Belford Powell
Rutgers

d.p.

DEDICATÓRIA

*À minha amada mãe, Terezinha (in memoriam).
Pelo amor, exemplo de força, otimismo e dedicação.*

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Ademir Donizeti Caldeira, pelo apoio, incentivo e paciência com que orientou este trabalho.

Ao Professor Doutor Arthur Belford Powell, por aceitar prontamente meu pedido para ser meu coorientador, pela amizade, contribuição e indicações valiosas para a conclusão deste trabalho.

À Professora Doutora Andréia Maria Pereira de Oliveira, pelo incentivo, amizade, e pelas indicações e sugestões muito úteis por ocasião do exame de qualificação para que se constituísse esta tese.

Ao Professor Doutor Armando Traldi Junior, pela amizade, apoio inestimável, e pelas valiosas contribuições no encaminhamento deste trabalho por ocasião do exame de qualificação.

À Professora Doutora Bárbara Cristina Moreira Sicardi Nakayama, pelo pronto aceite e disponibilidade em participar da banca de defesa desta tese.

À Professora Doutora Renata Prenstteter Gama, pelo pronto aceite e disponibilidade em participar da banca de defesa desta tese.

À minha família, em especial à minha mãe Terezinha (in memoriam) e minha irmã Vera Lúcia, pelo amor, apoio, e por nunca terem deixado de me presentear com uma palavra de carinho e incentivo.

Às minhas amigas Tita, Simone, Marlene, Patrícia, Silvana e Eliane, que sempre encontraram palavras para me encorajar durante essa jornada, acreditando, torcendo, ajudando abrir novos caminhos, estando presentes nas alegrias e tristezas e, principalmente, pelo incentivo ao meu desenvolvimento.

Ao meu amigo Junior, pela atenção, incentivo e tantas demonstrações de amizade, sem as quais esse caminho teria sido muito mais árduo e solitário.

Aos amigos com quem compartilhei ótimos momentos durante o estágio do doutorado sanduíche realizado na Rutgers University, em especial ao Nilson, ao Guilherme e ao Muteb, pelas trocas de experiências, convívio e amizade, que tornaram mais agradável o período vivido longe da família e dos amigos que aqui ficaram.

Às amigas Bruna, Betina e Lívia, pela parceria e amizade que nasceu quando ingressamos na UFSCar e que agora já faz parte de nossas vidas.

Ao amigo Arthur, que me proporcionou ótimos momentos de aprendizado, diversão e companheirismo durante minha permanência na Rutgers University, contribuindo para meu crescimento pessoal e acadêmico.

Às professoras que participaram da formação continuada e contribuíram para a realização deste estudo, a minha gratidão e o meu especial agradecimento.

À minha aluna Sueli, que desempenhou o importante papel de observadora ao longo dos encontros de formação, contribuindo para a coleta de dados importantes para esta investigação.

À Rutgers University, pela oportunidade de realizar o estágio de doutoramento em suas dependências, contribuindo sobremaneira para a conclusão deste trabalho.

À CAPES, pela bolsa de estudo para a realização do doutorado sanduíche que propiciou condições para que eu me dedicasse com mais afinco nesta jornada.

Muito obrigado...

RIBEIRO, Rogério Marques. **Modelagem Matemática e mobilização de conhecimentos didático-matemáticos na formação continuada de professores dos anos iniciais**. 2016. 263 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016.

RESUMO

Este estudo teve como objetivo investigar a formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental I, considerando um ambiente de aprendizagem na perspectiva da Modelagem Matemática. Buscou-se investigar como esta formação continuada poderia contribuir para reflexões acerca do conhecimento para se ensinar matemática nesse nível de ensino. Por meio das reflexões e problematizações ao longo dos encontros de formação, realizou-se uma articulação entre o ambiente de aprendizagem de Modelagem para a formação de professores e as categorias para análise do conhecimento do professor de matemática propostas por meio do Modelo do Conhecimento Didático-Matemático (CDM), elaborado por Godino, assim como com o Modelo do Conhecimento Matemático para o Ensino, proposto por Ball e seus colaboradores. Participaram desta pesquisa, de cunho qualitativo, professoras pertencentes ao quadro da rede pública de ensino do Estado de São Paulo. Os dados desta investigação foram produzidos por meio do registro em áudio e vídeo dos encontros de formação, pelo uso do caderno de anotações, bem como por meio da aplicação de um questionário composto de perguntas abertas e fechadas. Pode-se inferir que, por meio de discussões e reflexões durante o processo de formação continuada, alguns elementos que constituem os conhecimentos didático-matemáticos do professor emergiram e foram articulados com as categorias (i) do Conhecimento Comum do Conteúdo e (ii) do Conhecimento Ampliado do Conteúdo, pertencentes à Dimensão Matemática do CDM, assim como com as categorias (i) Epistêmica, (ii) de Interação, (iii) de Mediação e (iv) Ecológica, pertencentes à Dimensão Didática do CDM. Ao analisar o formato adotado para essa formação, assim como a forma de condução implementada pelo formador, consideramos que o ambiente de Modelagem proposto criou oportunidades para que se discutissem não apenas o conteúdo matemático para a sala de aula, mas, principalmente, oportunizou discussões que permitiram a mobilização de conhecimentos em uma variedade de contextos da prática, contribuindo, assim, para a compreensão da importância das reflexões acerca das Dimensões Didática e Matemática do CDM para a prática docente.

Palavras-chave: Formação de Professores; Anos Iniciais; Conhecimento Didático-Matemático para o Ensino; Modelagem Matemática; Educação Matemática.

RIBEIRO, Rogério Marques. **Mathematical modeling and didactic-mathematical mobilization knowledge in the continuous formation of teachers of early years.** 2016. 263 f. Thesis (PhD in education) – Federal University of São Carlos, São Carlos, 2016.

ABSTRACT

This study has been as aims to investigate the continuing education of teachers who teach mathematics in the early years of Elementary School I, considering a learning environment from the perspective of Mathematical Modeling. It sought to investigate how this continuing education could contribute for reflections about the knowledge to teach mathematics at this education level. Through reflections and questioning over formation meetings, held an interaction between Modeling learning environment to continuous formation of teachers and categories for analysis of the teacher's knowledge proposed by Didactic-mathematical Knowledge Model (KDM), drawn up by Godino, as well as with the Mathematical Knowledge Model for Teaching, proposed by Ball and its collaborators. Teachers belonging to the staff of the public school system of the State of São Paulo attended this research of qualitative measures. The data of this investigation were produced through the audio and video records of formation meetings, by use of copybook, as well as through application of a questionnaire composed of open and closed questions. It can be inferred that, through discussions and reflections during the process of continuing formation, some elements that constitute the teacher's didactic-mathematical knowledge emerged and were linked to the categories (i) Common Knowledge of the Content and (ii) Expanded Knowledge of Content, belonging to the KDM Math Dimension, as well as with the categories (i) Epistemic, (ii) of Interaction, (iii) of Mediation and (iv) Ecological, belonging to the KDM Didactic Dimension. By analyzing the adopted format for such formation, as well as the method of training implemented by the trainer, we consider that the modeling environment proposed has created opportunities to discuss not only the mathematical content into the classroom, but, mainly, provided discussions which enabled the mobilization of knowledge in a variety of contexts of the practice, contributing to the understanding of the importance of the reflections about the Didactic Dimensions and mathematics of the KDM to the teaching practice.

Key words: Teacher Education; Initial Years; Didactic-mathematical Knowledge for Teaching; Mathematical Modeling; Mathematics Education.

RIBEIRO, Rogério Marques. **La modélisation mathématique et la mobilisation des connaissances pédagogiques et mathématiques dans la formation continue des enseignants dans les premières années.** 2016. 263 f. Thèse (Doctorat en Éducation) - Université Fédéral de San Carlos, San Carlos 2016.

RESUMÉ

Cette étude visait à étudier la formation continue des enseignants qui enseignent les mathématiques dans les premières années de l'École Primaire, considérant un environnement d'apprentissage dans la perspective de la modélisation mathématique. Nous avons cherché à enquêter comment cette formation continue pourrait contribuer à la réflexion sur les connaissances pour enseigner les mathématiques à ce niveau d'éducation. Grâce à des réflexions et des problématisations au cours des réunions de formation, s'est tenu un lien entre l'environnement d'apprentissage de Modélisation pour la formation des enseignants et des catégories pour l'analyse des connaissances des enseignants de mathématique proposée par le modèle de Connaissances Didactique-Mathématique (CDM), mis au point par Godino, ainsi que le modèle de la connaissance mathématique pour l'enseignement, proposé par Ball et ses collègues. Dans cette étude, ont participé, de nature qualitative, les enseignants qui appartiennent au secteur public de l'éducation de l'État de São Paulo. Les données de cette recherche ont été produites par l'enregistrement dans audio et vidéo des réunions de formation, par l'utilisation de cahier d'annotation, ainsi que par moyen de l'application d'un questionnaire composé de questions ouvertes et fermées. On peut en déduire que, au moyen de discussions et de réflexions au cours du processus de la formation continue, des éléments qui constituent la connaissance didactique et mathématique des enseignants ont émergé et ont été articulées avec les catégories (i) de la Connaissance Commune du Contenu et (ii) de la Connaissance Élargi du Contenu appartenant à la Dimension Mathématique du CDM, ainsi que les catégories (i) épistémiques, (ii) l'interaction, (iii) médiation et (iv) écologiques, appartenant à la Dimension Didactique du CDM. En analysant le format adopté pour cette formation, ainsi que la façon de mener mis en œuvre par le formateur, nous considérons que l'environnement de modélisation proposé a créé des occasions pour que discuter non seulement le contenu mathématique de la salle de classe, mais principalement il a fourni une discussion d'opportunité qui ont conduit à la mobilisation de connaissances dans une variété de milieux de pratique, contribuant ainsi à la compréhension de l'importance des réflexions sur la didactique et des Dimensions Mathématiques du CDM pour la pratique de l'enseignement.

Mots-clés: Formation des enseignants; Premiers années; Connaissance pédagogique-mathématique pour l'enseignement; Modélisation mathématique; Enseignement des mathématiques.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Domínios para o Conhecimento Matemático para o Ensino	51
Figura 2 – Desenho de apoio	113
Figura 3 – Medidas do terreno levantadas pelo G1	118
Figura 4 – Exemplos de figuras geométricas que possuem quatro lados	157
Figura 5 – Exemplos de figuras geométricas que possuem quatro lados – quadriláteros e não quadriláteros	159
Figura 6 – Relação entre os quadriláteros notáveis	169

SUMÁRIO

I - APRESENTAÇÃO DA PESQUISA	13
CAPÍTULO 1: CONFIGURAÇÃO DA PESQUISA: JUSTIFICATIVAS E MOTIVAÇÕES	19
1.1 Objetivos e Questões de Investigação	23
CAPÍTULO 2: REVISÃO DA LITERATURA E PRESSUPOSTOS TEÓRICOS	28
2.1 Introdução	28
2.2 Formação de professores: um diálogo com as pesquisas sobre o tema	30
2.2.1 A formação continuada de professores dos anos iniciais	35
2.3 Modelagem e Formação de Professores	39
2.4 Conhecimento Profissional Docente	45
2.4.1 O modelo do Conhecimento Matemático para o Ensino, proposto por Ball e seus colaboradores	47
2.4.1.1 Conhecimento Especializado do Conteúdo	55
2.4.1.2 Conhecimento do Conteúdo e do Ensino	58
2.4.2 O modelo do Conhecimento Didático-Matemático, proposto por Godino	63
2.4.2.1 Dimensão Matemática	64
2.4.2.1.1 Categoria do Conhecimento Comum do Conteúdo	64
2.4.2.1.2 Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo	64
2.4.2.2 Dimensão Didática	65
2.4.2.2.1 Categoria Epistêmica	65
2.4.2.2.2 Categoria Afetiva	65
2.4.2.2.3 Categoria de Interação	66
2.4.2.2.4 Categoria de Mediação	66
2.4.2.2.5 Categoria Cognitiva	66
2.4.2.2.6 Categoria Ecológica	67
CAPÍTULO 3: METODOLOGIA E CENÁRIO DA PESQUISA	68
3.1 Introdução	68
3.2 Pesquisar	69
3.3 Pesquisa Qualitativa	71
3.4 Instrumentos para a Produção de Dados	77
3.4.1 O Método da Observação	78
3.4.1.1 O Uso do Caderno de Anotações	80
3.4.1.2 O Uso do Recurso da Filmagem	81
3.4.2 O Uso de Questionários	84
3.5 A Abordagem SUTIL e o uso do Círculo da Sabedoria: em busca da confiança e do respeito mútuo	85
3.6 Percurso e Cenário da Investigação: delimitando nosso campo de pesquisa	88
3.6.1 As Professoras: alguns traços comuns e distintos	90

CAPÍTULO 4: REFLEXÕES E ANÁLISES SOBRE O COTIDIANO DOS ENCONTROS DE FORMAÇÃO	93
4.1 Introdução	93
4.2 Descrevendo e Analisando o Primeiro Encontro	94
4.2.1 Analisando as Intencionalidades do Primeiro Encontro	101
4.3 Descrevendo e Analisando o Segundo Encontro	103
4.3.1 Analisando as Intencionalidades do Segundo Encontro	106
4.4 Descrevendo e Analisando o Terceiro Encontro	107
4.4.1 O Processo de Medição do Terreno realizado pelo G1	115
4.4.2 O Processo de Medição do Terreno realizado pelo G2	118
4.4.3 Analisando as Intencionalidades do Terceiro Encontro	120
4.4.3.1 Sobre a Atividade, a Modelagem e a Formação de Professores	121
4.4.3.2 Sobre a Atividade e o retorno para a Sala destinada aos Encontros	126
4.5 Descrevendo e Analisando o Quarto Encontro	139
4.5.1 Analisando as Intencionalidades do Quarto Encontro	149
4.6 Descrevendo e Analisando o Quinto Encontro	151
4.6.1 Analisando as Intencionalidades do Quinto Encontro	163
4.7 Descrevendo e Analisando o Sexto Encontro	167
4.7.1 Analisando as Intencionalidades do Sexto Encontro	177
Considerações finais	179
Referências Bibliográficas	194
Anexos	207
Anexo I – Artigo “Concepções de Modelagem Matemática”	208
Anexo II – Questionário	225
Anexo III – Artigo “A Modelagem Matemática nas séries iniciais: o gérmen da criticidade”	233

I - APRESENTAÇÃO DA PESQUISA

O presente estudo insere-se na linha de pesquisa “Educação em Ciências e Matemática” do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos. Seu objetivo geral é o de discutir a formação continuada¹ de professores que ensinam matemática nos anos iniciais² do Ensino Fundamental I, considerando um ambiente de aprendizagem na perspectiva da Modelagem Matemática³.

Interessa-nos investigar como esta formação continuada pode contribuir para uma discussão sobre o conhecimento matemático para o ensino nesse nível de ensino. Busca-se, dessa forma, uma articulação entre um ambiente de Modelagem, na perspectiva proposta por Barbosa (2001a, 2002), e as discussões propostas por meio do modelo do Conhecimento Matemático para o Ensino, proposto por Ball e seus colaboradores (BALL, HILL e BASS (2005), BALL, THAMES e PHELPS (2008) e BALL, HILL e SHILLING (2008)) e do modelo do Conhecimento Didático-Matemático, proposto por Godino (2009).

Nosso interesse em realizar uma investigação na área de Formação de Professores se justifica por concordarmos com a ideia de que o professor assume papel fundamental no panorama escolar e que, conseqüentemente, aprofundar estudos sobre sua formação é de suma importância para se compreender, por exemplo, suas práticas e os processos de ensino e aprendizagem.

Essa ideia vem se solidificando nas últimas décadas (ANDRÉ, 2010; GATTI, 2012), sobretudo a partir da década de 1980, e o desafio das discussões no âmbito dessa área continua atual, envolvendo um grande número de pesquisadores e, por

¹ Apesar de utilizarmos o termo “formação continuada” ao longo do texto, esclarecemos que este termo está sendo usado para se referir aos professores que já se encontram em serviço. Julgamos importante este esclarecimento, haja vista que corroboramos o modo de conceber a formação que é destacado por Nacarato e Paiva (2006, p. 14), ao afirmarem que “é preciso não dicotomizá-la – classificando-a em ‘inicial’ e ‘continuada’ –, e sim considera-la como um *continuum* (GARCIA, 1999) ou como permanente (INBERNÓN, 2004)”.

² Esta etapa de ensino compreende os primeiros anos do Ensino Fundamental I, entre o 1º e o 5º Ano, e é equivalente às séries iniciais do Ensino Fundamental de 1ª a 4ª série, período que foi alterado pela proposta do Ensino Fundamental de 9 anos, lei 11.274 de 6 de fevereiro de 2006.

³ A partir deste momento utilizaremos o termo Modelagem para nos referirmos à Modelagem Matemática na Educação Matemática.

consequente, estando presente como temática quase obrigatória na maioria dos congressos nacionais e internacionais, especialmente os da área de Educação ou Educação Matemática.

Dentre os trabalhos que têm contribuído muito com essa temática, podemos destacar, como exemplos, os que foram realizados por Nacarato e Paiva (2006), Nacarato, Mengali e Passos (2009), Garcia (1999), Passos (2013), Mizukami (2004), Corradini e Mizukami (2011), Ball (1999, 2000), Shulman (2000), Serrazina (2005, 2012), Ma (1999) e Curi (2005). Todos estes pesquisadores discutem a formação de professores, e alguns deles, em particular, tratam da formação dos professores que ensinam, ou irão ensinar, matemática nos anos iniciais. Discutiremos esta especificidade no capítulo oportuno, quando tratarmos de nossos referenciais teóricos.

Paralelamente a esta preocupação, os estudos acerca da Modelagem e a possibilidade de seu uso, tanto na formação de professores quanto na sala de aula, também têm crescido nos últimos anos. Para Ceolim e Caldeira (2015), por exemplo, a Modelagem pode ser vista como um campo de conhecimento consolidado no cenário educacional nacional, e esta afirmação é corroborada por diversos autores que têm realizado suas pesquisas tendo como foco este campo de conhecimento.

Estudos como os realizados por Barbosa (2001a, 2001b, 2004, 2009), Luna (2012), Caldeira (1998, 2009, 2013, 2015), Caldeira, Silveira e Magnus (2011), Klüber (2012), Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), Oliveira e Barbosa (2011, 2013) e Oliveira, Campos e Silva (2009) são alguns exemplos de trabalhos apresentados nesse campo, a partir da análise e problematização das possibilidades, tensões e estratégias sobre o uso da Modelagem na formação de professores, na sala de aula e, em particular, também na formação continuada destes professores.

Posto isto, esclarecemos que nossa investigação localiza-se na interseção destes dois campos de conhecimento - Formação de Professores e Modelagem Matemática – tendo em vista que a formação continuada para professores que ensinam matemática nos anos iniciais⁴ foi desenvolvida, nesta investigação, a partir

⁴ Utilizamos a expressão “professores que ensinam matemática nos anos iniciais” para nos referirmos aos professores que ministram aulas nos anos iniciais do Ensino Fundamental I.

de um ambiente de aprendizagem, com a utilização da Modelagem, na perspectiva discutida por Barbosa (2001a, 2002).

Apesar de assumirmos a interseção destes dois campos, consideramos que este estudo está inserido nas pesquisas que se caracterizam como pertencentes ao campo de Formação de Professores, pois ele estabelece, explicitamente, relações com a profissão docente, considerando construtos teóricos como processos de aprendizagem e conhecimentos dos professores, entre outros.

Ao nos referirmos a esses construtos teóricos, em particular quando pensamos nas discussões que problematizam os saberes e conhecimentos dos professores, alguns estudos, como os propostos por Shulman (1986, 2000, 2005), Ponte e Santos (1998), Ball, Hill e Bass (2005), Hill, Rowan e Ball (2005), Ball, Thames e Phelps (2008), Ball, Hill e Shilling (2008), Ma (1999), Serrazina (2012), Stephens e Ribeiro (2012), Ribeiro (2012) e Alves, Fernandes e Silva (2014), Godino (2009), Pino-Fan e Godino (2015); Pino-Fan, Assis e Castro (2015) têm fomentado discussões e problematizações a este respeito.

Esses estudos têm evidenciado a necessidade de se discutir, além do conhecimento específico da disciplina que o professor ensina, ou irá ensinar, o conhecimento específico da docência durante a sua formação. Para Shulman, por exemplo, cada área do conhecimento tem uma especificidade própria que justifica a necessidade de estudar o conhecimento do professor, tendo em vista a disciplina que ele ensina, ou irá ensinar (SHULMAN, 1986).

Em relação aos professores que ensinam matemática, por exemplo, esse conhecimento, construído pelo professor, também a partir de suas experiências, se refere a como ensinar os conteúdos matemáticos, levando em conta as especificidades envolvidas em uma situação de ensino e aprendizagem, denominadas por Shulman (1986) de conhecimento pedagógico do conteúdo. Para este autor, o conhecimento pedagógico do conteúdo é um domínio especial do conhecimento do professor, e deve ser investigado.

Os estudos de Ball (2000), Ball, Hill e Bass (2005), Hill, Rowan e Ball (2005), Ball, Thames e Phelps (2008) e Ball, Hill e Shilling (2008) aprofundaram-se nas

discussões propostas por Shulman (1986), e evidenciaram pelo menos dois subdomínios discerníveis, empiricamente, dentro do conhecimento pedagógico do conteúdo, proposto por ele, e que, segundo os estudos destes autores, precisam ser investigados. Esses dois subdomínios são chamados pelos autores de (i) conhecimento do conteúdo e dos estudantes e (ii) conhecimento do conteúdo e do ensino. Não apresentaremos o aprofundamento sobre esses elementos neste momento, considerando-se que retomaremos a apresentação sobre estes subdomínios em um capítulo posterior, quando descrevermos nossos pressupostos teóricos.

Ainda em relação aos modelos que têm contribuído para o debate sobre o conhecimento do professor de matemática, destacamos a importância das pesquisas desenvolvidas por Godino (2009), Pino-Fan e Godino (2015) e Pino-Fan, Assis e Castro (2015). Em particular, Godino (2009) propõe um sistema de categorias para a análise do conhecimento do professor de matemática, chamado de Conhecimento Didático-Matemático, o qual tomaremos como elemento de análise para nossa investigação.

Serrazina (2012) também se destaca como uma pesquisadora que tem contribuído com as discussões que vêm sendo realizadas sobre a importância de se discutir, em particular, qual a formação e qual o conhecimento que o professor deve ter para enfrentar todos os desafios que lhe são apresentados. De maneira mais particular, quando esta preocupação se refere ao conhecimento do professor que ensina matemática nos anos iniciais, estudos como os realizados por Ball (1991) e Serrazina (1999, 2012), entre outros, têm colocado foco na questão sobre que formação matemática e em ensino da matemática este professor deve ter.

Diante do exposto até aqui, destacamos que iniciamos a realização desta investigação tendo como pressuposto que a proposição de uma discussão sobre esses conhecimentos em um programa de formação continuada pode contribuir para que os professores aprimorem seus conhecimentos sobre o ensino da matemática, de forma a possibilitar que eles reconheçam sua organização interna, compreendendo os princípios subjacentes aos procedimentos matemáticos e os significados em que se baseiam estes procedimentos.

Para além dessa expectativa, conjecturamos que a proposição de uma problematização com essa característica pode contribuir para os conhecimentos que envolvem a resolução de problemas e o discurso matemático, conforme destaca Ball (1991), ou seja, ao nos referirmos ao conhecimento *da* e *sobre* a matemática, referimo-nos a eles no sentido do conhecimento necessário para ensinar matemática, incluindo a sua compreensão matemática (BALL, 1991).

A partir desta breve explicitação de nossa pesquisa, e para melhor descrever nossa investigação, dividimos o presente trabalho em quatro capítulos, que se apresentam da seguinte forma:

Ao longo do primeiro capítulo, apresentamos nossas trajetórias, motivações, justificativas e objetivos deste estudo, além de algumas pesquisas que serviram como referências para o seu desenvolvimento.

Explicitamos, no segundo capítulo, nossa revisão da literatura e os pressupostos teóricos adotados para esta tese. Sendo assim, discutimos os trabalhos de autores como Araújo (2002, 2007), Barbosa (2001a, 2002), Caldeira (2007, 2009), entre outros, para a construção de nosso embasamento sobre a Modelagem. Em seguida, apresentamos nossos pressupostos acerca da área de formação de professores, bem como a descrição dos trabalhos que norteiam o presente estudo, produzidos por Ball (2000), Nóvoa (1995), Nacarato, Mengali e Passos (2009), entre outros.

Uma descrição mais aprofundada, especificamente sobre os trabalhos de Ball e sua equipe, ao tratarem dos conhecimentos necessários ao professor para se ensinar Matemática, assim como os trabalhos produzidos por Godino (2009), Pino-Fan e Godino (2015) e Pino-Fan, Assis e Castro (2015), também são apresentados nesse capítulo, e constituem os alicerces para a análise dos dados deste estudo.

Já no terceiro capítulo, expomos a metodologia escolhida para este estudo, os procedimentos metodológicos para a produção de dados, bem como a descrição do cenário da pesquisa.

No quarto capítulo, apresentamos a descrição e a análise dos encontros de formação, buscando destacar a importância do tema escolhido para as discussões com os professores.

1. CONFIGURAÇÃO DA PESQUISA: JUSTIFICATIVAS E MOTIVAÇÕES

Em minha trajetória profissional, o contato com projetos de formação continuada de professores ocorreu a partir de 2002, em ocasiões em que atuei tanto como monitor quanto formador e que me possibilitaram observar estas formações de modo mais crítico. Para melhor situar o leitor, descreverei os dois primeiros projetos com os quais trabalhei, ocorridos durante os anos de 2002 e 2003, e que foram viabilizados a partir de parcerias firmadas com o Governo do Estado de São Paulo e instituições de ensino superior.

O primeiro projeto, realizado no interior de São Paulo, denominado “Construindo Sempre Matemática”, foi desenvolvido pelo Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da PUC/SP junto a professores de Matemática da Educação Básica da rede pública estadual. Este projeto teve a participação de aproximadamente três mil professores, e foi desenvolvido em três momentos presenciais, possuindo cada um destes momentos a duração de três dias.

Além dos encontros presenciais, o projeto contava com um acompanhamento, via Internet, por meio de um programa desenvolvido para o projeto, que possibilitava discussões entre os professores sobre as atividades abordadas nos encontros presenciais e que estavam sendo desenvolvidas em sala de aula. O monitor e o formador participavam dessas discussões com sugestões e analisando os relatórios elaborados pelos professores. Neste projeto atuei como monitor, tanto na parte presencial quanto no acompanhamento pela Internet.

O segundo projeto, desenvolvido no âmbito do Programa “Teia do Saber”, foi uma parceria entre a Secretaria de Estado da Educação de São Paulo e diversas instituições de ensino superior. Minha participação neste projeto foi por meio de parceria entre a referida Secretaria e as Faculdades Integradas de Ciências Humanas, Saúde e Educação de Guarulhos, a qual envolveu aproximadamente cento e cinquenta professores da Educação Básica.

A duração desse projeto foi de oitenta horas presenciais, ao longo de dez sábados distribuídos durante um semestre. Neste projeto, atuei como formador e coordenador de área, e os encontros tinham como objetivo discutir metodologias de

ensino da Matemática, analisando o processo de ensino e de aprendizagem desta disciplina, e buscando trazer para as discussões a experiência e a prática profissional do professor de Matemática.

Como mencionei antecipadamente, a participação nesses programas de formação continuada possibilitou meus primeiros contatos com grupos de professores que ensinam Matemática e que se dispõem a discutir suas práticas e se envolver em processos que podem contribuir para estas práticas.

A partir das observações sobre as metodologias de ensino discutidas nesses programas, das concepções dos professores a respeito de determinados conteúdos matemáticos, bem como analisando suas principais questões e dúvidas apresentadas, percebi que eram muitas as lacunas que eles revelavam em termos do conhecimento de conceitos e procedimentos da Matemática referente à Educação Básica.

Uma prática comum observada nos dois programas estava no fato de que, mesmo quando os encontros presenciais tinham como propósito discutir questões de natureza didática e metodológica, era constante a necessidade deles em sanar dúvidas específicas de conteúdos matemáticos.

Essas experiências foram decisivas no sentido de despertar meu interesse pelas investigações sobre a formação de professores de Matemática. Este interesse transformou-se em objeto de pesquisa e deu origem à minha dissertação de mestrado, cujo objetivo principal foi o de investigar quais poderiam ser as contribuições que um curso de formação continuada, que se propõe a desencadear uma abordagem reflexiva sobre a prática, poderia trazer para o desenvolvimento profissional do professor de Matemática.

Ainda durante a realização do meu mestrado e, conseqüentemente, durante a investigação proposta, continuei a participar de outras formações continuadas para professores. Entretanto, enquanto minhas investigações e interesses de estudo estavam voltados para os professores especialistas de Matemática, um convite recebido para ministrar dois minicursos para professores dos anos iniciais mudou esta realidade.

O convite ocorreu ainda durante o ano de 2003, e os minicursos eram intitulados “A Construção de Noções de Espaço e Forma pela Criança” e “A Construção do Pensamento Geométrico”, e foram apresentados durante o II Encontro de Educação Matemática do Amazonas. Este evento foi organizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Amazonas, e contou com a participação de estudantes, professores e pesquisadores da área de Educação e de Educação Matemática.

Com o oferecimento desses minicursos, tive meu primeiro contato com um trabalho voltado para professores que não eram especialistas na disciplina de Matemática, ou seja, a formação deles não era em Licenciatura em Matemática. Em sua maioria, os professores eram formados no magistério ou em Pedagogia, sendo reconhecidos como os chamados professores polivalentes⁵ e que ensinam matemática nos anos iniciais, a julgar pela proposta dos minicursos que era de fomentar a discussão sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria nos anos iniciais.

Após esse trabalho, outros surgiram, e minha aproximação e interesse nas discussões acerca da formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais foram aumentando, o que me levou a investigar teorias e práticas que abordam temas relacionados aos professores que atuam neste nível de ensino.

O aprofundamento de leituras que discutiam as especificidades da formação de professores que atuam nos anos iniciais foi me despertando maior interesse em trabalhar com esta área, de forma que passei a oferecer, por meio de uma parceria entre a instituição de ensino superior na qual leciono e a prefeitura do município de Guarulhos, cursos de formação continuada para professores que ensinam Matemática nos anos iniciais.

O desenvolvimento de trabalhos envolvendo professores dos anos iniciais me provocou diversos questionamentos e, entre eles, um interesse particular em discutir os conhecimentos matemáticos que eram mobilizados por estes professores ao longo das formações oferecidas.

⁵ Segundo Curi (s/d), essa denominação foi dada aos professores que lecionam nas séries iniciais do ensino fundamental. A indicação CFE22/73, proposta pelo Conselheiro Valmir Chagas, definia o professor das séries iniciais como uma figura polivalente, ou seja, que podia transitar facilmente em todas as séries iniciais do então chamado ensino de primeiro grau.

Esse interesse particular se justificava pela constatação de que a formação generalista que geralmente os professores têm em sua formação inicial acaba por favorecer uma formação centrada em processos metodológicos que desconsideram os fundamentos da Matemática, levando, por vezes, a uma formação com muitas lacunas conceituais nesta área do conhecimento.

Essas lacunas conceituais sobre a Matemática não se referem especificamente ao conteúdo matemático. Alguns trabalhos, como o de Nacarato, Mengali e Passos (2009, p. 22), reiteram a afirmação de que os professores que ensinam Matemática nos anos iniciais “têm tido poucas oportunidades para uma formação matemática que possa fazer frente às atuais exigências da sociedade”, o que pode levar a uma formação que priorize os conteúdos matemáticos a serem ensinados, e não a possibilidade de inclusão social dos alunos, a partir do ensino destes conteúdos.

Com a minha entrada no doutorado no ano de 2012, e meu interesse pelas investigações na área da formação de professores e, em particular, da formação de professores dos anos iniciais, apresentei um projeto de pesquisa com esta temática, envolvendo a formação continuada de professores dos anos iniciais e seus conhecimentos matemáticos para ensinar matemática neste nível de ensino.

Após o meu ingresso, o projeto inicial sofreu algumas modificações, e para a delimitação do problema de pesquisa foi essencial a minha participação no grupo de pesquisa coordenado pelo Prof. Dr. Ademir Donizeti Caldeira, intitulado “Educação Matemática e Cultura”, vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação da UFSCar, que reúne mestrandos e doutorandos interessados em realizar investigações sobre temas como Etnomatemática, Modelagem Matemática, História da Matemática e da Educação Matemática, entre outros.

Esse grupo de pesquisa tem como característica pensar a educação escolar e a formação de professores, seja no âmbito da ação pedagógica, seja na pesquisa acadêmica, numa perspectiva cultural da Educação Matemática. A participação neste grupo de pesquisa me aproximou das discussões acerca das pesquisas na área de Modelagem, o que contribuiu para o direcionamento do projeto de pesquisa para esta área, resultando no presente estudo, que se encontra na interseção das áreas de Formação de Professores e de Modelagem.

Dessa maneira, sob a orientação do Prof. Dr. Ademir Donizeti Caldeira, iniciamos as discussões para a realização deste estudo, que se configura como uma pesquisa de doutorado na área da Educação, e os fatos aqui descritos justificam nosso interesse em realizá-lo.

1.1 OBJETIVOS E QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO

Nossa expectativa nesta tese é expor reflexões sobre a formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais, como explicitamos na apresentação deste trabalho. Particularmente, temos como objetivo de investigação analisar a articulação entre um ambiente de aprendizagem de Modelagem para a formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais, na perspectiva proposta por Barbosa (2001a, 2002), e as discussões propostas por meio do Modelo do Conhecimento Didático-Matemático (CDM) proposto por Godino (2009).

Para alcançar o entendimento sobre o desenvolvimento dessa formação, assim como levantar evidências da contribuição desse ambiente de Modelagem para a investigação proposta, o diálogo com os trabalhos dos autores que realizam pesquisas nessa área foi necessário e significativo. Este diálogo, alimentado por meio da nossa revisão da literatura, resultou em alguns pressupostos para nossa investigação, os quais passamos a descrever a seguir:

- (i) Ao longo de uma formação continuada, se as atividades forem propostas de forma que levem o professor a não somente apreender os conteúdos a serem ensinados, mas discuti-los com base em pressupostos teóricos, assim como possibilitar que reflitam sobre a prática tradicional de ensino, estas atividades podem ajudar o professor a compreender a formação continuada não apenas como um programa que irá suprir as possíveis lacunas de sua formação inicial, mas sim entendê-la como parte integrante do processo profissional do professor.
- (ii) A compreensão do envolvimento do professor no programa de formação continuada contribui para que ele reconheça a importância de um conhecimento para o ensino que vai além do conhecimento especializado do conteúdo;
- (iii) A maneira pela qual compreendemos as percepções e transformações do professor ao longo da formação, buscando oferecer um ambiente aonde ele também

possa refletir sobre sua prática pedagógica é uma condição necessária para o seu desenvolvimento pessoal e profissional.

(iv) Organizar um programa de formação continuada que possibilite aos professores refletirem sobre a sua prática, desenvolve confiança nas suas capacidades e são motivados a compreender mais a matemática para o ensino.

(v) Para além da construção do conhecimento do conteúdo específico, o ambiente de Modelagem pode fomentar o diálogo sobre a importância dos conhecimentos relacionados às Dimensões Didática e Matemática⁶, de acordo com o que é proposto pelo modelo do Conhecimento Didático-Matemático, de forma a contribuir para que o professor estabeleça uma articulação entre os aspectos pedagógicos e os aspectos do conhecimento do conteúdo.

A partir desses pressupostos e inquietações é que delimitamos nossa investigação, aonde buscamos, por meio de uma formação continuada voltada às necessidades e interesses dos professores, promover um ambiente de aprendizagem em que o processo aconteça de modo favorável a eles.

Sendo assim, de forma sintética, podemos expressar a expectativa em realizar essa investigação por meio da seguinte questão: **Quais conhecimentos didático-matemáticos são mobilizados em uma formação continuada em um ambiente da Modelagem para professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental I?**

Para além dessa questão norteadora para esta investigação, salientamos a importância de buscar responder, de forma mais pontual, aos seguintes questionamentos, que também se configuram como nossas questões de pesquisa:

1) Quais conhecimentos didático-matemáticos são mobilizados, em relação à Dimensão Matemática, considerando as categorias⁷: (i) do Conhecimento Comum do Conteúdo e (ii) do Conhecimento Ampliado do Conteúdo?

⁶ As Dimensões Didática e Matemática compõem o sistema de categorias do modelo do Conhecimento Didático-Matemático proposto por Godino (2009), e serão apresentadas e discutidas em nosso capítulo de referenciais teóricos.

⁷ Esclarecemos que estas não representam todas as categorias propostas pelo modelo do Conhecimento

2) Quais conhecimentos didático-matemáticos são mobilizados, em relação à Dimensão Didática, considerando as categorias: (i) Epistêmica, de Mediação, (iii) de Interação e (iv) Ecológica?

Apesar de numerarmos as questões para nos ajudar na organização, esclarecemos que elas não apresentam nenhuma ordem de importância, uma vez que elas se integram e se complementam, representando nosso objetivo nessa pesquisa.

O interesse em propor uma investigação dessa natureza encontra respaldo na grande preocupação atual que vem sendo apresentada por diversas pesquisas (SERRAZINA, 2010, 2012; BALL; BASS, 2003; PINO-FAN; GODINO, 2015; PINO-FAN, ASSIS, CASTRO, 2015) que discutem o conhecimento profissional dos professores.

Apesar do relativo consenso sobre a necessidade de uma profunda formação matemática, que é destacada por alguns dos trabalhos que citamos anteriormente, por certo este consenso é mais difícil de ser percebido quando nos deparamos com a discussão sobre qual deve ser a forma de conduzir esta formação (SERRAZINA, 2012). Para além destas percepções, julgamos importante destacar que uma das convergências apontadas por estes estudos se refere à afirmação de que

é importante que o professor tenha oportunidades de viver experiências matemáticas do tipo das que se espera que ele proporcione aos seus alunos, pois só assim poderá cumprir uma das suas funções como professor de Matemática, a de fazer com que os seus alunos aprendam e apreciem a Matemática. Desta ideia resulta que, na formação de professores não basta pensar no que deve ser ensinado, é necessário também equacionar o como o ensinar (SERRAZINA, 2012, p. 268).

Corroborando as ideias desta autora, entendemos que uma das possibilidades para superar essa problemática tem sido o desenvolvimento de programas de formação continuada para professores. Pesquisas como as realizadas por Bertucci (2009), Souza (2014) e Romano (2008), entre outras, têm apresentado a importância desta modalidade de formação para o desenvolvimento profissional docente na busca de promover dinâmicas e experiências que possam contribuir com os processos de aprendizagem, saberes e conhecimentos dos professores.

Didático-Matemático, sugerido por Godino (2009). Apresentaremos uma discussão acerca de todas as categorias no capítulo destinado ao nosso referencial teórico.

Entendemos que uma formação preocupada em contribuir com esses aspectos deve possibilitar aos professores um envolvimento nas discussões, que os leve não apenas a refletir sobre a sua prática, mas contribua para que eles compreendam o conteúdo matemático como algo não fragmentado e com relação com o cotidiano. Neste sentido, a Modelagem se apresenta como um ambiente de aprendizagem propício a contribuir com estes pressupostos, posto que, segundo Barbosa (2004),

o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexões sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo (BARBOSA, 2004, p. 3).

Nosso interesse nessas discussões levou-nos a enredar pela investigação neste campo. Por conseguinte, pretendemos, por meio do ambiente de Modelagem, contribuir para a discussão acerca dos conhecimentos didático-matemáticos para o ensino, assim como para discorrer sobre o que vem sendo discutido no âmbito da formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais.

Por meio de nossa revisão da literatura, verificamos que algumas pesquisas já foram realizadas buscando responder aspectos pontuais mencionados anteriormente. É o caso das pesquisas realizadas por Caldeira (2015), Ceolim e Caldeira (2015), Couto (2005), Galindo e Inforsato (2005), Damasceno e Monteiro (2005), Luna, Souza e Santiago (2009), Luna e Souza (2015), Almeida e Silva (2015), Bonotto, Scheller e Biembengut (2015) e Klüber (2012), que discutiram a Modelagem na formação de professores.

No entanto, quando nos referimos às pesquisas que tenham sido realizadas contemplando as discussões propostas por Godino (2009), Pino-Fan e Godino (2015) e Pino-Fan, Assis e Castro, (2015), sobre o modelo do Conhecimento Didático-Matemático, aliadas ao uso da Modelagem na formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais, nossa revisão revelou que ainda não há trabalhos que discutam essa articulação.

A ausência de pesquisas considerando as ideias propostas por esses autores, aliada aos estudos da Modelagem, além da constatação de haver poucos estudos envolvendo o próprio uso da Modelagem na formação de professores que atuam nesse nível de ensino foram fatores preponderantes para o nosso interesse em realizar esta investigação.

Reiterando que este estudo se encontra na interseção de duas linhas de investigação, quais sejam a Modelagem e a Formação de Professores, numa perspectiva que envolve os conhecimentos dos professores, julgamos importante explicitar o nosso entendimento sobre estes campos de conhecimento, o que faremos mais adiante neste trabalho, uma vez que entendemos ser importante nos fundamentar em trabalhos de pesquisa que contemplem essas áreas.

Corroboramos a ideia de que uma pesquisa se torna relevante se assim for considerada por seus pares, o que nos leva a concordar, ainda, com a ideia de que esta investigação deve ser discutida, e suas contribuições precisam ser percebidas pela comunidade científica, revelando-se como uma continuidade para as produções científicas posteriores.

Por conseguinte, entendemos que as considerações que serão apresentadas ao final deste trabalho, bem como a articulação e argumentação proposta ao longo do mesmo, apresentam-se de formas “fortes e claras o suficiente para suportar o levantamento e a sustentação de novas ideias, questões, hipóteses de trabalho, bem como os meios de investigá-las” (GATTI, 2002, p. 22), de maneira que suas considerações finais possam ser relevantes para a área da Educação Matemática.

2. REVISÃO DA LITERATURA E PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

“O quadro teórico constitui o universo de princípios, categorias e conceitos, formando sistematicamente um conjunto logicamente coerente, dentro do qual o trabalho do pesquisador se fundamenta, se desenvolve”

(SEVERINO, 1996, p. 129)

2.1 INTRODUÇÃO

Em nossas leituras sobre a importância da revisão da literatura para a realização de uma pesquisa científica, deparamo-nos com autores como Alves (1992), que afirma que uma pesquisa científica, que seja relevante para a academia, deve dizer do objeto pesquisado algo que ainda não foi dito, ou revê-lo sob uma ótica diferente do que já se tenha dito.

Ao concordar com esse autor, ressaltamos que, ao nos propormos a realizar este estudo, preocupamo-nos em investigar algo que poderia trazer uma contribuição para a área da Educação Matemática e, em particular, para a área de formação de professores, evidenciando, como bem destaca esse autor, o que seria dito de novo por meio deste estudo, quer na sua forma, quer na natureza do trabalho, sobre o objeto de pesquisa já investigado anteriormente.

Em busca de atender às nossas preocupações dessa natureza é que julgamos necessária a realização de uma busca cuidadosa dos trabalhos realizados na área e, em particular, das obras de referência e reconhecidas pela academia. Entendemos que a leitura de pesquisas realizadas na mesma área pode permitir que realizemos comparações, confrontemos interesses, objetivos e enfoques, e, a partir destes e outros diálogos, possamos elucidar a contribuição do nosso estudo.

Por conseguinte, poderemos discutir se os nossos propósitos para a investigação terão, como pressupostos, por exemplo, desatar equívocos, arraigar discussões que não estejam suficientemente elucidadas, argumentar novos pontos de vista, focar o objeto recolocando-o em um novo contexto, entre outras possibilidades.

Considerando esses pressupostos, ressaltamos que em nossa revisão da literatura realizamos um levantamento bibliográfico sobre: (i) a formação de professores, em especial a formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais; (ii) a Modelagem, em particular sobre a Modelagem na formação de professores; (iii) o Conhecimento Matemático para o Ensino, destacando os trabalhos que vêm utilizando a teoria proposta por Debora Ball e sua equipe de pesquisadores colaboradores; e (iv) o modelo do Conhecimento Didático-Matemático, dado que esse modelo nos fornece o sistema de categorias que utilizamos para a análise dos conhecimentos dos professores envolvidos na formação.

O processo de revisão da literatura que realizamos permitiu-nos observar que há um longo rol de trabalhos, nacional e internacionalmente, que discutem cada um dos temas citados. Entretanto, conforme já afirmamos anteriormente, ainda são pouco frequentes as contribuições que articulem e se dirijam, especificamente, à formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais e à Modelagem.

Esta revisão também nos revelou que há apenas um trabalho que foi realizado envolvendo a Modelagem, a formação de professores e alguns aspectos sobre os domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino. Trata-se de um relato de experiência realizado por Bisognin e Bisognin (2015), que descreve uma experiência realizada com um grupo de professores que participaram de um curso de mestrado em Ensino de Matemática, aonde os autores tinham como objetivo analisar como estes professores constroem seus saberes e desenvolvem as habilidades necessárias para o ensino de matemática por meio da Modelagem.

Para a análise dos seus resultados, os autores utilizaram, como aporte teórico, as ideias propostas por Shulman (1986, 1987) sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo e as ideias de Ball, Thames e Phelps (2008) sobre o conhecimento do conteúdo e do ensino. Entretanto, ressaltamos que o foco da investigação proposta por Bisognin e Bisognin (2015) se diferencia de nossas questões de investigações, assim como das nossas inquietações elencadas anteriormente.

A constatação, então, desse quadro revelado pela nossa revisão da literatura, como explicitamos anteriormente, foi uma das motivações para a realização desta investigação. Como trataremos, neste capítulo, da revisão da literatura sobre os temas que norteiam este estudo, em especial aqueles que se configuram como nossos pressupostos teóricos, optamos por iniciá-lo com a apresentação de estudos que aprofundam a compreensão sobre a área de Formação de Professores e, em particular, sobre a formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais.

Em seguida, apresentaremos nosso entendimento sobre a área de Modelagem, bem como explicitaremos a forma como a abordaremos nesta investigação. Finalizaremos este capítulo com a apresentação das discussões que têm sido realizadas sobre o Conhecimento Profissional Docente. Em particular, realizaremos uma descrição mais aprofundada dos trabalhos que foram desenvolvidos por Debora Ball e sua equipe de pesquisadores colaboradores a respeito dos domínios para o Conhecimento Matemático para o Ensino, assim como dos trabalhos produzidos por Godino (2009), Pino-Fan e Godino (2015) e Pino-Fan, Assis e Godino (2015), ao discutirem o modelo do Conhecimento Didático-Matemático.

Ressaltamos que, por meio desta revisão sobre as temáticas citadas, encontramos diversas obras e autores que apresentam resultados significativos ao proporem discussões sobre cada uma delas. Entretanto, para a delimitação e escolha dos autores e obras que aqui abordaremos, buscamos eleger aqueles que mais se identificaram ou enriqueceram a nossa investigação.

Sublinhamos, entretanto, que nossa interlocução, a princípio feita com os autores destacados a seguir, não exclui outros estudos que se foram mostrando importantes referenciais para fundamentar e dar sustentação ao presente trabalho no decorrer de sua elaboração. Assim, esta revisão pretende apresentar algumas ideias principais dos autores que escolhemos para este diálogo, sem a pretensão de esgotá-las, e utilizaremos algumas destas obras para realizar as nossas análises, a partir de nossas reflexões sobre os dados produzidos ao longo da investigação.

2.2 FORMAÇÃO DE PROFESSORES: UM DIÁLOGO COM AS PESQUISAS SOBRE O TEMA

Dentre as pesquisas realizadas no Brasil sobre formação de professores, deparamo-nos com o trabalho de Mizukami (2013, p. 23), que afirma que “a docência é uma profissão complexa e, tal como as demais profissões, é aprendida”. Em nossa prática com a formação de professores, quer seja ela inicial ou continuada, observamos que este processo de aprender a ensinar e de se desenvolver profissionalmente se revela extremamente lento, e precisa ser investigado.

Nesse caminho de se pensar a formação de professores, Ball (2000) destaca que, ainda durante o século XX, a formação do professor pautava-se por uma estruturação persistente que enfatizava uma divisão entre a teoria e a prática, e entre o conteúdo a ser ensinado e o seu ensino. Para a autora, por vezes, essa divisão aparecia predominantemente no próprio currículo dos cursos que formam professores, ao serem apresentados os domínios de conhecimento em separado.

Segundo essa autora, esses conhecimentos eram complementados pela experiência, quer seja a prática supervisionada, no caso da formação inicial, quer seja a própria prática do professor, quando este já se encontrava em serviço. De qualquer forma, em qualquer um dos casos, observa-se que a lacuna entre a teoria e a prática fragmentava a formação do professor, já que o seu próprio ensino era fragmentado.

Esses autores, em suas discussões, reiteram a importância de um olhar para a formação do professor como um momento de reflexão, e argumentam sobre a necessidade de se considerar que esta formação deve se perpetuar por toda sua atividade profissional. Nóvoa (1995) reforça estas ideias em suas considerações sobre a formação do professor, afirmando que “a formação não se constrói por acumulação (de cursos, de conhecimentos ou de técnicas), mas sim através de um trabalho de reflexividade crítica sobre as práticas e de (re)construção permanente de uma identidade pessoal” (NÓVOA, 1993, p. 25).

As ideias desse autor são corroboradas por pesquisadores como Caldeira (2009) e Pimenta e Lima (2010), quando estes argumentam sobre a importância de que a formação continuada rompa com a concepção baseada na racionalidade técnica, ou seja, que ela possa ser compreendida como uma superação de uma formação técnica no âmbito de seus fundamentos teóricos, e deixe de ser vista como pontual e baseada na ideia de capacitação e de treinamento.

Tomando como orientação essas ideias, confiamos que a compreensão de que a formação continuada do professor se dá num encadeamento de ação e avaliação do ensinar e do aprender, podendo contribuir para que se desperte, nele, a responsabilidade com sua autoformação.

Visando melhor compreensão da área de formação de professores, bem como destacar como a entendemos enquanto uma área de conhecimento, buscamos a leitura de alguns autores que optaram por conceituar esta área. Dentre estes autores, e as diversas conceituações encontradas, optamos por adotar a conceituação proposta por Garcia (1999). Para este autor, a formação de professores constitui uma área de conhecimento em plena ascensão, e pode ser vista como

a área de conhecimentos, investigação e de propostas teóricas e práticas que, no âmbito da Didática e da Organização Escolar, estuda os processos por meio dos quais os professores – em formação ou em exercício – se implicam individualmente ou em equipe, em experiências de aprendizagem por meio das quais adquirem ou melhoram os seus conhecimentos, competências e disposições, e que lhes permite intervir profissionalmente no desenvolvimento do seu ensino, do currículo e da escola, com o objetivo de melhorar a qualidade da educação que os alunos recebem (GARCIA, 1999, p. 57).

A partir das ideias desse autor, observamos que o processo de aprender a ensinar pode perspectivar-se num contexto formativo (formação inicial) ou num contexto prático (período de práticas de ensino e experiência de ensino posterior), o que pressupõe não só a análise do modo como se adquire e desenvolve o conhecimento profissional, mas também o estudo das influências pessoais e contextuais que o condicionam ou o promovem.

Embora muitos autores com os quais manteremos diálogo ao longo do texto se utilizem de nomenclaturas diversas quando abordam a formação continuada de professores, como, por exemplo, formação em serviço, formação contínua ou formação permanente, optamos por adotar, ao nos referirmos a estas questões, a expressão “formação continuada”. Como já explicitamos, nosso interesse ao utilizar esta expressão não é o de dicotomizar a formação, classificando-a em “inicial” e “continuada”, mas sim utilizar este termo para nos referirmos aos professores que já se encontram em serviço.

Esse pensamento é corroborado por autores como Nacarato e Paiva (2006) e Garcia (1999), que destacam que a formação de professores deve ser entendida sob a perspectiva de um “processo contínuo”, que começa com a formação inicial e vai se desenvolvendo ao longo de toda sua carreira profissional.

Essa ideia nos permite, então, compreender que a formação não deve ser concebida como algo acabado, nem mesmo ver a formação inicial e a formação continuada do professor como dois polos dicotômicos. A importância de se discutir e investigar esta formação continuada, entendida como um “processo contínuo”, é destacada no trabalho de Souza (2014b), para quem

a formação contínua de professores já há algum tempo vem merecendo um olhar mais atencioso por parte dos pesquisadores e estudiosos que se debruçam a pensar a educação, não somente pelo fato dessa modalidade de formação promover e viabilizar aos professores a possibilidade de refletir sobre sua prática, o que por si só já é um fato de extrema relevância no contexto educacional mas, principalmente, por permitir ao professor a oportunidade de aperfeiçoar sua prática docente, desenvolvendo seu conhecimento, a fim de tornar-se mais confiante e competente no exercício das suas atribuições (SOUZA, 2014b, p. 39).

Corroborando as ideias desse autor, quando pensamos na formação continuada do professor, podemos afirmar que os programas de formação continuada não devem se preocupar apenas com a apresentação de conhecimentos teóricos mais elaborados e estruturados, geralmente muito presentes nestas formações, mas sim com promover uma articulação com a prática.

Essa afirmativa vai ao encontro de nosso entendimento de que somente por meio da reflexão sobre os conhecimentos advindos da prática, juntamente com as teorias que justificam, questionam, apresentam confrontações e problematizações sobre ela, é que será possível permitir uma melhor compreensão desta prática.

A importância dessa consideração não é novidade nas discussões que são realizadas no campo da formação de professores. Muitas das discussões que vêm sendo realizadas no interior do debate sobre a formação de professores, nas últimas décadas, em especial a partir da década de 1980, têm destacado a falta de articulação entre teoria e prática, entre conhecimentos específicos e pedagógicos, entre conteúdos e métodos, e os seus efeitos nocivos para a prática docente.

Entretanto, julgamos importante a retomada e a ênfase dessa discussão neste trabalho, bem como considerar essa articulação em nossa investigação, por acreditarmos que, apesar das diversas discussões sobre este tema, ainda há muitos indícios de uma supervalorização da teoria em detrimento da prática.

Em nossa experiência com a formação inicial e também com a formação continuada dos professores, observamos que há um grande distanciamento entre a formação inicial do professor e sua prática docente, em particular quando nos referimos às demandas educacionais advindas de seu contexto profissional.

Ao se constatar este cenário, firma-se como muito importante a formação contínua do professor, considerando-se que ela pode auxiliar na correção de distorções advindas do processo inicial de formação, além de contribuir para uma reflexão acerca de sua prática docente.

A formação continuada de professores deve, então, fomentar as experiências vividas por eles, levando-os a refletirem sobre elas, implicando numa contínua interpretação entre teoria e prática, de forma que a teoria esteja vinculada a problemas reais que podem ser postos pela experiência prática.

Essa interpretação, sobre a importância da articulação entre teoria e prática, deve ir ao encontro do que destaca Paiva (2006), ao exaltar que saber por que se ensina, para que se ensina, para quem e como se ensina, são condições essenciais para o bom desempenho do professor em sala de aula e, para atingir estas condições, o professor precisa realizar constantes questionamentos sobre o seu discurso e sobre sua ação.

Além dessas condições destacadas por Paiva (2006) como essenciais para o desempenho do professor, entendemos que o seu comportamento profissional também é notado pelas suas concepções e crenças, que também são construídas ao longo de sua vida escolar, e que podem funcionar como obstáculos no processo de reflexão sobre novas ideias, pois as concepções e crenças, assim como os valores muito arraigados, podem tornar um processo de transformação muito lento.

Curi (2005), em sua investigação, nos apresentou como essas crenças são reveladas ainda durante a formação dos professores que irão atuar nos anos iniciais de ensino. Ela concluiu existirem razões para que as ideias dos futuros professores a respeito de Matemática necessitem de um processo de transformação, ao constatar, por meio das entrevistas com os futuros professores dos anos iniciais, algumas crenças, como, por exemplo, “de que matemática é difícil; matemática é para poucos; matemática é fazer contas [...]” (CURI, 2005, p. 158), entre outras crenças.

2.2.1 A formação continuada de professores dos anos iniciais

Nossa investigação discute, em particular, a formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Em sua maioria, os professores que atuam neste nível de ensino possuem formação em Magistério ou Licenciatura em Pedagogia e, geralmente, estes cursos possuem uma carga horária não adequada para tratar dos conteúdos específicos da Matemática (CURI, 2005).

Uma das implicações dessa não adequada carga horária, destacada por pesquisadores como Curi (2005), Nacarato, Mengali e Passos (2009), entre outros, é a forma como esses professores exercem sua prática da docência em sala de aula. Para estas pesquisadoras, é fato encontrar professores que abordam os conteúdos de matemática em sala de aula apenas como reproduções do que vivenciaram enquanto estudantes. Para Nacarato, Mengali e Passos (2009), por exemplo, esta formação

faz com que a professora – principalmente nos primeiros anos de docência – reproduza os modelos que vivenciou como estudante. Se tais modelos não forem problematizados e refletidos, podem permanecer ao longo de toda trajetória profissional. Isso contribui para a consolidação não apenas de uma aula pautada numa rotina mais ou menos homogênea do modo de ensinar matemática, mas também de um currículo, praticado em sala de aula, bastante distante das discussões contemporâneas no campo da educação matemática (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009, p. 32).

Essa ideia é corroborada pelos trabalhos de Ball (1991), quando ela afirma que “o conhecimento que os professores têm dos conteúdos matemáticos interage com suas suposições e crenças sobre ensino e aprendizagem, alunos, e caminhos para ensiná-los” (BALL, 1991, p. 1) [tradução nossa].

Para a autora, quando o professor desconhece, ou mesmo desconsidera essas ideias, isso pode ser uma explicação para o fato de alguns professores ensinarem

matemática da mesma forma como eles aprenderam. Estas ideias também podem ser verificadas no trabalho de Curi (2005), quando a autora afirma que,

sendo o professor polivalente o responsável pela 'iniciação' das crianças em matemática, pela abordagem de conceitos e procedimentos importantes para a construção de seu pensamento matemático, a sua formação, específica para essa tarefa, é tema de grande prioridade na área de Educação Matemática (CURI, 2005, p. 21).

Outro aspecto importante a ser considerado na formação continuada de professores, em particular para os que ensinam matemática nos anos iniciais, é destacado nos estudos de Nacarato, Mengali e Passos (2009). Para as autoras, ao iniciarem-se na docência, os professores trazem crenças já internalizadas sobre o que seja matemática, seu ensino e sua aprendizagem, e, como essas crenças são construídas historicamente, passa a ser importante

analisar, em cursos de formação, a trajetória profissional dos professores, buscando identificar quais são essas crenças e como elas podem ser trabalhadas para ser rompidas e/ou transformadas (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009, p. 24).

Ao concordar com as afirmações dessas autoras, também corroboramos a ideia de que um sistema de crenças já arraigadas que enxerga o ensino e a aprendizagem da matemática com ênfase no detalhamento dos conteúdos e no uso de algoritmos, numa concepção reducionista da matemática, ou seja, reduzindo-a a procedimentos de cálculo, deve ser rompido por meio de estratégias de formação que contribuam para desconstruir estas crenças.

Esse rompimento é importante para a compreensão e a percepção de que uma das funções da matemática escolar deve estar pautada na preparação do cidadão para sua atuação na sociedade em que vive, bem como para que ele perceba, também, outros saberes, que não apenas da sua cultura.

Um retrato da ineficiência dessa ênfase no detalhamento dos conteúdos e no uso de algoritmos pode ser evidenciado pelas macroavaliações que são realizadas no Brasil. As macroavaliações da aprendizagem, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), entre outras, já evidenciaram que as competências de cálculo e manipulação de algoritmos já não são suficientes para o bom desempenho do aluno em questões que envolvem a

matemática, pois estas competências já não atendem às exigências da nossa sociedade (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009).

Passos (2000) ressaltou essa situação ao afirmar que

Apesar da reconhecida importância da Matemática no contexto da formação geral dos indivíduos, avaliações nacionais sobre o ensino têm mostrado a situação caótica do ensino brasileiro, principalmente com relação ao ensino da Matemática (PASSOS, 2000, p. 41).

Nesse sentido, temos a crença de que, para que haja a mudança de paradigmas⁸ na sala de aula, de forma a conceber a aprendizagem e, em particular, a aula de matemática como um ambiente de aprendizagem, há a necessidade de uma nova postura do professor.

Consequentemente, uma das ações para essa mudança na postura do professor pode ser vislumbrada por meio de uma formação inicial e continuada que possibilite o oferecimento de condições para um desenvolvimento pessoal e profissional, em termos de construção de conhecimentos, que favoreça respostas às necessidades reais colocadas pela ação educativa, estimulando uma relação mais íntima com a profissão docente, e não apenas que seja apresentada como uma proposta externa de modificação de procedimentos e de atitudes pedagógicas, supondo que por si só possam assegurar a eficácia daqueles que a adotem.

Consideramos que esse desenvolvimento pessoal e profissional do professor também é caracterizado pela ação do professor, que se dá num processo contínuo de tomada de decisões. Entretanto, nem sempre os conhecimentos exigidos e assumidos pela docência são identificados pelo professor. Para Giesta (2001), uma justificativa para essa conclusão reside no fato de que

a cotidianidade no ato de ensino, quase sempre, faz com que o professor não perceba *que e quanto* conhecimento divulga, e que compromissos assume nas informações que oportuniza e nas habilidades cognitivas que exige ou deixa de exigir (GIESTA, 2001, p. 17).

⁸ Utilizamos o sentido de paradigma na perspectiva discutida por Morin (2011), quando ele afirma que “o paradigma desempenha um papel ao mesmo tempo subterrâneo e soberano em qualquer teoria, doutrina ou ideologia. O paradigma é inconsciente, mas irriga o pensamento consciente, controla-o e, neste sentido, é também supraconsciente [...] ele instaura relações primordiais, que constituem axiomas, determina conceitos, comanda discursos e/ou teorias. Organiza a organização deles e gera a geração ou a regeneração” (MORIN, 2011, p. 25).

Essa constatação revela-nos a importância de envolver os professores em processos de formação que evidenciem o seu papel enquanto educador, contribuindo para que a ação docente seja, sempre, analisada, refletida e avaliada, de forma que seja possível replanejar e reorientar sua prática pedagógica.

A reorientação de sua prática possibilitará um impacto positivo nas aulas dos professores, como, por exemplo, criando condições para que o aluno seja colocado, como bem destacam Nacarato, Mengali e Passos (2009),

diante de situações-problema nas quais ele deve se posicionar e tomar decisões, o que exige a capacidade de argumentar e comunicar suas ideias. Assim, a sala de aula precisa tornar-se um espaço de diálogo, de trocas de ideias e de negociação de significados – exige a criação de um ambiente de aprendizagem (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009, p. 81).

Ao aceitar a necessidade dessas ações em sala de aula, devem-se repensar as formas para se oferecer uma formação continuada que atenda às expectativas apresentadas até o momento. Neste sentido, os trabalhos realizados por esses autores, bem como suas conclusões e considerações a respeito da área de formação de professores, foram determinantes para nossa orientação e planejamento do programa de formação continuada para professores que ensinam matemática nos anos iniciais, o que faz parte deste estudo.

Alguns dos autores que trouxemos para este diálogo, como Curi (2005), Nacarato, Mengali e Passos (2009) e Ball (1991, 2000), realizaram suas pesquisas colocando o foco na importância de se discutir a formação matemática do professor que ensina matemática nos anos iniciais, além de apresentarem discussões sobre algumas questões relacionadas a este foco, como, por exemplo, questões relacionadas aos conteúdos a serem explorados, às metodologias que podem ser adotadas, ao próprio aprofundamento matemático dos conteúdos, entre outras.

Essas discussões convergem com nossas ideias sobre o conhecimento matemático para o ensino de matemática nos anos iniciais e, desta forma, nos apresentaram alguns elementos significativos para discutir nossas questões de pesquisa, quando abordamos especificamente a formação matemática dos professores envolvidos em nossa investigação.

Outros autores, como Mizukami (2000, 2004, 2013), Giesta (2001), Thompson (1992) e Paiva (2006), discutem, em suas pesquisas, outros aspectos da formação e da prática do professor que também contribuem para a nossa análise. Apesar de suas pesquisas não focarem, especificamente, a formação matemática do professor, elas apresentam significativos resultados em questões que envolvem a formação do professor, como, por exemplo, o papel da formação para a prática docente, a construção dos saberes docentes, a influência das crenças e concepções do professor em sua prática profissional, entre outros elementos.

2.3 MODELAGEM E FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Nossa revisão da literatura sobre Modelagem revela-nos que a área de Educação Matemática tem nos apresentado um considerável número de publicações que tratam desta temática. Apesar desta constatação, a investigação realizada por Tambarussi e Klüber (2014) mostra que a pesquisa *stricto sensu* que discute, especificamente, a formação de professores e a Modelagem ainda é bastante recente.

Em sua investigação, na qual os autores realizaram um levantamento das pesquisas nessa área, eles concluíram que pesquisas com este foco começaram a ser produzidas no ano de 2001, o que evidencia que as investigações e as preocupações em se estudar a Modelagem e a formação de professores caracteriza-se como um campo ainda recente (TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014).

Apesar dessa apuração, a área de Modelagem tem evidenciado, cada vez mais, sua importância como campo teórico e de investigação. Para Souza e Barbosa (2014, p. 32), “as argumentações a respeito das implicações do uso da modelagem no contexto escolar e acadêmico para a aprendizagem matemática resultaram em sua consolidação como campo de pesquisa na área da Educação Matemática”.

Em âmbito nacional, particularmente com o início da realização de eventos científicos, como, por exemplo, a Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, evento bienal iniciado no ano de 1999, e também com a inclusão da Modelagem Matemática como linha de pesquisa em diversos programas de pós-graduação em nível de mestrado e doutorado, as pesquisas apresentadas passaram a revelar diferentes abordagens deste tema, que por vezes é apresentado por

meio de múltiplos olhares e fundamentado em diferentes perspectivas teóricas (ALMEIDA; VERTUAN, 2011).

Para Araújo (2002), apesar da multiplicidade de perspectivas teóricas acerca da Modelagem, o que pode ser observado nas diversas pesquisas sobre o tema, há uma certa tendência na concordância quanto ao seu objetivo, qual seja o de procurar compreender situações da realidade⁹ fazendo uso dos pressupostos teóricos e metodológicos da matemática.

Procurando entender essa multiplicidade de perspectivas, deparamo-nos com Barbosa (2003, 2006), que classifica alguns dos trabalhos em Modelagem como pertencentes a uma perspectiva, chamada por ele, de perspectiva sociocrítica. Segundo o autor, ao se desenvolver um trabalho com a Modelagem nesta perspectiva, seu uso deve ser compreendido como uma possibilidade para explorar os papéis que a matemática exerce na sociedade, por meio do envolvimento dos sujeitos em situações que priorizem discussões reflexivas (BARBOSA, 2003).

Encontramos, além de Barbosa, outros pesquisadores, como Araújo (2007) e Caldeira (2007, 2009), que têm desenvolvido estudos de Modelagem alinhados à corrente sociocrítica, e que buscam oferecer suporte para uma Educação Matemática que seja comprometida com a compreensão de situações reais e com fatores sociais.

Para Caldeira (2009), por exemplo, a Modelagem não deve ter a preocupação de reproduzir os conteúdos matemáticos que são elencados no currículo. Entretanto, segundo ele, isso não significa que se devem perder os conceitos da matemática escolar. Em seus estudos, o autor deixa clara a eficácia da Modelagem, enquanto concepção da educação matemática como um instrumento de crítica que oportuniza a clareza da importância da matemática na vida das pessoas.

Em seu ponto de vista, a Modelagem é mais do que uma alternativa ou metodologia de ensino, devendo ser entendida como um sistema de aprendizagem (CALDEIRA, 2004) que possibilita questionar os conteúdos matemáticos, ao mesmo tempo em que se dinamiza a sua compreensão, que deve ser problematizado por meio

⁹ Entendemos essa realidade como sendo a realidade dos sujeitos e de suas comunidades, que devem ser os principais interessados.

de um currículo que seja mais dinâmico e crítico, e que leve em consideração a necessidade da época e da sociedade.

Esse autor se apresenta como contrário à concepção da ciência moderna que fragmenta o currículo, pois, para ele, recompor o todo é muito difícil, e essa concepção faz com que o aluno aprenda por partes. Segundo ele, no processo de Modelagem, isto não ocorre, já que os conhecimentos não se apresentam fragmentados, e, sim, interconectados e contínuos.

Concordando com os apontamentos desses autores, entendemos que a Modelagem pode ser justificada dentro de uma proposta curricular que privilegie os espaços escolares como um ambiente de aprendizagem (BARBOSA, 2002, 2006, 2007), oferecendo um amplo espaço para investigação e análise de problemas que transitam por vários campos do conhecimento ou do dia a dia. Na visão deste autor, a Modelagem favorece a investigação de outras áreas do conhecimento por meio da matemática, uma vez que

a Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas do conhecimento. Se tomarmos modelagem de um ponto de vista sócio-crítico, a indagação ultrapassa a formulação ou compreensão de um problema, integrando os conhecimentos de matemática, de modelagem e reflexivo (BARBOSA, 2002, p. 06).

Nesse sentido, a Modelagem passa a ser percebida como “um dos possíveis caminhos de uma nova forma de estabelecer, nos espaços escolares, a inserção da maneira de pensar as relações dos conhecimentos matemáticos e a sociedade mais participativa e democrática” (CALDEIRA, 2009, p. 33), de forma a contribuir para a formação do indivíduo de forma reflexiva.

Essa percepção sobre o uso da Modelagem também pode ser transferida para o desenvolvimento de um trabalho na formação continuada de professores. As argumentações realizadas por esses autores nos permite reconhecer e compreender que trabalhar com a Modelagem, na formação de professores, também deve significar o desenvolvimento de um trabalho com situações reais, não matemáticas, aonde o uso de conceitos e resultados matemáticos deve ser visto como meios para se discutir e resolver problemas que pertençam a essas situações reais.

Essa concepção é respaldada pelas ideias de D'Ambrósio, quando ele afirma que a “modelagem é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial” (D'AMBROSIO, 1986, p. 102).

Ao aceitar esse pensamento, faz-se necessária uma reflexão sobre o processo de formação do professor como elemento essencial do processo educativo, pois alguns autores, como Escudero (1992), afirmam que toda mudança curricular, bem como sua implantação, deve ser pensada em conjunto com os agentes que têm que desenvolver as reformas na prática, sendo pouco defensável uma perspectiva de mudança que não seja, em si mesma, geradora de sonhos e compromissos, estimuladora de novas aprendizagens e, simultaneamente, que promova reaprendizagens nos indivíduos e na sua prática docente.

Essa afirmação, proposta pela autora, concorda com a ideia de que uma das finalidades da Educação é a de promover mudanças nos indivíduos, com vistas a favorecer o desenvolvimento integral do ser humano e da sociedade, o que torna necessário repensar os moldes nos quais vêm se desenvolvendo as ações educativas, no intuito de buscar o fortalecimento de uma visão mais participativa, crítica e reflexiva dos diferentes atores sociais envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Podemos conjecturar que a atuação do professor consiste em tomar decisões num processo que vai se moldando e adquirindo identidade profissional¹⁰. Entendemos que as decisões, em Educação, vêm sempre carregadas de juízos de valor e, portanto, não podem ser julgadas atendendo exclusivamente a valores instrumentais.

Assumimos, aqui, o entendimento sobre a tomada de decisões por parte do professor na perspectiva discutida por Giesta (2001), para quem, a tomada de decisão

é considerada, essencialmente, como sendo o comportamento do professor frente às suas ações docentes, tendo em vista a percepção que tem de suas

¹⁰ “A identidade profissional [...] traduz-se na relação que o professor estabelece com sua profissão e o seu grupo de pares e implica num processo de construção simbólica, pessoal e interpessoal, que se consubstancia nas representações sobre os seguintes quatro aspectos da atividade docente: capital de saberes, saberes-fazer e saberes que fundamentam a prática; condições do seu exercício, em termos de autonomia, controle e circunstancialismos de contextos; pertinência cultural e social; questões relativas ao estatuto profissional e social da função docente.” (GONÇALVES; SIMÕES, 1991,p).

concepções, seus pensamentos, seu papel político-sócio-profissional e seus conhecimentos construídos ao longo de sua formação profissional e/ou na prática educativa que implementa (GIESTA, 2001, p. 55).

Essa ideia deve refletir, ainda, as transformações político-sócio-econômicas, e ainda as pedagógicas, que vêm exigindo novas reflexões sobre a formação e a identidade profissional do professor, considerando-o como um ator social dotado de autonomia que lhe permita identificar, entre outras coisas, suas opções teóricas pessoais ou públicas, as lacunas em seus conhecimentos, seu nível de comprometimento com seus alunos, com sua escola e com sua comunidade, sua competência técnica, suas omissões.

Nessa lógica, a Modelagem, na perspectiva discutida por Barbosa (2002, 2009), pode ser desenvolvida, na formação continuada de professores, também como um suporte para a leitura de mundo, por meio de uma construção dialógica, coletiva e crítica do conhecimento, de forma a ressaltar, ainda, a importância de se considerar, como bem destaca Caldeira (2009), que

somos, todos, um produto cultural tomado por crenças, valores, regras, objetos, sentidos, conhecimentos e tudo o mais que pode ser caracterizado como inerente ao ser humano, historicamente determinado com as condições da época e do local no qual vivemos (CALDEIRA, 2009, p. 37).

Reiterando o que já destacamos anteriormente, um dos objetivos da formação continuada de professores que ensinam matemática deve residir nas ações que desafiem as suas crenças e concepções acerca da matemática e seu ensino. Para o nosso estudo, em particular, pretendemos fazer uso da Modelagem para instigar esses desafios como forma de fomentar a discussão acerca do trabalho docente dos professores. Barbosa (2001a, p. 5) destaca que, para isso, “uma vez que as concepções são formadas no conjunto das experiências, deve-se utilizar destas para desequilibrar as concepções arraigadas”.

A formação continuada de professores deve, então, fomentar as experiências vividas por eles, levando-os a refletirem sobre elas, ou seja, os programas de formação não devem perder de vista o conhecimento prático, ou profissional, dos professores, o que nos leva a ressaltar e concordar com Fiorentini *et al.* (1999), ao afirmarem que

O ponto de partida da formação continuada do professor [...] não é a teoria ou o conjunto das produções dos especialistas, dos quais o professor é supostamente carente, mas sim a própria prática pedagógica do professor, seus saberes da experiência, seus problemas, suas necessidades e sobretudo aquilo que ele pode ou desejaria desenvolver e aprimorar (FIORENTINI et al, 1999, p. 38).

Em particular, quando buscamos leituras que apresentam discussões acerca do uso da Modelagem na formação de professores dos anos iniciais, deparamo-nos com Barbosa (2001a), que, em um de seus estudos, apresentou algumas implicações para as ações na formação de professores, utilizando a Modelagem como um ambiente de aprendizagem. Para o autor, uma primeira implicação possível está na ideia de oportunizar o contato dos professores com os vários tipos de abordagens da Modelagem, de modo que eles possam eleger o possível para seus contextos escolares.

O autor demonstra, em seu estudo, uma importante preocupação com os cursos de formação que abordam questões da Modelagem. Para ele, é importante que se tenha claro o reconhecimento das limitações dos programas de formação, visto que, dependendo da extensão e da estrutura do curso, o mesmo pode não ser suficiente para oferecer as bases necessárias para o professor em Modelagem. Esta importante observação permite ao formador programar ações e traçar objetivos para a sua formação que sejam possíveis de se cumprir.

Diante dessas orientações, observamos que um programa de formação continuada não deve se preocupar apenas em causar um incômodo ou desconforto para o professor. Ele deve favorecer e possibilitar condições necessárias de dialogicidade, ou seja, o programa de formação deve dialogar com os conhecimentos do professor, compreendendo o professor como um sujeito deste processo de aprendizagem, que tem conhecimentos prévios e que, ao se dispor a participar de um programa de formação, a experimentar o novo, precisa de um espaço que respeite suas dúvidas, que permita que ele compare seus avanços e discuta suas crenças e concepções.

A partir desses apontamentos, destacamos que um programa de formação que pretende se pautar e ser coerente com uma concepção de construção de conhecimento precisa possibilitar a circulação de informação, priorizando que sejam considerados, ao longo da formação, as crenças, experiências e conhecimentos que o professor traz

consigo. O uso da Modelagem na formação continuada de professores pode se transformar em um ambiente de aprendizagem que realmente possibilite a problematização sobre estes elementos e, em particular, sobre o conhecimento matemático para se ensinar matemática.

Uma das investigações que enveredaram por esse caminho foi apresentada por Chaves e Espírito Santo (2011), na qual os autores buscaram compreender como ocorre a formação do professor no contexto da Modelagem. Como resultado desta investigação, eles concluíram que, ao realizar atividades de Modelagem, o professor aprende ou constrói conhecimentos que contribuem para que ele modifique sua prática, passando a ver a matemática, seu ensino e sua aprendizagem de outra forma, adotando novos referenciais que o levem a investir em novas formas de se relacionar com o conhecimento e com o aluno em sala de aula.

A investigação realizada por Barbosa (2004) também apresenta, em suas conclusões, relatos de que o professor constrói seu conhecimento com a Modelagem, ao mesmo tempo em que se modifica e aprimora a sua prática por meio dela. Para este autor, esse contato com a Modelagem pode configurar dois importantes domínios para a formação de professores: a experiência como aluno e a experiência como professor. Essa ideia também é corroborada por Almeida e Santos (2006 p. 44), quando ela afirma que “os professores precisam ter a oportunidade de ‘aprender’ sobre Modelagem, ‘aprender’ por meio da Modelagem e ‘ensinar’ usando Modelagem”.

A nosso ver, a Modelagem, como um ambiente de aprendizagem, pode se revelar como um cenário muito favorável para fomentar as discussões necessárias para se investigar o conhecimento que é mobilizado pelos professores ao longo de uma formação continuada.

2.4 CONHECIMENTO PROFISSIONAL DOCENTE

Ao nos enveredarmos pelas leituras dos autores que discutem o conhecimento profissional dos professores, deparamo-nos com uma grande diversidade de perspectivas teóricas que priorizam suas discussões acerca desta temática. De forma mais geral, este conhecimento é discutido como uma combinação dos saberes e experiências que os professores possuem e utilizam no desenvolvimento da sua

prática docente, sendo construído por meio do próprio desenvolvimento do professor, seja enquanto indivíduo ou enquanto profissional, e que se estende por toda a sua carreira na docência.

Essas leituras nos permitiram observar, ainda, que há diversas categorias de conhecimento profissional que buscam identificar e discutir os domínios que um professor deve possuir de modo a exercer convenientemente a sua prática docente. Como exemplos podemos citar as discussões propostas por Ball, Thames e Phelps (2008), Godino (2009), Pino-Fan, Assis e Castro (2015), Pino-Fan e Godino (2015) Shulman (1986, 1987) e Garcia (1999), entre outros pesquisadores.

Os estudos produzidos por Shulman (1986, 1987) destacaram-se como os pioneiros no âmbito das pesquisas sobre o conhecimento profissional docente. Suas investigações, realizadas durante a década de 1980, nos Estados Unidos, influenciaram sobremaneira as pesquisas sobre a formação de professores, e uma parte significativa das conceitualizações do conhecimento profissional docente tem por base os seus trabalhos. Suas investigações tiveram forte impacto no ensino e nas políticas públicas, que acabaram por ser orientadas pelos seus resultados nas décadas posteriores, assim como culminaram em reformas de programas e de currículos de formação de professores em diferentes partes do mundo.

Impulsionados pelos trabalhos desse autor, muitos outros pesquisadores enveredaram por investigações acerca dessa área, como, Ball (1991, 2000, 2003), Godino (2009), Pino-Fan e Godino (2015), Ma (1999) e Serrazina (1999, 2012), apenas para citar alguns renomados pesquisadores que têm priorizado discussões nessa área.

Em nossa pesquisa, como destacamos na descrição dos objetivos deste estudo, uma questão norteadora de nossa investigação reside em nosso interesse em verificar quais reflexões acerca do modelo do Conhecimento Didático-Matemático emergem em uma formação continuada desenvolvida em um ambiente da Modelagem para professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental I.

Corroboramos a afirmativa de Guimarães (1999) quando ele ressalta que as investigações que buscam discutir aspectos do conhecimento dos professores

necessitam conhecer as origens e o conteúdo deste conhecimento, como forma de compreender os sentidos que o caracterizam, bem como as relações existentes entre eles. Por concordarmos com esse pensamento, entendemos ser importante destacar o ponto de vista dos autores que adotamos e que embasam nossas ideias acerca dos conhecimentos do professor para ensinar matemática, com vista a melhor evidenciar o enquadramento teórico que utilizamos para as nossas análises.

Dessa maneira, destacamos que descreveremos, ao longo desse capítulo, as discussões propostas por Ball e seus colaboradores, acerca do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT¹¹), bem como as discussões apresentadas por Godino (2009), Pino-Fan e Godino (2015) e Pino-Fan, Assis e Castro (2015) sobre o Modelo do Conhecimento Didático-Matemático. Reiteramos que a escolha pelo aprofundamento nas discussões realizadas por esses autores se justifica por nossa escolha em utilizar, para nossas análises, seus ensaios e construções teóricas realizadas nos últimos anos.

2.4.1 Conhecimento Matemático para o Ensino

Debora Ball e seus colaboradores realizam estudos na Universidade de Michigan, nos Estados Unidos, e ao longo dos últimos anos têm apresentado diversos projetos no âmbito da Educação e da Educação Matemática. Estudos produzidos ao longo das últimas décadas, como Ball (1991, 2000, 2003), Ball, Hill e Bass (2005), Ball, Thames e Phelps (2008) e Ball, Hill e Shilling (2008), debruçaram-se sobre o referencial teórico de Shulman (1986, 1987), e a partir da sistematização dos estudos que passaram a desenvolver, apresentaram a noção de Conhecimento Matemático para o Ensino.

Seus projetos estão alinhados a uma preocupação com a formação dos professores americanos, visando a melhoria da aprendizagem matemática dos alunos, e seus estudos têm sido utilizados por diversos pesquisadores ao redor do mundo, como é o caso das pesquisas produzidas por Ma (1999), Ribeiro (2012), Serrazina (2012) e Mizukami (2004).

¹¹ Do inglês MKT (Mathematical Knowledge for Teaching).

Ball, Thames e Phelps (2008) destacam, em suas discussões sobre o Conhecimento Matemático para o Ensino, que a definição que eles adotam para esse modelo começa com o ensino, e não com os professores. Desta forma, este conhecimento trata das tarefas envolvidas no ensino e as exigências matemáticas destas tarefas, pois, segundo eles, o ensino envolve mostrar aos alunos como resolver problemas, responder às perguntas dos alunos, bem como a análise dos trabalhos realizados por eles. Baseados nos trabalhos desses autores, estamos assumindo, por “ensino”, todas as ações e relações que os professores monopolizam para contribuir com a formação de seus alunos.

Esse conhecimento é caracterizado, numa visão geral, como sendo um tipo de conhecimento profissional de matemática diferente daquele que é exigido por outras profissões que também se utilizam da matemática de forma intensiva, como, por exemplo, a Engenharia, a Física ou a Economia, entre outras. De forma especial, para nossa investigação, priorizamos nossas discussões em relação a dois subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino proposto por estes autores, quais sejam: (i) o Conhecimento do Conteúdo e do seu Ensino, caracterizado por ser um subdomínio do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, proposto por esse modelo e (ii) o conhecimento especializado do conteúdo, sendo este um subdomínio do Conhecimento Específico do Conteúdo. Ao longo deste capítulo, explicitaremos nossas justificativas pela escolha destes dois elementos.

O debate em torno do conhecimento matemático para o ensino tem se intensificado nos últimos anos dentro da área de Formação de Professores, tanto nacionalmente quanto internacionalmente. Estudos como os propostos por Ball e Bass (2003), Ball, Thames e Phelps (2008), Ball, Hill e Bass (2005), Ribeiro (2012), Mizukami (1999, 2012) e Corbo (2012), entre outros, têm apresentado discussões que envolvem a extensão e a natureza desse conceito, evidenciando uma preocupação em discutir quais são os domínios do conhecimento matemático necessário para o ensino que efetivamente contribuam com a aprendizagem dos alunos.

Para Ball e Bass (2003), a compreensão desses domínios requer que o professor seja capaz, por exemplo, de realizar tarefas como¹²:

- realizar explicações matematicamente coerentes e que sejam compreensíveis e úteis para os alunos;
- usar definições matematicamente adequadas e compreensíveis, sendo capaz de perceber o que é essencial numa definição;
- representar ideias matemáticas de diferentes formas, com cuidado, por meio de operações ou processos e fazendo uso da correspondência entre as representações concretas, icônicas e simbólicas;
- interpretar e fazer juízos matemáticos e pedagógicos sobre as questões dos alunos, suas soluções, seus problemas e suas ideias (quer os mais previsíveis, quer os não previsíveis);
- ser capaz de responder às questões e curiosidades matemáticas dos seus alunos e propor problemas que sejam produtivos para a aprendizagem matemática deles, de modo que eles progridam na sua aprendizagem matemática;
- avaliar a compreensão matemática dos alunos e tomar decisões sobre como avançar e apresentar os próximos passos;
- avaliar a qualidade matemática dos materiais de ensino disponíveis e modificá-los, quando assim julgar necessário.

Os autores ressaltam que essas tarefas evidenciam um olhar para o ensino como um trabalho matemático que requer o domínio de um conhecimento matemático para o ensino que possui características essenciais *da e sobre* a matemática, para poder ensiná-la. Como argumentos para a necessidade de o professor possuir este domínio, os autores apresentam as seguintes discussões:

- (i) eles utilizam a ideia de que o conhecimento matemático para o ensino precisa ser descompactado, sendo esta uma característica que difere o conhecimento matemático do conhecimento matemático para o ensino. Para os autores, o

¹² As tarefas descritas são traduções nossas do original em inglês: design mathematically accurate explanations that are comprehensible and useful for students; use mathematically appropriate and comprehensible definitions; represent ideas carefully, mapping between a physical or graphical model, the symbolic notation, and the operation or process; interpret and make mathematical and pedagogical judgments about students' questions, solutions, problems, and insights (both predictable and unusual); be able to pose good mathematical questions and problems that are productive for students' learning; assess students' mathematics learning and take next steps.

conhecimento matemático para o ensino deve ser o conhecimento matemático necessário para realizar o trabalho do ensino de matemática.

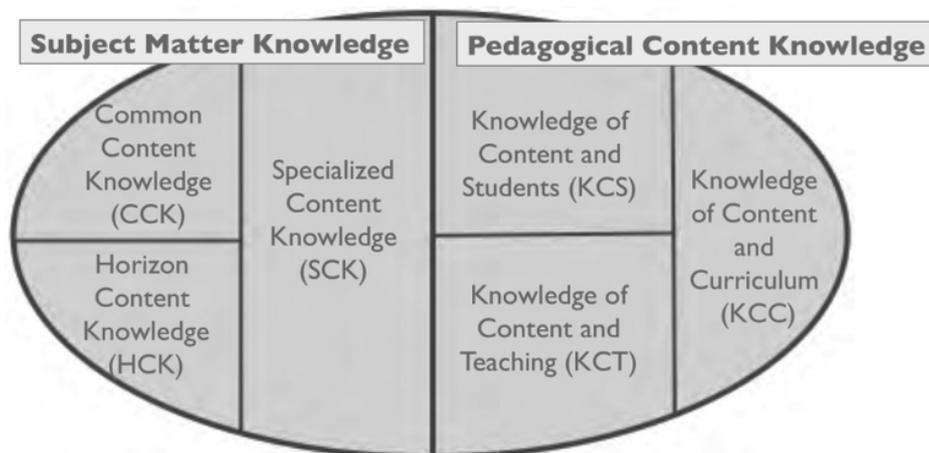
- (ii) da mesma forma, eles ressaltam que a capacidade que a matemática tem de compactar a informação em formas abstratas e utilizáveis, por exemplo, quando as ideias são representadas por notações simbólicas, também é uma importante característica desse conhecimento, pois esta compactação contribui para que a estrutura da ideia se torne evidente, e novas ideias e ações sejam possíveis devido à simplificação proporcionada pela compactação e abstração;
- (iii) outra importante característica desse conhecimento se refere à sua capacidade de realizar conexão entre os conteúdos, tanto no que remete aos domínios matemáticos em um determinado nível, como à conexão entre os conteúdos ao longo dos níveis de ensino. O ato de ensinar exige que os professores ajudem os alunos a conectarem as ideias e conceitos matemáticos que estão aprendendo, assim como realizar a conexão entre as diferentes áreas da matemática, como a geometria e a aritmética, por exemplo;
- (iv) ensinar matemática também exige que os professores antecipem como as ideias matemáticas se desenvolvem e são ampliadas; os professores precisam olhar para seus alunos e para o conhecimento horizontal¹³ do conteúdo que está sendo apresentado e discutido;
- (v) os professores precisam conhecer e utilizar termos matemáticos com habilidade, o que implica a necessidade de uma fluência com a linguagem matemática, além de possuir familiaridade com um discurso que permita um trabalho matemático cuidadoso com os alunos, de forma que não gere concepções errôneas ou erros durante o ensino;
- (vi) os alunos, por sua vez, precisam de definições que sejam possíveis de serem compreendidas por eles, que sejam úteis para seu conhecimento e que sejam articuladas com os termos e ideias matemáticas que eles já compreendam.

¹³ Explicitaremos o significado do conhecimento horizontal para o ensino mais adiante, quando descrevermos os subdomínios do MKT.

Para além desses argumentos, Ball, Hill e Bass (2005) destacam que as atividades habituais do professor, como planejar as atividades, avaliar o trabalho dos estudantes, atribuir nota às avaliações, explicar o trabalho de classe para os pais, tratar das questões de equidade na sala de aula, lidar com o diretor e o coordenador, que também possuem suas concepções sobre o currículo de matemática, entre outras, envolvem, invariavelmente, o conhecimento de ideias matemáticas, habilidades do raciocínio matemático e sua comunicação e competência com exemplos e analogias, que evidenciam, sobremaneira, um olhar para o ensino como um trabalho matemático.

A Figura 1¹⁴, a seguir, é apresentada pelos autores para mostrar o modelo proposto dos Domínios para o Conhecimento Matemático para o Ensino, no qual cada uma das seis divisões da figura é discutida como um subdomínio deste conhecimento. Ressaltamos que, quando os autores se referem ao Conhecimento Matemático para o Ensino, eles enfatizam que este deve ser o conhecimento matemático necessário para realizar o trabalho do ensino de matemática.

Figura 1¹⁵ – Domínios para o Conhecimento Matemático para o Ensino.



Fonte: Ball, Thames e Phelps (2008, p. 403).

Esta figura apresenta a correspondência entre o mapa dos subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino, proposto pelos autores, e duas das

¹⁴ Modelo do mapa dos Domínios para o Conhecimento Matemático para o Ensino. Fonte: Ball, Thames e Phelps (2008). Tradução nossa.

¹⁵ Este esquema representa a composição original proposta pelos autores.

categorias apresentadas nos trabalhos iniciais de Shulman (1986), quais sejam: o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo. Nesse desenho do mapa, elaborado pelos autores, uma terceira categoria apresentada por Shulman (1986), chamada de conhecimento do currículo, surge como um subdomínio do conhecimento pedagógico do conteúdo.

Os autores ressaltam, entretanto, que esse quadro não se apresenta de forma definitiva, já que as discussões a respeito desses domínios estão sempre em construção. Os autores incluíram, ainda, também provisoriamente, um terceiro subdomínio dentro da categoria do conhecimento do conteúdo, que eles chamaram de conhecimento horizontal do conteúdo. Para um melhor entendimento e descrição do mapa do Conhecimento Matemático para o Ensino, apresentado neste modelo, chamamos a atenção para as seguintes características:

(i) o lado esquerdo da figura recebe o nome de Conhecimento Específico do Conteúdo¹⁶, e é subdividido nos seguintes subdomínios:

- o Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK¹⁷), que, em linhas gerais, pode ser descrito como o conhecimento que é usado no desenvolvimento do trabalho de ensino, de maneira comum a como ele é usado em outras profissões ou ocupações que também usam a matemática. Por exemplo, realizar um cálculo comum do dia a dia, ou, mais geralmente, resolver corretamente problemas matemáticos. Por “comum”, porém, não se entende sugerir que todos tenham esse conhecimento, mas sim indicar que esse é um tipo de conhecimento usado em uma grande variedade de cenários, ou seja, não é único para o ensino;
- o Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK¹⁸) se refere ao conhecimento matemático e à habilidade única para o ensino, que permite aos professores dedicarem-se às tarefas especificamente de ensino, incluindo, por exemplo, discussões sobre como representar as ideias matemáticas envolvidas em uma determinada situação, fornecer explicações matemáticas por meio de regras e procedimentos específicos da matemática, bem como analisar e

¹⁶ Do inglês Subject Matter Knowledge.

¹⁷ Do inglês Common Content Knowledge.

¹⁸ Do inglês Specialized Content Knowledge.

compreender estratégias de soluções incomuns para determinados problemas, ou seja, não é um conhecimento matemático tipicamente necessário para outros propósitos que não os de ensino (BALL; HILL; BASS, 2005);

- além desses dois subdomínios, os autores apresentam a ideia do Conhecimento Horizontal do Conteúdo¹⁹. Este conhecimento é apresentado como sendo aquele que está relacionado com a consciência de como os conteúdos matemáticos estão relacionados sobre a extensão da matemática incluída no currículo escolar, ou seja, a necessidade de se saber como a matemática que os professores ensinam em um determinado ano está relacionada com a matemática que os alunos aprenderão em anos posteriores, de forma a permitir e contribuir para estabelecerem a fundamentação matemática necessária para aquilo que virá depois. Os autores ressaltam que ter esse tipo de conhecimento horizontal do conteúdo pode ajudar na tomada de decisões sobre como abordar e desenvolver os conteúdos matemáticos com os alunos, além de ser importante para se avaliar o quanto as escolhas do professor podem antecipar ou mesmo distorcer o desenvolvimento de um conteúdo posterior.

(ii) o lado direito da figura apresenta os elementos associados ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, e é subdividido nos seguintes subdomínios:

- o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS²⁰), que é o conhecimento que combina o conhecimento sobre os estudantes e sobre a matemática, ou seja, que se refere ao conhecimento sobre como os alunos pensam, conhecem ou apreendem este conteúdo. É o conhecimento de matemática necessário para a tarefa de ensinar e que inclui a compreensão dos erros e dificuldades comuns apresentadas pelos alunos e as suas concepções errôneas. Isto exige uma compreensão mais aprofundada dos conceitos matemáticos, haja vista a necessidade de ser capaz de explicar aos alunos o significado dos conteúdos. Por exemplo, os professores devem antecipar o que os alunos provavelmente irão pensar e o que eles poderão achar confuso em uma determinada atividade. Outra situação que pode ilustrar esse conhecimento é quando o professor escolhe um exemplo para uma

¹⁹ Do inglês Horizon Content Knowledge.

²⁰ Do inglês Knowledge of Content and Students.

determinada atividade. Nesse caso, ele precisa antever o que os alunos acharão de interessante e motivador na proposta, para que seus objetivos sejam atingidos, sendo, ainda, importante, nessas tarefas, que o professor identifique as concepções do aluno sobre o conteúdo matemático trabalhado;

- o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT²¹), que resulta da combinação do conhecimento do conteúdo matemático com o conhecimento do ensino deste conteúdo. Muitas das tarefas matemáticas de ensino requerem um conhecimento matemático do projeto de ensino. Os professores, normalmente, ordenam o conteúdo específico a ser ensinado, escolhendo com quais exemplos devem começar e que exemplos usar para aprofundar o conteúdo trabalhado com os alunos, analisando as vantagens e desvantagens instrucionais das representações usadas para ensinar uma ideia específica, identificando quais os diferentes métodos e procedimentos que proporcionam melhores condições para a aprendizagem. Cada uma dessas tarefas requer uma interação entre o entendimento específico matemático e o entendimento dos assuntos pedagógicos que afetam o aprendizado do aluno. Inclui, ainda, saber construir, a partir do raciocínio dos alunos e das estratégias por eles usadas, processos pertinentes para tratar e corrigir os seus erros e concepções errôneas;
- além desses dois subdomínios, os autores apresentam a ideia do Conhecimento do Conteúdo e do Currículo²², que é entendido como o conhecimento das diretrizes curriculares, orientações, fins e motivações das mesmas, materiais curriculares e sequencialização dos temas nos diferentes níveis escolares.

As indicações feitas por esses autores foram determinantes para que nos utilizássemos desse referencial teórico para examinar as ações das professoras durante os encontros de formação, concentrando-nos em investigar as formas como o Conhecimento Especializado do Conteúdo e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino emergiram no interior do ambiente de Modelagem. Exploramos, deste modo, o ambiente de Modelagem como uma possibilidade de nos oferecer condições para compreender, com maiores detalhes, e por meio de novos caminhos, quais elementos do conteúdo matemático e da prática foram apresentados pelas professoras, ou deveriam ter sido.

²¹ Do inglês Knowledge of Content and Teaching.

²² Do inglês Knowledge of Content and Curriculum.

Nessa perspectiva, podemos afirmar que nosso interesse em investigar esses dois subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino, propostos pelo modelo teórico apresentado por Ball, Hill e Bass (2005), também se justifica pela nossa intenção em examinar como e aonde alguns problemas matemáticos surgem durante o ensino, bem como investigar como e quais elementos do conteúdo matemático e da prática são mobilizados pelas professoras, ou mesmo deveriam ser mobilizados, quando elas escolhem seus caminhos para ensinar. Dentre os elementos que buscamos compreender, por exemplo, destacamos a importância de discutir suas crenças e concepções acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Como explicitaremos no decorrer deste capítulo, para se analisar e discutir esses subdomínios, utilizamos algumas das categorias de análise propostas pelo modelo do Conhecimento Didático-Matemático, o qual descreveremos ao longo desse capítulo.

Para melhor compreensão desses dois subdomínios propostos pelo modelo teórico apresentado por Ball, Hill e Bass (2005), passamos a descrevê-los com maior aprofundamento.

2.4.1.1 Conhecimento Especializado do Conteúdo

A partir da descrição que apresentamos dos subdomínios discutidos pelos autores, podemos pensar na seguinte situação, a título de ilustração e diferenciação entre uma situação que envolve o Conhecimento Comum do Conteúdo e o Conhecimento Especializado do Conteúdo: ao se reconhecer uma resposta errada a um determinado cálculo, essa capacidade de identificar o erro pode ser vista como um conhecimento comum do conteúdo, enquanto classificar a natureza do erro, especialmente um erro desconhecido, requer geralmente agilidade no pensamento sobre números, atenção a padrões e flexibilidade de pensamento sobre determinados significados, de modo que essa situação seja característica do Conhecimento Especializado do Conteúdo.

Para Ball (2003), os professores precisam saber justificar, analisar erros, generalizar e propor definições. Para isso, é necessário que eles tenham conhecimento de ideias e procedimentos, além de possuir habilidades para representá-los e explicá-los de forma adequada para os alunos. Ball, Hill e Bass (2005) utilizam uma situação

simples, e que pode ser vista como uma característica do Conhecimento Especializado do Conteúdo, ao apresentarem uma operação de multiplicação de números inteiros. Para os autores, um aspecto desse conhecimento está em ser capaz de usar um algoritmo confiável para calcular uma resposta. O problema de multiplicação apresentado por eles é o seguinte: 33×25 .

Os autores ressaltam que a maioria das pessoas deve se lembrar de como realizar os passos do procedimento, ou dos algoritmos que aprenderam, e que resulta no seguinte: $35 \times 25 = 875$

O que esses autores destacam, entretanto, é que ser capaz de realizar uma operação de multiplicação, corretamente, é um conhecimento essencial para ensinar multiplicação aos alunos, mas não suficiente. Este conhecimento é classificado pelos autores como sendo um conhecimento comum do conteúdo, ou seja, um profissional de outra área qualquer pode ser capaz de resolver este problema.

É significativo compreendermos, por meio desse exemplo, que a capacidade de um professor em resolver um problema matemático de multiplicação não é suficiente para resolver o problema matemático de ensinar esse conteúdo matemático, pois os professores precisam saber explicar, escutar, e examinar o trabalho que foi realizado pelos alunos, analisando métodos alternativos de solução, examinando a sua estrutura e os princípios matemáticos envolvidos, bem como julgar se eles podem ou não ser generalizados.

É por meio dessa argumentação que Ball, Hill e Bass (2005) sugerem que os professores, ao procurarem padrões nos erros dos alunos, ou ao classificarem se uma abordagem não padronizada do ensino funcionaria, em geral precisam realizar um tipo de trabalho matemático que outros profissionais não fazem, ou seja, envolve um tipo de trabalho com a matemática que não é necessário em situações a não ser de ensino.

Esses autores argumentam que, invariavelmente, nas salas de aula de matemática, os alunos fazem questionamentos do tipo “*por que funciona ‘adicionar o zero’ para multiplicar um número por dez?*” ou “*por que ‘movemos o ponto decimal’*”

quando multiplicamos decimais por dez?”, “esses procedimentos de resolução são diferentes ou são aspectos diferentes do mesmo procedimento?”. Para os autores, profissionais de outras áreas podem evitar lidar com estas discussões matemáticas, mas os professores estão em uma posição única de precisar, profissionalmente, examinar, minuciosamente, interpretar, corrigir, e estender esse conhecimento.

Esses exemplos indicam-nos que muitas das tarefas diárias de ensino são características para esse trabalho especial que precisa ser realizado pelos professores, e cada uma destas tarefas é algo que os professores devem fazer habitualmente. Entretanto, como esta discussão ressalta, a realização destas tarefas exige entendimento e raciocínio matemáticos próprios do ensino, que caracterizam o conhecimento especializado do conteúdo, ou seja, as exigências matemáticas de ensino requerem o conhecimento especializado de matemática, não necessário em outras situações

Mizukami (2004) também ressalta a importância desse tipo de conhecimento para a prática da docência, e suas ideias corroboram as discussões de Ball, Hill e Bass (2005), no sentido de que, embora esse conhecimento seja necessário e relevante para a prática docente, o seu domínio, por si só, não garante que o mesmo seja ensinado e aprendido com sucesso, ou seja, esse conhecimento é necessário, mas não suficiente.

A necessidade do conhecimento especializado do conteúdo que o professor ensina, ou irá ensinar, também é destacada por Garcia (1999). Para este autor,

O conhecimento que os professores possuem do conteúdo a ensinar também influencia o que e como ensinam. Por outro lado, a falta de conhecimentos do professor pode afetar o nível de discurso na classe, assim como o tipo de perguntas que os professores formulam [...], e o modo como os professores criticam e utilizam livros de texto [...] (GARCIA, 1999, p. 87).

Em particular, quando nos referimos aos professores que ensinam matemática nos anos iniciais, também podemos nos reportar aos trabalhos realizados por Serrazina (1999). Para esta autora,

o conhecimento da disciplina envolve, nomeadamente, os conceitos, os algoritmos das operações, as conexões entre os diferentes procedimentos, os diferentes conjuntos numéricos e a compreensão dos diferentes tipos de erros que os alunos fazem (SERRAZINA, 1999, p. 140).

Compreendemos que esses autores corroboram as discussões propostas por Ball, Hill e Bass (2005), quando discutem a importância e a necessidade do domínio do conhecimento especializado do conteúdo para a prática docente. Entretanto, cabe-nos ressaltar a ênfase dada por Ball e seus colaboradores ao se referirem a este conhecimento, uma vez que Ball (1990) destaca que, ao fazerem tal referência, especificamente à matemática, eles remetem ao “conhecimento sobre a matemática”, ao invés de “conhecimento de matemática”. Na visão desta autora, esse olhar permite destacar a natureza do conhecimento na disciplina, ou seja, de onde vem, como ela muda e como ela é estabelecida.

2.4.1.2 Conhecimento do Conteúdo e do Ensino

O segundo subdomínio do Conhecimento Matemático para o Ensino que nos propomos a discutir ao longo deste trabalho se refere ao Conhecimento do Conteúdo e de Ensino. Este conhecimento deve possibilitar ao professor refletir, por exemplo, sobre questões do tipo: *(i) Essa atividade é importante para meus alunos?; (ii) Quais padrões e nuances essa atividade levaria meus alunos a compreender?; (iii) Essa atividade vale a pena em termos do que os alunos podem aprender com ela?; (iv) Essa atividade possui uma única solução ou mais de uma? E como as soluções podem ser encontradas?; (v) Qual é o potencial matemático da atividade?; (vi) Que benefício traria o uso dessa atividade aos alunos?* Estas questões podem ser vistas como norteadoras para que o professor possa decidir o quanto uma determinada atividade pode ser interessante e importante para o aluno, bem como para que ele possa avaliar o grau de dificuldade da atividade (BALL, 2000).

Ball e Bass (2003) salientam que o exemplo desses questionamentos para a preparação e a análise de uma única atividade matemática revela o quanto as tarefas essenciais de ensino envolvem um raciocínio matemático significativo no contexto da prática, ainda mais quando sabemos que essa análise representa apenas uma fração do trabalho que um professor precisa fazer para tornar produtivo o uso desse problema com os alunos.

Estes autores sublinham que

ensinar exige, então, um tipo especial de sensibilidade para a necessidade de precisão em matemática. Precisão exige que a linguagem e as ideias sejam meticulosamente especificadas para a resolução de problemas matemáticos, de forma que não sejam desnecessariamente dificultadas por ambiguidades do significado e da interpretação. Mas, a necessidade de precisão é relativa e depende do contexto e do uso (BALL; BASS, 2003, p. 8) [tradução nossa].

Ball, Hill e Bass (2005) ressaltam, também, que assumir que a qualidade do ensino de matemática depende do conhecimento do conteúdo e de ensino, pelos professores, não deveria nos causar surpresa. Da mesma forma, os autores ressaltam que não é surpresa que pareça faltar a muitos professores a compreensão e competência matemática, em particular nos Estados Unidos, onde a autora e sua equipe realizaram seus estudos. Para eles, essa constatação já era esperada, pois a maioria dos professores, assim como a maioria dos adultos nos Estados Unidos, foi formada no mesmo sistema educacional que agora se busca melhorar.

Os autores ressaltam que há uma sensação de um grande fracasso em alcançar padrões aceitáveis de competência matemática com a maioria dos estudantes; e esses estudantes tornam-se a próxima geração de adultos, e alguns deles tornam-se professores.

A descrição dessa situação também não é diferente, se considerarmos a população brasileira. Estudos como os realizados por Curi (2005) e por Stefano e Godoy (2012) também discutem questões relativas às habilidades e competências matemáticas de alunos e professores dos anos iniciais, e suas conclusões demonstram que esse quadro também é muito desfavorável aqui no Brasil.

Essas constatações acabam por trazer algumas sugestões para tentar melhorar esse quadro. Uma solução, frequentemente proposta, é exigir que os professores estudem mais conteúdos matemáticos; outra solução proposta é exigir uma educação curricular adicional para os professores, ou até mesmo estipular uma graduação na área em que ele irá ensinar, caso ainda não possua, ou mesmo a proposição de uma formação com uma abordagem baseada mais na prática, preparando os professores na matemática que eles usarão em seu trabalho.

No cerne dessas propostas, podemos dizer que reside uma preocupação sobre a extensão e a natureza do conhecimento matemático necessário para o ensino. Ball, Hill e Bass (2005) ressaltam que poucos estudos têm apontado qual deve ser o “currículo” matemático apropriado para a formação do professor, de forma que ele possa fornecer, aos professores, a matemática apropriada para que possam contribuir com a aprendizagem dos alunos.

No contexto dessa discussão é que os autores apresentam o quadro baseado na prática do que eles chamam de Conhecimento Matemático para o Ensino, o qual descrevemos anteriormente. Assim, este conhecimento é visto pelos autores como um tipo de conhecimento profissional de matemática, e diferente daquele exigido por outras ocupações que também se utilizam da matemática de forma muito habitual, como, por exemplo, as Engenharias, a Física, a Contabilidade, entre outras, conforme já exemplificamos. Podemos dizer que este conhecimento só é apreendido por meio da formação inicial ou continuada dos professores, pois esses são os espaços onde as discussões acerca desse conhecimento podem ser realizadas.

Segundo esses autores, uma dificuldade fundamental no aprendizado dos professores para ensinar, apesar de sua centralidade, está no conhecimento do conteúdo matemático, que não é algo que a formação do professor, na maior parte das vezes, fornece de forma eficiente. Sendo assim, embora alguns professores tenham importantes entendimentos do conteúdo matemático, frequentemente não o sabem de forma que os ajude a escutar os alunos, escolher boas atividades, ou auxiliar os alunos a aprender.

Ao não se conseguir fazer isso, de certa forma, os esforços para preparar professores de alta qualidade e que possam alcançar os alunos, ensinar em cenários multiculturais, e trabalhar em ambientes que dificultam o ensino e o aprendizado, tornam-se esvaziados. Em sua tese de doutorado, Ball (1991) desenvolveu algumas questões para entrevistar um grupo de professores e futuros professores. Como resultados, a autora observou que, por um lado, os professores revelaram as suas deficiências em relação ao conhecimento do conteúdo matemático que era importante para o ensino e, por outro, revelaram o quanto ainda havia para entender sobre os conhecimentos apresentados pelo grupo.

Para a autora, ao se tentar responder a interrogações do tipo “o que o ensino eficiente exige em termos do entendimento do conteúdo?”, coloca-se uma ênfase no uso do conhecimento ‘em’ e ‘para’ o ensino, ao invés de nos próprios professores.

Essa interpretação nos remete a compreender que o grupo de pesquisa liderado por Ball escolheu uma abordagem para sua investigação que é caracterizada por priorizar seus trabalhos começando com a prática profissional dos professores, buscando determinar e compreender o que ‘mais’ os professores precisam saber sobre um determinado conteúdo, além do que irão ensinar, e ‘como’ e ‘onde’ eles podem usar esse conhecimento matemático na prática.

Assim, dentre outros elementos, Ball e sua equipe ressaltam a importância de que os professores (i) conheçam o material que eles utilizam para ensinar; (ii) reconheçam quando os seus alunos dão respostas erradas ou quando os livros didáticos dão definições errôneas; (iii) reconheçam a importância de, quando escreverem na lousa, utilizarem termos e notações corretamente.

As discussões observadas por meio da apresentação desses dois subdomínios nos remetem à afirmativa de Ball (2000) quando a autora ressalta a necessidade de se criar oportunidades para que os professores aprendam o conteúdo matemático que permita a eles não somente saber o conteúdo, mas ter a oportunidade de aprender a usar o que eles sabem em uma variedade de contextos da prática. Assim, a autora ressalta que compreender o que os professores precisam saber, como eles têm que saber, e ajudá-los a aprender a usá-lo, por serem os fatores que embasam o problema da preparação do conteúdo dos professores na prática, poderia ajudar a preencher as lacunas que por vezes barram o avanço na formação do professor.

Para Ball (2000), os professores precisam conhecer os conceitos, os procedimentos, as estruturas e os significados de base destas estruturas e destes procedimentos, conhecendo a resolução de problemas e o discurso matemático, além de ser importante ter clareza de como utilizar um algoritmo e compreender por que o seu uso faz sentido, do ponto de vista da matemática. Estas indicações propostas por essa autora revelam a necessidade de um ensino que não seja caracterizado pela fragmentação da apresentação de conhecimentos.

Nos estudos realizados por Ball, Hill e Bass (2005), os autores discorrem sobre uma fragmentação peculiar que eles têm observado em relação aos compromissos e preocupações dos professores com a diversidade de estratégias de ensino, pois esta diversidade frequentemente tem sido vista como uma tensão pelos professores para a preparação do conteúdo a ser ensinado, geralmente ocasionada pela pouca habilidade que eles demonstram ter para lidar com ela.

Para além da preocupação destes autores sobre essa fragmentação, eles retomam a discussão sobre a importância de o professor ter o domínio do conhecimento do conteúdo e do ensino. Para esses autores, o domínio deste conhecimento contribui para que o professor desempenhe, de forma mais significativa, a sua prática docente. Como exemplos, eles evidenciam os seguintes pontos como significativos para que o professor tenha o domínio deste conhecimento:

- o entendimento do conteúdo é essencial para escutar, de forma flexível, os alunos, buscando compreender o que eles estão dizendo;
- conhecer o conteúdo é, também, essencial para que se possa ser criativo ao se oferecer oportunidades que contribuam com a aprendizagem e que levem em conta as experiências, os interesses e as necessidades dos alunos;
- para lidar, eficazmente, com os recursos e os desafios de uma sala de aula, é necessário um tipo de responsabilidade com o conteúdo a ser ensinado, sem o qual os esforços para sermos suscetíveis à aprendizagem dos alunos podem distorcer as oportunidades deles para aprender;
- a criatividade envolvida em planejar o ensino, de modo que esteja atenta às diferenças dos alunos, requer uma competência substancial com o material.

Quando refletimos sobre esses pontos que foram elencados pelos autores, um problema que pode ser observado, quando o professor não possui esse domínio, é que a conceitualização e a organização do aprendizado docente tendem a fragmentar a prática, e com isso o professor passa a ter o desafio de integrar o conhecimento do conteúdo e de seu ensino, de forma solitária, nos contextos de seu trabalho.

É fato que todo professor necessita ter um bom domínio dos conteúdos que deve ensinar, para que possa compreender o processo de construção dos conhecimentos de seus alunos, e contribuindo para que apresentem situações didáticas que favoreçam estas construções. Os estudos produzidos por Ball (1990, 2004) ressaltam o fato de que o sucesso dos alunos em sala de aula não resulta, simplesmente, do conhecimento especializado que o professor tem de matemática. Ele resulta, também, da habilidade que este professor possui para estabelecer articulações entre este conhecimento e o conhecimento que ele tem dos seus alunos, considerando os processos de aprendizagem deles.

2.4.2 Conhecimento Didático-Matemático

O modelo do Conhecimento Didático-Matemático (CDM) é caracterizado por um sistema de categorias que é utilizado para analisar o conhecimento do professor de matemática. Esse sistema de categorias é referenciado por Godino (2009) como sendo um conjunto de conhecimentos que o professor deve conhecer, compreender, saber aplicar e avaliar. Esse modelo foi proposto por Godino (2009), que buscou elementos em outros modelos que visam dar suporte para investigar e caracterizar o conhecimento do professor de matemática, como por exemplo o modelo do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK²³) de Shulman (1986, 1987) e o modelo do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT²⁴) de Ball e seus colaboradores (BALL, THAMES E PHELPS, 2008; HILL, BALL E SCHILLING, 2008), entre outros.

Godino (2009) reconhece os avanços que os trabalhos, como os citados acima, produziram para a caracterização das complexas estruturas que se propõem a investigar o conhecimento que os professores precisam ter para a sua prática de sala de aula.

Entretanto, esse autor ressalta que

os modelos de Conhecimento Matemático para o Ensino criado a partir da pesquisa em Educação Matemática, incluem categorias que são demasiadamente globais e desarticuladas, de modo que seria útil ter modelos que permitissem uma análise mais detalhada de cada um dos tipos de

²³ Do inglês Pedagogical Content Knowledge.

²⁴ Do inglês Mathematical Knowledge Teaching.

conhecimentos que podem ser utilizados para um ensino eficaz da matemática. Além disso, permitiria orientar a concepção de ações de formação e a elaboração de instrumentos de avaliação de conhecimentos dos professores (GODINO, 2009, p. 19) [tradução nossa].

Com esse entendimento sobre os modelos que vinham sendo utilizados para caracterizar o conhecimento do professor de matemática, aliado ao seu interesse nas investigações acerca dos conhecimentos didático-matemáticos dos professores, esse autor propôs o modelo do CDM, o qual é utilizado para interpretar e caracterizar o conhecimento do professor a partir de três dimensões, a saber: a Dimensão Matemática; a Dimensão Didática; e a Dimensão Meta Didática-Matemática. De forma mais pontual, descreveremos as categorias relacionadas a Dimensão Matemática e a Dimensão Didática do CDM, uma vez que algumas dessas categorias serão referenciadas por nós durante o processo de análise dos encontros de formação.

2.4.2.1 Dimensão Matemática

2.4.2.1.1 Categoria do Conhecimento Comum do Conteúdo

Essa categoria refere-se ao conhecimento de um objeto matemático específico e que se apresenta como suficiente para resolver os problemas ou atividades matemáticas que são propostas, e que comumente podem ser encontrados no currículo de matemática da escola, bem como nos próprios livros didáticos.

2.4.2.1.2 Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo

A Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo refere-se aos conhecimentos que o professor precisa ter a respeito das conteúdos matemáticos e de como eles estão relacionados, por exemplo com o currículo do próximo nível de ensino, ou seja, essa categoria discute a necessidade do professor saber como os conteúdos matemáticos que ele ensina em um determinado ano está relacionado com os conteúdos matemáticos que seu aluno irá aprender em anos posteriores.

A compreensão do conhecimento relacionado à essa categoria contribui para que o professor tenha, inclusive, melhor fundamentação matemática para sugerir e aplicar novos desafios matemáticos em sala de aula, por meio da relação de um determinado objeto matemático com outras noções matemáticas, contribuindo para

que os alunos observem o estudo de conteúdos matemáticos que são subsequentes aos conteúdos que estão estudando naquele momento. (PINO-FAN; GODINO, 2015).

2.4.2.2 Dimensão Didática

2.4.2.2.1 Categoria Epistêmica

A Categoria Epistêmica é referenciada por Pino-Fan e Godino (2015) como sendo a que se ocupa do conhecimento especializado da Dimensão Matemática. Nesse sentido, ela propõe um conhecimento que vai além daqueles que são discutidos tanto pela Categoria do Conhecimento Comum do Conteúdo quanto pela Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo.

Esses autores destacam que essa categoria envolve o conhecimento matemático que o professor necessita ter para o ensino. Nesse sentido, o professor deve ser capaz, por exemplo,

de mobilizar várias representações de um objeto matemático para resolver uma tarefa por meio de procedimentos diferentes; para relacionar objetos matemáticos com outros objetos matemáticos ensinados em um determinado nível de ensino ou de níveis anteriores ou futuros; de compreender e mobilizar a diversidade de significados parciais para um único objeto matemático (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 99) [tradução nossa].

Podemos observar que o conhecimento relacionado a essa categoria deve possibilitar ao professor fazer escolhas de modelos ou exemplos úteis, bem como fazer analogias com o que está sendo discutido. Para os autores, realizar estas atividades requer percepção e entendimento matemáticos adicionais, que vão além de apenas conhecer o conteúdo que irão ensinar, o que implica que eles precisam ter um conhecimento especializado do conteúdo para poder ensinar.

2.4.2.2.2 Categoria Afetiva

Esta categoria refere-se aos aspectos emocionais e comportamentais dos alunos em sala de aula. Assim, diz respeito a um conhecimento importante e necessário para que o professor compreenda as formas de lidar com as possíveis mudanças de humor de seus alunos, assim como identificar quais são os aspectos individuais que os motivam a se envolverem em determinadas atividades ou não.

O conhecimento relacionado à essa categoria contribui, ainda, para que o professor seja capaz de descrever as experiências e sensações de seus alunos, quando esses se encontram envolvidos em um determinado problema matemático.

2.4.2.2.3 Categoria de Interação

A Categoria de Interação destaca a importância de se considerar as interações como um componente essencial para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Pino-Fan e Godino (2015) descrevem essa categoria como sendo a que se refere ao conhecimento das interações que acontecem, por exemplo, no interior de uma sala de aula.

Essas interações dizem respeito não somente àquelas que ocorrem entre o professor e o aluno, mas também àquelas que podem ocorrer entre os próprios alunos, entre os alunos e os recursos didáticos, bem como às interações professor-recursos-alunos. Pino Fan, Assis e Castro (2015) ressaltam que os conhecimentos relacionados à essa categoria compõem, assim, o campo de relações que sustentam o processo de aprendizagem.

2.4.2.2.4 Categoria de Mediação

Esta categoria está relacionada com os conhecimentos que o professor necessita para avaliar a pertinência do tipo de materiais e de recursos tecnológicos, assim como avaliar a pertinência do seu uso, para promover a aprendizagem dos alunos sobre um objeto matemático específico. Para Pino-Fan e Godino (2015), o conhecimento sobre os recursos didáticos desempenha um importante papel na organização e gestão da aprendizagem dos alunos.

2.4.2.2.5 Categoria Cognitiva

A Categoria Cognitiva refere-se ao conhecimento dos aspectos cognitivos dos alunos. Nesse sentido, por meio dos conhecimentos relacionados à ela, o professor deve ser capaz de prever respostas possíveis dos alunos a um determinado problema, antever equívocos esperados, conflitos ou erros que podem surgir a partir do processo de resolução das atividades matemáticas (PINO-FAN; GODINO, 2015).

Por meio dos conhecimentos relacionados à essa categoria, o professor deve ser capaz, ainda, de compreender as relações matemáticas, corretas ou incorretas, que os alunos realizam entre o objeto matemático que está sendo estudado e os demais objetos matemáticos que se apresentam como necessários para que eles resolvam o problema.

2.4.2.2.6 Categoria Ecológica

Essa categoria diz respeito ao conhecimento do professor acerca do currículo de matemática do nível de ensino que considera o estudo dos objetos matemáticos com os quais ele está trabalhando, assim como as relações que podem ser percebidas com os currículos de outros níveis, bem como as relações que esses currículos têm com os aspectos sociais, políticos e econômicos que, por vezes, apoiam e condicionam o processo de ensino e aprendizagem (PINO-FAN; GODINO, 2015).

3. METODOLOGIA E CENÁRIO DA PESQUISA

“Antes de filosofar sobre um objeto, é necessário examiná-lo com exatidão. Qualquer explicação ou interpretação deve ser precedida de uma observação e de uma descrição exatas do objeto. [...] Devemos, pois, aprender com um olhar penetrante e descrever com exatidão esse fenômeno peculiar de consciência que chamamos de conhecimento”

(HESSEN, 2000, p. 19)

3.1 INTRODUÇÃO

Partilhamos da compreensão de que o pesquisador, ao formular suas questões de investigação, irá procurar entendimento para seu estudo a partir das análises realizadas dos sujeitos de sua investigação, bem como das perspectivas teóricas adotadas para estas análises. Com tal característica, inferimos que é papel do pesquisador definir um referencial teórico que fundamente sua matriz metodológica e, a partir desta fundamentação, defina suas estratégias e procedimentos metodológicos que operacionalizem a execução das diversas etapas da pesquisa. Esta definição necessita ser clara, adequada e consistente com o estudo proposto, além de explicitar, também de forma clara e coerente, as concepções que lhe são subjacentes.

Para Lakatos e Marconi (1991), por exemplo, essa seleção e definição está diretamente associada à problemática a ser investigada, ou seja, tal seleção depende, inevitavelmente, de elementos concernentes à pesquisa e, sob este ângulo, tanto a metodologia definida, quanto os procedimentos metodológicos e as estratégias escolhidas, devem, em tal caso, adequar-se à natureza do problema a ser investigado.

Com essa concepção é que realizamos, neste capítulo, uma descrição das nossas escolhas, abordando aspectos sobre a metodologia por nós escolhida e os procedimentos metodológicos definidos para esta investigação. Para além desta descrição, com o propósito de levar o leitor a visitar o nosso cenário de investigação, apresentamos uma caracterização do lugar em que aconteceu o desenvolvimento das atividades de formação, palco dos encontros com as professoras.

3.2 PESQUISAR

Ao se pensar na prática de pesquisar, admitimos que sua imprescindibilidade emerge a partir de nossas inquietações a respeito de algum tema, ou mesmo motivada pela busca de embasamentos para alguns pensamentos ou afirmações que possam estar nos acompanhando ao longo da nossa vida acadêmica. Esta percepção inicial sobre as motivações subjacentes ao ato de pesquisar nos leva a concordar com a afirmação de Gatti (2002) sobre esta ação. Para a autora,

pesquisa é o ato pelo qual procuramos obter conhecimento sobre alguma coisa. [...] Contudo, num sentido mais estrito, visando a criação de um corpo de conhecimentos sobre um certo assunto, o ato de pesquisar deve apresentar certas características específicas. Não buscamos, com ele, qualquer conhecimento, mas um conhecimento que ultrapasse nosso entendimento imediato na explicação ou na compreensão da realidade que observamos (GATTI, 2002, p. 9-10).

Esse ato de pesquisar, supracitado pela autora, ainda pode ser percebido como um estudo pessoal, tendo em conta que traz, em si, rastros, inferências e posicionamentos investigativos de quem o realiza, sem, contudo, deixar de vislumbrá-lo como um estudo balizado pelo rigor científico, que é compreendido de diversas formas no cenário científico. Contudo, apesar da importância e da exigência deste rigor científico, ele não deve impor, à metodologia da pesquisa, condições para que a mesma seja vista, como bem destacam Abreu e Almeida (s/d, p. 25), “como um campo unificado de regras e de procedimentos absolutos que visam elidir qualquer projeto de pesquisa que não esteja em conformidade com os seus pressupostos”.

Fiorentini (2004), ao discutir alguns aspectos da metodologia da pesquisa, argumenta que, mais do que a necessidade de um seguimento rigoroso de um determinado enquadramento metodológico, a coerência e a qualidade de um estudo devem ser pautadas por

uma atitude cuidadosa, organizada, ética, reflexiva e crítica de privilegiar seu objeto de estudo, tentando contemplar os múltiplos aspectos do fenômeno educativo e de seus protagonistas, buscando, para isso, os aportes teóricos que melhor convêm ao caso (FIORENTINI, 2004, p. 77).

Esse autor salienta que essa forma de olhar para os processos metodológicos tem contribuído muito para que uma mesma investigação possa contemplar

procedimentos de vários paradigmas, sem que com isso a investigação perca sua qualidade ou mesmo sua validade.

Essa percepção, evidenciada por esses autores, auxilia-nos a conduzir nossas escolhas metodológicas de forma que elas, de fato, contribuam para a compreensão dos sujeitos da nossa pesquisa, isto é, de forma que a definição da metodologia de pesquisa, das estratégias e dos procedimentos metodológicos seja adequada e consistente com o estudo ora proposto.

Para esta investigação, utilizamos uma visão metodológica que se caracteriza pelo interpretacionismo²⁵, cujas estratégias e procedimentos são característicos dos estudos que se enquadram nas chamadas pesquisas qualitativas. Nesta perspectiva, o estudo deve considerar que o ser humano não é um sujeito passivo, mas sim que interpreta o mundo em que vive, continuamente. A origem histórica deste tipo de pesquisa ocorreu na passagem do século XIX para o século XX e, segundo D'Ambrosio (2006), sua incidência inicial se deu na busca por entender e interpretar dados e discursos utilizando uma metodologia interpretativa, e que era composta por diversas técnicas para as suas análises.

Para D'Ambrosio (2006), os processos educativos, nas mais variadas áreas do conhecimento, precisam ser compreendidos e interpretados, principalmente quando envolvem o conhecimento matemático, devido à sua estreita relação com as heranças culturais, passadas de geração para geração, bem como sua relação com a própria origem da história da humanidade. O autor sublinha a importância das pesquisas qualitativas para esta compreensão e interpretação, justificando que

a pesquisa qualitativa é outra coisa. No meu entender, é o caminho para escapar da mesmice. Lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas. E a análise dos resultados permitirá propor os próximos passos (D'AMBROSIO, 2006, p. 19).

Pactuamos com as afirmações enunciadas por esse autor, e, por apercebermos o mérito das pesquisas chamadas de “pesquisas qualitativas”, que são extensivamente

²⁵ Os estudiosos que se dedicam a esse tipo de pesquisa são chamados de interpretacionistas, e afirmam que o homem é diferente dos objetos, por isso o seu estudo necessita de uma metodologia que considere essas diferenças. Nesse posicionamento teórico, a vida humana é vista como uma atividade interativa e interpretativa, realizada pelo contato entre as pessoas. O estudo da experiência humana deve ser feito entendendo que as pessoas interagem, interpretam e constroem sentidos.

utilizadas nas áreas da Educação e da Educação Matemática, como modo de se investigar, entre outras práticas, as práticas educativas, presumimos ser relevante explicar nossa compreensão com relação a este tipo de pesquisa.

3.3 PESQUISA QUALITATIVA

Em consonância com os autores citados precedentemente, e ao se referenciar aos objetivos desta investigação, categorizamo-la como uma pesquisa de natureza qualitativa. A opção por esta natureza de pesquisa se justifica por admitirmos que ela é a que melhor se aproxima da realidade que nos dispomos a investigar, tendo em conta que ela nos oportuniza alcançar dados descritivos que são produzidos no contato direto do pesquisador com a situação investigada, apresentando os acontecimentos referentes aos sujeitos envolvidos na pesquisa e possibilitando, deste modo, que se estabeleça uma clareza sobre o que está sendo investigado.

A pesquisa qualitativa possui múltiplos usos e significados que foram se modificando ao longo da história (SANDÍN ESTEBAN, 2010) e, por possuir esta característica, consideramos pertinente especificar a concepção que elegemos para nos conduzir durante a realização de nossa investigação. Desta maneira, salientamos que acordamos com a assertiva dessa autora quando ela declara que

por pesquisa qualitativa, entendemos qualquer tipo de pesquisa que gera resultados que não foram alcançados por procedimentos estatísticos ou outro tipo de quantificação. Pode referir-se a pesquisas sobre a vida das pessoas, histórias, comportamentos e também ao funcionamento organizativo, aos movimentos sociais ou às relações e interações. Alguns dos dados podem ser quantificados, porém, a análise em si mesma é qualitativa (SANDÍN ESTEBAN, 2010, p. 124).

Embora concordemos com essa afirmativa, acentuamos que não é apenas a utilização de dados qualitativos que deve ser usada como critério exclusivo para distinguir, por exemplo, a pesquisa qualitativa da não qualitativa.

Este entendimento também é sublinhado por essa autora, quando ela evidencia que

a pesquisa qualitativa é uma atividade sistemática orientada à compreensão em profundidade de fenômenos educativos e sociais, à transformação de práticas e cenários socioeducativos, à tomada de decisões e também ao

descobrimo e desenvolvimento de um corpo organizado de conhecimentos (SANDÍN ESTEBAN, 2010, p. 127).

Essas afirmativas contribuem para nossa percepção de que uma pesquisa de natureza qualitativa se apresenta como mais adequada aos nossos objetivos de investigação. Para além dessas afirmativas, encontramos nas discussões propostas por Fecchio (2011) um respaldo para nos orientarmos por esta natureza de pesquisa.

Para esse autor, as pesquisas que envolvem a Modelagem são exemplos do uso de pesquisas qualitativas, pois, “ao se investigar a prática educativa, no transcorrer das fases da Modelagem, surgem compreensões e orientações que podem ser utilizadas em sua própria transformação, produzindo, assim, novas oportunidades de investigação” (FECCHIO, 2011, p. 102).

Dialogar com esses autores permitiu que compreendêssemos a pesquisa qualitativa como uma atividade orientada para a compreensão de eventos sociais e também de práticas educativas. Desta maneira, pelas características da pesquisa qualitativa descritas, aliadas aos objetivos de nossa pesquisa, reiteramos que nossa investigação é categorizada como uma pesquisa de natureza qualitativa, que procura responder, como já citado antecipadamente, à seguinte questão norteadora:

Quais conhecimentos didático-matemáticos são mobilizados em uma formação continuada em um ambiente da Modelagem para professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental I?

De forma mais pontual, reiteramos a importância de responder aos seguintes questionamentos, que também se configuram como nossas questões de pesquisa:

- 1) Quais conhecimentos didático-matemáticos são mobilizados, em relação à Dimensão Matemática, considerando as categorias: (i) do Conhecimento Comum do Conteúdo e (ii) do Conhecimento Ampliado do Conteúdo?
- 2) Quais conhecimentos didático-matemáticos são mobilizados, em relação à Dimensão Didática, considerando as categorias: (i) Epistêmica, de Mediação, (iii) de Interação e (iv) Ecológica?

Para responder a estes questionamentos, é necessário que reconheçamos as estratégias e procedimentos metodológicos que melhor respondam aos nossos objetivos, pois cada estratégia ou procedimento adotado, respeitando os preceitos de uma pesquisa qualitativa, define uma marca própria ao estudo.

Preocupamo-nos em buscar compreender alguns dos métodos de pesquisa comumente utilizados em pesquisas do tipo qualitativo e, a partir de uma classificação das pesquisas qualitativas propostas por Sandín Esteban (2010), deparamo-nos com um tipo de pesquisa chamada de pesquisa-ação, a qual concluímos ser indicada para o nosso estudo, tendo em conta que este método de pesquisa salienta, como uma de suas características, que a coleta de dados, realizada a partir da prática dos participantes, deve cooperar com o pesquisador, permitindo intervenções e devoluções durante as etapas a serem desenvolvidas.

Ademais, quando nos referimos a esse método de pesquisa, qualificamos que Fiorentini e Lorenzato (2009) nos oferecem uma conceitualização esclarecedora sobre este método, quando declaram que

a pesquisa-ação é um tipo especial de pesquisa participante, em que o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas sobretudo para mudá-lo em direções que permitem a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes. Ou seja, é uma modalidade de atuação e observação centrada na reflexão-ação. Apresenta-se como transformadora, libertadora, provocando mudança de significados (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 112).

Esses autores destacam, ainda, que a pesquisa-ação se trata de um processo investigativo de intervenção em que caminham juntas a prática investigativa, a prática reflexiva e a prática educativa. Com tal característica, pesquisas desta natureza almejam, essencialmente, possibilitar uma mudança social, por meio da transformação da realidade e procurando levar os sujeitos participantes a tomarem consciência de seu papel neste processo de transformação.

O uso da pesquisa-ação vai ao encontro das necessidades de estudos como o nosso, pois pretendemos que a formação continuada oferecida às professoras, na perspectiva do ambiente da Modelagem, produza dados que nos possibilitem analisar como este ambiente pode contribuir para a discussão sobre o conhecimento

matemático necessário para se ensinar matemática nos anos iniciais, de forma que esses conhecimentos sejam percebidos, pelas professoras, como necessários para sua prática docente.

Ao considerarmos que a pesquisa-ação se apresenta de forma coerente, metodologicamente, com a investigação que estamos desenvolvendo, julgamos importante descrever alguns traços-chave que a caracterizam e que são discutidos por Sandín Esteban (2010). Segundo a autora, a pesquisa-ação:

- Envolve a transformação e a melhoria de uma realidade educacional e/ou social: a autora afirma, ainda, que essa pretensão de contribuir para a melhoria da prática justifica a pesquisa-ação, uma vez que este é o fator chave de diferenciação em relação à pesquisa tradicional²⁶, que está sempre preocupada com o acúmulo de conhecimento. A autora ressalta, entretanto, que ela não quer dizer que não exista uma preocupação com o conhecimento, mas esta referência é feita a um conhecimento que expressa grandes vinculações com a prática.
- Parte da prática, de problemas práticos: este também é um fator determinante destacado pela autora, pois esse tipo de pesquisa é construído *na e a partir* da realidade situacional, social, educacional e prática das pessoas envolvidas com preocupações, problemas, dificuldades e lutas que as afetam e fazem parte de sua experiência cotidiana. Assim, podemos entender que os problemas advindos do contexto de cada grupo, da comunidade, da instituição, ou problemas reais para os quais se deve encontrar uma solução prática, fazem parte dos estudos da pesquisa-ação.
- É uma pesquisa que envolve a colaboração das pessoas: entende-se que a pesquisa-ação não pode ser realizada de forma isolada, pois necessita do envolvimento do grupo.

²⁶ Para Demo (2011), pesquisa tradicional “é aquela feita dentro dos cânones metodológicos usuais, de feição empirista e positivista, que selecionam na realidade social aquilo que cabe no método” (DEMO, 2011, p. 231).

- Integra o conhecimento e a ação: para a autora, a pesquisa-ação rompe com a forma tradicional de entender as relações entre conhecer e agir. Este tipo de pesquisa busca transformar a prática em objeto de pesquisa, de maneira que conhecer e agir fazem parte de um mesmo processo exploratório. Assim, para a autora, é possível articular a atividade reflexiva e a ação transformadora, a inovação e a pesquisa.

A partir dessa descrição proposta por Sandín Esteban (2010), podemos compreender que a pesquisa-ação oferece a possibilidade de superar o binômio teoria-prática, pois, sob a perspectiva proposta pela pesquisa-ação, a prática e a teoria encontram um espaço de diálogo comum, o que nos leva a concordar e recorrer à definição de pesquisa-ação proposta por Escudero (1985), que ressalta que esse método de pesquisa

é algo mais do que um conjunto de normas bem estabelecidas que prescrevem tecnicamente como fazer investigação educacional. Pelo contrário, a pesquisa-ação se parece mais com uma ideia geral: uma aspiração, um estilo e modo de “estar” no ensino. É um método de trabalho, não um procedimento; uma filosofia, não uma técnica; um compromisso moral, ético, com a prática da educação, não uma simples maneira de fazer as coisas de “outra maneira” (ESCUADERO, 1985, p. 20).

Fundamentados por esses autores, complementamos que a pesquisa-ação se preocupa tanto com o processo quanto com o produto, ou seja, a preocupação da pesquisa não está somente em melhorar a prática por meio do processo, mas, essencialmente, considera que o caminho a ser trilhado para alcançá-lo é tão ou mais importante do que o resultado final (SANDÍN ESTEBAN, 2010).

Evidenciamos, ainda, que, entre as diversas modalidades de pesquisa-ação que são apresentadas por esta autora, elegemos, para nossa investigação, a modalidade chamada de *Pesquisa-ação Técnica*, que se caracteriza pelo seguinte propósito:

fazer mais eficaz a prática educacional e o aperfeiçoamento dos docentes mediante a participação em programas de trabalho projetados por um especialista ou uma equipe, em que aparecem preestabelecidos os propósitos e o desenvolvimento metodológico que terão de seguir (SANDÍN ESTEBAN, 2010, p. 177).

Alicerçados pelas descrições realizadas ao longo deste capítulo, concluímos que a pesquisa-ação, por ter como característica a ação investigativa, supõe um

conjunto de procedimentos que contribuam para o conhecimento de uma determinada realidade ou mesmo um aspecto dela, com o objetivo de transformá-la pela ação coletiva. Concebemos que a própria maneira de conduzir o estudo, considerando a realidade dos professores, acaba por gerar um processo de ação dos professores envolvidos, aonde a forma de realizar o estudo e o conhecimento da realidade já são uma ação: uma ação de organização, de mobilização, de sensibilização e de conscientização (BALDISSERA, 2001).

Em nossa investigação, inferimos que, para pesquisar a realidade das professoras participantes, há, explicitamente, uma importância da participação delas como agentes ativos em relação ao conhecimento de sua própria realidade, possibilitando que sejam adquiridos os conhecimentos necessários para resolver os problemas e satisfazer às suas necessidades.

Como bem destacam Franco e Pimenta (2014), a pesquisa-ação deve produzir conhecimentos *no* professor, e não apenas *para* o professor, “de forma a torná-lo capaz de melhor compreender sua prática e assim poder transformá-la (quando essa transformação se tornar necessária)” (FRANCO; PIMENTA, 2014. p. 107).

Outrossim, essas autoras realçam que a pesquisa-ação é, ao mesmo tempo, uma metodologia produtora de conhecimento e de ações práticas. Para elas, esta conclusão ajuda a compreender que

se apenas considerarmos sua interface científica, na produção rigorosa de conhecimentos pelo pesquisador responsável, estaremos desprezando suas possibilidades de gerar saberes e conhecimentos aos práticos e perdendo a oportunidade de incluir os práticos num processo de empoderamento e autoria, que são fundamentais para o exercício da práxis. Se, por outro lado, apenas considerarmos o aspecto de orientação para a transformação das ações, estaremos perdendo uma oportunidade de produzir conhecimentos científicos que poderiam, de outra forma, estar fundamentando a própria transformação das práticas (FRANCO; PIMENTA, 2014, p. 131).

Assumimos, ainda, para esta investigação, os critérios básicos para a delimitação de uma amostra dos sujeitos, na pesquisa qualitativa, propostos por Minayo (1994), que nos apresenta a ideia de que a amostra ideal é aquela capaz de refletir a totalidade do problema investigado em suas múltiplas dimensões, o que nos leva a compreender que não precisamos nos basear no critério numérico para

assegurar a representatividade de nossa amostra, passando a centrar nossas preocupações no conteúdo das observações, das entrevistas e dos materiais produzidos, de forma que esses elementos possam refletir o conjunto das experiências dos professores, que são os sujeitos de nossa investigação.

Ressaltamos, ainda, que não procuraremos generalizar os resultados obtidos por meio desta investigação, mas sim descrevê-los de forma a poder conhecer, de forma abrangente e aprofundada, as percepções, os significados e as representações produzidas por meio dos resultados, além das relações ali desenvolvidas, sob a ótica do grupo de professoras.

3.4 INSTRUMENTOS PARA A PRODUÇÃO DE DADOS

Com base nas discussões que realizamos no início deste capítulo, podemos argumentar que a metodologia da pesquisa deve ser vista como um caminho a ser trilhado pelo pesquisador na busca pela compreensão e produção de conhecimentos sobre o sujeito ou o objeto pesquisado. Neste caminho, devemos lançar mão de um conjunto de procedimentos que não deve se resumir às técnicas e instrumentos utilizados para a produção de dados, mas sim que os inclua.

Com esse senso, é inegável a necessidade de uma articulação entre os aportes teóricos, definidos para a pesquisa, e a utilização de técnicas e de instrumentos definidos para a produção dos dados. Com base neste entendimento, descrevemos, neste capítulo, os instrumentos e estratégias que julgamos adequados para nossa investigação, ou seja, a estrutura que elegemos para a produção de dados e que possa se articular com nossas escolhas teóricas.

A estrutura para a produção de dados deste estudo configura-se pela triangulação, que, de acordo com Alves-Mazzotti e Gewandsznajer (1998), significa combinar diferentes fontes de dados, métodos de coleta e perspectivas de investigação, sendo percebida e amplamente utilizada como uma estratégia para enriquecer a validade da pesquisa, proporcionando ao pesquisador a possibilidade de construir explicações dos fenômenos observados a partir dos quais as evidências emergem, além de permitir, a partir de suas confrontações, detectar as contradições e conflitos existentes.

Araújo e Borba (2004), ao realizarem uma discussão sobre metodologias de pesquisa, também nos oferecem uma explicação sobre o uso da triangulação nas pesquisas qualitativas. Para eles,

[...] Triangulação em pesquisa qualitativa consiste na utilização de vários e distintos procedimentos para a obtenção dos dados. Os principais tipos de triangulação são a de fontes e a de métodos. Quando checamos, por exemplo, as informações obtidas em uma entrevista com as atas de uma reunião sobre um mesmo assunto, estamos fazendo uma triangulação de fontes. Por outro lado, se observarmos o trabalho de um grupo de alunos e depois entrevistarmos seus componentes sobre o trabalho desenvolvido, realizamos uma triangulação de métodos. Fazendo assim, o pesquisador, ao invés de construir suas conclusões a partir de observações, pode utilizar as entrevistas para checar algum detalhe ou para compreender melhor algum fato ocorrido durante as observações, promovendo uma maior credibilidade de sua pesquisa (ARAÚJO; BORBA, p. 35-36).

Esses autores legitimam nossas escolhas metodológicas para esta investigação e justificam nossa escolha por diferentes instrumentos e estratégias para a produção de dados, os quais passamos a descrever.

3.4.1 O Método da Observação

A literatura sobre a utilização do método da observação em pesquisas na área da Educação destaca que este método é muito presente nos estudos de comportamentos complexos, como os que discutem a interação professor/aluno, ou os que investigam processos de aprendizagem, por exemplo. Esta literatura revela-nos, ainda, que a observação é uma das características da atividade científica e, como argumenta Vianna (2003), sua utilização tem sido intensificada nos últimos anos, especialmente a partir da sua consolidação e estruturação nas pesquisas qualitativas, o que tornou a observação uma das mais importantes fontes de produção de dados para as pesquisas qualitativas na área da Educação.

A realidade da situação observada precisa ser descrita, sem, contudo, partir de ideias preconcebidas, uma vez que o pesquisador, ou o observador, pode, por vezes, trazer para a pesquisa um posicionamento pessoal excessivamente forte, o que pode levar a observações e julgamentos comprometidos, provocando erros sistemáticos na interpretação dos dados e acarretando, dessa forma, problemas para a pesquisa. Com isto, queremos dizer que a observação se subordina ao olhar do observador, e por isso

depende, em parte, de sua experiência vivida, de seu conhecimento e de suas expectativas.

Outro fator que merece destaque, quando nos reportamos a esse método, é a conclusão de que não é possível descrever a totalidade das ações ocorridas no interior de um determinado grupo observado, o que nos leva a conceber que o que irá definir nossa observação será a finalidade do estudo, sem deixar de considerar que o principal critério da observação deva ser a relevância do fato (DENCKER; VIÁ, 2001), por meio do registro do ambiente, dos comportamentos individuais e do grupo, da linguagem não verbal e da temporalidade em que ocorreram os encontros, pois estes se apresentam como fundamentais não apenas como dados em si, mas como subsídios para a interpretação posterior dos mesmos.

A busca pelo que deve ser observado se justifica pela necessidade de se considerar, conforme já destacavam em seus estudos Selltiz *et al.* (1967), as seguintes questões que devem ser pensadas no momento em que optamos pelo método da observação em uma pesquisa: (i) o que deve ser efetivamente observado?; (ii) como proceder para efetuar o registro dessas observações?; (iii) quais os procedimentos que devem ser utilizados para garantir a validade das observações?; (iv) que tipo de relação deve ser estabelecido entre o observador e os observados, ou seja, qual a sua natureza, e como essa relação deve ser implementada? Consideramos oportuno refletir sobre estes questionamentos, a fim de minimizar possíveis incorreções e lacunas que possam comprometer a validade de todo o processo e a consistência dos dados produzidos.

Em nossa investigação, esse método se mostrou como um importante instrumento para a tradução de descrições detalhadas dos acontecimentos, das professoras envolvidas, das ações do formador, do contexto, bem como das relações entre os sujeitos envolvidos. Como as professoras participantes da formação continuada estavam cientes de que os dados referentes à formação seriam utilizados para uma pesquisa de doutoramento, caracterizamos este método de observação como sendo uma observação aberta, ou seja, o observador é visível aos observados, que sabem que estão sendo objeto de uma pesquisa.

Como o cenário da investigação se passou nas dependências da instituição de ensino superior na qual lecionamos, convidamos uma aluna do último semestre do curso de Licenciatura em Matemática para exercer a função de *observador cego*²⁷ do nosso estudo. Para atender às peculiaridades sugeridas por Vianna (2003), ao se optar pela presença de um observador cego no cenário investigado, apesar de a aluna ter ciência de que a referida formação fazia parte de um estudo para a nossa pesquisa de doutoramento, mantivemos a condição de que ela não tivesse o conhecimento de todos os detalhes do projeto de pesquisa, desconhecendo, por exemplo, as hipóteses e os objetivos do mesmo, ou mesmo declarar o que ela deveria exatamente observar e descrever.

A utilização de um observador cego, conforme destaca esse autor, visa dar maior comprometimento às observações realizadas, visto que este observador não está envolvido intelectualmente e emocionalmente com o projeto, o que pode significar um maior distanciamento em relação aos objetivos da pesquisa, ajudando, dessa forma, a validar o estudo e aumentando a confiabilidade dos dados produzidos.

As observações que realizamos foram registradas de duas formas: uma por meio do registro dos acontecimentos que consideramos mais relevantes para o objetivo do estudo – para este registro, utilizamos o que passamos a chamar de caderno de anotações –, enquanto a segunda forma de registro era caracterizada pelo uso do recurso da filmagem em vídeo. Descrevemos, a seguir, estas duas formas de registro da observação que foi realizada.

3.4.1.1 O Uso do Caderno de Anotações

O registro das observações por meio da utilização do caderno de anotações configura-se como um leque de anotações cuidadosas e detalhadas que constituem os dados brutos das observações realizadas, que devem ser analisados com a finalidade de identificar e descrever os diversos tipos de interações e ações que possam contribuir para as inferências e conclusões acerca das situações vividas no interior da formação (VIANNA, 2003).

²⁷ A fim de evitar maiores repetições e possíveis confusões quando nos referirmos ao observador cego, utilizaremos apenas o termo observador, e, quando nos referirmos ao formador-pesquisador, utilizaremos o termo pesquisador.

Em nossa investigação, o observador é caracterizado por ser o próprio formador-pesquisador que atua com o grupo de professoras, o que configura essa observação como sendo uma observação participante. Por este motivo, o registro no caderno de anotações foi realizado sempre após o término dos encontros com as professoras, e esta ação contribuiu para que importantes aspectos, como gestos, falas e discussões realizadas durante a formação fossem anotados e não deixados de lado, quer seja pelo esquecimento, ou mesmo por não considerar sua importância naquele momento. Para minimizar este possível acontecimento é que utilizamos, também, o registro a partir do recurso da gravação em áudio e vídeo. Descreveremos este processo de registro ao longo deste capítulo.

Como o registro no caderno de anotações foi realizado logo ao final de cada encontro com as professoras, procuramos, sempre, relatar o máximo de observações possíveis, como, por exemplo, a descrição de como ocorreu o encontro, quando ocorreu, quais das professoras se envolveram nas discussões propostas e o que foi dito, bem como se foi possível observar alguma mudança no contexto da formação. Procuramos, nestes momentos de anotações, mantermo-nos no mais baixo nível de inferências em relação às situações observadas, evitando, desta forma, julgamentos finais ou mesmo conclusivos sobre o que foi observado. As informações e descrições anotadas no caderno de anotações foram, sempre, complementadas com as anotações realizadas pelo observador.

3.4.1.2 O Uso do Recurso da Filmagem

Como afirmamos anteriormente, o método da observação é uma das características da atividade científica muito utilizadas em pesquisas na área da Educação. A utilização do recurso da filmagem em vídeo constitui-se um método de observação indireta de coleta de dados, que permite a aquisição de muitos dados que não são possíveis de serem percebidos por meio de outros métodos, como, por exemplo, a utilização de entrevistas ou a aplicação de questionários.

Para Clement (2000), o uso da filmagem pode ser visto como uma boa contribuição para a observação, pois ela captura comportamentos valiosos e interações complexas, além de permitir ao pesquisador reexaminar continuamente os dados. Estas ideias são revalidadas pelos estudos de Powell, Francisco e Maher

(2004), quando eles ressaltam que a gravação em vídeo, como instrumento de pesquisa, tem sido amplamente utilizada, em particular na área da Educação Matemática, como uma importante ferramenta para a produção de dados, visto que ela permite captar e registrar cada momento da produção de dados.

Concordando com os argumentos de Clement (2000), esses autores ressaltam que uma importante característica do uso da filmagem reside justamente na possibilidade de rever os momentos de interação no grupo quantas vezes forem necessárias, sem a necessidade de se voltar ao ambiente em que foram filmados.

A relevância para a escolha desse método indireto de observação também é destacada por Lüdke e André (1986), quando elas argumentam que

há toda uma gama de gestos, expressões, entonações, sinais não-verbais, hesitações, alterações de ritmos, enfim, toda uma comunicação não-verbal cuja captação é muito importante para a compreensão e validação do que foi efetivamente dito LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 36).

Por meio de seus argumentos, compreendemos que o uso do recurso da filmagem permite que tanto os aspectos verbais como os não verbais sejam considerados e analisados como partes de um único fenômeno. Estes elementos, destacados pelas autoras, podem ser renegados a um segundo plano quando dispomos apenas dos registros dos acontecimentos anotados no caderno de anotações, por exemplo.

Para Powell, Francisco e Maher (2004, p. 86), “o vídeo é um importante e flexível instrumento para a coleta de informação oral e visual”. Entretanto, estes autores ressaltam que não podemos nos esquecer de que o vídeo também não é capaz de capturar tudo, e que, ao direcionarmos a câmera de vídeo, também estamos, implícita ou explicitamente, editando e escolhendo o que deve ser focalizado e registrado.

Concordamos com a afirmativa desses autores, mas ressaltamos que, ao optar pelo recurso da filmagem em vídeo, sua utilização possibilitou o estudo das ações ocorridas no interior do grupo, que seriam difíceis de serem captadas e descritas por um único observador. Neste sentido, compreendemos que a filmagem pôde auxiliar a minimizar a questão da seletividade do pesquisador, devido à possibilidade de rever

várias vezes as imagens gravadas contribui para que a atenção do observador seja direcionada para aspectos que teriam passado despercebidos, o que pode imprimir maior credibilidade ao estudo.

Considerando as argumentações dos autores citados, e por confiar na importância do recurso da filmagem para nossa investigação, elegemos este método como uma segunda forma de registro da formação oferecida. Para o registro dos encontros de formação, utilizamos uma câmera digital de vídeo que permite captar os gestos, falas e as relações ocorridas no interior do grupo.

A câmera foi sempre colocada em um tripé e mantida fixa focalizando as professoras e as interações, tanto entre elas, como entre elas e o formador. Utilizamos, como um instrumento de suporte, caso houvesse algum problema com a câmera, um gravador, que foi utilizado apenas para captar as falas dos participantes.

Apesar da aparente simplicidade em se considerar a gravação em vídeo como um significativo recurso para a produção de dados em uma pesquisa, Powell, Francisco e Maher (2004) apresentam uma discussão sobre a necessidade de se realizar um estudo mais aprofundado sobre o seu uso, do ponto de vista metodológico. Uma das questões metodológicas que precisam ser explicitadas, segundo os autores, está na necessidade de uma decisão, por parte do pesquisador, sobre se as gravações realizadas, ou se as suas transcrições, é que serão tomadas como dados sobre os quais as análises serão realizadas posteriormente.

A preocupação revelada por esses autores, a respeito dessa questão, se justifica a partir do momento em que encontramos em nossa literatura alguns autores que defendem que os dados a serem analisados são as próprias gravações realizadas, enquanto outros irão defender que as transcrições das gravações é que representam os dados.

Para o nosso estudo, optamos por entender que os dados a serem analisados são as próprias gravações realizadas, posto que nosso interesse é o de tornar visíveis, como destacam Powell, Francisco e Maher (2004, p. 94) “as nuances sutis na fala assim como nos comportamentos não-verbais”, de forma que a leitura das imagens

dos corpos e faces dos sujeitos permita-nos visualizar os gestos, expressões e movimentos dos professores.

3.4.2 O Uso de Questionários

Outro instrumento que utilizamos para a produção de dados foi o uso de questionários. A opção pela sua utilização é justificada pelo fato de este tipo de instrumento, ainda que possua suas limitações, apresentar-se como um relevante meio para se obter respostas significativas em um espaço de tempo moderadamente curto, isto é, este instrumento se revela como uma ferramenta ágil para a produção de dados. Para Fiorentini e Lorenzato (2007),

os questionários podem servir como uma fonte complementar de informações [...]. Além disso, eles podem ajudar a caracterizar e a descrever os sujeitos do estudo, destacando algumas variáveis como idade, sexo, estado civil, nível de escolaridade, preferências, número de horas de estudo, número semanal de horas-aula do professor, matérias ou temas preferidos, etc. (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 117).

O questionário aplicado foi constituído por duas partes:

- (i) a primeira foi composta de questões fechadas, e teve como objetivo obter informações que nos permitissem caracterizar as professoras participantes, como, por exemplo, quanto à escolaridade delas, à idade, ao tempo de exercício como docente, ao tempo de atividade na escola atual, ao tempo de atuação no ano escolar atual, ao ano de conclusão do último curso realizado, entre outras informações;
- (ii) a segunda, composta de questões abertas, teve como propósito convidar a professora a expressar pareceres acerca da problemática da pesquisa, enfocando suas ações e reações no cotidiano escolar, suas crenças sobre seu trabalho, suas dificuldades e formas de superá-las, seu papel como profissional na sociedade, suas formas de atualização profissional que procura realizar, entre outros relatos.

Pelas características descritas acima, classificamos a organização desse questionário como sendo de forma semiestruturada (LAKATTOS; MARCONI, 2003). O uso deste instrumento permitiu-nos levantar dados tanto pessoais como

profissionais das professoras, possibilitando-nos realizar uma ampla caracterização de cada uma delas. Por meio das questões pré-elaboradas, que foram organizadas de forma sequencial, consideramos que obtivemos informações relevantes.

3.5 A ABORDAGEM SUTIL E O USO DO CÍRCULO DA SABEDORIA: EM BUSCA DA CONFIANÇA E DO RESPEITO MÚTUO

As pesquisas que possuem em seu cerne de discussão e observação uma interação entre sujeitos, que em nosso caso é caracterizada pela interação professora/professora e professoras/pesquisador, precisam se preocupar com a forma como os sujeitos participantes serão envolvidos nas discussões, de forma a garantir que eles tenham a confiança e o respeito mútuo que possibilitem uma relação saudável e harmoniosa no espaço de investigação.

Nesta pesquisa, esse espaço de investigação é caracterizado, como já nos referenciamos antecipadamente, como um ambiente de aprendizagem na perspectiva da Modelagem. Como característica, este ambiente carece do trabalho de um grupo que precisa lidar com as relações interpessoais e intrapessoais, além de ser a etapa em que o pesquisador passa a ter a oportunidade de interagir com os sujeitos envolvidos na investigação.

Para Anastasiou e Alves (2012),

Trabalhar num grupo é diferente de fazer parte de um conjunto de pessoas, sendo fundamental a interação, o compartilhar, o respeito à singularidade, a habilidade de lidar com o outro em sua totalidade, incluindo suas emoções. Isso exige autonomia e maturidade, algo a ser construído paulatinamente [...] O que caracteriza o grupo é o estabelecimento de objetivos compartilhados, que se alteram conforme a estratégia proposta, o processo objetivado e seu processamento (ANASTASIOU; ALVES, 2012, p. 35).

O reconhecimento da necessidade de promover um ambiente que atenda a essas expectativas levou-nos à leitura de autores que propõem discussões a respeito dessas interações e, por meio destas leituras, deparamo-nos com os trabalhos de Gattegno (1970, 1974, 1987, 1988) e de Baldwin (1998). Gattegno (1970, 1974, 1987,

1988) aborda uma orientação para o trabalho em grupo, chamada por ele de Subordinação do Ensino à Aprendizagem (SUTIL)²⁸.

Em nossa investigação, utilizamos a orientação SUTIL como um modo de estimular o compromisso dos professores com o grupo, e justificamos a escolha por esta abordagem por considerarmos que ela exalta o respeito e a valorização das professoras participantes, e podemos destacar, como aspectos centrais deste tipo de abordagem, os tópicos abaixo descritos, conforme trabalho realizado por Dawson (2010):

- Respeito e aceitação das capacidades dos professores;
- Reconhecimento de que, na dupla formador/professor, o professor deve ser o elemento central, ou seja, a sua aprendizagem deve ser de suma importância, e o desempenho do formador deve ser subordinado ao aprendizado do professor;
- Reconhecimento de que cabe ao professor construir sua aprendizagem, sendo a função do formador a de criar situações e experiências que focalizem a atenção do professor para os conceitos fundamentais discutidos;
- Reconhecimento adicional de que as conversas entre os professores são uma valiosa ferramenta no repertório educativo;
- Apreço pelo fato de que, nas palavras de Gattegno, “só a consciência é educável”, o que significa que os professores só podem obter conhecimento sobre o que está consciente.

Uma segunda orientação que utilizamos nesta pesquisa, buscando estimular o respeito e a compreensão entre as professoras e o formador, foi o Círculo da Sabedoria, proposto por Baldwin (1998). Em nossa investigação, adotamos alguns dos acordos que podem ser propostos para o Círculo, que envolvem, por exemplo:

²⁸ Do inglês Subordination of Teaching to Learning (SUBTLE).

- A discricção e a confiança: permitem que as pessoas se expressem sabendo que não serão alvo de intrigas, que assumam riscos em suas falas, que conjecturem e mudem sua opinião à medida que desenvolvam sua compreensão;
- O discernimento: é a habilidade de escutar, classificar e falar sem ter que estar “certo” ou em total acordo previamente às opiniões e às visões dos demais. A visão de cada um não tem que estar certa ou errada; ela pode simplesmente ser diferente;
- A solidariedade: solicitar o que lhe parece necessário permite a cada um se colocar à margem das lutas de poder e evitar dramas pessoais como modo de chamar a atenção;
- Cada pessoa assume a responsabilidade de concordar ou não em participar no atendimento a solicitações específicas: o círculo requer um substancial nível de atenção para com o tempo e com a energia dedicadas ao processo do grupo. Pode-se contestar se um pedido serve ou não aos propósitos do grupo;
- Os acordos são adaptáveis: se algo não está funcionando, devemos revisar os acordos e manter o processo. Se problemas aparecem, procura-se um acordo em conjunto que melhor se harmonize com o que está se tratando e com que se tem feito.

Salientamos que essas perspectivas contribuíram para que fosse dada voz às professoras participantes da formação, de maneira que nos permitisse conhecer e compreender seus pontos de vista e o sentido de suas práticas, por meio dos momentos de reflexão conjunta entre o pesquisador e as professoras. Isto posto, frisamos que a abordagem SUTIL e o uso do Círculo da Sabedoria forneceram a base instrucional para garantir que o respeito fosse um ponto central na relação entre o formador e as professoras, de forma que o ambiente de Modelagem pudesse ser caracterizado por um clima de afetividade e compreensão.

3.6 PERCURSO E CENÁRIO DA INVESTIGAÇÃO: DELIMITANDO NOSSO CAMPO DE PESQUISA

O programa de formação continuada, que faz parte de nosso estudo, teve como característica particular ter sido implementado como um ambiente de aprendizagem, na perspectiva da Modelagem, e contou com a participação de um grupo de professoras que ensinam matemática nos anos iniciais da rede pública estadual de São Paulo. Sua realização foi viabilizada por meio de uma parceria com a diretoria regional Norte de Guarulhos, que, após analisar o projeto de pesquisa e os objetivos do presente estudo, autorizou sua divulgação entre os professores desta rede de ensino.

Inicialmente, a divulgação desse programa deveria ter sido realizada tanto na rede municipal quanto na rede estadual de ensino. Entretanto, apenas a rede estadual apresentou, antes do início da referida formação, os documentos legais de autorização para a pesquisa, documentos estes exigidos pelo comitê de ética para pesquisas com seres humanos. Por conta desta eventualidade, apenas os professores da rede estadual de São Paulo puderam ter acesso à divulgação da formação e aos documentos para sua inscrição, se assim tivessem o interesse.

Por razões éticas, e pelas questões legais que envolvem a pesquisa com seres humanos, obtivemos, além do Termo de Consentimento para a realização da pesquisa, que foi devidamente assinado por todas as professoras participantes, uma autorização institucional de cada diretor de escola que teve alguma professora interessada e matriculada para realizar a formação e, conseqüentemente, participar do estudo. Estes documentos encontram-se em nosso poder, e constituem a plena autorização para a realização da presente pesquisa junto às professoras que se matricularam para participarem da formação continuada oferecida.

A formação teve como título “Modelagem Matemática na Formação Continuada de Professores dos Anos Iniciais”, e foi idealizada por um dos autores deste estudo e oferecida nas dependências da Instituição de Ensino Superior onde ele leciona. Ela foi realizada em encontros semanais presenciais, aos sábados, das 8h às 12h, entre os meses de setembro e dezembro de 2014, e contou com uma duração total

de quarenta horas. Esta formação teve como base a discussão de artigos científicos e a realização de uma atividade envolvendo a Modelagem.

Ao iniciarem-se as inscrições para essa formação, contamos com trinta e duas professoras inscritas, o que nos causou uma grande surpresa, pois tínhamos o conhecimento de que muitas professoras da rede estadual estariam envolvidas em outros dois projetos que estavam acontecendo simultaneamente para os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental I, razão pela qual muitas alegavam não ter tempo disponível para realizar a formação que estávamos oferecendo.

Apesar de nossa surpresa inicial, e da expectativa de ter um número elevado de professoras ao longo da formação, já no primeiro encontro contamos com a presença de apenas vinte delas. A quantidade de professoras participantes ainda diminuiu ao longo dos encontros seguintes e, ao finalizar a formação, contávamos com a participação de sete professoras.

A redução no número de professoras participantes não gerou motivo de preocupação em relação aos objetivos de nosso estudo, pois, desde o início de nossa proposta de investigação, já adotávamos os pressupostos apresentado por Minayo (1994), sobre os critérios básicos para a delimitação de uma amostra dos sujeitos em uma pesquisa qualitativa. Conforme explicitamos anteriormente, este autor argumenta que a amostra ideal para uma pesquisa qualitativa deve ser aquela capaz de refletir a totalidade do problema investigado em suas diferentes dimensões.

Nessa concepção, a preocupação com a delimitação da amostra não deve ser baseada no critério numérico para assegurar a sua representatividade, mas sim no conteúdo das observações, da análise das respostas aos questionários e dos materiais produzidos, de maneira que estes elementos possam refletir o conjunto das experiências das professoras, que são os sujeitos de nossa investigação.

3.6.1 As Professoras: alguns traços comuns e distintos

Para a seleção dos professores que estavam interessados em participar do programa de formação, nós determinamos apenas um critério: que eles estivessem ministrando aula em uma sala dos anos iniciais do Ensino Fundamental I. Como

tínhamos interesse em um grupo diversificado, não fizemos exigências quanto à formação ou mesmo quanto à experiência profissional deles. Por esta razão, as professoras que integram o grupo de participantes apresentam uma grande heterogeneidade quanto a estes aspectos.

Como destacamos anteriormente, a formação inicial do grupo era composta por vinte professoras, considerando o total de participantes do primeiro encontro. Entretanto, como deste total tivemos sete professoras que não tiveram mais do que duas faltas ao longo de todos os encontros, bem como apenas estas finalizaram todas as atividades propostas, preferimos utilizar, para nossa descrição, apenas estas sete professoras.

A quantificação em relação à participação das professoras foi o critério que utilizamos para essa escolha, o que contribui para justificá-la, ou seja, nossas razões em aprofundar as análises das falas, ações e relações em que elas estavam presentes. Entretanto, ressaltamos que usamos algumas falas de outras professoras que participaram dos encontros, de forma mais esporádica, quando acreditamos serem pertinentes.

Professora Milena²⁹: é licenciada em Pedagogia por uma instituição particular de ensino superior há nove anos. Apesar de não possuir outras licenciaturas, já atuou como professora de biologia e de matemática no Ensino Fundamental II. É professora efetiva da rede pública de ensino e já participou de outras formações para professores na área de matemática, como EMAI³⁰ 2013/2014 e PNAIC³¹ 2014.

Professora Majory: possui licenciaturas em Pedagogia e Geografia. Os dois cursos foram realizados em uma instituição particular de ensino superior, e a licenciatura em Pedagogia foi concluída há sete anos. Atua como professora nos anos iniciais há cinco anos, mas não é professora efetiva. Após a licenciatura em Pedagogia, ela frequentou o curso de Licenciatura em Geografia, mas nunca participou de outros programas de formação continuada.

²⁹ Para garantir o anonimato das professoras, estamos utilizando apenas nomes fictícios.

³⁰ Educação Matemática nos Anos Iniciais.

³¹ Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa.

Professora Thalita: concluiu o Magistério há doze anos. Possui licenciatura em Letras, há quatro anos, e está cursando a licenciatura em Pedagogia. Ela é professora contratada pela rede estadual, mas professora efetiva na rede municipal de ensino, onde atua com crianças da educação infantil. Ela nunca participou de outros programas de formação continuada.

Professora Evelyn: concluiu o Magistério em 2003. Atua como professora nos anos iniciais há dez anos e atualmente leciona para o quinto ano. Ela é professora contratada da rede estadual e participou de uma formação continuada que abordava a prevenção contra as drogas.

Professora Rayssa: é formada em licenciatura em Pedagogia há cinco anos e em Psicopedagogia há um ano e meio. É professora efetiva tanto na rede estadual como na rede municipal de ensino. Atualmente leciona para o terceiro ano, na rede estadual, e na educação infantil, na rede municipal. Entre os cursos de formação continuada de que já participou, a professora destacou sua participação em cursos de informática, do Pacto Nacional pela Educação, de Libras, do Currículo Mais e do Ler e Escrever.

Professora Ana: é licenciada em Pedagogia por uma instituição particular de ensino superior há cinco anos. Atua como professora nos anos iniciais há um ano na rede pública de ensino, mas não é professora efetiva. Seu contrato de trabalho encerra-se no final de 2016 e pode ser renovado por mais três anos. Atualmente trabalha com alunos do terceiro ano. Ela nunca frequentou outros cursos após a realização de sua licenciatura.

Professora Vera: possui licenciatura em Pedagogia e atua como professora nos anos iniciais há dois anos. É professora efetiva da rede pública de ensino, e é a primeira vez que participa de uma formação continuada.

A faixa etária delas era entre vinte e cinco e cinquenta anos de idade. Em relação ao tempo de experiência como docentes, havia professoras em início de carreira, a partir de um ano de docência, assim como duas professoras que já possuíam mais de dez anos de experiência. Porém, a maioria das professoras possuía entre cinco e dez anos de experiência como docente.

Uma característica comum apresentada pelas professoras residiu em suas falas sobre as experiências de aprendizagem que tiveram enquanto alunas: todas se referiram às aulas que tiveram como sendo expositivas, aonde o diálogo entre os professores e os alunos era quase inexistente. Essa constatação se revela como um fator importante, por exemplo, para nossa compreensão sobre como essas professoras se relacionam, hoje, com seus alunos.

Entendemos que nem todas as professoras participantes dessa formação tiveram as mesmas aprendizagens. Talvez, para algumas, esta formação tenha representado apenas uma experiência como outra qualquer. Entretanto, para outras, a participação nesta formação pode efetivamente ter provocado uma grande mudança em suas práticas de sala de aula e contribuído de forma significativa para seu conhecimento para ensinar matemática.

4. REFLEXÕES E ANÁLISES SOBRE O COTIDIANO DOS ENCONTROS DE FORMAÇÃO

“Interrogar-nos pelos conteúdos de nossa docência é interrogar-nos por nossa função por nós mesmos.

Na ousadia pedagógica de repensar os conteúdos de nossa docência poderá estar o encontro de um novo sentido para nosso saber-fazer.”

(ARROYO, 2002, p. 70)

4.1 INTRODUÇÃO

Recolher e examinar os dados é um processo que vai ganhando forma aos poucos. Os conceitos vão se tornando mais precisos ao se desenvolver o estudo e “o processo de análise dos dados é como um funil: as coisas são abertas de início e vão se tornando mais fechadas e específicas no extremo” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 50). Tendo este processo como norteador é que construímos este capítulo de descrição e análise sobre o cotidiano dos encontros de formação com as professoras.

Para sua construção, optamos por uma dinâmica de apresentação que está dividida em duas seções: na primeira seção, a qual chamamos de “*Descrevendo e Analisando o Encontro*”, realizamos a descrição do encontro, juntamente com as análises preliminares dos dados produzidos, em cada um deles, a partir de nosso referencial teórico. Para tanto, as falas, ações e atitudes, tanto das professoras quanto do formador, assim como das interações entre eles, dentre outros elementos, foram tomadas como unidades de significados para nossa análise, o que implicou em escolhas e decisões que foram baseadas nos objetivos e no referencial teórico escolhidos.

Na segunda seção, intitulada “*Analisando as Intencionalidades do Encontro*”, realizamos uma síntese do encontro. Nesta síntese, buscamos retomar algumas discussões e análises feitas durante as descrições na seção anterior, apresentando maiores justificativas, argumentações e articulações teóricas para melhor posicionar o leitor sobre as escolhas feitas por nós durante o processo de descrição e análise dos encontros.

As descrições e análises que realizamos ao longo deste capítulo não refletem, necessariamente, todos os momentos ocorridos e observados durante a formação proposta. Ao invés disso, optamos pela escolha das situações que julgamos serem mais significativas para os objetivos desta investigação.

Nossa opção por essa forma de apresentação e comunicação das reflexões e análises sobre o cotidiano dos encontros de formação é justificada por nosso interesse em construir este capítulo baseado em uma abordagem indutiva, que, para Alves-Mazzotti (2002, p. 131), significa que “o pesquisador parte de observações mais livres, deixando que dimensões e categorias de interesse emergjam progressivamente durante o processo de coleta e análise de dados”.

A partir da apresentação e justificativas para a construção deste capítulo, passamos a descrever as seções referenciadas acima.

4.2 DESCREVENDO E ANALISANDO O PRIMEIRO ENCONTRO

Ao iniciar o primeiro encontro, existia, por parte do formador³², uma grande expectativa sobre a observação aberta, pois havia o receio de que as professoras participantes se sentissem, de certa forma, constrangidas por se encontrarem em uma situação que não lhes é comum e, assim, se comportassem de forma diferente do que se comportariam habitualmente, criando uma situação pouco propícia à observação. Entretanto, foi gratificante observar a aceitação por elas, desde o início, do posicionamento dos equipamentos de gravação em vídeo e em áudio que existiam no interior da sala utilizada para os encontros, dando indícios de que os registros poderiam ser realizados, como o esperado, e que suas ações, no interior do grupo, não seriam afetadas pela presença dos referidos equipamentos.

Adotamos as orientações propostas por Sandín Esteban (2010) a fim de oferecer, desde esse primeiro encontro, um ambiente amigável e favorável aos objetivos tanto da formação quanto do presente estudo. Entre as orientações propostas por esta autora, destacamos seu comentário sobre o processo de observação em uma investigação.

³² Iremos nos referir ao professor-pesquisador, a partir de agora, apenas como formador. O formador é o próprio doutorando desta pesquisa.

Ela ressalta que

a observação ocorre no âmbito de um contexto que expressa realidades entre pessoas que agem, se comunicam e interagem com os demais membros do grupo, observando uns aos outros e ao próprio observador. Assim, se um observa um grupo e dele participa, estará sendo simultaneamente observado e comentado pelos integrantes do grupo, objeto de estudo. É importante, desse modo, que o observador se apresente aos elementos do grupo e declare os objetivos do seu trabalho sem maiores disfarces, evitando que seja considerado um “estranho no ninho” (SANDÍN ESTEBAN, 2010, p. 41).

Com essa intencionalidade, destacada pela autora, o formador iniciou a conversa com as professoras³³, realizando uma breve apresentação da sua formação acadêmica, assim como sobre a sua pesquisa de doutorado na área de Educação, que se encontrava em andamento. Ele discorreu sobre a sua experiência profissional, em especial sobre os seus trabalhos com professores dos anos iniciais, destacando alguns dos projetos dos quais ele já havia participado nesta área.

Ele ressaltou que, apesar de estar oferecendo a formação continuada para obter alguns dados para a pesquisa, havia, ainda, o objetivo de analisar a própria formação e sua dinâmica, em consequência de seu interesse e preocupação com os projetos que envolvem a formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais.

Como a formação contou com a presença de uma aluna do curso de licenciatura em Matemática da Instituição de Ensino Superior onde a formação foi realizada, que atuou como observador cego³⁴ ao longo dos encontros, o formador solicitou que ela também se apresentasse e falasse um pouco sobre como seria sua atuação no interior do grupo.

Em seguida, foi proposto que cada professora se apresentasse, falando seu nome, seu local de trabalho, explicitando há quanto tempo estava na carreira docente e qual era o interesse em participar de uma formação continuada na área de

³³ Para evitar repetições, passaremos a nos referir às professoras participantes da formação apenas como professoras.

³⁴ A fim de evitar repetições deste termo ao longo do texto, passaremos a nos referir ao observador cego apenas como observador.

matemática, destacando quais eram suas expectativas em relação à formação que ora se iniciava.

A opção por iniciar a formação com uma breve apresentação de todos os sujeitos nela envolvidos foi uma escolha baseada na ideia de que esta seria uma forma adequada de aproximação, não só entre o formador e as professoras, mas também entre elas próprias.

Nesse primeiro momento, o formador procurou criar uma relação amigável, de forma que esta relação não se configurasse como um abismo entre ele e as professoras, uma vez que ele queria evitar uma situação que gerasse um distanciamento entre os sujeitos envolvidos, prejudicando tanto a formação em si quanto a investigação proposta.

A busca por uma aproximação e uma relação amigável entre os sujeitos envolvidos na formação também se justifica pela nossa compreensão de que as interações professora-formador e professora-professora, dentro do espaço de formação proposto, se configuram como um componente fundamental no processo de ensino e aprendizagem (PINO-FAN; ASSIS; CASTRO, 2015).

Para contribuir com esse ambiente amigável e estimular o respeito e o compromisso entre as professoras, e entre elas e o formador, este se orientou pelas ideias de Gattegno (1970, 1974, 1987, 1988), destacadas no trabalho de Dawson (2010), ao abordar a orientação chamada de Subordinação do Ensino à Aprendizagem (SUTIL), uma vez que esta abordagem exalta a necessidade de se promover estes elementos.

Em seu trabalho, Dawson (2010) destacou alguns elementos, os quais foram explicitados anteriormente, que caracterizam a orientação SUTIL, os quais o formador buscou utilizar durante os encontros. Entre estes elementos, e particularmente nesse primeiro encontro, o formador explicitou:

(i) que todos os sujeitos envolvidos na formação deveriam respeitar e aceitar as capacidades, as habilidades e os conhecimentos explicitados de cada um dos envolvidos na formação;

(ii) que na dupla formador/professora, a professora seria o elemento central, ou seja, a sua aprendizagem seria de suma importância; e

(iii) que caberia às professoras construir suas aprendizagens, sendo dever do formador criar situações e experiências que possibilitassem a elas focar sua atenção nos conceitos fundamentais discutidos.

O formador ressaltou, ainda durante esse primeiro encontro, algumas ideias a partir das orientações que são propostas pelo Círculo da Sabedoria (BALDWIN, 1998). Em particular, ele destacou a importância de:

(i) se ter o compromisso de manter a discrição e a confiança entre os participantes, de forma que todos se sentissem à vontade para se expressarem, mesmo que isto significasse assumir riscos em suas falas ou em suas ações;

(ii) se ter discernimento para respeitar a opinião e a visão dos demais participantes, pois a visão de cada um não deveria ser classificada, necessariamente, como certa ou errada; ela poderia simplesmente ser diferente;

(iii) que, pela própria característica de uma formação envolvendo a Modelagem, haveria a necessidade de se propor e realizar alguns acordos no interior do grupo, a fim de que os objetivos da formação fossem alcançados.

O formador explicitou, ainda, que os acordos firmados no interior do grupo sempre seriam adaptáveis, e, se algo não estivesse funcionando bem, estes acordos deveriam ser revisados de forma a manter o processo. Da mesma maneira, se problemas aparecessem, o grupo deveria procurar um acordo em conjunto que melhor se harmonizasse com a situação.

Consideramos que a adoção dessas orientações contribuiu para que fosse dada voz às professoras, de forma que nos permitisse conhecer e compreender, por exemplo, seus pontos de vista e o sentido dado por elas às suas práticas, por meio dos momentos de reflexão conjunta.

Após a apresentação de cada professora, observamos que a maioria delas estava ali, segundo suas próprias falas, para obter mais conhecimentos de matemática, bem como apreender novas estratégias para ensinar conteúdos dessa disciplina para seus alunos. Outros pontos em comum que percebemos em suas falas se referem: (i) à dificuldade que elas expressaram ter para ensinar matemática; e (ii) ao fato de não possuírem muita habilidade para trabalhar com estratégias e materiais diferentes para ensiná-la e que, por esta razão, por vezes reproduziam em sala de aula situações que haviam vivido enquanto alunas, priorizando o uso apenas dos livros didáticos para ministrar suas aulas de matemática e o uso de resoluções ‘mecanizadas’ para trabalhar com os procedimentos e algoritmos matemáticos.

Quando confrontamos algumas dessas falas com as respostas das professoras ao questionário aplicado, podemos confirmar essas afirmações por meio da resposta dada pela professora Vera. Ao se referir a esta situação, esta professora fez o seguinte comentário: “É difícil trabalhar com a matemática porque eu não tenho formação em matemática [...]. Às vezes falta um domínio maior e isso é uma coisa que às vezes é complicado. Então eu quero aprender mais matemática para lidar com essas dificuldades” [Q;PII1a]³⁵.

Para Nacarato, Mengali e Passos (2009), revelações como essas, feitas pelas próprias professoras, expõem as lacunas nos processos formativos delas. Para as autoras, estas lacunas colocam as professoras

diante do desafio de ensinar conteúdos específicos de uma forma diferente da que aprenderam, além de precisarem romper com crenças cristalizadas sobre práticas de ensino de matemática pouco eficazes para a aprendizagem dos alunos (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009, p. 10).

Apesar do comentário das professoras sobre a dificuldade para ensinar matemática, algumas delas afirmaram gostar muito de ensinar esta disciplina, mas destacaram que gostariam de ter maiores conhecimentos sobre o conteúdo e sobre estratégias para melhor ensiná-la.

A professora Evelyn, ao responder ao questionário, apresentou-nos seu relato sobre seu interesse em ensinar essa disciplina. Neste relato, ela destaca: “desde

³⁵ Esta notação significa: [Resposta ao questionário; Número da questão].

pequena sempre gostei de ensinar. Brincava de escolinha. Mas tudo começou com um convite para trabalhar em uma escolinha de Educação Infantil como auxiliar. Depois disso, não parei mais e o interesse só aumentou” [Q;PI7]. Sobre o seu desempenho em matemática, ela relata: “não me considero boa em matemática, mas acredito que posso me tornar se me esforçar e buscar mais sobre a matéria. Preciso me atualizar” [Q;PII2c].

Ball (2000) e Ma (1999), por meio de suas investigações com professores e com futuros professores, concluíram que são muito evidentes as dificuldades dos professores para ensinar matemática, assim como as lacunas conceituais que eles revelam ter sobre a matemática que ensinam ou irão ensinar, o que nos leva a ressaltar a ideia de que ensinar matemática básica não é simples. Manter esta compreensão se mostrou sobremaneira importante para nós, pois ela nos possibilitou um olhar mais cuidadoso para nos expressar e lidar com as situações de ensino e aprendizagem envolvidas na formação.

As revelações iniciais por parte das professoras, sobre a dificuldade em ensinar matemática para os alunos, é também uma das preocupações apresentadas nos trabalhos de Ball (2000) e Ball, Thames e Phelps (2008). Para estes autores, parece óbvio que as professoras precisam saber os conteúdos a serem ensinados, bem como ter um bom repertório sobre estratégias e procedimentos para ensinar, a fim de minimizar suas dificuldades em ensinar matemática. Entretanto, os autores destacam que há uma necessidade de se compreender, também, as dimensões adicionais deste conhecimento útil para a sala de aula.

Podemos compreender essas dimensões adicionais como pertencentes às discussões que vêm sendo realizadas sobre o conhecimento matemático que o professor deve ter para o ensino, ou seja, que devem fazer parte do rol de conhecimentos do professor para que ele desempenhe, de forma eficiente, a profissão docente.

Após a apresentação dos sujeitos envolvidos na formação, e a breve discussão sobre os interesses e expectativas das professoras, o formador deu início às atividades específicas da formação, realizando um questionamento às professoras sobre o que elas entendiam por “Modelagem Matemática”. Em resposta a este questionamento, de

forma mais geral, nenhuma professora demonstrou conhecer o assunto, limitando-se a dizer uma ou outra palavra que elas acreditavam poder caracterizar a Modelagem. Este foi o ponto de partida para as primeiras discussões sobre a Modelagem e a formação de professores.

Em um trabalho anterior, também envolvendo a formação continuada de professores, Barbosa (2001a) se utilizou de uma pergunta semelhante em um questionário elaborado para os professores. As respostas que ele obteve foram muito parecidas com as que obtivemos e, para este autor, revelações como esta podem nos permitir levantar a hipótese de que os professores podem não ter clareza do que sejam metodologias de ensino da matemática.

Para Barbosa (2001a), a expectativa era de que, mesmo sem conhecer o processo da Modelagem, os professores respondessem que a Modelagem é uma alternativa pedagógica para o ensino da matemática, o que não aconteceu com nenhum professor e, em nossa investigação, também não aconteceu com nenhuma professora.

Para além dessa hipótese, levantada por esse autor, conjecturamos que esse desconhecimento revelado pelas professoras ressalta a evidência apresentada por algumas pesquisas de que a Modelagem ainda não se configura como uma temática presente na formação inicial dos professores, em particular nos cursos que formam professores para atuarem no Ensino Fundamental I.

Diante do desconhecimento sobre essa temática, explicitado pelas professoras, antes da distribuição do primeiro texto que seria discutido com o grupo, bem como da indicação das demais referências bibliográficas sobre o tema, o formador utilizou as respostas das professoras sobre o que elas entendiam por Modelagem para a realização de um *mapa conceitual*³⁶ para fomentar esta discussão.

Essa ferramenta também não era de conhecimento por parte das professoras. Dessa forma, o formador fez uma breve descrição explicando como era o

³⁶ Estamos utilizando a ideia de mapa conceitual na perspectiva discutida por Tavares (2007). Utilizamos, para este fim, um mapa conceitual do tipo “teia de aranha”.

funcionamento da dinâmica, a fim de que tivessem um melhor aproveitamento desta atividade.

Após a discussão envolvendo o *mapa conceitual*, o formador realizou uma apresentação sobre as diferentes concepções de Modelagem. Esta discussão teve como texto norteador o artigo intitulado “Concepções de Modelagem Matemática” (KLÜBER; BURAK, 2008)³⁷, e a escolha deste artigo se justifica por ele focar as concepções de quatro pesquisadores que desenvolvem trabalhos na área de Modelagem, sendo que dois destes autores, nomeadamente Caldeira e Barbosa, têm suas concepções adotadas e discutidas ao longo da formação proposta e da investigação ora realizada.

Antes de terminarmos o primeiro encontro, o formador solicitou às professoras que respondessem a um questionário³⁸. A aplicação individual do questionário teve como objetivo: (i) coletar dados que permitissem conhecê-las um pouco melhor, traçando o perfil das participantes; e (ii) possibilitar que elas explicitassem algumas crenças e concepções acerca do ensino e da aprendizagem da matemática. Ressaltamos que este questionário foi adaptado do trabalho desenvolvido por Ball (1991) ao realizar o seu trabalho de doutorado, e recorreremos às respostas das professoras sempre que julgarmos necessário confrontar falas, crenças e concepções ou mesmo utilizar-se de suas respostas para justificar seus argumentos e justificativas para suas falas e ações ao longo da formação.

4.2.1 Analisando as intencionalidades do primeiro encontro

A expectativa em trabalhar com a Modelagem nessa formação era a de possibilitar, por meio de uma situação real vivenciada no *campus* da Instituição onde a formação estava sendo desenvolvida, a exploração de questões relacionadas a um contexto real e social. Pretendia-se, assim, dar significado aos conteúdos que seriam abordados ao longo da formação, permitindo a discussão em grupo e tornando as professoras corresponsáveis no processo de aprendizagem.

³⁷ Anexo I.

³⁸ Anexo II.

Como nos referimos anteriormente, a escolha do artigo intitulado “Concepções de Modelagem Matemática” (KLÜBER; BURAK, 2008) é justificada pelo nosso interesse em apresentar para as professoras as concepções de quatro importantes pesquisadores que desenvolvem trabalhos na área de Modelagem. De forma particular, discutir as concepções de Caldeira e de Barbosa, cujas ideias são norteadoras para nossa investigação.

Para além dessa justificativa, ao propor a leitura e discussão desse artigo, buscamos oportunizar às professoras que tivessem contato com essas concepções, para que elas vislumbrassem um dos cenários que necessariamente deverão estar claros para que sejam desenvolvidos os trabalhos na área de Modelagem, que diz respeito justamente às possíveis concepções que podem ser adotadas dentro desta área.

Barbosa (2001b) destaca a importância do contato dos professores com os vários tipos de abordagens da Modelagem, de modo que eles possam eleger o possível para seus contextos escolares. Apesar de, neste momento, a nossa preocupação não estar voltada para os contextos escolares das professoras, mas sim para o contexto da formação continuada delas, entendemos que esta importância não é diminuída, haja vista a necessidade de as professoras reconhecerem, no trabalho que iriam desenvolver, quais eram as expectativas em relação às suas posturas e aos resultados finais que seriam apresentados, com base nas concepções de Modelagem que estávamos assumindo para o desenvolvimento do nosso trabalho.

Em relação à busca do formador por uma aproximação entre as professoras e entre ele e as professoras, destacamos que esta busca, desde esse primeiro encontro, justifica-se pelo interesse em possibilitar uma interação entre os sujeitos, neste ambiente, que atendesse aos pressupostos apresentados por Dawson (2010), a respeito da abordagem SUTIL, assim como atendesse aos pressupostos apresentados por Baldwin (1998) sobre o Círculo da Sabedoria.

Os questionamentos feitos às professoras, que resultaram em seus relatos sobre as dificuldades para ensinar matemática, sobre a falta de conhecimento de estratégias variadas para trabalhar com esta disciplina, assim como o interesse e a preocupação delas em melhorar a sua prática, ajudaram-nos a afirmar a importância

da formação que ora se iniciava, e as discussões que pretendíamos realizar com o intuito de contribuir para as Dimensões Didática e Matemática do CDM.

4.3 DESCRREVENDO E ANALISANDO O SEGUNDO ENCONTRO

O segundo encontro contou com a participação de nove professoras. Para este encontro, a proposta inicial foi a de discutir uma atividade de Modelagem que havia sido realizada com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental I. Esta atividade faz parte do artigo³⁹ intitulado “A Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: o germém da criticidade” (LUNA; SOUZA; SANTIAGO, 2009), que propõe uma discussão visando compreender como os alunos deste nível de ensino podem analisar, de forma crítica, o papel dos modelos matemáticos em debates sociais, por meio da Modelagem Matemática.

O estudo proposto nesse artigo foi realizado em uma instituição de ensino em Feira de Santana, no interior da Bahia, e a atividade de Modelagem foi sobre a construção de cisternas no semiárido baiano. Os autores deste artigo destacaram que os diálogos entre as crianças e a professora

indicaram que a inserção da Modelagem nos anos iniciais possibilita que as crianças percebam a presença dos modelos matemáticos na sociedade, suas implicações sociais, políticas e econômicas em diversos segmentos da Sociedade (LUNA; SOUZA; SANTIAGO, 2009, p. 135).

A utilização de um exemplo do uso da Modelagem foi uma forma de problematizar o seu uso e aguçar a curiosidade das professoras, de forma a despertar, nelas, o interesse pelo envolvimento na atividade que seria proposta no próximo encontro.

Como o formador havia constatado no encontro anterior, as professoras desconheciam qualquer discussão sobre a temática de Modelagem. Neste sentido, esta atividade também se revelou importante para que elas observassem como se dava a discussão matemática em um ambiente de Modelagem. Para a nossa proposta de formação, a Modelagem se apresentava como uma nova forma de se fomentar a

³⁹ Anexo III.

discussão matemática e, por esta razão, atentamo-nos à afirmação de Freitas e Villani (2002) quando se referiram às resistências dos professores em uma formação continuada.

Para estes autores,

os professores entram neles com concepções, crenças e atitudes, tanto sobre o conteúdo do curso – conhecimentos e habilidades – quanto sobre a natureza e o propósito da aprendizagem, do ensino e dos papéis apropriados para alunos e professores. Essas ideias, que foram sendo construídas ao longo de sua inserção no contexto escolar – enquanto aluno e fruto de sua história de vida pessoal – constituem uma das razões de resistência às mudanças FREITAS; VILLANI, 2002, p. 120).

Compreendíamos que o trabalho com a Modelagem iria exigir das professoras uma mudança em suas atitudes e posturas, para que se envolvessem na proposta de trabalho e se permitissem vivenciar uma nova experiência envolvendo o ensino e a aprendizagem da matemática.

A apresentação desse artigo, em particular, além de retratar a atividade de Modelagem, possibilitou que, ao mostrarmos essa relação entre os conteúdos matemáticos e aspectos da sociedade, de certa forma, estivéssemos problematizando a relação entre o currículo escolar e aspectos político-sociais ou econômicos que contribuem para a formação de um indivíduo que seja preocupado e interessado por questões desta natureza.

Neste sentido, as discussões realizadas com as professoras contribuíram para evidenciar a importância de uma reflexão sobre a Categoria Ecológica, que está relacionada à Dimensão Didática do CDM. Para Pino-Fan, Assis e Castro (2015), esta categoria está relacionada ao conhecimento que o professor deve ter do currículo e das suas relações políticas, sociais e econômicas.

Situações como a apresentada por esse artigo ressaltam as discussões propostas por esses autores, uma vez que eles defendem que

os professores devem ter conhecimento do currículo de matemática do nível que considera o estudo de um objeto matemático, as relações que possam existir com outros currículos, as relações que tais currículos têm com

aspectos sociais, políticos e econômicos que apoiam e condicionam o processo de ensino e aprendizagem (PINO-FAN; ASSIS; CASTRO, 2015, p. 1436) [tradução nossa].

Com esse entendimento, e buscando ressaltar a importância da Categoria Ecológica como um conhecimento importante para as professoras, a discussão conduzida pelo formador não ficou centrada apenas no exemplo da atividade proposta e analisada no artigo. Por meio desta discussão, o formador observou a possibilidade de ressaltar que atividades como esta, envolvendo a Modelagem, além de contribuir para o desenvolvimento de habilidades matemáticas nos alunos, também contribui para “a percepção de que os conteúdos matemáticos são tomados como critérios de decisões sociais [...] assim, os conteúdos matemáticos não são objetivos e neutros” (LUNA; SOUZA; SANTIAGO, 2009, p 140).

Em relação aos conteúdos matemáticos que são abordados no artigo, o formador chamou a atenção para a forma como alguns deles, como, por exemplo, a porcentagem, as formas geométricas, as unidades de medidas e a média aritmética, eram abordados. Estes conteúdos, certamente, também apareceriam durante a realização da atividade que seria proposta para as professoras, e o formador buscou exemplificar como esses conteúdos podem ser abordados por meio de uma atividade de Modelagem que possibilita a interdisciplinaridade não apenas entre disciplinas ou áreas de conhecimento, mas uma interdisciplinaridade interna da própria matemática.

O formador ressaltou, para as professoras, o fato de que atividades dessa natureza atendem as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997), quando afirmam que os professores precisam levar em consideração o contexto em que seus alunos vivem, valorizando os hábitos e os costumes locais, transformando-os em importantes subsídios para a sala de aula. Segundo o documento,

A construção e a utilização do conhecimento matemático não são feitas apenas por matemáticos, cientistas ou engenheiros, mas, de formas diferenciadas, por todos os grupos socioculturais que desenvolvem e utilizam habilidades para contar, localizar, medir, desenhar, representar, jogar e explicar, em função de suas necessidades e interesses. Valorizar este saber matemático, intuitivo e cultural, aproximar o saber escolar do universo cultural em que o aluno está inserido, é de fundamental importância para o processo de ensino e aprendizagem (BRASIL, 1997, p.34).

Como podemos constatar pela descrição da atividade desenvolvida com os alunos, ela está totalmente relacionada com o cotidiano deles e de suas famílias, o que se configura como um elemento essencial para que eles compreendam a importância da matemática na vida deles.

O fato de algumas das professoras nunca terem participado de outras formações continuadas, aliado ao fato de que nenhuma delas conhecia um trabalho envolvendo a Modelagem, eram motivos de preocupação do formador, no sentido de que ele sentia que as professoras precisariam, primeiramente, compreender a importância da utilização da Modelagem e a sua forma de apresentação, de forma que elas se envolvessem na proposta de formação.

Nesse sentido, concordamos com Rosa (2002), quando ele conclui que mudanças como esta, representada pela forma de trabalho nesse ambiente, e que se referem a um processo educacional com professores, devem ser algo gradual e não linear. Com este entendimento, faz sentido algumas professoras terem manifestado insegurança a um modo de trabalho novo, principalmente por esta insegurança estar relacionada com a necessidade de rever, de forma mais profunda, seus princípios e romper algumas fronteiras.

Um outro fator que gerou uma discussão, e que não estava previsto, mas foi explorado neste momento, se revelou na preocupação das professoras em discutir os aspectos sociais que foram levantados no texto, e que foram complementados por informações mais específicas sobre a população que vive na região do semiárido brasileiro, por exemplo, que o formador apresentou.

Antes de finalizar as discussões desse encontro, o formador solicitou que as professoras se organizassem em três subgrupos para a atividade que seria proposta no próximo encontro. A divisão do grupo em três subgrupos foi intencional, no sentido de que elas pudessem melhor compartilhar e discutir ideias, assim como termos a possibilidade de surgirem visões e opiniões diferentes entre os grupos e que poderiam ser confrontadas durante as socializações e discussões.

4.3.1 Analisando as intencionalidades do segundo encontro

A proposta para esse encontro foi o de propor uma discussão com as professoras que tinha, como objetivo central, inseri-las numa discussão que explicitasse as potencialidades da utilização da Modelagem, demonstrando que estas potencialidades não se referem exclusivamente a desenvolver competências matemáticas, mas, e talvez principalmente, contribuir para a reflexão dos alunos sobre o papel e o uso de modelos matemáticos no cotidiano e suas possíveis influências na sociedade.

O envolvimento das professoras na discussão paralela que ocorreu, sobre os aspectos sociais destacados no artigo, ressalta a afirmação de Luna (2009, p. 141), quando ela diz que “a Modelagem Matemática contribui para a formação da cidadania e para o debate em torno de temas sócio-político-econômico-culturais, pois possibilitou a abordagem de outros assuntos de contextos não necessariamente matemáticos”.

Entendemos que a discussão do artigo contribuiu para a discussão de temas como classes sociais, o sistema político, entre outros, e a relação destes temas com os aspectos matemáticos que foram abordados. Provavelmente, estes temas não seriam abordados e discutidos em uma forma tradicional de trabalho em uma formação continuada.

A discussão entre os conteúdos do currículo de matemática e a sua associação com aspectos sociais contribui para a discussão sobre a Categoria Ecológica do conhecimento proposta por Pino-Fan e Godino (2015). A proposta deste tipo de atividade teve a intencionalidade de despertar, nas professoras, um interesse em se envolver numa discussão social, por meio da matemática.

Para além do interesse inicial de utilizar um exemplo do uso da Modelagem como forma de problematizar o seu uso e despertar, nelas, o interesse pelo envolvimento na atividade que seria proposta no próximo encontro, observamos, durante o desenvolvimento da discussão, a oportunidade de relacionar esta discussão com a Dimensão Didática do CDM, conforme descrevemos.

4.4 DESCREVENDO E ANALISANDO O TERCEIRO ENCONTRO

Na perspectiva adotada para esta pesquisa, trabalhar com a Modelagem na formação de professores significa propor o desenvolvimento de um trabalho com situações reais, não matemáticas, aonde o uso de conceitos e resultados matemáticos deve ser visto como meios para se discutir e resolver problemas que pertençam a estas situações reais (BARBOSA, 2009), de forma que contribua, ainda, com a proposição de discussões sobre o próprio papel da matemática na sociedade.

Para a caracterização da configuração curricular de Modelagem que estava sendo proposta, orientamo-nos pelas discussões realizadas por Barbosa (2001a, 2001b), que considera que o desenvolvimento do trabalho com a Modelagem pode ser caracterizado por meio de três casos. O autor ressalta que a indicação destes casos não se configura como uma prescrição para o trabalho com a Modelagem, nem mesmo que eles se configurem como uma orientação linear de trabalho, ou seja, que se deva, necessariamente, começar o trabalho pelo caso um até se chegar ao caso três. Para o autor, estes casos configuram-se como “zonas de possibilidades sem limites claros que ilustram a materialização da Modelagem” (BARBOSA, 2001b, p. 2).

Ao caracterizar esses casos, o autor apresenta as seguintes descrições:

Caso 1. O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.

Caso 2. O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução.

Caso 3. A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema. É via do trabalho de projetos. (BARBOSA, 2001a, p. 8-9).

O autor apresenta o quadro a seguir para ilustrar esta relação descrita em cada um dos casos, esquematizando a participação do professor e do aluno em cada um deles.

Quadro 1 – Descrição das relações entre professor e aluno.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3

Elaboração da situação-problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2001a, p. 9).

Analisando os três casos sugeridos pelo autor, e confrontando com a nossa proposta de trabalho com a Modelagem, caracterizamos esta proposta como pertencente ao caso 2. Esta conclusão se deve ao fato de que, para esta formação, a elaboração da situação-problema foi idealizada pelo formador, que se configura como um problema oriundo da realidade do *campus* onde a formação estava sendo desenvolvida, de forma que as professoras ficassem responsáveis pela coleta das informações necessárias para a sua solução, conforme preconizam as orientações para o trabalho com a Modelagem no referido caso.

Sendo assim, a partir do entendimento sobre qual era o caso referente à configuração curricular de Modelagem que seria adotada para o trabalho, foi apresentada, para as professoras, uma situação real e vivenciada no *campus* da Instituição de Ensino onde o formador leciona, e que se configura como uma situação que atende aos preceitos aqui assumidos sobre a o trabalho com a Modelagem.

O formador descreveu a seguinte situação vivenciada no *campus* da Instituição, e que se configurava como o problema a ser resolvido pelas professoras:

“Em nosso campus, não há o oferecimento do ensino médio regular da Educação Básica. O oferecimento dessa modalidade de ensino é comum em alguns campi da nossa instituição, e há um grande interesse, tanto do ponto de vista social, como do ponto de vista acadêmico, que o nosso campus também possa oferecer essa modalidade de ensino. Alguns estudos de viabilidade estão sendo realizados, e algumas variáveis estão sendo analisadas. Uma das variáveis diz respeito à infraestrutura do campus. Para o

oferecimento do ensino médio regular, muitas alterações na infraestrutura precisam ser realizadas. Dentre elas, uma é essencial e obrigatória: o campus precisa possuir uma quadra poliesportiva para a prática de atividades ligadas à disciplina de Educação Física.

A partir dessa problematização, e da discussão sobre alguns aspectos dessa possível implantação do ensino médio regular em nosso campus, convido vocês a realizarem um estudo explorando as seguintes questões: É possível a construção de uma quadra poliesportiva em nosso campus para a realização de atividades ligadas à disciplina de Educação Física? Quais são os aspectos que precisam ser analisados para se verificar esta possibilidade? Quais são os possíveis impactos sociais para a comunidade e para o município onde se encontra o campus, caso essa implantação ocorra?”

Essa problematização permitiu que a atividade fizesse sentido para as professoras, e convergissem com os trabalhos que envolvem a Modelagem e que têm explicitado que atividades que se configuram como sendo do cotidiano, reais, e por vezes complexas, passem a ser mais motivadoras para os sujeitos envolvidos em sua resolução, em particular pelo fato de que estas situações envolvem a busca de respostas também reais para a sua solução (BARBOSA; CALDEIRA; ARAÚJO, 2007; BARBOSA, 2002, 2006, 2007).

Por meio dessa problematização e contextualização apresentada para as professoras, destacamos o potencial da Modelagem para a aproximação entre a matemática e o entorno social no qual elas estão inseridas, evidenciando o contexto interdisciplinar promovido pelo uso da Modelagem. Do ponto de vista do assunto, observamos que este problema suscita conhecimentos matemáticos que se pretende avaliar e refletir a importância dos conteúdos e processos matemáticos envolvidos nele.

Pretendemos, com o desenvolvimento dessa atividade, que conteúdos, conceitos, objetos, algoritmos, propriedades matemáticas emergjam do fenômeno investigado, enquanto as professoras vão se envolvendo ao lidar com o assunto, em vez desses elementos serem o ponto de partida.

Para a realização da atividade, as professoras foram convidadas a andar pelo *campus*⁴⁰ de forma a identificarem, inicialmente, em qual espaço essa construção poderia ser feita. Como havia, neste momento, a participação de sete professoras, elas solicitaram que fossem divididas em apenas dois grupos, e não mais em três, como havia sido acordado no encontro anterior. Lançando mão da discussão proposta por Baldwin (1998), em relação ao Círculo da Sabedoria, o formador disse que, como havia explicitado, os acordos firmados no interior do grupo sempre seriam adaptáveis, e este se configurava como um exemplo desta situação.

Apesar do interesse inicial em ter mais grupos, para, possivelmente, obter mais elementos para confrontação e discussão de ideias, o pedido delas se justificava pelo fato de ter ficado apenas uma professora do terceiro grupo, e as outras professoras que estavam presentes já haviam se organizado em grupos específicos por trabalharem na mesma escola, o que para elas seria mais interessante no sentido de poderem discutir aspectos da formação enquanto estavam na escola, bem como se organizarem, entre elas, posteriormente, para trabalharem com a Modelagem na própria escola, cujo interesse de algumas professoras foi explicitado por elas no encontro anterior.

Durante a caminhada pelo *campus*, elas foram orientadas a identificar esse espaço, sem um roteiro definido, ou seja, elas poderiam começar a investigação por qualquer parte do *campus*. O formador orientou, ainda, que elas registrassem suas observações e dados em seus cadernos, pois estas anotações poderiam servir para fomentar as discussões posteriores.

Como o *campus* não possui muitos espaços grandes disponíveis, elas identificaram, sem muitos problemas, os dois espaços em potencial para a construção da quadra: (i) o primeiro espaço localiza-se próximo à entrada do prédio. Este espaço já possui uma pequena horta, que é mantida por alguns funcionários da Instituição, e algumas árvores plantadas; (ii) o segundo espaço localiza-se no final do estacionamento da Instituição, é totalmente descampado e possui, em uma de suas divisas, um pequeno córrego.

⁴⁰ A etapa que se configura como o momento de investigação do espaço para a construção da quadra será referida por nós como a “etapa de investigação de campo”.

Em vista das condições de cada espaço disponível, os dois grupos optaram por indicar o espaço descampado como uma possibilidade para a construção da quadra. A justificativa unânime para esta indicação residiu no fato de que no outro espaço seria necessário cortar as árvores que já existiam no local, ação esta que foi refutada por todas as professoras. Diante da indicação do espaço para a construção, os grupos⁴¹ começaram a definir as estratégias para a sua medição..

Em um primeiro questionamento às professoras, o formador perguntou se elas sabiam quais eram as medidas de uma quadra poliesportiva. Apesar de todas as professoras afirmarem não saber a resposta, a professora Milena comentou: “eu não sei quais são as medidas [de uma quadra poliesportiva⁴²], mas, olhando para esse espaço, dá para perceber que dá para construir uma quadra [poliesportiva] aqui”⁴³.

O formador questionou as outras professoras sobre se elas concordavam com a afirmação da Milena, e todas responderam que sim. O questionamento do formador sobre as medidas de uma quadra poliesportiva se constituiu como uma primeira questão de investigação para as professoras, uma vez que esta informação era essencial para a definição da construção e do espaço escolhido, e por esta razão elas teriam que realizar uma pesquisa sobre o assunto.

Assim, apesar da concordância das professoras de que seria possível fazer a construção naquele espaço, o formador ressaltou que seria necessário confirmar esta informação, bem como verificar a existência de outras variáveis, para indicar qual seria a medida da “área útil” disponível para a construção da quadra. Dessa forma, o formador pediu que as professoras caminhassem pelo espaço e levantassem as possíveis variáveis que elas achassem importante destacar.

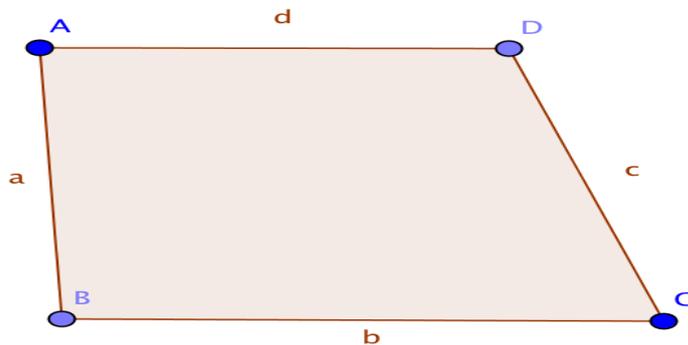
⁴¹ Ressaltamos que, quando for necessário nos referirmos aos grupos, e não a uma professora em particular, faremos referência a estes grupos como sendo grupo 1 (G1) e grupo 2 (G2).

⁴² As frases reproduzidas ao longo das descrições não foram modificadas por nós, sendo a reprodução fiel às respectivas falas. Entretanto, quando julgarmos necessário, faremos uma complementação das falas, e esta complementação será apresentada entre colchetes, de forma a diferenciar as falas do formador e das professoras de nossos comentários ou complementação.

⁴³ Esclarecemos que a escolha das falas e das ações do formador e das professoras, as quais reproduzimos ao longo da descrição deste encontro, é baseada em nosso interesse de apresentar algumas evidências que remetam a algumas ideias matemáticas que serão problematizadas pelo formador quando eles retornarem para a sala destinada para a formação, servindo como base para as articulações com nosso referencial teórico e metodológico.

Para uma melhor visualização do espaço disponível, apresentamos a Figura 2, a seguir, a título de ilustração e identificação dos lados que serão referidos, ao longo do texto, durante a descrição do processo de medição.

Figura 2 – Desenho de apoio⁴⁴.



Fonte: Elaborada pelo Autor.

Após cerca de trinta minutos caminhando pelo terreno, as professoras voltaram a se reunir⁴⁵ com o formador e apresentaram algumas variáveis importantes para serem discutidas. O G1, por exemplo, disse que o córrego poderia ser um problema para a construção da quadra, pois elas não sabiam se, quando chovia, o córrego transbordava ou não. A professora Milena comentou: “será que a prefeitura não poderia canalizar o córrego? Assim esse problema seria resolvido”. O G2 também fez referência ao córrego, e a professora Thalita sugeriu: “nós podemos deixar mais espaço livre perto do córrego, e construirmos a quadra mais para cá” [neste momento, a professora faz sinal com as mãos em referência a que a construção poderia ser feita mais próxima do estacionamento].

Podemos observar, por meio desse diálogo, em particular quando a professora Milena sugere conversar com a prefeitura, uma das importantes características

⁴⁴ Para fins da atividade, estamos considerando a superfície interna do polígono como sendo a área.

⁴⁵ É importante destacar que, durante a caminhada que as professoras realizaram no espaço, o formador e o observador permaneceram acompanhando os grupos e realizando anotações no caderno de anotações.

descrita por Barbosa, Caldeira e Araújo (2007), a qual destacamos anteriormente, e que se refere ao fato de que atividades que apresentam situações reais para investigação são mais motivadoras para os sujeitos, principalmente pelo fato dessas situações envolverem a busca de respostas que sejam também reais para a sua solução.

Nessa discussão sobre a existência do córrego ao lado da terreno disponível, o formador fez um segundo questionamento para as professoras: “Vocês sabiam que existe uma legislação específica para a edificação urbana às margens de rios e córregos?” As professoras demonstraram desconhecer a referida legislação, e essa informação se configurou como uma segunda questão de investigação para elas, dado que, para saber a medida da “área útil” para a construção da quadra poliesportiva, agora elas teriam que considerar qual era a distância, a partir do córrego, para que pudesse ser feita a construção.

Após o formador fazer uma breve explanação sobre o significado dessa legislação, uma outra variável foi levantada, agora pelo G2, em relação à irregularidade do lado do terreno que margeia o córrego. A professora Thalita comentou: “o córrego faz uma curva e aquele lado [referindo-se ao lado que margeia o córrego] não está ‘retinho’, mas os outros lados estão.”

Após o comentário da professora Thalita, o formador questionou sobre qual era o significado dessa preocupação, e então a professora Thalita completou: “quando a gente for ver a distância do córrego para poder começar a construir, a gente vai ter que prestar atenção nisso”. Esta era uma observação importante, e por isso o formador insistiu no questionamento, buscando que a professora explicitasse o que teria que ser feito. A professora Thalita então respondeu: “a gente vai ter esse lado daqui [referindo-se ao lado *b* do terreno, considerando a ilustração que apresentamos anteriormente] maior do que aquele lado [referindo-se ao lado *d*], então vai dar diferença na hora de medir a distância”.

O formador questionou as outras professoras sobre o que elas estavam entendendo do comentário feito por Thalita, e o que poderia ser sugerido para resolver o problema, mas não obteve sucesso com o questionamento. Talvez por se tratar da primeira atividade, e pelo receio de expor suas opiniões, as professoras tenham se sentido constrangidas e com o receio de falar algo “errado”. Para não criar um clima

desfavorável à continuidade da investigação proposta, o formador apenas ressaltou que se tratava de uma observação muito importante, e que voltaria a esta discussão posteriormente.

Outras variáveis e discussões foram levantadas pelos grupos, como, por exemplo, a possibilidade de construção de arquibancada, de banheiros e até mesmo de um pequeno espaço que poderia ser usado como local de convivência para os alunos. O formador comentou que todas estas sugestões poderiam fazer parte do portfólio final delas, e que estas sugestões poderiam ser discutidas ao longo da formação.

As observações levantadas pelas professoras, a descontração e o envolvimento demonstrado por elas durante o início da atividade mostraram que, inicialmente, elas estavam muito interessadas na proposta da atividade, e a interação entre elas e entre elas e o formador demonstrava que o ambiente seria muito amigável e favorável para as discussões que seriam propostas.

Ao retomar a discussão sobre a questão da “área útil” para a construção da quadra, o formador sugeriu que elas realizassem as medições que achassem adequadas, de forma a dar andamento à investigação. O formador forneceu as seguintes ferramentas para os grupos: (i) metro de madeira; (ii) fita métrica; (iii) rolo de barbante; (iv) pequenas estacas; (v) papel sulfite; (vi) canetas; (vii) régua; e (viii) fita crepe. O formador não fez referência ao que elas deveriam usar, apenas mostrou as ferramentas e disse que estavam disponíveis para o uso e, caso precisassem de alguma outra, poderiam solicitar.

Após os grupos selecionarem, inicialmente, apenas o metro de madeira e a fita métrica para realizarem a medição, o formador passou a acompanhar suas estratégias para a obtenção das medidas. Para melhor descrever o processo de medição realizado pelos grupos, apresentaremos em separado as observações sobre cada um deles. Para minimizar as influências de um grupo sobre o outro, eles começaram a medição por lados diferentes do terreno.

4.4.1 O processo de medição do terreno realizada pelo G1

A professora Milena e seu grupo começaram a medir o lado a do terreno. A estratégia utilizada foi a seguinte: elas caminharam até o ponto mais próximo possível da ‘ponta do terreno’, que estamos representando como sendo o vértice A da figura, e começaram a medir o lado a , utilizando o metro de madeira, até chegarem à ‘outra ponta do terreno’, representado pelo vértice B. O grupo determinou que este lado do terreno media quarenta e oito (48) metros, e em seguida foram medir o lado b ⁴⁶. Apesar de terem disponíveis as estacas e o barbante, nenhuma professora do G1 se preocupou em delimitar o lado que já haviam medido.

Antes de iniciar a medição do lado b , a professora Rayssa fez o seguinte comentário: “Agora tem que medir ‘retinho’, para poder dar certo”. Ao ser questionada pelo formador por que esta afirmação, a professora disse que, “se estiver ‘retinho’, então depois **não precisamos medir os outros lados** [a professora se refere aos lados paralelos aos lados que estavam sendo medidos]. As outras duas medidas da ‘horizontal e da vertical’ serão **iguais**. Aí teremos um **retângulo**” (grifos nossos).

Buscando maiores evidências sobre a afirmação da professora Rayssa, o formador perguntou o que ela queria dizer com a afirmação ‘tem que medir retinho’, bem como qual era a referência que ela usaria para verificar isso. Então, ela respondeu: “não pode medir ‘torto’ porque aí não podemos ter **os lados iguais para ser um retângulo**. E este lado [referindo-se ao lado b] tem que estar ‘retinho’ com aquele lado [referindo-se ao lado a]” (grifos nossos). Neste momento, o formador questionou as demais professoras do grupo para saber a opinião delas em relação ao que estava sendo comentado pela professora Rayssa, e elas foram unânimes em concordar com o comentário feito.

Diante da concordância das demais professoras do grupo, o formador, então, perguntou a elas o que poderia ser feito para garantir essa **relação entre os lados** (grifos nossos) a que a professora Rayssa se referia. Esse questionamento ficou sem resposta, neste momento, e as professoras apenas reproduziam a afirmação de que o lado b não poderia estar ‘torto’, ou seja, de que o lado b tinha que estar ‘retinho’ com o lado a .

⁴⁶ A fim de evitar repetição ao longo do texto, passaremos a nos referir aos lados do terreno apenas como lados a , b , c e d .

Nenhuma referência à medida do ângulo formado pelos dois lados, ou a ideia de perpendicularidade entre os lados foi citada, explicitamente, pelas professoras. Como as professoras não demarcaram o lado a que foi medido inicialmente, usando as estacas e o barbante, nem solicitaram qualquer ferramenta para a medição do ângulo formado pelos lados, o formador queria saber como elas garantiriam a perpendicularidade necessária entre os lados para que fosse válida a estratégia adotada pelo grupo.

Diante da falta de respostas das professoras, e como o formador não queria, nesse momento, dar outras pistas para a resolução do problema, ele continuou a observar a ação das professoras. Assim, elas mediram o lado b utilizando apenas o campo visual para ter a ideia de que a medição não estava ‘torta’, segundo suas próprias palavras.

Conjecturamos que a fala da professora Rayssa explicitava um conhecimento comum do conteúdo, que podemos observar ser a explicitação do conhecimento de um objeto matemático específico, que neste caso se configura pelo conhecimento de uma condição necessária para a existência de um objeto retangular, e que pode ser considerado suficiente para resolver o problema prático para se chegar às medidas dos lados do terreno. A explicitação desse conhecimento comum, bem como a forma que a professora utilizou esse conhecimento para resolver o problema, pode ser relacionado com a Categoria do Conhecimento Comum do Conteúdo.

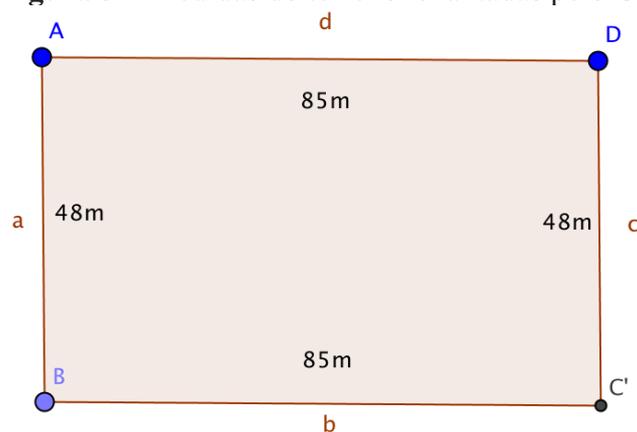
Entretanto, também podemos conjecturar que sua fala também explicitava a falta de um Conhecimento Especializado da Dimensão Matemática, que está relacionado à Categoria Epistêmica, quando observamos que ela não justifica, ou mesmo apresenta uma argumentação matemática, para o significado da necessidade de os ‘lados estarem retinhos’, de acordo com sua fala, bem como o critério que elas utilizaram para garantir esta condição. Neste momento, a fala da professora Rayssa, bem como a concordância das outras professoras do grupo sobre a sua afirmação, parecem-nos alguns indícios para estas relações que estamos realizando com as

Dimensões do CDM⁴⁷ e, por esta razão, julgamos importante a retomada desta discussão na sala dos encontros para confirmar ou refutar nossas conjecturas.

Como pode ser observado pela figura 2 – pg. 113, , o lado b do terreno é maior do que o lado d , devido ao contorno do córrego. Assim, a professora Rayssa fez o seguinte comentário, enquanto estavam medindo o lado b : “precisamos parar antes de chegar no córrego porque o lado de cima [referindo-se ao lado d] é menor, então temos que ver mais ou menos até onde o lado de cima vai, porque vai sobrar mais espaço desse lado aqui [referindo-se ao lado b]”. A observação feita pela professora foi importante e era esperada pelo formador, visto que o lado que estavam medindo, o lado b , era um pouco maior do que o lado oposto a ele, o lado d . Entretanto, novamente, as professoras utilizaram apenas a informação visual para suas conclusões, comprometendo a fidedignidade da informação.

Ao terminar de medir o lado b , as professoras determinaram que este lado media oitenta e cinco (85) metros. Como a professora Rayssa havia sugerido anteriormente, elas consideraram as mesmas medidas para os lados opostos aos que foram medidos e, assim, segundo suas conclusões iniciais, reproduzidas pela fala da professora Rayssa, “podemos ver que agora temos um terreno que é um **retângulo**” (grifo nosso) que tem as seguintes medidas:

Figura 3 – Medidas do terreno levantadas pelo G1.



Fonte: Elaborada pelo Autor.

⁴⁷ Para evitar repetições ao longo do texto, passaremos a utilizar este termo para nos referirmos ao termo Dimensões Didática e Matemática do CDM.

As professoras registraram essas informações em um esboço feito em um caderno, e o formador pediu que elas guardassem as anotações para serem discutidas quando voltassem para a sala.

4.4.2 O processo de medição do terreno realizada pelo G2

O grupo G2 iniciou a medição do terreno pelo lado b , e indo em direção ao lado c . A opção por ir por este caminho despertou o interesse do formador em saber como o grupo iria medir o lado c , pois havia o problema de este lado ser tortuoso, por conta do córrego. Assim como o grupo G1, as professoras deste grupo utilizaram o metro para realizar a medição e, ao finalizar a medição do lado b , também não se preocuparam em delimitar o lado que haviam medido. Este grupo determinou que o lado b do terreno media oitenta e sete (87) metros.

Da mesma forma que o grupo G1, as professoras do grupo G2 observaram o problema em relação ao lado c ser tortuoso. Então elas caminharam até o ponto mais próximo possível da ‘ponta do terreno’, que estamos representando como sendo o vértice D da figura, e começaram a medir o lado c , em uma linha reta, utilizando o metro, até chegar à ‘outra ponta do terreno’, representada pelo vértice C, e então desconsideraram uma parte da medida do lado b . Dessa forma, elas chegaram a medidas muito próximas do grupo G1, pois acabaram por utilizar, aproximadamente, as mesmas extremidades. Adotando a mesma estratégia do grupo G1, elas reproduziram as medidas para os lados opostos que haviam sido medidos, considerando, então, que o terreno poderia ser representado por uma forma retangular.

O formador também questionou as professoras sobre o porquê de elas estarem considerando apenas as medidas de dois lados do terreno. A professora Thalita respondeu: “podemos medir apenas dois lados e depois reproduzir as medidas. Aí teremos um retângulo.” Insistindo nesta situação, o formador questionou se havia alguma condição especial para poder considerar as medidas de apenas dois lados, reproduzir estas medidas e depois considerar que o terreno poderia ser representado por uma forma retangular, como elas estavam sugerindo.

Nesse momento, a professora Thalita respondeu: “Sim, nós temos que considerar que os lados formam um ângulo reto”. A resposta da professora Thalita foi

aceita como justificativa pelas demais professoras do grupo G2. Apesar de não utilizarem uma ferramenta que permitisse que elas concluíssem que esta afirmação poderia se feita a partir da medição que elas realizaram, a resposta da professora Thalita contemplava uma argumentação que nos permitia identificar o seu conhecimento especializado da dimensão matemática em relação ao objeto matemático a que ela se referia, tendo em vista que ela identificou e justificou o conhecimento que estava em jogo durante o processo de resolução da tarefa de medição do terreno.

Ressaltamos que essas discussões e questionamentos feitos pelo formador foram realizadas no momento em que as professoras se encontravam no terreno que estava sendo medido. As anotações das discussões foram realizadas tanto pelo formador quanto pelo observador no caderno de anotações, que se configurou como o instrumento de coleta de dados para estes momentos. Após as professoras terem finalizado a medição do terreno, e produzido um rascunho em suas anotações sobre as medidas determinadas, os grupos retornaram para a sala destinada aos encontros, onde o formador iria retomar as discussões.

O fato de o formador solicitar aos professores que registrassem os dados coletados, bem como as suas justificativas sobre os procedimentos adotados, para depois serem discutidos com o grupo na sala, encontra justificativa no fato de compreendermos que registros desta natureza também configuram-se como uma forma de organizar as ideias e as sensações das professoras.

4.4.3 Analisando a Intencionalidade do Terceiro Encontro

Destacamos que as intervenções e a postura do formador, ao longo deste terceiro encontro, desempenharam importante função tanto para os fins da formação quanto para a produção de dados que se revelaram essencialmente ricos para os fins de nossa investigação. Ao longo do processo de medição, o formador se colocou de forma flexível no seu planejamento, assistindo as professoras na organização de seus entendimentos e procedimentos, e estimulando-as à contraposição de suas opiniões, convicções e conhecimentos.

Dentre suas intervenções, sublinhamos a relevância de seus questionamentos para envolver as professoras na atividade e nas tratativas que eram propostas durante o processo de medição do terreno. Estes questionamentos frequentemente eram feitos de forma a provocar novos questionamentos, bem como a produzir novos dados para nossa investigação, ao mesmo tempo em que induzia as professoras a uma reflexão sobre as suas ações e procedimentos adotados, de maneira a contribuir para a discussão sobre suas opiniões, convicções e conhecimentos, como citamos acima. Em um momento oportuno trataremos, com a necessária articulação teórica, nosso entendimento sobre os tipos de questionamentos realizados pelo formador.

Para a organização das atividades pensadas para esse dia de formação, o formador dividiu o encontro em dois momentos, a saber:

(i) o primeiro momento refere-se à visita das professoras pelos espaços do *campus*, em busca do melhor local possível para a construção da quadra poliesportiva. Como orientação às professoras, o formador destacou que elas deveriam sugerir um local dentro do *campus* onde esta construção pudesse ser realizada e, em seguida, encontrar a “área útil” disponível do terreno para realizar a construção;

(ii) o segundo momento é caracterizado pelo retorno das professoras para a sala destinada aos encontros de formação, a fim de que fosse dada continuidade à discussão iniciada durante a medição do terreno definido para a construção da quadra.

O envolvimento das professoras nessa atividade foi muito interessante e importante para os fins desta pesquisa, bem como para os propósitos da formação. Passaremos a descrever, de forma mais pontual, as intencionalidades deste terceiro encontro, destacando as seguintes relações: (1) a atividade, a Modelagem e a formação de professores; e (2) a atividade e o retorno para a sala destinada aos encontros. Ao longo das descrições assinaladas, buscamos destacar, em cada uma delas, as intencionalidades relacionadas com o referencial teórico e metodológico adotado para esta pesquisa.

4.4.3.1 Sobre a Atividade, a Modelagem e a Formação de Professores

Buscando envolver as professoras nesse ambiente de Modelagem, aonde elas seriam colocadas em uma situação que poderia contribuir para a construção dos conhecimentos relacionados às Dimensões do CDM por meio da Modelagem, elas foram convidadas a participar da atividade de Modelagem, vivenciando esta experiência como se fossem alunos (BARBOSA, 2004), procurando oportunizar a elas poder aprender por meio da Modelagem, assim como refletir sobre a prática de Modelagem (ALMEIDA, 2006).

Almeida (2006) destaca que aprender por meio da Modelagem implica em envolver as professoras no ambiente de Modelagem para a resolução do problema proposto; já a reflexão sobre a prática, para o autor, diz respeito à prática das professoras a questionar-se, por exemplo: “Como me sinto ao utilizar a Modelagem em minha prática?”; “Que matemática eu posso ensinar por meio da Modelagem?”; “O meu aluno aprende por meio da Modelagem?”. Como já destacamos em capítulo anterior, não tínhamos a pretensão de propor uma discussão com as professoras que se configurasse como a indicação de modelos e possibilidades do trabalho com a Modelagem com os seus alunos.

Sobremaneira, também não ignoramos o interesse demonstrado por algumas professoras em compreender melhor o trabalho com a Modelagem, para que pudessem utilizá-la como uma estratégia de ensino de matemática. Por esta razão, por vezes elas questionavam o formador sobre a possibilidade de determinada abordagem poder ser feita com os alunos dos anos iniciais em sala de aula. A preocupação delas vai ao encontro do interesse explicitado por elas, no primeiro encontro, sobre apreender novas estratégias de ensino para o trabalho com a matemática em sala de aula com seus alunos.

O trabalho investigativo feito pelas professoras possibilitou que elas explorassem uma situação real vivenciada no *campus* da Instituição de Ensino Superior na qual a formação estava sendo desenvolvida. Estudos como os produzidos por Barbosa, Caldeira e Araújo (2007) e Barbosa (2002, 2006, 2007) ressaltam que a problematização de situações, como esta, por meio da matemática, é caracterizada, na área de Educação Matemática, como Modelagem.

Para Barbosa (2007), o ambiente de Modelagem pode ser caracterizado pelas seguintes condições: (i) possuir uma situação que seja um problema; e (ii) este problema ser oriundo do dia a dia ou de outras áreas do conhecimento, que não seja a Matemática. Podemos observar que a situação que propomos atende às duas condições destacadas por este autor, o que nos permite concluir que a atividade proposta configura-se como uma atividade de Modelagem na perspectiva discutida por ele.

Por meio desse ambiente de aprendizagem, e por meio da busca de respostas para solucionar o problema apresentado, tínhamos o interesse em criar um ambiente favorável ao estudo da matemática e de discussão de questões sociais, políticas e econômicas que poderiam ser evidenciadas a partir desta investigação. Neste sentido, durante o processo de medição do terreno, alguns conteúdos matemáticos foram sendo destacados e registrados, quer seja a partir das falas das professoras, quer seja por meio da fala do formador. Nossa intenção era a de problematizar a situação durante o seu desenvolvimento, levando as questões observadas para serem discutidas, de forma mais aprofundada, quando retornássemos para a sala destinada aos encontros.

Assim como preconiza Caldeira (2009), não utilizamos esse ambiente com a preocupação de reproduzir os conteúdos matemáticos que são elencados no currículo de matemática. Entretanto, ao longo do processo de medição do terreno, bem como ao longo da formação, não perdemos de vista os conceitos da matemática escolar que estavam presentes, implicitamente ou explicitamente, durante os encontros.

O desenvolvimento dessa atividade permitiu, ainda, que as professoras percebessem, assim como destaca Caldeira (2009), a eficácia da Modelagem em oportunizar às pessoas perceber a importância da matemática na vida delas, tendo em conta que, conforme discutiremos ao longo deste capítulo, o conhecimento matemático se revelou essencial para a resolução da atividade proposta.

As ações, os comentários e as justificativas dadas pelas professoras revelaram interpretações matemáticas, crenças e outras ramificações muito ricas, e a complexidade presente em algumas falas, bem como a incerteza demonstrada pelos grupos em lidar com algumas situações matemáticas, foi de grande importância para o

entendimento do ambiente de Modelagem como pertinente para oportunizar estas situações, que são essencialmente importantes para se problematizar e se discutir os conhecimentos pertencentes às Dimensões do CDM que estão em jogo durante a realização de uma atividade como esta.

Consideramos que o fato de ter dado voz às professoras, propondo questionamentos conforme as discussões iam ocorrendo, constituiu-se uma forma viável para a construção do conhecimento de maneira significativa, por meio da atividade de Modelagem. O fato de as professoras terem que analisar a situação, discuti-la com o colega, registrar os dados encontrados e depois discutir com o outro grupo e o formador gerou estimulação e participação de todos.

O envolvimento das professoras nessa atividade de medição do terreno permitiu uma contribuição para a discussão sobre a Categoria de Mediação proposta pela Dimensão Didática do CDM (PINO-FAN; GODINO, 2015), pois tínhamos o interesse em mostrar para as professoras a importância de conhecer e utilizar diferentes recursos e meios para administrar a aprendizagem. Neste sentido, o formador buscou explicitar a relação entre os recursos e os meios que foram utilizados, bem como aqueles que poderiam ter sido utilizados, no processo de Modelagem, para encontrar respostas aos problemas que foram surgindo.

Durante o momento em que as professoras realizavam a medição do terreno, o formador buscou criar, ainda, oportunidades para que elementos do conteúdo matemático que estavam relacionados com a situação apresentada pudessem ser evidenciados durante o processo de medição. Algumas menções feitas pelo formador podem ser verificadas nos seguintes exemplos:

(i) no questionamento: “Vocês sabem quais são as **medidas** de uma quadra poliesportiva?”;

(ii) no comentário: “Vocês irão precisar determinar a “**área útil**” disponível para a construção da quadra”;

(iii) no comentário: “Vocês precisam determinar qual a **distância** que precisa ser considerada, a partir do córrego, para se realizar a construção, respeitando a legislação sobre edificação urbana às margens de rios e córregos”;

(iv) no questionamento: “Quais são as **medidas dos lados** que vocês estão considerando para determinar a “**área útil**” do terreno?”.

Os elementos em negrito, nas referidas menções, além de se configurarem como indutores dos conteúdos matemáticos que seriam discutidos com as professoras, se revelaram como informações necessárias para se resolver o problema proposto. Os questionamentos e comentários feitos pelo formador possibilitaram coletar dados que pudessem ser interpretados como indícios de crenças e concepções das professoras, bem como que elas explicitassem, por meio de suas falas, elementos que pudessem relacionar com as Dimensões do CDM.

Dessa forma, esses questionamentos tinham como objetivo estimular a organização das professoras, possibilitar que elas defendessem suas produções, ideias e argumentos, seja na interação entre elas ou com o formador, contribuindo para a produção de dados importantes sobre o conhecimento matemático.

As discussões iniciais foram realizadas ainda durante o processo de medição do terreno, com o intuito de que elas percebessem a importância do conhecimento matemático para a resolução de determinados problemas. Entretanto, de forma geral, a intenção do formador foi a de levantar estes elementos, durante este processo, para fomentar as discussões que seriam propostas quando retornassem para a sala destinada aos encontros.

Alguns dos questionamentos do formador tinham como objetivo, também, instigar as professoras a explicitarem o uso de justificativas e argumentações que pudessem ser validadas por meio da matemática. Por exemplo, quando o formador perguntou para a professora Rayssa: “O que você quer dizer com a afirmação de que ‘tem que medir retinho’?”, a intenção dele era a de investigar se a professora poderia utilizar conceitos e propriedades matemáticas que pudessem evidenciar o seu conhecimento especializado da Dimensão Matemática, caracterizado pela Categoria Epistêmica da Dimensão Didática do CDM, pois a sua explicação e os termos utilizados não eram suficientes, do ponto de vista matemático, para justificar suas falas.

Além disso, para a realização da atividade, as professoras apresentaram algumas dificuldades para se referir e mobilizar conceitos matemáticos que lhes permitiriam maior fidedignidade aos dados obtidos para concluir a medição do terreno. Esta constatação se configurou como uma oportunidade para abordar os conteúdos matemáticos que são provenientes de situações do dia a dia e que podem ser levados para a prática pedagógica.

Nesse sentido, essa atividade permitiu que levantássemos dados para fomentar a discussão sobre o Conhecimento Comum do Conteúdo e o Conhecimento Ampliado do Conteúdo, pertencentes à Dimensão Matemática do CDM, assim como permitir discussões sobre a Categoria Epistêmica, a Categoria de Mediação e a Categoria de Interação, que pertencem à Dimensão Didática do CDM. A apresentação e análises sobre estas categorias são apresentadas juntamente com as discussões que ocorreram no retorno para a sala dos encontros, o que faremos na seção a seguir.

Como destacamos antecipadamente, utilizando-se da perspectiva de Modelagem com a qual estamos alinhados, não definimos, *a priori*, os conteúdos matemáticos que seriam utilizados na resolução do problema. Os conteúdos que seriam discutidos com as professoras seriam aqueles que emergissem da situação proposta e necessários para a resolução do problema apresentado.

A discussão dos conteúdos matemáticos emergidos da situação seria apresentada de forma que se exigissem, das professoras, a mobilização, a compreensão, a construção e a reconstrução de conceitos e procedimentos matemáticos, uma vez que os conteúdos não seriam abordados a partir de uma lista de conteúdos, como geralmente elas estão acostumadas a ver ou a lidar. Esta forma de abordagem exigiria das professoras uma visão não fragmentada dos conteúdos matemáticos, o que implicaria em uma busca de relações para encontrar soluções coerentes e eficazes para os problemas que fossem surgindo.

Entendemos que a discussão e a análise sobre os conhecimentos, as crenças e as concepções dos professores começaram ainda no momento de interação e investigação feita pelas professoras sobre a atividade, expandindo-se ao longo de todo o desenvolvimento da formação.

Como ressaltamos anteriormente, esta foi a primeira vez que essas professoras se envolveram em um processo de Modelagem. Mais do que isso, elas sequer haviam lido ou ouvido falar de Modelagem. Essa constatação criou uma certa tensão no formador, pois ele tinha o receio de que as professoras não identificassem os conceitos matemáticos necessários para se trabalhar na atividade. Esses momentos de tensão foram explicitados no trabalho de Oliveira e Barbosa (2010), quando eles se referem à tensão do professor no desenvolvimento de um trabalho utilizando a Modelagem.

4.4.3.2 Sobre a atividade e o retorno para a sala destinada aos encontros

Após o trabalho de identificação e medição do terreno que as professoras determinaram como possível para realizar a construção da quadra, todos voltaram para a sala dos encontros, a fim de que fossem dadas as orientações sobre o prosseguimento das atividades destinadas para este encontro. Um dos objetivos ao retornar para a sala era o de problematizar uma discussão acerca dos dados que as professoras levantaram durante o processo de medição, bem como acerca das observações que o formador e o observador realizaram durante o referido processo. Sobremaneira, queríamos fomentar esta discussão a fim de verificar como elas estavam mobilizando seus conhecimentos matemáticos para as questões iniciais propostas, assim como investigar como elas estavam interagindo com o desenvolvimento de habilidades de investigação.

Dando início ao diálogo com as professoras, o formador retomou duas questões que foram feitas a elas durante o processo de medição, e que agora precisariam ser retomadas para o andamento do processo de resolução da atividade. A fim de retomarmos a discussão envolvendo estas questões, transcrevemo-las a seguir:

- (i) Vocês sabem quais são as medidas de uma quadra poliesportiva?;
- (ii) Vocês sabiam que existe uma legislação específica para a edificação urbana às margens de rios e córregos?

Como foi constatado anteriormente que as professoras não tinham conhecimento para responder afirmativamente a esses questionamentos, o formador

sugeriu que elas utilizassem o laboratório de informática para realizar uma pesquisa e auxiliá-las a respondê-los.

O formador ressaltou a importância da investigação, justificando que sem essas informações não seria possível a continuidade da atividade, uma vez que elas eram necessárias para definir se o terreno escolhido realmente tinha espaço suficiente para atender aos requisitos tanto das medidas necessárias para a quadra quanto da legislação específica para construção à margem do córrego.

A necessidade do uso do laboratório de informática pelas professoras configurou-se como um espaço complementar importante e necessário, naquele momento, para a continuação da atividade. Neste sentido, pudemos observar que o ambiente de Modelagem apresentou-se como um espaço de formação que possibilitou, às professoras, perceberem a importância de o professor ter conhecimento e discernimento para avaliar a pertinência da mediação por meio do uso de recursos tecnológicos para promover o aprendizado. Este conhecimento, para Pino-Fan e Godino (2015), está relacionado à Dimensão Didática do CDM ou, mais precisamente, a uma categoria desta Dimensão, chamada de Categoria de Mediação (PINO-FAN; GODINO, 2015).

A escolha dessa ferramenta tecnológica (o computador) foi sugerida pelo formador por envolver fatores como: acessibilidade, pois havia um laboratório de informática à disposição para as professoras; facilidade de manuseio, pois todas as professoras revelaram saber manusear o computador; e efetividade, uma vez que o uso desta ferramenta permitiria a rápida verificação das informações necessárias para a resposta aos questionamento e o bom andamento para resolução da atividade.

Ao se pensar na Categoria de Mediação, observamos que a forma dinâmica com a qual o formador lidou com a situação permitiu que as professoras observassem a importância de se explorar outras dimensões do seu conhecimento, como a utilização de recursos tecnológicos como meio para se favorecer a aprendizagem.

A utilização do computador se concretizou, para o formador, como um recurso pedagógico para auxiliar o processo de Modelagem, dinamizando a situação proposta, uma vez que sua utilização, como ressaltamos, possibilitou que as professoras dessem

prosseguimento à realização da atividade, utilizando-se de dados reais para inserir na investigação que estavam realizando.

Santos (2008) ressalta a oportunidade criada pelo uso da Modelagem para associações a outros recursos que contribuam para a resolução de uma determinada situação-problema e que esteja relacionada ao trabalho de investigação exigido para a sua solução. Para este autor, “podemos associar a Modelagem Matemática com as Tecnologias de Informação e Comunicação [...] que atualmente têm sido valorizadas e discutidas na Educação Matemática” (SANTOS, 2008, p. 15).

Durante a utilização do laboratório de informática, as professoras consultaram sítios de pesquisa para encontrar as informações desejadas, e não tiveram grandes dificuldades para registrar, em seus cadernos, as anotações necessárias para responder às questões propostas. Ao terminarem suas pesquisas, as professoras retornaram para a sala dos encontros, onde as discussões puderam ser retomadas.

Com o trabalho desenvolvido no laboratório, o formador aproveitou-se deste momento para indagar às professoras se elas costumavam utilizar a internet para realizar pesquisas para sua autoformação. Algumas professoras responderam afirmativamente. Outras não. Para a professora Thalita, a consulta à internet geralmente é algo confuso. Segundo seu relato: “se você vai procurar algo no livro ou na internet, se torna algo muito confuso para entender”. Particularmente, a professora Thalita estava se referindo à busca por informações sobre conteúdos matemáticos. Já a professora Milena ressaltou: “eu uso muito a internet. Eu sempre procuro algumas atividades e coisas que posso fazer com meus alunos. Às vezes também não consigo entender algumas coisas, mas tem a facilidade de você ver várias vezes para tentar aprender”.

Após esses diálogos com as professoras, o formador retomou as discussões sobre o trabalho de medição que elas realizaram, uma vez que agora elas já possuíam as informações essenciais para realizarem as primeiras afirmações sobre o terreno escolhido. Essas afirmações estavam relacionadas a novos questionamentos propostos pelo formador, quais sejam:

(i) por meio da pesquisa que vocês realizaram na *internet*, quais foram as medidas dos lados que vocês encontraram para uma quadra poliesportiva?;

(ii) com base na resposta à questão anterior, qual é a “área útil” necessária para a construção de uma quadra poliesportiva?;

(iii) por meio da pesquisa que vocês realizaram na *internet*, qual é a distância que precisa ser deixada a partir do córrego para que se possa iniciar a construção, de acordo com a legislação vigente?

(iv) após o atendimento à legislação para a construção à margem do córrego, qual é a “área útil” do terreno que vocês encontraram? e

(v) a “área útil” que vocês encontraram do terreno é suficiente para a construção da quadra, atendendo às medidas padrões de uma quadra poliesportiva, de acordo com as informações que vocês levantaram?

Os diálogos surgidos por meio desses questionamentos serão utilizados, em um momento oportuno, como forma de justificar nossas articulações entre a formação e o referencial teórico que adotamos.

Salientamos, anteriormente, que não definimos, *a priori*, os conteúdos matemáticos que seriam propostos para serem abordados nesta formação, e que os conteúdos a serem discutidos seriam aqueles que emergissem da situação proposta e necessários para a resolução do problema apresentado.

Entretanto, cabe-nos ressaltar que, para a realização dessa atividade de medição do terreno, tínhamos a intenção de fomentar uma discussão que sabíamos que naturalmente se apresentaria como necessária para a sua resolução, e por isso emergiria a partir da atividade proposta. Esta discussão refere-se à necessidade de se mobilizar conceitos e conteúdos matemáticos relacionados com a área da geometria.

Dessa forma, destacamos que as questões matemáticas que nortearam as nossas discussões pertencem, majoritariamente, a esta área da matemática. Não negamos, assim, nossa intencionalidade, ao propor esta atividade de Modelagem, em

trabalhar, com as professoras, conteúdos matemáticos pertencentes à Geometria, sem que isso signifique perder de vista a oportunidade criada pelo uso da Modelagem para que outros conteúdos matemáticos fossem apresentados e discutidos.

Diversos autores têm destacado a importância de se propor formações voltadas para esta área da matemática. Nacarato e Passos (2003), por exemplo, ressaltam a necessidade de se realizar ações que oportunizem aos professores, seja em suas formações iniciais ou continuadas, situações da prática pedagógica que possam contribuir para a formação de seus próprios pensamentos geométricos.

Destacada essa nossa intencionalidade, buscamos promover situações que continuassem a contribuir para a reflexão sobre os conhecimentos relacionados às Dimensões do CDM, provocando discussões que chamassem a atenção sobre o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos da geometria.

As falas e as ações das professoras evidenciaram, como destacamos ao longo da seção sobre o processo de medição realizado pelos grupos, alguns conhecimentos sobre objetos matemáticos⁴⁸ que se apresentaram como suficientes para que elas resolvessem o problema de determinar a medida dos lados do terreno. Observamos que o processo de medição do terreno direcionou as professoras, implicitamente, a registrarem o local escolhido por meio de uma ilustração que foi referenciada por elas como sendo um retângulo, como já retratamos por meio das falas de algumas delas.

Quando as professoras retornaram para a sala dos encontros, e após as discussões sobre o trabalho de pesquisa no laboratório de informática, o formador solicitou que elas retornassem ao esboço do terreno que haviam feito, para que as informações levantadas pudessem, agora, serem discutidas.

A representação do terreno feita pelas professoras pode ser referenciada como sendo o exemplo de uma configuração geométrica. Pais (2000) entende por configuração geométrica

um desenho com as seguintes características: ilustra um conceito ou uma propriedade, possui fortes condicionantes de equilíbrio e trata-se de um desenho encontrado com relativa frequência no contexto do ensino e da

⁴⁸ Para esta investigação, adotamos o termo objetos matemáticos para nos referirmos a qualquer conhecimento matemático já conhecido e sistematizado historicamente.

aprendizagem escolar (PAIS, 2000. p. 4).

Ao analisar a representação do terreno feita pelas professoras, observamos que os elementos destacados por esse autor estão presentes.

Por meio da representação apresentada pelas professoras, o formador retomou e reproduziu as falas das professoras Rayssa e Thalita para promover uma discussão sobre a questão do conceito de retângulo e de um objeto retangular, ou, em nosso caso, do espaço retangular que elas identificaram. As falas reproduzidas pelo formador foram as seguintes: (i) quando a professora Rayssa disse: “podemos ver que agora **temos um terreno que é um retângulo** [...]” [fala da professora que pertencia ao G1.] (Grifos nossos); e (ii) quando a professora Thalita afirmou: “podemos medir apenas dois lados e depois reproduzir as medidas. Aí **teremos um retângulo.**” [fala da professora que pertencia ao G2.] (Grifos nossos).

Os comentários feitos pelas professoras nos despertaram o interesse em investigar como elas estavam pensando a construção do conceito do retângulo como ideia geométrica, e como elas relacionavam este conceito com os objetos retangulares. Discussões como essas estão relacionadas a Categoria Epistêmica, uma vez que abordam questões que exigem que as professoras mobilizem um conhecimento que vai além do conhecimento matemático que permite que elas resolvam um determinado problema. Em se tratando do ensino desses objetos matemáticos, as professoras precisam ser capazes de

compreender e mobilizar a diversidade de significados parciais para um único objeto matemático [...] para fornecer várias justificações e argumentações, além de identificar o conhecimento que está em jogo durante o processo de resolver uma tarefa matemática (PINO-FAN; ASSIS; CASTRO, 2015, p. 1434) [tradução nossa].

Quando o formador questionou as professoras sobre como elas abordavam o ensino das figuras geométricas em sala, em particular sobre a discussão envolvendo o retângulo, algumas delas afirmaram utilizar objetos como a carteira, a folha de papel, a mesa, entre outros, para dizer que são exemplos de retângulos, usando a analogia a estes materiais como um recurso didático para suas aulas.

Podemos inferir, a partir da fala delas, que elas acabam por desconsiderar que estão se referindo a objetos retangulares, e não ao conceito matemático de retângulo como um polígono. Entendemos que quando a professora verbaliza que a mesa é um retângulo, que a carteira é um retângulo ou que a folha de papel sulfite também é um retângulo, constrói-se uma ideia de que seja possível ter retângulos de várias espessuras e características, podendo, inclusive levar à conjectura de que o retângulo pode ser conceitualizado como uma superfície prismática e não como uma linha poligonal.

A utilização desses materiais como recursos didáticos mereceu especial atenção e problematização com as professoras, e essas discussões estão relacionadas com a Categoria de Mediação. Esta categoria destaca a importância dos recursos didáticos e os meios utilizados para administrar a aprendizagem, desempenhando um importante papel para a gestão e organização da aprendizagem. Fomentar uma discussão envolvendo esta categoria contribuiu para que as professoras refletissem sobre a importância deste conhecimento para avaliar a pertinência dos materiais e recursos que elas utilizam para promover a aprendizagem de um objeto matemático.

Nossa preocupação também vai ao encontro da afirmativa de Pais (2000, p. 3), quando ele destaca que ao se discutir a importância do uso de recursos didáticos com os professores, seja “necessário reforçar que esse tema não está desvinculado de dois aspectos interligados: a formação de professores e as suas concepções pedagógicas”. Para esse autor

os recursos didáticos envolvem uma diversidade de elementos utilizados como suporte experimental na organização do processo de ensino e de aprendizagem. Sua finalidade é servir de interface mediadora para facilitar na relação entre professor, aluno e o conhecimento em um momento preciso da elaboração do saber (PAIS, 2000, p. 2-3).

Neste sentido, justificamos a importância de se questionar as professoras sobre como elas estavam utilizando os recursos didáticos que elas explicitaram para o ensino e a aprendizagem da matemática com seus alunos. Nosso interesse foi de levantar alguns dados sobre quais eram os critérios utilizados por elas para suas escolhas, bem como discutir se, dentre os possíveis critérios indicados pelas professoras, havia justificativas teóricas para fundamentá-las.

As professoras foram confrontadas com uma situação aonde elas puderam observar que, às vezes, apenas o uso de determinados recursos didáticos não é suficiente para a construção de um conceito matemático, se não houver um conhecimento especializado do conteúdo, ou seja, por meio dessa problematização, buscou-se destacar a importância e a interrelação entre a Categoria Epistêmica e a Categoria de Mediação, evidenciando que a falta de um conhecimento pleno do conteúdo pode levar o professor a não distinguir, por exemplo, o objeto retangular de um retângulo.

As professoras, ao refletirem sobre o fato do retângulo, assim como as outras figuras geométricas, serem objetos matemáticos e, como tais, serem conceitos presentes apenas no mundo das ideias abstratas, envolveram-se, ainda, em uma discussão que sai do conhecimento comum do conteúdo e vai para o conhecimento especializado do conteúdo, ou seja, essa discussão permitiu que se transitasse entre as Dimensões Didática e Matemática do CDM.

As discussões permitiram que o raciocínio explicitado pelas professoras durante o processo de medição fossem tomando outros contornos, de forma a tornar-se um raciocínio matemático mais formal. Do ponto de vista das discussões propostas nos domínios do CDM, podemos dizer que foi uma passagem do Conhecimento Comum do Conteúdo para um Conhecimento Ampliado do Conteúdo.

Prosseguindo com a problematização sobre a figura e as falas das professoras, o formador observou uma oportunidade para continuar a instigá-las a refletirem sobre suas conclusões apresentadas. A estratégia do formador foi de questioná-las a fim de que fosse possível obter mais elementos que evidenciassem os conhecimentos relacionados às Dimensões do CDM.

Dessa maneira, o formador indagou: “Quais são os elementos que vocês consideraram para poder afirmar que o terreno é retangular?” E por que vocês podem afirmar que suas figuras representam um retângulo”? Como resposta, a professora Thalita comentou: “É um retângulo por que tem dois lados com mesmas medidas e os ângulos são retos”. Ao questionar as demais professoras, elas se limitaram a dizer que concordavam com a resposta.

Se retomarmos às falas das professoras durante o processo de medição, e as discussões iniciais que ocorreram durante o processo, podemos observar que a professora Thalita foi a única que fez referência explícita sobre a necessidade dos ângulos de um objeto retangular, ou do próprio retângulo, serem todos retos. Devemos lembrar, entretanto, que nenhuma professora garantiu a perpendicularidade entre os lados adjacentes durante o processo de medição, de forma a garantir essa condição para os ângulos.

Apesar dessa constatação, verificamos que os questionamentos feitos pelo formador, bem como o próprio processo de medição do terreno permitiu que evidenciássemos que as professoras podem resolver o problema que está relacionado com o conhecimento comum do conteúdo. Do ponto de vista desse conhecimento, era esperado que elas concluíssem que o espaço total disponível poderia ser representado por uma figura retangular, por ser o caminho mais fácil, e com isso utilizassem-se de um retângulo como o objeto matemático que poderia representar esse espaço. O que podemos concluir, é que essas expectativas foram confirmadas, tendo as professoras chegado ao elemento matemático..

As falas das professoras, juntamente com a representação feita por elas revelou-se como importantes elementos para nossa análise e problematização, se considerarmos que a atividade de medição possibilitou que elas se envolvessem em um processo de matematização.

Para Treffers e Goffree (1985, p. 100), a matematização “é uma atividade de organização e estruturação por meio da qual se adquire conhecimentos e habilidades para descobrir regularidades, conexões, e estruturas ainda desconhecidas”. A matematização, vista como essa atividade de organização e estruturação, propõe sua organização por meio de duas vertentes que contribuem para a aprendizagem de conceitos matemáticos:

(i) matematização horizontal: refere-se à formação de conceitos a partir da análise de situações e problemas da realidade. Esta vertente envolve elementos como a transferência de um problema do mundo real para um problema matemático e a identificação da matemática específica dentro de um contexto geral, ou seja, ela consiste em esquematizar o que se considera necessário para que seja possível abordar

o problema por meios matemáticos;

ii) matemática vertical: diz respeito à formalização dos aspectos matemáticos envolvidos nas situações. Este vertente envolve elementos como a representação de uma relação em uma determinada fórmula, a verificação de regularidades e a generalização. Observa-se, assim, que essa vertente está relacionada com o ‘mover-se’ no interior da própria da matemática, ou seja, ela diz respeito ao desenvolvimento dos procedimentos matemáticos para explorar os fenômenos. (TREFFERS E GOFFREE (1985).

Santamaria (2006) também apresenta uma discussão sobre o processo de matemática. Para esse autor,

no processo de matemática horizontal, os alunos generalizam ferramentas matemáticas, que os ajudam a organizar e a solucionar uma situação problemática apresentada em um contexto de vida real; enquanto a matemática vertical constitui o processo de reorganização dentro do mesmo sistema matemático. [...] Por essa razão diz-se que a matemática vertical é tomar uma situação matemática e elevá-la a um nível mais alto de abstração (SANTAMARIA, 2006, p. 18).

Consideramos esta passagem entre a investigação de campo e a volta para a sala de encontros uma oportunidade e uma forma de envolver as professoras em um processo de matemática com vistas a atender alguns dos elementos que elencamos anteriormente, tendo em vista nossa concordância com autores como Treffers e Goffree (1985), sobre o entendimento de que a matemática pode ser vista como uma atividade capaz de envolver os sujeitos em um processo de sistematização que tenha como um de seus objetivos transformar os elementos de um determinado contexto em objetos matemáticos e na relação entre eles, de forma que os conceitos e as propriedades envolvidas possam ser percebidas, discutidas e analisadas.

Uma observação que podemos fazer em relação à abordagem da matemática, particularmente pensando em termos das Dimensões do CDM, refere-se à discussão com as professoras dos aspectos que emergiram a partir de seus conhecimentos comuns do conteúdo e a oportunidade de criar situações capazes de elevar este conhecimento, de forma a relacioná-lo com o conhecimento especializado da Dimensão Matemática, ou seja, buscamos problematizar os conhecimentos mobilizados por elas de maneira que pudéssemos relacionar a Dimensão Didática do

CDM, no que diz respeito à Categoria Epistêmica, com a Dimensão Matemática do CDM, ao nos referirmos à Categoria do Conhecimento Comum do Conteúdo.

Por certo, a atividade possibilitou identificar e utilizar um tópico matemático que foi necessário para a representação do terreno encontrado e que se configurou como ponto de partida para a matematização. Neste sentido, observamos que a atividade possibilitou que as professoras transitassem entre as duas vertentes da matematização, como descrevemos a seguir: em relação à vertente horizontal, podemos destacar o momento de identificação do objeto matemático que estava presente no contexto do problema; sobre a vertente vertical, referimo-nos à habilidade delas em operar com tais objetos. Para Lucas e Batista (2011),

a matematização seria inexistente sem uma reflexão [...] em se tratando do processo de ensino e aprendizagem, a reflexão envolve cada procedimento adotado pelo aluno em sua matematização, ou seja: o aluno deve socializar seus conhecimentos e suas intenções de resolução de problemas com os pares; analisar os possíveis encaminhamentos de solução; avaliar a estratégia mais viável mediante a complexidade apresentada pela situação; resolver e interpretar o resultado diante do contexto trabalhado (LUCAS; BATISTA, 2011, p. 456).

Ao relacionarmos a posição adotada por esses autores, ao contexto de nossa formação continuada, observamos que as professoras perpassaram pelos elementos destacados por estes autores, ou seja, por meio de nossos registros, evidenciamos que as professoras socializaram, entre si, seus conhecimentos, estratégias e intenções para a resolução do problema, analisaram os possíveis encaminhamentos para esta resolução, avaliaram a estratégia mais adequada para a situação, bem como interpretaram o resultado diante do contexto vivenciado.

A partir do processo de matematização horizontal, pensando em nossa atividade de Modelagem, e refletindo sobre o contexto apresentado, podemos analisar o conhecimento matemático que o permeia, inicialmente identificado pelas professoras para lidar com a situação proposta, assim como reconhecer suas variáveis e as relações que podem ser estabelecidas entre elas.

A partir da contextualização, as professoras encontraram que a geometria, mais particularmente, o conceito de retângulo, é o conhecimento matemático presente no contexto; em relação à identificação das variáveis existentes, podemos considerar a

necessidade de trabalhar com as medida dos lados do terreno; e sobre o reconhecimento das relações estabelecidas entre as variáveis no contexto dado, destacamos a necessidade em relacionar as medida dos lados encontrados para se chegar à “área útil” disponível.

Podemos destacar, ainda, que neste processo de matematização horizontal, as professoras organizaram os dados levantados durante a medição e definiram hipóteses para a realização dos seus cálculos, além de transitarem da linguagem natural para a linguagem matemática e analisarem as variáveis envolvidas no problema. Observamos, assim, que as professoras procuraram esquematizar o que consideravam essencial para que fosse possível tratar a atividade, agora, por meios matemáticos.

Depois de se pensar na matematização horizontal, foi importante a discussão sobre o desenvolvimento da vertente vertical. Ressaltamos que não estávamos em busca de um modelo matemático para representar a situação, mas as falas das professoras foram revelando a necessidade e a importância de se abordar esta vertente vertical, como forma de contribuir e elevar seus conhecimentos de e sobre a matemática. Em relação à matematização vertical, podemos destacar as ações necessárias que envolvem o domínio de técnicas matemáticas para se chegar a um modelo e o uso de um linguagem simbólica e formal, além da busca pela generalização.

A associação entre uma atividade de Modelagem e o processo de matematização já foi utilizada em estudos anteriores, como o de Goerch e Bisognin (2014). Na investigação feita por esses autores, eles propuseram modelar diferentes objetos campeiros usados pelos tropeiros, relacionando a matemática presente na construção dos objetos, por meio da Modelagem, e alicerçada na teoria da Educação Matemática Realista, de Freudenthal. Por meio da aproximação entre essa teoria e a Modelagem, os autores destacam a importância de que a “a matemática surja a partir do processo de matematização e que eles próprios sejam responsáveis pela criação do conhecimento matemático” (GOERCH; BISOGNIN, 2014, p. 44).

Entendemos que problematizar o processo de matematização com as professoras se revelou muito importante para a prática delas. Por se tratar de professoras que trabalham com os anos iniciais, é muito comum elas desenvolverem

projetos escolares que levam em consideração situações cotidianas, e utilizarem-se desses projetos para a abordagem de conteúdos matemáticos.

Trabalhar com o processo de matematização exige o domínio de um conhecimento que está presente na Categoria Epistêmica, pois, para que o professor transite entre a matematização horizontal e a vertical, faz-se necessário que ele seja

capaz de mobilizar várias representações de um objeto matemático para resolver uma tarefa por meio de procedimentos diferentes; para relacionar objetos matemáticos com outros objetos matemáticos ensinados em um determinado nível de ensino ou de níveis anteriores ou futuros (PINO-FAN; ASSIS; CASTRO, 2015, p. 1434) [tradução nossa].

O final desse encontro foi marcado pela solicitação do formador para que as professoras identificassem, em grupo, quais seriam os conteúdos matemáticos que poderiam ser discutidos/abordados a partir da atividade de medição que elas realizaram.

Com essa solicitação, o formador queria fomentar uma discussão sobre a Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo, uma vez que essa categoria

fornece ao professor a fundamentação matemática necessária para sugerir novos desafios matemáticos em sala de aula, ou seja, relacionando um determinado objeto matemático a ser estudado com outras noções matemáticas, orientando os alunos para o estudo de noções matemáticas subsequentes à noção que eles estão estudando. (PINO-FAN; ASSIS; CASTRO, 2015, p. 1434) [tradução nossa].

4.5 DESCRREVENDO E ANALISANDO O QUARTO ENCONTRO

Durante este encontro houve uma primeira manifestação das professoras sobre a forma de condução da formação por parte do formador. De forma espontânea, e sem que o formador fizesse qualquer tipo de questionamento, algumas das professoras ressaltaram o interesse que elas estavam tendo com a formação que estava sendo oferecida. Destacaram a interação entre elas e entre elas e o formador como pontos altos dos encontros, considerando-se que a troca de experiências, os diálogos e as

problematizações estavam levando elas a uma importante reflexão sobre a autoformação delas, bem como uma reflexão sobre as suas práticas.

Entendemos que essa manifestação espontânea, por parte das professoras, revela a importância do desenvolvimento de uma formação continuada que reconhece que a Categoria de Interação é um domínio importante para o conhecimento do professor, pois ela permite a construção de relações que podem sustentar o processo de aprendizagem. O processo de interação foi uma preocupação nossa desde o início da formação, pois tínhamos ciência de que a interação seria um fator determinante para o envolvimento das professoras na formação, principalmente por se tratar de uma atividade proposta no âmbito de um ambiente de Modelagem. Essas preocupações podem ser confirmadas pela orientação metodológica que adotamos, desde o princípio, e que é caracterizada pelas orientações propostas pelo Círculo da Sabedoria e pela abordagem SUTIL.

O formador, após os diálogos iniciais, retomou alguns questionamentos para que fosse determinada a “área útil” para a construção da quadra, e assim prosseguir com as discussões em torno das Dimensões do CDM. As problematizações desse encontro emergiram a partir dos seguintes questionamentos, os quais haviam sido apresentados no encontro anterior:

(i) por meio da pesquisa que vocês realizaram na *internet*, quais foram as medidas dos lados que vocês encontraram para uma quadra poliesportiva?;

(ii) com base na resposta à questão anterior, qual é a “área útil” necessária para a construção de uma quadra poliesportiva?;

(iii) por meio da pesquisa que vocês realizaram na *internet*, qual é a distância que precisa ser deixada a partir do córrego para que se possa iniciar a construção, de acordo com a legislação vigente?

(iv) após o atendimento à legislação para a construção à margem do córrego, qual é a “área útil” do terreno que vocês encontraram? e

(v) a “área útil” que vocês encontraram do terreno é suficiente para a construção da quadra, atendendo às medidas padrões de uma quadra poliesportiva, de acordo com as informações que vocês levantaram?

Como as professoras precisavam determinar a “área útil” do terreno, o formador questionou-as: “Quando pensamos em metro quadrado, essa unidade de medida está relacionada ao que? Em resposta ao questionamento, a professora Simone disse que a área era relacionada ao perímetro. O formador então questionou qual era essa relação a que ela estava se referindo. Antes que ela respondesse ao questionamento, a professora Milena, afirmou: “a área está relacionada com os lados”. A professora Thalita também contribuiu com a discussão, comentando: “um é a soma dos lados e o outro é a área. Mas não lembro qual é qual. Eu acho que a área é a base vezes a altura. É assim que eu explico para meus alunos. E a professora Evelyn complementou: “perímetro é a soma de todos os lados”.

O diálogo mantido entre o formador e as professoras ilustra o envolvimento delas nas discussões propostas pelo formador, evidenciando que elas continuavam a não se incomodar em explicitar suas ideias, conhecimentos e concepções. As falas das professoras evidenciam algumas relações, dúvidas e equívocos observados sobre conceitos matemáticos e sobre aspectos relacionados ao ensino e a aprendizagem da matemática que se revelam muito limitados e é marcado por algumas incompreensões. Em certos aspectos, observamos algumas lacunas no conhecimento revelado pelas professoras acerca dos conteúdos que ensinam, bem como do modo como eles podem ser aprendidos.

A partir da fala da professora Thalita, o formador fez a seguinte indagação: “Se a gente define a área como sendo o resultado da medida da base vezes a medida da altura, esta definição dá conta de todos os elementos que a gente possa querer calcular a área? Ou somente de alguns elementos?” A maioria das professoras não respondeu ao questionamento, mas a professora Thalita afirmou: “dá para medir a sala ou um terreno”.

A intencionalidade do diálogo focou-se no desenvolvimento da compreensão das relações entre os elementos perímetro, área e lados do terreno, por meio de um processo no qual as professoras, ao entrarem em conflito com as suas concepções

acerca dessas relações, poderiam construir um novo conhecimento e validar os seus argumentos. Além disso, esta problematização oportunizava uma participação ativa das professoras na construção de sua aprendizagem matemática, de forma que pudessem estruturar, relacionar e justificar as suas ações.

A aparente confusão entre os conceitos de perímetro e área demonstrado pelas professoras é também muito comum entre os alunos. Pires (2012), ao discutir os problemas relacionados a esses conceitos, destaca que

um levantamento dos resultados de avaliações francesas, no nível equivalente ao do 4º. Ao 7º. Anos do Ensino Fundamental, mostra que as questões sobre os conceitos de área e perímetro têm, em geral, aproveitamento inferior a 50%. Os erros cometidos com mais frequência mostram a confusão feita entre área e perímetro [...]. No Brasil, esses mesmos erros são apontados por diferentes avaliações e estudos sobre o tema. (PIRES, 2012, p. 240)

A autora apresenta algumas hipóteses para explicar esses erros, e destaca que uma delas “é a de que o ensino de perímetros e áreas foi tradicionalmente realizado pela apresentação quase imediata de fórmulas a serem aplicadas em situações-problema” (PIRES, 2012, P. 240).

As evidências de problemas como esses, que podem ser observados tanto em alunos como em professores, também já foi motivo de preocupação e de explicitação em documentos oficiais do governo, como por exemplo, nos Referenciais para formação de professores. Neste documento, encontramos a afirmação de que

é necessário promover transformações radicais tanto nas formas quanto nos conteúdos das práticas que se tornaram tradicionais – essencialmente, professores e alunos estão submetidos ao mesmo modelo de ensino e, portanto, de certo modo, a maioria dos problemas identificados na educação escolar, e das respectivas críticas, se aplicam também a formação profissional. (SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL, 1999, p. 41).

As afirmativas de Pires (2012), aliadas à orientação desse documento, reitera a nossa compreensão de que para que as professoras possam propor e realizar atividades com os seus alunos, a fim de que problemas como os que destacamos sejam cada vez mais minimizados, é essencial que elas ampliem seus conhecimentos

relacionados às Dimensões do CDM, ou seja, que elas ampliem seus conhecimentos didáticos e matemáticos relacionados a esse assunto.

O formador procurou, sempre que possível, instigar as professoras a explicitarem suas ideias matemáticas, crenças e concepções, e mesmo quando elas explicitavam concepções erradas acerca de algum tema, o formador não corrigia de imediato as suas considerações. Encontramos a justificativa para essa decisão em nosso entendimento de que o tempo que se dá às professoras para compararem e descreverem os seus métodos é importante para a construção do próprio conhecimento. Neste contexto da Modelagem é desejável que as professoras tenham um papel ativo na construção de seus conhecimentos relacionados às Dimensões do CDM e que, dessa maneira, aprendam matemática como uma realização, ou seja, matemática como um processo e não como uma ciência, pronta e acabada.

Um exemplo dessa situação pode ser verificada no diálogo que apresentamos logo a seguir, e que nos proporcionou evidenciar alguns elementos de análise por meio das Dimensões do CDM. Como a professora Thalita explicitou em sua fala uma relação entre variáveis e que, por conseguinte, está associada a uma fórmula para o cálculo da área de um retângulo, o formador aproveitou-se deste momento para problematizar a situação de forma que as professoras explicitassem seus conhecimentos relacionados às Dimensões do CDM.

Assim, o formador indagou: “Simone, com as medidas dos lados do terreno que vocês encontraram, qual seria a área total que podemos considerar, antes de vocês pensarem na questão da distância a partir do córrego?”

Professora Simone: “Eu cheguei em duzentos e sessenta e seis”.

Formador: “Duzentos e sessenta e seis o quê?”

Professora Simone: “Duzentos e sessenta e seis metros quadrados”.

Formador: “E como você chegou a este valor?”.

Professora Simone: “Ah, eu somei todos os lados”.

Consideramos que esta discussão contribuiu para que as professoras se apropriassem de conceitos matemáticos que, implicitamente, estavam envolvidos no

contexto da situação investigada. A fala da professora gerou algumas discussões com o grupo. Algumas professoras concordavam com a Simone, e outras não. A professora Milena teve uma participação muito interessante nessa discussão. Primeiramente, ela achou que a professora Simone estava certa. Mas era perceptivo que ela não estava convencida da afirmação, e continuava refletindo sobre a questão. Então, passado algum tempo, ela argumentou: “Eu acho que está errado [...] porque quando eu comprei um terreno no interior, eu sei que ele tem oitocentos metros quadrados e ele tem vinte metros de frente e quarenta metros de fundo. Ele também é um retângulo. Então tem que multiplicar. Se eu somar eu não chego em oitocentos metros quadrados [...] É isso mesmo, tem que multiplicar. Não é? Eu acho que tem que ser. Só assim para dar certo”.

Podemos observar que a professora Milena utilizou-se de um exemplo real, que faz parte do seu contexto pessoal, para argumentar sobre a validade de uma relação matemática. Sua argumentação não foi apoiada em propriedades ou fórmulas matemáticas, mas sim em um conhecimento comum do conteúdo que encontra respaldo em sua vivência, pois ela não tem como ir contra o fato de que seu terreno possui as medidas informadas. Como a discussão envolvia duas possibilidades, quer sejam somar as medidas de todos lados, ou multiplicar a medida da largura pela medida do comprimento, a professora concluiu que a possibilidade correta era a de multiplicar as referidas medidas dos lados do terreno.

O que podemos observar nesta discussão é que o conhecimento comum do conteúdo, novamente, se apresenta como suficiente para se resolver uma determinada situação. Para Pino-Fan e Godino (2015), situações como essa expressam que é possível resolver problemas com o conhecimento comum do conteúdo. Entretanto, essa situação também evidenciou que as professoras enfrentam problemas quando se deparam com itens que visam explorar outras dimensões do seu conhecimento, por exemplo, sobre o conhecimento relacionado à Categoria Epistêmica da Dimensão Didática do CDM, conhecimento esse que permitiria que elas justificassem, matematicamente, a relação entre as variáveis para se chegar à medida da área do terreno.

Como ressaltamos, entendemos que as professoras mobilizaram um

conhecimento comum do conteúdo que foi suficiente para que elas registrassem suas informações e fizessem o levantamento das medidas dos lados do terreno, mesmo sem o rigor que seria necessário para a sua delimitação e, por meio desta discussão, chegaram á conclusão sobre a relação entre os lados do terreno e o cálculo da sua área.

Entretanto, suas ações e falas, tanto durante o processo de medição, quanto durante essas discussões, revelaram a necessidade de um conhecimento especializado da Dimensão Matemática, representado pela Categoria Epistêmica, haja vista que para além de conhecer a matemática que lhe permita resolver problemas que exigem-lhe mobilizar o conhecimento comum do conteúdo, as professoras precisam ter um conhecimento matemático que se apresente “para o ensino [...] fornecendo várias justificações e argumentações, e identificando o conhecimento matemático em jogo durante o processo de resolução de uma atividade matemática” (PINO-FAN; ASSIS; CASTRO, 2015, p. 1434) [tradução nossa].

Um fato interessante que merece destaque é que as professoras, durante essa discussão, trocavam informações, uma com a outra, buscando justificar como elas estavam pensando. Assim, elas desenhavam algumas figuras para ilustrar o que estavam querendo dizer, bem como efetuavam alguns cálculos como forma de justificar suas falas. Essa observação reforçou a importância da interação que estava se consolidando entre elas.

Como o formador começava a trazer as discussões que envolviam a geometria, e esse início de discussão estava sendo problematizado por meio das figuras que elas desenharam, ele questionou as professoras sobre o que elas entendiam por uma figura geométrica plana. Em resposta, as professoras responderam indicando algumas figuras planas, como o triângulo, o quadrado e o retângulo, mas não explicitaram qual era a ideia matemática que elas tinham a respeito do conceito matemático.

O formador questionou, ainda, que outros tipos de figuras elas conheciam, além das figuras geométricas planas, e então as professoras disseram que conheciam as figuras espaciais. Nesse momento, o formador propôs que fosse realizada uma

discussão sobre as figuras planas e espaciais.

O formador fez a seguinte indagação às professoras: “Tanto nas figuras planas quanto nas figuras espaciais nós podemos encontrar faces nesses objetos? Diante do questionamento, nenhuma professora se pronunciou. Foi então que a professora Milena pediu ao formador que ele definisse o que era face. Entretanto, o formador não quis fazê-lo neste momento, a fim de que elas pudessem falar mais sobre isso. A professora Milena, então, comentou: “Eu acho que sim. Em qualquer figura eu tenho faces”. Assim, ela perguntou se poderia ir até o quadro para mostrar o seu raciocínio.

No quadro, ela desenhou uma figura quadrangular e disse “Veja, no quadrado eu tenho face. A face do quadrado. E se você tem um cubo, você têm várias faces”. Neste momento, todas as outras professoras acompanharam a explicação da professora Milena, e a maioria delas concordou com a explicação da professora: “É isso mesmo”, disse a professora Talita. “Temos faces no quadrado e no cubo”, afirmou a professora Evelyn.

Foi então que o formador interveio e questionou-as: “Então vamos pensar o seguinte: se pensarmos em figuras bidimensionais, o que caracteriza uma figura bidimensional?”

Professora Majory: nunca ouvi falar.

Professora Milena: é a plana que tem duas dimensões.

Formador: quais são as dimensões?

Professora Milena: Altura e comprimento.

O formador explicou o que é uma dimensão e comentou que, na geometria, pode-se trabalhar com objetos matemáticos que não possuem dimensão, outros que são unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais. A professora Milena, apesar de ter respondido que as figuras bidimensionais são as que possuem altura e comprimento, ressaltou que ela tem dificuldade em entender o que é uma altura, largura, comprimento e profundidade de um objeto quando ela vai explicar para seus alunos.

A partir da discussão que foi surgindo acerca desses elementos, o formador

realizou uma problematização para que fossem discutidas as classificações dos objetos matemáticos em relação a sua dimensão, sempre questionando as professoras como forma de envolvê-las na discussão, bem como possibilitar que elas explicitassem suas ideias e concepções acerca dos temas abordados.

Em particular, quando o formador falou sobre os objetos bidimensionais, ele retomou a fala de uma professora que havia dito que usava uma folha de papel sulfite para exemplificar aos seus alunos o que era um retângulo. Em nossa explicitação anterior, sobre essa situação, apresentamos uma discussão acerca do uso que as professoras fazem de recursos didáticos para auxiliar na aprendizagem de seus alunos. Naquela discussão, buscamos evidenciar as reflexões acerca da Categoria de Mediação, representada pelo uso de recursos didáticos.

Para este novo momento, o formador retomou o problema do uso da folha de papel sulfite para esse fim, mas chamou a atenção para uma nova discussão. Dessa vez, o formador chamou a atenção para a preocupação sobre os possíveis obstáculos didáticos que podem surgir a partir das escolhas feitas por elas. Entendemos que as discussões que envolvem os obstáculos didáticos podem ser relacionadas tanto à Categoria de Mediação, quanto à Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo e à Categoria Epistêmica, ou seja, é possível transitar, por meio dessa discussão, pelas Dimensões Didática e Matemática do CDM.

Como provocação para investigar como as professoras explicitariam suas concepções acerca dessas relações, o formador fez a seguinte indagação: “E as figuras geométricas tridimensionais. Nós podemos pegar as figuras geométricas tridimensionais? Nesse momento, a preocupação explicitada pelo formador se confirmou, pois a maioria das professoras respondeu afirmativamente. Passamos a descrever parte do diálogo entre o formador e as professoras, como forma de ilustrar a reação delas:

Formador: Quando usamos aquela caixinha de leite, nós podemos associá-la a qual objeto matemático?

Professoras: São paralelepípedos.

Formador: Mas o paralelepípedo não é uma figura geométrica?

Professoras: Sim.

Formador: Mas as figuras geométricas são tipos de objetos matemáticos. São objetos abstratos, que também são chamados de objetos ideais, mas que só fazem parte de nossa mente. Eles não são objetos tangíveis. Não podemos pegar ou tocar neles.

Neste momento as professoras se sentiram muito desconfortáveis com esta afirmação, e a professora Milena comentou: “Eu estou perdida. Eu sempre trabalhei com essa caixa dizendo que era um paralelepípedo”.

Formador: A caixa de leite é uma representação do paralelepípedo. Essa caixa representa uma figura geométrica tridimensional, que é o paralelepípedo.

A discussão em torno desse assunto foi muito rica e esclarecedora, pois contribuiu para que as professoras refletissem sobre suas práticas. Elas perceberam que não era importante apenas o conhecimento sobre o que estávamos discutindo, mas reconheceram a importância da linguagem e o uso de termos coerentes quando apresentam os conteúdos para seus alunos.

Menezes (2000), ao proferir uma conferência sobre “Matemática, Linguagem e Comunicação, ressaltou que

as práticas dos professores têm uma forte componente de linguagem. Estas práticas estão muitas vezes embebidas das visões e dos valores dos professores, de entre outras, sobre o lugar da linguagem e da comunicação no ensino e na aprendizagem da matemática. A linguagem da aula de matemática, além das concepções dos professores, é influenciada por outros factores, como sejam as aprendizagens anteriores dos alunos, o nível sócio-cultural e a formação de professores (MENEZES, 2000, p.).

Esta foi uma observação muito importante, pois o cuidado com a linguagem deve ser uma preocupação por parte dos professores, uma vez que os alunos podem ser induzidos a erros ou concepções errôneas por conta da linguagem utilizada pelo

professor.

Antes de finalizar esse encontro, o formador concluiu, juntamente com as professoras, a medida da área total do terreno, com base nas medidas dos lados que elas apresentaram, assim como a medida da “área útil” do terreno para a construção da quadra poliesportiva, após o atendimento à legislação específica para a construção à margem de córregos.

Como as professoras haviam pesquisado, anteriormente, qual era a “área útil” necessária para a construção da quadra, após os cálculos realizados sobre a medida da área do terreno, elas concluíram que havia espaço suficiente para que fosse realizada a construção em nosso *campus*.

Como descrevemos no início desse capítulo, as descrições e análises dos encontros, considerando as ações do formador e das professoras, assim como a escolhas das falas e dos diálogos, não refletem, necessariamente, todos os momentos ocorridos e observados durante a formação proposta. Ao invés disso, optamos pela escolha das situações que julgamos serem mais significativas para os objetivos desta investigação.

Julgamos importante retomar esta justificativa para que o leitor compreenda que o formador não perdeu de vistas que as professoras estavam envolvidas em uma atividade de Modelagem a qual teriam que apresentar seus estudos e conclusões ao final da formação. Diante dessa necessidade, o formador sempre estava retomando discussões pertinentes e específicas sobre a construção da quadra. Como ressaltamos, apenas por uma questão de escolhas é que algumas dessas discussões não são apresentadas aqui, durante o processo de descrição e análise dos encontros.

4.5.1 Analisando a Intencionalidade do Quarto Encontro

A proposta para esse encontro foi a de propor uma discussão a respeito de alguns conceitos e conteúdos matemáticos a partir de alguns elementos que foram sendo observados ao longo dos encontros anteriores, quer sejam pelas falas das professoras quer sejam por suas ações.

A intencionalidade do formador, ao longo dos encontros, sempre foi o de

buscar discussões que se apresentavam subjacentes aos conteúdos específicos de matemática, como forma de exaltar, problematizar e relacionar essas discussões com as Dimensões Didática e Matemática do CDM.

Dessa forma, para além das discussões específicas de conteúdo matemático, que se mostraram importantes e necessárias ao longo do encontro, destacamos que a principal característica do posicionamento do formador foi de trazer esses elementos que se apresentavam subjacentes para a problematização.

Podemos dizer que este encontro teve como foco a discussão sobre os objetos matemáticos e as suas representações. As discussões acerca dessa problemática permitiu uma articulação com as Dimensões Didática e Matemática do CDM, de forma que a importância dos conhecimentos relacionados à essas Dimensões fossem percebidas pelas professoras como importantes para as suas práticas docentes.

O formador, ao longo dos encontros, e de forma mais contundente neste encontro, tem-se utilizado de perguntas pedagógicas como forma de envolver as professoras nas discussões propostas.

O uso de perguntas pedagógicas é referenciado por Alarcão (2003, p. 57) como uma “estratégia de desenvolvimento da capacidade de reflexão”. Essa autora destaca que as perguntas pedagógicas se apresentam como uma complementaridade às pesquisas caracterizadas como sendo pesquisa-ação.

As perguntas pedagógicas, para essa autora “têm de ter uma intencionalidade formativa” (p. 57). Alarcão (2003), ao citar Smyth (1989), destaca que esse autor agrupa as perguntas pedagógicas em quatro tipos, os quais possuem objetivos diferentes, a saber:

1. Perguntas de descrição: são aquelas que se situam ao nível do que os professores fazem;
2. Perguntas de interpretação: as perguntas desse tipo tem como objetivo focalizar no significado das ações dos professores;

3. Perguntas de confronto: Estas perguntas são aquelas que trazem a novidade e, por vezes, o incômodo, e que pode representar o início da mudança;
4. Perguntas de reconstrução: são as que levam à reconstrução, à inovação e à transformação (ALARCÃO, 2003).

Ao observar algumas das perguntas feitas pelo formador ao longo desse encontro, podemos relacioná-las com as características descritas acima por Alarcão (2003).

Por meio desta discussão, destacamos a importância de relacionar aspectos teóricos como a questão dos obstáculos didáticos.

Entendemos que a problematização envolvendo os objetos matemáticos e as suas representações se revelou como uma discussão muito rica devido à importância de se abordar estes tópicos na formação do professor, seja ela inicial ou continuada, devido à sua importância para a prática do professor em sala de aula.

Destacamos, ainda, que a discussão envolvendo o conceito de dimensão e a classificação de objetos matemáticos de acordo com a sua dimensão foi referenciada pelas professoras como uma discussão totalmente nova para elas. Elas consideraram como nova não a prática de classificar as figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais, as quais eram de conhecimento delas, mas a discussão que envolveu os objetos sem dimensão ou unidimensional.

Essa discussão contribuiu para que as professoras compreendessem as ideias relacionadas aos objetos e suas representações, uma vez que ao trabalhar com objetos unidimensionais, ou sem dimensão, a ideia do uso de representações se apresenta como essencial para se referir aos objetos matemáticos pertencentes à essas dimensões.

Salientamos que todas essas discussões puderam ser articuladas com as Dimensões do CDM, pois elas estavam relacionadas, de forma geral, com as categorias do Conhecimento Comum do Conteúdo e Epistêmica.

4.6 DESCREVENDO E ANALISANDO O QUINTO ENCONTRO

O formador iniciou este encontro retomando as discussões sobre a prática das professoras em relação ao ensino de geometria nos anos iniciais. Após o formador indagar as professoras sobre suas práticas, em particular sobre o trabalho com as figuras geométricas tridimensionais, a professora Thalita comentou que trabalhava muito com materiais manipuláveis, utilizando embalagens para que os alunos percebessem as formas e algumas características das figuras geométricas tridimensionais. A professora Milena também ressaltou o uso de materiais manipuláveis em suas aulas, e relatou sua experiência da seguinte forma: “Eu trabalho com os objetos da sala de aula: a carteira, a minha mesa, e também com embalagens, como a caixa de leite, caixa de sapato [...]”

Na fala das professoras, percebemos que elas desenvolvem um trabalho utilizando material concreto e, segundo a própria fala delas, buscando trazer para a sala de aula o cotidiano do aluno. Essa é uma prática muito comum entre professores dos anos iniciais e, como discutimos anteriormente, do ponto de vista das discussões propostas por Pino-Fan e Godino (2015), atividades que envolvem o uso desses tipos de materiais podem ser relacionadas com as discussões acerca das Dimensões do CDM, mais particularmente em relação à Categoria de Mediação.

Do ponto de vista da discussão acerca da Categoria de Mediação, observamos que este ambiente de aprendizagem oportunizava, novamente, que fosse problematizado, pelo formador, uma discussão acerca do tipo de recursos didáticos que as professoras utilizavam para a sala de aula, bem como a forma como elas abordavam esses recursos para contribuir com a aprendizagem dos alunos.

Particularmente, quando as professoras relatam que usam materiais como caixa de sapatos, caixa de leite, lata de óleo, dados, entre outros objetos manipuláveis para o ensino de geometria, elas destacam o uso desses materiais como ótimos recursos para que o aluno perceba a existência de alguns elementos, como face, aresta, vértice, a forma dos objetos, assim como as relações que podem ser associadas a eles. Segundo as professoras, a manipulação e a visualização ajudam muito os alunos a reconhecerem as figuras geométricas tridimensionais, por meio de atividades que envolvam esse tipo de material. A partir do posicionamento das professoras sobre a importância da manipulação e da visualização, por parte dos alunos, para a

aprendizagem de conceitos geométricos, o formador propôs uma discussão que foi ao encontro desse posicionamento, de forma que esta discussão pudesse ser articulada com as Dimensões do CDM.

Podemos dizer que, por meio dessas discussões, perpassamos, entre outros elementos, aspectos psicológicos da aprendizagem em geometria. Sem entrar no mérito das discussões teóricas que envolvem os aspectos psicológicos da aprendizagem, tendo em vista que este não ser o foco de nossas investigações neste estudo, evidenciamos que um aspecto importante desse encontro foi o de fomentar a discussão acerca da questão da visualização para o ensino e a aprendizagem da geometria, conforme destacam os trabalhos de Passos (2000), Nacarato e Passos (2003) e Leivas (2009).

A importância de abordar questões relacionadas com a visualização pode ser justificada pela nossa concordância com a afirmação desses autores de que a visualização está relacionada com a capacidade de lidar com a representação, com a comunicação e com a reflexão sobre uma determinada informação visual. Nessa direção, concordamos com Leivas (2009, p. 22) quando ele considera a “visualização como um processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos”.

Nacarato e Passos (2003), ao destacarem a importância da visualização para situações que envolvem o ensino e a aprendizagem da geometria ressaltam o fato de que a visualização é caracterizada como um elemento essencial para o processo de formação de conceitos geométricos, em função de ser um dos elementos que envolvem o processo de representação.

A discussão em torno da visualização nos permitiu ir além de centrar nossas tratativas apenas na abordagem de reconhecer e nomear formas geométricas, propor a simples utilização de fórmulas para a realização de medições geométricas ou apresentar os conceitos envolvidos na resolução da atividade de forma não relacionada. Ao contrário disso, tínhamos o interesse de fomentar uma discussão que problematizasse o conhecimento das professoras a fim de que elas reconhecessem a importância das discussões acerca das categorias de conhecimento pertencentes às

Dimensões do CDM.

A questão da visualização para o ensino e a aprendizagem da geometria, ou seja, para o desenvolvimento dos conceitos geométricos, se apresenta como essencial para que a imagem de um determinado conceito, assim como os elementos constituintes deste conceito, sejam formados (LEIVAS, 2009). A literatura nos apresenta que o termo visualização possui diferentes conceituações, embora haja um consenso sobre o fato de que a visualização esteja essencialmente relacionada com a percepção e a manipulação de imagens visuais.

Ao longo dessa discussão o formador ressaltou a importância do uso e da problematização acerca dos recursos didáticos que as professoras utilizam, em particular sobre o uso de materiais como as embalagens citadas por elas, devido a necessidade de que o professor conheça os limites e as potencialidades dos materiais que estão usando. Quando relacionamos esta discussão com a Categoria de Mediação, observamos que esta categoria “ocupa-se com o conhecimento de que um professor deve ter para avaliar a pertinência do uso de materiais e recursos tecnológicos para promover o aprendizado de um objeto matemático específico [...] (PINO-FRAN; ASSIS; CASTRO, 2014, p. 1436) [tradução nossa].

No diálogo entre o formador e as professoras que explicitamos a seguir, podemos observar como o envolvimento delas nas problematizações propostas tem contribuído para que elas reflitam sobre suas práticas, em particular sobre as relações entre os objetos manipuláveis que elas geralmente utilizam em sala de aula.

Formador: “Me contem um pouco como vocês usam esses materiais manipuláveis”.

Professora Milena: “Eu faço associações, por exemplo, da caixinha de leite com o paralelepípedo. Que eu falava que era um paralelepípedo. Agora não vou falar mais” [em outra discussão, a qual relatamos no capítulo anterior, a professora Milena disse que, em suas aulas, afirmava que a caixa de leite era um paralelepípedo], vou procurar prestar mais atenção na linguagem, mas eu acho que a aula com as caixas é muito legal e boa para os alunos. [foi importante constatar, na fala da professora, sua preocupação com a forma que ela lidava com a linguagem ao trabalhar com as caixas

para a construção de conceitos geométricos].

Professora Ana: “Eu também costumo fazer a montagem. As crianças gostam de pegar pecinhas e ir montando. Aí dá para montar o cubo, montar o paralelepípedo.”

Professora Thalita: “Eu acho que os alunos aprendem muito vendo as caixas e a gente ensinando coisas da geometria. Eu uso muito. O que eu acho legal é que como a Milena disse, agora nós temos que ter a preocupação de como a gente fala com os alunos. Eu nunca tinha pensando sobre o que você falou de criar obstáculos para as crianças. Sabe que aquilo ficou na minha cabeça? ”.

Formador: “Eu fico muito contente em ver como vocês estão fazendo essas relações entre os nossos encontros, e relacionando o que estamos discutindo aqui com a prática de vocês. Nós estamos fazendo muitas discussões aqui a partir de fundamentações teóricas. A partir de teorias que estão de uma forma ou de outra relacionadas com questões relativas ao ensino e a aprendizagem da matemática. E nós precisamos fazer essa articulação entre a teoria e a prática, então fico muito contente por ver que não só eu estou fazendo e pensando nisso, mas vocês estão fazendo isso. Isso é muito importante”.

Professora Rayssa: “Eu não tinha parado antes para pensar sobre essas coisas. Sabe, a gente nunca para. Você vai dando conteúdo, conteúdo e nunca para pensar”.

Como a professora Rayssa revelou, ela nunca tinha prestado atenção, durante sua prática, nessa relação entre teoria e prática. Sua afirmativa foi corroborada pelas outras professoras, que fizeram menção ao fato de não terem realizado discussões como essas na formação inicial. A professora Majory comentou: “No curso de Pedagogia a gente não ficava discutindo assim. A gente depois não consegue fazer assim sozinha. A gente fica pensando só no conteúdo”.

Entendemos que uma formação, seja ela inicial ou continuada, deve estimular os professores à refletirem sobre fatos e conceitos matemáticos em geral. A prática dessa ação pode contribuir, por exemplo, para a distinção entre ideias matemáticas essenciais e complementares, assim como para perceber os caminhos que levam à formulação de hipóteses e definições.

A troca de experiências entre as professoras continuou a demonstrar ser importante, principalmente quando ocorria de uma professora procurar dar maior confiança à outra, a partir de suas práticas, assim como poder constatar que determinadas abordagens ou trabalhos eram possíveis de serem feitos em sala de aula. Em um desses momentos, a professora Andreza comentou: “Sempre trabalhei com alunos do primeiro ano, então trabalhava só a questão da alfabetização mesmo por que sou PA. Eu não trabalhava a matemática. Agora eu peguei um terceiro ano e vou precisar trabalhar com a matemática. Eu acho que vai ser difícil.”

A professora Milena, ao comentar a fala da professora Andreza, afirmou: “Agora estou trabalhando a geometria desde o primeiro ano porque a minha coordenadora da escola é muito boa em matemática e incentiva a gente a trabalhar com a matemática. Eu também participei de outros cursos que priorizavam o conteúdo matemático para o primeiro ano. Eu trabalho muito a parte de localização espacial e de espaço e forma. Eu trabalho com alunos desde o primeiro ano, e eles têm uma discussão muito boa quando chegam no segundo ano”.

Buscando maiores elementos sobre a prática das professoras, o formador se referiu ao problema do ensino de geometria na Educação Básica, destacando alguns dos problemas que os professores que atuam nos anos iniciais revelam ter por conta da formação inicial, principalmente ao que se refere à inadequada carga horária de aulas de matemática ao longo dessa formação.

As professoras, ao se envolverem na discussão, apresentaram alguns pontos de vista que julgamos oportuno relacionar. A professora Rayssa, por exemplo, comentou sobre as novas abordagens dos livros didáticos em relação ao conteúdo de geometria. Ela fez o seguinte comentário: “a geometria agora é articulada com outras áreas da matemática. Agora é mais difícil pra gente. Mas o professor foge um pouco disso por conta da falta de conhecimento para ensinar geometria”. A professora Milena destacou: “muitos professores na minha escola têm renegado os materiais apostilados, dizendo que o material é ruim. Mas a minha leitura é que na verdade eles preferem os livros antigos aonde eles podem escolher os assuntos que irão trabalhar, e com isso, geralmente, não trabalham a geometria. No material apostilado eles precisam trabalhar os conteúdos que estão indicados lá”.

Os relatos dessas professoras destacam uma realidade escolar, na qual elas estão inseridas, que precisa ser modificada, transformada. É fato que, atualmente, a distribuição dos conteúdos da geometria pode ser percebida de modo melhor distribuída ao longo dos capítulos de muitos livros didáticos. Entretanto, faz-se necessária a mudança na prática do professor para que situações como as reveladas pelas professoras não continuem acontecendo.

O formador, após esse diálogo inicial fez o seguinte comentário: “Independente do ano [referindo-se ao ano escolar] no qual vocês estão trabalhando, vocês já observaram que temos que discutir sobre a necessidade de precisarmos conhecer muito além daquilo que vamos ensinar, e já vimos algumas razões para isso: como para entender como os conceitos matemáticos são apresentados e por que aceitamos eles como verdadeiros; e depois precisamos estar preparados para responder às perguntas dos alunos, que às vezes não necessariamente é sobre o que estamos ensinando naquele momento.

A professora Thalita, neste momento, além de sinalizar sua concordância, comentou que este é um grande desafio para ela, se referindo às perguntas dos alunos sobre os conteúdos matemáticos.

O formador disse que muitas vezes os alunos fazem perguntas ou apresentam soluções que não são conhecidas, e por isso não é possível dizer se eles estão certos, se a solução que eles apresentaram será válida sempre, ou se serve apenas para aquela situação específica, e o professor, por vezes, se vê em uma situação que não sabe o que responder aos alunos. Com esses comentários, o formador ressaltou a importância de se compreender os conceitos com os quais se está trabalhando.

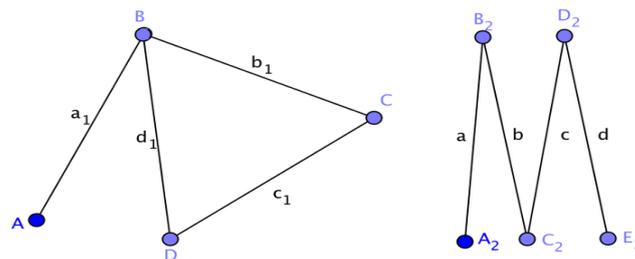
O formador, retomando a discussão sobre alguns conceitos relacionados à geometria, questionou as professoras sobre o que elas entendiam por polígono. “Eu já ouvi, mas não sei dizer o que é”, disse a professora Evelyn. A professora Rayssa, em um tom irônico comentou: “Eu prefiro não me comprometer”. Já a professora Thalita destacou: “Eu acho que é quando tem uma figura geométrica que tem ângulos, então passa a ser uma figura que pode ser um polígono”.

A partir de algumas falas, como essas, e o silêncio por parte de outras

professoras, observamos que elas não possuem clareza quanto ao conceito de polígono. O formador chamou a atenção para alguns elementos que apareceram na fala das professoras e que então poderiam ser discutidos. Entre esses elementos, ele chamou a atenção para a ideia de polígono destacada pela professora Thalita, que relacionou o polígono com a ideia da necessidade de se ter uma figura geométrica que precisa possuir ângulos.

Sendo assim, ele retomou uma discussão que foi feita em um encontro anterior sobre a definição do quadrado. O formador comentou: “Vocês lembram quando falamos dos quadriláteros? Eu desenhei estas duas figuras aqui [o formador desenhou duas figuras como as que representamos pela figura 4], que possui quatro lados, mas não são quadriláteros. Naquele dia, nós usamos o termo polígono quando falamos do quadrilátero, ao invés do termo figura, vocês lembram?”

Figura 4 – Exemplos de figuras geométricas que possuem quatro lados.



Fonte: Elaborada pelo Autor.

O formador lembrou a discussão dizendo: “Naquele dia, nós discutimos que se dissermos que o quadrilátero⁴⁹ é uma figura com quatro lados, estas figuras aqui [referindo-se as duas figuras exemplificadas acima] também poderiam ser classificadas como quadriláteros, pois elas são figuras geométricas que possuem quatro lados. Então, vimos que essa é uma condição necessária para que uma figura geométrica seja um quadrilátero, mas não é suficiente. Por isso usamos o conceito de polígono”.

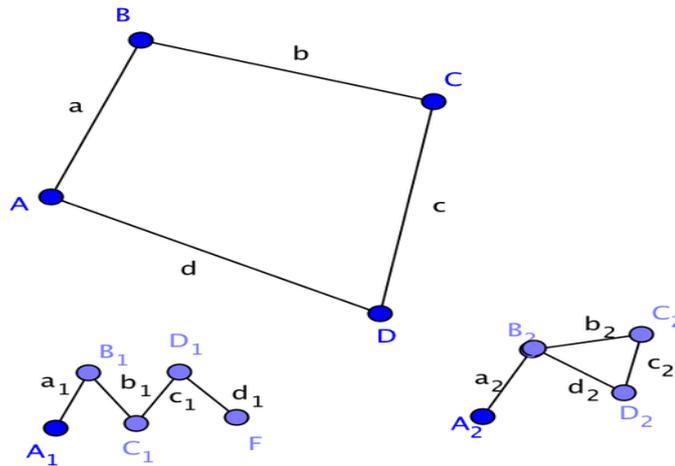
⁴⁹ O formador conceituou quadrilátero como sendo uma figura geométrica plana, fechada, formada por quatro segmentos de reta e quatro ângulos.

A professora Evelyn perguntou: “Então o que define o polígono é o fato da figura ter ângulos?”. O formador disse que o fato da figura ter ângulo não garantia que fosse um polígono. Ele comentou: “Essas figuras possuem ângulos [referindo-se aos ângulos internos das figuras apresentada na figura 4 – pg. 157], mas elas não são polígonos. Nesse momento, o formador desenha outras figuras, algumas abertas e outras fechadas. Seu interesse, agora, era o de problematizar uma discussão a respeito da classificação das figuras em relação a essas características.

Na proposição dessa discussão, observamos que o formador buscou elementos para que as professoras confrontassem suas ideias acerca do conceito de polígono, de forma que elas percebessem a importância de se discutir as condições necessárias e suficientes que estão implícitas quando definimos um objeto matemático.

O formador não fala, de imediato, para as professoras, qual é a definição de polígono. Ele envolve-as em uma problematização para que elas construam o conhecimento sobre este conceito, de forma que elas compreendam quais são e qual é o significado das condições que são necessárias e suficientes para se definir um polígono. Ele propõe, então, a discussão sobre figuras geométricas quaisquer, que possuem quatro lados, e uma outra figura geométrica qualquer que é um quadrilátero, conforme a figura 5 a seguir:

Figura 5 – Exemplos de figuras geométricas que possuem quatro lados – quadriláteros e não quadriláteros



Fonte: Elaborada pelo Autor.

A problematização proposta pelo formador instigava e induzia as professoras a perceberem que a diferença entre essas figuras geométricas era de que apenas a figura que podia ser chamada de polígono era a que também podia ser chamada de quadrilátero, considerando as figuras geométricas que foram apresentadas. Dessa forma, o formador chegou à definição de polígonos⁵⁰ juntamente com as professoras, e os comentários posteriores foram bem interessantes. Como exemplo, passamos a reproduzir alguns deles:

Professora Ana: “Quando eu aprendi matemática, toda vez que misturava essas letras [referindo-se ao fato do formador ter nomeado os vértices e os lados das figuras geométricas] e números, isso sempre foi um bicho de sete cabeças para mim. Mas agora, quando você vai desmembrando e explicando o que significa cada um deles, a gente percebe que não é tão difícil de entender”.

Professora Rayssa: “Nossa, eu estou muito surpresa com uma discussão assim. Para entender mesmo o conceito”.

O formador, como forma de verificar como as professoras lidariam com a definição de polígono, após as discussões, fez o seguinte questionamento: “Qual é o polígono que possui o menor número de lados? A professora Thalita respondeu: “É o

⁵⁰ O formador conceituou polígono como sendo uma figura geométrica formada por sucessivos segmentos de reta, tendo os segmentos consecutivos um extremo comum, não estando na mesma reta dois segmentos consecutivos e não tendo os segmentos de reta pontos comuns além dos extremos.

triângulo”. E porquê, indagou o formador. “Porque eu não posso ter um polígono com apenas dois lados”, respondeu a Thalita. E a professora Rayssa complementou: ‘Por que não vai fechar, se eu tiver menos do que três lados’. O comentário da professora Rayssa foi muito importante, pois durante a discussão inicial sobre o conceito de polígono, em um determinado momento, ela disse que não havia compreendido bem o que o formador estava dizendo. Entendemos, por meio de seu posicionamento agora, que ela expressa ter compreendido a discussão.

A professora Thalita e a professora Rayssa expressaram seu contentamento em compreender um conceito matemático que elas trabalham e sempre leem nos livros, mas que só reproduziam as ideias. Até em um tom de brincadeira, a professora Rayssa afirmou: “Se caísse uma questão como esta em uma prova de um concurso, eu ficaria tentando fazer mil contas para encontrar essa figura com o menor número de lados. Eu nunca tive uma discussão assim para falar de algo da matemática”.

O formador, ainda buscando evidências sobre como as professoras responderiam à questões relacionadas com a discussão acerca do conceito de polígono e de figuras geométricas, indagou as professoras: “Se eu desenho uma figura geométrica como essa [o formador desenha um quadrilátero que, visualmente, aparenta ser um quadrado] e digo que esta figura é um quadrado. Esta afirmação está correta? Nesse momento, algumas professoras responderam que sim. Outras que não. Em particular, a professora Rayssa disse: “A partir do que foi discutido, ele é uma figura geométrica, mas falta mais coisas para definir ele”. A professora Thalita complementou: “O quadrado é um polígono que tem quatro lados congruentes e quatro ângulos congruentes”.

Quando analisamos a fala da professora Thalita, e a comparamos com suas falas em encontros anteriores, percebemos a mudança que ocorreu em relação aos termos que ela utilizou para definir o quadrado. Fazemos essa afirmação por observar que ela usa termos como ‘lados e ângulos congruentes’, os quais não faziam parte de seu repertório. Em uma oportunidade anterior, ao se referir a lados e ângulos congruentes, quando estavam definindo o retângulo, as professoras só se referiam a esses elementos como sendo ‘lados iguais’ ou ‘ângulos iguais’.

Naquela oportunidade, quando o formador propôs a discussão sobre a ideia de

congruência, ele chamou a atenção das professoras para a diferença, do ponto de vista matemático, para o uso dos termos “igual e congruente”, e fomentou uma discussão sobre essas ideias e seus usos, tanto no senso comum, ou seja, no dia a dia, quanto em relação aos aspectos matemáticos. A naturalidade com a qual a professora se referiu nos deu indícios de sua apropriação da linguagem matemática adequada para se referir aos lados e ângulos congruentes, e esse indício nos leva à conclusão de que as discussões ocorridas naquele encontro contribuíram para que a professora elevasse seu conhecimento acerca da Categoria Epistêmica, a partir de sua preocupação com o uso de termos matemáticos para se definir os objetos.

Após a fala da professora Thalita, o formador questionou se as professoras concordavam com a definição dada por ela, e todas responderam afirmativamente. Então, o formador chamou a atenção para o uso dos termos que a professora Thalita fez, e obteve os seguintes comentários das outras professoras:

Professora Rayssa: “A gente sempre aprendeu, por exemplo, que o quadrado é uma figura que possui quatro lados. A gente nunca se questionou: mas será que essas são as condições que precisa ter? A gente nunca se perguntou. O quadrado tem quatro lados. Agora eu sei que não é só isso que eu preciso para definir o quadrado”.

Professora Thalita: “Eu nunca soube desta discussão sobre igualdade e congruência. Para mim, a gente aprende errado e ensina errado. Para mim sempre foram iguais”.

Professora Rayssa: “A gente aprende dessa forma”.

Professora Andreza: “Mas do jeito que você explica fica muito mais fácil a gente entender e discutir aqui porque se você vai procurar no livro ou na internet se torna algo muito confuso para entender”.

Nesse retorno sobre o significado, do ponto de vista matemático, dos termos congruência e igualdade, o formador desenhou dois triângulos congruentes no quadro, os triângulos ABC e DEF, e afirmou às professoras: “Se eu digo que estes dois triângulos são iguais, do ponto de vista da matemática, esta afirmação está errada.

Esses triângulos possuem lados de mesmas medidas, mas eles não são os mesmos. Eles possuem as mesmas medidas, então eles são congruentes. Não são iguais”.

Professora Rayssa: Então eu posso falar para as crianças de uma forma mais simples, mas que elas comecem a entender isso [referindo-se a não usar a ideia de igualdade] para não entender errado.

O formador então questiona: “O que você poderia falar, para não usar o termo congruência?” E Ela responde: “Eu poderia usar essa ideia que você falou, que eles têm a mesma medida”. Formador: “Isso. A medida deste lado [referindo-se ao lado AB do triângulo ABC] é igual a medida deste outro lado [referindo-se ao lado DE do triângulo DEF]. Ou seja, as medidas são iguais”.

A professora Thalita comentou: “Olha, eu vou fazer um comentário. Então, nós começamos a ensinar desde o primeiro ano algumas coisas erradas [...] A discussão que fazemos é sempre do ponto de vista comum da palavra igualdade e não do ponto de vista da matemática. Então o que eu estou vendo é que precisamos estar nos policiando desde o trabalho com o primeiro ano para não dar esta divergência quando o aluno estiver no quarto ou no quinto ano”.

O comentário da professora Thalita foi essencial e providencial para a discussão sobre a Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo, pois sua fala demonstra, explicitamente, a importância de se conhecer não apenas o currículo e o conteúdo do nível de ensino que ela está ministrando aula. Ela demonstrou que naquele momento é importante não induzir o aluno a um erro conceitual pois lá na frente ele irá trabalhar com esses conceitos, e não será interessante se ele tiver criado obstáculos didáticos sobre isso.

O formador ressaltou: “Isso mesmo. Então, qual o reflexo disso na sala de aula para vocês? Vocês não irão chegar na sala de aula e falar de congruência com os alunos. Então como nos referiremos a isso com os alunos? E qual é a importância disso? E por que vocês acham que esta discussão é importante para vocês?”

Professora Ana: “Olha, eu acho que é a importância de ver a matemática como um desafio”. Professora Rayssa: “A gente já vem com esse bloqueio para aprender

matemática”.

Formador: “Está certo. O aluno não pode ver a matemática como algo que ele não tem condição de aprender. É importante relacionar a matemática com o desafio. Não com aquilo que é difícil. O difícil está relacionado a algo que ele não consegue resolver. O desafio é algo que ele tem condições de resolver, de buscar estratégias para resolver o desafio. E é importante que se compreenda que nem todos aprendem da mesma forma”.

4.6.1 Analisando a Intencionalidade do Quinto Encontro

As discussões que ocorreram ao longo deste encontro centraram-se, inicialmente, sobre o uso de recursos didáticos em sala de aula. Os professores, em particular os que trabalham com os anos iniciais, utilizam-se muito de materiais manipuláveis em suas aulas. É comum o uso de embalagens, canudos, palitos e tampinhas de garrafas, por exemplo, que geralmente os alunos trazem de suas próprias casas e que são utilizados, em sala de aula, como recursos didáticos para o ensino e a aprendizagem da matemática.

O uso desses recursos em sala de aula tem sido investigado por muitos autores, como Alves e Morais (2006), Santos (2007) e Oliveira, Menezes e Canavarro (2012), devido à sua importância para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Autores como Alves e Morais (2006) destacam os cuidados que o professor deve ter ao utilizar certos tipos de recursos didáticos, como os materiais manipuláveis. Para esses autores,

o professor deve estar atento a alguns elementos importantes na utilização de materiais concretos, pois, as noções matemáticas são construídas pela criança e não estão no material. É facilmente aceite que o material favorece a aprendizagem desde que seja bem utilizado e para dar resposta à concretização de objetivos educacionais concreto (ALVES; MORAIS, 2006, p. 339).

Esses autores destacam, ainda, a importância de se respeitar o ritmo do aluno para que ele se envolva com os materiais manipuláveis, de forma que a atividade atinja o seu objetivo. Eles ressaltam que

é preciso que os alunos tenham tempo e liberdade para explorar o material, brincar um pouco com ele, fazer descobertas sobre a sua estrutura e organização. Após algum tempo de trabalho livre, o professor pode intervir, propondo questões e estimulando os alunos a manifestarem a sua opinião. São essenciais, neste início, a acção e o raciocínio do aluno, pois, só o próprio aluno pode construir as noções matemáticas que são objecto de aprendizagem (ALVES; MORAIS, 2006, p. 339).

Corroborando as ideias desses autores, destacamos a importância da discussão proposta por Pino-Fan e Godino (2015) sobre a Categoria de Mediação, que por conseguinte nos leva a considerar a necessidade de envolver as professoras, em nossa formação, em uma discussão mais aprofundada sobre os elementos que compõem essa categoria, com a finalidade de contribuir para que elas aprimorem seus conhecimentos relacionados à ela para a sua prática docente.

A importância dessa discussão reside no fato de que os recursos didáticos assumem o importante papel de ajudar na construção de um determinado conhecimento, possibilitando a sua compreensão, pois eles podem auxiliar no raciocínio. Neste sentido, Oliveira, Menezes e Canavarro (2012) nos chamam a atenção para o fato de que

o professor de matemática, principalmente nos primeiros anos de escolaridade, deve ter como preocupação proporcionar aos alunos boas representações dos conceitos que se propõe a ensinar, ou seja, é importante que os conceitos que por natureza são abstratos possam ser “tornados presentes” aos alunos (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2012, p. 558).

A Categoria de Mediação problematiza a condição de que os recursos didáticos não devem ser utilizados de forma arbitrária, ou seja, sem que se tenha um planejamento, por parte do professor, que contemple tanto a forma de utilização dos recursos para alcançar seus objetivos, como as discussões subjacentes que se apresentam por meio da sua utilização. Assim, por exemplo, observamos que os domínios dos conhecimentos relacionados à essa categoria implicam que a atividade de acompanhamento e de monitorização por parte do professor deve ser realizada de forma muito mais exigente, a partir do momento em que ele opta pela utilização de materiais manipuláveis para a sala de aula.

Sabemos que é fato que as professoras também utilizam esses materiais para suas aulas. Fato esse que foi explicitado pelas suas próprias falas, como descrevemos anteriormente. Por isso, faz-se necessário que elas se envolvam em problematizações

que acentuem a realidade de que não é suficiente saber usar o material manipulável, ou seja, que se conheça a finalidade de seu uso. É necessário que as professoras conheçam o potencial de tal uso, mas também que elas reconheçam as discussões e ideias que estão subjacentes ao conhecimento matemático que se procura alcançar com a manipulação de tal material.

A Categoria de Mediação, além de acentuar a importância de se compreender o uso dos recursos didáticos para o ensino e a aprendizagem da matemática, viabiliza que se problematize essa discussão, contribuindo para que as professoras reflitam sobre suas escolhas, estratégias e falas, ou seja, que elas reflitam sobre a sua prática.

Ao se pensar nos conhecimentos subjacentes que podem ser discutidos e problematizados por meio dessa categoria, e tendo como elemento norteador o uso de materiais manipuláveis, destacamos a importância da discussão que foi realizada em torno de um elemento essencial para o ensino e a aprendizagem em geometria, que é a “visualização”.

Os autores citados ao longo do texto, como Passos (2000), Nacarato e Passos (2003) e Leivas (2009), ofereceram-nos subsídios para fomentar essa discussão com as professoras, de forma que elas reconhecessem, por meio de suas próprias falas, a influência da visualização para a construção de conceitos matemáticos e, em particular, para a construção do conceito de figuras geométricas. Essa influência pode ser vista como um processo que atua na prática das professoras, assim como também emerge dela.

O formador tem demonstrado, a cada encontro, sua intencionalidade em relacionar a prática das professoras com as teorias que são discutidas durante os encontros. A forma de condução dos encontros, por parte do formador, já foi alvo de comentários por parte das professoras, quando elas destacaram que essas relações estão contribuindo para que elas reflitam sobre suas práticas.

Então, percebemos, como já comentamos anteriormente, que as professoras já não estão preocupadas apenas com o conteúdo matemático necessário para o ensino.

Sem dúvida, o conteúdo específico de matemática está presente em todas as discussões propostas pelo formador, mas ele se apresenta juntamente com uma discussão teórica e pedagógica, no que entendemos ser uma articulação muito bem realizada entre teoria e prática.

A Categoria de Mediação tem contribuído para essa articulação, a julgar pela possibilidade de discussões teóricas por meio das atividades práticas que as professoras explicitam desenvolver em suas salas de aulas. As discussões em torno dessa categoria vão ao encontro da preocupação explicitada por Souza (2007, p. 113), quando ela afirma que “ao trabalhar com recursos didáticos, o professor deve estar muito bem preparado, com um bom embasamento teórico, assim, realmente poderá cumprir a sua missão [...]”.

Essa autora considera, ainda, que

o uso de recursos didáticos no ensino escolar deve ser sempre acompanhado de uma reflexão pedagógica quanto a sua verdadeira utilidade no processo de ensino e de aprendizagem, para que se alcance o objetivo proposto (SOUZA, 2007, p. 113).

As problematizações acerca do uso dos recursos didáticos e, conseqüentemente, acerca da Categoria de Mediação, possibilitou que observássemos uma estreita relação entre essa categoria e a Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo, uma vez que esse conhecimento ampliado “deve fornecer ao professor a fundamentação matemática necessária para que ele possa sugerir novos desafios matemáticos em sala de aula” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 97) [tradução nossa].

Outro momento desse encontro, no qual foi possível realizar uma discussão acerca da Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo, refere-se ao aquele em que foi discutido o uso dos termos “congruentes” e “iguais”, por parte das professoras. Por meio dessa discussão, observamos como as problematizações têm contribuído, também, para a essa categoria. Para algumas professoras, por exemplo, as que trabalham com o primeiro e o segundo ano, as discussões não faziam muito sentido, pois a ideia de congruência não é trabalhada por elas com seus alunos.

Entretanto, vamos reproduzir a fala da professora Thalita para exemplificar a importância delas compreenderem que essa discussão precisa fazer parte da formação

delas. A fala foi a seguinte:

Olha, eu vou fazer um comentário. Então, nós começamos a ensinar desde o primeiro ano algumas coisas erradas [...] A discussão que fazemos é sempre do ponto de vista comum da palavra igualdade e não do ponto de vista da matemática. Então o que eu estou vendo é que precisamos estar nos policiando desde o trabalho com o primeiro ano para não dar esta divergência quando o aluno estiver no quarto ou no quinto ano (PROFESSORA THALITA).

Claramente, a professora expressa sua preocupação com o que vai ser discutido com os alunos em anos posteriores. Essa característica é discutida por Pino-Fan e Godino (2015), quando ele declara a importância da Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo. Essa categoria ressalta que

o conhecimento que o professor deve ter sobre noções matemáticas que, tomando as noções matemáticas que estão sendo estudadas em um determinado momento como uma referência [...] estão à frente no currículo do nível de ensino em estudo ou no próximo nível (PINO-FRAN; ASSIS; CASTRO, 2015, p. 1433) [tradução nossa].

Destacamos, ainda, que a interação entre as professoras já se tornou algo comum, e as trocas de experiências, nesse encontro foi muito importante, pois a discussão envolvendo o uso de materiais manipuláveis possibilitou que elas explicitassem suas práticas de sala de aula com esses materiais, contribuindo para que a Categoria de Interação continuasse a ser percebida como um importante elemento para a autoformação delas, no momento em que elas se apropriam das experiências trocadas e refletem sobre as possibilidades e potencialidades presentes em cada uma delas.

4.7 DESCRREVENDO E ANALISANDO O SEXTO ENCONTRO

Para a descrição deste encontro optamos por retomar a discussão que o foi realizada sobre as figuras geométricas. As professoras demonstraram dificuldades para lidar com esse assunto, e por isso o formador procurou aprofundar as discussões sobre ele. Ao retomar esse assunto, o formador questionou as professoras sobre o desenvolvimento do trabalho delas, em sala de aula, envolvendo os quadriláteros. Em um encontro anterior o formador chegou à definição de quadriláteros, juntamente com as professoras, mas naquela oportunidade não aprofundaram as discussões sobre o tema.

Algumas das professoras afirmaram que desenvolvem trabalhos em sala de aula com os quadriláteros, e assim o formador observou uma oportunidade para fomentar uma discussão sobre os quadriláteros notáveis, por meio da seguinte indagação: “Em relação aos conhecimentos de vocês sobre esta discussão. Vocês sabem quais são os quadriláteros notáveis e quais são as suas características?”

A partir desse questionamento, feito pelo formador, as professoras disseram que não sabiam explicar. Então, como meio de instigar as professoras a se envolverem nessa discussão, o formador apresentou um novo questionamento: “Quem pode me falar o nome de um quadrilátero notável?” E então a professora Evelyn respondeu: “O quadrado eu acho que é”. E a professora Milena também complementou: “O retângulo”.

As respostas das professoras evidenciaram duas questões importantes para nossa discussão: a primeira se refere ao fato delas conhecerem exemplos de quadriláteros notáveis, mas não demonstrarem conhecer a razão desses elementos serem classificados dessa forma; a segunda diz respeito à insegurança delas na hora de afirmar que essas figuras geométricas são classificadas como quadriláteros notáveis. Na fala da professora Evelyn nós podemos encontrar um exemplo dessa insegurança. A Professora Ana também mostrou muita insegurança, quando comentou: “Eu também acho que é o retângulo. Mas não sei explicar o por quê”.

A partir das falas das professoras, o formador propôs uma discussão acerca dos quadriláteros notáveis, apresentando suas propriedades e particularidades para que algumas figuras geométricas pudessem ser classificadas como quadriláteros notáveis, até se chegar à sua definição.

Apesar desta ter sido uma discussão muito importante para a formação, e as professoras terem demonstrado um grande envolvimento durante a apresentação, optamos por aprofundar nossas discussões sobre esse encontro a partir de uma outra situação ocorrida neste dia. Essa discussão se refere à classificação dos quadriláteros.

Para essa discussão, o formador fez um esquema no quadro que podemos representar pelo esquema a seguir:

Figura 6 – Relação entre os quadriláteros notáveis⁵¹.



Fonte: sítio da *internet*⁵².

Ao provocar a discussão com as professoras, o formador pediu que elas observassem a relação que era apresentada por meio do desenho, e essa provocação gerou o seguinte diálogo:

Formador: “O que representa o quadrado estar na interseção do retângulo e do losango?” A professora Milena então respondeu: “Faz parte tanto de uma quanto da outra”. O formador, insistindo na questão pergunta: “E o que representa isso?”. “É por que ele tem características de um e do outro?”, responde a professora, em um tom de pergunta, explicitando sua insegurança na resposta. E o formador então comenta: “Isso. Então podemos dizer que ele é ao mesmo tempo um losango e um retângulo, ou seja, ele mantém todas as propriedades do losango e todas as propriedades do retângulo. Mas ele também tem as características do paralelogramo, seguindo esse raciocínio. Vocês não acham?”

Observamos que as professoras não se sentiram confortáveis com as associações que o formador começava a fazer em relação às características dos quadriláteros. A fala da professora Majory revela um pouco dessa nossa percepção.

⁵¹ Adotamos, para nosso trabalho, a definição de trapézio como sendo um quadrilátero em que há *pelo menos* um par de lados paralelos. Com essa definição, o paralelogramo, juntamente com o losango, o retângulo e o quadrado são compreendidos como tipos especiais de trapézio.

⁵² Disponível em <http://www.colegioweb.com.br/poligonos-quadrilateros-notaveis/relacoes-de-inclusao-entre-os-conjuntos-dos-quadrilateros-notaveis.html>. Acesso em: 15/11/2015.

Ao conversar com a professora Ana, ela disse: “Eu ainda não entendi isso. Por que o quadrado é os dois?” [a professora Ana se refere ao comentário que o formador fez, ao afirmar que o “quadrado é ao mesmo tempo um losango e um retângulo [...] ele mantém todas as propriedades do losango e todas as propriedades do retângulo”].

O formador, retomando a discussão comentou: “Vamos falar então desse elemento. O paralelogramo. O que nós vamos tratar agora é sobre as propriedades e a definição desses objetos. Vocês já trabalharam com ele?” [o formador se refere ao paralelogramo]. “Mais ou menos”, responderam as professoras.

“Vocês podem me dar alguma característica dele?”, perguntou o formador, referindo-se ao paralelogramo. Nesse momento, a professora Milena, fazendo uma representação com as mãos, sugeriu que o paralelogramo possui dois pares de lados opostos paralelos, e complementa com a seguinte fala: “Mas só que são tortos, não é igual o retângulo”. E o formador, então, provoca mais um questionamento: “Mas ele pode ser na forma de um retângulo?” E algumas das professoras então respondem: “Eu acho que não”.

A postura da professora Milena, primeiro fazendo o gesto com as mãos, indicando que um par de lados opostos do paralelogramo precisa ter uma posição “inclinada”, e depois explicitando, em sua fala, essa necessidade, atesta o que algumas pesquisas que discutem o ensino e a aprendizagem da geometria têm apontado sobre alguns obstáculos que surgem durante o ensino e a aprendizagem de conteúdos da geometria.

Dessa forma, observamos que as conclusões apresentadas pelas professoras, nesse diálogo, revela uma situação que pode se associada aos obstáculos criados por meio das configurações geométricas, às quais nos referimos durante a análise do terceiro encontro. Para Pais (2000, p. 4), “há uma espécie de tradição, influenciada tanto pelo senso comum como pelos saberes escolares, de preservação dessa forma particular de representação”.

A preservação a que o autor se refere diz respeito à influência tanto de livros didáticos quanto das próprias aulas de matemática, em particular as aulas de geometria, que apresentam as representações de figuras geométricas sempre da

mesma forma, ou seja, utilizando-se, sempre, das mesmas configurações geométricas, criando-se, praticamente, um estereótipo dessas figuras, de forma que a imagem mental do objeto matemático seja associada a apenas aquele tipo de representação a que ele foi submetido.

Pais (2000) cita um exemplo muito comum que pode ser encontrado na maioria dos livros didáticos. Esse exemplo se refere a quando temos um

triângulo isósceles não equilátero cujo desenho usual, geralmente, tem um de seus lados na posição horizontal, considerado como ‘a base’ do triângulo, cujo comprimento é um pouco menor do que a altura relativa a esta base horizontal (PAIS, 2000, p 5).

Para esse autor, situações como essa, em um momento de aprendizagem, demonstram como as configurações geométricas podem levar os alunos a sérios obstáculos durante a aprendizagem.

Preocupações como essas também podem ser observadas em trabalhos de autores como Passos (2000) e Amâncio e Gazire (2015), que afirmam que as situações que envolvem uma configuração geométrica precisam ser olhadas com atenção para que algumas figuras particulares não sejam compreendidas e utilizadas como verdadeiros estereótipos, haja vista que essa visão pode dificultar ou mesmo impossibilitar a formação de conceitos matemáticos.

Amâncio e Gazire (2015), ao apresentarem sua pesquisa acerca do desenvolvimento do pensamento geométrico e as contribuições dos recursos didáticos no estudo dos quadriláteros, fazem uma explanação sobre o que eles chamam de “os quatro elementos fundamentais que influenciam no processo de ensino e aprendizagem da geometria: o objeto, o conceito, o desenho e a imagem conceitual” (AMÂNCIO; GAZIRE, 2015, p. 114). Particularmente, em relação às imagens mentais, os autores afirmam que

a formação das imagens mentais é consequência da experiência com objetos e com desenhos. Cada pessoa possui uma série de imagens mentais associadas a um determinado conceito. É importante que ao longo da escolaridade, o conjunto das imagens mentais seja enriquecido no aspecto quantitativo e qualitativo (AMÂNCIO; GAZIRE, 2015, p. 115).

Esses autores ainda complementam suas afirmações ao ressaltarem que

a pouca experiência com manipulação de objetos, e os desenhos

estereotipados, contribuem para que os alunos tenham imagens mentais reduzidas dos entes geométricos. Em geral, os losangos aparecem desenhados com as diagonais paralelas às bordas das páginas ou da lousa; já os retângulos são desenhados com seus lados paralelos às bordas e o lado maior na horizontal, enquanto que os quadrados são frequentemente desenhados com os lados paralelos às bordas (AMÂNCIO; GAZIRE, 2015, p. 115).

As afirmações feitas por esses autores enfatizam a necessidade do desenvolvimento de um trabalho muito cuidadoso pelos professores quando utilizam-se de recursos didáticos para a discussão e formação de conceitos matemáticos. Essa discussão está associada, do ponto de vista do nosso referencial teórico, com as discussões acerca da Categoria de Mediação. Novamente, observamos a importância, ou melhor, a necessidade de se problematizar o conhecimento das professoras em relação à essa categoria, devido a comprovação de sua influência no processo de ensino e aprendizagem.

O envolvimento das professoras nessas problematizações feitas pelo formador, bem como a associação que ele instiga que elas façam entre essas problematizações e suas práticas pedagógicas, contribui para que elas se envolvam em um processo de reflexão sobre suas práticas. O que temos observado é que as professoras não se mostram, mais, de forma tão explícita, preocupadas com o conteúdo matemático que precisam aprender. O que nos parece, é que elas estão compreendendo a importância das discussões associadas aos conhecimentos que são necessários para o ensino da matemática. Conhecimentos, esses, que vão além do conhecimento específico da matemática.

Vamos reproduzir, a seguir, um outro momento dessa discussão, envolvendo as figuras geométricas:

Professora Evelyn: “Os lados são paralelos” [referindo-se ao paralelogramo].

Professora Milena: “O ângulo interno não pode ser igual ao do retângulo” [a professora se refere à sua crença de que os ângulos internos do paralelogramo não podem ser retos].

Formador: “Vamos pensar nesta discussão do ângulo interno. Nós fizemos aquele desenho [o formador se refere ao desenho de um paralelogramo que possui um par de lados opostos paralelos “inclinados”] quando nos referimos ao paralelogramo.

Então, se eu tiver uma figura como esta [neste momento o formador desenha um paralelogramo e indica que cada ângulo interno tem a medida de 90°], ele não será um paralelogramo?”

A professora Milena é quem responde: “Ah, ele vai ser sim, porque ele está dentro daquela outra figura que você desenhou. Então ele é um retângulo, mas é um paralelogramo também” [a professora se refere ao esquema desenhado pelo formador – figura 6 – pg. 169– aonde o retângulo aparece como um subconjunto do paralelogramo].

Observamos que as falas de algumas professoras continuam a nos dar elementos para destacar que há dificuldades por parte delas em diferenciar as figuras geométricas. Passos (2000) relata um episódio ocorrido com professores dos anos iniciais que nos remete a uma situação muito semelhante à esta. Em sua descrição, ela relata que

os participantes, ao manipularem vários objetos com formas geométricas, tiveram dificuldades em diferenciá-las; por exemplo, chamavam de losango os paralelogramos que tinham lados diferentes. Além disso, apenas com movimentos rígidos no espaço, como o de rotação, consideravam que as figuras mudavam de classificação; por exemplo, um quadrado deixava de ser quadrado quando sua posição era modificada, isto é, quando sua posição era mudada, colocando-se um dos vértices na linha horizontal, era um losango; o mesmo acontecendo com paralelogramos não retângulos (PASSOS, 2000, p. 17).

Para a autora, situações como esta permitem a inferência de que alguns professores

demonstram a não conservação da forma dos quadriláteros por não possuírem o conceito correto do paralelogramo, ou seja, seus atributos essenciais [...] de maneira geral, observou-se que os participantes não demonstravam saber que os quadriláteros quadrado, retângulo e losango são paralelogramos (PASSOS, 2000, p. 18).

Durante esse encontro, as discussões sobre as classificações das figuras geométricas foram muito extensas e produtivas. Como as investigações que apresentamos apontam (PASSOS, 2000; PAIS, 2000; AMÂNCIO; GAZIRE, 2015), há muitas dificuldades associadas ao ensino e aprendizagem da geometria, tanto em relação aos professores quanto em relação aos alunos. Em particular, em relação aos professores, os autores destacam a pouca formação matemática e a pouca ênfase no

ensino da geometria durante a formação inicial dos professores como fortes razões para essa constatação.

Em outro momento desse encontro, o formador fez o seguinte comentário: “Se você tem uma atividade e quer que seu aluno chegue a conclusão de que a figura que ele está trabalhando é um quadrado, mas ao invés disso ele responder para você que é um retângulo. Você acha que ele está errado?”

Professora Ana: “Eu acho que sim”.

Professora Milena: “Agora eu acho que não”. Mas se você falasse, para mim, que o quadrado é um retângulo antes dessa discussão, eu iria dizer que não, não é possível”.

Professora Thalita: “É uma coisa muito pincelada na sala de aula, a gente fica perdida” [a professora se refere ao ensino de matemática durante a graduação].

Professora Ana: “Eu também já tinha ouvido falar isso, mas agora eu entendi o porque”.

O formador, então, faz alguns comentários sobre situações como essa que podem ocorrer em sala de aula, procurando ressaltar que o aluno pode não ter chegado à resposta pretendida, mas sua resposta não estava errada, pois todo quadrado é um retângulo. Durante esse diálogo, o formador buscou evidenciar a importância do professor ter essa percepção e o conhecimento das relações entre esses objetos para lidar com situações como essas. Refletindo, inclusive, sobre a atividade proposta, pois pode ser que ela não fosse adequada para os objetivos pensados.

Ao se deparar com situações assim é necessário que seja investigado, ainda, o que levou o aluno a fazer esse tipo de classificação, ou seja, é preciso ser investigado qual foi o critério utilizado por ele para se chegar àquela resposta. Complementando as discussões, o formador comentou: “Veja a importância dessas discussões que estamos fazendo, porque se eu não tenho clareza e conhecimento das definições e classificações das figuras geométricas, eu vou dizer para ele que ele está errado, com base no que eu espero como resposta certa, e sem me preocupar com o que pode estar além da resposta dele.”

O formador, ainda buscando que as professoras explicitassem suas práticas de sala de aula, questiona: “E como vocês ensinam isso?” [referindo-se ao ensino dos quadriláteros]. A professora Evelyn respondeu:

Eu ensino da mesma forma que aprendi. O quadrado é um quadrado e o retângulo é um retângulo. Tem até um atividade que eu trabalho que é de adivinhação das figuras geométricas e que diz assim: “tenho dois lados pequenos e dois maiores. Faça um ‘x’ em mim. E aí tem várias figuras e junto o retângulo, então a figura certa é o retângulo. E para o quadrado a frase é: tenho quatro lados iguais. Eu sou o ‘.....’”. Agora eu vejo que esse exercício não está bem elaborado (PROFESSORA EVELYN).

A professora Milena também fez um comentário sobre isso, e afirmou:

Quando a gente aprende a definição dos quadriláteros, e do retângulo e do quadrado, a gente aprende tudo solto. Não tem uma relação entre eles, assim como você está fazendo. Por isso quando você pergunta para a gente, a gente até fala uma coisa ou outra (PROFESSORA MILENA).

Para Almeida (2000, p. 20), “muitos dos desafios enfrentados atualmente têm a ver com a fragmentação do conhecimento, que resulta tanto de nossa especialidade quanto, e principalmente, do processo educacional do qual participamos”. Esta fragmentação também acaba por ser responsável pelo surgimento de muitos obstáculos didáticos e, conseqüentemente, epistemológicos criados na escola básica sobre o conceito de quadriláteros e de figuras planas.

Conjecturamos que a explicitação das professoras, acerca desse tema, vai ao encontro das justificativas dadas por esse autor, o que ressalta a necessidade de que essas discussões sejam feitas e problematizadas ao longo de sua formação, seja ela inicial ou continuada.

Diante das lacunas em relação aos conhecimentos matemáticos mobilizados pelas professoras, observamos a importância das discussões ocorridas neste encontro e que envolveram a Categoria Epistêmica. Para Pino-Fan e Godino (2015) é importante que o professor seja capaz de mobilizar diversas representações de um determinado objeto matemático para resolver uma atividade. Para esses autores, o conhecimento que está relacionado à essa categoria é um conhecimento especializado da Dimensão Matemática. Ele é um conhecimento matemático que vai além daquele necessário para resolver problemas, ou seja, ele é um conhecimento que envolve justificações e argumentações matemáticas para o trabalho com conteúdos

matemáticos.

O que percebemos, nas discussões propostas pelo formador, em relação aos quadriláteros, foi justamente a busca em evidenciar a importância desse conhecimento especializado da Dimensão Matemática como uma forma de elevar seus conhecimentos, de modo que as suas aulas, e suas discussões com seus alunos, não sejam mais reproduções de situações que vivenciaram enquanto alunas, e que demonstram, pela suas falas, terem criado diversos obstáculos em suas aprendizagens.

4.7.1 Analisando a Intencionalidade do Sexto Encontro

A discussão foi iniciada a partir de um questionamento do formador sobre o trabalho das professoras, em sala de aula, com as figuras geométricas e, em particular com os quadriláteros. O formador buscou elementos para analisar como as professoras abordavam, e se abordavam o trabalho com essas figuras planas em sala de aula.

Destacamos a intencionalidade de se problematizar os conhecimentos das professoras em relação à Categoria Epistêmica, considerando-se que por meio da explicitação das professoras seria possível compreender como elas mobilizavam seus conhecimentos para desenvolver trabalhos em sala de aula com esse conteúdo matemático e, principalmente, buscar elementos que pudessem revelar como elas lidavam com os possíveis obstáculos didáticos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem da geometria plana nos anos iniciais.

A literatura acerca dos obstáculos didáticos no ensino e aprendizagem da geometria plana nos revela que um desses obstáculos surge a partir da prática de apresentação das figuras geométricas, em especial nos livros didáticos, ou na lousa, por meio de figuras construídas sempre numa mesma posição. O que se percebe é que essa prática induz os alunos a uma concepção errônea, provocando dificuldades e, em certos casos, a incapacidade de reconhecimento dessas figuras quando colocadas em outras posições.

A fala da professora Milena, quando ela se refere ao paralelogramo, e comenta sobre a necessidade dele possuir um par de lados opostos “inclinados”, pode ser visto

como um retrato do efeito nocivo dessa prática. Como se trata de uma professora, podemos concluir que ao abordar esse tema com seus alunos, essa prática será perpetuada e, em um movimento cíclico, seus alunos, provavelmente, enfrentarão as mesmas dificuldades para o reconhecimento das figuras planas, como a dificuldade que ela explicitou ter.

Em diversos momentos, ao longo desse encontro, as professoras revelaram uma tendência à preservação de uma forma particular de representação de algumas figuras geométricas, e essa preservação pode ser vista como indícios da influência da formação inicial delas. Um dos problemas associados à essa constatação é o fato da possível reprodução dessa situação em suas salas de aula, como comentamos no parágrafo anterior. No relato da professora Evelyn que reproduzimos podemos constatar essa prática.

Essas problematizações estão relacionadas com a Categoria Epistêmica, pois essa categoria preocupa-se com um conhecimento que precisa se apresentar de forma aprofundada e coerente para o ensino.

Como citamos anteriormente, o professor precisa ter um conhecimento que lhe permita

compreender e mobilizar a diversidade de significados parciais para um único objeto matemático [...] para fornecer várias justificações e argumentações, e identificar o conhecimento em jogo durante o processo de resolver uma tarefa matemática (PINO-FAN; ASSIS; CASTRO, p. 1434) [tradução nossa].

O conhecimento relacionado com essa categoria contribui para que as professoras tenham uma compreensão dos objetos matemáticos, suas relações e suas propriedades, conduzindo à construção de conceitos geométricos e contribuindo para a reflexão sobre a sua prática.

A abordagem tomada pelo formador buscou evidenciar, para as professoras, a necessidade de que elas lidem com os objetos matemáticos do ponto de vista de sua compreensão e não de sua capacidade de memorização. A capacidade de compreensão é um fator que pode ser associado à Categoria Epistêmica, pois, a partir da compreensão dos objetos matemáticos, as professoras podem ser capazes de

relacionar diversos objetos matemáticos entre si, compreender a diversidade de significados parciais para um único objeto matemático, bem como articular, com maior propriedade suas justificativas e argumentações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo dos encontros de formação, ao procurarmos e evidenciarmos indícios que nos pareçam negativos em relação aos conhecimentos didático-matemáticos das professoras, esclarecemos que não os tomamos como alvo de críticas. Nossas análises recaem sobre seus conhecimentos, o que de forma alguma implica juízos sobre elas.

Compreendemos que professores formam-se e caminham para a prática docente, por vezes, sem o conhecimento adequado de recursos e estratégias que contribuam para que tenham uma compreensão conceitual consistente e que permitam-lhes realizar as necessárias conexões entre objetos matemáticos e suas aplicações. Nossa experiência em projetos que envolvem a formação continuada de professores revela-nos que, geralmente, a maioria deles exerce a docência da melhor forma possível, considerando-se tanto as condições nas quais se formaram quanto nas quais atuam.

Essa constatação leva-nos a corroborar a ideia de que a formação continuada deve ser entendida como um prolongamento necessário e natural da formação inicial, como forma de contribuir para o aprimoramento dos conhecimentos teóricos e práticos do contexto escolar dos professores (LIBÂNEO, 2001), implicando em uma (re)elaboração ou a (re)criação dos conhecimentos didático-matemáticos que são construídos por eles, quer sejam com base nas experiências vivenciadas enquanto alunos, antes e durante o curso de formação inicial, quer sejam os construídos posteriormente, ao longo de sua prática docente.

Por meio das respostas das professoras ao questionário, assim como de suas falas em diversos momentos da formação, fica claro, para nós, o quanto o processo de mudança é desejado por elas, o que foi, aliás, explicitado nos relatos que elas fizeram sobre suas buscas por atualizações e transformações para suas práticas docentes.

As professoras possuem uma afirmação convergente de que a formação nunca pode ser considerada como completa. Essa concepção se revelou como um elemento importante para a nossa investigação, pois nos permitiu inferir que as professoras reconhecem a importância e a exigência de se buscar, sempre, novos conhecimentos e novas práticas que lhes possibilitem mudanças necessárias para lidar com as exigências educacionais e da sociedade.

Em relação à essa importância, buscamos evidenciar, ao longo da formação, que essas mudanças devem ter como principal objetivo atender às necessidades dos alunos e da sociedade na qual estão inseridos. Sabemos que essas mudanças requerem tempo e recursos para que ocorram e não devem se limitar, apenas, a aprender novas técnicas ou práticas em cursos de formação continuada. É necessário bem mais do que isto. A novo ver, a formação continuada deve contribuir para discussões que problematizem as categorias de conhecimento propostas pelas Dimensões Didática e Matemática do modelo do Conhecimento Didático-Matemático.

Investigações que tomam os conhecimentos dos professores como objetos de análise se revelam como uma prática cada vez mais presente na área de Formação de Professores. Sobre esse tema, André (2010), ao realizar uma pesquisa sobre a formação de professores, destaca que muitos estudos procuram dar voz ao professor como forma de conhecer melhor a sua prática docente.

Entretanto, o autor faz alguns questionamentos acerca dessas pesquisas, como meio de problematizar o que vem sendo discutido por algumas delas. Assim, ele faz indagações do tipo: “Investigar as opiniões, representações, saberes e práticas do professor, para quê? Para constatar o que eles pensam, dizem, sentem, fazem? Não seria isso muito pouco?” (ANDRÉ, 2010, p.179.)

Para o autor, há a necessidade de ir além dessas preocupações, de forma que o “conhecer mais e melhor” o professor e sua prática docente auxilie na busca por caminhos que contribuam para que sua prática alcance um ensino de qualidade, tendo como foco que a aprendizagem do aluno deve ser vista como o objetivo principal de sua prática.

A relação entre as concepções e os conhecimentos do professor e sua atuação na sala de aula tem sido tema de diversas investigações na área de Educação Matemática. Nossa revisão da literatura aponta que a pesquisa realizada por Thompson (1992) é considerada pioneira ao demonstrar fortes relações entre as concepções do professor sobre a matemática e sua prática docente. Outros estudos, como os produzidos por Ball (1991, 2000) e Ma (1999), entre outros, ao longo das últimas décadas, também enveredaram por este caminho, evidenciando a importância das investigações que têm sido realizadas por meio dessa temática como forma de

compreender melhor a estreita relação entre o ensino e a aprendizagem da matemática na Educação Básica.

A partir desse entendimento, consideramos relevante a realização de estudos que busquem identificar como os professores compreendem os objetos matemáticos que fazem parte do ensino e, de forma geral, como concebem o ensino de matemática. Na presente investigação, tais concepções nos foram reveladas, muitas vezes, ainda que de forma involuntária, durante os encontros de formação. Outras revelações puderam ser observadas por meio das respostas das professoras ao questionário aplicado a elas.

Ao nos referirmos à importância de estudos que identifiquem como os professores compreendem os objetos matemáticos e como eles compreendem seus conhecimentos acerca da matemática, evidenciamos nosso entendimento de que, ao não utilizarmos termos como “possuir” ou “dominar” os conhecimentos, pretendemos enfatizar que entendemos que esses conhecimentos não devem se vistos como conhecimentos baseados exclusivamente na memorização ou na aplicação de procedimentos mecanizados.

Para Machado (1990), a compreensão relaciona os seguintes elementos:

compreender é apreender o significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento é vê-lo em suas relações com outros objetos ou conhecimentos; os significados constituem, pois, feixes de relações; as relações entrecruzam-se, articulam-se em teias, em redes, construídas social e individualmente, e em permanente estado de atualização (MACHADO, 1990, p. 138).

Com esse entendimento, proposto por Machado (1990), é que evidenciamos que nossa investigação, realizada a partir da seguinte questão norteadora: quais reflexões acerca do modelo do Conhecimento Didático-Matemático (CDM) emergem em uma formação continuada desenvolvida em um ambiente da Modelagem para professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental I?, contribuiu para que as professoras fossem envolvidas em um ambiente de aprendizagem que levou-as a problematizações acerca de seus conhecimentos e de suas práticas, de forma que despertassem, nelas, o interesse e o envolvimento necessário para que elas compreendessem, na perspectiva apresentada por Machado (1990), os objetos matemáticos, os pressupostos teóricos, seus conhecimentos e suas

práticas que foram problematizadas ao longo da formação.

Estudos como os produzidos por Thompson (1992) revelam que a forma pela qual o professor compreende a matemática e o seu ensino constitui-se como fator determinante para oportunizar a compreensão dos alunos e, nesse sentido, o professor pode tanto favorecer essa compreensão como dificultá-la, dependendo dos significados que são atribuídos aos objetos matemáticos durante a abordagem dos conteúdos ou dos temas. Nos dias atuais, é consenso de que o acesso às informações, a diversidade de interesses, e os meios sociais e culturais dos alunos podem determinar a necessidade do uso de diferentes abordagens para um mesmo tema, o que pode contribuir para a apreensão de diferentes significados.

Faz-se mister, então, perceber, que para que o professor seja capaz de lidar com essa possibilidade de variações de enfoques, a nosso ver, as reflexões acerca do modelo do Conhecimento Didático-Matemático apresentam-se como importantes elementos para contribuir para a compreensão de seus conhecimentos acerca da matemática e de seu ensino.

Sobremaneira, destacamos que as discussões e problematizações realizadas, ao longo dos encontros, contribuíram para que as professoras se envolvem-se em um processo de constituição, enquanto sujeitos de seus próprios conhecimentos. Nesse sentido, esses encontros provocaram-nas de forma que elas olhassem para a sua relação com o ensino e a aprendizagem da matemática, levando-as a refletir sobre como ensinam esta disciplina, assim como a refletirem sobre sua própria relação com a matemática.

O envolvimento das professoras nas discussões, assim como as trocas de experiências, permitiram que cada uma delas se sentissem responsáveis pela sua formação, por meio da construção de conhecimentos e, com isso, se formassem e se desenvolvessem profissionalmente, por meio das trocas realizadas durante os encontros. (MOURA, 2005).

Como já explicitamos, nossa preocupação em relação à aprendizagem das professoras não se resumiu a ensiná-las conteúdos matemáticos. Para além disso, pretendíamos mostrar à elas a importância dos conhecimentos relacionados às

Dimensões Didática e Matemática do CDM. Por meio da exploração da atividade proposta, e por conseguinte, por meio do ambiente de Modelagem, evidenciamos que esse ambiente contribuiu para as discussões e reflexões relacionadas à estas Dimensões.

De forma mais pontual, passamos a descrever nossas impressões acerca do ambiente de Modelagem, palco de nossos encontro de formação, bem como das reflexões ocorridas ao longo dos encontros de formação e que estão relacionadas à algumas das categorias que compõem a Dimensão Matemática e a Dimensão Didática do modelo do Conhecimento Didático-Matemático.

O AMBIENTE DE MODELAGEM

Por meio da problematização e a realização da atividade de Modelagem, as professoras foram envolvidas em um ambiente que possibilitou que elas refletissem sobre sua prática, discutissem conteúdos matemáticos, bem como possibilidades pedagógicas para o trabalho com a matemática na sala de aula. Ressaltamos que esse ambiente contribuiu para discussões sobre suas concepções acerca do ensino e a aprendizagem da matemática, criando oportunidades para que as professoras explicitassem e mobilizassem seus conhecimentos relacionados às Dimensões Didática e Matemática do modelo do Conhecimento Didático-Matemático.

O ambiente de Modelagem permitiu que as discussões e problematizações, ao longo dos encontros, fossem embasadas por uma metodologia pautada no diálogo entre os envolvidos, incentivando e promovendo a troca de experiências, de modo que cada professora se envolvesse nas discussões e dessem sua contribuição, alicerçando-se numa reflexão sobre sua prática. Nesse sentido, consideramos que esse ambiente de aprendizagem fundamentou-se pela socialização de experiências, fruto da reflexão, do estudo, e das discussões sobre a prática docente, contribuindo para que as professoras (re)construíssem seus conhecimentos.

Em particular, a atividade de Modelagem proposta levou as professoras a manifestarem-se sobre a importância da sua aplicabilidade para a formação

continuada. Segundo elas, a atividade foi pautada pela discussão de algo útil, real e aplicável também em sala de aula, desde que sejam consideradas algumas adaptações para o nível de ensino. Assim, observamos que o ambiente de Modelagem permitiu que as professoras explicitassem sua concordância, mesmo que indiretamente, com a recomendação de Nacarato (2009), quando ela sugere que o professor deve abandonar a sua aula tradicional, aquela em que é apresentada uma teoria com exemplos e em seguida por uma lista de exercícios, e oriente-se por uma aula criativa, que desperte a imaginação do aluno, estimule a sua participação e desenvolva seu espírito investigativo.

Podemos afirmar que por meio da problematização e a realização da atividade, as professoras foram envolvidas em um ambiente que possibilitou que elas refletissem sobre sua prática, discutissem conteúdos matemáticos, bem como possibilidades pedagógicas para o trabalho com a matemática na sala de aula. O envolvimento das professoras se deu por meio das discussões sobre suas concepções, discutindo o ensino e a aprendizagem da matemática e criando oportunidades de novas discussões acerca de seus conhecimentos didático-matemáticos.

Dessa forma, podemos inferir que a atividade proposta, envolvendo a Modelagem, possibilitou que as professoras, como preconiza Ball e Bass (2003), percebessem que atividades dessa natureza promovem a capacidade de realizar conexão entre conteúdos, tanto no que se refere aos domínios matemáticos em um determinado nível, como à conexão entre os conteúdos ao longo dos níveis de ensino, contribuindo para que os alunos realizem relações entre ideias e conceitos matemáticos que estão aprendendo, assim como realizem a relações entre as diferentes áreas da matemática, como a geometria e a aritmética, por exemplo.

O ambiente de Modelagem mostrou-se como propulsor para promover uma formação que tenha em seu bojo as ideias propostas por Ball, Thames e Phelps (2008) quando estes ressaltam a importância de que as discussões acerca do Conhecimento Matemático para o Ensino devem se preocupar em problematizar as situações de ensino, ou seja, deve-se priorizar a compreensão das tarefas envolvidas no ensino, bem como das exigências matemática envolvidas nelas.

Podemos afirmar que, durante os encontros de formação, essa foi uma prática

constante e que foi promovida pela postura do formador e pelo envolvimento das professoras nas discussões propostas.

DIMENSÃO MATEMÁTICA

CATEGORIA DO CONHECIMENTO AMPLIADO DO CONTEÚDO

Podemos dizer que há um consenso ao se afirmar que um professor precisa ter conhecimentos que se estendam para além do Conhecimento Comum do Conteúdo. Considerando o modelo do Conhecimento Didático-Matemático, o Conhecimento Comum do Conteúdo refere-se ao conhecimento que permite que o professor resolva determinados problemas ou atividades matemáticas, mas não representa um conhecimento que seja entendido como suficiente para que ele possa ensinar, os conteúdos matemáticos, de forma satisfatória a seus alunos.

Com esse entendimento, fez-se necessária uma reflexão, durante os encontros de formação, sobre a importância de um conhecimento que oportunizasse às professoras conhecer objetos e ideias matemáticas que permitissem que elas associassem os conteúdos que estão trabalhando com outras noções matemáticas que encontram-se nos currículos de outros níveis de ensino. É importante destacar que ao longo dos encontros de formação as professoras demonstraram, por meio de suas falas e de suas ações, uma visão muito fragmentada dos conteúdos matemáticos que foram abordados durante os encontros, evidenciada, entre outras coisas, pela falta dessa conexão e relação entre os conceitos e objetos matemáticos apresentados.

Os conhecimentos que permitem essas relações, de acordo com o modelo do Conhecimento Didático-Matemático, pertencem à Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo. Durante os encontros de formação, o formador buscou problematizar os conhecimentos das professoras, como meio para que elas refletissem sobre a importância de um conhecimento matemático que permitisse à elas a fundamentação matemática necessária para sugerir diferentes desafios matemáticos para seus alunos.

Em diversos momentos, durante os encontros, conforme descrevemos no capítulo quatro, as professoras foram colocadas em situações que contribuíram para que elas refletissem sobre a importância dos conhecimentos relacionados com a Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo. É importante ressaltarmos que não nos referimos apenas à importância de um conhecimento específico do conteúdo matemático, mas, sim, das oportunidades de relações entre os objetos matemáticos, da contribuição para suas justificativas e argumentações, bem como para a abordagem dos conteúdos matemáticos por meio de diversas abordagens, que passam a fazer parte de seus repertórios, a partir de um conhecimento que está relacionado com essa categoria.

Essa categoria expressa a complexa relação entre os conhecimentos que podem ser referenciados como necessários para que o professor tenha maiores e melhores condições de trabalho em sala de aula. Sabemos que é importante que o professor compreenda a disciplina que ensina, e essa compreensão deve ser vista como necessária para que ele possa ensiná-la.

Destacamos que as reflexões e as problematizações em torno da Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo teve o objetivo de envolver as professoras em situações nas quais elas observaram que o ensino da matemática envolve, além de um bom domínio dos conteúdos matemáticos, diferentes competências, como por exemplo, de estabelecer conexões entre conceitos, explorar aplicações interessantes e serem capazes de desenvolverem, em suas aulas, um ensino que favoreça e priorize a compreensão das noções e conceitos que são trabalhados. Em outras palavras, podemos dizer que esse conhecimento refere-se a uma compreensão da matemática que possibilite torná-la compreensível para seus alunos.

DIMENSÃO DIDÁTICA

CATEGORIA EPISTÊMICA

A Categoria Epistêmica do modelo do Conhecimento Didático-Matemático refere-se ao conhecimento especializado da Dimensão Matemática. Essa categoria destaca, por exemplo, que o professor precisa de um conhecimento que lhe permita escolher modelos ou exemplos úteis, bem como fazer analogias com o que está sendo

discutido em sala de aula, e que requerem uma percepção e compreensão matemática que vão além de apenas conhecer o conteúdo que ensina, o que implica afirmar que ele precisa ter um conhecimento especializado para poder ensinar.

Para Ma (1999), a compreensão desse conhecimento especializado da Dimensão Matemática implica que o professor seja capaz de: (i) conhecer as ideias matemáticas; (ii) fazer as relações necessárias entre os objetos matemáticos; (iii) trabalhar com as múltiplas representações desses objetos; e (iv) apresentar uma coerência longitudinal em relação a esses objetos. Esse conhecimento, o qual podemos nos referenciar como sendo um conhecimento *da* e *sobre* a matemática, demonstra a necessidade do professor gerenciar as situações de aprendizagem, sem perder de vistas a necessidade de refletir sobre elas.

Nesse sentido, observamos que o formador procurou, durante os encontros, problematizações que evidenciam a importância das professoras se envolverem em um processo formativo que lhes permitiriam desenvolver a compreensão *da* e *sobre* a matemática. As reflexões sobre esse conhecimento permitiram que as professoras observassem a necessidade de algumas competências e habilidades para o ensino da matemática. Essas competências não se referem, apenas, ao conhecimento do conteúdo que elas ensinam, mas envolvem saber relacioná-los, tanto internamente à matemática como com outras áreas de conhecimento.

Acentuando a primordialidade de se alinhar a formação proposta com o que se espera do professor que ensina matemática nos anos iniciais, procurou-se evidenciar a importância de que o ensino de matemática deve estar baseado na construção de significados. Assim, destacamos a importância das reflexões propostas pelo formador quando os conteúdos matemáticos foram revisitados, revisados e devidamente compreendidos por meio da formação, contribuindo para que as professoras construíssem um conhecimento para o ensino.

Por meio do ambiente de Modelagem, e as problematizações propostas pelo formador, as professoras tiveram a oportunidade de discutir e refletir sobre um conhecimento disciplinar relacionado ao que elas ensinam ou irão ensinar. Sobremaneira, ressaltamos que a formação foi conduzida de forma a possibilitar a aprendizagem das professoras para o ensino visando a compreensão conceitual em

matemática, por meio de reflexões sobre as relações entre o conceito e os procedimentos a ele relacionados, ambos indispensáveis à compreensão matemática.

As discussões acerca dessa categoria possibilitaram que o formador explicitasse, ainda, outras relações entre os conhecimentos relacionados a essa categoria e a prática docente delas. Em especial, o formador buscou evidenciar que esses conhecimentos permitem que elas tenham maiores elementos para realizar uma análise do conteúdo que irão ensinar a fim de determinar o grau de complexidade adequado para trabalhar com os conceitos matemáticos que estão envolvidos, assim como determinar o grau de abstração desejado que seja alcançado por seus alunos.

Observamos que quando as professoras são confrontadas com discussões como essas, elas percebem que esse conhecimento especializado da Dimensão Matemática contribui, como citamos anteriormente, para que elas selecionem exemplos e analogias significativos para seus alunos, além de possibilitar que elas tenham melhores condições para apresentar questões esclarecedoras para eles.

CATEGORIA DE INTERAÇÃO

Uma maneira de pensar a prática reflexiva é a troca de experiências. Durante os encontros de formação observamos que as professoras, ao interagirem entre elas, e também com o formador, acabaram por envolverem-se em um processo de construção de hipóteses que se revelou capaz de permitir que elas percebessem seus avanços e suas falhas durante as discussões. Assim, verificamos que essa interação, alicerçada em uma prática reflexiva, contribuiu para que as professoras aprendessem umas com as outras, ao mesmo tempo que passaram a acumular suas próprias reflexões sobre o desenvolvimento de sua prática.

Destacamos que a Categoria de Interação considera que quando se está aprendendo conteúdos específicos de matemática, as interações, sejam elas formador-professora, professora-professora, professoras-recursos ou formador-recursos-professoras, devem ser consideradas como um componente fundamental no processo de ensino e aprendizagem, uma vez que na construção de relações que sustentam o processo de aprendizagem, a Categoria de Interação refere-se ao conhecimento das interações que ocorrem dentro do ambiente de aprendizagem.

CATEGORIA DE MEDIAÇÃO

Em relação à Categoria de Mediação, consideramos que os encontros possibilitaram que o formador problematizasse não apenas a importância do uso de recursos didáticos para o ensino e a aprendizagem da matemática, mas, e talvez principalmente, que ele problematizasse a prática das professoras ao fazerem uso de tais recursos em suas salas de aula. Nesta reflexão, consideramos como recursos didáticos tudo o que pode ser utilizado, pelas professoras, para facilitar o processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Nossa assertiva vai ao encontro da concepção de Pais (2000), ao retratar que

os recursos didáticos envolvem uma diversidade de elementos utilizados como suporte experimental na organização do processo de ensino e de aprendizagem. Sua finalidade é servir de interface mediadora para facilitar na relação entre professor, aluno e o conhecimento em um momento preciso da elaboração do saber (PAIS, 2000, p. 2-3).

As discussões acerca de sua importância também encontram respaldo em nossa preocupação de evidenciar, juntamente com as professoras, a necessidade de se criar estratégias diversificadas que contribuam para o despertar do “gostar” de matemática, evidenciando o que ela possui de interessante e de útil, contribuindo, dessa forma, para minimizar o insucesso dos alunos nessa disciplina.

Assim, uma das medidas que pode vir a contribuir para atingir esses objetivos, é criar e introduzir, no contexto de ensino e aprendizagem, recursos didáticos adequados que possam motivar os alunos e envolvê-los em situações de aprendizagem de matemática de forma que ressaltem sua importância e atratividade. Faz-se, necessário, para esse fim, uma reflexão acerca da Categoria de Mediação, compreendendo-a como uma categoria que pressupõe um conhecimento indispensável para o desenvolvimento de atividades por meio de recursos didáticos.

Para além das discussões envolvendo recursos didáticos específicos, os quais foram tomados como propulsores para as discussões durante os encontros, buscamos evidenciar, por meio dos pressupostos apresentados pela Categoria de Mediação, que os recursos didáticos representam um contributo que podem enriquecer o ambiente de ensino e aprendizagem da matemática.

No entanto, as reflexões ocorridas, e problematizadas pelo formador, nos permite concluir que a mudança no ensino da matemática não depende apenas da escolha adequada do material que deve ser utilizado em sala de aula. Essas reflexões evidenciaram a importância e a necessidade do conhecimento e das discussões das teorias que estão subjacentes à sua aprendizagem e ao modo de como os recursos didáticos são relacionados e articulados com essas teorias nos contextos reais de ensino e de aprendizagem.

Ainda durante as discussões envolvendo essa categoria, foi possível explicitar e refletir sobre como uma utilização inadequada dos recursos didáticos em sala de aula pode prejudicar o processo de ensino e aprendizagem da matemática, seja por meio da criação de obstáculos didáticos ou mesmo pela indução a erros conceituais que podem acompanhar os alunos por toda sua vida.

As professoras, por ministrarem aulas nos anos iniciais, e por essa ser a etapa aonde os alunos possuem o maior contato com recursos didáticos variados, em especial os materiais manipuláveis, devem problematizar o uso desses recursos, de forma a compreendê-los como importantes meios para o processo de ensino e aprendizagem da matemática, mas que devem servir apenas como mediadores nesse processo, e que estejam aliados com a concepção pedagógica delas, e os recursos devem ser utilizados com embasamento teórico, pois só assim eles poderão efetivamente contribuir para a aproximação professor-aluno-conhecimento.

CATEGORIA ECOLÓGICA

Durante alguns dos encontros de formação as professoras foram envolvidas em discussões que tinham o objetivo de mostrar articulações entre conteúdos matemáticos e aspectos sociais, políticos ou econômicos. Essas articulações são apresentadas na Dimensão Didática do CDM, por meio da Categoria Ecológica, como um importante conhecimento para que o professor tenha melhores condições de problematizar situações de aprendizagem que contribuam para que os alunos construam uma atitude crítica e reflexiva por meio da matemática.

Podemos observar que essa categoria tem uma estreita relação com a visão de Modelagem defendida por autores que realizam trabalhos a partir de uma perspectiva

sóciocrítica da Modelagem Matemática, e ao ser proposta a discussão do artigo de Luna (2009), por exemplo, o formador procurou problematizar essa perspectiva, ressaltando a importância de articulações dessa natureza para os alunos, bem como a sua importância para prática docente delas, evidenciando uma concordância com Barbosa (2003, p. 4), quando ele afirma que “as aplicações da matemática estão amplamente presentes na sociedade e trazem implicações para a vida das pessoas”.

Para esse autor, “se estamos interessados em envolver os alunos na reflexão sobre a presença da matemática na sociedade, a organização e condução das atividades devem ter esse propósito em destaque” (BARBOSA, 2003, p. 7). Assim, entendemos que as discussões realizadas contribuíram para explicitar a importância de uma reflexão sobre a Categoria Ecológica, que está relacionada à Dimensão Didática do CDM.

ALGUMAS REFLEXÕES

Ao iniciar esta investigação, tínhamos, como uma de nossas premissas, que o ambiente de Modelagem seria propício para levantar questões, apresentar problematizações e promover discussões que contribuiriam para fomentar as reflexões necessárias acerca do modelo do Conhecimento Didático-Matemático. Assim, ressaltamos que queríamos propor momentos de interação que permitissem a produção de dados que nos possibilitassem compreender como as professoras mobilizavam seus conhecimentos didático-matemáticos em uma formação continuada, considerando um ambiente de Modelagem.

Após a realização dos encontros, das análises feitas a partir das gravações em áudio e vídeo e das anotações no caderno, bem como das suas respostas ao questionário, fomos capazes de, por meio dessa triangulação de técnicas para a produção dos dados dessa pesquisa, concluir essa investigação e apresentar nossos resultados, quer seja por meio das descrições e análises dos encontros, quer seja por meio das explicitações feitas nestas considerações finais.

Colocar as professoras em situações em que elas pudessem perceber e refletir sobre a importância, para sua prática docente, dos conhecimentos pertencentes às Dimensões Didática e Matemática do modelo do Conhecimento Didático-

Matemático, foi uma forma de problematizar seus conhecimentos, suas práticas, crenças e concepções acerca do ensino e da aprendizagem da matemática. Nesse sentido, ressaltamos nossa crença de que uma formação continuada deve ser articulada com a prática do professor em sala de aula.

Ao longo dos encontros, percebemos que o ganho de autoconfiança das professoras à medida que se aprofundavam as discussões em torno do conhecimento matemático e didático, bem como a percepção da nítida mudança de atitude delas em relação à matemática, assim como as aprendizagens que elas demonstraram ter construído ao longo da formação, constituíram um dos aspectos positivos que destacamos ter ocorrido por meio dessa formação.

Certamente, podemos inferir que essa autoconfiança é fruto das opções adotadas por essa formação, que procurou não enxergar as professoras como sujeitos que necessitavam, apenas, aprender mais matemática para melhorar seus conhecimentos sobre os conteúdos específicos que ensinam. Ao invés disso, buscou-se dar oportunidade às professoras para suprirem suas lacunas conceituais em matemática, contribuindo para a compreensão dos conhecimentos envolvidos na relação ensino e aprendizagem e do entendimento dos procedimentos que ensinam, de forma a poderem realizar um ensino que objetive desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos pelas crianças. Nesse sentido, os conteúdos matemáticos dos anos iniciais foram revisitados, na perspectiva de uma reconstrução por parte das professoras, envolvendo as Dimensões Didática e Matemática que o seu ensino exigirá.

Ao analisar o formato adotado para essa formação, assim como a forma de condução implementada pelo formador, consideramos que o ambiente de Modelagem proposto criou oportunidades para que as professoras, assim como aponta Ball (2000), discutissem não apenas o conteúdo matemático que lhes importa para a sala de aula, mas, e principalmente, que se envolvessem em discussões que lhes permitiram usar seus conhecimentos em uma variedade de contextos da prática, contribuindo, assim, para que elas compreendessem como precisam saber esses conteúdos e ajudá-las a compreender como usá-los. Para Ball (2000), esses elementos configuram-se como fatores que embasam o problema da preparação do conteúdo dos professores na

prática, e essas abordagens podem contribuir a preencher as lacunas que por vezes barram o avanço na formação do professor.

Consideramos que as professoras compreenderam os princípios, os meios e os fins para os quais propomos essa formação continuada. Concordamos com Imbernón (2001), quando este autor ressalta que as mudanças, sejam elas nas pessoas ou na Educação, acontecem, geralmente, de forma lenta e nunca é linear. Essas mudanças requerem um processo de interiorização, adaptação e a experimentação do que se apresenta como novo, e que foram construídos por meio da formação continuada.

Essa pesquisa pode ser caracterizada como pertencente ao campo das investigações que se propõem a investigar os conhecimentos didático-matemáticos necessários para o ensino da matemática. No entanto, cabe-nos ressaltar, que não tivemos a pretensão de discutir qual deve ser o conhecimento que essas professoras devem ter para ensinar. Nesse sentido, entendemos que outras investigações podem ser realizadas buscando evidenciar, por exemplo: o que precisam saber os professores que ensinam matemática nos anos iniciais, quando eles vão ensinar?

Outra questão de investigação, que podemos lançar se refere a relação entre o conhecimento do professor e os resultados apresentados por seus alunos. Algumas pesquisas, como as realizadas por Ball (2000) e Ma (1999), buscaram evidências para responder a esse questionamento, envolvendo professores e alunos dos Estados Unidos e da China, respectivamente.

Entendemos ser importante a busca de elementos que permitam uma investigação, por exemplo, a partir do seguinte questionamento: Que tipo de aprimoramento do conhecimento matemático do professor que ensina matemática nos anos iniciais deve ser suficiente para melhorar o desempenho de seus alunos nessa disciplina?

De modo geral, consideramos que são grandes as possibilidades de contribuições desta pesquisa para as discussões que vêm sendo realizadas na área da Educação Matemática e, mais especificamente, na área de Formação de Professores. Esta investigação não teve a pretensão de esgotar o estudo sobre o tema proposto, e esperamos que outros estudos possam aprofundar e refinar o que aqui foi feito.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, R.M.A.; ALMEIDA, D.D.M. **Refletindo sobre a pesquisa e sua importância na formação do professor do ensino fundamental.**

ALARCÃO, Isabel. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva.** 4. ed. São Paulo: Cortez, 2003.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Discussões sobre “como fazer” modelagem na sala de aula. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (orgs). **Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas.** Londrina: Eduel, 2011. p. 19-43.

ALMEIDA, L. M.W.; SANTOS, F.V.S. O software Modellus em situações de modelagem matemática: uma reflexão sobre as possibilidades de um software educativo. In: Encontro Paranaense de Informática Educacional, 2., 2006, Foz do Iguaçu. **Anais...** Foz do Iguaçu: ENINED, 2006. p.

ALVES-MAZZOTI, A.J. A “revisão da bibliografia” em teses e dissertações: meus tipos inesquecíveis–o retorno. In: BIANCHETTI, L.; MACHADO A. M. N. (orgs.) **A Bússola do Escrever..** Florianópolis, São Paulo: UFSC/Cortez Editora, 2002.

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa.** 2 ed. São Paulo: Pioneira, 1998.

ALVES, M.P.; FERNANDES, J.A.; SILVA, N.M. Impacto do programa de formação contínua em matemática para professores de 1º.ciclo do ensino básico no seu conhecimento didático. **Educação Unisinos**, v. 18, n. 1, p. 64-76, jan/abr 2014. Disponível em:
<<http://www.revistas.unisinos.br/index.php/educacao/article/viewFile/edu.2014.181.07/3992>>. Acesso em: 10/set./2015.

AMÂNCIO, R. A.; GAZIRE, E. S. O desenvolvimento do pensamento geométrico e as contribuições dos recursos didáticos no estudo dos quadriláteros. **Vidya**. v. 35, n. 2, 2015.

ANASTASIOU, L.G.C.; ALVES, L.P. **Processos de ensinagem na universidade: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula.** 10 ed. Joinville: Univille, 2012. disponível em:
<<http://www.ufmt.br/proeg/arquivos/2dc95cd453e52a78a17dcc157f04dbf6.pdf>>. Acesso em: 15/out./2015.

ANDRÉ, M. Formação de professores: a constituição de um campo de estudos. **Educação**, v. 33, n. 3. p. 174-181, 2010. Disponível em:
<<http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/faced/article/view/8075/5719>>. Acesso em: 10/out./2015.

ARAÚJO, J. L. Relação entre matemática e realidade em algumas perspectivas de modelagem matemática na Educação Matemática. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (orgs). **Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. p. 17-32.

_____. **Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos**. 2002. 180 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, 2002.

ARAÚJO, J. L.; e BORBA, M.C. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática”. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J.L. (orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p.

ARROYO, M. Ofício de mestre. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Referências bibliográficas**: NBR 6023. Rio de Janeiro, 1989.

BALDISSERA, R. Simpatia e identificação: um processo de construção de sentidos. **Trabalho apresentado no Seminário Internacional de Comunicação da PUC/RS**, 2001.

BALDWIN, C. **Calling the circle**: the first and future culture. New York: Bantam Books, 1998.

BALL, D. L. **Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy**: examining what prospective teachers bring to teacher education. Tese. Michigan State University. 1991. Disponível em: <<http://www.personal.umich.edu/~dball/>>. Acesso em: 02/fev./2013.

BALL, D.L.; BASS, H. Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: DAVIS, B; SIMMT, E. (Eds.). **Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group** p. 3-14. Edmonton, AB: CMESG/GCEDM, 2003. Disponível em: <<http://www-personal.umich.edu/~dball/chapters/WorkingOnTheInside.pdf>>. Acesso em: 02/fev./2013.

_____. Working on the inside: using one's own practice as a site for studying mathematics teaching and learning. In: KELLY, A.; LESH, R. (Eds.). **Handbook of research design in mathematics and science education**, p. 365- 402. Dordrecht, Netherlands: Kluwer, 2000. Disponível em: <<http://www-personal.umich.edu/~dball/chapters/WorkingOnTheInside.pdf>>. Acesso em: 02/fev./2013.

_____. Knowing mathematics for teaching: Relations between research and practice. **Mathematics and Education Reform Newsletter**, v. 14, n.3. p. 1-5, 2002. Disponível em: <<http://www-personal.umich.edu/~dball/articles/index.html>>. Acesso

em: 10/out./2013.

BALL, D.; HILL, H. C.; BASS, H. Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? **American Educator**, v. 29, n. 1, p. 14-17, 20-22, 43-46. 2005. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/2027.42/65072>>. Acesso em: 10/out./2013.

Ball, D.L.; Hill, H.C.; Schilling, S.G. Mathematical knowledge for teaching: adapting U.S. measures for use in Ireland. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 11, n. 3. p. 171-197, 2008. Disponível em: <<http://www-personal.umich.edu/~dball/articles/index.html>>. Acesso em: 10/out./2013.

BALL, D., THAMES, M. H., BASS, H., Sleep, L., Lewis, J., & Phelps, G. A. Practice Based Theory of Mathematical knowledge for Teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.) Proceedings of the 33th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: PME 33, Thessaloniki, 2009.

BALL, D. L., THAMES, M. H., & PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008. Disponível em: <<http://jte.sagepub.com/content/59/5/389.short>>. Acesso em: 10/out./2013.

BARBOSA, J. C. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: Reunião Anual da ANPED, 24, 2001a, Caxambu. **Anais...** Minas Gerais: ANPED, 2001a. p. 1-30. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Barbosa.pdf>. Acesso em: 20/out./2012.

_____. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema**, Rio Claro, no. 15, p. 5-23, 2001b.

_____. Modelagem Matemática e os futuros professores. In: Reunião Anual da ANPED, 25, 2002, Caxambu. **Anais...** Minas Gerais, ANPED, 2002. p. 25-43. Disponível em: <https://scholar.google.com.br/scholar?q=Modelagem+matemática+e+os+futuros+professores&btnG=&hl=pt-BR&as_sdt=0%2C5>. Acesso em: 20/out./2012.

_____. Modelagem Matemática e a Perspectiva Sócio-crítica. In: Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática, 2, 2003, Santos. **Anais...** Santos: SBEM, 2003. p. 1-13. Disponível em: <<http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/142008-11-01-15-44-48.pdf>>. Acesso em: 15/out./2012.

_____. As relações dos professores com a modelagem matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8, 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004. p. 1-11. Disponível em: <<http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/142008-11-01-15-53-24.pdf>>. Acesso em: 15/out./2012.

_____. Modelagem e modelos matemáticos na educação científica. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 69-85, 2009. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37949/28977>>. Acesso em: 15/out./2012.

_____. Mathematical modeling in classroom: a critical and discursive perspective. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, Karlsruhe, v. 38, n. 3, p. 293-301, 2006.

_____. A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C., CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. de L. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. Cap. 10, p. 161-174.

BARBOSA, J. C., CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. de L. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007.

BOGDAN, R.;BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Modelagem Matemática em cursos de formação de professores: uma contribuição para a construção do conhecimento pedagógico do conteúdo. **Educação Matemática em Revista**. n. 46, p. 35-43, set. 2015.

CALDEIRA, A. D. **Educação Matemática e Ambiental: um contexto de mudanças**. 1998. 328 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 1998.

_____. Modelagem matemática: um outro olhar. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n. 2, p. 33-54, jul. 2009.

_____. Modelagem Matemática, currículo e formação de professores: obstáculos e apontamentos. **Educação Matemática em Revista**. n. 46, p. 53-62, set. 2015.

_____. Etnomodelagem e suas relações com a educação matemática na infância. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (orgs). **Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. p. 81-97.

_____. Modelagem Matemática: um novo olhar. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2. n. 2, p. 33-54, jul. 2009.

CALDEIRA, A. D.; SILVEIRA, E.; MAGNUS, M. C. M. Modelagem Matemática: alunos em ação. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (orgs). **Práticas de Modelagem Matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: Eduel, 2011. p. 65-81.

CEOLIM, A. J.; CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática na Educação Matemática: obstáculos segundo professores da educação básica. **Educação Matemática em Revista**. n. 46, p. 25-34, set. 2015.

CHAVES, M. I. A.; ESPÍRITO SANTO, A. O. Possibilidades para Modelagem Matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (orgs). **Práticas de Modelagem Matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: Eduel, 2011. p. 161-180.

CHIUMMO, A. **O conceito de áreas de figuras planas: capacitação para professores do ensino fundamental**. 1998. 130 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Departamento de Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998.

CLEMENT, J. J. Model based learning as a key research area for science education. **International Journal of Science Education**. 2000, v. 22, n. 9. p. 1041-1053.

CORRADINI, S. N.; MIZUKAMI, M. G. N. Formação docente: o profissional da sociedade contemporânea. **Revista EXITUS**, v. 1. n. 1. Jul/dez. 2011. p. 53-62. Disponível em <<http://www.ufopa.edu.br/portaldeperiodicos/index.php/revistaexitus/article/view/12/9>>. Acesso em 09/set./2015.

CORBO, O. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de matemática para a exploração de noções concernentes aos números irracionais na educação básica**. 289 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo. São Paulo, 2012. Disponível em: <http://www.matematicaepraticadocente.net.br/pdf/teses_dissertacoes/tese_OlgaCorbo_2012_Ruy.pdf>. Acesso em: 15/set./2014.

COUTO, M. E. S. A aprendizagem da docência de professores em curso de formação continuada na modalidade a distancia. In: Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores, 8. Rio Claro. **Anais...** Rio Claro: UNESP, 2005.

CURI, E. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa Editora, 2005.

D'AMBROSIO, U. Prefácio. In: BORBA, M.; ARAÚJO, J.L. (orgs.) **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 9-21. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

_____. **Educação Matemática: da teoria à prática**. São Paulo: Papirus, 1996.

DAMASCENO, K. K.; MONTEIRO, F. M. A. Formação continuada: uma contribuição para a construção de conhecimentos necessários à prática docente. In: Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores, 8. Rio Claro. **Anais...** Rio Claro: UNESP, 2005.

- DAWSON, A. J. S. Educação Matemática nas Ilhas do Pacífico: Promovendo o desenvolvimento profissional de professores de matemática da Micronésia. In:
- BORBA, M. C. (Org.). **Tendências internacionais em formação de professores de matemática**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010. p.65-85. (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- DEMO, P. **Metodologia científica em ciências sociais**. 3.ed. revista e ampliada. São Paulo: Atlas, 2011.
- DENCKER, A. F. M.; VIÁ, S. C. **Pesquisa empírica em ciências humanas**. São Paulo: Futura, 2001.
- ESCUADERO, J.M.. **La investigación-acción em el panorama actual de la investigación educativa: algunas tendencias**. Revista de Innovación e Investigación Educativa, n.3, 1987. p. 5-39.
- _____. **Los desafíos da las reformas escolares**. Sevilla: Arquétipo, 1992.
- FECCHIO, R. **A Modelagem Matemática e a interdisciplinaridade na introdução do conceito de Equação Diferencial em cursos de Engenharia**. 2011. 209 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.
- FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L (orgs.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2004 (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**. 3.ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.
- _____. **Investigando em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2 ed. revista – Campinas, SP: Autores Associados, 2007. – (Coleção Formação de Professores).
- FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M.; PINTO, R. Saberes da experiência docente em matemática e educação continuada. **Quadrante**. v. 8, n. 1-2 . p. 33-60, 1999.
- FREITAS, D.; VILLANI, A. Formação de professores de ciências: um desafio sem limites. (2002). Disponível em <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol7/n3/v7_n3_a3.htm>. Acesso em: 10/out./2015.
- GALINDO, C. J.; INFORSATO, E. C. Algumas considerações sobre a formação continuada de professores a partir das necessidades formativas: o caso da rede municipal de Araraquara. In: Congresso Estadual Paulista sobre Formação de

Educadores, 8, 2005, São Paulo. **Anais...** Rio Claro: UNESP, 2005, p. 80-87.

GARCIA, C.M. **Formação de professores: para uma mudança educativa.** Porto: Porto Editora, 1999.

GATTEGNO, C. **What we owe children: The subordination of teaching to learning.** New York: Outerbridge & Dienstfrey, 1970.

_____. **The common sense of teaching mathematics.** New York: Educational Solutions, 1974.

_____. **The science of education: Part 1: Theoretical considerations.** New York: Educational Solutions, 1987.

_____. **The science of education: Part 2B: The awareness of mathematization.** New York: Educational Solutions, 1988.

GATTI, B. A. **A construção da pesquisa em educação no Brasil.** Série Pesquisa em Educação, v. 1. Brasília: Liber Livro, 2007.

_____. Formação de professores e profissionalização: contribuições dos estudos publicados na Rbep entre 1998 e 2011. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos.* Brasília, v. 93, n. 234. Número especial. p.423-442, maio/ago. 2012.

GIESTA, N. C. **Cotidiano escolar e formação reflexiva do professor: moda ou valorização do saber docente?** 1 ed. Araraquara: JM Editora, 2001.

GODINO, J.D. Categorías de análisis de los conocimientos del professor de matemáticas. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática.** n. 20, p. 13-31, dez./2009. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20Union_020%202009.pdf>. Acesso em: 15/dez./2014.

GOERCH, H.C.; BISOGNIN, V. Modelagem de objetos campeiros: investigação centrada nas ideias da Educação Matemática Realista. **Educação Matemática em Revista-RS,** v.2, n.15, ano 15, p. 40-53, 2014.

Hill, H.C.; ROWAN, B.; BALL, D. Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. **American Educational Research Journal,** v. 42, n. 2. p. 371- 406, 2005. Disponível em: <<http://jte.sagepub.com/content/59/5/389.short>>. Acesso em: 10/out./2013.

IMBERNÓN, F.. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza.** São Paulo: Cortez, 2001.

KLÜBER, T. E. (Des) Encontros entre a Modelagem Matemática na Educação Matemática e a formação de professores de matemática. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia,** v. 5, n. 1, p. 63-84, maio 2012. Disponível em <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37697>>. Acesso em: 02/jul./2014.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de Modelagem Matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 1991.

LEIVAS, J.C.P. **Imaginação, intuição e visualização**: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de Licenciatura de Matemática. 2009. 287 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná. Curitiba.

LIBÂNEO, J.C. O professor e a construção da sua identidade profissional. In: LIBÂNEO, J. C. **Organização e gestão da escola**: teoria e prática. Goiânia: Alternativa, p. 62-71, 2001.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **A pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas séries iniciais: o gérmen da criticidade. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2. n. 2, p. 135-157, jul. 2009. <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37697>>. Acesso em: 02/jul./2014.

LUNA, A. V. A. **Modelagem matemática na formação continuada e a recontextualização pedagógica desse ambiente em salas de aula**. 2012. 184 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2012.

MA, L. **Saber e ensinar matemática elementar**. Tradução de Sara Lemos e Ana Sofia Duarte. Lisboa: Gradiva, 2009.

MENEZES, L. Matemática, linguagem e comunicação. **Revista Millenium**. n. 20, out./2000. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10400.19/899>>.. Acesso em: 15/out./2014.

MEYER, J. F. C. A., CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

MINAYO, M. C. S. (Org.) **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. 6 ed. Rio de Janeiro: Vozes, 1994.

MIZUKAMI, M. G. N. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S. Shulman. **Educação**. v. 29, n. 2, p. 33-49, jul/dez. 2004.

_____. Escola e desenvolvimento profissional da docência. In: GATTI, B. A. et al. **Por uma política nacional de formação de professores**. São Paulo: Editora Unesp, 2013. p. 23- 54.

_____. É Possível Ser Construtivista no Ensino de Ciências? In: MORAES, R. (org.). **Construtivismo e ensino de Ciências**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2000. p. 103-30.

NACARATO, A. M.; PAIVA, M.A.V. A formação do professor que ensina matemática: estudos e perspectivas a partir das investigações realizadas pelos pesquisadores do GT7 da SBEM. In: _____(orgs). **A formação do professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2006. p. 07-26.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NÓVOA, A. (coord.). **Os professores e a sua formação**. 2 ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e situações de tensão na prática pedagógica dos professores. **BOLEMA**. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro - SP, v. 24, n. 38, p. 265-296, abr. 2011.

OLIVEIRA, A. M. P.; CAMPOS, I. S. ; SILVA, M. S. . As estratégias do professor para desenvolver modelagem matemática em sala de aula. **Boletim GEPEM**, v. 55, p. 175-192, 2009.

_____. Tensões nos discursos de professores e as ações da prática pedagógica em Modelagem Matemática. **Horizontes**, v. 31, n.1, p. 21-30, jan./jun.2013.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Recursos didáticos numa aula de ensino exploratório: da prática à representação de uma prática. In: SANTOS, L. (ed.) **Investigação em Educação Matemática 2012**. Práticas de ensino da matemática. p. 557-570. Portalegre: SPIEM, 2012. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.19/1142>>. Acesso em: 10/out./2014.

PAIS. L. C. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria. In: Reunião Anual da ANPED, 23, 2000, Caxambu. **Anais...Minas Gerais**: ANPED, 2000, p. 1-16. Disponível em: <<http://23reuniao.anped.org.br/textos/1919t.PDF>.> Acesso em: 05/maio/2012.

PAIVA, M. A. V. O professor de matemática e sua formação: a busca da identidade profissional. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (orgs). **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 89-111.

PASSOS, C.L.B. Formação matemática de professores dos anos iniciais. In: Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, 11. Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em:

<http://sbem.esquiro.ghost.net/anais/XIENEM/pdf/1124_2199_ID.pdf>. Acesso em: 05/jul./2014.

PIMENTA, S. G.; LIMA, M. L. **Estágio e docência**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2010.
PIRES, C. M. C. **Educação Matemática**: conversas com professores dos anos iniciais. 1 ed. São Paulo: Zé-Zapt Editora, 2012.

PINO-FAN, L.; GODINO, J. D. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. **Paradigma**. v. xxxvi, n.1. p. 87-109, jun./2015. Disponível em: <<http://revistas.upel.edu.ve/index.php/paradigma/article/view/2662>>. Acesso em: 12/dez./2014.

PINO-FAN, L. R.; ASSIS, A.; CASTRO, W. F. Towards a methodology for the characterization of teachers' Didactic-Mathematical Knowledge. **Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education**. v. 11, n. 6. p. 1429-1456, 2015. <Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/279914902>>. Acesso em: 12/dez./2014.

PONTE, J.P.; SANTOS, L. Práticas lectivas num contexto de reforma curricular. **Quadrante**. v. 7, n. 1. p. 3-32, Lisboa, 1998.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. **Bolema**, Rio Claro. ano 17. n. 21. p. 81-140, 2004.

RIBEIRO, A. J. Equação e conhecimento matemático para o Ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 42B. p. 535-557, 2012.

ROSA, S.S. **Construtivismo e mudança**. São Paulo: Cortez Editora, 2002.

SANDÍN ESTEBAN, M. P. **Pesquisa qualitativa em educação**: fundamentos e tradições. Tradução de Miguel Cabrera. Porto Alegre: AMGH, 2010.

SANTAMARIA, F. I. **La contextualización de la matemática en la escuela primaria de Holanda**. 2006. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas e Naturais) – Faculdade de Engenharia. Universidade Nacional de Comahue, Buenos Aires, 2006.

SANTOS, F. V. **Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação**: o uso que os alunos fazem do computador em atividades de modelagem. 2008. 176 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Referenciais para formação de professores**. Brasília: A Secretaria, 1999.

SELLTIZ, C. O uso de dados disponíveis como fonte de informação. **Métodos de Pesquisa nas Relações Sociais**, p. 355-386, 1967.

SERRAZINA, M. L. M. A formação para o ensino da Matemática nos primeiros anos: que perspectivas? In: Encontro internacional em homenagem a Paulo Abrantes, 2005, Lisboa. **Anais...** Lisboa, 2005. p. 305-324.

_____. A formação contínua de professores em matemática: o conhecimento e a supervisão em sala de aula e a sua influência na alteração das práticas. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 2, n. 1, 2010. p. 1-23.

_____. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, p. 266-283, 2012. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/355>>. Acesso em: 10/out./2014.

SHULMAN, L. **Conocimiento y enseñanza**: fundamentos de la nueva reforma. Profesorado. Revista de curriculum Y formación del profesorado, v. 9, no. 2, 2005.

_____. **Those Who understand**: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**. v. 15, no. 2, p. 4-14, 1986.

_____. Knowledge and Teaching: foundations of the reform. **Harvard Education Review**, v.57. n. 1, p. 1987.

_____. Teacher development: Roles of domain expertise and pedagogical knowledge. **Journal of Applied Developmental Psychology**. v. 21, n. 1. p. 29-135. 2000.

SOUSA, E.G.; BARBOSA, J.C. Contribuições teóricas sobre a aprendizagem matemática na Modelagem Matemática. **Zetetiké- FE/Unicamp**. v. 22, n. 41. p. 31-58, 2014.

SOUZA, R.L.L. **Formação contínua em matemática para professores dos anos iniciais no Brasil e em Portugal**: caminhos para o desenvolvimento do conhecimento e da prática letiva. 2014. 463 p. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo. São Paulo. 2014.

STEFANO, R. A. A. ; GODOY, C. R. O professor como mediador no ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Conteúdo**, v. 3, n. 1. p. 78-91, 2012.. Disponível em: <<http://conteudo.org.br/index.php/conteudo/article/view/81/73>>. Acesso em: 10/out./2014.

STEPHENS, M.; RIBEIRO, A. J. Working Towards Algebra: the importance of relational thinking. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v.15, n. 3. p. 373-402, 2012. Disponível em: <<http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665->

[24362012000300006&script=sci_arttext/](#)>. Acesso em: 10/out./2014.

TAMBARUSSI, C. M.; KLÜBER, T. E. Focos da pesquisa stricto sensu em Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira: considerações e reflexões. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 16, n. 1. p. 209-225. 2014.

TAVARES, R. Construindo mapas conceituais. **Ciência & Cognição**. v. 12. Rio de Janeiro, nov/2007. p. 72-85. Disponível em:
http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?pid=S1806-58212007000300008&script=sci_arttext>. Acesso em: 10/jul/2014.

TREFFERS, A.; GOFFREE, F. Rational analysis of realistic mathematics education: the Wiskobas program. In: STREEFLAND, L. (Ed.). **Proceedings of the ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education**. Utrecht: Utrecht University, 1985. v. 2. p. 97-121.

ANEXO I

Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas⁵³

TIAGO EMANUEL KLÜBER⁵⁴ DIONÍSIO BURAK⁵⁵

Resumo

Este artigo tem por objetivo apresentar parte do resultado final de uma investigação realizada em um curso de especialização durante o ano de 2005. Enfoca as concepções de quatro autores que desenvolvem trabalhos com modelagem matemática, sendo eles: Burak (1987, 1992, 1998 e 2004), Biembengut (1990 e 1999), Caldeira (2004 e 2005) e Barbosa (2001, 2003 e 2004). A partir disso, são apresentadas algumas interpretações e apontamentos para a educação matemática. O artigo trata, ainda, do desenvolvimento teórico da Modelagem no âmbito da educação matemática.

Palavras-chave: ensino-aprendizagem; educação matemática; modelagem matemática.

Abstract

This paper presents partial results of an investigation carried out in a specialization course during 2005. It focuses on the conceptions of four authors who develop studies about Mathematical Modeling: Burak (1987, 1992, 1998 and 2004), Biembengut (1990 and 1999), Caldeira (2004 and 2005) and Barbosa (2001, 2003 and 2004). Through them, some interpretations and notes are presented to Mathematics Education. This paper also approaches the theoretical development of Mathematical Modeling in the context of Mathematics Education.

Keywords: Teaching-Learning; Mathematics Education; Mathematical Modeling.

Introdução

Serão apresentadas quatro concepções de modelagem matemática, assumidas pelos seguintes autores: Burak, Biembengut, Caldeira e Barbosa. O objetivo é explicitar a concepção de cada pesquisador acerca da modelagem, bem como analisar cada uma das proposições dos autores, buscando elucidar a concepção de ensino e de matemática subjacentes a cada uma delas.

Esses pesquisadores foram escolhidos por fazerem sentido para nós, pois, nas

⁵³ Fonte: Educ. Mat. Pesquisa., São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 17-34, 2008.

⁵⁴ Mestre em Educação – UEPG – PR. Professor do Departamento de Matemática – Unicentro – PR. Doutorando do Programa em Educação Científica e Tecnológica – UFSC – SC. E-mail: tiago_kluber@yahoo.com.br

⁵⁵ Doutor em Educação – Unicamp – SP. Professor do Departamento de Matemática – Unicentro – PR. Professor do Programa de Pós-graduação em Educação – Mestrado – UEPG – PR. E-mail: dioburak@yahoo.com.br

leituras, nas investigações que desenvolvemos desde 2004, temos nos aprofundado em questões levantadas por eles. Outros poderiam ser escolhidos, porém, consideramos que esses autores representam significativamente a área, pelo fato de estarem participando ativamente de eventos importantes, como a Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, CNMEM, e por suas dissertações ou teses estarem ligadas ao tema em questão e voltadas para a educação matemática.

A análise procura considerar a relação estabelecida entre professor e aluno, para a construção do conhecimento matemático propiciada pelo trabalho com a modelagem, e busca indicativos que permitam essa construção em uma relação dialógica. Nessa perspectiva, concorda-se com Becker (1993, p. 10), que uma postura pedagógica centrada nas relações: “tende a desabsolutizar os pólos da relação pedagógica, dialetizando-os [...]. O professor traz sua bagagem, o aluno também”.

O trabalho intui clarear o conceito de ciência que cada concepção de modelagem possui e se elas vão ao encontro dos modelos epistemológicos das ciências humanas. Ou seja, se elas consideram o sujeito como “sujeito” e não como simples objeto, no sentido da passividade, da receptividade ou, ainda, se o mais importante é o método ou rigor a ser seguido durante o processo da modelagem.

Na medida do possível, dialoga-se com autores que falam sobre educação, epistemologia e outros temas, para que possamos fundamentar as nossas interpretações concernentes às concepções de modelagem matemática aqui estudadas.

Para a realização do trabalho monográfico que originou este artigo, optou-se pelo delineamento predominantemente qualitativo e bibliográfico, seguindo as etapas: 1) escolha do tema; 2) levantamento bibliográfico preliminar; 3) formulação do problema; 4) elaboração do plano provisório de assunto; 5) busca de fontes; 6) leitura de material; 7) fichamento; 8) organização lógica do assunto; 9) redação do texto, conforme sugerido por Gil (2002).

Ressalta-se que as etapas da investigação não foram seguidas linearmente, uma vez que o próprio problema de pesquisa já havia sido formulado anteriormente, em decorrência de investigações preliminares (Klüber e Burak, 2005). Assim, foram

consultados livros, dissertações, teses, artigos e outros materiais bibliográficos que forneceram o embasamento necessário para as descrições e apreensões evidenciadas.

Na sequência, serão descritas e interpretadas as concepções de modelagem, subdivididas pela autoria e, ao final, apresentadas as considerações gerais sobre o artigo.

Apresentando e analisando a concepção de modelagem de Burak

Em se tratando das concepções, Burak⁵⁶ (1992, p. 62), em sua tese, entende a modelagem matemática como um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”.

Durante a fase do mestrado, Burak (1987, p. 37) propõe o trabalho em termos de construção de modelo, inferindo que as “variáveis devem ser relacionadas para melhor exprimir o problema a ser estudado, é a construção do modelo”. Considera-se que essa prioridade da construção de modelos deu-se em virtude dos referenciais teóricos utilizados na época para a modelagem. Esses referenciais eram quase em sua totalidade provenientes da matemática aplicada, que trabalhava com a construção de modelos. A constituição de uma modelagem para o ensino de matemática ainda estava incipiente e por fazer-se.

Decorrente da maneira pela qual Burak concebia a modelagem, compreende-se que, em sua dissertação de mestrado, primeiro trabalho com modelagem matemática no ano de 1987, ele conservava ideias fixas, como a obrigatoriedade da construção de modelos e as etapas propostas nos mesmos moldes da ciência moderna, de cunho positivista, que priorizava o método em relação aos objetos a serem estudados (Rius, 1989). Portanto, as atividades de modelagem eram pré-definidas pelo pesquisador.

⁵⁶ Prof. Dr. Dionísio Burak, professor titular na Universidade Estadual do Centro-Oeste, Unicentro, PR, realizou a primeira dissertação de mestrado na área de educação matemática sobre modelagem matemática na Universidade Estadual de São Paulo, Unesp, Rio Claro, 1987, e tese de doutorado na área de Educação, também sobre modelagem matemática, no ano de 1992, Universidade Estadual de Campinas, Unicamp, SP. Disponível em <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/index.jsp>, consultado em 19/03/2007.

Assim, a modelagem matemática era apenas uma transposição da modelagem utilizada por pesquisadores nas ciências naturais, a qual tinha poucos vínculos com as ciências humanas.

Um mérito do trabalho de Burak era a preocupação em considerar a Modelagem como um conjunto de procedimentos que não fosse apenas técnico, mas que ocorresse de uma forma mais aberta e contextualizada, dando significado aos conteúdos matemáticos.

Entendemos, pois, que essa construção teórica ainda não era a mais apropriada para a educação matemática, que já procurava romper com os moldes positivistas (Kilpatrick, 1996), pois as ciências humanas buscam construir seu método a partir do objeto focado, ou seja, diferentemente do caminho proposto pelas ciências naturais, na qual o método determina como trabalhar com os objetos.

Na tese, Burak (1992) acrescenta dois princípios básicos em sua concepção de modelagem matemática: 1) o interesse do grupo; e 2) a obtenção de informações e dados do ambiente, onde se encontra o interesse do grupo. Essa fase já possui maiores influências das ciências humanas e do próprio método etnográfico, que se distancia da epistemologia da matemática aplicada. Procura levar em conta os sujeitos, o ambiente social, cultural e outras variáveis.

Provavelmente, em decorrência da continuidade da pesquisa com modelagem matemática, em doutoramento na área de Educação na Universidade Estadual de Campinas, Unicamp, Burak desenvolveu uma outra perspectiva de seus encaminhamentos. Frisa sempre *o interesse dos participantes da atividade e o envolvimento dos grupos em busca de dados do ambiente* e argumenta que esses procedimentos são capazes de dar significado, bem como desenvolver a autonomia dos participantes, de forma a torná-los agentes do processo de construção do conhecimento matemático.

Em artigos distintos, Burak (1998 e 2004) descreve a modelagem em cinco etapas orientadas pelo interesse do aluno ou do grupo e pelas necessidades do nível de ensino⁵⁷ trabalhado, sendo elas: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3)

⁵⁷ Educação Básica.

levantamento dos problemas; 4) resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; e 5) análise crítica das soluções.

Escolha do tema – é o momento em que o professor apresenta aos alunos alguns temas que possam gerar interesse ou os próprios alunos sugerem um tema. Esse tema pode ser dos mais variados, uma vez que não necessita ter nenhuma ligação imediata com a matemática ou com conteúdos matemáticos, e sim com o que os alunos querem pesquisar. Já nessa fase é fundamental que o professor assuma a postura de mediador, pois deverá dar o melhor encaminhamento para que a opção dos alunos seja respeitada.

Pesquisa exploratória – escolhido o tema a ser pesquisado, encaminham-se os alunos para a procura de materiais e subsídios teóricos dos mais diversos, os quais contenham informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar. A pesquisa pode ser bibliográfica ou contemplar um trabalho de campo, fonte rica de informações e estímulo para a execução da proposta.

Levantamento dos problemas – de posse dos materiais e da pesquisa desenvolvida, incentiva-se os alunos a conjecturarem sobre tudo que pode ter relação com a matemática, elaborando problemas simples ou complexos que permitam vislumbrar a possibilidade de aplicar ou aprender conteúdos matemáticos, isso com a ajuda do professor, que não se isenta do processo, mas se torna o “mediador” das atividades.

Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema – nessa etapa, busca-se responder os problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser abordado de uma maneira extremamente acessível, para, posteriormente, ser sistematizado, fazendo um caminho inverso do usual, pois se ensina o conteúdo para responder às necessidades surgidas na pesquisa e no levantamento dos problemas concomitantemente.

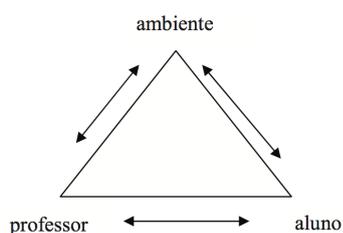
Análise crítica das soluções – etapa marcada pela criticidade, não apenas em relação à matemática, mas também a outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas, que, muitas vezes, são lógica e matematicamente coerentes, porém inviáveis para a situação em estudo. É a etapa em

que se reflete acerca dos resultados obtidos no processo e como esses podem ensejar a melhoria das decisões e ações, contribuindo, dessa maneira, para a formação de cidadãos participativos, que auxiliem na transformação da comunidade em que participam.

Dessa nova forma de encaminhamentos, dada por Burak, interpretamos que ocorreu um avanço teórico no âmbito epistemológico da concepção desse autor, que se direciona dos moldes usuais para um ensino por construção e, por conseguinte, persegue mais de perto um ensino contextualizado, fruto de influências recebidas das ciências humanas, como ele mesmo afirma, valendo-se das teorias de Piaget, Vygotsky e David Ausubel.

No artigo denominado “Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática”, Burak se desvincula da necessidade da formulação do modelo matemático exigida no momento inicial da sua concepção. Entretanto, não exclui a possibilidade dessa construção de modelos, que pode aparecer com o desenvolvimento do trabalho ou ainda para propósitos definidos na resolução ou explicação de uma dada situação, conduzindo sua concepção por pressupostos construtivistas, sociointeracionistas e de aprendizagem significativa (Burak, 1998, p. 32).

E, nas etapas propostas, o trabalho sempre se desenvolve em plena interação entre professor-aluno-ambiente, sem a predominância de um ou de outro, valendo-se, porém, da interação entre as três dimensões, porque o aluno deve buscar, o professor deve mediar e o ambiente é a fonte de toda a pesquisa. Isso reafirma as influências dos pressupostos da etnografia, a qual procura compreender o ambiente e os sujeitos para interpretar o material de investigação coletado e, posteriormente, trabalhar com as variáveis que surgiram no processo.



Também desse artigo podemos concluir que os problemas/situações levantados como consequência da coleta de dados é que orientam quais são e como serão tratados os conteúdos ministrados, sem a necessidade prévia de se ensinar conteúdos matemáticos.

Subentende-se, portanto, que é fundamental, a partir dos problemas/situações levantados, que se ministrem alguns conteúdos matemáticos com vistas à resolução ou resoluções daqueles. Esses conteúdos devem ser ministrados sob a forma de *unidades de conteúdo*, não simplesmente o conteúdo necessário à resolução, principalmente no nível da educação básica, para o qual o autor parece se voltar predominantemente, mas ensinar todo um conteúdo, tais como os de função, matrizes, logaritmos, entre outros, para que não se torne pontual o que se está ensinando.

Por exemplo, se uma situação exige um conteúdo de funções, o professor ensina uma única função ou ainda um único tipo de matriz, e assim por diante.

Apresentando e analisando a concepção de modelagem de Biembengut

Biembengut⁵⁸ (1999, p. 20), em seu livro *Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática*, diz que a modelagem é “o processo que envolve a obtenção de um modelo”. E nesse processo a modelagem é uma forma de interligar matemática e realidade, que, na visão da autora, são disjuntas.

Consideramos que, se a modelagem na educação matemática possuir a obrigatoriedade da obtenção de um modelo, perde-se muito, principalmente em relação ao desenvolvimento do conteúdo matemático. Isso porque os alunos vão precisar dominar de antemão um ferramental matemático e, acreditamos que a modelagem deve favorecer a aquisição desse ferramental e não apenas a sua aplicação. Por isso, a modelagem, como aqui apresentada, é um método externo que adentra no ensino e na aprendizagem.

Assim, essa concepção se aproximaria muito daquela proposta de início por Burak, muito provavelmente pelas influências recebidas no que concerne à orientação do professor Rodney Carlos Bassanezi.

Para Biembengut, a modelagem segue alguns procedimentos (etapas), subdivididas em seis subetapas, sendo elas: 1) *interação* – reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado (pesquisa); 2) *matematização* – formulação (hipótese) e resolução do problema em termos matemáticos; 3) *Modelo matemático* – interpretação da solução e validação do modelo (uso).

Interação – quando a situação a ser estudada já está delineada, desenvolve-se uma pesquisa, de modo indireto (livros, revistas, entre outros) e/ou de modo direto

⁵⁸ Profª. Dra. Maria Salett Biembengut, da Universidade Regional de Blumenau, FURB, e do Centro Universitário Diocesano do Sul do Paraná, UNICS. Possui mestrado em Educação Matemática pela Unesp de Rio Claro, SP, em 1990. Doutorado em Engenharia de Produção e Sistemas pela Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, SC, em 1997, e pós-doutorado em Metodologia de Ensino e Pesquisa pela Universidade de São Paulo, USP, em 2003. Disponível em <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/index.jsp>. Consultado em 19/03/2007.

(campo, dados empíricos, etc.); vale frisar que o *reconhecimento da situação-problema* e a *familiarização com o assunto* são subetapas que não obedecem a uma ordem, antes, se inter-relacionam.

Matematização – etapa complexa e “desafiante”, pois é nessa fase que se faz a “tradução” da situação-problema para a linguagem matemática (*formulação do problema*), a partir da hipótese de que é fundamental no processo, pois permite identificar constantes envolvidas, generalizar e selecionar variáveis para descrever as relações em termos matemáticos. Elaborado o problema matemático, passa-se à sua análise com o “ferramental” matemático disponível, sempre buscando aproximações, que seria a resolução do problema em termos matemáticos.

Modelo matemático – para que se possa ter o modelo concluído, faz-se pertinente verificar o nível de aproximação que este tem da situação-problema representada, com os dados obtidos da realidade através da *interpretação da solução e validação do modelo*.

Vemos nessa proposição que a autora está vinculada aos pressupostos de matematização da matemática aplicada. Para nós, isso tem implicações contrárias às tendências em educação matemática, as quais procuram se livrar das influências positivistas da matemática aplicada e configurar a educação matemática a partir das ciências sociais (Kilpatrick, 1996).

Para o ensino da matemática, Biembengut (1999, p. 36) explicita que a modelagem pode ser “um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente”.

Essa autora também se utiliza do termo “modelação matemática” para falar do processo de modelagem em cursos regulares de qualquer nível (desde os níveis iniciais até a pós-graduação). Porém, acrescenta que são necessárias algumas mudanças, sem perder a essência da modelagem, ficando da seguinte maneira: justificação do processo, escolha do tema, desenvolvimento do processo e avaliação.

Essa essência da modelagem, como já esclarecido anteriormente, é advinda das ciências naturais (matemática aplicada), nas quais os pesquisadores têm o objetivo de modelar situações empíricas que são sempre aproximativas para explicar fenômenos mensuráveis. Não que isso seja ruim, entretanto, as finalidades da modelagem na educação matemática e da modelagem na matemática aplicada devem ser esclarecidas.

A modelagem na escola não deve ter os mesmos parâmetros da modelagem experimental; nesta, os pesquisadores possuem um grande ferramental matemático para a resolução dos mais diferentes problemas. Os problemas que surgem na escola nem sempre ensejam problemas que possam ser modelados com a mesma intensidade das ciências naturais ou modelados matematicamente no sentido literal, muitas vezes, os primeiros problemas requerem interpretações bem mais simples, contudo, não menos significativas, pois essas podem conferir um outro significado e ordem aos conteúdos programáticos do currículo.

Há que se ressaltar, que Biembengut afirma que o processo não deve ser rígido e com certeza sua postura já constitui uma mudança em relação ao ensino tradicional, no qual o professor é o centro do processo e o aluno é apenas passivo ou reativo. Mas, no viés assumido pela autora, no qual o professor já “sabe” onde tem de chegar, não se geram muitos desafios, nem para ele, nem para os alunos, já que o docente sabe de antemão quais serão os conteúdos matemáticos a serem ministrados.

Também os níveis de ensino devem ser levados em conta, olhando para o alcance que a proposta pode ter, uma vez que ela parece se voltar predominantemente para o ensino superior, no qual o grau de desenvolvimento dos alunos é diferente dos alunos da educação básica. No ensino superior, em tese, eles teriam maior facilidade de desenvolver modelos matemáticos na linha proposta por Biembengut.

Apresentando e analisando a concepção de modelagem de Caldeira

Caldeira⁵⁹ compreende a modelagem pensando-a como advinda de projetos, sem a preocupação de reproduzir os conteúdos colocados no currículo, mas sem perder os conceitos universais da matemática. Ele acredita na eficácia da modelagem enquanto uma concepção de educação matemática que pode “oferecer aos professores e alunos um *sistema de aprendizagem* como uma nova forma de entendimento das questões educacionais da Matemática” (Caldeira, 2005, p. 3, grifos do autor).

Para o âmbito educacional, a visão da modelagem que o autor discute é a de que ela pode ser um forte instrumento de crítica que oportuniza a clareza da importância da matemática na vida das pessoas, porque as aplicações, por meio da modelagem, “dão luz” aos conteúdos matemáticos, conferem-lhes sentido.

A modelagem matemática, concebida como um *sistema de aprendizagem*, questiona a forma linear da maioria dos currículos, no que concerne à apresentação dos conteúdos. Possibilita condições para que professores e alunos questionem e entendam a educação, reconhecendo a realidade como um processo dinâmico, oportunizando, assim, a ruptura com essa forma de conceber o currículo escolar.

Essas afirmações de Caldeira evidenciam o avanço nas discussões no que concerne à modelagem. Destaca pontos novos, que ainda precisam ser mais estudados e, quem sabe, expostos para o debate em uma comunidade científica que se preocupe com as questões mais teóricas da modelagem. Um exemplo é considerar a modelagem como um sistema de ensino e de aprendizagem que gera uma metodologia.

Para Caldeira (ibid., p. 4), “trata-se de fazer da modelagem matemática um instrumento capaz de educar alguém que não se deixe enganar”. É entendida como uma concepção de ensino e aprendizagem e não como um método, na perspectiva da ciência moderna. Pois, segundo ele, a modelagem rompe com o paradigma científico, que tem como representantes diretos Bacon, Newton e Descartes. Isso em âmbito

⁵⁹ Prof. Dr. Ademir Donizeti Caldeira, colaborador da Universidade de Uberaba, professor adjunto da Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, e colaborador da Universidade Federal do Paraná, UFPR. Possui mestrado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista, Unesp, em 1992. Doutor em Educação pela Unicamp, no ano de 1998. Disponível em <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/index.jsp>, consultado em 19/03/2007.

epistemológico, haja vista que, na concepção pedagógica embasada na epistemologia de Bacon, Newton e Descartes, o conceito de conhecimento é reducionista. Esse conhecimento só pode ser construído se dividido em partes para, ao final, recompor o todo (Santos, 2004). Tal afirmação é relevante, pois se a modelagem matemática tem o seu início justamente nesse âmbito epistemológico e agora procura se distanciar, o que está ocorrendo? Talvez seja o que Barbosa (2004) reivindica, que chegou a hora de encontrarmos um espaço próprio da modelagem para a educação matemática.

Isso porque a concepção da ciência moderna, transposta para a escola, fragmenta o currículo. Os alunos aprendem em partes e, depois, têm a difícil tarefa de recompor o todo, o que nem sempre conseguem. Segundo Caldeira (2005), isso não ocorre com a modelagem matemática, justamente porque os conhecimentos não se apresentam fragmentados, mas sim interconectados e contínuos e também porque a modelagem, no contexto educacional, é sempre um “vir-a-ser” e contextualizada.

Pelo exposto, Caldeira enfatiza que a modelagem é mais que um método ou metodologia que serviria apenas para a reprodução do *status quo*. Ela geraria uma metodologia dinâmica e investigativa que é dirigida pela criticidade, pela dúvida, fundamentando, dessa forma, a concepção de modelagem matemática. E mais, diz que, partindo de um problema da realidade, os alunos chegam a *respostas* e não a uma *única resposta*, rompendo de maneira suave com o currículo tradicional.

Depreende-se, pelo escrito, que o autor apresenta restrições à conceituação de modelagem como um método de ensino e de aprendizagem entendido em sentido cartesiano, afirmando que ela é muito mais, se constituindo, na verdade, em um *sistema de aprendizagem*. Essa postura traz grandes implicações para esta prática⁶⁰ que tem uma história científica relativamente curta, mas que já se encaminha para grandes debates em seus pressupostos teóricos, o que se percebe em seus eventos e por tantos pesquisadores na área.

A partir dessas descrições, pode-se concluir a não aceitabilidade dos atuais moldes de reprodução do currículo escolar, como o próprio autor expõe em seu artigo. Portanto, essa concepção de modelagem pode ser considerada adequada para a busca de um ensino de matemática com significado para quem ensina e para quem aprende.

Consideramos que essa forma de conceber a modelagem mantém estreita relação com o que Freire (2004) diz: não há um educador do educando ou um educando do educador, e sim há o educador-educando e o educando-educador. Ambos são sujeitos do processo de ensino-aprendizagem. Ressaltamos, porém, que se a modelagem for encarada como uma *concepção de ensino*, ter-se-á que aprofundar tais discussões, como, por exemplo, no que refere às bases epistemológicas para cada forma de conceber a modelagem. Entretanto, destacamos que tal discussão foge ao escopo deste trabalho.

Cria-se, com a proposta de Caldeira, uma abrangência maior do que o simples ensino de conteúdos de matemática. Incitam-se decisões concernentes à participação dos alunos e professores como cidadãos e agentes de mudança da comunidade em que estão inseridos. E ainda, contribuições teóricas para a própria educação matemática.

⁶⁰ Prática científica no sentido educacional, ou seja, desenvolvida no âmbito da escola com vistas ao processo de ensino e de aprendizagem e com teorização para esse campo.

Essa forma de conceber a modelagem é coerente com os pressupostos teóricos da construção do conhecimento em bases epistemológicas das ciências humanas, conforme clarificado acima. Uma vez que oportuniza diálogo entre os sujeitos e o ambiente que os circunda, marcado pela criticidade. A visão de Caldeira, em linhas gerais, vai ao encontro da visão de Barbosa, que será discutida a seguir, e a de Burak, já abordada anteriormente.

Apresentando e analisando a concepção de modelagem de Barbosa

Barbosa⁶¹ (2001) concebe a modelagem matemática em termos mais específicos, entendendo-a como uma oportunidade para os alunos indagarem diferentes situações por intermédio da matemática, sem procedimentos fixados previamente.

Portanto, os conceitos e ideias matemáticas se encaminham de acordo com o desenvolvimento das atividades, dando um caráter aberto para essa prática. Por conseguinte, não exige a criação de um modelo matemático, principalmente para os alunos de nível fundamental e médio, que nem sempre têm conhecimento matemático suficiente para tal atividade.

Consideramos essa concepção de modelagem apropriada para a educação matemática, pois, da forma como é apresentada, não se fecha nem em conteúdos programáticos, nem no objetivo específico da construção de modelos. Permite, pois, romper com a linearidade do currículo que, segundo Machado (1995), é um dos maiores problemas no que diz respeito ao ensino e à aprendizagem da matemática.

Nesse sentido, interpretamos que, quando os conteúdos a serem ensinados são definidos de antemão, o professor acaba por impedir a participação efetiva do aluno, que, nesse caso, apenas irá se condicionar com a proposta do professor. E, caso o objetivo do professor seja a construção de um modelo, pode ser que esse objetivo não atenda aos interesses e aos caminhos escolhidos pelo aluno.

O autor assume que a “modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (Barbosa, 2001, p. 6). O *ambiente* é concebido como um “convite” feito aos alunos, o que pode ocasionar que eles não se envolvam nas atividades. Sendo assim, os interesses dos educandos devem ir ao encontro da proposta colocada pelo professor.

Consideramos que, nessa concepção, se reforça a ideia de Freire (2004) acerca da autonomia que os educandos têm ante determinadas situações, como as propiciadas pela modelagem matemática.

Esse entendimento sobre modelagem é pautado na indagação, que não é uma

⁶¹ Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa, do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Feira de Santana, UEFS, coordenador o Núcleo de Pesquisas em modelagem matemática, Nupemm, e atuante no Programa de Pós-Graduação em Ensino. Possui doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Unesp, Rio Claro, SP, no ano de 2001. Disponível em <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/index.jsp>, consultado em 19/03/2007.

simples explicitação do problema, mas uma atitude que acompanha todo o processo de resolução. A indagação conduz à investigação, sendo essa “a busca, seleção, organização e manipulação de informações” (ibid., p. 7). Representa, nessa perspectiva, a dinamicidade do processo, podendo valer-se de procedimentos informais e da própria intuição dos envolvidos. Então, a “indagação e investigação são tidas como indissociáveis, pois uma só ocorre na mesma medida que a outra” (ibid.).

Neste ponto, existe uma abertura epistemológica em relação à modelagem. Uma epistemologia própria das ciências humanas que leva em consideração valores, subjetividade, intersubjetividade, comunicação, enfim, outros fatores para além de conteúdos e métodos fechados.

Oportuniza que professor, aluno e ambiente interajam, construindo conhecimentos em conjunto, não havendo imposição da mera transmissão, mas sim diálogo e convite. É claro que isso ocorre quando há convergência dos interesses dos alunos ante a proposta do professor.

Segundo Barbosa (2001, 2003 e 2004), essa maneira de conceber a modelagem se orienta prioritariamente por situações da realidade e não por situações fictícias (semi-realidades). Porque estas servem quase sempre para atender aos propósitos/proposições do ensino da matemática pela matemática, porém, não são descartadas, uma vez que podem, até certo ponto, envolver os alunos em ricas discussões, inclusive não matemáticas, como questões de ordem econômica e política.

Essa concepção de convite aos alunos, em nosso entender, mostra respeito aos seus interesses e, caso eles aceitem, proporcionar-lhes-á a oportunidade, em conjunto com o professor, de aprenderem a matemática escolar de acordo com as suas possibilidades cognitivas, biológicas, culturais, sociais e outras. Essa visão do autor parece ser consoante com a última visão proposta por Burak, quando o interesse dos alunos é que orienta o trabalho.

Considerações finais

Apresentamos neste artigo quatro concepções de modelagem matemática voltadas para o âmbito educacional e, com base nelas, foram elaboradas interpretações, com vistas à elucidação das concepções de ensino e de matemática subjacentes a cada uma das propostas. O quadro⁶² a seguir sintetiza as interpretações.

Este artigo possibilitou uma visão geral sobre as concepções de modelagem que fazem parte de nossa trajetória de pesquisa. Permitiu uma maior abertura para discussões teóricas em relação a essa tendência em educação matemática.

⁶² O material escolhido para a análise dos autores estudados é aquele comumente citado em diferentes produções acadêmicas: artigos, dissertações e teses. Assim, as interpretações aqui apresentadas são decorrentes do conteúdo desse material.

	<i>Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas</i>
Autores	Concepção de Modelagem (1)
Barbosa	“Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.”
Biembengut	“processo que envolve a obtenção de um modelo.”
Burak	“conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões.”
Caldeira	Concepção de Educação Matemática, constituindo-se em “um sistema de aprendizagem”.
Autores	Embasamento teórico em relação ao ensino e à aprendizagem da Matemática (2)
Barbosa	Educação Matemática Crítica.
Biembengut	Não explicita a sua compreensão em relação às teorias de ensino e de aprendizagem.
Burak	Orientação cognitivista: construtivista, aprendizagem significativa e sociointeracionista.
Caldeira	Educação Matemática Crítica.
Autores	Relação entre (1) e (2)
Barbosa	A adoção da teoria possibilita deslocar o foco de permanência da visão matemática para uma visão dialógica em relação ao ensino e à aprendizagem.
Biembengut	A não adoção de uma teoria tende a permanecer como foco principal da matemática e suas estruturas.
Burak	A adoção da teoria possibilita deslocar o foco de permanência da visão matemática para uma visão dialógica em relação ao ensino e à aprendizagem.
Caldeira	A adoção da teoria possibilita deslocar o foco de permanência da visão matemática para uma visão dialógica em relação ao ensino e à aprendizagem.
Autores	Encaminhamentos do trabalho prático com a modelagem
Barbosa	Não sugere etapas – o convite é feito pelo professor aos alunos, para que estes aceitem ou não participar das atividades. O encaminhamento inicial é feito pelo professor e o desenvolvimento parece ocorrer em uma perspectiva antropológica. Isto é, em virtude das necessidades oriundas das próprias atividades.
Biembengut	Sugere etapas de acordo com o processo da modelagem, que possui como objetivo a obtenção de modelo. As etapas seguem os modelos usuais da modelagem, utilizados na matemática aplicada.
Burak	Sugere etapas que inicialmente estavam fundamentadas na orientação da matemática aplicada. Posteriormente, as etapas foram reformuladas em decorrência de dois princípios: 1) o interesse do grupo; e 2) a obtenção de dados do ambiente em que

	se localiza o interesse do grupo (influências antropológicas). Essa mudança se fez no âmbito da concepção de ensino, de aprendizagem, de educação e da própria matemática.
Caldeira	Não sugere etapas – como a modelagem é considerada um sistema, ela pode assumir diferentes encaminhamentos de acordo com as necessidades para o desenvolvimento do trabalho. A posição do autor também parece desenvolver-se em uma perspectiva antropológica.
Autores	Abordagem dos conteúdos matemáticos
Barbosa	Os problemas é que determinam os conteúdos a serem estudados.
Biembengut	Os problemas são abordados de acordo com os conteúdos programáticos.
Burak	Os problemas é que determinam os conteúdos a serem estudados.
Caldeira	Os problemas é que determinam os conteúdos a serem estudados.
Autores	Opção por níveis de ensino
Barbosa	Não faz explicitamente. A leitura dos trabalhos enseja o trabalho no ensino fundamental e médio e a formação de professores.
Biembengut	Faz explicitamente. A leitura das produções enseja, inicialmente, o trabalho no ensino fundamental e médio e a formação de professores. Porém, como permanece a característica da construção de modelos, essa concepção de modelagem é, em nosso entendimento, mais apropriada ao ensino superior.
Burak	Faz explicitamente. A leitura permite afirmar que o trabalho é prioritariamente direcionado à educação básica e à formação de professores.
Caldeira	Não faz explicitamente. Entretanto, as leituras permitem afirmar que o trabalho se desenvolve no âmbito da educação básica: educação infantil, ensino fundamental e médio; e da formação de professores.

Temos a clareza de que as interpretações explicitadas neste trabalho devem ser aprofundadas, entendendo-se que podem contribuir para a formação de uma massa crítica acerca de questões teóricas e metodológicas envolvidas na modelagem, com vistas a superar as formas usuais de ensino de matemática.

Outro aspecto ressaltado neste artigo refere-se à aplicação da modelagem nos níveis de ensino: fundamental, médio e superior, âmbitos em que foram propostas as concepções apresentadas, objetivando a inibição de comparações equivocadas em relação às concepções dos autores, acerca da visão de matemática, de ensino e de ciência, justamente por se tratarem de alunos diferentes em diferentes condições.

Como conclusão, afirmamos que existem diferentes formas de conceber a modelagem pelos autores destacados, aspectos que podem e devem ser aprofundados por pesquisadores e educadores em modelagem. O fato de as concepções de Burak, Barbosa e Caldeira estarem embasadas explicitamente em teorias de ensino e

aprendizagem, em visões antropológicas e sociais, resulta em implicações para a modelagem matemática no âmbito do ensino e da aprendizagem da matemática. Por essas razões, enfatizamos a importância e a necessidade de aprofundar investigações que tratem dos fundamentos e teorias que dêem um *locus* próprio à modelagem no âmbito da educação matemática na perspectiva das ciências humanas e sociais.

Referências

- BARBOSA, J. C. (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: 24ª RA da ANPED, *Anais...* Caxambu.
- _____ (2003). Modelagem matemática na sala de aula. *Perspectiva*, v. 27, pp. 65-74.
- _____ (2004). modelagem matemática: O que é? Por quê? Como? *Veritati*, n. 4, pp. 73-80.
- BECKER, F. (1993). *A epistemologia do professor: o cotidiano da escola*. Petrópolis, RJ, Vozes.
- BIEMBENGUT, M. S. (1990). *Modelagem matemática como método de ensino aprendizagem de matemática em cursos de 1º e 2º graus*. Dissertação de Mestrado. Rio Claro, Unesp.
- _____ (1999). *Modelagem matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática*. Blumenau, Furb.
- BURAK, D. (1987). *Modelagem matemática: uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série*. Dissertação de Mestrado. Rio Claro, Unesp.
- _____ (1992). *Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. Tese de Doutorado. Campinas, Unicamp.
- _____ (1998). Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática. *Pró-Mat*, v. 1, n. 1, pp. 32-41.
- _____ (2004). A modelagem matemática e a sala de aula. In: I ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – I EPMEM. *Anais ...* Londrina.
- CALDEIRA, A. D. (2004). Modelagem matemática na formação do professor de matemática: desafios e possibilidades. In: ANPED SUL. *Anais...* Curitiba: UFPR. 1CD-ROM.
- _____ (2005). A modelagem matemática e suas relações com o currículo. In: IV CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – CNMEM. *Anais...* Feira de Santana: UEFS – 1CD-ROM.
- FREIRE, P. (2004). *Pedagogia do oprimido*. 17 ed. Rio de Janeiro, Paz e Terra.
- GIL, A. C. (2002). *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo, Atlas.
- KILPATRICK, J. (1996). Ficando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico. *Zetetiké*, v. 4 (jan./jun.), n. 5, pp. 99-120.

KLÜBER, T. E. e BURAK, D. (2005). Modelagem matemática: uma experiência concreta. In: IV CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – IV CNMEM. *Anais...* Feira de Santana.

MACHADO, N. J. (1995). *Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente*. São Paulo, Cortez.

RIUS, E. B. (1989). La educación matemática: una reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodología (primera de dos partes). *Iberoamérica*, v. 1 (ago.), n. 2, pp. 28-42.

SANTOS, A. (2004). *Didática sob a ótica do Pensamento Complexo*. Porto Alegre, Sulina.

Recebido em out./2007; aprovado em mar./2008

ANEXO II

Formação de Professores dos Anos Iniciais com a Modelagem

Matemática – Ago/2014

Nome do(a) professor(a): _____

D) Questionário Inicial

Gostaria de começar esse questionário buscando saber um pouco sobre sua vida na docência. Assim, peço que responda aos questionamentos a seguir:

- 1) Há quanto tempo você é professor(a) para alunos dos anos iniciais? _____
- 2) Você já atuou, ou atua, em algum outro nível de ensino, como professor(a)? Se já atuou, ou atua, em qual(is) nível(eis), e por quanto tempo? _____

- 3) Você já participou de outras formações para professores na área de matemática? Quando? _____
- 4) Qual foi o impacto dessa(s) formação(ões) para sua prática? _____
- 5) Qual é a sua expectativa para essa formação que se inicia? _____
- 6) O que o(a) motivou a fazer parte dessa formação? _____
- 7) Agora, gostaria de aprender um pouco sobre o que trouxe você para a docência. Sendo assim, fale um pouco sobre *quando, porque e/ou como* você começou a pensar que queria ser professor(a). _____

2) Agora, vamos falar de sua experiência passada enquanto aluno(a) e, em particular, sobre a sua experiência com a matemática.

- i) Você está ensinando para os anos iniciais, não é mesmo? Quando você pensa na sua própria experiência com a matemática, quando você ainda estava nos primeiros anos escolares, quais são as lembranças que você pode mencionar desse período? Procure dar um exemplo sobre suas lembranças.

Ainda sobre suas lembranças sobre esses momentos, procure destacar:

- (a) O que você aprendeu: _____

(b) Sobre seus professores. Fale um pouco sobre eles: _____

(c) Como você se sentiu sobre as aulas de matemática: _____

(d) Como você se sentiu sobre si mesmo em relação aos outros em sua classe:

ii) E quanto aos outros níveis de ensino da Educação Básica, o que você pode destacar sobre a sua experiência com a matemática quando você estava na escola?

Ainda sobre suas lembranças sobre esses momentos, procure destacar:

(a) O que você aprendeu: _____

(b) Sobre seus professores: _____

(c) Como você se sentiu sobre as aulas de matemática: _____

(d) Como você se sentiu sobre si mesmo em relação aos outros em sua classe:

iii) Pensando, agora, em suas outras disciplinas cursadas ao longo da educação básica, descreva, resumidamente, qual foi a contribuição que elas tiveram para a sua formação, hoje, enquanto professora.

iv) Agora, vamos falar sobre sua formação superior. Procure descrever os detalhes de sua formação, para uma melhor compreensão.

(a) Qual foi o curso que você frequentou? Em qual ano você iniciou e em qual ano você terminou o curso? _____

(b) Como você sabe, os cursos podem variar muito de uma universidade ou faculdade para outra. Para saber um pouco mais sobre sua formação superior, indique quais foram as disciplinas que você cursou no ensino superior, e descreva, resumidamente, a importância de cada uma delas para sua formação.

(c) Em particular, o que se destaca para você sobre sua experiência com a matemática, neste nível de ensino? _____

(i) O que você aprendeu: _____

(ii) Sobre seus professores: _____

(c) Como você se sentiu sobre as aulas de matemática: _____

(d) Como você se sentiu sobre si mesmo em relação aos outros em sua classe:

(II) Agora vamos levantar algumas idéias sobre a matemática, tanto como um assunto como uma disciplina. Vamos falar sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, sobre os alunos, sobre você e sua relação com a matemática e sobre como aprender a ensinar matemática.

1) Aprendendo a ensinar:

(a) Eu estou interessado em aprender sobre como os professores que ensinam matemática nos anos iniciais pensam sobre “como ensinar matemática nos anos iniciais”. Então, estou curioso: como você pensa a sua aprendizagem para ensinar matemática nos anos iniciais? Há coisas que você sente que precisa especialmente saber, a fim de ser capaz de dar uma aula de matemática?

(i) Por que isso parece importante para você? _____

(ii) Como/onde você acha que você poderia aprender isso? _____

2) Ser bom em matemática:

(a) Agora, eu gostaria que você pensasse em alguém que você conhece e que você considera ser bom em matemática. O que é ser bom em matemática, para você?

i) Por que você acha que ele/ela é tão bom em matemática? _____

(ii) Qual é o seu palpite sobre por que essa pessoa é boa em matemática? (qual é a fonte do sucesso dele/dela na matemática?) Procure dar um exemplo para sua resposta.

(b) Que tal o contrário, agora? Você conhece alguém que você diria que não é realmente bom em matemática? Quem? _____

(i) Por que você acha que ele/ela não é bom(boa) em matemática? O que ele/ela faz?

(iii) Qual é a sua explicação para entender que essa pessoa não é boa em matemática? Procure dar um exemplo para sua resposta.

(c) E, agora, sobre o seu desempenho em matemática. Você se considera bom(boa) em matemática? Qual é a explicação que você dá a si mesmo sobre o porquê de sua resposta a esta pergunta? _____

(III) Tarefa tipo cartão:

Agora eu gostaria de mudar para outro tipo de tarefa. Aqui estão alguns cartões com declarações sobre matemática e também sobre o ensino e a aprendizagem da matemática. Estou interessado em aprender o que você pensa sobre elas. Essas declarações foram dadas por outros professores, em outra pesquisa.

Dedique alguns minutos para lê-las e classificá-las dentro de uma das três categorias a seguir: (i) as afirmações com as quais você concorda; (ii) as afirmações com as quais você não concorda; e (iii) aquelas informações sobre as quais você não tem certeza. Para a terceira categoria, você pode considerar as afirmações que você não esteja muito certo(a), seja por não compreender o sentido da afirmação que consta no cartão, ou simplesmente por realmente você não ter certeza sobre sua resposta.

Construtos considerados nas afirmações: conhecimentos e ideias sobre: matemática [K] ; matemática e o seu ensino [T] ; matemática e a sua aprendizagem [L] ; alunos [P]; eu em relação à matemática ; e aprender a ensinar matemática [S].

1K - Na matemática, há problemas sem solução. [_____]

2K - Há várias afirmações em matemática que devem ser simplesmente aceitas como verdadeiras e apresentadas. Para essas afirmações, não há explicações. [_____]

3K - A leitura e a escrita são os mais importantes assuntos do ensino fundamental I. [_____]

4K - Os matemáticos descobrem ou criam novos conhecimentos. [_____]

5K - Estudar matemática é muito tedioso e chato. [_____]

6K - As provas são um meio para fazer argumentos em matemática. [_____]

7T - Como professor, eu me sentiria envergonhado se um aluno me fizesse uma pergunta e eu não soubesse a resposta. [_____]

T8 - A coisa mais importante na resposta do aluno não é se a resposta a qualquer problema de matemática coincide com a resposta correta, mas sim se o aluno consegue explicar sua resposta. [_____]

9T - Quando os professores elaboram lição de matemática extra-classe, a lição de casa deve ser muito semelhante ao que foi feito naquele dia em sala de aula. [_____]

10T - Gostaria de incentivar os alunos a desenvolver e usar abordagens não-convencionais para a resolução de problemas de matemática. [_____]

11T - É importante estar disposto a passar por cima de uma determinada matéria até que todos estejam conseguindo. [_____]

12T - Não é uma boa idéia para os alunos trabalhar em grupos em atividades de matemática em classe. [_____]

13T - Como professor, eu gostaria de tentar evitar surpresas nas respostas dos alunos durante as atividades. Ao invés disso, eu tentaria levar meus alunos para as respostas corretas, fazendo perguntas direcionadas. [_____]

14L - Para a aprendizagem de matemática, é importante dominar temas e habilidades em um determinado nível, antes de prosseguir. [_____]

15D - Estudantes aprendem melhor quando eles podem trabalhar em seu próprio ritmo individual as atividades de matemática. [_____]

16L - É uma má idéia para dar aos alunos as chamadas "regras de ouro" para se lembrar de matemática. (por exemplo, nas operações de adição, a ideia do “vai um” e na subtração a ideia de “empresta um”). [_____]

17D - Estudantes aprendem melhor se eles tiverem que descobrir as coisas por si mesmos, ao invés das explicações começarem a ser feitas pelo professor. [_____]

18D - Os alunos muitas vezes precisam de recompensas ou “subornos” para fazer as atividades de matemática. [_____]

19L - Se os alunos têm perguntas não respondidas ou confusões quando saem da aula, provavelmente eles terão problemas com a lição de casa. [_____]

20L - Matemática ajuda a aprender a pensar melhor. [_____]

21L - Para aprender matemática, muitos princípios básicos devem ser colocados na cabeça do aluno. [_____]

22P - Os homens são naturalmente um pouco mais inclinados a aprender matemática do que as mulheres. [_____]

23P - Enquanto a habilidade matemática real não pode ser mudada, esforço e motivação pode aumentá-la. [_____]

24P - Existem basicamente dois tipos de mentes, e algumas pessoas são boas em lógica e matemática, enquanto outras são melhores em português e em coisas mais criativas. [_____]

25P - Alunos mais velhos realmente não precisam de modelos concretos para compreenderem conceitos matemáticos. [_____]

26P - Alunos mais jovens não estão preparados para entender idéias como intersecção de conjuntos, probabilidade, e permutações, por exemplo. [_____]

27P - Pessoas que são boas em matemática são capazes de pensar logicamente, de forma passo a passo. [_____]

28P - Não existe algo como um "tipo de matemática" de pessoa. [_____]

29S – Para que eu possa ensinar matemática, basicamente eu preciso saber matemática o suficiente. O que eu preciso saber é para aprender a gerir uma sala de aula. [_____]

30S - Eu posso lidar bem com a matemática básica, mas eu não lidaria bem com uma matemática mais avançada. [_____]

31S - Eu quero ensinar matemática para que eu possa transformar as crianças para utilizar a matemática. [_____]

32S - Gostaria de fazer um curso de matemática como uma disciplina eletiva, se eu tivesse tempo disponível e o conteúdo parecesse interessante para mim. [_____]

33S - Gosto de ser desafiado(a) em matemática. [_____]

34S - Ser bom em matemática, pessoalmente, tem muito pouco a ver com ser um bom professor de matemática. [_____]

35S - Conseguir experiência em uma sala de aula real é a parte mais importante para se aprender a ensinar. [_____]

(IV) Existem algumas coisas em matemática ou sobre a matemática que você particularmente gosta? Conte-me um pouco sobre isso. _____

(V) E o outro lado da moeda? Existem algumas coisas em matemática ou sobre a matemática que você particularmente não gosta? Conte-me um pouco sobre isso.

(VI) Como professor, há muitas coisas que você está ensinando, algumas das quais provavelmente você compreende melhor do que outras.

(a) Você pode pensar em algo, em matemática, que você sente que entende muito bem?

(b) Você pode me dizer mais sobre isso? Qual é a condição que faz você sentir que você realmente entende isso? Quando/onde você aprendeu isso? O que te ajudou a compreendê-lo bem? Isto é algo que você ensina, ou acha que vai ser ensinado?

(c) E sobre o outro lado da moeda? Você pode pensar em algo em matemática que você sente que você realmente não entende muito bem? _____

(d) Você pode me dizer mais sobre isso? Qual é a condição que faz você sentir que

você realmente entende isso? Quando/onde você aprendeu isso? O que te ajudou a compreendê-lo bem? Isto é algo que você ensina, ou acha que vai ser ensinando?

Muito obrigado pela sua participação!

ANEXO III

A Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: o germém da criticidade⁶³

**ANA VIRGINIA DE ALMEIDA LUNA⁶⁴; ELIZABETH GOMES SOUZA⁶⁵;
ANA RITA CERQUEIRA MELO SANTIAGO⁶⁶**

RESUMO: O presente artigo visa compreender como os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental podem analisar de forma crítica o papel dos modelos matemáticos em debates sociais, por meio da Modelagem Matemática. Os participantes da investigação foram uma professora e 17 (dezesete) alunos, entre 9 (nove) e 11 (onze) anos de idade, que cursavam o quinto ano do Ensino Fundamental em uma instituição de ensino em Feira de Santana, no interior da Bahia. Uma atividade de Modelagem sobre a construção de cisternas no semi-árido baiano foi observada e analisada com enfoque qualitativo. Os diálogos entre as crianças e a professora foram transcritos e, quando analisados, indicaram que a inserção da Modelagem nas séries iniciais possibilita que as crianças percebam a presença dos modelos matemáticos na sociedade e suas implicações sociais, políticas e econômicas em diversos segmentos da Sociedade.

Palavras-chave: modelagem matemática, séries iniciais, educação matemática, modelos matemáticos, criticidade

ABSTRACT: The present paper aims to understand how the students of the elementary school classes can analyze, critically, the role of the mathematical models in social debates, through the Mathematical Modelling. The participants of the inquiry have been a teacher and 17 students, between 9 and 11 years old, who attended a course in the fifth grade of the elementary school at an institution of education in Feira de Santana town, in the state of Bahia. A Modelling activity on the construction of wells, in Bahian semi-arid has been observed and analyzed based on a qualitative approach. The dialogues between the children and the teacher have been transcribed and, once analyzed, have indicated that the insertion of the Modeling in the elementary school classes makes it possible for the children to perceive the presence of the mathematical models in the society as well as its economic, political and social implications in several segments of the society.

Keywords: mathematical modelling, elementary school Classes, mathematical education, mathematical models, criticism.

⁶³ ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.135-157, jul. 2009 ISSN 1982-5153

⁶⁴ Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Feira de Santana; Escola Despertar-Ba

⁶⁵ Núcleo de Pesquisas em Modelagem Matemática (NUPEMM-UEFS)

⁶⁶ Escola Menino Jesus de Praga; Prefeitura Municipal de Conceição do Jacuípe; Escola Despertar de Feira de Santana.

INTRODUÇÃO

Nos documentos curriculares orientadores da Educação Básica, tais como as Orientações Curriculares Nacionais (BRASIL, 2006) e as Orientações Curriculares Estaduais (BAHIA, 2005), a Modelagem Matemática é apresentada respectivamente como estratégia de ensino e como metodologia interdisciplinar que propicia a aproximação dos estudantes com situações-problema reais oriundas de assuntos dos mais diversos campos da sociedade. De maneira geral, na Educação Matemática, a Modelagem⁶⁷ pode ser compreendida como a abordagem de situações do dia-a-dia ou de outras ciências por meio da matemática.

Algumas experiências com a utilização da Modelagem na Educação Básica apontam para as contribuições que esta pode gerar no processo de ensino e aprendizagem, as quais podem estender-se desde a motivação dos estudantes, (BIEMBENGUT e HEIN, 2003; BURAK, 2005) até o fortalecimento de uma postura crítica frente à presença da Matemática na sociedade (BARBOSA, 2003,2006; JACOBINI, 2004).

Ainda que pesquisas como as mencionadas acima, apresentem a motivação e o interesse dos alunos quando vivenciam atividades de Modelagem, estudos relatam uma postura de passividade de alguns alunos em relação ao encaminhamento de tais atividades, a saber: a apatia nas aulas (BASSANEZI, 2002); a busca de uma resposta imediata para a problemática em questão (FRANCHI, 1993; JACOBINI, 2004); a dificuldade na elaboração de situações-problema para o posterior desenvolvimento das atividades (ARAÚJO e BARBOSA, 2005) ou ainda, a busca de respostas únicas e absolutas para as situações-problema propostas pelo professor (MAAB, 2005).

As causas das dificuldades dos alunos estão na ênfase em uma postura investigativa, suscitada pelas atividades de Modelagem. Esta postura difere do que se espera dos estudantes envolvidos em propostas baseadas no Paradigma do

⁶⁷ No decorrer do artigo utilizamos o termo Modelagem quando nos referimos à Modelagem Matemática, a fim de evitarmos repetições.

Exercício⁶⁸ (SKOVSMOSE, 2008). Isso se deve ao fato de que, em Modelagem, diferentemente do Paradigma do Exercício, os conteúdos disciplinares emergem a partir do tema proposto para a pesquisa (BIEMBENGUT; HEIN, 2003; BURAK, 2005), a abordagem é essencialmente interdisciplinar (CALDEIRA, 2005), a pesquisa e investigação orientam as atividades e possibilitam a reflexão sobre a presença da matemática na sociedade (BARBOSA, 2003).

Diante disso, a postura de passividade dos alunos, oriunda do Paradigma do Exercício, em que o aluno é visto como um agente passivo no ambiente escolar, constitui-se como um dos desafios para a inserção da Modelagem na sala de aula. Nesse sentido, Maaß (2005) sugere que a Modelagem seja implementada logo nos primeiros anos de escolaridade dos alunos, pois reconhece a sua potencialidade para possibilitar a modificação das crenças dos estudantes. Para a autora, essa postura de passividade dos estudantes é decorrente de suas crenças sobre a matemática ser uma ciência exata, objetiva e formal.

As pesquisas desenvolvidas nas séries iniciais indicam que a Modelagem propicia o desenvolvimento das habilidades matemáticas dos alunos, a argumentação matemática e a interpretação de problemas da realidade (BURAK, 2005; BIEMBENGUT, 2007; LUNA; ALVES, 2007; LUNA; SANTIAGO, 2007). No entanto, as potencialidades do uso da Modelagem não se limitam a desenvolver competências estritamente matemáticas, mas também podem favorecer a reflexão pelos alunos sobre o papel dos modelos matemáticos na sociedade.

Assim, perguntas tais como: Como os modelos matemáticos estão presentes na sociedade? Por quê? Para quê? E para quem? O que subsidia a sua presença? São alguns questionamentos que podem ser abordados em atividades de Modelagem nos primeiros anos de escolarização.

Em Modelagem, questionamentos dessa natureza são agendados por pesquisas que adotam uma perspectiva sócio-crítica (BARBOSA, 2003), a qual

⁶⁸ Paradigma do Exercício é uma concepção sobre o ensino e aprendizagem da Matemática que apresenta uma abordagem tradicional, preconizando na seqüência de trabalho a aula expositiva, em seguida os exercícios, e por fim, a correção, com ênfase no livro didático (SKOVSMOSE, 2008).

apresenta como objetivo principal do uso da Modelagem, a reflexão sobre a análise da natureza e o papel dos modelos matemáticos na sociedade, a exemplo da regulamentação das cotas percentuais elaborada pelo ministério da educação para o ingresso de estudantes negros e índios no ensino superior, as variáveis que integram o cálculo para o valor da cesta básica brasileira elaboradas pelo DIEESE (Departamento Intersindical de Estudos Socioeconômicos), a demarcação de áreas contínuas no caso de terras indígenas do Estado de Roraima, entre outros.

Diante dessa constatação sobre a presença da matemática em diversos debates sociais e da necessidade de tematizar essa presença no contexto escolar, apresentaremos neste artigo reflexões de um grupo de alunos das séries iniciais sobre as nuances sociais que envolvem o tema da construção de cisternas no semi-árido baiano. Nosso objetivo foi compreender como os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental podem analisar de forma crítica o papel dos modelos matemáticos, em debates sociais, por meio da Modelagem Matemática.

Neste artigo, a Modelagem Matemática é entendida como um ambiente de aprendizagem, no qual os alunos são convidados a investigarem questões com referência na realidade, por meio da matemática (BARBOSA, 2003).

Para abordar a inserção da Modelagem nas séries iniciais e sua potencialidade de suscitar reflexões críticas sobre o papel dos modelos matemáticos na sociedade, inicialmente, organizamos a revisão da literatura em 3 (três) seções. Na primeira, localizamos na literatura da Educação Matemática estudos sobre Modelagem Matemática, na segunda seção, apresentamos experiências desenvolvidas nas séries iniciais do Ensino Fundamental e, na terceira seção, relações entre Modelagem e criticidade na Educação Matemática.

1 Modelagem no campo da Educação Matemática

O que são atividades de Modelagem na perspectiva da Educação Matemática? O que a distingue de outras tendências no âmbito da Educação Matemática? Essas são perguntas ainda não definitivas no campo de pesquisa.

Barbosa (2003, p.69) foi um dos pesquisadores que indicou a necessidade de delimitação da Modelagem no âmbito da Educação Matemática, evidenciando a importância de uma concepção específica para esta área. O autor apresenta a concepção de que “Modelagem é um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a problematizar e investigar situações com referência em outras áreas da realidade”.

Já em Biembengut e Hein (2003, p.28) encontramos essa delimitação da Modelagem, como sendo uma “metodologia de ensino-aprendizagem que parte de uma situação/tema e sobre ela desenvolve questões que tentarão ser respondidas mediante o uso de ferramental matemático e da pesquisa sobre o tema”. Nessa direção, outros pesquisadores também conceituam Modelagem como sendo uma estratégia de ensino e aprendizagem, como Bassanezi (2002), ou um conjunto de procedimentos, como Burak (1992).

Ainda assim, para Burak e Klüber (2007), essas concepções, embora busquem apresentar uma concepção de Modelagem estritamente relacionada ao campo da Educação Matemática, falham por não explicitar as orientações filosóficas e ontológicas que as embasam.

Além da importância da construção de concepções de Modelagem que explicitem essas orientações, é necessário considerar-se a diferença entre a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática e da Matemática Aplicada no que se refere à concepção de modelo matemático e à importância de sua construção.

Na perspectiva da Educação Matemática, alguns autores afirmam que não há obrigatoriedade de “encontrar” um modelo matemático, propriamente dito (BURAK, 1992; FRANCHI, 1993; BARBOSA, 2001). Já na perspectiva da Matemática Aplicada, é justamente o modelo matemático um dos objetivos principais do processo de Modelagem.

Algumas pesquisas exemplificam essa especificidade da Modelagem no âmbito da educação matemática. Burak (1992), Franchi (1993), Barbosa (2001) e Biembengut e Hein (2003) destacam vários momentos igualmente importantes

durante o processo de Modelagem, como por exemplo, a investigação sobre a situação-problema, a interação entre os alunos e entre eles e o professor, os conceitos matemáticos abordados, a interpretação e análise dos alunos sobre a temática, a reflexão sobre a presença da Matemática na sociedade, entre outros.

Assim, concordamos com os autores que consideram outros momentos como importantes no fazer Modelagem no contexto escolar. Um deles em particular, a análise sobre o papel dos modelos matemáticos na sociedade, pode constituir-se como um dos objetos para a inserção da Modelagem no contexto escolar.

A seguir, buscamos identificar o que as pesquisas têm evidenciado sobre estas questões e que objetivos têm fundamentado as pesquisas sobre Modelagem nas séries iniciais.

2 Modelagem nas séries iniciais do Ensino Fundamental

No contexto das pesquisas brasileiras, é possível constatar o crescimento de publicações no nível da Educação Básica, em particular, nas séries finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio (SANTOS, BISOGNIN, 2007; FERREIRA, WODEWOTZKI, 2007). No entanto, em relação às séries iniciais, tanto publicações nacionais como internacionais ainda são inexpressivas³.

Burak (1992) apresenta as primeiras experiências divulgadas em relação ao uso da Modelagem nas séries iniciais. Estas experiências foram realizadas por professores participantes de um curso de especialização ministrado pelo pesquisador a partir de 1982.

Os alunos das referidas professoras em formação continuada, que cursavam entre a 2ª e a 4ª série do Ensino Fundamental, escolheram as temáticas: horta, maquete da escola, arborização, paisagismo, pintura da sala de aula e a visita a um bairro periférico adjacente à escola. O autor destaca que os relatos e as ações dos estudantes participantes dessas atividades de Modelagem variaram desde a mobilização para a pintura efetiva da sala de aula, até, por exemplo, a constatação das condições precárias de vida das pessoas moradoras do bairro visitado.

Nessa mesma direção, Caldeira (2007) desenvolveu uma atividade de Modelagem com alunos pertencentes às séries iniciais. As crianças de 3^a e 4^a séries escolheram como temática da atividade, a construção de uma horta. O pesquisador não apenas utilizou temas reais, tal como Burak (1992), mas apontou outros aspectos relevantes nas atividades de Modelagem, como o reconhecimento e a inclusão dos saberes e da linguagem matemática específicos do contexto cultural das crianças, na dinâmica dessas atividades.

Já English e Watters (2005), bem como Biembengut (2007), destacam o quanto o desenvolvimento de atividades de Modelagem neste nível de ensino permitiu o desenvolvimento dos conceitos e procedimentos matemáticos, melhorando o desempenho matemático das crianças. Para os autores, as crianças que vivenciam atividades de Modelagem possuirão melhores desempenhos matemáticos em atividades posteriores.

³ Inferências realizadas a partir dos anais da Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática (2007), do Seminário Internacional de Educação Matemática (2006), do Encontro Nacional de Estudantes de Educação Matemática (2007) e das International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications 10, 11 e 12 e do livro do 14th ICMI Study (2007).

Questões sobre as potencialidades de incluir atividades realísticas na formação da criança foram, também, indicadas na pesquisa de Verschaffel e De Corte (1997). Estes autores fizeram um estudo comparativo entre duas turmas de alunos das séries iniciais, identificando que os estudantes que tiveram contato com atividades realísticas demonstraram uma maior predisposição para a aprendizagem matemática baseada em situações reais.

Semelhante aos estudos anteriores, Lamon (2003), ao desenvolver atividades de Modelagem com crianças das séries iniciais, destacou que elas desenvolvem competências de Modelagem, ou seja, tornam-se hábeis em construir modelos matemáticos representativos de problemas reais.

Já Luna e Alves (2007), ao desenvolverem o seu estudo, utilizaram o modelo matemático que calcula o índice de massa corporal (IMC) e o percentual de gordura, a partir de uma reportagem de um caso de anorexia vivenciado por uma jovem da cidade de Feira de Santana/Bahia. A atividade desenvolvida favoreceu o desenvolvimento das práticas discursivas e a ampliação do repertório matemático dos estudantes, com a abordagem de conteúdos que originariamente não são contemplados nas séries iniciais, como por exemplo, a dízima periódica.

Para as autoras, na interação dos alunos com situações reais propiciada pelo ambiente de Modelagem, acontece a mobilização de variados conhecimentos por meio das discussões em sala de aula, ampliando, assim, os vocabulários matemáticos, os pensamentos e as ações matemáticas das crianças.

Os estudos apresentados nessa seção sobre a Modelagem nas séries iniciais apontam que, quando os alunos das séries iniciais desenvolvem uma atividade de Modelagem, eles ampliam as suas competências matemáticas, tornando-se hábeis na resolução de problemas e no processo de Modelagem, além de serem mais propensos a desenvolverem outras atividades pautadas em situações reais, com enfoque interdisciplinar.

No entanto, estas pesquisas sobre Modelagem neste nível de ensino, não destacam a potencialidade do uso da Modelagem, no que se refere à crítica sobre o papel da matemática na sociedade. Com o propósito de discutir sobre essa lacuna, a presente pesquisa visa ampliar as análises sobre a inclusão da Modelagem nas séries iniciais.

Para tanto, vamos abordar uma questão ainda não evidenciada nas pesquisas, que é a criticidade dos alunos frente à presença da matemática na sociedade, buscando compreender como os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental podem analisar de forma crítica o papel dos modelos matemáticos em debates sociais, por meio da Modelagem. Neste artigo, o termo criticidade é empregado para a análise crítica sobre o papel dos modelos matemáticos na sociedade.

A seguir, apresentaremos como entendemos, a partir de estudos na área da Educação Matemática, a relação entre Modelagem e a sua potencialidade para o desenvolvimento da criticidade dos alunos.

3 Modelagem e Criticidade na Educação Matemática

A análise da natureza dos modelos matemáticos pode mais diretamente contribuir para desmistificar a *ideologia da certeza* dos argumentos matemáticos, a qual se refere à crença de que a matemática é uma ciência objetiva, pura, no sentido de que uma declaração matemática não é influenciada por interesse social ideológico ou político (BORBA; SKOVSMOSE, 2001).

Segundo Skovsmose (2001) e Araújo (2007), a Modelagem possui a possibilidade de destituir a ideologia da certeza e consolidar ideias sobre a Matemática como uma ciência relacionada a diversos assuntos da sociedade. Este objetivo do uso da Modelagem pode ser enquadrado em um movimento mais amplo, denominado de Educação Matemática Crítica. A Educação Matemática Crítica pode ser assumida como orientação ideológica das atividades de Modelagem, a qual enfatiza a aprendizagem matemática como um meio para a crítica sobre o papel dos modelos nos debates sociais.

Essa possibilidade no uso da Modelagem é apresentada por Bueno (2007), a partir de um estudo desenvolvido com alunos das séries finais do Ensino Fundamental. O autor aponta que a Modelagem Matemática contribuiu para a formação da cidadania e para o debate em torno de temas sócio-político-econômico-culturais, pois possibilitou a abordagem de outros assuntos de contextos não necessariamente “matemáticos”. Temas como o preconceito, o sistema político, as classes sociais, os valores humanos, dentre outros, provavelmente não seriam abordados ao se trabalhar de forma tradicional.

Dessa forma, é possível observar que, em estudos nos níveis mais avançados da Educação Básica, já é considerada a contribuição da Modelagem no desenvolvimento de uma postura crítica pelos alunos em relação a questões em debate na sociedade.

Diante disso, a presente pesquisa apóia-se em uma perspectiva sócio-crítica de Modelagem (BARBOSA, 2003) no contexto escolar, entendendo-a como uma inserção possível nas primeiras séries do Ensino Fundamental. Por isso, visamos apresentar como os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental analisam criticamente o papel dos modelos matemáticos na sociedade e assim relacionam a matemática às diversas situações sociais.

Para compreender a inserção da Modelagem nas séries iniciais, com essa perspectiva, foi desenvolvida uma atividade de Modelagem sobre o tema da construção de cisternas. Em seguida, apresentamos quais são as especificidades dos alunos, da professora e do contexto escolar analisados.

4 Opções metodológicas e o contexto da pesquisa

A presente pesquisa foi desenvolvida a partir de uma abordagem qualitativa. O estudo de natureza qualitativa, conforme Bogdan e Biklen (1994), fundamenta-se nas seguintes características: o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada; os dados coletados são predominantemente descritivos; o processo é mais relevante do que o produto; o significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador na análise dos dados, os pesquisadores tendem a não se preocupar com a busca de evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos.

A escolha do contexto escolar foi intencional, pois se buscou uma professora que já havia vivenciado um processo de formação continuada em Modelagem e desenvolvido atividades dessa natureza em sua prática escolar nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

A turma analisada era composta de 17 (dezessete) alunos do quinto ano do Ensino Fundamental. Uma instituição particular de ensino em Feira de Santana, cidade localizada no interior da Bahia, foi o lócus da pesquisa.

A opção metodológica escolhida para a coleta de dados foi a observação. Por meio da observação, vídeo-gravações foram realizadas, mas somente as falas dos alunos foram transcritas e tomadas para a análise neste artigo. O período de desenvolvimento das atividades foi de 5 (cinco) aulas, cada uma com duração de 2 (duas) horas-aula semanais.

Conforme Adler e Adler (1994) a observação é uma técnica integrada e independente, é fundamentalmente naturalística, ocorre no contexto natural entre os atores que participam da interação e seguem o fluxo natural da sua vida diária, neste caso, nas aulas no ambiente de Modelagem Matemática.

Nesse sentido, a observação foi escolhida por ser um instrumento metodológico que nos permite compreender as relações que os alunos estabelecem entre Matemática e Sociedade, em seu ambiente natural, neste estudo a sala de aula, por meio da análise crítica dos modelos matemáticos na sociedade, em tempo real de sua ocorrência, captando as suas nuances.

Essa é uma das funções do uso da observação em pesquisas qualitativas, segundo Alvez-Mazzotti e Gewandsznajder (1998, p.164), pois permite “identificar comportamentos intencionais e não-intencionais ou inconscientes [...], permite o registro do comportamento em seu contexto temporal-espacial”. A seguir, a atividade de Modelagem observada será apresentada.

5 A atividade de Modelagem Matemática nas séries iniciais

O tema escolhido para o desenvolvimento de atividades de Modelagem foi a *construção de cisternas no semi-árido Baiano*. Este tema foi escolhido pela professora da turma, tendo a função de suscitar o interesse dos alunos por um tema vinculado à realidade nordestina e presente em debates sociais e políticos.

Iniciamos pelo momento da descrição do convite da professora aos alunos para a pesquisa sobre a construção de cisternas. A fim de preservar as identidades das crianças, optamos por não utilizar seus nomes próprios, atribuindo apenas uma numeração para diferenciá-las.

ATIVIDADE DE MODELAGEM:

A proposta foi iniciada com a professora questionando o grupo sobre o que sabiam em relação à construção de cisternas na região do semi-árido.

[1]Profª: Os noticiários de atualmente trazem reportagens sobre a construção de cisternas na região do semi-árido. Estas estão sendo construídas pelo governo federal. Vocês já ouviram falar sobre esse assunto?

[2]Cça1: Eu sei que cisterna é armazenamento de água.

[3]Cça 2: Pegam água da chuva para armazenar porque aqui no Brasil tem o problema de água.

[4]Cça 3: É que no interior não tem luz nem água.

[5]Profª: **Vocês acham que a construção de cisternas vai melhorar a vida das pessoas da região do semi-árido?** A partir de agora a 4ª série irá pesquisar sobre isso. Por que o governo quer construir cisternas? Por que a população da região do semi-árido precisa construir cisternas? Gostaria que vocês questionassem os pais de vocês sobre o tema, investigassem na internet, em jornais... Tragam material para discutirmos em nossa roda de notícias, tudo bem?

Os questionamentos iniciais tiveram como objetivo fazer com que as próprias crianças investigassem a problemática sobre a construção de cisternas. A pergunta principal da professora, **“Vocês acham que a construção de cisternas vai melhorar a vida das pessoas da região do semi-árido?”** fez com que os alunos emitissem, ao final da atividade de Modelagem, opiniões pessoais pautadas nas informações matemáticas referentes ao tema. Na aula seguinte, as informações coletadas pelos alunos foram compartilhadas.

[6]Profª: Como ficou combinado entre nós, vocês ficaram responsáveis por trazer para a Escola hoje notícias referentes à construção de cisternas na região do semi-árido. Me digam aí, o que conseguiram descobrir?

[7]Cça1: Pró, a construção de cisternas é para os moradores terem água potável.

[8]Cça 2: Li que o governo investiu 1000000 de reais. [9]Cça 3: 220.000 cisternas serão construídas até 2010. [10]Cça 4: A água da chuva pode vir de qualquer jeito.

[11]Cça5: Os filtros de água que ficam no telhado para captar água são muito pequenos.

[13]Cça6: Lá no sul eles recolhem a neve e à medida que for derretendo eles recolhem água e lá não é a mesma coisa daqui.

[14]Cça10: O governo investiu 10 milhões de reais para construir cisternas, também a notícia fala do tratamento da água, diminui o risco de doenças.

[15]Cça 2: Tratar a água também evita a dengue e o armazenamento de água [ajuda as pessoas não caminharem tanto para buscar água.

[16]Cça 5: Pró, como armazenar água se lá no sertão não chove?

[17]Cça 4: É que quando chove no sertão, chove muito e depois essa água vai embora de vez, então, com as cisternas vai ter onde armazenar a água, entende? E as pessoas vão poder realizar as atividades de casa como lavar roupa, prato e limpar a casa e também principalmente beber.

As falas das crianças sobre a temática proposta pela professora indicou uma preliminar contextualização da situação-problema em questão, ou seja, inicialmente houve a identificação da especificidade da situação da Seca em relação ao Nordeste [12], bem como a descrição de como ocorre a captação da água nas cisternas e ainda informações pautadas em matemática sobre a quantidade de cisternas a serem construídas.

Essas informações trazidas pelas crianças se constituem como *momentos iniciais* de reflexões sobre a presença dos modelos matemáticos nos debates sociais, pois os alunos puderam identificar qual a especificidade de construção de cisternas no Nordeste em relação a outros estados, por que construir cisternas nessa região brasileira é importante e quais os impactos sociais e econômicos que essa construção pode gerar para a população beneficiada.

O estímulo e a ocorrência de reflexões dessa natureza ainda nos primeiros anos de escolarização são importantes para que os alunos percebam a existência de vínculos entre a Matemática e situações sociais e que tais vínculos são contextuais, ou seja, variam em virtude de questões sociais, geográficas, históricas e econômicas.

Assim, a análise dos alunos sobre a natureza enviesada dos modelos matemáticos quando desenvolvem atividades de Modelagem, pode iniciar-se ainda no momento de interação e investigação dos alunos sobre a temática proposta e expandir-se ao longo de seu desenvolvimento.

Nesse artigo, as reflexões dos alunos iniciam-se na conscientização das relações entre a Matemática e a sociedade e, posteriormente, enfocam a análise das variáveis que compõem o modelo matemático.

Para desenvolver a análise crítica das crianças sobre o modelo matemático, a professora utilizou a *capacidade* de água, em média, que uma cisterna pode reservar, como objeto de análise. Dessa forma, tendo como referência os seus próprios gastos de água na família, os alunos puderam analisar criticamente a capacidade de água armazenada pela cisterna e assim, argumentar se a construção de cisternas melhorará ou não a vida das pessoas que dela precisam.

Para isso, inicialmente, a professora solicitou que um geógrafo abordasse informações mais específicas sobre a construção de cisternas com as crianças. O trecho a seguir apresenta as informações dadas pelo geógrafo e alguns questionamentos formulados.

[18]Geógrafo: Nas regiões do semi-árido, em alguns lugares passa 3 meses chovendo e 9 meses sem chover, o período de chuva chama-se período verde, O que ocorria é que a água que aparece no período verde não era armazenada de nenhuma forma, então não ficava preparada para o consumo humano. Assim, o governo federal, com parceria com o estadual e municipal, pensou como solução do problema a construção de cisternas, que reservariam água no telhado das casas,

aproximadamente 15.000 litros de água. [...] Para construir as cisternas, o governo calcula a renda familiar daquela casa, a equivalência é de R\$100,00 por pessoa da família pra ter direito à cisterna.

A parte seca da região Nordeste equivale a aproximadamente 9.000.000 km². A zona rural enfrenta o maior problema, pois não há água para todos, já que uma parte deve ser destinada a irrigação de plantas, etc. [19]Cça2: Tem alguma região que já tá acabando a construção de cisternas?

[20]Geógrafo: Em Pintadas só falta construir 150 cisternas. Mas no total de cisternas do Nordeste só foram construídas **20%** das cisternas.

[21]Cça3: Quantas horas gastam para fazer uma cisterna?

[22]Geógrafo: Em torno de 2 horas.

[23]Cça4: Quantas pessoas são necessárias para a construção de cisternas?

[24]Geógrafo: São construídas por equipes de 2 a 3 pessoas. Mas na verdade, os próprios moradores da casa auxiliam para cavar, pois assim economizam mão- de- obra para o governo e agilizam o trabalho. Estes moradores cavam os buracos muito satisfeitos, pois sabem da riqueza que terão: a água. Imaginem aí quem precisa andar quilômetros para alcançar água potável. Dessa forma, a água é muito valorizada, por conta da escassez.

[25]Cça5: Quantos sacos de cimento são usados? E quanto de areia por cisterna?

[26]Geógrafo: 10 sacos de cimento e 2 m³ de areia, algumas precisam de tijolo, cal ou barro.

[27]Cça5: Qual a **profundidade** das cisternas?

[28]Geógrafo: 2 m, em **média**.

[29]Cça4: Quais os **tipos** de cisternas?

[30]Geógrafo: De tijolo, as de cal e as em **formato de tanque**.

[31]Cça3: A forma geométrica é diferente da outra comum, que tem na casa de J?

[32]Geógrafo: Pois é, a forma **geométrica** vai variar de acordo com a necessidade da população.

Nesse momento de perguntas sobre a temática, as crianças começaram a se familiarizar com *novos conteúdos matemáticos*, tais como porcentagem, formas geométricas, unidades de medidas (m^3), média aritmética e medidas de capacidades (profundidade). O desenvolvimento de habilidades matemáticas dos alunos é apontado pela literatura como um dos principais argumentos para a inclusão da Modelagem nas séries iniciais (ENGLISH, WATTERS 2005; BIEMBENGUT, 2007).

Porém, é possível suscitar nos alunos não apenas as habilidades matemáticas, mas também a percepção de que os conteúdos matemáticos são tomados como critério de decisões sociais, como por exemplo, a quantidade de materiais gastos para a construção de cisternas, as suas dimensões geométricas, a quantidade de dias necessários para as suas construções, dentre outros.

Estes fatores influenciam na tomada de decisão governamental sobre a quantidade de cisternas a serem construídas, em virtude dos gastos econômicos, a quantidade de empregos disponibilizados, a quantidade de água a ser armazenada etc.

Assim, os conteúdos matemáticos não são objetivos e neutros. Eles são escolhidos, utilizados e construídos pelos indivíduos com propósitos específicos e com conseqüências para os diversos setores da sociedade (BORBA; SKOVSMOSE, 2001). Essa visão “integrada” da matemática é considerada como um dos objetivos de uma Educação Matemática Crítica (ARAÚJO, 2007; SKOVSMOSE, 2008).

Nas séries iniciais, é importante oportunizar às crianças essa concepção integrada de Matemática, pois em anos posteriores de sua vida escolar, as crianças podem não apenas ser mais propensas à realização de atividades realísticas, conforme sugerem Verschaffel e De Corte (1997), e nem somente mais hábeis em construir modelos matemáticos, como aponta Biembengut (2007), mas, sobretudo, poderão compreender que a Matemática está relacionada a questões sociais, políticas e econômicas.

A seguir, a professora visou comparar a capacidade de água das cisternas construídas pelo Governo Federal para o consumo de uma família da zona rural, composta em média por 7(sete) integrantes⁶⁹, com o consumo de água familiar dos próprios alunos. Foi então solicitado às crianças que trouxessem para a aula, uma conta relativa ao consumo de água da sua família durante um mês. A seguir, apresentamos o diálogo entre a professora e as crianças sobre como fariam essa comparação.

[33]Prof^a: Ontem solicitei que vocês trouxessem hoje para a escola as duas últimas contas de água da casa de vocês. Na opinião do grupo, por que eu pedi estas contas?

[34]Cça: Para comparar o consumo de água gasto pelo família da gente e os das famílias que receberam cisternas pelo governo.

[35]Prof^a: Tudo bem. Então como podemos fazer essa comparação. O que devo considerar?

[36]Cça: Pró [referindo-se a professora], acho que tem que saber a quantidade de pessoas na família e vê o que gasta por mês.

[37]Prof^a: Só esses dados me possibilitam fazer essas comparações? [38]Cça: Acho que sim. É só ver o que nossa família gasta e pronto! [39]Prof^a: E com a conta, como posso fazer isso?

[40]Cça: Vê o **tanto de dias** que utilizou a água. [41]Prof^a: E o que mais?"

[42]Cça: Vê o tamanho da cisterna e o tanto de pessoas.

[43]Prof^a: E qual é o tamanho das cisternas?

[44]Cça: 15.000 **mil litros aproximadamente**.

[45]Prof^a: Então vamos ver se com esses dados podemos chegar à comparação. Peguem as contas de vocês e verifiquem o consumo mensal de água:

[46]Cça: Onde fica?

[47]Cça: É logo onde tem: consumo de

⁶⁹BRASIL. Construção de cisternas avança no semi-árido. Ministério de Desenvolvimento Social, 2008. Disponível em: < [http:// www.mds.gov. br/ascom/revistas/mds/cisternas.htm](http://www.mds.gov.br/ascom/revistas/mds/cisternas.htm). Último acesso em: 07 abr. 2008.

água. [48]Cça: Achei!

[49]Cça: O resultado é em 'ême três'. [50]Cça: Na minha casa é de 8 M três. [51]Profª: E o que significa m^3 ?

[52]Cça: Meu pai já me explicou em casa: acho que é metros cúbicos.

[53]Profª: Mas a quantidade de água das cisternas construídas no semi-árido está em metros cúbicos, de acordo com a informação do professor Marialvo? [54]Cça: Não, está em **litros**.

[55]Profª: Então o que fazer para comparar? [56]Cça: Sei não, fala aí.

[57]Profª: Vamos pensar juntos? É possível comparar medidas diferentes? [58]Cça: Não, fica complicado.

[59]Profª: Vamos fazer o seguinte, digam aí quanto cada família consumiu em casa. [O consumo mensal de cada família variou entre 8 e 30 m^3]

[60]Cça: Tem que ter uma forma de comparar!

[61]Profª: -Como? Não seria legal pensarmos numa forma de compararmos medidas iguais?

[62]Cça: Acho que sim, mistura metros cúbicos com litros.

[63]Profª: Pronto,vamos ver então, quantos litros tem em um metro cúbico? [64]Cça: Diz aí, pró!

[65]Cça: Vamos procurar!

[66]Profª: Ótimo! Peguem as contas de vocês e vamos para o laboratório de informática!

Nesse momento, a professora pediu que os alunos construíssem comparações entre o consumo de água de uma família da zona rural e da zona urbana, no caso, as famílias dos próprios alunos. Nestas, o consumo variou entre 8 m^3 e 30 m^3 , em uma família com a média de 4 (quatro) integrantes, enquanto que os lares das famílias de zona rural são compostas em média por 7(sete) pessoas e a capacidade da cisterna é de aproximadamente 15.000 litros.

Diante das informações trazidas pelas crianças, a comparação entre o consumo de água das duas famílias necessitava apenas de transformações entre

unidades de medidas, m^3 e litro. Como as crianças ainda não conheciam como executar essa transformação, a professora sugeriu que também essa informação fosse pesquisada por eles. Essa pesquisa foi realizada no próprio laboratório de informática da escola, por meio de um site de buscas. As falas abaixo mostram o momento em que as crianças compreendem como essa transformação pode ser realizada.

[67]Cça: Digita a pergunta entre aspas que aparece a resposta!
[68]Profª: Digita aqui, por favor, R...!

[69]Cça: Já sei que na minha casa gastou 8000 mil litros de água nesse mês. Aliás não! Na casa do meu avô, porque a conta é de lá!

[70]Cça: Na minha foi **25.000 mil** litros! [71]Profª: Como sabem a quantidade de litros? [72]Cça: É só colocar três zeros.

[73]Profª: Por que três zeros?
[74]Cça: Porque multiplica
por 3!

[75]Cça: Pró, em minha casa gasta 30.000 litros de água por mês e só tem 3 pessoas. É exatamente 10.000 litros de água por pessoa. É meu pai que desperdiça muito.

Esse trecho apresenta as transformações matemáticas dos alunos sobre a quantidade de água consumida pelas famílias, agora em litros, para que, a partir dessa informação, possam comparar com os 15.000 litros em média que uma cisterna pode acumular. A partir disso, a conclusão das crianças sobre a utilidade da construção de cisternas para as famílias do semi-árido foi então elaborada. O trecho a seguir apresenta as discussões das crianças realizadas em grupos.

[76]Profª: Vocês chegaram a algumas conclusões, compararam a quantidade de água que usam em casa com a água que é disponibilizada nas cisternas, não foi isso? Hoje, eu vou lançar uma pergunta que vocês irão discutir por grupos.

É o seguinte: **É vantajoso o governo disponibilizar as cisternas ou não e por quê?** Vão levar em consideração todos os conhecimentos envolvidos: que tamanho é a cisterna, quanto é que cabe de água, quantas pessoas têm na família e vão me responder se é vantajoso ou não. Em cada grupo, a equipe irá registrar este relatório de discussão.

Grupo 1

[77]Cça 1: Eu acho que é porque tem lugares que não chove quase nunca e a cisterna pode ser um jeito de ter água durante o ano, enquanto não está chovendo. [78]Cça 3: Para receber a cisterna a pessoa tem que receber um salário mínimo ou menos.

[79]Cça 4: Eu acho que não é vantajoso muito não...

[80]Cça 5: Ter uma água potável vai melhorar!

[81]Cça 6: **Eu acho que para uma família grande deveria construir uma cisterna maior** porque eles não vão poder se manter com mais ou menos um litro de água por dia para cada pessoa da casa, porque é muita gente... Agora, para uma família de duas pessoas fica legal porque eles não utilizam muito.

[82]Cça 7: **São muitas pessoas, aí eu acho que deveria construir mais de uma cisterna.**

[83]Prof^a: E o governo vai dar mais de uma cisterna por família?

[84]Cça 1: Não.

[85]Prof^a: E o que vai se fazer com as famílias que são grandes demais?

Grupo 2

[86]Cça 3: **A gente descobriu que é um pouco vantajoso, mas também não é**, porque a água quando jorra, ela enche a cisterna e se parar de chover e gastarem a água, a cisterna não vai ter a funcionalidade, mas também é vantajoso porque as pessoas pobres que não têm dinheiro para ter uma vida que nem a da gente, vão ter a água que eles precisarem e levam uma vida melhor!

[87]Prof^a: Agora me respondam: A gente sabe que as famílias do semi-árido são pequenas ou grandes?

[88]Cça 5: Grandes!

Prof^a: A quantidade de água que vai ser disponibilizada será suficiente? O outro grupo disse que poderia ser mais de uma cisterna, mas o governo vai fazer isso?

Aumentar o tamanho da cisterna?

[89]Prof^a: A cisterna deveria ser mais profunda! [90]Prof^a: **E vai ser assim?**

[91]Cça 7: **Não!**

[92]Prof^a: Então vai ser vantagem para quem? [93]Cça 1: Pro governo?

[94]Prof^a: **Vai ser vantajoso para o governo? Para que tipo de família vai ser vantagem?**

[95]Cça 3: Vai ter que economizar bastante ou então viver como estava vivendo antes!

[96]Prof^a: Como é que estava vivendo antes?

[97]Cça 4: Sem cisternas ou então andando quilômetros para achar água! [98]Cça 5: Ô Pró, [referindo-se a à professora]! Podia economizar para dar! [99]Cça 6: Se as pessoas evitassem dar descarga, na cisterna economizariam essa água, aí vai dar para a pessoa gastar um pouco mais de água com ela própria!

[100]Prof^a: **Para vocês é vantagem, não é?**

[101]Cça: **Estão dizendo que não é vantajoso, se forem 8 pessoas pra 16.000 litros e ainda economizando 20 litros [referindo-se à caixa de descarga de água utilizada em banheiros]**

[102]Prof^a: Com a descarga vai economizar?

[103]Cça: Olha, Pró, também é vantajoso porque algumas pessoas economizam na hora de tomar banho a água pra poder sobrar na cisterna!

[104]Prof^a: Como é que economiza essa água? Vocês fazem isso em casa? [105]Cça: E um balde de água dá para tomar banho tranquilamente e gasta pouca água!

[106]Prof^a: **Então vai estabelecer o critério de quantidade de água?**

Nas falas acima, as crianças concluíram que a capacidade de armazenamento da cisterna não supre a necessidade de consumo das famílias do semi-árido, que são compostas de 7 (sete) integrantes. Isso porque o **consumo mensal** das famílias das crianças foi de no mínimo 8.000 mil litros, para 4 (quatro) membros, e a capacidade de água, em média, que uma cisterna pode armazenar, foi planejada para o consumo nos períodos de seca nordestina, ou seja, mais de 1 (um) mês.

Por outro lado, as crianças também identificaram benefícios, como a obtenção de água potável e mais saudável, bem como o fim de grandes esforços físicos para a busca de água em açudes e rios, freqüentemente muito distantes da residência das pessoas que vivem na região do semi-árido e de qualidade questionável.

Diante das vantagens sobre a construção de cisternas, as crianças fizeram sugestões para sanar os pontos que consideraram negativos, como a insuficiência da capacidade de água armazenada pelas cisternas.

Algumas sugeriram a construção de cisternas maiores [99]; outras apontaram para a necessidade de construção de 2(duas) e não apenas uma cisterna [100]; enquanto que a economia de água pelas famílias que receberem as cisternas foi apontada como uma outra solução para a pouca capacidade de armazenamento de água [112].

As respostas finais dos estudantes ao questionamento inicial da professora demonstram que os mesmos analisaram o número de pessoas de uma família do semi-árido, como uma variável que compõem o modelo matemático que representa a capacidade total de água que pode ser armazenada na cisterna.

Também concluíram que esse número de pessoas, ao ter como comparação os gastos de uma família da zona urbana, que possui em média 4 (quatro) integrantes, fez com que a capacidade total de água a ser armazenada pela cisterna seja insuficiente para o consumo das famílias da zona rural. Esta conclusão das crianças destoava da apresentada pelos dados governamentais oficiais sobre a construção de cisternas⁷⁰, os quais afirmam que a capacidade total é suficiente para as necessidades básicas das famílias durante o período de seca, que dura em média 9 (nove) meses ao ano. Mas que padrão de consumo de água os órgãos governamentais utilizaram para a estipulação da capacidade de armazenamento das cisternas construídas para sanar a dificuldade de água da população nordeste durante o período de seca?

⁷⁰ BRASIL. Construção de cisternas avança no semi-árido. Ministério de Desenvolvimento Social, 2008. Disponível em: < <http://www.mds.gov.br/ascom/revistas/mds/cisternas.htm>. Último acesso em: 07 abr. 2008.

Naturalmente, os órgãos governamentais utilizaram padrões de comparações diferentes dos padrões utilizados pelas crianças. Mais ainda, caso a associação de moradores das comunidades beneficiadas tivesse a oportunidade de também construir um modelo matemático que representasse a capacidade de água das cisternas, talvez uma outra capacidade total seria encontrada e solicitada aos órgãos governamentais pela associação.

Assim, qual destes modelos matemáticos indicaria a capacidade de água que supriria verdadeiramente as necessidades das famílias a serem beneficiadas? Para essa resposta, cada um dos elaboradores do modelo matemático argumentaria que o “seu” modelo é aquele que melhor se adequaria às necessidades das famílias. Isso corrobora a afirmação de que o modelo matemático é uma construção subjetiva, pois quem o constrói possui valores e interesses pessoais, econômicos, políticos, sociais (BORBA; SKOVSMOSE, 2001).

Nesse sentido, as crianças foram capazes de analisar criticamente a presença dos modelos matemáticos na sociedade, compreendendo os seus múltiplos vieses. A capacidade de água da cisterna, por exemplo, não foi analisada apenas em termos matemáticos, mas de forma relacionada às questões sociais que envolvem os cálculos dessa capacidade, como a quantidade de pessoas nas famílias a serem beneficiadas, o tempo médio de duração do período de Seca, a finalidade do uso da água pelas famílias (doméstico e/ou plantação), a garantia de hábitos de higiene e outros.

A tematização destas questões na sala de aula pela professora permitiu que as crianças construíssem relações entre a Matemática e a Sociedade, por meio da análise do papel dos modelos matemáticos nos debates sociais, ainda que o modelo matemático, nesse caso, a capacidade de água da cisterna, não tenha sido explicitamente nominado para as crianças pela professora.

Na sociedade, os modelos matemáticos presentes nos argumentos e nas tomadas de decisões também nem sempre são explicitamente demonstrados, como por exemplo, nos trechos das notícias: “o projeto que estabelece o *sistema de cotas nas universidades* voltou a ser discutido” (FALCÃO, 2009), “o *preço médio da cesta*

básica diminuiu em março, na comparação com fevereiro, em 15 das 17 capitais pesquisadas pelo Departamento Intersindical de Estatísticas e Estudos Socioeconômicos” (AGÊNCIA ESTADO, 2009).

Portanto, incluir reflexões sobre a presença e o papel dos modelos matemáticos na sociedade, é uma importante ação a ser realizada na escola, pois assim, os alunos têm a oportunidade de destituir a *ideologia da certeza* (BORBA; SKOVSMOSE, 2001) dos argumentos matemáticos, para a qual não há nem explicitação do modelo matemático, e tampouco a subjetividade que compõe a sua elaboração.

No caso das séries iniciais, o debate sobre a presença dos modelos matemáticos na sociedade não visa destituir a *ideologia da certeza* e apresentar outra concepção de Matemática, conforme sugerem os autores acima (IDEM, 2001). Nesse nível de ensino, as crianças terão a oportunidade de já formar uma concepção de Matemática, como uma Ciência não neutra e imbricada por fatores sociais, econômicos, políticos e pessoais.

Estudos apontam que é justamente nos primeiros anos de escolaridade que as crenças sobre a Matemática são freqüentemente consolidadas (MAAß, 2005; HANNULA, 2006). Além disso, a ação de mudar “crenças” tem sido relatado pela literatura como uma ação difícil e complexa, pois trata-se de um afeto estável (HANNULA, 2006).

Portanto, incluir a Modelagem nas séries iniciais possibilita que as crianças consolidem suas crenças sobre a Matemática em perspectiva sócio-crítica, ainda nos primeiros de escolaridade. Isso permite que se formem *ideologias sócio-críticas* sobre a Matemática, ou seja, que compreendam que a Matemática tem relações com diversos setores e decisões na sociedade.

Por fim, podemos afirmar que, para a consolidação dessas crenças, o professor tem um importante papel. Nos diálogos apresentados acima, observamos que a professora buscou freqüentemente manter a aula pautada na investigação, estimulando as opiniões e idéias dos alunos sobre a temática em debate.

MODELAGEM NAS SÉRIES INICIAIS: REFLEXÕES CONCLUSIVAS

Este artigo teve como propósito compreender como os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental podem analisar de forma crítica o papel dos modelos matemáticos em debates sociais, por meio da Modelagem Matemática.

Justificamos essa pesquisa pelo relato da literatura em relação à postura de passividade dos alunos no ambiente de Modelagem, buscando respostas matemáticas exatas e únicas, apresentando resistência a uma postura investigativa e a se tornarem o centro do processo de ensino.

Deste modo, alguns pesquisadores como Maaß (2005) sugerem que a Modelagem seja implementada nos primeiros anos de escolaridade dos alunos, a fim de que os alunos modifiquem as suas crenças anteriores sobre a Matemática ser uma ciência objetiva e inquestionável.

Porém, as poucas pesquisas existentes que foram realizadas com Modelagem neste nível de ensino, limitam-se a abordar apenas as competências matemáticas e habilidades para desenvolver as etapas do processo de modelagem (interpretação e validação, por exemplo) que a inserção da Modelagem neste nível pode proporcionar.

Assim, este artigo abordou a inclusão da Modelagem nas séries iniciais com outro propósito, o de favorecer com que os alunos estabeleçam relações entre a Matemática e a Sociedade, em particular, analisando o papel dos modelos matemáticos na sociedade.

Este enfoque sugere que as crenças das crianças sobre a Matemática podem ser consolidadas sob outro prisma, a de que a Matemática não é uma ciência neutra, conforme transparece freqüentemente nos argumentos e debates sociais pautados em matemática. Ao contrário, a Matemática é influenciada por questões sociais, políticas e econômicas, como também as influencia.

Neste artigo, esse olhar sobre a Matemática foi realizado por meio da observação de um estudo com a temática *a construção de cisternas no semi-árido baiano*, no qual as crianças puderam analisar os aspectos sociais, econômicos, higiênicos, entre outros, que devem ser considerados para estipular matematicamente a capacidade de água que uma cisterna deve acumular para suprir as necessidades das famílias a serem beneficiadas.

Para o alcance desses objetivos, a prática educativa da professora foi decisiva, pois a mesma estimulou e suscitou debates e questionamentos entre os alunos, mantendo um ambiente de aprendizagem pautado na investigação e na problematização.

Assim, se objetivamos criar condições para a formação de indivíduos com a percepção da Matemática como construção humana e, portanto, subjetiva, contextual e situada, a inserção de temáticas como a apresentada acima deve ser estimulada no contexto escolar, logo nos primeiros anos de escolaridade.

Dessa forma, entendemos que é na escola que os alunos podem analisar criticamente a presença da matemática nos argumentos e debates sociais, discutir e perceber que conteúdos matemáticos estão presentes nestes argumentos, que variáveis sociais estão em pauta e assim, propor soluções matemáticas relacionadas a partir de então, às mais diversas questões que envolvem a situação-problema.

Diante dessas questões, a presente pesquisa sugere o agendamento de novos estudos sobre a inserção da Modelagem nas séries iniciais, como: Qual o impacto da Modelagem nas crenças dos alunos das séries iniciais? Quais as especificidades do desenvolvimento da Modelagem neste nível de ensino?

Face ao exposto, como agirão no futuro essas crianças, cientes a respeito das relações entre a Matemática e sociedade nas tomadas de decisões pautadas em argumentos matemáticos? Não podemos precisar. Mas, certamente, estas decisões podem não mais ser “obscurecidas” pela crença da Matemática da certeza e da objetividade.

REFERÊNCIAS

ADLER, P. A.; ADLER, P. Observational techniques. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *Handbook of qualitative research*. Thousand Oaks: Sage, 1994. p.377-392.

AGENCIA ESTADO. Dieese: cesta básica cai em 15 de 17 capitais em março. *Jornal Atarde online*, Salvador, 01 abr 2009. Disponível em: <<http://www.atarde.com.br/economia/noticia.jsf?id=1118300>>.Último acesso em: 29 abr. 2009.

ALVES - MAZZOTTI, A.J. O método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A.J.;GEWANDSZNAJDER, F. *O método nas Ciências Naturais e Sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. S.P.: Pioneira, 1998. p.107-188.

ARAÚJO, J.L; BARBOSA, J.C. Face a face com a modelagem matemática: como os alunos interpretam essa atividade? *Bolema*, v.18 , n. 23,p. 79-95, 2005.

ARAÚJO, J. L. *Educação matemática crítica*. Belo Horizonte: Argvmentvm, 2007.

BAHIA. *Orientações Curriculares Estaduais para o Ensino Médio*. Secretaria da Educação: Salvador, 2005.

BARBOSA, J. C. *Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores*. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

_____. Modelagem Matemática na sala de aula. *Perspectiva*, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, jun. 2003.

_____. Teacher-student interations in mathematical modelling. In: HAINES, C.; GALBRAITH, P; BLUM, W; KHAN, S. (Org.). *Mathematical Modelling: education, engineering and economics*. 1 ed. Chichester: Horwood Publishing, v. único, p. 232-240, 2006.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem Matemática no ensino*. São Paulo: Contexto, 2003.

BIEMBEMGUT. S. M. Modelling and applications in primary education. In: BLUM, et. al., *ICMI Study 14: applications and modelling in mathematics education – discussion document*, 2007. p. 451-456.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M.C.; SKOVSMOSE, O. In: SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática*

Crítica: a questão da democracia. São Paulo: Papirus, 2001. p.127-148.

BRASIL, *Orientações Curriculares para o Ensino Médio.* Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. MEC/SEB, Brasília, 2006.

BUENO, V.C. Modelagem Matemática e ensino de funções: uma experiência com alunos da 8ª série do ensino fundamental. In.: CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM MATEMÁTICA, 5, 2007, Belo Horizonte. *Anais...* Ouro preto, 2007. 1 CDROM.

BURAK, D. Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Campinas: Tese, Doutorado, UNICAMP-FE, 1992.

_____. Modelagem matemática: experiências vividas. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM MATEMÁTICA, 4, 2005, Feira de Santana. *Anais...* Feira de Santana, 2005. 1 CDROM.

BURAK, D.; KLÜBER. T.E. Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática: aspectos filosóficos e epistemológicos.152 f. Dissertação (Mestrado em Educação)-Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2007.

CALDEIRA, A. D. . A Modelagem Matemática e suas relações com o currículo. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM MATEMÁTICA, 4, 2005, Feira de Santana. *Anais...* Feira de Santana, 2005. 1 CDROM.

CALDEIRA, A.D. Etnomatemática e suas relações com a educação matemática na infância. In.: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais.* Recife: SBEM, 2007. p.81- 98.

ENGLISH, L.D. e WATTERS, J. Mathematical Modelling with 9-years-olds. CHICK, H.L. E VICENT, J.L. In.: *Proceeding of the 29th Conference of the Internacional Group for the psychology of Mathematics Education*, vol.2, p. 297-304. Melbourne: PME, 2005.

FALCÃO, M. Em audiência pública, ministro defende cotas em universidades e descarta conflito racial, *Jornal Folha Online*, Brasília, 01 abr 2009. Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/folha/educacao/ult305u544044.shtml>>. Último acesso em: 29 abr. 2009.

FERREIRA, D.H.L.; WODEWOTZKI, M.L.L. Questões ambientais e Modelagem Matemática: uma experiência com alunos do ensino fundamental. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais.* Recife: SBEM, 2007. p.115-132.

FRANCHI, R. H. de O . L. *A Modelagem Matemática como Estratégia de Aprendizagem no Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos de Engenharia.* Rio Claro.148 f. Dissertação(mestrado).Universidade Estadual Paulista, 1993.

JACOBINI.O.R. *A modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula*. Rio Claro. 225 f. Tese(Doutorado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista,2004.

HANNULA, M. S. Affect in mathematical thinking and learning: towards integration of emotion, motivation, and cognition. In: MAASZ, J.; SCHLOEGLMAN, W. (Eds). *New mathematics education research and practice*. Rotterdam: Sense, 2006. p. 209-234.

LAMON, S.J. Modelling in Elementar School: Helping Young Students to See the World mathematically. In.: LAMON. S.J; PARKER, WILLARD. A.P; HOSTON. KEN (Org). *Mathematical Modelling – a way of life: ICTMA 11*. Horwood Publising. Chichester, 2003, p. 19- 33.

LUNA, A.V.A.; ALVES, J. Modelagem Matemática: as interações discursivas de crianças da 4ª série a partir de um estudo sobre anorexia. In.:CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM MATEMÁTICA, 5, 2007, Belo Horizonte. *Anais...* Ouro preto, 2007. 1 CD-ROM.

LUNA, A.V.A.; SANTIAGO, A.R.C.M. Modelagem Matemática: um estudo sobre a mudança dos planos de telefonia. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. *Anais*.Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 CD-ROM.

MAAB,K. Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study. *Teaching Mathematics and Its Application*, v.24, n. 2-3, p. 61–74, 2005.

SANTOS, L.M.M.; BISOGNIN, V. Experiências de ensino por meio da Modelagem Matemática na educação fundamental. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM, 2007.p. 99-114.

SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. São Paulo: Papirus, 2001.

_____. *Desafios e reflexão em Educação Matemática Crítica*. São Paulo: Papirus, 2008.

VERSCHAFFEL, L; DE CORTE, ERIK. Teaching realistic mathematical modelling in the elementary school: a teaching experiment with fifth graders. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 24, n. 5, p. 577- 601, 1997.

Ana Virginia de Almeida Luna:Graduada em Pedagogia pela Universidade Estadual de Feira de Santana e Matemática pela Faculdade de Tecnologia e Ciências-Ba; Mestre em Educação Especial (área de concentração: Matemática) pela Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS / CELAEE - CUBA; Especialista em Educação Matemática - UCSAL, Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em

Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia (UFBA) e da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Atualmente membro do Núcleo de Pesquisas em Modelagem Matemática- NUPEMM, da UEFS; Coordenadora do Núcleo de Educação Matemática de Feira de Santana - NEEMFS, da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Bahia (SBEM-BA); Professora do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Feira de Santana e Diretora Pedagógica da Escola Despertar-Ba. Tem experiência na área de Educação Matemática, com ênfase em Modelagem Matemática e Formação Docente.

Elizabeth Gomes Souza:Doutoranda (2008) do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana. É Mestre em Educação Matemática (Abril-2007) pela Universidade Federal do Pará, onde graduou-se em Licenciatura Plena em Matemática (2004). É atualmente integrante do Núcleo de Pesquisas em Modelagem Matemática (NUPEMM-UEFS) sendo anteriormente integrante do grupo de pesquisa em Modelagem Matemática no Ensino (UFPA-NPADC). Nesse momento, desenvolve pesquisas sobre as discussões matemáticas geradas em um ambiente de Modelagem Matemática e também estudos sobre as implicações da organização escolar em Ciclos para a materialização da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.

Ana Rita Cerqueira Melo Santiago:Graduada em Pedagogia pela Universidade Estadual de Feira de Santana; Pós-graduada em Psicopedagogia Clínica, Hospitalar e Institucional pela Faculdade Católica de Ciências Econômicas da Bahia; Coordenadora pedagógica do Ensino Fundamental na Escola Menino Jesus de Praga; Assessora Pedagógica da Prefeitura Municipal de Conceição do Jacuípe e Professora do Ensino Fundamental da Escola Despertar em Feira de Santana.