UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

O PROTAGONISMO DO EDUCANDO NA CONSTRUÇÃO DE JOGOS E SUA REPLICABILIDADE EM SALA DE AULA COMO INSTRUMENTO DE FIXAÇÃO E RECUPERAÇÃO CONTÍNUA

MATEUS BELUCA ESCOBEDO

ORIENTADOR: PROF. DR. PEDRO LUIZ APARECIDO MALAGUTTI

São Carlos - SP
2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

O PROTAGONISMO DO EDUCANDO NA CONSTRUÇÃO DE JOGOS E SUA REPLICABILIDADE EM SALA DE AULA COMO INSTRUMENTO DE FIXAÇÃO E RECUPERAÇÃO CONTÍNUA

MATEUS BELUCA ESCOBEDO

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática

Orientador: Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti

São Carlos – SP
2016

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar
Processamento Técnico
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Escobedo, Mateus Beluca
E74p O protagonismo do educando na construção de jogos e sua replicabilidade em sala de aula como instrumento de fixação e recuperação contínua / Mateus Beluca Escobedo. -- São Carlos : UFSCar, 2016.
85 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2016.

1. Jogos Matemáticos. 2. Progressões. 3. Sequências. 4. Volume. 5. Protagonismo Juvenil. I. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Mateus Beluca Escobedo, realizada em 23/06/2016:

Pedro Luiz Malagutti

Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti
UFSCar

Profa. Dra. Luciene Nogueira Bertoncello
UFSCar

Simeão

Prof. Dr. Sandra Fiorelli de Almeida Penteado Simeão
USC

Em memória de Airton de Almeida Góes, o homem em que me espelho.

AGRADECIMENTO

Agradeço à minha avó por todas as orações e ao Divino Pai Eterno.

Aos meus alunos especialmente. Tudo isso foi possível graças a vocês e feito para vocês. É por vocês que continuo.

À Silvana, Carolina, Aline e Laís pela paciência nos períodos difíceis.

À Marina pela sua sabedoria e ajuda quando mais precisei.

Aos colegas de trabalho que apoiaram e deram todo suporte necessário.

À equipe de professores e organizadores do PROFMAT que me propiciaram essa conquista.

“Ensinar não é transferir conhecimento,
mas criar possibilidades para sua
própria produção ou a sua construção”

(Paulo Freire)

RESUMO

Este trabalho trata da construção e aplicação de jogos em sala de aula objetivando o desenvolvimento de competências e habilidades previstas no Currículo do Estado de São Paulo, além da sua fixação e o auxílio na recuperação contínua. Os temas abordados são Sequências, Progressões e Volumes. Cada conteúdo foi trabalhado inicialmente com giz e lousa e, então, avaliado. Posteriormente os jogos foram construídos pelos alunos e aplicados em sala de aula. Após a percepção das mudanças necessárias em um dos jogos, os ajustes foram feitos e o jogo novamente aplicado. Os resultados foram satisfatórios tendo ainda ampla possibilidade de melhora. As etapas do trabalho estão relatadas separadamente, desde a escolha dos conteúdos a serem trabalhados, passando por toda a engenharia didática (avaliação diagnóstica, planejamento, aplicação e avaliação) além dos resultados, de modo a favorecer a compreensão adequada sobre o trabalho para propiciar a análise da importância dos jogos como fator relevante no ensino da Matemática, sua fixação e a construção do conhecimento.

Palavras-chave: Jogos Matemáticos, Jogo da Memória, Dominó, Sequências, Progressões, Volume, Protagonismo Juvenil.

ABSTRACT

This work related about games construction and application in classroom, aiming the development of competence and ability prescribed in Sao Paulo State Curriculum, further helping the continuous fixation and assistance. The topics are Sequences, Progressions and Volumes. Each content was initially worked with chalk and board, and, then, valued. Posteriorly the games were built by the students and applied in classroom. After the perception of necessary changes in one of the games, the adjustments were made and the game was reapplied. The results were satisfactory, further having significant possibility of improvement. The steps of the work are separately reported, from the content choices to be worked, passing throughout didactic engineering (diagnostic assessment, planning, implementation and evaluation) beside the results, in way to favor the proper understanding about the work to provide the review of the importance of games as a relevant factor in mathematics teaching, fixation and knowledge building.

Keywords: Mathematical Games, Memory Game, Dominoes, Sequences, Progressions, Volume, Youthful Protagonism.

Lista de Figuras

LISTA DE FOTOGRAFIAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UFSCar – Universidade Federal de Sâo Carlos
USP – Universidade de São Paulo
LaPp – Laboratório de Psicopedagogia da USP
P.A.s – Progressões Aritméticas
P.G.s – Progressões Geométricas

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

1.1. O Professor

Nascido em Jaú – SP, aos 20 dias do mês de janeiro de 1986, tenho minhas primeiras memórias vivas relacionadas à antiga pré-escola (hoje primeiro ano) realizada na Escola Municipal Caetano Perlatti, em minha rua, e lembro-me de entregar todos os materiais nomeados por ser o único que sabia ler.

Em uma época que meu pai se mudara para João Pessoa, após um divórcio conturbado, minhas frustrações pareciam desaparecer em meio a livros como "O Cachorrinho Samba" e aprender algoritmos de subtração ensinados em um papel diferente que não recordo o nome, onde retirávamos um palito da casa das dezenas e esse se tornava dez palitinhos na casa das unidades, tudo ensinado pela "tia" Vera Lice, no Colégio Saint Exupéry onde diversas vezes fora humilhado por não receber as apostilas devido à falta de pagamento da mensalidade.

O que parecia difícil aos coleguinhas era bastante óbvio para mim (contas, algoritmos e tabuadas) e o que era muito fácil para eles era bem triste para mim (ter as mensalidades em dia).

Pegava os cadernos das minhas irmãs mais velhas e bisbilhotava sempre a Matemática, o que me assustava, afinal, o que seria aquele monte de contas com letras.

Chegou a 5ª série (6º ano) e com ela o surgimento das incógnitas em minha vida, e o que antes parecia esquisito agora se tornava simples e óbvio através dos ensinamentos do professor Paulo. Foram quatro anos de Ensino Fundamental II maravilhosos, onde tudo fazia sentido na Matemática. Como resultado, uma bolsa de estudos de 70% na Academia Horácio Berlinck, na época, uma das três grandes escolas particulares de Ensino Médio da cidade.

Nessa nova etapa, letras não eram mais incógnitas. Eram variáveis e eu compreendia tudo ainda de forma clara, enquanto meus amigos cada vez mais *franziam a testa por não saber o que estava se passando. Quando eu os ajudava, o que acontecia regularmente, geralmente nos finais de ano, de forma bastante coloquial, provavelmente estava descobrindo o sentido da vida para mim, ainda que não soubesse: lecionar.*

Mesmo contra a vontade do professor Adevaldo, elétrico, que repetia uma frase que hoje não me assombra mais: "você é o melhor aluno em Matemática dos meus 120, vá fazer engenharia, vá ganhar dinheiro, desiste de fazer Matemática", decidi prestar vestibulares buscando somente a Matemática.

O sentido da vida, lecionar, não me guiava, o que me norteava era a racionalidade: "gosto de Matemática, então farei isso, simples".

Começo do ano de 2004, os 18 anos chegaram e com ele as aprovações na USP de São Carlos no curso de Licenciatura em Ciências Exatas, 5º lugar e o décimo lugar na lista de espera da Universidade Federal de São Carlos em Matemática. Assegurei minha vaga na USP, um lugar moderno, mas onde não fiquei à vontade. Muita formalidade até mesmo no trote.

Na UFSCar, tudo diferente: bateria, agitação, um lugar muito mais acolhedor. A escolha estava feita.

Cinco anos de batalhas, e em meio a elas, um assalto a residência do meu pai, agora residindo em Rio Claro: três tiros e o risco de morte. Um semestre perdido. Não tinha cabeça para os estudos. As reprovas vieram e eu erroneamente passei a acostumar-me com elas. Focava em curtir a vida com medo que ela terminasse a qualquer momento, como quase acontecera com meu pai, agora bem mais próximo e humano devido aos fatos já descritos.

Com 72% do curso realizado, uma proposta irrecusável de um banco privado da cidade de Jaú me colocou contra a parede: transferir para a USC (Universidade do Sagrado do Coração) e começar com um salário que dificilmente ganharia como professor ainda que lecionasse em dois períodos. Mais uma vez, escolha feita.

Na Universidade particular, sem reprovas. E com a segurança dos estudos apenas no período noturno, e a demora para o banco entrar em contato para que eu assumisse o cargo prometido, comecei a lecionar na Escola Estadual Dr. Domingos de Magalhães, onde a Diretora, Cecília Florentino Perez me dera uma excelente oportunidade e dissera olhando em meus olhos que reconhecia um bom professor, após seus quarenta anos de magistério, apenas pelo seu olhar.

Dez aulas de recuperação paralela e duas classes. Vinte quatro aulas semanais durante dois meses me fizeram apaixonar pela profissão. Eu não sabia o que estava fazendo de diferente, mas meus alunos me homenageavam em redes sociais, agradeciam pelo empenho, e eu tinha certeza que havia me encontrado. O banco ligou, mas agora encontrou as portas fechadas, eu havia decidido que o dinheiro não compraria a minha felicidade.

Concurso da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo prestado, 301ª colocação, escolha em Mineiros do Tietê, cidade a 18 km de Jaú. Provavelmente os quatro melhores anos da minha vida. Muitos ensinamentos e aprendizados. Eu encantado com a docência, os alunos aparentemente encantados comigo. Não me via trabalhando, apesar das inúmeras responsabilidades. Era algo extremamente calmo e que eu conseguia desligar-me ao voltar pra casa. Não seria feliz assim em qualquer outro ramo.

No final de 2014, a oportunidade de chegar ao lugar mais alto que um professor pode almejar estando dentro de sala de aula pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, devido a gratificação de 75% no salário base e sua estrutura. A Escola de Tempo Integral de Jaú, com um ano de fundação, aumentara sua clientela em três salas, e por isso necessitaria de um novo professor em cada área. Processo de seleção, perguntas objetivas e dissertativas: credenciado. Entrevistas, propostas de trabalhos diferenciados: selecionado.

Agora estou lecionando na E.E. Ana Franco da Rocha Brando, que dispõe de dois laboratórios para Práticas de Ciências, Disciplinas Eletivas (em que o Projeto da Dissertação foi realizado), Projeto de Vida (que norteia todas as decisões e escolhas dos alunos na Escola), Tutoria, Orientação de Estudos, Clube Juvenil, Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo por Área e Geral. Três professores coordenadores de área e mais um geral. Uma Escola que tem parceria com o STEM Brasil, da Worldfund, 315 alunos em período integral e alguns Projetos de Vida já realizados apesar dos seus dois anos de existência. Resultados excelentes que me fazem orgulhar de ter galgado, passo a passo, a estrada que me trouxe até aqui.

Paralelo ao trabalho, o sonho de cursar um Mestrado tornou-se possível por meio do PROFMAT. As aulas presenciais aos sábados não me deixariam longe da sala de aula. Décimo segundo lugar na classificação e dois anos dedicando entre dez e 20 horas semanais aos estudos possibilitaram a aprovação em nove disciplinas e no Exame de Qualificação em março de 2015. Tudo bastante *corrido, entretanto, o esforço mostra-se muito válido e a sensação de dever cumprido é inenarrável.*

1.2. Motivação e Objetivos

As Diretrizes do Programa de Ensino Integral priorizam o Protagonismo Juvenil e a Replicabilidade das boas práticas. A concepção da escola tem mudado radicalmente de uma instituição que ensina para uma instituição que aprende a ensinar.

A atuação dos professores, as metodologias utilizadas, os conteúdos são os meios que justificam o fim: a aprendizagem significativa dos alunos, desenvolvendo neles as competências para lidar com as situações problemas, não só em Matemática, mas preparando-os para a vida.

É comum encontrar jovens desinteressados com o ensino tradicional da Matemática desenvolvido com giz e lousa apenas, o que torna o papel da escola ainda mais relevante na hora de aprender a ensinar, de uma forma que desperte a curiosidade e transforme o desânimo em prontidão para as novas experiências. O Protagonismo Juvenil é o processo no qual os adolescentes são sujeitos e objetos na ação de suas potencialidades.

Este trabalho visa responder duas questões de pesquisa:

- O adolescente participando de toda a escolha, construção, aplicação, pode ter as habilidades desenvolvidas de forma mais eficaz e significativa?
- Os alunos que tiveram dificuldade na aprendizagem pelo método tradicional podem desenvolver habilidades de forma significativa utilizando jogos replicados pelos colegas?

Para respondê-las pretendeu-se desenvolver instrumentos que auxiliam o ensino da Matemática, envolver os jovens com aptidão, na escolha, construção e aplicação desses instrumentos além de desenvolver as habilidades relacionadas aos tópicos:

- Sequências e Regularidades

- Progressões Aritméticas
- Progressões Geométricas
- Volumes

Esses são, em síntese, os objetivos desse trabalho.

A motivação estará sempre pautada em alunos de excelência e em uma visão simples da Matemática, desconstruindo os conceitos de que "Matemática é para poucos" ou "eu não consigo aprender Matemática de jeito nenhum". Tornar a Matemática interessante é o princípio de todas as atividades realizadas nesse trabalho, pautado na possibilidade da construção do conhecimento, ao invés da imposição do mesmo.

1.3. Metodologia de Desenvolvimento do Trabalho

Os alunos matriculados na Disciplina Eletiva "Racha Cuca x Cabeças Pensantes" foram desafiados a utilizar problemas em jogos matemáticos para auxiliar os colegas com maiores dificuldades no desenvolvimento de habilidades. Os alunos das 1as séries optaram pelo conteúdo que tiveram mais dificuldade durante o ano enquanto os alunos da 2as séries escolheram o conteúdo que estavam estudando no 4º bimestre.

Buscaram problemas em *sites*, livros didáticos e no Caderno do Aluno do Estado de São Paulo e selecionaram problemas dos três grupos de competências: GI (necessita apenas da observação para a realização), GII (precisa além da observação, a realização de procedimentos para chegar ao resultado) e GIII (necessita além da observação e procedimentos, identificações mais avançadas e interpretações). Foram construídos dois jogos pelos alunos: Jogo da Memória envolvendo Sequências e Progressões e um Dominó envolvendo Volumes Equivalentes.

Após a construção e, tendo a avaliação diagnóstica dos alunos já realizada, todos os alunos participantes da Disciplina Eletiva e os com maiores dificuldades foram submetidos à nova avaliação, buscando responder as perguntas de pesquisa já mencionadas.

1.4. Organização do Trabalho

Este trabalho encontra-se assim organizado: no Capítulo 2, as referências teóricas evidenciam a importância dos jogos, definindo-os como fatores relevantes na instrumentação para aprendizagem significativa da Matemática. Também estará presente a importância da Engenharia Didática e não a utilização dos jogos como um simples passatempo.

No Capítulo 3 serão apresentados os conceitos matemáticos envolvidos, além da descrição dos jogos e sua importância para a aprendizagem.

No quarto capítulo estará registrada toda a pesquisa, construção, aplicação e avaliação do trabalho realizado pelos alunos e pelo professor.

No quinto capítulo estarão expostos todos os erros apresentados nas cartas e peças dos jogos desenvolvidos pelos alunos, além de como ficarão após os reajustes para aplicação nos anos seguintes.

No último capítulo estarão as análises dos resultados obtidos após as avaliações finais e o significado qualitativo da pesquisa, concluindo se a mesma teve um efeito positivo ou negativo na aprendizagem, além das possibilidades de melhora dos métodos e materiais desenvolvidos.

Nos anexos estarão as avaliações aplicadas pelo professor autor desse trabalho. Nos apêndices estarão presentes as avaliações aplicadas por outra professora, além do material primordial para o desenvolvimento e confecção dos dominós.

2. OS JOGOS COMO FERRAMENTAS METODOLÓGICAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA E O PAPEL DO PROFESSOR NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM.

Esse capítulo está fortemente baseado na Tese de Doutorado de Regina Célia Grando: O conhecimento Matemático e o uso de Jogos na sala de aula, desenvolvida no ano de 2000.

Presenciamos nas escolas de ensino básico certa resistência dos educandos em aprender Matemática. Tal fato pode ocorrer por razões diversas: má formação dos docentes, propostas pedagógicas mal elaboradas, dificuldade do professor em transmitir seus conhecimentos e o desinteresse dos alunos, que geralmente se dá devido ao currículo, o qual, na maioria das vezes, está bem distante da realidade/cotidiano dos mesmos, ou seja, eles não encontram sentido em aprender tal disciplina. De uma maneira geral, nota-se uma defasagem de significação atribuída aos conteúdos matemáticos.

Diante disso, torna-se evidente a necessidade de criar novos mecanismos que busquem despertar o interesse por tal disciplina, sejam estes enfatizados na mudança do currículo ou principalmente, na mudança da didática utilizada pelo professor em sala de aula, já que a maior parte dos responsáveis por transmitir o conhecimento, utilizam métodos tradicionais, que veem o professor como o detentor do conhecimento, e o aluno como um ser passivo, sem estabelecer qualquer tipo de relação entre o que ele aprende e o que utiliza em sua vida.

Nesse sentido, é enfatizado o importante papel do professor para que tais mudanças sejam alcançadas: *"(...) todo processo de transformação ou mudança nos processos de ensino-aprendizagem da Matemática perpassa pela ação e intervenção do professor..." (Grando, 2000, p. 15).* Assim, cabe ao professor buscar uma metodologia que considere o aluno como sujeito do processo, que o instigue, que desperte curiosidade e prazer em aprender pela investigação e não só pelo utilitarismo. Para que tal objetivo seja alcançado, propõe-se, como uma das alternativas, a inserção do jogo no ambiente educacional, de forma a inserir espaços lúdicos de aprendizagem a esse ensino.

2.1. O JOGO COMO RECURSO METODOLÓGICO

Embora os jogos sejam vistos em uma visão reducionista de possibilidades pela grande maioria dos professores, a Psicopedagogia vem utilizando o jogo como mecanismo de diagnóstico e intervenção pedagógica. É o caso dos trabalhos desenvolvidos pelo Laboratório de Psicopedagogia da USP – SP (LaPp), em que defendem a importância dos jogos no processo de ensino-aprendizagem e no campo da psicopedagogia.

> "(...) os autores (do LaPp) discutem o jogo no processo de formação de conceitos matemáticos, defendendo que, num contexto escolar, o jogo de regras possibilita à criança a construção de relações quantitativas ou lógicas, que se caracterizam pela aprendizagem em raciocinar e demonstrar, questionar o como e o porquê dos erros e acertos. " (GRANDO, 2000, p.16)

O LaPp vem desenvolvendo desde 1987, uma metodologia própria de trabalho com jogos com crianças e adolescentes, cujo objetivo é predispô-los à aprendizagem, tanto dos conteúdos dos jogos em si, quanto dos conteúdos específicos, escolares. Sendo assim, a aquisição do conhecimento seria realizada por meio de uma atividade interessante, desafiadora e prazerosa. Vale ressaltar que o que se espera das crianças com os jogos a partir da intervenção, são as mesmas posturas, atitudes e emoções que se espera em uma atividade de ensino: a concentração, atenção, elaboração de hipóteses, busca de alternativas e principalmente, a comunicação dos seus pensamentos e estratégias utilizadas para solucionar seus problemas. Além disso, fica mais fácil identificar as dificuldades encontradas pelas crianças, e uma forma de "tratamento" para elas. Muitas vezes, a ajuda necessária vai além dos conteúdos escolares específicos.

A ênfase nos trabalhos do LaPp é dada nos jogos de regras, instrumento importante àqueles que adotam uma concepção construtivista, pois estimulam a criança a construir procedimentos que favorecem a solução dos seus desafios.

2.1.1. O JOGO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

É fato que, desde os primeiros anos de vida, a brincadeira ocupa lugar significativo na vida das crianças, e elas podem sim - se utilizadas da maneira correta - ser ferramentas de estímulo à aprendizagem.

> “A Psicologia do desenvolvimento destaca que a brincadeira e o jogo desempenham funções psicossociais, afetivas e intelectual, básicas no processo de desenvolvimento infantil. O jogo se apresenta como uma atividade dinâmica que vem satisfazer uma necessidade da criança, dentre outras, de “movimento”, ação.” (GRANDO, 2000, p. 20)

Nesse sentido, os jogos acabam propiciando um ambiente favorável à aprendizagem, já que despertam interesse aos educandos, não apenas pelos objetos que o constituem, mas pelo desafio que deve ser solucionado. Com os jogos, os alunos vão da imaginação à abstração, levantam hipóteses, refletem, analisam, criam estratégias diversificadas para a resolução de um problema.

Assim, segundo Grando (2000), o jogo pode representar uma simulação Matemática na medida em que se cria uma situação irreal, criada pelo professor ou pelo aluno, para significar um conceito matemático a ser compreendido pelo aluno. Os elementos do jogo representam entes concretos, mas em situação de jogo, vivenciada pelo aluno e que leva à ação, são baseados numa situação irreal criada pelo homem. Assim, o jogo apresenta um caráter alegórico, mas capaz de levar, por meio de suas regras, à abstração de um conceito matemático.

Segundo Vygotsky (apud Grando, 2000), durante a idade escolar, as habilidades conceituais são ampliadas a partir dos brinquedos e jogos, e consequentemente, da imaginação, já que consideramos a ação do jogo como um diálogo do indivíduo consigo mesmo. Sendo assim, a imaginação é de extrema importância para a aprendizagem, como afirma Grando: “*A Matemática existe no pensamento humano, e por isso, depende de muita imaginação para definir suas regularidades e conceitos”* (GRANDO, 2000, p. 23).

De acordo com Piaget (apud Grando, 2000), o jogo é de extrema importância para o desenvolvimento do indivíduo. Assim, o teórico propõe estruturar os jogos segundo três formas básicas de assimilação, sendo elas: o exercício, que corresponde às primeiras manifestações das crianças e se apresenta de maneira repetitiva em que o prazer reside na própria função exercida; o símbolo, que são os jogos de “faz de conta” em que há representação fictícia; e por fim, o jogo de regras (que engloba as outras duas anteriores) em que a criança abandona o seu egocentrismo e passa a ser social, respeitando as regras impostas para a ordem do jogo.

2.1.2. O JOGO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Diante do exposto, evidencia-se que o jogo represente uma atividade lúdica capaz de despertar diversos e distintos sentimentos nos alunos, estando entre eles, principalmente, o interesse e o prazer. Porém, o que se destaca aqui, é que não é apenas o interesse pelo material ou pelo jogo que garantem a aprendizagem. Para que tal objetivo seja alcançado, necessita-se da intervenção pedagógica do professor.

Os jogos, para que sejam eficazes no processo de ensino-aprendizagem, precisam gerar desafios aos sujeitos, conflitos cognitivos despertando-os para a ação, para o envolvimento com a atividade, servindo de motivação. Piaget (apud Grando (2000)) afirma que tais conflitos são fundamentais para o desenvolvimento intelectual do sujeito, podendo estruturar conceitos e estabelecer relações que os levem a estruturações lógicas.

Quando nos referimos à utilização dos jogos em sala de aula, consideramos que os mesmos tenham utilidade em todos os níveis de ensino. É importante que os objetivos com o jogo estejam claros, a metodologia adequada ao nível que se está trabalhando e, principalmente, que a atividade seja desafiadora ao aluno para que haja o desencadeamento do processo cognitivo. Vale ressaltar que na maior parte das vezes, as regras para os jogos são formuladas pelos próprios jogadores, que buscam estabelecer certa lógica ao formulá-las. Para tal processo, tem que haver a interação com os demais jogadores, o que é de suma importância para a socialização, para o “relacionar-se com o outro” e ser capaz de ouvir o que o outro tem a dizer.

> “É na ação do jogo que o sujeito, mesmo que venha a ser derrotado, pode conhecer-se, estabelecer o limite de sua competência quanto jogador e reavaliar o que precisa ser trabalhado, desenvolvendo suas potencialidades, para evitar uma próxima derrota.” (GRANDO, 2000, p. 28)

Diante disso, fica evidente que o jogo em seu aspecto pedagógico é bastante produtivo para o professor que busca nele um aspecto instrumentalizador e facilitador da aprendizagem de estruturas Matemáticas muitas vezes de difícil assimilação, e é produtivo ao aluno ao desenvolver a capacidade de pensar, refletir, analisar, compreender conceitos, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las com autonomia e cooperação. Basta pensar nas situações em que os alunos/jogadores auxiliam uns aos outros, minimizando a competição.

Nesse processo de socialização há uma discussão em relação ao jogo, em que se identificam diferentes perspectivas, justificativas, argumentações, reflexões sobre os seus próprios procedimentos em um processo de abstração reflexiva. Assim, situações que propiciem a reflexão e analise do raciocínio, que esteja “fora” do objeto, nos níveis já representativos, necessitam ser valorizados no processo e ensino-aprendizagem da Matemática, e o jogo demonstra ser um importante instrumento na dinamização desse processo já que, por meio da competição, o indivíduo se auto avalia, pensa e repensa sobre suas competências, habilidades, talentos e performances.

O jogo propicia o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas na medida em que possibilita a investigação, ou seja, a exploração do conceito por intermédio da estrutura Matemática subjacente ao jogo e que pode ser vivenciada, pelo aluno, quando ele joga elaborando estratégias e testando-as a fim de vencer o jogo. Sendo assim, o meio da resolução de problemas está no processo de criação de estratégias e na análise, processada pelo sujeito, das várias possibilidades de resolução. No jogo, ocorre fato semelhante. Ele representa uma situação determinada por regras, busca resolvê-las com elaboração de estratégias, reconstruindo-as, afim de resolver o problema e consequentemente, vencer o jogo.

Sendo assim, levando em consideração a relação entre jogos e resoluções de problemas, Grando (2000) afirma que ambos, sendo estratégias de ensino, evidenciam vantagens no processo de criação e construção de conceitos, quando feita a partir da discussão Matemática entre professor e alunos.O processo desencadeado pelo jogo é semelhante ao da resolução de um problema, embora no jogo este se apresente mais dinâmico. “Assim sendo, o jogo, definido como um gerador de situações-problema e desencadeador da aprendizagem do aluno; insere-se numa interpretação de resolução de problemas que considera o problema como ponto de partida para a construção de um conceito, embora de maneira diferente da tradicional.

> “A atividade de jogo, no contexto do processo ensino-aprendizagem da Matemática, apresenta-se, ao aluno, como séria, de real compromisso, envolvimento e responsabilidade, sendo que tais evidências podem vir a prepará-lo para se adaptar ao mundo do trabalho, desde que o caráter lúdico do jogo não seja comprometido.” (GRANDO, 2000, p. 33)

Há vantagens e desvantagens nos jogos quando inseridos no contexto escolar. Como pontos positivos, acredita-se na fixação dos conteúdos, na introdução e desenvolvimento de conceitos, elaboração de estratégias de resolução de problemas, tomada de decisões e avaliação, a participação ativa do aluno, a socialização, o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, e, principalmente, o prazer em aprender. Já como ponto negativo, está a forma como esse jogo pode ser aplicado, ou seja, o seu caráter pode ser aleatório, os alunos podem jogar apenas por jogar, sem saberem porque jogam. Dessa forma, o objetivo não será alcançado.

Diante disso, fica evidente que cabe ao professor intervir nesse processo, assumindo uma proposta de trabalho com jogos, apoiada em uma reflexão com pressupostos metodológicos, prevista em seu plano de ensino, vinculada a uma concepção coerente com o plano escolar. Tal vinculação se faz necessária para o sucesso do trabalho.

Com isso, vários fatores de ordem metodológica devem ser explorados pelo professor, a fim de contribuir para a eficácia dos jogos no contexto escolar. Por exemplo: o ambiente da sala deve ser propício à imaginação dos alunos, proporcionando aos jogadores a possibilidade de se expressarem de maneira diferente da permitida dentro de uma sala de aula normal. Nesse local, deve ser autorizado o diálogo entre os competidores sobre as estratégias e ações desencadeadas e entre o professor e o aluno para que haja o desenvolvimento do raciocínio e a intervenção, quando necessária. Porém, para que isso ocorra, *"(...) o currículo escolar necessita ser redimensionado, criando espaços de tempo para os jogos, a fim de que eles sejam respeitados e assumidos como uma possibilidade metodologia ao processo de ensino-aprendizagem de conceitos. " (GRANDO, 2000, p. 36).* Além disso, é de suma importância que o professor não se isole do processo, mas que seja elemento integrante, ora como observador, juiz e organizador, ora como questionador, enriquecendo o jogo, mas sem interferir nas estratégias adotadas pelos alunos.

Entretanto, quanto aos processos de ensino-aprendizagem da Matemática, o elemento jogo se apresenta de forma especifica, já que contribui para a compreensão de muitos elementos existentes, sendo alguns de difícil assimilação. A linguagem Matemática é de difícil acesso e compreensão do aluno, e pode ser simplificada através da ação do jogo. A construção pelo aluno de uma linguagem auxiliar coerente com a situação do jogo, propicia estabelecer uma "ponte" para a compreensão da linguagem Matemática, como forma de expressão de um conceito, e não como algo abstrato. O registro do jogo, gerado por uma necessidade ou por solicitação do professor, pode representar um dos caminhos à construção dessa linguagem Matemática.

É importante observar que quando o indivíduo age durante o jogo tentando vencê-lo, novos espaços para a elaboração de estratégias são abertos. Assim, a análise de possibilidades é marcada por tomada de decisões sobre quais estratégias poderiam ser eficazes. Deste modo os jogos favorecem a construção e a verificação de hipóteses. As possibilidades de jogadas são construídas por meio destas hipóteses que vão sendo elaboradas, uma vez que, para executar uma ação, o sujeito deve levar em consideração todo o universo de possibilidades presentes, analisando, executando e tomando decisões sobre tais alternativas.

O que devemos levar em consideração também, é o “erro” na situação do jogo. Embora nas escolas valoriza-se muito o acerto, devemos considerar o erro também como uma fase no processo de aprendizagem, visto que após a constatação do mesmo, torna-se necessário repensar, reformular o que foi feito, a fim de abolir aquilo que está errado. Além disso, o professor utilizando questionamentos reflexivos pode auxiliar o aluno a chegar na resposta correta, fazendo-o refletir sobre cada passo que deu, buscando assim encontrar o que o levou a equivocar-se.

> “O resultado de uma partida não favorável, leva-o a sugerir que a estratégia de jogo adotada não foi bem definida, ou que ele não esteve atendo as jogadas do adversário, implicando na necessidade de analisar os erros ou conjunto de erros cometidos. Esta análise lhe permite corrigir os procedimentos a serem adotados num novo jogo e aprender a partir da observação dos procedimentos adotados pelo adversário.” (GRANDO, 2000, p. 42)

Para o professor, a análise do erro e do desenrolar dos jogos, serve como subsídio para a sistematização dos conceitos trabalhados durante a situação do jogo. Sendo assim, é necessário que o processo de sistematização dos conceitos e habilidades com o pensamento matemático que vai surgindo seja sempre intervindo pedagogicamente, visto que é nesse processo que são garantidas a construção cognitiva de algumas estruturas Matemáticas. A sistematização possibilita evidenciar para o sujeito o conceito que ele está trabalhando, as relações que está percebendo, as regularidades que podem ser observadas, a constatação de suas hipóteses e a possível aplicação de tais ideias.

De acordo com o Laboratório de Psicopedagogia da USP – SP, podemos sintetizar os momentos do jogo a serem considerados na realização das atividades de intervenção com jogos em situações em sala de aula da seguinte maneira:

- A familiarização com o jogo, que ocorre quando os indivíduos entram em contato com os materiais dos jogos (como dados, tabuleiros, peões entre outros) e estabelecem analogias com os jogos que já conhecem;
- O reconhecimento das regras, que é quando os alunos aprendem ou criam algumas normas para o desenrolar do jogo;
- "O jogo pelo jogo": jogar para garantir regras, em que se joga apenas para a internalização do que foi estabelecido como norma, explorando algumas noções Matemáticas contidas no jogo;
- A intervenção pedagógica verbal, que é quando os alunos começam a jogar e o orientador da ação questiona as ações a fim de provocar os alunos para analisarem suas jogadas, analisando o procedimento criado pelos sujeitos nas resoluções dos problemas, buscando relacionar este processo à conceitualização Matemática;
- O registro do jogo, que depende do jogo e do objetivo do trabalho, mas cujo procedimento pode ser utilizado como forma de sistematização e formalização por meio da linguagem Matemática. O orientador deve procurar estabelecer estratégias de ações que busquem o registro, para que este não sirva apenas de exigência;
- Intervenção escrita: trata-se da problematização de situações de jogo. O momento em que os limites e possibilidades do jogo são resgatadas pelo orientador por intermédio da ação, direcionando para os conceitos matemáticos a serem trabalhados,
- Jogar com competência: é o momento em que se retorna à situação real do jogo, considerando todos os aspectos anteriores analisados (intervenções). A possibilidade de voltar a jogar após as reflexões e mudança de estratégias.

2.2. FORMAÇÃO E CONDUTA DO PROFESSOR NO ENSINO DA MATEMÁTICA: ENGENHARIA DIDÁTICA

A Engenharia Didática (clássica ou de primeira geração) surgiu na educação Matemática no início dos anos 90, sendo apresentada como uma metodologia de pesquisa suscetível de fazer aparecer fenômenos didáticos em condições mais próximas possíveis de uma sala de aula tradicional.

De acordo com Almouloud e Silva (2012), uma das práticas mais eficazes utilizadas para o ensino das ciências exatas, é a engenharia didática, que tem como objetivo abordar a formação do professor, investigando suas ações e condutas dentro da sala de aula.

Douady (1993) define a Engenharia Didática como uma sequência de aula concebida, organizada e articulada no tempo, de forma coerente, por um professor que faz o papel de um engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para uma clientela especifica. O projeto evolui sobre a reação dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor.

Assim, tais práticas educativas devem ser tidas como investigação. Conforme o professor vai trabalhando os saberes escolares, estes devem ser questionados e discutidos para que os alunos tenham consciência do que será estudado. É partindo desse sistema que a aprendizagem deve se consolidar, já que o principal objetivo é a compreensão, e não o depósito de conteúdos. Sendo assim, o educador que desenvolve suas atividades baseado nessa teoria, consegue dar significado ao que ensina.

A Engenharia Didática tem como principal característica a maneira de organizar os procedimentos metodológicos dentro da Matemática, fazendo relação entre teoria e prática. Dessa forma, o sucesso do trabalho depende da realização de todas as etapas, desde o planejamento inicial até a sua execução prática.

Segundo Almouloud and Silva (2012), a Engenharia Didática de primeira geração, possui quatro fases:

Análises preliminares: considerações sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto, incluindo a análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades, obstáculos e análises do campo das restrições e exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática.

Concepção e análise a priori das situações didáticas: o pesquisador, norteado pela etapa anterior, delimita certo número de variáveis pertinentes ao sistema sobre os quais o ensino pode atuar, chamadas de variáveis de comando, levando em consideração as escolhas feitas no nível local e as características da situação didática desenvolvida; deve analisar o que poderia estar em jogo para o aluno, em função das possibilidades de ação, seleção, decisão, controle e validação que o aluno terá durante a experimentação, prevê campos de comportamentos e tenta demonstrar como a análise permite controlar significados e assegurar que se tais comportamentos esperados ocorram, é por consequência do desenvolvimento visado pela aprendizagem.

Experimentação: aplicação didática tendo como finalidade apresentar os objetivos e condições de realizações da pesquisa, estabelecendo o contrato didático e registrar as observações feitas durante a experimentação.

Análise a posteriori e validação: é a análise de um conjunto de dados colhidos ao longo da experimentação, como: produção dos alunos, registros observados e de vídeos. Nessa análise, se faz necessário sua confrontação com a análise a priori para que seja feita a validação ou não das hipóteses formuladas na investigação.

A chamada Engenharia Didática de segunda geração encontra-se na interface entre a pesquisa e o ensino regular, visto que antes, pouco se estudava sobre o papel do professor. Posteriormente, com a ação de professores interessados pela pesquisa, a Engenharia Didática passou a ser uma metodologia de pesquisa, agregando algumas características da pesquisa-ação, já que ocorre em situações de sala de aula onde o pesquisador necessita descrever a analisar minuciosamente os resultados de sua ação.

Sendo assim, uma engenharia didática de segunda geração (segundo Perrin-Glorian apud Almouloud e Silva, 2012), busca desenvolver recursos para o ensino regular ou a formação de professores, podendo-se distinguir dois níveis distintos de engenharias didáticas em função da pergunta inicial da investigação: a Engenharia Didática para a investigação (IDR) e a Engenharia Didática de Desenvolvimento (IDD). Na primeira, procura-se fazer emergir fenômenos didáticos e estudá-los com a intenção de um avanço nos resultados da investigação, por meio de experimentações, enquanto que o segundo, tem por objetivo a produção de recursos para professores ou para a formação de professores. Na IDR o papel do professor é controlado pela teoria, o professor ocupa lugar de professor e de investigador, mas suas ações devem ser transparentes, enquanto na IDD há uma flexibilidade nas decisões, e não faz parte da investigação, visto que ele tem a inteira responsabilidade pelo ensino na sua classe.

De acordo com Almouloud e Silva (2012), os conhecimentos dos alunos são controlados teoricamente nos dois casos (IDR e IDD), mas no IDR é uma variável mais ou menos fixada, em que o professor é conduzido pela teoria.

No caso da IDR, cabe ao professor ocupar o papel de investigador, porém, sua ação pode ser transparente. Já no IDD, o professor não faz parte da investigação.

Vale enfatizar que o nível utilizado nessa pesquisa, será o da Engenharia Didática para Investigação (IDR).

3. DESENVOLVIMENTO

Os jogos matemáticos foram desenvolvidos quase na sua totalidade pelos alunos, buscando cumprir uma das premissas do Programa Ensino Integral do Estado de São Paulo que é o Protagonismo Juvenil: desde a escolha dos conteúdos, passando pelas questões que estariam presentes até chegar a confecção manual dos mesmos. Para isso foram utilizadas pesquisas em livros didáticos, Caderno do Aluno da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo e a Internet. Fala-se “quase na sua totalidade”, porque o estilo dos jogos já havia sido previamente apresentado a eles. Nas 1^{as} séries foram confeccionados jogos da memória de três planos e nas 2^{as} séries dominós.

Todo o desenvolvimento foi feito durante quatro semanas (oito aulas) da Disciplina Eletiva, da parte diversificada do Programa de Ensino Integral, “Racha Cuca x Cabeças Pensantes”, que eram ministradas nas duas últimas aulas de sexta-feira, das 14h50min às 16h30min, contando com alunos das três séries do Ensino Médio. Foi combinado que cada série ficaria responsável pela confecção dos seus jogos e os alunos da 3ª série (sete alunos) ficariam como suporte e participariam da aplicação.

Os alunos das 1^{as} séries do Ensino Médio optaram pela escolha das Sequências e Progressões como conteúdo, alegando que foi o tema com maior dificuldade durante o ano letivo devido à adaptação deles à escola e também por já terem “esquecido” parte do conteúdo trabalhado no 1º bimestre

Os alunos das 2^{as} séries do Ensino Médio escolheram o tema que estavam aprendendo no 4º bimestre: Volumes de Paralelepípedos e Cilindros, procurando no jogo uma forma de fixação e de recuperação contínua para os colegas da sala que não faziam parte da Disciplina Eletiva, justificando que muitos deles ficariam para recuperação no quarto bimestre por não terem assimilado o conteúdo e desenvolvido as habilidades subjacentes necessárias.

Tanto nas 1^{as} quanto nas 2^{as} séries, já haviam sido aplicadas avaliações mensais e bimestrais, feitas as *análises preliminares* e *análises a priori das situações didáticas*, deixando encaminhado o processo para a *experimentação*.

3.1. Jogo da Memória: Sequências, Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas

. De acordo com o Currículo do Estado de São Paulo, na 1ª Série do Ensino Médio, os conteúdos a serem desenvolvidos no 1º bimestre são:

- Números e Sequências:
- Regularidades Numéricas: sequências;
- Progressões aritméticas e progressões geométricas.

As habilidades que devem ser desenvolvidas referentes a esses conteúdos são:

- saber reconhecer padrões e regularidades em sequências numéricas ou de imagens, expressando-as matematicamente quando possível;
- conhecer as características principais de progressões aritméticas e geométricas – expressão do termo geral, soma dos *n* primeiros termos, entre outras – sabendo aplicá-las em diferentes contextos.

Segundo o Caderno do Professor da SEE-SP (2014), as sequências aritméticas ou geométricas são bastante estudadas, no Ensino Médio, por vários motivos, como por exemplo, a pouca exigência algébrica e a facilidade de padronizar os conceitos por meio de fórmulas Matemáticas. A baixa exigência algébrica envolvida deve ser valorizada, em detrimento de exercícios sem estrutura definida, que exijam a escrita de equações complexas. É importante destacar que é priorizado o desenvolvimento dos conteúdos e a apresentação de situações, sob a ótica do reconhecimento da regularidade da sequência e da generalização intuitiva do termo geral, colocando em segundo plano, a simples substituição de valores em fórmulas previamente decoradas.

O Jogo da Memória de Sequências e Progressões têm como objetivo criar essa generalização intuitiva do termo geral, por isso não são utilizados números muito grandes que necessitem a utilização de fórmulas, salvo duas exceções. O mesmo é composto por 48 cartas, divididas em três “planos de cartas” de 16 cartas cada. Diferentemente do jogo da memória convencional em que o objetivo é formar pares, o objetivo desse é formar trios.

No primeiro plano ficam as questões selecionadas junto aos alunos, sendo elas da maior variedade possível, buscando abranger todo o conteúdo estudado: padrões e regularidades, termo geral de uma PA, soma dos termos de uma PA, termo geral de PG, soma dos termos finitos de uma PG. A figura 1 abaixo apresenta as cartas do 1º plano contendo as questões do Jogo da Memória

Na sequência (2,0,1,5,2,0,1,5,2,0,...), o 2015º termo é:	Na sequência (2,0,1,6,2,0,1,6,2,0,...), o 2016º termo é:
Em uma sequência numérica, o primeiro termo é uma fração de numerador 1 e denominador 4. Os termos seguintes ao primeiro podem ser obtidos adicionando sempre uma unidade ao numerador e ao denominador da fração do termo imediatamente anterior. Qual é o termo a_{54}?	Em uma sequência numérica, o primeiro termo é igual a 2, e os seguintes são obtidos pelo acréscimo de três unidades ao termo imediatamente anterior. Sendo assim, responda: Qual é o termo a_{10}?
Observe a seguinte sequência dos números pares positivos: 0, 2, 4, 6, 8, 10, ... Nessa sequência qual é o termo a_{35}?	Observe a seguinte sequência dos números pares positivos: 0, 2, 4, 6, 8, 10, ... Nessa sequência qual é a posição do termo que é igual a 420?
Observe a seguinte sequência numérica: 1, 4, 9, 16, 25, ... Nessa sequência, responda: qual é o 6º termo?	Qual a razão da seguinte Progressão Aritmética: (23, 16, 9, 2, -5,...)

O primeiro termo de uma sequência numérica é 0,02. Para obter os termos seguintes, basta multiplicar o termo imediatamente anterior por 5. Sendo assim, responda qual é o termo a_4?	Na sequência (1,3,9,27,81,...), o próximo termo é:
Na sequência (1,-2,4,-8,16,-32,...), o próximo termo é:	Qual a razão da Progressão Geométrica: (1024,512,256,128,64,...) ?
“Quando ia a Bagdá Encontrei um homem com 7 mulheres Cada mulher tinha 7 sacos Cada saco, 7 gatos Cada gato, 7 gatinhos. Gatinhos, gatos, sacos e mulheres Quantos iam a Bagdá?”	Calcule a soma dos termos da progressão (10, 16, 22,..., 70).
Calcule a soma dos números inteiros, divisíveis por 23, existentes entre 103 e 850.	Uma pessoa compra uma televisão para ser paga em 12 prestações mensais. A primeira prestação é de 50 reais e, a cada mês, o valor da prestação é acrescido em 5% da primeira prestação. Quando acabar de pagar, quanto a pessoa terá pago pela televisão?

Figura 1: Cartas do 1º plano do Jogo da Memória “Questões”

Ainda pautado no Caderno do Professor da SEE-SP(2014) vale destacar que o raciocínio principal envolvido em um ou em outro tipo de sequência é semelhante, ou seja, um valor constante é o valor que permite obter um termo a partir do anterior. O fato é de que nas PAs esse valor é adicionado, enquanto nas PGs é multiplicado.

Devido a esses fatos, não é prejudicial que o jogo abranja os três conteúdos (sequências, PAs e PGs) simultaneamente.

O segundo plano é formado pelas cartas do “como fazer”, explicando quais estratégias ou raciocínios devem ser utilizados para resolver as questões do primeiro plano. É um auxílio para a resolução ou, ainda, o início de uma compreensão procedimental que pode acarretar no descobrimento de estratégias diversas sem a utilização de fórmulas prontas, conforme pode ser visualizado na figura 2.

Os termos repetem-se de 4 em 4. Portanto, 2015/4 = 503 e resto 3. Isso significa que a sequência repete-se 503 vezes e sobram três termos. O terceiro termo da sequência é...	Os termos repetem-se de 4 em 4. Portanto, 2016/4 = 504 e resto 0. Isso significa que a sequência repete-se 504 vezes exatamente, sendo assim o termo 2016 é o último da sequência, ou seja...
a $n = \frac{n}{n+3}$	a_1= 2 r = 3 a_{10} = ? ? ?
a_1= 0 r = 2 a_{35} = ? ? ?	a_1= 0 r = 2 a_n = 420 n = ? ? ?

$a_n = n^2$ $a_6 = ???$	A razão de uma Progressão Aritmética pode ser calculada subtraindo um termo qualquer de seu anterior, portanto a razão dessa P.A. é...
a_1= 0,02 q = 5 $a_4 = ???$	É visível que a razão q da progressão geométrica é 3. Portanto basta multiplicarmos 81 por essa razão e obtermos...
É visível que a razão q da progressão geométrica é -2. Portanto basta multiplicarmos 32 por essa razão e obtermos...	Para obtermos a razão de uma Progressão Geométrica basta dividir o termo pelo termo anterior. Nesse caso obtemos...
q= 7 a_1=1 S_5=?	a_1= 10 a_n = 70 n = ? S_5= ? Primeiro devemos achar n e depois Sn.
a_1= 23 x $\underline{5}$ = 115 a_n = 23 x $\underline{36}$ = 828 n= 36 – 5 + 1 = 32 S_n = ? ? ?	a_1 = 50 q = 1,05 n = 12 S_{12} = ? ? ?

Figura 2: Cartas do 2º plano do Jogo da Memória "Como Fazer"

Os dois procedimentos descritos abaixo, encontrados no Caderno do Professor (2014), mostram que o cálculo da soma dos termos de uma PA ou de uma PG é o momento para aprofundar com os alunos a noção de algoritmo em Matemática, pois se pode entender o cálculo da soma de qualquer um desses dois tipos de sequências como certa ordenação de procedimentos que conduzem, com eficiência, ao resultado procurado. No caso de uma PA explora-se a propriedade da equidistância dos extremos, a fim de desenvolver estratégias para o cálculo da soma de seus termos, em um trabalho que antecede a construção e utilização da fórmula da soma dos termos de uma PA.

Por exemplo, para o cálculo da soma dos 200 primeiros números naturais, indicado por: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + ... + 197 + 198 + 199 + 200, o aluno pode ser auxiliado no sentido de observar que 1 + 200 = 2 + 199 = 3 + 198 = 4 + 197 = ... = 201.

Obterá, assim, cem somas iguais a 201 e, finalmente, concluirá que S_{200} = 100 .201 = 20 100. Pode-se, também, dizer que a soma dos 200 números naturais é igual ao produto de 200 por 201 dividido por 2, ou seja, o produto de 200 pela média aritmética dos termos equidistantes dos extremos. No caso de sequências que apresentam número ímpar de termos, como 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, de sete termos, é viável utilizar a seguinte estratégia:

1 + 19 = 4 + 16 = 7 + 13 = 20.

Assim, são obtidas três somas iguais a 20. Como o número 10, que é o termo central (mediana), não foi adicionado, a soma dos termos dessa PA será representada da seguinte forma:

S_7 = 3.20 + 10 = 60 + 10 = 70.

Nesse exemplo, destaca-se que a soma dos sete termos da PA 1 + 4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 é igual a 7 multiplicado por 10, sendo 10 a média aritmética dos termos equidistantes dos extremos.

Essa sequência de passos para se obter a soma dos termos de uma PA pode ser vista como um algoritmo que permite rapidez e precisão no cálculo e deve ser bem compreendida e utilizada sempre que possível. Num momento oportuno os alunos podem generalizar a estratégia que adotarem particularmente, em uma ou outra sequência, para uma sequência aritmética qualquer, obtendo-se, então, a expressão $S_n = (a_1 + a_n).\frac{n}{2}$

No caso dos termos de uma PG, é possível novamente a ideia de um algoritmo que permita agilizar o cálculo, mostrando aos alunos como fazê-lo em alguns casos específicos, como neste exemplo:

Calcular S = 2 + 6 + 18 + 54 + 162.

Os termos dessa soma formam uma PG de razão 3. A primeira providência para se obter o resultado sem efetuar a soma termo a termo é multiplicar toda a expressão pelo valor da razão.

3.S = 3. (2 + 6 + 18 + 54 + 162)

3.S = 6 + 18 + 54 + 162 + 486.

Isso feito tem-se duas expressões e subtraímos S de 3.S, de forma que os vários pares de termos iguais sejam cancelados.

S = 2 + 6 + 18 + 54 + 162

3.S = 6 + 18 + 54 + 162 + 486

2.S = 486 - 2

2.S = 484

S = 242

Esse algoritmo permite a obtenção da soma dos termos de uma PG de modo mais rápido e eficaz do que o cálculo da soma termo a termo. O ideal é pedir que algumas somas sejam obtidas dessa maneira e, analogamente ao que foi realizado para a PA, pedir que generalizem o algoritmo em uma fórmula que possa ser aplicada a qualquer tipo de PG. Nessa tarefa, os alunos percorrerão as seguintes etapas:

PG: (a_1, a_2, a_3, ..., a_{n-3}, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)

S_n= $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{n-3} + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$ (I)

Multiplica-se toda a soma pela razão q:

q . S_n = $q.a_1. + q.a_2 + q.a_3 + ... + q.a_{n-3} + q.a_{n-2} + q.a_{n-1} + q.a_n$ (II)

Subtrai-se (I) de (II), eliminando-se os pares de termos iguais:

Assim, “sobram” apenas o último termo

de (II) e o primeiro termo de (I).

q. $S_n - S_n$ = $q.a_n - a_1$

Isola-se S_n:

$S_n = \frac{q.a_n - a_1}{q-1}$., desde que q ≠ 1. Se q = 1 a sequência é constante.

A expressão da soma dos termos de uma PG, ainda de acordo com o Caderno do Professor (2014), escrita na forma apresentada anteriormente, em função do número de termos (n) e do último termo (a_n), tem mais significado para os alunos do que escrita em função apenas da razão (q) e do número de termos (n).

Por isso, só depois, com a resolução de alguns problemas deve-se mostrar aos alunos a maneira convencional que a fórmula aparece:

$$S_n = a_1 \frac{(q^n - 1)}{q-1}$$

O último plano de cartas, figura 3, abaixo, contêm respostas dos problemas. Essas respostas podem ser obtidas utilizando-se a construção procedimental trabalhada nas aulas do começo do ano, ou com fórmulas, posteriormente deduzidas, desde que seu uso seja compreendido de fato e não fique a pergunta “qual fórmula devo utilizar?”

1	0
$\frac{54}{57}$	29
68	211º termo
36	-7
2,5	243
64	$\frac{1}{2}$

2801	440
15088	R$ 765,00

Figura 3: Cartas do 3º plano “Respostas”

Após a impressão das folhas contendo as figuras 1, 2 e 3, foram adquiridos 15 papéis cartão para confecção das cartas com o apoio da Diretoria da Escola Estadual Ana Franco da Rocha. Esse processo teve a disponibilidade de duas aulas e contou com os 23 alunos da 1ª série matriculados na Disciplina Eletiva além dos sete estudantes de apoio da 3ª série.

As fotografias 1 a 5 ilustram os alunos das 1as Séries construindo os Jogos da Memória das Sequências e Progressões.

Fotografia 1 : Alunos da 1ª Série C construindo Jogos da Memória

Fotografia 2: Alunos da 1ª Série B construindo Jogos da Memória

Fotografia 3: Alunos da 1ª Série A construindo Jogos da Memória

Fotografia 4: Alunos das 1ªˢ Séries construindo Jogos da Memória

Fotografia 5: Alunos das 1ªˢ Séries construindo Jogos da Memória

No total, são 11 Jogos da Memória de Progressões, PAs e PGs, que foram aplicados na própria Disciplina Eletiva, como teste, fabricado por alunos das três 1ªˢ séries do ano de 2015.

3.2. Dominó de Volumes Equivalentes

De acordo com a proposta da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, na 2ª série do Ensino Médio, os conteúdos que devem ser vistos no 4º bimestre são:

- *Geometria Métrica Espacial*
- *Poliedros, prismas e pirâmides*
- *Cilindros, cones e esferas.*

As habilidades que estão relacionadas a esses conteúdos são:

• Compreender os fatos fundamentais relativos ao modo geométrico de organização do conhecimento (conceitos primitivos, definições, postulados e teoremas)

• Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como o prisma e o cilindro, utilizando-as em diferentes contextos

O Dominó de volumes equivalentes objetiva fixar o conteúdo referente a Volumes de paralelogramos e cilindros além de, principalmente, auxiliar de forma mais dinâmica e divertida na recuperação contínua de alunos que não desenvolveram a habilidade básica com a aplicação do método tradicional. O mesmo é composto por 28 cartas que simbolizam peças, contendo sete volumes diferentes.

A escolha por paralelepípedos e cilindros é pelo fato de ambos serem sólidos geométricos muito presentes no cotidiano. A maioria das embalagens utilizadas possuem um dos dois formatos.

Apesar de ser um instrumento de fixação e recuperação contínua, é viável, antes da aplicação do jogo, segundo o Caderno do Professor (2014), observar a importância junto aos alunos da aplicação do Princípio de Cavalieri, objetivando a caracterização tanto dos paralelepípedos, prismas em geral e cilindros como uma sobreposição de placas idênticas.

O modelo de fabricação do dominó foi retirado do minicurso oferecido na V Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática pelos professores Pedro Luiz

Aparecido Malagutti e Yuriko Baldin, ambos da UFSCar e o procedimento básico é feito em três etapas:

- Preenchimento de uma tabela com figuras que tem volumes que os alunos devem descobrir
- Transferência dos dados da tabela para um rascunho onde estão desenhadas as 28 peças do dominó
- Transferência definitiva do rascunho para o dominó (sem as bolinhas) pronto para o jogo.

Para isso escolhemos seis prismas cujos volumes davam 40 u³ (unidades cúbicas de volume), seis que resultavam em 50 u³, seis de 60 u³, seis de 72 u³, seis de 100 u³, seis de 420 u³ e por fim cinco cilindros de 3600 π u³. Após as três etapas as peças ficaram como nas 4 a 31 apresentadas abaixo:

Figura 4: Peça 1 do Dominó de Volumes Equivalentes

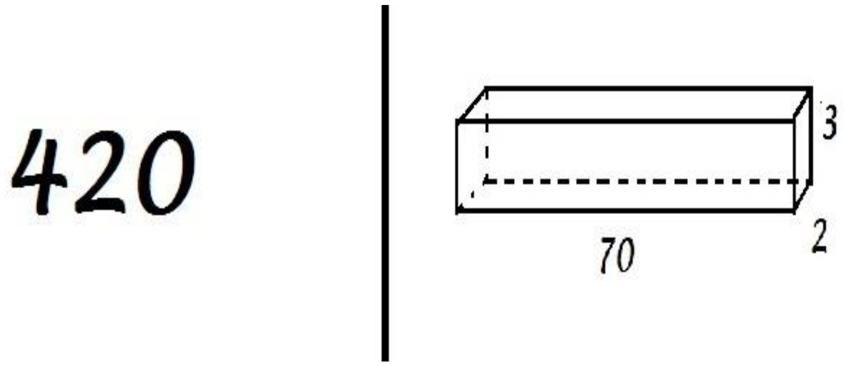


Figura 5: Peça 2 do Dominó de Volumes Equivalentes

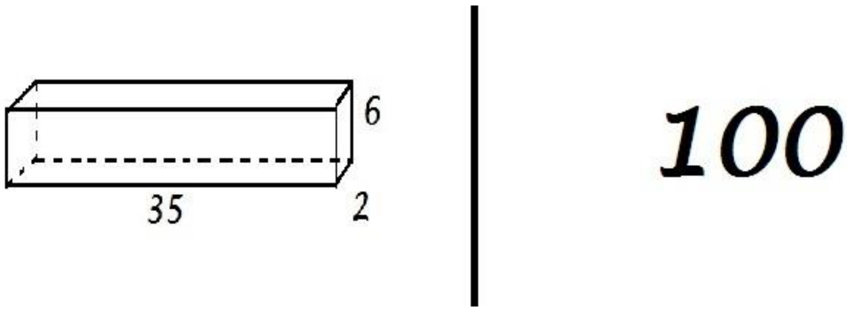


Figura 6: Peça 3 do Dominó de Volumes Equivalentes

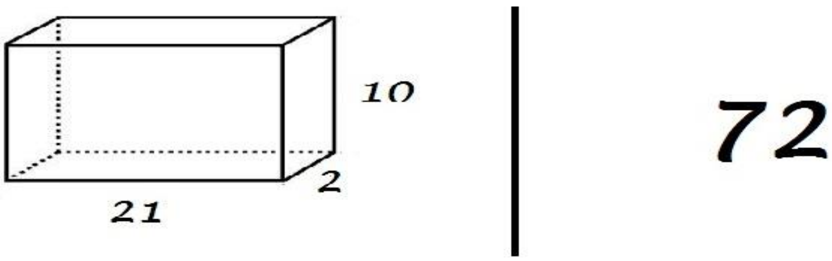


Figura 7: Peça 4 do Dominó de Volumes Equivalentes

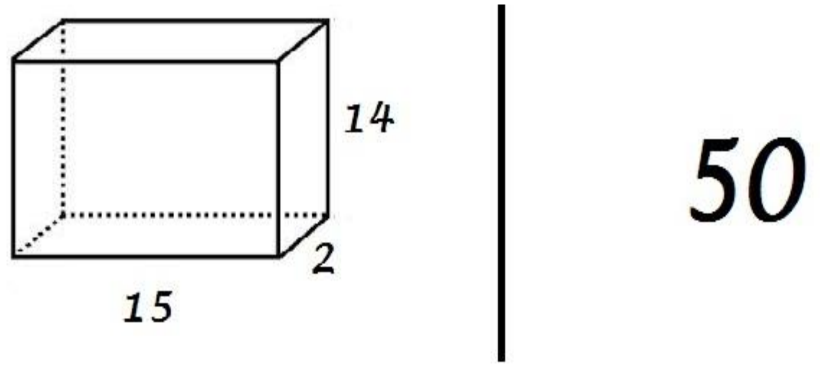


Figura 8: Peça 5 do Dominó de Volumes Equivalentes

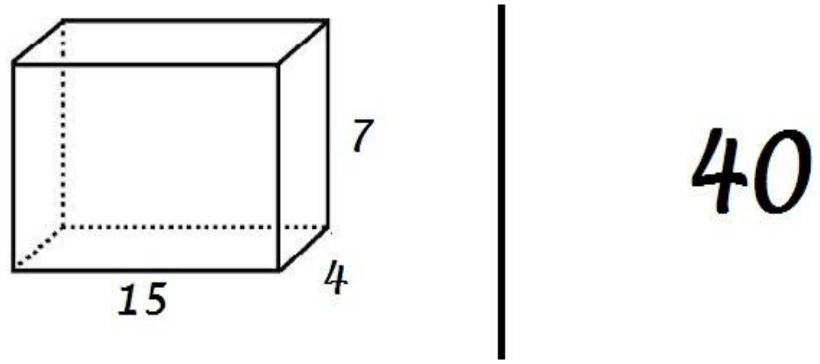


Figura 9: Peça 6 do Dominó de Volumes Equivalentes

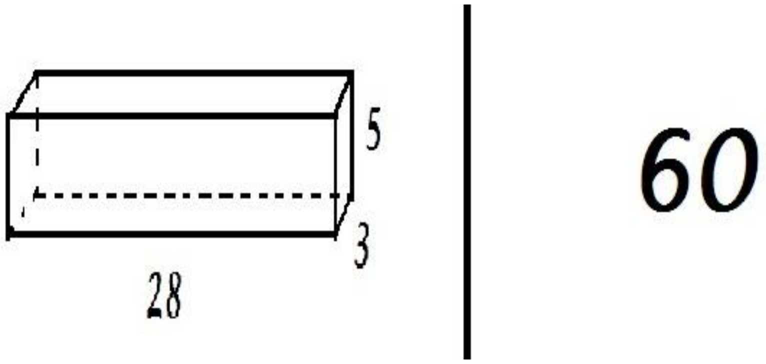


Figura 10: Peça 7 do Dominó de Volumes Equivalentes

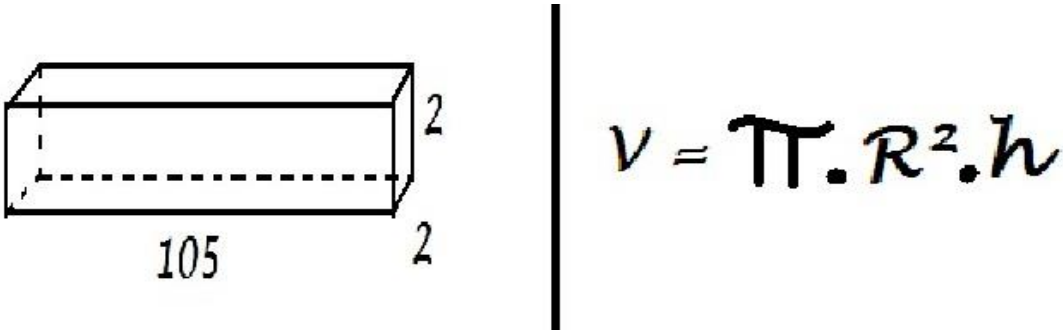


Figura 11: Peça 8 do Dominó de Volumes Equivalentes

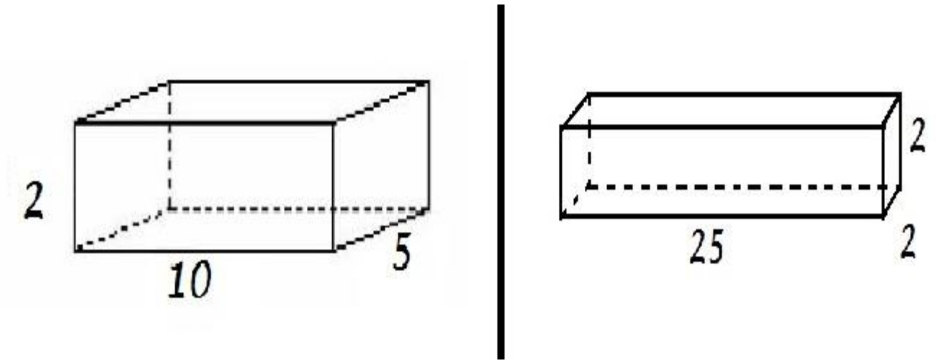


Figura 12: Peça 9 do Dominó de Volumes Equivalentes

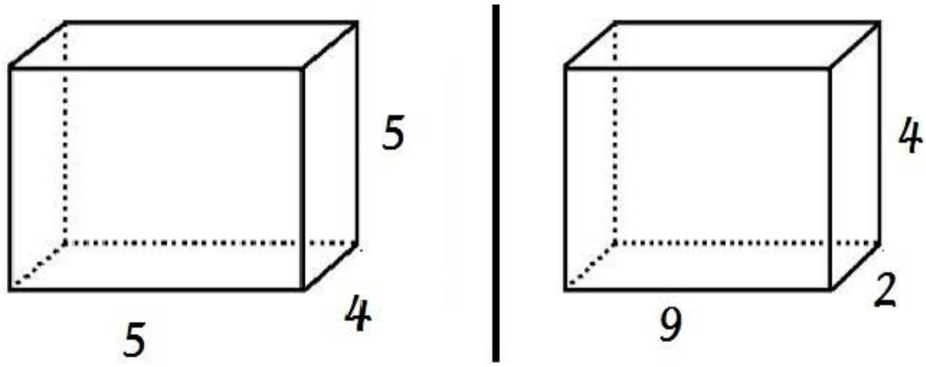


Figura 13: Peça 10 do Dominó de Volumes Equivalentes

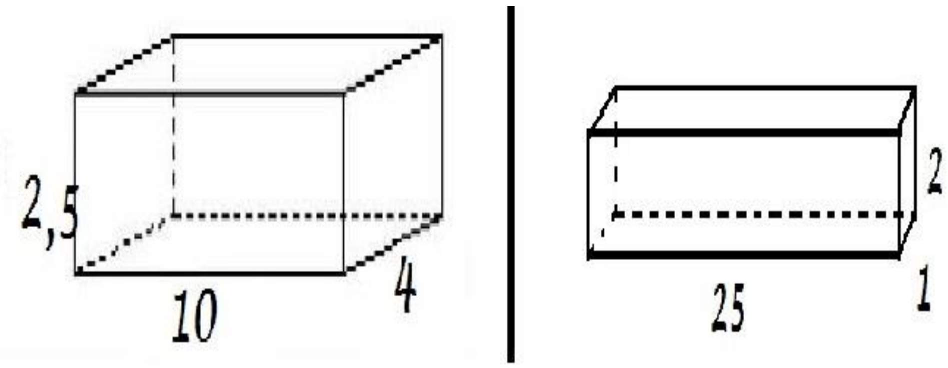


Figura 14: Peça 11 do Dominó de Volumes Equivalentes

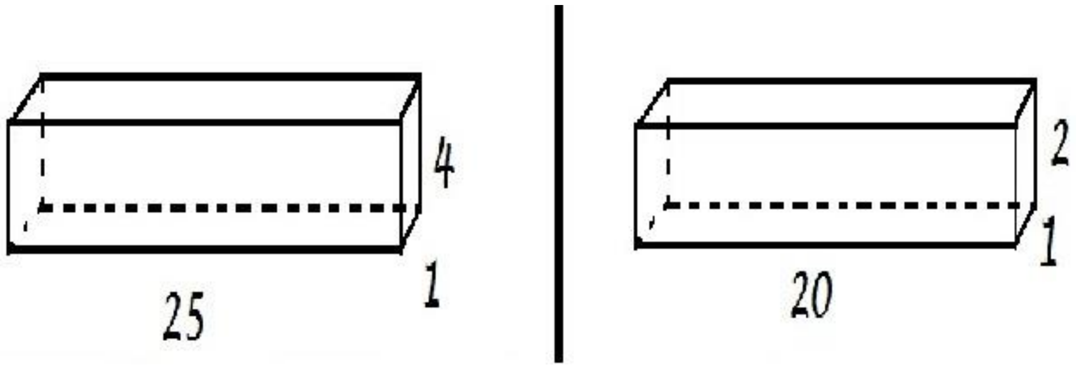


Figura 15: Peça 12 do Dominó de Volumes Equivalentes

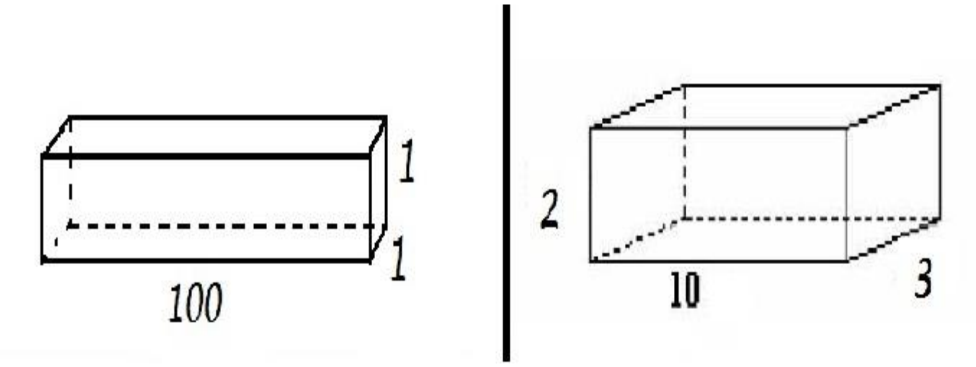


Figura 16: Peça 13 do Dominó de Volumes Equivalentes

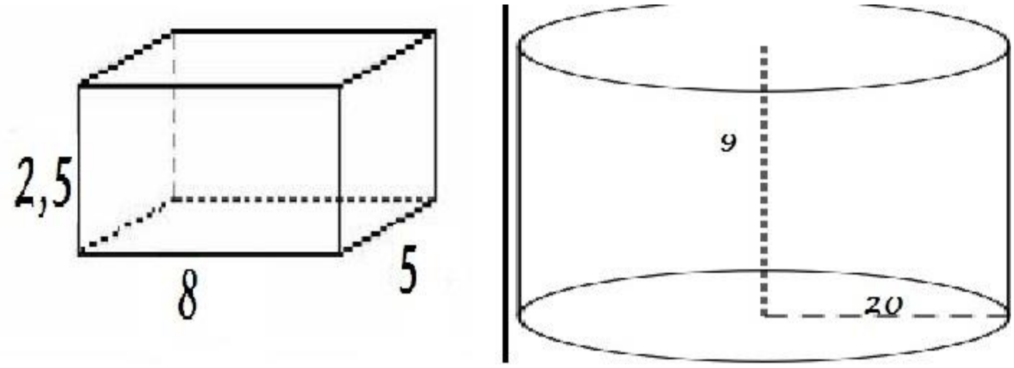


Figura 17: Peça 14 do Dominó de Volumes Equivalentes

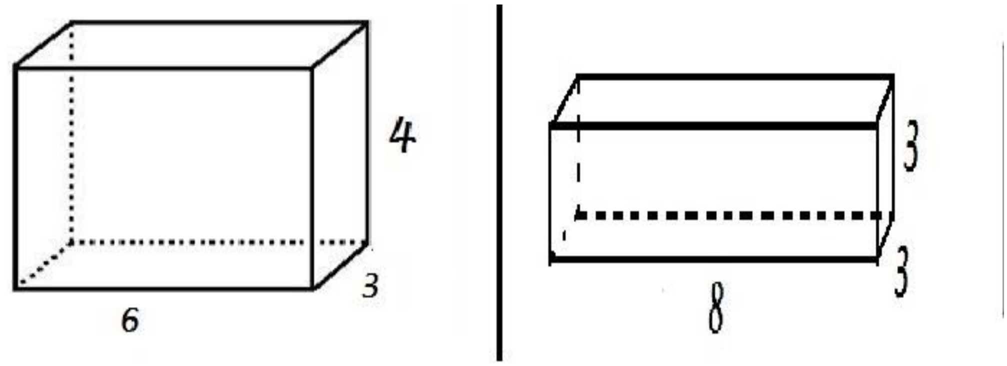


Figura 18: Peça 15 do Dominó de Volumes Equivalentes

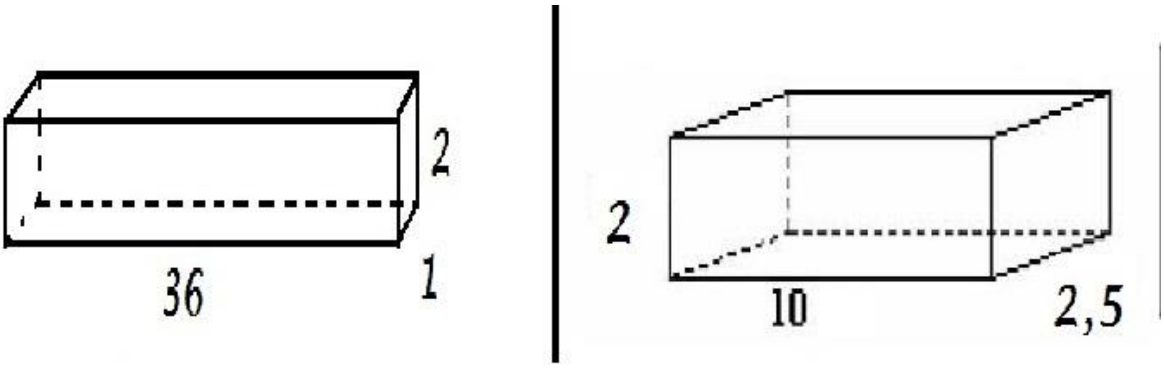


Figura 19: Peça 16 do Dominó de Volumes Equivalentes

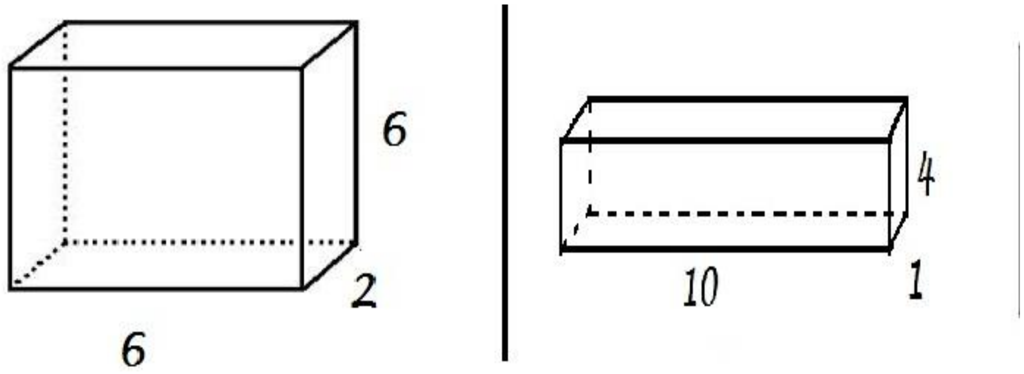


Figura 20: Peça 17 do Dominó de Volumes Equivalentes

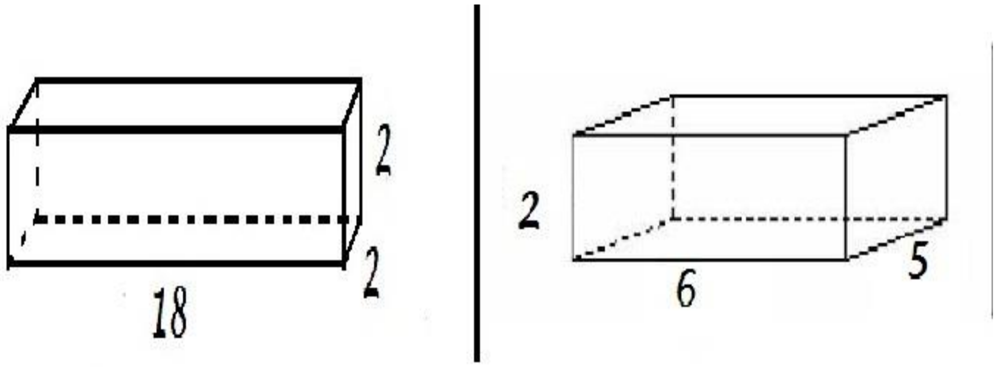


Figura 21: Peça 18 do Dominó de Volumes Equivalentes

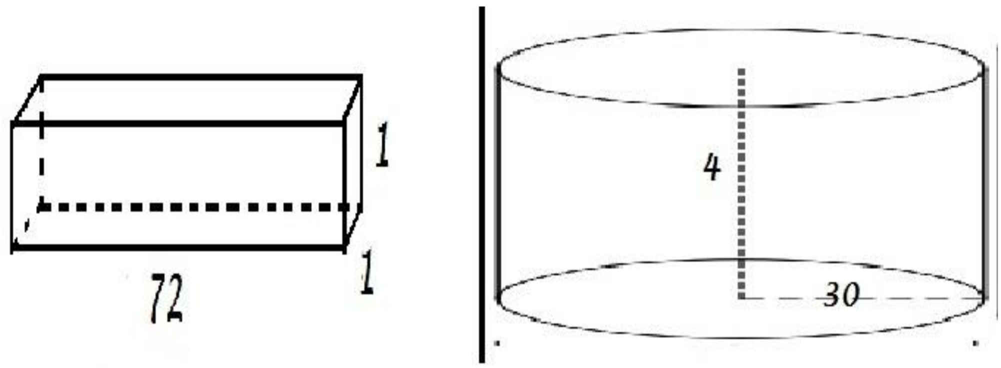


Figura 22: Peça 19 do Dominó de Volumes Equivalentes

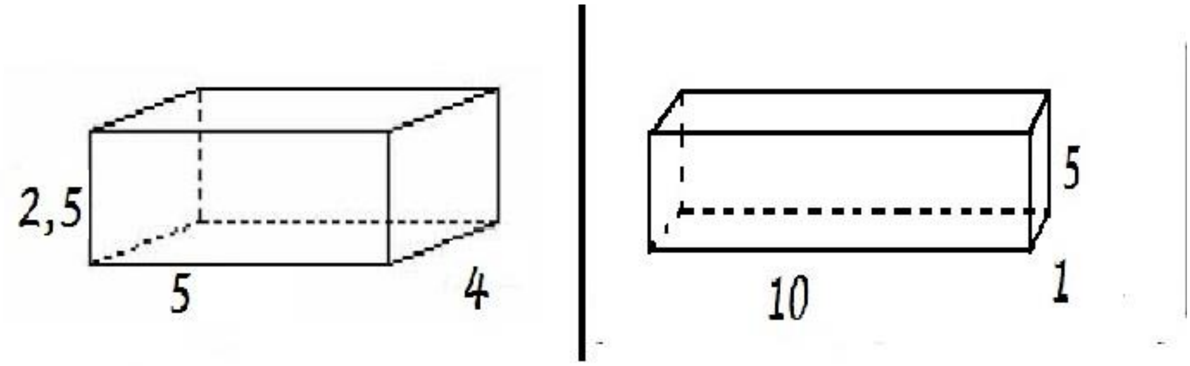


Figura 23: Peça 20 do Dominó de Volumes Equivalentes

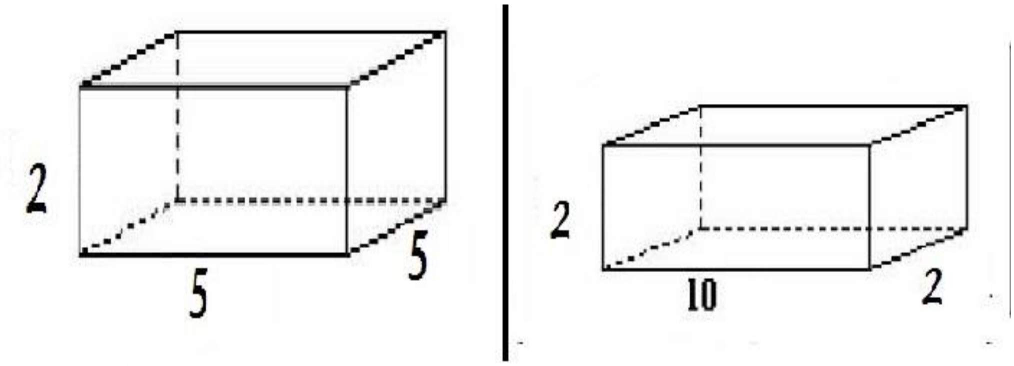


Figura 24: Peça 21 do Dominó de Volumes Equivalentes

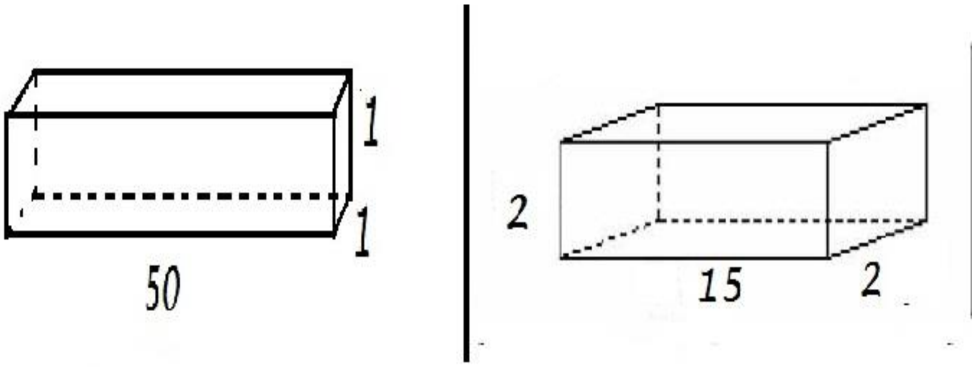


Figura 25: Peça 22 do Dominó de Volumes Equivalentes

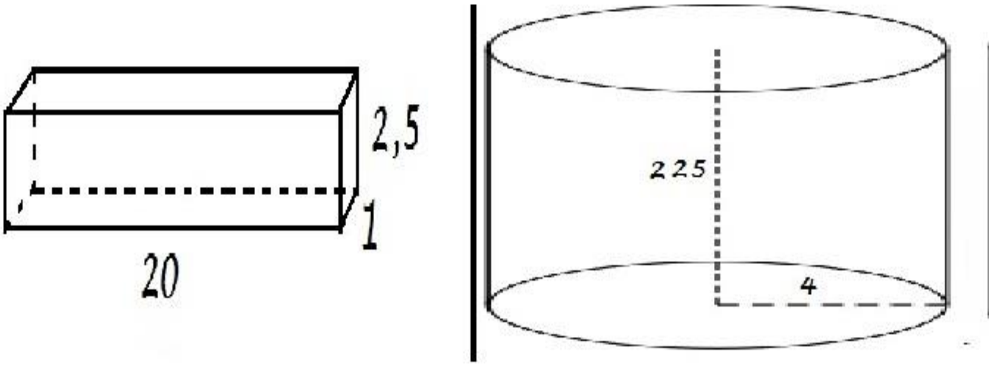


Figura 26: Peça 23 do Dominó de Volumes Equivalentes

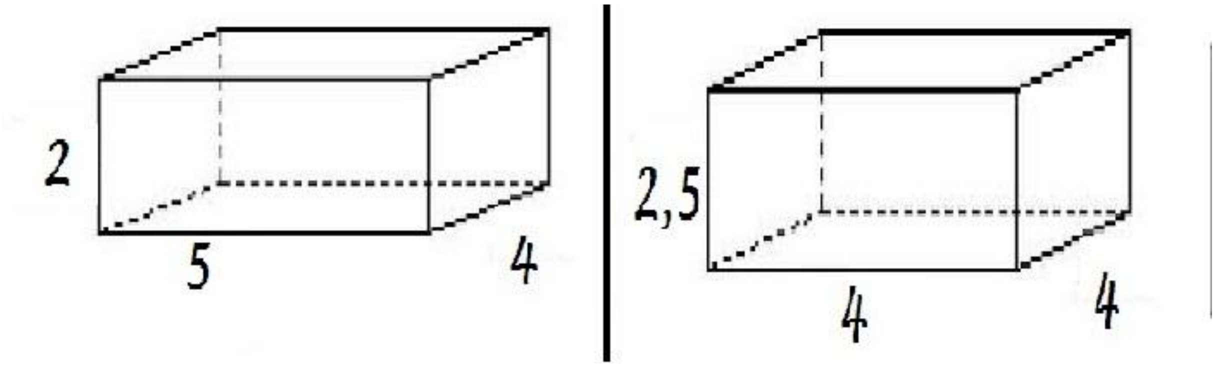


Figura 27: Peça 24 do Dominó de Volumes Equivalentes

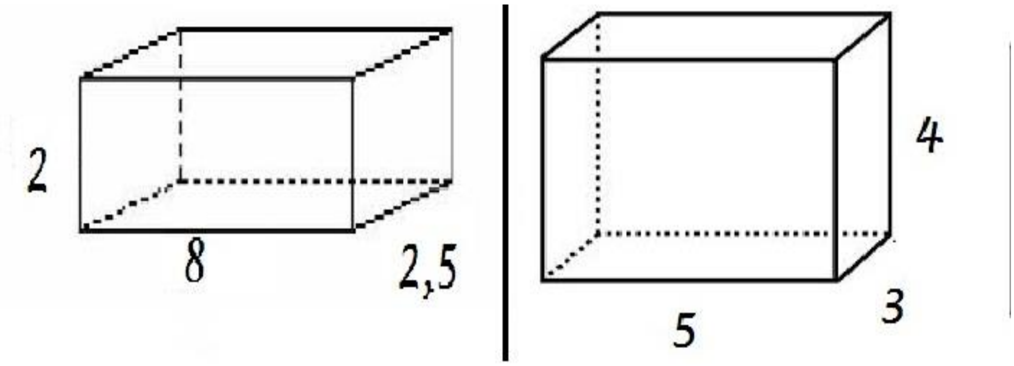


Figura 28: Peça 25 do Dominó de Volumes Equivalentes

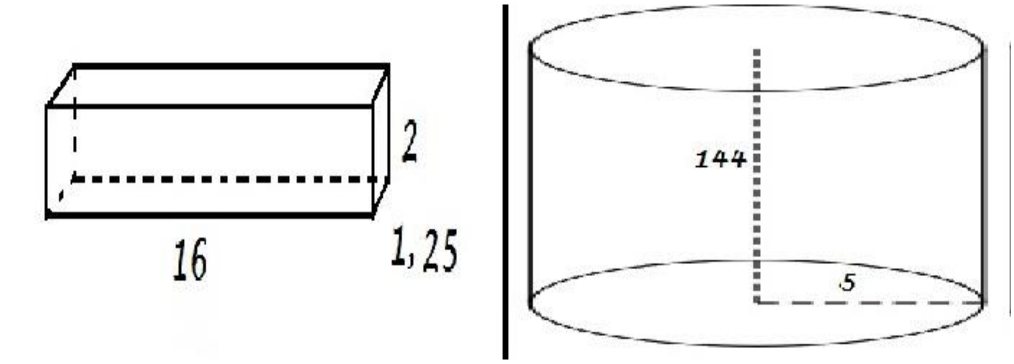


Figura 29: Peça 26 do Dominó de Volumes Equivalentes

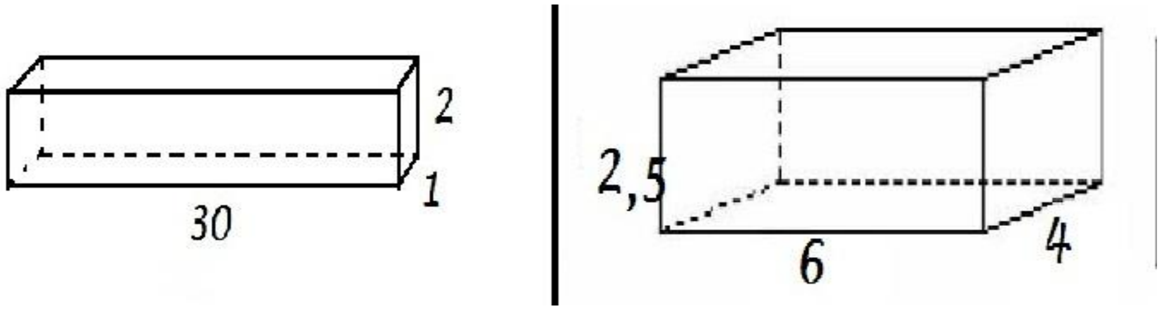


Figura 30: Peça 27 do Dominó de Volumes Equivalentes

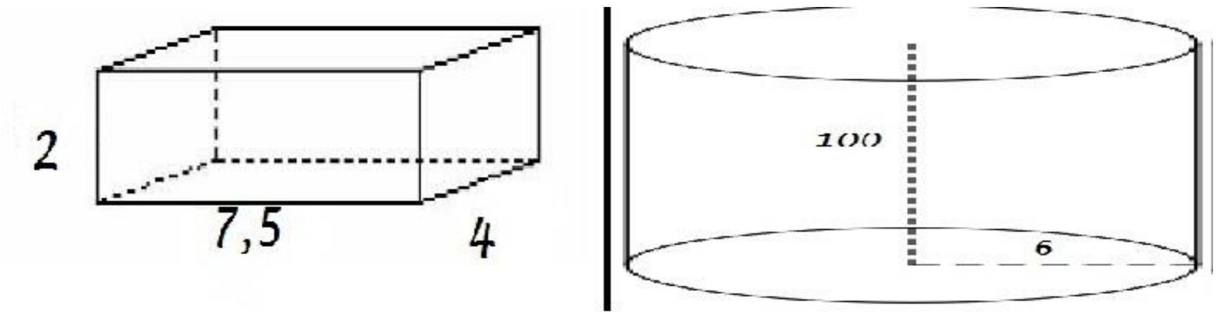
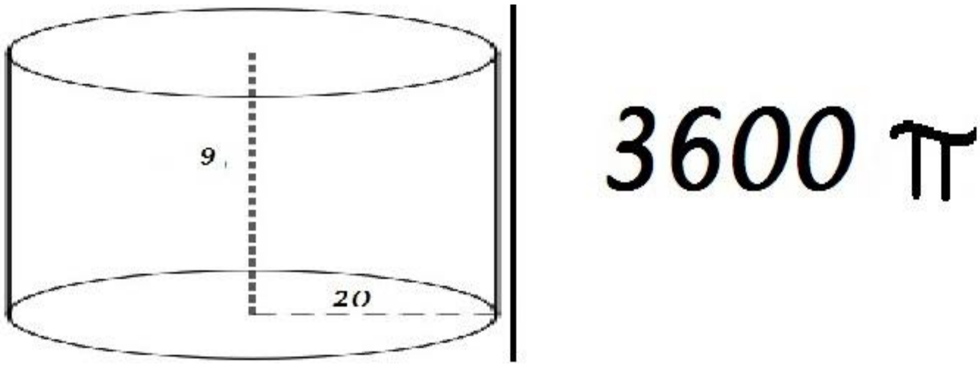
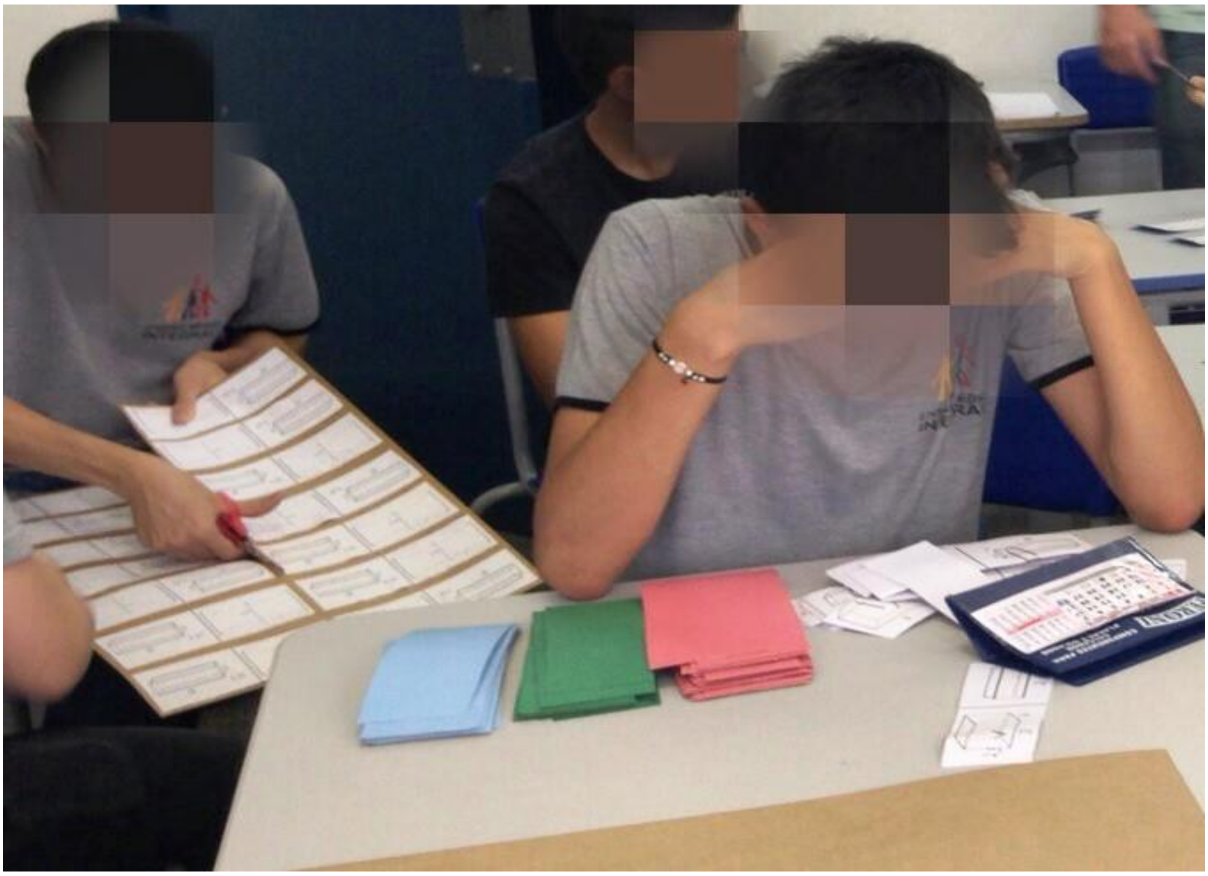


Figura 31: Peça 28 do Dominó de Volumes Equivalentes



Após a impressão das folhas contendo as figuras de 4 a 28, foram adquiridos com o apoio da Diretoria da Escola Estadual Ana Franco da Rocha Brando e utilizados, 13 papéis cartão para confecção das cartas. Esse processo teve a disponibilidade de duas aulas e contou com os 10 alunos da 2ª série matriculados na Disciplina Eletiva além dos sete estudantes de apoio da 3ª série. As fotografias 6 a 11 representam a construção dos jogos pelos alunos das 2ªs Séries.

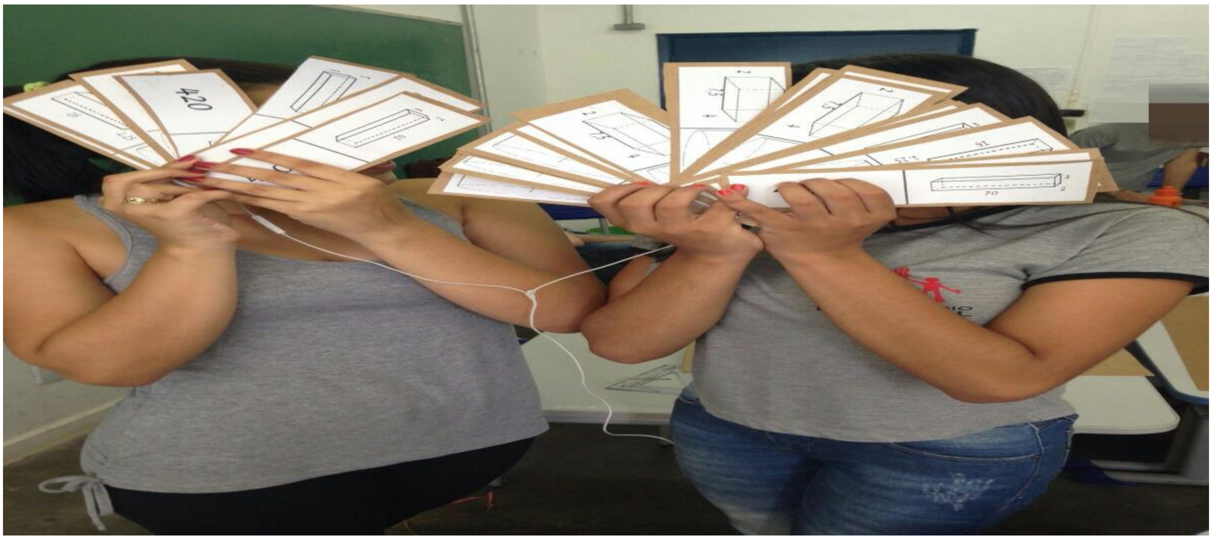
Fotografia 6: Alunos das 2ªs Séries construindo Dominós



Fotografia 7: Alunos das 2ªs Séries construindo Dominós

Fotografia 8: Alunos da 2ª Série A construindo Dominós

Fotografia 9: Alunas das 2ªs Séries B e C apresentam peças prontas dos Dominós



Fotografia 10: Alunos das 2ªs Séries A e C construindo Dominós

Fotografia 11: Aluno da 2ª Série C construindo Dominós

No total, são 11 Dominós, que foram aplicados na própria Disciplina Eletiva, como teste, e nas três 2as Séries do ano de 2015.

Os Dominós serão emprestados aos professores da Escola Antonio Ferraz de Mineiros do Tietê, após ajustes, para aplicação nos 9os anos do Ensino Fundamental e 2as Séries do Ensino Médio.

4. APLICAÇÕES E RESULTADOS

4.1. Aplicações testes na Disciplina Eletiva

Os jogos foram aplicados, em fase de teste, na Disciplina Eletiva na última das sextas-feiras propostas para a pesquisa, construção e aplicação do trabalho. Assim como para pesquisa e construção, foram disponibilizadas duas aulas ou 1h40min. A intenção era notar a eficácia dos mesmos quando colocados em prática, além dos ajustes a serem feitos, se necessários.

O que foi observado, inicialmente, é que o Dominó de Volumes Equivalentes era dinâmico, entretinha e cada partida tinha sua duração de no máximo 20 minutos. Os cálculos eram simples, e por poder ser jogado com conhecimentos do 9º ano do Ensino Fundamental, até os alunos das 1as séries se aventuraram e brincaram de forma satisfatória.

Já o Jogo da Memória das Sequências e Progressões, apesar de ser jogado pelos melhores alunos de exatas da Escola Estadual Ana Franco da Rocha Brando, não se desenvolveu da forma esperada.

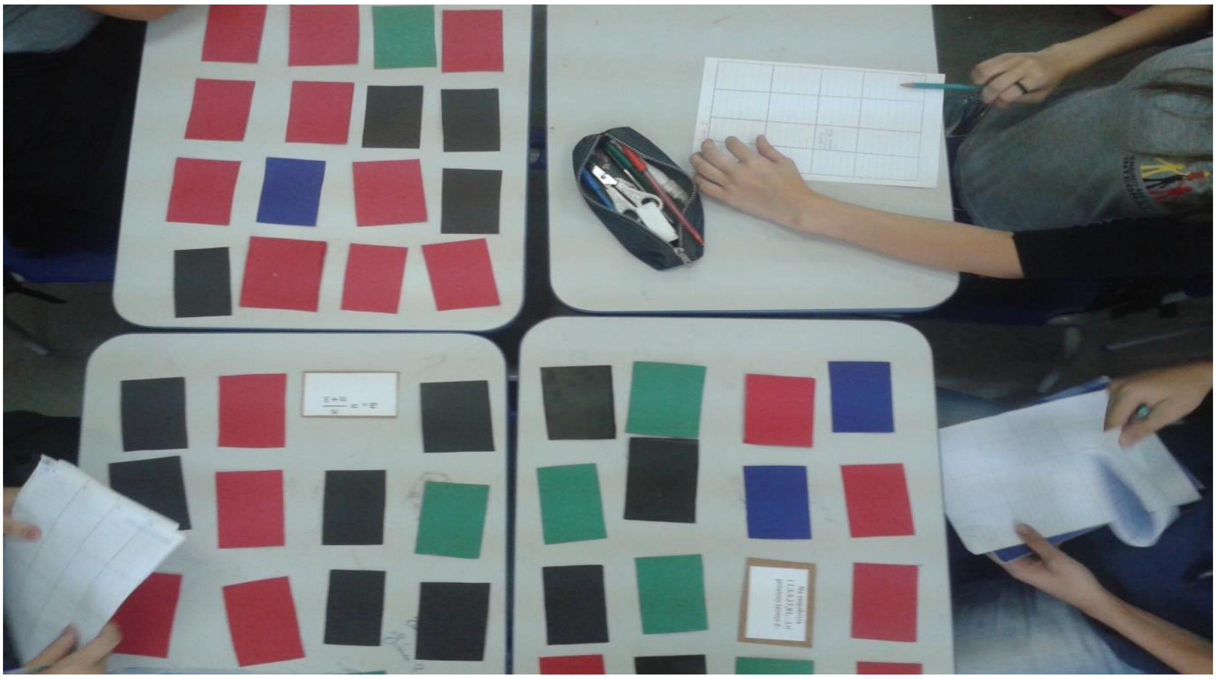
O fato é que apesar das duas aulas disponíveis para tal, e os alunos conhecerem grande parte das peças, as partidas duravam mais de uma aula (50 minutos) e após certo tempo era notório e visível que o jogo tornava-se maçante e cansativo.

Ficou decidido então, em conjunto com os alunos da Disciplina Eletiva que o Dominó de Volumes Equivalentes estava pronto para ser aplicado em sala de aula, enquanto o Jogo da Memória precisaria de alguns ajustes para que tivesse um resultado satisfatório na aprendizagem.

O ponto positivo do Jogo da Memória de Sequências e Progressões é que com a diversidade de questões é possível trabalhar com os três grupos de competências. Alguns problemas eram do GI (necessitavam apenas da observação para a realização), outros do GII (precisam da realização de procedimentos para chegar ao resultado) e também alguns do GIII (que necessita além da observação e procedimentos, identificações mais avançadas e interpretações).

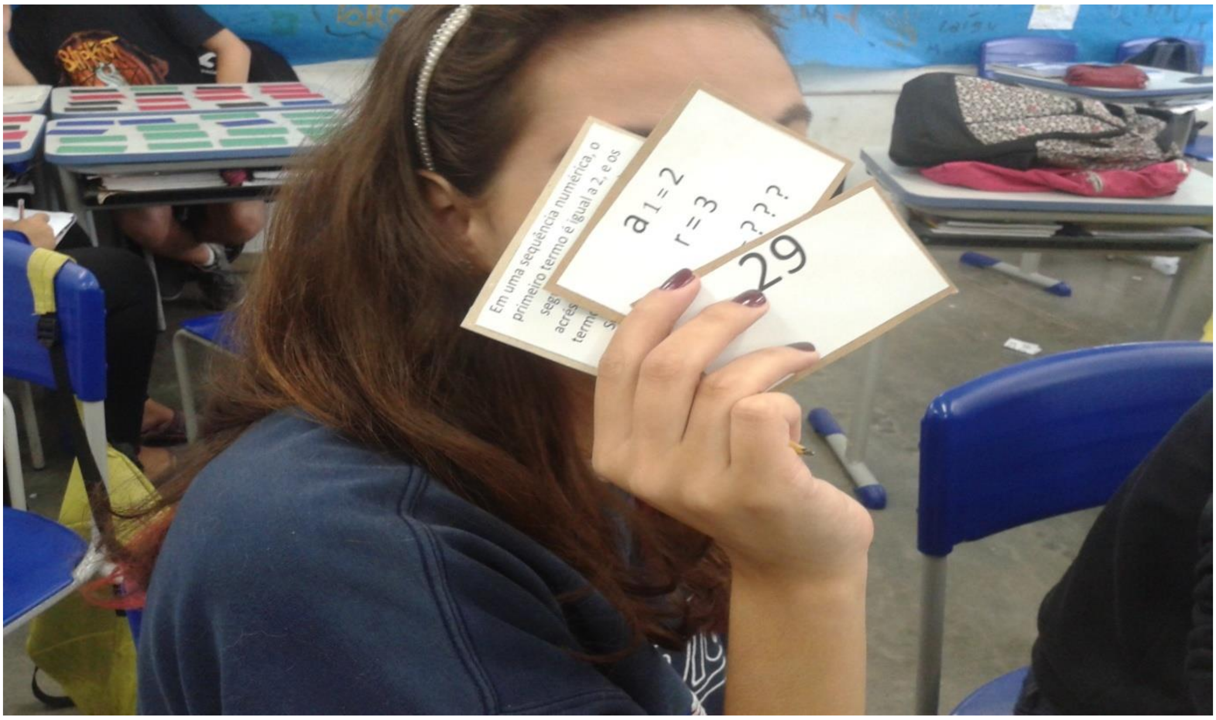
As fotografias 12 a 14 ilustram a aplicação teste dos Jogos na Disciplina Eletiva.

Fotografia 12: Aplicação teste do Jogo da Memória na Disciplina Eletiva.



Fotografia 13: Aplicação teste do Jogo da Memória na Disciplina Eletiva

Fotografia 14: Aluna mostra trio formado no Jogo da Memória em testes.



4.2. Adaptações no Jogo da Memória de Sequências e Progressões

Mais uma vez, buscando a premissa do Protagonismo Juvenil, foi solicitado aos educandos que apontassem uma saída conveniente para que o jogo com aplicação insatisfatória, pudesse se tornar mais dinâmico.

Uma das alunas, M.C.R.N., propôs que por serem bem distribuídos os alunos das 1^{as} séries (oito da 1ª série A, seis da 1ª série B e nove da 1ª série C), ao aplicar o jogo em sala de aula, os alunos que participaram da Disciplina Eletiva ficariam um em cada grupo e entregariam de acordo com a carta virada no primeiro plano, a carta auxílio do segundo plano, e então os jogadores necessitariam apenas formar pares, acertando a carta do terceiro plano.

Rapidamente, colocamos em prática o proposto por M.C.R.N. e o resultado surpreendeu. Pelo fato dos alunos já conhecerem as questões e a facilidade de formar pares ser imensamente maior do que trios, o jogo passou a durar entre sete e 25 minutos, tornando-se dinâmico, agradável e de grande valia para o objetivo proposto.

Estava decidido em conjunto com os alunos da Disciplina Eletiva que assim seria viabilizado na semana seguinte em sala de aula.

4.3. Aplicações dos Jogos em Sala de Aula

Como previamente combinado, nas três 1ªs séries e nas três 2ªs séries, a replicabilidade ficou por conta dos alunos que participaram da Disciplina Eletiva. Os mesmos ficaram responsáveis pelas organizações das salas, aplicações, e no caso dos alunos da 1ªs séries, ainda ajudar na entrega das cartas do segundo plano ou carta-auxílio.

Tudo transcorreu conforme previsto, tendo em alguns momentos o ânimo exaltado pelo espírito competitivo. Os alunos, além das cartas, fizeram anotações, evitando o uso da calculadora e estimulando a realização de cálculos. Os que tinham mais facilidade, ou queriam maiores dificuldades, desafios, tentavam incessantemente os cálculos mentais, principalmente no Dominó de Volumes Equivalentes.

Nas 1ªs séries A, B e C, as salas foram divididas em sete, seis e nove grupos, respectivamente, por ser essa a quantidade de alunos presentes na Disciplina Eletiva para entregar as cartas auxílio do 2º plano de cartas. O resultado da aplicação em dois planos foi, assim como na Disciplina Eletiva, satisfatório, durando cada partida no máximo 30 minutos.

Nas 2ªs séries, com a disponibilidade de 11 jogos, os alunos ficaram livres para formar os grupos, desde que, no máximo houvesse quatro jogadores por grupo. Os que tinham dificuldades aprendiam de uma forma diferente e os que já haviam assimilado o conteúdo apenas fixavam.

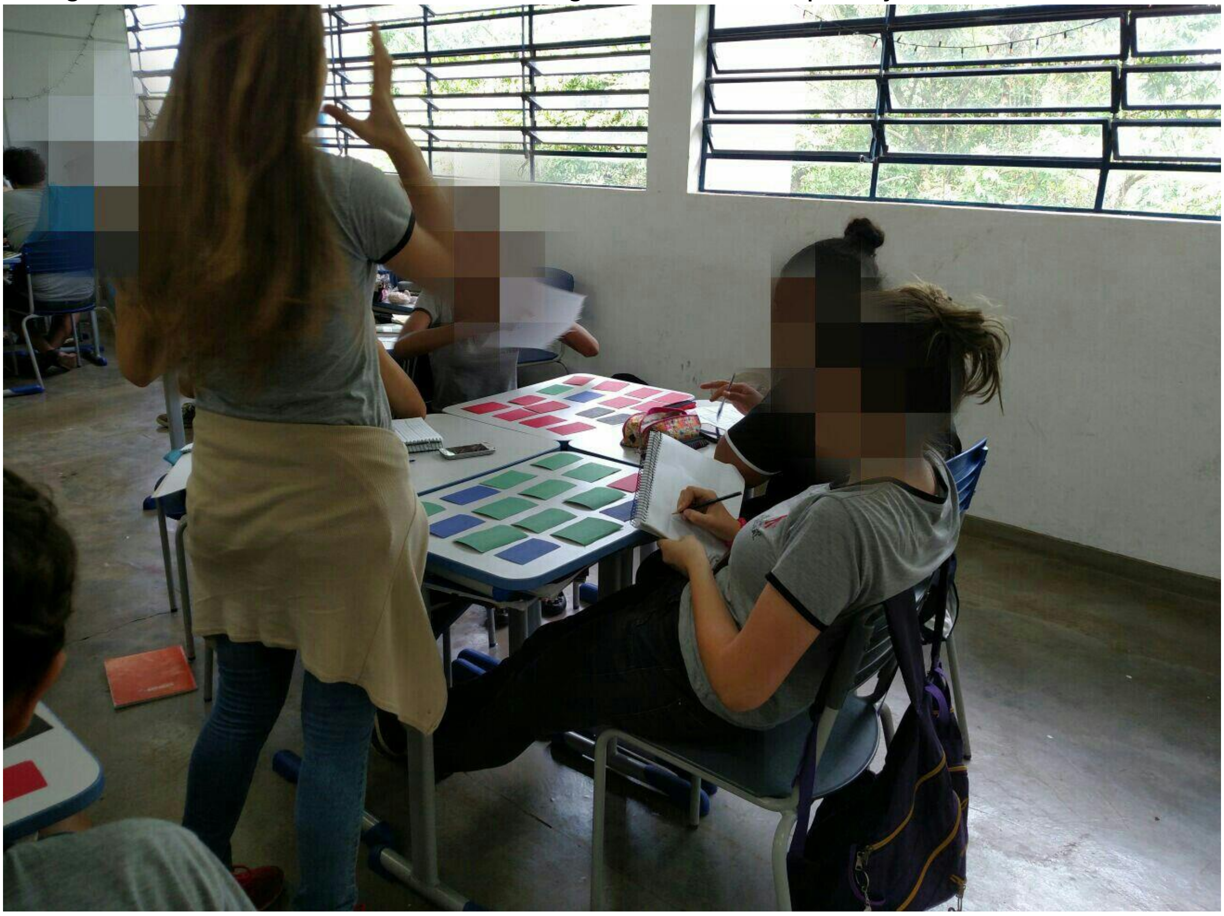
As fotografias 15 a 21 representam a Aplicação dos Jogos da Memória e Dominós em Sala de Aula.

Fotografia 15: Alunos da 1ª Série em Jogo da Memória após ajustes.

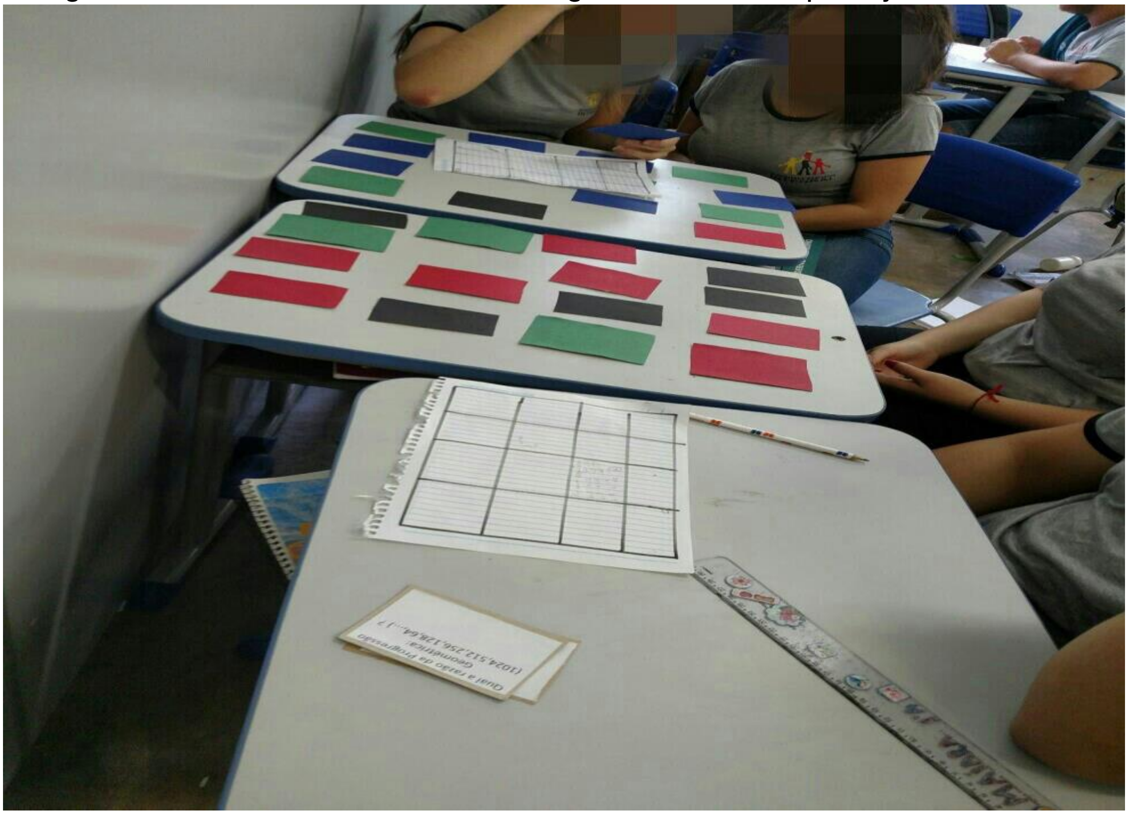
Fotografia 16: Alunos da 1ª Série em Jogo da Memória após ajustes

Fotografia 17: Alunos da 1ª Série em Jogo da Memória após ajustes

Fotografia 18: Alunos da 1ª Série em Jogo da Memória após ajustes

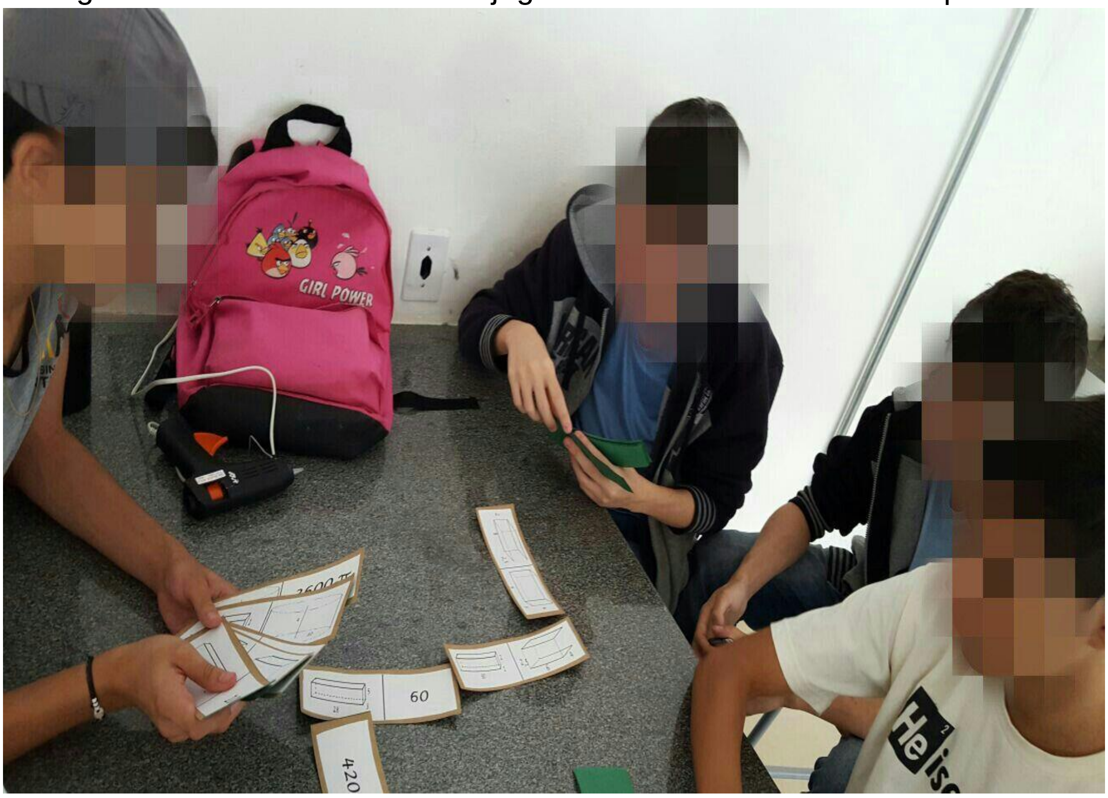


Fotografia 19: Alunos da 1ª Série em Jogo da Memória após ajustes



Fotografia 20: Desafio Professor x Alunos Premiados OBMEP 2015

Fotografia 21: Alunos da 2ª Série jogando Dominó de Volumes Equivalentes



4.4. Resultados

Nas duas aulas seguintes, para os alunos das três 1ªs e três 2ªs séries foram oferecidas as recuperações bimestrais, deixando como facultativa a realização das mesmas pelos alunos que já tinham média suficiente. Vide Avaliações (P1, P2 e Recuperação Contínua) em Anexos.

Os alunos das 2ªs Séries apresentaram certa resistência pelo calendário já atingir o mês de dezembro. Entretanto todos os alunos que participaram da Disciplina Eletiva foram avaliados. Nas 1ªs séries quase 100% dos alunos realizaram a avaliação de recuperação para que vissem a evolução após a aplicação dos jogos.

Foi pedido ainda o depoimento de alguns alunos como uma forma de análise qualitativa dos jogos, dos seus ganhos na aprendizagem no geral e nas possibilidades de melhoras.

O aluno V.P.A. da 1ª série B diz que "*O Jogo da Memória de Sequências e Progressões é bem desafiador, deixando-o mais competitivo. O mais importante é a exigência maior de concentração que tínhamos que usar, para realizar cálculos e ainda estar ligado no posicionamento das cartas. Assim, não só usamos nossos conhecimentos, mas os ampliamos para conseguir ganhar o jogo.*"

Já a aluna M.C.R.N. líder de turma da 1ª série A salienta que *"O jogo desenvolvido foi de grande utilidade para despertar o interesse dos alunos de uma forma interativa e auxiliou muito na hora da resolução dos problemas. Foi uma experiência que contribuiu muito no empenho dos alunos."*

P.H.B.F., aluno da 1ª série C e Menção Honrosa na OBMEP de 2015 observa que *"O desafio da competição estimula até os alunos menos interessados a participarem e com o comprometimento maior o resultando também melhora, embora seja necessária uma escolha de grupos justa para que esses não se sintam desmotivados"*

As alunas B.A.M., G.K.V e A.B.B., das 2ªs séries C e B fizeram um relato em grupo e segundo elas *"O Dominó foi dinâmico e divertido para fixarmos o conteúdo aprendido e os alunos que estavam de Recuperação sentiram-se entusiasmados e participaram de forma satisfatória e pareciam mais dispostos."*

As Tabelas 1 e 2 mostram, quantativamente, a evolução dos alunos que participaram da Disciplina Eletiva e Recuperação Contínua, respectivamente.

Nome/Série		Média P1 e P2	Av. Rec.
B. L. A. C.	1ªA	6,8	7,4
J.C.A.G.	1ªA	5,0	6,2
L.R.S.	1ªA	4,2	5,8
L.S.N.	1ªA	7,4	8,0
L.C.A.	1ªA	6,0	7,2
L.O.L.	1ªA	7,0	7,6
M.C.R.N.	1ªA	7,8	8,0
M.S.	1ªA	4,2	4,6
J.P.N.	1ªB	7,6	7,8
M.G.B.	1ªB	7,4	8,0
R.Z.	1ªB	7,6	7,0
T.O.	1ªB	7,8	7,8
V.P.A.	1ªB	7,4	8,0
Y.V.P.M.	1ªB	7,0	7,4
B.P.	1ªC	7,0	8,0
G.R.	1ªC	5,8	6,6
J.M.	1ªC	8,0	8,0
L.M.V	1ªC	7,8	7,4
L.G.V.B	1ªC	6,8	7,0
M.B.A.	1ªC	4,4	6,8
P.R.R.	1ªC	7,2	7,8
P.H.B.F.	1ªC	8,0	8,0
R.B.P.	1ªC	8,0	7,8
D.D.	2ªA	7,5	8,0
J.M.L.B.	2ªA	8,0	8,0
V.C.	2ªA	7,8	7,6
A.B.B.	2ªB	4,0	5,2
B.A.M.	2ªC	6,2	7,4
G.K.V.	2ªC	6,6	7,2
J.O.G.	2ªC	7,8	8,0
L.F.	2ªC	8,0	8,0
Média		**6,84**	**7,34**

Tabela 1: Notas entre 0 e 8 dos Alunos participantes da Disciplina Eletiva

Nome/Série		Média P1 e P2	Av. Rec.
C.P.S.	1ªA	3,2	4,6
T.S.S.	1ªA	2,6	4,2
J.M.O.	1ªA	1,4	3,8
A.M.S.	1ªB	2,2	4,0
R.C.	1ªB	3,4	5,2
R.P.S.	1ªB	3,6	4,8
V.G.	1ªB	3,0	5,6
A.V.S.	1ªC	1,0	3,2
G.S.	1ªC	2,8	6,4
I.M.	1ªC	1,4	4,0
J.M.	1ªC	2,2	4,4
T.M.	1ªC	3,0	4,2
F.B.A.	2ªA	2,8	5,0
M.I.A.	2ªA	1,4	4,0
L.F.	2ªA	0,8	3,0
A.S.	2ªB	1,4	3,6
P.V.	2ªB	3,2	5,4
A.L.B.	2ªC	2,8	6,2
A.V.G.	2ªC	3,4	5,0
L.L.S	2ªC	1,0	2,6
S.R.P.	2ªC	2.6	4,0
Média		**2,34**	**4,67**

Tabela 2: Notas entre 0 e 8 dos Alunos participantes da Recuperação Contínua

Para os participantes da Disciplina Eletiva, que construíram e aplicaram os Jogos, podendo melhorar de zero até 1,16(a média nas avaliações bimestrais foi de 6,84 podendo chegar ao máximo até 8), tiveram 0,5 como evolução, em média. Isso corresponde a 43,1% dentro das possibilidades de melhora.

Para os alunos que utilizaram o jogo como instrumento para Recuperação Contínua, a melhora também foi significativa. Dos 5,66 pontos possíveis de melhora (da média inicial que foi de 2,34 poderiam atingir no máximo 8), atingiram 2,33 de evolução, o que significa 41,1% das possibilidades de melhora.

5. READEQUAÇÕES DOS JOGOS MATEMÁTICOS

Nesse capítulo estarão as alterações que devem ser feitas nas cartas dos jogos para que possam continuar sendo aplicados futuramente.

Estando os alunos efetivamente na busca dos exercícios que seriam utilizados nos jogos, como sujeitos e objetos do processo de construção do conhecimento, assumiu-se pelo autor desse trabalho a possibilidade de erros nos exercícios, sendo esses conceituais, de elaboração e outros. E foram muitos. Ao retirar grande parte dos exercícios do Caderno do Aluno da SEE – SP, não se imaginava, por parte dos educandos, a falta de rigor na escrita Matemática apresentada.

No dominó das 2^{as} séries os grandes erros aconteceram pela falta de proporcionalidade nas figuras. Nos paralelepípedos a discrepância não foi tão grande como nos cilindros. Em alguns cilindros a base era menor que a altura no visual, e representavam tamanhos maiores. Um dos exemplos é o caso de 9 unidades parecerem maiores que 20 unidades. Erros inadmissíveis que causam confusões nos alunos, que são questionados e que devem ser corrigidos para futuras aplicações.

Ainda nos dominós, a peça 7,(Figura 10) apresenta uma fórmula geral para volumes de cilindros, o que não necessariamente tem alguma ligação com os volumes de 3600π apresentados nos outros cilindros. Essa fórmula deverá ser substituída por outro cilindro de volume 3600π.

No jogo da memória das 1^{as} Séries, das 48 cartas componentes do jogo, quase 20 apresentaram falhas, todas contidas nos 1º e 2º “planos de cartas”. Aqui mostraremos como esses dois “planos de cartas” devem ser para poderem continuar sendo aplicados em sala de aula sem restrições.

As falhas nas cartas do jogo da memória são diversas: ausência da regra de formação das sequências e progressões, situação irreal em um dos casos e principalmente a não definição para as sequências começando em a_0 ou a_1. Usando a numeração ordinal esse último problema é resolvido. Os outros necessitam de resoluções mais específicas, como pode ser verificado na Figura 32.

Figura 32: Cartas do 1º e 2º planos do Jogo da Memória corrigidas

Na sequência de repetição do número 2015: (2,0,1,5,2,0,1,5,2,0,...), o 2015º termo é:	Na sequência de repetição do número 2016: (2,0,1,6,2,0,1,6,2,0,...), o 2016º termo é:
Em uma sequência numérica, o primeiro termo é uma fração de numerador 1 e denominador 4. Os termos seguintes ao primeiro podem ser obtidos adicionando sempre uma unidade ao numerador e ao denominador da fração do termo imediatamente anterior. Qual é o qüinquagésimo quarto termo?	Em uma sequência numérica, o primeiro termo é igual a 2, e os seguintes são obtidos pelo acréscimo de três unidades ao termo imediatamente anterior. Sendo assim, responda: Qual é o décimo termo?
Observe a seguinte sequência dos números pares positivos: 0, 2, 4, 6, 8, 10, ... Nessa sequência qual é o trigésimo quinto termo?	Observe a seguinte sequência dos números pares positivos: 0, 2, 4, 6, 8, 10, ... Nessa sequência qual é a posição do termo que é igual a 420?
Observe a seguinte sequência numérica: 1, 4, 9, 16, 25, ... Nessa sequência de quadrados perfeitos, responda: qual é o 6º termo?	Qual a razão da seguinte Progressão Aritmética: (23, 16, 9, 2, -5,...)

O primeiro termo de uma sequência numérica é 0,02. Para obter os termos seguintes, deve-se multiplicar o termo imediatamente anterior por 5. Sendo assim, responda: qual é o quarto termo?	Na progressão geométrica (1,3,9,27,81,...), o próximo termo é:
Na progressão geométrica (1,-2,4,-8,16,-32,...), o próximo termo é:	Qual a razão da Progressão Geométrica: (1024,512,256,128,64,...) ?
“Quando ia a Bagdá Encontrei um homem com 7 mulheres Cada mulher tinha 7 sacos Cada saco, 7 gatos Cada gato, 7 gatinhos. Gatinhos, gatos, sacos e mulheres Quantos iam a Bagdá?”	Calcule a soma dos termos da progressão aritmética (10, 16, 22,..., 64, 70).
Calcule a soma dos números inteiros, divisíveis por 23, existentes entre 103 e 850.	Uma pessoa compra uma televisão para ser paga em 12 prestações mensais. A primeira prestação é de 50 reais e, a cada mês, o valor da prestação é acrescido em 5% da prestação anterior. Quando acabar de pagar, quanto a pessoa terá pago pela televisão?

Os termos repetem-se de 4 em 4. Portanto, 2015/4 é 503 com resto 3. Isso significa que a sequência repete-se 503 vezes e sobram três termos. O terceiro termo da sequência é...	Os termos repetem-se de 4 em 4. Portanto, 2016/4 é 504 com resto 0. Isso significa que a sequência repete-se 504 vezes exatamente, sendo assim o termo 2016 é o último da sequência, ou seja...
$\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{4}{7}, \ldots, \frac{n}{n+3}$	$a_1 = 2$ r = 3 $a_{10} = ???$
$a_1 = 0$ r = 2 $a_{35} = ???$	$a_1 = 0$ r = 2 $a_n = 420$ n = ? ? ?
$a_n = n^2$ $a_6 = ???$	A razão de uma Progressão Aritmética pode ser calculada subtraindo um termo qualquer de seu anterior, portanto a razão dessa P.A. é...
$a_1 = 0{,}02$ q = 5 $a_4 = ???$	É visível que a razão q da progressão geométrica é 3. Portanto basta multiplicarmos 81 por essa razão e obtermos...

É visível que a razão q da progressão geométrica é -2. Portanto basta multiplicarmos 32 por essa razão e obtermos...	Para obtermos a razão de uma Progressão Geométrica basta dividir o termo pelo termo anterior. Nesse caso obtemos...
q= 7 a_1=1 S_5=?	a_1= 10 a_n = 70 n = ? S_5= ? Primeiro devemos achar n e depois Sn.
a_1= 23 x <u>5</u> = 115 a_n = 23 x <u>36 </u>= 828 n= 36 – 5 + 1 = 32 S_n = ? ? ?	a_1 = 50 q = 1,05 n = 12 S_{12} = ? ? ?

6. CONCLUSÃO

O resultado das avaliações permitiu quantificar a funcionalidade dos jogos além de ter, com os depoimentos de alunos, uma qualificação da sua utilidade para a aprendizagem. Os depoimentos evidenciaram a importância para os alunos do protagonismo na construção dos jogos. A Replicabilidade também é salientada como um meio menos formal, do que se feito pelo próprio professor, e por isso com menos resistência por parte dos educandos.

Ainda pela análise qualitativa, é notável que os jogos em si, além de todo o processo de construção do conhecimento, servem como um excelente meio de fixação.

Pautado nos resultados quantificados visualiza-se que o jovem participando de toda a escolha, construção e aplicação, pode ter as habilidades desenvolvidas de forma mais eficaz e significativa. A grande maioria mostrou, na avaliação pós-jogos, um ótimo domínio do conteúdo. Até mesmo os que tinham pouco a evoluir por terem demonstrado competência nas avaliações anteriores conseguiram avançar e gostaram de ter trabalhado de forma mais dinâmica e divertida.

Os alunos que tiveram dificuldade na aprendizagem pelo método tradicional conseguiram desenvolver habilidades de forma significativa por meio dos jogos replicados pelos colegas. Com raras exceções, como visto nos resultados, conseguiram atingir um rendimento satisfatório na avaliação e chegar ao conceito desejado.

O interesse dos alunos em buscar a aprendizagem significativa pela forma mais dinâmica é algo a ser destacado. Saindo do tradicional giz e lousa, dedicam-se mais e mostram-se mais dispostos a fazer as atividades que anteriormente eram rechaçadas ou levemente ignoradas.

No geral, as aulas de construção dos jogos, pesquisa e, principalmente, as aplicações foram produtivas. A participação foi além do esperado no início do Projeto. A média de 42,1% de melhora entre os alunos participantes da Disciplina Eletiva que construíram e replicaram os Jogos e dos alunos que estavam participando do processo de Recuperação Contínua foi além das expectativas.

Portanto, podemos sim considerar os Jogos Matemáticos, além do Protagonismo Juvenil e a Replicabilidade como importantes meios de atingirmos uma aprendizagem mais significativa e também excelentes instrumentos de fixação e apoio no processo de Recuperação Contínua. Ainda assim, é importante salientar que tanto o Jogo da Memória de Sequências e Progressões como o Dominó de Volumes Equivalentes foram parte de um processo de construção de conhecimento, e não o único meio pelo qual a aprendizagem foi concebida. O papel do professor não é descartável no processo. Muito pelo contrário: cabe a ele a apresentação inicial do conteúdo, mediação do processo, além de avaliar continuamente objetivando o controle e uso dos jogos quando achar conveniente e necessário.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A, e SILVA, M. J. F. **Engenharia didática**: **evolução e diversidade**. R. Eletr. de. Edu. Matem., v.07, n.2, p.22-52, Florianópolis, 2012.

DOUADY, R. **L'ingénierie didactique: un moyen pour l'enseignant d'organiser les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage.** Cahier DIDIREM Université de Paris VII, 1993. v.191.

GRANDO, R.C. **O Conhecimento Matemático e o Uso dos Jogos na Sala de Aula**. Campinas SP, 2000. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP.

MALAGUTTI, Pedro Luiz; BALDIN, Yuriko**. Os Números Inteiros no Ensino Fundamental**. In: Anais da V Bienal de Matemática - Mini-Curso para Aperfeiçoamento de Professores de Matemática do Ensino Básico, 2010.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. *Caderno do Professor: Matemática, ensino médio – 1ª série*. Coordenação Geral: FINI, Maria Inês; Equipe: GRANJA, Carlos Eduardo de S. C.; MELLO, José Luiz Pastore; MACHADO, Nílson José; MOISÉS, Roberto Perides; FONSECA, Rogério Ferreira da; SPINELLI, Walter – São Paulo: SE, 2014.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. *Caderno do Professor: Matemática, ensino médio – 2ª série*. Coordenação Geral: FINI, Maria Inês; Equipe: GRANJA, Carlos Eduardo de S. C.; MELLO, José Luiz Pastore; MACHADO, Nílson José; MOISÉS, Roberto Perides; FONSECA, Rogério Ferreira da; SPINELLI, Walter – São Paulo: SE, 2014.

ANEXOS

Nome:____Nº:____1ª série__

Data: 17/03/2015 – P1 de Matemática – Professor Mateus– 1º Bimestre

HABILIDADES GERAIS: Expressar matematicamente padrões e regularidades em sequências numéricas ou de imagens; resolver problemas que envolvam Progressões Aritméticas; resolver problemas que envolvam progressões geométricas.

GI- Observar sequências e identificar primeiro termo, razão e fórmula do termo geral.

GII - Realizar cálculos para encontrar n-ésimos termos e posições.

GIII - Compreender padrões e regularidades em sequências numéricas e resolver problemas que envolvam P.A. e P.G.

1) Na sequência (2,0,1,5,2,0,1,5,2,0,...),o 2015º termo é:

2) Na sequência (2,0,1,6,2,0,1,6,2,0,...),o 2016º termo é:

3) Em uma sequência numérica, o primeiro termo é uma fração de numerador 1 e denominador 4. Os termos seguintes ao primeiro podem ser obtidos adicionando sempre uma unidade ao numerador e ao denominador da fração do termo imediatamente anterior. Qual é o termo a_{54}?

4) Em uma sequência numérica, o primeiro termo é igual a 2, e os seguintes são obtidos pelo acréscimo de três unidades ao termo imediatamente anterior. Sendo assim, responda: Qual é o termo a_{10}?

5) Observe a seguinte sequência dos números pares positivos: (0, 2, 4, 6, 8, 10, ...)
   a) Nessa sequência qual é o termo a_{35}?
   b) Nessa sequência qual a posição do número 420.

6) Observe a seguinte sequência numérica: 1, 4, 9, 16, 25, ... Nessa sequência qual é o 6º termo?

7) Qual a razão da seguinte Progressão Aritmética: (23, 16, 9, 2, -5,...)

8) O primeiro termo de uma sequência numérica é 0,02. Para obter os termos seguintes, basta multiplicar o termo imediatamente anterior por 5. Sendo assim, responda qual é o termo a_4?

9) Na sequência (1,-2,4,8,-16,32,...),o próximo termo e a razão, são:

10) Calcule a soma dos termos da progressão (10, 16, 22, ..., 70).

11) (DESAFIO) Calcule a soma dos números inteiros, divisíveis por 23, existentes entre 103 e 850.

Nome:____Nº:____1ª série__

P2 de Matemática – Professor Mateus – 1º Bimestre

H02 – Resolver problemas que envolvam Progressões Aritméticas. (GIII) Questões: 2, 4 e 5.

H03 - Resolver problemas que envolvam Progressões Geométricas. (GIII) Questão: 1 e 3.

1 – (Vunesp – SP – Adaptado) Várias tábuas iguais estão em uma madeireira. Elas deverão ser empilhadas respeitando a seguinte ordem: uma tábua na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, tantas quantas já estejam na pilha. Por exemplo:

1ª pilha	2ª pilha	3ª pilha	4ª pilha
uma tábua	duas tábuas	quatro tábuas	oito tábuas

Determine a quantidade de tábuas empilhadas na 12ª pilha.

2 – Uma P.A. tem como primeiro termo 9 e razão igual a 7. Determine seus seis primeiros termos e calcule a soma deles.

3 – Obtenha a soma dos 6 primeiros termos da PG (7, 14,...).

4 - ENEM (2011) – O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33.000 passagens; em fevereiro, 34.500; em março, 36.000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado

a) 38.000 b) 40.500 c) 41.000 d) 42.000 e) 48.000

5 – (1,5) - (FGV-SP) O 3º termo de uma progressão aritmética é 11 e a razão é 4. A soma dos 20 primeiros termos é:

a) 790
b) 800
c) 810
d) 820
e) 830

Nome:____Nº:____1ª série__

Avaliação de Matemática Pós-Jogos – Professor Mateus – 4º Bimestre

1 – Classifique as sentenças abaixo em verdadeiras ou falsas.

a) A sequência (6, 18, 54, 162) é uma PG.
b) Na PG (-2, -6, -18, -54, ...) a razão é 3.
c) A razão da PG $(x, x^2, x^3, x^4, ...)$ é $q = x$.
d) A sequência (15, 15, 15, ...) é uma PG de razão zero.

2 – (MACK-SP) Em uma progressão geométrica o primeiro termo é 2 e o quarto termo é 54. O quinto termo dessa PG é:

a) 62 b) 68 c) 162 d) 168 e) 486

3 - Beatriz resolveu economizar. Ela tem R$ 250,00 e decidiu que todo mês, a partir do seguinte, guardaria R$ 75,00 para viajar até Gramado-RS.

a) Qual a fórmula do termo geral das economias de Bia?
b) Quanto Beatriz terá ao final de 9 meses?
c) Se a viagem até o Estado do Rio Grande do Sul custa R$ 1750,00, por quantos meses Beatriz terá de economizar?

4 - Uma colônia de duas bactérias triplica-se a cada hora. Com base nessas informações responda:

a) Depois de 5 horas, quantas bactérias terá a colônia?
b) Depois de quanto tempo teremos 486 bactérias?

5- (ENEM - 2009) Uma pessoa decidiu depositar moedas de 1, 5, 10, 25 e 50 centavos em um cofre durante certo tempo. Todo dia da semana ela depositava uma única moeda, sempre nesta ordem: 1, 5, 10, 25, 50, e, novamente, 1, 5, 10, 25, 50, assim sucessivamente.

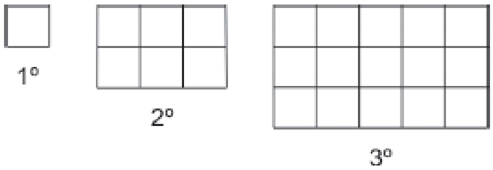
Se a primeira moeda foi depositada em uma segunda-feira, então essa pessoa conseguiu a quantia exata de RS 95,05 após depositar a moeda de

A) 1 centavo no 679º dia, que caiu numa segunda-feira.
B) 5 centavos no 186º dia, que caiu numa quinta-feira.
C) 10 centavos no 188º dia, que caiu numa quinta-feira.
D) 25 centavos no 524º dia, que caiu num sábado.
E) 50 centavos no 535º dia, que caiu numa quinta-feira.

6- (OBMEP - 2008)

Com quadradinhos de lado 1 cm, constrói-se uma seqüência de retângulos acrescentando-se, a cada etapa, uma linha e duas colunas ao retângulo anterior. A figura mostra os três primeiros retângulos dessa seqüência. Qual é o perímetro do 100º retângulo dessa seqüência?

(A) 402 cm
(B) 472 cm
(C) 512 cm
(D) 598 cm
(E) 634 cm



7 - (ENEM – 2013) As projeções para a produção de arroz no período de 2012 – 2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	**Projeção da produção (t)**
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de:

a) 497,25.
b) 500,85.
c) 502,87.
d) 558,75.
e) 563,25

8 – Uma P.A. tem como primeiro termo 9 e razão igual a 7. Determine seus seis primeiros termos e calcule a soma deles.

9- Obtenha a soma dos seis primeiros termos da PG (7, 14,...).

10 - ENEM (2011) – O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33.000 passagens; em fevereiro, 34.500; em março, 36.000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado

a) 38.000

b) 40.500

c) 41.000

d) 42.000

e) 48.000

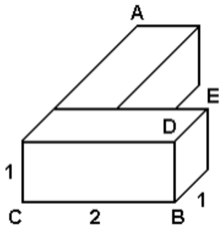
11 - (FGV-SP) O 3º termo de uma progressão aritmética é 11 e a razão é 4. A soma dos 20 primeiros termos é:

a) 790
b) 800
c) 810
d) 820
e) 830

APÊNDICES

Nome________________________________Nº_____2ª ____
P1 de Matemática – Professora Fernanda – 4º Bimestre

1) (Unioeste) Justapondo dois paralelepípedos retangulares de arestas 1, 1 e 2, constrói-se um "L", conforme representado na figura a seguir.



A respeito do sólido correspondente ao L, é correto afirmar que

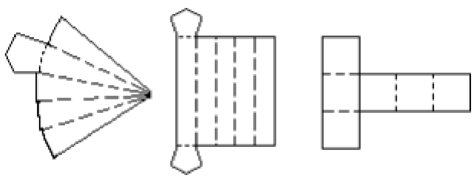
a) tem 6 faces.

b) tem 12 vértices.

c) tem 18 arestas.

d) a distância do vértice A ao vértice B é igual a $\sqrt{14}$ unidades de comprimento.

2) (Unitau) Se dobrarmos convenientemente as linhas tracejadas das figuras a seguir, obteremos três modelos de figuras espaciais cujos nomes são:



a) tetraedro, octaedro e hexaedro.

b) paralelepípedo, tetraedro e octaedro.

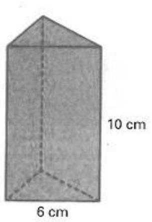
c) octaedro, prisma e hexaedro.

d) pirâmide, tetraedo e hexaedro.

e) pirâmide pentagonal, prisma pentagonal e hexaedro.

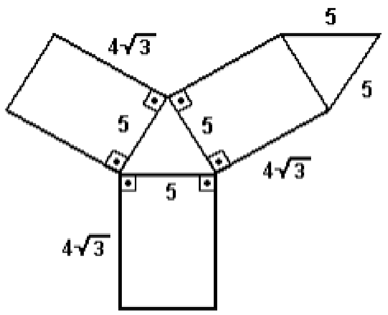
3) Qual o volume de argila necessário para produzir 5 0 tijolos, tendo cada tijolo a forma de um paralelepípedo com dimensões 18 cm, 9 cm e 6 cm?

4) Em um prisma regular triangular, cada aresta lateral mede 10 cm e cada aresta da base mede 6 cm. Calcular desse Prisma:



a) a área de uma face lateral.
b) a área lateral.
c) a área total.

5) (Ufrs) A figura a seguir representa a planificação de um sólido. O volume deste sólido é:

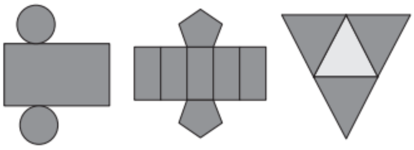


a) $20\sqrt{3}$ b) 75 c) $50\sqrt{3}$ d) 100 e) $100\sqrt{3}$

Nome________________________________Nº_____2ª ____

P2 de Matemática – Professora Fernanda – 4º Bimestre

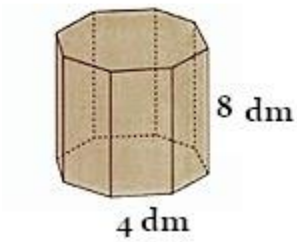
1) (ENEM- 2012) Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá :

a) Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.
b) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
c) Cone, tronco de pirâmide e pirâmide.
d) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
e) Cilindro, prisma e tronco de cone.

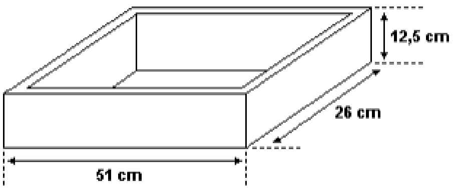
2) Em uma piscina regular hexagonal cada aresta lateral mede 8 dm e cada aresta da base mede 4 dm. Calcule desse prisma:



a) a área de cada face lateral;
b) a área de uma base;
c) a área lateral;
d) a área total;

3) Quanto de material se gasta para fabricar a carroceria fechada de um caminhão, sabendo que suas dimensões são: comprimento = 12 m, largura = 3 m e altura = 2,5 m? Qual o volume máximo de carga que esse caminhão pode transportar?

4) (Pucsp) Uma caixa sem tampa é feita com placas de madeira de 0,5cm de espessura. Depois de pronta, observa-se que as medidas da caixa, pela parte externa, são 51cm×26cm×12,5cm, conforme mostra a figura abaixo. O volume interno dessa caixa, em metros cúbicos, é:



a) 0,015 b) 0,0156 c) 0,15 d) 0,156 e) 1,5

5) (FGV-SP-adap.) Um arquiteto tem dois projetos para construção de uma piscina retangular com 1 m de profundidade:

Projeto 1: dimensões do retângulo: 16 m x 25 m.

Projeto 2: dimensões do retângulo: 10 m x 40 m.

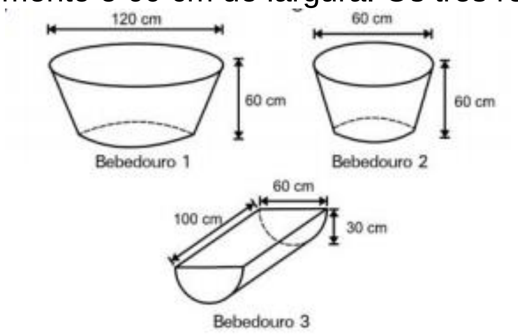
Sabendo que as paredes laterais e o fundo são revestidos de azulejos cujo preço é R$ 10,0 o metro quadrado:

a) qual a despesa com azulejos em cada projeto?

b) qual capacidade, em litros, de cada piscina?

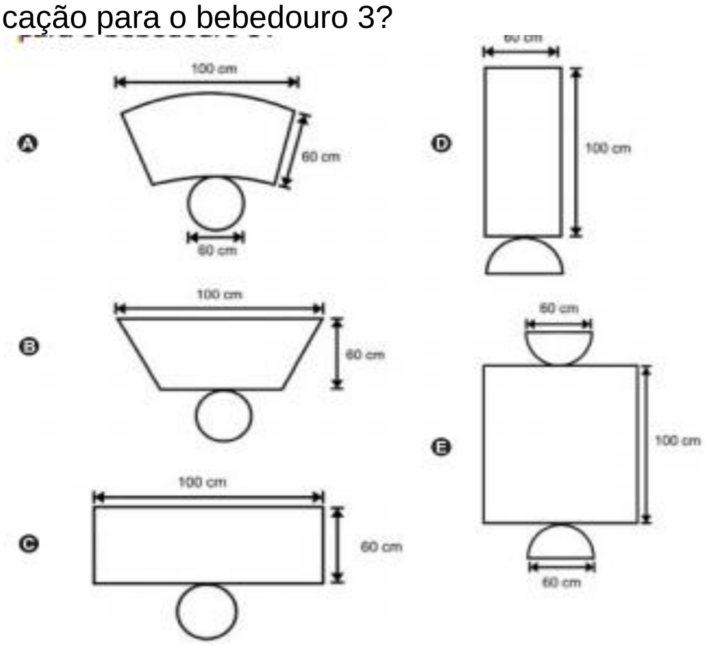
Nome_______________________________Nº_____2ª ____
Recuperação Contínua de Matemática – Professora Fernanda – 4º Bimestre

1) Alguns testes de preferência por bebedouros de água foram realizados com bovinos, envolvendo três tipos de bebedouros, de formatos e tamanhos diferentes. Os bebedouros 1 e 2 têm a forma de um tronco de cone circular reto, de altura igual a 60 cm, e diâmetro da base superior igual a 120 cm e 60 cm, respectivamente. O bebedouro 3 é um semicilindro, com 30 cm de altura, 100 cm de comprimento e 60 cm de largura. Os três recipientes estão representados na figura:



A escolha do bebedouro. In: Biotemas. V. 22, n°. 4, 2009 (adaptado).

Considerando que nenhum dos recipientes tenha tampa,qual das figuras a seguir representa uma planificação para o bebedouro 3?



2) Qual o volume de argila necessário para produzir 75 tijolos, tendo cada tijolo a forma de um paralelepípedo com dimensões 18 cm, 9 cm e 6 cm?

3) (FGV-SP-adap.) Um arquiteto tem dois projetos para construção de uma piscina retangular com 1 m de profundidade:

Projeto 1: dimensões do retângulo: 16 m x 25 m.

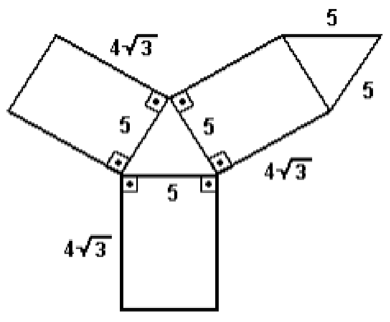
Projeto 2: dimensões do retângulo: 10 m x 40 m.

Sabendo que as paredes laterais e o fundo são revestidos de azulejos cujo preço é R$ 10,0 o metro quadrado:

a) qual a despesa com azulejos em cada projeto?

b) qual capacidade, em litros, de cada piscina?

4) (Ufrs) A figura a seguir representa a planificação de um sólido. O volume deste sólido é:



a) $20\sqrt{3}$

b) 75

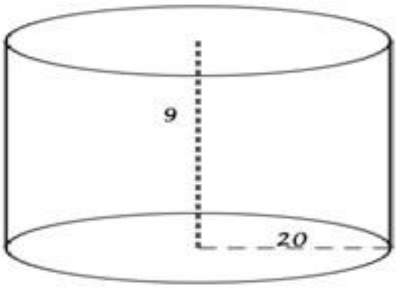
c) $50\sqrt{3}$

d) 100

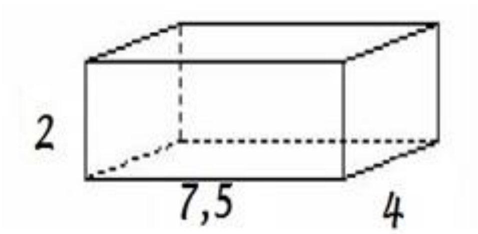
e) $100\sqrt{3}$

5) Relacione os Sólidos que os Volumes são equivalentes.

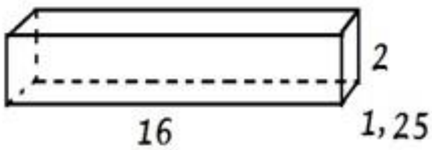
(I)



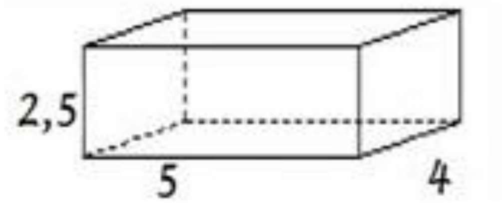
(II)



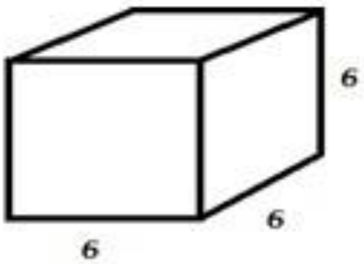
(III)



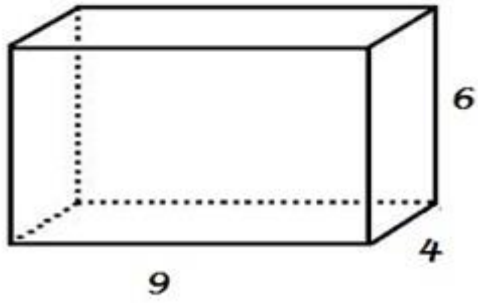
(IV)



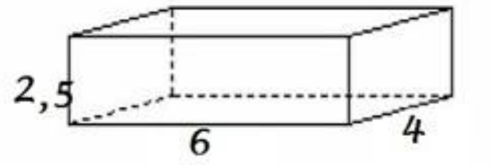
(V)



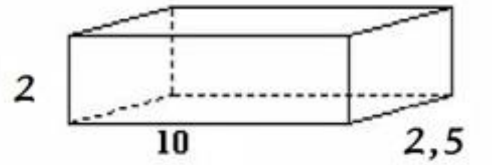
( )



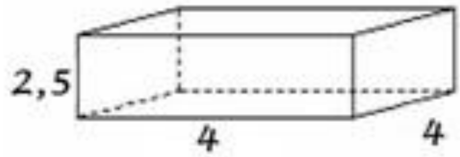
( )



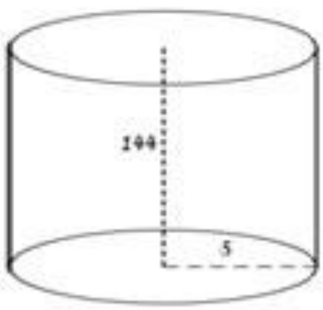
( )



( )



( )



COMO FAZER UM DOMINÓ PARA CADA CONTEÚDO DE MATEMÁTICA

Vamos apresentar uma metodologia que permite construir vários dominós para conteúdos específicos de Matemática. Mesmo dentro de um determinado conteúdo é possível fazer dominós com dificuldades variadas, adequadas ao conhecimento prévio do aluno, individualizando a aprendizagem.

O procedimento todo é feito em três etapas:

1) Preenchimento de uma tabela com resultados e operações que você quer que os alunos saibam.

2) Transferência dos dados da tabela para um rascunho onde estão desenhadas as 28 peças do dominó.

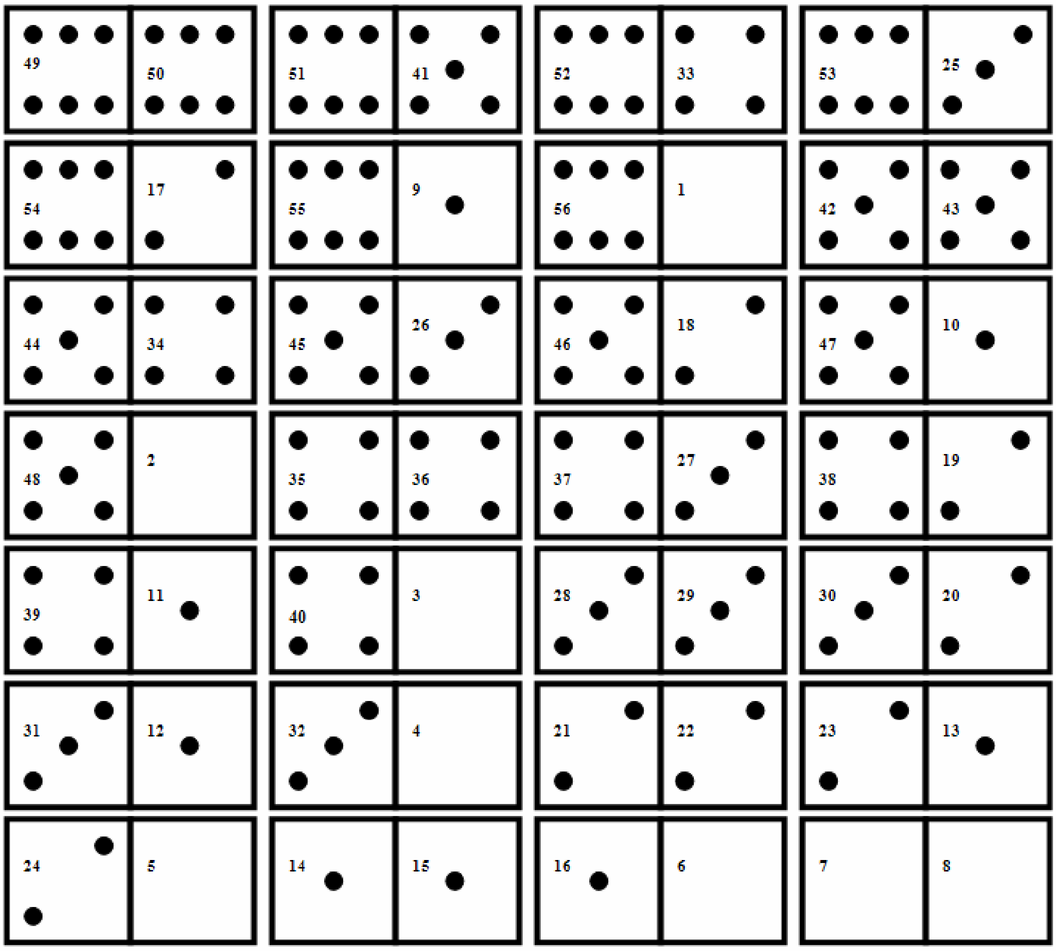
3) Transferência definitiva do rascunho para o dominó (sem as bolinhas) pronto para o jogo.

Inicialmente preencha **a coluna marcada com a seta** da tabela abaixo com resultados das operações que você quer que os alunos saibam.

Nenhuma bolinha	1	2	3	4	5	6	7	8
Uma bolinha	9	10	11	12	13	14	15	16
Duas bolinhas	17	18	19	20	21	22	23	24
Três bolinhas	25	26	27	28	29	30	31	32
Quatro bolinhas	33	34	35	36	37	38	39	40
Cinco bolinhas	41	42	43	44	45	46	47	48
Seis bolinhas	49	50	51	52	53	54	55	56

Agora preencha as **linhas** com várias expressões que dêem o resultado que você marcou na primeira coluna. Assim, os resultados em cada célula de uma mesma linha **deverão ser sempre iguais**.

A seguir, escreva em cada peça do dominó os resultados da tabela que você preencheu, seguindo a ordem numérica que aparece na tabela



Copie os resultados numa folha com os desenhos das peças, mas **sem as bolinhas** e sem as marcações com números pequenos. A figura do dominó anterior é usada apenas um rascunho para evitar confusão na hora de transferir os dados da tabela para as peças.