

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**MODELAGEM E META-HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE
VEÍCULOS COM JANELAS DE TEMPO, MÚLTIPLOS ENTREGADORES E
MÚLTIPLAS VIAGENS EM UMA EMPRESA DE DISTRIBUIÇÃO DE BEBIDAS**

JOSÉ FERREIRA DE SOUZA NETO

**SÃO CARLOS
2016**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

MODELAGEM E META-HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE
VEÍCULOS COM JANELAS DE TEMPO, MÚLTIPLOS ENTREGADORES E
MÚLTIPLAS VIAGENS EM UMA EMPRESA DE DISTRIBUIÇÃO DE BEBIDAS

JOSÉ FERREIRA DE SOUZA NETO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof.^a Dra. Vitória Pureza

SÃO CARLOS

2016

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar
Processamento Técnico
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S729m Souza Neto, José Ferreira de
Modelagem e meta-heurísticas para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo, múltiplos entregadores e múltiplas viagens em uma empresa de distribuição de bebidas / José Ferreira de Souza Neto. -- São Carlos : UFSCar, 2016.
119 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2016.

1. Problema de roteamento de veículos. 2. Múltiplos entregadores. 3. Múltiplas viagens. 4. Abordagens heurísticas e metaheurísticas. 5. Programação linear inteira mista. I. Título.



Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato José Ferreira de Souza Neto, realizada em 21/03/2016:

Profa. Dra. Vitoria Maria Miranda Pureza
UFSCar

Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto
UFSCar

Profa. Dra. Patricia Belfiore Fávero
UFABC

À minha amada esposa Jéssica que,
em apenas um olhar, mudou toda a
nossa vida.

AGRADECIMENTOS

À minha orientadora prof.^a Dra. Vitória Pureza pelo apoio, incentivo, compreensão, disponibilidade, pela incansável dedicação e grande exemplo de postura profissional.

Aos membros da banca de exame de qualificação e defesa, professores doutores Reinaldo Morabito e Patrícia Belfiore Fávero, pela revisão cuidadosa e construtiva do texto.

Ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia de Produção da UFSCar, e aos funcionários Robson, Natália e Larissa, que sempre estiveram dispostos em ajudar.

A todos os integrantes do Grupo de Pesquisa Operacional (GPO) do DEP-UFSCar, em especial à Alyne Toscano, pelo compartilhamento de conhecimento durante as disciplinas, pela amizade e pelas caronas.

A todos os professores do DEP que contribuíram com conhecimentos e experiências para o meu crescimento acadêmico e intelectual.

Aos colegas que, de alguma forma, contribuíram e participaram dessa etapa da vida: Vladimir Carvalho, Oseias Oliveira, Eduardo Gomide, Nélio Garbellini e Aldair Álvarez.

Aos colegas Ronaldo Oliveira pela disponibilização dos resultados gerados por meio de seu *framework* de avaliação estatística de métodos heurísticos, e Admilson Alcântara pela ajuda e paciência na compreensão de conceitos estatísticos, assim como pela amizade sincera.

Agradeço a todos os envolvidos nas entrevistas, discussões e atividades realizadas *in loco* na empresa estudada, suas contribuições foram fundamentais para o andamento desta pesquisa.

Ao Fausto Cedrinho e família por acreditarem em meus sonhos.

A todos os membros da minha família (sem exceção), pela inspiração, motivação e compreensão pelo tempo dedicado à esta pesquisa e, porventura, minhas ausências.

À minha querida esposa Jéssica, que vivenciou meus diferentes momentos e sentimentos durante o período do mestrado. Obrigado pela sua compreensão, pela ajuda e pelo incentivo incondicional, combustíveis necessários que permitiram finalizar essa etapa. Meus sinceros agradecimentos. Amo você!

Educação não transforma o mundo.
Educação muda pessoas.
Pessoas transformam o mundo.

Paulo Freire

RESUMO

Problemas de roteamento de veículos ocorrem em diversas situações práticas onde se faz necessária a distribuição e/ou coleta de produtos. Nesse contexto, a presente pesquisa visa o estudo das operações logísticas presentes em empresas que entregam produtos em base regular a clientes localizados em áreas urbanas de alta densidade demográfica. O problema consiste na obtenção de rotas de mínimo custo visando o atendimento do maior número de clientes da carteira diária. Para tal, a tripulação de cada veículo pode contemplar múltiplos entregadores para redução dos tempos de serviço. Com base em um estudo de caso em uma distribuidora de bebidas do interior do Estado de São Paulo, é proposto um modelo de programação linear inteira mista que considera custos com frota própria e fretada e com o número de entregadores, e diversas restrições operacionais, tais como janelas de tempo em clientes, múltiplas viagens diárias, limitações de horários de circulação de tipos de veículos, compatibilidade entre veículos e clientes, capacidade máxima de carga a ser transportada em cada veículo, tempo máximo de rota e carga mínima para realização da segunda viagem. Resultados da resolução do modelo para instâncias reais por meio de abordagens exatas (*branch&cut*), heurísticas (construtiva, busca local, GRASP e *Simulated Annealing*) e híbrida (GRASP e *branch&cut*), demonstram a boa qualidade das soluções geradas, e evidenciam o potencial de uso dessas metodologias na prática.

Palavras-chave. Problema de roteamento de veículos. Múltiplos entregadores. Múltiplas viagens. Abordagens heurísticas e metaheurísticas. Programação linear inteira mista. Otimização combinatória.

ABSTRACT

Vehicle routing problems occur in many practical situations where the pickup and/or delivery of goods is required. In this context, the present research aims to contribute to the study of logistic operations that arise in companies that deliver products on a regular basis to customers in densely populated urban areas. The problem consists in designing minimal cost daily routes serving the maximal number of customers. To this end, the crew of each vehicle comprise multiple deliverymen as means to reduce service times. Based on a case study in a drinks producer and distributor in the state of São Paulo, it is proposed a mixed integer linear programming model that comprise costs with own and chartered vehicles and the number of deliverymen, and various operational constraints such as time windows in customers, multiple daily trips, time limitations for the circulation of some vehicle types in specific areas, compatibility between vehicles and customers, maximum load in each vehicle, maximum route time and minimum load for the realization of a second trip. Results obtained by solving the model with real instances through exact (branch&cut), heuristic (constructive, local search, GRASP and Simulated Annealing) and hybrid (GRASP and branch&cut) approaches demonstrate the good quality of the generated solutions, and indicate the potential of application of some of these methods in practice.

Palavras-chave. Vehicle routing problem. Multiple deliverymen. Multi-trip. Heuristics and Metaheuristics approaches. Mixed integer linear programming. Combinatorial optimization.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE QUADROS	iii
LISTA DE TABELAS	iv
LISTA DE ABREVIATURAS	v
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Metodologia e Objetivos	3
1.2 Justificativa	4
1.3 Organização do texto.....	5
2 A EMPRESA ESTUDADA E SUA LOGÍSTICA DE DISTRIBUIÇÃO	6
2.1 A empresa objeto de estudo	6
2.2 A frota de veículos	7
2.3 Processos de recebimento e validação de pedidos	9
2.4 Processo de geração dos pedidos	10
2.5 Restrições do roteamento	11
2.5.1 Restrições de circulação de veículos em áreas centrais	12
2.5.2 Restrições de compatibilidade de caminhões e clientes	12
2.5.3 Restrições de janelas de tempo de clientes.....	13
2.6 Processo de roteamento.....	13
2.7 Processo de carregamento	16
2.8 Processo de faturamento.....	17
2.9 Processo de entrega	18
2.9.1 Mudanças do sequenciamento de clientes.....	19
2.9.2 A operação de entrega.....	23
2.9.3 Rotas perigosas.....	25
2.9.4 Múltiplas viagens	25
3 TRABALHOS CORRELATOS.....	27
3.1 VRP com Múltiplas Viagens.....	27
3.2 VRP com Múltiplos Entregadores.....	34
4 MODELAGEM MATEMÁTICA	40
4.1 Descrição do problema.....	40
4.2 Formulação.....	41

4.3 Experimentos para validação do modelo.....	47
5 ABORDAGENS HEURÍSTICAS.....	53
5.1. A heurística construtiva determinística.....	55
5.1.1 A heurística de inserção de nós.....	56
5.1.2 A heurística de factibilização de rotas.....	58
5.2 Uma alternativa à heurística construtiva determinística.....	60
5.3. A heurística de busca local.....	61
5.3.1 Fase de redução de rotas.....	62
5.3.2 Fase de redução de distância percorrida.....	62
5.3.3 Fase de redução do número de entregadores.....	63
5.4. O algoritmo de <i>simulated annealing</i>	64
5.5 O algoritmo GRASP.....	65
5.6. Resumo das abordagens heurísticas.....	68
6 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS.....	69
6.1 Instâncias tratadas.....	70
6.1.1 Classe C – RC01 e MC01.....	72
6.1.2 Classe C – RC02 e MC02.....	73
6.1.3 Classe P – RP01 e MP01.....	75
6.1.4 Classe B – RB01 e MB01.....	77
6.1.5 Classe S – RS02 e MS02.....	79
6.1.6 Classe T – RT03 e MT03.....	80
6.2. Resultados computacionais.....	82
6.2.1. Empresa e GAMS/CPLEX.....	82
6.2.1.1 Classe C.....	85
6.2.1.2 Classe P.....	86
6.2.1.3 Classe B.....	86
6.2.1.4 Classe S.....	87
6.2.1.5 Classe T.....	87
6.2.2. GAMS/CPLEX e as abordagens heurísticas HCD_BL e HCD_SA.....	91
6.2.3. GAMS/CPLEX e o algoritmo GRASP.....	92
6.2.4. GAMS/CPLEX a partir da solução da melhor abordagem heurística.....	94
6.2.5. GAMS/CPLEX a partir da melhor solução com $\tau_{max} = 36.000$ seg.....	96
6.2.6. Interpretação estatística de desempenho.....	97
7 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE PESQUISAS FUTURAS.....	100

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	103
APÊNDICE A – Exemplo de implementação do modelo (1)-(18) em linguagem GAMS	110

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Tipos de caminhões utilizados na distribuição de produtos: (a) caminhão de 3 portas <i>transit</i> ; (b) caminhão de 6 portas; (c) caminhão de 10 portas.....	8
Figura 2: Processo de Vendas.....	10
Figura 3: Quadrantes para classificação de clientes.....	11
Figura 4: Setores geográficos para distribuição de produtos.....	14
Figura 5: Exemplo de três rotas na zona central da cidade de Ribeirão Preto, geradas com o <i>software</i> Roadnet: (a) 1ª viagem; (b) 2ª viagem.....	15
Figura 6: Exemplo de interface do <i>software</i> de monitoramento de rotas.....	21
Figura 7: Exemplo detalhado de interface do software no monitoramento de uma rota.....	22
Figura 8: Exemplo de rota com agrupamento de clientes.....	35
Figura 9: Rede de fluxo e rota de um caminhão.....	42
Figura 10: Rotas do exemplo <i>toy</i> 1.....	49
Figura 11: Rotas do exemplo <i>toy</i> 2.....	50
Figura 12: Rotas do exemplo <i>toy</i> 3.....	50
Figura 13: Rotas do exemplo <i>toy</i> 4.....	51
Figura 14: Rotas do exemplo <i>toy</i> 5.....	51
Figura 15: Rotas do exemplo <i>toy</i> 6.....	52
Figura 16: Procedimento HCD para o modelo do MTRVPTWMD.....	54
Figura 17: Procedimento GRASP para o modelo do MTRVPTWMD.....	54
Figura 18: Passos da heurística construtiva no procedimento HCD.....	55
Figura 19: Passos da heurística de inserção da heurística construtiva do procedimento HCD.....	58
Figura 20: Passos da heurística de factibilização das viagens que violam a restrição de carga mínima.....	60
Figura 21: Passos da primeira versão da heurística construtiva determinística.....	61
Figura 22: Passos da heurística de busca local BL.....	62
Figura 23: Passos do procedimento de redução do número de rotas.....	62
Figura 24: Passos do procedimento de redução de distância dos veículos da frota própria.....	63
Figura 25: Passos do procedimento de redução do número de entregadores.....	64
Figura 26: Passos do algoritmo de <i>simulated annealing</i>	65
Figura 27: Passos da heurística construtiva probabilística do algoritmo GRASP.....	66
Figura 28: Passos da heurística de inserção da heurística construtiva probabilística do procedimento GRASP.....	67
Figura 29: Clientes e <i>clusters</i> da instância RC01.....	72
Figura 30: Rotas geradas pela empresa para a instância RC01.....	72
Figura 31: Clientes e <i>clusters</i> da instância MC01.....	73
Figura 32: Rotas geradas com o GAMS/CPLEX para a instância MC01.....	73
Figura 33: Clientes e <i>clusters</i> da instância RC02.....	74
Figura 34: Rotas geradas pela empresa para a instância RC02.....	74
Figura 35: Clientes e <i>clusters</i> da instância MC02.....	74
Figura 36: Rotas geradas com o GAMS/CPLEX para a instância MC02.....	74
Figura 37: Clientes e <i>clusters</i> da instância RP01.....	76
Figura 38: Rotas geradas pela empresa para a instância RP01.....	76
Figura 39: Clientes e <i>clusters</i> da instância MP01.....	76
Figura 40: Rotas geradas com o GAMS/CPLEX para a instância MP01.....	76
Figura 41: Clientes e <i>clusters</i> da instância RB01.....	77
Figura 42: Rotas geradas pela empresa para a instância RB01.....	77
Figura 43: Clientes e <i>clusters</i> da instância MB01.....	78

Figura 44: Rotas geradas com o GAMS/CPLEX para a instância MB01.....	78
Figura 45: Clientes e <i>clusters</i> da instância RS02.....	79
Figura 46: Rotas geradas pela empresa para a instância RS02.....	79
Figura 47: Clientes e <i>clusters</i> da instância MS02.....	80
Figura 48: Rotas geradas com o GAMS/CPLEX para a instância MS02.....	80
Figura 49: Clientes e <i>clusters</i> da instância RT03.....	81
Figura 50: Rotas geradas pela empresa para a instância RT03.....	81
Figura 51: Clientes e <i>clusters</i> da instância MT03.....	81
Figura 52: Rotas geradas com o GAMS/CPLEX para a instância MT03.....	81
Figura 53: Evolução do <i>gap</i> em três instâncias.....	97
Figura 54: <i>Boxplot</i> dos métodos propostos.....	98
Figura 55: Gráfico de <i>fitness</i> dos métodos propostos.....	99

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Grupo de caminhões da empresa.....	7
Quadro 2 – Dados de entrada adicionais dos exemplos <i>toy</i>	48
Quadro 3 – Características dos exemplos <i>toy</i>	48
Quadro 4 – Características das instâncias reais tratadas..	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados computacionais dos exemplos <i>toys</i>	49
Tabela 2 – Medidas das soluções da empresa.	82
Tabela 3 – Medidas das soluções do modelo (1)-(18) com o GAMS/CPLEX.	83
Tabela 4 – Desvios percentuais médios de medidas das soluções do modelo(1)-(18) com o GAMS/CPLEX em relação às medidas das soluções estimadas da empresa para cada classe de instâncias.	88
Tabela 5 – Resultados gerais das soluções da empresa e do modelo (1)-(18) com o GAMS/CPLEX.	89
Tabela 6 – Medidas das soluções do modelo (1)-(18) com o GAMS/CPLEX sob dois tempos máximos de execução τ_{max}	90
Tabela 7 – Medidas das soluções do modelo (1)-(18) obtidas com as abordagens HCD_BL e HCD_SA.	91
Tabela 8 – Medidas das soluções do modelo (1)-(18) obtidas com as abordagens GRASP_BL.	93
Tabela 9 – Medidas das soluções do modelo (1)-(18) obtidas com o GAMS/CPLEX e o método híbrido.	94
Tabela 10 – Desvios percentuais médios de medidas das soluções do modelo(1)-(18) com o método híbrido em relação às soluções com o método GRASP_BL para cada classe de instâncias.	96
Tabela 11 – Resultados da estatística descritiva dos dados (<i>gaps</i>) de cada método proposto.	97

LISTA DE ABREVIATURAS

BL	Algoritmo de busca local
CRM	<i>Customer Relationship Management</i> (Gestão de relacionamento com o cliente)
DMAIC	Acrônimo da metodologia de condução de projetos para melhoria contínua de processos empresariais: D efinir, M edir, A nalisar, I mplementar e C ontrolar
ERP	<i>Enterprise Resource Planning</i> (Planejamento dos recursos da empresa)
GRASP	Algoritmo <i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure</i>
HCD	Heurística construtiva determinística
LRC	Lista restrita de candidatos
MTVRP	<i>Multi-Trip Vehicle Routing Problem</i> (Problema de roteamento de veículo com múltiplas viagens)
MTVRPTW	<i>Multi-Trip Vehicle Routing Problem with Time Windows</i> (Problema de roteamento de veículo com múltiplas viagens e janelas de tempo)
MTVRPTWMD	<i>Multi-trip Vehicle Routing Problem with time windows multiple deliverymen</i> (Problema de roteamento de veículo com múltiplas viagens, janelas de tempo e múltiplos entregadores)
SA	Algoritmo <i>simulated annealing</i>
SKU	<i>Stock Keeping Unit</i> (Unidade mantida em estoque)
VRP	<i>Vehicle Routing Problem</i> (Problema de roteamento de veículo)
VRPMD	<i>Vehicle Routing Problem with multiple deliverymen</i> (Problema de roteamento de veículo com múltiplos entregadores)
VRPTWMD	<i>Vehicle Routing Problem with time windows and multiple deliverymen</i> (Problema de roteamento de veículo com janelas de tempo e múltiplos entregadores)

1 INTRODUÇÃO

O planejamento de operações de coleta e/ou entrega de bens e serviços é uma atividade de suma importância para muitas empresas. Uma das decisões centrais desse planejamento é a elaboração regular de um conjunto de rotas a serem realizadas por uma frota de veículos. As rotas definem o conjunto de clientes servidos por cada veículo, bem como seu sequenciamento e a programação das visitas, e sua elaboração requer a consideração de características específicas do ambiente em questão. Um elemento a ser considerado são os próprios objetivos da logística de distribuição da empresa, os quais refletem os fatores de competitividade adotados pela mesma. Dentre os objetivos mais comuns, incluem-se a obtenção de rotas com menor custo associado (número de veículos utilizados da frota própria, número de veículos terceirizados ou fretados, distância percorrida, combustível utilizado, tempo de execução), assim como rotas que ofereçam maior nível de serviço (maior quantidade de clientes atendidos, menor violação de prazos acordados).

Outro elemento importante que precisa ser considerado na elaboração das rotas são os fatores que restringem o alcance dos objetivos. Limitações de tempo máximo de rota, de capacidade e peso da carga dos veículos da frota, número de depósitos de onde os veículos partem para realização das rotas (ou sua ausência), imposição de janelas de tempo para a coleta ou entrega em cada cliente, e tipos de veículos que podem atender cada cliente são alguns exemplos de restrições que circunscrevem rotas consideradas viáveis para implementação na prática. É fácil perceber que o confronto entre os objetivos que se deseja alcançar e as restrições que limitam o seu alcance torna o processo decisório de planejamento e programação de rotas bastante complexo e um grande desafio para os tomadores de decisão.

Problemas de roteamento de veículos aparecem em diferentes situações práticas, incluindo a entrega de produtos a clientes, a coleta e o transporte de lixo urbano, a determinação de roteiros com paradas em estações de recarregamento para veículos movidos à bateria, o transporte de pessoas com dificuldades de locomoção, e o conserto de equipamentos em domicílios diferentes. Existem numerosas compilações de variantes, métodos de solução e aplicações reais que podem ser consultadas, por exemplo, em Bodin *et al.* (1983), Assad (1988), Ronen (1988), Osman (1993), Desroisiers *et al.* (1995), Cunha (2000), Breedam (2001), Bräysy e Gendreau (2005a, 2005b), Parragh *et al.* (2008), Laporte

(2009), Baldacci *et al.* (2010), Belfiore e Yoshizaki (2013) e Schneider *et al.* (2014). Esses autores mostram que, há várias décadas, um grande esforço vem sendo despendido pela comunidade científica no tratamento desses problemas. Isso se deve tanto por sua relevância prática como por sua dificuldade de resolução. Entretanto, como cada caso estudado pode apresentar características particulares em relação ao já discutido na literatura, novas variações do problema continuam a surgir e a requerer tratamentos diferenciados.

Neste trabalho é considerada uma variante que representa a situação de muitas empresas que entregam grandes volumes de produtos em centros urbanos diariamente. Devido à dificuldade de estacionamento dos veículos de entrega, clientes próximos entre si são agrupados, e para cada agrupamento se associa um único ponto de parada para o veículo designado para servir esses clientes. A entrega dos produtos aos clientes de um dado agrupamento é então realizada pelo motorista e, possivelmente, alguns ajudantes que visitam os clientes a pé a partir do local de parada. A necessidade de ajudantes se deve aos tempos de serviço despendidos em cada agrupamento serem relativamente altos quando comparados ao tempo de deslocamento dos veículos, de maneira que o uso de ajudantes permite reduzir o tempo de conclusão das entregas e, conseqüentemente, aumentar o número de clientes atendidos durante a jornada de trabalho diária dos funcionários envolvidos na operação. Evitar que ocorra a violação da jornada de trabalho também é outro fator importante para garantir o alcance dos objetivos da operação logística.

Situações como a descrita são comuns em empresas do setor de bebidas e tabaco, para as quais um grande número de clientes consiste de pequenos estabelecimentos comerciais localizados nos centros das cidades, tais como lanchonetes, bares, restaurantes, padarias e lojas de conveniência. Como o tempo de serviço nos agrupamentos depende do número de entregadores, além das decisões tradicionais de roteamento e programação de veículos, o planejamento das rotas deve também definir o número de entregadores em cada veículo utilizado. Janelas de tempo para a entrega dos produtos não são incomuns nesse contexto, pois evitam conflitos com períodos críticos de atendimento aos consumidores (por exemplo, horário de almoço em restaurantes) ou com entregas de outros fornecedores.

A consideração de múltiplos entregadores foi pela primeira vez tratada em Ferreira e Pureza (2012) com a variante denominada Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Entregadores (*Vehicle routing problem with multiple deliverymen - VRPMD*), e em Pureza *et al.* (2012) com o Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo e Múltiplos Entregadores (*Vehicle routing problem with time windows and multiple*

deliverymen - VRPTWMD). Em ambos os casos, e também em Grancy e Reimann (2014a), Grancy e Reimann (2014b) e Alvarez Diaz (2016), a modelagem dos problemas manteve aspectos considerados relevantes para a temática tratada, e foram elaboradas pela motivação de resolução de problemas práticos, no entanto, não reportaram soluções ou exemplos de situações reais associadas à qualquer empresa em particular.

Nesta pesquisa, o objeto de estudo consiste nas operações de entrega dos produtos em centros urbanos inspirado pela operação de uma empresa produtora e distribuidora de bebidas do interior de São Paulo. A entrega é realizada por múltiplos entregadores em cada veículo (caminhão), e a operação logística em si considera características diferentes e restrições ausentes nos modelos dos trabalhos anteriores, como frota heterogênea, a possibilidade de contratação de caminhões fretados (*charter*), a possibilidade de múltiplas viagens (*multi-trip*) no período para um mesmo caminhão de entrega, a variação do número de ajudantes entre viagens no período respeitando a capacidade máxima na cabine do veículo, a existência de rotas perigosas, as limitações de horários de circulação de tipos de caminhões em áreas específicas da cidade, e limitações de tipos de caminhões que podem atender cada cliente. O problema pode ser, portanto, caracterizado como um Problema de roteamento de veículos multi-viagem com janelas de tempo e múltiplos entregadores (*Multi-trip vehicle routing problem with time windows multiple deliverymen* - MTVRPTWMD).

Assim como a maioria dos problemas de roteamento de interesse, o VRPMD e suas variantes VRPTWMD e MTVRPTWMD pertencem à classe NP-hard (GAREY; JONHSON, 1979), sendo, portanto, considerados de difícil resolução. Isso faz de seu tratamento, um desafio para profissionais da prática e pesquisadores. A relevância prática e teórica do impacto de múltiplos entregadores no tempo de realização da operação é também evidenciada na taxonomia de problemas de roteamento de veículos recentemente proposta em Braekers *et al.* (2015).

1.1 Metodologia e Objetivos

A presente pesquisa se caracteriza como empírica descritiva (BERTRAND; FRANSOO, 2002; MORABITO; PUREZA, 2010), na medida em que almejou produzir um modelo que representasse o mais precisamente possível às observações e ações da empresa estudada, e que descrevesse adequadamente as relações causais existentes. A pesquisa também se caracteriza como empírica prescritiva, uma vez que almejou o desenvolvimento de estratégias e ações que melhorem a situação atual da empresa.

Os objetivos consistiram em: (i) o estudo das operações logísticas de distribuição da empresa selecionada; (ii) o desenvolvimento de um modelo de programação matemática que descrevesse de forma suficientemente precisa as operações de entrega dos produtos em centros urbanos do mercado da empresa; e (iii) o desenvolvimento e implementação de métodos de resolução do modelo com potencial de aplicação prática.

Em relação ao primeiro objetivo, o estudo foi realizado por meio de entrevistas semiestruturadas com funcionários da área logística, análise documental e observação. Em relação ao segundo objetivo, um modelo linear inteiro misto foi desenvolvido a partir do estudo realizado, e resolvido pelo método exato de um *software* comercial com exemplos de tamanho reduzido e de tamanho realista, por sua vez, delineados a partir do levantamento e processamento dos dados coletados. As soluções obtidas foram então analisadas com o apoio de funcionários responsáveis pelo planejamento de rotas da empresa, a fim de sanar possíveis inconsistências em relação às regras de operação e objetivos da empresa. Finalmente, em relação ao terceiro objetivo, foram propostas e implementadas heurísticas, meta-heurísticas, bem como uma abordagem híbrida simples, sendo os tempos computacionais de execução desses métodos limitados ao tempo de planejamento de rotas efetivamente utilizado na empresa.

1.2 Justificativa

As operações de entrega de produtos em centros de cidades apresentam de forma geral dificuldades de implementação prática em função das várias restrições impostas, em particular, daquelas tipicamente encontradas na logística urbana como, por exemplo, limitações de tráfego de veículos de maior porte em determinadas áreas a períodos limitados do dia. A consideração de múltiplos entregadores nos veículos adiciona maior complexidade às operações, de maneira que a proposição de procedimentos bem estruturados que ofereçam soluções eficientes é de grande interesse de empresas envolvidas nesse tipo de atividade, sejam do setor de bebidas ou de outros setores com características similares. Tanto quanto sabido, a decisão sobre o número de entregadores não vem sendo suficientemente explorada em sistemas computacionais logísticos projetados para apoiar decisões de roteamento e programação de veículos¹.

¹ Uma ferramenta que endereça essa questão é o *software* de roteamento de veículos para aplicações industriais produzido pela empresa Optrak [<http://optrak.com/>], no qual se permite que o usuário especifique uma equipe de até três entregadores. Os tempos de serviço são, então, ajustados pelo *software*. (N. A.).

Além dessa motivação, no caso da empresa estudada, o número de ajudantes em cada caminhão de entrega tem um valor fixo, e determinado de maneira intuitiva. É interessante, portanto, verificar se a definição do número de entregadores com base nas características de cada viagem dos caminhões pode trazer benefícios, tais como redução de custos, satisfação de restrições antes violadas, e o aumento do número de agrupamentos visitados dentro da jornada de trabalho dos funcionários. Este último benefício é particularmente relevante e associado diretamente ao primeiro, pois mesmo utilizando ajudantes nas rotas, é comum que parte da demanda diária da empresa não seja atendida durante a jornada de trabalho. Como o mercado de bebidas é competitivo, a política adotada é de atendimento de toda a carteira diária de pedidos, o que muitas vezes implica no pagamento de horas extras e multas. Sendo a empresa típica do setor de bebidas, o modelo e os métodos de solução propostos poderão ser úteis para outras distribuidoras, assim como para empresas de outros setores com operações de distribuição similares.

Além da motivação prática do desenvolvimento desse projeto, problemas de roteamento com múltiplos ajudantes permanecem pouco explorados, de maneira que seu estudo e de novas variantes podem representar contribuições ao corpo de conhecimento da otimização combinatória e da logística de distribuição.

1.3 Organização do texto

A estruturação do restante deste documento é definida como se segue. O Capítulo 2 descreve a empresa estudada e os aspectos da logística de distribuição adotada, considerados relevantes para o propósito desta pesquisa. No Capítulo 3 é apresentada a revisão bibliográfica dos principais trabalhos correlatos ao MTRPTWMD. A modelagem matemática é descrita no Capítulo 4, e discute resultados de experimentos computacionais com a resolução de exemplares fictícios com métodos exatos. O Capítulo 5 descreve as abordagens heurísticas e híbrida propostas. O Capítulo 6 apresenta os resultados da resolução de instâncias reais da empresa com métodos exatos e as abordagens heurísticas. Finalmente, o Capítulo 7 apresenta as conclusões e perspectivas de pesquisa futura, seguido das referências bibliográficas utilizadas.

2 A EMPRESA ESTUDADA E SUA LOGÍSTICA DE DISTRIBUIÇÃO

Empresas de bebidas fazem parte da indústria de transformação que produz e comercializa vários tipos de produtos para o consumo humano. Neste capítulo, apresenta-se de forma breve, dados gerais sobre a empresa de bebidas onde foi feito o estudo de caso, e discute-se em maior detalhe, seu processo de distribuição de produtos finais. A elaboração do texto usa informações fornecidas pela empresa e documentos públicos, assim como entrevistas semiestruturadas com funcionários diretamente envolvidos na distribuição dos produtos, e a observação do pesquisador durante o acompanhamento da execução de uma rota diária. Ressalta-se que sendo a empresa típica do setor de bebidas, parte dessa discussão é também válida para outras empresas do setor.

2.1 A empresa objeto de estudo

Localizada no Estado de São Paulo, a empresa estudada atua no mercado de bebidas de forma a atender os processos básicos de produção de refrigerantes, bebidas à base de frutas, águas e chás, assim como na comercialização e distribuição de refrigerantes, sucos, águas, chás, cervejas, chopp, energéticos e hidrotônicos.

A empresa conta com 8 linhas de produção. Seu *mix* de produtos é superior a 200 SKUs², cada qual identificando uma variação de produto, em geral, especificações do segmento, da marca, do sabor e do tamanho. É considerada uma empresa de grande porte, visto que fatura em torno de R\$ 900 milhões por ano.

A empresa atende em torno de 25.000 clientes semanalmente, distribuídos por 131 municípios, dos quais 78 estão localizados no Estado de São Paulo e 53 no Estado de Minas Gerais. Para realização de suas atividades, possui aproximadamente 2.500 colaboradores, sendo 1.900 funcionários diretos e 600 prestadores de serviços atuando interna e externamente, alocados na Matriz e em suas Unidades de Negócios. Em função de seu grande mercado, observa-se esforços na otimização dos processos com a implementação de projetos internos que aplicam conceitos de *Lean* e *Six Sigma* nas diversas áreas funcionais, e em particular, na área de Logística.

² *Stock Keeping Unit* (Unidade Mantida em Estoque): identificador utilizado por fabricantes de bebidas para sistematizar os produtos ofertados.

2.2 A frota de veículos

Em agosto de 2014, a frota total da empresa contabilizava 355 veículos, dos quais 222 correspondiam a caminhões para entrega de produtos aos clientes. A frota de caminhões pode ser classificada em 6 grupos, diferenciados pela capacidade de armazenamento. Os grupos e suas características são apresentados no Quadro 1:

Quadro 1 – Grupo de caminhões da empresa.

Grupo	Tipo de caminhão	Capacidade de armazenamento	Capacidade máxima permitida	Restrição dominante
1	3 portas <i>transit</i>	300 cubos	150 cubos	Peso
2	6 portas	600 cubos	400 cubos	Peso
3	8 portas	800 cubos	760 cubos	Eixo
4	10 portas	1.000 cubos	960 cubos	Eixo
5	12 portas baía	1.200 cubos	1.160 cubos	Eixo
6	12 portas plataforma	1.400 cubos	1.360 cubos	Eixo

A capacidade de armazenamento (3ª coluna do quadro) é medida pela quantidade de cubos (ou seja, o volume) que cada caminhão possui para armazenamento de produtos. No entanto, a capacidade máxima permitida (4ª coluna do quadro) é inferior. Essa perda se dá por conta do peso da carga, o qual não pode ultrapassar o peso máximo que o veículo suporta, para os caminhões de 3 e 6 portas. Ou seja, mesmo que o caminhão tenha espaço físico para armazenar uma quantidade maior de produtos, não tem capacidade para suportar seu peso.

Outro ponto que determina a capacidade máxima permitida, e que atinge caminhões de 8 a 12 portas, está relacionado às rodas traseiras, sendo assim chamado de restrição de eixo (5ª coluna do quadro). O espaço interno do caminhão próximo às rodas traseiras é diminuído pela elevação do assoalho (devido à existência do eixo que interliga as rodas), que objetiva a proteção das rodas, e que acaba provocando perda de espaço interno. Ou seja, mesmo que o peso máximo não tenha sido excedido, o caminhão não tem espaço físico para comportar cargas adicionais. A 5ª coluna (restrição dominante) do quadro informa o tipo de restrição que provoca a perda de capacidade de armazenamento em cada tipo de caminhão. Os caminhões de 3 portas e o de 6 portas e, portanto, com restrições de peso, são os que mais perdem em capacidade.

A Figura 1 ilustra três dos seis tipos de caminhões da empresa. Por razões de confidencialidade, as logomarcas que identificariam a empresa foram eliminadas das fotos. A velocidade média, comum a todos os grupos do Quadro 1 é de 60 km/h quando os caminhões transitam em vias urbanas, e de 90 km/h quando transitam em estradas intermunicipais.



(a)



(b)



(c)

Figura 1: Tipos de caminhões utilizados na distribuição de produtos: (a) caminhão de 3 portas *transit*; (b) caminhão de 6 portas; (c) caminhão de 10 portas.

Fonte: Empresa (2014).

Adicionalmente à frota própria, a empresa contrata veículos de terceiros (veículos fretados) nas épocas do ano em que a demanda dos clientes aumenta ao ponto da frota própria não ser suficiente para atendê-la. Geralmente o último trimestre do ano e o mês de fevereiro são os períodos de maior contratação dos veículos fretados; tais períodos se referem às festividades de natal, virada do ano e carnaval, respectivamente. Caso a empresa decidisse aumentar sua frota ao ponto de não ser mais necessário contratar veículos fretados, o aumento seria de 40%.

Os veículos fretados são geralmente utilizados no atendimento de clientes com maior demanda, tais como supermercados e hipermercados. Em clientes desses segmentos a preocupação com a qualidade do atendimento pelo entregador é menos relevante, o importante é efetivar o atendimento. Nesses casos, o processo de descarregamento dos produtos é feito com a ajuda de equipamentos adicionais, tais como empilhadeiras, minimizando a atuação do entregador. A capacidade dos veículos fretados geralmente se equipara com a dos veículos do grupo 6. E como já mencionado, o fato dos veículos fretados

serem priorizados para atender apenas os grandes clientes impacta diretamente a quantidade de veículos contratados diariamente. Um total de 5 veículos fretados tem se mostrado suficiente para os períodos sazonais (mesmo não evitando que alguns clientes não sejam atendidos), além de proporcionar um custo consideravelmente menor para a empresa quando comparado ao requerimento de 40% de aumento da frota própria.

2.3 Processos de recebimento e validação de pedidos

Os consultores de vendas iniciam seu dia de trabalho realizando visitas e vendas aos clientes. Cada um desses clientes está configurado no banco de dados da empresa, em uma funcionalidade chamada “Calendário de Visita - Vendas e Entrega” do sistema ERP (fornecedor SAP), o qual consiste de um calendário que mostra os dias em que a visita de venda e a visita de entrega serão realizadas. Ou seja, a primeira dessas datas apresenta os dias da semana em que o consultor de vendas visitará o cliente, e a segunda apresenta os dias em que o motorista e os demais entregadores farão a entrega de produtos ao cliente.

Uma vez que os clientes tenham sido definidos e atualizados no dispositivo móvel do consultor de vendas, o mesmo inicia seu processo de negociação e vendas. Após a finalização de cada pedido de venda, o consultor é orientado pela empresa a fazer, imediatamente, a transmissão eletrônica do pedido. Essa transmissão permite que as áreas funcionais Comercial e Logística possam acompanhar a evolução da demanda diária e, assim, ter condições de avaliar o mercado e tomar decisões de distribuição ao longo do dia. Nesse mesmo momento da transmissão, o sistema de informação realiza algumas validações, tais como verificar se o cliente possui alguma restrição financeira, se o cliente possui restrição de cadastro junto aos órgãos competentes (o que impediria a emissão da nota fiscal ao cliente) e, ainda, se há produtos em estoque suficientes para atender tais demandas.

No final do dia, especificamente às 18:30 h., encerra o prazo para que os consultores de vendas façam suas últimas transmissões de pedidos dos clientes. Tais pedidos são programados para serem entregues no próximo dia parametrizado no “Calendário de Visita”, podendo ser o próximo dia útil ou um outro dia com intervalo maior. A partir das 18:30 h, inicia o processo de geração dos pedidos, descrito na próxima seção.

O processo de vendas descrito na Figura 2, apresenta a interação entre os sub processos, que resume desde a emissão dos pedidos feitos pelo consultor de vendas até a

prestação de contas realizado pelo veículo de entrega, quando retorna para a empresa para finalizar o seu dia de trabalho.



Figura 2: Processo de Vendas.

Fonte: Empresa (2014).

2.4 Processo de geração dos pedidos

A geração dos pedidos é a atividade em que o sistema agrupa os pedidos e realiza novamente as validações já feitas no processo anterior, ou seja, verifica se há quantidade em estoque suficiente para atender toda a demanda e se não há restrições financeiras e de cadastro junto aos órgãos competentes. Adicionalmente a essas condições, verifica-se quais são as condições de pagamento para os clientes e se a demanda diária poderá ser atendida com a quantidade de caminhões da frota, assim como o número de entregadores disponíveis. Nesta etapa, são também identificados clientes com prioridade de serem atendidos, definidos pelo processo de gestão de relacionamento com o cliente (CRM).

As prioridades dos clientes são definidas semestralmente por um processo chamado “Gestão de Relacionamento com o Cliente (CRM)”, no qual se avalia dois grupos de critérios apresentados na Figura 3: a margem de lucro que o cliente proporciona, e a quantidade de produtos comprados pelo cliente. O cliente então pode ser enquadrado em uma das quatro categorias existentes, chamadas de quadrantes. As categorias são:

- **Parceiro estratégico:** clientes que proporcionam uma margem de lucro acima da média do seu segmento e que compram uma variedade de produtos acima da média do seu segmento

- Parceiro: clientes que compram uma variedade de produtos acima da média do seu segmento, porém não proporcionam uma margem de lucro acima da média do seu segmento
- Líder alvo: clientes que proporcionam uma margem de lucro acima da média do seu segmento, mas não compram uma variedade de produtos acima do seu segmento
- Transacional: clientes que proporcionam margem de lucro abaixo da média do seu segmento, e variedade de produtos também abaixo da média do seu segmento. Clientes novos, que ainda não passaram pelo processo semestral de reclassificação de suas categorias, são associados a este nível de parceria

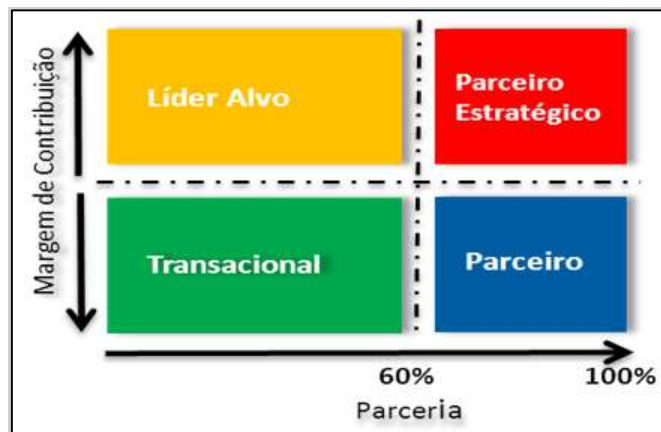


Figura 3: Quadrantes para classificação de clientes.
Fonte: Empresa (2014).

A prioridade não está relacionada à decisão do processo de distribuição, nem mesmo ao processo de roteirização das rotas. A prioridade é utilizada apenas para decidir quais clientes receberão os produtos caso a oferta seja menor que a demanda.

Ao fim do processo de geração de pedidos, estes são agrupados por região (veja Seção 2.6), procedendo-se, então, a elaboração das rotas de entrega dos produtos.

2.5 Restrições do roteamento

A elaboração das rotas para entrega dos produtos precisa considerar diferentes tipos de restrições. Alguns desses tipos não surgem da adoção de alguma política da empresa (como a duração da jornada, o número máximo de rotas diárias, entre outras), mas são típicas da logística urbana, atingindo outras empresas envolvidas na distribuição de produtos. As seções a seguir descrevem essas restrições.

2.5.1 Restrições de circulação de veículos em áreas centrais

Uma característica importante presente no processo de distribuição de produtos e que impacta diretamente as decisões logísticas por estar diretamente relacionada à frota existente, é que algumas cidades da área de atuação da empresa possuem restrições quanto ao horário em que os tipos de caminhões podem trafegar em regiões centrais. De fato, leis municipais têm restringido os horários de circulação nessas áreas em função do porte do veículo. A seguir é apresentada como esse tipo de restrição se manifesta em três cidades paulistas servidas pela empresa:

- Ribeirão Preto: todos os tipos de caminhões podem trafegar até às 10:00 hs. Após esse horário, apenas os veículos do grupo 1 (03 portas – *transit*) tem essa permissão, uma vez que possuem rodas traseiras simples (e não duplas), o que os caracteriza como “veículos leves”.
- Jaboticabal: adota a mesma regulamentação da cidade de Ribeirão Preto, exceto que o horário máximo de circulação de todos os grupos de caminhões é 09:00 hs.
- Araraquara: adota a mesma regulamentação da cidade de Jaboticabal.

Outra restrição, desta vez, imposta pela própria empresa, proíbe o tráfego de seus caminhões dos grupos 5 e 6 em áreas centrais em qualquer horário. Tal imposição se deve à grande dificuldade de circulação desses longos veículos em ruas estreitas ou com grande volume de tráfego, comuns nos centros das cidades.

Cabe ressaltar que quando as rotas são geradas, é possível que clientes localizados nas regiões fronteiriças à região central sejam incorporados a rotas que também servem áreas centrais. Quanto isso acontece, as restrições de circulação no centro são também aplicadas a esses clientes.

2.5.2 Restrições de compatibilidade de caminhões e clientes

Em certos clientes, o descarregamento da carga só é possível se o caminhão possuir equipamentos que o viabilizem a operação. Assim sendo, é necessário impor restrições que prescrevam os tipos de caminhões compatíveis com cada cliente. Enquanto clientes de menor porte são compatíveis com qualquer tipo de caminhão, grandes supermercados aceitam apenas caminhões do grupo 6. Esses estabelecimentos geralmente possuem uma área elevada e específica para o recebimento de produtos (denominada “plataforma”), o que requer

caminhões de entrega equipados com uma plataforma de elevação, e presente apenas no grupo 6. Desta maneira, os produtos são retirados do veículo com empilhadeiras do cliente, facilitando e agilizando o processo de descarga.

2.5.3 Restrições de janelas de tempo de clientes

Outra restrição presente na operação são as janelas de tempo dos clientes, ou seja, o intervalo de tempo em que o serviço deve ser iniciado em cada cliente. Há apenas um segmento de clientes da empresa que impõe tal restrição; este segmento são os restaurantes, os quais requerem que o início do serviço ocorra até às 09:00 hs. Esse limite superior leva em conta o tempo requerido de resfriamento de alguns produtos antes do horário de abertura desses estabelecimentos ao público.

Note que o limite inferior das janelas de tempo dos restaurantes corresponde ao início da jornada de trabalho dos entregadores. Note também que essa janela de tempo é comum a todos os clientes do segmento restaurantes.

2.6 Processo de roteamento

Cada cliente envolvido no processo de vendas já possui uma configuração que o coloca em uma região de entrega. As regiões de entrega, conhecidas como *setores*, são identificadas na Figura 4 por meio de diferentes cores, enquanto a numeração representa a quantidade de clientes localizados em cada setor na ocasião do estudo de caso. Um total de 6.415 clientes são atendidos pela empresa na cidade de Ribeirão Preto e, adicionalmente aos setores representados na Figura 4, há outros 4 setores que não foram representados por conta da dispersão geográfica dos clientes. São eles: i) 58 clientes do tipo supermercados e hipermercados; ii) 187 clientes localizados em *shopping centers*; iii) 90 clientes dos tipos clube recreativo e instituições de ensino e iv) 478 clientes atendidos pela operação noturna. Todas as cidades atendidas pela empresa são setorizadas. A empresa tem a licença do *software* de roteamento Roadnet, desenvolvido pela norte-americana *UPS Logistics Group*. O *software*, a princípio, respeita a setorização, gerando rotas com clientes do mesmo setor e com pedidos a serem entregues no mesmo dia.

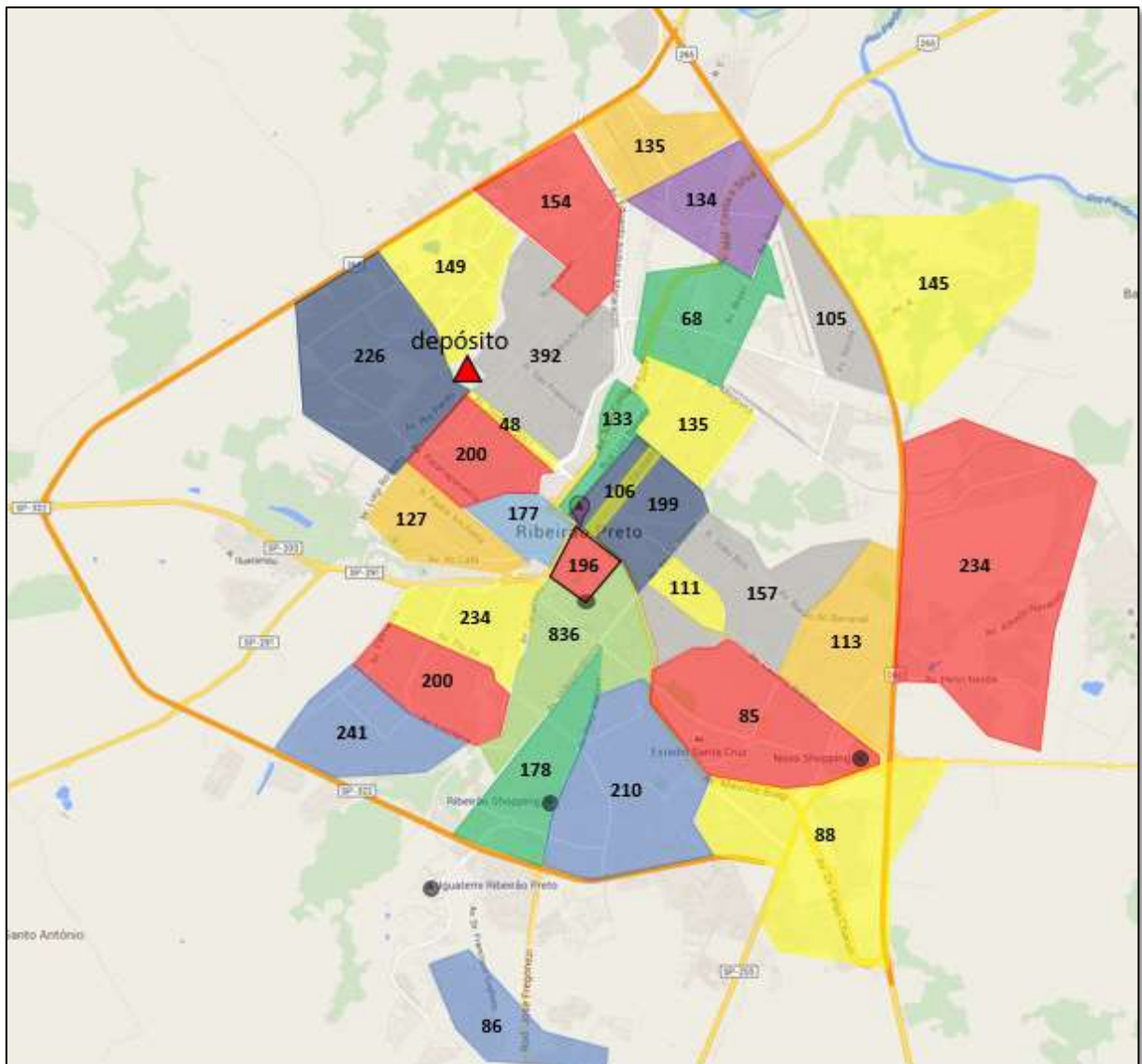
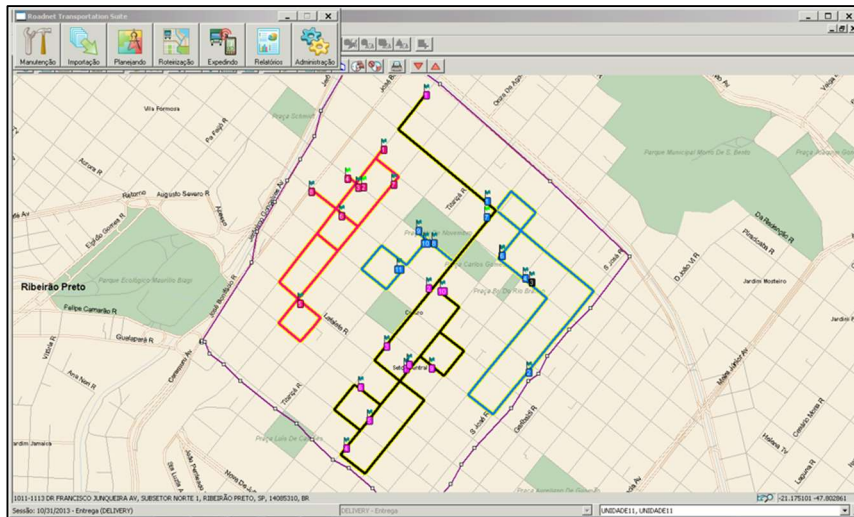


Figura 4: Setores geográficos para distribuição de produtos.
Fonte: Empresa (2014).

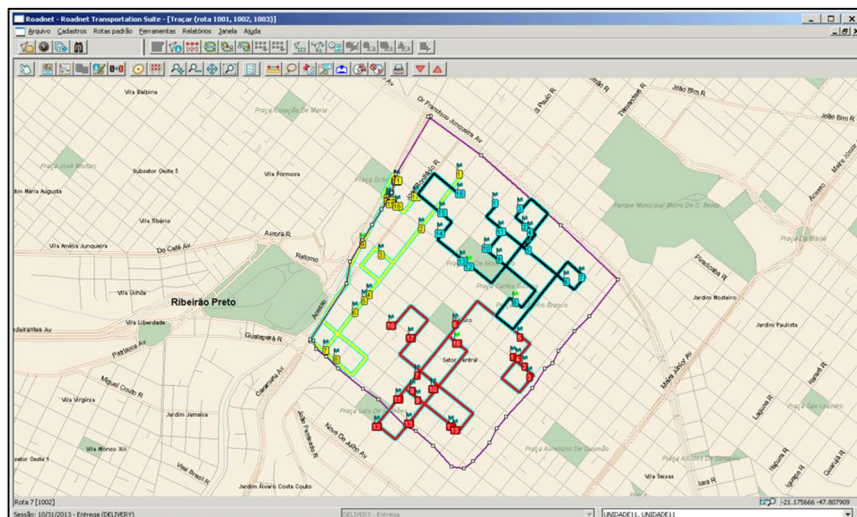
Apesar do sistema respeitar a setorização cadastrada, os operadores do sistema (conhecidos como roteirizadores) têm liberdade de realizar trocas de clientes de uma rota para outra, mesmo que esses clientes estejam em setores logísticos diferentes. O roteirizador faz intervenções com base em informações que o motorista fornece sobre o cliente, em informações de interdições de ruas ou considerando outras restrições relevantes. Essas informações não são configuradas no Roadnet, fazendo com que a responsabilidade seja do roteirizador.

De acordo com os roteirizadores, as rotas geradas pelo sistema são de boa qualidade, mas geralmente são alteradas por não considerarem alguns eventos, tais como existência de vias em manutenção, estabelecimento fechado por conta de luto, ou ainda por não

considerarem algumas preferências dos clientes, conforme discutido na Seção 2.9.1. Ora ocorre troca de clientes entre rotas distintas, ora a troca de clientes ocorre na mesma rota, ou seja, muda-se apenas o sequenciamento em que a visita de entrega acontecerá. A Figura 5 mostra o roteamento de três caminhões, realizado pelo Roadnet. O tempo de readequação de uma rota dura, em média, 180 segundos (3 minutos).



(a)



(b)

Figura 5: Exemplo de três rotas na zona central da cidade de Ribeirão Preto, geradas com o *software* Roadnet: (a) 1ª viagem; (b) 2ª viagem.
Fonte: Empresa (2014).

Os roteirizadores têm entre 2,5 horas e 3,0 horas para finalizarem a geração das rotas, a fim de que a próxima etapa no processo, o carregamento (Seção 2.7), seja iniciada sem atrasos. Conforme discutido anteriormente, a empresa possui 222 caminhões e a readequação de uma rota leva 3 minutos, ou seja, o tempo total de readequação totaliza quase 11 horas. A

empresa possui quatro roteirizadores que, juntos, diminuem esse tempo para 2,75 horas, de maneira que conseguem realizar as atividades dentro do prazo estipulado.

Cabe ressaltar que as rotas geradas pelos roteirizadores consideram cada cliente como um ponto de entrega do caminhão que o irá servir, ou seja, nessa etapa do roteamento, clientes próximos entre si não são agrupados em *clusters* e associados a um único ponto de parada do caminhão. O agrupamento de clientes próximos é, na verdade, decidido pelos entregadores e em tempo real, ou seja, ao longo da realização da rota.

2.7 Processo de carregamento

O carregamento é feito por uma subárea do setor de logística, cuja equipe avalia as rotas geradas pelo processo anterior (roteirização) e define o carregamento de cada um dos caminhões com os produtos que serão entregues aos clientes daquela rota. As decisões na etapa de carregamento visam arranjar os produtos de forma a proporcionar menor movimentação dos mesmos dentro do caminhão. Ou seja, a cada atendimento busca-se apenas retirar os produtos do cliente em questão, segundo o sequenciamento original feito pelo processo de roteamento.

No entanto, quando questionada sobre o processo de carregamento de forma geral, o representante da subárea informou que apesar de receberem (via sistema ERP) informações sobre o sequenciamento dos clientes nas rotas geradas, este não é considerado. Ao invés disso, a subárea inicialmente agrupa produtos iguais ou semelhantes (mesmo tamanho) de diferentes clientes a serem servidos por um dado caminhão.

Especificamente, se dois ou mais clientes compram o mesmo produto ou produtos semelhantes, suas quantidades são somadas e formam um grupo. A equipe então avalia a carga dos agrupamentos juntamente com um sistema de informação, a fim de identificar o carregamento com melhor utilização do espaço físico do caminhão. A equipe procura utilizar espaços que permitam que produtos com características iguais ou semelhantes fiquem juntos ou próximos, além de balancear a carga conforme o peso dos produtos, em uma tentativa de reduzir custos de manutenção e prolongar a vida útil dos veículos.

A decisão de juntar as cargas dos clientes em função da semelhança de seus produtos proporciona à área de logística maior agilidade na retirada dos produtos do estoque e no carregamento dos caminhões, pois possibilita que grandes quantidades de produtos (semelhantes ou iguais) sejam manipulados a cada viagem da empilhadeira (e de seu

operador) ao estoque, além de reduzir o tempo da operação de carregamento dos caminhões. Essa decisão é importante dado que o tamanho da frota é grande e o tempo disponível para finalização do carregamento é curto.

É fácil perceber que há um *trade-off* entre os processos de carregamento dos caminhões e de entrega dos produtos aos clientes. Ao se privilegiar o processo de carregamento por conta de restrições internas (tempo disponível para o carregamento e a utilização do espaço do caminhão), penaliza-se o tempo de serviço no processo de entrega, uma vez que os entregadores precisam separar os produtos de cada um dos clientes. Em muitos casos essa tarefa faz com que eles tenham de descarregar e/ou movimentar os produtos várias vezes dentro do caminhão.

Note que o processo de carregamento de cargas em caminhões é tratado na literatura como pertencente à classe de Problemas de Carregamento de Contêineres, na qual busca-se arranjar itens (em geral, caixas retangulares) dentro de um contêiner (em geral, retangular), respeitando restrições como orientação dos itens, resistência dos itens ao empilhamento, estabilidade horizontal e vertical do carregamento, peso máximo de carga, entre outras. Compilações sobre os problemas, métodos de solução e aplicações podem ser encontrados em Gilmore e Gomory (1961, 1963), Chambers e Dyson (1976), Garey e Johnson (1981), Morabito e Arenales (1992), Yanasse e Limeira (2006) e, mais recentemente, em Ranck Junior (2014), que aborda o problema de carregamento de contêineres em um cenário real.

A combinação dos dois processos (roteamento e carregamento) é uma realidade de muitas empresas, sendo denominada de Problema Integrado de Roteamento e Carregamento de Veículos, e tratada em diversos trabalhos científicos, tais como Gendreau *et al.* (2006), Araújo (2006), Moura e Oliveira (2009), Fuellerer *et al.* (2010), Bortfeldt (2012), Bortfeldt e Homberger (2013), Ruan *et al.* (2013) e Junqueira *et al.* (2013). O *trade-off* entre carregamento e roteamento no contexto da empresa estudada nesta pesquisa é discutido na Seção 2.9.

2.8 Processo de faturamento

Uma vez que o carregamento tenha sido finalizado, a área de faturamento é avisada e inicia suas atividades para que a carga possa sair da empresa e ser entregue aos clientes dentro dos horários estabelecidos. Os faturistas, como são chamados os funcionários da área de

faturamento, iniciam a emissão das notas fiscais e outros documentos que acompanharão o veículo na rota do dia.

Esses outros documentos são conhecidos como “documentos auxiliares” e consistem nos boletos que deverão ser pagos pelo cliente no prazo estipulado (o boleto não é enviado pelo banco ou área financeira, mas sim pelo próprio motorista no momento do atendimento), romaneios, contratos de empréstimo de embalagens retornáveis (nos casos em que o cliente comprou produtos com embalagens retornáveis, mas não possui embalagens vazias para realizar a troca), rascunhos da nota fiscal (que auxiliam os demais entregadores do veículo no processo de atendimento ao cliente, conforme discutido na Seção 2.9.2), e qualquer outro documento que venha a ser necessário ao processo.

Uma vez que todos esses documentos tenham sido emitidos, os faturistas os organizam e os separam por veículo, de forma a facilitar o trabalho dos motoristas, o qual se inicia poucas horas depois.

2.9 Processo de entrega

A empresa utiliza dois entregadores como tripulação padrão (o motorista e um ajudante) em cada veículo. Os entregadores possuem uma jornada de trabalho de 08:48 hs diários, tempo esse que contempla todas as atividades administrativas de preparação antes do início efetivo da rota, a atividade de entrega de produtos aos clientes e, por fim, as atividades administrativas para o encerramento do dia. É comum que cada veículo inicie sua atividade de entrega após cerca de 30 minutos do início da jornada de trabalho, por conta das atividades administrativas e de preparação, e são necessários 15 minutos para as atividades de encerramento do dia. Não há um horário fixo para as partidas, mas elas ocorrem no período entre 06:00 e 07:30 hs da manhã.

As atividades administrativas no início do dia resumem-se a: avaliar e resolver quaisquer pendências identificadas no dia anterior pelo departamento financeiro, avaliar o sequenciamento dos clientes sugerido pelo roteirizador, realizar mudanças no sequenciamento da rota, liberar o veículo no pátio para início da rota e passar pela vistoria do veículo na portaria ao partir da empresa. Já as atividades administrativas no final do dia são: conferir o veículo ao retornar à empresa, estacionar o veículo no pátio central e entregar os documentos assinados pelos clientes da rota ao setor financeiro (departamento “Acerto de Contas”).

Descontado o tempo das atividades administrativas, o tempo total disponível para o processo de entrega é igual a 08:03 hs diários. A jornada de trabalho, assim como alguns outros tempos relevantes são sumarizados a seguir:

- 08:48 hs de jornada de trabalho
- 01:00 hs de intervalo (destinada ao almoço)
- 11:00 hs de inter jornada (intervalo de tempo entre a finalização da jornada de trabalho até o início da jornada no dia seguinte)

2.9.1 Mudanças do sequenciamento de clientes

Dentre as atividades administrativas no início de dia, o motorista (auxiliado pelo ajudante) avalia a rota gerada para o veículo. Nesse momento, é comum que a rota seja refeita manualmente, com a reorganização do sequenciamento dos clientes a serem visitados. Dentre os fatores que levam à mudança no sequenciamento, destacam-se:

- Nível de serviço aos clientes

Como os entregadores são um ponto de contato com o mercado, é natural que conheçam em mais detalhes as preferências dos clientes relativa ao recebimento de produtos, preferências estas desconhecidas pelos roteirizadores. Aparte das janelas de tempo dos restaurantes, as quais são obrigatórias e conhecidas pelo sistema, uma das preferências diz respeito ao período em que o cliente prefere receber seus produtos. Por exemplo, alguns clientes querem ser atendidos no início do dia para que possam fazer a limpeza do local antes da abertura do estabelecimento, porém somente após receberem os produtos. Como a empresa não considera janelas de tempo individuais para cada cliente, a decisão sobre atender ou não tal preferência acaba sendo tomada pelos entregadores.

Outra preferência dos clientes é a solicitação que fazem aos entregadores para que não estacionem o veículo na frente de seu estabelecimento, alegando que o estacionamento é reservado para seus consumidores, e que o veículo da empresa enquanto está estacionado, faz as vendas caírem. Na contramão dessa preferência, há clientes que solicitam aos entregadores que estacionem seu veículo bem na frente do estabelecimento, alegando que o veículo por si só faz a propaganda de que aquele estabelecimento possui os produtos da empresa.

Alguns clientes que estão localizados em esquinas também solicitam aos entregadores que os produtos sejam colocados em um local diferente do endereço do estabelecimento comercial. Esses locais geralmente são casas ou depósitos de propriedade do cliente e ficam localizados bem próximos ao endereço do estabelecimento comercial. No entanto, por conta dessa nova localização ser, geralmente, na rua perpendicular ao estabelecimento, o motorista pode decidir em mudar o sequenciamento para evitar que o veículo estacione longe ou até mesmo para evitar transitar alguns metros adicionais.

Essas preferências, e não necessidades, motivam o motorista e demais entregadores a revisarem o sequenciamento original, visando oferecer um maior nível de serviço. Cabe mais uma vez ressaltar que essas preferências não são parametrizadas no sistema.

- Políticas de atendimento

Outra decisão que implica diretamente na revisão do sequenciamento é a decisão de atender primeiro os maiores clientes, ou seja, aqueles com maior volume de carga. Tal prática faz com que boa parte dos produtos seja descarregada já no início da rota, aliviando a carga do veículo e liberando mais espaço para que os entregadores trabalhem internamente no veículo, além de aproveitar que a entrega dos maiores volumes seja feita com os entregadores ainda descansados.

O sequenciamento ainda pode ser novamente revisado pelo motorista em tempo real, (ou seja, conforme a rota está sendo realizada), em função das condições de trânsito (ruas com tráfego lento), a existência de obras que dificultam a circulação nas áreas que o motorista deve trafegar, pela falta de vagas de estacionamento nas proximidades dos pontos de demanda da rota ou até mesmo pela mudança de priorização da empresa por conta de uma solicitação feita pelo cliente. Os entregadores alegam que fatores como os supracitados requerem mudanças no sequenciamento da rota para que a jornada de trabalho não seja violada. Eles acreditam também que o sequenciamento gerado pelo processo informatizado da empresa não considera algumas restrições. Os roteirizadores confessam que algumas restrições não são parametrizadas pelo sistema por conta do custo de gerenciamento em manter o sistema conforme as mudanças ocorrem, mudanças estas quase sempre relacionadas às manutenções constantes em ruas e avenidas.

A principal consequência para a empresa quando o sequenciamento é revisado pelos entregadores é que pode gerar rotas mais longas e, conseqüentemente, maior consumo de combustível, óleo, custos com manutenção, aumentando-se assim o custo total da entrega em relação ao previsto, bem como um maior tempo de rota. Em outras palavras, aumenta-se o custo total. Por outro lado, a revisão do sequenciamento pode gerar rotas menores, diminuindo o custo total da entrega em relação ao previsto, ou mesmo ineficazes em relação à algumas restrições.

Conforme mencionado na Seção 2.6, o processo de carregamento realiza sua principal atividade de carregar cada veículo conforme a quantidade total de cada produto, e não com base no sequenciamento de atendimento dos clientes.

Atualmente, as rotas são monitoradas pelo sistema de monitoramento em tempo real GreenMile. A empresa possui licença para utilização desse *software*, por sua vez, desenvolvido por uma empresa norte-americana de mesmo nome. A Figura 6 apresenta uma visão geral do monitoramento, no qual três grupos de informações são visualizados: a) o menu da esquerda apresenta as rotas e os nós já visitados, b) a parte central apresenta a localização dos veículos; e c) o menu da direita são as notificações das anormalidades ocorridas.

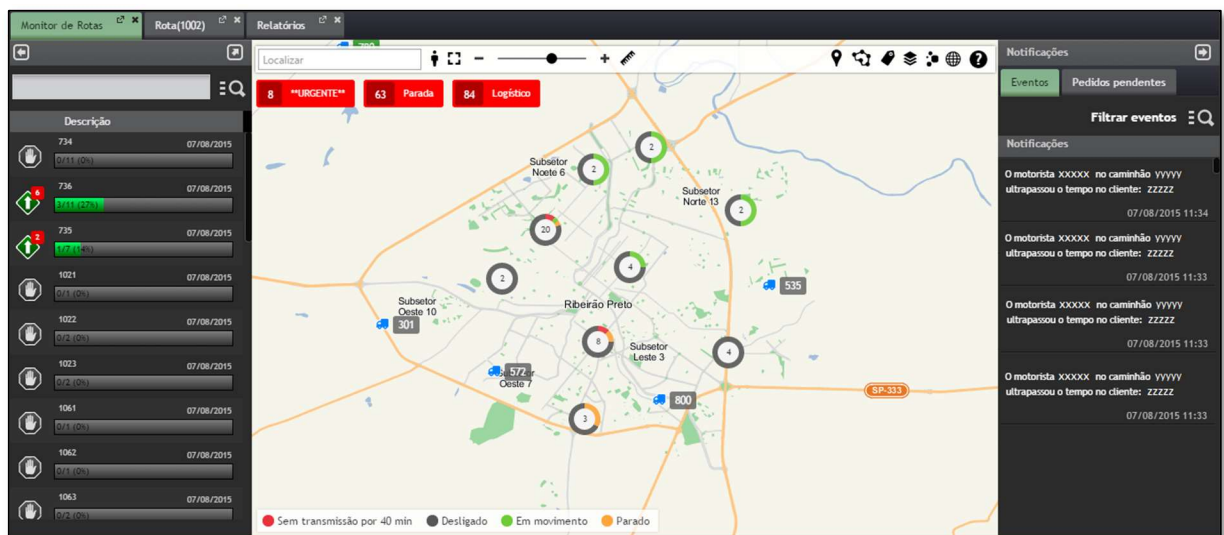


Figura 6: Exemplo de interface do *software* de monitoramento de rotas
Fonte: Empresa (2015).

As decisões tomadas pelo motorista também são monitoradas em tempo real pelo sistema GreenMile, e o *software* emite alertas aos operadores para qualquer situação anormal que esteja configurada, permitindo que os operadores façam o acompanhamento e, em certos

casos, entrem em contato com o motorista para entender as anormalidades, tais como desvios ou paradas mais longas. No entanto, dado o grande número de caminhões frente à pequena equipe de operadores, esse acompanhamento é feito apenas para os casos onde o desvio é muito grande, principalmente em relação à distância. A mudança no sequenciamento de visita não é necessariamente um fator relevante nesse processo, mas caso o desvio em distância (quilômetro rodado) seja grande, esse fator passa a ser relevante.

A rota definida pelo processo de roteamento (trajetória destacada na cor azul) e a rota que o veículo está realizando (trajetória destacada na cor vermelha, contendo arcos direcionados) podem ser visualizadas na Figura 7. O sequenciamento de atendimento também está presente na figura, representado pelos números 1 a 11.

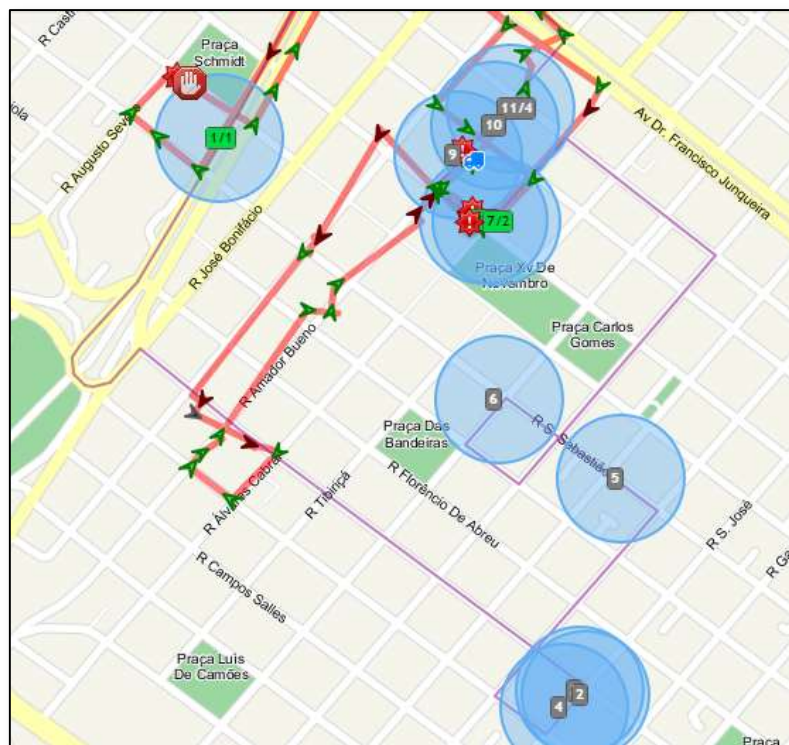


Figura 7: Exemplo detalhado de interface do software no monitoramento de uma rota
Fonte: Empresa (2015).

Além das atividades relacionadas diretamente à entrega de produtos, outra atividade também faz parte do dia-a-dia dos entregadores. Em algumas ruas há a permissão para estacionar em ambos os lados, de maneira que quando o veículo estaciona para fazer a entrega, por conta da sua largura e pelo fato dos entregadores trabalharem em ambos os lados do veículo, outros veículos grandes podem ter dificuldade em trafegar para além do trecho onde o caminhão está estacionado. Quando isso acontece, os entregadores interrompem suas

atividades de entrega e passam a apoiar o trânsito para que o mesmo volte a fluir. O tempo despendido nessa atividade, apesar de geralmente pequeno, influencia o tempo total de atendimento ao cliente e pode, ao final de uma rota, provocar a violação da jornada de trabalho dos entregadores.

2.9.2 A operação de entrega

Quando o motorista estaciona o veículo para que finalmente seja realizada a entrega das cargas, os entregadores (motorista e ajudante) se dividem nas atividades que se seguem. Quando apenas um cliente deve ser atendido em uma dada parada, os dois entregadores participam da separação dos produtos do cliente e, ao final, ambos levam os produtos até o cliente. Esse compartilhamento de tarefas tem como objetivo diminuir o tempo total de serviço. Há dois documentos em mãos dos entregadores: a nota fiscal que é entregue ao cliente no final do processo, e o auxiliar de entrega, semelhante a um rascunho da nota fiscal. Cada um dos documentos é utilizado por um dos entregadores.

Quando dois ou mais clientes devem ser atendidos em uma mesma parada (ou seja, quando a parada está associada a um agrupamento de clientes), os entregadores mudam a dinâmica. Cada entregador separa os produtos de um cliente específico e faz todo o atendimento desse cliente. Nesse cenário, o ajudante realiza as mesmas atividades do motorista, atividades estas que apenas esse último está capacitado e autorizado oficialmente pela empresa a fazer. O ajudante que faz esse tipo de atendimento aprende com o motorista o que fazer e o ajuda para reduzir o tempo de atendimento.

Um ponto importante nessa prática diz respeito ao local de descarregamento dos produtos dentro do estabelecimento do cliente. Há clientes que solicitam aos entregadores que coloquem parte da carga em um determinado local do seu estoque e a outra parte da carga na área de vendas. Isso implica em alguns minutos adicionais no tempo de atendimento.

Diante dessas informações, os entregadores foram questionados sobre qual seria o impacto de se incluir um terceiro entregador (um segundo ajudante) à mesma rota, com o objetivo de auxiliar nas atividades e agilizar o processo de entrega. No caso do motorista, o mesmo acredita que a inclusão frequente de um terceiro entregador à rota proporcionaria uma redução de 40% do tempo de atendimento, ou seja, do tempo de serviço no cliente. Já o ajudante acredita que essa redução chegaria a 50%.

Da mesma forma, os entregadores foram questionados sobre qual seria o impacto caso eles trabalhassem sozinhos em uma rota, ou seja, apenas um entregador (apenas o motorista). Em ambos os casos a opinião foi a mesma, eles acreditam que o tempo de serviço aumentaria em 100% e, conseqüentemente, seria possível atender apenas 50% (ou menos) da atual quantidade de clientes diários.

É importante ressaltar que não há ganhos no tempo de deslocamento do caminhão entre o depósito e seus clientes com a adição ou diminuição de entregadores, pois nesse momento apenas o veículo está em trânsito e não há a tarefa de entrega. O ganho ou prejuízo de tempo, relacionados à adição ou remoção de entregadores à rota, está apenas relacionado aos tempos de serviço nos clientes.

Os tempos de serviço estimados pela empresa, e que estão atualmente configurados no sistema de roteamento de veículos são:

- 5 minutos para o contato do motorista com o cliente. Ou seja, é o tempo em que o motorista aguarda o cliente lhe atender, o início do contato para apresentação a nota fiscal e para o cliente validar se esse documento está correto
- 20 segundos por caixa física entregue a supermercados ou hipermercados
- 30 segundos por caixa física entregue aos demais clientes.

Esses tempos foram definidos após um estudo realizado em outubro de 2013 pela equipe de melhoria de processos, no qual aplicou-se a metodologia DMAIC para a implementação de *Lean Six Sigma*. Essa metodologia é utilizada na condução de projetos que objetivam a melhoria contínua em processos empresariais, nos quais se destacam o processo produtivo e logístico (BOYLE *et al.*, 2011; MOUSA, 2013; SNEE, 2010). No momento do estudo, o processo de entrega foi medido temporalmente, resultando nesses tempos. É importante ressaltar que esses tempos foram obtidos para rotas com 2 entregadores (motorista e ajudante). Não há estudo formalizado para rotas com apenas 1 entregador (motorista) ou para rotas com 3 entregadores (motorista e dois ajudantes). Há apenas o sentimento dos entregadores entrevistados de que os tempos aumentam ou diminuem proporcionalmente com a inclusão ou diminuição de entregadores, conforme já mencionado.

2.9.3 Rotas perigosas

Outro conceito importante e presente na operação da empresa são as rotas perigosas, ou seja, rotas que possuem clientes localizados em bairros ou regiões controladas pelo comando do tráfico de drogas. Tais regiões possuem controle de entrada, saída e movimentação de pessoas e de veículos, e o processo de entrega exige maior cautela.

Em rotas com essas características a tripulação do caminhão passa a contar com um segurança dentro da própria cabine do veículo. Note, entretanto, que o segurança não participa do processo de entrega dos produtos aos clientes; sua função é garantir a segurança dos tripulantes, da carga e do veículo.

A atividade de descarga dos produtos é feita de forma similar ao descrito na Seção 2.9.2, porém, antes dos entregadores se dirigirem aos clientes, o caminhão tem suas portas fechadas e cabine travada. Em rotas “não perigosas” o caminhão fica totalmente aberto e destravado. Note que essas medidas de segurança ocasionam um tempo maior de serviço.

2.9.4 Múltiplas viagens

Uma importante característica do processo de distribuição da empresa consiste na possibilidade dos caminhões realizarem múltiplas rotas (viagens) em um mesmo dia de trabalho. Ou seja, o caminhão realiza a rota, retorna ao depósito, e é então carregado para atender outros clientes. Na prática da empresa, esse número de viagens não é superior a dois, e a segunda viagem ocorre quando não é possível atender a demanda dos clientes daquele dia na primeira viagem. Nessas situações, além desses veículos fazerem uma segunda viagem, veículos fretados também podem ser contratados para suprir a demanda.

A segunda viagem acontece em duas situações distintas. A primeira situação se aplica aos clientes localizados nas regiões centrais. Esses clientes raramente conseguem ter suas demandas atendidas por conta das restrições de limitações de circulação discutidas na Seção 2.5 e da capacidade menor dos caminhões do grupo 1 (*transit*). Nesses casos, o veículo ao retornar para o depósito, passa pelo processo de conferência, e é então direcionado para um novo carregamento. O tempo para esse carregamento é de aproximadamente 1 hora, já considerando as atividades administrativas existentes. Note que esse tempo não pode ser descartado da jornada de trabalho dos entregadores. A segunda viagem geralmente contempla até 10 clientes, mas essa quantidade pode ser menor para que a jornada de trabalho seja respeitada.

A segunda situação que resulta em uma segunda viagem se dá por conta do tamanho da frota não ser suficiente para atender a demanda dos clientes em áreas não centrais, ou ainda, por conta da ausência de entregadores. Nesses casos, quando os veículos que atendem as regiões diferentes ao centro da cidade, começam a retornar ao depósito e ainda há tempo de tempo de jornada de trabalho disponível, os entregadores presentes são consultados e convidados a realizar uma segunda viagem. Se aceitarem, a segunda viagem é planejada pelos roteirizadores, e implementada. Essas viagens geralmente contemplam uma quantidade pequena de clientes para que a jornada de trabalho não seja violada, porém sua demanda total deve ser suficientemente grande para compensar os custos de realização da viagem. Em alguns casos, um terceiro entregador é adicionado à segunda viagem, com o objetivo de reduzir o tempo de serviço.

3 TRABALHOS CORRELATOS

Problemas de roteamento de veículos vêm sendo amplamente estudados sob a ótica da Pesquisa Operacional desde a formalização do chamado Problema de Roteamento de Veículos (*Vehicle Routing Problem* – VRP) por Dantzig e Ramser (1959)³. A motivação prática para tal interesse é óbvia: a gestão eficaz da frota de veículos e de seus tripulantes é uma diretiva fundamental do sistema logístico de qualquer empresa competitiva que precisa mover (entregar e/ou coletar) algum tipo de produto ou serviço entre dois pontos (clientes, depósitos, filiais). Na gestão do processo logístico, há muitas características que necessitam de atenção, principalmente aquelas relacionadas à capacidade dos veículos e às restrições do negócio ou do ambiente (Bodin *et al.*, 1983).

Nesse capítulo, é feita uma revisão parcial de trabalhos da literatura que contemplam dois aspectos das operações de distribuição da empresa estudada e considerados particularmente relevantes: múltiplas viagens e múltiplos entregadores.

3.1 VRP com Múltiplas Viagens

O Problema de Roteamento de Veículos Multi-Viagem (*Multi-Trip Vehicle Routing Problem* - MTRVP) é uma variante do VRP que permite a cada veículo realizar mais de uma viagem durante o seu período de planejamento, e um único depósito é usado para recarregar os veículos antes dos mesmos realizarem viagens subsequentes. Quando os clientes impõem janelas de tempo para o início do serviço, tem-se a variante MTRVPTW (*Multi-Trip Vehicle Routing Problem with Time Windows*).

Fleischmann (1990) introduziu o MTRVP, propondo uma adaptação do algoritmo de economias de Clarke e Wright (1964) e utilizou uma heurística para o problema de *bin packing* para designar as rotas aos veículos de uma frota homogênea. A abordagem proposta foi utilizada para resolver exemplos entre 68 e 361 clientes. Taillard *et al.* (1996), por sua vez, propõem um algoritmo de busca tabu consistindo de três partes: inicialmente, um grande conjunto de rotas factíveis para o VRP é geradas por meio do algoritmo de Taillard (1993); em seguida, seleciona-se um subconjunto dessas rotas usando um algoritmo enumerativo e, por fim, criam-se jornadas de trabalho factíveis, designando rotas aos veículos por meio de

³ O VRP foi originalmente denominado Problema de Despacho de Caminhões (*Truck Dispatching Problem*).

uma heurística do tipo *bin packing*. Em seus experimentos computacionais, os autores utilizaram as instâncias de Christofides *et al.* (1979) e Fisher (1994) do VRP para gerar exemplos de até 199 clientes. A abordagem é uma adaptação do algoritmo de busca tabu com memória adaptativa de Rochat e Taillard (1995) para o VRP.

Brandão e Mercer (1997) também fazem uso de um algoritmo de busca tabu para resolução de uma aplicação real do MTRVPTW com frota heterogênea, contratação de veículos fretados, restrições de compatibilidade entre clientes e veículos, e tempo máximo de condução do veículo entre intervalos de descanso. Velocidades médias foram utilizadas, considerando a relação entre o tipo do veículo e o tipo de via. Além disso, a função objetivo visa a minimização do consumo de combustível, custos de manutenção, salário dos motoristas, e custos fixos de contratação de veículos fretados. Assim como em Taillard *et al.* (1996), o algoritmo proposto consiste de três fases, aplicadas sequencialmente, de maneira que a solução inicial de cada fase é a melhor solução encontrada na fase anterior. Na fase 1, uma solução é construída com uma abordagem que combina o algoritmo do vizinho mais próximo e um algoritmo de inserção, considerando apenas o roteamento e, a seguir, buscando-se a eliminação de infactibilidades nas janelas de tempo. A fase 2 foca a geração de soluções factíveis com o menor tempo de viagem, porém soluções factíveis e infactíveis são exploradas durante a busca. Na fase 3, apenas regiões factíveis são consideradas, desta vez, visando o menor custo variável.

Os autores utilizaram em seus experimentos computacionais uma instância real de uma distribuidora de biscoitos britânica, cujas entregas eram feitas por uma frota heterogênea de 22 veículos, sendo 11 vans e 11 tratores com *trailers*, estes últimos com o dobro da capacidade das vans. A instância contempla dez dias de programação de entregas, com uma média de 56 pedidos por dia. Essa programação continha apenas as informações sobre os pedidos, o sequenciamento das rotas e a identificação dos veículos. Tempos de chegada, tempos de espera e tempos de partida em cada cliente não foram fornecidos, de maneira que a programação manual (feita pela empresa) foi simulada por um algoritmo usando os critérios da empresa. Uma análise comparativa revelou que a solução do algoritmo de busca tabu foi consideravelmente melhor que a solução estimada da empresa em todos os quesitos estudados: em média, o tempo total de rota, distância, custo, número de veículos e número de rotas realizadas apresentaram reduções de aproximadamente 22%, 20%, 17%, 19% e 23%, respectivamente.

Petch e Salhi (2004) abordam o problema de roteamento de veículos com múltiplas viagens com restrições *soft* de tempo máximo de rota, e propõem uma heurística construtiva multifases. Tal heurística garante a transição de soluções de VRP para MTVRP por meio de um algoritmo de *bin packing* que estende a heurística apresentada por Taillard *et al.* (1996) e a integra com a heurística de Brandão e Mercer (1997). A heurística resultante é composta de três fases, sendo que a primeira utiliza o algoritmo de economias de Clarke e Wright (1964) com a medida de economia generalizada em Yellow (1970), gerando as rotas paralelamente. A segunda fase utiliza um algoritmo de *bin packing* para construir soluções para o MTVRP. Na terceira fase, uma abordagem de partição de rotas é aplicada aos resultados da fase anterior, obtendo novas rotas do VRP. A fase 2 é então repetida para produção de soluções melhoradas do MTVRP.

Dando continuidade ao seu trabalho anterior, Salhi e Petch (2007) resolvem o problema com um algoritmo genético híbrido. Em seu algoritmo, os autores propõem um procedimento para geração de soluções por meio de movimentos de injeção (inserção de soluções aleatórias na população) e clonagem (replicação de soluções da população corrente na nova população) de cromossomos. Dez por cento das melhores soluções obtidas até o final da execução do algoritmo são então melhoradas numa fase de pós-otimização, com a divisão e designação das rotas resultantes a veículos por meio de um algoritmo de *bin packing*, e a aplicação de movimentos de troca de clientes intra e inter-rotas. Os autores utilizaram as instâncias de Christofides *et al.* (1979) e Fisher (1994) do VRP para gerar exemplos de até 199 clientes. No entanto, quando comparado aos resultados de Taillard *et al.* (1996), Brandão e Mercer (1997), Petch e Salhi (2004) e Olivera e Viera (2007), os autores não conseguiram resultados de maior qualidade.

Azi *et al.* (2007) abordam a situação de múltiplas viagens com um único veículo e presença de janelas de tempo que explora um algoritmo do caminho mais curto com restrições de recursos. Tal algoritmo é dividido em duas fases, sendo que a primeira busca construir rotas factíveis, considerando uma adaptação da relação de dominância entre caminhos. Especificamente, se p e p' são caminhos que contêm o mesmo conjunto de nós intermediários (mas em ordens diferentes) entre o nó origem e um nó destino j , um caminho domina o outro quando este consome menos recursos (distância e tempo). A segunda fase busca unir caminhos (rotas), sequenciando-os para encontrar uma solução que melhor atenda a função objetivo. Uma vez que os caminhos são sequenciados, caso a rota resultante tenha uma demanda total que exceda a capacidade do único veículo, este realiza múltiplas viagens,

partindo e chegando em nós adicionais artificiais, representando a origem e o destino das viagens.

Assim como em seu trabalho anterior, Azi *et al.* (2010) tratam o MTRPTW, mas desta vez com um algoritmo *branch-and-price* no qual os subproblemas de *pricing* são problemas elementares de caminho mais curto com restrições de recursos. Dada as conhecidas limitações de abordagens exatas, as instâncias utilizadas no estudo consideram entre os 25 e 40 primeiros nós das instâncias de 100 nós de Solomon (1987) para o VRPTW. Entretanto, os autores apontam que o algoritmo *branch-and-price* foi capaz de resolver otimamente algumas instâncias de 50 nós.

Olivera e Viera (2007) utilizam um algoritmo de memória adaptativa similar ao apresentado por Rochat e Taillard (1995) para resolver o MTRP com frota homogênea. A primeira iteração inicializa a memória com a geração de soluções factíveis e, respeitando um critério de parada, constrói novas soluções por meio da combinação das rotas armazenadas na memória. Em seguida, aplica-se um procedimento de busca tabu, com a aplicação de movimentos de troca e inserção de nós com vistas à minimização do custo total das rotas. Por fim, a memória é atualizada com novas soluções e o processo se repete. Note que rotas inactíveis são permitidas tanto na busca tabu como no algoritmo de memória adaptativa. No entanto, apenas na busca tabu se permite violar a capacidade dos veículos, enquanto em ambas abordagens a violação da janela de tempo é permitida.

Resultados computacionais apresentados pelos autores consideraram as 104 instâncias propostas por Taillard *et al.* (1996). Soluções factíveis foram encontradas em 95 das 104 instâncias, incluindo 3 instâncias que não haviam sido resolvidas por Taillard *et al.* (1996), Brandão e Mercer (1998) e Petch e Salhi (2004).

Seixas e Mendes (2013) e Seixas (2013) tratam o MTRPTW no contexto de uma empresa que distribui bebidas na região metropolitana de São Paulo. A aplicação considera frota heterogênea, múltiplos produtos, tempo total de rota e restrições de acessibilidade entre veículos e clientes. Os autores representam o problema por um grafo $G(N,A)$ cujos nós representam clientes ou cópias do único depósito em momentos diferentes. Especificamente, a rede de fluxo considera nós clientes, nó depósito de origem e nó depósito de destino de cada viagem r . O depósito é tanto origem como destino das viagens; seguindo a notação adotada, se o número máximo de viagens por veículo é R , os nós depósito O_1 e O_2 representam, respectivamente, a origem e o destino da 1ª viagem, os nós depósito O_2 e O_3 representam,

respectivamente, a origem e o destino da 2ª viagem, e assim por diante, de maneira que os nós depósito O_R e O_{R+1} representam, respectivamente, a origem e o destino da R –ésima (última) viagem. Os nós depósito também são referenciados como DC (*distribution center*).

Os autores formulam o problema, a partir dos seguintes dados de entrada e variáveis de decisão:

Dados de entrada:

- K Conjunto de veículos $K = \{K^o \cup K^c\}$, onde K^o é o conjunto de veículos próprios e K^c é o conjunto de veículos disponíveis de terceiros (fretados);
- N Conjunto de clientes a serem atendidos;
- N^k Conjunto de clientes que podem ser atendidos pelo veículo k . $N^k \subseteq N$; Cada cliente i em N^k tem um grupo de veículos autorizados K_i ; $K_i \subseteq K$;
- Q_k^{pet} Capacidade máxima do veículo k em unidades de garrafa *pet*;
- Q_k^{can} Capacidade máxima do veículo k em unidades de lata;
- Q_k^{cel} Capacidade máxima do veículo k em unidades de *cellaret*;
- Q_k^{bar} Capacidade máxima do veículo k em unidades de barril;
- D_i^{pet} Demanda do cliente i em unidades de garrafa *pet*;
- D_i^{can} Demanda do cliente i em unidades de lata;
- D_i^{cel} Demanda do cliente i em unidades de *cellaret*;
- D_i^{bar} Demanda do cliente i em unidades de barril;
- $[a_i, b_i]$ Janela de tempo do cliente i . O depósito e suas cópias, representados por $\{O_1, \dots, O_{R+1}\}$ possuem janelas de tempo correspondentes ao horizonte de planejamento: $[a_{O_1}, b_{O_1}] = \dots = [a_{O_{R+1}}, b_{O_{R+1}}] = [a_{DC}, b_{DC}] = [0, b_{DC}]$;
- s_i^k Tempo de serviço no cliente i quando o serviço é feito pelo veículo $k \in K$. No depósito, esse tempo corresponde ao tempo médio de carregamento do veículo $k \in K, s_{DC}^k$;
- c_{ijr}^k Custo em viajar no arco (i, j) em uma rota r com o veículo $k \in K^o$. O valor depende da distância d_{ij} do arco (i, j) e do custo do veículo $k, VC_k, k \in K^o$;
- FC^k Custo diário da contratação de cada veículo fretado $k \in K^c$;
- \tilde{t}_{ij}^k Tempo de viagem do arco (i, j) com o veículo k ;
- $W_{max,k}$ Quantidade máxima de horas de trabalho (jornada de trabalho) para cada veículo k ;
- R Número máximo de viagens permitidas por dia para cada veículo. Esse valor é um limitante superior, ou seja, deve ser suficientemente grande para acomodar todas as viagens, conforme a experiência na operação;
- M_{ij}^k Número suficientemente grande, definido como: $M_{ij}^k = \max\{b_i + s_i + \tilde{t}_{ij}^k - a_j, 0\}$, $k \in K, (i, j) \in A$.

Variáveis:

- x_{ijr}^k $\begin{cases} 1 \text{ se o veículo } k \text{ visita o nó } j \text{ imediatamente após o nó } i \text{ na rota } r \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
 t_{ir}^k Instante de início do tempo de serviço no cliente i na rota r do veículo k
 v^k $\begin{cases} 1 \text{ se o veículo } k \text{ é utilizado} \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$

A formulação consiste de um modelo linear inteiro misto, conforme descrito a seguir:

$$\text{Min} \sum_{r=1}^R \sum_{k \in K^0} \sum_{i \in NU\{O_r\}} \sum_{j \in NU\{O_{r+1}\}} c_{ijr}^k \cdot x_{ijr}^k + \sum_{k \in K^c} FC^k \cdot v^k$$

Sujeito a:

$$\sum_{r=1}^R \sum_{k \in K} \sum_{j \in NU\{O_{r+1}\}} x_{ijr}^k = 1, \quad i \in N \quad (1)$$

$$\sum_{r=1}^R \sum_{i \in NU\{O_r\}} x_{ijr}^k = 0, \quad j \in N^k; k \notin K_j \quad (2)$$

$$\sum_{j \in NU\{O_{r+1}\}} x_{O_r jr}^k = 1, \quad k \in K; r = 1, \dots, R \quad (3)$$

$$\sum_{i \in NU\{O_r\}} x_{iO_{r+1}r}^k = 1, \quad k \in K; r = 1, \dots, R \quad (4)$$

$$\sum_{i \in NU\{O_r\}} x_{ihr}^k - \sum_{j \in NU\{O_{r+1}\}} x_{hjr}^k = 0, \quad k \in K, h \in N, r = 1, \dots, R \quad (5)$$

$$a_i \leq t_{ir}^k \leq b_i, \quad k \in K; r = 1, \dots, R; i \in N \cup \{O_r, O_{r+1}\} \quad (6)$$

$$t_{ir}^k + s_i^k + \tilde{t}_{ij}^k - M_{ij}^k(1 - x_{ijr}^k) \leq t_{jr}^k, \quad (7)$$

$$k \in K; r = 1, \dots, R; (i, j) \in A \setminus \{(O_r, O_{r+1})\}$$

$$t_{ir}^k - M_{ij}^k(1 - x_{ijr}^k) \leq t_{jr}^k, \quad k \in K; r = 1, \dots, R; (i, j) = (O_r, O_{r+1}) \quad (8)$$

$$\sum_{i \in N} \left[\left(\frac{D_i^{pet}}{Q_k^{pet}} + \frac{D_i^{can}}{Q_k^{can}} + \frac{D_i^{cel}}{Q_k^{cel}} + \frac{D_i^{bar}}{Q_k^{bar}} \right) \left(\sum_{j \in NU\{O_{r+1}\}} x_{ijr}^k \right) \right] \leq 1, \quad (9)$$

$$k \in K; r = 1, \dots, R$$

$$t_{O_{R+1}R}^k - t_{O_1,1}^k \leq W_{max,k}, \quad k \in K \quad (10)$$

$$v^k \geq \sum_{j \in N} x_{O_r j r}^k, \quad k \in K; r = 1, \dots, R \quad (11)$$

$$x_{ijr}^k \in \{0,1\}, k \in K; (i,j) \in A; r = 1, \dots, R \quad (12)$$

$$t_{ir}^k \geq 0, \quad k \in K; r = 1, \dots, R; i \in N \cup \{O_1, \dots, O_{R+1}\} \quad (13)$$

$$v^k \in \{0,1\}, \quad k \in K \quad (14)$$

$$x_{O_{r+1}O_{r+2}r+1}^k \geq x_{O_r O_{r+1}r}^k, \quad k \in K; r = 1, \dots, R-1 \quad (15)$$

A função objetivo contempla o custo com frota própria e com veículos fretados, o qual deve ser minimizado. As restrições (1) garantem que cada cliente i seja visitado apenas uma vez por um veículo k em uma rota r . As restrições (2) impedem a atribuição de veículos a clientes com os quais tenham restrições de acessibilidade. As restrições (3) e (4) impõem que cada veículo k parta do nó de origem e retorne ao nó de destino de cada rota r . As restrições (5) garantem a conservação de fluxo na rede. As restrições (6) definem as janelas de tempo para o início do serviço nos nós. As restrições (7) e (8) estabelecem a relação entre o instante de início de serviço em um cliente visitado por um dado veículo e seu sucessor imediato.

As restrições (9) prescrevem que cada veículo pode ser carregado até sua capacidade, considerando a demanda dos clientes por cada tipo de produto. As restrições (10) garantem que a duração da jornada de trabalho de cada veículo não seja excedida e as restrições (11) especificam os veículos fretados utilizados. As restrições (12), (13) e (14) definem o domínio das variáveis de decisão. Por fim, as restrições (15) evitam soluções equivalentes (simétricas), reduzindo a expansão do espaço de soluções factíveis quando o valor de R cresce. Note que essa restrição é aplicável apenas quando $R \geq 2$.

Em seu estudo, os autores também propõem uma heurística construtiva em que os clientes são divididos em quadrantes com seus centros geométricos como referência. Os clientes em cada quadrante são listados em ordem crescente do início de suas janelas de tempo, e a partir do quadrante superior direito e seguindo o sentido anti-horário, cada cliente ordenado i é inserido na posição factível mais barata dentre todas as posições em rotas de veículos sem restrições de acessibilidade com i . Em seguida, cada rota é otimizada com possível reordenação dos clientes. Caso haja clientes não servidos, um algoritmo de busca tabu é aplicado, removendo clientes de suas rotas originais e reinserindo-os em outras rotas

com o objetivo de encontrar soluções vizinhas factíveis (ou seja, com todos os clientes atendidos). Em cada iteração, todos os movimentos possíveis são avaliados. A busca tabu é interrompida após um número máximo de movimentos realizados. Caso a busca tabu já tenha sido aplicada e ainda existiam clientes não servidos, um *software* comercial é utilizado para encontrar uma solução factível. Cabe ressaltar que adicionalmente à resolução heurística, os autores apresentam uma formulação alternativa para o problema, a qual é resolvida pelo método de Dantzig Wolfe.

Os exemplos utilizados por Seixas e Mendes (2013) nos experimentos computacionais foram gerados a partir nas instâncias dos grupos R1 e R2 de Solomon (1987) para o VRPTW. As soluções obtidas com a metaheurística para os grupos R1 e R2 apresentaram desvios percentuais médios inferiores a aproximadamente 2% e 5%, respectivamente, em relação a um limitante inferior.

3.2 VRP com Múltiplos Entregadores

A consideração de múltiplos entregadores em rotas é tratada em Ferreira e Pureza (2012) com a variante denominada Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Entregadores (*Vehicle Routing Problem with multiple deliverymen - VRPMD*), em Pureza *et al.* (2012), Grancy e Reimann (2014a) e Alvarez Diaz (2016) com o Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo e Múltiplos Entregadores (*Vehicle Routing Problem with time windows and multiple deliverymen - VRPTWMD*). Pureza *et al.* (2012) comentam que essas variantes do VRP são de interesse de empresas que distribuem produtos em áreas de alta densidade e demanda, uma vez que a utilização de múltiplos entregadores em cada rota geralmente diminui o tempo de serviço individual em cada cliente e, conseqüentemente, reduz o tempo total de rota, podendo aumentar o número de clientes atendidos em uma jornada de trabalho.

A Figura 8 ilustra uma rota com *clusters* de clientes atendidos em uma mesma parada do veículo.

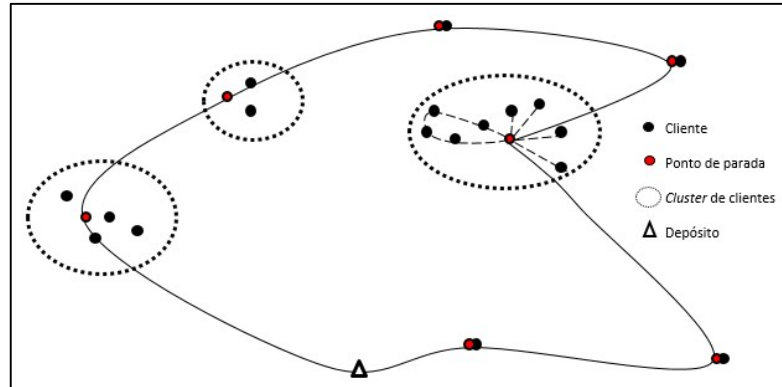


Figura 8: Exemplo de rota com agrupamento de clientes.
 Fonte: Adaptado de Pureza *et al.* (2012).

Ferreira e Pureza (2012) propõem uma formulação matemática para a situação em que a frota é homogênea e de tamanho limitado, o que pode resultar no atendimento apenas parcial da demanda. Os autores apresentam uma adaptação do algoritmo de economias de Clark e Wright (1964) e um algoritmo de busca tabu (GLOVER; LAGUNA, 1997). Pureza *et al.* (2012), por sua vez, formulam o problema em que a frota tem tamanho ilimitado e um número restrito de entregadores disponíveis para a operação. A formulação consiste em um modelo linear inteiro misto, conforme descrito a seguir:

Parâmetros

- n Número de nós ou *clusters* ($i = 1, \dots, n$); o depósito é representado pelo nó $i = 1$, e os pontos de paradas pelos nós $i = 2, \dots, n$;
- L Tamanho máximo da tripulação (motorista e entregadores extras) que podem ser designados a um veículo ($l = 1, \dots, L$);
 Se o tamanho da tripulação designado a um veículo é l , diz que o veículo viaja em modo l ;
- M Número máximo de entregadores;
- c_1 Custo de um veículo;
- c_2 Custo da distância percorrida pelos veículos;
- c_3 Custo de um entregador;
- Q Capacidade de cada veículo;
- T Duração máxima de cada rota;
- v Velocidade média dos veículos;
- d_{ij} Distância entre os nós i e j ($i, j = 1, \dots, n, i \neq j$);
 Considera-se que d_{ij} possa ser diferente de d_{ji} devido a restrições nas vias;
- tv_{ij} Tempo médio de viagem direta entre os nós i e j ($i, j = 1, \dots, n, i \neq j$);
- ts_{il} Tempo de serviço no nó $i = 1, \dots, n$ com $l = 1, \dots, L$ entregadores
 É considerado que $ts_{1l} = 0$;

- q_i Demanda não negativa do nó $i = 1, \dots, n$, sendo $q_i \leq Q$; se $i = 2, \dots, n$, q_i é igual à quantidade a ser entregue ao *cluster* associado. É considerado que $q_1 = 0$;
- a_i Instante de início de serviço mais cedo no nó $i = 1, \dots, n$;
- b_i Instante de início de serviço mais tarde no nó $i = 1, \dots, n$ com $a_i \leq b_i \leq T$.

Variáveis

- x_{ijl} $\begin{cases} 1 \text{ se o veículo visita o nó } j \text{ imediatamente após o nó } i \text{ no modo } l \\ 0, \text{ caso contrário } (i, j = 1, \dots, n; i \neq j; l = 1, \dots, L); \end{cases}$
- y_{il} Carga do veículo após servir o nó $i = 1, \dots, n$ em modo $l = 1, \dots, L$
($i, j = 1, \dots, n$; $k = 1, \dots, K$; $l = 1, \dots, L$; $r = 1, \dots, R$);
- t_{il} Instante de início de serviço do veículo em modo $l = 1, \dots, L$ no nó $i = 1, \dots, n$.
 t_{il} corresponde ao instante que o veículo retorna ao depósito.

$$\text{Min } z = c_1 \sum_{j=2}^n \sum_{l=1}^L x_{1jl} + c_2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^L d_{ij} x_{ijl} + c_3 \sum_{j=2}^n \sum_{l=1}^L l x_{1jl}$$

Sujeito a:

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \sum_{l=1}^L x_{ijl} = 1, \quad j = 2, \dots, n \quad (1)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \sum_{l=1}^L x_{ijl} = 1, \quad i = 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_{jil} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_{ijl}, \quad i = 1, \dots, n; l = 1, \dots, L \quad (3)$$

$$t_{jl} \geq t_{il} + (ts_{il} + tv_{il})x_{ijl} - N_{ijl}(1 - x_{ijl}), \quad i = 2, \dots, n; j = 1, \dots, n; i \neq j; l = 1, \dots, L \quad (4)$$

$$y_{jl} \geq y_{il} + q_j x_{ijl} - Q(1 - x_{ijl}), \quad i = 1, \dots, n; j = 2, \dots, n; i \neq j; l = 1, \dots, L \quad (5)$$

$$\sum_{j=2}^n \sum_{l=1}^L l x_{1jl} \leq M \quad (6)$$

$$x_{ijl} \in \{0, 1\} \quad i, j = 1, \dots, n; i \neq j; l = 1, \dots, L \quad (7)$$

$$a_i \leq t_{il} \leq b_i; \quad q_i \leq y_{il} \leq Q; \quad i, j = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n; i \neq j; l = 1, \dots, L \quad (8)$$

A função objetivo consiste na soma dos custos fixos e variáveis da frota utilizada e do número de entregadores, a qual deve ser minimizada. As restrições (1) garantem que cada *cluster* j ($j \neq 1$) seja visitado apenas uma vez por um veículo em um modo l a partir de outro nó i . As restrições (2) garantem que apenas um veículo em um modo l parta de cada *cluster* i ($i \neq 1$) para um outro nó j . Esses dois tipos de restrições impõem que cada *cluster* seja servido exatamente por um único veículo em um único modo. As restrições (3) garantem a conservação de fluxo na rede, ou seja, que um mesmo veículo chega em um nó i em modo l e parte desse nó i no mesmo modo l . As restrições (4) definem a relação entre a variável de fluxo x_{ijl} e as variáveis de tempo de início de serviço t_{il} , além de impedir a formação de subrotas. As restrições (5) definem a relação entre a variável de fluxo x_{ijl} e as variáveis de carga do veículo y_{il} , também impedindo a formação de subrotas. As restrições (6) garantem que o número de entregadores disponibilizados para as rotas não seja excedido. As restrições (7) definem o domínio das variáveis e as restrições (8) garantem que a janela de tempo de todos os nós e a capacidade máxima de cada veículo não sejam violadas.

Pureza *et al.* (2012) ainda apresentam dois procedimentos de resolução: uma adaptação do algoritmo de busca tabu de França *et al.* (1999) para o problema do agrupamento capacitado e que integra mecanismos de intensificação e diversificação, e um algoritmo de colônia de formigas (ACO) seguido de uma heurística de busca local. Os experimentos computacionais foram realizados com exemplos gerados a partir das instâncias clássicas de 100 nós de Solomon (1987) para o VRPTW. Em relação à resolução com o modelo matemático, as metaheurísticas aumentaram o número de *clusters* atendidos em cerca de 43%, acompanhado de um adicional de quase 5% no número de veículos e 10% na distância total percorrida. O tempo computacional utilizado pelas heurísticas foi inferior a 10 minutos.

Grancy e Reimann (2014a) utilizam as metaheurísticas de colônia de formigas (ACO) e GRASP também para resolver o VRPTWMD com frota homogênea. Ambos os procedimentos utilizam uma heurística de construção paralela de rotas e uma heurística de busca local, cujos operadores oferecem maior grau de liberdade na inserção de *clusters* de clientes que operadores convencionais de inserção e troca. Os experimentos computacionais foram realizados a partir das instâncias clássicas de 100 nós de Solomon (1987) para o VRPTW com o ajuste do tempo de serviço proposto por Pureza *et al.* (2012). As instâncias foram resolvidas com diferentes tempos de execução (15, 30, 60, 120, 240, 480 e 960 segundos) e diferentes parâmetros escolhidos aleatoriamente pelo algoritmo. A metaheurística

ACO apresentou melhores resultados quando comparada à metaheurística GRASP, observando-se redução do número de entregadores, número de veículos, distância percorrida e custo total. Da mesma forma, os autores compararam os resultados da ACO com os resultados de Pureza *et al.* (2012), e ACO também apresentou melhores resultados, reduzindo em cerca de 3% o número de veículos, em 5% o número de entregadores e em 1% a distância percorrida. Considerando a pequena redução desses indicadores e a similaridade dos algoritmos ACO, Grancy e Reimann (2014a) atribuem o sucesso de seus métodos à busca local empregada.

Motivados pelos cenários de distribuição de produtos das indústrias de bebidas brasileiras, Grancy e Reimann (2014b) propõem duas heurísticas para a definição de *clusters* de clientes e utilizam as duas metaheurísticas discutidas em Grancy e Reimann (2014a) para definição das rotas. A primeira heurística é caracterizada como de construção sequencial. Inicialmente, é criado um *cluster* para cada cliente. A cada cliente é atribuído um valor de atratividade que é utilizado para decidir se o cliente será adicionado a outro *cluster*. Nessa etapa um único entregador é designado a cada *cluster*. No entanto, dada as restrições de jornada de trabalho, clientes com tempo de serviço maiores podem impactar a expansão do *cluster*, exigindo um aumento do número de entregadores. A segunda heurística é caracterizada como de construção paralela e, similarmente à primeira heurística, utiliza uma estratégia de inserção de clientes com maior atratividade a *clusters*, desta vez, criados em paralelo.

Alvarez Diaz (2016) propõe duas metaheurísticas para resolução do VRPTWMD, baseadas em Busca Local Iterada (ILS), Busca em Vizinhança Grande (LNS) e métodos híbridos para a definição das rotas de mínimo custo. A obtenção da solução inicial é baseada na heurística de inserção proposta por Grancy e Reimann (2014a), na qual a construção das rotas é feita de forma sequencial. A metaheurística ILS aplica uma busca local e “perturba” ótimos locais em busca de soluções de melhor qualidade, fazendo uso de uma busca de vizinhança variável. Já a metaheurística LNS tenta obter iterativamente novas soluções incumbentes por meio de operações de destruição e reparação, realizadas alternadamente, com objetivo de superar os obstáculos presentes em buscas locais tradicionais. O autor utilizou em seus experimentos computacionais as instâncias propostas por Pureza *et al.* (2012). Quando comparadas às soluções de Grancy e Reimann (2014a), os resultados da metaheurística ILS apresentaram reduções próximas à 0,8% quanto ao número de entregadores utilizados, enquanto que a metaheurística LNS alcançou reduções próximas a 0,7% e 1% sobre o número

de veículos e número de entregadores utilizados, respectivamente. Mais uma vez, percebe-se a similaridade dos resultados obtidos em Pureza et al. (2012) e em Grancy e Reimann (2014a). Os métodos híbridos, por sua vez, apresentaram soluções de melhor qualidade quando comparados aos resultados das metaheurísticas ILS e LNS em parte das instâncias tratadas, particularmente as do conjunto R1, com redução média do valor da função objetivo de 0,3%, e de 2,1% para as instâncias do conjunto RC1. Para os demais conjuntos de instâncias, os métodos híbridos não foram capazes de superar os resultados das metaheurísticas.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo é apresentado um modelo de programação matemática inteira mista que procura descrever as características da operação real de entrega de produtos da empresa em centros urbanos, consideradas relevantes para o corrente estudo. O modelo pode ser visto como uma extensão do VRPTWMD, sendo suas principais contribuições, a utilização de frota heterogênea, a possibilidade de contratação de caminhões fretados para atendimento de demanda extra, a possibilidade de múltiplas viagens (*multi-trip*) para um mesmo caminhão de entrega, a variação do número de ajudantes entre viagens de um mesmo caminhão, a existência de rotas perigosas, limitações de horários de circulação de tipos de caminhões em áreas da cidade, e limitações de tipos de caminhões que podem atender cada cliente.

O presente capítulo também descreve os experimentos computacionais realizados com instâncias fictícias de tamanho reduzido (*toys*), com o propósito de validar o modelo. Seis exemplos foram criados de forma a incorporar gradualmente características que ativem restrições de áreas centrais, bairros perigosos, compatibilidade de caminhões e *clusters*, janelas de tempo e capacidade da frota própria, com vistas a verificar seu impacto nas soluções.

4.1 Descrição do problema

O problema consiste em definir rotas diárias para uma frota de caminhões heterogênea que parte e retorna ao depósito central da empresa, com vistas à entrega de produtos a clientes localizados em centros urbanos. A frota consiste de caminhões próprios e fretados, e para cada uma dessas categorias, incorrem-se custos específicos. No caso dos caminhões próprios, têm-se apenas custos de deslocamento (combustível) e manutenção, enquanto apenas custos de contratação incidem em caminhões fretados. A elaboração das rotas visa otimizar três objetivos segundo a seguinte hierarquia: (1) maximizar o número de clientes servidos da carteira em questão, dado que não há garantia de atendimento total; (2) minimizar o custo com frota própria e veículos fretados; e (3) minimizar o número de entregadores utilizados.

Cada ponto visitado em uma dada rota (nó) representa o depósito ou uma parada do caminhão, seja para atender um único cliente ou um *cluster* de clientes geograficamente

próximos entre si. Admite-se que a definição dos *clusters* tenha sido feita previamente pelo usuário, seja manualmente a partir de informações das ruas, demanda e proximidade dos clientes, ou por um algoritmo de agrupamento. De igual forma, admite-se que os pontos de parada sejam a exata localização do cliente único ou fornecidos pelo usuário no caso de *clusters* de clientes. Janelas de tempo podem incorrer em alguns *clusters*, e correspondem a um período previamente acordado pela empresa e os clientes do *cluster* em questão.

A rota de cada caminhão é aqui definida como o trajeto que realiza entre sua partida do depósito no início da jornada de trabalho e seu retorno ao mesmo quando suas atividades foram completadas. Cada rota pode contemplar uma ou mais viagens, definidas como trajetos em que há o retorno do caminhão ao depósito com a finalidade de recarregamento, de maneira que o caminhão parte a seguir (em uma nova viagem) para atendimento de outros clientes.

Em cada viagem de uma dada rota, a carga total transportada não deve exceder a capacidade do caminhão, e o tamanho da tripulação (motorista, entregadores e segurança) está limitada à capacidade da cabine do veículo. De uma viagem para outra de um dado caminhão, o número de entregadores pode variar, uma vez que mudanças na carga de trabalho podem requerer um número maior ou menor de entregadores do que a viagem anterior. Em caso de rotas que exigem a presença de um segurança, o número máximo de entregadores se reduz em uma unidade.

A duração de cada rota não deve exceder um valor pré-definido, equivalente à jornada de trabalho decrementada da duração estimada das atividades administrativas e da duração do intervalo de almoço. Não são impostas janelas de tempo representando a indisponibilidade de circulação dos caminhões ou atendimento aos clientes durante o intervalo de almoço, uma vez que este período é uma decisão da tripulação e que pode variar dia a dia.

Clientes servidos em uma dada rota devem ser compatíveis com o tipo de caminhão. Além disso, caminhões de grande porte estão limitados a trafegar em alguns bairros, em especial regiões centrais, em determinados períodos do dia.

4.2 Formulação

O problema descrito na seção anterior combina características do VRPTWMD tratado em Pureza *et al.* (2012) e do MTRPTW em Seixas (2013) discutidos na Seção 3. A rede de fluxo (Figura 9) é representada por um grafo (G,N) no qual são considerados três tipos de nós: pontos de parada, depósito de origem e depósito de destino de cada viagem r . O

depósito é tanto origem como destino das viagens, de maneira que é representado por diferentes cópias. Conforme já discutido na Seção 3.1, se o número máximo de viagens é R , o depósito e suas cópias são representados pelos nós O_1 (origem da primeira viagem), O_2 (destino da primeira viagem e origem da segunda viagem), ..., O_{R+1} (destino da R -ésima viagem).

Note que para efeitos de formulação matemática e da aplicação considerada, uma rota consiste de exatas duas viagens, as quais podem representar três possíveis situações: (i) ociosidade do caminhão se o trajeto da primeira e da segunda viagem forem $O_1 \rightarrow O_2$ e $O_2 \rightarrow O_3$, respectivamente; (ii) uma viagem de entrega seguida da ociosidade do caminhão se o trajeto da primeira viagem for diferente de $O_1 \rightarrow O_2$ e o trajeto da segunda viagem for $O_2 \rightarrow O_3$; e (iii) duas viagens de entrega se o trajeto da primeira e da segunda viagem forem diferentes de $O_1 \rightarrow O_2$ e $O_2 \rightarrow O_3$, respectivamente. A Figura 9 ilustra a situação (ii).

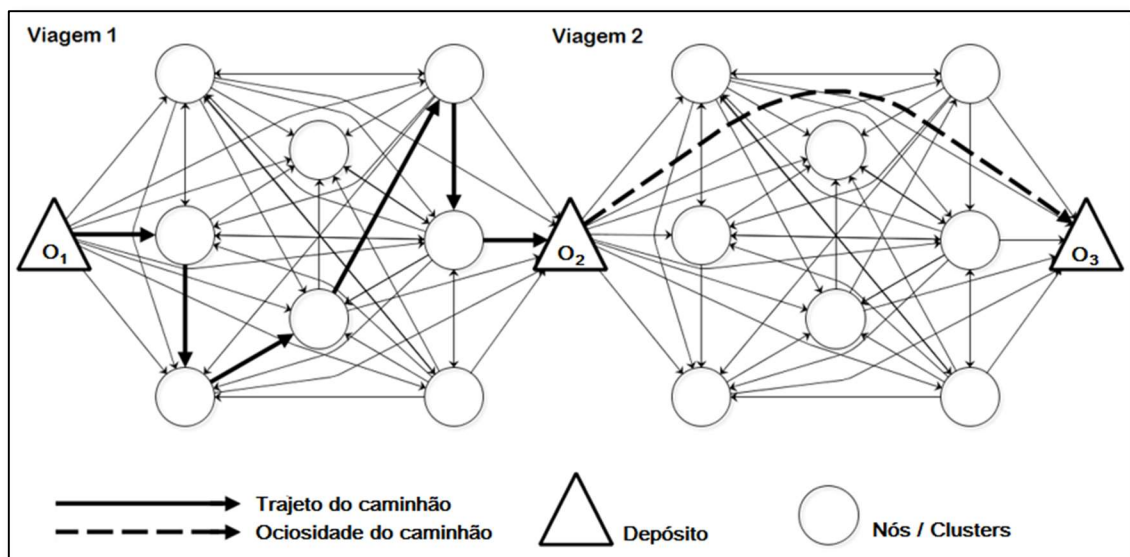


Figura 9: Rede de fluxo e rota de um caminhão.
Fonte: autor (2015).

Seja a seguinte notação:

Índices

- i, j, h, m Pontos de parada, depósito e suas cópias. Se i é ponto de parada, $i = C_1, C_2, \dots, C_n$.
Se i é o depósito ou suas cópias, então $i = O_1, O_2, \dots, O_{R+1}$;
- k, o Caminhões da frota ($k, o = 1, \dots, K$);
- l, g Tamanho da tripulação (motorista, ajudantes e segurança) designada a um veículo ($l, g = 1, \dots, L$). Se o tamanho da tripulação é l , diz-se que o veículo viaja em modo l ;
- r Viagens ($r = 1, \dots, R$).

Conjuntos

C	Nós pontos de parada;
D	Nó depósito e suas cópias;
OWN	Caminhões próprios;
$CHARTER$	Caminhões fretados;
B	Pontos de parada localizados na zona central da cidade;
A	Pontos de parada localizados em bairros perigosos;
E	Caminhões com restrições de circulação na zona central da cidade;
U_i	Caminhões compatíveis com o ponto de parada i ;

Dados de entrada

C_o	Custo unitário de deslocamento de um caminhão da frota própria (R\$/km);
C_s	Custo fixo diário de contratação de um caminhão fretado (R\$);
P_i	Prêmio pelo atendimento dos clientes associados ao ponto de parada i (R\$);
G	Custo unitário de alocação de funcionários a um caminhão (R\$/funcionário);
D_{ij}	Distância do nó i ao nó j (km);
DC_{ij}	Distância do nó $i \in B$ até a fronteira da zona central dado que o veículo ao sair de i se dirige a um nó $j \notin B$ (km);
V_k	Velocidade média do caminhão k (km/h);
Q_k	Capacidade do caminhão k (cubos);
q_i	Demanda no nó i (cubos). A demanda em $i \in D$ é igual a zero;
a_i, b_i	Instante de tempo mais cedo e mais tarde para início do serviço no <i>cluster</i> i ;
TS_{il}	Tempo de serviço no nó i com l entregadores (min);
TC	Tempo de carregamento de um caminhão para a segunda viagem do dia (min);
F	Instante de tempo máximo para circulação de caminhões $k \in E$ na zona central da cidade (min);
W	Duração da jornada de trabalho (min);
P_{min}	Percentual mínimo de utilização da capacidade de caminhões na segunda viagem;

Variáveis

x_{ijklr}	$\begin{cases} 1 & \text{se o caminhão } k \text{ visita o nó } j \text{ imediatamente após o nó } i \text{ no modo } l \text{ na viagem } r \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$ $i, j \in C \cup D; i \neq j; k = 1, \dots, K; l = 1, \dots, L; r = 1, \dots, R$;
y_{iklr}	Carga do caminhão k após servir o nó i em modo l na viagem r $(i, j \in C \cup D; k = 1, \dots, K; l = 1, \dots, L; r = 1, \dots, R)$;
t_{iklr}	Instante de início de serviço no nó i pelo caminhão k no modo l na viagem r $(i, j \in C \cup D; k = 1, \dots, K; l = 1, \dots, L; r = 1, \dots, R)$. Para $i \in D$ é também o instante de chegada em i .

O problema é formulado como um modelo de programação inteira mista, conforme descrito a seguir. Considera-se também que algumas variáveis são previamente fixadas. Por exemplo, fixa-se $x_{ijklr} = 0$ se $i = j$ ou $a_i + TS_{il} + \frac{D_{ij}}{V_k} \geq b_j$ ou $q_i + q_j > Q_k$ ou $k \notin \{U_i \cap U_j\}$ ou i (ou j) $\in A$ e $l = L$, dentre outras condições.

$$\begin{aligned}
\text{Min } f = & Co \sum_{r=1}^R \sum_{i \in C \cup \{O_r\}} \sum_{j \in C \cup \{O_{r+1}\}} \sum_{k \in OWN} \sum_{l=1}^L \left(\frac{D_{ij}}{V_k} \right) x_{ijklr} \\
+ Cs & \sum_{j \in C \cup \{O_2\}} \sum_{k \in CHARTER} \sum_{l=1}^L x_{O_1 j k l} - \sum_{r=1}^R \sum_{i \in C \cup \{O_r\}} \sum_{j \in C} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L P_j x_{ijklr} \\
+ G & \sum_{r=1}^R \sum_{j \in C} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L l x_{O_r j k l r}
\end{aligned} \tag{1}$$

sujeito a:

$$\sum_{r=1}^R \sum_{i \in C \cup \{O_r\}} \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K x_{ijklr} \leq 1, \quad j \in C \tag{2}$$

$$\sum_{r=1}^R \sum_{j \in C \cup \{O_{r+1}\}} \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K x_{ijklr} \leq 1, \quad i \in C \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i \in C \cup \{O_r\}} x_{ihk l r} &= \sum_{j \in C \cup \{O_{r+1}\}} x_{h j k l r}, \\
r &= 1, \dots, R; h \in C; k = 1, \dots, K; l = 1, \dots, L
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\sum_{i \in C \cup \{O_r\}} \sum_{l=1}^L x_{i O_{r+1} k l r} = 1, \quad r = 1, \dots, R; k = 1, \dots, K \tag{5}$$

$$\sum_{j \in C \cup \{O_{r+1}\}} \sum_{l=1}^L x_{O_r j k l r} = 1, \quad r = 1, \dots, R; k = 1, \dots, K \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i \in C \cup \{O_r\}} \sum_{g=1}^L x_{i O_{r+1} k g r} &= \sum_{j \in C \cup \{O_{r+2}\}} \sum_{l=1}^L x_{O_{r+1} j k l (r+1)}, \\
r &= 1, \dots, R-1; k = 1, \dots, K
\end{aligned} \tag{7}$$

$$y_{O_r k l r} = \sum_{i \in C \cup \{O_r\}} \sum_{j \in C} \sum_{l=1}^L q_j x_{ijklr} \quad r = 1, \dots, R; k = 1, \dots, K \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
y_{j k l r} &\leq y_{i k l r} - q_j x_{ijklr} + Q_k (1 - x_{ijklr}) \\
r &= 1, \dots, R; i \in C \cup \{O_r\}; j \in C \cup \{O_{r+1}\}; k = 1, \dots, K; l = 1, \dots, L
\end{aligned} \tag{9}$$

$$t_{jklr} \geq t_{iklr} + TS_{il} + \frac{D_{ij}}{V_k} - W(1 - x_{ijklr}) \quad (10)$$

$$r = 1, \dots, R; i \in C \cup \{O_r\}; j \in C \cup \{O_{r+1}\}; k = 1, \dots, K; l = 1, \dots, L$$

$$t_{O_{r+1}klr} \leq W \quad k = 1, \dots, K; l = 1, \dots, L; r = 1, \dots, R \quad (11)$$

$$t_{iklr} + TS_{il} + \frac{DC_{ij}}{V_k} - W(1 - x_{ijklr}) \leq F \quad (12)$$

$$r = 1, \dots, R; i \in B; j \notin B; k \in E; l = 1, \dots, L$$

$$t_{O_rkgr} \geq t_{O_rkl(r-1)} + TC - W \left(2 - \sum_{j \in C} x_{O_{r-1}jkl(r-1)} - \sum_{j \in C} x_{O_rjkgr} \right) \quad (13)$$

$$r = 2, \dots, R; k = 1, \dots, K; l, g = 1, \dots, L$$

$$\sum_{l=1}^L x_{O_r O_{r+1} klr} \leq \sum_{g=1}^L x_{O_{r+1} O_{r+2} kg(r+1)} \quad r = 1, \dots, R-1 \quad (14)$$

$$\sum_{i \in C \cup \{O_r\}} \sum_{j \in C} q_j x_{ijklr} \geq P_{min} Q_k - Q_k \sum_{j \in C} (1 - x_{O_r jklr}) \quad (15)$$

$$r = 2, \dots, R; k = 1, \dots, K; l = 1, \dots, L$$

$$x_{ijklr} = \{0,1\}, \quad r = 1, \dots, R; i, j \in C \cup D; k = 1, \dots, K; l = 1, \dots, L \quad (16)$$

$$0 \leq y_{ijklr} \leq Q_k, \quad r = 1, \dots, R; i, j \in C \cup D; k = 1, \dots, K; l = 1, \dots, L \quad (17)$$

$$a_i \leq t_{iklr} \leq b_i, \quad r = 1, \dots, R; i, j \in C \cup D; k = 1, \dots, K; l = 1, \dots, L \quad (18)$$

O objetivo (1) consiste em minimizar o custo com a frota própria, frota fretada e número de entregadores decrementado pelo valor de prioridade agregada dos clientes associados aos pontos de parada atendidos. Os valores dos parâmetros P_i , Co , Cs e G devem ser tais de forma a garantir a ordem lexicográfica de objetivos <número de clientes atendidos, custo com caminhões próprios e fretados, número de entregadores utilizados>.

As restrições (2) garantem que no máximo um caminhão k em um modo l em uma viagem r chega a cada ponto de parada j a partir de outro ponto de parada i ou do nó de origem da viagem r . As restrições (3) impõem que no máximo um caminhão k em um modo l em uma viagem r parte de um ponto de parada i para outro ponto de parada j ou para o nó de destino da viagem r . As restrições (4) são equações de conservação de fluxo que garantem que o mesmo caminhão k que entra em um ponto de parada h em um modo l parte de h para um ponto de parada j ou nó de destino da viagem r no mesmo modo l .

As restrições (5) garantem que cada caminhão k na viagem r chega ao nó de destino de r em um modo l a partir de um único nó i (parada ou nó de origem da viagem r). A

restrição (6) garante que cada caminhão k na viagem r sai do nó de origem de r em um modo l para um único nó j (parada ou nó de destino da viagem r).

As restrições (7) asseguram que cada caminhão k chegue ao nó de destino da viagem r em um modo g e parta na viagem $r + 1$ para um nó j (parada ou nó de destino de $r + 1$) em um modo l , com l igual ou diferente de g . As restrições (8) definem a carga de cada veículo k no nó origem de cada viagem r como igual ao total das demandas dos clientes associados aos pontos de parada visitados por k em r . As restrições (9) computam a carga no caminhão k em um modo l na viagem r que visita o nó j logo após visitar o nó i . As restrições (10) definem os instantes de início de serviço de cada nó j visitado imediatamente após o nó i na rota r com o veículo k no modo l . As restrições (11) prescrevem que o tempo total de rota de cada veículo k não exceda a jornada de trabalho.

As restrições (12) garantem a ausência de caminhões com restrições de circulação na zona central da cidade em períodos em que sua circulação é vedada. Isso é feito impondo-se que se um veículo com restrições de circulação parte de um nó i localizado na zona central para visitar um nó j fora dessa zona (dentre os quais, o nó de destino O_{r+1} de cada viagem r), então ele precisa cruzar a fronteira do centro até o instante máximo de circulação F . O ponto de cruzamento da fronteira corresponde ao local (rua ou nó) que o caminhão certamente (ou provavelmente) cruzaria ao se dirigir de i para j , podendo ser identificado, por exemplo, a partir da análise do caminho mais curto entre i e j . Assim, para cada par de nós (i, j) ($i \in B; j \notin B$), um único ponto de cruzamento da fronteira do centro é identificado em uma etapa de pré-processamento. Como a distância de i para a fronteira do centro é função do destino j , ela pode ser referenciada por DC_{ij} , ou seja, em termos de i e j .

As restrições (13) expressam a relação entre o instante de chegada do veículo k no modo l no nó de destino da viagem r e o instante de partida do mesmo veículo k no modo g do nó de origem da viagem $r + 1$. Como o nó de origem de $r + 1$ é igual ao nó de destino de r , a função da restrição é, portanto, relacionar esses instantes de tempo considerando que pode haver mudança de modo. O instante de partida de k no nó de origem da viagem $r + 1$ (caso ela ocorra de fato) é igual ao instante de chegada de k no nó de destino da viagem r acrescido do tempo de recarregamento do caminhão.

As restrições (14) garantem que a viagem $r + 1$ não seja de fato realizada se a viagem r não tiver sido, eliminando soluções simétricas. As restrições (15) garantem que a viagem $r +$

1 ocorra apenas se a utilização da capacidade do veículo atingir o valor mínimo requerido. Finalmente, as restrições (16) a (18) definem o domínio das variáveis de decisão.

4.3 Experimentos para validação do modelo

Com o propósito de validar o modelo (1)-(18), experimentos com seis exemplos de tamanho reduzido (*toys*) foram realizados utilizando a linguagem de modelagem GAMS com o *solver* CPLEX 12.5.0.1. O algoritmo *branch&cut* do CPLEX foi executado com todos os parâmetros com valores padrão, exceto pelas opções $fpheur = 1$, $heurfreq = 100$, $lbheur = 1$ e $threads = 4$, e com um tempo máximo de execução $\tau_{max} = 18.000$ segundos (5 horas). O *gap* de otimalidade é definido no CPLEX como $\frac{|LB-UB|}{|UB|}$, onde LB é o limitante inferior do valor ótimo, ou seja, o valor da melhor solução factível obtida até o momento, enquanto o UB é o limitante superior do valor ótimo, obtido pela relaxação do problema. Os experimentos foram, por sua vez, realizados em um computador Dell, modelo Optiplex 9010, com processador Intel i7 com 3,4 GHz, 16 GB de memória RAM e sistema operacional *Windows 7 Professional* de 64 bits.

Em todos os exemplos tratados, o custo por km com caminhões da frota própria (Co) e o custo de contratação por caminhão fretado (Cs) assumem valores realistas, próximos dos valores utilizados pela empresa. Os valores dos parâmetros P_i ($i \in C$) e G foram fixados em 900 e 1, respectivamente, tendo sido escolhidos após experimentos computacionais preliminares, de forma a garantir a ordem lexicográfica dos objetivos <número de clientes atendidos, custo com caminhões próprios e fretados, número de entregadores utilizados>.

Os exemplos *toys* foram criados com base em dados coletados das operações de entrega de produtos na cidade de Ribeirão Preto. Especificamente, características e localização geográfica dos clientes, distância entre cada par de nós, características dos caminhões, restrições de circulação de caminhões na zona central da cidade foram baseados em dados reais. Os dados de entrada adicionais para cada um dos *toys* tratados são descritos no Quadro 2, enquanto o Quadro 3 apresenta as características dos *toys*.

Quadro 2 – Dados de entrada adicionais dos exemplos *toy*.

<i>Toy</i>	Nº de <i>clusters</i>	Tamanho da frota própria	Tamanho da frota <i>charter</i>	Nº de entregadores disponíveis
1	8	4	0	12
2	14	4	0	12
3	14	4	0	12
4	18	4	0	11
5	18	4	1	14
6	19	5	1	17

Quadro 3 – Características dos exemplos *toy*.

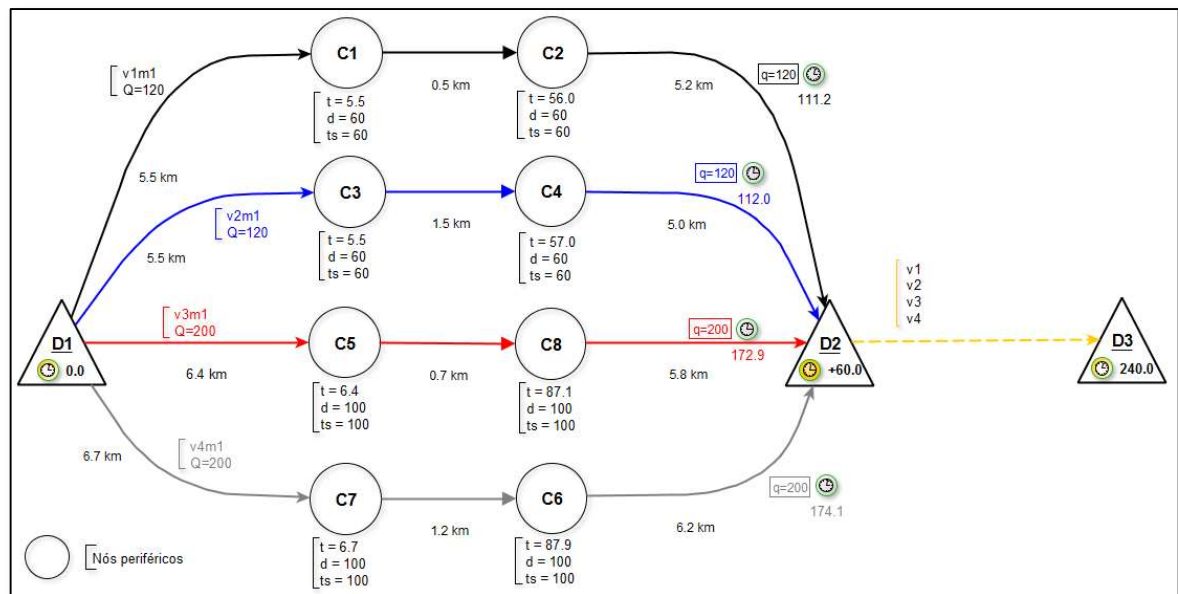
		<i>Toy</i>				
		1	2	3	4	5, 6
Localização dos <i>clusters</i>	Áreas periféricas					
	Áreas centrais					
	Bairros perigosos					
Características dos <i>clusters</i>	Compatibilidade total com a frota					
	Compatibilidade parcial com a frota					
	Janelas de tempo					
	Média demanda					
	Alta demanda					
Características da frota	Própria					
	<i>Charter</i>					

A Tabela 1 apresenta medidas das soluções obtidas, enquanto as Figuras 10 a 15 ilustram as rotas para cada exemplo *toy*. Conforme observado, foram obtidas soluções com *gaps* inferiores a 1% para *toys* 1 a 3. Dentre estes, *toy* 1 obteve solução comprovadamente ótima. Sendo um exemplo base, com *clusters* periféricos (C1 a C8), demandas relativamente baixas, total compatibilidade de caminhões e *clusters*, todos os *clusters* foram atendidos em uma única viagem e com apenas um entregador por caminhão (Figura 10).

Tabela 1 – Resultados computacionais dos exemplos *toys*.

<i>Toy</i>	Nº de <i>clusters</i>	<i>f</i>	Número de veículos	Custo (\$)	Distância (km)	Nº de entregadores	Nº de <i>clusters</i> não atendidos	Tempo computacional (s) *	Gap (%)
1	8	7144,779	4	55,22	50,2	4	-	432 (432)**	0
2	14	12520,000	4	78,43	71,3	8	-	18.000 (3.098)**	0,4
3	14	12520,000	4	79,64	72,4	10	-	18.000 (16.221)**	0,2
4	18	14300,000	4	97,46	88,6	10	2	18.000 (16.361)**	12,9
5	18	14700,000	5	598,89	89,9	10	1	18.000 (16.750)**	9,79
6	19	15590,000	6	612,86	102,6	10	1	18.000 (16.390)**	3,6

** Tempo de obtenção da melhor solução (entre parêntesis).

Figura 10: Rotas do exemplo *toy* 1.

Toy 2, por sua vez, inclui *clusters* de regiões centrais (nós C9 a C14), ativando assim a restrição de circulação na área central de caminhões que não pertencem ao grupo 1, o que provocou a necessidade de uma segunda viagem para dois caminhões e o uso de um número maior de entregadores (Figura 11). Para *toy* 3, a existência de janelas de tempo (nós C2, C6, C9, C12 e C14) e incompatibilidade entre alguns caminhões e *clusters* (C5 a C8) resultou no aumento da distância e do número máximo de entregadores em relação a *toy* 2 (Figura 12). Note que nesses dois exemplos, são utilizados os mesmos *clusters*, de maneira que o impacto de janelas de tempo e incompatibilidade é evidenciado.

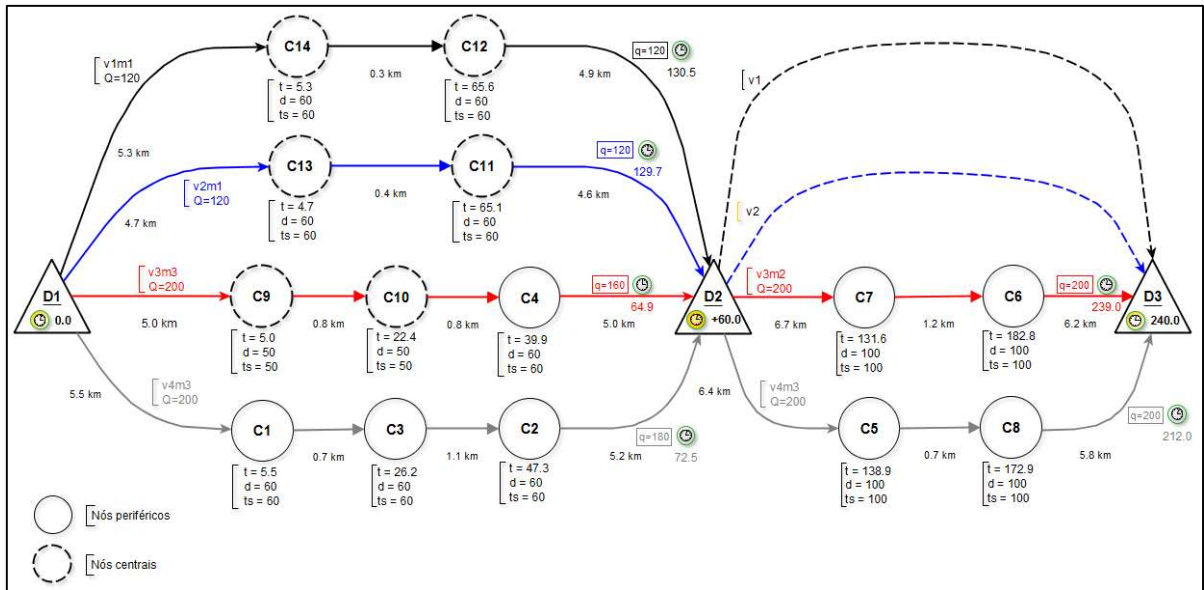


Figura 11: Rotas do exemplo toy 2.

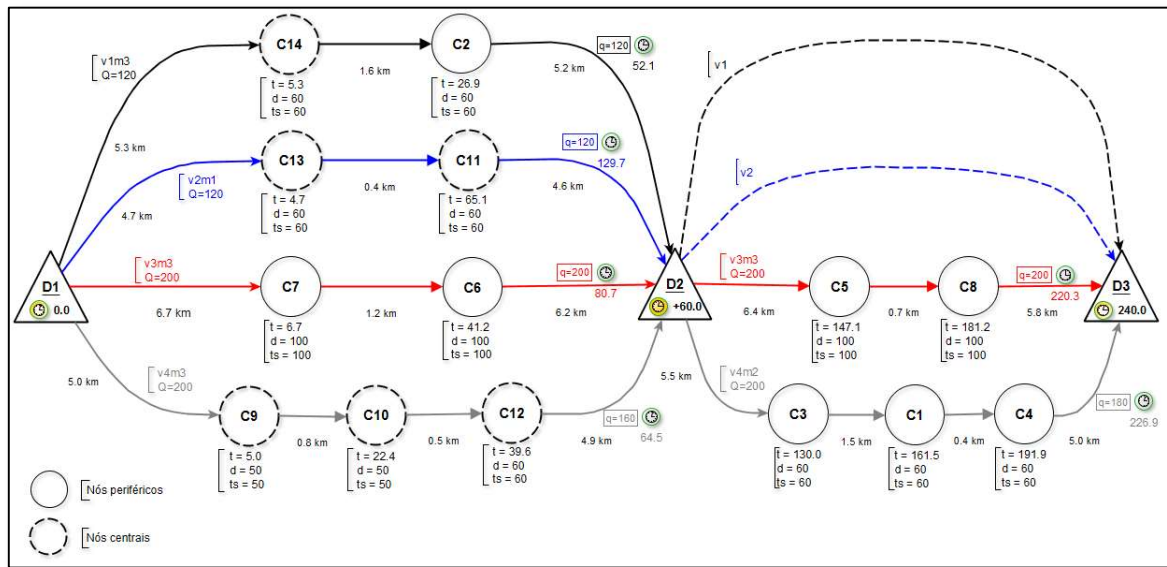


Figura 12: Rotas do exemplo toy 3.

A inclusão de bairros perigosos (nós C15 a C18) e alta demanda em *toy 4* provocou não só o aumento do custo com um número maior de viagens, mas também o não atendimento de 2 *clusters* (C7 e C18) do exemplo por falta de veículos (Figura 13). Finalmente, a disponibilização de um caminhão fretado (V5) em *toy 5* permitiu que o *cluster* C18 fosse atendido (Figura 14).

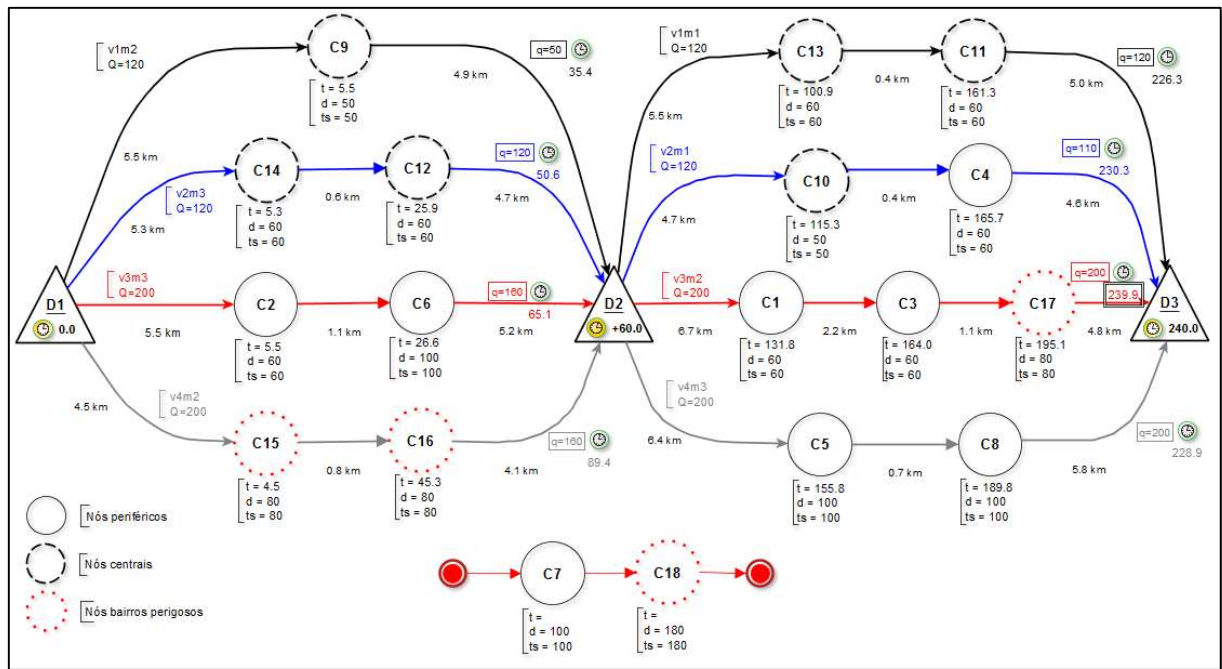


Figura 13: Rotas do exemplo toy 4.

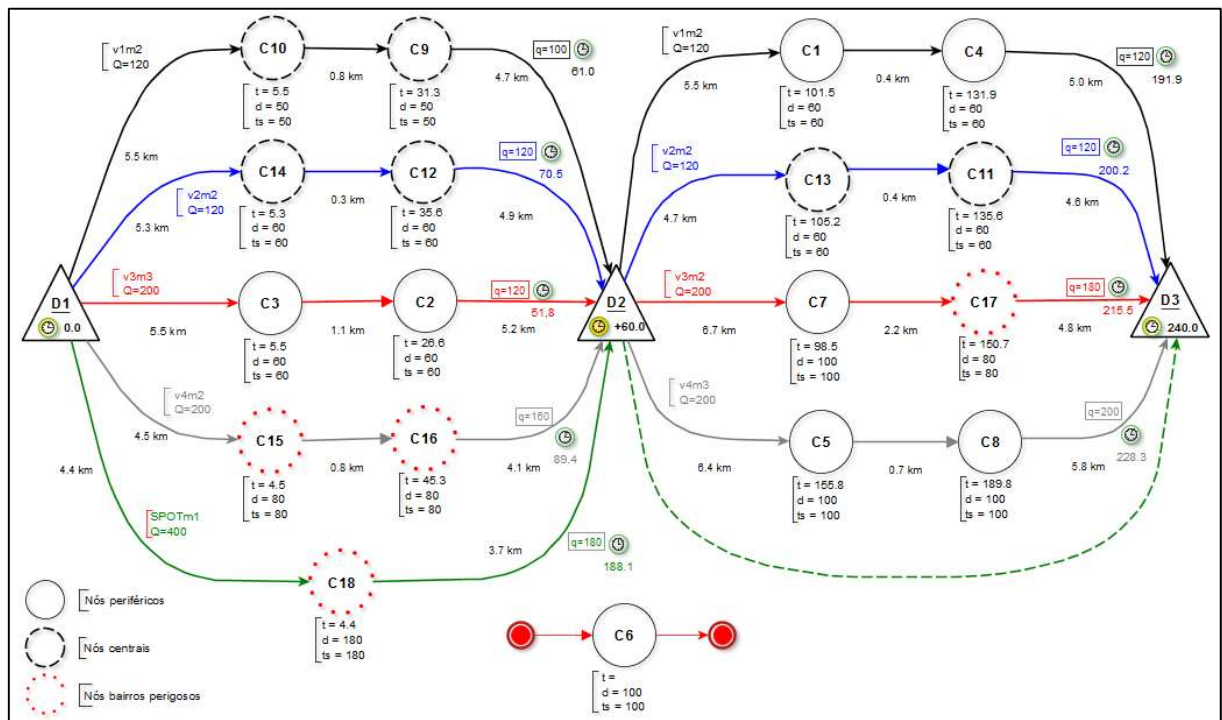


Figura 14: Rotas do exemplo toy 5.

Em toy 6, foi adicionado o *cluster* C19 (periférico) e o veículo V6 compatível com todos os *clusters* periféricos. Note que, mesmo havendo veículo disponível para atender todos os *clusters*, C19 não foi atendido, não devido à falta de veículos, mas pela restrição de carga

mínima para a realização da 2ª viagem (Figura 15). Percebe-se que os *gaps* das soluções desses três últimos exemplos são substancialmente maiores que os *gaps* dos exemplos anteriores, sugerindo que se torna mais difícil resolver otimamente o modelo (ou provar sua otimalidade) conforme a instância tem seu porte aumentado e se torna mais restrita.

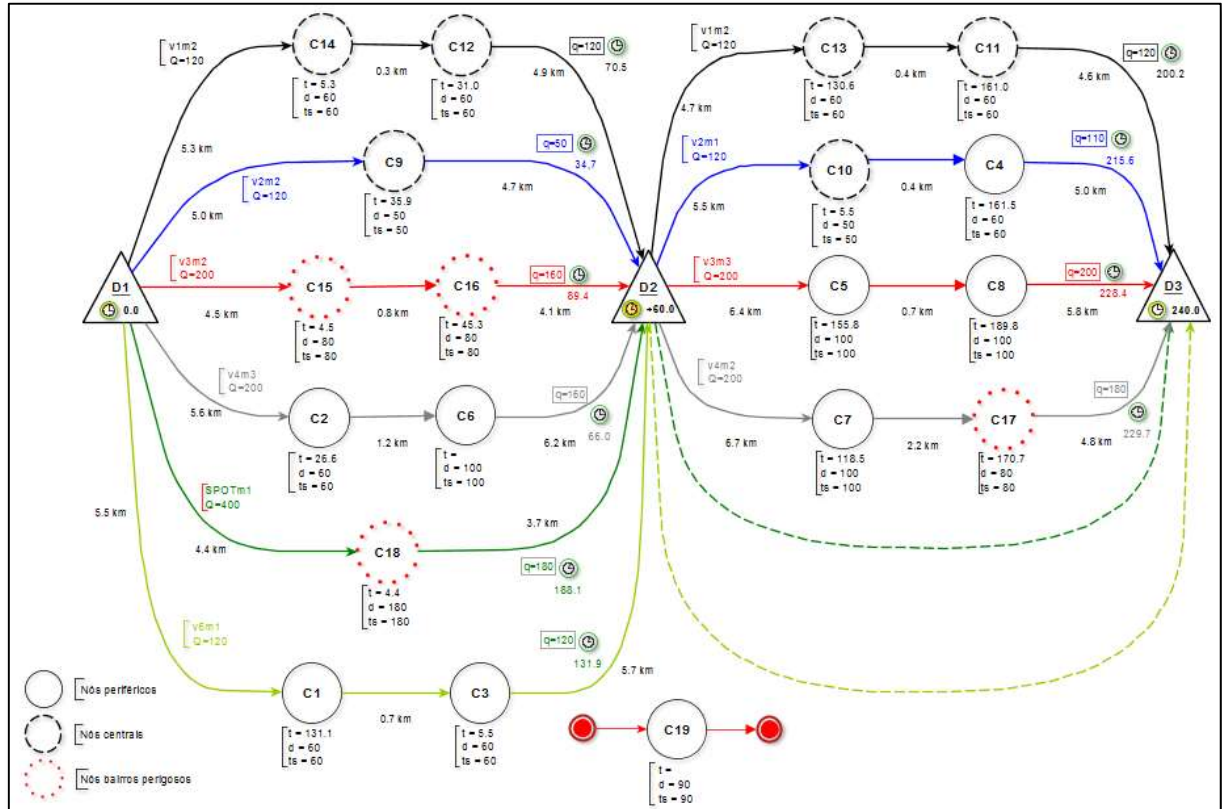


Figura 15: Rotas do exemplo toy 6.

5 ABORDAGENS HEURÍSTICAS

O presente capítulo apresenta variantes de dois procedimentos heurísticos para resolução do modelo MTRPTWMD, descrito no capítulo anterior. O primeiro procedimento (HCD) consiste de uma heurística determinística de construção da solução inicial, cuja melhoria pode ser feita por meio de busca local ou por um algoritmo de *simulated annealing* (SA). O segundo procedimento (GRASP) consiste de uma implementação da metaheurística GRASP, em que a construção da solução se dá de forma probabilística, e cuja melhoria é feita pela heurística de busca local. Em ambos os procedimentos, a fase de melhoria visa reduzir o número de viagens, seguida da diminuição da distância percorrida e, finalmente, da redução do número de entregadores. Note que os procedimentos foram projetados de forma a obedecer à ordem de importância dos objetivos do modelo, ou seja: (1) maximizar o número de clientes servidos, dado que não há garantia de atendimento total; (2) minimizar o custo com frota própria e veículos fretados; e (3) minimizar o número de entregadores utilizados.

Considere a seguinte notação adicional:

FO : conjunto de veículos da frota

FC : conjunto cópia dos veículos de FO

FD : conjunto de veículos duplicados da frota (ou seja, $FD = FO \cup FC$)

FA : conjunto de veículos ociosos de FD

FU : conjunto de veículos utilizados de FD

C : conjunto de nós clientes (pontos de parada) a serem roteados

CR : conjunto de nós clientes roteados

CN : conjunto de nós clientes não roteados

l_r : número de entregadores (modo) da viagem r

Os passos gerais de cada procedimento proposto são descritos nas Figuras 16 e 17, e o detalhamento de cada etapa é apresentado nas seções seguintes.

1. Para o conjunto de veículos FD e de nós clientes C , aplique a fase de construção de rotas compostas por até duas viagens pela heurística construtiva descrita na Figura 18. Seja S a solução resultante.
2. Aplique a fase de otimização, optando pela heurística de busca local descrita na Figura 22 ou pela metaheurística SA descrita na Figura 26. Caso SA seja empregada, aplique a fase de redução do número de entregadores descrita na Figura 25.
3. Retorne a solução S .

Figura 16: Procedimento HCD para o modelo do MTRPTWMD.

1. Seja τ_{max} o tempo total de aplicação do procedimento. Faça $S = S^* = \emptyset$, e $f(S^*) = \infty$.
2. **Repita**
 - 2.1. Para o conjunto de veículos FD e de nós clientes C , aplique a heurística de construção de rotas compostas por até duas viagens, descrita na Figura 26.
 - 2.2. Aplique a heurística de busca local, descrita na Figura 22, à solução obtida no passo anterior, obtendo a solução S .
 - 2.3. Se $f(S) \leq f(S^*)$, faça $S^* = S$.

Até que τ_{max} tenha transcorrido.
3. Retorne a solução S^* .

Figura 17: Procedimento GRASP para o modelo do MTRPTWMD.

Em ambos os procedimentos, a construção de rotas (passo 1 da Figura 16 e passo 2.1 da Figura 17) é aplicada para a frota original duplicada. A duplicação da frota é um artifício para endereçar a primeira e a segunda viagem de cada veículo. Especificamente, cada veículo k possui uma cópia exata k' , de maneira que caso seja utilizado, a primeira viagem é realizada pelo veículo k enquanto o veículo k' atende os clientes da segunda viagem, se houver. Caso haja a segunda viagem, o acoplamento das duas viagens é feito impondo que o instante de partida do veículo k' do depósito seja igual ao instante de chegada do veículo k ao depósito adicionado do tempo de recarregamento TC . Note que desta forma, cada viagem pode ser tratada como uma rota do VRPTWMD com restrições de acoplamento.

A construção de rotas em cada procedimento contempla heurísticas de inserção de nós (descritas nas Seções 5.1 e 5.4) que não garantem a factibilidade das rotas exclusivamente por conta da violação de restrições de carga mínima na 2ª viagem (as demais restrições são sempre respeitadas). Por esta razão, os algoritmos utilizam uma heurística de factibilização (descrita na Seção 5.1.2). Em termos gerais, a heurística de factibilização procura transferir nós clientes de 2ªs viagens de rotas factíveis para 2ªs viagens de rotas infactíveis, e caso estas não se tornem factíveis, na transferência de nós de 1ªs viagens. Note no passo 6 da Figura 20, que caso haja nós não roteados, uma das heurísticas de inserção de nós é então aplicada à

solução da heurística de factibilização, o que pode melhorar a qualidade da solução se esta já for factível ou factibilizá-la, caso contrário. Se após esta aplicação ainda houver 2^{as} viagens infactíveis em relação à restrição de carga mínima, estas viagens são excluídas da solução.

O passo 2 da Figura 16 e passo 2.2 da Figura 17, por sua vez, consiste em alterações nas rotas produzidas ao fim da factibilização com vistas à melhoria da qualidade da solução. Esta fase consiste na aplicação de três procedimentos aplicados em sequência: redução de rotas pela transferência de nós de rotas menores para rotas maiores e possível inclusão de nós não roteados com os veículos disponibilizados; redução da distância total percorrida por meio de trocas e transferências de nós intra-rotas e inter-rotas; e o decremento iterativo do número de entregadores até que uma redução provoque infactibilidade na rota. Note que assim como no algoritmo de busca tabu de Pureza *et al.* (2012), esta sequência de procedimentos obedece a hierarquia dos objetivos do problema, ou seja, (1) a maximização do número de clientes atendidos, (2) a minimização dos custos com veículos *charter* e da frota própria, e (3) a minimização do número de entregadores.

5.1. A heurística construtiva determinística

A heurística construtiva utilizada no procedimento HCD é a primeira alternativa proposta para geração da solução inicial do problema. Nós não roteados são selecionados iterativamente para inclusão nas rotas segundo os objetivos do problema. Conforme comentado anteriormente, rotas que violem as restrições de carga mínima na 2^a viagem são submetidas a uma fase de factibilização. Os passos gerais da heurística são descritos na Figura 18 e o detalhamento de cada passo é apresentado nas seções seguintes.

1. Para o conjunto de veículos FD e de nós clientes C a serem roteados, gere a solução S , aplicando a heurística determinística de inserção de nós descrita na Seção 5.1.1.
2. Caso S possua rotas com restrições de carga mínima da 2^a viagem violadas, aplique a heurística de factibilização descrita na Seção 5.1.2.
3. Caso a solução obtida no passo anterior também possua rotas com restrições de carga mínima da 2^a viagem violadas, elimine essas rotas, tornando não roteados os nós servidos por ela. Seja S a solução resultante.
4. Retorne a solução S .

Figura 18: Passos da heurística construtiva no procedimento HCD.

5.1.1 A heurística de inserção de nós

Na construção das rotas da solução inicial (detalhada na Figura 19), a seleção do nó semente (p) para inicializar uma viagem é guiada pela ordem de prioridade dos objetivos. No passo 2, os nós clientes são ordenados na lista LN em ordem de *atendimento mais restrito*, ou seja, com menores oportunidades de serem servidos (menor limite superior de janela de tempo, menor quantidade de veículos compatíveis, maior demanda). Os veículos ociosos, por sua vez, são ordenados na lista LV (passo 3). Note que o conjunto de veículos ociosos (FA) consiste da união do subconjunto de veículos não utilizados ditos originais (conjunto $FO \cap FA$) e do subconjunto de veículos não utilizados correspondentes a cópias dos originais (conjunto $FC \cap FA$). A ordenação da lista LV coloca o subconjunto dos originais antes do subconjunto das cópias, e para cada subconjunto, os veículos são ordenados em ordem de *utilização mais restrita* (menor quantidade de clientes compatíveis, sujeito à restrição de circulação no centro, menor capacidade). Além disso, veículos fretados são listados depois de qualquer veículo da frota própria.

Como o atendimento do maior número de nós é o objetivo prioritário, no passo 4 são selecionados o nó p de menor ordem da lista LN e o veículo k de menor ordem da lista LV tal que k é compatível com p e tem capacidade suficiente para atender totalmente a demanda de p . Ou seja, a viagem parcial deve ser factível para todas as restrições, com exceção da restrição de carga mínima se 2ª viagem. Note que os critérios de seleção do veículo visam à utilização mais eficiente desse recurso limitado. Como os veículos ditos originais são utilizados na 1ª viagem do veículo real e os veículos cópia são utilizados em sua 2ª viagem, a ordenação de LV garante que a 1ª viagem seja realizada antes da 2ª. Note também que a seleção do veículo define completamente o veículo real e a ordem da viagem do mesmo, de maneira que a rota de cada veículo da frota utilizado na solução final da construção é facilmente reportada.

Se não houver nenhum par (p, k) nas condições supracitadas, a heurística é finalizada, retornando, a solução S obtida (passo 7). Caso contrário, a viagem é inicializada com p (por sua vez, removido de LN), e servida por k (por sua vez, removido de LV) com o número máximo de entregadores permitidos para o tipo de bairro onde p se encontra (perigoso ou não), sendo a solução parcial atualizada no passo 5. Note que como a frota é limitada, a utilização do número máximo de entregadores aumenta as chances de inclusão dos nós ao reduzir o tempo de serviço. A minimização do número de entregadores, por sua vez, é o objetivo de menor prioridade, sendo somente endereçada na fase de melhoria (Figura 25). Observe que a designação inicial do número de entregadores às viagens difere da empregada

no algoritmo de busca tabu em Pureza *et al.* (2012), em que o número de entregadores em cada rota é inicializado em 1.

Seguindo a lista ordenada LN , no passo 6 é obtida e efetivada a inserção em uma das viagens correntes do nó p de menor ordem que provoca o menor aumento no custo da solução em construção. Esse passo é repetido até que $LN = \emptyset$ (todos os nós foram inseridos) ou se a inserção de qualquer nó em LN violaria alguma das restrições do problema, com exceção da restrição de carga mínima da 2ª viagem. Nesse caso e se $FA \neq \emptyset$, investiga-se a inicialização de uma nova viagem, retornando-se ao passo 4.

Note que a heurística é sequencial no sentido de que cada viagem é inicializada por vez, entretanto, a inserção de nós não roteados é analisada em cada uma das viagens correntes. Note também que em contraposição à estratégia de inserção do nó não roteado com menor degradação na função objetivo, comum a heurísticas para problemas de roteamento clássicos, a tentativa de inclusão na solução do primeiro nó na lista LN (com menos oportunidades de ser servido) parece ser mais adequada devido ao grande número de restrições do problema.

Cabe ressaltar que se ao final da aplicação da heurística construtiva existir nós não roteados, os mesmos passarão por novas tentativas de inserção em passos posteriores.

1. **Inicialização:** Para a instância em questão, faça CR (conjunto de nós clientes roteados) = \emptyset , NCR (conjunto de nós clientes não roteados) = C (conjunto de nós clientes), FA (conjunto de veículos ociosos) = FD (conjunto da frota duplicada).
2. **Construção da lista LC :** Ordene o conjunto de nós clientes NCR na lista LC segundo os seguintes critérios: (1) menor limite superior de janela de tempo, (2) menor quantidade de veículos compatíveis, e (3) maior demanda, de maneira que o critério i resolve a ordenação de nós que obtiveram a mesma ordenação com o critério $i-1$.
3. **Construção da lista LV :** Divida o conjunto de veículos FA em subconjuntos de veículos da frota própria e fretados, e subdivida cada um desses subconjuntos em subconjuntos menores de veículos originais e de veículos cópias. Para cada um desses subconjuntos menores, ordene os veículos segundo os seguintes critérios: (1) menor quantidade de clientes compatíveis, (2) sujeito à restrição de circulação no centro, e (3) menor capacidade, de maneira que o critério i resolve a ordenação de nós que obtiveram a mesma ordenação com o critério $i-1$. Obtenha a lista LV , ordenando os subconjuntos menores (internamente ordenados) segundo os seguintes critérios: (1) veículos originais da frota própria, (2) veículos cópia da frota própria, (3) veículos originais fretados, e (4) veículos cópia fretados.
4. **Inicialização de viagens:** Selecione o nó de menor ordem na lista LC (nó p) e o veículo de menor ordem da lista LV (veículo k) que pode servir p sem violar nenhuma restrição do problema, com exceção da restrição de carga mínima para 2ª viagem. Se não houver o par (p, k) , vá para o passo 7, finalizando a heurística. Caso contrário, inicie com p a viagem associada ao veículo k , designando a k o número máximo de entregadores para o tipo de p (2 entregadores se em bairro perigoso, 3 entregadores se em bairro não perigoso).
5. **Atualização da solução parcial:** Faça $LC = LC - \{p\}$, $LV = LV - \{k\}$, atualize a capacidade de k e calcule a programação da viagem, considerando que se $k \in FO$ (conjunto de veículos originais), a partida de k do depósito central ocorre no instante zero; caso contrário, a partida de k é igual ao instante de retorno do veículo original associado a k , adicionado do tempo de carregamento (TC). Seja S a solução parcial corrente.
6. **Inserção de nós em viagens correntes:** Caso $LC \neq \emptyset$, selecione o nó p de menor ordem na lista que pode ser servido em uma das viagens correntes e, desconsiderada a restrição de carga mínima para 2ª viagem, sua posição de inserção factível que implique em menor aumento de custo à solução parcial. Se não houver p com inserção factível, vá para o passo 4. Caso contrário, retorne ao passo 5.
7. Retorne a solução S .

Figura 19: Passos da heurística de inserção da heurística construtiva do procedimento HCD.

5.1.2 A heurística de factibilização de rotas

Quando a solução gerada pela heurística de inserção apresenta violação de carga mínima de 2ª viagem na viagem de algum veículo $k \in FC$ (2ªs viagens de um veículo real), a rota é factibilizada no passo 2 da heurística construtiva (Figura 18), procurando inicialmente transferir nós servidos em viagens de outros veículos $k'' \in FC$ para a viagem do veículo k . Se factibilização não for bem-sucedida, procura-se, então, transferir nós servidos nas viagens de algum veículo $k'' \in FO$ (1ªs viagens de um veículo real) para a viagem do veículo k . A Figura 20 detalha os passos do procedimento.

No passo 1, veículos de segunda viagem ($k \in FC$) que apresentam violação da restrição de carga mínima são ordenados pelo maior valor percentual de utilização, e

adicionados à lista de veículos de 2^{as} viagens inactíveis LI , enquanto no passo 2, veículos de segunda viagem que não apresentam violação de carga mínima são também ordenados pelo maior valor percentual de utilização, e adicionadas à lista de veículos de 2^{as} viagens factíveis LF .

A ordenação dos veículos em LI é justificada pelo fato de viagens inactíveis servidas por veículos com maior utilização requererem menor quantidade de carga adicional para se tornarem factíveis. A ordenação dos veículos em LF , por sua vez, é justificada pelo fato de veículos com maior utilização poderem disponibilizar uma quantidade maior de nós para veículos em LI (aumentando assim as chances de factibilização das viagens em LI).

Com as listas ordenadas (passo 3), avalia-se todos os nós que podem ser transferidos de veículos k' em LF para cada veículo k em LI . Os nós passíveis de transferência são armazenados em uma lista LP , assim como a posição de inserção em k que resulta em menor custo, e são ordenados pelo maior valor de demanda a fim de agilizar a factibilização das viagens em LI . É então inserido o primeiro nó p servido pelo veículo k' em LP . Esse procedimento é realizado até que $LP = \emptyset$ ou todas as viagens de veículos em LI se tornem factíveis. Se ainda houver 2^{as} viagens inactíveis (passo 4), no passo 5 a lista LF é redefinida com veículos de primeira viagem ($k \in FO$), sendo os passos 2 e 3 novamente executados. A priorização de nós de 2^{as} viagens factíveis para transferência à viagens inactíveis deve-se ao fato de 2^{as} viagens servirem, em sua maioria, nós caracterizados como *menos restritivos*, o que tende a fornecer um maior número de posições factíveis de inserção.

No passo 6, procura-se ainda aproveitar possíveis folgas (diminuição no tempo de rota, diminuição no percentual de utilização do veículo) decorrentes da movimentação de nós nas tentativas de factibilização do passo 3 para inserir nós não roteados na solução. Note que caso esta tenha se tornado factível no passo 3, o passo 6 pode aumentar o número de clientes servidos, endereçando, portanto, o primeiro objetivo do problema.

1. Identifique dentre todas as viagens da solução S produzida pela heurística de inserção de nós, aquelas servidas por veículos $k \in FC$ e com violação de carga mínima de 2ª viagem. Seja LI a lista com as viagens identificadas, cada qual representada pelo veículo k que a serve, e ordenadas pelo maior valor percentual $util_k$ de utilização do veículo.
2. Identifique também dentre todas as viagens da solução S , aquelas servidas por veículos $k \in FC$ e sem violação de carga mínima de 2ª viagem. Seja LF a lista com as viagens identificadas, cada qual representada pelo veículo k que a serve, e ordenadas pelo maior valor percentual $util_k$ de utilização do veículo.
3. Para cada veículo k listado em LI :
 - 3.1. Para cada veículo k' listado em LF :
 - 3.1.1. Percorra cada nó cliente p servido por k' , avaliando se é possível transferi-lo para a viagem servida pelo veículo k , mantendo factível a viagem de k' e não provocando novas infactibilidades na viagem de k . Armazene na lista LP cada nó p que pode ser transferido para a viagem de k , assim como a posição de inserção factível de p na viagem de k que resulte em menor aumento de custo. Ordene LP pela maior demanda.
 - 3.1.2. Se $LP \neq \emptyset$
 - 3.1.2.1. Selecione o primeiro nó p em LP que possui demanda maior ou igual ao necessário para que $83\% \leq util_k \leq 100\%$, tornando a viagem de k factível. Insira p na posição de inserção factível identificada no passo 3.1.1. Caso nenhum nó p tenha demanda suficiente para factibilizar a viagem de k selecione o primeiro nó p em LP e insira-o na melhor posição da viagem de k . Faça $LP = LP - \{p\}$.
 - 3.1.2.2. Repita esse procedimento enquanto $83\% \leq util_k \leq 100\%$ ou $LP = \emptyset$, atualizando $util_k$ e $util_{k'}$ nas listas LI e LP a cada transferência de nó.
4. Seja S a solução resultante do passo 3. Para cada veículo k listado em LI tal que $util_k \geq 83\%$, faça $LI = LI - \{k\}$.
5. Se $LI \neq \emptyset$, redefina a lista LF como de veículos $k \in FO$ (ordenados pelo maior valor percentual $util_k$ de utilização do veículo) e faça os passos 2 e 3.
6. Caso exista nós não roteados ($NCR \neq \emptyset$), aplique a heurística de inserção de nós (Figura 19).
7. Retorne a solução resultante S .

Figura 20: Passos da heurística de factibilização das viagens que violam a restrição de carga mínima.

5.2 Uma alternativa à heurística construtiva determinística

A heurística construtiva apresentada na Seção 5.1 é, na realidade, a segunda versão desse tipo de método investigado nesta pesquisa. A primeira versão consiste nas seguintes etapas: (1) geração da solução inicial onde nós não roteados são selecionados iterativamente para inclusão nas rotas segundo os objetivos do problema; (2) desconstrução de rotas de 2ª viagem infactíveis (quando aplicável), liberando os nós servidos nessas rotas para que sejam reconsiderados para inserção na etapa (3).

Os passos gerais da primeira versão da heurística são descritos na Figura 21. Note que o processo de inserção revê os critérios de seleção dos nós. Em um primeiro momento (passo 3) os nós são listados na lista LN em ordem de *atendimento mais restrito*, ou seja,

priorizando aqueles com menores oportunidades de serem servidos (menor limite superior de janela de tempo, menor quantidade de veículos compatíveis, maior demanda) e, caso ainda haja nós não servidos (passo 4), os mesmos são listados em *LN* em ordem de *atendimento menos restrito*, ou seja, priorizando aqueles com maiores oportunidades de serem servidos (maior limite superior de janela de tempo, maior quantidade de veículos compatíveis, menor demanda).

1. Para o conjunto de veículos *FD* e de nós clientes *C* a serem roteados, gere a solução *S*, aplicando a heurística determinística de inserção de nós descrita na Seção 5.1.1.
2. Caso a solução obtida no passo 1 possua rotas com restrições de carga mínima da 2ª viagem violadas, desconstrua essas rotas, tornando não roteados os nós servidos por elas.
3. Caso existam nós não roteados, aplique a heurística determinística de inserção de nós descrita na Seção 5.1.1.
4. Caso ainda existam nós não roteados, aplique a heurística determinística de inserção de nós descrita na Seção 5.1.1 alterando a ordem de prioridade de inserção dos nós da lista *LN* para que o atendimento seja feito pelos nós menos restritos. Seja *S* a solução resultante.
5. Retorne a solução *S*.

Figura 21: Passos da primeira versão da heurística construtiva determinística.

Resultados de experimentos preliminares não foram satisfatórios, uma vez que as rotas reconstruídas (passos 3 e 4) eram iguais ou muito semelhantes às rotas geradas no passo 1, possivelmente devido à restritividade intrínseca do problema. Com isso, concluiu-se que tal processo de desconstrução/reconstrução de rotas não é efetivo, sendo, portanto, eliminado na segunda versão da heurística.

5.3. A heurística de busca local

A heurística de busca local (BL) foi inspirada no algoritmo de busca tabu de Pureza *et al.* (2012) e visa à melhoria da solução obtida na fase construtiva pela aplicação de três fases: (1) fase de redução do número de rotas, (2) fase de redução da distância percorrida por veículos da frota própria, e (3) fase de redução do número de entregadores. Em todas as fases, melhorias são obtidas utilizando-se três tipos simples de movimentos: (i) troca de dois nós servidos na mesma rota (intra-rota); (ii) troca de dois nós servidos em rotas distintas (inter-rotas) e; (iii) inserção de um nó servido de uma rota *i* para uma rota *j* distinta. Em cada fase, é efetivado o movimento (obtendo-se uma nova solução) que resulta na maior redução do custo associado à fase até que se atinja um ótimo local. A Figura 22 ilustra os passos desse procedimento, e o detalhamento de cada passo é apresentado nas subseções seguintes.

1. A partir da solução obtida na fase construtiva
 - 1.1. Aplique a fase de redução do número de rotas
 - 1.2. Aplique a fase de redução da distância percorrida
 - 1.3. Aplique a fase de redução do número de entregadores
2. Retorne a solução final do passo 1.3 (ótimo local).

Figura 22: Passos da heurística de busca local BL.

5.3.1 Fase de redução de rotas

O procedimento utilizado nessa fase (Figura 23) objetiva a redução do número de veículos utilizados, o que em verdade impacta todos os objetivos do problema. Isso é feito com a transferência dos nós da rota de menor cardinalidade (com menor número de nós servidos) para as demais até que a rota em questão seja esvaziada e eliminada.

A fim de evitar cálculos desnecessários, a demanda total dos clientes é antes comparada à capacidade total da frota utilizada; se a diferença entre a capacidade e a demanda for maior que a capacidade do veículo de menor capacidade utilizado na solução corrente, há chance de redução de rotas, desconsideradas as demais restrições do problema. Caso contrário, a redução não é possível, e o procedimento não é aplicado.

1. Seja S a solução obtida na fase anterior. Faça $S' = S$. Se a diferença entre a capacidade total da frota e a demanda total dos nós clientes for maior que a capacidade de carga do menor veículo utilizado em S' faça:
 - 1.1. **Para** cada rota de S' , selecione a rota r de menor cardinalidade.
 - 1.2. **Para** cada nó p da rota r :
 - 1.2.1. Obtenha a posição de inserção factível de menor custo para p considerando as demais rotas de S' , e transfira p para essa posição caso ela exista.
 - 1.3. Seja S'' a solução resultante. Se r tiver sido totalmente esvaziada, faça $S' = S''$, caso contrário, faça $S' = S$.
2. Retorne a solução S' .

Figura 23: Passos do procedimento de redução do número de rotas.

5.3.2 Fase de redução de distância percorrida

Esta fase objetiva a redução da distância percorrida por veículos da frota própria a partir da solução obtida na fase anterior. Diferentes estratégias de aplicação de movimentos de troca e inserção de nós foram extensivamente testadas em experimentos computacionais preliminares, e na Figura 24 é apresentada aquela que apresentou o melhor *trade-off* em

tempo e qualidade de solução. Ela consiste da exploração cíclica da seguinte sequência de vizinhanças de busca:

1. N_1 : troca de dois nós intra-rota;
2. N_2 : troca de dois nós inter-rotas;
3. N_3 : inserção de um nó inter-rotas.

Para cada vizinhança N_j ($j = 1 \dots 3$), a seleção da solução vizinha segue a política *first-improve* (Osman, 1993), ou seja, a geração da vizinhança é interrompida ao se obter o primeiro movimento que represente redução positiva da distância percorrida por veículos da frota própria. Neste caso, o movimento é efetivado.

1. Seja τ_d o tempo máximo de aplicação do procedimento e S a solução resultante da fase anterior.
Repita:
 - 1.1. Para cada rota r de S servida por um veículo da frota própria, gere a vizinhança N_1 de r até que seja obtida a primeira rota vizinha r' com redução positiva de distância. Neste caso, faça $r = r'$ e $S = S - \{r\} + \{r'\}$.
 - 1.2. Gere a vizinhança N_2 de S até que seja obtida a primeira solução vizinha S' com redução positiva de distância percorrida por veículos da frota própria. Neste caso, faça $S = S'$.
 - 1.3. Calcule a vizinhança N_3 de S até que seja obtida a primeira solução vizinha S' com redução positiva de distância percorrida por veículos da frota própria. Neste caso, faça $S = S'$.**Até** que nenhuma redução de distância positiva tenha sido obtida nos passos 1.1 a 1.3 ou τ_d tenha transcorrido.
2. Retorne a solução S .

Figura 24: Passos do procedimento de redução de distância dos veículos da frota própria.

5.3.3 Fase de redução do número de entregadores

A última fase da busca local consiste no decremento iterativo do número de entregadores em cada viagem de cada rota. Os decrementos são aplicados enquanto as restrições temporais da rota em questão (janelas de tempo dos clientes, restrições de circulação em áreas centrais e jornada de trabalho dos entregadores) não forem violadas e pelo menos o motorista esteja presente na rota. A Figura 25 apresenta os passos do procedimento.

1. Faça $fim = \text{falso}$, para cada viagem r da solução obtida na fase anterior, faça:
 - 1.1. **Enquanto** l_r (número de entregadores (ou modo) da viagem r) ≥ 2 e $fim = \text{falso}$:
 - 1.1.1. Verifique se a redução de l_r em uma unidade mantém a factibilidade temporal de r . Neste caso, faça $l_r = l_r - 1$ e re programe a rota, obtendo a solução S . Caso contrário, faça $fim = \text{verdadeiro}$.
2. Retorne a solução S .

Figura 25: Passos do procedimento de redução do número de entregadores.

5.4. O algoritmo de *simulated annealing*

A metaheurística *simulated annealing* (SA) é mais uma alternativa investigada para a fase de melhoria da solução inicial gerada pela heurística construtiva determinística, sendo a implementação proposta inspirada no algoritmo básico da literatura (Kirkpatrick *et. al*, 1983). SA é um processo iterativo de algoritmos de Metrópolis que são executados com valores decrescentes do parâmetro de controle (temperatura). A partir de uma solução inicial gera-se um conjunto de soluções vizinhas, selecionando-se aleatoriamente uma dessas soluções. Se a solução selecionada apresentar melhor valor de função objetivo, esta passa a ser a solução atual. Caso contrário, a solução é aceita com uma probabilidade que diminui segundo o crescimento da diferença entre os valores de sua função objetivo e o da solução atual (problema de minimização). Quando a solução é rejeitada, o algoritmo seleciona aleatoriamente outra candidata e o processo é repetido.

A Figura 26 descreve os passos gerais da abordagem. Uma vez gerada a solução inicial (S) e inicializados os parâmetros do método (passos 1 e 2), no passo 3 é feita a exploração cíclica da sequência das três vizinhanças de troca e inserção de nós intra e inter-rotas utilizada na busca local (Seção 5.3) por L iterações em cada temperatura T até que se atinja a temperatura final T_f . Para cada vizinhança N_i ($i = 1..3$), deve ser selecionada aleatoriamente uma solução vizinha factível; entretanto, como o problema é fortemente restrito, são permitidas até $qtdtry$ tentativas de seleção. Caso uma solução vizinha factível (S') seja obtida, é aplicado o critério de aceitação/rejeição típico de SA (passo 3.2.3.2), tornando S' a nova solução corrente ou mantendo S como solução corrente. A seleção é repetida para S corrente, desta vez com a vizinhança seguinte da sequência cíclica (passo 3.2.1).

Como os movimentos que definem as vizinhanças utilizadas não visam diretamente o decréscimo da tripulação dos veículos, ao final da execução do algoritmo é aplicada a heurística de redução do número de entregadores, discutida na Seção 5.3.3.

1. Gere uma solução inicial S com a heurística construtiva determinística (Seção 5.1). Seja T_0 a temperatura inicial, α o programa de resfriamento, L o número de iterações em cada temperatura, T_f a temperatura final, e $qtdtry$ o número de tentativas por uma solução vizinha factível em uma dada vizinhança de busca N_j .
2. Seja τ_{max} o tempo máximo de aplicação do algoritmo. Faça $T = T_0$ e S^* (solução incumbente) = S .
3. **Repita**
 - 3.1. Faça j (índice da vizinhança a ser utilizada) = 0.
 - 3.2. **Para** o número de iterações $i = 1$ até L na temperatura T ,
 - 3.2.1. Faça $j = ((j + 1) \bmod 3)$ e $qtdtry = 0$.
 - 3.2.2. Selecione aleatoriamente uma solução vizinha S' de S com a vizinhança N_j até obter S' factível ou atingir o número máximo de tentativas $qtdtry$.
 - 3.2.3. Caso seja obtida S' factível,
 - 3.2.3.1. Calcule $\delta = f(S') - f(S)$, ou seja, a diferença entre os valores da função objetivo de S e S' .
 - 3.2.3.2. Se $U(0,1) < \exp(-\delta / T)$ ou $\delta < 0$, faça $S = S'$.
 - 3.2.3.3. Se $f(S) < f(S^*)$, faça $S^* = S$.
 - 3.3. Faça $T = \alpha(T)$.

Até que $T > T_f$ ou τ_{max} tenha transcorrido.
4. Retorne a solução S^* .

Figura 26: Passos do algoritmo de *simulated annealing*.

5.5 O algoritmo GRASP

Uma implementação da metaheurística GRASP (FEO; RESENDE, 1995) é proposta como terceira alternativa para tratamento do problema. O GRASP é um procedimento iterativo em que cada iteração consiste de uma fase de construção de uma solução inicial seguida de uma fase de melhoria. A solução inicial é gerada, identificando-se o conjunto de possíveis componentes (nós, arcos, itens, entre outros) da solução em construção, ordenados de maneira decrescente com respeito ao ganho medido pela função gulosa. Uma função de avaliação seleciona então, iterativa e aleatoriamente, um elemento de uma lista restrita de componentes candidatos (LRC), cujas limitações impostas asseguram que se eleja um movimento bom, ainda que não ótimo localmente, até que todos os componentes sejam incluídos na solução ou que não haja inclusões factíveis. A melhor solução gerada (e melhorada) dentre todas as iterações do GRASP é, portanto, a solução fornecida pelo método.

Nessa pesquisa a construção da solução é dada pela inserção de nós clientes, sendo a seleção limitada aos nós com atendimento mais restrito. Assim como ocorre com a heurística construtiva determinística (Seção 5.1), o processo de inserção de nós não garante a satisfação das restrições de carga mínima na 2ª viagem; por esta razão, a heurística probabilística

também inclui o procedimento de factibilização descrito na Seção 5.1.2. Os passos gerais dessa abordagem são descritos na Figura 27.

1. Para o conjunto de veículos FD e de nós clientes C a serem roteados, gere a solução S , aplicando a heurística probabilística de inserção de nós descrita na Seção 5.5.1.
2. Caso S possua rotas com restrições de carga mínima da 2ª viagem violadas, aplique a heurística de factibilização descrita na Seção 5.1.2.
3. Caso a solução obtida no passo anterior também possua rotas com restrições de carga mínima da 2ª viagem violadas, elimine essas rotas, tornando não roteados os nós servidos por ela. Seja S a solução resultante.
4. Retorne a solução S .

Figura 27: Passos da heurística construtiva probabilística do algoritmo GRASP.

5.5.1 A heurística de inserção de nós

A solução inicial é gerada conforme descrito na Figura 28. Duas listas restritas de candidatos são criadas, sendo cada uma aplicada em um momento diferente da construção. No primeiro momento, a lista contempla todos os nós do segmento restaurantes (passo 3.1.1), ou seja, que possuem janelas de tempo. Desta forma, esse subconjunto de nós com menores oportunidades de inserção é priorizado. No segundo momento, a lista contempla $\alpha\%$ (em que α é um parâmetro da heurística) dos demais nós não roteados, cuja inserção é avaliada segundo os critérios <menor quantidade de veículos compatíveis, maior demanda>, favorecendo desta forma, nós com atendimento mais restrito (passo 3.1.1). De cada LRC, seleciona-se aleatoriamente nós dentre os listados para serem inseridos na melhor posição dentre todas as viagens correntes que podem servi-los (passo 3.1.2) ou caso isso não seja possível, para inicializar uma viagem com o veículo com atendimento mais restrito que pode servi-los.

Note que como a escolha do nó cliente é aleatória, nós cuja tentativa de incorporação na solução não foi bem-sucedida são adicionados ao conjunto NCI , o qual é sempre desconsiderado na composição das listas restritas de candidatos (passo 3.1.1). Desta forma, evita-se que estes nós sejam sorteados novamente nas iterações seguintes.

A fase de pós-processamento de cada solução gerada pela heurística construtiva probabilística é, então, realizada pela heurística de busca local, descrita na Seção 5.3.

1. **Inicialização:** Para a instância em questão, faça
 NCR (conjunto de nós clientes não roteados) = C ,
 NCI (conjunto de nós clientes cuja incorporação na solução foi mal sucedida) = \emptyset ,
 CT (conjunto de nós clientes supermercados),
 FA (conjunto de veículos ociosos) = FD (conjunto da frota duplicada),
 $nova$ (variável booleana que indica a necessidade da criação de uma nova viagem) = falso e
 $S = \emptyset$.
 2. **Construção da lista LV :** Divida o conjunto de veículos FA em subconjuntos de veículos da frota própria e fretados, e subdivida cada um desses subconjuntos em subconjuntos menores de veículos originais e de veículos cópias. Para cada um desses subconjuntos menores, ordene os veículos segundo os seguintes critérios: (1) menor quantidade de clientes compatíveis, (2) sujeito à restrição de circulação no centro, e (3) menor capacidade, de maneira que o critério i resolve a ordenação de nós que obtiveram a mesma ordenação com o critério $i-1$. Obtenha a lista LV , ordenando os subconjuntos menores (internamente ordenados) segundo os seguintes critérios: (1) veículos originais da frota própria, (2) veículos cópia da frota própria, (3) veículos originais fretados, e (4) veículos cópia fretados.
 3. **Para** a lista restrita de candidatos $LRC_j, j = 1$ até 2, faça
Repita
 - 3.1.1. **Construção da lista restrita de candidatos:**
Se $j = 1$, construa LRC_j com os nós clientes $\in (NCR \cap CT) - NCI$
Caso contrário ($j = 2$), ordene o conjunto de nós clientes $NCR - CT - NCI$ segundo os seguintes critérios: 1) menor quantidade de veículos compatíveis, e (2) maior demanda, de maneira que o critério 2 resolve a ordenação de nós que obtiveram a mesma ordenação com o critério 1. Construa LRC_j com $\alpha\%$ dos nós, seguindo a ordenação.
Se $LRC_j \neq \emptyset$, faça
 - 3.1.1.1. Se $FA = FD$ ou $nova = verdadeiro$, faça
Inicialização de viagens: Selecione aleatoriamente um nó da lista LRC_j (nó p) e o veículo de menor ordem da lista LV (veículo k) que pode servir p sem violar nenhuma restrição do problema, com exceção da restrição de carga mínima para 2ª viagem. Se não houver o par (p, k) , faça $NCI = NCI + \{p\}$ e vá para o passo 3.1.1. Caso contrário, inicialize com p a viagem associada ao veículo k , designando a k o número máximo de entregadores para o tipo de p (2 entregadores se em bairro perigoso, 3 entregadores se em bairro não perigoso). Faça $LV = LV - \{k\}$.
Caso contrário, faça
Inserção de nós em viagens correntes: Selecione aleatoriamente o nó p de menor ordem na lista que pode ser servido em uma das viagens correntes e, desconsiderada a restrição de carga mínima para 2ª viagem, sua posição de inserção factível que implique em menor aumento de custo à solução parcial. Se não houver p com inserção factível, faça $nova = verdadeiro$ e vá para o passo 3.1.2.
 - 3.1.1.2. **Atualização da solução parcial:** Atualize a capacidade de k e calcule a programação da viagem, considerando que se $k \in FO$ (conjunto de veículos originais), a partida de k do depósito central ocorre no instante zero; caso contrário, a partida de k é igual ao instante de retorno do veículo original associado a k , adicionado do tempo de carregamento (TC). Seja S a solução parcial corrente. Faça $NCR = NCR - \{p\}$ e retorne ao passo 3.1.1.
- Até que $LRC_j = \emptyset$.
4. Retorne a solução S .

Figura 28: Passos da heurística de inserção da heurística construtiva probabilística do procedimento GRASP.

5.6. Resumo das abordagens heurísticas

Conforme mencionado na introdução do presente capítulo, as abordagens heurísticas de interesse deste estudo consistem nas seguintes combinações de métodos:

- HCD_BL: heurística de busca local a partir da solução da heurística construtiva determinística.
- HCD_SA: algoritmo de *simulated annealing* a partir da solução da heurística construtiva determinística.
- GRASP_BL: algoritmo GRASP com a heurística de busca local na fase de melhoria.

6 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

O presente capítulo descreve os resultados e as discussões dos testes computacionais realizados com instâncias reais da empresa. As instâncias foram resolvidas via programação matemática por meio da linguagem de modelagem GAMS e *software* CPLEX (Apêndice A), sob os mesmos parâmetros operacionais descritos na Seção 4.3. Ou seja, com valores padrão de parâmetros, exceto pelas opções $fpheur = 1$, $heurfreq = 100$, $lbheur = 1$ e $threads = 4$, tempo máximo de execução $\tau_{max} = 18.000$ segundos (5 horas). Conforme mencionado na Seção 4.3, o *gap* de otimalidade é dado por $\frac{|LB-U|}{|UB|}$, onde LB é o limitante inferior do valor ótimo e UB é o limitante superior do valor ótimo. Mais uma vez, foi utilizado um computador Dell, modelo Optiplex 9010, com processador Intel i7 com 3,4 GHz, 16 GB de memória RAM e sistema operacional *Windows 7 Professional* de 64 bits.

As três abordagens heurísticas foram implementadas com o banco de dados Oracle 11g e a linguagem de programação PL/SQL⁴. O algoritmo GRASP utiliza como parâmetro de operação $\alpha = 30$ para a construção das *LRCs*. O algoritmo de *simulated annealing* (SA), por sua vez, utiliza $T_0 = 1000$, $T_f = 0,00005$, $L =$ número de nós da instância, e velocidade geométrica de $T_{i+1} = \beta T_i$ com $\beta = U(0,8, 0,99)$ (ou seja, dentro do intervalo de valores proposto por Kuik e Salomon (1990)). Os parâmetros de operação foram definidos após extensos experimentos preliminares com um conjunto de instâncias teste, incluindo ao menos uma instância de cada classe do Quadro 4.

Para as abordagens heurísticas, o tempo máximo de processamento computacional τ_{max} foi definido como o tamanho da frota disponível da instância multiplicado por 180 segundos (tempo máximo praticado pela empresa no planejamento de cada rota). Desta forma, procurou-se reproduzir as condições limitadas em que o roteamento é realizado na prática (veja Seção 2.6). A resolução das instâncias foi realizada em um computador Dell, modelo Vostro 5470, com processador Intel i5 com 2,2 GHz, 8 GB de memória RAM e sistema operacional *Windows 10 Single* de 64 bits.

⁴ As tecnologias Banco de dados Oracle 11g e linguagem de programação PL/SQL são de propriedade da empresa Oracle Corporation [<http://www.oracle.com/>].

6.1 Instâncias tratadas

Com o propósito de verificar a aplicabilidade do modelo (1)-(18) em situações reais, informações das entregas realizadas pela empresa foram coletadas, e os resultados de 14 instâncias são discutidos com maior detalhe nas Subseções 6.1.1 a 6.1.6. Os dados fornecidos incluem localização e demanda dos clientes, e frota disponível. Todas as instâncias, caracterizadas na Quadro 4, contemplam entregas a clientes na cidade de Ribeirão Preto e, conforme discutido no Capítulo 2, cada caminhão utilizado realiza uma ou duas viagens com exatos 2 entregadores por viagem (tripulação padrão). A primeira coluna da tabela (Classe) informa o(s) tipo(s) de região onde os nós clientes da instância se encontram (Central, Periférica, Bairros perigosos, segmento Supermercados, Todos os tipos).

Quadro 4 – Características das instâncias reais tratadas..

Classe	Instância	Nº de clientes	Tamanho da frota
C	1	58	3
	2	42	3
	3	75	3
P	1	55	2
	2	78	3
	3	87	3
B	1	37	2
	2	34	2
	3	47	2
S	1	9	7
	2	17	10
T	1	134	7
	2	170	8
	3	209	8

Uma dificuldade encontrada em se apresentar as distâncias das rotas das soluções da empresa (e, por conseguinte, seus custos) é que nenhuma informação sobre a criação de agrupamentos foi fornecida. De mesma forma, o tempo total das rotas também não foi fornecido. O agrupamento não é considerado no momento da geração das rotas, mas se delinea naturalmente quando, na prática, clientes nas proximidades do ponto de parada de um caminhão são atendidos. Assim sendo, as distâncias e custos apresentados na Tabela 2 foram calculadas considerando *clusters* prováveis de clientes, definidos a *posteriori* a partir da análise da sequência de visitas da rota de cada caminhão. O tempo total de rotas foi calculado com base na demanda de cada *cluster*, tempo em trânsito, tempo de carregamento para a

segunda viagem e tripulação padrão, sendo o processo de formação desses *clusters* discutido mais adiante.

Instâncias com rotas e sequenciamento fornecidos pela empresa e distâncias e tempos estimados conforme o parágrafo anterior, foram denominadas RC01, RC02 e RC03 (classe C); RP01, RP02 e RP03 (classe P); RS01 e RS02 (classe S); RB01, RB02 e RB03 (classe B); e RT01, RT02 e RT03 (classe T). A instância RT01 é composta pelos dados das instâncias RC02, RP01 e RB01; a instância RT02 é composta pelos dados das instâncias RC01, RP02 e RB02 e, por fim, a instância RT03 é composta pelos dados das instâncias RC03, RP03 e RB03. As soluções dessas instâncias correspondem, portanto, às soluções da empresa, resguardadas possíveis discrepâncias em função das estimativas de tempo/distância realizadas.

Instâncias correspondentes e cuja resolução do modelo foi feita com o GAMS/CPLEX foram, por sua vez, denominadas MC01, MC02 e MC03 (classe C); MP01, MP02, MP03 (classe P), MS01 e MS02 (classe S); MB01, MB02 e MB03 (classe B); e MT01, MT02 e MT03 (classe T). A instância MT01 é composta pelos dados das instâncias MC02, MP01 e MB01; a instância MT02 é composta pelos dados das instâncias MC01, MP02 e MB02 e, por fim, a instância MT03 é composta pelos dados das instâncias MC03, MP03 e MB03. Note que a diferença entre as instâncias MC01..MT03 das instâncias associadas RC01..RT03, deve-se unicamente à formação dos *clusters*, que nesse caso foi feita *a priori*, considerando-se os seguintes critérios:

- Pela janela de tempo: clientes com janela de tempo (se existirem) foram agrupados apenas com outros clientes na mesma condição. O mesmo foi considerado para os clientes que não possuem janela de tempo.
- Pela proximidade entre os clientes: clientes separados por uma distância máxima de até 150 metros;
- Pela demanda máxima: a demanda agregada de clientes em um dado *cluster* deve ser menor ou igual à capacidade do menor veículo que atende a região correspondente (central, periférica, bairro perigoso). Se há clientes com demanda individual maior que a capacidade do menor veículo, cada um deles forma um *cluster* de um único cliente.

As Seções 6.1.1 a 6.1.6 ilustram agrupamentos e soluções de exemplares de algumas classes tratadas.

6.1.1 Classe C – RC01 e MC01

Essas instâncias são compostas de 58 clientes localizados na região central da cidade e se referem às rotas do dia 15/08/2014. Um total de 27 clientes possui janelas de tempo e a frota disponível é de 3 veículos de mesma capacidade (150 cubos).

Para a instância RC01 foram formados *a posteriori* 37 *clusters*, cada qual composto por clientes atendidos por um mesmo caminhão, na mesma viagem e na mesma sequência da solução da empresa. Note que na área central é particularmente comum que não haja vagas de estacionamento suficientes nas vias públicas para os caminhões, o que torna essencial a associação de *clusters* de clientes a pontos de parada dos veículos. A Figura 29 apresenta os *clusters* resultantes, enquanto a Figura 30 mostra as rotas praticadas pela empresa (o depósito não é mostrado). Nas figuras seguintes, em função das possíveis dificuldades de visualização das rotas, é indicada a ordem (número ao lado do *cluster*) em que cada *cluster* é visitado em sua rota.

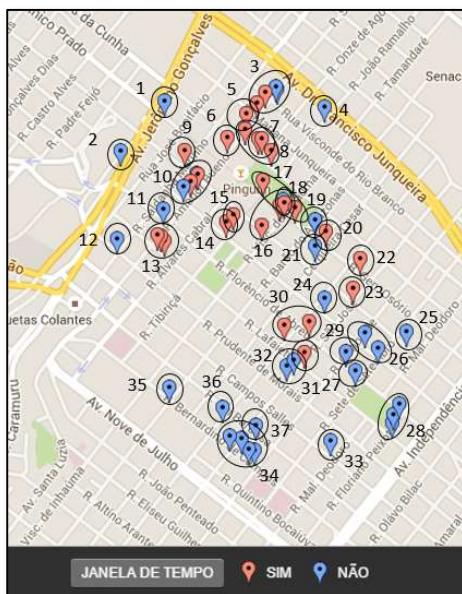


Figura 29: Clientes e *clusters* da instância RC01.



Figura 30: Rotas geradas pela empresa para a instância RC01.

A instância MC01, resolvida com o GAMS/CPLEX (Figura 32), resulta de um pré-processamento dos dados com a definição de 33 *clusters* de clientes (Figura 31).

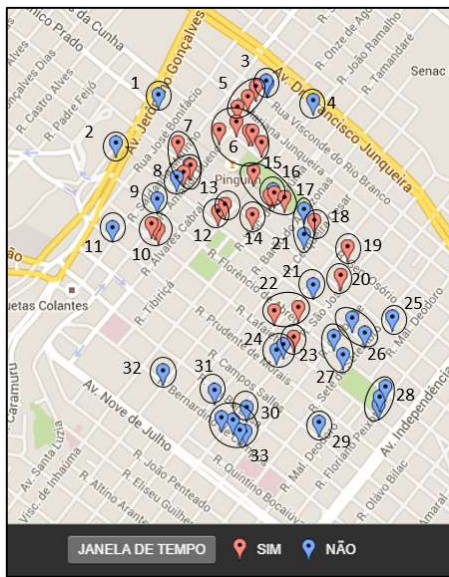


Figura 31: Clientes e *clusters* da instância MC01.



Figura 32: Rotas geradas com o GAMS/CPLEX para a instância MC01.

6.1.2 Classe C – RC02 e MC02

Essas instâncias são compostas de 42 clientes localizados na região central da cidade e se referem às rotas do dia 02/10/2014. Um total de 22 clientes se enquadra no segmento restaurantes, o que significa que possuem janelas de tempo. Semelhante à instância descrita na Seção 6.1.1, a frota disponível também é de 3 veículos de mesma capacidade (150 cubos).

Para a instância RC02 foram formados 39 *clusters*, cada qual composto por clientes atendidos por um mesmo caminhão, na mesma viagem e na mesma sequência de rota da solução da empresa. A Figura 33 apresenta os *clusters* resultantes, enquanto as rotas que visitam esses *clusters* são indicadas na Figura 34 (o depósito não é mostrado).

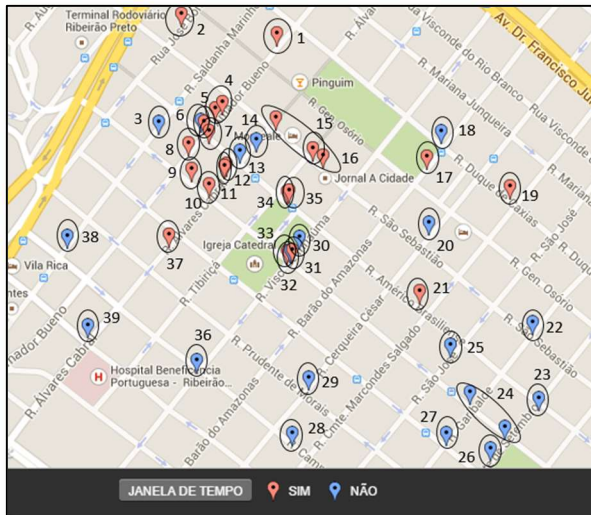


Figura 33: Clientes e clusters da instância RC02.

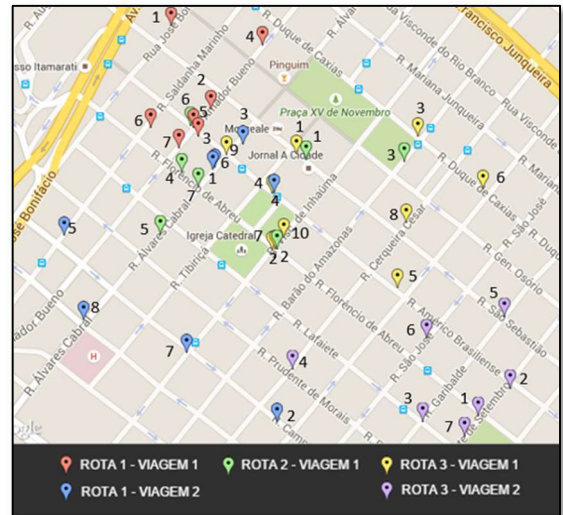


Figura 34: Rotas geradas pela empresa para a instância RC02.

Para ser resolvida com o GAMS/CPLEX, a instância MC02 resulta de um pré-processamento que definiu 28 clusters. A geração dos clusters foi feita seguindo os mesmos critérios discutidos na Seção 6.1. As Figuras 35 e 36 ilustram os clientes, clusters e rotas obtidas.

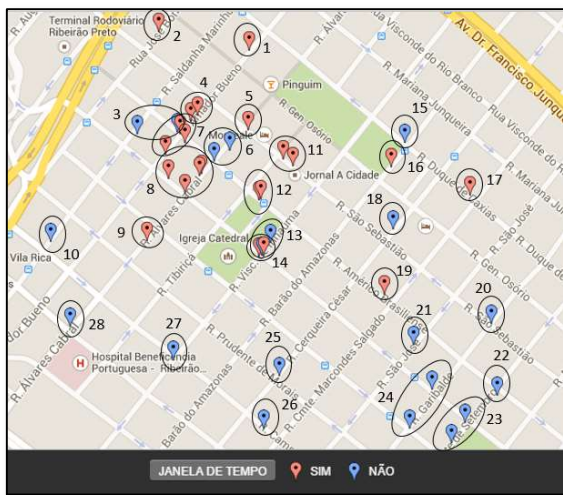


Figura 35: Clientes e clusters da instância MC02.

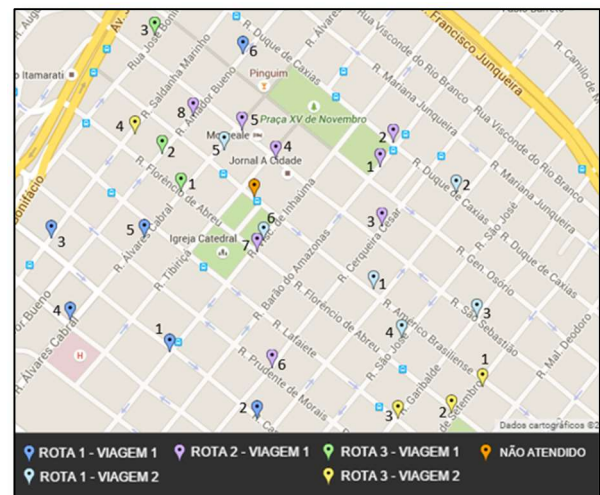


Figura 36: Rotas geradas com o GAMS/CPLEX para a instância MC02.

6.1.3 Classe P – RP01 e MP01

Essas instâncias são compostas de 55 clientes localizados em áreas periféricas da cidade e no entorno do centro, e se referem às rotas do dia 02/10/2014. Não há clientes com janela de tempo e a frota disponível é de 2 caminhões de capacidades distintas (760 e 960 cubos, respectivamente).

Para a instância RP01, a Figura 37 apresenta a localização dos clientes, enquanto o sequenciamento de cada uma das rotas e viagens da solução da empresa pode ser visualizado na Figura 38. De igual forma, a solução da instância MP01 (Figura 40), resolvida com o GAMS/CPLEX, resulta de um pré-processamento dos dados com a definição de 37 *clusters* (Figura 39). A geração dos *clusters* foi feita seguindo os mesmos critérios discutidos na Seção 6.1.

Note que em regiões periféricas, diferentemente da área central, a presença de agrupamentos com mais de um cliente é menos frequente, em função dos clientes estarem geralmente separados entre si por uma distância maior que 150 metros. Desta forma, a quantidade de clientes e de *clusters* em ambas as instâncias é praticamente a mesma. Ressalta-se que com exceção da área central e bairros no entorno do centro, é comum encontrar vagas de estacionamento suficientes nas vias públicas para os caminhões, o que a princípio não deve comprometer a solução a partir de *clusters* compostos por apenas um cliente.



Figura 37: Clientes e *clusters* da instância RP01.

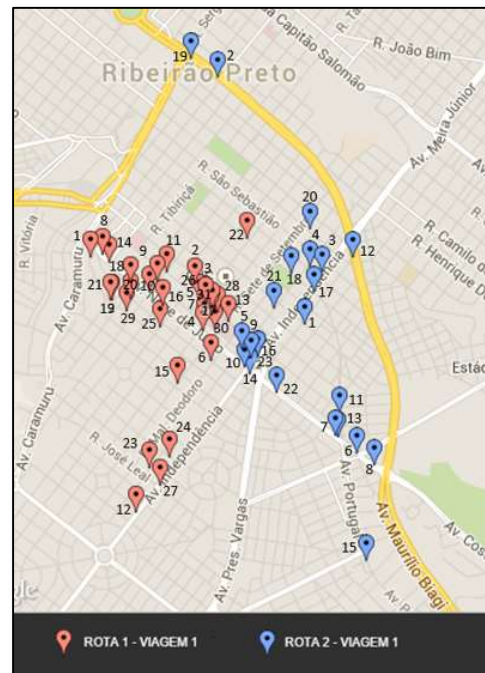


Figura 38: Rotas geradas pela empresa para a instância RP01.



Figura 39: Clientes e *clusters* da instância MP01.



Figura 40: Rotas geradas com o GAMS/CPLEX para a instância MP01.

6.1.4 Classe B – RB01 e MB01

Essas instâncias se referem às rotas do dia 02/10/2014 e são compostas de 37 clientes localizados em áreas perigosas da cidade, discutidas na Seção 2.9.3. Não há clientes com janela de tempo e a frota disponível é de 2 veículos de capacidades distintas (760 e 960 cubos, respectivamente).

Para a instância RB01, a Figura 41 apresenta a localização dos clientes e os 36 *clusters* obtidos *a posteriori*, enquanto o sequenciamento de cada uma das rotas e viagens da solução da empresa pode ser visualizado na Figura 42.

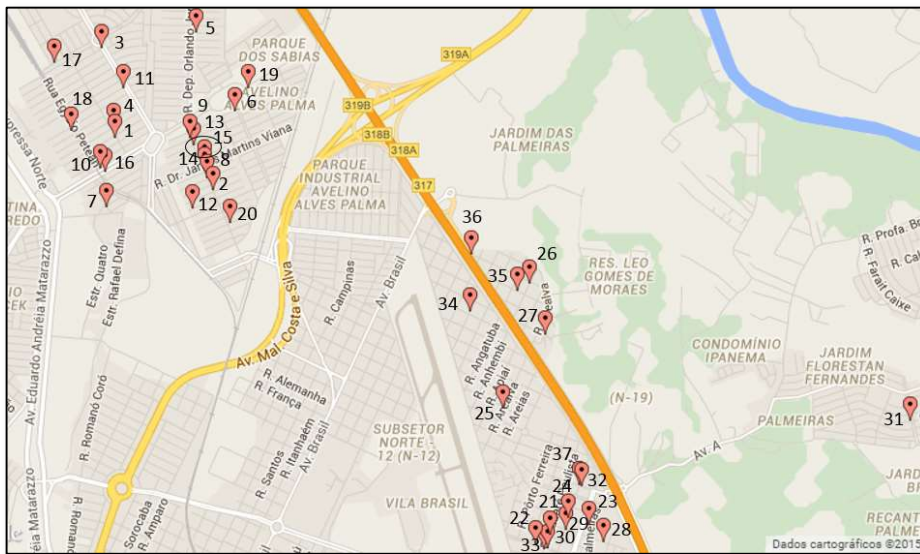


Figura 41: Clientes e *clusters* da instância RB01.

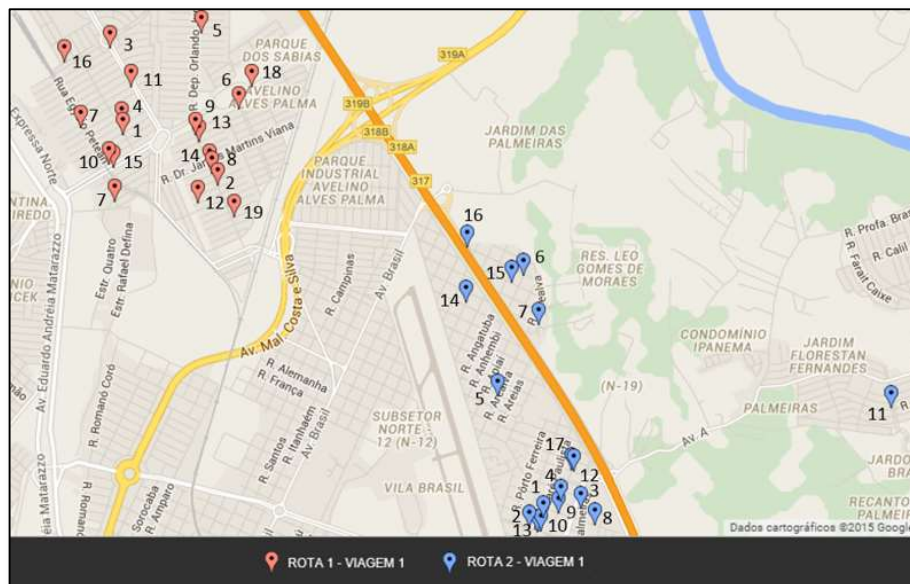


Figura 42: Rotas geradas pela empresa para a instância RB01.

A solução da instância MB01 obtida com o GAMS/CPLEX (Figura 44), resulta de um pré-processamento dos dados com a definição de 27 *clusters* de clientes (Figura 43). A geração dos *clusters* foi feita seguindo os mesmos critérios discutidos na Seção 6.1.

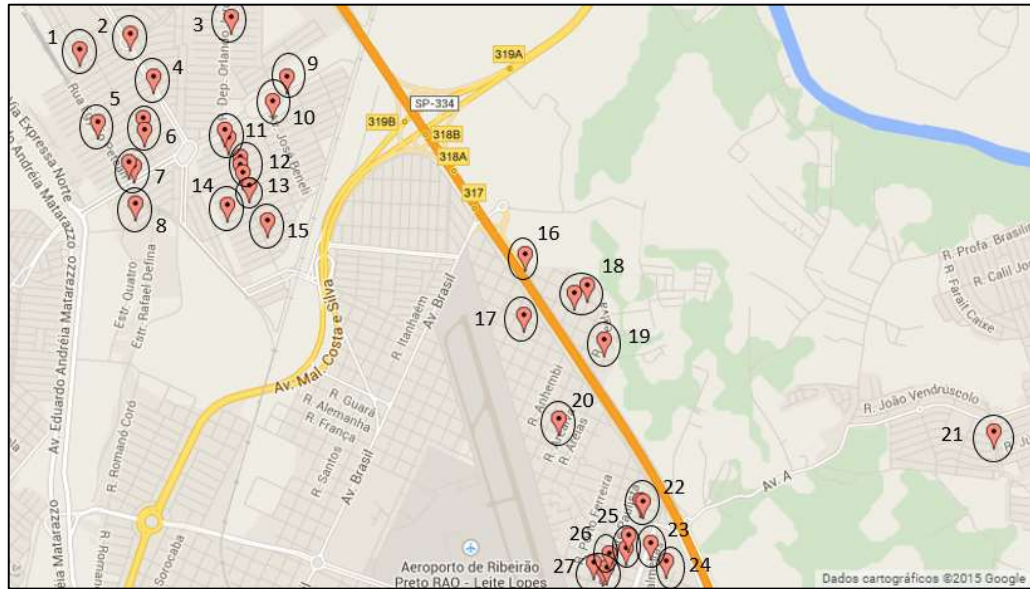


Figura 43: Clientes e *clusters* da instância MB01.

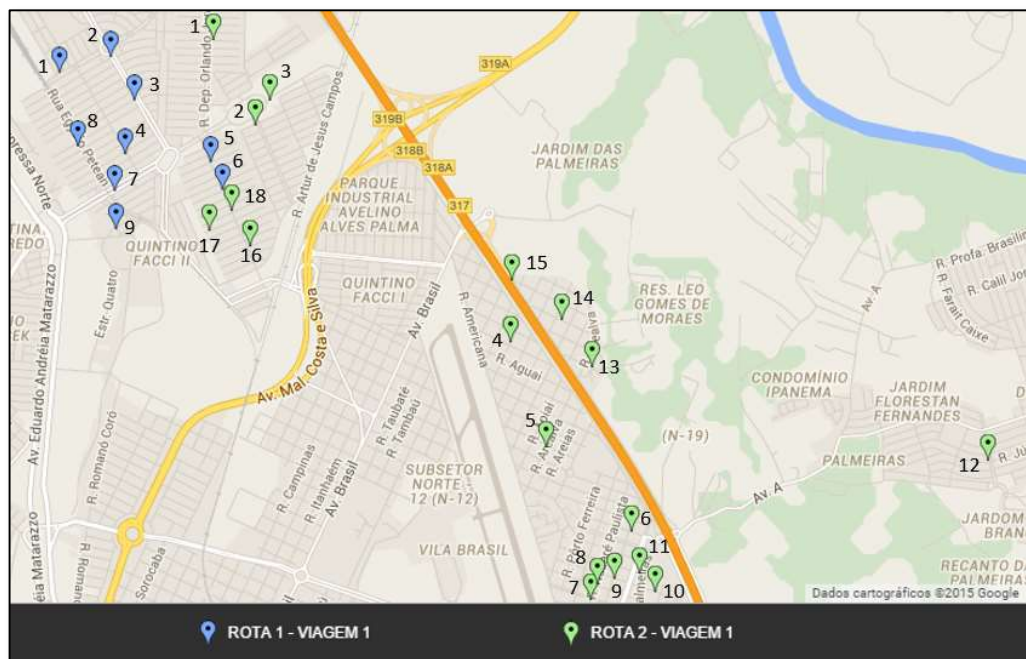


Figura 44: Rotas geradas com o GAMS/CPLEX para a instância MB01.

6.1.5 Classe S – RS02 e MS02

Essas instâncias são compostas de 17 clientes distribuídos pela cidade (ou seja, não circunscritos a um tipo de região), e se referem às rotas realizadas no dia 09/09/2014. Não há clientes com janela de tempo e a frota disponível é heterogênea, sendo 10 caminhões de capacidades distintas (960, 1160 e 1360 cubos).

Para a instância RS02, a Figura 45 apresenta a localização dos clientes e os *clusters* obtidos *a posteriori*, enquanto o sequenciamento de cada uma das rotas e viagens da solução da empresa pode ser visto na Figura 46. A solução da instância MS02 (Figura 48), resolvida com o GAMS/CPLEX, resulta de um pré-processamento com a definição de 17 *clusters* (Figura 47). A geração dos *clusters* foi feita seguindo os mesmos critérios discutidos na Seção 6.1.

Assim como em regiões periféricas, a formação de agrupamentos com clientes dispersos geograficamente é inexistente. Adicionalmente às maiores distâncias entre os clientes, outro fator relevante é que as demandas individuais no segmento supermercados são grandes, dificultando que se formem *clusters* com 2 ou mais clientes por conta da restrição da capacidade máxima do menor veículo da instância.

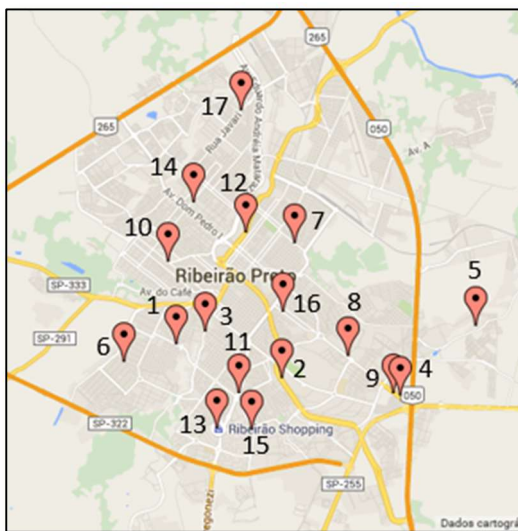


Figura 45: Clientes e *clusters* da instância RS02.



Figura 46: Rotas geradas pela empresa para a instância RS02.



Figura 47: Clientes e *clusters* da instância MS02.



Figura 48: Rotas geradas com o GAMS/CPLEX para a instância MS02.

6.1.6 Classe T – RT03 e MT03

Essas instâncias são compostas de 229 clientes localizados em três tipos de região de atendimento da empresa (central, periférica e bairros perigosos) e consistem da junção dos dados das instâncias RC03, RP03 e RB03. Há clientes com janela de tempo localizados apenas na área central e a frota disponível é de 8 veículos de capacidades distintas (150 e 1160 cubos).

Para a instância RT03, a Figura 49 apresenta a localização dos clientes, enquanto os clientes atendidos por cada uma das rotas e viagens da solução da empresa pode ser visualizada na Figura 50. O agrupamento *a posteriori* resultou em 190 *clusters*.

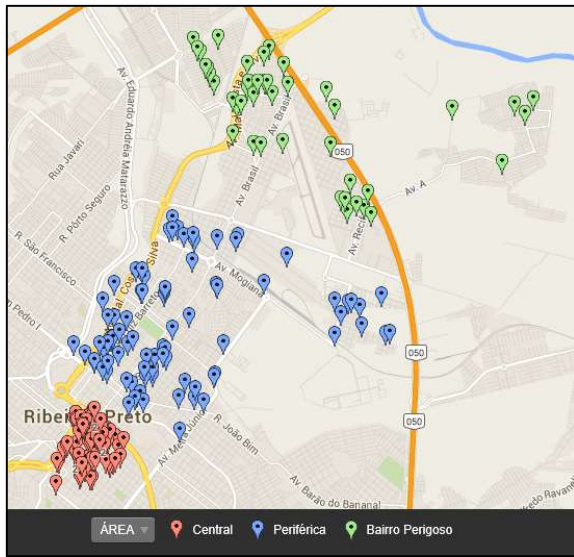


Figura 49: Clientes e *clusters* da instância RT03.

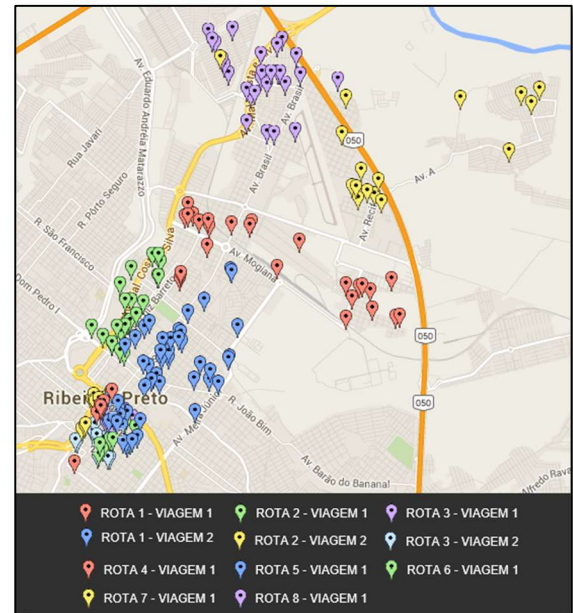


Figura 50: Rotas geradas pela empresa para a instância RT03.

A instância MT03, resolvida com o GAMS/CPLEX (Figura 52), resulta de um pré-processamento dos dados para definição de 157 *clusters* de clientes (Figura 51). Os agrupamentos de clientes (*clusters*) são os mesmos que foram definidos nas instâncias MC03, MP03 e MB03, e foram feitos considerando os critérios discutidos na Seção 6.1. Ou seja, os clientes da área central foram agrupados respeitando a demanda máxima do cluster em 150 cubos e, os demais clientes em 1.160 cubos.

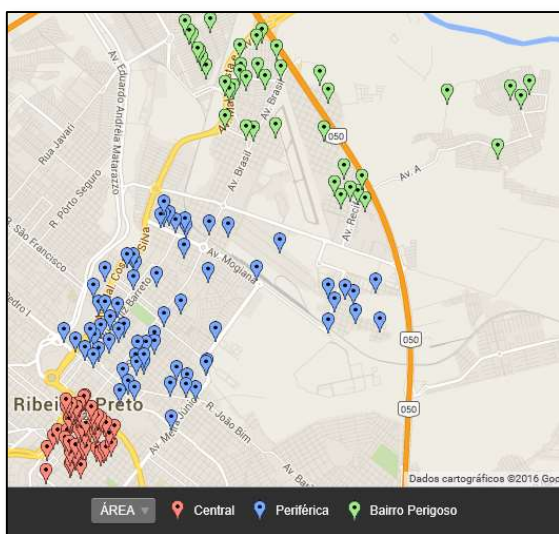


Figura 51: Clientes e *clusters* da instância MT03.

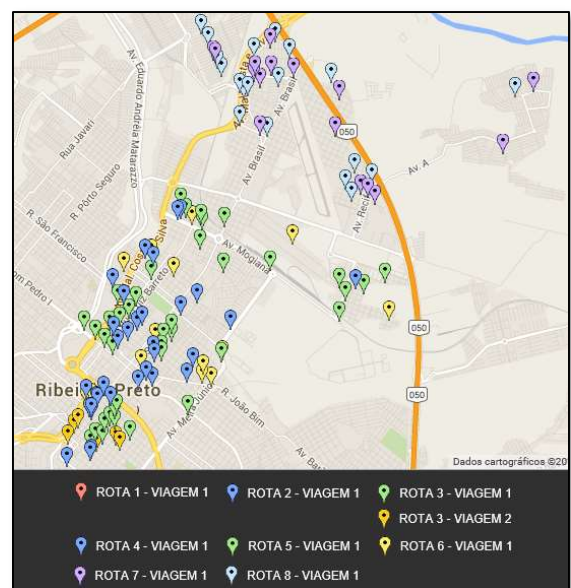


Figura 52: Rotas geradas com o GAMS/CPLEX para a instância MT03.

6.2. Resultados computacionais

6.2.1. Empresa e GAMS/CPLEX

As Tabelas 2 e 3 apresentam, respectivamente, medidas relevantes das soluções da empresa para as 14 instâncias RC01..RT03, e das soluções do modelo (1)-(18) com o GAMS/CPLEX para as instâncias MC01..MT03. Note que a função objetivo do problema consiste na somatória de termos com diferentes unidades (quilômetro, R\$, número de entregadores, minutos), o que torna difícil a sua interpretação. Por esta razão, nestas e nas demais tabelas, optou-se por mostrar o valor de cada termo da função objetivo separadamente, ao invés de seu valor agregado.

Tabela 2 – Medidas das soluções da empresa.

Inst.	Veículo / N° de entreg.	Tempo de rota* (min)	Viagem 1				Viagem 2			
			Custo* (R\$)	Distância *(Km)	Capac. utilizada (%)	N° de clientes	Custo *(R\$)	Distância * (Km)	Capac. utilizada (%)	N° de clientes
RC01	1 / 2	311	14,3	13,0	98	10	14,2	12,9	68,7	10
	2 / 2	339	13,8	12,5	89,3	10	14,9	13,5	95,3	13
	3 / 2	304	14,2	12,9	103,3	5	16,0	14,5	86,0	10
RC02	1 / 2	312	15,1	13,7	91,3	8	16,8	15,3	99,3	8
	2 / 2	185	15,5	14,1	96,7	8	-	-	-	-
	3 / 2	330	17,8	16,2	100	10	18,7	17,0	96,0	8
RC03	1 / 2	375	16,3	14,8	92,7	7	25,7	23,4	109,0	18
	2 / 2	370	20,8	18,9	85,6	11	21,0	19,1	103,9	15
	3 / 2	326	16,6	15,1	76,2	9	24,6	22,4	111,3	15
RP01	1 / 2	630	47,4	43,1	89	32	-	-	-	-
	2 / 2	404	42,1	38,3	65,9	23	-	-	-	-
RP02	1 / 2	442	43,5	39,5	72,9	25	-	-	-	-
	2 / 2	707	45,2	41,1	96,8	21	-	-	-	-
	3 / 2	777	84,2	76,5	93,1	32	-	-	-	-
RP03	1 / 2	791	100,1	91,0	98,2	26	-	-	-	-
	2 / 2	751	62,6	56,9	89,5	35	-	-	-	-
	3 / 2	682	42,4	38,5	88,5	26	-	-	-	-
RB01	1 / 2	620	44,7	40,6	99,7	20	-	-	-	-
	2 / 2	456	63,6	57,8	82,2	17	-	-	-	-
RB02	1 / 2	668	44,0	40,0	92,7	28	-	-	-	-
	2 / 2	618	55,2	50,2	84,1	6	-	-	-	-
RB03	1 / 2	766	131,3	119,4	94,3	20	-	-	-	-
	2 / 2	725	79,6	72,4	89,4	27	-	-	-	-
RS01	1 / 2	554	15,3	13,9	91,5	2	-	-	-	-
	2 / 2	444	24,3	22,1	86,9	1	-	-	-	-
	3 / 2	548	7,3	6,6	92,3	1	-	-	-	-
	4 / 2	454	6,6	6,0	92,4	1	-	-	-	-
	5 / 2	384	31,8	28,9	92,1	1	-	-	-	-
	6 / 2	567	19,3	17,5	92,9	2	-	-	-	-
RS02	7 / 2	394	31,8	28,9	94,7	1	-	-	-	-
RS02	1 / 2	638	500,0	23,1	88,3	3	-	-	-	-

	2 / 2	650	24,2	22,0	54,2	1	34,2	31,1	47,1	1
	3 / 2	561	17,4	15,8	93,2	1	-	-	-	-
	4 / 2	600	11,7	10,6	85,8	1	-	-	-	-
	5 / 2	463	21,0	19,1	64,5	1	-	-	-	-
	6 / 2	196	26,6	24,2	34,9	1	-	-	-	-
	7 / 2	879	19,7	17,9	81,7	2	7,7	7,0	62,9	1
	8 / 2	676	23,4	21,3	94,9	2	-	-	-	-
	9 / 2	614	23,1	21,0	85,7	2	-	-	-	-
	10 / 2	344	10,3	9,4	56,9	1	-	-	-	-
RT01	1 / 2	272	15,1	13,7	91,3	8	16,8	15,3	99,3	8
	2 / 2	167	15,5	14,1	96,7	8	-	-	-	-
	3 / 2	286	17,8	16,2	100	10	18,7	17,0	96,0	8
	4 / 2	630	47,4	43,1	89	32	-	-	-	-
	5 / 2	404	42,1	38,3	65,9	23	-	-	-	-
	6 / 2	620	44,7	40,6	99,7	20	-	-	-	-
	7 / 2	456	63,6	57,8	82,2	17	-	-	-	-
RT02	1 / 2	261	14,3	13,0	98	10	14,2	12,9	68,7	10
	2 / 2	282	13,8	12,5	89,3	10	14,9	13,5	95,3	13
	3 / 2	267	14,2	12,9	103,3	5	16,0	14,5	86,0	10
	4 / 2	442	43,5	39,5	72,9	25	-	-	-	-
	5 / 2	707	45,2	41,1	96,8	21	-	-	-	-
	6 / 2	777	84,2	76,5	93,1	32	-	-	-	-
	7 / 2	668	44,0	40,0	99,7	20	-	-	-	-
	8 / 2	618	55,2	50,2	82,3	17	-	-	-	-
RT03	1 / 2	312	16,3	14,8	92,7	7	25,7	23,4	109,0	18
	2 / 2	305	20,8	18,9	85,6	11	21,0	19,1	103,9	15
	3 / 2	299	16,6	15,1	76,2	9	24,6	22,4	111,3	15
	4 / 2	791	100,1	91,0	98,2	26	-	-	-	-
	5 / 2	751	62,6	56,9	89,5	35	-	-	-	-
	6 / 2	682	42,4	38,5	88,5	26	-	-	-	-
	7 / 2	766	131,3	119,4	94,3	20	-	-	-	-
	8 / 2	725	79,6	72,4	89,4	27	-	-	-	-

* Estimado com base em *clusters* elaborados *a posteriori*.

Tabela 3 – Medidas das soluções do modelo (1)-(18) com o GAMS/CPLEX.

Inst.	Veículo / Nº de entreg.	Tempo de rota* (min)	Viagem 1				Viagem 2			
			Custo *(RS)	Distância *(Km)	Capac. utilizada (%)	Nº de clientes	Custo *(RS)	Distância * (Km)	Capac. utilizada (%)	Nº de clientes
MC01	1 / 2	286	13,4	12,2	99,3	12	13,2	12,0	96,7	10
	2 / 3	300	11,8	10,7	78,7	8	15,1	13,7	94,7	6
	3 / 3	318	15,5	14,1	74,0	10	15,2	13,8	97,3	12
MC02	1 / 3	181	14,4	13,1	47,3	6	14,6	13,3	95,3	8
	2 / 3	79	14,3	13,0	96,7	11	-	-	-	-
	3 / 2	258	11,1	10,1	84,0	8	14,5	13,2	99,3	7
MC03	1 / 3	240	21,1	19,2	100,0	19	14,2	12,9	99,3	10
	2 / 1	231	20,4	18,5	88,0	16	-	-	-	-
	3 / 3	258	15,6	14,2	92,7	12	16,3	14,8	100	11
MP01	1 / 3	336	24,0	21,8	77,8	39	-	-	-	-
	2 / 2	364	20,8	18,9	80,4	16	-	-	-	-
MP02	1 / 3	272	16,1	14,6	99,9	2	-	-	-	-
	2 / 3	481	42,4	38,5	96,9	41	-	-	-	-
	3 / 3	384	37,2	33,8	75,7	35	-	-	-	-

MP03	1 / 3	473	45,8	41,6	94,7	39	-	-	-	-
	2 / 1	471	28,3	25,7	32,7	13	-	-	-	-
	3 / 2	479	39,3	35,7	62,5	33	-	-	-	-
MB01	1 / 2	472	22,4	20,4	86,7	14	-	-	-	-
	2 / 2	473	44,0	40,0	99,0	23	-	-	-	-
MB02	1 / 2	404	12,2	11,1	92,7	6	-	-	-	-
	2 / 2	439	33,4	30,4	84,1	28	-	-	-	-
MB03	1 / 2	475	31,8	28,9	99,7	16	-	-	-	-
	2 / 2	468	55,6	50,5	84,1	31	-	-	-	-
MS01	1 / 3	380	20,5	18,6	92,9	2	-	-	-	-
	2 / 2	452	6,6	6,0	92,4	1	-	-	-	-
	3 / 3	370	15,3	13,9	91,4	2	-	-	-	-
	4 / 2	442	24,3	22,1	86,9	1	-	-	-	-
	5 / 2	381	30,0	27,3	92,1	1	-	-	-	-
	6 / 3	365	7,3	6,6	92,3	1	-	-	-	-
	7 / 2	391	31,8	28,9	94,7	1	-	-	-	-
MS02	1 / -	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2 / -	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3 / 2	260	13,9	12,6	72,1	1	-	-	-	-
	4 / 3	379	19,4	17,6	81,4	3	-	-	-	-
	5 / 1	344	10,3	9,4	56,9	1	-	-	-	-
	6 / 3	364	21,8	19,8	75,7	2	-	-	-	-
	7 / 1	377	7,7	7,0	62,9	1	-	-	-	-
	8 / 3	410	41,1	37,4	93,1	5	-	-	-	-
	9 / 2	297	30,5	27,7	91,1	3	-	-	-	-
	10 / 1	435	7,8	7,1	88,0	1	-	-	-	-
MT01	1 / 3	248	15,1	13,7	93,3	12	15,0	13,6	99,3	8
	2 / 1	207	14,0	12,7	96,0	10	-	-	-	-
	3 / 2	107	15,0	13,6	98,0	9	-	-	-	-
	4 / 2	416	21,1	19,2	75,6	14	-	-	-	-
	5 / 2	445	43,6	39,6	92,7	21	-	-	-	-
	6 / 3	307	30,4	27,6	65,8	41	-	-	-	-
	7 / 2	425	41,3	37,5	95,4	14	-	-	-	-
MT02	1 / 1	210	18,3	16,6	85,3	13	-	-	-	-
	2 / 1	424	15,0	13,6	76,7	7	16,3	14,8	94,0	9
	3 / 3	343	16,7	15,2	98,0	13	15,8	14,4	98,0	7
	4 / 2	371	28,1	25,5	84,9	9	-	-	-	-
	5 / 3	446	66,2	60,2	80,6	44	-	-	-	-
	6 / 2	300	35,0	31,8	36,4	23	-	-	-	-
	7 / 1	466	42,0	38,2	42,4	17	-	-	-	-
	8 / 1	452	55,2	50,2	41,2	14	-	-	-	-
MT03	1 / 1	248	19,7	17,9	93,3	18	-	-	-	-
	2 / 2	124	18,7	17,0	98,7	13	-	-	-	-
	3 / 3	289	15,3	13,9	100,0	13	17,5	15,9	98,7	14
	4 / 2	476	45,1	41,0	63,4	27	-	-	-	-
	5 / 3	449	102,4	93,1	74,5	41	-	-	-	-
	6 / 3	431	43,3	39,4	94,3	16	-	-	-	-
	7 / 2	476	51,7	47,0	94,7	18	-	-	-	-
	8 / 2	417	99,9	90,8	65,6	24	-	-	-	-

* Obtido com base em *clusters* elaborados *a priori*.

6.2.1.1 Classe C

Na instância RC01 (Tabela 2) é evidente o fato da capacidade do veículo 3 ter sido violada na 1ª viagem, corroborando a discussão da Seção 2.9.1 de que alterações realizadas pelos roteirizadores podem gerar rotas que não atendem todas as restrições. De igual forma, a capacidade do veículo 1 na viagem 2 não atingiu o mínimo necessário (83%) de utilização da capacidade veicular. A solução com o GAMS/CPLEX da instância associada MC01 (Tabela 3), por sua vez, se apresenta como de melhor qualidade em relação à solução estimada da empresa, com reduções de cerca de 3,5% em relação às estimativas de distância percorrida e custo associado de cada rota. Além da diminuição dessas duas medidas, nenhuma restrição foi violada. O roteamento com GAMS/CPLEX, por outro lado, utilizou uma quantidade maior de entregadores.

A solução estimada da empresa na instância RC02 (Tabela 2) apresenta violação da janela de tempo de três *clusters*. Estes foram atendidos após o tempo máximo definido pela restrição, que é de 120 minutos. Os *clusters* penalizados (Figura 34) foram: C1, C4 e C6 do veículo 1 e viagem 2 (atendidos nos instantes 167, 186 e 235 minutos). Quanto à instância associada resolvida com GAMS/CPLEX (MC02), um resultado relevante é o não atendimento do *cluster* C12, e que se reflete no *gap* de 5,71% (Tabela 3). Esse *cluster* é composto por 2 clientes com demanda total de 91 cubos (101 minutos de tempo de serviço), caracterizados como restaurantes, ou seja, possuem janela de tempo para início do atendimento. Tal resultado pode ser considerado bastante razoável, uma vez que a solução estimada da empresa para a instância RC02 é infactível quanto à janela de tempo de vários *clusters*. Observa-se também uma redução de cerca de 18% da distância percorrida e ao custo associado de cada rota em relação à solução estimada da empresa, o que pode ser justificado, em parte, pelo fato do *cluster* C12 não ter sido atendido. E, mais uma vez, foi utilizada uma quantidade maior de entregadores.

Já na instância RC03 (Tabela 2), todas as 2^{as} viagens da solução estimada da empresa apresentaram violações entre 3,9% e 11,3% da capacidade máxima permitida. A solução obtida com GAMS/CPLEX para a instância associada MC03 (Tabela 3) apresenta uma redução na distância percorrida e custo associado de 30% (Tabela 2), entretanto, três *clusters* (C04, C10 e C21) não foram atendidos, o que contribui para tal redução no custo. Assim como na instância MC02, esse resultado pode ser considerado razoável pelo fato de todos os *clusters* não atendidos serem caracterizados como restaurantes (ou seja, possuem janelas de tempo), sendo que na solução da empresa, outros *clusters* também do segmento restaurante

foram servidos com violação de janelas de tempo. Um número maior de entregadores foi empregado, no entanto, designou-se um único entregador ao veículo 2, evidenciando uma situação em que o tamanho da tripulação pode ser inferior ao praticado.

6.2.1.2 Classe P

Observa-se na Tabela 2, que para as instâncias periféricas RP01, RP02 e RP03 houve a violação da jornada de trabalho. O veículo 1 da instância RP01 finalizou sua rota após 630 minutos da partida do depósito, enquanto o limite é de 483 minutos. O mesmo ocorreu com os veículos 2 e 3 da instância RP02, que finalizaram sua jornada de trabalho nos instantes 707 e 777 minutos. Da mesma forma, os veículos 1, 2 e 3 da instância RP03 violaram a jornada de trabalho com tempos totais de rota de 791, 751 e 682 minutos, respectivamente. Além disso, a solução da instância RP01 apresenta violação de horário de circulação de veículos grandes no atendimento dos *clusters* C1 e C3, dois dos três únicos *clusters* de áreas centrais presentes.

Aparte das violações, as rotas geradas pela empresa (Figura 38) mostram que o sequenciamento foi ineficiente, uma vez que os veículos visitam clientes em uma ordem visivelmente ruim, o que levanta suspeitas sobre a acuracidade das informações fornecidas.

Nas instâncias associadas MP01, MP02 e MP03, as soluções obtidas com GAMS/CPLEX (Tabela 3) se apresentaram como alternativas melhores às das soluções estimadas da empresa, indicando reduções de 50%, 45% e 45%, respectivamente, em relação à distância percorrida e ao custo associado. O não atendimento de *clusters* está presente apenas na instância MP03, para os *clusters* C41 e C65 (total de 2 clientes). A solução com o GAMS/CPLEX empregou uma quantidade de entregadores maior que a praticada pela empresa, porém desta vez apenas um entregador adicional foi utilizado. Além disso, um único entregador foi utilizado na rota do veículo 2 da instância MP03.

6.2.1.3 Classe B

As instâncias da Classe B (RB01, RB02 e RB03) utilizadas para caracterizar as soluções da empresa (Tabela 2) apresentaram violações quanto à jornada de trabalho em 83% dos veículos utilizados, ou seja, em 5 dos 6 veículos. As soluções com GAMS/CPLEX para as instâncias associadas MB01, MB02 e MB03 (Tabela 3) se mostraram alternativas melhores às soluções estimadas (e provavelmente reais) da empresa, reduzindo a distância percorrida e o custo associado em aproximadamente 38%, 54% e 58%, respectivamente. Ainda assim, o

número de entregadores foi o mesmo que o praticado pela empresa, uma vez que, por se tratarem de áreas perigosas, uma posição na cabine do veículo é ocupada por um segurança, que não atua como entregador.

6.2.1.4 Classe S

A violação da jornada de trabalho também se apresenta nas instâncias da Classe S em 30% dos veículos da instância RS01 e em 70% dos veículos da instância RS02 (Tabela 2). Adicionalmente a essa restrição, as cargas dos veículos 2 e 7, ambos em 2^{as} viagem da instância RS02, não atingiram o mínimo necessário (83%) de utilização da capacidade veicular. Na mesma instância, o veículo 1 se caracteriza como *charter*, com custo associado independente da distância percorrida.

A solução obtida com o GAMS/CPLEX para a instância MS02, por sua vez, se mostrou como uma alternativa melhor à da solução estimada da empresa com redução de 38% em relação à distância percorrida e seu custo associado (Tabela 3). Outro resultado relevante é a expressiva redução do número de entregadores nas duas instâncias, especificamente, 29% em MS01, utilizando o mesmo número de veículos disponíveis, e 20% em MS02, com redução de 2 veículos.

6.2.1.5 Classe T

O fato das instâncias RT01, RT02 e RT03 terem os mesmos dados das instâncias que as compõem faz com que as soluções/custos estimados da empresa sejam a soma das soluções/custos estimados das instâncias individuais (Tabela 2). Quanto às soluções das instâncias associadas MT01, MT02 e MT03, obtidas com GAMS/CPLEX, observa-se na Tabela 3, reduções de 36%, 14% e 27% na distância percorrida e custo associado, assim como uma diminuição de 12,5% no número de entregadores utilizados na instância MT02. Entretanto, não se pode concluir que tais soluções são melhores que as estimadas da empresa, uma vez que o número de *clusters* não atendidos aumentou consideravelmente.

Na solução com GAMS/CPLEX, o total de *clusters* não atendidos nas instâncias MC02, MP01 e MB01 (resolvidas individualmente) foi de apenas 1 *cluster* (2 clientes), e na instância MT01, que consolidou os dados das três instâncias, esse número é de 3 *clusters* não atendidos (5 clientes). De forma similar, todos os *clusters* foram atendidos na resolução individual das instâncias MC01, MP02 e MB02, enquanto que na instância MT02 o número

de *clusters* não atendidos é de 7, totalizando 14 clientes. A mesma situação é observada na resolução individual das instâncias MC03, MP03 e MB03, para as quais um total de 5 *clusters* não foram atendidos (total de 9 clientes), enquanto na instância MT03 o número de *clusters* não atendidos é igual a 17, representando 25 clientes. Tais resultados refletem as dificuldades de convergência de métodos exatos (como o *branch&cut* empregado no CPLEX) quando no tratamento de instâncias de maior porte.

Os desvios percentuais médios das medidas das soluções com o GAMS/CPLEX em relação às medidas das soluções estimadas da empresa, apresentados na Tabela 4, resumem os resultados obtidos. Por um lado, as soluções com o GAMS/CPLEX são factíveis para todas as restrições (em contraposição a 93% das soluções estimadas da empresa, o qual corresponde a uma única instância), e para as classes de instâncias C, P, B e S, representam, em geral, impactos positivos no custo. Por outro lado, as reduções de custos, também verificadas para instâncias da classe T, indicam que o tempo computacional disponibilizado (18.000 segundos) foi insuficiente para a convergência do método de solução, resultando em *clusters* não atendidos. Vale a pena ressaltar que a única solução estimada factível da empresa (RC02) apresenta um *gap* de 14,36% enquanto a solução obtida com o GAMS/CPLEX tem *gap* de 5,71%.

Tabela 4 – Desvios percentuais médios de medidas das soluções do modelo(1)-(18) com o GAMS/CPLEX em relação às medidas das soluções estimadas da empresa para cada classe de instâncias.

Classe	Nº de veículos	Tempo de rota	Custo	Distância	Nº de entregadores [◇]
C	0%	-25%	-19%	-19%	+28%
P	0%	-37%	-46%	-46%	+25%
B	0%	-29%	-52%	-52%	0%
S	-12%	-29%	-65%	-15%	-24%
T	0%	-30%	-24%	-24%	+2%

[◇]Soma da maior tripulação nas duas possíveis viagens de cada veículo.

De fato, o tempo computacional impacta diretamente a qualidade das soluções do modelo (1)-(18) produzidas com o GAMS/CPLEX. Observa-se na oitava coluna da Tabela 5 que 93% das soluções incumbentes foram obtidas em tempos muito acima dos praticados pela empresa. Em 10 das 14 instâncias avaliadas, as melhores soluções foram encontradas entre os instantes 17.400 e 18.000 segundos, o que sugere que soluções ainda melhores poderiam ser obtidas. Apenas a instância MS01 requereu tempo computacional menor que o praticado pela empresa.

Tabela 5 – Resultados gerais das soluções da empresa e do modelo (1)-(18) com o GAMS/CPLEX.

Inst.	Nº de clusters	Nº de veículos	Custo (\$)	Distância (km)	Nº de entregadores [◇]	Nº de clusters não atendidos	Tempo computacional (s)	Gap (%)
RC01	37	3	87,2	79,3	6	-	540*	-
MC01	33	3	84,2	76,5	8	0	18.000 (17.529)**	0,21
RC02	39	3	83,9	76,3	6	-	540*	-
MC02	28	3	68,9	62,7	8	1	18.000 (17.587)**	5,71
RC03	60	3	125,1	113,7	6	-	540*	-
MC03	50	3	87,6	79,6	7	3	18.000 (18.000)**	6,57
RP01	54	2	89,5	81,4	4	-	360*	-
MP01	37	2	44,8	40,7	5	0	18.000 (3.320)**	0,07
RP02	75	3	165,3	150,3	6	-	540*	-
MP02	63	3	95,6	86,9	9	0	18.000 (17.910)**	0,16
RP03	83	3	204,7	186,1	6	-	540*	-
MP03	66	3	113,3	103,0	6	1	18.000 (17.970)**	3,26
RB01	36	2	108,2	98,4	4	-	360*	-
MB01	27	2	66,4	60,4	4	0	18.000 (17.451)**	0,18
RB02	33	2	140,9	128,1	4	-	360*	-
MB02	27	2	45,7	41,5	4	0	18.000 (12.829)**	0,07
RB03	47	2	220,6	200,5	4	-	360*	-
MB03	41	2	87,3	79,4	4	0	18.000 (17.825)**	0,14
RS01	9	7	136,4	124,0	14	-	1.260*	-
MS01	9	7	135,7	123,4	10	0	60 (9)**	0,0
RS02	17	10	212,7	193,4	20	-	1.800	-
MS02	17	8	152,5	138,6	16	0	18.000 (5.209)**	0,44
RT01	129	7	285,2	259,3	14	-	1.260*	-
MT01	92	7	180,3	163,9	15	3	18.000 (18.000)**	3,54
RT02	145	8	393,5	357,7	16	-	1.440*	-
MT02	123	8	308,6	280,5	14	7	18.000 (17.725)**	6,28
RT03	190	8	550,3	500,3	16	-	1.440*	-
MT03	157	8	413,6	376,0	18	17	18.000 (18.000)**	12,44

[◇]Soma da maior tripulação nas duas possíveis viagens de cada veículo.

* Requerido pelos roteirizadores da empresa.

** Tempo de obtenção da melhor solução (entre parêntesis).

Os resultados das tabelas anteriores indicam que a resolução do modelo via programação matemática pode produzir economias não desprezíveis ao roteamento, ao mesmo tempo em que garante a factibilidade das rotas. Entretanto, a qualidade e factibilidade

das soluções não são condições suficientes para sua aplicabilidade, uma vez que o tempo de processamento utilizado pelo GAMS/CPLEX para obtenção das incumbentes é quase sempre superior ao utilizado no planejamento das rotas da empresa. Assim, é importante verificar a qualidade das soluções produzidas com o modelo quando esses tempos são iguais aos praticados. A Tabela 6 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 6 – Medidas das soluções do modelo (1)-(18) com o GAMS/CPLEX sob dois tempos máximos de execução τ_{max} .

Inst.	GAMS/CPLEX			
	$\tau_{max} = 18.000 \text{ seg}$		$\tau_{max} = N^{\circ} \text{ de veículos} \times 180 \text{ seg}$	
	Gap (%)	% clusters não atendidos	Gap (%)	% clusters não atendidos
MC01	0,21	0	106,7	51,5
MC02	5,71	3,6	11,8	7,1
MC03	6,57	6,0	NA	NA
MP01	0,07	0	0,16	0
MP02	0,16	0	NA	NA
MP03	3,26	1,5	501,5	83,3
MB01	0,18	0	4,14	3,7
MB02	0,07	0	0,24	0
MB03	0,14	0	17,5	14,6
MS01	0,0	0	0,0	0
MS02	0,44	0	0,54	0
MT01	3,54	3,3	41,96	30,0
MT02	6,28	5,7	NA	NA
MT03	12,44	10,8	NA	NA

◊ Soma da maior tripulação nas duas possíveis viagens de cada veículo.

NA: Não foi obtida solução factível

Nota-se na Tabela 6 que as soluções do modelo (1)-(18) produzidas com o GAMS/CPLEX têm qualidade substancialmente inferior quando os tempos computacionais são iguais aos praticados pela empresa. Ressalta-se que para as instâncias MP01, MB02 e MS02 há aumento no custo de distância percorrida de 58%, 11% e 6%, respectivamente, em relação às soluções obtidas com $\tau_{max} = 18.000$. Para as instâncias MC01, MC02, MP03, MB01, MB03 e MT01, os *gaps* são bem mais altos uma vez que a média dos clientes não atendidos passa a ser de 32%, o que se contrapõe à maximização do objetivo primário do problema. Em outras quatro instâncias (MC03, MP02, MT02 e MT03) o tempo disponibilizado foi insuficiente para gerar qualquer solução factível.

Conclui-se, portanto, que o tempo requerido pelo GAMS/CPLEX (e possivelmente, por outros *softwares*/métodos exatos) para geração de rotas de boa qualidade para instâncias similares às aqui tratadas, torna impraticável a utilização dessa ferramenta na empresa. Posto isto, os métodos heurísticos propostos no Capítulo 5 são opções investigadas nas próximas seções.

6.2.2. GAMS/CPLEX e as abordagens heurísticas HCD_BL e HCD_SA

A Tabela 7 apresenta as medidas das soluções geradas para as instâncias MC01 a MT03 com a heurística de busca local aplicada a partir da solução da heurística construtiva determinística (HCD_BL), descrita nas Seções 5.1 e 5.2, assim como com a metaheurística *simulated annealing*, descrita na Seção 5.4, e também aplicada a partir da solução da heurística construtiva determinística (HCD_SA). Os *gaps* das soluções heurísticas foram calculados pelo GAMS/CPLEX. Note também que os *gaps* das soluções obtidas com o GAMS/CPLEX são mostrados como referência. O tempo computacional disponibilizado para ambas as abordagens heurísticas está limitado ao tempo máximo praticado pela empresa (180 segundos por veículo).

Tabela 7 – Medidas das soluções do modelo (1)-(18) obtidas com as abordagens HCD_BL e HCD_SA.

Inst.	Método										
	GAMS/CPLEX com $\tau_{max} =$ 18.000 seg	HCD_BL com $\tau_{max} =$ N° de veículos \times 180 seg					HCD_SA com $\tau_{max} =$ N° de veículos \times 180 seg				
	Gap (%)	Gap (%)	N° de veículos	Distância (km)	N° de entreg. \diamond	% clusters não atendidos	Gap (%)	N° de veículos	Distância (km)	N° de entreg. \diamond	% clusters não atendidos
MC01	0,21	0,24	3	77,3	4	0	0,25	3	78,7	5	0
MC02	5,71	5,72	3	62,8	5	3,6	5,73	3	63	5	3,6
MC03	6,57	2,2	3	76,8	6	2	2,21	3	76,9	6	2
MP01	0,07	0,09	2	43,3	5	0	0,12	2	47,6	4	0
MP02	0,16	0,13	3	82,3	8	0	0,14	3	82,5	8	0
MP03	3,26	0,13	3	86,9	9	0	0,15	3	89,1	9	0
MB01	0,18	4,11	2	72,8	4	3,7	4,12	2	73,4	4	3,7
MB02	0,07	4,1	2	77,5	4	3,7	4,1	2	77,5	4	3,7
MB03	0,14	5,42	2	95,3	4	4,9	5,43	2	97,5	4	4,9
MS01	0,0	0,2	8	126,2	17	0	0,2	8	126,2	17	0
MS02	0,44	0,84	10	181,4	28	0	0,85	10	181,8	28	0
MT01	3,54	2,42	7	183,3	13	2,2	2,43	7	183,4	13	2,2
MT02	6,28	1,84	8	238,2	17	0	1,85	8	239,3	17	0
MT03	12,44	1,44	8	264,6	18	0,06	1,45	8	265,5	18	0,06

\diamond Soma da maior tripulação nas duas possíveis viagens de cada veículo.

Os métodos HCD_BL e HCD_SA apresentaram resultados muito similares, com uma ligeira vantagem para o primeiro. Ou seja, mesmo com a habilidade de superar ótimos locais, a implementação de SA teve um desempenho similar a uma busca local. O tempo computacional utilizado foi bastante inferior ao tempo máximo disponibilizado por veículo, com média de execução de 13 segundos para HCD_BL e 17 segundos para HCD_SA. Outro resultado importante é que em 43% das instâncias, a melhor solução foi obtida em até 1 segundo.

Em relação às soluções geradas com o GAMS/CPLEX, 43% das soluções obtidas com HCD_BL tiveram menor *gap*. Nas demais instâncias, os *gaps* das soluções de HCD_BL foram ligeiramente maiores, com exceção das instâncias compostas de *clusters* localizados em bairros perigosos (MB01, MB02 e MB03), que apresentaram *gaps* relativamente maiores. Os *gaps* médios de GAMS/CPLEX e HCD_BL para este conjunto de instâncias são iguais a 2,79% e 2,07%, respectivamente, o que sugere que a abordagem heurística produz em média soluções de maior qualidade. Considerando o tempo disponibilizado consideravelmente menor, os resultados de HCD_BL podem ser considerados satisfatórios.

Outro ponto relevante a ser considerado diz respeito ao papel da heurística construtiva HCD, uma vez que é desejável que as inserções incorporem o máximo de *clusters* possível. Dentre as instâncias para as quais a heurística construtiva não conseguiu incorporar todos os *clusters*, tem-se apenas 2,88% de *clusters* não atendidos.

6.2.3. GAMS/CPLEX e o algoritmo GRASP

Semelhante ao apresentado na Seção 6.2.2, a Tabela 8 apresenta as medidas das soluções geradas para as instâncias MC01 a MT03 com o algoritmo GRASP, descrito na introdução deste Capítulo e na Seção 5.5. Os *gaps* das soluções obtidas com o GAMS/CPLEX são também mostrados como referência. O tempo computacional disponibilizado para a abordagem heurística está limitado ao tempo máximo praticado pela empresa (180 segundos por veículo).

Tabela 8 – Medidas das soluções do modelo (1)-(18) obtidas com as abordagens GRASP_BL.

Inst.	Método					
	GAMS/CPLEX com $\tau_{max} = 18.000$ seg	GRASP_BL com $\tau_{max} = \text{N}^\circ \text{ de veículos} \times 180$ seg				
	<i>Gap</i> (%)	<i>Gap</i> (%)	Nº de veículos	Distância (km)	Nº de entregadores [◇]	% <i>clusters</i> não atendidos
MC01	0,21	0,23	3	76,9	5	0
MC02	5,71	0,33	3	63,3	6	0
MC03	6,57	0,17	3	81,6	6	0
MP01	0,07	0,1	2	43,9	4	0
MP02	0,16	0,17	3	92,1	8	0
MP03	3,26	0,12	3	86,4	9	0
MB01	0,18	0,23	2	68,7	4	0
MB02	0,07	4,08	2	74,2	4	3,7
MB03	0,14	5,34	2	85,9	4	4,9
MS01	0,0	0,2	8	126,2	17	0
MS02	0,44	0,67	10	176,3	27	0
MT01	3,54	1,3	7	193,1	14	1,08
MT02	6,28	1,91	8	304,7	17	0
MT03	12,44	1,49	8	315,1	18	0,06

[◇] Soma da maior tripulação nas duas possíveis viagens de cada veículo.

Nota-se na Tabela 8 que em 43% das soluções geradas pelo método GRASP_BL, os *gaps* são menores que *gaps* das soluções geradas com o GAMS/CPLEX. Além disso, os *gaps* médios de GAMS/CPLEX e GRASP_BL para este conjunto de instâncias são iguais a 2,79% e 1,17%, respectivamente, o que sugere que a abordagem heurística produz em média soluções de maior qualidade em tempos computacionais muito menores. Nota-se também que em 86% das instâncias, os *gaps* de GRASP_BL são melhores que os *gaps* das soluções do método de HCD_BL.

Assim como discutido na Seção 6.2.2, o tempo computacional disponibilizado para GRASP_BL, foi igual ao tempo máximo praticado pela empresa (180 segundos por veículo), sendo que, em média, a melhor solução encontrada foi obtida com 40% de execução do tempo computacional disponível. Outro ponto importante é que, em 57% das instâncias, a melhor solução de GRASP_BL foi obtida em até 28% do tempo computacional disponível.

Os resultados obtidos podem ser considerados satisfatórios para a grande maioria das instâncias tratadas. Apenas as instâncias que fazem atendimento exclusivo em regiões de

bairros perigosos (MB02 e MB03) e as instâncias que contemplam as três regiões de atendimento (MT01 e MT03) apresentaram resultados insatisfatórios, uma vez que deixaram de atender em média 2,4% dos *clusters*. Dado que as soluções obtidas com o GAMS/CPLEX incorporaram todos os *clusters* nas instâncias MB02 e MB03 esperava-se que também fosse possível atender todos os *clusters* dessas instâncias com o GRASP_BL (Tabela 8).

6.2.4. GAMS/CPLEX a partir da solução da melhor abordagem heurística

A fim de demonstrar o impacto da utilização de métodos híbridos, as 14 instâncias foram resolvidas com o GAMS/CPLEX a partir da solução gerada por GRASP_BL, considerada a melhor das duas abordagens heurísticas. O tempo disponibilizado ao GRASP_BL é igual a 0,4 (Nº de veículos \times 180) segundos e para o GAMS/CPLEX é a 0,6 (Nº de veículos \times 180), ou seja, o tempo total utilizado pelo método híbrido se mantém igual ao tempo praticado pela empresa. A Tabela 9 mostra as medidas das soluções obtidas com o método híbrido, assim como com o GAMS/CPLEX sem solução inicial e $\tau_{max} = 18.000$ segundos.

Tabela 9 – Medidas das soluções do modelo (1)-(18) obtidas com o GAMS/CPLEX e o método híbrido.

Inst.	Método									
	GAMS/CPLEX com $\tau_{max} = 18.000$ seg					Híbrido com $\tau_{max} = 0,4$ (Nº de veículos \times 180) \rightarrow GRASP_BL + 0,6 (Nº de veículos \times 180) \rightarrow GAMS/CPLEX seg				
	Gap (%)	Nº de veículos	Distância (Km)	Nº de entreg. \diamond	% clusters não atendidos	Gap (%)	Nº de veículos	Distância (Km)	Nº de entreg. \diamond	% clusters não atendidos
MC01	0,21	3	76,5	8	0	0,22	3	76,7	5	0
MC02	5,71	3	62,7	8	3,6	0,33	3	63,3	6	0
MC03	6,57	3	79,7	7	6,0	0,16	3	80,2	6	0
MP01	0,07	2	40,4	5	0	0,1	2	43,9	4	0
MP02	0,16	3	86,9	9	0	0,15	3	85,1	7	0
MP03	3,26	3	103	6	1,5	0,11	3	85,9	9	0
MB01	0,18	2	60,4	4	0	0,23	2	68,7	4	0
MB02	0,07	2	41,5	4	0	0,12	2	44,5	4	0
MB03	0,14	2	79,4	4	0	2,65	2	77,8	4	2,4
MS01	0	7	123,4	10	0	0	7	123,4	10	0
MS02	0,44	8	138,6	16	0	0,43	7	136,2	15	0
MT01	3,54	7	163,9	15	3,3	1,28	7	178,1	14	1,08
MT02	6,28	8	280,5	14	5,7	1,89	8	285,4	17	0
MT03	12,44	8	376,0	18	10,8	1,48	8	303,7	18	0,06

\diamond Soma da maior tripulação nas duas possíveis viagens de cada veículo.

As soluções geradas com o GAMS/CPLEX com $\tau_{max} = 18.000$ segundos e sem solução inicial continuam melhores em 35% das instâncias, no entanto, em apenas uma dessas instâncias (MB03), a superioridade pode ser considerada significativa. O método híbrido apresenta melhorias expressivas, principalmente no que diz respeito ao aumento do número de clientes atendidos. Esse resultado pode ser verificado na Tabela 9, em que todos os *clusters* das instâncias MC02, MC03, MP03 e MT02 são atendidos, e na redução do número de *clusters* não atendidos nas instâncias MB03, MT01 e MT03.

Reduções dos *gaps* também são observadas para as instâncias MC01, MC03, MP02, MP03, MB02, MB03, MS01, MS02, MT01, MT02 e MT03 quando comparadas às soluções de GRASP_BL. O número máximo de entregadores também foi reduzido nas instâncias MP02, MS01 e MS02 (1, 7 e 12 unidades, respectivamente). A designação de entregadores diferente da tripulação padrão praticada pela empresa é confirmada na Tabela 8, e mostra que há ganhos na operação como um todo quando a definição da quantidade de entregadores é feita com base nas informações de demandas e clientes.

Os resultados obtidos com o método híbrido podem ser considerados satisfatórios para a grande maioria das instâncias tratadas, onde apenas uma instância que faz atendimento exclusivo na região de bairros perigosos (MB03) e instâncias que contemplam as três regiões de atendimento (MT01 e MT03) apresentaram resultados menos favoráveis, pois deixaram de atender em média 1,18% dos *clusters*.

Em contrapartida, a solução com o GAMS/CPLEX para a instância MB03 demonstra que todos os clusters podem ser atendidos (Tabela 9). A redução no valor percentual do total de clusters não atendidos passou de 2,44% em GRASP_BL para 0,88% no método híbrido, o que significa um aumento de clusters atendidos de 36%.

Em linhas gerais, o desempenho do método híbrido pode ser considerado superior aos demais métodos. Os desvios percentuais médios das medidas de suas soluções em relação às medidas das soluções com o GRASP_BL, apresentados na Tabela 10, resumem os resultados obtidos. A classe de instâncias B apresentou redução de 17% na distância total percorrida e ainda aumentou o número de *clusters* atendidos. A classe S, por sua vez, alcançou reduções ainda mais expressivas, com 22% dos veículos e 43% dos entregadores não utilizados.

Tabela 10 – Desvios percentuais médios de medidas das soluções do modelo(1)-(18) com o método híbrido em relação às soluções com o método GRASP_BL para cada classe de instâncias.

Classe	No de veículos	Custo	Distância	Nº de entregadores [◇]
C	0%	-1%	-1%	0%
P	0%	-3%	-3%	0%
B	0%	-17%	-17%	0%
S	-22%	-14%	-14%	-43%
T	0%	-6%	-6%	0%

◇ Soma da maior tripulação nas duas possíveis viagens de cada veículo.

6.2.5. GAMS/CPLEX a partir da melhor solução com $\tau_{max} = 36.000$ seg

Com o propósito de tentar obter a solução ótima ou comprovar a otimalidade de pelo alguns poucos exemplos, três instâncias foram resolvidas com o GAMS/CPLEX a partir da solução gerada pela melhor abordagem, seja ela método exato, heurístico ou híbrido. As instâncias selecionadas são MC03, MP01 e MB02, pois apresentaram os menores *gaps* em suas respectivas classes (0,16%, 0,07% e 0,07%, respectivamente). O tempo disponibilizado ao GAMS/CPLEX foi de $\tau_{max} = 36.000$ segundos (10 horas), sendo utilizados os mesmos valores padrão de parâmetros e características do computador, apresentados no início do capítulo corrente.

Mais uma vez, os resultados refletiram as dificuldades de convergência de métodos exatos (como o *branch&cut* empregado no CPLEX) frente à complexidade do problema tratado e ao porte das instâncias. A Figura 53 ilustra a evolução do *gap* das soluções das instâncias, onde percebe-se que para MC03 não houve redução do *gap* inicial, mesmo tendo sido encontradas 10 novas soluções incumbentes. Da mesma forma, não houve qualquer melhoria para a instância MP01. Já para a instância MB02, observa-se redução do *gap* nos instantes iniciais do processamento, sem apresentar, porém, nenhuma nova solução incumbente.

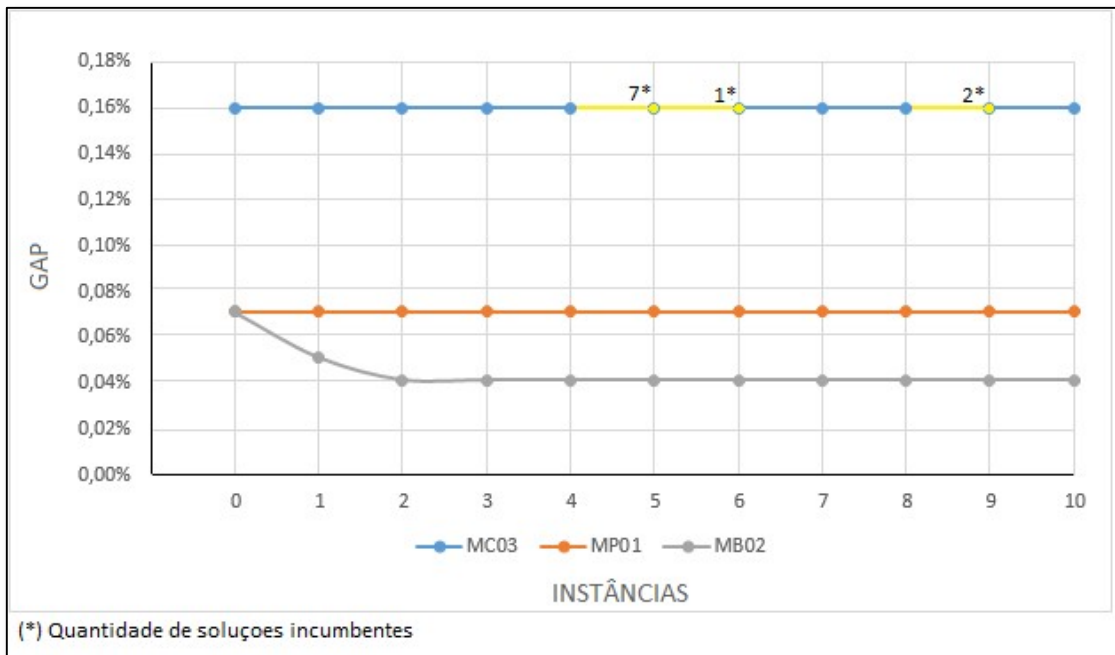


Figura 53: Evolução do *gap* em três instâncias.

6.2.6. Interpretação estatística de desempenho

Com o propósito de avaliar o desempenho das abordagens propostas com ferramentas estatísticas, os *gaps* das soluções providas pelos métodos HCD_BL, HCD_SA, GRASP_BL e híbrido foram processados pelo *framework* proposto por Oliveira (2015), do qual três análises foram selecionadas. Os resultados da primeira análise, descritos na Tabela 11, referem-se à estatística descritiva dos dados, a qual fornece medidas estatísticas básicas das amostras dos dados.

Tabela 11 – Resultados da estatística descritiva dos dados (*gaps*) de cada método proposto.

Método	<i>Gap</i> Médio	<i>Gap</i> Mínimo	<i>Gap</i> Máximo	Desvio padrão
Híbrido	0,00654	0	0,02650	0,00828
GRASP_BL	0,01167	0,00100	0,05340	0,01628
HCD_BL	0,02063	0,00090	0,05720	0,02023
HCD_SA	0,02074	0,00120	0,05730	0,02021

Devido ao número de instâncias tratadas nessa pesquisa ser inferior ao comumente utilizado para fins estatísticos, busca-se não usar inferência sobre os resultados apresentados. No entanto, é possível fazer uma análise limitada sobre o comportamento dos métodos com

base na coluna *Gap* Médio, a qual indica que o método híbrido teve o melhor desempenho médio.

O gráfico de *boxplot* é usado como segunda análise estatística, a qual consiste na distribuição empírica dos dados (Figura 54). As quatro colunas fornecem a avaliação para cada método proposto, indicando nos seus extremos inferior e superior, os valores mínimo e máximo dos *gaps* obtidos. A mediana (quartil-2) é representada pela linha em destaque presente na parte interna dos 50% valores centrais da distribuição (quartis-1 a 3).

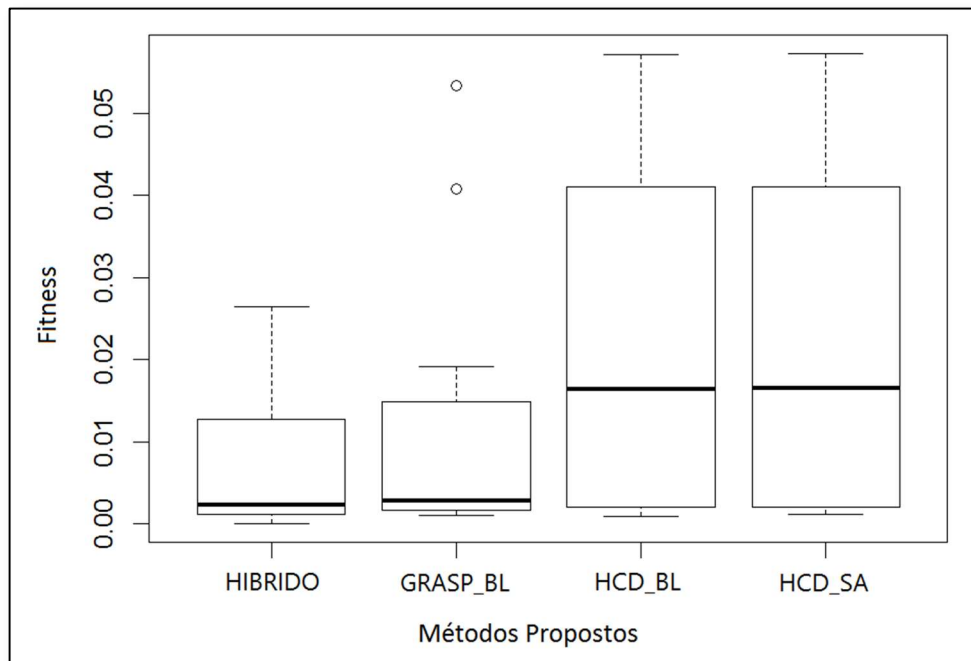


Figura 54: *Boxplot* dos métodos propostos.

A Figura 54 sugere duas análises importantes, a primeira refere-se à existência de dois pontos considerados atípicos (*outliers*) para o método GRASP_BL. Esses pontos são representados pelas duas indicações superiores à coluna do método, e indicam os *gaps* alcançados de 4,08% e 5,34%. A segunda análise indica que a mediana dos métodos híbrido e GRASP_BL se apresenta próxima do quartil-1, ou seja, os *gaps* alcançados nas instâncias se concentram próximos aos 25% menores *gaps* encontrados. Diferentemente, os métodos HCD_BL e HCD_SA possuem a mediana mais próxima dos 50% menores *gaps* encontrados em seus resultados.

Os valores de *gaps* são demonstrados na terceira e última análise estatística, e objetiva mostrar o comportamento relativo dos métodos propostos. Para cada um dos quatro gráficos, a Figura 55 apresenta os valores de *fitness* (aptidão) e os números de 1 à 14, esses

últimos referenciando as instâncias MC01..MT03 na mesma sequência que foram referenciadas ao longo do texto, ou seja, a instância MC01 é referenciada pelo valor 1, a instância MC02 pelo valor 2, e assim sucessivamente até a instância MT03 pelo valor 14.

Os dois pontos discrepantes revelados na análise de *boxplot* (Figura 54) ratificam o que é demonstrado na Figura 55, onde o método GRASP_BL indica 2 “saltos” de *gaps* nas instâncias 8 e 9 (MB02 e MB03), enquanto o método híbrido mantém saltos menores, o que justifica sua melhor avaliação. Os saltos provocam o deslocamento superior da mediana do método em questão. A Figura 55 indica, portanto, que o desempenho dos métodos híbrido e GRASP_BL é melhor que o dos métodos HCD_BL e HCD_SA, devido à dispersão dos seus valores de *gap*.

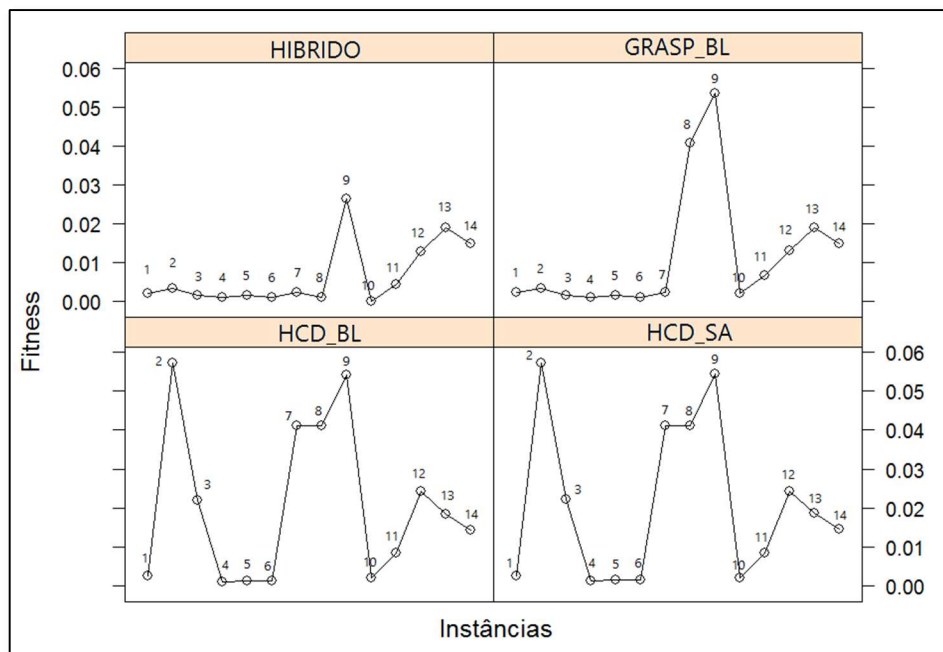


Figura 55: Gráfico de *fitness* dos métodos propostos.

7 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE PESQUISAS FUTURAS

A presente pesquisa endereçou a operação de distribuição de produtos a clientes em áreas urbanas de uma empresa produtora e distribuidora de bebidas. Foi proposto um modelo de otimização que incorpora grande parte das condições impostas no roteamento dos veículos responsáveis pela distribuição, e que permitiu entender a complexidade e algumas dificuldades enfrentadas nesta importante operação logística. O acompanhamento dessa operação *in loco* foi fundamental para entender e validar as informações coletadas por meio dos funcionários da empresa.

Um ponto de destaque do modelo proposto, e que o caracteriza como de um problema rico de roteamento de veículo (*rich vehicle routing problem*) é a diversidade de tipos de restrições, além de mesclar três variantes do Problema de Roteamento de Veículos: com múltiplas viagens, com múltiplos entregadores e com janelas de tempo, resultado do viés prático da pesquisa. Ele foi validado com exemplares de tamanho reduzido, e quando resolvido com o método *branch&cut* do *software* GAMS/CPLEX para o tratamento de 14 instâncias contemplando entre uma e três regiões do mercado da empresa, mostrou que métodos de programação matemática podem produzir soluções de melhor qualidade que as atualmente praticadas. Em particular, restrições antes violadas, como capacidade dos caminhões, jornada de trabalho e utilização mínima da capacidade dos caminhões para realização da segunda viagem, foram respeitadas. Para outras empresas distribuidoras que atuam de forma similar à empresa estudada, o presente estudo pode também ser útil para uma reflexão de suas operações logísticas.

No entanto, apesar das soluções obtidas com o GAMS/CPLEX terem *gaps* pequenos, a resolução de tais exemplos requereu tempos computacionais muito superiores aos utilizados pelos roteirizadores da empresa. Enquanto na grande maioria dos testes, as melhores soluções com o modelo, consistindo de algumas poucas rotas, foram obtidas com tempos computacionais próximos do limite (18.000 segundos), o tempo total disponibilizado pela empresa para o roteamento de todos os seus veículos (222 rotas) é de 10.800 segundos (3 horas).

Posto isto, foram investigados métodos heurísticos com execução limitada a tempos computacionais compatíveis com a aplicação real, e que degradassem minimamente a qualidade das soluções obtidas com o GAMS/CPLEX. Para este fim, foram propostas três

abordagens heurísticas, das quais a mais bem-sucedida é um algoritmo GRASP, assim como um método híbrido simples que aplica o GAMS/CPLEX a partir da solução incumbente do algoritmo GRASP. Os resultados indicam que tanto as abordagens heurísticas como o método híbrido produziram soluções em média superiores às obtidas com o GAMS/CPLEX em uma fração do tempo requerido por este último, o que indica o potencial de sua utilização em contextos reais.

Outro importante resultado é que apesar de algumas instâncias não terem atendido todos os *clusters*, a média total de *clusters* não atendidos é bem inferior a 1%. Dado o tempo computacional limitado, o desempenho dos métodos pode, portanto, ser considerado satisfatório. Sabe-se, no entanto, que é possível atender toda a demanda, necessitando-se para isso de um esforço maior de pesquisa. A melhora evolutiva nos resultados das abordagens heurísticas, fazendo uso de tempos computacionais aplicável em operações reais, motiva e fornece base para futuras implementações de métodos heurísticos mais sofisticados, como, por exemplo, as metaheurísticas busca tabu e BRKGA (*Biased Random-Key Genetic Algorithms*). Métodos híbridos mais elaborados também se revelaram como uma avenida promissora de estudo.

Outra possibilidade de investigação é o estudo do aumento da prioridade da minimização do número de entregadores na função objetivo. No modelo proposto nesta pesquisa, mesmo pequenas reduções na distância justificam o incremento no número de entregadores, o que pode ser considerado questionável, ou até indesejado se a empresa em questão possui um número de entregadores limitado. Essa é uma realidade de países de primeiro mundo e cada vez mais presente no Brasil com as novas legislações trabalhistas que prescrevem aumentos não desprezíveis de custos com cada funcionário contratado.

Da igual forma, mostra-se importante o estudo da formação de *clusters* no momento da geração das rotas. Experimentos limitados realizados durante esta pesquisa revelaram a estreita relação do agrupamento com a qualidade do roteamento. Assim sendo, a definição de critérios mais elaborados para a formação de *clusters* e a aplicação de buscas locais para movimentação de clientes entre *clusters* são opções metodológicas que podem trazer melhorias significativas.

Outra perspectiva de pesquisa futura e mais voltada à ciência da computação é o delineamento de instâncias de grande porte (por exemplo, com 1.000 *clusters*) a serem resolvidas em um ambiente computacional distribuído, ou seja, promovendo a paralelização

do processo de geração das rotas conforme sua relação com cada unidade de negócio da empresa.

A tomada de decisão em duas ou mais atividades de forma integrada é uma tendência crescente na área de pesquisa operacional, e neste sentido, o problema integrado de carregamento e roteamento se revela como uma oportunidade de obtenção de melhorias da operação logística. Naturalmente, a integração resulta em um aumento considerável na complexidade do problema, o que torna tal estudo interessante e desafiador.

Finalmente, a consideração de incertezas em tempos de viagem e/ou demanda com a aplicação de técnicas de otimização robusta segue também como sugestão de pesquisa futura. Por exemplo, é fácil concluir que centros urbanos são particularmente suscetíveis a engarrafamentos e outras dificuldades de tráfego, o que pode não justificar os tempos de deslocamento dos caminhões baseados em uma velocidade média, adotados no presente estudo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alvarez Diaz, A. A. **Métodos híbridos para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos entregadores**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016.

Araujo, O. C. B. **Problemas de corte e empacotamento tridimensional e integração com roteamento de veículos**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

Assad, A. A. **Modeling and Implementation Issues in Vehicle Routing**. In *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B. L. Golden and A. A. Assad (eds.) North-Holland, Amsterdam, pp. 7-46, 1988.

Azi, N.; Gendreau, M.; Potvin, J.-Y. **An exact algorithm for a single vehicle routing problem with time windows and multiple routes**. *European Journal of Operational Research*, vol. 178, pp. 755-766, 2007.

_____. **An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles**. *European Journal of Operational Research*, vol. 202, pp. 756-763, 2010.

Baldacci, R.; Toth, P.; Vigo, P. **Exact algorithms for routing problems under vehicle capacity constraints**. *Annals of Operation Research*, vol. 175, pp. 213-245, 2010.

Belfiore, P.; Yoshizaki, H. T. Y. **Heuristic methods for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows and split deliveries**. *Computers & Industrial Engineering*, vol. 63, pp. 589-601, 2013.

Bertrand, J. W. M.; Fransoo, J. C. **Operations management research methodologies using quantitative modeling**. *International Journal of Operations & Production Management*, vol. 22, pp. 241-264, 2002.

Bodin, L.; Golden, B.; Assad, A.; Ball, M. **Special Issue – Routing and scheduling of vehicles and crews – the state of the art**. *Computers & Operations Research*, vol. 10, 1983.

Bortfeldt, A. **A hybrid algorithm for the capacitated vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints.** *Computers & Operations Research*, vol. 39, n. 9, pp. 2248-2257, 2012.

Bortfeldt, A.; Homberger, J. **Packing first, routing second – a heuristic for the vehicle routing and loading problem.** *Computers & Operations Research*, vol. 40, n. 3, pp. 873-885, 2013.

Boyle, T. A.; Scherrer-Rathje, M.; Stuart, I. **Learn to be lean: the influence of external information sources in lean improvements.** *Journal of Manufacturing Technology Management*, vol. 22, n. 5, pp. 587-603, 2011.

Braekers, K.; Ramaekers, K.; Nieuwenhuyse, I. V. **The vehicle routing problem: State of the art classification and review.** *Computers & Industrial Engineering*, 2015.

Brandao, J.; Mercer, A. **A tabu search algorithm for the multi-trip vehicle routing and scheduling problem.** *European Journal of Operational Research*, vol. 100, pp. 180-191, 1997.

_____. **The multi-trip vehicle routing problem.** *Journal of the Operational Research Society*, vol. 49, pp. 799-805, 1998.

Bräysy, O.; Gendreau, M. **Vehicle routing problem with time windows, part I: Route construction and local search algorithms.** *Transportation Science*, vol. 39, n. 1, pp. 104-118, 2005a.

_____. **Vehicle routing problem with time windows, part II: Metaheuristics.** *Transportation Science*, vol. 39, pp. 119-139, 2005b.

Breedam, A. V. **Comparing Descent Heuristic and Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem.** *Computer & Operations Research*, vol. 28, n. 4, pp. 289-315, 2001.

Chambers, M. L.; Dyson, R. G. **The cutting stock problem in the flat glass industry - selection of stock sizes.** *Operational Research Quarterly (1970-1977)*, vol. 27, n. 4, p. 949-957, 1976.

Christofides, N.; Mingozzi, A.; Toth, P. **Combinatorial Optimization.** Wiley Chichester, pp. 315-338, 1979.

Clarke, G.; Wright, W. J. **Scheduling of Vehicle from a Central Depot to a Number of Delivery Points**. *Operations Research*, vol. 12, pp. 568-581, 1964.

Cunha, C. B. **Aspectos Práticos da Aplicação de Modelos de Roteirização de Veículos a Problemas Reais**. *Transportes*, Rio de Janeiro, vol. 8, n. 2, pp. 51-74, 2000.

Dantzig, A.; Ramser, J. **The Truck Dispatching Problem**. *Management Science*, pp. 80-91, 1959.

Desroisiers, J.; Dumas, Y.; Solomon, M. W. P.; Soumis, F. **Time constrained routing and scheduling**. In: Ball, M. T.; Magnanti, L.; Monma, C. L.; Nemhauser, G. L. (eds.) *Network Routing, Handbooks in Operations Research and Management Science*. North-Holland, Amsterdam, pp. 35-139, 1995.

Feo, T. A.; Resende, M. G. C. **Greedy Randomized Adaptive Search Procedures**. *Journal of Global Optimization*, vol. 6, pp. 109-134, 1995.

Ferreira, V. O.; Pureza, V. **Some experiments with a savings heuristic and a tabu search approach for the vehicle routing problem with multiple deliverymen**. *Pesquisa Operacional*, 32, 443-463, 2012.

Fisher, M. **Optimal solution of vehicle routing problems using minimum k-trees**. *Operation Research*, vol. 42, pp. 626-642, 1994.

Fleischmann, B. **The vehicle routing problem with multiple use of vehicles**. Working paper. Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Universität Hamburg, 1990.

França, P. M.; Sosa, N. M.; Pureza, V. **An adaptive tabu search algorithm for the capacited clustering problem**. *International Transactions in Operational Research*, vol. 6, pp. 665-768, 1999.

Fuellerer, G.; Doerner, K. F.; Hartl, R. F.; Iori, M. **Metaheuristics for vehicle routing problems with three-dimensional loading constraints**. *European Journal of Operational Research*, vol. 201, n. 3, pp. 751-759, 2010.

Garey, M. R.; Johnson, D. S. **Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness**. W. H. Freeman & Co. New York, NY, 1979.

_____. Approximation algorithms for bin packing problems – a survey. In: **Analysis and Design of Algorithms in Combinatorial Optimization**. G. Ausiello and M. Lucertini, (eds.), New York: Springer-Verlag, pp. 147-172, 1981.

Gendreau, M.; Iori, M.; Laporte, G.; Martello, S. **A tabu search algorithm for a routing and container loading problema**. *Transportation Science*, vol. 40, n. 3, pp. 342-350, 2006.

Gilmore, P.; Gomory, R. **A linear programming approach to the cutting-stock problem**. *Operations Research*, vol. 9, n. 6, pp. 849-859, 1961.

_____. **A linear programming approach to the cutting-stock problem II**. *Operations Research*, vol. 11, n. 6, pp. 863-888, 1963.

Glover, F.; Laguna, M. **Tabu Search**. Kluwer Academic Publishers, Massachusetts, 1997.

Grancy, G. S.; Reimann, M. **Vehicle routing problems with time windows and multiple service workers: a systematic comparison between ACO and GRASP**. *Central European Journal of Operations Research*, 2014a.

_____. **Evaluating two new heuristics for constructing customer clusters in a WRPTW with multiple service workers**. *Central European Journal of Operations Research*, 2014b.

Junqueira, L.; Oliveira, J. F.; Carravilla, M. A.; Morabito, R. **An optimization model for the vehicle routing problem with practical three-dimensional loading constraints**. *International Transactions in Operational Research*, vol. 20, p. 645-666, 2013.

Kirkpatrick, S.; Gelatt Jr, C. D.; Vecchi, M. P. **Optimization by Simulated Annealing**. *Science*, vol. 220, pp. 671-680, 1983.

Kuik, R.; Salomon, M. **Multi-level lot-sizing problem: Evaluation of a simulated-annealing heuristic**. *European Journal of Operational Research*, vol. 45, pp. 25-37, 1990.

Laporte, G. **Fifty years of vehicle routing**. *Transportation Science*, vol. 43, pp. 408-416, 2009.

Morabito, R.; Arenales, M. **Um exame dos problemas de corte e empacotamento**. *Pesquisa Operacional*, vol. 12, n. 1, pp. 1-20, 1992.

Morabito, R.; Pureza, V. Modelagem e Simulação. In: MIGUEL, P. A. C. **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações**. Rio de Janeiro: Elsevier, pp. 165-194, 2010.

Moura, A.; Oliveira, J. F. **An integrated approach to the vehicle routing and container loading problems**. OR Spectrum, vol. 31, n. 4, pp. 775-800, 2009.

Mousa, A. **Lean, Six sigma and Lean Six Sigma overview**. International Journal of Scientific & Engineering Research, vol. 4, pp. 1137-1153, 2013.

Oliveira, R. C. **Um framework para validação de resultados de pesquisas de otimização baseados em heurísticas aplicadas a problemas de scheduling**. Qualificação de Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

Olivera, A., Viera, O. **Adaptive memory programming for the vehicle routing problem with multiple trips**. Computers and Operations Research, vol. 34, pp. 28-47, 2007.

Osman, I. H. **Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem**. Annals of Operation Research, vol. 41, pp. 421-452, 1993.

Parragh, S.; Doerner, K.; Hartl, R. **A survey on pickup and delivery problems**. Journal für Betriebswirtschaft, vol. 58, pp. 21-51, 2008.

Petch, R. J.; Salhi, S. **A multi-phase constructive heuristic for the vehicle routing problem with multiple trips**. Discrete Applied Mathematics, vol. 133, pp. 69-92, 2004.

Pureza, V.; Morabito, R.; Reimann, M. **Vehicle routing with multiple deliverymen: Modeling and heuristic approaches for the VRPTW**. European Journal of Operational Research, vol. 218, pp. 636-647, 2012.

Ranck Junior, R. **Contribuições para um problema de empacotamento em um veículo multicompartimentado**. Tese (Doutorado em Computação Aplicada). Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2014.

Rochat, Y.; Taillard, E. **Probabilistic diversification and intensification in local search for vehicle routing**. Journal of Heuristics, vol. 1, pp. 147-167, 1995.

Ronen, D. **Perspectives on practical aspects of truck routing and scheduling**. European Journal of Operational Research, vol. 35, n. 2, pp. 137-145, 1988.

Ruan, Q.; Zhang, Z.; Miao, L.; Shen, H. **A hybrid approach for the vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints**. Computers and Operations Research, vol. 40, n. 6, pp. 1579-1589, 2013.

Salhi, S.; Petch, R. J. **A GA based heuristic for the vehicle routing problem with multiple trips**. Journal of Mathematical Modelling and Algorithms, vol. 6, pp. 591-613, 2007.

Schneider, M.; Stenger, A.; Goeke, D. **The Electric Vehicle-Routing Problem with Time Windows and Recharging Stations**. Logistics Planning and Information Systems, vol. 48, n. 4, pp. 500-520, 2014.

Seixas, M. P.; Mendes, A. B. **Column generation for a multitrip vehicle routing problem with time windows, driver work hours, and heterogeneous fleet**. Mathematical Problems in Engineering, 2013.

Seixas, M. P. **Heuristic and exact methods applied to a rich vehicle routing and scheduling problem**. Tese (Doutorado em Engenharia Naval e Oceânica). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

Snee, R. D. **Lean Six Sigma: getting better all the time**. International Journal of Lean Six Sigma, vol. 1, n. 1, pp. 9-29, 2010.

Solomon, M. M. **Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problemas with Time Window Constraints**. Operations Research, vol. 35, no 2, pp. 254-265, 1987.

Taillard, E. D. **Parallel iterative search methods for vehicle routing problems**. Networks, vol. 23, pp. 661-676, 1993.

Taillard, E. D.; Laporte, G.; Gendreau, M. **Vehicle routing with multiple use of vehicles**. Journal of the Operational Research Society, vol. 47, pp. 1065-1070, 1996.

Yanasse, H. H.; Limeira, M. S. **A hybrid heuristic to reduce the number of different patterns in cutting stock problems**. Computers and Operations Research, v. 33, n. 9, pp. 2744-2756, 2006.

Yellow, P. C. **A computacional modification to the saving method of vehicle scheduling.** Operations Research, vol. 21, pp. 281-283, 1970.

APÊNDICE A – Exemplo de implementação do modelo (1)-(18) em linguagem GAMS

* Definição da configuração inicial para execução

```
Option
    optcr = 0.0,
    reslim = 18000,
    iterlim = 100000,
    limrow = 200,
    limcol = 200
```

;

* Definição dos dados de entrada (conjuntos)

```
Sets
    i          nós depósito e clientes/d1,d2,d3,c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8/
    k          frota disponível /v1,v2,v3,v4/
    own(k)     frota própria /v1,v2,v3,v4/
    cht(k)     frota charter /v5/
    l          modo de entrega /m1,m2,m3/
    r          viagens /r1*r2/
    zone       zonas da região para imposição de restrições de circulação de
              veículos grandes /c,nc/
    tk         tipos de veículos /tk1,tk2/

    alias(i,j)
    alias(i,h)
    alias(l,g)
    alias(r,s)
    alias(k,o)
```

;

* Definição dos dados de entrada (dados escalares)

```
Scalars
    Jornada          tempo máximo de rota /240/
    VariableCostOwn  custo por km rodado para cada veículo da frota
                    própria /1.1/
    FixedCostCharter custo diário de contratação de veículo charter
                    (fretado) /500/
    MaxTC            instante máximo para circulação de veículos na
                    região central/60/
    Refil            tempo de recarregamento do veículo para a segunda
                    viagem /60/
    CargaMin         carga mínima como fração da capacidade do caminhão
                    requerida para haver uma segunda viagem /0.83/
    BIGM            Número grande /10000/
```

;

* Definição dos dados de entrada (parâmetros)

Parameters

* capacidade de carga do veículo k

```
CargaMax(k)
    /
    v1      120
    v2      120
    v3      200
    v4      200
    /
```

* demanda do cliente i - o depósito (nós d1-d2-d3) não possui demanda

```
Dem(i)
    /
    d1      0
    d2      0
    d3      0
```

c1	60
c2	60
c3	60
c4	60
c5	100
c6	100
c7	100
c8	100

/

* Instante mais cedo para início do serviço em i
TMaisCedo(i)

d1	0
d2	0
d3	0
c1	0
c2	0
c3	0
c4	0
c5	0
c6	0
c7	0
c8	0

/

* Instante mais tarde para início do serviço em i
TMaisTarde(i)

d1	0
d2	240
d3	240
c1	240
c2	30
c3	240
c4	240
c5	240
c6	50
c7	240
c8	240

/

* tempo de serviço no cliente i com UM entregador
TS(i)

/

d1	0
d2	0
d3	0
c1	60
c2	60
c3	60
c4	60
c5	100
c6	100
c7	100
c8	100

/

* prioridade de atendimento do cliente i no dia atual
P(i)

d1	0
d2	0
d3	0
c1	900
c2	900
c3	900
c4	900


```

c5      900
c6      900
c7      900
c8      900
/

```

* indica se o nó corresponde ao depósito (0) ou a um cliente (1)

```

Tipo(i)
/
d1      0
d2      0
d3      0
c1      1
c2      1
c3      1
c4      1
c5      1
c6      1
c7      1
c8      1
/

```

* indica se o nó se localiza no centro (1) ou não (0)

```

ZonaCentro(i)
/
d1      0
d2      0
d3      0
c1      0
c2      0
c3      0
c4      0
c5      0
c6      0
c7      0
c8      1
/

```

* ordem em set i do depósito de origem da rota r

```

OrigemR(r)
/
r1      1
r2      2
/

```

* ordem em set i depósito de destino da rota r

```

DestinoR(r)
/
r1      2
r2      3
/

```

* clientes em bairros perigosos: (1) para sim e (0) para não

```

DangerRoute(i)
/
d1      0
d2      0
d3      0
c1      0
c2      0
c3      0
c4      0
c5      0
c6      0
c7      0
c8      0
/

```

;

```

Parameter Tripulacao(1);
Tripulacao(1) = ord(1);
Display tripulacao;

```

```
* distância de cada nó i para cada nó j
```

```
Table D(i,j)
```

	d1	d2	d3	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8
d1	0.0	0.0	0.0	5.5	5.6	5.5	5.5	6.4	6.8	6.7	6.5
d2	0.0	0.0	0.0	5.5	5.6	5.5	5.5	6.4	6.8	6.7	6.5
d3	0.0	0.0	0.0	5.5	5.6	5.5	5.5	6.4	6.8	6.7	6.5
c1	5.3	5.3	5.3	0.0	0.5	0.7	0.4	2.7	1.7	3.0	2.8
c2	5.2	5.2	5.2	1.9	0.0	2.1	2.4	2.0	1.2	2.3	2.1
c3	5.7	5.7	5.7	1.5	1.1	0.0	1.5	2.8	2.0	3.1	2.9
c4	5.0	5.0	5.0	1.2	1.2	1.5	0.0	2.8	2.0	3.1	2.9
c5	6.4	6.4	6.4	3.4	3.1	3.7	3.3	0.0	1.7	1.2	0.7
c6	6.2	6.2	6.2	1.5	1.4	1.8	1.5	1.3	0.0	1.4	1.8
c7	7.2	7.2	7.2	3.1	2.4	3.0	3.1	1.6	1.2	0.0	2.3
c8	5.8	5.8	5.8	2.8	2.5	3.1	2.7	0.7	1.8	1.7	0.0

```
;
```

```
* distância média de fronteira de cada nó i para cada nó j
```

```
Table DC(i,j)
```

	d1	d2	d3	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8
d1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
d2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
d3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
c1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.0
c2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.2
c3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.9
c4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.5
c5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2
c6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.3
c7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.7
c8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

```
;
```

```
* O veículo é caracterizado (indicado com valor 1) em um "tipo de veículo k (tk1 ou tk2)". Caso contrário, indicado com valor 0 (zero).
```

```
Table TipoK(k,tk)
```

	tk1	tk2
v1	1	0
v2	1	0
v3	0	1
v4	0	1

```
;
```

```
* Indica se o tipo de veículo tk é compatível com cada nó i
```

```
Table CompatTipoKCliente(i,tk)
```

	tk1	tk2
d1	1	1
d2	1	1
d3	1	1
c1	1	1
c2	1	1
c3	1	1
c4	1	1
c5	0	1
c6	0	1
c7	0	1
c8	0	1
c9	1	1

```
;
```

* Indica se o tipo de veiculo (tk) pode circular irrestritamente na zone (1), ou pode circular com restrições na zone (até as 9 hs - (0))

Table CirculacaoTipoKZona(tk,zone)

	c	nc
tk1	1	1
tk2	0	1

;

Variables

X(i,j,k,l,r)	Igual a 1 se o veículo k percorre o arco i-j no modo l e na rota r - 0 c.c.
Served(j)	Igual a 1 se o cliente j é atendido em alguma rota - 0 c.c.
Carga(i,k,l,r)	Carga do veículo k após a visita ao nó i no modo l e na rota r.
T(i,k,l,r)	Instante de início do serviço no nó i com o veículo k no modo l na rota r - para os depósitos posteriores a dl é o instante de chegada no mesmo.
TF(k,l)	Instante de finalização da jornada de trabalho do veículo k no modo l.
W	Custo fixo e variável da frota.
Y	Custo em número de entregadores presentes nos veículos nos arcos do depósito de origem de cada rota para um cliente.
Z	Custo total.
F	Custo em tempo total em rotas.
E	Prêmio de clientes servidos de acordo com suas prioridades.

;

Binary variables X;

Positive variables Carga, T, TF;

* Fixações que prescrevem casos de variáveis de fluxo nulas

$$X.fx(i,j,k,l,r) \$(((TMaisCedo(i) + (TS(i)/Tripulacao(l)) + D(i,j)) \text{ gt } TMaisTarde(j)) \text{ or } ((Dem(i) + Dem(j)) \text{ gt } CargaMax(k))) = 0;$$

$$X.fx(i,j,k,l,r) \$(ord(i) \text{ eq } ord(j)) = 0;$$

$$X.fx(i,j,k,l,r) \$((tipo(i) \text{ eq } 0) \text{ and } (tipo(j) \text{ eq } 0) \text{ and } (ord(i) \text{ eq } OrigemR(r)) \text{ and } (ord(j) \text{ ne } DestinoR(r))) = 0;$$

$$X.fx(i,j,k,l,r) \$((tipo(i) \text{ eq } 0) \text{ and } (tipo(j) \text{ eq } 0) \text{ and } (ord(i) \text{ eq } DestinoR(r)) \text{ and } (ord(j) \text{ eq } OrigemR(r))) = 0;$$

$$X.fx(i,j,k,l,r) \$((tipo(i) \text{ eq } 0) \text{ and } (ord(i) \text{ ne } OrigemR(r))) = 0;$$

$$X.fx(i,j,k,l,r) \$((tipo(j) \text{ eq } 0) \text{ and } (ord(j) \text{ ne } DestinoR(r))) = 0;$$

* Cada veículo k parte do depósito de origem da rota 1 no modo l no instante 0

$$T.fx(i,k,l,r) \$((ord(i) \text{ eq } 1) \text{ and } (ord(i) \text{ eq } ord(r))) = 0;$$

* A carga a bordo do veículo k depois de visitar o nó i deve ser no máximo a capacidade de carga do veículo menos a demanda do nó i

$$\text{Carga.up}(i,k,l,r) = \text{Max}(0, \text{CargaMax}(k) - \text{Dem}(i));$$

* Rotas perigosas

$$\text{X.fx}(i,j,k,"m3",r) \$ ((\text{ord}(i) \neq \text{ord}(j)) \text{ and } ((\text{DangerRoute}(i) \text{ eq } 1) \text{ or } (\text{DangerRoute}(j) \text{ eq } 1))) = 0;$$

Equations

* Custo em \$ de uso e deslocamento dos veículos

$$\text{CustoVariavelDaFrota}$$

* Custo em duração das viagens

$$\text{TempoTotalEmRotas}$$

* Prêmio total com clientes servidos baseados em suas prioridades

$$\text{PremioDeClientesServidos}$$

* Custo em número de entregadores presentes nos veículos nos arcos do depósito de origem de cada rota para um cliente

$$\text{NEntregadoresEmRotas}$$

* Custo de interesse (subconjunto de anteriores)

$$\text{CustoLiquido}$$

* No máximo um veículo em um único modo e em única rota "entra" em cada nó j

$$\text{ChegadaClientes}(j)$$

* No máximo um veículo em um único modo e em única rota "sai" de cada nó cliente i

$$\text{SaidaClientes}(i)$$

* Relaciona a variável $\text{serve}(j)$ a variáveis X para esse j

$$\text{VisitaClientes}(j)$$

* Cada veículo k precisa chegar no depósito de destino de cada rota r vindo de um cliente ou depósito de origem j da rota r

$$\text{ChegadaDepositos}(k,r)$$

* Cada veículo k precisa sair do depósito de origem de cada rota r e ir para um cliente ou depósito de destino i da rota r

$$\text{SaidaDepositos}(k,r)$$

* O mesmo veículo k que entra no nó cliente h no modo l na rota r é o mesmo que sai de h no modo l na rota r

$$\text{FluxoClientes}(h,k,l,r)$$

* O mesmo veículo k que entra no nó depósito d2 no modo l na rota r deve sair de d2 em algum modo g na rota r+1

$$\text{FluxoDeposito2}(h,k,r)$$

* Balanço de carga no veículo k em modo l na viagem r que visita j após visitar i

$$\text{CargaABordo}(i,j,k,l,r)$$

* Define as cargas de cada veículo k nos depósitos iniciais de cada rota r como igual ao total das demandas dos clientes atendidos por k em r

$$\text{CargaInicial}(i,k,l,r)$$

* Define a carga mínima de cada veículo k

$$\text{CargaMinR2}(k)$$

* Garante que o atendimento dos nós clientes ocorra nas primeiras rotas antes das rotas subsequentes

$$\text{Simetria}(i,j,k,r,h,s)$$

* Define os instantes de início de serviço de cada nó j servido imediatamente após o nó i na rota r com o veículo k no modo l

$$\text{Programacao}(i,j,k,l,r)$$

Link(k,l,g) Impõe a relação entre o instante de chegada do veículo k com modo l no nó depósito d2 na rota r-1 e o instante de partida de k de d2 na rota r

TempoMaximoRota(i,k,l,r) Limita o tempo de cada rota k a um valor máximo

IncompatibilidadeTipoVeiculoCliente(i,j,k,tk) Restringe que clientes sejam atendidos apenas por veículos k de tipos incompatíveis

TempoMaximoDeCirculacaoNoCentro(i,j,k,l,r,tk) Restringe o tempo máximo de circulação de veículos grandes em clientes do centro

;

* Valores mínimo e máximo para o início de atendimento em i (janelas de tempo)

T.lo(i,k,l,r) = TMaisCedo(i);

T.up(i,k,l,r) = TMaisTarde(i);

* Função objetivo

Z Custo total.
 E Prêmio de clientes servidos de acordo com suas prioridades.
 W Custo associado com frota própria e frota fretada.
 Y Custo em número de entregadores presentes nos veículos nos arcos do depósito de origem de cada rota para um cliente.
 F Custo em tempo total em rotas.

CustoLiquido.. Z =e= W - E + 10E-5 * Y + 10E-8 * F;

PremioDeClientesServidos.. E =e= sum((i), P(i) * Served(i));

CustoVariavelDaFrota.. W =e=
 VariableCostOwn *
 sum((i,j,own(k),l,r), (D(i,j)) * X(i,j,k,l,r)) +
 FixedCostCharter *
 sum((j,cht(k),l) \$(tipo(j) eq 1), X("d1",j,k,l,"r1"));

NEntregadoresEmRotas.. Y =e=
 sum((i,j,k,l,r)\$((ord(i) eq OrigemR(r)) and
 (tipo(j) eq 1)
), Tripulacao(l) * X(i,j,k,l,r));

TempoTotalEmRotas.. F =e= sum((k,l,r), T("d3",k,l,r) + T("d2",k,l,r));

ChegadaClientes(j) \$(tipo(j) eq 1)..
 sum((i,k,l,r) \$(
 (
 (tipo(i) eq 1) and (ord(i) ne ord(j))
)
 or
 (ord(i) eq OrigemR(r))
), X(i,j,k,l,r)
) =1= 1;

SaidaClientes(i) \$(tipo(i) eq 1)..
 sum((j,k,l,r) \$(
 (
 (tipo(j) eq 1) and (ord(j) ne ord(i))
)
 or
 (ord(j) eq DestinoR(r))
), X(i,j,k,l,r)
) =1= 1;

```

VisitaClientes(j) $(tipo(j) eq 1)..
    SERVED(j) =e= sum( (i,k,l,r), X(i,j,k,l,r));

FluxoClientes(h,k,l,r)$(tipo(h) eq 1)..
    sum((i)$ (
        ((tipo(i) eq 1) and (ord(i) ne ord(h)))
        or
        (ord(i) eq OrigemR(r))
    )
    , X(i,h,k,l,r)) =e=
    sum((j)$ (
        ((tipo(j) eq 1) and (ord(j) ne ord(h)))
        or
        (ord(j) eq DestinoR(r))
    )
    , X(h,j,k,l,r));

ChegadaDepositos(k,r).. sum((i,j,l)$ (
    (
        (tipo(i) eq 1)
        or
        (ord(i) eq OrigemR(r))
    )
    and (ord(j) eq DestinoR(r))
), X(i,j,k,l,r)
) =e= 1;

SaidaDepositos(k,r).. sum((i,j,l)$ (
    (ord(i) eq OrigemR(r))
    and
    ((tipo(j) eq 1)
    or
    (ord(j) eq DestinoR(r))
    )
), X(i,j,k,l,r)
) =e= 1;

FluxoDeposito2(h,k,r) $ ((ord(h) eq 2) and (ord(r) eq ord(h)))..
    sum((i,s,g)$ (
        (ord(s) eq ord(r) - 1)
        and
        (
            (tipo(i) eq 1)
            or
            ((ord(i) eq OrigemR(s)) and (ord(i) ne ord(h)))
        )
    ), X(i,h,k,g,s)) =e=
    sum((j,l)$ (
        (tipo(j) eq 1)
        or
        ((ord(j) eq DestinoR(r)) and (ord(j) ne ord(h)))
    ), X(h,j,k,l,r));

CargaInicial(i,k,l,r)$(ord(i) le 2) and (ord(i) eq ord(r))..
    Carga(i,k,l,r) =e= sum((h,j) $(
        (
            (ord(h) eq ord(i))
            or
            (tipo(h) eq 1)
        ) and
        (tipo(j) eq 1) and (ord(h) ne ord(j))
    ), Dem(j)*X(h,j,k,l,r));

```

```

CargaMinR2(k).. sum((i,j,l) $(
    (ord(i) ne ord(j))
    and
    (tipo(j) eq 1)
)
, Dem(j)*X(i,j,k,l,"r2")) =g=
    CargaMin*CargaMax(k) - BigM*sum(g,X("d2","d3",k,g,"r2"));

CargaABordo(i,j,k,l,r)$
(
    (ord(i) ne ord(j)) and
    (
        (tipo(i) eq 1)
        or
        (
            (tipo(i) eq 0) and (ord(i) eq OrigemR(r))
        )
    ) and
    (
        (tipo(j) eq 1)
        or
        (
            (tipo(j) eq 0) and (ord(i) eq DestinoR(r))
        )
    )
)
)..
    Carga(j,k,l,r) =l= Carga(i,k,l,r) - Dem(j) * X(i,j,k,l,r)
    + CargaMax(k) * (1 - X(i,j,k,l,r));

Simetria(i,j,k,r,h,s)$
(
    (ord(i) eq OrigemR(r)) and
    (ord(j) eq DestinoR(r)) and
    (ord(s) eq ord(r) + 1) and
    (ord(h) eq DestinoR(s))
)
).. sum(l, x(i,j,k,l,r)) =l= sum(g, x(j,h,k,g,s));

Programacao(i,j,k,l,r)$
(
    (ord(i) ne ord(j)) and
    (
        (
            (tipo(i) eq 0) and (ord(r) eq ord(i)) and
            (tipo(j) eq 0) and (ord(j) eq DestinoR(r))
        )
        or
        (
            (tipo(i) eq 0) and (ord(r) eq ord(i)) and
            (tipo(j) eq 1)
        )
        or
        (
            (tipo(i) eq 1) and
            (
                (
                    (tipo(j) eq 0) and
                    (ord(j) eq DestinoR(r))
                )
                or (tipo(j) eq 1)
            )
        )
    )
)
)..
    T(j,k,l,r) =g= T(i,k,l,r) + (TS(i)/Tripulacao(l)) +
    (D(i,j)) - (BIGM * (1 - x(i,j,k,l,r)));

```

```

Link(k,l,g).. T("d2",k,g,"r2") =g=
  T("d2",k,l,"r1") + Refil*sum( (j)$ ((tipo(j) eq 1)),
                                x("d2",j,k,g,"r2")
                                )
  - (BIGM * (
    (1 - sum( (i)$ (
      (tipo(i) eq 1) or (ord(i) eq 1)
    ), x(i,"d2",k,l,"r1")
    )
    )
  )
  - (BIGM * (
    (1 - sum( (j)$ (
      (tipo(j) eq 1) or (ord(j) eq 3)
    ), x("d2",j,k,g,"r2")
    )
    )
  );

```

```

TempoMaximoRota(i,k,l,r)$ ((tipo(i) eq 0) and
  (ord(r) eq card(r)) and
  (ord(i) eq DestinoR(r)))..
  T(i,k,l,r) =l= Jornada;

```

```

IncompatibilidadeTipoVeiculoCliente(i,j,k,tk)$ (
  (TipoK(k,tk) eq 1) and
  ((CompatTipoKCliente(i,tk) eq 0) or
  (CompatTipoKCliente(j,tk) eq 0))
).. sum((l,r), X(i,j,k,l,r)) =e= 0;

```

```

TempoMaximoDeCirculacaoNoCentro(i,j,k,l,r,tk)$ (
  (ZonaCentro(i) eq 1) and
  (ZonaCentro(j) eq 0) and
  (TipoK(k,tk) eq 1) and
  (CirculacaoTipoKZona(tk,"c") eq 0)
).. T(i,k,l,r) + (TS(i)/Tripulacao(l)) + (DC(i,j)) -
  (BIGM * (1 - x(i,j,k,l,r))) =l= MaxTC;

```

```

model Exemplo / all /;
Exemplo.optfile = 6;
solve Exemplo minimizing Z using MIP;
display F.l, W.l, Y.l, E.l, X.l, SERVED.l, CargaMax, Carga.l, T.l;

```