UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONALEM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL

GEORGES IBRAHIM FILHO

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM EMBALAGENS DE PIPOCA PARA O ESTUDO DE SEMELHANÇAS

SÃO CARLOS
2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONALEM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL

GEORGES IBRAHIM FILHO

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM EMBALAGENS DE PIPOCA PARA O ESTUDO DE SEMELHANÇAS

Dissertação de mestrado profissional apresentada ao PROFMAT – Programa de Mestrado Profissional em Matemática Rede Nacional, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Paulo A. S. Caetano

SÃO CARLOS
2016

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar
Processamento Técnico
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Ibrahim Filho, Georges
I14s Uma sequência didática com embalagens de pipoca para o estudo de semelhanças / Georges Ibrahim Filho. -- São Carlos : UFSCar, 2016.
67 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2016.

1. Ensino de geometria. 2. Semelhança. 3. Razão de semelhança. 4. Engenharia didática. I. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Georges Ibrahim Filho, realizada em 17/09/2016:

Paulo

Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano
UFSCar

Érica Filletti

Prof. Dr. Érica Regina Filletti Nascimento
UNESP

Marcus Lima

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Araújo Lima
UFSCar

Dedico este trabalho à minha esposa Camila, por completar e dar sentido a minha vida; as minhas filhas Lara e Luna por nos permitirem tocar o infinito. Amo vocês.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pelo dom da Vida e por ter me concedido pais, família e amigos maravilhosos.

À minha esposa, pela sua compreensão, carinho e desprendimento, que me permitem ir além e superar as minhas dificuldades.

As minhas filhas, por ser o entusiasmo de minha caminhada e força para seguir em frente.

A meus pais, pelo amor incondicional, a meu irmão pelo respeito e fé, e a todos os familiares por sempre desejarem-me o bem.

Aos meus colegas de curso, em especial, ao amigo Leandro, pelo apoio, incentivo e companhia ao longo dessa empreitada.

Ao professor Paulo Antônio Silvani Caetano, pela paciência, atenção e apoio na orientação deste trabalho.

A todos os professores do PROFMAT – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do pólo UFSCar, pela seriedade e competência apresentadas durante todo o curso.

À CAPES, pela bolsa de estudos, fundamental para a conclusão deste trabalho.

Aos gestores e todos os demais funcionários da E. E. Prof. Farid Fayad, pelo apoio dado durante a aplicação das atividades propostas.

Aos alunos do 9.º ano C da E. E. Prof. Farid Fayad, pelo respeito e compromisso durante a aplicação das atividades propostas.

“Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina.”

Cora Coralina

RESUMO

Este trabalho apresenta uma sequência didática para aulas de Geometria abordando o conceito de semelhança com foco na variação da razão de semelhança entre medidas lineares e medidas de áreas e de volumes de alguns poliedros, tendo como situação problema a comparação de preços de diversos tamanhos de embalagens de pipocas vendidas em salas de cinema da região de Bauru.

Palavras-chave: Ensino de Geometria, Semelhança, Razão de Semelhança, Engenharia Didática.

ABSTRACT

This paper presents an educational sequence for the Geometry classes, which explores the concept of similarity, focusing on the variation of the similarity ratio between linear measurement, areas measurements and volume of some polyhedrons. The problematic situation in this case involves a comparison between the prices of different popcorn packaging sizes in Bauru´s movie theaters and its area.

Keywords: Geometry Teaching, Similarity, Similarity Ratio, Didactic Engineering.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Relacionamento de aspectos da Geometria. 17
Figura 2 – Livros Didáticos...19
Figura 3 – Problema Inicial 24
Figura 4– Dimensões das embalagens 24
Figura 5 – Poliedros representando as embalagens de pipoca 25
Figura 6 – Questão 1 Folha de Atividades II 26
Figura 7 – Questões 1 e 2 da folha de Atividades II 26
Figura 8 – Quadro Para você pensar 27
Figura 9 – Questão 4 da Folha de Atividades II 27
Figura 12 – Quadro para você pensar II 28
Figura 10– Questões 5 e 6 da Folha de Atividades II 28
Figura 11 – Questão 7 da Folha de Atividades II...28
Figura 13– Questão 8 da Folha de Atividades II 29
Figura 14– Questão 9 da Folha de Atividades II 29
Figura 15 – questão 10 da Folha de Atividades II 30
Figura 17 – Quadro Síntese da caracterização da semelhança 31
Figura 16 – Exemplos de Verificação de Semelhança 31
Figura 18 – Exemplo de aplicação da Folha de Atividades III 32
Figura 19 – Questão 1 da Folha de Atividades III...32
Figura 20 – Questão 2 da Folha de Atividades III...33
Figura 21– Questão 3 da Folha de Atividades III 34
Figura 22 – Questão 4 da Folha de Atividades III...35
Figura 23 – Questão 5 da Folha de Atividades IV 35
Figura 24 – Questão Folha de Atividades IV...36
Figura 25 – Aluna respondendo a Folha de Atividades I 39
Figura 28 – Resposta dada para a questão da folha de Atividades I 40
Figura 26 – Alunos resolvendo a Folha de Atividades I..39
Figura 27 – Resposta dada a questão da folha de Atividades I 39
Figura 29 – Resposta dada por um aluno a folha de respostas I 40
Figura 30 – Paralelepípedos utilizados na Folha de Atividades II 40
Figura 31 – Alunos distribuídos em grupos para resolução da Folha de Atividades II..................41
Figura 32 – Aluno medindo uma Embalagem 42
Figura 33 – Resposta correta de um grupo a questão 1 da Folha de Atividades II.......................42

Figura 34 – Resposta correta de um grupo a questão 2 da Folha de Atividades II..............................43
Figura 35 – Resposta correta de um grupo a questão 3 da Folha de Atividades II..............................43
Figura 36 – Paralelepípedos sendo completados com pipoca 43
Figura 37 – Resposta dada por um grupo a quarta questão 44
Figura 40 – Resposta de um grupo para a sétima questão da Folha de Atividades II 45
Figura 38 – Resposta dada por um grupo a quinta questão 44
Figura 39 – Resposta correta dada por um grupo para a sexta questão 45
Figura 41 – Resposta equivocada devido à utilização de ponto para representação decimal.............45
Figura 42 – Resposta Correta obtida por um grupo para a oitava questão 46
Figura 43 – Resposta correta dada a nona questão 46
Figura 44 – Resposta obtida por um grupo para a décima questão 46
Figura 45 – Intervenção dado em lousa para o exemplo I da Folha de Atividades III 47
Figura 46 – Resposta correta dada por um grupo para a questão 1 da Folha de Atividades III............47
Figura 47 – Resposta correta para o item b da questão 2 da Folha de atividades III 48
Figura 48 – Resposta correta para o item a da questão 2 da folha de Atividades III...........................48
Figura 49 – Respostas corretas dadas por um grupo aos itens da questão 3 da follha de Atividades III 48
Figura 50 – Resposta correta dada por um grupo para a questão 4 da Folha de Atividades III............49
Figura 51– Alternativa correta assinalada por um grupo para a questão 5 da folha de Atividades III..49
Figura 52 – Resposta correta dada por um aluno a Folha de Atividades IV...50
Figura 53 – Resposta incorreta dada por um estudante a folha de Atividades IV 50
Figura 54 – Resposta correta para a folha de Atividades IV dada por uma aluna...............................51
Figura 55 – Resposta correta dada por um estudante para a questão da Folha de Atividades IV........51

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados obtidos com a aplicação da Folha de Atividades IV 52

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO....13

Capítulo 1 – O ensino da Geometria....14

1.1 A importância da Geometria no Ensino de Matemática....14

1.2 O Ensino de Geometria nos 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental....16

1.3 O Ensino de Geometria proposto pelo Currículo do Estado de São Paulo....17

1.4 O Ensino de Geometria segundo alguns livros didáticos....17

Capítulo 2 – A Sequência Didática....21

2.1 Descrição da Proposta....21

2.3 Folhas de Atividades....22

2.4 Detalhando as Folhas de Atividades....23

2.4.1 Folha de Atividades I....24

2.4.2 Folha de Atividades II....25

2.4.3 Folha de Atividades III....30

2.4.4 Folha de Atividades IV....36

Capítulo 3 – Aplicação e Resultados....37

3.1 Breve descrição da escola e dos alunos participantes do projeto....37

3.2 Retomada dos Conceitos Prévios e organização da sala de aula....38

3.3 Resultados....38

3.3.1 Folha de Atividades I....38

3.3.2 Folha de Atividades II....40

3.3.3 Folha de Atividades III....47

3.3.4 Folha de Atividades IV....49

Capítulo 4 – Considerações Finais....53

4.1 Modificações....53

4.2 Conclusões Finais....54

REFÊRENCIAS....55

Apêndice A....57

Apêndice B..67

INTRODUÇÃO

Na prática docente observa-se que o ensino de Geometria e, sobretudo, de semelhança proposto nos livros didáticos caracteriza-se de modo sistemático, impondo definições e fórmulas sem justificativas, verificadas por listas de exercícios nas quais o estudante não consegue perceber nenhuma aplicação prática no seu cotidiano, promovendo muitas vezes uma aprendizagem enfadonha e não significativa de seus conceitos.

Por meio dessas observações, e com o objetivo de tornar as aulas menos expositivas, propomos neste trabalho uma sequência didática de atividades que proporcione maior interação, contextualidade e apropriação dos conceitos de Geometria, particularmente no que diz respeito à relação entre a variação da razão de semelhança de medidas lineares e de áreas, e de medidas lineares e de volumes de paralelepípedos. Essa sequência didática será aplicada no nono ano do Ensino Fundamental de modo a realizar um teste e verificar a necessidade de alterações e obter uma validação interna segundo o viés da Engenharia Didática.

Abaixo uma breve descrição dos capítulos:

No Capítulo 1 justificamos a presença da Geometria e do estudo da semelhança no Ensino Fundamental. Realizamos uma análise de como ela vem sendo ensinada e seus efeitos sobre a relação ensino aprendizagem, justificando o ponto de partida para criarmos uma intervenção que favoreça uma aprendizagem mais significativa.

No Capítulo 2 descrevemos as "Folhas de Atividades" idealizadas, a intenção pedagógica de seus itens e a metodologia empregada na construção do produto didático. Também prevemos possíveis respostas e dificuldades na sua aplicação.

No Capítulo 3 descrevemos a aplicação da proposta didática, como ela foi ministrada, de que forma se deu a participação dos estudantes, quantidade de alunos, as respostas apresentadas, e que tipo de material pôde ser coletado para análise posterior.

Finalmente, no Capítulo 4 buscamos analisar as produções dos estudantes e os resultados obtidos, comparando-se aquilo que foi inicialmente pensado com aquilo que pode ser observado, a fim de propor modificações no produto didático. Relatamos as hipóteses consideradas válidas e sugerimos modificações para as que não foram consideradas válidas, culminando numa versão final do produto didático.

Capítulo 1 – O ensino da Geometria

Iniciamos esse capítulo abordando a relevância da Geometria no ensino de Matemática e de sua aprendizagem. Discorremos sobre a importância desta no Ensino Fundamental com foco no estudo da semelhança, e como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) sugerem seu tratamento. Em seguida, analisamos como alguns livros didáticos e o Caderno do Aluno proposto pela Secretaria Estadual de Educação do Estado de São Paulo tratam o ensino-aprendizagem de semelhança, e constatamos as dificuldades no que se refere ao aprendizado dos alunos e a nossa prática docente.

1.1 A importância da Geometria no Ensino de Matemática

Segundo o Currículo do Estado de São Paulo existe um acordo tácito de que os adultos necessitam de Matemática em suas ações como consumidores, como cidadãos conscientes e autônomos, e que a Matemática é um recurso imprescindível para uma expressão rica, uma argumentação correta, um enfrentamento assertivo de situações problemas de nosso cotidiano, de desenvolvimento do raciocínio lógico e da análise racional, além de ser instrumento que capacita para abstrair, imaginar, considerar novas perspectivas, potencializar para se conceber o que ainda não existe. Tais pressupostos estão intrinsecamente relacionados à Geometria.

Conforme literatura da história da Matemática, a origem da Geometria remota a 3500 a.C.. Surgiu em virtude das necessidades cotidianas de se deixar a vida nômade para se fixar em um lugar específico e viver do cultivo da terra, e teve, segundo Eves (1997, p 56), desenvolvimento no antigo oriente com vistas à exploração, localização, dimensionamento, a representação de ambientes, todos problemas de necessidades práticas que se caracterizavam por problemas geométricos resolvidos de modo empírico e sem que houvesse preocupação com formalidades teóricas.

> O período de 3000 a.C. a 525 a.C. testemunhou o nascimento de uma nova civilização humana cuja centelha foi uma revolução agrícola. Novas sociedades baseadas na economia agrícola emergiram da Névoa da Idade da Pedra nos vales dos rios Nilo, Amarelo, Indo, Tigre e Eufrates. Esses povos criaram escritas; trabalharam metais; construíram cidades; desenvolveram empiricamente a Matemática básica da agrimensura.

Também hoje nos deparamos com problemas geométricos, seja para a simples determinação da forma de um objeto ou a simetria envolvida na confecção de um tecido para um tapete, seja para a otimização do volume de uma embalagem de um determinado produto para se colocar no competitivo mercado. Isso ressalta a Geometria como importante articulador nas funções desejadas para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Ainda, segundo Lopes (2005 p. 81): “o domínio dos conceitos geométricos básicos como formas, medidas de comprimento, áreas e volumes - é essencial para a integração de um indivíduo à vida moderna”, intensificando o caráter prático, muitas vezes desejado pelos alunos, no questionamento pragmático dos conteúdos matemáticos.

Nesse sentido, estando a Geometria conforme cita Lorenzato (1995, p5) em toda parte,

> A Geometria está em toda parte..., mas é preciso conseguir enxergá-la.., mesmo não querendo, lida-se no cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área e volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso do lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente se está envolvido com a Geometria.

pode-se e deve-se utilizá-la como meio de contextualização ou apoio no ensino e aprendizagem dos diversos campos da matemática, como aritmética, álgebra, tratamento da informação e outras disciplinas como Geografia, Física, História entre outras. Vale ressaltar aqui o que os PCN (BRASIL, 1998, p. 51) relatam:

> O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.

Também com relação ao desenvolvimento do raciocino lógico, ou da capacidade de argumentação assertiva consideradas como funções a serem desempenhadas pelo ensino de Matemática, a Geometria pode contribuir de forma expressiva, generosa e única. Basta lembrar que esta é o berço dos sistemas axiomáticos modernos.

Segundo Paterlini (2013):

> Uma maneira de descrever a Geometria é dizer que ela tem como meta criar objetos abstratos para representação das formas do espaço circundante e estudar relações desses objetos entre si e com os números. Além disso, como disciplina da Matemática, a Geometria participa de seus métodos, e sua estruturação lógico-dedutiva constitui, na atualidade, a principal forma de organização e auto verificação de suas proposições**.**

Conforme relata Veronese (2009, p 115), pesquisas mostram – Pirola (2003), Lorenzatto (1995), Pavanello (1989), Lindiquist (1994) - que o ensino do conteúdo matemático que envolve o estudo de figuras planas e espaciais - a Geometria - é um campo privilegiado para o estímulo dos raciocínios lógico, dedutivo, e argumentativo. Ainda segundo Veronese (2009, p 116):

> As oportunidades oferecidas para a Resolução de Problemas do ponto de vista geométrico pode proporcionar ao aluno o desenvolvimento mental necessário à busca de soluções, e isso implica ações como a escolha da melhor estratégia, de testes e da validação das hipóteses por ele levantadas, sua maneira de perceber e representar, assim como a linguagem utilizada para a comunicação de ideias e descobertas.

E todo esse processo (desafios, ações e implicações da resolução de problemas geométricos) tem papel definido no ensino da Matemática.

1.2 O Ensino de Geometria nos 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental.

Os PCN de Matemática apontam a resolução de problemas como ponto de partida para os estudos dos conceitos e conteúdos matemáticos. A resolução de problemas não deve ocorrer de modo paralelo, mas sim ser o orientador da aprendizagem, de modo a evitar a mera aplicação de fórmulas ou procedimentos mecânicos. Segundo os PCN, (BRASIL, 1998, p. 40):

> A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

Nessa perspectiva, e com vistas a garantir o protagonismo do aluno na construção de sua aprendizagem, na qual, dentre as vária facetas do papel do professor está a de organizador, facilitador e mediador no processo de ensino-aprendizagem, os PCN de Matemática propoem que o estudo da Geometria tenha como ação inicial a manipulação, construção e observação de modo a estabelecer conjecturas e identificação das propriedades das figuras. Sugere também a exploração de atividades de transformação, rotação, translação das figuras geométricas de modo a favorecer o desenvolvimento da percepção espacial, e congruência de figuras planas.

Os PCN consideram também que os conteúdos geométricos sejam oportunos para o desenvolvimento do raciocínio lógico e argumentativo, promovendo de forma gradativa a assimilação da lógica formal e demonstrações matemáticas, sem, sobretudo, se desvincular das atividades de experimentação empírica, as quais permitem ampliar o grau de compreensão dos conceitos envolvidos.

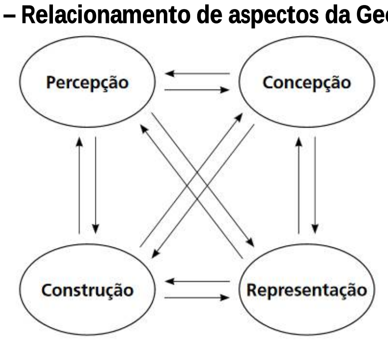
Ainda no que tange à semelhança, conceito abordado no presente trabalho, relata ser fundamental o trabalho de ampliação e redução de figuras na construção da noção de semelhança nas figuras planas, e que tal conceito é proveitoso para estabelecer conexões com outros conteúdos da matemática, como razões e proporções, propriedades das figuras, medidas, bem como com outras disciplinas (artes, educação-física, ciências, geografia), tendo como sugestão de orientação didática as relações de medidas de áreas e volumes de uma figura e de outra, que é resultado de sua ampliação (redução).

1.3 O Ensino de Geometria proposto pelo Currículo do Estado de São Paulo

Para caracterizar o processo de ensino-aprendizagem da Geometria proposto pelo Currículo da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo, devemos observar que este apresenta a Matemática como um sistema primário de expressão, que deve articular-se permanentemente com todas as formas de expressão, e cujos conteúdos são abordados como “Tratamento da informação”, tendo em vista a transformação de suas informações em conhecimento sendo, portanto, meios para o desenvolvimento de competências, como capacidade de expressão pessoal, de compreensão de fenômenos, de argumentação consistente, entre outras.

Nessa perspectiva a Geometria é considerada um bloco temático, que apresenta a percepção, a concepção, a construção e a representação como aspectos que se relacionam permanentemente na caracterização do espaço e que, portanto devem ser mutuamente fortalecidos por meio de atividades integradoras para uma efetiva situação de ensino.

Figura 1 – Relacionamento de aspectos da Geometria.



Fonte: Currículo do Estado de São Paulo Matemática, 2010, p. 42.

1.4 O Ensino de Geometria segundo alguns livros didáticos

Neste tópico faremos uma breve análise dos livros didáticos “Matemática e Realidade” dos autores Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado, “Matemática” de Luiz Roberto Dante, e “Praticando Matemática” de Álvaro Andrini e Maria José

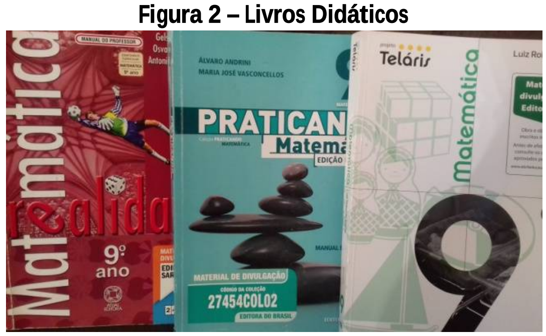
Vasconcellos, com enfoque no estudo da semelhança presente nos volumes referentes ao 9º Ano.

No livro “Matemática e Realidade”, segundo notas do próprio autor, os conceitos são introduzidos a partir de exemplos concretos e as propriedades são quase sempre deduzidas em linguagem coloquial e enunciadas a posteriori, evitando-se as definições formais. Os exercícios buscam a assimilação de tais conceitos e propriedades, sem, contudo negligenciar as técnicas de cálculo. O conceito de objetos/figuras semelhantes é apresentado de modo informal, sendo considerados semelhantes objetos que apresentam para segmentos homólogos uma razão constante. Não há referências à congruência entre os ângulos correspondentes dos objetos considerados, ocorrendo, porém, na particularização do caso de semelhança entre triângulos, estabelecendo então o conceito que dois triângulos são semelhantes quando têm os ângulos correspondentes congruentes **e** (nosso grifo) os lados homólogos proporcionais (Iezzi, 2009, p 109). Os exercícios pedem a construção de figuras semelhantes usando o método da homotetia apenas pelo relato dos procedimentos a serem seguidos, propõe a utilização de papel quadriculado na ampliação de figuras dadas, promove a determinação de medidas de segmentos de triângulos por meio da definição de semelhança de triângulos, sem nenhuma exemplificação, solicita que se mostre que a razão de semelhança de dois triângulos é mantida na relação entre seus perímetros, contudo não há referências para áreas e nenhum objeto espacial. O estudo da semelhança é posteriormente utilizado na condução das deduções do Teorema fundamental da Semelhança de triângulos, das métricas do triângulo retângulo e do Teorema de Pitágoras.

No livro “Matemática” do projeto Teláris, de Luiz Roberto Dante, não há referências específicas quanto ao ensino de Geometria, no entanto relata práticas educativas bem sucedidas segundo pesquisadores em Educação Matemática, que segundo autor devem ser princípios norteadores do ensino de Matemática, entre os quais considera a Matemática como importante ferramenta da sociedade moderna, e que se apresenta em permanente evolução. Propõe a diminuição entre a Matemática da Escola e a Matemática da vida, e o desenvolvimento da comunicação por meio da Matemática. Considera ainda que aprender Matemática é aprender a resolver problemas e que o papel do professor é o de orientador, incentivador da aprendizagem. Com relação ao ensino e aprendizagem de Semelhança, toma-o como noção fundamental da Matemática, atribuindo aplicabilidade na resolução de inúmeros problemas do cotidiano; introduz tal estudo pelos processos de ampliação e redução de figuras, utilizando apenas a malha quadriculada na resolução dos exercícios; relata o uso e a praticidade do computador nesse processo e sua superação dos pantógrafos; apresenta em seguida a definição de semelhança entre polígonos, e a verificação de tal conceito em exercícios nos quais constam as medidas dos polígonos a serem comparados, utilizando-se do mesmo recurso para verificar a razão entre os perímetros e áreas de polígonos semelhantes; particulariza o estudo da semelhança para triângulos e seus casos de semelhança com alguns problemas que visam determinar distâncias inacessíveis. Aborda as transformações geométricas no plano, considerando entre elas a homotetia na qual serve de processo para construção de figuras semelhantes.

Para os autores de “Praticando Matemática”, a Geometria não se deve apresentar como conteúdo isolado, mas como ferramenta que auxilia e fundamenta o desenvolvimento de conceitos da Matemática; relatam que as atividades de Geometria estão relacionadas com práticas de observação e construção, valorizando sempre sua conexão com outros campos do conhecimento e com a vida prática; trabalham definições, conceitos e propriedades geométricas de modo gradual e acumulativo, por meio de textos acessíveis e atividades diversificadas, com destaque para valorização da prática com material de desenho. Da mesma forma que o livro anterior, o conceito de semelhança é introduzido a partir da ideia de ampliação e redução de figuras, com utilização da malha quadriculada, definição de semelhança de polígonos, por meio da visualização de cubos e blocos retangulares no plano propõe uma sutil extensão do conceito de semelhança para formas espaciais; em seguida particulariza-se a semelhança de polígonos para triângulos, com destaque da demonstração do caso de semelhança de triângulos para o caso AA por meio do teorema de Tales, finalizando com exercícios e problemas de semelhança de triângulos para medidas desconhecidas ou inacessíveis.

Figura 2 – Livros Didáticos



Fonte: Elaborada pelo autor

A Geometria contribui significativamente na compreensão dos conceitos matemáticos, das formas e espaço ao nosso redor, na capacidade de argumentar e no desenvolvimento do raciocínio lógico e abstrato e por consequência da autonomia de vida de nossos educandos. No entanto, percebemos grande dificuldade dos estudantes em se apropriar e relacionar tais conceitos em seu cotidiano. Nos livros didáticos, embora, segundo seus autores, busquem estabelecer a assimilação dos conceitos a partir de exemplos concretos, promovendo a diminuição da distância da Matemática da Escola com a Matemática da vida, notamos poucas oportunidades para que os alunos possam desenvolver essa relação, e de interação com as propriedades geométricas de modo a se apropriarem de modo efetivo e significativo em sua realidade. Tal fato nos motivou a elaborar um produto didático que por meio de uma atividade contextualizada viesse a auxiliar o professor na superação dessa dificuldade.

Tendo como válidos os pressupostos da Engenharia Didática, conforme Alalmouload e Coutinho (2008), podemos observar neste capítulo a realização da primeira fase da Engenharia Didática, conhecida como análise prévia, que tem como característica a análise de como tradicionalmente vem sendo ensinado o tema escolhido, para propor uma ação de modo a melhorar a aula usual. No capítulo seguinte, realizamos a fase de concepção e analise a priori de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas em sala de aula, na qual descrevemos nossas atividades prevendo possíveis comportamentos e intervenções.

Capítulo 2 – A Sequência Didática

Iniciamos este capítulo abordando os principais aspectos metodológicos que embasam nossa sequência didática: a resolução de situações problemas e o material manipulativo. Em seguida descrevemos nossas folhas de atividades, bem como os resultados esperados pela sua aplicação.

2.1 Descrição da Proposta

Os PCN estabeleceram a resolução de problemas como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Cabe ressaltar que uma situação-problema não deve ser vista como uma simples aplicação de conceitos, mas uma oportunidade para no desenvolvimento das estratégias de como solucionar a questão imposta, proporcionar a exploração e apropriação dos conceitos abordados. Segundo Dante (2003, p. 20):

> “situações-problema são problemas de aplicação que retratam situações reais do dia-a-dia e que exigem o uso da Matemática para serem resolvidos... Através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações, etc. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a Matemática, desde que a resposta se relacione a algo que desperte interesse”.

Desta forma, ao buscar solucionar o problema, cuja construção da solução demandará a realização de uma sequência de ações e operações, como fazer tentativas, formular hipóteses, comparar seus resultados com os de outros alunos e validar seus procedimentos, entre outras, promoverá de modo consciente e significativo a aprendizagem dos conceitos, técnicas e linguagem matemática.

Tal metodologia exigirá do professor que faça as devidas intervenções, tornando-se um mediador entre os estudantes e aquilo que deve ser aprendido, partindo do pressuposto que quanto mais descobrirem por si, ou seja, sem sua intervenção, mais significativa será a aprendizagem. Segundo Polya (1985): “*Para aprender eficazmente, o aluno deve descobrir, por si só, uma parte tão grande da matéria ensinada quanto possível, dadas as circunstâncias*". Polya afirma também que *“O aparecimento de dúvidas por meio dos estudantes é comum e o professor deve instigar pensamentos que poderiam ser elaboradas pelos próprios alunos, evitando fornecer pedaços de soluções que não tenham relação com que se passa na mente do aluno”*.

Outro fator favorável à aprendizagem dos alunos, principalmente no que tange os conceitos matemáticos, é a exploração de material manipulável. Lorenzato (2006) define material didático como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem” (LORENZATO, 2006, p. 18), os quais, segundo o mesmo autor, podem desempenhar várias funções como apresentar um assunto, motivar os alunos, auxiliar a memorização dos resultados e facilitar a redescoberta.

Para Turrioni e Perez (2006), conforme relato de Rodrigues e Gazire (2012, p. 191), o material concreto é fundamental para o ensino experimental, uma vez que “facilita a observação, análise, desenvolve o raciocínio lógico e crítico, sendo excelente para auxiliar o aluno na construção dos seus conhecimentos”. (TURRIONI; PEREZ, 2006, p. 61)

No entanto, conforme descrito por Rodrigues e Gazire (2012, p 192), como salienta Lorenzato:

> [...] convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o MD pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático. (LORENZATO, 2006, p. 21).

Dessa forma, o agir do professor deve também abranger a mediação entre os estudantes e o material didático de modo a estabelecer, por meio dessas interações, reflexões que conduzam o aluno a relacionar, analisar e passar do concreto ao abstrato, se apropriando de modo significativo dos conceitos explorados.

Partindo-se de tais pressupostos elaboramos uma proposta didática para o estudo de Geometria que contemple o ensino de semelhança de modo diferente do tradicionalmente realizado ou trabalhado apenas com o livro didático. Para isso confeccionamos folhas de atividades com questões norteadoras, com o propósito de favorecer a autonomia dos estudantes.

2.3 Folhas de Atividades

Tendo o objetivo de proporcionar uma aprendizagem significativa sobre os conceitos de semelhança, em particular na relação de proporcionalidade existente na variação entre as medidas lineares e de áreas e de volumes, produzimos folhas de atividades que utilizam a metodologia de resolução de problemas em situações concretas.

As folhas de atividades apresentam textos explicativos e questões norteadoras, expressam definições e exemplos de utilização de determinada técnica, buscam diminuir a dependência dos estudantes com relação ao professor e propiciam a generalização de conceitos e interação com material manipulativo. É recomendada sua aplicação em pequenos grupos para promover a discussão e verificação dos conceitos e cálculos e, por consequência, a validação de seus pensamentos e argumentações, além do trabalho em equipe. Sugere-se também o uso de calculadoras para familiarização de sua notação bem como verificação e celeridade nos cálculos.

Reiteramos alguns fatores importantes, presentes na elaboração das folhas de atividades, que em geral não são observados nos materiais e livros didáticos utilizados nas escolas:

- Utilização da metodologia de ensino através de resolução de problemas;
- Utilização de material didático manipulativo;
- Integração entre o relacionamento de grandezas e medidas com conceitos geométricos e de proporcionalidade;
- Consideração da Geometria espacial na abordagem dos conceitos geométricos, tendo-os inclusive como ponto de partida;
- Familiarização dos estudantes com os termos e linguagem específica empregada para o estudo do tema proposto;
- Contextualização do problema empregado e motivação dos estudantes em buscar solucioná-lo;
- Atividades e textos desenvolvidos de modo a proporcionar pouca interferência do professor;
- Valorização do raciocínio e utilização dos instrumentos de medida.

Foram planejadas quatro folhas de atividades que se relacionam em uma sequência didática onde a anterior corresponde ao ponto de partida para exploração das atividades propostas na próxima folha.

As folhas de atividades, além de promover uma aprendizagem consistente do tema explorado, visam contribuir para a aplicação dos conhecimentos adquiridos em situações novas ou de diferentes contextos.

2.4 Detalhando as Folhas de Atividades

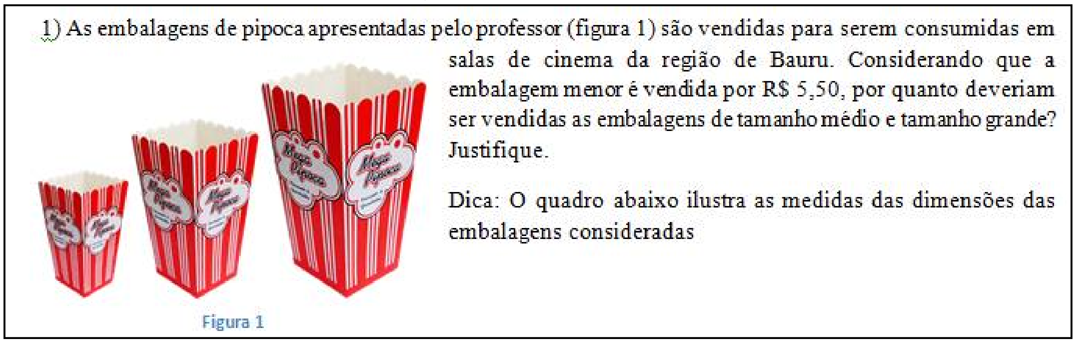
Descreveremos a seguir as atividades propostas em nosso produto didático, expressando os objetivos pretendidos, os resultados esperados e pré-requisitos necessários. Sugerimos que esta atividade seja desenvolvida após revisão do cálculo de áreas e volumes, determinação de razões entre segmentos e manuseio de instrumentos de medida, como régua, e de instrumentos de cálculo como, calculadoras. As folhas de atividades completas estão no apêndice A.

2.4.1 Folha de Atividades I

A folha de Atividades I apresenta o problema central da sequência didática, desencadeador das ações e que remeterá ao estudo do conceito de semelhança, visto na figura 3.

Esperamos que o problema seja motivador, cause curiosidade, interesse e que seja do contexto dos alunos, uma vez que trata de embalagens de pipoca encontradas nos cinemas de nossa região.

Figura 3 – Problema Inicial


1) As embalagens de pipoca apresentadas pelo professor (figura 1) são vendidas para serem consumidas em salas de cinema da região de Bauru. Considerando que a embalagem menor é vendida por R$ 5,50, por quanto deveriam ser vendidas as embalagens de tamanho médio e tamanho grande? Justifique.

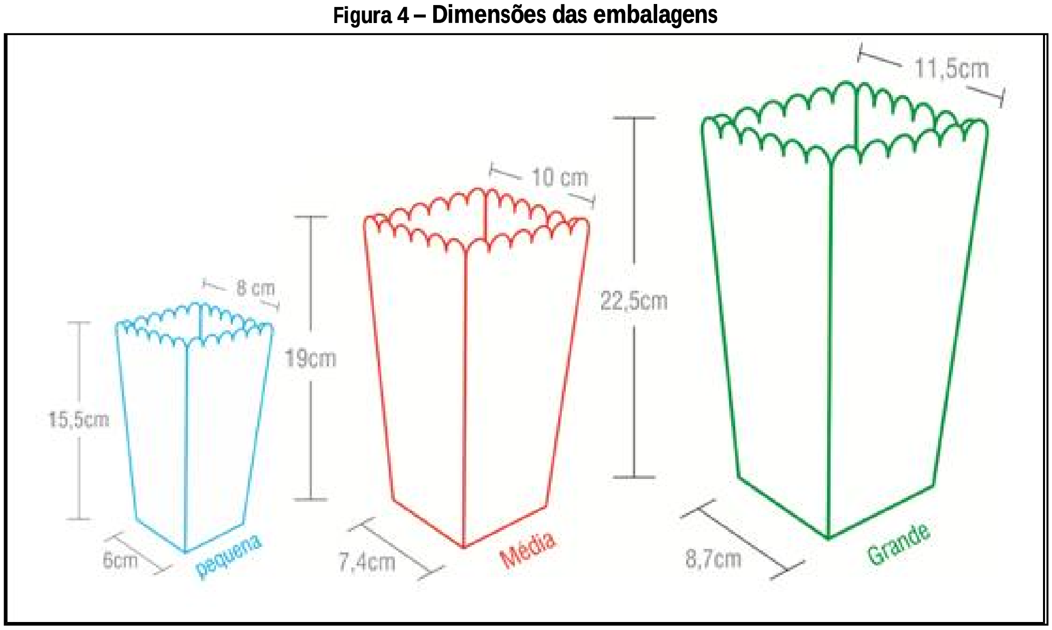
Dica: O quadro abaixo ilustra as medidas das dimensões das embalagens consideradas

Figura 1

Fonte: Elaborada pelo autor

A atividade foi planejada para 20 minutos e desenvolvida de modo individual. Sugere-se a disponibilização das embalagens de pipoca para observação e manipulação dos estudantes. A figura 4 ilustra o quadro pertencente à referida folha que expressa as dimensões das embalagens indicadas no problema.

Figura 4 – Dimensões das embalagens



Fonte: Elaborada pelo autor

Nota-se que as embalagens são troncos de pirâmides de base quadrada, poliedros ainda não estudados no 9º ano do Ensino Fundamental, e que, portanto, trará dificuldades para determinação de seu volume.

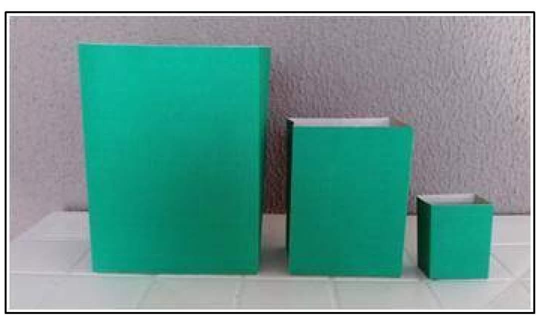
Neste primeiro contato deseja-se despertar e aguçar a curiosidade dos alunos com vistas a buscarem estratégias para solução do problema. Somos levados a pensar que estabelecerão associações entre o preço e o tamanho da caixa tendo as medidas da embalagem pequena como referência. Contudo esperamos dificuldades nesse relacionamento uma vez que a razão de semelhança entre as medidas não são valores inteiros, o que certamente acarretará em palpites, valores equivocados ou em branco.

2.4.2 Folha de Atividades II

As atividades descritas a seguir deverão ser desenvolvidas em pequenos grupos, com programação de duas aulas de 50 minutos.

Para a realização das atividades será necessário a confecção de paralelepípedos sem uma de suas faces, com dimensões 4 cm x 6 cm x 8 cm, que será identificada no texto como embalagem pequena, 8 cm x 12 cm x 16 cm, identificada como embalagem de tamanho médio, e 12 cm x 18 cm x 24 cm, embalagem de tamanho grande. Esses paralelepípedos formarão um conjunto de embalagens a serem distribuídas a cada grupo, conforme figura 5.

Figura 5 – Poliedros representando as embalagens de pipoca



Fonte: Elaborada pelo autor

Faz–se necessário também 500 g de pipoca para preenchimento da embalagem de tamanho grande, para posterior comparação. Imaginamos que a primeira questão da folha de atividades, figura 6, não apresentará dificuldades por se tratar de realizações de simples medidas das arestas dos paralelepípedos e do cálculo da área de sua base e volume. Nas medidas das arestas dos poliedros podem ocorrer pequenas discrepâncias em comparação com os valores acima citados, sendo necessário orientar os alunos a arredondar os valores para a ordem das unidades inteiras mais próximas.

Figura 6 – Questão 1 Folha de Atividades II

1) Vamos considerar os paralelepípedos sem tampa disponibilizados pelo professor como objetos semelhantes as embalagens de pipocas observadas na folha de atividades I, com o auxilio de uma régua meça as dimensões dos paralelepípedos e complete as tabelas abaixo:

Embalagem	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)
Pequena			
Média			
Grande			

Embalagem	Área da base (cm^2)	Volume (cm^3)
Pequena		
Média		
Grande		

Fonte: Elaborada pelo autor

Na segunda e terceira questão da folha de Atividades II, buscamos levar os alunos a observarem e constatarem as razões de ampliação ocorrida entre as medidas das arestas e as medidas da área da base, com a finalidade de compararem os resultados obtidos e, por meio de um raciocínio dedutivo, notar que a razão de semelhança das áreas foi elevada ao quadrado em comparação com a razão de semelhança das arestas, conforme figura 7.

Figura 7 – Questões 1 e 2 da folha de Atividades II

2) Em comparação com a embalagem pequena quantas vezes a medida da aresta (comprimento, largura ou altura) da embalagem de tamanho médio é maior? Quantas vezes a área da base da embalagem média é maior?

3) Em comparação com a embalagem pequena quantas vezes a medida da aresta (comprimento, largura ou altura) da embalagem grande é maior? Quantas vezes a área da base da embalagem de tamanho grande é maior?

Fonte: Elaborada pelo autor

As respostas para a segunda questão são o dobro, ou seja, as medidas das arestas da embalagem de tamanho médio correspondem ao dobro da pequena enquanto a área é $2^2 = 4$ vezes maior. E as respostas da terceira questão são o triplo para as medidas das arestas e 9 vezes maior para a razão das áreas.

Para que a observação “medidas de área sofram uma variação quadrática de seu fator de semelhança” não passe despercebido pelos estudantes e possibilite a sua indagação com vias de generalização, incluímos o quadro *Para você pensar* a seguir:

Figura 8 – Quadro Para você pensar

Para você pensar: Se aumentarmos k vezes a medida da aresta, será que existe uma expressão em função de k para determinar o quanto a área da base irá aumentar? Será que o mesmo vale se diminuirmos k vezes a medida da aresta?

Fonte: Elaborada pelo autor

Na quarta questão, figura 9, pretende-se que os alunos em grupo possam determinar experimentalmente quantas vezes o volume das embalagens média e grande são maiores do que o da embalagem pequena, e através dessa observação estabelecer uma relação entre o volume das embalagens e o preço a ser pago.

Figura 9 – Questão 4 da Folha de Atividades II

4) Tomando a embalagem pequena como unidade de medida preencha as embalagens (paralelepípedos) de tamanho médio e grande com as pipocas disponibilizadas pelo professor. Quantas vezes o volume da embalagem média é maior que a embalagem pequena? E quantas vezes o volume da embalagem grande é maior que a embalagem pequena? E por quanto deveriam ser vendidas as embalagens de tamanho médio e grande?

Fonte: Elaborada pelo autor

Indicamos como respostas para a quarta questão a obtenção de que são necessárias 8 quantidades iguais à da embalagem menor para completar a embalagem média e 27 quantidades para completar a embalagem maior, logo os preços a serem determinados para as embalagens média e grande serão, respectivamente, 8 e 27 vezes maior do que o da embalagem pequena.

Nas questões 5 e 6 ilustradas na figura 10, espera-se que os estudantes possam determinar sem dificuldades, por meio de uma razão das medidas registradas na questão 1, ou realizando-se novamente a medição, o quanto a medidas das arestas das embalagens de tamanho médio e grande são maiores do que as da embalagem pequena, e também o quanto o volume das embalagens média e grande são maiores do que o volume da embalagem menor, e a partir desses dados deduzirem uma relação entre variação linear das medidas e a variação volumétrica (cúbica), além de verificar a proximidade dos resultados obtidos para o volume de modo experimental (quarta questão) e os obtidos por meio do cálculo.

A solução esperada para a 5ª questão é que a medida da aresta da embalagem média é duas vezes maior, enquanto seu volume foi 8 vezes maior. Já para a questão 6 temos como resposta o triplo da medida para o valor da aresta e 27 vezes maior para o valor do volume.

Figura 10– Questões 5 e 6 da Folha de Atividades II

5) Em comparação com a embalagem pequena quantas vezes a medida da aresta (comprimento, largura ou altura) da embalagem de tamanho médio é maior? Quantas vezes o volume base da embalagem média é maior?

6) Em comparação com a embalagem pequena quantas vezes a medida da aresta (comprimento, largura ou altura) da embalagem grande é maior? Quantas vezes o volume da embalagem de tamanho grande é maior?

Fonte: Elaborada pelo autor

Os valores obtidos para as razões encontradas entre as medidas das arestas, da área e do volume das embalagens de tamanho médio e grande quando comparadas com a embalagem menor são sintetizadas na sétima questão, figura 11, novamente com a intenção de caracterizar a variação quadrática e cúbica ocorridas.

Figura 11 – Questão 7 da Folha de Atividades II

7) Tomando as medidas encontradas para a embalagem pequena como referência, complete:

	Razão de ampliação dos lados	Razão entre as áreas da base	Razão entre os volumes
Média			
Grande			

Fonte: Elaborada pelo autor

Novamente, o quadro em destaque *Para você pensar*, figura 12, vem justamente chamar a atenção dos estudantes para que percebam e possam conjecturar uma expressão que relacione a variação na razão de semelhança ocorrida entre medidas lineares e a variação obtida nas medidas volumétricas.

Figura 12 – Quadro para você pensar II

Para você pensar: Se aumentarmos k vezes a medida da aresta, será que existe uma expressão em função de k para determinar o quanto o volume irá aumentar? Será que o mesmo vale se diminuirmos k vezes a medida da aresta?

Fonte: Elaborada pelo autor

Espera-se que desta forma os alunos possam inferir que para um determinado fator de semelhança existente entre dois sólidos o seu volume ficará ampliado ou diminuído do cubo desse valor.

Na oitava questão espera-se que os alunos tenham estabelecido que a área da base e o volume da nova embalagem proposta ficarão respectivamente $(3,5)^2$ e $(3,5)^3$ vezes maior, valores não inteiros e que poderão com o recurso da calculadora ser calculado sem dificuldades.

Figura 13– Questão 8 da Folha de Atividades II

8) Vamos imaginar uma embalagem "Jumbo" cuja razão de ampliação entre ela e a embalagem pequena seja 3,5 vezes maior. Quantas vezes maior será a área da base? E quantas vezes maior será o seu volume quando comparado com a embalagem pequena?

Fonte: Elaborada pelo autor

A questão 9, figura 14, orienta que a determinação dos preços das embalagens de tamanho médio e grande devam ser estabelecidos por meio da comparação de seus volumes com o volume da embalagem pequena, que é R$ 0,50, assim, uma vez que o volume da embalagem média é oito vezes maior que o da embalagem pequena espera-se que os alunos concluam que o preço da embalagem média deve ser oito vezes maior que o preço da embalagem pequena, ou seja, R$ 4,00; da mesma forma que o preço da embalagem maior seja vinte e sete vezes maior, já que o volume é vinte e sete vezes maior do que o da embalagem pequena determinando portanto R$ 13,50.

Figura 14– Questão 9 da Folha de Atividades II

9) Supondo que o preço da embalagem pequena fosse de R$ 0,50 e considerando os valores obtidos com relação ao volume da tabela da questão 7, por quanto deveriam ser vendidas as embalagens de tamanho médio e grande?

Fonte: Elaborada pelo autor

Ao completar a tabela proposta pela décima questão, figura 15, que apresenta um cubo de aresta inicial a, área total inicial b e volume inicial c que foi ampliado de uma razão de semelhança igual a 4, espera-se que o aluno tenha compreendido que o fator de ampliação será mantido para valores lineares como as medidas das arestas, obtendo, portanto 4a; que para a área o fator será elevado ao quadrado, ou seja, $4^2 = 16$ vezes maior determinando 16b; e 64c para o volume uma vez que o fator será elevado ao cubo. Imaginamos ainda que exista a contestação por parte de alguns alunos dos valores a, b e c presentes na tabela quanto a seus respectivos valores numéricos, não tendo a percepção de generalidade existente para o cálculo das medidas e que por meio da reflexão existente dentro de cada grupo, ou pela intervenção do professor, possa ser sanado.

Figura 15 – questão 10 da Folha de Atividades II

10) Um cubo de medidas indicadas na tabela seguinte foi ampliado de uma razão de semelhança igual a quatro, sendo assim complete:

Poliedro	Aresta (cm)	Área total (cm^2)	Volume (cm^3)
Cubo Inicial	a	b	c
Cubo ampliado			

Fonte: Elaborada pelo autor

A partir das atividades desenvolvidas nesta ficha de atividades, deseja-se que os estudantes compreendam, com a menor intervenção possível, que quando ampliamos ou reduzimos um paralelepípedo de um determinado fator (razão de semelhança), sua área (área da base, faces ou área total) ficará ampliada ou reduzida pelo quadrado deste mesmo fator e que seu volume ficará ampliado ou reduzido pelo cubo deste determinado fator. Espera-se também que tenham estabelecido que o valor (preço) a ser calculado para uma determinada embalagem está associado com a capacidade (volume) de tal embalagem quando relacionada a uma unidade tomada como referência.

2.4.3 Folha de Atividades III

A Folha de atividades III também foi idealizada de forma a ser trabalhada em pequenos grupos, na intenção de favorecer o trabalho em equipe e a discussão das ideias.

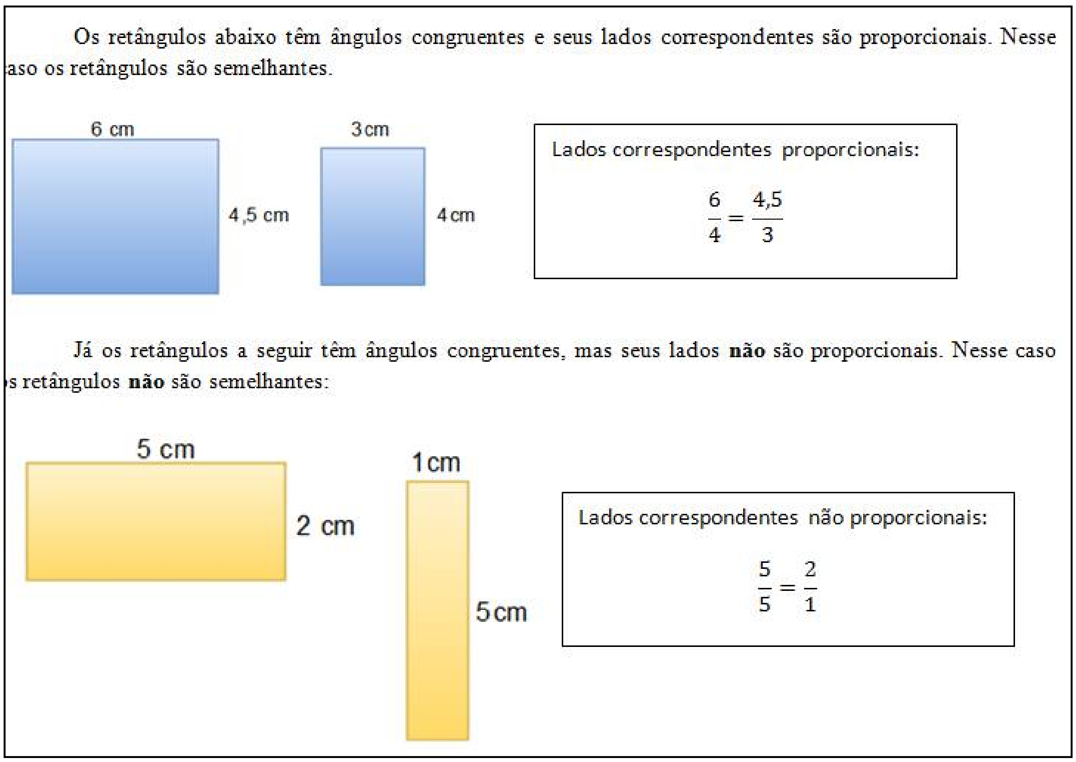
Ela pode ser dividida em duas partes: a primeira, na qual são apresentados os conceitos, definições e exemplos de problema envolvendo a semelhança; a segunda, contendo questões que abordam tais conceitos, na qual destacamos uma questão de múltipla escolha retirada da avaliação externa Saresp.

Para a primeira parte da folha sugere-se que seja feita uma leitura colaborativa, com ênfase na compreensão dos termos congruentes e correspondentes da definição apresentada e verificação/compreensão do estabelecimento de segmentos proporcionais, bem como da propriedade fundamental das proporções.

Iniciamos a Folha de atividades III atentando para a observação de que as embalagens (paralelepípedos) trabalhadas na folha de atividades anterior são ampliações da embalagem menor, caracterizando em seguida as propriedades que as permitem classificá-las como paralelepípedos semelhantes e, diferente do tradicionalmente realizado ou proposto pelos livros didáticos, invertemos o sentido de se caracterizar primeiro a semelhança ou conceitos geométricos em polígonos (figuras planas) para depois estendê-los para sólidos geométricos (figuras tridimensionais).

Como pode ser visto na figura seguinte, buscamos exemplificar a verificação da proporcionalidade que deve ser satisfeita para que possa ocorrer a semelhança entre polígonos.

Figura 16 – Exemplos de Verificação de Semelhança



Fonte: Elaborada pelo autor

Relatamos no texto alguns casos de utilidade do conceito de semelhança, e sintetizamos a constatação de semelhança através do quadro abaixo:

Figura 17-Quadro Síntese da caracterização da semelhança

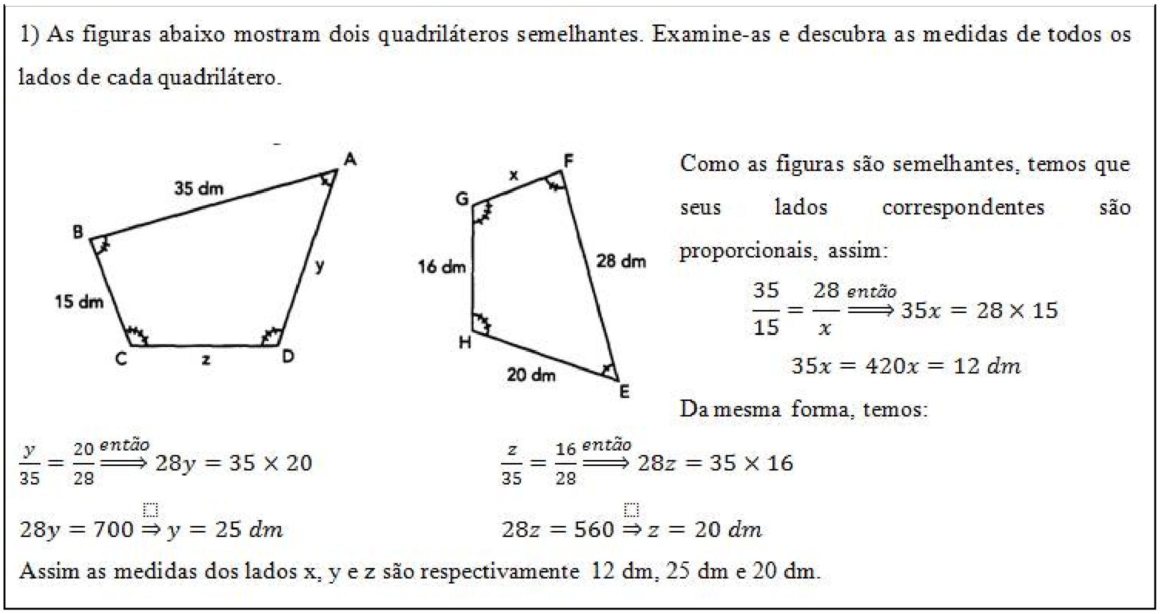
Dizemos que duas figuras são semelhantes quando:

- Todos os ângulos correspondentes têm medidas iguais e
- As medidas dos segmentos correspondentes são proporcionais.

Fonte: Elaborada pelo autor

Como exemplo de aplicação do conceito de semelhança para determinação de valores desconhecidos registrou-se ainda na folha um exemplo, mostrado na figura 18.

Figura 18 – Exemplo de aplicação da Folha de Atividades III


1) As figuras abaixo mostram dois quadriláteros semelhantes. Examine-as e descubra as medidas de todos os lados de cada quadrilátero.

Como as figuras são semelhantes, temos que seus lados correspondentes são proporcionais, assim:

$$\frac{35}{15} = \frac{28}{x} \xRightarrow{então} 35x = 28 \times 15$$

$$35x = 420x = 12\ dm$$

Da mesma forma, temos:

$\frac{y}{35} = \frac{20}{28} \xRightarrow{então} 28y = 35 \times 20$ $\qquad$ $\frac{z}{35} = \frac{16}{28} \xRightarrow{então} 28z = 35 \times 16$

$28y = 700 \Rightarrow y = 25\ dm$ $\qquad$ $28z = 560 \Rightarrow z = 20\ dm$

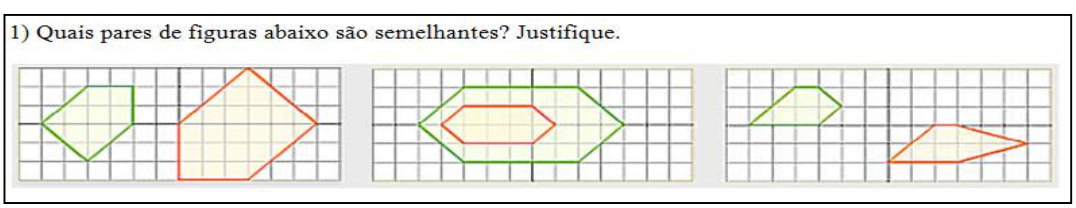
Assim as medidas dos lados x, y e z são respectivamente 12 dm, 25 dm e 20 dm.

Fonte: Elaborada pelo autor

No que consideramos a segunda parte da Folha de Atividades III, buscamos por meio de questões abertas e de múltipla escolha verificar, fixar e aplicar os conceitos sobre semelhança.

Pretendemos por meio da primeira questão, figura 19, que os estudantes sejam capazes de identificar e justificar com o auxilio de uma malha quadriculada o único par de figuras semelhantes, ou seja, o primeiro par, por ser este o único que mantém as formas e as medidas de seus lados correspondentes proporcionais.

Figura 19 – Questão 1 da Folha de Atividades III

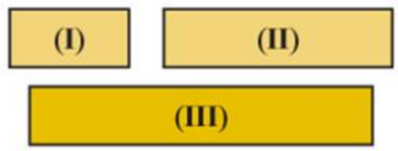

1) Quais pares de figuras abaixo são semelhantes? Justifique.

Fonte: Elaborada pelo autor

A segunda questão, figura 20, foi adaptada do Caderno do Aluno 9° Ano Volume 2 e quer-se constatar se o critério de verificação de semelhança entre retângulos, principalmente no que tange a proporcionalidade de seus lados correspondentes, foi bem assimilado pelos estudantes.

Figura 20 – Questão 2 da Folha de Atividades III

2) Observe nos desenhos que o retângulo (III) tem o triplo da largura de (I), o retângulo (II) tem o dobro da largura de (I) e os três tem a mesma medida de altura.



a) Os ângulos nos três retângulos são correspondentemente congruentes? Por quê?

b) Podemos dizer que um desses retângulos é semelhante a algum outro? Por quê?

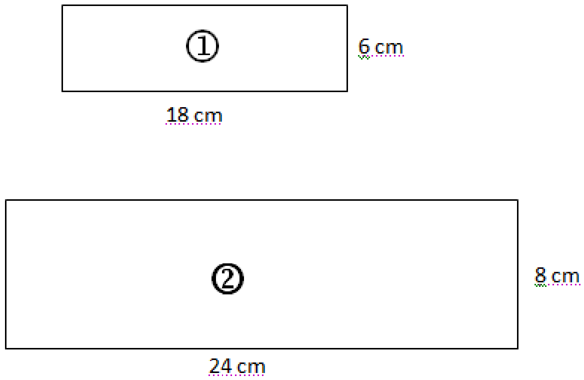
Fonte: Elaborado pelo autor

Esperamos como solução para o item a) o reconhecimento de que todos os ângulos são retos e, portanto congruentes, e para o item b) a constatação de que as figuras não são semelhantes uma vez que as medidas de seus lados correspondentes não são proporcionais.

Enfatizamos com a terceira questão, figura 21, a necessidade de verificação da proporcionalidade dos segmentos correspondentes para conclusão de semelhança de polígonos, bem como o cálculo para determinação de razões. Acreditamos não existir dificuldade na compreensão do enunciado ou na resolução da questão.

Figura 21 – Questão 3 da Folha de Atividades III

3) Observe as figuras abaixo:



a) Qual a razão entre a medida da base do retângulo ① e a medida da base do retângulo ②?

b) Qual a razão entre a medida da altura do retângulo ① e a medida da altura do retângulo ②?

c) Qual a razão entre os perímetros?

d) Esses retângulos são semelhantes?

Fonte: Elaborada pelo autor

A seguir as soluções esperadas para cada item da terceira questão:

a) $r = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

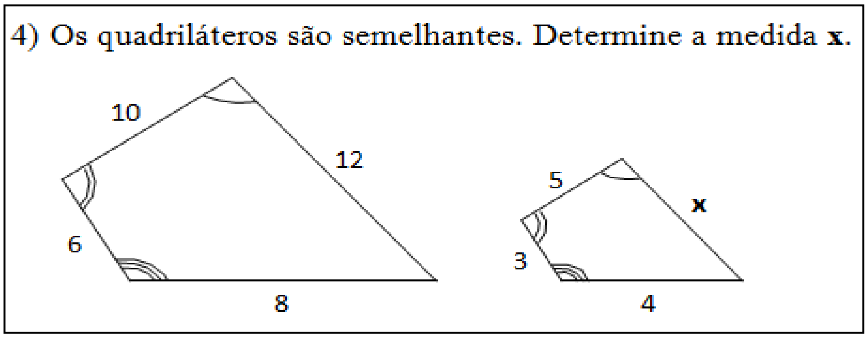
b) $r = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

c) $r = \frac{48}{64} = \frac{3}{4}\ ou\ r = \frac{64}{48} = \frac{4}{3}$

d) Sim, seus ângulos correspondentes são congruentes e seus lados são proporcionais.

Também na quarta questão, acreditamos não existir dificuldades para sua resolução, uma vez que problemas semelhantes já foram abordados nos exemplos de aplicação sobre semelhança e revisto o princípio fundamental da semelhança.

Figura 22 – Questão 4 da Folha de Atividades III



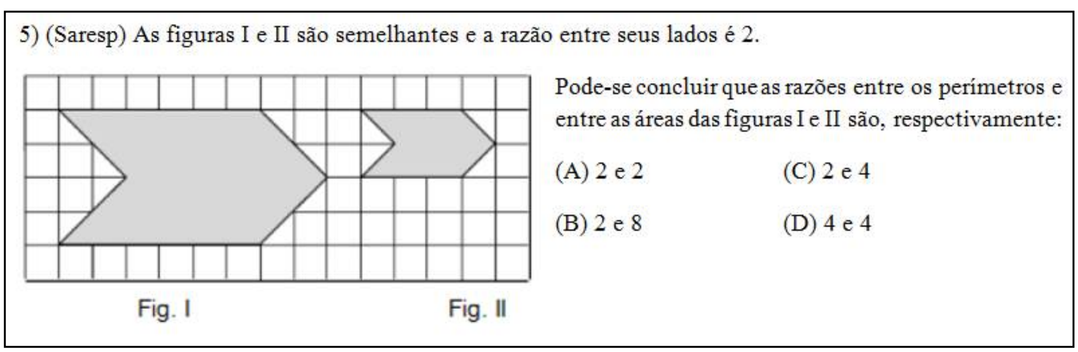
Fonte: Elaborada pelo autor

Resolução da questão 4:

$$\frac{10}{12} = \frac{5}{x} \Rightarrow 10x = 60 \Rightarrow x = 6\,u$$

Terminamos a Folha de Atividades III com uma questão do banco de questões e descritores do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo, na qual verifica a habilidade de reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas:

Figura 23 – Questão 5 da Folha de Atividades IV



Fonte: Elaborada pelo autor

A alternativa (c) é a correta.

Acreditamos que os textos estão claros e de fácil entendimento, que os exemplos e a teoria fornecerão um bom suporte à resolução das questões e que, juntamente com a interação com as folhas de atividades anteriores, proporcionarão uma aprendizagem consistente e confortável do conceito de semelhança.

2.4.4 Folha de Atividades IV

Finalizamos nossa sequência didática com a Folha de Atividades IV, na qual ocorre o retorno a questão inicial da Folha de atividades I. Entendemos que as atividades desenvolvidas até aqui permitirão aos estudantes solucionarem o problema, o que nos possibilitará também avaliar nosso produto didático. Ressaltamos, contudo, que tal avaliação acontece durante todo o processo, seja no envolvimento e na participação, seja na determinação dos cálculos ou nas justificativas e argumentações de suas ações, tendo sempre como finalidade a aprendizagem significativa dos alunos.

Acreditamos que os alunos determinarão o valor das embalagens média e grande sem maiores dificuldades. Desta forma, propomos que ela seja desenvolvida individualmente no intervalo de 20 minutos. Todavia, consideramos apenas as medidas das bases para realização dos cálculos, uma vez que o estudo do volume do tronco de pirâmides (formato das embalagens) realiza-se apenas no Ensino Médio.

Figura 24 – Questão Folha de Atividades IV

1) Vamos retornar ao problema inicial (folha de atividades I). Sabendo que o preço da embalagem menor é vendido por R$ 5,50, por quanto deveriam ser vendidas as embalagens de tamanho médio e tamanho grande? Justifique.

Figura 1

Dica: O quadro abaixo ilustra as medidas das dimensões das embalagens, considere as caixas como paralelepípedos de bases quadradas e **utilize apenas as dimensões da base** para **calcular a razão de semelhança** entre as embalagens. Utilize uma calculadora caso ache necessário.

Fonte: Elaborada pelo autor

Finalmente, a solução para o problema considerado:

Comparando média com pequena:

$$r = \frac{7{,}4}{6} = 1{,}23$$

$$preço = 1{,}23^3 \times 5{,}50 \cong R\$\ 10{,}23$$

Comparando grande com pequena:

$$r = \frac{8{,}7}{6} = 1{,}45$$

$$preço = 1{,}45^3 \times 5{,}50 \cong R\$\ 16{,}76$$

Capítulo 3 – Aplicação e Resultados

Este capítulo consiste da terceira fase da Engenharia Didática, conhecida como experimentação. Nele relatamos como aconteceu a aplicação da sequência didática elaborada e os resultados obtidos. Fazemos também uma breve descrição da escola e da preparação para a atividade desenvolvida.

3.1 Breve descrição da escola e dos alunos participantes do projeto

Localizada na periferia da cidade de Agudos, a Escola Estadual Professor Farid Fayad atende principalmente os alunos do bairro Jardim Cruzeiro e de bairros vizinhos, além de alunos da zona rural. No período matinal são três turmas do Ensino Fundamental (um sexto ano e dois nonos anos) e oito turmas do Ensino Médio (três primeiras séries, três segundas séries e duas terceiras séries). O período vespertino possui apenas alunos do Ensino Fundamental distribuídos em dois sextos anos, dois sétimos anos, três oitavos anos e dois nonos anos. A escola não oferece turmas noturnas, e suas 20 turmas diurnas possuem em média 35 alunos cada. Além das 11 salas de aula, a escola possui um laboratório de informática contando com apenas 5 computadores, uma biblioteca (sala de leitura), uma quadra poliesportiva coberta, uma cozinha, pátio coberto para refeições. Apresenta também em sua configuração administrativa uma secretaria, uma sala para direção, uma sala para coordenação e uma sala para vice-direção. A escola dispõe de um projetor multimídia, uma TV de 19 polegadas, dois notebooks, um aparelho de DVD e uma caixa de som amplificada. Também oferece aos finais de semana atividades como artesanato, danças, práticas esportivas, entre outras, pelo programa escola da Família. O quadro de funcionários da escola é composto por 48 funcionários entre direção, agentes escolares, cozinheiras, auxiliares de limpeza, coordenação e professores. Poucos alunos têm hábito de estudo, e mesmo com a insistência e cobrança dos professores, há bastante resistência com relação à realização das lições de casa.A grande maioria dos alunos do Ensino Médio exercem profissionalmente a função de recuperador de crédito em uma empresa próxima da escola.

A sequência didática proposta neste trabalho foi realizada com uma turma do nono ano do período vespertino, composta por 24 alunos, dos quais grande parte destes estuda nesta escola desde o sexto ano. Dentre os alunos destacamos dois alunos com deficiência intelectual, conhecidos como DIs, que necessitam de atividades adaptativas, fato esse que só veio a conhecimento durante a realização das atividades.

O período de aplicação das folhas de atividades ocorreu nas duas primeiras semanas de março, época da consolidação das turmas, o que acabou por prejudicar a realização das atividades devido à frequência irregular causada por transferências e remanejamentos de alunos para outras turmas.

3.2 Retomada dos Conceitos Prévios e organização da sala de aula

Para que conhecimentos prévios sobre Geometria e Proporcionalidade não fossem um dificultador na realização das atividades propostas nas folhas de atividades, alguns conceitos foram retomados e explorados por meio de exercícios, uma vez que não tinha trabalhado com os estudantes desta turma até então. Assim, durante as duas primeiras semanas de ingresso dos alunos no ano letivo de 2016, foram revisados os conceitos de polígonos, corpos sólidos, poliedros e seus elementos, além de cálculos de área, volume, perímetro, razão entre segmentos e proporcionalidade direta, bem como a utilização de régua e calculadora.

A atividade foi desenvolvida com o 9º ano C durante seis aulas de 50 minutos, distribuídas em quatro dias de duas semanas diferentes, o que contribuiu de certo modo para a frequência irregular de alguns alunos.

Os alunos realizaram individualmente as Folha de Atividades I e IV, e foram divididos em pequenos grupos para a realização das Folhas de Atividade II e III. A formação dos grupos ficou a critério dos alunos, que se agruparam em sua maioria por afinidade.

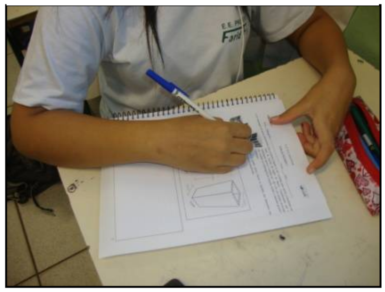
3.3 Resultados

Nesta seção descreveremos as respostas obtidas e os fatos ocorridos no momento da aplicação.

3.3.1 Folha de Atividades I

A atividade transcorreu de modo satisfatório. A maioria dos alunos sugeriu um valor para o preço de venda das embalagens, procurando estabelecer uma justificativa baseada no tamanho (medidas) e quantidade (volume). Alguns estudantes comentaram que a embalagem menor deveria ser R$ 7,50 e a maior R$ 10,50, informando ser o preço pago num cinema próximo.

Figura 25 – Aluna respondendo a Folha de Atividades I



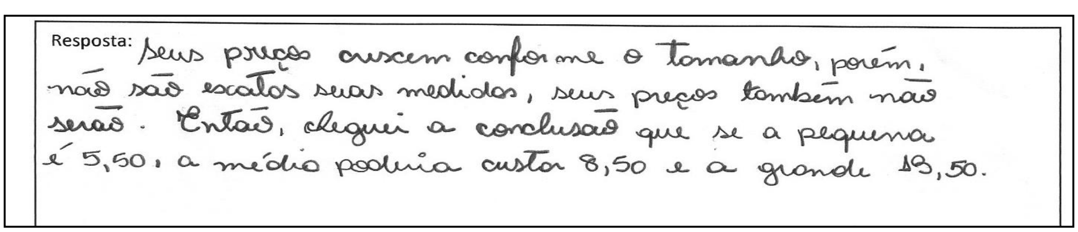
Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 26 – Alunos resolvendo a Folha de Atividades I

Fonte: Elaborada pelo autor

As figuras 27, 28 e 29 relatam as respostas dadas por alguns estudantes ao problema apresentado na Folha de Atividades I.

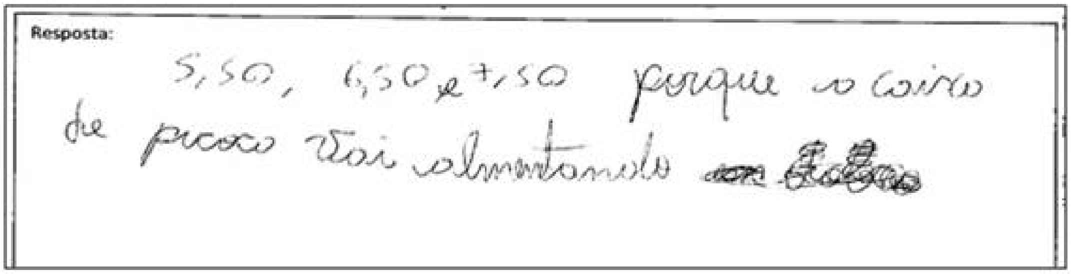
Figura 27 – Resposta dada a questão da folha de Atividades I



Resposta: Seus preços crescem conforme o tamanho, porém, não são escatos suas medidas, seus preços também não serão. Então, cheguei a conclusão que se a pequena é 5,50, a média poderia custar 8,50 e a grande 13,50.

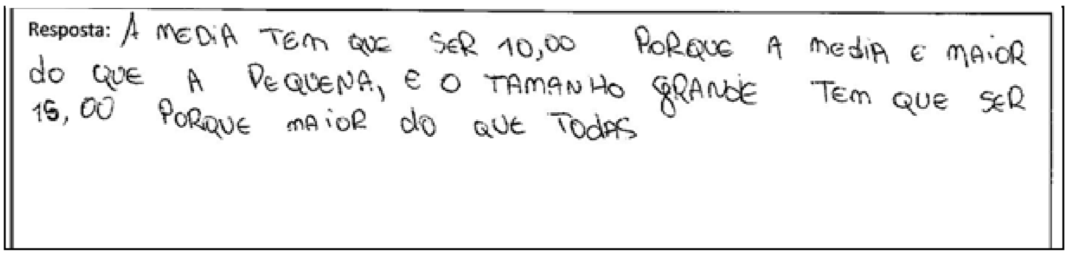
Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 28 – Resposta dada para a questão da folha de Atividades I


Resposta: 5,50, 6,50 e 7,50 porque o cairo de preço vai almentando

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 29 – Resposta dada por um aluno a folha de respostas I


Resposta: A MEDIA TEM QUE SER 10,00 PORQUE A MEDIA E MAIOR DO QUE A PEQUENA, E O TAMANHO GRANDE TEM QUE SER 15,00 PORQUE MAIOR DO QUE TODAS

Fonte: Elaborada pelo autor

Conforme esperado nenhum dos alunos tinham conhecimento de como determinar o preço de venda das embalagens, e o problema trouxe grande curiosidade e discussão.

3.3.2 Folha de Atividades II

Para esta atividade os alunos foram divididos em grupos. Receberam bem as atividades propostas pela folha de atividades. Ficaram curiosos com a presença do balde de pipocas e as embalagens dos paralelepípedos conforme ilustrado nas figuras 30 e 31.

Figura 30 – Paralelepípedos utilizados na Folha de Atividades II

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 31 – Alunos distribuídos em grupos para resolução da Folha de Atividades II

Fonte: Elaborada pelo autor

A primeira questão que solicitava a determinação das medidas das arestas, da área da base e do volume dos paralelepípedos não foi respondida de modo correto por apenas 1 grupo, que obteve apenas as medidas das arestas. Embora insistíssemos para que resolvessem toda a questão, não o fizeram, assim como todas as questões seguintes. Tal grupo apresenta bastante dificuldade e defasagem em sua aprendizagem. O descompromisso com sua aprendizagem foi o fator preponderante para o não desenvolvimento dessa sequência didática.

Figura 32 – Aluno medindo uma Embalagem

Fonte: Elaborada pelo autor

A seguir, figura 33, uma ilustração da resposta correta dada por um grupo para a primeira questão:

Figura 33 – Resposta correta de um grupo a questão 1 da Folha de Atividades II

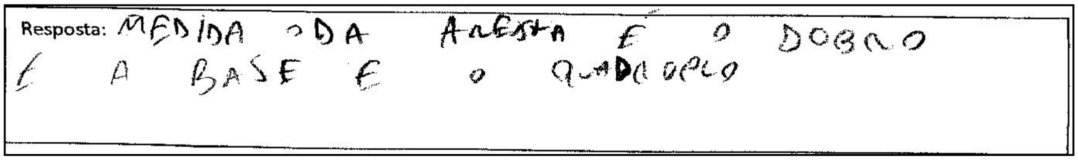
Embalagem	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)
Pequena	6 cm	4 cm	8 cm
Média	12 cm	8 cm	16 cm
Grande	18 cm	12 cm	24 cm

Embalagem	Área da base (cm^2)	Volume (cm^3)
Pequena	48 cm^2	384 cm^3
Média	192 cm^2	3072 cm^3
Grande	432 cm^2	10368 cm^3

Fonte: Elaborada pelo autor

A segunda questão pede para obter quantas vezes a aresta da embalagem média é maior do que a embalagem pequena, e quantas vezes a área da embalagem média é maior do que a pequena. Exceto o grupo mencionado anteriormente, todos os grupos acertaram.

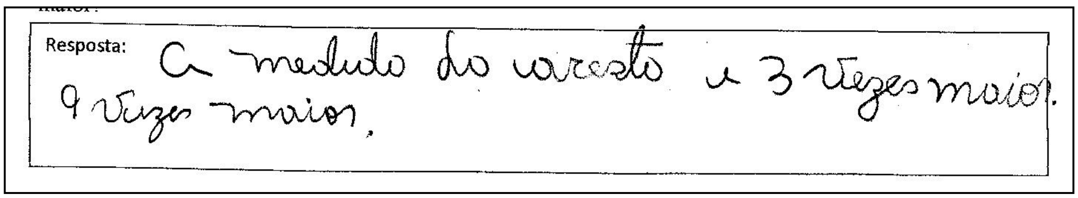
Figura 34 – Resposta correta de um grupo a questão 2 da Folha de Atividades II


Resposta: MEDIDA DA ARESTA É O DOBRO
E A BASE É O QUADRUPLO

Fonte: Elaborada pelo autor

A terceira questão pede também que se comparem as medidas relacionadas na questão anterior, porém entre a embalagem de tamanho grande e a embalagem de tamanho pequeno. Da mesma forma, excetuando-se um grupo, todos os outros responderam corretamente.

Figura 35 – Resposta correta de um grupo a questão 3 da Folha de Atividades II


Resposta: A medida da aresta é 3 vezes maior.
9 vezes maior.

Fonte: Elaborada pelo autor

Assim que todos os grupos resolveram as três primeiras questões, foi solicitada aos integrantes de um grupo que procedessem de forma expositiva à resolução da quarta questão, possibilitando que os demais grupos acompanhassem e também respondessem a questão.

A figura 36 ilustra o preenchimento das embalagens de tamanho grande e médio tendo como a embalagem pequena como unidade de medida.

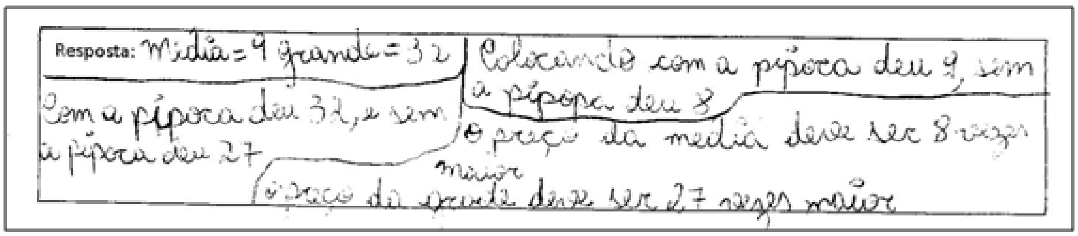
Figura 36 – Paralelepípedos sendo completados com pipoca

Fonte: Elaborada pelo autor

A realização do experimento (questão 4) resultou em valores diferentes do esperado teoricamente. Acreditamos que a divergência foi causada pelo “elongamento” das paredes do poliedro e ocupação incompleta do espaço da embalagem pequena, devido ao posicionamento e diferentes tamanhos das pipocas. Esse entendimento foi informado aos alunos pelo professor e o experimento foi refeito com a colocação e contagem das embalagens pequenas vazias de modo a completar a embalagem média, totalizando 8 embalagens menores.

Como ilustrado na figura 37, os alunos encontraram 9 unidades da embalagem menor e 32 embalagens da unidade maior.

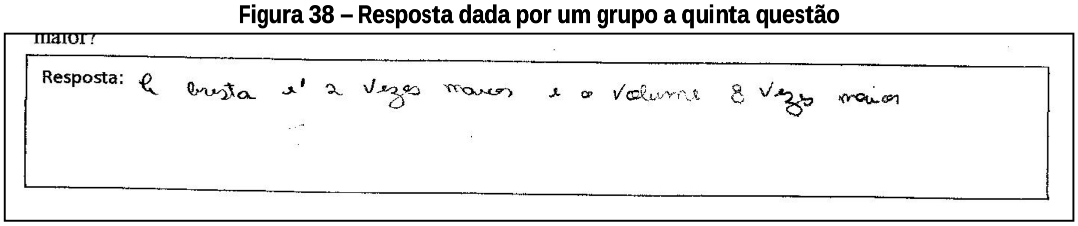
Figura 37 – Resposta dada por um grupo a quarta questão


Resposta: Média = 9 grande = 32
Colocando com a pipoca deu 9, sem a pipoca deu 8
Com a pipoca deu 32, e sem a pipoca deu 27
o espaço da média deve ser 8 vezes maior
o espaço da grande deve ser 27 vezes maior

Fonte: Elaborada pelo autor

A quinta questão compara as medidas das arestas da embalagem pequena com a embalagem média, e o volume da embalagem pequena com a embalagem média tendo como resposta correta o dobro para as medidas da aresta e oito para o volume. Essa questão foi resolvida de modo correto pela maioria dos grupos.

Figura 38 – Resposta dada por um grupo a quinta questão

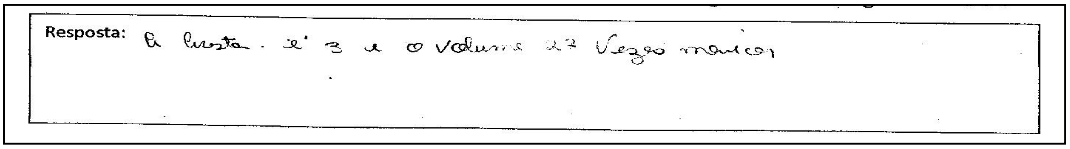

maior?
Resposta: a aresta é 2 vezes maior e o volume 8 vezes maior

Fonte: Elaborada pelo autor

Da mesma forma a sexta questão foi respondida corretamente por todos os grupos, exceto um que, assim como todas outras questões, a deixou em branco. A questão pede que se determine quantas vezes a aresta da embalagem grande é maior do que a aresta da embalagem pequena, tendo como solução correta três vezes. Também pede que se determine quantas vezes o volume da embalagem maior é maior do que o volume da embalagem pequena, tendo como solução vinte e sete vezes maior.

A figura 39 expressa a resposta dada por um grupo para a sexta questão.

Figura 39 – Resposta correta dada por um grupo para a sexta questão


Resposta: A aresta é 3 e o volume 27 vezes maior

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 40 – Resposta de um grupo para a sétima questão da Folha de Atividades II

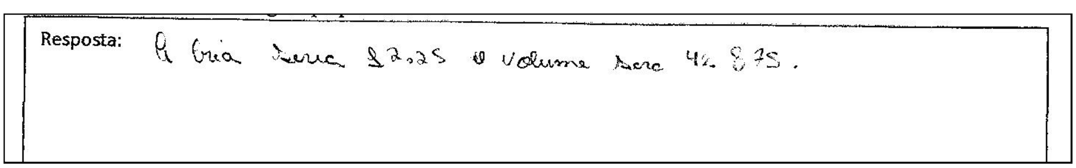
	Razão de ampliação dos lados	Razão entre as áreas da base	Razão entre os volumes
Média	2	4	8
Grande	3	9	27

Fonte: Elaborada pelo autor

A sétima questão, por se tratar de uma síntese dos resultados, também não ofereceu dificuldade e foi resolvida corretamente pelos grupos como ilustra a figura 40.

Para a embalagem hipotética, citada na oitava questão, eram esperadas como soluções corretas uma área 12,25 ($3{,}5^2$) vezes maior do que a área da embalagem pequena e um volume 42,875 ($3{,}5^3$) vezes maior do que o volume da embalagem pequena. Tal solução foi alcançada pela maioria dos grupos, apresentando como dificuldade o registro dos valores, que foram expressos com ponto (valor indicado no visor da calculadora) ao invés de sua notação decimal correta, que seria o uso da vírgula. Tal fato foi corrigido a partir de nossa intervenção.

Figura 41 – Resposta equivocada devido à utilização de ponto para representação decimal


Resposta: A área será 12.25 o volume será 42.875.

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 42 – Resposta Correta obtida por um grupo para a oitava questão

Resposta: A area seria 12,25 maior, o volume seria 42,875 vezes

Fonte: Elaborada pelo autor

A nona questão considera o preço da embalagem menor como R$ 0,50 e solicita que se calcule o preço da embalagem média e grande tendo como referência os valores obtidos na sétima questão, determinando respectivamente R$ 4,00 e R$ 13,50. Esses valores foram encontrados pela maioria dos grupos.

Figura 43 – Resposta correta dada a nona questão

Resposta: O tamanho médio seria vendido por 4,00 e o tamanho grande 13,50

Fonte: Elaborada pelo autor

A generalização das medidas indicadas na questão 10, cuja resposta é ilustrada na figura 44, trouxe alguma dificuldade para sua resolução, uma vez que não foi respondida por dois grupos, sendo um destes o grupo que não se propôs a responder nenhuma questão.

Figura 44 – Resposta obtida por um grupo para a décima questão

Poliedro	Aresta (cm)	Área total (cm^2)	Volume (cm^3)
Cubo Inicial	a	b	c
Cubo ampliado	4 A	16 B	64 C

Fonte: Elaborada pelo autor

3.3.3 Folha de Atividades III

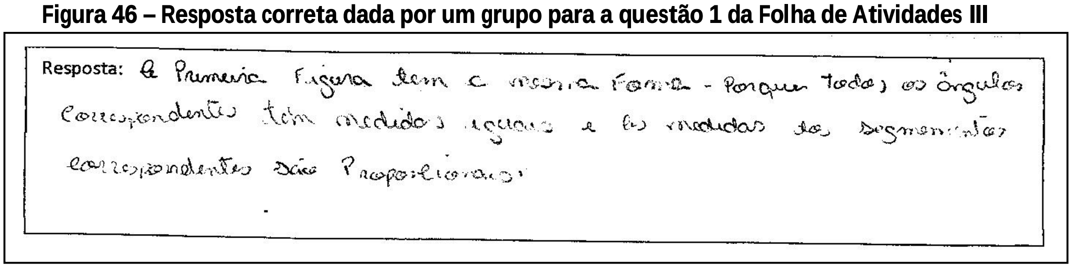
As cinco questões desta folha de atividades foram corretamente respondidas pelos grupos, excetuando-se o que entregou a folha de atividades praticamente em branco. Notamos, no entanto, dificuldades no estabelecimento da proporcionalidade existente entre as medidas dos lados das figuras semelhantes indicadas no exemplo 1 da aplicação dos conceitos, a qual buscava determinar medidas desconhecidas, o que ocasionou nossa intervenção com a exposição de parte do problema em lousa.

Figura 45 – Intervenção dado em lousa para o exemplo I da Folha de Atividades III

Fonte: Elaborada pelo autor

Veja abaixo a resposta correta dada por um grupo para a primeira questão:

Figura 46 – Resposta correta dada por um grupo para a questão 1 da Folha de Atividades III



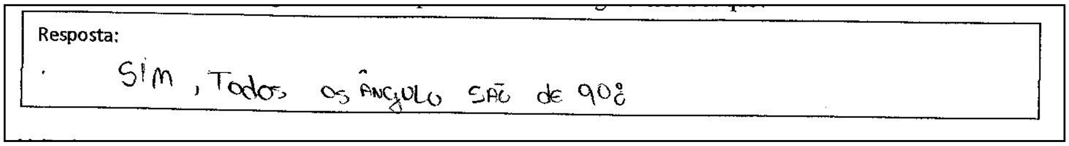
Resposta: A Primeira Figura tem a mesma Forma - Porque todos os ângulos correspondentes têm medidas iguais e as medidas dos segmentos correspondentes são Proporcionais.

Fonte: Elaborada pelo autor

Na segunda questão temos como resposta correta para o item a o reconhecimento de que todos os ângulos são retos, e para o item b a percepção de que apenas um dos lados do polígono foi ampliado. Como mencionado acima, a maioria dos grupos respondeu a questão de modo correto.

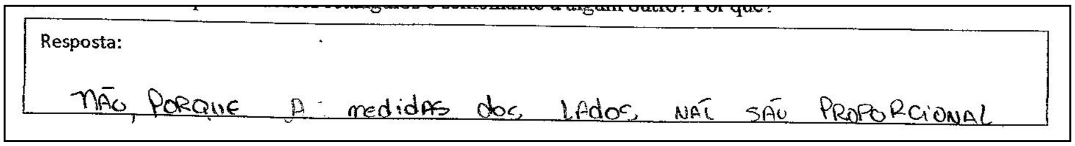
A seguir as figuras 47 e 48 mostram respostas corretas dadas por um grupo para estas questões.

Figura 48 – Resposta correta para o item a da questão 2 da folha de Atividades III


Resposta:
Sim, Todos os ângulo são de 90°

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 47 – Resposta correta para o item b da questão 2 da Folha de atividades III

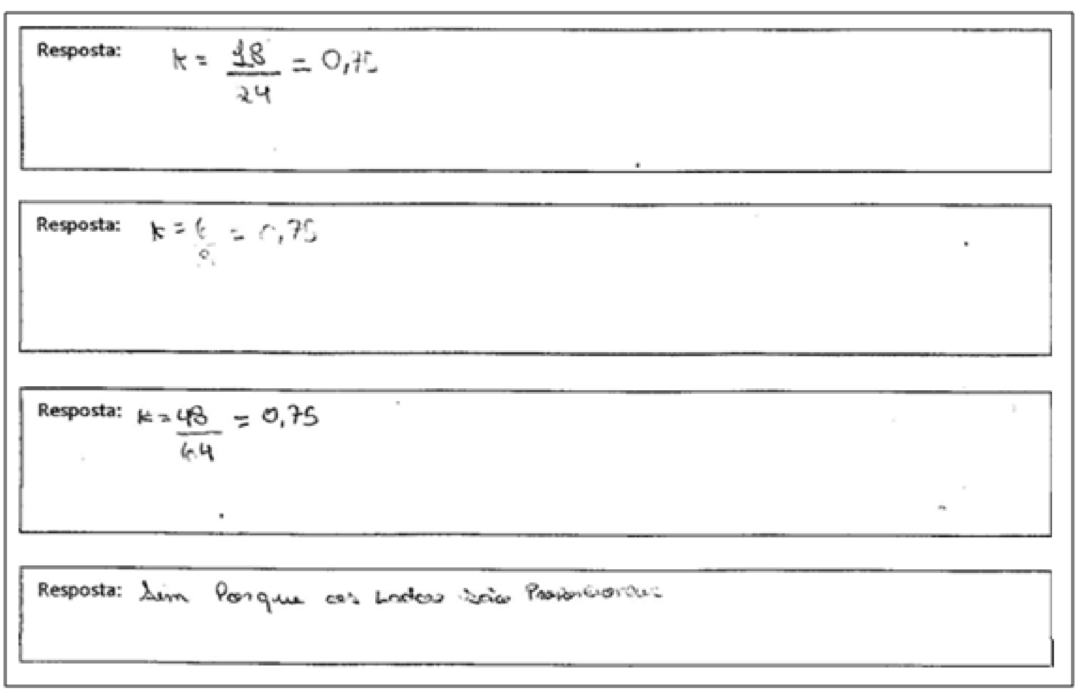

Resposta:
Não, porque a medidas dos lados não são proporcional

Fonte: Elaborado pelo autor

Para os itens a, b e c da terceira questão temos $\frac{3}{4}$ como valor correto esperado. Porém poderíamos também considerar frações equivalentes a esta ou sua representação decimal, bem como a fração inversa para o item c. Já para o item d, o esperado é o reconhecimento da existência das condições de semelhança entre as figuras dadas.

A figura 49 retrata as respostas corretas dadas aos itens da terceira questão por um grupo.

Figura 49 – Respostas corretas dadas por um grupo aos itens da questão 3 da follha de Atividades III


Resposta: $k = \frac{18}{24} = 0,75$

Resposta: $k = \frac{6}{8} = 0,75$

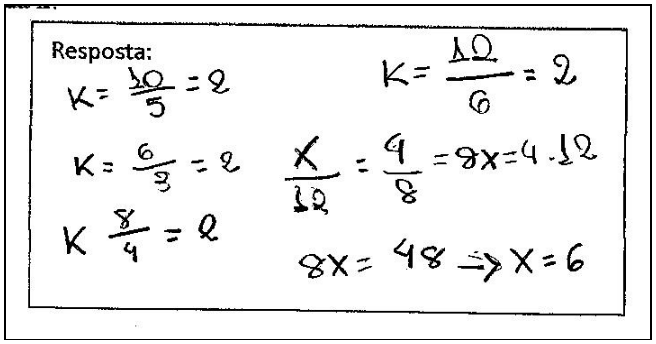
Resposta: $k = \frac{48}{64} = 0,75$

Resposta: Sim porque os lados são proporcionais

Fonte: Elaborada pelo autor

A quarta questão propunha determinar a medida desconhecida do lado de um polígono indicada por x. Para tanto se esperava o estabelecimento de uma proporção entre as medidas dos lados. Notamos pelos relatos dos alunos que o valor era sugestivo, pois as medidas do polígono menor correspondem à metade das medidas do polígono maior, o que trouxe, segundo os estudantes, bastante confiança na determinação de tal valor.

Figura 50 – Resposta correta dada por um grupo para a questão 4 da Folha de Atividades III



Resposta:

$K = \frac{10}{5} = 2$ $\quad$ $K = \frac{12}{6} = 2$

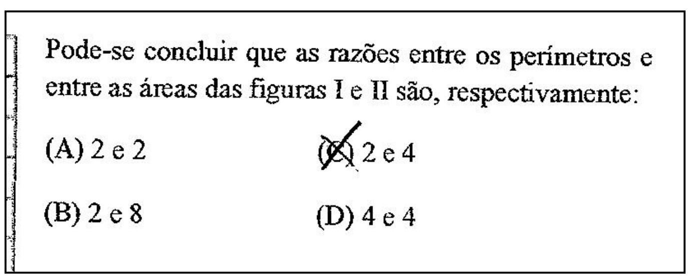
$K = \frac{6}{3} = 2$ $\quad$ $\frac{x}{12} = \frac{4}{8} = 8x = 4 . 12$

$K \frac{8}{4} = 2$ $\quad$ $8x = 48 \Rightarrow x = 6$

Fonte: Elaborada pelo autor

A resposta para a quinta e última questão da Folha de Atividades III, ilustrada na figura 51, poderia ser obtida também por meio da visualização da malha quadriculada, o que foi explorado pelos alunos e considerado uma estratégia favorável à solução da questão.

Figura 51– Alternativa correta assinalada por um grupo para a questão 5 da folha de Atividades III



Pode-se concluir que as razões entre os perímetros e entre as áreas das figuras I e II são, respectivamente:

(A) 2 e 2 $\quad$ (C) 2 e 4

(B) 2 e 8 $\quad$ (D) 4 e 4

Fonte: Elaborada pelo autor

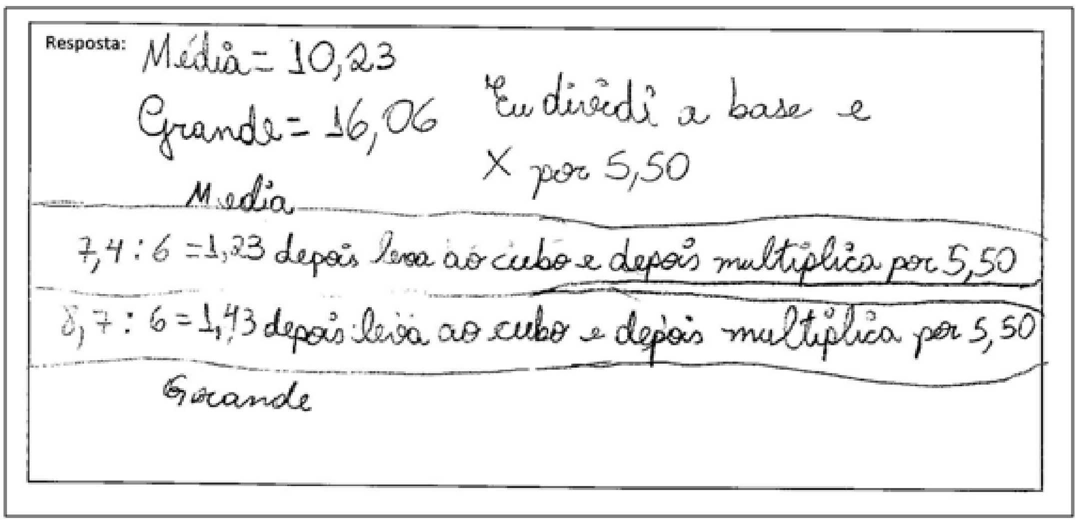
3.3.4 Folha de Atividades IV

A aplicação dessa folha de atividades aconteceu na primeira aula da semana seguinte ao desenvolvimento da Folha de Atividades III. Foram retomados de forma oral os conceitos de semelhança e informado que, como se tratava da última questão de nosso trabalho, a atividade resgatava o problema inicial sobre o valor das embalagens médias e grandes tendo como referência o preço da embalagem menor, e que deveriam resolver a atividade de modo individual. O tempo para a realização da atividade foi de 20 minutos.

Os resultados obtidos foram satisfatórios. No entanto, a sequência das atividades foi prejudicada com a ausência, remanejamento e transferência de alguns alunos. Considerando que, dos 18 alunos que realizaram todas as fichas, tivemos 13 acertos, podemos considerar 72% de acertos na determinação dos resultados e solução do problema.

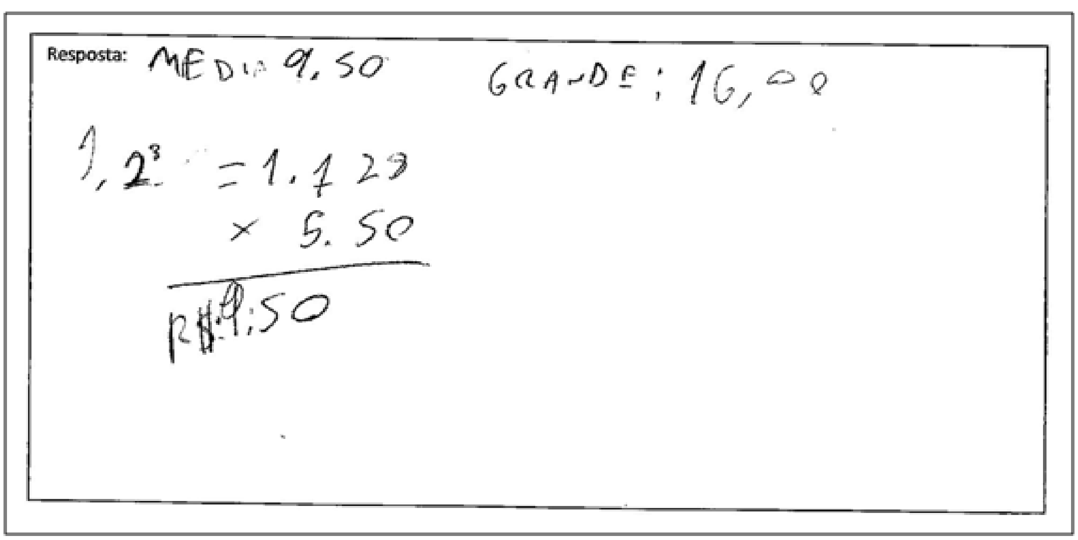
Registra-se ainda que, das respostas equivocadas (sem fundamento), duas correspondem a alunos com deficiência intelectual, considerados alunos D. I. (SID 11).

Figura 52 – Resposta correta dada por um aluno a Folha de Atividades IV



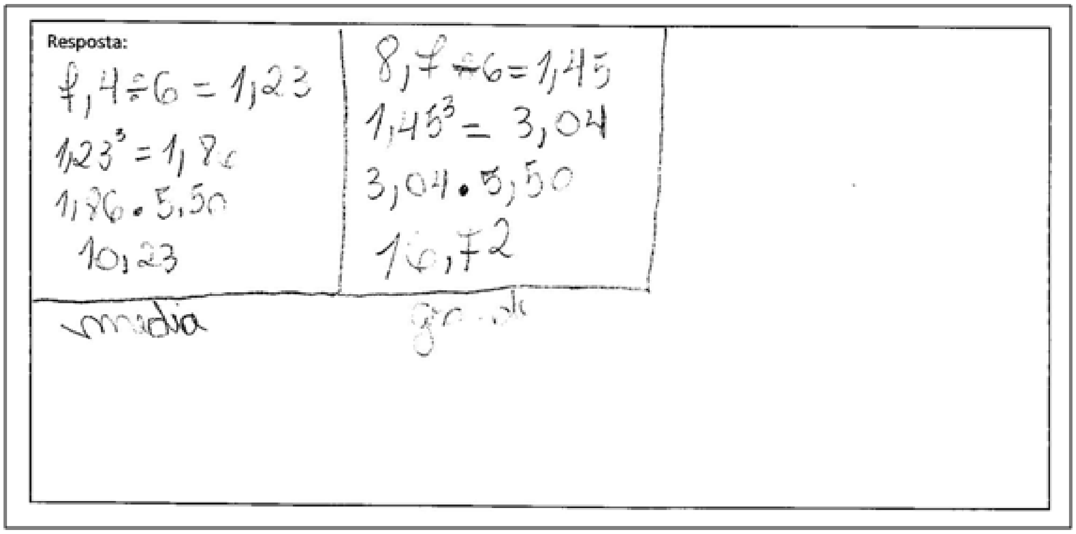
Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 53 – Resposta incorreta dada por um estudante a folha de Atividades IV



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 54 – Resposta correta para a folha de Atividades IV dada por uma aluna



Resposta:

7,4 ÷ 6 = 1,23
1,23³ = 1,86
1,86 • 5,50
10,23

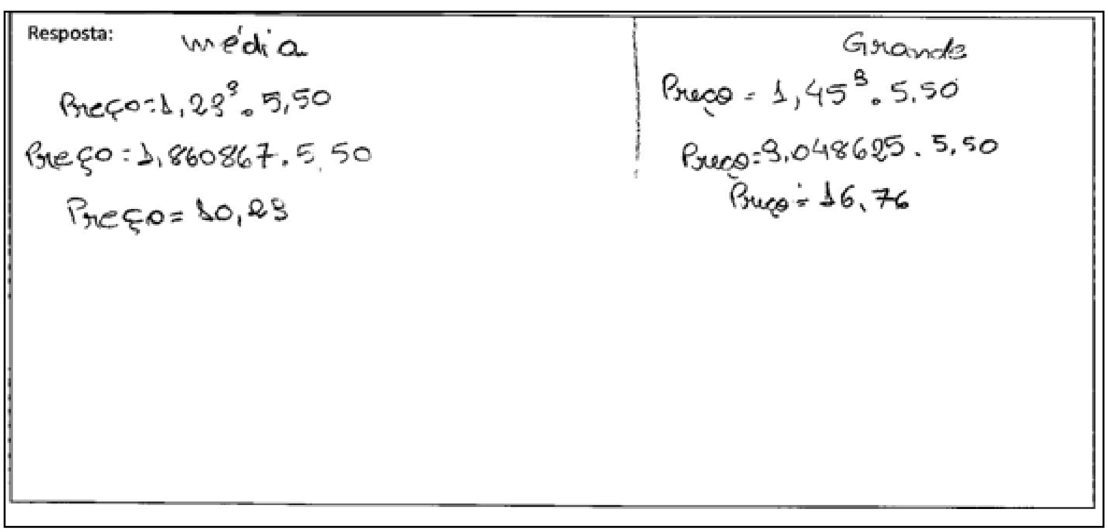
média

8,7 ÷ 6 = 1,45
1,45³ = 3,04
3,04 • 5,50
16,72

grande

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 55 – Resposta correta dada por um estudante para a questão da Folha de Atividades IV



Resposta: média

Preço = 1,23³ . 5,50
Preço = 1,860867 . 5,50
Preço = 10,23

Grande

Preço = 1,45³ . 5,50
Preço = 3,048625 . 5,50
Preço = 16,76

Fonte: Elaborada pelo autor

Abaixo uma tabela com as indicações dos resultados:

Tabela 1 – Resultados obtidos com a aplicação da Folha de Atividades IV

Ficha IV – 9º Ano C	Frequência
Respostas em branco	2
Respostas sem fundamento.	3
Respostas corretas	13
Total	18

Após a análise dos resultados fizemos a correção das atividades em sala de aula com os alunos. Buscamos ainda esclarecer dúvidas pendentes e estabelecer conexões com outras situações que envolvam semelhança e variação linear em comparação com a variação da área. Conforme previamente combinado, atribuímos aos grupos uma nota correspondente ao desenvolvimento das atividades propostas nas folhas de atividades, que foi utilizada como instrumento avaliativo para o primeiro bimestre.

Capítulo 4 – Considerações Finais

A partir das observações realizadas durante a aplicação das atividades e dos resultados obtidos, fizemos as análises que correspondem à quarta fase (análise a posteriori) da Engenharia Didática. A partir dessas análises sugerimos algumas modificações com a finalidade de melhorar a compreensão e dinâmica das atividades e, por consequência, atingir mais facilmente os objetivos. Relatamos também nossas experiências com o desenvolvimento desse trabalho.

4.1 Modificações

A fim de obtermos uma redação correta, ou de melhor compreensão das questões propostas nas Folhas de Atividades, fizemos correções, modificações e inclusão de palavras como apresentado nas figuras seguintes:

Figura 53 – Item c da questão 3 da Folha de Atividades III – Original

c) Qual a razão entre os perímetros?

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 54 – Nova redação para o item c da questão 3 da Folha de Atividades III

c) Qual a razão entre a medida do perímetro do retângulo ① e a medida do perímetro do retângulo ②?

Fonte: Elaborada pelo autor

No desenvolvimento das atividades observamos que a verificação experimental (questão 4 da Folha de Atividades II) requereu nossa intervenção, uma vez que o volume obtido experimentalmente foi superior ao encontrado teoricamente, principalmente na determinação do volume do paralelepípedo de dimensões maiores. Acreditamos que tal fato tenha acontecido devido a deformação das “paredes” que constituem o poliedro. Assim sugerimos a confecção de tais embalagens com material de maior gramatura, ou ainda que a comparação ocorra apenas entre as embalagens de tamanho médio e pequeno.

Podemos citar ainda que a análise dos resultados obtidos confirmaram as expectativas da análise a priori à execução da sequência didática, resultando em poucas modificações.

4.2 Conclusões Finais

A Geometria é fonte de inspiração, desenvolvimento e aplicação da Matemática. Auxilia em sua compreensão, abstração e aprendizagem, proporcionando a aquisição de habilidades e competências e, por consequência, a autonomia dos estudantes.

Os conceitos geométricos e de proporcionalidade favorecem a interdisciplinaridade e articulação dos conceitos matemáticos. O estudo da semelhança, além de suas inúmeras aplicações, corrobora com tais princípios, e está presente nesta sequência didática.

Nesse sentido, propomos o desenvolvimento de um produto didático que não enfatiza a aula expositiva, que utiliza recursos simples e que pode, por meio da resolução de problemas e da contextualização, proporcionar uma aprendizagem significativa aos estudantes.

Temos consciência das várias dificuldades estabelecidas no processo ensino-aprendizagem, sobretudo na escola pública e na disciplina de Matemática, e esperamos que tal trabalho venha contribuir para diminuir essas dificuldades. Desta forma disponibilizamos nossas Folhas de Atividades para que sejam utilizadas e adaptadas conforme necessidade.

O presente trabalho contribuiu bastante no meu desenvolvimento didático e prática pedagógica. A dificuldade em se trabalhar de forma não convencional, a minimizar a intervenção do professor, o uso do giz e da lousa, promoveu reflexões e novas atitudes no ato de lecionar. Também trouxe aos alunos um desconforto de viés positivo na interação com o trabalho e colegas, fato que imagino ser diminuído com a maior utilização de tais procedimentos.

REFÊRENCIAS

ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C.Q.S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPEd. Revista Eletrônica da Educação Matemática. Santa Catarina, v. 3, n. 6, p. 62-77, 2008.

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática.** 3ª ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2012 , 272 p.

BERNARDINI, G. **Uma atividade didática envolvendo área e volume do cilindro e de prismas**. 2014. 144 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Departamento de Matemática, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos. 2014. Disponível em:
<http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/handle/123456789/1210>. Acesso em: 05 de mar. 2016.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Terceiro e Quarto ciclos do Ensino Fundamental Matemática. Brasília, 1997. 88 p.
Disponível em:
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 15 de mar. 2016.

DANTE, L.R. **Projeto Teláris: Matemática.** São Paulo: Ática, 2012. v. 4, 328 p.

DANTE, L. R.**Didática da Resolução de problemas de matemática.** 1ª a 5ª séries. Para estudantes do curso Magistério e professores do 1º grau. 12ª ed. São Paulo: Ática, 2003.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática.** Tradução de Hygino Domingues. Campinas: UNICAMP, 1997. 843 p.

IEZZI, G. et al. **Matemática e realidade: 9º ano**. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009. 336 p.

LOPES, S. R. **Metodologia do ensino da matemática**. Curitiba: Ibpex, 2005.

LORENZATO , S. **Por que não ensinar Geometria?** In: Educação Matemática em Revista – SBEM 4, 1995. p. 3-13.

LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro, Interciência, 1978. 179 p.O ensino por meio de problemas. Revista do Professor de Matemática,n .7, p. 11-16, 1985.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. **Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão**. Revista Eletrônica de Educação Matemática. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 187-196, 2012.

Disponível em: <http://www.bu.ufsc.br/home982.PDF> Acesso em: 23 mar de 2016.

SÃO PAULO (Estado). **Currículo Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias** São Paulo: SEE, 2010. 72p.
Disponível em:
<http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/238.pdf>. Acesso em: 02 de abr 2016.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. **Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 57-76.

VERONESE, P. C. De Faria. **O Ensino de geometria no ciclo II do ensino Fundamental: Um estudo analítico**. 2009. 261 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho, Marília. 2009.
Disponível em:
<https://www.marilia.unesp.br/Home/Pos-Graduacao/Educacao/Dissertacoes/veronese_pcf_me_mar.pdf >. Acesso em: 15 de mar. 2016.

Apêndice A

Folhas de Atividades com modificações sugeridas no capítulo 4.

E. E. Prof. Farid Fayad

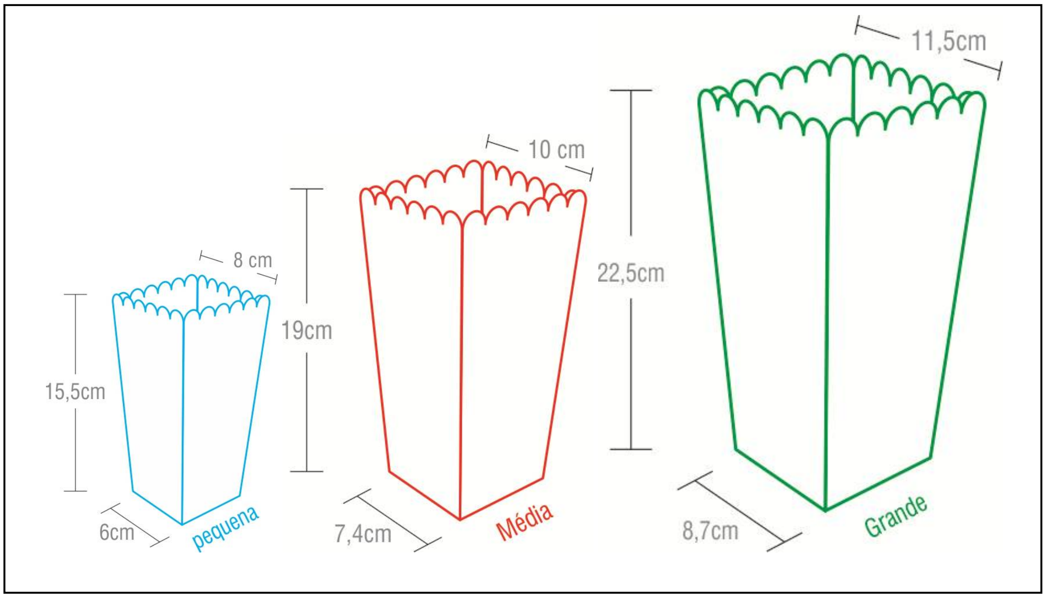
Folha de Atividades I

Nome:___________________________________ 9 Ano ____ Data: ______________

1) As embalagens de pipoca apresentadas pelo professor (figura 1) são vendidas para serem consumidas em salas de cinema da região de Bauru. Considerando que a embalagem menor é vendida por R$ 5,50, por quanto deveriam ser vendidas as embalagens de tamanho médio e tamanho grande? Justifique.

Dica: O quadro abaixo ilustra as medidas das dimensões das embalagens consideradas

Figura 1



Resposta:

E. E. Prof. Farid Fayad

Folha de Atividades II – 9º Ano ____

Nome: ______________________________ Nome: ______________________________

Nome: ______________________________ Nome: ______________________________

Reúnam-se em pequenos grupos (3 ou 4 alunos), e respondam as seguintes questões:

Dica: Caso necessário pode-se utilizar calculadora para realização dos cálculos.

1) Vamos considerar os paralelepípedos sem tampa disponibilizados pelo professor (figura 1) como objetos semelhantes as embalagens de pipocas observadas na folha de atividades I, com o auxilio de uma régua meça as dimensões dos paralelepípedos e complete as tabelas abaixo:

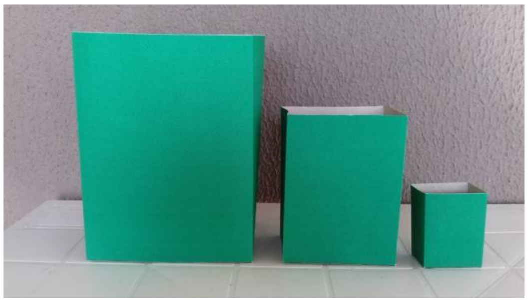


Figura 1

Embalagem	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)
Pequena			
Média			
Grande			

Embalagem	Área da base (cm^2)	Volume (cm^3)
Pequena		
Média		
Grande		

2) Em comparação com a embalagem pequena quantas vezes a medida da aresta (comprimento, largura ou altura) da embalagem de tamanho médio é maior? Quantas vezes a área da base da embalagem média é maior?

Resposta:

3) Em comparação com a embalagem pequena quantas vezes a medida da aresta (comprimento, largura ou altura) da embalagem grande é maior? Quantas vezes a área da base da embalagem de tamanho grande é maior?

Resposta:

Para você pensar: Se aumentarmos k vezes a medida da aresta, será que existe uma expressão em função de k para determinar o quanto a área da base irá aumentar? Será que o mesmo vale se diminuirmos k vezes a medida da aresta?

4) Tomando a embalagem pequena como unidade de medida preencha as embalagens (paralelepípedos) de tamanho médio e grande com as pipocas disponibilizadas pelo professor. *Quantas vezes o volume da embalagem média é maior que a embalagem pequena? E quantas vezes o volume da embalagem grande é maior que a embalagem pequena?E por quanto deveriam ser vendidas as embalagens de tamanho médio e grande?*

Resposta:

5) Em comparação com a embalagem pequena quantas vezes a medida da aresta (comprimento, largura ou altura) da embalagem de tamanho médio é maior? Quantas vezes o volume base da embalagem média é maior?

Resposta:

6) Em comparação com a embalagem pequena quantas vezes a medida da aresta (comprimento, largura ou altura) da embalagem grande é maior? Quantas vezes o volume da embalagem de tamanho grande é maior?

Resposta:

7) Tomando as medidas encontradas para a embalagem pequena como referência, complete:

	Razão de ampliação dos lados	Razão entre as áreas da base	Razão entre os volumes
Média			
Grande			

Para você pensar: Se aumentarmos k vezes a medida da aresta, será que existe uma expressão em função de k para determinar o quanto o volume irá aumentar? Será que o mesmo vale se diminuirmos k vezes a medida da aresta?

8) Vamos imaginar uma embalagem “Jumbo” cuja razão de ampliação entre ela e a embalagem pequena seja 3,5 vezes maior. Quantas vezes maior será a área da base? E quantas vezes maior será o seu volume quando comparado com a embalagem pequena?

Resposta:

9) Supondo que o preço da embalagem pequena fosse de R$ 0,50 e considerando os valores obtidos com relação ao volume da tabela da questão 7, por quanto deveriam ser vendidas as embalagens de tamanho médio e grande?

Resposta:

10) Um cubo de medidas indicadas na tabela seguinte foi ampliado de uma razão de semelhança igual a quatro, sendo assim complete:

Poliedro	Aresta (cm)	Área total (cm^2)	Volume (cm^3)
Cubo Inicial	a	b	c
Cubo ampliado			

E. E. Prof. Farid Fayad

Folha de Atividades III – 9º Ano ____

Nome: ______________________________ Nome: ______________________________

Nome: ______________________________ Nome: ______________________________

Considerando as atividades realizadas nas folhas de atividade anterior, e observando as embalagens de pipoca, notamos que as embalagens média e grande são ampliações da embalagem pequena. Perceba que para garantir a mesma forma conservamos as medidas dos ângulos dos paralelepípedos e multiplicamos todas as medidas de suas arestas por um mesmo número o que garantiu a proporcionalidade entre os comprimentos.

Dizemos então que as embalagens (paralelepípedos) são **semelhantes**.

Dois poliedros são semelhantes quando suas arestas são proporcionais e seus ângulos correspondentes tem a mesma medida, ou seja, são congruentes.

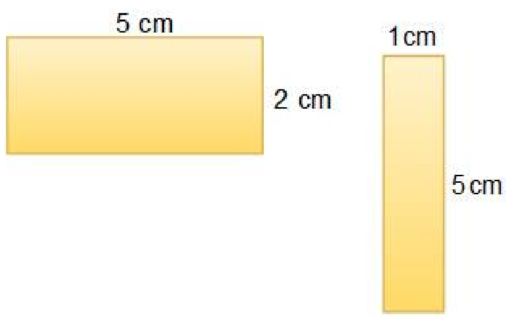
Da mesma forma, duas figuras são semelhantes quando as medidas de seus lados correspondentes são proporcionais e as medidas de seus ângulos correspondentes, ou seja, que estão na mesma posição são congruentes.

Os retângulos abaixo têm ângulos congruentes e seus lados correspondentes são proporcionais. Nesse caso os retângulos são semelhantes.

Lados correspondentes proporcionais:

$$\frac{6}{4} = \frac{4,5}{3}$$

Já os retângulos a seguir têm ângulos congruentes, mas seus lados **não** são proporcionais. Nesse caso os retângulos **não** são semelhantes:



Lados correspondentes não proporcionais:

$$\frac{5}{5} = \frac{2}{1}$$

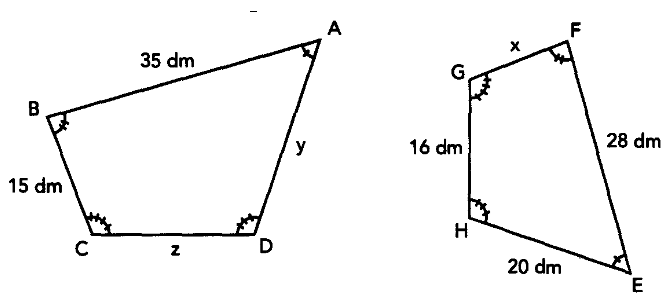
A semelhança de figuras é usada na construção de mapas, de maquetes de prédios, em fotografias e em muitas outras situações. Resumindo:

Dizemos que duas figuras são semelhantes quando:

- Todos os ângulos correspondentes têm medidas iguais e
- As medidas dos segmentos correspondentes são proporcionais.

Vejamos alguns exemplos de aplicação:

1) As figuras abaixo mostram dois quadriláteros semelhantes. Examine-as e descubra as medidas de todos os lados de cada quadrilátero.



Como as figuras são semelhantes, temos que seus lados correspondentes são proporcionais, assim:

$$\frac{35}{15} = \frac{28}{x} \overset{então}{\Longrightarrow} 35x = 28 \times 15$$

$$35x = 420x = 12\ dm$$

Da mesma forma, temos:

$\frac{y}{35} = \frac{20}{28} \overset{então}{\Longrightarrow} 28y = 35 \times 20$

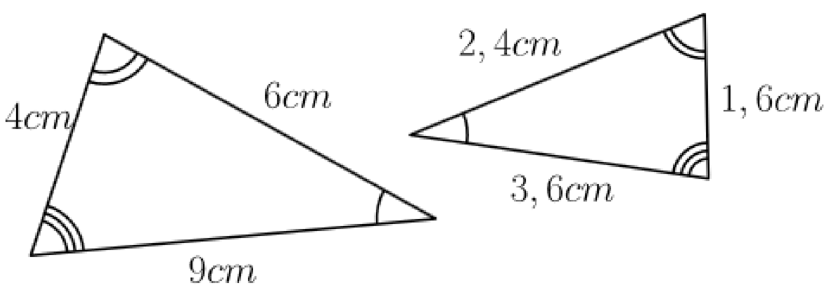
$28y = 700 \Rightarrow y = 25\ dm$

$\frac{z}{35} = \frac{16}{28} \overset{então}{\Longrightarrow} 28z = 35 \times 16$

$28z = 560 \Rightarrow z = 20\ dm$

Assim as medidas dos lados x, y e z são respectivamente 12 dm, 25 dm e 20 dm.

2)Determine a razão de semelhança entre os seguintes triângulos:



A razão de semelhança entre eles pode ser calculada através da razão entre quaisquer dois segmentos (lados) correspondentes. Indicando por k a razão e tomando os lados opostos ao ângulo de 1 volta, ou seja, 4 cm e 1,6 cm temos:

$$k = \frac{4}{1,6} = 2,5$$

Isto significa que qualquer razão entre uma medida do triângulo maior e sua medida correspondente no triângulo menor resulta em 2,5.

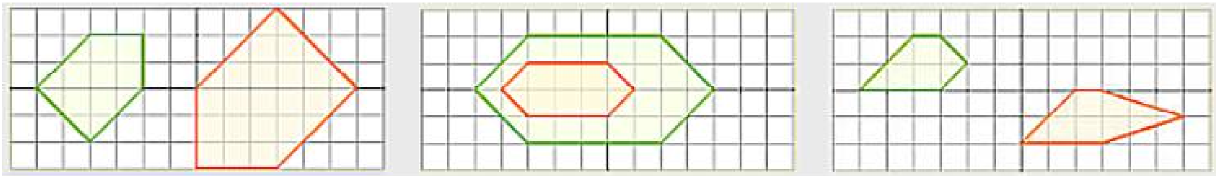
O que pode ser verificado também para os demais lados:

$$k = \frac{6}{2,4} = 2,5$$

$$k = \frac{9}{3,6} = 2,5$$

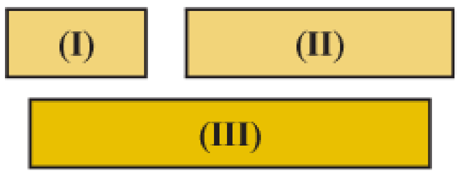
A partir desses conceitos resolvam em grupos as questões abaixo:

1) Quais pares de figuras abaixo são semelhantes? Justifique.



Resposta:

largura de (I) e os três tem a mesma medida de altura.



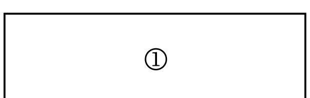
a) Os ângulos nos três retângulos são correspondentemente congruentes? Por quê?

Resposta:

b) Podemos dizer que um desses retângulos é semelhante a algum outro? Por quê?

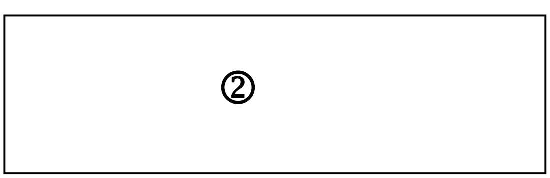
Resposta:

3) Observe as figuras abaixo:



6 cm

18 cm



8 cm

24 cm

a) Qual a razão entre a medida da base do retângulo ① e a medida da base do retângulo ②?

Resposta:

b) Qual a razão entre a medida da altura do retângulo ① e a medida da altura do retângulo ②?

Resposta:

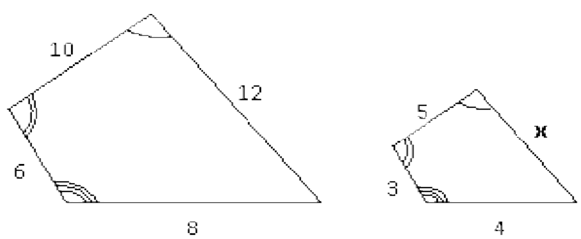
c) Qual a razão entre a medida do perímetro do retângulo ① e a medida do perímetro do retângulo ②?

Resposta:

d) Esses retângulos são semelhantes?

Resposta:

4) Os quadriláteros seguintes são semelhantes. Determine a medida **x**.



Resposta:

5) (Saresp) As figuras I e II são semelhantes e a razão entre seus lados é 2.

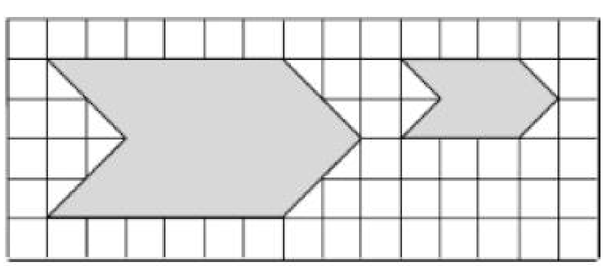


Fig. I

Fig. II

Pode-se concluir que as razões entre os perímetros e entre as áreas das figuras I e II são, respectivamente:

(A) 2 e 2

(B) 2 e 8

(C) 2 e 4

(D) 4 e 4

E. E. Prof. Farid Fayad

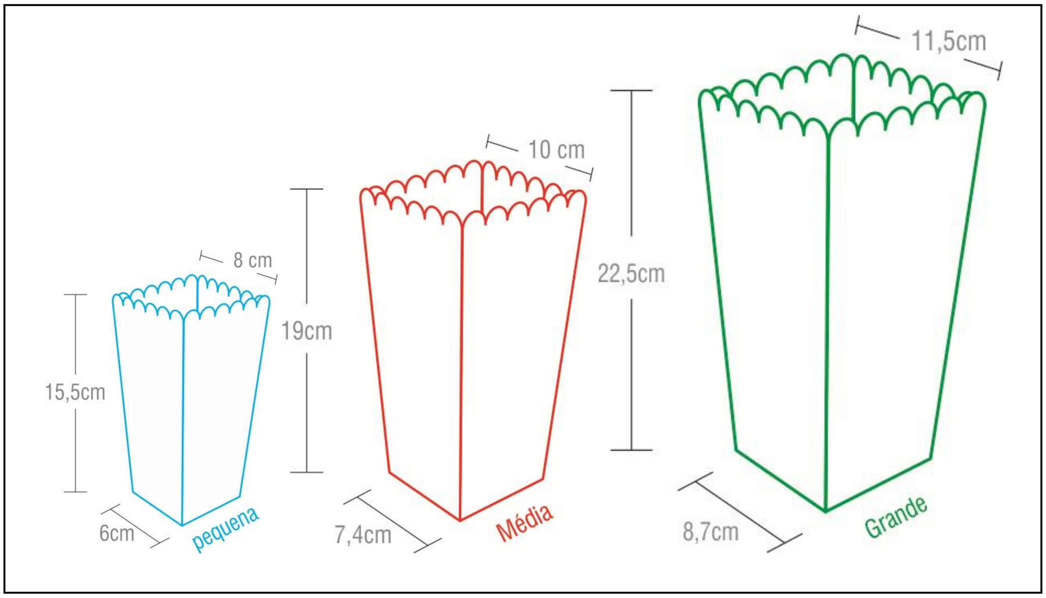
<u>Folha de Atividades IV</u>

Nome:___________________________________ 9º Ano ____ Data: _______________

1) Vamos retornar ao problema inicial (folha de atividades I). Sabendo que o preço da embalagem menor é vendido por R$ 5,50, por quanto deveriam ser vendidas as embalagens de tamanho médio e tamanho grande? Justifique.

Figura 56

Dica: O quadro abaixo ilustra as medidas das dimensões das embalagens, considere as caixas como paralelepípedos de bases quadradas e **utilize apenas as dimensões da base** para **calcular** a **razão de semelhança** entre as embalagens. Utilize uma calculadora caso ache necessário.



Resposta:

Apêndice B

Folhas de atividades com as respostas esperadas.

E. E. Prof. Farid Fayad

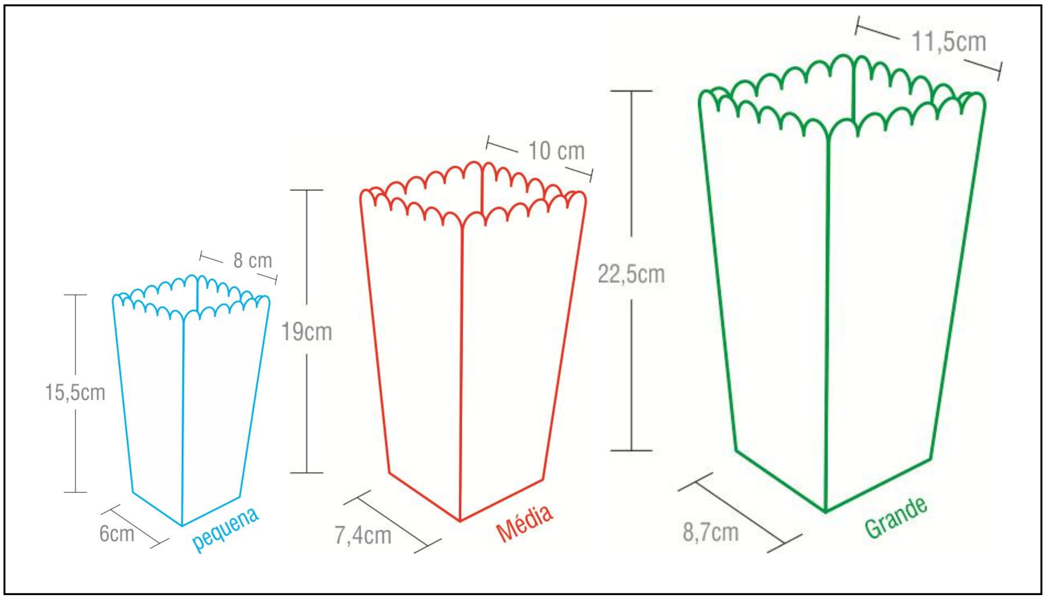
Folha de Atividades I

Nome:________________________________ 9 Ano ____ Data: _____________

1) As embalagens de pipoca apresentadas pelo professor (figura 1) são vendidas para serem consumidas em salas de cinema da região de Bauru. Considerando que a embalagem menor é vendida por R$ 5,50, por quanto deveriam ser vendidas as embalagens de tamanho médio e tamanho grande? Justifique.

Dica: O quadro abaixo ilustra as medidas das dimensões das embalagens consideradas

Figura 1



Resposta:

Resposta esperada: Resposta pessoal, no entanto devido as proporções das embalagens, talvez possa ser sugerido para a embalagem de tamanho médio o valor de R$ 12,00 e para a de tamanho grande R$ 15,00 porque parecem o dobro e o triplo do tamanho.

E. E. Prof. Farid Fayad

Folha de Atividades II – 9º Ano ____

Nome: ______________________________ Nome: ______________________________

Nome: ______________________________ Nome: ______________________________

Reúnam-se em pequenos grupos (3 ou 4 alunos), e respondam as seguintes questões:

Dica: Caso necessário pode-se utilizar calculadora para realização dos cálculos.

1) Vamos considerar os paralelepípedos sem tampa disponibilizados pelo professor (figura 1) como objetos semelhantes as embalagens de pipocas observadas na folha de atividades I, com o auxilio de uma régua meça as dimensões dos paralelepípedos e complete as tabelas abaixo:

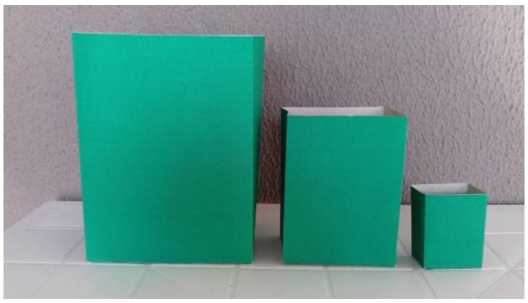


Figura 1

Embalagem	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)
Pequena	6	4	8
Média	12	8	16
Grande	18	12	24

Embalagem	Área da base (cm^2)	Volume (cm^3)
Pequena	24	192
Média	96	1536
Grande	216	3924

2) Em comparação com a embalagem pequena quantas vezes a medida da aresta (comprimento, largura ou altura) da embalagem de tamanho médio é maior? Quantas vezes a área da base da embalagem média é maior?

Resposta: A medida da aresta é duas vezes maior.

A área da base é quatro vezes maior.

3) Em comparação com a embalagem pequena quantas vezes a medida da aresta (comprimento, largura ou altura) da embalagem grande é maior? Quantas vezes a área da base da embalagem de tamanho grande é maior?

Resposta: A medida da aresta é três vezes maior.

A área da base é nove vezes maior.

Para você pensar: Se aumentarmos k vezes a medida da aresta, será que existe uma expressão em função de k para determinar o quanto a área da base irá aumentar? Será que o mesmo vale se diminuirmos k vezes a medida da aresta?

4) Tomando a embalagem pequena como unidade de medida preencha as embalagens (paralelepípedos) de tamanho médio e grande com as pipocas disponibilizadas pelo professor. *Quantas vezes o volume da embalagem média é maior que a embalagem pequena? E quantas vezes o volume da embalagem grande é maior que a embalagem pequena?E por quanto deveriam ser vendidas as embalagens de tamanho médio e grande?*

Resposta: O volume da embalagem média é 8 vezes maior que a pequena. O volume da embalagem grande é 27 vezes maior que a pequena, logo o preço da embalagem média deve ser 8 vezes maior que a pequena e o da embalagem grande 27 vezes maior.

5) Em comparação com a embalagem pequena quantas vezes a medida da aresta (comprimento, largura ou altura) da embalagem de tamanho médio é maior? Quantas vezes o volume base da embalagem média é maior?

Resposta: A medida da aresta é duas vezes maior.
O volume é oito vezes maior.

6) Em comparação com a embalagem pequena quantas vezes a medida da aresta (comprimento, largura ou altura) da embalagem grande é maior? Quantas vezes o volume da embalagem de tamanho grande é maior?

Resposta: A medida da aresta é três vezes maior.
O volume é vinte e sete vezes maior.

7) Tomando as medidas encontradas para a embalagem pequena como referência, complete:

	Razão de ampliação dos lados	Razão entre as áreas da base	Razão entre os volumes
Média	2	4	8
Grande	3	9	27

Para você pensar: Se aumentarmos k vezes a medida da aresta, será que existe uma expressão em função de k para determinar o quanto o volume irá aumentar? Será que o mesmo vale se diminuirmos k vezes a medida da aresta?

8) Vamos imaginar uma embalagem “Jumbo” cuja razão de ampliação entre ela e a embalagem pequena seja 3,5 vezes maior. Quantas vezes maior será a área da base? E quantas vezes maior será o seu volume quando comparado com a embalagem pequena?

Resposta: A área da base será $3,5^2 = 12,25$ vezes maior. O volume será $3,5^3 = 42,875$ vezes maior.

9) Supondo que o preço da embalagem pequena fosse de R$ 0,50 e considerando os valores obtidos com relação ao volume da tabela da questão 7, por quanto deveriam ser vendidas as embalagens de tamanho médio e grande?

Resposta: Embalagem média: 8 x 0,5 = 4 reais

Embalagem grande: 27 x 0,5 = 13,50 reais

10) Um cubo de medidas indicadas na tabela seguinte foi ampliado de uma razão de semelhança igual a quatro, sendo assim complete:

Poliedro	Aresta (cm)	Área total (cm^2)	Volume (cm^3)
Cubo Inicial	a	b	c
Cubo ampliado	4a	16a	64c

E. E. Prof. Farid Fayad

Folha de Atividades III – 9º Ano ____

Nome: ______________________________ Nome: ______________________________

Nome: ______________________________ Nome: ______________________________

Considerando as atividades realizadas nas folhas de atividade anterior, e observando as embalagens de pipoca, notamos que as embalagens média e grande são ampliações da embalagem pequena. Perceba que para garantir a mesma forma conservamos as medidas dos ângulos dos paralelepípedos e multiplicamos todas as medidas de suas arestas por um mesmo número o que garantiu a proporcionalidade entre os comprimentos.

Dizemos então que as embalagens (paralelepípedos) são **semelhantes**.

Dois poliedros são semelhantes quando suas arestas são proporcionais e seus ângulos correspondentes tem a mesma medida, ou seja, são congruentes.

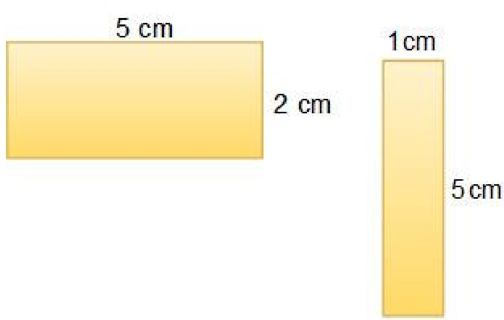
Da mesma forma, duas figuras são semelhantes quando as medidas de seus lados correspondentes são proporcionais e as medidas de seus ângulos correspondentes, ou seja, que estão na mesma posição são congruentes.

Os retângulos abaixo têm ângulos congruentes e seus lados correspondentes são proporcionais. Nesse caso os retângulos são semelhantes.

Lados correspondentes proporcionais:

$$\frac{6}{4} = \frac{4,5}{3}$$

Já os retângulos a seguir têm ângulos congruentes, mas seus lados **não** são proporcionais. Nesse caso os retângulos **não** são semelhantes:



Lados correspondentes não proporcionais:

$$\frac{5}{5} = \frac{2}{1}$$

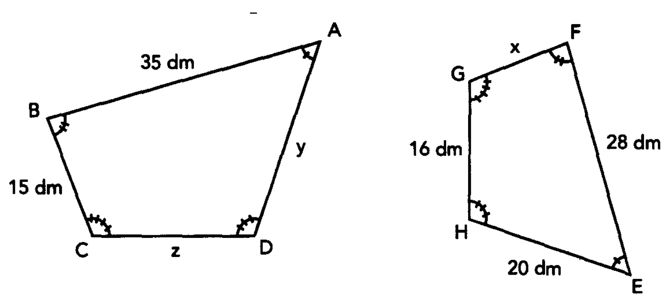
A semelhança de figuras é usada na construção de mapas, de maquetes de prédios, em fotografias e em muitas outras situações. Resumindo:

Dizemos que duas figuras são semelhantes quando:

- Todos os ângulos correspondentes têm medidas iguais e
- As medidas dos segmentos correspondentes são proporcionais.

Vejamos alguns exemplos de aplicação:

1) As figuras abaixo mostram dois quadriláteros semelhantes. Examine-as e descubra as medidas de todos os lados de cada quadrilátero.



Como as figuras são semelhantes, temos que seus lados correspondentes são proporcionais, assim:

$$\frac{35}{15} = \frac{28}{x} \xRightarrow{então} 35x = 28 \times 15$$

$$35x = 420x = 12\ dm$$

Da mesma forma, temos:

$\frac{y}{35} = \frac{20}{28} \xRightarrow{então} 28y = 35 \times 20$

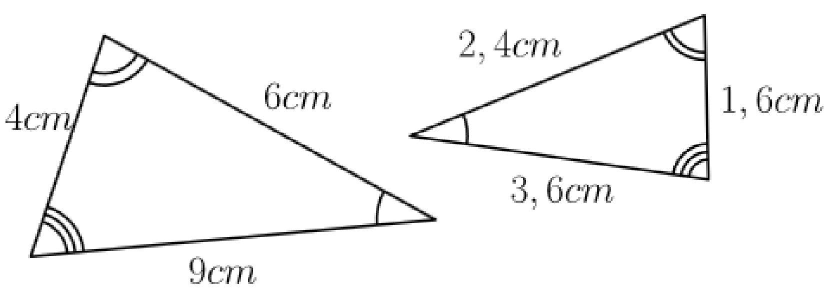
$28y = 700 \Rightarrow y = 25\ dm$

$\frac{z}{35} = \frac{16}{28} \xRightarrow{então} 28z = 35 \times 16$

$28z = 560 \Rightarrow z = 20\ dm$

Assim as medidas dos lados x, y e z são respectivamente 12 dm, 25 dm e 20 dm.

2) Determine a razão de semelhança entre os seguintes triângulos:



A razão de semelhança entre eles pode ser calculada através da razão entre quaisquer dois segmentos (lados) correspondentes. Indicando por k a razão e tomando os lados opostos ao ângulo de 1 volta, ou seja, 4 cm e 1,6 cm temos:

$$k = \frac{4}{1,6} = 2,5$$

Isto significa que qualquer razão entre uma medida do triângulo maior e sua medida correspondente no triângulo menor resulta em 2,5.

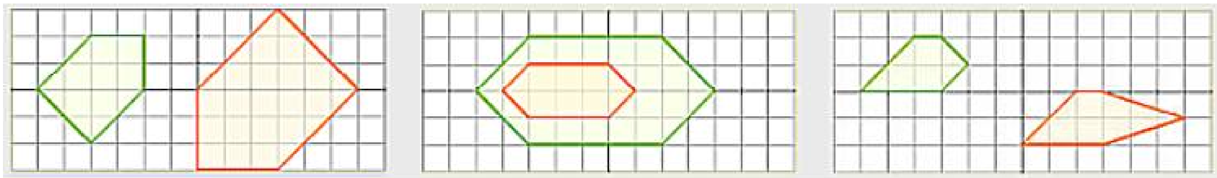
O que pode ser verificado também para os demais lados:

$$k = \frac{6}{2,4} = 2,5$$

$$k = \frac{9}{3,6} = 2,5$$

A partir desses conceitos resolvam em grupos as questões abaixo:

1) Quais pares de figuras abaixo são semelhantes? Justifique.

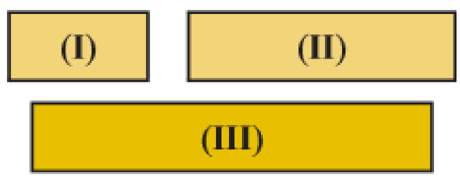


Resposta: Par de figuras 1 é semelhante, pois seus ângulos correspondentes são congruentes e seus lados são proporcionais ($k = \frac{3}{2}$)

Par de figuras 2 não é semelhante, pois seus lados não são proporcionais.

Par de figuras 3 não é semelhante, pois seus ângulos não são congruentes.

2) Observe nos desenhos que o retângulo (III) tem o triplo da largura de (I), o retângulo (II) tem o dobro da largura de (I) e os três tem a mesma medida de altura.



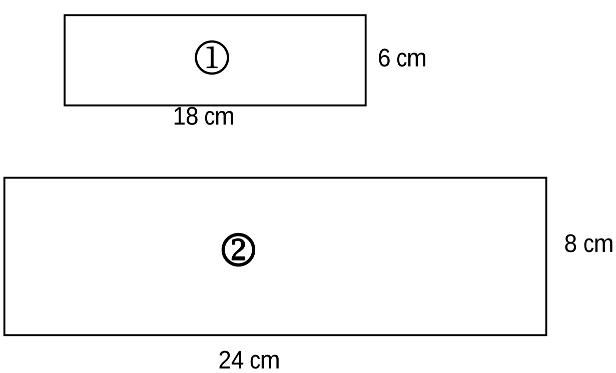
a) Os ângulos nos três retângulos são correspondentemente congruentes? Por quê?

Resposta: Sim, pois todos os ângulos são retos.

b) Podemos dizer que um desses retângulos é semelhante a algum outro? Por quê?

Resposta: Não, porque as medidas dos lados não são proporcionais, As medidas dos comprimentos são diferentes, mas as larguras são iguais.

3) Observe as figuras abaixo:



a) Qual a razão entre a medida da base do retângulo ① e a medida da base do retângulo ②?

Resposta:

$r = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

b) Qual a razão entre a medida da altura do retângulo ① e a medida da altura do retângulo ②?

Resposta:

$r = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

c) Qual a razão entre a medida do perímetro do retângulo ① e a medida do perímetro do retângulo ②?

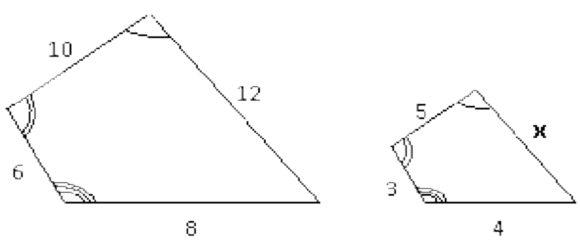
Resposta:

$r = \frac{48}{64} = \frac{3}{4}$

d) Esses retângulos são semelhantes?

Resposta: Sim, seus ângulos correspondentes são congruentes e seus lados são proporcionais.

4) Os quadriláteros seguintes são semelhantes. Determine a medida **x**.



Resposta:

$\frac{10}{12} = \frac{5}{x} \Rightarrow 10x = 60 \Rightarrow x = 6\,u$

5) (Saresp) As figuras I e II são semelhantes e a razão entre seus lados é 2.

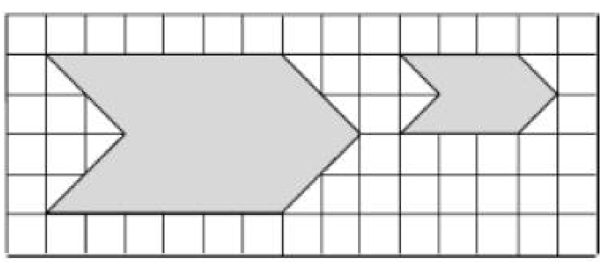


Fig. I Fig. II

Pode-se concluir que as razões entre os perímetros e entre as áreas das figuras I e II são, respectivamente:

(A) 2 e 2

(B) 2 e 8

(C) 2 e 4

(D) 4 e 4

Alternativa c é a correta.

E. E. Prof. Farid Fayad

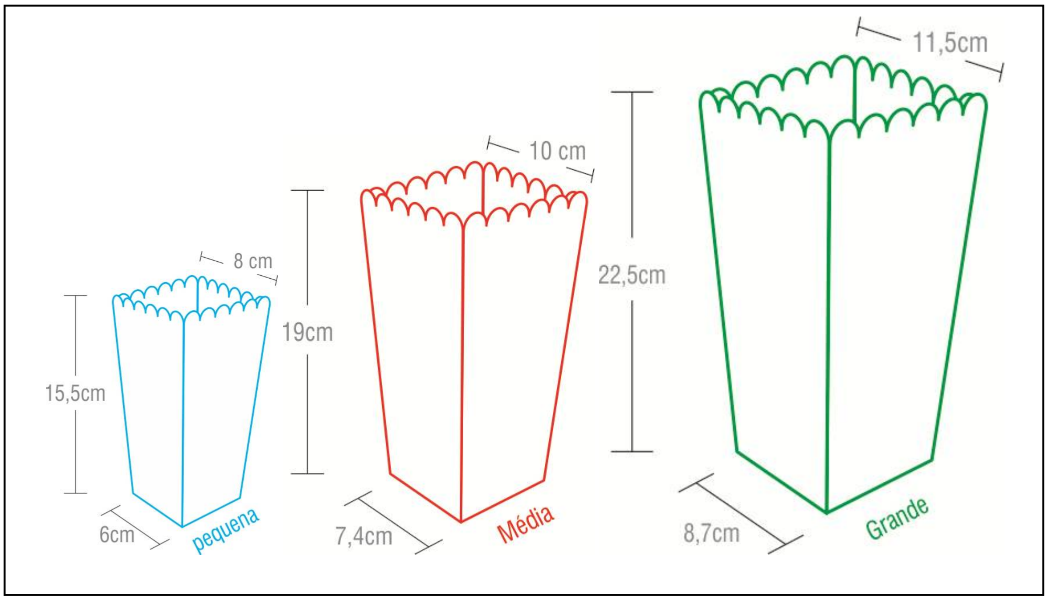
Folha de Atividades IV

Nome:___________________________________ 9º Ano ____ Data: ______________

1) Vamos retornar ao problema inicial (folha de atividades I). Sabendo que o preço da embalagem menor é vendido por R$ 5,50, por quanto deveriam ser vendidas as embalagens de tamanho médio e tamanho grande? Justifique.

Figura 1

Dica: O quadro abaixo ilustra as medidas das dimensões das embalagens, considere as caixas como paralelepípedos de bases quadradas e **utilize apenas as dimensões da base** para **calcular** a **razão de semelhança** entre as embalagens. Utilize uma calculadora caso ache necessário.



Resposta:

Comparando média com pequena:

$$r = \frac{7,4}{6} = 1,23$$

$$preço = 1,23^3 \times 5,50 \cong 10,23$$

Comparando grande com pequena:

$$r = \frac{8,7}{6} = 1,45$$

$$preço = 1,45^3 \times 5,50 \cong 16,76$$

A embalagem média deve ser vendida por R$ 10,25 e a embalagem grande por R$ 16,75.