

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CAMPUS SÃO CARLOS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Otávio Fabris Gama

**Colisões atômicas controladas em eletrodinâmica quântica de cavidades:
emaranhamento como medida da classicalidade do campo de radiação.**

São Carlos
2009

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CAMPUS SÃO CARLOS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Otávio Fabris Gama

**Colisões controladas em eletrodinâmica quântica de cavidades:
emaranhamento como medida da classicalidade do campo de radiação.**

Dissertação ao Programa de Pós-
Graduação em Física, para obtenção do
título de mestre em Física.

Orientação: Prof. Dr. Celso Jorge Villas-
Bôas

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar
Processamento Técnico
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

G184c Gama, Otávio Fabris
Colisões atômicas controladas em eletrodinâmica
quântica de cavidades: emaranhamento como medida da
classicalidade do campo de radiação / Otávio Fabris
Gama. -- São Carlos : UFSCar, 2016.
58 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de
São Carlos, 2009.

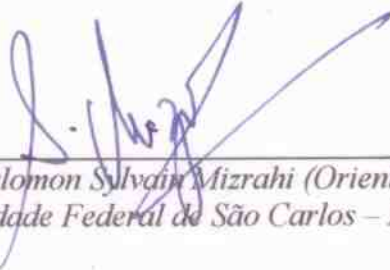
1. Emaranhamento. 2. Classicalidade . 3. Interação
Átomo-Campo. I. Título.

Otávio Fabris Gama

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Física, da Universidade Federal de São Carlos, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Aprovado em: 12 de agosto de 2009

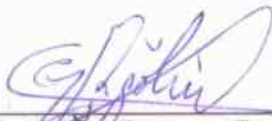
BANCA EXAMINADORA



*Prof. Dr. Salomon Sylvain Mizrahi (Orientador)
Universidade Federal de São Carlos – DF*



*Prof. Dr. Eduardo Inácio Duzzioni
Universidade Federal de Uberlândia - FF*



*Prof. Dr. Gustavo Garcia Rigolin
Universidade Federal de São Carlos – DF*

Dedico este trabalho a minha família e aos meus amigos

AGRADECIMENTO

Primeiramente aos meus pais e às minhas irmãs pelo suporte e compreensão ao longo de todo esse tempo e pela confiança que sempre me foi depositada.

Também ao professor Celso Jorge Villas-Bôas, meu orientador, pela paciência e pela oportunidade da realização deste trabalho.

Aos colegas de trabalho, ao grupo de Óptica Quântica e, principalmente, aos amigos Thiago, Camila e Hélio por tudo que eles fizeram para que esse trabalho pudesse ser concluído.

Aos meus amigos de São Carlos, com lembrança especial à Casa dos Caras e seus frequentadores, pela amizade, pelas festas por uma certa viagem de Kombi e, sobretudo, por me sentir em casa durante todos esses anos.

Aos professores e funcionários do Departamento de Física da UFSCar pelas condições oferecidas para minha formação.

Ao pessoal do Espírito Santo, parentes e amigos, pelas demonstrações de saudades e pelo carinho mesmo nesse longo período de ausência.

À agência de fomento CAPES pela bolsa de estudos.

RESUMO

Nesta dissertação apresentamos um estudo sobre o emaranhamento entre dois átomos de dois níveis idênticos e que não interagem entre si, gerado a partir da interação desses com um único modo do campo eletromagnético contido em uma cavidade. Apresentamos também uma maneira de se calcular a correlação entre esses dois átomos através da *Concurrence*. Além disso, mostramos a evolução do emaranhamento para diferentes estados do campo e variados parâmetros do mesmo em dois regimes de interação: ressonante e dispersivo. Mostramos numericamente como o emaranhamento máximo de cada um dos casos estudados evolui de um regime para o outro. Por fim, pudemos identificar quais são os parâmetros que influenciam na intensidade e na forma do emaranhamento buscando assim, um critério de não-classicalidade para o campo de radiação.

Palavras-chave: Emaranhamento. Classicalidade. Interação Átomo-Campo.

ABSTRACT

In this dissertation we present a study on the entanglement between two identical and non-interacting two-level atoms, generated by their interaction with only a single cavity field mode. We also show how to calculate the intensity of correlation between these atoms by *Concurrence*. Besides, we show the entanglement evolution for different field states and parameters for these states in two interaction regimes: resonant and dispersive, showing numerically how the maximum entanglement evolves from one regime to the other for each cavity field state. We are also able to identify which parameters influence the intensity and shape of entanglement, allowing us to define a non-classicality criterion for the radiation field.

Keywords: Entanglement. Non-Classicality. Atom-Field Interaction.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1: Emaranhamento de um Estado de Werner de acordo com o parâmetro p	25
Figura 4.1: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado de Fock $ \Psi_E\rangle = 0\rangle$	29
Figura 4.2: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado de Fock $ \Psi_E\rangle = 1\rangle$	29
Figura 4.3: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado de Fock $ \Psi_E\rangle = 5\rangle$	30
Figura 4.4: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado de Fock $ \Psi_E\rangle = 10\rangle$	30
Figura 4.5: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado de Fock $ \Psi_E\rangle = 100\rangle$	31
Figura 4.6: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = gg\rangle$ e o campo no estado de Fock $ \Psi_E\rangle = 1\rangle$	32
Figura 4.7: Emaranhamento atômico em função de gt . Linha Preta: Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado de Fock $ \Psi_E\rangle = 4\rangle$. Linha Azul: Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = gg\rangle$ e o campo no estado de Fock $ \Psi_E\rangle = 5\rangle$	33
Figura 4.8: Emaranhamento atômico em função de gt . Linha Preta: Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado de Fock $ \Psi_E\rangle = 0\rangle$. Linha Azul: Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = gg\rangle$ e o campo no estado de Fock $ \Psi_E\rangle = 2\rangle$	34
Figura 4.9: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado coerente $ \alpha ^2 = 0.1$	35
Figura 4.10: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado coerente $ \alpha ^2 = 1$	35
Figura 4.11: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado coerente $ \alpha ^2 = 5$	36
Figura 4.12: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado coerente $ \alpha ^2 = 10$	36
Figura 4.13: : Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado coerente $ \alpha ^2 = 100$	37
Figura 4.14: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado coerente $ \alpha ^2 = 50$	37
Figura 4.15: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado coerente $ \alpha ^2 = 50$	38

Figura 4.16: Inversão atômica em função de gt. Linha Preta: Interação do campo com dois átomos. Linha Azul: Interação do campo com um átomo. Estado inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado coerente $ \alpha ^2 = 8$	38
Figura 4.17: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt. Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado de gato de Schrodinger $ \alpha ^2 = 0.1$	40
Figura 4.18: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt. Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado de gato de Schrodinger $ \alpha ^2 = 1$	40
Figura 4.19: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt. Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado de gato de Schrodinger $ \alpha ^2 = 5$	41
Figura 4.20: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt. Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado de gato de Schrodinger $ \alpha ^2 = 10$	41
Figura 4.21: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt. Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado de gato de Schrodinger $ \alpha ^2 = 100$	42
Figura 4.22: Emaranhamento atômico em função de gt. Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo térmico $\bar{n} = 0.1$	43
Figura 4.23: Emaranhamento atômico em função de gt. Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo térmico $\bar{n} = 1$	43
Figure 4.24: Emaranhamento atômico em função de gt. Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo térmico $\bar{n} = 5$	44
Figura 4.25: Emaranhamento atômico em função de gt. Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo térmico $\bar{n} = 10$	44
Figura 4.26: Emaranhamento atômico em função de gt. Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo térmico $\bar{n} = 100$	45
Figura 6.1: Emaranhamento atômico máximo em função de F. Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado de Fock. Evolução do emaranhamento máximo de acordo com o parâmetro dispersivo.....	52
Figura 6.2: Emaranhamento atômico máximo em função de F. Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = gg\rangle$ e o campo no estado de Fock. Evolução do emaranhamento máximo de acordo com o parâmetro dispersivo.....	53
Figura 6.3: Emaranhamento atômico máximo em função de F. Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado coerente. Evolução do emaranhamento máximo de acordo com o parâmetro dispersivo.....	54
Figura 6.4: Emaranhamento atômico máximo em função de F. Estado atômico inicial $ \Psi_S(0)\rangle = eg\rangle$ e o campo no estado de gato de Schrodinger. Evolução do emaranhamento máximo de acordo com o parâmetro dispersivo.....	54

Figura 6.5: Emaranhamento atômico máximo em função de F . Estado atômico inicial $|\Psi_5(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo térmico. Evolução do emaranhamento máximo de acordo com o parâmetro dispersivo.....55

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 INTERAÇÃO RADIAÇÃO-MATÉRIA	14
2.1 O Modelo de Jaynes-Cummings	14
3 ESTADOS CORRELACIONADOS	19
3.1 Quantificação do Emaranhamento.....	21
3.2 Critério da <i>Concurrence</i>	22
3.3 Critério <i>M</i>	23
4 EMARANHAMENTO RESSONANTE	26
4.1 Os estados do campo e o emaranhamento atômico	26
4.2 Estado de Fock do Campo	28
4.3 Estado Coerente do Campo	34
4.4 Estado de Gato de Schrodinger	39
4.5 Campo Térmico de Radiação	42
5 EMARANHAMENTO NÃO-RESSONANTE	46
5.1 Hamiltoniano Efetivo	46
5.2 Evolução e Emaranhamento	49
6 RELAÇÃO ENTRE EMARANHAMENTO E DESSINTONIA	52
7 CONCLUSÕES	56
REFERÊNCIAS	57

1 INTRODUÇÃO

Com o advento da Mecânica Quântica no século XX, surgiram diversos questionamentos sobre essa nova forma de descrever a natureza e de como estabelecer uma fronteira entre ela e a já bem conhecida Física Clássica. De fato, sabemos desde 1927, com o "Teorema de Ehrenfest"(1), que a evolução dos valores esperados dos observáveis quânticos está intimamente ligada ao teorema de Liouville da Mecânica Hamiltoniana. Essa relação entretanto, não é capaz de nos fornecer uma visão de onde está a fronteira entre os dois regimes. Através do estudo do emaranhamento de dois átomos de dois níveis induzido por um campo eletromagnético, esperamos entender um pouco mais sobre essa fronteira clássico-quântico para campos de radiação em cavidades supercondutoras.

Em 1963, Edwin Jaynes e Fred Cummings (2), introduziram o modelo mais simples que aborda a interação entre um sistema atômico de dois níveis e um campo eletromagnético quantizado. Através da aproximação de onda girante (RWA) chega-se ao modelo conhecido como Jaynes-Cummings. Contudo, essa aproximação só é satisfatória quando o campo é pouco intenso e seu acomplamento com o átomo é fraco. Apesar disso, o Modelo Jaynes-Cummings, ao longo dos anos, mostrou-se uma ferramenta útil para notar efeitos quânticos interessantes como a natureza granular da radiação, que se manifesta no decaimento e ressurgimento da inversão atômica (3), as oscilações de Rabi (4) e o emaranhamento átomo-campo e também átomo-átomo induzido pela interação de dois átomos com o campo eletromagnético (5).

Com um grau razoável de precisão, hoje é possível medir o emaranhamento entre os átomos que interagem simultaneamente com o campo de radiação (6). Apesar de ser importante para testar os fundamentos da Mecânica Quântica e também para nos mostrar a possibilidade da criação de portas-lógicas e protocolos básicos de computação quântica (7), o regime de Eletrodinâmica Quântica de Cavidades (EQC) não é apontado como o sistema ideal para a construção de um computador quântico em larga escala devido a falta de praticidade de se montar um circuito ou um chip utilizando cavidades. Na verdade, nenhum sistema ainda é apontado como ideal para a construção de tal equipamento. Sendo assim, este trabalho se propõe a estudar a classicalidade do campo eletromagnético via cálculo de emaranhamento entre dois átomos que interagem com este campo contido em uma cavidade, definindo, se possível, um critério de classicalidade dessa maneira. Para isso, buscamos então estabelecer quais os parâmetros do campo contido na cavidade responsáveis por gerar estados emaranhados entre dois átomos, tendo em vista que um campo clássico nunca é capaz de gerar emaranhamento e um campo quântico oferece a possibilidade da geração do emaranhamento, ou seja, sempre que houver emaranhamento, temos o caso de uma radiação não-clássica.

A partir do próximo capítulo é apresentado o modelo Jaynes-Cummings de interação radiação-matéria, sua obtenção, o significado de cada um de seus termos e a influência deles na dinâmica

do sistema. No capítulo 3, será apresentada a diferença entre as correlações clássicas e quânticas, o procedimento para gerar estados atômicos emaranhados e como quantificar a intensidade (grau) do emaranhamento entre os átomos. Em seguida, nos capítulos 4 e 5, analisaremos o emaranhamento atômico mediado pelo campo de radiação nas situações, respectivamente, em que o campo contido na cavidade possui uma frequência característica idêntica à frequência de transição entre os níveis atômicos, isto é, o regime ressonante, e o caso em que a interação átomo-campo ocorre no regime dispersivo (7). Essas duas análises são feitas para quatro diferentes estados do campo: o estado de número, o estado coerente, a radiação térmica e o estado de gato de Schrödinger. Por último, analisaremos os estados que atingem o maior grau de emaranhamento de acordo com a transição do regime ressonante para o regime dispersivo e que conclusões podemos tirar sobre os aspectos do campo eletromagnético.

2 INTERAÇÃO RADIAÇÃO-MATÉRIA

Mesmo com o sucesso da Mecânica Quântica na explicação de uma gama de fenômenos físicos e propriedades de diversas substâncias, até 1963 um problema resistia: como ocorre a interação entre a radiação e a matéria. Dessa forma, a teoria de Maxwell para a eletricidade e para o magnetismo deveria ser modificada e seguir os princípios da Mecânica Quântica. Essa nova teoria ficou conhecida como Eletrodinâmica Quântica. Vejamos agora um modelo de interação radiação-matéria, conhecido como modelo de Jaynes-Cummings.

2.1 O Modelo de Jaynes-Cummings

Para a obtenção do hamiltoniano de Jaynes-Cummings é preciso fazer algumas considerações. A primeira delas é a quantização do campo eletromagnético que não é feita aqui mas pode ser seguida de acordo com (8). A segunda consideração é que o campo eletromagnético está contido em uma cavidade perfeitamente condutora de tal maneira que só consideraremos os graus de liberdade do campo como discretos, ajudando na simplificação do processo de quantização. Por fim, a última consideração a ser feita é que a interação entre o átomo e o campo eletromagnético segue a aproximação de dipolo, ou seja, as dimensões atômicas caracterizam os átomos como objetos pontuais perante o comprimento de onda do campo eletromagnético de forma a serem considerados dipolos elétricos.

A interação do átomo com o campo pode ser descrita então da seguinte maneira:

$$\hat{H}_I = -\hat{\mu} \cdot \hat{\mathbf{E}} \quad (2.1)$$

Sendo $\hat{\mu} \equiv e \cdot \hat{\mathbf{r}}$ o operador momento de dipolo atômico e $\hat{\mathbf{E}} = \sum_k \varepsilon_k (\hat{a}_k^\dagger + \hat{a}_k) \mathbf{e}$ o operador campo elétrico, com \hat{a}_k^\dagger e \hat{a}_k sendo, respectivamente, os operadores de criação e aniquilação de fótons do k-ésimo modo do campo de radiação, e:

$$\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k = n |n\rangle, \hat{a}_k^\dagger = \sqrt{n+1} |n+1\rangle, \hat{a}_k = \sqrt{n} |n-1\rangle \quad (2.2)$$

Sendo n o número de fótons do campo e $\varepsilon_k = \sqrt{\hbar \omega_k / 2 \varepsilon_0 V}$, com ω_k a frequência do k-ésimo modo do campo, ε_0 a constante dielétrica do vácuo e V , o volume da cavidade. Ainda, \mathbf{e} é o vetor polarização do campo e \mathbf{r} , o vetor posição do elétron. O hamiltoniano total do sistema pode ser escrito como:

$$\hat{H} = \hat{H}_{campo} + \hat{H}_{\acute{a}tomo} + \hat{H}_I = \hat{H}_{campo} + \hat{H}_{\acute{a}tomo} - \hat{\mu} \cdot \hat{E} \quad (2.3)$$

onde \hat{H}_{campo} e $\hat{H}_{\acute{a}tomo}$ são, respectivamente, os hamiltonianos livres do campo e do átomo.

O hamiltoniano do campo livre pode ser descrito de acordo com a Eq.(2.4) em função dos operadores de destruição e criação de fótons no campo, \hat{a}_k e \hat{a}_k^\dagger , $\hat{H}_{campo} = \sum_k \hbar \omega_k \left(\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + \frac{1}{2} \right)$ (2.4). Podemos também expressar a energia do átomo ($H_{\acute{a}tomo}$) e também $e\mathbf{r}$, sendo e a carga do elétron, em termos dos operadores de transição atômica $\hat{\sigma}_{ij} = |i\rangle\langle j|$. As auto-energias E_i de $\hat{H}_{\acute{a}tomo}$, juntamente com os seus autoestados $|i\rangle$, são relacionados da seguinte maneira:

$$\hat{H}_{\acute{a}tomo} = E_i |i\rangle\langle i|. \quad (2.5)$$

Como os auto-estados de $\hat{H}_{\acute{a}tomo}$ formam uma base completa, podemos escrever:

$$\hat{H}_{\acute{a}tomo} = \sum_i E_i |i\rangle\langle i| = \sum_i E_i \sigma_{ii}. \quad (2.6)$$

Levando-se em conta a quantização do momento de dipolo e do campo elétrico, podemos escrever a parte correspondente à interação como:

$$\hat{H}_I = \sum_{k,i,j} \hbar g_k^{ij} \sigma_{ij} (\hat{a}_k^\dagger + \hat{a}_k) \quad (2.7)$$

Sendo que g_k^{ij} representa o acoplamento entre o k -ésimo modo do campo e os níveis atômicos $|i\rangle$ e $|j\rangle$. Reescrevemos então a Eq.(2.3) como:

$$\hat{H} = \sum_k \hbar \omega_k \left(\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + \frac{1}{2} \right) + \sum_i E_i \hat{\sigma}_{ii} + \sum_{k,i,j} \hbar g_k^{ij} \hat{\sigma}_{ij} (\hat{a}_k^\dagger + \hat{a}_k). \quad (2.8)$$

O hamiltoniano escrito dessa forma leva em consideração a interação entre todos os modos do campo eletromagnético com o átomo de dois níveis. Ainda assim é possível ajustar a cavidade em uma configuração tal que beneficie um modo desse campo, isto é, que uma dada frequência ω seja a mais próxima à frequência de transição atômica ω_0 de tal forma que podemos considerar que o átomo só interage com esse modo da cavidade. Dessa forma, reduzimos o hamiltoniano do campo livre, desconsiderando a energia de vácuo, para:

$$\hat{H}_{campo} = \hbar \omega \hat{a}^\dagger \hat{a}. \quad (2.9)$$

Para o nosso caso, em que o átomo tem somente dois níveis populados, com o nível fundamental representado por $|g\rangle$ e com energia E_g e o nível excitado representado por $|e\rangle$ e com energia E_e , sendo $E_e > E_g$, temos:

$$\hat{H}_{\text{átomo}} = E_e \hat{\sigma}_{ee} + E_g \hat{\sigma}_{gg}. \quad (2.10)$$

Como podemos escrever $E_e - E_g = \hbar\omega_0$ e $\hat{\sigma}_{ee} + \hat{\sigma}_{gg} = 1$, a Eq.(2.10) torna-se:

$$\hat{H}_{\text{átomo}} = E_e \hat{\sigma}_{ee} + E_g \hat{\sigma}_{gg} = \frac{1}{2} \hbar\omega_0 (\hat{\sigma}_{ee} + \hat{\sigma}_{gg}) + \frac{1}{2} (E_e + E_g). \quad (2.11)$$

Se usarmos a seguinte notação:

$$\hat{\sigma}_z = \hat{\sigma}_{ee} - \hat{\sigma}_{gg} = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|, \quad (2.12)$$

$$\hat{\sigma}_+ = \hat{\sigma}_{eg} = |e\rangle\langle g|, \quad (2.13)$$

$$\hat{\sigma}_- = \hat{\sigma}_{ge} = |g\rangle\langle e| \quad (2.14)$$

e ignorarmos o termo $\frac{1}{2}(E_e + E_g)$, redefinindo assim o zero de energia, a parte do hamiltoniano correspondente ao átomo livre será dada por:

$$\hat{H}_{\text{átomo}} = \frac{1}{2} \hbar\omega_0 \hat{\sigma}_z. \quad (2.15)$$

Depois de encontrarmos essas duas maneiras de reescrever os termos do hamiltoniano do sistema correspondente as partes livres do campo e do átomo, procuramos agora uma forma mais enxuta de escrever o termo correspondente a interação entre ambos. De uma forma extensa, podemos evoluir a somatória da Eq.(2.7), considerando somente um modo do campo e um do átomo de dois níveis da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \hat{H}_I = \sum_{\mathbf{k};i,j} \hbar g_{\mathbf{k}}^{i,j} \hat{\sigma}_{ij} (\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger + \hat{a}_{\mathbf{k}}) &= \hbar g^{ee} \hat{\sigma}_{ee} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) + \hbar g^{eg} \hat{\sigma}_{eg} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) + \\ &\hbar g^{ge} \hat{\sigma}_{ge} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) + \hbar g^{gg} \hat{\sigma}_{gg} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Devido à simetria do hamiltoniano atômico, as suas auto-funções têm paridade bem definida. Desse modo, como o momento de dipolo μ é uma função ímpar com relação a $\hat{\mathbf{r}} \rightarrow -\hat{\mathbf{r}}$, os termos da diagonal do operador μ , na base de energia, se anulam. Isto equivale a $\langle i|\hat{\mu}|j\rangle = 0$ com $|i\rangle = |e\rangle$ ou $|g\rangle$. Ainda para o átomo de dois níveis, $g = g^{eg} = (g^{ge})^*$ e $g = g(\hat{\mathbf{r}}) \approx -i \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar\epsilon_0 V}} e^{-ik\hat{\mathbf{r}}_0} \hat{\mu}_{eg} \epsilon_0$, em que \mathbf{r}_0 representa o vetor posição do átomo. Portanto,

$$\hat{H}_I = \sum_{\mathbf{k};i,j} \hbar g_{\mathbf{k}}^{i,j} \hat{\sigma}_{ij} (\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger + \hat{a}_{\mathbf{k}}) = \hbar g \hat{\sigma}_{eg} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) + \hbar g \hat{\sigma}_{ge} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) = \hbar g (\hat{\sigma}_{eg} + \hat{\sigma}_{ge}) (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \quad (2.17)$$

assumindo g real, o hamiltoniano total do sistema sem levar em conta a energia do ponto zero do campo será:

$$\hat{H} = \hbar\omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \hbar\omega_0 \hat{\sigma}_Z + \hbar g (\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-) (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \quad (2.18)$$

Em que g é a constante de acoplamento entre o átomo e o campo, que descreve a frequência de troca de energia entre o átomo e o campo quando este está no vácuo e o átomo está no estado excitado (frequência de Rabi).

Podemos notar na Eq.(2.18) que o termo de interação apresenta dois tipos diferentes de processos de troca. O primeiro processo é representado pelos termos do tipo $\hat{\sigma}_+ \hat{a}$ e $\hat{\sigma}_- \hat{a}^\dagger$. Esses dois primeiros termos em questão nos mostram, respectivamente, um processo de aniquilação de um fóton do campo, absorvido pelo átomo que se excita e um processo de criação de um fóton no campo devido ao decaimento do átomo que estava no estado excitado e, liberando um fóton, vai para o estado fundamental. Esses termos representam a interação Jaynes-Cummings (2). O segundo desses processos de troca é representado por $\hat{\sigma}_- \hat{a}$ e $\hat{\sigma}_+ \hat{a}^\dagger$. Esses termos conhecidos como anti-Jaynes-Cummings são responsáveis por processos em que um fóton do campo é destruído e o átomo perde uma excitação ou um fóton é criado no campo enquanto o átomo vai do estado fundamental para o estado excitado. Esses termos aparentemente são estranhos pois um átomo pode ficar excitado emitindo um fóton ou decair absorvendo um fóton. Erroneamente é dito que eles não conservam a energia (9) e por isso são desprezados. Como podemos ver no artigo de Werlang et al. (10), na verdade esses termos são eliminados do Hamiltoniano devido à já citada aproximação de onda girante (RWA), que é válida quando o acoplamento g é muito fraco em relação às frequências do sistema (átomo e campo) e o campo

não muito intenso, isto é, $\frac{g\sqrt{\bar{n}+1}}{\omega+\omega_0} \ll 1$, onde \bar{n} é o número médio de fótons do campo.

Atualmente, a grande maioria dos experimentos em Óptica Quântica trabalha nesse regime (6)

Devido a essa aproximação, o hamiltoniano da Eq.(2.18) pode ser reescrito como

$$\hat{H} = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\hbar\omega_0\hat{\sigma}_Z + \hbar g(\hat{\sigma}_+\hat{a} + \hat{\sigma}_-\hat{a}^\dagger), \quad (2.19)$$

que nos fornece um modelo com solução analítica para o problema da interação radiação-matéria. Esse é o hamiltoniano de Janyes-Cummings.

3 ESTADOS CORRELACIONADOS

Na década de 1930, os princípios da Mecânica Quântica já estavam bem estabelecidos. Dentre eles, um chamava a atenção por suas conseqüências, tanto práticas quanto filosóficas, surpreendentes. Ele ficou conhecido como Princípio de Superposição da Mecânica Quântica. Esse princípio fundamental, ou postulado, consiste em:

Em um tempo t_0 , o estado físico de um sistema é descrito pelo ket $|\Psi(t_0)\rangle$ pertencente ao espaço de estados K .

Dessa forma, podemos notar que, se K é um espaço vetorial, esse postulado implica no princípio da superposição, ou seja, uma combinação linear de vetores que representam um estado, é também um vetor de estado pertencente a esse mesmo espaço vetorial. Como na Mecânica Quântica, esse espaço de estados é de fato o espaço de Hilbert, que se trata de um espaço vetorial complexo e completo, com a métrica definida e encontrada pelo produto escalar, o princípio da superposição se aplica diretamente à Mecânica Quântica. Sendo assim, podemos escrever um estado quântico como $|\Psi\rangle = \alpha|\Psi_1\rangle + \beta|\Psi_2\rangle$, com α e β sendo números complexos e $|\Psi\rangle$, $|\Psi_1\rangle$ e $|\Psi_2\rangle$ vetores do espaço de Hilbert. Isso é decorrente da equação de Schrödinger que é homogênea e linear (11), ou seja, se $|\Psi_1\rangle$ é uma solução para essa equação e $|\Psi_2\rangle$ é uma outra solução, uma combinação linear das duas também será solução da equação.

Tornando as coisas ainda mais interessantes, em 1935, A. Einstein, B. Podolsky e N. Rosen (12) chamaram a atenção para um fato curioso sobre a recém surgida Mecânica Quântica: sua formulação abriria possibilidades que violavam o que eles definem no artigo como realidade física e localidade. Dessa forma, os autores descreveram a Mecânica Quântica como sendo, mesmo que correta, uma forma incompleta de se descrever a natureza. Esse trabalho, deu origem ao estudo do que Erwin Schrödinger chamou de "o traço característico da Mecânica Quântica" (13), o emaranhamento. Através de um experimento imaginário, Schrödinger mostrou conseqüências inusitadas para um mundo macroscópico regido pela Mecânica Quântica. Esse experimento imaginário levou ao paradoxo conhecido como o Gato de Schrödinger, que é a aplicação do princípio da superposição para um sistema composto e consiste no seguinte:

Imaginemos que um gato está preso em uma caixa fechada e completamente isolada de tal maneira que não sabemos em qual situação se encontra o animal. Ele pode estar vivo (representado pelo ket $|V\rangle$) ou morto (representado pelo ket $|M\rangle$). Juntamente com o gato na caixa, existe um átomo 1 instável ($|1\rangle$) que pode decair para um átomo 2 ($|2\rangle$), este mais estável e que a energia liberada pela transição do átomo 1 \rightarrow átomo 2 seja suficiente para ativar um mecanismo que libera um gás tóxico o bastante para matar o gato rapidamente. Dessa forma,

se o princípio da superposição for válido para esse caso, podemos escrever o estado do sistema composto pelo gato e pelo átomo como uma superposição de seus estados individuais da seguinte forma:

$$|Gato + \text{Átomo}\rangle = \alpha|V\rangle|1\rangle + \beta|M\rangle|2\rangle.$$

Os módulos quadrados dos coeficientes α e β são as probabilidades do átomo 1, respectivamente, não decair ou decair para o átomo 2. Por consequência, representam também a probabilidade do gato estar vivo ou morto. Esse estado foi chamado por Schrodinger de estado emaranhado entre o gato e o átomo.

Para o estudo do emaranhamento, primeiramente temos de entender a diferença entre uma correlação clássica e uma correlação quântica. Para isso, vejamos dois exemplos:

Imaginemos dois objetos clássicos como duas esferas. Digamos que uma das esferas é da cor vermelha e a outra esfera tem a cor azul. Podemos ainda dizer que, se adicionarmos tinta amarela à esfera vermelha, esta se tornará laranja. Por outro lado, se o processo de adição de tinta for feito na esfera azul, esta se tornará verde. Logo, podemos propor a seguinte situação:

As duas esferas (vermelha e azul) são separadas em duas caixas isoladas e levadas para cidades distintas (cidades A e B). Temos então um sistema composto por objetos clássicos correlacionados de maneira que o sistema pode ser descrito como $|C\rangle = \alpha|Azul\rangle_A|Vermelha\rangle_B + \beta|Vermelha\rangle_A|Azul\rangle_B$, $\alpha|Azul\rangle_A|Vermelha\rangle_B$ com representando que a esfera azul segue para a cidade A e a esfera vermelha para a cidade B e $\beta|Vermelha\rangle_A|Azul\rangle_B$, dizendo que a cidade A recebeu a esfera vermelha e a esfera azul foi para a cidade B. Além disso, α e β são, além de complementares, mutuamente excludentes, ou seja $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ e, se $\alpha = 1$, $\beta = 0$ e vice versa. Dessa forma, se observarmos a cor da esfera da cidade A (realizarmos uma medida), automaticamente podemos dizer qual a cor da esfera na cidade B. Por outro lado, se a esfera que está sendo transportada para a cidade A recebe tinta amarela, temos um novo sistema indicado por $|\tilde{C}\rangle = \alpha|Verde\rangle_A|Vermelha\rangle_B + \beta|Laranja\rangle_A|Azul\rangle_B$. Sendo assim, observar a cor da esfera na cidade A também nos permite dizer qual é a cor da esfera B. Se a esfera da cidade A é vista de cor verde, a da cidade B com certeza será de cor vermelha e, se na cidade A for observada a esfera de cor laranja, na cidade B teremos a esfera de cor Azul.

Podemos imaginar uma situação quântica análoga. Um fóton ultravioleta bombardeia um cristal e este, por sua vez, emite dois fótons de menor frequência (este processo é conhecido como “*Down Conversion*” (9)). Os fótons emitidos pelo cristal a partir do pulso são chamados de

fótons gêmeos e, sob certas condições, esses dois fótons gêmeos possuem polarizações ortogonais. Dessa forma, sabemos que se um está polarizado verticalmente, o outro está polarizado horizontalmente. A única maneira de encontrarmos a polarização do fóton é efetuando-se uma medida sobre ele. Suponhamos que cada um dos fótons gêmeos siga um caminho, de maneira que podemos representar o estado global desse sistema como $|Q\rangle = \alpha|Vertical\rangle_A|Horizontal\rangle_B + \beta|Horizontal\rangle_A|Vertical\rangle_B$. O primeiro termo indica que, se medirmos o fóton que seguiu o caminho A e ele estiver com polarização Vertical, então o fóton que seguiu o caminho B será medido com polarização Horizontal e vice versa. Por simplicidade, escrevemos $|Vertical\rangle = |\uparrow\rangle$ e $|Horizontal\rangle = |\leftrightarrow\rangle$. Assim:

$$|Q\rangle = \alpha|\uparrow\rangle_A|\leftrightarrow\rangle_B + \beta|\leftrightarrow\rangle_A|\uparrow\rangle_B.$$

Analogamente a aplicação da tinta no caso anterior, podemos aplicar uma rotação na polarização do fóton, que consiste em levá-la para uma superposição de possíveis polarizações, que segue pelo caminho A. Sendo assim, $|\tilde{Q}\rangle = \tilde{\alpha}(|\uparrow\rangle + |\leftrightarrow\rangle)_A|\leftrightarrow\rangle_B + \tilde{\beta}(|\uparrow\rangle - |\leftrightarrow\rangle)_A|\uparrow\rangle_B = |\uparrow\rangle_A(\alpha'|\uparrow\rangle - \beta'|\leftrightarrow\rangle)_B + |\leftrightarrow\rangle_A(\alpha''|\leftrightarrow\rangle + \beta''|\uparrow\rangle)_B$. Diferentemente do caso clássico, medir a polarização do fóton que segue o caminho A como sendo vertical não garante que a medida do fóton do caminho B será horizontal pois, segundo o princípio quântico da superposição, os valores de α (ou α' e α'') e β (ou β' e β'') são complementares mas não mutuamente excludentes. Isso implica que, mesmo medindo polarização vertical para o fóton que percorre o caminho A, podemos obter uma medida de polarização tanto vertical quanto horizontal no fóton que segue o caminho B. Essa diferença entre a correlação clássica e correlação quântica é decorrente, portanto, do Princípio da Superposição Quântica.

Essa descrição da natureza aparentemente paradoxal foi alvo de discussões ao longo de muitos anos. Os argumentos de EPR e Schrödinger não proporcionaram previsões quantitativas, restringindo-se somente às implicações filosóficas dessa nova interpretação. Entretanto, em 1964, John Bell (14) demonstrou matematicamente que, aplicado a sistemas compostos, o princípio da superposição levaria à comprovação do aspecto não-local da Mecânica Quântica. Somente em 1982, Alain Aspect e colaboradores (15) verificaram experimentalmente a proposta de Bell, indicando assim que a Mecânica Quântica realmente possuía esse caráter não local.

3.1 Quantificação do Emaranhamento

De uma maneira mais direta, podemos dizer que esse tipo de correlação surge quando podemos representar o estado completo de um sistema composto por duas ou mais partes, mas não podemos dizer especificamente qual é o estado de cada uma dessas partes (ou subsistemas).

Para definirmos estados emaranhados de maneira formal, o que podemos fazer é definir o que são estados não emaranhados, também chamados de estados separáveis, que são descritos da seguinte maneira:

$$|\Psi\rangle = |\Psi\rangle_A \otimes |\Psi\rangle_B, \quad (3.1)$$

onde $|\Psi\rangle_A$ e $|\Psi\rangle_B$ são os estados puros que representam os subsistemas que constituem o estado global $|\Psi\rangle$. Para estados puros, estados emaranhados são todos os estados que não podem ser escritos dessa maneira. Nesse caso, chamamos esse sistema de bipartido, pois é constituído apenas de duas partes. Essa definição de emaranhamento é geral, valendo para sistemas multipartidos, ou seja, com mais de duas partes.

A definição para estados emaranhados de mistura estatística é análoga porém com uma outra abordagem. Ao invés de utilizarmos estados $|\Psi\rangle_A$ e $|\Psi\rangle_B$ para definirmos estados separados, faremos agora uso das matrizes densidades dos subsistemas mistos que compõem o sistema com um todo. Dessa forma, a definição de estado misto separável é feita da seguinte maneira:

$$\hat{\rho} = \sum_i P_i \hat{\rho}_i^A \otimes \hat{\rho}_i^B, \quad (3.2)$$

sendo $\hat{\rho}$ a matriz densidade global do sistema em questão e $\hat{\rho}_i^A$ e $\hat{\rho}_i^B$ as matrizes densidades das partes constituintes de $\hat{\rho}$.

Essa forma de definir emaranhamento, embora precisa, não permite quantificá-lo. Podemos dizer, segundo essa definição, se dois sistemas estão ou não em um estado emaranhado. Todavia, não conseguimos saber quão emaranhados eles estão. Para tanto, existem alguns critérios de quantificação de emaranhamento práticos para sistemas bipartidos, que é o nosso objeto de interesse deste trabalho.

3.2 Critério da *Concurrence*

Em setembro de 1997, William K. Wootters (16) propôs uma forma muito prática de quantificar emaranhamento bipartido. Esse método consiste no cálculo de uma propriedade que foi denominada *Concurrence*, que está ligada ao spin flip de um estado, e será a medida padrão de emaranhamento deste trabalho.

Seja um estado quântico descrito por $\hat{\rho}$, o seu *spin flip* é definido como:

$$\tilde{\rho} = (\hat{\sigma}_y \otimes \hat{\sigma}_y) \hat{\rho}^* (\hat{\sigma}_y \otimes \hat{\sigma}_y), \quad (3.3)$$

em que $\hat{\sigma}_y$ é uma das matrizes de Pauli e $\hat{\rho}^*$ é o complexo conjugado da matriz densidade $\hat{\rho}$. Para um estado puro, o cálculo da *Concurrence* é feito de uma maneira direta segundo a equação seguinte:

$$C = |\langle \Psi | \tilde{\Psi} \rangle| \quad (3.4)$$

onde $|\tilde{\Psi}\rangle$ é o spin flip de $|\Psi\rangle$.

Quando se trata de estados de mistura, esse cálculo torna-se um pouco mais complicado, envolvendo autovalores da matriz $R = \sqrt{\sqrt{\hat{\rho}} \tilde{\rho} \sqrt{\hat{\rho}}}$. De uma maneira mais operacional, esses autovalores da matriz R são as raízes quadradas dos autovalores da matriz $\hat{\rho} \tilde{\rho}$, que são todos não negativos. Tendo em mãos essas raízes, chamadas de λ_i , basta ordená-las de maneira decrescente ($\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4$) e o cálculo da *Concurrence* é feito da seguinte maneira:

$$C = \max\{0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4\}. \quad (3.5)$$

O mínimo valor da *Concurrence* é zero. Isso significa que os sistemas são completamente separáveis. Essa medida cresce até o seu máximo valor que é 1, que refere-se aos estados maximamente emaranhados para sistemas bipartidos.

3.3 Critério M

Uma outra forma de verificar o grau de emaranhamento entre os subsistemas constituintes de um sistema global foi elaborado por Mickel A. De Ponte (17) e, para sistemas bipartidos, é uma forma mais simples de se calcular a correlação entre os sistemas pois não utiliza cálculo de autovalores, mas somente determinantes.

Dado um sistema quântico representado por sua matriz densidade $\hat{\rho}$, podemos encontrar a transposta parcial desta matriz, denotada por $\hat{\rho}_{TP}$, “transpondo” os blocos que compõem a diagonal principal da matriz densidade. Isso pode ser ilustrado com o exemplo a seguir:

Seja

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix},$$

com $A_{11} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, $A_{12} = \begin{pmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{pmatrix}$, $A_{21} = \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}$ e $A_{22} = \begin{pmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$.

Dessa forma, a matriz $\hat{\rho}_{TP}$ pode ser escrita com a transposição dos blocos do tipo A_{ii} , ou seja,

$$\hat{\rho}_{TP} = \begin{pmatrix} A_{22} & A_{12} \\ A_{21} & A_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{33} & a_{34} & a_{13} & a_{14} \\ a_{43} & a_{44} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{11} & a_{12} \\ a_{41} & a_{42} & a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}.$$

A medida de emaranhamento será dada por

$$M = 4\text{Im}[\sqrt{\det(\hat{\rho}_{TP})}]. \quad (3.6)$$

Assim como a *Concurrence*, para sistemas que são completamente separáveis, o valor de M é zero e, para sistemas maximamente emaranhados, $M=1$.

Apesar disso, duas ou mais medidas diferentes de emaranhamento não precisam concordar em todos os pontos mas sim na forma com que o emaranhamento evolui, se equivalendo nos pontos de máximo e mínimo para cada uma delas. Para ilustrar esse fato, tomamos então um sistema particular representado por um *Estado de Werner* (18). Este estado é formado pela mistura de um estado maximamente emaranhado e um estado de máxima mistura separável. Ele pode ser representado da seguinte maneira:

$$\hat{\rho}_{TP} = p|\Psi\rangle\langle\Psi| + \frac{1-p}{d^2}I_1 \otimes I_2, \quad 0 \leq p \leq 1. \quad (3.7)$$

Na equação acima, $|\Psi\rangle$ representa o estado maximamente emaranhado em um espaço de Hilbert cujos subsistemas são d -dimensionais e I_1 e I_2 representam operadores identidades para, respectivamente, o subsistema 1 e o subsistema 2. Além disso, esse estado apresenta uma peculiaridade: esse estado será emaranhado se e somente se $p > 1/(1+d)$.

Dessa forma, para $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|ee\rangle + |gg\rangle)$, temos então $d=2$ e p tem de ser maior que $1/3$ para termos emaranhamento. Esse estado de Werner pode ser descrito por sua matriz densidade na base dos estados atômicos $\{|ee\rangle, |eg\rangle, |ge\rangle, |gg\rangle\}$ da seguinte maneira:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \frac{p}{2} + \frac{1-p}{d^2} & 0 & 0 & \frac{p}{2} \\ 0 & \frac{1-p}{d^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-p}{d^2} & 0 \\ \frac{p}{2} & 0 & 0 & \frac{p}{2} + \frac{1-p}{d^2} \end{pmatrix}.$$

O gráfico abaixo representa o grau de emaranhamento para diferentes valores de p , calculados tanto pela Concurrence, quanto pela medida M .

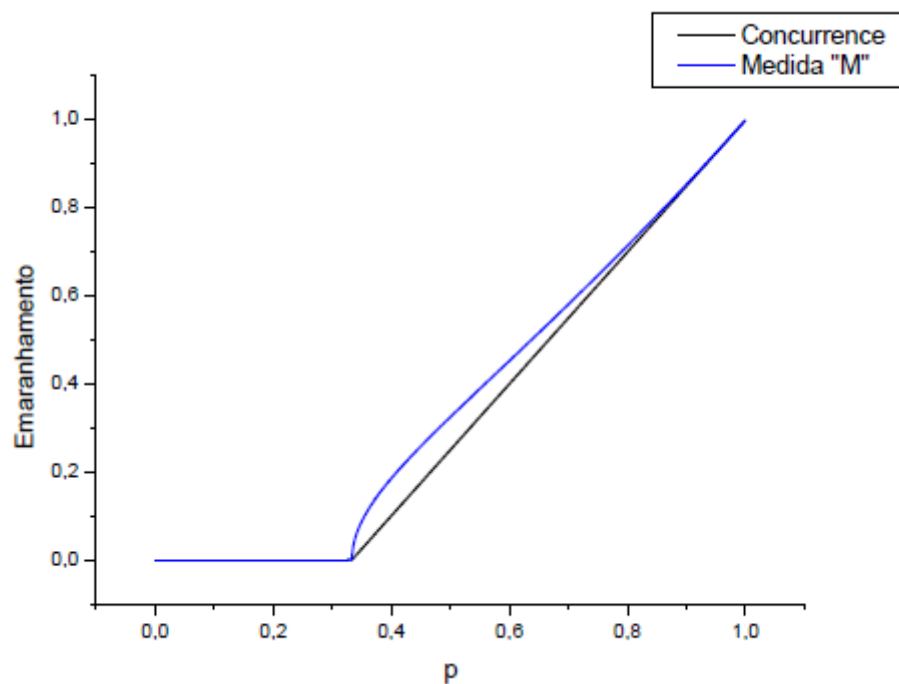


Figura 3.1: Emaranhamento de um Estado de Werner de acordo com o parâmetro p .

Para diferentes valores de p , as duas medidas apresentam valores diferentes, embora ambas cresçam monotonicamente à medida que p aumenta. Entretanto, os p 's em que o emaranhamento é nulo ou é máximo, as duas medidas coincidem.

4 EMARANHAMENTO RESSONANTE

Os estados emaranhados podem ser gerados experimentalmente de várias maneiras e, como o emaranhamento é propriedade geral da Mecânica Quântica, quaisquer objetos quânticos que componham um sistema, a priori, podem se emaranhar. Isso ocorre, por exemplo, com fótons, átomos e até mesmo com diferentes graus de liberdade de um mesmo sistema. Neste trabalho, o interesse é o estudo do emaranhamento entre dois átomos induzidos por um mesmo campo eletromagnético.

O procedimento consiste em, basicamente, fazer dois átomos atravessarem uma cavidade simultaneamente de tal maneira que o campo nela contido induza o emaranhamento entre dois átomos. A depender do estado em que se encontra o campo, esse emaranhamento será induzido ou não.

Em 1927, Dirac introduziu a teoria quântica para o campo luminoso. Na época, era consenso que todos os efeitos ópticos conhecidos poderiam ser explicados com o tratamento semiclassical do campo e, sendo assim, era bem difundido na comunidade científica que a mecânica quântica se fazia necessária para explicar fenômenos que ocorriam na matéria, mas não no campo eletromagnético (19). Essa postura permaneceu até 1977. A partir desse ano, começaram a surgir efeitos ópticos cujas suas explicações necessitavam da quantização do campo. Entre esses efeitos estão o *antibunching*, *estatística sub-Poissoniana* e *compressão de ruído quântico* (20). Um estado que possua ao menos uma dessas propriedades é considerado um estado não-clássico da luz. Além delas, outros efeitos quânticos são notáveis, como o *colapso e resurgimento da inversão atômica* e o *emaranhamento*. Esse último é o objeto de maior interesse desse trabalho.

Antes de analisarmos como diferentes estados do campo induzem o emaranhamento entre dois átomos, vale notar que, em uma descrição puramente clássica do campo eletromagnético, em momento algum seria possível gerar emaranhamento. Desse modo, para esse nosso sistema, poderíamos definir um campo não-clássico com aquele capaz de gerar emaranhamento entre dois átomos, isso porque existem campos quânticos que não geram emaranhamento, mas não existem campos clássicos capazes de gerá-los.

4.1 Os estados do campo e o emaranhamento atômico

Vamos levar em conta duas classes de estados para o campo eletromagnético: estados puros e estados mistos.

Consideremos então, dois átomos de dois níveis interagindo ressonantemente com um único modo de um campo de radiação segundo o modelo *Tavis-Cummings*¹. Os dois átomos são idênticos, não interagem entre si e se acoplam da mesma maneira com esse modo do campo. Dessa forma, podemos escrever o hamiltoniano desse sistema na representação de interação como:

¹ Extensão do modelo Jaynes-Cummings para n átomos.

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^2 \hbar g (\hat{\sigma}_i^+ \hat{a} + \hat{\sigma}_i^- \hat{a}^\dagger). \quad (4.1)$$

Sendo $\hat{\sigma}_i^+ = |e\rangle_i \langle g|$ e $\hat{\sigma}_i^- = |g\rangle_i \langle e|$ os operadores de levantamento e abaixamento do i -ésimo átomo e os níveis $|e\rangle_i$ e $|g\rangle_i$ representando, respectivamente, os estados excitado e fundamental dos átomos.

Podemos calcular o operador evolução, $\hat{U}(t) = e^{\frac{-i\hat{H}t}{\hbar}}$, com $|\Psi(t)\rangle = \hat{U}(t)|\Psi(0)\rangle$, e colocá-lo em sua forma matricial na base dos estados atômicos $\{|ee\rangle, |eg\rangle, |ge\rangle, |gg\rangle\}$ (21):

$$\hat{U}(t) = \begin{pmatrix} 2g^2\hat{a}(\hat{C} - \hat{\Theta})\hat{a}^\dagger + 1 & -ig\hat{S}\hat{a} & -ig\hat{S}\hat{a} & 2g^2\hat{a}(\hat{C} - \hat{\Theta})\hat{a} \\ -ig\hat{S}\hat{a}^\dagger & \frac{1}{2}(\cos\hat{\Omega}t + 1) & \frac{1}{2}(\cos\hat{\Omega}t - 1) & -ig\hat{S}\hat{a} \\ -ig\hat{S}\hat{a}^\dagger & \frac{1}{2}(\cos\hat{\Omega}t - 1) & \frac{1}{2}(\cos\hat{\Omega}t + 1) & -ig\hat{S}\hat{a} \\ 2g^2\hat{a}^\dagger(\hat{C} - \hat{\Theta})\hat{a}^\dagger & -ig\hat{S}\hat{a}^\dagger & -ig\hat{S}\hat{a}^\dagger & 2g^2\hat{a}^\dagger(\hat{C} - \hat{\Theta})\hat{a}^\dagger + 1 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

em que \hat{C} , \hat{S} , $\hat{\Omega}$ e $\hat{\Theta}$ são os operadores definidos por:

$$\hat{\Omega}^2 = \hat{\Theta}^{-1} = 2g^2(2\hat{a}^\dagger\hat{a} + 1), \quad (4.3)$$

$$\hat{C} = \hat{\Theta}\cos\hat{\Omega}t, \quad (4.4)$$

$$\hat{S} = \hat{\Omega}^{-1}\sin\hat{\Omega}t. \quad (4.5)$$

A matriz densidade em cada instante de tempo t é calculada em função dos estados iniciais do átomo e do campo, representados por suas matrizes densidade $\hat{\rho}_S$ e $\hat{\rho}_E$, respectivamente:

$$\hat{\rho}(t) = \hat{U}(t)\hat{\rho}(0)\hat{U}^\dagger(t),$$

$$\hat{\rho}(0) = \hat{\rho}_E(0) \otimes \hat{\rho}_S(0) = \hat{\rho}_E \otimes \hat{\rho}_S,$$

$$\hat{\rho}(t) = \hat{U}(t)\hat{\rho}_E \otimes \hat{\rho}_S\hat{U}^\dagger(t), \quad (4.6)$$

$$\hat{\rho}(t) = \sum_{m,n} \hat{U}(t)\rho_{m,n}|m\rangle\langle n| \otimes \hat{\rho}_S\hat{U}^\dagger(t), \quad (4.7)$$

em que $\rho_{m,n}$ depende unicamente do estado do campo em questão.

Traçando então sobre as variáveis do campo, ou seja, levando em consideração apenas o efeito médio da interação dos átomos com o campo eletromagnético, obtemos agora a matriz densidade que diz respeito somente ao comportamento do sistema atômico.

$$\hat{\rho}_S(t) = \text{Tr}_E \hat{\rho}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \langle k | \hat{\rho}(t) | k \rangle,$$

$$\hat{\rho}_S(t) = \sum_{k,m,n} \langle k | \hat{U}(t) \rho_{m,n} | m \rangle \langle n | \otimes \hat{\rho}_S \hat{U}^\dagger(t) | k \rangle, \quad (4.8)$$

$$\hat{\rho}_S(t) = \sum_{k,m,n} \rho_{m,n} \langle k | \hat{U}(t) | m \rangle \langle n | \otimes \hat{\rho}_S \hat{U}^\dagger(t) | k \rangle = \sum_{k,m,n} \rho_{m,n} \langle k | \hat{U}(t) | m \rangle \hat{\rho}_S \langle n | \hat{U}^\dagger(t) | k \rangle, \quad (4.9)$$

$$\hat{\rho}_S(t) = \sum_{k,m,n} \rho_{m,n} \hat{U}(t)^{km} \hat{\rho}_S \hat{U}^\dagger(t)^{nk}, \quad (4.10)$$

com $\hat{U}(t)^{km} = \langle k | \hat{U}(t) | m \rangle$ e $\hat{U}^\dagger(t)^{nk} = \langle n | \hat{U}^\dagger(t) | k \rangle$.

Vejamos agora a dependência do emaranhamento com diferentes estados do campo de radiação.

4.2 Estado de Fock do Campo

O estado de Fock, também conhecido como estado de número, possui um número de fótons bem definido e é representado por $|\Psi_E\rangle = |n\rangle$, onde n é o número de fótons. Além disso, exibe o efeito de *antibunching* e também uma *estatística sub-Poissoniana*, sendo assim, considerado um estado não-clássico da luz.

Para cada estado atômico inicial, o emaranhamento apresenta uma dinâmica diferente. Quando os dois átomos têm como estado de partida o estado excitado, ou seja, $|\Psi_S(0)\rangle = |ee\rangle$, o estado atômico global sempre, para o caso de um campo no estado de Fock, será separável, independente dos parâmetros utilizados. Para o caso em que os átomos têm como estado de partida o estado excitado para um dos átomos e o estado fundamental para o outro, isto é $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ ou $|ge\rangle$, o único parâmetro de controle relacionado ao campo é o número de fótons presentes na cavidade. Sendo assim, analisamos como o emaranhamento atômico evolui de acordo com esse parâmetro (Figuras 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5) via medida de *Concurrence*:

1º Caso: Zero fótons na cavidade

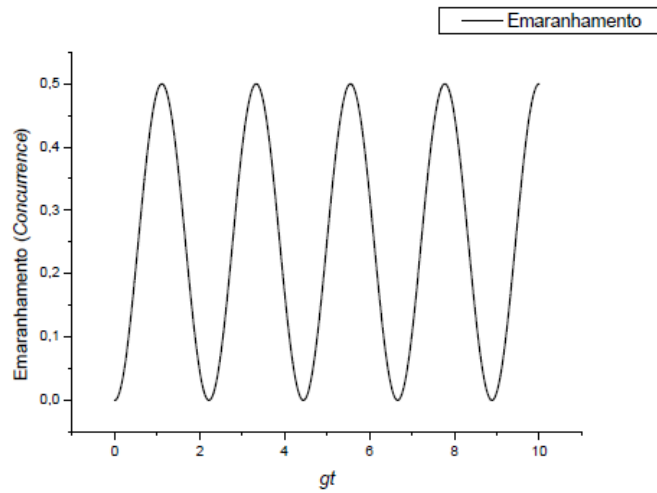


Figura 4.1: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado de Fock $|\Psi_E\rangle = |0\rangle$.

2º Caso: Um fóton na cavidade

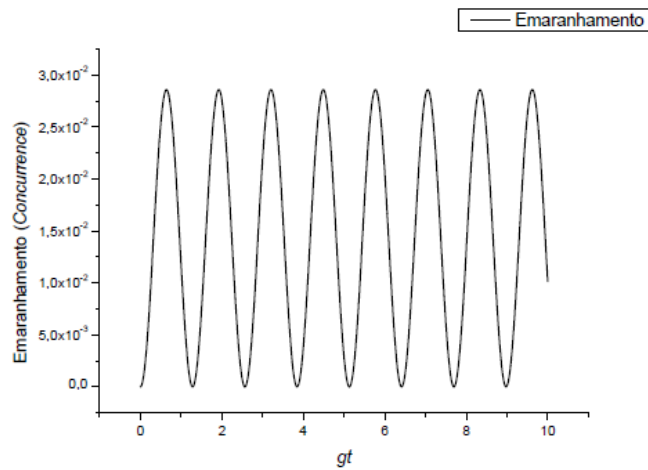


Figura 4.2: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado de Fock $|\Psi_E\rangle = |1\rangle$.

3º Caso: Cinco fótons na cavidade

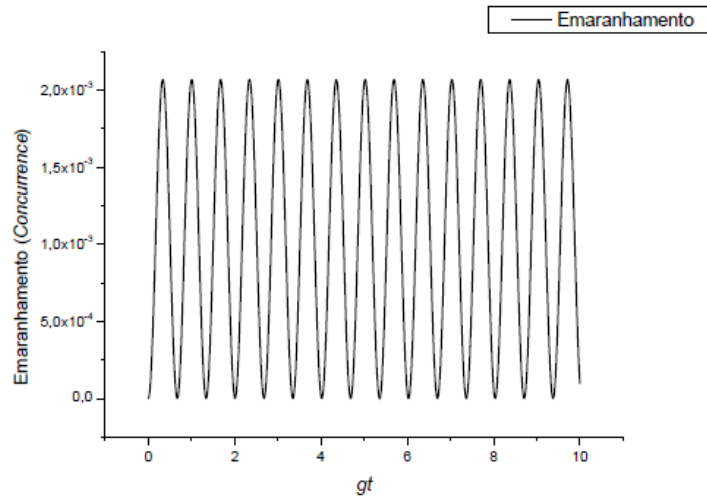


Figura 4.3: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado de Fock $|\Psi_E\rangle = |5\rangle$.

4º Caso: Dez fótons na cavidade

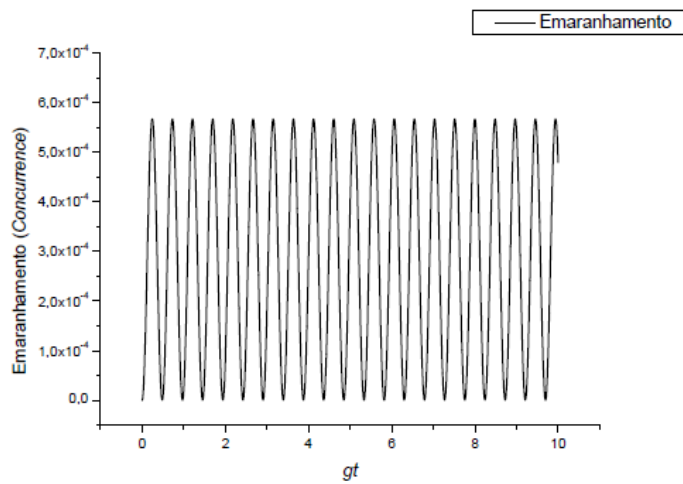


Figura 4.4: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado de Fock $|\Psi_E\rangle = |10\rangle$.

5º Caso: Cem fótons na cavidade

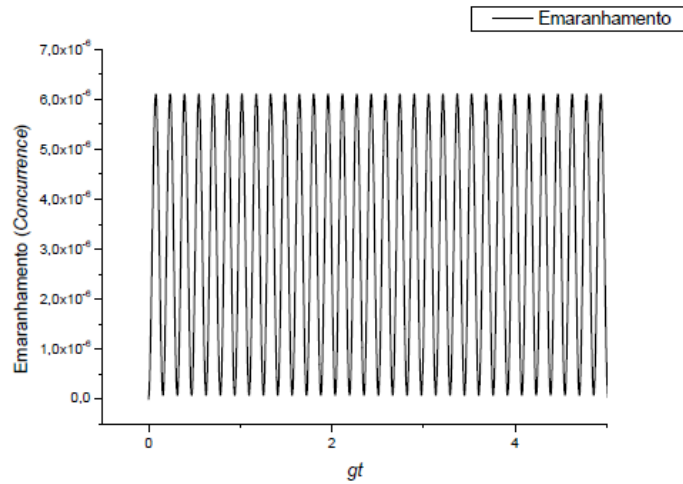


Figura 4.5: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado de Fock $|\Psi_E\rangle = |100\rangle$.

Podemos notar que, para um baixo número de fótons, temos um grau razoável de emaranhamento e este apresenta comportamento oscilatório. Com zero fótons na cavidade, existe a possibilidade de encontrarmos os dois átomos com um grau de emaranhamento 0,5. Para um número enorme de fótons, o comportamento do emaranhamento é também oscilatório. Além disso, para dez fótons, o valor máximo desse emaranhamento é ceca de $5,5 \times 10^{-3}$ e para cem, é em torno de $6,0 \times 10^{-6}$. Isso nos mostra que, para este caso, à medida que o n aumenta, a *Concurrence* diminui. Além disso, pode ser observado que, embora se trate de uma radiação de alto caráter quântico, quando o número de excitações desse campo cresce indefinidamente, verifica-se o *Princípio da Equivalência de Bohr*, isto é, o campo torna-se cada vez mais incapaz de emaranhar átomos, como ocorre para campos clássicos.

Já na situação em que os dois átomos têm como estado de partida o estado fundamental, ou seja, $|\Psi_S(0)\rangle = |gg\rangle$, não temos nenhum *quantum* de energia contido no sistema atômico. Dessa forma, a interação desse sistema com um campo eletromagnético de zero fótons não levará a nenhuma mudança, tanto no estado dos átomos quanto no estado do campo. Entretanto, para $n=1$, o emaranhamento se comporta de acordo com o gráfico seguinte (Figura 4.6):

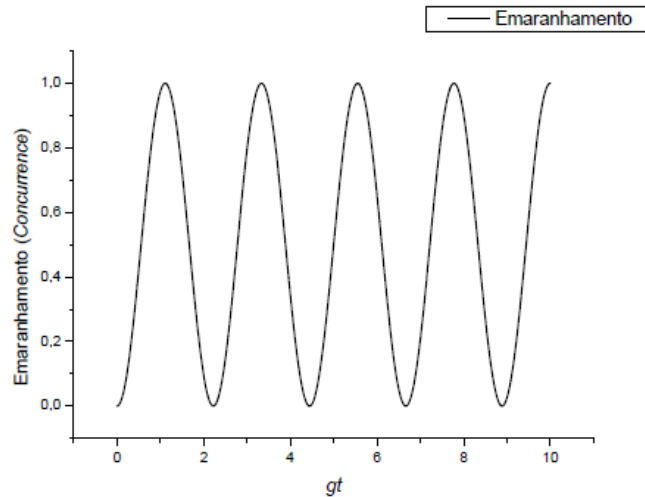


Figura 4.6: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |gg\rangle$ e o campo no estado de Fock $|\Psi_E\rangle = |1\rangle$.

É interessante perceber que o grau de emaranhamento alcançado para este caso é maior do que quaisquer graus de emaranhamento que podem ser obtidos a partir da situação anterior (quando um dos átomos tem como o estado inicial o estado excitado e o outro átomo, o estado fundamental e os dois interagem com um campo eletromagnético quantizado sem a presença de nenhum fóton livre na cavidade). Esse resultado pode parecer estranho, pois tanto em um caso quanto em outro, existe apenas um fóton envolvido no processo e os átomos são idênticos, alterando-se apenas um dos estados iniciais atômicos. Aparentemente, temos duas situações muito parecidas. Entretanto, o valor máximo da Concurrence em uma delas é o dobro da outra. Apesar disso, se tomarmos a evolução de cada um dos casos temos, para respectivamente, $|\Psi_S(0)\rangle = |gg, 1\rangle$ e $|\Psi_S(0)\rangle = |eg, 0\rangle$:

$$|\Psi_{gg,1}(t)\rangle = -i \frac{\text{sen}\sqrt{2g^2t}}{\sqrt{2}} (|eg, 0\rangle - |ge, 0\rangle) + \text{cos}\sqrt{2g^2t}|gg, 1\rangle$$

$$|\Psi_{eg,0}(t)\rangle = 2 \left(\text{cos}^2 \frac{gt}{\sqrt{2}} |eg, 0\rangle - \text{sen}^2 \frac{gt}{\sqrt{2}} |ge, 0\rangle \right) - i \frac{\text{sen}\sqrt{2g^2t}}{\sqrt{2}} |gg, 1\rangle$$

Dessa forma, podemos notar que, para determinados valores do tempo, a primeira situação nos leva a um estado maximamente emaranhado, enquanto na segunda situação para esses mesmos tempos, temos um estado de mistura estatística entre um estado emaranhado e um estado separável. Além disso, essa primeira situação corresponde ao maior grau de emaranhamento gerado por uma interação ressonante, independente do estado do campo em questão.

Como vimos anteriormente, à medida que aumentamos o número de fótons na cavidade, a intensidade do emaranhamento diminui. Para este caso ($|\Psi_S(0)\rangle = |gg\rangle$) isso também pode ser notado.

Além disso, podemos fazer uma comparação entre os seguintes estados: 1º) $|\Psi_S(0)\rangle = |gg, 5\rangle$ e $|\Psi_S(0)\rangle = |eg, 4\rangle$ e 2º) $|\Psi_S(0)\rangle = |gg, 2\rangle$ e $|\Psi_S(0)\rangle = |eg, 0\rangle$.

Através dessas comparações, podemos notar na Figura 4.7 que, mesmo para um número de fótons total idêntico, para os estados de partida distintos, o emaranhamento terá maiores valores quando o sistema atômico tiver o estado inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |gg\rangle$.

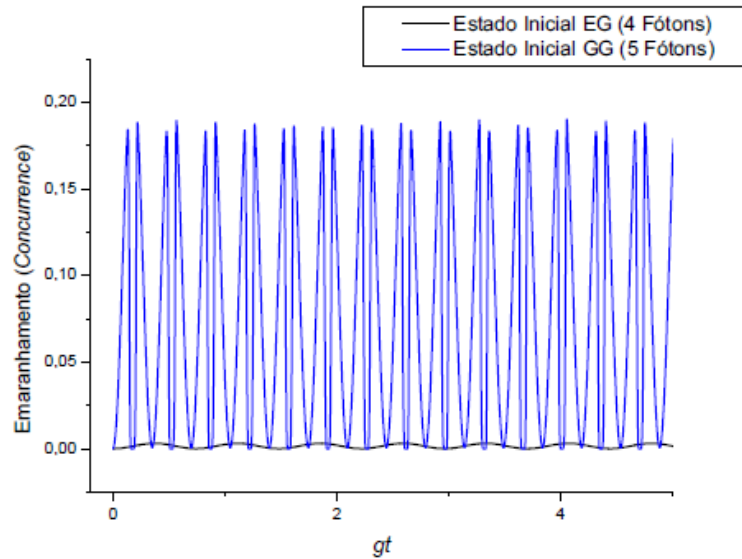


Figura 4.7: Emaranhamento atômico em função de gt . Linha Preta: Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado de Fock $|\Psi_E\rangle = |4\rangle$. Linha Azul: Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |gg\rangle$ e o campo no estado de Fock $|\Psi_E\rangle = |5\rangle$.

Por outro lado, quando o sistema tem um número diferente de excitações e, se o caso em que $|\Psi_S(0)\rangle = |gg\rangle$ tem uma excitação a mais, os valores máximos do emaranhamento se equivalem, como pode ser notado na figura 4.8.

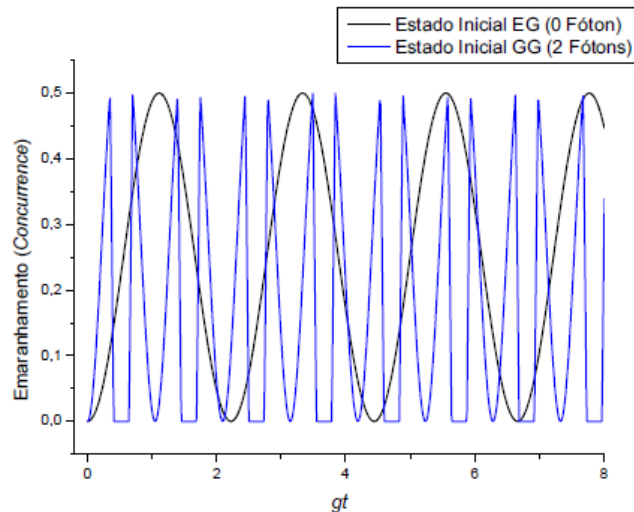


Figura 4.8: Emaranhamento atômico em função de gt . Linha Preta: Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado de Fock $|\Psi_E\rangle = |0\rangle$. Linha Azul: Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |gg\rangle$ e o campo no estado de Fock $|\Psi_E\rangle = |2\rangle$.

4.3 Estado Coerente do Campo

Descoberto em 1926 por Erwin Schrödinger (22), esse estado permitiu estudar várias propriedades de natureza quântica até então desconhecidas. Uma das mais famosas delas é o caráter granular da luz, manifestado através da morte e ressurreição da inversão atômica (9). Esse estado é puro e é considerado a fronteira entre a radiação clássica e não-clássica (20). O estado coerente é representado por $|\Psi_E\rangle = |\alpha\rangle$ que, escrito na base de Fock, é dado por:

$$|\Psi_E\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (4.11)$$

com $|\alpha|^2 = \langle n \rangle$, ou seja, o número médio de excitações contidas no campo.

Como no caso anterior, quanto o sistema atômico é dado por $|\Psi_S\rangle = |ee\rangle$, esses dois átomos nunca se encontrarão correlacionados. Além disso, quando $|\Psi_S(0)\rangle = |gg\rangle$, são muito baixos para pequenos n e desprezíveis para grandes valores de n . Dessa forma, utilizaremos aqui somente $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ para mostrar os efeitos do campo sobre o grau de correlação entre os átomos.

Para o caso de $|\alpha|^2 = 0$, recuperamos o caso do estado de número com $n=0$. Consequentemente, a *Concurrence* e a inversão atômica do átomo 1, que é definida com a diferença entre a probabilidade do átomo 1 encontrar-se no estado excitado e a probabilidade dele encontrar-se no estado fundamental, também tem o mesmo comportamento no caso citado (estado de fock com $n=0$). Contudo, quando se aumenta o $|\alpha|^2$, o comportamento, tanto do emaranhamento quanto da inversão atômica é diferente, como mostra as Figuras 4.9, 4.10, 4.11, 4.12 e 4.13. Isso é devido às propriedades do estado coerente.

1º) $|\alpha|^2 = 0.1$:

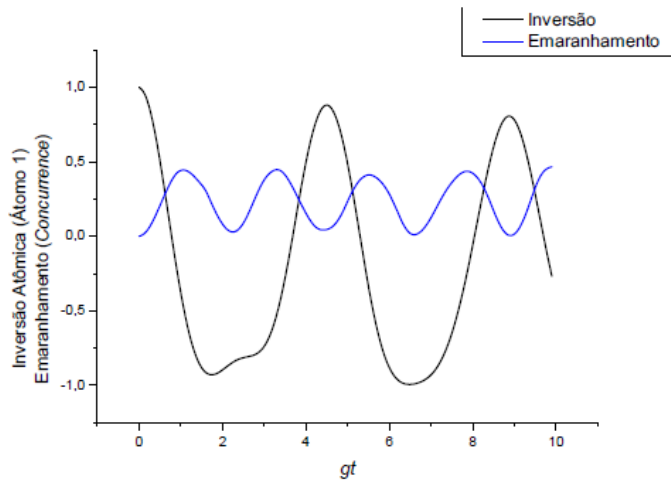


Figura 4.9: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado coerente $|\alpha|^2 = |0.1\rangle$.

2º) $|\alpha|^2 = 1$:

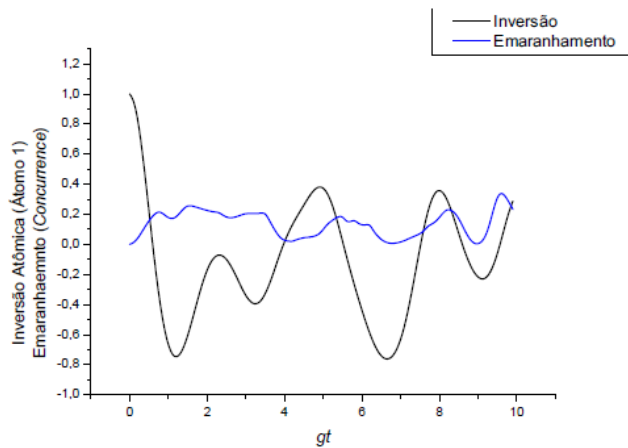


Figura 4.10: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado coerente $|\alpha|^2 = |1\rangle$.

3º) $|\alpha|^2 = 5$:

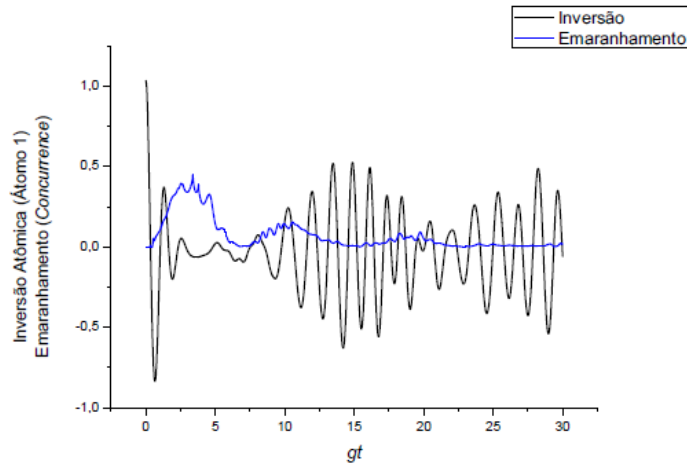


Figura 4.11: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado coerente $|\alpha|^2 = |5\rangle$.

4º) $|\alpha|^2 = 10$:

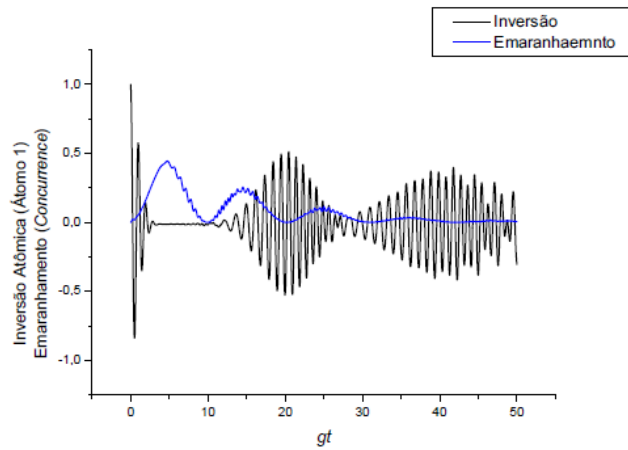


Figura 4.12: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado coerente $|\alpha|^2 = |10\rangle$.

5º) $|\alpha|^2 = 100$:

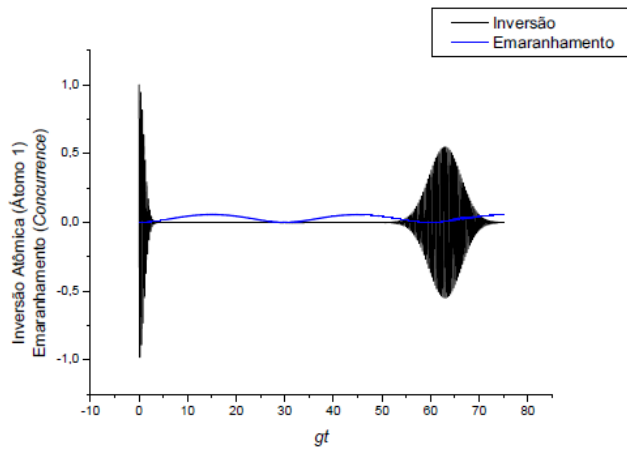


Figura 4.13: : Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado coerente $|\alpha|^2 = |100\rangle$.

Tomando $|\alpha|^2 = 50$ (Figura 4.14), já é possível ver o comportamento oscilatório porém amortecido do emaranhamento e também é possível notar a morte e o resurgimento da inversão atômica.

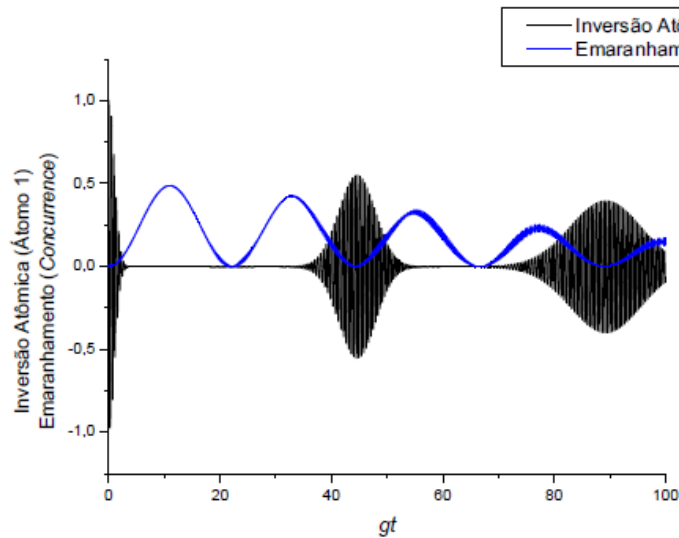


Figura 4.14: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado coerente $|\alpha|^2 = |50\rangle$.

Em um intervalo de tempo muito maior, podemos notar que o emaranhamento, assim como a inversão atômica, apresenta um comportamento de morte e ressurgimento. Assim, estendendo o tempo e mantendo o mesmo número médio de fótons, temos o seguinte comportamento.

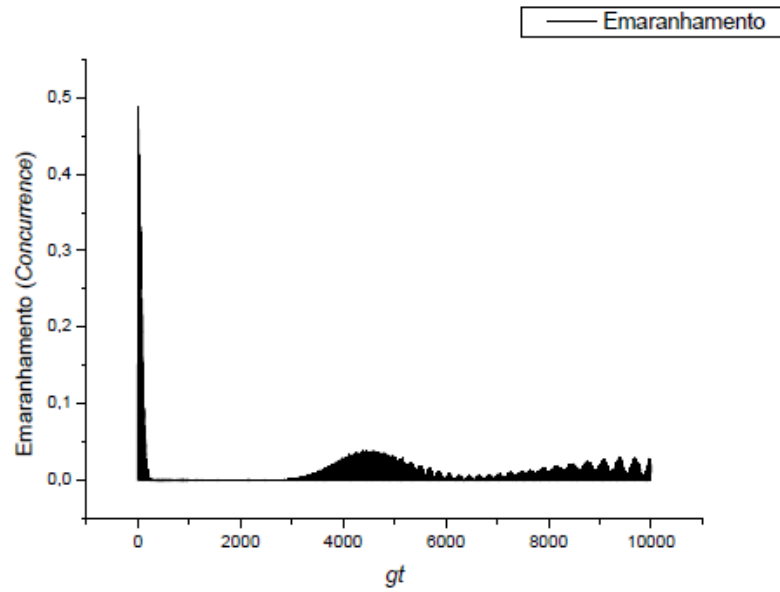


Figura 4.15: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado coerente $|\alpha|^2 = |50\rangle$.

Não foi possível determinar uma fórmula para os tempos e colapsos e ressurgimento do emaranhamento de modo que este é um próximo passo para este trabalho.

Por último, um outro resultado chama a atenção. O comportamento da inversão atômica é muito parecido quando um ou dois átomos interagem com a radiação coerente, como pode-se ver a seguir:

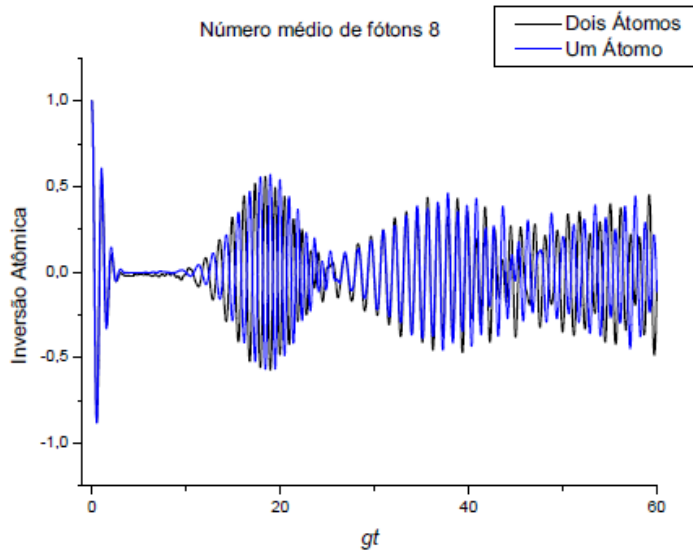


Figura 4.16: Inversão atômica em função de gt . Linha Preta: Interação do campo com dois átomos. Linha Azul: Interação do campo com um átomo. Estado inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado coerente $|\alpha|^2 = |8\rangle$.

A linha preta representa a inversão atômica do átomo 1 proveniente da interação do campo coerente com dois átomos, considerando o estado inicial do átomo 1 o estado excitado e o estado inicial do átomo 2 o estado fundamental. A linha azul indica a mesma propriedade quando esse campo interagem apenas com um átomo e este se encontra no estado excitado. Para este caso, $|\alpha|^2 = 8$. Contudo, esse comportamento semelhante da inversão atômica ocorre para quaisquer valores de $|\alpha|^2$.

4.4 Estado de Gato de Schrödinger

O estado de campo conhecido como estado de gato é uma superposição de estados coerentes do campo. Este estado é escrito da seguinte maneira:

$$|\Psi_E\rangle = N_{\pm}(|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle), \quad (4.12)$$

sendo N_{\pm} o parâmetro de normalização do estado em questão. Pelos mesmos motivos apresentados no caso do campo coerente, utilizamos nessa seção como estado inicial do sistema atômico somente o estado $|\Psi_s(0)\rangle = |eg\rangle$.

Assumindo N_{\pm} real, podemos escrever o estado de gato na base de Fock como

$$|\Psi_E\rangle_{\pm} = N_{\pm} \left(e^{\frac{-|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \pm e^{\frac{-|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\alpha)^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \right), \quad (4.13)$$

$$\text{com } N_{\pm} = \sqrt{\frac{1}{2(1 \pm e^{-2|\alpha|^2})}}.$$

A partir disso, podemos notar que, mais uma vez, para o caso de $|\alpha|^2 = \langle n \rangle = 0$, ou seja, o número médio de excitações contidas na cavidade é nulo, recuperamos o estado de Fock com zero fótons, tanto na inversão atômica quanto no emaranhamento.

Para os casos que aumentamos o número médio de fótons, temos os comportamentos da inversão atômica e do emaranhamento representados nas Figuras 4.17, 4.18, 4.19, 4.20 e 4.21, somente para $|\Psi_E\rangle_+$, uma vez que os resultados para $|\Psi_E\rangle_-$ são análogos.

1º) $|\alpha|^2 = 0.1$:

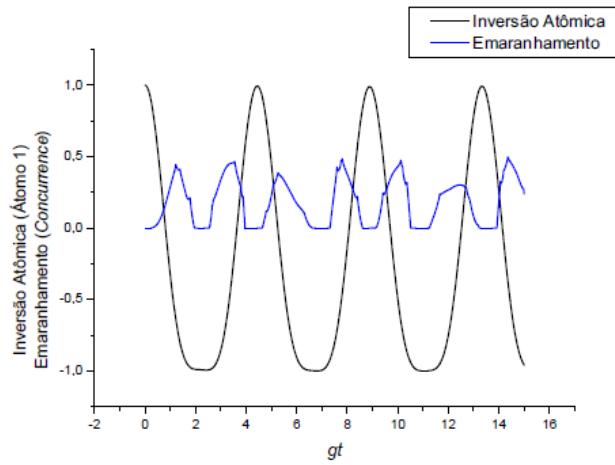


Figura 4.17: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado de gato de Schrodinger $|\alpha|^2 = |0.1\rangle$.

2º) $|\alpha|^2 = 1$:

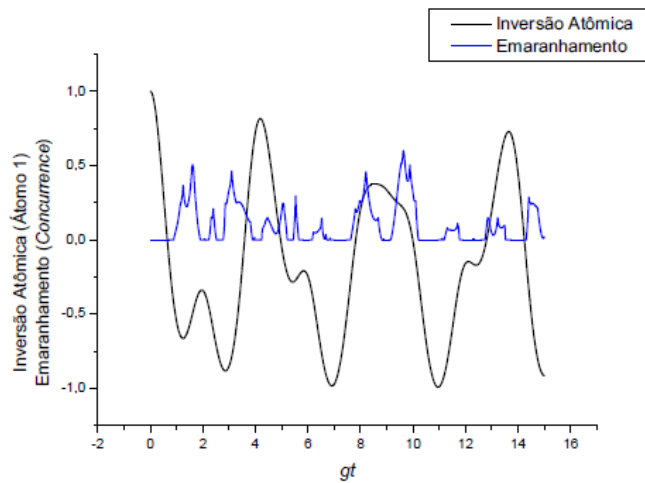


Figura 4.18: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado de gato de Schrodinger $|\alpha|^2 = |1\rangle$.

3º) $|\alpha|^2 = 5$:

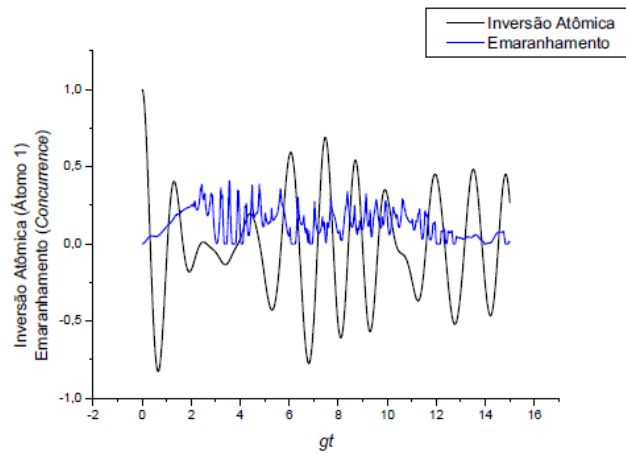


Figura 4.19: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado de gato de Schrodinger $|\alpha|^2 = |5\rangle$.

4º) $|\alpha|^2 = 10$:

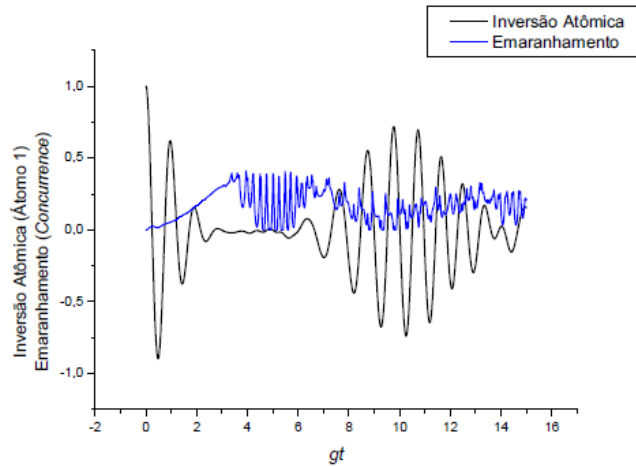


Figura 4.20: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado de gato de Schrodinger $|\alpha|^2 = |10\rangle$.

5º) $|\alpha|^2 = 100$:

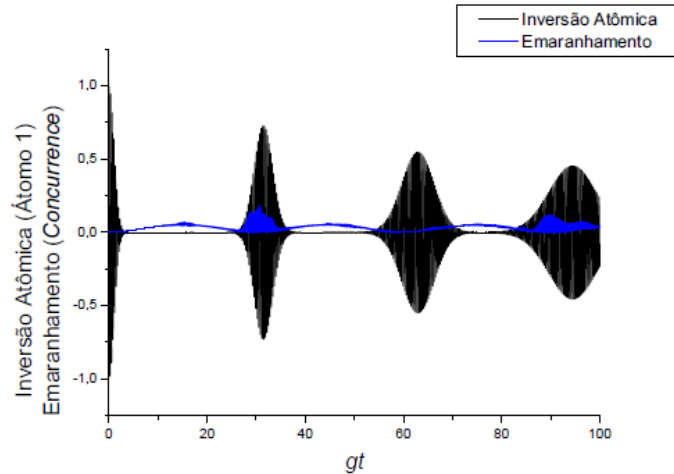


Figura 4.21: Emaranhamento atômico e inversão atômica em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado de gato de Schrodinger $|\alpha|^2 = |100\rangle$.

Neste estado também fica evidenciado o caráter de morte e ressurreição da inversão atômica. Entretanto, esse comportamento para o emaranhamento, mesmo tratando-se de um campo formado por uma superposição de estados coerentes, não pode ser notado.

4.5 Campo Térmico de Radiação

Um campo térmico é um campo sobre o qual temos o mínimo de informação, sendo conhecido apenas o valor do número médio de fótons. Como não possui nenhuma das propriedades de *antibunching*, *estatística sub-Poissoniana* e a *compressão do ruído quântico*, é considerada uma radiação clássica, isto é, com uma distribuição clássica de fótons. Em (21) os autores buscam responder à seguinte questão: “*É possível um campo térmico, que é um campo altamente caótico, introduzir emaranhamento entre dois átomos?*”.

Para o campo térmico, temos a representação da matriz densidade na base de Fock da seguinte forma:

$$\hat{\rho}_E = \sum_{n=0}^{\infty} P_n |n\rangle\langle n|, \quad (4.14)$$

$$P_n = \frac{\bar{n}^n}{(\bar{n}+1)^{n+1}}, \quad (4.15)$$

em que P_n é distribuição térmica.

Para diferentes estados atômicos iniciais, podemos calcular a evolução da matriz densidade do sistema todo e, a partir dela, verificar se existe e qual a intensidade do emaranhamento entre os átomos.

Dessa forma, verifica-se que, quando ambos os átomos partem do estado inicial excitado, o campo térmico não consegue emaranhá-los. Entretanto, quando um deles tem como estado inicial o estado excitado e o outro o estado fundamental, verifica-se que o campo, mesmo sendo

térmico, consegue emaranhá-los. Mais uma vez, quando o número médio de fótons é nulo, temos a mesma situação dos campos descritos acima quando o número médio de fótons também é nulo. Entretanto, podemos aumentar o número médio de fótons e verificar a mudança de comportamento do emaranhamento segundo as figuras 4.22, 4.23, 4.24, 4.25 e 4.26.

1º) Caso: $\bar{n} = 0.1$:

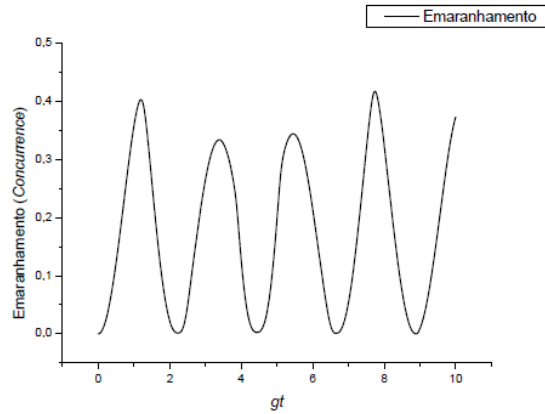


Figura 4.22: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo térmico $\bar{n} = |0.1\rangle$.

2º) Caso: $\bar{n} = 1$:

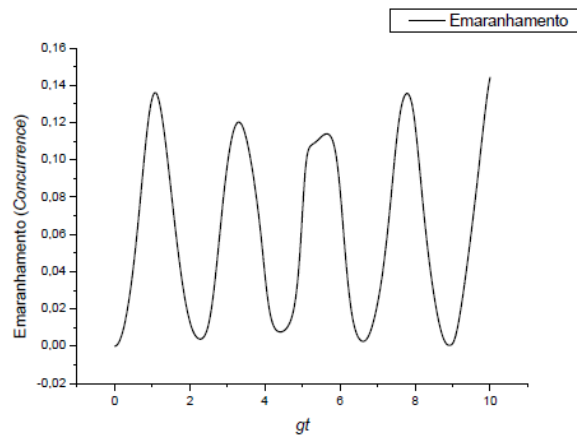


Figura 4.23: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo térmico $\bar{n} = |1\rangle$.

3º) Caso: $\bar{n} = 5$:

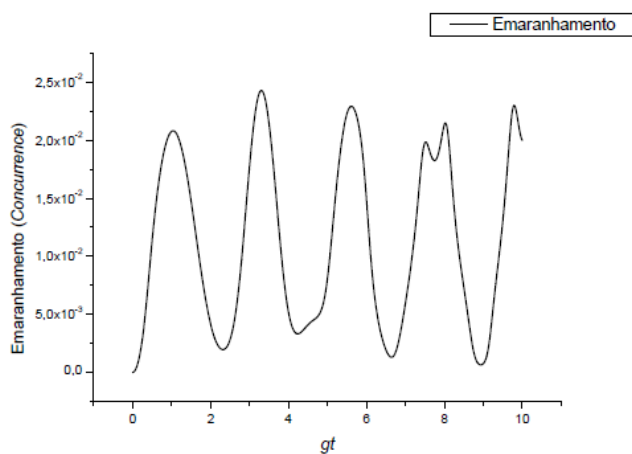


Figure 4.24: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo térmico $\bar{n} = |5\rangle$.

4º) Caso: $\bar{n} = 10$:

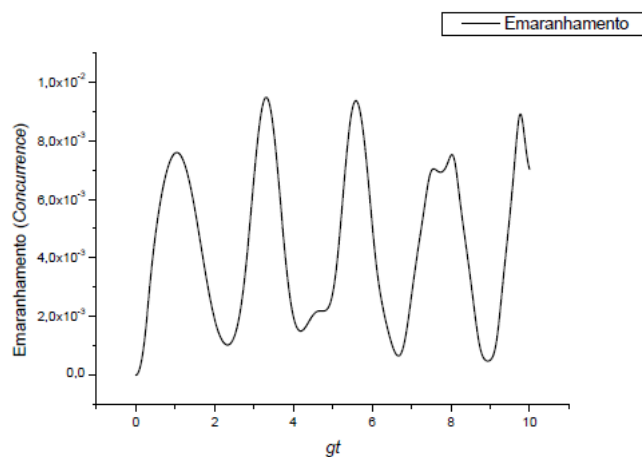


Figura 4.25: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo térmico $\bar{n} = |10\rangle$.

5º) Caso: $\bar{n} = 100$:

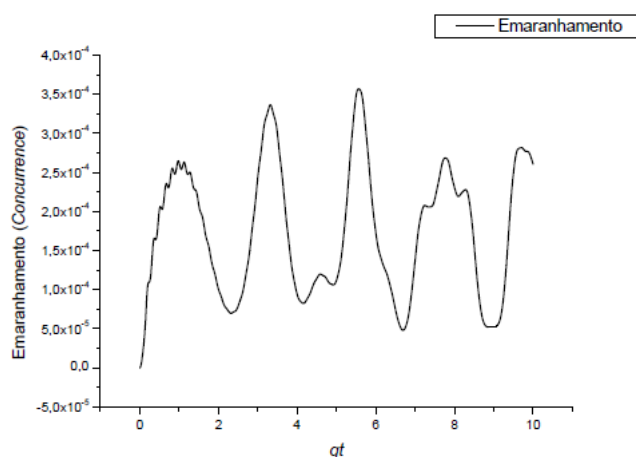


Figura 4.26: Emaranhamento atômico em função de gt . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo térmico $\bar{n} = |100\rangle$.

O emaranhamento também está presente quando os átomos partem ambos do estado fundamental. Entretanto, o grau de emaranhamento entre eles, mesmo para um número médio de fótons baixo, é muito pequeno. Dessa forma, podemos considerar que, neste caso, o emaranhamento é causado por um campo térmico somente quando um dos átomos é preparado inicialmente no estado excitado e o outro, no estado fundamental e o grau de emaranhamento entre os átomos diminui à medida que se aumenta a intensidade do campo. É interessante notar que um campo com distribuição clássica de fótons, sob certas condições também consegue induzir um efeito quântico como o emaranhamento entre os átomos que interagem com eles. Nesse caso, embora a distribuição de fótons do campo seja clássica, não podemos dizer que o campo como um todo também o seja: o campo ainda é tratado como sendo composto por pacotes de energia, diferentemente de um tratamento puramente clássico.

5 EMARANHAMENTO NÃO-RESSONANTE

Uma outra situação é o caso em que a frequência ω do campo na cavidade não é ressonante com a frequência de transição ω_0 dos átomos que a atravessam. O hamiltoniano desse sistema, já na representação de interação, será

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^2 \hbar g (e^{i\Delta t} \hat{\sigma}_i^+ \hat{a} + e^{-i\Delta t} \hat{\sigma}_i^- \hat{a}^\dagger), \quad (5.1)$$

sendo Δ a dessintonia entre as frequências de transição atômica e da cavidade, ou seja, $\Delta = \omega_0 - \omega$.

5.1 Hamiltoniano Efetivo

Neste capítulo consideraremos também que a interação átomo-campo ocorre no regime dispersivo. Isso quer dizer que a condição $g\sqrt{n} \ll |\Delta|$ sempre deve ser válida. A aplicação desse tipo de interação é bastante promissora na criação de protocolos de computação quântica (6,21). Podemos então, para esse regime, encontrar um hamiltoniano efetivo que nos leva a uma dinâmica relativamente simples e, através dela, podemos notar certas relações entre o campo eletromagnético e a indução do emaranhamento atômico.

Segundo Daniel F. V. James (23), quando temos hamiltonianos altamente oscilantes, podemos calcular o hamiltoniano efetivo da seguinte maneira:

$$\hat{H}_{Ef} = -\frac{i\hat{H}_I(t)}{\hbar} \int_0^t \hat{H}_I(t') dt'. \quad (5.2)$$

Para o nosso caso, dizer que $\hat{H}_I(t)$ é altamente oscilante, equivale à condição $g\sqrt{n} \ll |\Delta|$. Nessa condição, o hamiltoniano efetivo será:

$$\hat{H}_{Ef} = -\frac{i}{\hbar} \sum_{i,j=1}^2 \hbar g (e^{i\Delta t} \hat{\sigma}_j^+ \hat{a} + e^{-i\Delta t} \hat{\sigma}_j^- \hat{a}^\dagger) \int_0^t \hbar g (e^{i\Delta t'} \hat{\sigma}_i^+ \hat{a} + e^{-i\Delta t'} \hat{\sigma}_i^- \hat{a}^\dagger) dt'. \quad (5.3)$$

Temos então que

$$\hat{H}_{Ef} = -i\hbar g^2 \sum_{i,j=1}^2 (e^{i\Delta t} \hat{\sigma}_j^+ \hat{a} + e^{-i\Delta t} \hat{\sigma}_j^- \hat{a}^\dagger) \int_0^t (e^{i\Delta t'} \hat{\sigma}_i^+ \hat{a} + e^{-i\Delta t'} \hat{\sigma}_i^- \hat{a}^\dagger) dt'. \quad (5.4)$$

Como

$$\int_0^t \hbar g (e^{i\Delta t'} \hat{\sigma}_i^+ \hat{a} + e^{-i\Delta t'} \hat{\sigma}_i^- \hat{a}^\dagger) dt' = \frac{i}{\Delta} (e^{-i\Delta t} \hat{\sigma}_i^- \hat{a}^\dagger - e^{i\Delta t} \hat{\sigma}_i^+ \hat{a}) - O \quad (5.5)$$

$$O = \frac{i}{\Delta} (\hat{\sigma}_i^- \hat{a}^\dagger - \hat{\sigma}_i^+ \hat{a}). \quad (5.6)$$

Com isso, obtemos

$$\begin{aligned} \hat{H}_{Ef} = \hbar \frac{g^2}{\Delta} \sum_{i,j=1}^2 (\hat{\sigma}_j^+ \hat{\sigma}_i^- \hat{a} \hat{a}^\dagger - e^{2i\Delta t} \hat{\sigma}_j^+ \hat{\sigma}_i^+ \hat{a} \hat{a} + e^{-2i\Delta t} \hat{\sigma}_j^- \hat{\sigma}_i^- \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger - \hat{\sigma}_j^- \hat{\sigma}_i^+ \hat{a}^\dagger \hat{a}) - \\ i \sum_{i,j=1}^2 \hbar g^2 (e^{i\Delta t} \hat{\sigma}_j^+ \hat{a} + e^{-i\Delta t} \hat{\sigma}_j^- \hat{a}^\dagger) O. \quad (5.7) \end{aligned}$$

Podemos desprezar os termos oscilantes, proporcionais a $e^{\pm 2i\Delta t}$ e $e^{\pm i\Delta t}$, pois, na média, a contribuição deles para a dinâmica é muito pequena. Dessa forma, finalmente obtemos o hamiltoniano final:

$$\hat{H}_{Ef} = \hbar \frac{g^2}{\Delta} \{ \sum_{i,j=1}^2 (\hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\sigma}_Z^i + |e_i\rangle\langle e_i|) + \hat{\sigma}_1^+ \hat{\sigma}_2^- + \hat{\sigma}_1^- \hat{\sigma}_2^+ \} \quad (5.8)$$

com $\hat{\sigma}_i^+ = |e_i\rangle\langle g_i|$, $\hat{\sigma}_i^- = |g_i\rangle\langle e_i|$ e $\hat{\sigma}_Z^i = |e_i\rangle\langle e_i| - |g_i\rangle\langle g_i|$.

A partir desse hamiltoniano, podemos encontrar o operador evolução que governa a dinâmica desse sistema através da expressão $\hat{U}(t) = e^{\frac{-i\hat{H}_{Ef}t}{\hbar}}$, o que leva a

$$\hat{U}(t) = \exp \left[-i\hbar \frac{g^2}{\Delta} \{ \sum_{i,j=1}^2 (\hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\sigma}_Z^i + |e_i\rangle\langle e_i|) + \hat{\sigma}_1^+ \hat{\sigma}_2^- + \hat{\sigma}_1^- \hat{\sigma}_2^+ \} t \right]. \quad (5.9)$$

Definindo os operadores $\hat{A} \equiv \sum_{i=1}^2 \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\sigma}_Z^i + |e_i\rangle\langle e_i|$ e $\hat{B} \equiv \hat{\sigma}_1^+ \hat{\sigma}_2^- + \hat{\sigma}_1^- \hat{\sigma}_2^+$ e $\lambda \equiv \frac{g^2}{\Delta}$,

$$\hat{U}(t) = \exp[-i\lambda t \{ \hat{A} + \hat{B} \}]. \quad (5.10)$$

Calculando o comutador de \hat{A} e \hat{B} temos:

$$[\hat{A}, \hat{B}] = [\sum_{i=1}^2 \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\sigma}_Z^i + |e_i\rangle\langle e_i|, \hat{\sigma}_1^+ \hat{\sigma}_2^- + \hat{\sigma}_1^- \hat{\sigma}_2^+]. \quad (5.11)$$

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \sum_{i=1}^2 \{ [\hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\sigma}_Z^i + |e_i\rangle\langle e_i|, \hat{\sigma}_1^+ \hat{\sigma}_2^-] + [\hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\sigma}_Z^i + |e_i\rangle\langle e_i|, \hat{\sigma}_1^- \hat{\sigma}_2^+] \}. \quad (5.12)$$

Para $i=1$:

$$[\hat{A}, \hat{B}]_{i=1} = 2\hat{a}^\dagger \hat{a}(\hat{\sigma}_1^+ \hat{\sigma}_2^- - \hat{\sigma}_1^- \hat{\sigma}_2^+) + \hat{\sigma}_1^+ \hat{\sigma}_2^- - \hat{\sigma}_1^- \hat{\sigma}_2^+. \quad (5.13)$$

Para $i=2$:

$$[\hat{A}, \hat{B}]_{i=2} = 2\hat{a}^\dagger \hat{a}(\hat{\sigma}_1^- \hat{\sigma}_2^+ - \hat{\sigma}_1^+ \hat{\sigma}_2^-) - \hat{\sigma}_1^+ \hat{\sigma}_2^- + \hat{\sigma}_1^- \hat{\sigma}_2^+. \quad (5.14)$$

Como $[\hat{A}, \hat{B}] = [\hat{A}, \hat{B}]_{i=1} + [\hat{A}, \hat{B}]_{i=2}$, logo $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$.

Podemos agora reescrever o operador evolução como

$$\hat{U}(t) = \exp[-i\lambda t \hat{A}] \exp[-i\lambda t \hat{B}] = \hat{U}_A(t) \hat{U}_B(t). \quad (5.15)$$

Dessa forma $\hat{U}_A(t) = \exp[-i\lambda t \hat{A}] = e^{-i\lambda \sum_{i=1}^2 \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\sigma}_2^i + |e_i\rangle\langle e_i| t}$ e como $\hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\sigma}_2^i$ e $|e_i\rangle\langle e_i|$ comutam

$$\hat{U}_A(t) = e^{-i\lambda \sum_{i=1}^2 \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\sigma}_2^i t} e^{-i\lambda \sum_{i=1}^2 |e_i\rangle\langle e_i| t}. \quad (5.16)$$

Por sua vez, $\hat{U}_B(t) = e^{-i\lambda \hat{\sigma}_1^+ \hat{\sigma}_2^- + \hat{\sigma}_1^- \hat{\sigma}_2^+ t}$, e, expandindo esse operador, temos:

$$\hat{U}_B(t) = 1 - i\lambda t(\hat{\sigma}_1^+ \hat{\sigma}_2^- + \hat{\sigma}_1^- \hat{\sigma}_2^+) - \frac{(\lambda t)^2}{2}(\hat{\sigma}_1^+ \hat{\sigma}_2^- + \hat{\sigma}_1^- \hat{\sigma}_2^+)^2 \dots \quad (5.17)$$

O operador \hat{B} pode ser reescrito como

$$\hat{B} = (|eg\rangle\langle gg| + |ee\rangle\langle ge|)(|gg\rangle\langle ge| + |eg\rangle\langle ee|) + (|gg\rangle\langle eg| + |ge\rangle\langle ee|)(|ge\rangle\langle gg| + |ee\rangle\langle eg|). \quad (5.18)$$

$$\hat{B} = |eg\rangle\langle ge| + |ge\rangle\langle eg|. \quad (5.19)$$

Além disso, $\hat{B}^{2n} = |eg\rangle\langle eg| + |ge\rangle\langle ge|$ e $\hat{B}^{2n+1} = |eg\rangle\langle eg| + |ge\rangle\langle ge| = \hat{B}$.

Isso nos leva a

$$\hat{U}_B(t) = 1 - i\lambda t(|eg\rangle\langle eg| + |ge\rangle\langle ge|) - \frac{(\lambda t)^2}{2}(|eg\rangle\langle eg| + |ge\rangle\langle ge|) \dots \quad (5.20)$$

$$\hat{U}_B(t) = |ee\rangle\langle ee| + |gg\rangle\langle gg| + \cos(\lambda t)(|eg\rangle\langle eg| + |ge\rangle\langle ge|) - i\sin(\lambda t)(|eg\rangle\langle eg| + |ge\rangle\langle ge|), \quad (5.21)$$

pois $1 = |ee\rangle\langle ee| + |eg\rangle\langle eg| + |ge\rangle\langle ge| + |gg\rangle\langle gg|$ é a matriz identidade.

Portanto, o operador evolução geral é dado por

$$\hat{U}(t) = e^{-i\lambda \sum_{i=1}^2 \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\sigma}_z^i t} e^{-i\lambda \sum_{i=1}^2 |e_i\rangle\langle e_i| t} |ee\rangle\langle ee| + |gg\rangle\langle gg| + \cos(\lambda t)(|eg\rangle\langle eg| + |ge\rangle\langle ge|) - i\sin(\lambda t)(|eg\rangle\langle eg| + |ge\rangle\langle ge|). \quad (5.22)$$

5.2 Evolução e Emaranhamento

Através do operador evolução podemos, para os diferentes estados iniciais atômicos e do campo, calcular o emaranhamento e o seu comportamento ao longo do tempo.

Um estado inicial pode ser escrito, para estados puros do campo de radiação, como $|\Psi(0)\rangle = \sum_n C_n |n\rangle \otimes |\Psi_S(0)\rangle$, com $|\Psi_S(0)\rangle$ denotando o estado inicial do sistema atômico. Sendo assim, como $|\Psi(t)\rangle = \hat{U}(t)|\Psi(0)\rangle = \hat{U}_A(t)\hat{U}_B(t)|\Psi(0)\rangle$:

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n \hat{U}(t) C_n |n\rangle \otimes |\Psi_S(0)\rangle. \quad (5.23)$$

No caso de um estado de mistura, deve-se utilizar a seguinte notação:

$$\hat{\rho}(t) = \sum_{m,n} \rho_{m,n} \hat{U}(t) |m\rangle\langle n| \otimes \hat{\rho}_S \hat{U}^\dagger(t), \quad (5.24)$$

com $\hat{\rho}_S = |\Psi_S(0)\rangle\langle\Psi_S(0)|$.

1º Caso: $|\Psi(0)\rangle = |ee\rangle$

Para este caso, o estado $|\Psi(t)\rangle$ que representa o sistema evoluído no tempo será dado por

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n \hat{U}(t) C_n |n\rangle \otimes |ee\rangle = \sum_n e^{-2i\lambda(n+1)t} C_n |n\rangle \otimes |ee\rangle. \quad (5.25)$$

Ou seja, o estado do campo não faz diferença alguma no emaranhamento entre os átomos. Isso é facilmente perceptível, pois o estado do sistema atômico $|\Psi_S\rangle$ sempre, de acordo com este hamiltoniano, permanecerá em $|ee\rangle$ quando $|\Psi_S(0)\rangle = |ee\rangle$.

2º Caso: $|\Psi_S(0)\rangle = |gg\rangle$

Mudando agora o estado de partida dos átomos para $|\Psi_S(0)\rangle = |gg\rangle$, temos:

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n \hat{U}(t) C_n |n\rangle \otimes |gg\rangle = \sum_n e^{2i\lambda nt} C_n |n\rangle \otimes |gg\rangle. \quad (5.26)$$

Por justificativa análoga ao caso anterior, podemos ver que o estado atômico nunca evoluirá para um estado emaranhado.

3º Caso: $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ ou $|\Psi_S(0)\rangle = |ge\rangle$

Por último, considerando que o estado inicial do sistema atômico seja $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ ou $|\Psi_S(0)\rangle = |ge\rangle$, teremos duas evoluções análogas. Dessa forma, considerando somente o caso de $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$:

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-i\lambda t} \sum_n C_n |n\rangle \otimes [\cos(\lambda t)|eg\rangle - i\text{sen}(\lambda t)|ge\rangle]. \quad (5.27)$$

Já nesse caso, o sistema evolui para um estado emaranhado e o estado do campo não se altera. Podemos então calcular a concurrence em função do tempo e esta será dada por $C = \text{sen}^2(2\lambda t)$. Além disso, a matriz densidade desse sistema:

$$\hat{\rho}(t) = \sum_{m,n} C_n C_m^* |n\rangle\langle m| \otimes [\cos(\lambda t)|eg\rangle - i\text{sen}(\lambda t)|ge\rangle][\cos(\lambda t)\langle eg| + i\text{sen}(\lambda t)\langle ge|].$$

$$\hat{\rho}(t) = \sum_{m,n} C_n C_m^* |n\rangle\langle m| \otimes [\cos^2(\lambda t)|eg\rangle\langle eg| + \text{sen}^2(\lambda t)(|eg\rangle\langle ge| - |ge\rangle\langle eg|) + \text{sen}^2(\lambda t)|ge\rangle\langle ge|]. \quad (5.28)$$

Observando somente a dinâmica dos átomos, ou seja, traçando sobre as variáveis do campo, temos

$$\hat{\rho}(t) = [\cos^2(\lambda t)|eg\rangle\langle eg| + \text{sen}^2(\lambda t)(|eg\rangle\langle ge| - |ge\rangle\langle eg|) + \text{sen}^2(\lambda t)|ge\rangle\langle ge|]. \quad (5.29)$$

É interessante notar que, independente do estado do campo eletromagnético, teremos sempre o mesmo padrão de emaranhamento atômico. Isso porque a única coisa que precisa ser garantida

quanto ao campo é que a interação entre ele e os átomos seja do tipo dispersiva, ou seja, $g\sqrt{\bar{n}} \ll |\Delta|$. Obedecer essa condição basta para que os átomos evoluam para um estado maximamente emaranhado. Uma outra constatação é a de que os termos responsáveis pelo emaranhamento são provenientes da relação de comutação não-nula entre os operadores de criação e destruição de fótons. É válido também mencionar que, da mesma maneira, um campo em um estado de mistura tem, no emaranhamento, a mesma influencia que um campo em um estado puro, bastando satisfazer a condição para a interação dispersiva.

Em geral, as propriedades que tipificam um campo como compressão das quadraturas, *antibunching* dentre outras, dizem respeito apenas ao estado do campo, independente dos sistemas com os quais este interage. Portanto, para saber se o campo apresenta tais propriedades, basta olharmos para o campo e não para o sistema que o envolve.

Neste caso, a situação é oposta, ou seja, para saber se o campo é não-clássico, temos de olhar para os sistemas que o mesmo interage e não somente para o próprio campo.

6 RELAÇÃO ENTRE EMARANHAMENTO E DESSINTONIA

Para finalizar, foi realizado um mapeamento de como um estado emaranhado evolui do regime ressonante ao regime dispersivo de acordo com o parâmetro dispersivo F , definido como $F = \frac{|\Delta|}{g\sqrt{\bar{n}+1}}$. Esse mapeamento foi feito para os casos analisados nos capítulos anteriores tomando os maiores valores encontrados da *Concurrence* a depender da diferença entre a frequência característica do campo contido na cavidade e a frequência de transição atômica dos átomos que a atravessam. Foi verificado como este valor aumenta ou diminui até o regime dispersivo. Vale lembrar também que esse mapeamento foi elaborado numericamente, pois não foi possível calcular uma expressão analítica para o emaranhamento em função da dessintonia.

1º Caso: Estado de Número

Para os átomos interagindo com o estado de número do campo, foram analisadas as situações em que os átomos têm como estados iniciais $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e $|\Psi_S(0)\rangle = |gg\rangle$.

$|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$:

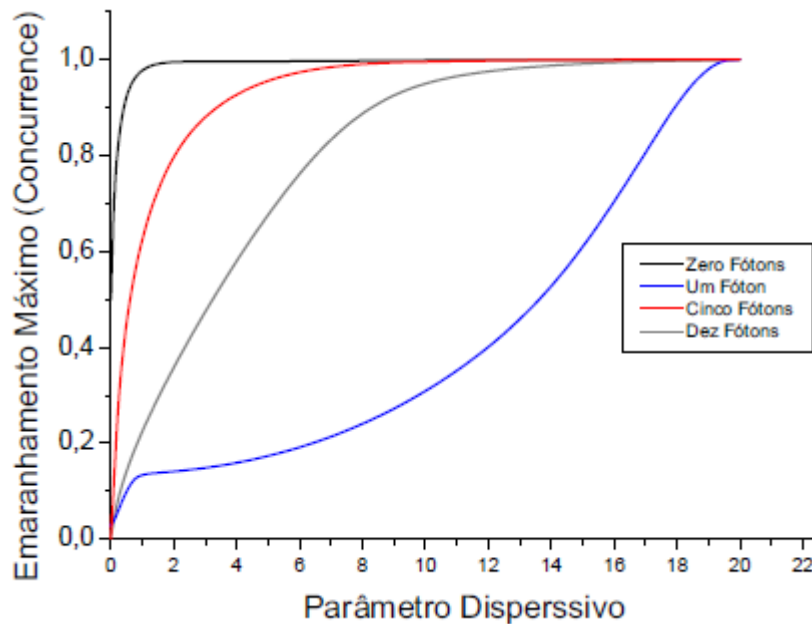


Figura 6.1: Emaranhamento atômico máximo em função de F . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado de Fock. Evolução do emaranhamento máximo de acordo com o parâmetro dispersivo.

$|\Psi_S(0)\rangle = |gg\rangle$:

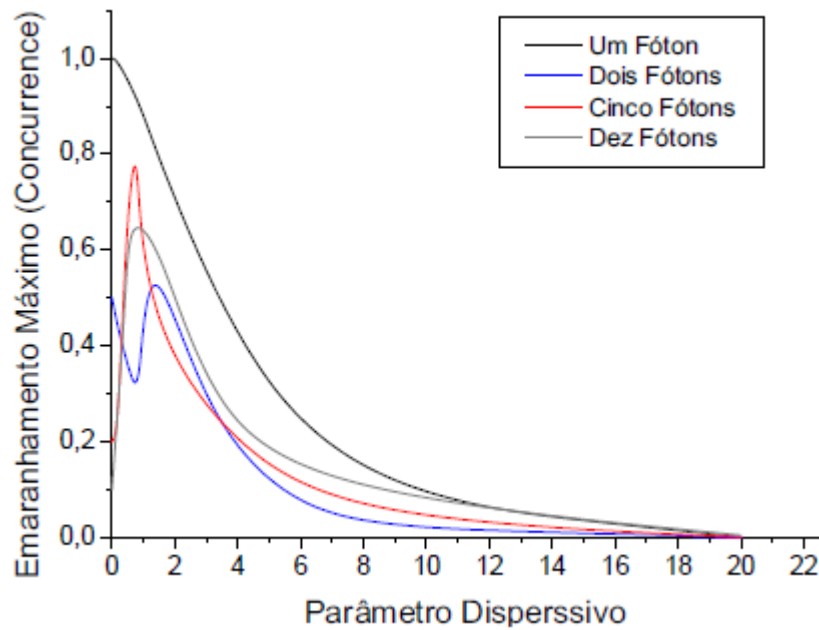


Figura 6.2: Emaranhamento atômico máximo em função de F . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |gg\rangle$ e o campo no estado de Fock. Evolução do emaranhamento máximo de acordo com o parâmetro dispersivo.

Essas duas situações são interessantes pois, enquanto no primeiro caso o emaranhamento cresce com o parâmetro dispersivo até o valor máximo possível ($C=1$), no segundo, ele decresce do valor máximo da *Concurrence* para um estado completamente separável no regime dispersivo. Isso porque, nesse regime, o hamiltoniano que descreve essa evolução não permite uma troca direta de energia entre a cavidade e o sistema atômico, ou seja, os átomos vão permanecer nos seus estados fundamentais sempre que interagirem com um campo sob essas condições.

2º Caso: Estado Coerente

Dessa vez, somente a situação em que $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ foi analisada. Dessa forma, temos o seguinte comportamento:

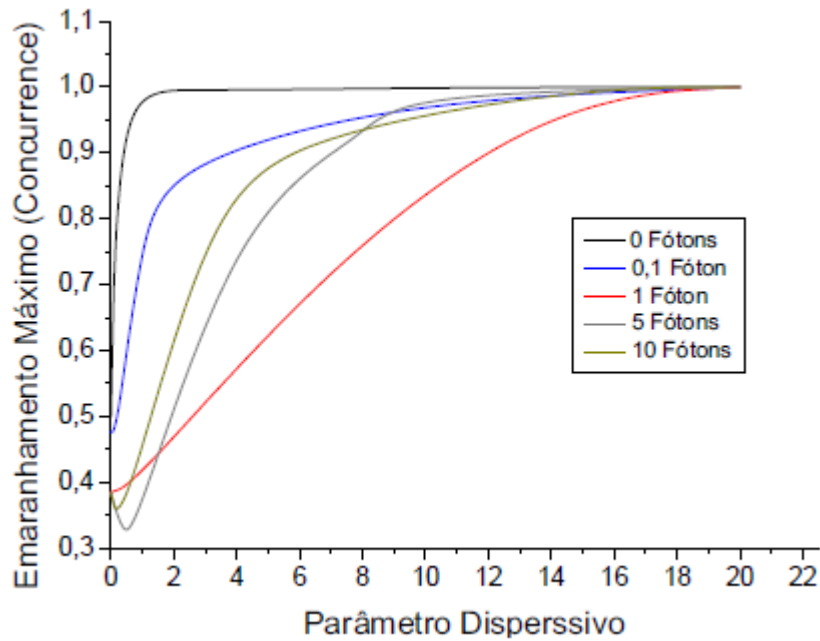


Figura 6.3: Emaranhamento atômico máximo em função de F . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado coerente. Evolução do emaranhamento máximo de acordo com o parâmetro dispersivo.

3º Caso: Estado de Gato de Schrodinger

Novamente, somente a situação em que $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ foi analisada. Isso nos leva ao seguinte comportamento:

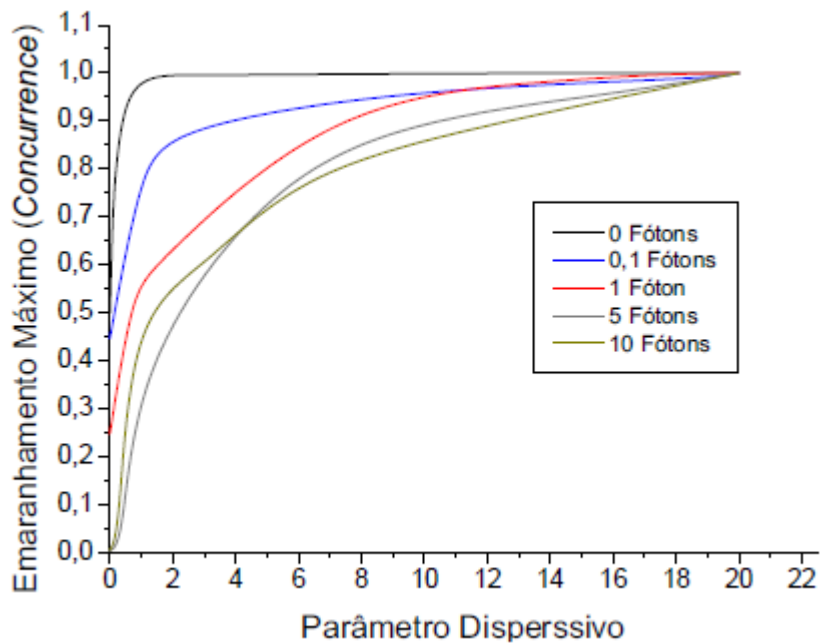


Figura 6.4: Emaranhamento atômico máximo em função de F . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo no estado de gato de Schrodinger. Evolução do emaranhamento máximo de acordo com o parâmetro dispersivo.

4º Caso: Campo Térmico

Como nos dois casos anteriores, $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$. Sendo assim, a relação do emaranhamento máximo com a dessintonia tem a seguinte forma:

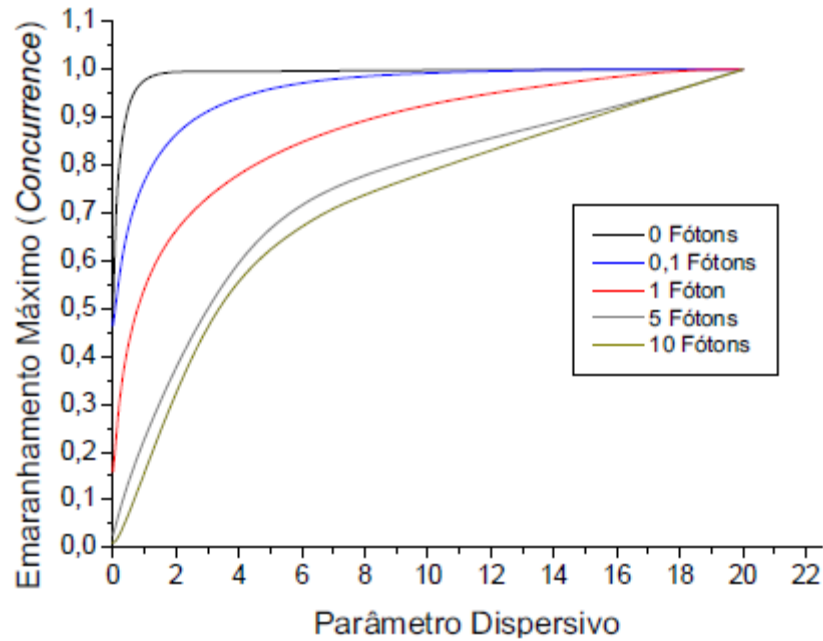


Figura 6.5: Emaranhamento atômico máximo em função de F . Estado atômico inicial $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$ e o campo térmico. Evolução do emaranhamento máximo de acordo com o parâmetro dispersivo.

Oberve que é necessário um parâmetro F cada vez maior à medida que o número de fótons contidos na cavidade cresce. Além disso, mesmo que, no regime dispersivo, em que o grau de emaranhamento é sempre máximo para este estado atômico de partida, a forma com que o parâmetro dispersivo é alcançado depende do campo de radiação em questão.

7 CONCLUSÕES

Essencialmente, para casos ideais (em que a dissipação da cavidade e a temperatura não são levados em conta) os parâmetros de controle que interferem na geração do emaranhamento são os estados iniciais do sistema atômico, o número de fótons médio da cavidade, o acoplamento átomo-campo e a diferença entre as frequências típicas do campo e de transição atômica.

Analisando os casos extremos, quando ocorre uma interação ressonante entre átomo e campo, o estado em que o campo se encontra (número, coerente, gato de Schrödinger ou térmico) determina a forma com que o emaranhamento evolui no tempo. Em contrapartida, para o regime dispersivo, a única relevância do campo de radiação é justamente manter o parâmetro dispersivo F sempre muito maior que 1. Sob essa condição, a forma da evolução do emaranhamento será sempre a mesma ($C = \text{sen}^2(2\lambda t)$). Além disso, o sistema atômico deve ter sempre como estado de partida $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$, pois, de outra maneira, não é possível emaranhar dois átomos interagindo dispersivamente com o campo.

Através do mapeamento numérico realizado no capítulo anterior, pudemos constatar que o valor máximo de emaranhamento, para cada situação em que $|\Psi_S(0)\rangle = |eg\rangle$, sempre atingirá o maior valor possível, independente do estado do campo. Além disso, quando os átomos são preparados inicialmente no estado $|\Psi_S(0)\rangle = |gg\rangle$ e interagem com o campo no estado de Fock, vimos que a *Concurrence* decresce até atingir o valor zero, levando sempre a um estado separável no regime dispersivo.

Portanto, segundo o mapeamento realizado nesse trabalho, a capacidade do campo de induzir emaranhamento entre dois átomos no regime de eletrodinâmica quântica de cavidades não é um bom critério para verificar a não-classicalidade da radiação, uma vez que, por exemplo, um estado quântico puro do campo como o estado de Fock, dependendo do regime de interação, não é capaz de emaranhar dois átomos, dependendo do estado inicial dos mesmos. Além disso, um campo dito clássico (térmico) apresenta, sob certas condições a capacidade de induzir a correlação.

Uma possível extensão para este trabalho é a introdução de perdas na cavidade. Essa situação deve ser resolvida por meio da equação mestra que descreve justamente a introdução dessas perdas, caracterizando um sistema aberto. Em sua maioria, esses sistemas abertos evoluem de um estado de não-equilíbrio para um estado de equilíbrio de acordo com a interação com os sistemas vizinhos, denominados reservatórios, com os quais o sistema de interesse troca, por exemplo, energia. Podemos assim investigar a importância desses efeitos não-controláveis na geração e manutenção do emaranhamento e, além disso, tentar compreender quais são os fatores dominantes sobre a classicalidade do campo.

REFERÊNCIAS

- 1 EHRENFEST, P. Bemerkung über die angenäherte gültigkeit der klassischen mechanik innerhalb der quantenmechanik. **Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei**, Springer, v. 45, n. 7, p. 455–457, 1927.
- 2 JAYNES, E. T.; CUMMINGS, F. W. The interaction of atoms and electromagnetic fields. **Proceedings of the IEEE**, v. 51, p. 89, 1963.
- 3 EBERLY, J.; NAROZHNY, N.; SANCHEZ-MONDRAGON, J. Periodic Spontaneous Collapse and Revival in a Simple Quantum Model. **Physical Review Letters**, v. 44, n. 20, p. 1323–1326, 1980.
- 4 RABI, I. I. On the process of space quantization. **Physical Review**, v. 49, n. 4, p. 324–328, Feb 1936.
- 5 PHOENIX, S. J. D.; KNIGHT, P. L. Establishment of an entangled atom-field state in the jaynes-cummings model. **Physical Review A**, v. 44, n. 9, p. 6023–6029, 1991.
- 6 OSNAGHI, S. et al. Coherent control of an atomic collision in a cavity. **Physical Review Letters**, v. 87, n. 3, p. 37902, 2001.
- 7 ZHENG, S.-B.; GUO, G.-C. Efficient scheme for two-atom entanglement and quantum information processing in cavity qed. **Physical Review Letters**, v. 85, n. 11, p. 2392–2395, Sep 2000.
- 8 LOUISELL, W. H. W. H. **Quantum statistical properties of radiation**. New York: Wiley, 1973. Includes bibliographical references. ISBN 0471547859.
- 9 SCULLY, M. O. M. O.; ZUBAIRY, M. S. **Quantum optics**. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. Includes bibliographical references and index. ISBN 0521434580.
- 10 WERLANG, T. et al. Rabi model beyond the rotating-wave approximation: Generation of photons from vacuum through decoherence. **Physical Review A**, v. 78, n. 5, p. 053805, 2008.
- 11 COHEN-TANNOUJJI, C. **Quantum mechanics**. New York: Wiley, 1977. Includes index. ISBN 0471164321.
- 12 EINSTEIN, A.; PODOLSKY, B.; ROSEN, N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? **Physical Review**, v. 47, n. 10, p. 777–780, May 1935.
- 13 SCHRÖDINGER, E. Discussion of probability relations between separated systems. **Proceedings of the Cambridge Philosophical Society**, v. 31, p. 555–563, 1935.
- 14 BELL, J. S. On the einstein podolsky rosen paradox. **Physics**, v. 1, p. 195–200, 1964.
- 15 ASPECT, A.; DALIBARD, J.; ROGER, G. Experimental test of bell's inequalities using time-varying analyzers. **Physical Review Letters**, American Physical Society, v. 49, n. 25, p. 1804–1807, Dec 1982.

- 16 WOOTTERS, W. K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits. **Physical Review Letters**, American Physical Society, v. 80, n. 10, p. 2245–2248, Mar 1998.
- 17 PONTE, M. A. de. Quantificador de emaranhamento. Comunicação interna. 2006.
- 18 MISTA, L.; FILIP, R.; FIURÁSEK, J. Continuous-variable werner state: Separability, nonlocality, squeezing, and teleportation. **Physical Review A**, v. 65, n. 6, p. 062315, Jun 2002.
- 19 BASEIA, B. Sobre a real necessidade de uma teoria quântica para a luz: ótica quântica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 17, n. 1, p. 1–10, 1995.
- 20 MAIA, L. P. A.; BASEIA, B. Estados não-clássicos do campo luminoso. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 21, n. 4, p. 476, 1999.
- 21 KIM, M. S. et al. Entanglement induced by a single-mode heat environment. **Physical Review A**, v. 65, n. 4, p. 040101, Apr 2002.
- 22 SCHRÖDINGER, E. Der stetige übergang von der mikro-zur makromechanik. **Die Naturwissenschaften**, v. 14, p. 664–666, 1926.
- 23 JAMES, D. F. V.; JERKE, J. Effective hamiltonian theory and its applications in quantum information. **Canadian Journal of Physics**, v. 85, n. 6, p. 625–632, JUN 2007.

