

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS PARA A SUSTENTABILIDADE
CAMPUS DE SOROCABA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PLANEJAMENTO E USO DE RECURSOS
RENOVÁVEIS

CARLOS JULIANO SANTOS

**REGRESSÃO NÃO LINEAR QUANTÍLICA PARA CLASSIFICAÇÃO DE SÍTIO EM
POVOAMENTOS DE *Eucalyptus* sp.**

Sorocaba

2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS PARA A SUSTENTABILIDADE
CAMPUS DE SOROCABA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PLANEJAMENTO E USO DE
RECURSOS RENOVÁVEIS

CARLOS JULIANO SANTOS

**REGRESSÃO NÃO LINEAR QUANTÍLICA PARA CLASSIFICAÇÃO DE
SÍTIO EM POVOAMENTOS DE *Eucalyptus* sp.**

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Planejamento e Uso
de Recursos Renováveis, para obtenção
do título de mestre.

Orientação: Prof. Dr. Cláudio Roberto
Thiersch

Sorocaba
2017

Santos, Carlos Juliano

REGRESSÃO NÃO LINEAR QUANTÍLICA PARA CLASSIFICAÇÃO
DE SÍTIO EM POVOAMENTOS DE *Eucalyptus* sp. / Carlos Juliano Santos.
-- 2017.

31 f. : 30 cm.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal de São Carlos, campus
Sorocaba, Sorocaba

Orientador: Cláudio Roberto Thiersch

Banca examinadora: Cláudio Roberto Thiersch, Monica Fabiana B. M.
Thiersch, Christian Dias Cabacinha

Bibliografia

1. Regressão Quantílica. 2. Curvas de Crescimento . 3. Índice de sítio. I.
Orientador. II. Universidade Federal de São Carlos. III. Título.

CARLOS JULIANO SANTOS

REGRESSÃO NÃO LINEAR QUANTÍLICA PARA
CLASSIFICAÇÃO DE SÍTIO EM POVOAMENTOS DE
Eucalyptus sp

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação para obtenção do título de
mestre em Planejamento e Uso de Recursos Renováveis.
Universidade Federal de São Carlos.
Sorocaba, 09 de maio de 2017.

Orientador:



Prof. Dr. Cláudio Roberto Thiersch
Universidade Federal de São Carlos – UFSCar *Campus Sorocaba*

Examinadores:



Profa. Dra. Monica Fabiana Bento Moreira Thiersch
Universidade Federal de São Carlos – UFSCar *Campus Sorocaba*

Certifico que a sessão de defesa foi realizada com a participação à distância do membro Dr. Christian Dias Cabacinha (Universidade Federal de Minas Gerais) e, depois das arguições e deliberações realizadas, o participante à distância está de acordo com o conteúdo do parecer da comissão examinadora redigido no relatório de defesa de Dissertação de Carlos Juliano Santos.



Prof. Dr. Cláudio Roberto Thiersch
Presidente da Comissão Examinadora
UFSCar-So

SUMÁRIO

RESUMO	I
ABSTRACT	II
1. INTRODUÇÃO	1
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	3
2.1. IMPORTÂNCIA DA ESTIMATIVA DA CAPACIDADE PRODUTIVA.....	3
2.2. CURVAS DE ÍNDICE DE SÍTIO.....	3
2.3. MODELOS UTILIZADOS NA CONSTRUÇÃO DE CURVAS DE SÍTIO.....	3
2.4. GERAÇÃO DE CURVAS DE ÍNDICE DE SÍTIO.....	5
2.5. REGRESSÃO QUANTÍLICA.....	6
3. MATERIAL E MÉTODOS	8
3.1. ÁREA DE ESTUDO.....	8
3.2. BASE DE DADOS.....	8
3.3. MODELAGEM DE CURVAS DE SÍTIO PELO MÉTODO DA DIFERENÇA ALGÉBRICA.....	8
3.4. MODELAGEM DE CURVAS DE SÍTIO UTILIZANDO REGRESSÃO QUANTÍLICA.....	10
3.5. ERRO PADRÃO RESIDUAL.....	11
3.6. ANÁLISE GRÁFICA DOS RESÍDUOS	12
3.7. AMPLITUDE DE CLASSES PARA DIFERENÇA ALGÉBRICA.....	13
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	14
4.1. MODELAGEM DAS CURVAS DE SÍTIO.....	14
4.2. ERRO PADRÃO RESIDUAL.....	19
4.3. GRÁFICO DE RESÍDUOS.....	20
4.4. AMPLITUDE DE CLASSES PARA DIFERENÇA ALGÉBRICA.....	24
5. CONCLUSÕES FINAIS	25
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	25
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	26

RESUMO

A capacidade produtiva é estimada convencionalmente por meio de curvas de sítio calculadas de forma anamórfica ou polimórfica, contudo, estas curvas possuem algumas limitações. Devido a estas limitações, o objetivo deste trabalho foi avaliar a criação de curvas de crescimento para classificação de sítio pelo método de regressão não linear quantílica e compará-las com as curvas geradas pelo método da diferença algébrica. A base de dados foi coletada em duas mesorregiões do estado de São Paulo (Macro Metropolitana Paulista e Bauru), com 460 medições em 98 parcelas com períodos distintos em *Eucalyptus* sp. As curvas de sítio foram ajustadas segundo modelo de Chapman-Richards pelo método da diferença algébrica para curvas anamórficas e polimórficas e regressão não linear quantílica (RNLQ). Os resultados deste trabalho permitiram concluir que as curvas de sítio ajustadas pelo método da RNLQ são superiores às curvas geradas pelo método da diferença algébrica pela análise gráfica dos resíduos com menor amplitude dos erros e maior homogeneidade e erro padrão residual com menores valores nas classes em geral.

Palavras-chave: curvas de crescimento; índice de sítio; curvas anamórficas; curvas polimórficas.

ABSTRACT

The productive capacity is conventionally estimated by anamorphic or polymorphic calculated site curves; however, these curves have some limitations. Due to these limitations, the objective of this work was to evaluate the creation of growth curves for site classification by the nonlinear quantile regression method and to compare them with the curves generated by the algebraic difference method. The database was collected in two mesoregions of the state of São Paulo (Paulista and Bauru Metropolitan Macro), with 460 measurements in 98 plots with distinct periods in *Eucalyptus* sp. The site curves were adjusted according to the Chapman-Richards model using the algebraic difference method for anamorphic and polymorphic curves and nonlinear quantum regression (RNLQ). The results of this work allowed to conclude that the site curves adjusted by the RNLQ method are superior to the curves generated by the algebraic difference method by graphical analysis of the residuals with smaller ranged of the errors and greater homogeneity and residual standard error with lower values in the classes in general.

Keywords: growth curves; site index, anamorphic curves; polymorphic curves.

1. INTRODUÇÃO

A madeira, após a pedra lascada e polida, foi matéria prima para quase todos os utensílios que proporcionaram a qualidade de vida da humanidade. Este fato acarretou a crescente demanda do produto e criou a necessidade do cultivo pela mão do homem. Essa passagem temporal apresenta a importância da madeira em nossas vidas desde os primórdios. No Brasil, não é diferente a relação com esta matéria prima, desde os primeiros habitantes com lanças e utensílios. Desde a chegada dos europeus para exploração do pau-brasil e outras espécies, até os dias de hoje, são utilizadas essas fibras como matéria-prima para uma gama de produtos (ABRAF, 2013).

Para atender a demanda de madeira, é grande a relevância de florestas plantadas no Brasil e no mundo. Assim, o desenvolvimento da tecnologia, gestão e manejo da produção é primordial para aperfeiçoar os processos da cadeia florestal (ASSIS et al., 2009; ALO, 2016). O Relatório Anual de 2016, com base no ano de 2015, apresentou a área de 7,8 milhões de hectares de floresta plantada no Brasil, os gêneros de maior importância foram o *Eucalyptus* com 5,6 milhões de hectares, e *Pinus* com 1,6 milhões de hectares (IBÁ, 2016). O clima tropical e subtropical ocorrente em território nacional possibilitam rotações de *Eucalyptus* de 5 a 7 anos convencionalmente, o que em locais com clima temperado necessita de aproximadamente 12 anos para acumular a mesma biomassa (SCAVINSKI, 2014). Essas características tornam o Brasil um grande produtor de florestas renováveis.

Para que haja a otimização dos processos relacionados ao setor, é necessário reduzir desperdícios tanto nas operações de produção quanto no produto gerado, o que passa pelo acerto no material genético utilizado, manejo correto e mensuração de variáveis de interesse. A estimativa de produtividade e de crescimento florestal são as variáveis mais importantes, pois auxilia entender o comportamento dos povoamentos, prever resultados futuros e planejar de forma confiável a colheita e as operações posteriores (SCAVINSKI, 2014; MELO, 2014). Por isso as empresas florestais buscam o desenvolvimento de modelos e métodos que reduzam os erros envolvidos no processo (CARVALHO, 2010).

A capacidade produtiva do local interfere no desenvolvimento florestal, pois fatores físicos e químicos do solo, climáticos, fisiográficos e bióticos são limitantes independentes dos tratamentos silviculturais empregados no cultivo (CARVALHO, 1999). A

resposta do conjunto desses fatores é chamada de índice de sítio, definido por Scolforo (1998) como o conjunto de condições climáticas, edáficas e biológicas que interferem no desenvolvimento de uma floresta em uma determinada área. Esta independência torna a classificação produtiva do sítio uma ferramenta necessária ao manejo. Vários métodos de construção das curvas do índice de sítio foram aplicados ao longo do tempo. Atualmente, os mais utilizados são o método da equação das diferenças algébricas, o método da curva-guia e o método da predição de parâmetros. Contudo, esses utilizam somente medidas centrais para a criação da curva e a partir da estimativa principal criam as curvas adjacentes.

O índice de local não é uma medida exata, havendo três principais fontes de erros. Método de amostragem inadequado, o qual tem representatividade de apenas uma ou duas classes dos dados; curvas anamórficas em povoamentos onde o crescimento de cada classe é distinto e mau uso da curva guia (CAMPOS e LEITE, 2009). Além destas, as curvas apresentam distâncias entre si fixadas de forma empírica, não se embasando na distribuição dos dados. Outra importante fonte de erro é o fato das curvas adjacentes serem criadas a partir da fixação de um dos parâmetros do modelo, podendo acarretar na degeneração da curva, ou seja, essa ocorrência passa a não ter nenhuma explicação biológica.

A regressão quantílica, segundo Koenker e Bassett (1978), é o método estatístico que estima a relação entre variáveis em todas as porções ocorrentes da base amostral. Esse fato diminui a relevância dos problemas encontrados na regressão com somente um valor central, pois divide a população em n partes criando para cada classe um ajuste. Segundo Penna et al.(2013), a utilização da regressão quantílica resulta em uma “descrição mais ampla das relações entre as variáveis”, pois para cada quantil há uma estimativa única e, também, possibilita a avaliação dos efeitos independentes de qualquer variável em qualquer quantil (KOENKER, 2004; KOENKER, 2005). Essas propriedades tornam esta metodologia promissora para a geração das curvas de sítio, já que contornam os problemas supracitados apresentados pelas metodologias clássicas.

Sendo assim, o objetivo desse estudo foi avaliar a criação de curvas de crescimento para classificação de sítio pelo método de regressão quantílica não linear e compará-las com as curvas geradas pelo método da diferença algébrica.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. IMPORTÂNCIA DA ESTIMATIVA DA CAPACIDADE PRODUTIVA

Cada vez mais se torna imprescindível conhecer a situação e dinâmica de povoamentos florestais para um adequado manejo da cultura em relação à adubação, intervenções, desbastes e colheitas (WEST, 2009).

A estimativa do crescimento embasa o planejamento de um empreendimento florestal, pois as decisões como quantidade de área para o volume necessário de madeira, quantidade de madeira colhida anualmente e até a espécie a ser implantada dependem destas estimativas (SCHNEIDER e SCHNEIDER, 2008).

2.2. CURVAS DE ÍNDICE DE SÍTIO

Para Campos (1985), a melhor maneira de se definir a capacidade produtiva é por meio do índice de sítio relacionando a altura dominante com idade do povoamento. Dias et al. (2005) complementa então que, deve-se escolher um modelo que atenda a correlação entre as variáveis, além de definir o comportamento da família das curvas geradas por meio do modelo.

As curvas de índice local podem ser classificadas em dois tipos, anamórficas ou harmônicas e polimórficas ou naturais (BATISTA e COUTO, 1986). As curvas anamórficas mantêm a mesma taxa de crescimento em altura para todas as curvas (SCAVINSKI, 2014), variando somente seu ponto de interseção (ALDER, 1980). As curvas polimórficas não possuem essa proporcionalidade entre si, sendo o crescimento dependente dos fatores de sítio (SCAVINSKI, 2014).

2.3. MODELOS UTILIZADOS NA CONSTRUÇÃO DE CURVAS DE SÍTIO

O ajuste de modelos para altura em relação à idade, necessários para a criação da curva de índice de sítio se dividem em dois grupos, modelos lineares ou passíveis de

linearização que são ajustados por regressão linear, e modelos não lineares ajustados por regressão não linear (SCAVINSKI, 2014).

Os modelos mais disseminados no Brasil são Schumacher e Hall e Chapman-Richards (TONINI, 2002), vistos na Tabela 1. O modelo de Schumacher e Hall foi utilizado nos trabalhos de Demolinari et al. (2007) que utilizaram em plantio de eucalipto clonal no Pará. Salles (2010) utilizou no plantio de eucalipto em modelo agroflorestal, Miranda (2012) trabalharam com eucalipto na Bahia relacionando classes de precipitação pluviométrica. Carvalho (2010) com avaliação de crescimento e produção de eucalipto para fins energéticos.

O modelo de Chapman-Richards tem como adjetivo principal a flexibilidade, pois se adapta de forma satisfatória a variáveis dendrométricas diferentes, possibilitando uma interpretação biológica (FINGER, 1992). Esse modelo foi utilizado nos trabalhos de Roveda et al. (2014) e Cunha Neto et al. (1996), que trabalharam com curvas de crescimento de eucalipto em São Paulo. Skavinski (2014) trabalhou com curvas polimórficas e anamórficas na região de Bauru e Itapetininga. Dias et al. (2005) trabalhou em Alagoinhas-Bahia com eucalipto.

Tabela 1. Modelos de capacidade produtiva em função da idade (SCOLFORO, 2006)

Modelos	Forma geral
Schumacher e Hall	$H_{dom} = \beta_0 e^{-\beta_1(\frac{1}{I})} + e_i$
Chapman-Richards	$H_{dom} = \beta_0 (1 - e^{(-\beta_1 I)})^{\beta_2} + e_i$

Em que:

H_{dom} = média das alturas das árvores dominantes;

I= idade do povoamento

E= base do logaritmo natural

β = parâmetros a serem estimados

2.4. GERAÇÃO DE CURVAS DE ÍNDICE DE SÍTIO

A geração de curvas de índice de sítio pode ser feita através de várias maneiras, dentre as mais utilizadas pode-se citar o método da curva-guia, método da diferença algébrica, método de Hammer e método da predição de parâmetros (Clutter et al., 1983; Campos e Leite, 2009).

O método mais utilizado para a geração das curvas anamórficas é a curva-guia, segundo Scavinski (2014). As outras metodologias raramente são utilizadas, conforme os mesmos autores, pela alta eficiência da curva-guia, ou por se considerar na maioria dos casos que as curvas de tendência são anamórficas (BINOTI et al., 2012). Para Araújo (2016), outro fator preponderante é a possibilidade de geração de curvas sem remedição de parcelas permanentes, o que nos demais se faz necessário. Para as curvas polimórficas, os métodos mais utilizados são a diferença algébrica (SCAVINSKI, 2014) e a predição de parâmetros (CLUTTER et al., 1983).

O método da curva-guia se resume em uma curva central que define as curvas adjacentes com amplitude proporcional a cada curva (FIGUEIREDO, 2005). Esse método começou a ser utilizado no final de 1930, com início do emprego de regressão linear múltipla na área florestal (SCOLFORO, 1997).

O método da diferença algébrica, ou método da equação das diferenças, possibilita a criação de curvas anamórficas ou polimórficas por meio de qualquer modelo selecionado, já que utiliza pares de medidas consecutivas da variável a ser inferida (SCAVINSKI, 2014). O pressuposto utilizado nesse método é que a relação altura-idade é mantida nos pares de observação, assim os modelos são ajustados (PRODAN et al., 1997). Esse método foi proposto por Bailey e Clutter (1974) para a criação de curvas de sítio invariantes em relação à idade de referência (SCOLFORO, 2006).

O método de Hammer é uma variação da curva-guia, no qual o parâmetro β_0 utilizado para estimar a altura dominante é substituído por uma equação, que fixa alturas preestabelecidas que coincidam com índices de sítio definidos (CAMPOS e LEITE, 2009).

2.5. REGRESSÃO QUANTÍLICA

Técnicas de modelagem que se baseiam em estimativas centrais de respostas sobre espécies em relação a fatores ambientais nem sempre apresentam estimativas fiéis da relação espécie-ambiente e vem aumentando o questionamento sobre seus resultados (VAZ et al., 2008). A regressão quantílica é uma saída a esse embate, pois é o método estatístico que estima a relação entre variáveis em todas as porções ocorrentes da base amostral (KOENKER e BASSETT, 1978). Esse fato diminui a relevância dos problemas encontrados na regressão com somente um valor central, uma vez que divide a população em n partes criando para cada classe um ajuste. A utilização da regressão quantílica resulta na “descrição mais ampla das relações entre as variáveis” (PENNA et al., 2013), pois para cada quantil há uma estimativa única e, possibilita a avaliação dos efeitos independentes de qualquer variável em qualquer quantil (KOENKER, 2004; KOENKER, 2005).

A utilização da técnica de regressão quantílica possibilita gerar um mapeamento mais completo do desenvolvimento da floresta em relação ao seu crescimento temporal, uma vez que se calcula a resposta de cada quantil em vez de se derivar o resultado de uma curva central gerada na regressão não linear (SILVA e PORTO JÚNIOR, 2006).

As vantagens do uso da regressão quantílica são permitir caracterizar toda distribuição condicional da variável resposta a partir de um conjunto de regressores, não somente sobre as suas medidas centrais. Não necessita de que a distribuição seja gaussiana e não há sub amostragem do conjunto de dados, pois usa todos os dados para estimar os coeficientes angulares dos quantis (KOENKER e BASSETT, 1978). Ainda a regressão quantílica é robusta a dados discrepantes (outliers), devendo ser preferida à regressão linear quando existem pontos discordantes (CHAMBERS e TZAVIDIS, 2006).

A regressão quantílica está cada vez mais presente nas áreas de finanças (SILVA e PORTO JÚNIOR, 2006), genômica (BEYERLEIN et al., 2011), pecuária (NASCIMENTO et al., 2012) além da economia, onde foi estudada e utilizada desde a década de 1970 (CADE e NOON, 2003). Contudo, está pouco difundida na área florestal.

Os trabalhos encontrados em literatura utilizando regressão quantílica como metodologia na área são apresentados por pesquisadores como Araújo et al. (2016) que trabalharam com curvas de índice de local em modelos lineares em comparação ao método de

mínimos quadrados ordinários no norte de Minas Gerais com *Eucalyptus sp.* em espaçamento de 3 m x 3 m e concluíram que as curvas geradas na regressão quantílica foram mais bem ajustadas a base de dados, Vaz et al., (2008) com interações de genótipo versus ambiente onde concluiu que a utilização de regressão quantílica possibilita detectar os efeitos de fatores limitantes em relação às espécies e não as subestimam como pode ocorrer na regressão de medidas centrais. Meyer et al. (2005), com crescimento em altura de rebrotas de Acácia após incêndio, onde concluiu que as maiores brotações não são das maiores árvores, relação que não é identificada nos valores centrais.

Trabalhos com crescimento de árvores onde a regressão dos quantis permite o entendimento das interações competitivas entre os indivíduos (COOMES e ALLEN, 2007a). A distribuição da mortalidade em florestas naturais com idades mistas, com conclusão de que a relação dos quantis é muito distinta às medidas centrais, o que inviabiliza a utilização de regressão a não ser a quantílica (COOMES e ALLEN, 2007b).

A regressão quantílica é vista como uma extensão natural dos quantis, a qual apresenta a forma quantílica em um modelo linear $y_t = X_t\beta + \varepsilon_t$ como pode-se observar nas expressões (1) e (2) (SILVA e PORTO JÚNIOR, 2006).

$$\min_{b \in \mathcal{R}} n^{-1} \left\{ \sum_{t \in \{t: y_t \geq x_t \beta\}} \theta |y_t - x_t \beta| + \sum_{t \in \{t: y_t < x_t \beta\}} (1 - \theta) |y_t - x_t \beta| \right\} \quad (1)$$

$$= \min n^{-1} \sum_{i=1}^n \rho_{\theta}(y_t - x_t \beta)$$

Em que ρ é a função “check” definida por

$$\left\{ \begin{array}{ll} \rho_{\theta}(u) = \theta u, & u \geq 0 \\ (\theta - 1)u, & u < 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

Em que a função ρ_{θ} multiplica os resíduos u por θ , se eles forem maiores ou igual a zero e por $(\theta - 1)$, se forem negativos Essa função faz com que os resíduos sejam tratados de forma assimétrica.

3. MATERIAL E MÉTODOS

3.1. ÁREA DE ESTUDO

O estudo foi realizado nas mesorregiões Macro Metropolitana Paulista e Bauru. A primeira com altitude média de 632 m em relação ao nível do mar e solo classificado como latossolo vermelho, e a segunda com altitude média de 810 m acima do nível do mar e classificação edáfica como nitossolo vermelho (EMBRAPA, 2006 e 1999).

O Clima é classificado para a Macro Metropolitana Paulista como Cwb (temperado chuvoso e quente com verão moderadamente quente) para Cwa (temperado seco e quente com verão quente) na classificação de Köppen com temperatura anual de 22°C e precipitação pluvial de 1310 mm em média. A mesorregião de Bauru está como Cwa na classificação de Köppen, com temperatura média anual de 19,3° C e precipitação pluvial média de 1433 mm (SILVA et al., 2007; CUNHA 1999).

3.2. BASE DE DADOS

Os dados utilizados no estudo são originários de 460 medições em 98 parcelas permanentes variando de 1 a 7 medições em povoamentos clonais de *Eucalyptus sp.*, com espaçamento de 3 m x 2,5 m e idades variando entre 2 a 7 anos. A amostragem utilizada foi sistemática com intensidade amostral de uma parcela a cada 10 hectares, onde as unidades amostrais apresentavam forma retangular de 375m². Na unidade amostral foram medidos a circunferência a altura do peito (CAP) de cada árvore, a altura das cinco primeiras árvores consideradas normais, além das 3 árvores de maior CAP.

3.3. MODELAGEM DE CURVAS DE SÍTIO PELO MÉTODO DA DIFERENÇA ALGÉBRICA

Utilizou-se o Modelo biológico de Chapman-Richards (3), uma vez que é um dos mais utilizados no meio florestal (TONINI, 2002). Scavinski (2014), Gaziri (2014) e

Roveda (2014) comparam o modelo com outros utilizados na literatura e concluíram a superioridade estatística aos demais.

$$Hdom = \beta_0 (1 - e^{(-\beta_1 I)})^{\beta_2} + e_i \quad (3)$$

Em que:

$Hdom$ = Altura do indivíduo;

β_0 = valor assintótico;

β_1 = taxa de crescimento da variável de interesse;

β_2 = ponto de inflexão da curva (SCOLFORO, 2006).

Para curvas anamórficas, β_1 e β_2 são considerados comuns para todos os sítios, no entanto β_0 é um parâmetro específico do sítio. Assim, para qualquer par altura-idade ($Hdom_i, I_i$) tem-se (4).

$$\beta_0 = \frac{Hdom_i}{(1 - e^{(-\beta_1 I_i)})^{\beta_2}} \quad (4)$$

Então, para dois pares observados do mesmo indivíduo ($Hdom_1, I_1, Hdom_2, I_2$) tem-se o modelo (5).

$$Hdom_2 = Hdom_1 \left(\frac{(1 - e^{-\beta_1 I_2})}{(1 - e^{-\beta_1 I_1})} \right)^{\beta_2} + e_i \quad (5)$$

Para curvas polimórficas, β_2 é considerado o parâmetro específico, enquanto β_0 e β_1 são os parâmetros constantes do sítio. Assim, para qualquer par altura-idade ($Hdom_i, I_i$) tem-se (6).

$$\beta_2 = \frac{\ln\left(\frac{Hdom_i}{\beta_0}\right)}{\ln(1 - e^{\beta_1 I_i})} \quad (6)$$

Então, para dois pares observados do mesmo indivíduo ($Hdom_1, I_1, Hdom_2, I_2$) tem-se o modelo (7).

$$Hdom_2 = \beta_0 \left(\frac{Hdom_1}{\beta_0} \right)^{\frac{\ln[1-\exp(-\beta_1 I_2)]}{\ln[1-\exp(-\beta_1 I_1)]}} + e_i \quad (7)$$

Em que:

$Hdom_1$ e $Hdom_2$ = alturas dominantes nas idades I_1 e I_2 , respectivamente;

β = coeficientes do modelo.

Como as curvas pelo método de diferença algébrica são criadas a partir de um valor estipulado empiricamente, para melhor comparação com o método de regressão quantílica, foram considerados valores máximo e mínimo próximos aos valores encontrados no método de regressão não linear quantílica (RNLQ). A idade referência para a modelagem foi de 72 meses, idade convencionalmente utilizada para o corte de um plantio adulto.

3.4 MODELAGEM DE CURVAS DE SÍTIO UTILIZANDO REGRESSÃO QUANTÍLICA

Para o cálculo dos parâmetros da regressão quantílica foi utilizado o pacote `quantreg` (KOENKER, 2016). A biblioteca `quantreg`, desenvolvida para o programa R (R Core Team, 2017) explicita que os modelos de regressão quantílica com respostas não lineares seguem as convenções do comando "nls" com estimação de mínimos quadrados não lineares.

Para a criação do índice de sítio, foram criadas 5 classes com centro de classe nos quantis 90%, 70%, 50%, 30% e 10%. As curvas de sítio, que limitam as classes, foram calculadas nos quantis 80%, 60%, 40% e 20%, nos quais os valores acima da curva de sítio do quantil 80% foram classificados na classe 1 e valores abaixo da curva de sítio no quantil 20, na classe 5 (Tabela 2). Os limites de classe foram calculados entre o percentil 80% e 20% pois a utilização dos percentis extremos limiaries a 0% e 100% possuem baixa frequência de dados, o que causa baixa fidelidade da estimativa com a base de dados.

Tabela 2. Centros e limites quantílicos das classes de sítio.

Classes	Centro de classe (quantil)	Limites (quantil)
1	90%	$\geq 80\%$
2	70%	$[60\%; 80\%[$
3	50%	$[40\%; 60\%[$
4	30%	$[20\%; 40\%[$
5	10%	$<20\%$

3.5 ERRO PADRÃO RESIDUAL

Para teste e comparação, entre os três conjuntos de curvas de sítio, foi calculado o erro padrão residual da estimativa (S_{yx}) e o erro padrão percentual residual ($S_{yx}\%$) para cada curva gerada. O seu valor, segundo Weber (2007), representa a dispersão dos resíduos ao longo da linha de regressão. Quanto menor o valor de S_{yx} e $S_{yx}\%$, mais próximo o ajuste está dos dados observado e conseqüentemente, maior é a qualidade da curva. Para o cálculo do erro padrão residual foi utilizada a expressão 8.

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n - p}} \quad (8)$$

Em que:

S_{yx} = erro padrão residual na unidade da variável resposta;

\hat{Y} = variável regressora estimada pelo modelo;

Y = variável observada;

n = número de observações;

p = número de parâmetros.

A expressão do erro padrão residual percentual (9) deriva de S_{yx} .

$$S_{yx}\% = \frac{S_{yx}}{\bar{Y}} * 100 \quad (9)$$

Em que:

$S_{yx}\%$ = erro padrão residual percentual na unidade da variável resposta;

\bar{Y} = média da variável observada.

Os valores de $S_{yx}\%$ trazem a possibilidade de analisar dados com diferentes medidas, uma vez que seu resultado é dado em porcentagem, é útil para análise dos erros encontrados em cada classe de sítio, mesmo em povoamentos com diferentes proporções.

3.6 ANÁLISE GRÁFICA DOS RESÍDUOS

A análise gráfica é de suma importância, pois além dos resultados pontuais como S_{yx} , consegue-se identificar a ocorrência de tendências, superestimativas ou subestimativas e heterocedasticidade nos valores modelados (SANTOS, 2012). Os resíduos de um ajuste de regressão têm alta relação com a qualidade do modelo, por isso a análise gráfica dos resíduos é fundamental na verificação da qualidade dos ajustes dos modelos (Weber, 2007). Para a estimativa dos resíduos foi utilizada a expressão 10.

$$E_i = \frac{(Y_i - \hat{Y}_i)}{Y_i} * 100 \quad (10)$$

Em que:

E_i = resíduo da i-ésima observação;

Y_i = variável dependente observada;

\hat{Y}_i = variável dependente estimada.

3.7 AMPLITUDE DE CLASSES PARA DIFERENÇA ALGÉBRICA

Todas as comparações entre a diferença algébrica e a regressão quantílica foram baseadas na distribuição dos percentis, o que difere dos trabalhos encontrados na literatura. São estipulados valores de forma empírica da distância entre curvas para metodologias que não utilizam a RNLQ levando em consideração os valores observados para cada base de dados e pela experiência do pesquisador, como relatado por Scavisnki (2014) que utilizou 4 m de amplitude por classe para idade referência de 60 meses, e Miranda (2012) que variou entre 2,5 m a 4 m de amplitude entre as classes com idade de referência de 60 meses. Assim, para um comparativo paralelo, foram criadas 7 classes de sítio, as quais foram criadas por abrangerem todos os dados amostrados ao longo do tempo a fim de analisar se há degeneração das curvas de índice de sítio empíricas.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. MODELAGEM DAS CURVAS DE SÍTIO

As estimativas dos parâmetros pela regressão não linear clássica (RNLC) e da regressão não linear quantílica (RNLQ) no percentil 50% apresentaram resultados significativos ($\alpha=1\%$), além de similares (Tabela 3). Fato que também pode ser observado na Figura 1 onde as curvas estão praticamente sobrepostas com pequenas diferenças apenas nas maiores idades.

Essa semelhança comprova que não existem dados discrepantes (outliers) na base que prejudiquem os resultados, assim pode-se utilizar tanto a média quanto a mediana para esse caso (CHAMBERS e TZAVIDIS. 2006).

Tabela 3. Parâmetros e suas estatísticas das equações ajustadas por RNLC e RNLQ no percentil 50%.

Regressão Não Linear				Regressão Quantílica Não Linear			
Parâmetro	Valor	Erro Padrão	p-valor	Parâmetro	Valor	Erro Padrão	p-valor
β_0	35,9564	1,6015	<0,01	β_0	34,9384	1,5038	<0,01
β_1	- 0,0234	0,0034	<0,01	β_1	- 0,0251	0,0039	<0,01
β_2	1,3119	0,1438	<0,01	β_2	1,3523	0,1669	<0,01

Onde: p-valor é a probabilidade de significância dos parâmetros.

O ajuste do conjunto de curvas de sítio pelo método da RNLQ (Tabela 4) apresentou parâmetros significativos ($\alpha=1\%$) para todos os quantis. O erro padrão se manteve próximo ao encontrado nos ajustes centrais (Tabela 3), com exceção do parâmetro β_0 calculado no quantil 20%, que obteve erro maior que o mesmo parâmetro nos outros quantis. O parâmetro β_0 é responsável pelo ponto assintótico da curva, no quantil 20% a dispersão dos dados é maior que nos outros quantis calculados e por isso aumenta o erro padrão para a curva em questão não somente em β_0 , mas em β_1 e β_2 também, mesmo que em menor relevância.

Com as curvas de sítio (Figura 2) foram estimadas as alturas dominantes na idade de referência, 72 meses (Tabela 5), definindo assim os limites entre as classes de sítio.

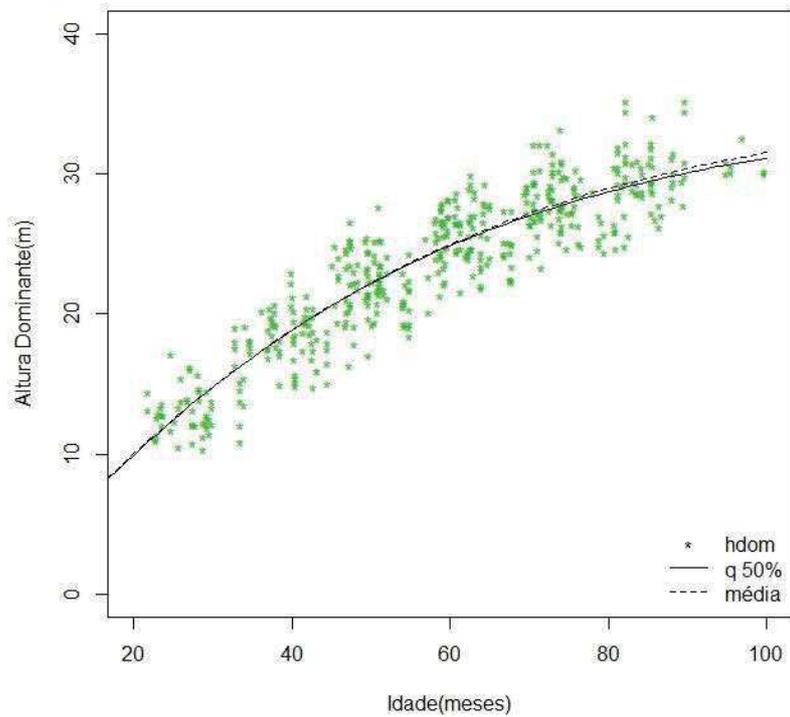


Figura 1. Curvas de sítio ajustadas pelos métodos de RNLC e RNLQ considerando a mediana.

Tabela 4. Parâmetros e suas estatísticas das equações ajustadas por RNLQ para os percentis 80%, 60%, 40% e 20%.

Percentil (%)	Parâmetro	Valor	Erro Padrão	p-valor
80	β_0	35,44816	1,42024	<0,01
	β_1	-0,02828	0,00429	<0,01
	β_2	1,36002	0,17874	<0,01
60	β_0	35,16094	1,93101	<0,01
	β_1	-0,02621	0,00472	<0,01
	β_2	1,36509	0,18645	<0,01
40	β_0	36,17222	1,84626	<0,01
	β_1	-0,02175	0,00371	<0,01
	β_2	1,2661	0,16290	<0,01
20	β_0	37,15089	3,66319	<0,01
	β_1	-0,01855	0,00532	<0,01
	β_2	1,2408	0,20540	<0,01

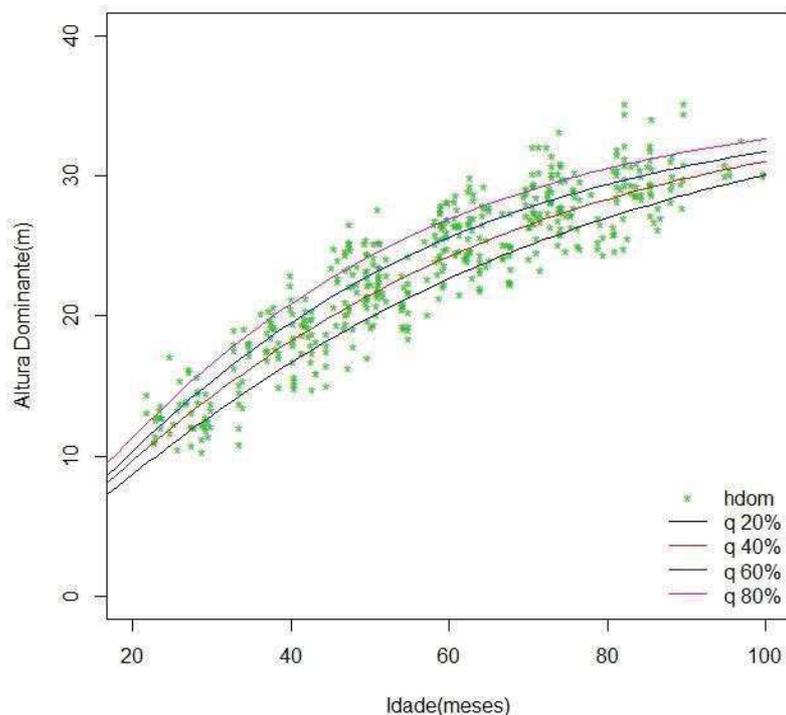


Figura 2. Curvas de sítio ajustadas pelo método de RNLQ nos percentis 80%, 60%, 40% e 20%.

Tabela 5. Valores de altura dominante (hdom) para as curvas de sítio calculadas pela RNLQ.

Classe	Limites (percentil) (%)	hdom (Iref=72) (m)
1	≥ 80	$\geq 29,31$
2	[60; 80[[28,10; 29,31[
3	[40; 60[[26,89; 28,10[
4	[20; 40[[25,44; 26,89[
5	< 20	$< 25,44$

As curvas centrais das classes de sítio tiveram seus parâmetros estimados para possibilitar o cálculo do resíduo gráfico de cada classe de dados (Tabela 6). Os quantis centrais das classes mais extremas 1 e 5 apresentaram erro padrão superiores às outras classes. Esses estimadores com maior erro nos quantis mais extremos se dão pela distribuição menos concentrada dos dados, no qual ocorrem fatores externos que aumentam ou diminuem a taxa de crescimento dos indivíduos mensurados ou erros de medição que prejudicam a precisão dos ajustes.

Tabela 6. Parâmetros e suas estatísticas das equações ajustadas por RNLQ para os percentis estipulados como centro de classe.

Percentil (%)	Parâmetro	Valor	Erro Padrão	p-valor
90	β_0	36,65905	2,08096	<0,01
	β_1	-0,02818	0,00569	<0,01
	β_2	1,32368	0,21977	<0,01
70	β_0	35,54631	1,68113	<0,01
	β_1	-0,02687	0,00443	<0,01
	β_2	1,35838	0,17968	<0,01
50	β_0	34,9384	1,5038	<0,01
	β_1	-0,0251	0,0039	<0,01
	β_2	1,3523	0,1669	<0,01
30	β_0	35,14452	1,85529	<0,01
	β_1	-0,02376	0,00424	<0,01
	β_2	1,42806	0,21659	<0,01
10	β_0	38,1251	5,73789	<0,01
	β_1	-0,01614	0,00695	0,021
	β_2	1,20996	0,25405	<0,01

Pode-se observar na Figura 3 um distanciamento do centro da classe 1 (percentil 90%) das demais curvas, registrando uma tendência distinta do conjunto, causada pelas mensurações deste percentil, visivelmente diferentes do padrão dos dados gerais. As curvas não acompanham uma tendência geral, pois possuem parâmetros distintos.

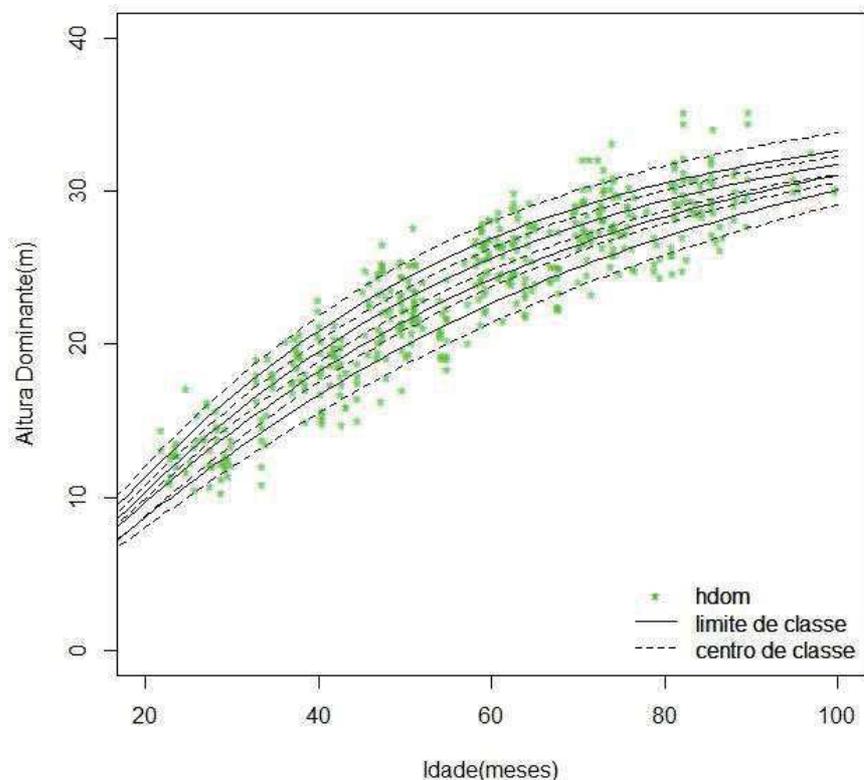


Figura 3. Curvas de sítio, limites e centrais, ajustadas pelo método de RNLQ.

A criação das curvas anamórficas e polimórficas pelo método da diferença algébrica geraram parâmetros distintos para cada tipo de curva, os resultados apresentaram baixo erro padrão e valores significativos ($\alpha=5\%$) (Tabela 7). Para a geração das curvas de sítio adotou-se na idade de referência os valores 25 m e 30 m como limites mínimo e máximo, respectivamente (Figura 4). Esses valores foram adotados pela proximidade na idade referência com os valores encontrados na modelagem da regressão quantílica (Tabela 5). As curvas de tendência anamórficas (Figura 4a), graficamente, possuem melhor representatividade do universo amostral que as curvas polimórficas (Figura 4b), principalmente, nas idades avançadas.

Tabela 7. Parâmetros e suas estatísticas das equações ajustadas pelo método da diferença algébrica.

Curva Anamórfica				Curva Polimórfica			
Parâmetro	Valor	Erro Padrão	Valor p	Parâmetro	Valor	Erro Padrão	Valor p
β_1	-0.025192	0,00198	<0,01	β_0	34,51679	0,6509	<0,01
β_2	1,373653	0,07855	<0,01	β_1	-0,027966	0,00176	<0,01

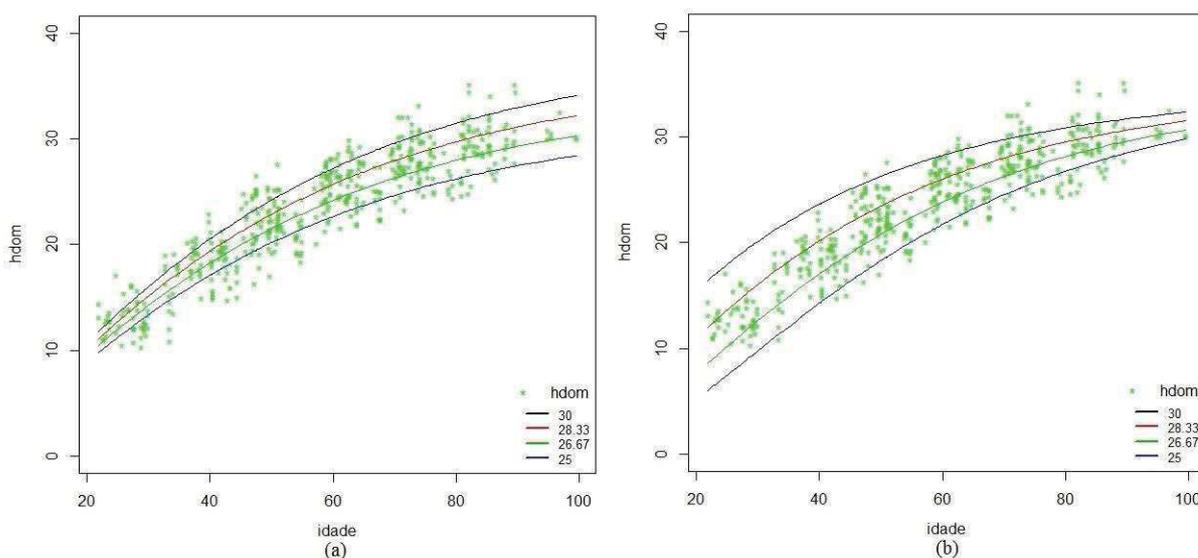


Figura 4. Curvas de sítio anamórficas (a) e polimórficas (b).

Na comparação entre as três curvas (Figura 2 e Figura 4), o conjunto quantílico mantém melhor distribuição ao longo das idades mensuradas e também apresentam melhor padrão entre as classes. As curvas anamórficas aumentam a amplitude entre as classes nas idades superiores, enquanto o conjunto polimórfico tem tendência contrária, já que diminui a amplitude ao longo do período de medição.

Não há ajuste de parâmetros para o conjunto de curvas de sítio anamórficas e polimórficas geradas por diferença algébrica (DA), pois não são provenientes de regressão e sim de dedução matemática, o que não permite analisar estatisticamente como no conjunto de curvas ajustadas por RNLQ.

4.2 ERRO PADRÃO RESIDUAL

Considerando o ajuste apenas para a média, o erro padrão residual percentual dos ajustes foi semelhante ao encontrado na literatura, com 5,95% e 4,95% para curvas

anamórficas e polimórficas, respectivamente. Os erros padrões residuais encontrados por Miranda (2012) foram de 7,85% para polimorfismo e 9,73% para Hammer e curva guia. Scavinski (2014) encontrou erros variando de 4,72% a 5,80% utilizando curvas anamórficas e polimórficas, respectivamente.

O erro padrão residual (Tabela 8) das classes 1, 2, 3 e 4 foi inferior nas curvas quantílicas, enquanto na classe 5 observou-se melhor resultado na família polimórfica. Esses resultados sugerem que para esta estatística as curvas quantílicas são as mais indicadas.

A classe 5 da família polimórfica apresentou tal resultado pela menor quantidade de observações e não confere aptidão ao conjunto de curvas considerando uma análise prévia da figura 4b, pois a análise gráfica é imprescindível para que avalie-se a homogeneidade dos dados ao longo da variável idade. A classe 5 do conjunto de curvas quantílicas apresentou valores desconexos aos outros percentis, contudo, como há maior dispersão nos dados das extremidades da base esse valor é considerado normal.

Tabela 8. Erro padrão residual em metros e percentual para as 5 classes de sítio nas 03 famílias de curvas empregadas.

Classe	Curvas Anamórficas		Curvas Polimórficas		Curvas Quantílicas	
	Syx(m)	Syx(%)	Syx(m)	Syx(%)	Syx(m)	Syx(%)
1	1,015	4,094	1,285	4,125	0,997	3,760
2	0,429	1,674	0,820	3,317	0,365	1,484
3	0,453	1,833	0,727	3,310	0,368	1,571
4	0,432	1,896	0,654	3,007	0,417	1,865
5	1,067	5,657	0,672	2,914	0,855	4,210

4.3 GRÁFICO DE RESÍDUOS

Avaliar somente o erro padrão residual pode omitir informações como viés ou tendências dentro das classes de sítio e comprometer o uso do conjunto. A análise gráfica dos resíduos para cada curva gerada pelos métodos em estudo permite visualizar a dispersão dos resíduos em todas as classes.

Considerando as curvas quantílicas, nota-se pequena dispersão dos erros e sem tendências nas classes 2, 3 e 4 (Figura 5). Nas classes 1 e 5 a dispersão aumenta com uma pequena tendência a superestimar as alturas dominantes inferiores. Para as classes 2, 3 e 4, o

comportamento das curvas anamórficas é semelhante às curvas quantílicas, por sua vez, as classes 1 e 5 são claramente tendenciosas. Isso acarreta subestimativas (classe 1) e superestimativas (classe 5) (Figura 6). Por sua vez, os resíduos gerados pelas curvas polimórficas nas classes 1, 2, 3 e 4 possuem maior dispersão e as tendências são acentuadas (Figura 7). Somente para a classe 5, assim como o erro padrão residual de 2,914%, apresentou resultados superiores aos demais no âmbito dispersão, porém há tendência a subestimar hdom em idades pequenas e superestimar hdom em idades avançadas, o que desqualifica-a para estimar hdom. Novamente esses resultados sugerem que as curvas quantílicas são superiores as demais.

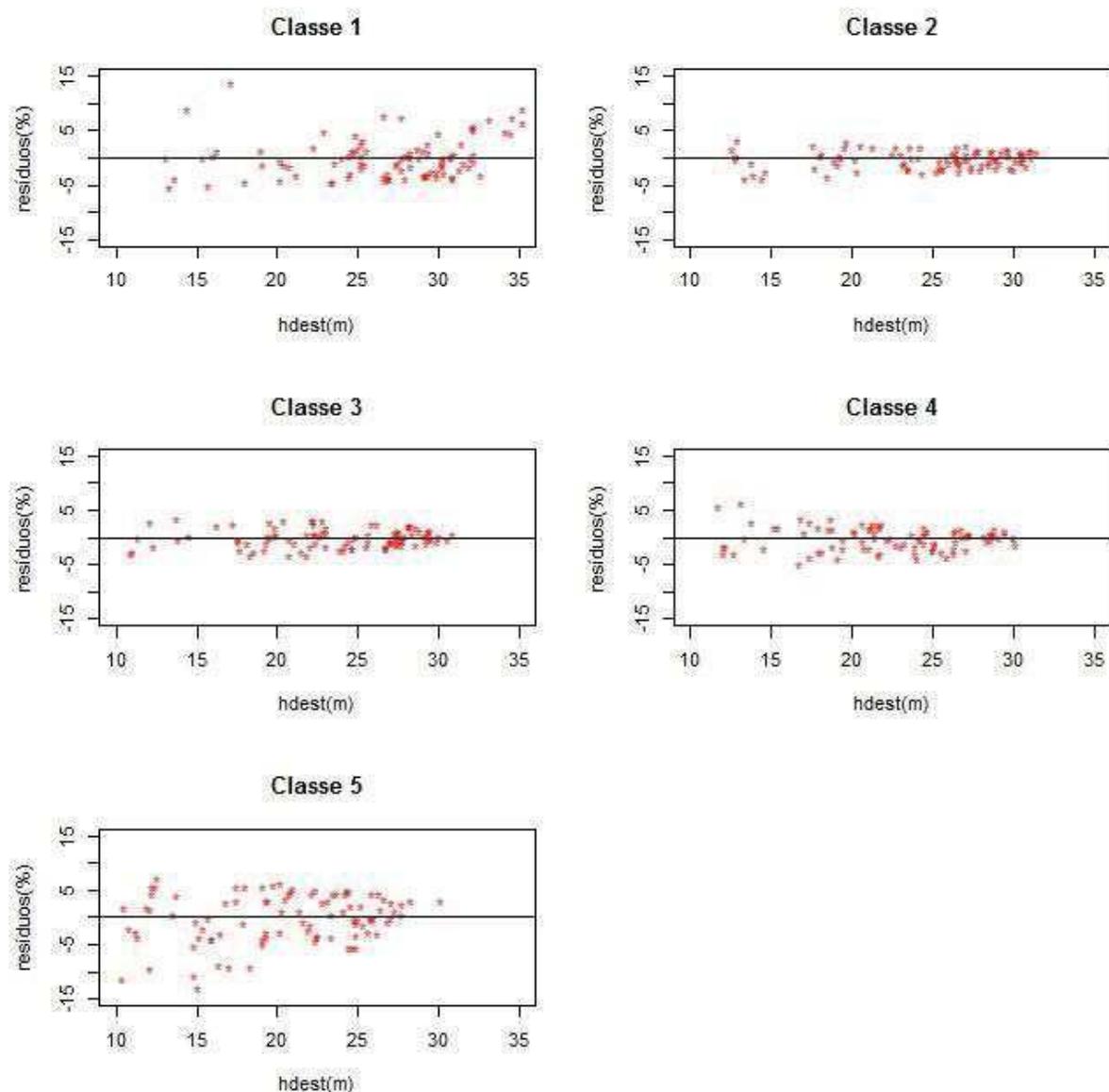


Figura 5. Gráficos de resíduos para a RNLQ para classes de sítio.

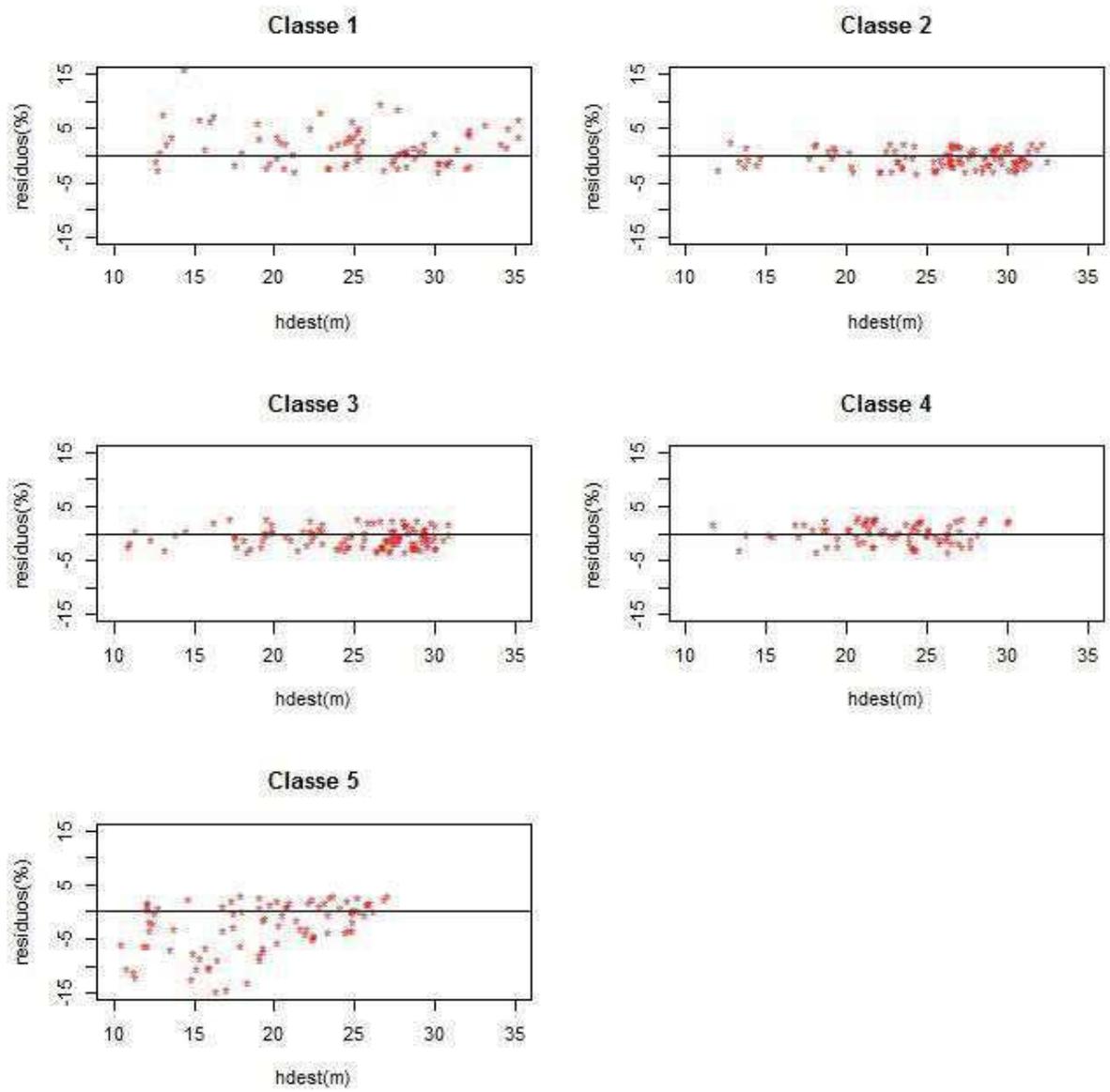


Figura 6. Gráficos de resíduos para o conjunto anamórfico para classes de sítio.

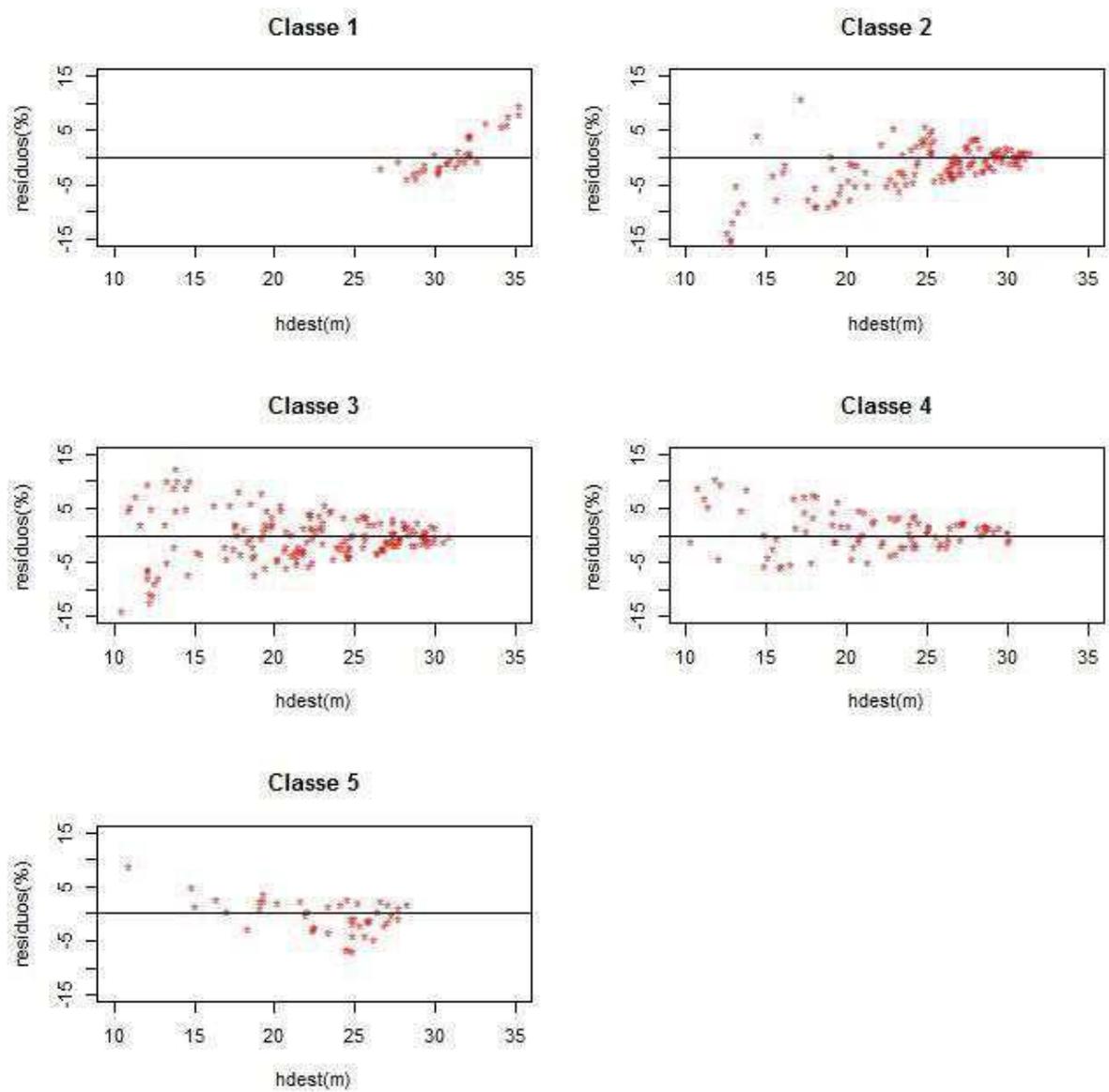


Figura 7. Gráficos de resíduos para o conjunto polimórfico para classes de sítio.

4.4 AMPLITUDE DE CLASSES PARA DIFERENÇA ALGÉBRICA

Na Figura 8a pode-se observar as curvas anamórficas com amplitude entre classes de 4 m definidas de forma empírica considerando a distribuição máxima e mínima dos dados. Nota-se que as curvas apresentam tendências que não correspondem aos dados.

Na Figura 8b nota-se que as curvas polimórficas têm tendência não biológica, as classes de maior valor estimaram hdom maior nas idades iniciais que em idades finais. Essa tendência é característica da família, ocorrido pela constância de β_0 e β_1 , que matematicamente confere ao modelo o encontro das curvas no infinito. As curvas anamórficas, por sua vez, apresentam o mesmo problema nas classes extremas, o qual superestima hdom nas classes superiores e subestima em classes inferiores, não há tendência referente aos dados e sim ao modelo matemático que, nesse caso, assegura uma mesma relação de distância entre as curvas.

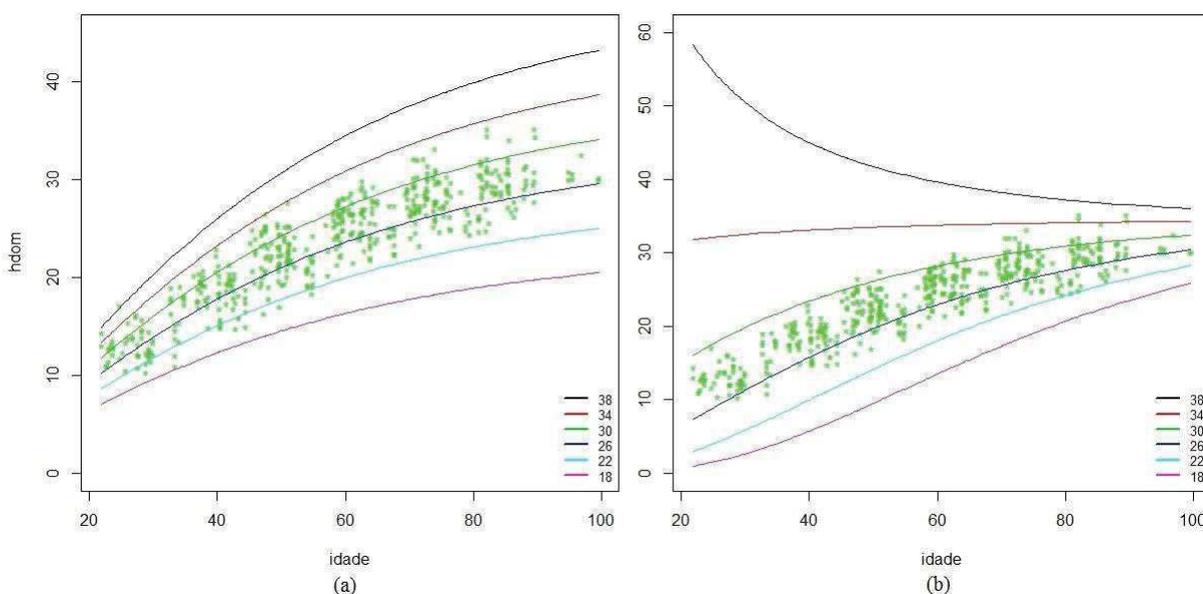


Figura 8. Conjunto de curvas de sítio anamórficas (a) e polimórficas (b)

Ao utilizar funções matemáticas para expressar o crescimento florestal é importante analisar se a forma de crescimento de outros locais mantém o mesmo padrão, o que mostra a falta de conectividade com a base de dados (SCAVINSKI, 2014). A utilização da RNLQ faz com que a amplitude seja calculada de acordo com a distância entre quantis e não por um valor em metros ou relação entre curvas. Isso traz maior coerência com as alturas observadas e suas frequências dentro do campo amostral em qualquer base de dados.

5. CONCLUSÕES FINAIS

- Os ajustes das curvas de sítio utilizando a regressão não linear clássica (RNLC) e da regressão não linear quantílica (RNLQ) no percentil 50% apresentaram resultados similares.
- A degeneração ocorrida nos modelos anamórficos e polimórficos desqualificam sua utilização sem uma avaliação criteriosa dos limites superiores e inferiores das curvas.
- Os resultados referentes ao ajuste, à distribuição de resíduos e ao erro padrão qualificam as curvas geradas por meio da RNLQ para sua utilização.
- O método da RNLQ é mais robusto que o método da diferença algébrica pela não geração de curvas degeneradas.

6. CONSIDERAÇÃO FINAL

- Estudos que avaliem o uso de modelos mistos com a RNLQ podem ser promissores em função do maior controle de possíveis fontes de variações além da idade.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRAF - Associação brasileira de produtores de florestas plantadas. **Anuário estatístico da ABRAF 2013, ano base 2012**. Brasília: Abraf, 2013. 142 p.
- ALDER, D. **Forest volume estimation and yield prediction**. FAO Forestry Paper, Rome, v.2, n.22, 1980. 194 p.
- ALO, L. L. **Uso de componentes de imagens de satélites na modelagem espacial do volume em povoamentos de *eucalyptus* sp.** 60 f. Dissertação (Mestrado em Planejamento e Uso de Recursos Renováveis) - Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2016.
- ARAUJO JUNIOR, Carlos Alberto; SOARES, Carlos Pedro Boechat; LEITE, Helio Garcia. **Curvas de índices de local em povoamentos de eucalipto obtidas por regressão quantílica**. Pesq. agropec. bras., Brasília, v. 51, n. 6, p. 720-727, June 2016. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-204X2016000600720&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 06 Jan 2017. DOI 10.1590/S0100-204X2016000600003.
- ASSIS, A. L. et al. **Development of a sampling strategy for young stands of *Eucalyptus* sp. using geostatistics**. *Cerne*, Lavras, v. 15, n. 2, p. 166-173, abr./jun. 2009.
- BAILEY, R. L.; CLUTTER, J. L. **Base-age invariant polymorphic site curves**. Forest Science, Bethesda, v. 20, n. 2, p. 155-159, Jun. 1974.
- BATISTA, J.L.F., DO COUTO, H.T.Z. **Escolha de modelos matemáticos para a construção de curvas de índice de sítio para florestas implantadas de *Eucalyptus* sp no Estado de São Paulo**. Instituto de Pesquisas e Estudos Florestais, São Paulo, v. 1, n. 32, p. 32-41, 1986.
- BEYERLEIN, A.; VON KRIES, R.; NESS, A.R.; ONG, K.K. **Genetic markers of obesity risk: stronger associations with body composition in overweight compared to normal-weight children**. PLoS ONE, v.6, 2011. DOI: 10.1371/journal.pone.0019057.
- BINOTI, D.H.B.; BINOTI, M.L.M. da S.; LEITE, H.G. **Aplicação da função hiperbólica na construção de curvas de índice de local**. *Revista Árvore*. v.36, p.741-746, 2012. DOI: 10.1590/ S0100-67622012000400015.

CADE, B.S.; NOON, B.R. **A gentle introduction to quantile regression for ecologists.** Front. Ecol. Environ. 2003,1, 412–420

CAMPOS, J.C.C., LEITE, H.G. **Mensuração Florestal: Perguntas e respostas.** Viçosa: UFV, 3a Ed., 548 pp., 2009.

CAMPOS, J.C.C.; TORQUATO, M.C.; RIBEIRO, G.A. **Equações para calcular índices de local e incremento da altura em plantações puras de Eucalyptus grandis.** Revista Árvore, v. 9, n.1, p. 1-9, 1985.

CARVALHO, A. P. et. al. **Efeitos de características do solo sobre a capacidade produtiva de Pinus taeda.** Boletim de Pesquisa Florestal, Colombo, n. 39, p. 51-66, 1999.

CARVALHO, S. de P. C. e. **Uma nova metodologia de avaliação do crescimento e da produção de Eucalyptus sp clonal para fins energéticos.** 2010. 103 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal)-Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2010.

CHAMBERS, R.; TZAVIDIS, N. **M-quantile models for small area estimation.** Biometrika, v.93, p.255-268, 2006. DOI: 10.1093/ biomet/93.2.255.

CLUTTER, J.L. et al. **Timber management. A quantitative approach.** New York: John Wiley & Sons, 1983. 333p.

COOMES, D.A.; ALLEN, R.B. **Effects of size, competition and altitude on tree growth.** Journal of Ecology, v.95, p.1084-1097, 2007a. DOI: 10.1111/j.1365-2745.2007.01280.x.

COOMES, D.A.; ALLEN, R.B. **Mortality and tree-size distributions in natural mixed-age forests.** Journal of Ecology, v.95, p.27-40, 2007b. DOI: 10.1111/j.1365-2745.2006.01179.x.

CUNHA NETO, F. R. da; SCOLFORO, J. R. S.; CALEGÁRIO, N. ; OLIVEIRA, A. D.; KANEGAE JUNIOR, H. **Uso da diferença algébrica para construção de curvas de índice de sítio para Eucalyptus grandis e Eucalyptus urophylla na região de Luiz Antônio-SP.** CERNE (UFL), Lavras - MG, v. 2, n.2, p. 119-141, 1996.

CUNHA, A.R.; KLOSOWSKI, E.S.; GALVANI, E.; SCOBEDO, J.F.; MARTINS, D. **Classificação climática para o município de Botucatu-SP, segundo Köeppen.** In:

SIMPÓSIO EM ENERGIA NA AGRICULTURA, 1., 1999, Botucatu. Anais. Botucatu: Faculdade de Ciências Agrônômicas, Universidade Estadual Paulista, p.487-491, 1999.

DEMOLINARI, R. de A.; SOARES, C.P.B.; LEITE, H.G.; SOUZA, A.L. de. **Crescimento de plantios clonais de eucalipto não desbastados na região de Monte Dourado (PA)**. Revista *Árvore*, v.31, p.503-512, 2007. DOI: 10.1590/S0100-67622007000300016.

DIAS A. N. et al. **Emprego de um modelo de crescimento e produção em povoamentos desbastados de eucalipto**. Revista *Árvore*, v.29, n.5, p.731-739, 2005.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA - EMBRAPA. **Sistema brasileiro de classificação de solos**. 1 ed. Brasília: Embrapa, 1999. 412 p.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA - EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Solos. **Sistema brasileiro de classificação de solos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Embrapa Solos, 2006. 306 p.

FINGER, C.A.G. **Fundamentos de Biometria Florestal**. Santa Maria: UFSM/CEPEF/FATEC, 1992. 269 p.

GAZIRI, M. S. S. **Modelos alométricos e de produção para plantações de Pinus taeda nos estados do Paraná e Santa Catarina, Brasil** /. 182 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias, Curitiba, 2014.

INDÚSTRIA BRASILEIRA DE ÁRVORES-IBA. **Relatório IBÁ 2016**. São Paulo: IBÁ, 2016.

KOENKER, R.; BASSETT JR., G. **Regression quantiles**. *Econometrica*, v.46, p.33-50, 1978. DOI: 10.2307/1913643.

KOENKER, Roger. **Quantile regression for longitudinal data**. In: *Journal of Multivariate Analysis* 91.1, pp. 74–89, 2004.

KOENKER, Roger. **Quantile Regression**. New York, NY: Cambridge University Press, 2005.

KOENKER, Roger. **Quantreg: Quantile Regression. R package version 5.29.** 2016. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=quantreg>>. Acesso em: 12 jan. 2017.

MELO, E. de A. **Desenvolvimento de modelos para crescimento florestal e afilamento de fuste.** 2013. 122 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2014.

MEYER, K.M.; WARD, D.; MOUSTAKAS, A.; WIEGAND, K. **Big is not better: small Acacia mellifera shrubs are more vital after fire.** *African Journal of Ecology*, v.43, p.131-136, 2005. DOI: 10.1111/j.1365-2028.2005.00559.x.

MIRANDA, R. O. V. **Modelagem em nível de povoamento para Eucalyptus sp. com estratificação em classes de precipitação pluviométrica.** Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Faculdade de Engenharia Florestal, Universidade Estadual do Centro-Oeste, 2012.

NASCIMENTO, A.C.C.; LIMA, J.E. de; BRAGA, M.J.; NASCIMENTO, M.; GOMES, A.P. **Eficiência técnica da atividade leiteira em Minas Gerais: uma aplicação de regressão quantílica.** *Revista Brasileira de Zootecnia*, v.41, p.783-789, 2012. DOI: 10.1590/S1516-35982012000300043.

PENNA, C. M; GOMES, P. E. M; NETO, N. T; LINHARES, F. C. **TRABALHO, TRANSFERÊNCIAS E DESIGUALDADE: A CURVA DE KUZNETS PARA O NORDESTE.** *Rev. Brasileira de Estudos Regionais e Urbanos*, vol. 07, n. 2, pp. 34-51, 2013.

PRODAN, M. PETERS, R. COX, F. REAL, P. **Mensura Forestal.** San José, C. R: Deutsche Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ), Instituto Internacional de Cooperación para la Agricultura (IICA), 586p. 1997.

R CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing.* Vienna: *R Foundation for Statistical Computing*, 2014. Disponível em: <<http://www.R-project.org>>. Acesso em: 12 jan. 2017.

ROVEDA, M. **Testes de identidade de modelos aplicados na construção de curvas de sítio e na projeção da produção de povoamentos de Eucalyptus grandis W. Hill.** Ex.

Maiden. Dissertação de Mestrado. Mestrado em Ciências Florestais. UNICENTRO. Irati, PR, 2014. 118f.

SALLES, T. T. Modelagem do crescimento e produção de clones de eucalipto em um sistema agroflorestal. Viçosa: UFV, 2010. 87p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2010.

SANTOS, R. C. Curvas de crescimento em altura e índice de sítio de povoamentos clonais de *Eucalyptus* spp. na Chapada do Araripe, Pernambuco. 83 f. Dissertação (Pós-Graduação e Ciências Florestais) Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2012.

SCAVINSKI, V. Projeção da produção utilizando curvas de sítio anamórficas e polimórficas para plantios de *Eucalyptus grandis* W. Hill. Ex. Maiden. 61 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Irati, 2014.

SCHNEIDER, P. R.; SCHNEIDER, P. S. P. Introdução ao Manejo Florestal. Santa Maria: FACOS - UFSM. 2008. 566p.

SCOLFORO, J. R. Mensuração Florestal: Modelagem do crescimento e da produção de florestas plantadas e nativas. Lavras, UFLA/FAEPE, p. 451, 1998.

SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M. Inventário florestal. Textos Acadêmicos, Lavras, MG, UFLA/FAEPE, 2006.

SCOLFORO, J.R. Biometria Florestal: Métodos para classificação de sítios florestais. Lavras: UFLA/FAEP, 1997. 151 p. (textos acadêmicos).

SCOLFORO, J. R. S. Biometria florestal: modelos de crescimento e produção florestal. Lavras: UFLA/FAEPE, 2006. 393 p. (Textos Acadêmicos).

SILVA, A.M.; IKEMATSU, P.; PAULA, F.P.de; NOGUEIRA, D.P.; SILVEIRA, F.M.; ALVES, S.H.; BOMBACK, M. Dimensionamento e estudo dos fatores condicionantes de duas voçorocas localizadas no município de Sorocaba (SP). Caminhos de Geografia, Uberlândia, MG, v. 8, n. 24, p. 76-85, Dezembro 2007.

SILVA, E.N. da; PORTO JÚNIOR, S. da S. **Sistema financeiro e crescimento econômico: uma aplicação de regressão quantílica**. Economia Aplicada, v.10, p.425-442, 2006. DOI: 10.1590/ S1413-80502006000300007.

TONINI, H.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; SPATHELF, P. **Comparação gráfica entre curvas de índice de sítio para Pinus elliottii e Pinus taeda desenvolvidas no sul do Brasil**. Ciência Florestal, Santa Maria, v. 12, n. 1, p. 143-152, 2002.

VAZ, S.; MARTIN, C.S.; EASTWOOD, P.D.; ERNANDE, B.; CARPENTIER, A.; MEADEN, G.J.; COPPIN, F. **Modelling species distributions using regression quantiles**. Journal of Applied Ecology, v.45, p.204-217, 2008. DOI: 10.1111/j.1365-2664.2007.01392.x.

WEBER, K.S. **Manejo do crescimento diamétrico de bracatinga (Mimosa scabrella Benth.) baseado em árvores individuais**. Master thesis at Federal University of Paraná, Brazil, 2007. 141 p.

WEST, P. W. **Tree and Forest Measurement**. 2ª Edição. DOI: 10.1007/978-3-540-95966-3_1, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.