

**O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO-ROTEAMENTO EM DOIS NÍVEIS COM JANELAS
DE TEMPO E MÚLTIPLOS ENTREGADORES**

Juan Sebastián Poveda Gulfo

São Carlos
Março de 2017

**O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO-ROTEAMENTO EM DOIS NÍVEIS COM JANELAS
DE TEMPO E MÚLTIPLOS ENTREGADORES**

Juan Sebastián Poveda Gulfo

Orientadora: Profa. Dra. Vitória Pureza

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, da Universidade Federal de São Carlos como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

São Carlos
Março de 2017



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Juan Sebastián Poveda Gulfo, realizada em 16/03/2017:

Vitoria Pureza

Profa. Dra. Vitoria Maria Miranda Pureza
UFSCar

M. Santos

Prof. Dr. Maristela Oliveira dos Santos
USF

[Signature]

Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto
UFSCar

*À minha amada mãe, Yomaira,
à minha querida avó, Doralba,
aos meus adorados irmãos, Rubén e Keila,
e à minha sobrinha, Camila.
Vocês são meu tudo, a vocês dedico este trabalho.*

Agradecimentos

A Deus por ser o força para cada um dos meus projetos, tudo o que acontece é por causa dele.

À minha família que foram, são e serão sempre minha mais grande motivação para cada nova fase da minha vida, agradeço as palavras de ânimo e apoio que me permitiram persistir até o final.

À minha orientadora, Profa. Dra. Vitória Pureza por me permitir trabalhar ao seu lado, pela paciência, compreensão e incomensurável ajuda que me permitiram completar esta dissertação.

Ao Aldair e o Yeison pela amizade sincera, companheirismo desde meu primeiro dia no Brasil, agradeço muito a boa convivência, brincadeiras, risadas, conselhos, que foram essenciais para minha estadia em São Carlos. Ao Aldair meu agradecimento especial pela companhia nas jornadas de trabalho, pelas ajudas nas implementações, nas disciplinas e nas coisas corriqueiras do dia a dia.

A todos meus amigos e colegas do Grupo de Pesquisa Operacional (GPO), meu muito obrigado pelas conversas, risadas, bons momentos e ajudas que facilitaram minha vida durante o decorrer do mestrado, em especial meus agradecimentos para Alyne, Amélia, Alfredo, César, Gabi, Jonathan, Karim, Letícia, Matheus, Pedro e Tamara.

Ao José Ferreira De Souza Neto, pela ajuda com relação às instancias reais para testar o modelo e outras ajudas e dicas para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores da pós-graduação, em especial ao Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto, ao Prof. Dr. Pedro Augusto Munari Júnior, pelos conhecimentos transmitidos e ajudas nas disciplinas cursadas. Ao Prof. Dr. Roberto Fernandes Tavares Neto, pela oportunidade que me permitiu vir ao Brasil e posteriormente cursar o mestrado. Aos funcionários administrativos do DEP-UFSCar que sempre tiveram a disposição de ajudar, em especial à Larissa, à Natália e ao Robson.

À todas as pessoas que não mencionei de maneira direta, mas que de forma direta ou indireta contribuíram na realização desta pesquisa.

À CAPES pela concessão do apoio financeiro que possibilitou o desenvolvimento desta dissertação.

"Para ser velho e sábio, primeiro você tem que ser jovem e estúpido."

Anônimo.

Resumo

O Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo e Múltiplos Entregadores (*Vehicle Routing Problem with Time Windows and Multiple Deliverymen - VRPTWMD*) é um problema logístico que surge em atividades reais de distribuição de bens em regiões com alta densidade de clientes e em que os veículos de entrega enfrentam dificuldades de trânsito e estacionamento. Devido a essas dificuldades, a distribuição é realizada em dois níveis; cada veículo se desloca entre agrupamentos (*clusters*) de clientes próximos entre si, e em cada *cluster*, a entrega dos produtos é realizada pelo motorista e possivelmente alguns ajudantes que viajam com o motorista e que visitam os clientes a pé, a partir do local de parada do veículo. O uso de múltiplos entregadores é uma prática de empresas para redução do tempo de serviço nos *clusters*, o que permite o aumento do número de clientes atendidos durante a jornada de trabalho diária. A grande maioria dos trabalhos no tema pressupõe que os pontos de parada e o subconjunto de clientes em cada *cluster* tenham sido decididos previamente, estando o roteamento limitado ao primeiro nível com tempos de serviço nos *clusters* definidos em função do número de entregadores. Nesta pesquisa, as decisões do segundo nível são incorporadas ao VRPTWMD, dando origem à extensão aqui denominada Problema de Localização-Roteamento em Dois Níveis com Janelas de Tempo e Múltiplos Entregadores (*Two-echelon Location-routing Problem with Time Windows and Multiple Deliverymen - 2E-LRPTWMD*). O 2E-LRPTWMD visa, portanto, obter a localização, o roteamento e a programação de pontos de parada dos veículos, o número de entregadores em cada veículo, assim como a designação, o roteamento e a programação do subconjunto de clientes servidos pelos entregadores de cada veículo a partir dos pontos de parada selecionados. Estas decisões devem ser tomadas de maneira a minimizar o custo total para o atendimento de todas as demandas. Com este objetivo, é proposto um modelo matemático cujo principal destaque é a consideração do tempo de serviço em cada *cluster* como uma variável não só explicitamente dependente do número de entregadores da rota, como também das distâncias percorridas entre os clientes selecionados para compor o *cluster*. Experimentos computacionais com instâncias de pequeno porte (12 clientes) mostram a validade do modelo, enquanto uma análise do comportamento do modelo/ método de solução sob diferentes cenários é realizada utilizando instâncias até 50 clientes geradas a partir dos exemplos de Solomon (1987) para o Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo. Além disso, resultados com instâncias baseadas em dados reais envolvendo até 50 clientes, mostram que o modelo/método tem desempenho superior quando comparado ao

das instâncias fictícias.

Palavras-chave: Programação matemática, Localização, Roteamento Multi-nível, Janelas de Tempo, Múltiplos entregadores.

Abstract

The Vehicle Routing Problem with Time Windows and Multiple Deliverymen (VRPTWMD) is a real-life goods distribution problem that arises in regions with high customer density and where the delivery vehicles face traffic and parking difficulties. Because of these difficulties, the distribution is carried out in two levels; each vehicle travels between groups (clusters) of customers close to each other, and for each cluster, the delivery of the products is performed by the driver and possibly some helpers traveling with the driver and who visit the customers on foot from the vehicle stop location. The use of multiple deliverymen is a practice of companies for reducing service times in the clusters, which in turn allows increasing the number of customers served within working hours. The vast majority of the works on the theme assumes that the vehicles' parking spots and the subset of customers in each cluster is previously determined and the routing is limited to the first level with service times in the cluster defined according to the number of deliverymen. In this research we incorporate second-level decisions into the VRPTWMD, leading to the extension henceforth called Two-echelon Location-Routing Problem with Time Windows and Multiple Deliverymen (2E-LRPTWMD). The 2E-LRPTWMD aims, therefore, to obtain the location, routing and scheduling of vehicle parking spots, the number of deliverymen in each vehicle, as well as the assignment, routing and scheduling of customer subsets served by the deliverymen in each vehicle from the selected parking spots. These decisions must be taken in order to minimize the total cost to serve all demands. With this objective, we propose a mathematical model whose main feature is the consideration of service times of clusters as not only explicitly dependent on the number of deliverymen allocated to the routes, but also on the distances between the selected customers that comprise the clusters. Computational experiments with small-sized instances (12 customers) validate the model while a discussion on the model/solution method behaviour under different scenarios is performed using instances up to 50 customers generated from the Solomon (1987)'s examples for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Additionally, we show that the model/method has a better performance when tackling instances based on real data involving up to 50 customers.

Key words: Mathematical Programming, Location, Multilevel Routing, Time Windows, Multiple Deliverymen.

Lista de Figuras

3.1	Representação do 2E-LRPTWMD	38
3.2	Representação do 2E-LRPTWMD	38
4.1	Distribuição geográfica dos clientes nos <i>toys</i> tratados.	50
4.2	Rotas de <i>toy</i> 1.	51
4.3	Rotas de <i>toy</i> 2.	52
4.4	Rotas de <i>toy</i> 3.	53
4.5	Rotas de <i>toy</i> 4.	55
4.6	Rotas de <i>toy</i> 6.	56
4.7	Rotas de <i>toy</i> 7.	57
4.8	Progressão do valor da função objetivo.	58
4.9	<i>Gap versus</i> tempo: <i>toy</i> 1.	59
4.10	<i>Gap versus</i> tempo: <i>toy</i> 3.	60
4.11	<i>Gap versus</i> tempo: <i>toy</i> 6.	60

Lista de Tabelas

2.1	Características relevantes de trabalhos em roteamento de veículos com múltiplos entregadores.	33
2.2	Características relevantes de trabalhos em Localização e/ou Roteamento que consideram níveis de distribuição.	36
4.1	Resultados das instâncias R101_12, R101_25 e RC101_12 com os dois modelos.	48
4.2	Dados comuns nos <i>toys</i> tratados.	49
4.3	Multiplicador das distâncias euclidianas para cálculo das distâncias percorridas por veículos.	50
4.4	Dados adicionais dos <i>toys</i>	51
4.5	Dados adicionais do <i>toy</i> 2.	52
4.6	Dados adicionais do <i>toy</i> 3.	53
4.7	Dados adicionais do <i>toy</i> 4.	54
4.8	Dados adicionais do <i>toy</i> 5.	55
4.9	Dados adicionais do <i>toy</i> 6.	56
4.10	Dados adicionais do <i>toy</i> 7.	57
4.11	Progressão da função objetivo.	58
4.12	Convergência do método <i>versus</i> número de variáveis binárias.	61
4.13	Resultados para as instâncias de Solomon estendidas.	63
4.14	Resultados para instâncias de Solomon estendidas sem custo C_3	64
4.15	Resultados para as instâncias de Solomon estendidas com mudança nos custos.	65
4.16	Resultados para as instâncias de Solomon estendidas com pontos de parada não coincidentes com clientes.	66
4.17	Tempos de abertura e encerramento do depósito para as instâncias estendidas.	67
4.18	Resultados para as instâncias de Solomon estendidas com janelas de tempos para clientes.	68
4.19	Resultados para as instâncias de Solomon estendidas considerando janelas de tempo para clientes e redução da distância de agrupamento.	69
4.20	Resultados para instâncias reais.	70
4.21	Resultados para instâncias reais sem considerar o custo de parada C_3	71

4.22	Resultados para as instâncias reais com mudança nos custos (custo dos entregadores maior do que o custo dos veículos).	72
4.23	Resultados para as instâncias reais considerando janelas de tempo para clientes.	74

Sumário

1	Introdução	21
1.1	Objetivos	23
1.2	Justificativa	23
1.3	Metodologia de pesquisa	24
1.4	Organização do texto	24
2	Revisão da literatura	25
2.1	O Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo e Múltiplos Entregadores	25
2.2	Problemas de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo e Múltiplos Entregadores com decisão de agrupamento de clientes.	29
2.3	Outros problemas de roteamento envolvendo agrupamento de clientes e níveis	33
2.4	Problemas de Localização e Roteamento em Níveis	34
3	Definição do Problema e Modelagem Matemática	37
3.1	Modelagem Matemática	40
4	Experimentos Computacionais	47
4.1	Validação do modelo proposto	47
4.2	Experimentos com instâncias de pequeno porte (<i>toy problems</i>)	48
4.2.1	Resultados dos problemas <i>Toy</i>	50
4.2.2	Efeito do aumento da restritividade	58
4.2.3	Convergência do método de solução	59
4.2.4	Convergência do método e número de variáveis binárias	61
4.3	Experimentos com instâncias de instâncias de Solomon (1987) estendidas	61
4.3.1	Resultados para as instâncias de Solomon estendidas	62
4.3.2	Resultados para as instâncias de Solomon estendidas sem considerar o custo de parada	63
4.3.3	Resultados para as instâncias com mudança nos custos (custo dos entregadores maior do que o custo dos veículos)	65

4.3.4	Resultados para as instâncias de Solomon estendidas considerando coordenadas dos clientes e pontos de parada não coincidentes	66
4.3.5	Resultados para as instâncias de Solomon estendidas considerando janelas de tempo para clientes	67
4.3.6	Resultados para as instâncias de Solomon estendidas considerando janelas de tempo para clientes e redução da distância de agrupamento	68
4.4	Experimentos com instâncias reais	69
4.4.1	Resultados para instâncias reais	70
4.4.2	Resultados para as instâncias reais sem considerar o custo de parada	71
4.4.3	Resultados para as instâncias reais com mudança nos custos (custo de entregadores maior que custo dos veículos)	72
4.4.4	Resultados para as instâncias reais considerando janelas de tempo para clientes	73
5	Conclusões	75

Capítulo 1

Introdução

Problemas de Roteamento de Veículos são estudados na literatura de Pesquisa Operacional há mais de cinquenta anos, sendo o caso seminal reportado em Dantzig e Ramser (1959) e denominado Problema de Despacho de Caminhões (*Truck Dispatching Problem*). Nesse artigo, os autores discutem uma aplicação real de entrega de gasolina em postos de combustíveis, para a qual se deseja determinar o sequenciamento de entregas não fracionadas aos postos, utilizando para isso uma frota homogênea de caminhões que parte e retorna a um depósito central, de forma a minimizar a distância total percorrida pela frota. Atualmente o problema é conhecido como o Problema de Roteamento de Veículos clássico (*Vehicle Routing Problem – VRP*) (LAWLER *et al.*, 1985).

Desde a publicação do artigo de Dantzig e Ramser, vem sendo observado um número crescente de trabalhos explorando novas variantes do VRP clássico, assim como diferentes métodos de solução que abrangem desde abordagens simples até técnicas altamente sofisticadas (LAPORTE, 2009). As variantes que surgiram adicionaram novas características ao problema, dentre as quais, a situação em que a entrega da carga (ou serviço) em cada cliente precisa ser iniciada dentro de um intervalo de tempo pré-especificado (Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo – *Vehicle Routing Problem with Time Windows – VRPTW*).

Outra variante surge se os pontos a serem roteados são divididos entre aqueles em que uma carga é entregue a partir do depósito e aqueles em que a carga é coletada e transportada até o depósito (Problema de Roteamento de Veículos com *Backhauls* – *Vehicle Routing Problem with Backhauls – VRPB*), além disso, se a carga de um pedido é coletada em um local e entregue em outro local, ambos diferentes do depósito temos o Problema de Roteamento de Veículos com Entrega e Coleta (*Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery – VRPPD*). Existem também outras variações que consideram características tais como tempo máximo de rota, frota heterogênea, possibilidade de fracionamento da carga e múltiplos depósitos (BRAEKERS; RAMAEKERS; NIEUWENHUYSE, 2016).

Problemas de roteamento de veículos podem ser genericamente definidos como a obtenção de rotas de custo mínimo para atender demandas de produtos ou serviços de um conjunto de clientes geo-

graficamente dispersos, sob alguns pressupostos e respeitando restrições intrínsecas da aplicação. O objetivo na elaboração das rotas depende da tipologia e das características do problema, sendo as mais comuns a minimização da distância total percorrida pelos veículos, a minimização do número de veículos utilizados, e uma combinação de ambas. São problemas considerados dentre os mais desafiadores em função de sua complexidade computacional, classificada como NP-*Hard* (LENSTRA; KAN, 1981) e amplamente estudados devido à sua importância teórica e aplicações práticas no campo da logística (DESROCHERS *et al.*, 1988). A aplicação mais importante desta classe de problemas é a de determinar estratégias eficientes para a redução dos custos operacionais em redes de distribuição (entrega e/ou coleta) de produtos e serviços (KUMAR, 2012), uma vez que a redução desses custos pode representar entre 5% a 20% do custo total de transporte (TOTH; VIGO, 2002). Dentre as aplicações (GOLDBARG; LUNA, 2005), incluem-se a distribuição de jornais (GOLDEN; MAGNANTI; NGUYEN, 1977), a distribuição de bebidas (PRIVÉ *et al.*, 2006), transporte escolar (BÖGL; DOERNER; PARRAGH, 2015), recolhimento de lixo (ANGELELLI; SPERANZA, 2002), entrega de correspondência (FREDERICKSON, 1979), roteamento de helicópteros (TIMLIN; PULLEYBLANK, 1992), roteamento em linhas aéreas (YAN; TU, 1997), distribuição de gás (BELL *et al.*, 1983), patrulhamento policial (CALVO; CORDONE, 2003) e limpeza de rua (EGLESE, 1994). Sob outra perspectiva, formulações e métodos de solução para o PRV podem ser utilizados para resolver problemas de programação de tarefas (*scheduling*) (BECK; PROSSER; SELENSKY, 2002).

Uma das recentes variantes propostas é o Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo e Múltiplos Entregadores (*Vehicle Routing Problem with Time Windows and Multiple Deliverymen* – VRPTWMD)(PUREZA; MORABITO; REIMANN, 2012). Devido a dificuldades de trânsito e de estacionamento de veículos, característicos da logística urbana, a distribuição é realizada em dois níveis; cada veículo se desloca entre agrupamentos (*clusters*) de clientes próximos entre si, e em cada *cluster*, a entrega dos produtos é realizada pelo motorista e possivelmente alguns ajudantes, que visitam os clientes a pé a partir do local de parada do veículo. O uso de múltiplos entregadores é uma prática para redução do tempo de serviço nos *clusters*, o que permite o aumento do número de clientes atendidos durante a jornada de trabalho diária. A grande maioria dos trabalhos no tema pressupõe que os pontos de parada, o subconjunto de clientes em cada *cluster*, e o tempo de serviço do *cluster* em função do número de entregadores tenham sido decididos previamente, estando o roteamento limitado ao primeiro nível.

Nesta pesquisa, as decisões do segundo nível são incorporadas ao VRPTWMD, dando origem a uma extensão aqui denominada Problema de Localização-Roteamento em Dois Níveis com Janelas de Tempo e Múltiplos Entregadores (*Two-echelon Location-routing Problem with Time Windows and Multiple Deliverymen* – 2E-LRPTWMD). O 2E-LRPTWMD visa, portanto, obter a localização, o roteamento e a programação de pontos de parada dos veículos, o número de entregadores em cada veículo, assim como a designação, o roteamento e a programação do subconjunto de clientes servidos pelos entregadores de

cada veículo a partir dos pontos de parada selecionados. Estas decisões devem ser tomadas de maneira a minimizar o custo total para o atendimento de todas as demandas.

1.1 Objetivos

O objetivo geral desta pesquisa é estudar e aplicar uma abordagem de otimização para solução do 2E-LRPTWMD aqui proposto. Assim sendo, os objetivos específicos são:

- (i) Propor um modelo de programação matemática, especificamente um modelo de programação inteira mista que represente adequadamente o 2E-LRPTWMD para a situação em que o segundo nível do roteamento consiste de uma única rota por *cluster*, realizada pelo conjunto de entregadores;
- (ii) Desenvolver instâncias baseadas tanto em instâncias da literatura quanto em dados reais com diferentes características (tamanhos, distribuição de nós, entre outros) visando testar as características do modelo proposto;
- (iii) Descrever o comportamento do modelo de programação matemática sob diversos cenários (entrega com ou sem janelas de tempo, mudanças nos custos operacionais, entre outros) que refletem diferentes situações nos processos de distribuição;
- (iv) Analisar os resultados obtidos na fase de experimentação, visando analisar a convergência do método, assim como reportar os pontos fortes e fracos na resolução do problema em cada cenário testado.

1.2 Justificativa

O 2E-LRPTWMD tem sua motivação na atividade de distribuição de empresas que se ajustam às condições nas quais o problema é apresentado, no contexto brasileiro, tipicamente nos processos de distribuição de empresas de bebidas e refrescos, empresas de distribuição de cerveja e empresas de distribuição de tabaco. Os custos logísticos do processo de distribuição têm impacto direto no custo dos bens distribuídos, por esta razão surge a oportunidade de melhorias mediante o uso de técnicas de Pesquisa Operacional.

Dado que o 2E-LRPTWMD pode representar outras aplicações reais na área de distribuição de bens com poucas adaptações, uma justificativa para a pesquisa é a relevância do desenvolvimento de modelos representativos e de abordagens bem estruturadas para sua resolução com potencial de redução de custos, podendo auxiliar na tomada de decisão de processos de distribuição com características similares.

Além disso, na literatura relacionada ao problema foram encontrados apenas dois trabalhos que incorporam todas as características encontradas no problema aqui estudado (SENARCLENS DE GRANCY;

REIMANN, 2015; SENARCLENS DE GRANCY, 2015). Vale ressaltar que esses trabalhos não consideram a mesma política de entrega dos entregadores aqui adotada, e baseada na prática de uma empresa brasileira distribuidora de bebidas, estudo de caso de um trabalho anterior. Desta maneira, este trabalho pode contribuir enriquecendo a literatura científica relacionada a esta nova extensão do Problema de Roteamento de Veículos.

1.3 Metodologia de pesquisa

A metodologia de pesquisa é Modelagem/Simulação, visto que implica no uso de técnicas de otimização matemática e técnicas computacionais para descrever ou simular o funcionamento de um sistema específico (MORABITO; PUREZA, 2012).

Esta pesquisa é também classificada como uma abordagem quantitativa, dado que ela parte da suposição de que é possível construir modelos abstratos escritos em linguagem matemática ou computacional que expliquem o comportamento ou parte do comportamento dos processos reais. Para este caso, é tratado um novo problema idealizado de distribuição de bens configurado como uma extensão de outro já existente, sendo a pesquisa, portanto, caracterizada como uma abordagem axiomática (BERTRAND; FRANSOO, 2002). Além disso, pretende-se obter soluções utilizando um *software* comercial de otimização, o que classifica a pesquisa como axiomática quantitativa normativa (BERTRAND; FRANSOO, 2002).

1.4 Organização do texto

O restante deste documento está organizado como se segue. No Capítulo 2, é apresentada uma revisão de trabalhos da literatura relacionados ao VRPTWMD, considerados relevantes para a presente pesquisa. O Capítulo 3 apresenta a descrição do 2E-LRPTWMD tratado, assim como a modelagem proposta. No Capítulo 4 são apresentados os experimentos computacionais com as instâncias de 12 a 50 clientes e sua análise correspondente. Finalmente, no Capítulo 5, são apresentadas conclusões baseadas nos experimentos computacionais do capítulo anterior e perspectivas de pesquisa futura.

Capítulo 2

Revisão da literatura

Neste capítulo é descrito o Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo Múltiplos Entregadores (VRPTWMD) e revisados os trabalhos da literatura que o abordam. A seguir, são discutidas extensões do VRPTWMD que tratam diretamente da formação de *clusters* de clientes (*clustering*), assim como alguns problemas correlatos.

2.1 O Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo e Múltiplos Entregadores.

Pureza, Morabito e Reimann (2012) introduzem esta variação do VRP, em que se considera a possibilidade de designar mais de um entregador a cada veículo, permitindo assim reduções nos tempos de serviço (BRAEKERS; RAMAEKERS; NIEUWENHUYSE, 2016). Esta variante procura formalizar a prática de empresas brasileiras que realizam a distribuição de produtos, tais como bebidas e tabaco, em centros urbanos de alta densidade de clientes e populacional.

Nesse artigo seminal, o problema se caracteriza por utilizar uma frota homogênea e ilimitada de veículos, disposta em apenas um depósito de onde os veículos partem e para onde devem retornar até o fim da jornada diária. Os veículos visitam nós de demanda que representam *clusters* de clientes (super-nós), previamente definidos, e cujo início de serviço deve ocorrer em janelas de tempo acordadas entre a empresa distribuidora e os clientes de cada *cluster*. Cada veículo pode realizar uma única rota, a demanda de cada *cluster* precisa ser atendida por um único veículo, e a demanda total dos *clusters* servidos por cada veículo não pode exceder a capacidade máxima de carga do mesmo. O serviço em cada *cluster* é executado por entregadores (o motorista e possivelmente alguns ajudantes) designados ao veículo que serve o *cluster*. Há uma disponibilidade limitada de entregadores e um número máximo de entregadores em cada veículo (capacidade da cabine) que deve ser respeitado. O tempo de serviço em um dado *cluster* servido por um único entregador é calculado previamente, e contempla o serviço em si e os tempos de deslocamento do entregador. Por simplicidade, considera-se que tempos de serviço

com mais de um entregador são obtidos dividindo-se o tempo com um entregador pelo número de entregadores, mas também pode-se definir previamente o tempo de serviço para cada *cluster* em função do número de entregadores, sem perda de generalidade. O objetivo do problema é obter rotas de mínimo custo decorrente da utilização de veículos, da distância total percorrida pelos veículos e da utilização de entregadores.

A fim de representar formalmente o problema, os autores propõem um modelo de programação linear inteiro misto. Considera-se a seguinte notação:

- n Número de nós $i = 1, \dots, n$; o depósito representado por $i = 1$, e os pontos de parada por $i = 2, \dots, n$;
- L Máxima tripulação que pode ser alocada a um veículo ($l = 1, \dots, L$). Se o tamanho da tripulação designado ao veículo é l então, o veículo viaja no modo l ;
- M Máximo número de entregadores a ser alocados à frota;
- c_1 Custo de um veículo;
- c_2 Custo de um entregador;
- c_3 Custo de uma unidade de distância percorrida pelos veículos;
- Q Capacidade de um veículo;
- T Máxima duração de uma rota;
- v Velocidade de deslocamento dos veículos;
- d_{ij} Distância entre os nós i e j ($i, j = 1, \dots, n, i \neq j$);
- tv_{ij} Tempo de viagem médio entre os nós i e j ($i, j = 1, \dots, n, i \neq j$) ($tv_{ij} = \frac{d_{ij}}{v}$);
- ts_{il} Tempo de serviço no nó $i = 1, \dots, n$ com $l = 1, \dots, L$ entregadores, assumindo que $ts_{1l} = 0$;
- q_i Demanda não negativa (na mesma unidade que a capacidade Q) do nó ($i = 1, \dots, n$) com $q_i \leq Q$, sendo a quantidade a ser entregue ao *cluster* associado ao ponto de parada i ; assume-se que $q_1 = 0$;
- a_i Tempo de abertura da janela no nó $i = 1, \dots, n$, assume-se que $a_1 = 0$;
- b_i Tempo de encerramento da janela no nó $i = 1, \dots, n$ com $a_i \leq b_i \leq T$. Assume-se que $b_1 = T$;
- L Máxima tripulação que pode ser alocada a um veículo ($l = 1, \dots, L$). Se o tamanho da tripulação designado ao veículo é l então, o veículo viaja no modo l

Variáveis:

- x_{ijl} $\begin{cases} 1 & \text{se o veículo viaja diretamente desde o nó } i \text{ até o nó } j \text{ no modo } l; \\ 0 & \text{caso contrário } (i, j = 1, \dots, n, i \neq j, l = 1, \dots, L); \end{cases}$
- t_{il} Instante de início do serviço do veículo no modo $l = 1, \dots, L$ no nó $i = 1, \dots, n$; t_{1l} corresponde ao tempo em que o veículo no modo $l = 1, \dots, L$ retorna ao depósito;
- y_{il} Carga no veículo no modo $l = 1, \dots, L$ imediatamente após de servir no nó $i = 1, \dots, n$; assume-se que $y_{1l} = 0$;

O problema é formulado como um modelo de programação inteira mista, conforme descrito a seguir:

$$\min z = c_1 \sum_{j=2}^n \sum_{l=1}^l x_{1jl} + c_2 \sum_{j=2}^n \sum_{l=1}^l l x_{1jl} + c_3 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{l=1 \\ i \neq j}}^l d_{ij} x_{ijl} \quad (2.1)$$

sujeito a:

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \sum_{l=1}^l x_{ijl} = 1 \quad j = 2, \dots, n \quad (2.2)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \sum_{l=1}^l x_{ijl} = 1 \quad j = 2, \dots, n \quad (2.3)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_{jil} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_{ijl} \quad i = 1, \dots, n; \quad l = 1, \dots, L \quad (2.4)$$

$$t_{jl} \leq t_{il} + (ts_{il} + tv_{ij})x_{jil} - N_{ijl}(1 - x_{jil}) \quad i = 2, \dots, n; \quad j = 1, \dots, n; \quad i \neq j; \quad l = 1, \dots, L \quad (2.5)$$

$$y_{jl} \leq y_{il} - q_j x_{ijl} - Q(1 - x_{ijl}) \quad i = 1, \dots, n; \quad j = 2, \dots, n; \quad i \neq j; \quad l = 1, \dots, L \quad (2.6)$$

$$\sum_{j=2}^n \sum_{l=1}^l l x_{1jl} \leq M \quad (2.7)$$

$$x_{ijl} \in 0, 1 \quad i, j = 1, \dots, n; \quad i \neq j; \quad l = 1, \dots, L \quad (2.8)$$

$$a_i \leq t_{i1} \leq b_i; \quad q_i \leq y_{i1} \leq Q; \quad i, j = 1, \dots, n; \quad i \neq j; \quad l = 1, \dots, L \quad (2.9)$$

A função objetivo 2.1 minimiza os custos fixos e variáveis da frota requerida, e os custos de designação de entregadores adicionais. As restrições 2.2 - 2.3 impõem a condição de que cada nó seja atendido por exatamente um veículo em um único modo, enquanto as restrições 2.4 garantem que se um veículo visita um nó i no modo l , ele deve partir de i no mesmo modo l . As restrições 2.5 estabelecem a relação entre as variáveis de fluxo x_{ijl} e as variáveis de início de tempo de serviço t_{il} . Note que essa restrição não é definida para o depósito ($i = 1$), pois se assume que $ts_{1l} = 0$ e $t_{jl} \leq a_j \leq tv_{1j}$, $j = 2, \dots, n$. No entanto, essa restrição é definida para o retorno ao depósito quando ($j = 1$) dado que a janela de tempo $0 = a_1 \leq t_{1l} \leq 1b_1$ é atendida. De modo similar, as restrições 2.6 definem a relação entre variáveis de fluxo x_{ijl} e as variáveis de carga dos veículos y_{jl} . Vale ressaltar que neste caso a restrição é modelada sob o cenário de coleta de produtos e com pequenas mudanças poderia transformar-se em um cenário de entrega de produtos. As restrições 2.7 garantem que o número total de entregadores designados na operação de entrega não seja superior a M (número disponível de entregadores), enquanto as restrições 2.8 e 2.9 impõem o domínio das variáveis e que janelas de tempo e capacidade dos veículos não sejam violadas.

Quanto a métodos de solução do modelo, Pureza, Morabito e Reimann (2012) propõem duas abordagens heurísticas. A primeira consiste de um algoritmo de Busca Tabu (*Tabu Search* – TS) adaptativa, cuja solução inicial é fornecida por uma adaptação da heurística de inserção I1 de Solomon (1987). A segunda abordagem é um algoritmo de Otimização por Colônia de Formigas (*Ant Colony Optimization* – ACO), o qual também emprega uma adaptação da heurística I1 de Solomon para a construção de

soluções, seguida de um algoritmo de busca local. Resultados computacionais com exemplos de 100 nós gerados a partir das instâncias para o VRPTW propostas em Solomon (1987) indicam que uma abordagem não domina a outra em termos de qualidade de solução.

Outro artigo seminal no tema de roteamento com múltiplos entregadores é o de Ferreira e Pureza (2012). As autoras abordam o Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Entregadores (Vehicle Routing Problem with Multiple Deliverymen – VRPMD), considerando uma frota de veículos homogênea, porém limitada, disponibilidade ilimitada de entregadores e permitindo o atendimento parcial dos *clusters*. Esta variação foi adotada por incluir elementos mais realistas ao problema, com base em um estudo de caso realizado. Note, entretanto, que não são consideradas janelas de tempo nos *clusters*. Assim como em Pureza, Morabito e Reimann (2012), as autoras apresentam um modelo de programação matemática inteiro misto para representação do problema, e propõem uma adaptação do algoritmo de economias de Clarke e Wright (1964) para sua resolução. Em seguida, propõem um algoritmo de Busca Tabu com o mesmo mecanismo adaptativo utilizado em Pureza, Morabito e Reimann (2012). Os resultados mostram que o algoritmo de Busca Tabu supera, como esperado, a performance da heurística de economias adaptada.

Outras abordagens de solução para o VRPTWMD são apresentadas em Senarclens de Grancy e Reimann (2016), especificamente um algoritmo de Otimização por Colônia de Formigas (ACO) e um Procedimento de Busca Guloso, Aleatório e Adaptativo (*Greedy Randomized Adaptative Search Procedure – GRASP*). Similarmente ao trabalho de Pureza, Morabito e Reimann (2012), em ambos os casos, as abordagens utilizam uma adaptação da heurística I1 de Solomon para geração de soluções, incorporando um componente estocástico para a seleção dos nós que adequa a geração de soluções à estrutura de cada metaheurística. Os autores usam uma mesma busca local determinística em cada abordagem com o intuito de melhorar a qualidade das rotas geradas. A metaheurística ACO conseguiu melhores resultados quando comparada à metaheurística GRASP, em tempos de execução maiores que 200 segundos, enquanto que para tempos menores, a metaheurística GRASP teve melhor desempenho. Ressalta-se que a metaheurística ACO de Senarclens de Grancy e Reimann (2016) superou a performance dos algoritmos propostos por Pureza, Morabito e Reimann (2012) reduzindo em aproximadamente 3%, 5%, e em 1% o número de veículos, número de entregadores e a distância total percorrida, respectivamente.

Munari e Morabito (2016) apresentam uma abordagem exata para solução do VRPTWMD, especificamente, um algoritmo do tipo *branch-price-and-cut* utilizado para resolver uma formulação de particionamento de conjuntos introduzida pelos autores. Ou seja, o método combina um algoritmo *branch-and-bound* com a técnica de geração de colunas e o uso de desigualdades válidas. Os autores resolvem o conjunto de instâncias de Solomon (1987) adaptadas e comparam os resultados com as melhores soluções reportadas na literatura (PUREZA; MORABITO; REIMANN, 2012; SENARCLENS DE GRANCY; REIMANN, 2016), concluindo que o método proposto, dentro de um limite de tempo fixado, melhora apenas a qualidade das soluções (ganho médio de 5,83%) das instâncias do grupo RC1 (instâncias com

distribuição semi-agrupada e janelas estreitas). Para os outros grupos de instâncias, os resultados são comparáveis ou piores que as melhores soluções da literatura. Cabe ressaltar que 15 das 56 instâncias tratadas foram resolvidas otimamente dentro do limite de tempo estabelecido para a execução do método.

Álvarez Díaz (2016) apresenta uma abordagem heurística e uma abordagem híbrida para a resolução do VRPTWMD. A abordagem heurística utiliza um procedimento de construção de soluções iniciais semelhante ao proposto em Senarclens de Grancy e Reimann (2016) e as metaheurísticas busca local iterada (*Iterated local search* – ILS) e busca local em vizinhança grande (*Large neighborhood search* - LNS) para melhoria dessas soluções. Essas abordagens visam obter soluções de alta qualidade em tempos computacionais curtos. A abordagem híbrida, por sua vez, combina o algoritmo *branch-price-and-cut* (BPC) proposto em Munari e Morabito (2016) e as duas metaheurísticas supracitadas, resultando, desta forma, em duas abordagens híbridas, uma com a metaheurística ILS e a outra com a metaheurística LNS. Para ambos os casos, as metaheurísticas apoiam o BPC gerando colunas rapidamente com custo reduzido negativo para tentar acelerar a resolução do problema mestre em cada iteração. Além disso, as metaheurísticas têm também a tarefa de tentar melhorar qualquer solução inteira que seja encontrada pelo BPC. Os resultados apresentados pelos autores indicam que a metaheurística ILS produz melhores resultados para o problema quando comparada à LNS, e quando comparada às abordagens propostas em Pureza, Morabito e Reimann (2012), fornecem também melhores soluções. De forma geral, os métodos híbridos se mostraram mais apropriados para instâncias com janelas de tempo apertadas e veículos com capacidade pequena, enquanto as abordagens metaheurísticas obtiveram os melhores resultados para instâncias com janelas de tempo mais folgadas e veículos com capacidade maiores.

2.2 Problemas de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo e Múltiplos Entregadores com decisão de agrupamento de clientes.

Conforme discutido no Capítulo 1, a justificativa para o agrupamento de clientes localizados em entornos de alta densidade populacional e servidos a pé pelos entregadores, é a dificuldade de acesso dos veículos a cada cliente individualmente em função do volume de tráfego e menor disponibilidade de áreas para estacionamento. Todos os trabalhos para o VRPTWMD anteriormente citados consideram previamente definidos os *clusters*, os tempos de serviço dos *clusters* em função do número de entregadores, e janelas de tempo associadas, ou seja, são dados de entrada do problema. Nesta seção, são revisados artigos em que se inclui a decisão de agrupamento dos clientes. Formalmente, o agrupamento (*clustering*) pode ser definido como o processo de dividir um conjunto de objetos em vários grupos (ou *clusters*) de forma que os objetos dentro de um *cluster* tenham grande similaridade entre si ou estejam ligados em algum sentido predefinido, entretanto, é também preciso que sejam muito diferentes com relação aos objetos em outros *clusters*. Diferenças e semelhanças são avaliadas com base nos valores de

atributos que descrevem os objetos e, muitas vezes envolvem medidas de distância (HAN; KAMBER; PEI, 2012b).

O agrupamento pode ser classificado como *hard* ou *soft*, o primeiro refere-se ao caso em que cada elemento pertence estritamente a no máximo um grupo, enquanto o segundo refere-se ao caso em que cada elemento pode pertencer a diversos grupos. O agrupamento também pode ser completo ou parcial; o primeiro refere-se ao caso em que todos os elementos são colocados em um ou mais grupos e o segundo refere-se ao caso em que a maioria dos elementos está colocada em grupos. O agrupamento pode ser também balanceado ou enviesado; o primeiro refere-se ao caso em que as cardinalidades dos grupos são mais ou menos semelhantes, enquanto o segundo refere-se a situações em que há alta disparidade nas cardinalidades dos *clusters* (AGGARWAL; REDDY, 2013).

O agrupamento pode-se aplicar a muitos tipos de dados, e dentre esses tipos tem-se os dados representados por uma rede ou grafos. Os grafos a serem tratados por alguma técnica de agrupamento não precisam apresentar uma estrutura de aglomerados naturais; para qualquer caso, um algoritmo de agrupamento gera um agrupamento para um grafo de entrada. De forma intuitiva, vamos considerar como conduzir o agrupamento para encontrar *clusters* em um grafo. Imagine cortar o grafo em pedaços, sendo cada peça um *cluster*, de tal modo que os vértices dentro de um *cluster* são bem conectados e os vértices em *clusters* diferentes estão ligados de uma forma muito mais fraca.

Para o tratamento do agrupamento de grafos existem diversas técnicas que podem ser sumarizadas por categorias, tais como: agrupamento hierárquico, agrupamento iterativo, agrupamento aglomerativo e agrupamento divisivo, e para cada categoria existem diferentes tipos de algoritmos (SCHAEFFER, 2007). Particionamento de grafo é um termo muitas vezes associado a um tipo *hard* de agrupamento em grafos, também completo e normalmente equilibrado. Este conceito é natural em muitas aplicações, tais como a partição de nós em alguns problemas combinatórios, como, por exemplo, o problema de corte mínimo (*minimum-cut problem*) (HAN; KAMBER; PEI, 2012a).

Na formação dos *clusters* para o VRPTWMD, Senarclens de Grancy e Reimann (2015) propõem duas heurísticas, a primeira consistindo de um procedimento sequencial em que cada *cluster* é completamente formado antes da formação do *cluster* seguinte ser iniciada. O critério utilizado para a formação dos *clusters* é uma métrica de atratividade em função dos tempos de serviço e computada para todos os clientes em cada iteração; a atratividade indica qual cliente tem maior aptidão para se converter em um nó semente (ponto de parada) para um *cluster* ou pode indicar qual cliente é mais apropriado para ser adicionado ao *cluster* em formação. A segunda heurística constrói *clusters* em paralelo, ou seja, ela pode construir vários *clusters* ao mesmo tempo. A avaliação da atratividade ocorre só para um cliente e a heurística decide se o cliente é adicionado a um *cluster* em formação ou se ele se torna uma semente para um novo *cluster*.

Para ambas as heurísticas, todas as entregas devem respeitar a janela de tempo de cada cliente e os autores assumem que os entregadores só têm capacidade de carregar a demanda de um único cliente,

o que implica que as entregas devem ocorrer partindo do ponto de parada até um cliente, retornando ao ponto de parada, para então partir para servir o cliente seguinte, seguindo a ordem de urgência das janelas de tempo. Por outro lado, o roteamento dos *clusters* é feito com a heurística I1 adaptada para múltiplos entregadores de Senarclens de Grancy e Reimann (2016), pois o intuito do trabalho é analisar o impacto do agrupamento na qualidade das soluções. Resultados obtidos com as instâncias adaptadas de Solomon (1987) pelo autor demonstram que não houve uma diferença estatística significativa entre o desempenho das heurísticas de construção sequencial e de construção paralela. Ainda assim, os autores afirmam que a heurística de construção em paralelo foi superior para os grupos de instâncias em que as demandas individuais estão distribuídas uniformemente, enquanto a heurística de construção sequencial obteve resultados ligeiramente superiores para instâncias em que os clientes têm distribuição agrupada.

Senarclens de Grancy (2015) apresenta uma abordagem adaptativa para o VRPTWMD baseada em um algoritmo de Otimização por Colônia de Formigas. A metaheurística proposta possui uma modificação para lidar com a formação de diferentes *clusters* em cada iteração, consistindo de uma memória de longo prazo de feromônios que guia o processo de aprendizagem na formação dos *clusters* a partir melhores das soluções incumbentes de iterações anteriores. Como heurística construtiva o autor propõe uma versão estocástica da heurística de inserção I1 de Solomon (1987), que gera diversos agrupamentos, posteriormente utilizados como entrada para heurística I1 adaptada para múltiplos entregadores de Senarclens de Grancy e Reimann (2016). Em relação aos resultados deste trabalho, o algoritmo com o mecanismo adaptativo fornece um ganho médio acumulado de 11.18% do custo agregado total. Caso seja tomado o melhor resultado das 5 execuções realizadas para cada instância, a melhoria seria de 13.76% em relação às melhores soluções fornecidas em Senarclens de Grancy e Reimann (2015).

Souza Neto e Pureza (2016) tratam um problema de Roteamento Rico (*Rich Vehicle Routing Problem*) com múltiplos entregadores e que inclui características como frota heterogênea limitada com custos distintos para veículos próprios e fretados, múltiplas viagens diárias para o mesmo veículo, limitações de tempo para a circulação de veículos grandes em centros de cidades, clientes em regiões perigosas e compatibilidade entre veículos e clientes, definindo a extensão denominada Problema de roteamento de veículos multi-viagem com janelas de tempo e múltiplos entregadores (*Multi-trip Vehicle Routing Problem with Time Windows and Multiple Deliverymen - MTRVRPTWMD*). Os autores propõem uma formulação derivada de um estudo de caso realizado em uma empresa de distribuição de bebidas do interior de São Paulo, e tanto quanto sabido, esse trabalho é o primeiro esforço de representação e solução de uma aplicação particular da vida real de uma extensão do VRPTWMD.

Dado o grande número de restrições, pode não ser possível atender a todos os *clusters*, de maneira que o objetivo do problema é obter um conjunto de rotas de custo mínimo (soma ponderada dos custos associados à frota própria, frota fretada e número de entregadores) que maximizem o número de *clusters* atendidos. Devido ao viés prático da pesquisa, os autores visaram primordialmente comparar soluções

obtidas com métodos propostos (discutidos mais adiante) com soluções praticadas da empresa. Para tal foram coletados dados reais para geração de 14 instâncias. Os dados reais consistem da localização dos clientes e suas demandas, a frota disponível e sua compatibilidade com os clientes, assim como o sequenciamento das rotas nas soluções praticadas da empresa. Por outro lado, a distância percorrida e a programação das rotas da empresa tiveram de ser estimadas (consequentemente, também os custos associados) uma vez que nenhuma informação sobre os *clusters* de clientes estava disponível. Por esta razão, a distância percorrida, tempos de rota, e custos das soluções da empresa foram computadas considerando os *clusters mais prováveis*, definidos a posteriori pelo exame do sequenciamento real das rotas, capacidade dos veículos, e distância radial máxima entre um cliente e o ponto de parada adotada pelos entregadores. Distâncias entre cada dois nós foram calculadas considerando a rede de transporte real. Uma vez que os *clusters* foram definidos, tempos de rota foram calculados em função da demanda de cada *cluster*, velocidade média de deslocamento, tempo de recarregamento dos veículos para uma segunda viagem, e o serviço realizado pela tripulação padrão adotado pela empresa (dois entregadores, sendo um deles o motorista). Como a empresa forneceu tempos estimados de serviço por unidade de produto, o tempo de serviço em cada *cluster* foi calculado como a soma dos tempos de serviço estimados da demanda agregada dos clientes no *cluster*.

Para a aplicação dos métodos propostos, instâncias similares foram produzidas com os mesmo dados fornecidos, com exceção da formação dos *clusters*, que neste caso foi realizada a priori de acordo com os seguintes requerimentos: (i) *clusters* são formados exclusivamente por clientes com janelas de tempos ou por clientes sem janelas de tempo; (ii) a distância radial entre cada cliente em um *cluster* e o ponto de parada do veículo não pode exceder a máxima distância que os entregadores podem percorrer (considerando o conforto do trabalhador); (iii) a demanda total em um dado *cluster* não pode exceder a capacidade do menor veículo que pode servir a região correspondente. *Clusters* com um único cliente são formados se a demanda do cliente é maior que a capacidade do menor veículo.

Para resolução das instâncias, os autores propõem um algoritmo GRASP, no qual a fase de melhoria é realizada por um algoritmo de busca local. Nesta etapa, movimentos de inserção e troca de *clusters* intra e inter-rotas são aplicados, inicialmente para redução do número de rotas, seguida da distância percorrida. Finalmente, o número de entregadores é decrementado até que qualquer decremento adicional resulte na infactibilidade da solução. Os autores também propõem uma abordagem híbrida simples que resolve o modelo matemático a partir da melhor solução do algoritmo GRASP. Também devido ao viés prático da pesquisa, o tempo de execução de cada instância corresponde ao tempo de planejamento de rotas utilizado pela empresa. O algoritmo híbrido apresentou as melhores soluções, as quais representaram 38% de redução dos custos das soluções estimadas da empresa. Cabe ressaltar que 98% das soluções estimadas da empresa violaram algum tipo de restrição.

A Tabela 2.1 resume a revisão da literatura pertinente ao roteamento de veículos com múltiplos entregadores, segundo características relevantes para a presente pesquisa.

Tabela 2.1: Características relevantes de trabalhos em roteamento de veículos com múltiplos entregadores.

Trabalho	Janela de Tempo	Frota	Disponibilidade de entregadores	Formação de clusters	Sequenciamento e programação dos entregadores
Pureza, Morabito e Reimann (2012)	Sim	Homogênea e ilimitada	Limitada	Não	Não
Ferreira e Pureza (2012)	Não	Homogênea e limitada	Ilimitada	Não	Não
Senarclens de Grancy e Reimann (2016)	Sim	Homogênea e ilimitada	Ilimitada	Não	Não
Senarclens de Grancy e Reimann (2015)	Sim	Homogênea e ilimitada	Ilimitada	Sim	Sim
Senarclens de Grancy (2015)	Sim	Homogênea e ilimitada	Ilimitada	Sim	Sim
Munari e Morabito (2016)	Sim	Homogênea e ilimitada	Ilimitada	Não	Não
Álvarez (2016)	Sim	Homogênea e ilimitada	Ilimitada	Não	Não
Souza Neto e Pureza (2016)	Parcial*	Heterogênea e limitada	Ilimitada	Sim	Não
Este trabalho	Sim	Homogênea e ilimitada	Ilimitada	Sim	Sim

* Somente alguns clientes possuem janela de tempo.

2.3 Outros problemas de roteamento envolvendo agrupamento de clientes e níveis

Revelle e Laporte (1996) discutem vários problemas com decisões de agrupamento de clientes, os quais incluem decisões de localização com interações espaciais. Dentre estes, inclui-se o Problema da Entrega de Jornais (*Newspaper Delivery Problem* – NPD), o qual consiste em obter uma rota primária (primeiro nível do roteamento) que visite um subconjunto dos clientes e rotas secundárias (segundo nível do roteamento) que conectem os clientes remanescentes a clientes das rotas primárias. O objetivo do problema é minimizar a distância total das rotas. A formação de *clusters* não é considerada, uma vez que os subconjuntos para a rota primária e para as rotas secundárias estão definidos *a priori*. O primeiro subconjunto corresponderia a uma gráfica de jornais e pontos de transferência que coincidem com alguns

clientes, a partir dos quais os demais clientes que compõem o segundo subconjunto são atendidos.

Perboli, Tadei e Vigo (2011) apresentam um problema denominado Problema de Roteamento Capacitado de Veículos em Dois Níveis (*Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem – 2E-CVRP*) e que surge como uma tentativa para formalizar matematicamente um processo logístico de distribuição multi-nível, fazendo uso de depósitos intermediários (satélites) que ligam o depósito central com os clientes finais que demandam os produtos. Neste caso, a rede de distribuição é decomposta em dois níveis; no primeiro nível são ligados os depósitos intermediários com o depósito central, enquanto no segundo nível são ligados os clientes com os depósitos intermediários. Este problema considera apenas as restrições de capacidade máxima nos veículos e nos depósitos intermediários, não sendo consideradas restrições temporais para as entregas. Por outro lado, de maneira semelhante ao trabalho anteriormente citado, este não considera a formação de *clusters*, dado que os subconjuntos são dados de entrada do problema. O objetivo do problema é minimizar os custos de manuseio e transporte na rede inteira.

2.4 Problemas de Localização e Roteamento em Níveis

Jacobsen e Madsen (1980) apresentam uma aplicação realista de um Problema de Localização e Roteamento com Janelas de Tempo (*Location Routing Problem with Time Windows – LRPTW*) no contexto da distribuição de jornais na Dinamarca. No sistema considerado, os autores apontam dois níveis de distribuição com frotas homogêneas de diferentes características em cada um e janelas de tempo nos clientes. No primeiro nível de roteamento, os jornais são distribuídos da oficina de impressão até pontos de transferência por uma frota de caminhões pequenos, a partir dos quais é feita a distribuição até os clientes finais por automóveis comuns, distribuição esta correspondente ao segundo nível de roteamento. Este trabalho só apresenta abordagens heurísticas para a resolução do problema considerando algumas restrições próprias do processo de distribuição; para o primeiro nível, a taxa de produção de jornais e restrições de capacidade, e para o segundo nível, o prazo de entrega e o tempo de rota.

Os autores apresentam três abordagens heurísticas para a resolução do problema, a primeira, denominada *Tree Tour Heuristic*, resolve o problema tratando-o como uma extensão do Problema da Árvore Geradora Mínima (*Minimum Spanning Tree Problem*) e levando em conta restrições de localização de pontos de transferência e restrições de tempo. A segunda abordagem é denominada ALA-SAV (*Alternate Location Allocation Method – Savings Heuristic*) e corresponde a uma combinação de uma heurística de Localização e Alocação e a heurística de economias de Clarke e Wright (CLARKE; WRIGHT, 1964). Inicialmente, ALA-SAV determina um número de pontos de transferências e os clientes alocados a cada um. A seguir, a heurística de *savings* projeta os roteiros saindo de cada ponto de transferência para o atendimento dos clientes finais, respeitando restrições de capacidade e produção, após o que, o mesmo procedimento é aplicado para definir os roteiros para a distribuição dos jornais até os pontos de transferência no primeiro nível.

A última abordagem é nomeada pela sigla SAV-DROP (*Savings Heuristic – Drop Heuristic*); como primeiro passo, a heurística projeta rotas para todos os clientes finais considerando a oficina de impressão como o depósito. A heurística *Drop*, por sua vez, aloca um ponto de transferência no primeiro cliente de cada roteiro calculado no passo anterior, e aloca os clientes que serão atendidos por cada ponto de transferência realizando uma prova de factibilidade para determinar se são ou não violadas restrições do segundo nível, tais como o prazo de entrega. Por fim, a heurística de *savings* é aplicada novamente para calcular os roteiros para os pontos de transferência a partir da oficina de impressão. Os autores concluem que a *Tree Tour Heuristic* teve o pior desempenho e as outras duas heurísticas apresentaram um desempenho tão similar que se mostra impossível determinar qual das duas é mais efetiva.

Nikbakhsh e Zegordi (2010) discutem um Problema de Roteamento e Localização em Dois Níveis com Janelas de Tempo do tipo *soft*, ou seja, em que violações do limite superior de janelas de tempo nos clientes são permitidas, porém incorrendo em penalizações na função objetivo. As decisões do problema incluem a possibilidade de se abrir múltiplos depósitos centrais e regionais (não necessariamente coincidentes com as coordenadas dos clientes), cada qual com um custo fixo associado. O problema não considera o roteamento entre depósitos centrais e regionais (primeiro nível), mas sim a movimentação de produtos, sobre a qual se incorre custos. O segundo nível, por sua vez, considera a alocação de uma frota ilimitada e homogênea de veículos a partir dos depósitos regionais até os clientes designados a cada depósito regional.

Os autores introduzem uma formulação de quatro índices para representação do problema, um procedimento para o cálculo do limitante inferior da função objetivo e um procedimento heurístico para resolução do problema. A heurística inicia com uma fase de construção, em que uma solução inicial é gerada pela decomposição do problema em um Problema de Localização e em um Problema de Alocação e Roteamento, os quais são resolvidos nesta ordem. Essa fase termina utilizando a heurística *Or-opt* visando melhorar a solução inicial. Em seguida, em uma fase de melhoria, a solução obtida na fase anterior passa por procedimentos de buscas locais que consideram seis vizinhanças diferentes, e posteriormente pela heurística *Or-opt* novamente. Com o objetivo de avaliar o desempenho da formulação matemática e da heurística foi gerado um conjunto de 21 instâncias (6 de pequeno porte, 6 de médio porte e 9 de grande porte). Apenas as instâncias de pequeno porte foram resolvidas até a otimalidade; por outro lado, a heurística teve *gap* médio de 1,86% para esse conjunto de instâncias. Os autores não reportam soluções inteiras para os conjuntos de instâncias de médio e grande porte, indicando apenas seus respectivos limitantes inferiores. Para aferir o desempenho da heurística para esses conjuntos, esses limitantes inferiores foram utilizados, obtendo-se *gaps* médios de 8,68% e 11,22% para as instâncias de médio e grande porte, respectivamente.

A seguir Tabela 2.2 sintetiza as características mais relevantes dos trabalhos que consideram níveis ou agrupamento de clientes em Localização e Roteamento considerados nesta revisão.

Tabela 2.2: Características relevantes de trabalhos em Localização e/ou Roteamento que consideram níveis de distribuição.

Trabalho	Janela de Tempo	Frota	Múltiplos entregadores	Formação de clusters
Revelle e Laporte (1996)	Não	Homogênea e ilimitada	Não	Não
Perboli, Tadei e Vigo (2011)	Não	Homogênea e ilimitada	Não	Não
Jacobsen e Madsen (1980)	Sim	Homogênea e ilimitada	Não	Não
Nikbakhsh e Zegordi (2010)	Sim	Homogênea e limitada	Não	Não
Este trabalho	Sim	Homogênea e ilimitada	Sim	Sim

A revisão de literatura mostra, portanto, que existem poucos trabalhos relacionados ao problema da presente pesquisa, além de indicar que nenhum dos problemas tratados nos trabalhos revisados incorpora todas as características consideradas nesta pesquisa.

Capítulo 3

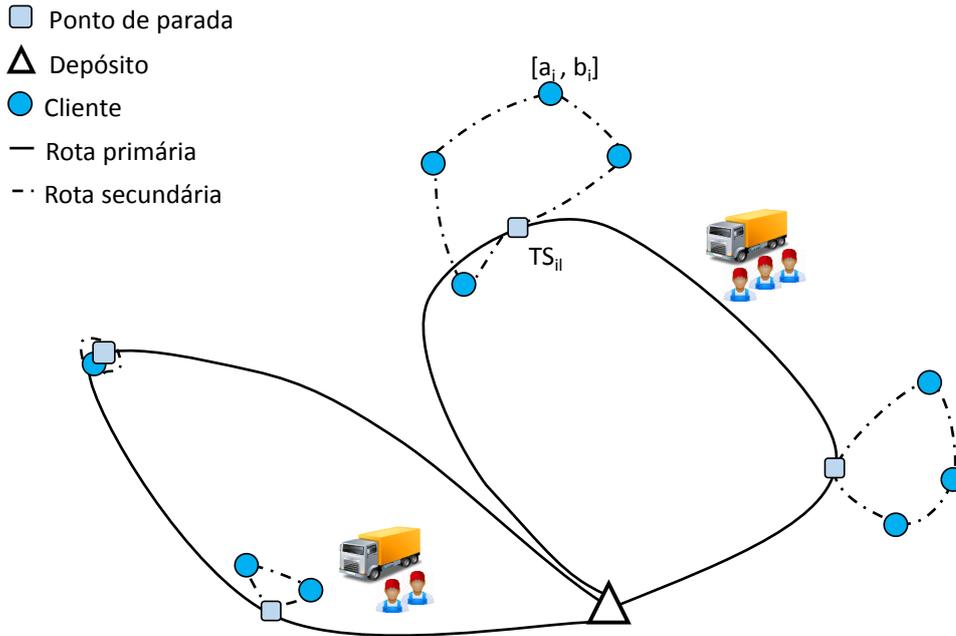
Definição do Problema e Modelagem

Matemática

O Problema de Localização-Roteamento em Dois Níveis com Janelas de Tempo e Múltiplos Entregadores (2E-LRPTWMD) consiste em definir rotas primárias para uma frota homogênea de tamanho ilimitado que parte e retorna a um depósito central, assim como rotas secundárias a serem executadas a pé pela tripulação dos veículos, com vistas à entrega de produtos a clientes localizados em centros urbanos. As rotas primárias visitam um subconjunto de possíveis pontos de parada de veículos enquanto as rotas secundárias visitam clientes, partindo e retornando aos pontos de parada presentes nas rotas primárias. Ou seja, cada ponto visitado em uma dada rota primária representa o depósito ou um ponto de parada do veículo, e cada ponto visitado em uma dada rota secundária representa um ponto de parada do veículo ou um cliente. No máximo uma única rota secundária emerge de cada ponto de parada para servir um único cliente ou um *cluster* de clientes próximos entre si.

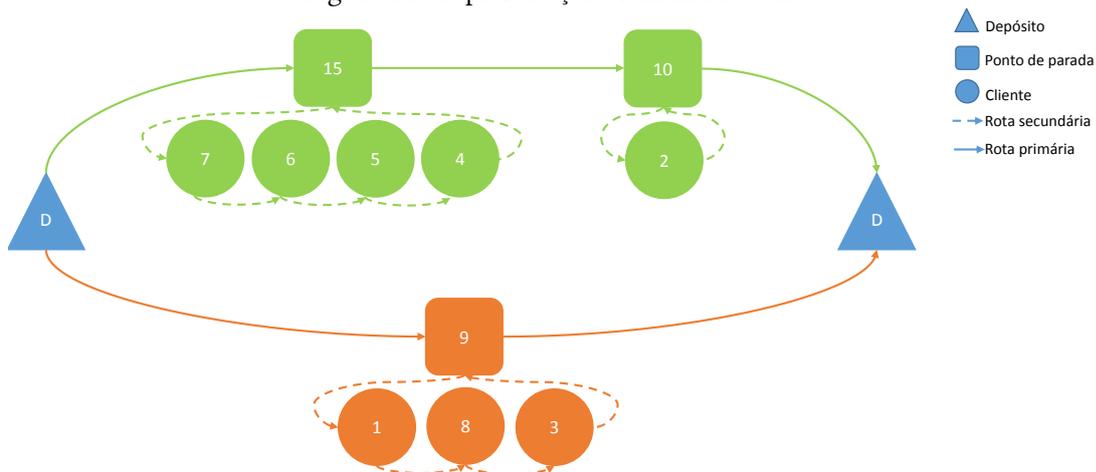
A Figura 3.1 ilustra uma situação hipotética do problema antes descrito. A solução contempla duas rotas primárias; a rota da esquerda atende dois *clusters*, um unitário (composto por um cliente e um ponto de parada) e o outro com dois clientes empregando dois entregadores, enquanto a rota da direita atende dois *clusters* com três e quatro clientes respectivamente, utilizando três entregadores.

Figura 3.1: Representação do 2E-LRPTWMD



Neste trabalho é adotada uma forma simplificada de representar as soluções para o 2E-LRPTWMD descrita a seguir por meio de um exemplo. A Figura 3.2 ilustra uma solução com duas rotas (veículos); o veículo da rota verde visita inicialmente um *cluster* composto de quatro clientes, atendidos a pé pela tripulação na rota secundária 7-6-5-4 (os números representam a identificação dos clientes). Uma vez servido esse *cluster*, o veículo visita o *cluster* composto por um único cliente (2), retornando ao depósito. O veículo da rota laranja, por sua vez, visita apenas um *cluster* composto de três clientes, atendidos na rota secundária 1-8-3.

Figura 3.2: Representação do 2E-LRPTWMD



Os pontos elegíveis para parada dos veículos consistem em um subconjunto do conjunto de pontos cujas localizações podem ou não ser idênticas às dos clientes, ou seja, assume-se que no caso em que as localizações são idênticas, os locais de estacionamento sempre estão em frente a algum cliente. No exemplo da Figura 3.2, considera-se oito clientes em que os pontos de parada coincidem com as

localizações dos clientes. Neste exemplo, os veículos das rotas verde e laranja estacionam em frente aos clientes 7, 2 e 1 (nós 15, 10, 9), respectivamente. Assim sendo, o subconjunto de paradas para os veículos compreende os pontos em que o estacionamento do veículo (em frente ao cliente) é viável. Caso o estacionamento em frente a um dado cliente não seja permitido ou inviável, diz-se que tal ponto de parada está indisponível e o cliente a ele associado precisa ser atendido a partir de outro ponto de parada. Admite-se que a distância entre quaisquer dois pontos nas rotas primárias seja fornecida pelo usuário e considere a topografia da malha viária, enquanto a distância entre quaisquer dois pontos nas rotas secundárias é euclidiana. Veículos e tripulação têm velocidades médias de deslocamento distintas.

Em cada rota primária, a carga total transportada não deve exceder a capacidade do veículo. O número de entregadores disponíveis é ilimitado, porém o tamanho da tripulação (motorista e ajudantes) de cada veículo está restrita à capacidade da cabine. Em cada rota secundária, a demanda total do *cluster* em questão não deve exceder a capacidade de transporte da tripulação, e assim como empregado em Souza Neto e Pureza (2016), a distância radial entre o ponto de parada e cada cliente do *cluster* não deve exceder uma distância máxima. A duração de cada rota primária não deve exceder a jornada de trabalho dos entregadores, e janelas de tempo para início do serviço podem incorrer em um ou mais clientes.

Ou seja, no presente contexto, um *cluster* W servido por um veículo no modo l pode ser definido matematicamente por:

$$\begin{aligned} W &= s' \cup C' \\ D_{s'i} &= \text{distmax}, \forall i \in C' \\ \sum_{i \in C'} q_i &\leq QD_l \\ a_i &\leq T_{il} \leq b_i, \forall i \in C' \end{aligned}$$

Onde:

C	Conjunto de clientes;
$C' \subseteq C$	Subconjunto de clientes;
S	Conjunto de pontos de parada;
$s' \in S$	Ponto de parada;
a_i	Abertura de janela de tempo do cliente i , $\forall i \in C'$;
b_i	Encerramento de janela de tempo do cliente i , $\forall i \in C'$;
$D_{s'i}$	Distância entre o ponto de parada s' e o cliente i , $\forall i \in C'$;
T_{il}	Instante de início do serviço no cliente i com o veículo em modo l , $\forall i \in C'$;
q_i	Demanda do cliente i , $\forall i \in C'$;
QD_l	Capacidade de carga dos entregadores;
distmax	Distância máxima que pode ser percorrida pela tripulação no atendimento ao <i>cluster</i> .

Assim, a equação supracitada define o *cluster* como o resultado da união de um ponto de parada s' com um subconjunto C' do conjunto total dos clientes C . Para que esta união seja possível, todos

os clientes do subconjunto C' devem estar localizados a uma distância radial máxima $distmax$ do ponto de parada s' (primeira desigualdade). Além dessa condição, a demanda agregada dos clientes do subconjunto C' não pode ultrapassar a capacidade de carregamento dos l entregadores (segunda desigualdade), e o instante de início do serviço em cada cliente i do *cluster* deve ocorrer na janela de tempo denotada pelo intervalo $[a_i, b_i]$ (terceira desigualdade).

Deseja-se obter os pontos de parada e *clusters* de clientes associados, o roteamento/programação das visitas, e os tamanhos de tripulação em cada veículo utilizado, de maneira que todos os clientes sejam atendidos, e que a solução resultante otimize os seguintes quatro objetivos: (1) minimização do número de veículos utilizados; (2) minimização do tempo total dispendido na realização das rotas primárias, (3) minimização do número de pontos de parada visitados; e (4) minimização do número total de entregadores utilizados. Em particular, o terceiro objetivo endereça as dificuldades de tráfego e estacionamento presentes em regiões centrais de cidades, estimulando o deslocamento dos entregadores em detrimento ao deslocamento dos veículos.

3.1 Modelagem Matemática

Nesta seção é introduzido um modelo de programação matemática para a representação do problema definido na seção anterior, este modelo é concebido como uma extensão do modelo inteiro misto proposto por Pureza, Morabito e Reimann (2012). A seguir são descritos conjuntos, parâmetros, dentre outros.

Seja $D = \{0\}$, o conjunto unitário correspondente ao depósito central, $C = \{1, 2, \dots, n\}$ o conjunto de clientes a serem visitados, $S = \{n + 1, n + 2, \dots\}$ conjunto de pontos de paradas elegíveis, sendo os três conjuntos disjuntos. Para este caso particular a coordenada física de cada ponto de parada é exatamente a mesma do cliente associado ao ponto de parada, dessa forma, o ponto de parada $n + 1$ (se disponível) possui a mesma coordenada que o cliente 1, e assim por diante. O conjunto de vértices para o problema é, portanto, definido como: $V = \{D \cup S \cup C\}$. Seja também A_1 o conjunto de arcos direcionados entre cada dois nós $(i, j) \in D \cup S$ e A_2 o conjunto de arcos direcionados entre cada dois nós $(i, j) \in S \cup C$.

Uma instância do 2E-LRPTWMD pode ser representada pelos grafos conexos $G_1 = (D \cup S, A_1)$ e $G_2 = (S \cup C, A_2)$. Ou seja, G_1 e G_2 se conectam entre si por meio dos nós do conjunto de paradas S . O conjunto A_1 corresponde aos arcos que podem ser percorridos por veículos em rotas primárias (conectando o depósito e pontos de parada) e o conjunto A_2 corresponde aos arcos que podem ser percorridos por entregadores em rotas secundárias (conectando pontos de parada e clientes). Para cada arco $(i, j) \in A_1$ há uma distância associada Ca_{ij} e correspondente ao comprimento do caminho mais curto entre i e j , considerando a malha viária em questão. O comprimento do arco $(i, j) \in A_2$ (denominado Cb_{ij}) corresponde, por sua vez, à distância euclidiana entre i e j . Os veículos percorrem

exclusivamente os arcos $(i, j) \in A_1$ com velocidade v_1 e os entregadores percorrem exclusivamente os arcos $(i, j) \in A_2$ com velocidade v_2 .

Para cada nó $i \in C$ há uma demanda associada q_i pelo produto e tempos de serviço TS_{il} em que l é o número de entregadores empregados (modo l). Adicionalmente, associa-se uma janela de tempo $[a_i, b_i]$ a cada nó $i \in V$; se $i = D$, os limites das janelas são iguais aos instantes de abertura e fechamento do depósito, enquanto para $i \in C$, os limites indicam o intervalo de tempo em que o serviço em i deve ser necessariamente iniciado.

Seja a seguinte notação:

Variáveis binárias

$$\begin{array}{l}
 x_{ijl} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ se o veículo viaja diretamente desde o nó } i \text{ até o nó } j \text{ no modo } l; \\ 0 \text{ caso contrário} \end{array} \right. \\
 xS_{ijkl} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ se a tripulação percorre o arco } i - j \in A_2 \text{ na rota secundária que se inicia no ponto} \\ \text{de parada } k \text{ no modo } l; \\ 0 \text{ caso contrário} \end{array} \right. \\
 H_{ik} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ se o cliente } i \text{ é designado ao } cluster \text{ servido a partir do ponto de parada } k; \\ 0 \text{ caso contrário} \end{array} \right.
 \end{array}$$

Variáveis não negativas

- T_{il} Instante de início de serviço no nó i no modo l (exceto para o depósito);
- TF_{kl} Instante de chegada da tripulação em modo l ao ponto de parada k após a finalização da rota secundária;
- TSx_{kl} Tempo de serviço com l entregadores no *cluster* servido a partir do ponto de parada k ;
- Y_{il} Carga no veículo ao partir do ponto de parada i (rota primária) no modo l ;
- QA_k Demanda total do *cluster* servido a partir do ponto de parada k ;

Parâmetros

- Ca_{ij} Distância percorrida entre i e j , $(i, j) \in A_1$, por veículos da frota;
- Cb_{ij} Distância percorrida entre i e j , $(i, j) \in A_2$, por uma equipe de entregadores;
- C_1 Custo fixo de cada veículo da frota;
- C_2 Custo unitário de tempo de deslocamento de veículos da frota;
- C_3 Custo unitário de parada de veículos da frota;
- C_4 Custo de alocação de um entregador;

v_1	Velocidade de deslocamento de veículos da frota;
v_2	Velocidade de deslocamento de uma equipe de entregadores;
$tv1_{ij}$	Tempo de viagem entre os nós i e $j \in A_1$ com veículos da frota $\left(\frac{Ca_{ij}}{v_1}\right)$;
$tv2_{ij}$	Tempo de viagem entre os nós i e $j \in A_2$ com uma equipe de entregadores $\left(\frac{Cb_{ij}}{v_2}\right)$;
q_i	Demanda de i de C ;
QD_l	Capacidade de carga dos entregadores no modo l ;
QT	Capacidade de carga dos veículos;
TS_{il}	Tempo de serviço de $i \in C$ no modo l ;
a_i	Instante de abertura da janela de tempo em i ;
b_i	Instante de encerramento da janela de tempo em i ;
$distmax$	Distância radial máxima entre um ponto de parada e um cliente do <i>cluster</i> servido pelo ponto de parada;
M_{ikl}^1	$\begin{cases} b_i + TS_{il} + tv1_{ij} - a_j & \text{se } b_i + TS_{il} + tv1_{ij} - a_j \leq 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
M_{ikl}^2	$\begin{cases} b_i + TS_{il} + tv2_{ij} - a_j & \text{se } b_i + TS_{il} + tv2_{ij} - a_j \leq 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

O problema é formulado como um modelo de programação inteira mista, conforme descrito a seguir. Considera-se também que algumas variáveis são previamente fixadas. Por exemplo, fixa-se $x_{ijl} = 0$ se $i = j$ ou $xs_{ijkl} = 0$ se $k \notin S$, dentre outras condições.

Função objetivo.

$$\begin{aligned} \min z = & C_1 \sum_{j \in S} \sum_{l \in L} x_{0jl} + C_2 \sum_{i \in DUS} \sum_{\substack{j \in DUS \\ j \neq i}} Ca_{ij} \frac{x_{ijl}}{v_1} + C_3 \sum_{i \in DUS} \sum_{\substack{j \in S \\ j \neq i}} \sum_{l \in L} x_{ijl} \\ & + C_4 \sum_{j \in S} \sum_{l \in L} lx_{0jl} \end{aligned} \quad (3.1)$$

A função objetivo do problema (3.1) é composta por quatro parcelas de custo, as quais devem ser minimizadas. A primeira parcela corresponde ao custo de alocação de veículos à operação; a segunda parcela é custo associado ao tempo total de rota dos veículos utilizados; a terceira parcela corresponde a um custo fictício que traduz a inconveniência de paradas dos veículos, estimulando o agrupamento de clientes e, por fim, a quarta parcela representa o custo de alocação de entregadores aos veículos utilizados.

sujeito a:

Restrições de fluxo em rotas primárias.

$$\sum_{\substack{i \in DUS \\ i \neq j}} \sum_{l \in L} x_{ijl} \leq 1 \quad \forall j \in S \quad (3.2)$$

$$\sum_{\substack{j \in DUS \\ j \neq i}} \sum_{l \in L} x_{ijl} \leq 1 \quad \forall i \in S \quad (3.3)$$

$$\sum_{\substack{j \in DUS \\ j \neq i}} x_{jil} = \sum_{\substack{j \in DUS \\ j \neq i}} x_{ijl} \quad \forall i \in S, \forall l \in L \quad (3.4)$$

As restrições (3.2)-(3.3) garantem que cada ponto de parada seja visitado no máximo uma vez. As restrições (3.4) impõem a conservação de fluxo, prescrevendo que o mesmo veículo que chega a um ponto de parada em um modo l , parte desse ponto no mesmo modo l .

Restrições de fluxo entre rotas primárias e rotas secundárias.

$$x_{skjkl} \leq \sum_{\substack{i \in DUS \\ i \neq k}} x_{ikl} \quad \forall j \in C, \forall k \in S, \forall l \in L \quad (3.5)$$

$$\sum_{j \in C} x_{skjkl} \geq \sum_{\substack{i \in DUS \\ i \neq k}} x_{ikl} \quad \forall k \in S, \forall l \in L \quad (3.6)$$

As restrições (3.5) garantem que se um ponto de parada k não é visitado em uma rota primária, não pode existir uma rota secundária se originando dele. As restrições (3.6) indicam que se um ponto de parada k for selecionado em uma rota primária, pelo menos uma rota secundária se origina dele.

Restrições de fluxo em rotas secundárias.

$$\sum_{\substack{i \in SUC \\ i \neq j}} \sum_{k \in S} \sum_{l \in L} x_{sijkl} = 1 \quad \forall j \in C \quad (3.7)$$

$$\sum_{\substack{j \in SUC \\ j \neq i}} \sum_{k \in S} \sum_{l \in L} x_{sijkl} = 1 \quad \forall i \in C \quad (3.8)$$

$$\sum_{j \in C} x_{skjkl} = \sum_{j \in C} x_{sjkkl} \quad \forall k \in S, \forall l \in L \quad (3.9)$$

$$\sum_{j \in SUC: S=k} x_{sjikl} = \sum_{j \in SUC: S=k} x_{sijkl} \quad \forall i \in C, \forall k \in S, \forall l \in L \quad (3.10)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{l \in L} x_{skjkl} \leq 1 \quad \forall k \in S \quad (3.11)$$

As restrições (3.7)-(3.8) impõem que cada cliente seja visitado exatamente uma vez em uma rota secundária, portanto, de um único ponto de parada. As restrições (3.9) impõem a conservação de fluxo nas rotas secundárias, assegurando que o mesmo número de rotas secundárias que se origina de um ponto de parada k em um modo l deve retornar a k no mesmo modo l . As restrições (3.10) impõem que se chega a um cliente i em uma rota secundária em um modo l deve-se partir de j no mesmo modo l . As restrições (3.11) prescrevem que no máximo uma rota secundária se origina de cada ponto de parada.

Restrições de relação entre rotas primárias e secundárias e o agrupamento de clientes.

$$\sum_{k \in S} H_{ik} = 1 \quad \forall i \in C \quad (3.12)$$

$$n \sum_{\substack{i \in D \cup S \\ i \neq k}} \sum_{l \in L} x_{ikl} \geq \sum_{i \in C} H_{ik} \quad \forall k \in S \quad (3.13)$$

$$\sum_{\substack{i \in D \cup S \\ i \neq k}} \sum_{l \in L} x_{ikl} \leq \sum_{i \in C} H_{ik} \quad \forall k \in S \quad (3.14)$$

$$\sum_{j \in S \cup C} \sum_{l \in L} x_{sijkl} = H_{ik} \quad \forall i \in C, \forall k \in S \quad (3.15)$$

As restrições (3.12) impõem que cada cliente seja designado a um único ponto de parada (*cluster*). As restrições (3.13) forçam que se pelo menos um cliente for designado a um ponto de parada j , então há pelo menos um arco em uma rota primária que visita j . As restrições (3.14) impõem que se nenhum cliente for designado a um ponto de parada k , este último não é visitado em uma rota primária. As restrições (3.15) indicam que se um cliente i tiver sido designado a um ponto de parada k , há um arco chegando e partindo de i em uma rota secundária que se origina em k .

Restrições de carga máxima suportada por entregadores.

$$\sum_{i \in C} Q_i H_{ik} \leq \sum_{i \in C} \sum_{l \in L} Q D_l x_{ikl} \quad \forall k \in S \quad (3.16)$$

As restrições (3.16) calculam a demanda acumulada de cada *cluster* de clientes servidos a partir do ponto de parada k (como o resultado da soma das demandas individuais dos clientes designados ao *cluster*) e impõem que a demanda acumulada de cada *cluster* não exceda a capacidade de carga dos entregadores em uma única rota secundária.

Distância máxima entre agrupamento de clientes e pontos de parada.

$$C b_{ik} H_{ik} \leq \max dist \quad \forall i \in C, \forall k \in S \quad (3.17)$$

As restrições (3.17) limitam a distância radial entre cada cliente de um *cluster* e o ponto de parada associado.

Restrições temporais.

$$T_{jl} \geq T_{il} + TSx_{il} + tv1_{ij}x_{ijl} - M_{ijl}^1(1 - x_{ijl}) \quad \forall i \in S, \forall j \in D \cup S, j \neq i, \forall l \in L \quad (3.18)$$

$$T_{jl} \geq T_{kl} + tv2_{kjl}xs_{kjl} - M_{kjl}^2(1 - xs_{kjl}) \quad \forall j \in C, \forall k \in S, \forall l \in L \quad (3.19)$$

$$T_{jl} \geq T_{il} + (TS_{il} + tv2_{ij})xs_{ijl} - M_{ijl}^2(1 - xs_{ijl}) \quad \forall i \in C, \forall j \in C, j \neq i, \forall k \in S, \forall l \in L \quad (3.20)$$

$$TF_{kl} \geq T_{il} + (TS_{il} + tv2_{ik})xs_{ikl} - M_{ikl}^2(1 - xs_{ikl}) \quad \forall i \in C, \forall k \in S, \forall l \in L \quad (3.21)$$

$$TSx_{kl} = TF_{kl} - T_{kl} \quad \forall k \in S, \forall l \in L \quad (3.22)$$

$$T_{jl} \geq a_j \sum_{i \in DUS} x_{ijl} \quad \forall j \in S, \forall l \in L \quad (3.23)$$

$$T_{jl} \leq b_j \sum_{i \in DUS} x_{ijl} \quad \forall j \in S, \forall l \in L \quad (3.24)$$

$$T_{jl} \geq a_j \sum_{i \in SUC} \sum_{k \in V} xs_{ijk} \quad \forall j \in C, \forall l \in L \quad (3.25)$$

$$T_{jl} \leq b_j \sum_{i \in SUC} \sum_{k \in V} xs_{ijk} \quad \forall j \in C, \forall l \in L \quad (3.26)$$

$$T_{0l} \leq b_0 \quad \forall l \in L \quad (3.27)$$

As restrições (3.18) calculam os instantes de chegada aos nós das rotas primárias como resultado da soma dos tempos de serviço dos *clusters* e os tempos de viagem entre eles, considerando que o tempo de serviço no *cluster* de clientes servidos a partir do ponto de parada k no modo l (TSx_{kl}) é uma variável que depende de l e do tempo dispendido na rota secundária que se inicia em k . A programação dos l entregadores em cada rota secundária é feita da seguinte forma: as restrições (3.19) computam o instante de chegada ao primeiro cliente visitado, as restrições (3.20) computam os instantes de chegada aos demais clientes, as restrições (3.21) calculam o instante de finalização da rota secundária (TF_{kl}), ou seja, o instante de retorno ao ponto de parada associado k , e as restrições (3.22) computam TSx_{kl} como a diferença entre TF_{kl} e o instante de chegada a k na rota primária T_{kl} . As restrições (3.23)-(3.24) ativam as janelas de tempo dos pontos de parada nas rotas primárias, enquanto as restrições (3.25)-(3.26) ativam as janelas de tempo dos clientes nas rotas secundárias. As restrições (3.27) fornecem a duração máxima de cada rota primária.

Balanço de massa em rotas primárias.

$$Y_{kl} \leq Y_{il} - \sum_{i \in C} Q_i H_{ik} + QT(1 - x_{ikl}) \quad \forall i \in D \cup S, \forall k \in S, i \neq k, \forall l \in L \quad (3.28)$$

As restrições (3.28) computam a carga do veículo após a visita a cada ponto de parada nas rotas primárias.

Domínio das variáveis.

$$T_{jl}, TF_{kl}, TSx_{il}, Y_{il}, QA_i \geq 0 \quad \forall i, j \in D \cup S, \forall k \in S, i \neq j, i \neq k, \forall l \in L \quad (3.29)$$

$$x_{ijl}, xs_{ijkl}, H_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in D \cup S, \forall k \in S, i \neq j, i \neq k, \forall l \in L \quad (3.30)$$

Por fim, as restrições (3.29)-(3.30) impõem os domínios das variáveis de decisão.

Capítulo 4

Experimentos Computacionais

Com a finalidade de validar o modelo (3.1)-(3.30) para o 2E-LRPTWMD, proposto no capítulo anterior, foram executados experimentos computacionais com um grupo de instâncias de pequeno porte (*toys*). Uma vez validado o modelo, foram desenvolvidos experimentos com um conjunto de instâncias gerado a partir de de instâncias clássicas da literatura e com outro conjunto de instâncias gerado a partir de dados reais de uma empresa distribuidora de bebidas.

O modelo foi implementado na linguagem de modelagem algébrica GAMS e executado com o solver CPLEX 12.5. As opções do solver que diferem da configuração padrão são $fpheur = 2$ (aplicação da heurística *feasibility pump* com ênfase em achar soluções factíveis), $heurfreq = 100$ (define a frequência de aplicação da heurística *Periodic*), $lbheur = 1$ (aplicação da heurística *local branching* para obter novas soluções incumbentes) e $threads = 4$ (número de processadores em paralelo permitidos para qualquer método de solução), e $tilim = 18.000$ segundos (5 horas) (limita o tempo de processamento). Todos os experimentos foram realizados em um computador Dell Optiplex 9010, processador principal Intel Core i7 com 3,4 GHz, 16 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7 Professional de 64 bits.

4.1 Validação do modelo proposto.

O modelo (3.1)-(3.30), proposto e descrito no capítulo anterior, foi concebido como uma extensão do modelo de Pureza, Morabito e Reimann (2012). Uma maneira de mostrar a validade dessa concepção é testar o novo modelo para o caso particular em que há exatamente um ponto de parada disponível em frente à cada cliente, o que faz a distância entre eles igual a zero. Juntamente com a adoção da máxima distância radial entre o ponto de parada e clientes do *cluster* igual à zero, a solução deve necessariamente contemplar apenas *clusters* unitários, reduzindo o 2E-LRPTWMD ao VRPTWMD. Ou seja, essa redução permite que ambos os modelos tratem exatamente o mesmo problema e que os resultados sejam diretamente comparáveis.

Com o intuito de utilizar as mesmas instâncias de Pureza, Morabito e Reimann (2012), adotou-se custos unitários na função objetivo iguais a $C_1 = 1$, $C_2 = 0,0001$, $C_3 = 0$ e $C_4 = 0,1$ e a velocidade

dos veículos (v_1) igual a 1. Além disso, as distâncias entre quaisquer dois pontos são admitidas como euclidianas e simétricas. Para a validação da redução, foram utilizadas três instâncias para o VRPTWMD, por sua vez, derivadas dos conjuntos de instâncias propostas por Solomon (1987) para o VRPTW: além do depósito, os primeiros 12 clientes de R101 (R101_12), os primeiros 25 clientes de R101 (R101_25) e os primeiros 12 clientes de RC101 (RC101_12). Todas as três instâncias foram resolvidas até a otimalidade. Note que assim como o modelo (3.1)-(3.30), o modelo de Pureza, Morabito e Reimann (2012) foi implementado na linguagem algébrica GAMS e executado com o solver CPLEX. A Tabela 4.1 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 4.1: Resultados das instâncias R101_12, R101_25 e RC101_12 com os dois modelos.

Instância	f		Distância percorrida		Número de Veículos		Número de Entregadores	
	PMR12	PG17	PMR12	PG17	PMR12	PG17	PMR12	PG17
R101_12	4,834	4,834	348,170	348,170	4	4	8	8
R101_25	9,562	9,562	626,190	626,190	8	8	15	15
RC101_12	3,625	3,625	258,706	258,706	3	3	6	6

onde:

PMR12: modelo de Pureza, Morabito e Reimann (2012).

PG17: o modelo (3.1)-(3.30).

Como se pode observar no Tabela 4.1, os mesmo resultados foram obtidos com ambos os modelos, o que reforça a afirmação que o modelo de Pureza, Morabito e Reimann (2012) é, de fato, um caso particular do modelo proposto.

4.2 Experimentos com instâncias de pequeno porte (*toy problems*).

Para esta rodada de experimentos, os custos unitários utilizados na função objetivo em todas as instâncias são $C_1 = 1000$, $C_2 = 1$, $C_3 = 500$ e $C_4 = 100$, enquanto o tempo de processamento adotado é de 18.000 segundos (5 horas). Ressalta-se que os custos foram selecionados de forma arbitrária, porém, foram estabelecidos visando representar razoavelmente as grandezas dos custos na prática das empresas distribuidoras de bebidas. De forma particular, o custo C_3 não representa nenhum custo da prática, ele é imposto com o objetivo de simular a dificuldades de tráfego e estacionamento presentes em regiões centrais de cidades de alta densidade populacional.

Um conjunto de sete instâncias *toy* de 12 clientes foram produzidas com base em abordagens de geração da literatura, e modificadas em concordância com as características do 2E-LRPTWMD. Especificamente, as coordenadas do depósito e dos clientes foram geradas entre 0 e 100 unidades de distância segundo a abordagem proposta em Uchoa *et al.* (2017) para distribuição espacial clusterizada, as deman-

das seguem uma distribuição uniforme entre os valores 10 e 40 unidades, as janelas de tempo (quando existentes) foram geradas com base na abordagem proposta por Solomon (1987), e os tempos de serviço para cada cliente foram calculados de acordo com Pureza, Morabito e Reimann (2012).

Todas as instâncias compartilham a mesma distribuição geográfica de clientes (Figura 4.1), demandas, capacidade dos veículos (Tabela 4.2), e indisponibilidade de estacionamento em frente a alguns clientes selecionados. Para todas as instâncias, as distâncias entre nós foram calculadas de forma simétrica e seguindo a métrica euclidiana para o caso de percursos realizados por entregadores. Para percursos realizados por veículos, as distâncias são também simétricas, porém a distância é um múltiplo igual a 1 ou 3 da distância euclidiana, a fim de simular uma possível situação em uma malha viária urbana (Tabela 4.3). Os dados de entrada restantes são específicos para cada *toy* e descritos a seguir.

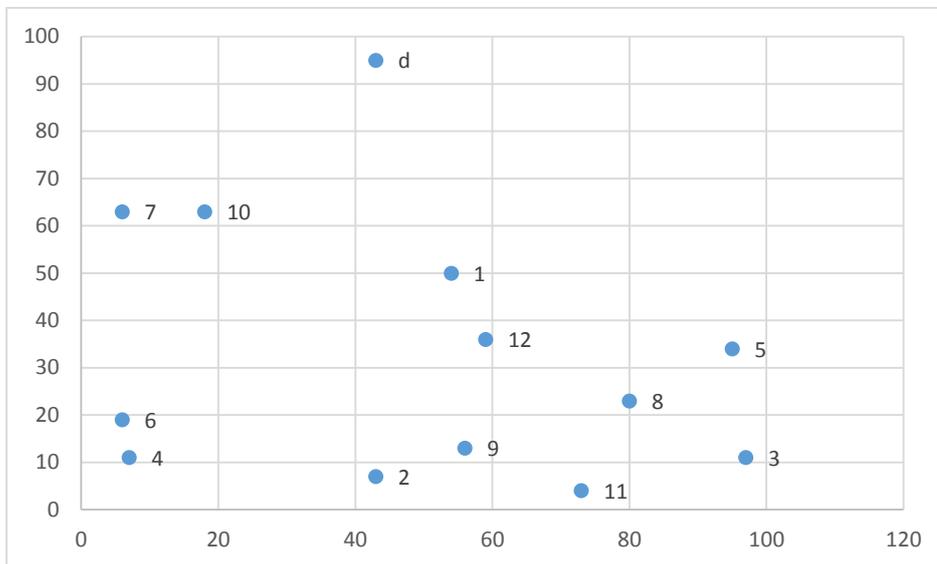
Tabela 4.2: Dados comuns nos *toys* tratados.

i	X	Y	q_i	a_i	b_i	Q
0	43	95	0	0	280	200
1	54	50	40			
2	43	7	20			
3	97	11	20			
4	7	11	20			
5	95	34	20			
6	6	19	40			
7	6	63	10			
8	80	23	20			
9	56	13	40			
10	18	63	20			
11	73	4	40			
12	59	36	30			

Tabela 4.3: Multiplicador das distâncias euclidianas para cálculo das distâncias percorridas por veículos.

$i \setminus j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	3	-	1	3	3	3	3	3	3	1	3	3
3	1	3	3	-	3	3	3	3	3	3	1	3	3
4	1	3	3	1	-	3	3	3	3	3	1	3	3
5	1	3	3	1	3	-	3	3	3	3	1	3	3
6	1	1	1	1	1	1	-	1	1	1	1	1	1
7	1	3	3	1	3	3	3	-	3	3	1	3	3
8	1	3	3	1	3	3	3	3	-	3	1	3	3
9	1	3	3	1	3	3	3	3	3	-	1	3	3
10	1	3	3	1	3	3	3	3	3	3	-	3	3
11	1	3	3	1	3	3	3	3	3	3	1	-	3
12	1	3	3	1	3	3	3	3	3	3	1	3	-

Figura 4.1: Distribuição geográfica dos clientes nos toys tratados.



4.2.1 Resultados dos problemas toy.

Toy 1

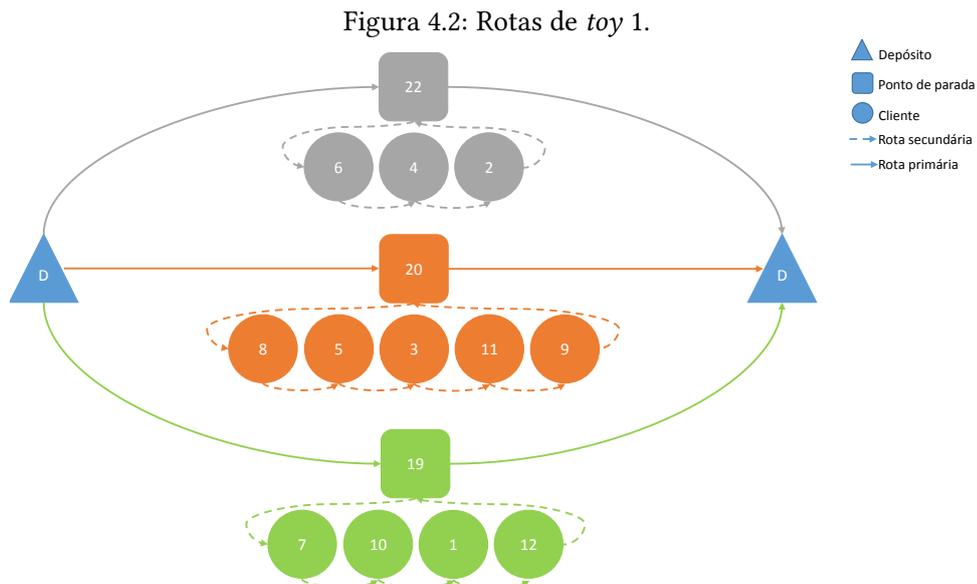
Os dados específicos do toy são apresentados no Tabela 4.4. Nota-se que ele corresponde a um exemplo pouco restrito. Não há janelas de tempo em clientes (podem ser visitados em qualquer instante correspondente ao período de funcionamento do depósito) e todos os pontos de paradas estão disponíveis.

A distância radial para agrupamento foi estabelecida em 150 unidades de distância, o que, a princípio, permite *clusters* com vários clientes.

Tabela 4.4: Dados adicionais dos *toys*.

i	a_i	b_i	$maxdist$
1-12	0	280	150

A Figura 4.2 ilustra as rotas obtidas após 18.000 segundos de execução. As diferentes cores das linhas distinguem as rotas, com as linhas sólidas indicando o percurso do veículo e as linhas tracejadas o percurso dos entregadores. A solução utiliza 3 veículos, cada qual atendendo 1 *cluster*. As rotas em laranja, verde e cinza utilizam respectivamente, 3, 2 e 2 entregadores, e atendem demandas acumuladas de 140, 100 e 80, enquanto a distância total percorrida é de 68,19 unidades. Observa-se que o *solver* não provou a otimalidade da solução, sendo obtido um *gap* de 22,56%. Este resultado revela as dificuldades de convergência do método de solução quando a instância é pouco restrita, mesmo quando seu porte é pequeno.



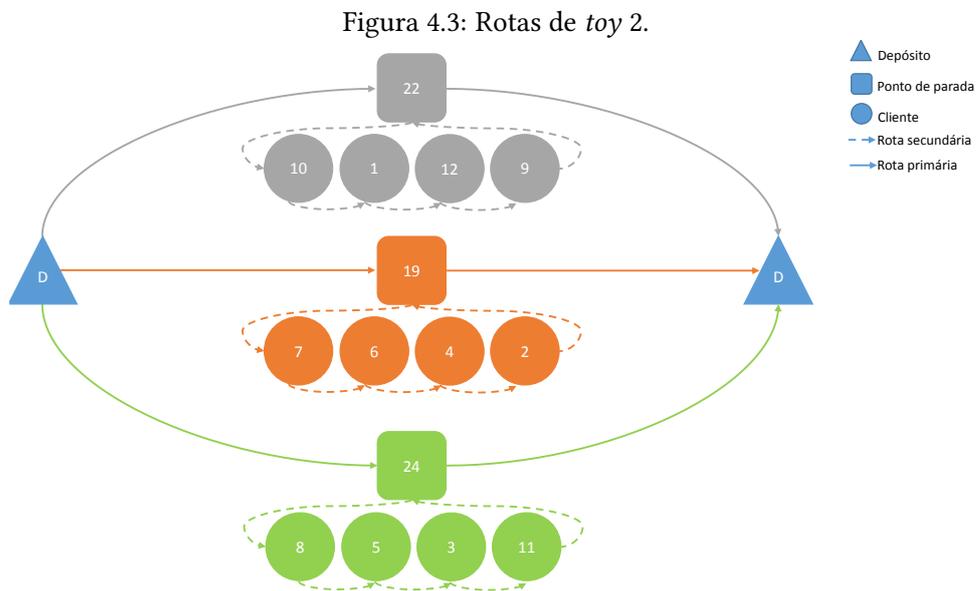
Toy 2

Este *toy* tem os mesmos dados de *toy 1*, com exceção de três pontos de parada considerados indisponíveis (Tabela 4.5) e descritos na coluna P_u . A identificação dos clientes associados a estes pontos de paradas é facilmente calculada, subtraindo-se a identificação do ponto de parada pelo número de clientes. Assim, não é possível estacionar em frente aos clientes 2, 4 e 8.

Tabela 4.5: Dados adicionais do toy 2.

i	a_i	b_i	$maxdist$	P_u
1-12	0	280	150	14, 16, 20

A Figura 4.3 ilustra as rotas obtidas após 18.000 segundos de execução. São também utilizados 3 veículos, atendendo 1 *cluster* cada. As rotas em laranja, verde e cinza têm, respectivamente, 2, 2 e 3 entregadores, enquanto a distância total percorrida é de 60,26 unidades. As demandas acumuladas para as rotas em laranja, verde e cinza são, respectivamente 100, 90 e 130. O *gap* é igual a 22,42%, o que indica que a indisponibilidade de alguns pontos de parada não trouxe ganhos substanciais na convergência do método.



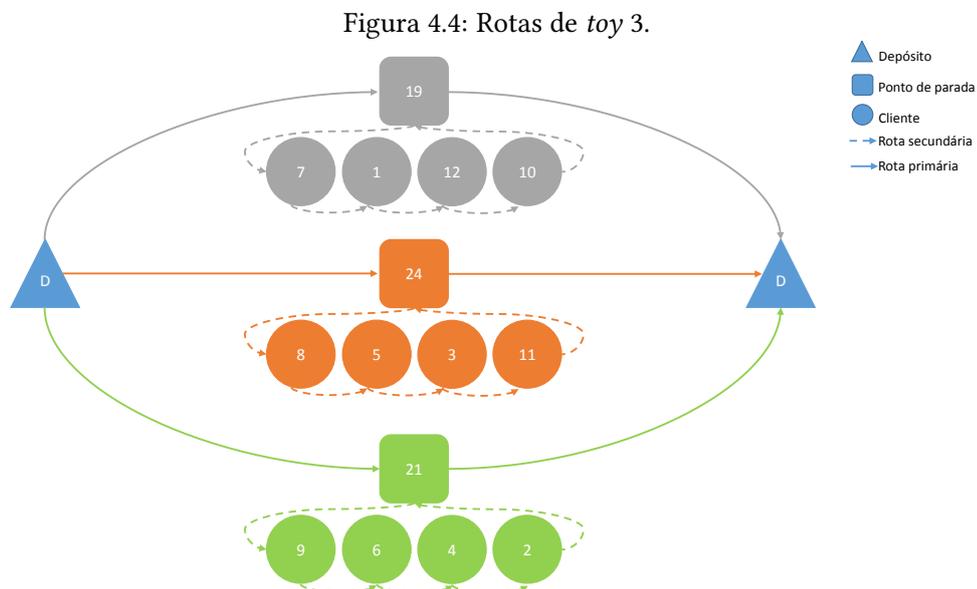
Toy 3

Este toy tem os mesmos dados de toy 2, inclusive o conjunto de pontos de parada indisponíveis (não é possível estacionar em frente aos clientes 2, 4 e 8) e a inclusão de janelas de tempo em quatro clientes e nos pontos de parada em frente a estes clientes (Tabela 4.6). Para cada ponto de parada com janela de tempo, o instante de abertura é igual ao do cliente e o instante de encerramento é igual ao do depósito.

Tabela 4.6: Dados adicionais do toy 3.

i	a_i	b_i	$maxdist$	P_u
1-12	0	280	150	14, 16, 20
5	75	75		
6	90	95		
7	50	55		
8	35	40		
17	75	280		
18	90	280		
19	50	280		
20	35	280		

A Figura 4.4 ilustra a solução obtida após 18.000 segundos de execução, a qual também utiliza 3 veículos, atendendo 1 *cluster* cada. As rotas em laranja, verde e cinza têm, respectivamente, 100, 120 e 100 unidades como demandas acumuladas, cada uma com 3 entregadores designados e distância total percorrida de 73,91 unidades. Nota-se que o *gap* é igual a 17,19%, o que indica que a inclusão de algumas janelas de tempo melhora um pouco a convergência do modelo.



Toy 4

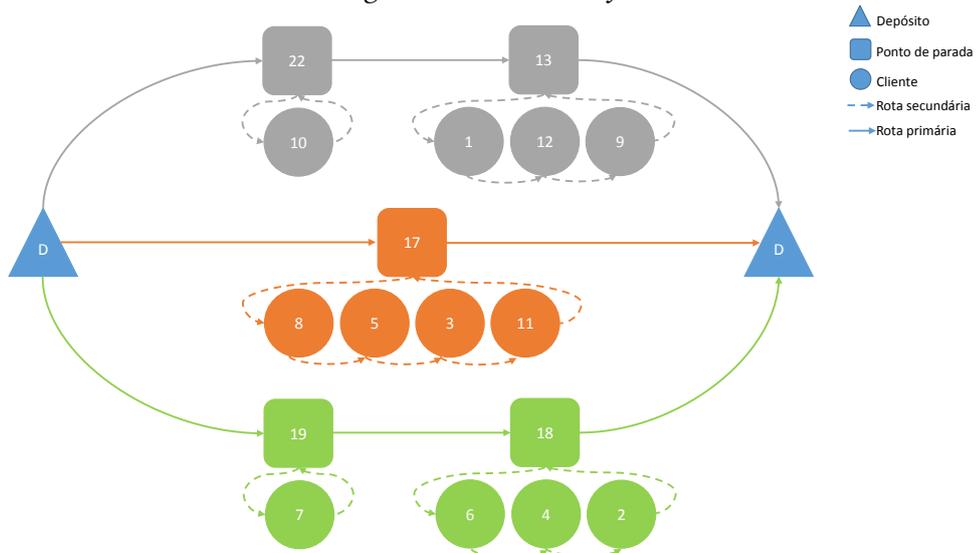
Neste exemplo, os mesmos dados de *toy 3* foram utilizados, exceto que todos os clientes possuem janelas de tempo. Os dados adicionais em relação aos compartilhados por todas as instâncias são apresentados na Tabela 4.7 a seguir. Note que os pontos de parada (13, 15, 17-19, 21-24) não têm janelas de tempo, podendo ser visitados em qualquer instante correspondente ao período de funcionamento do depósito.

Tabela 4.7: Dados adicionais do toy 4.

i	a_i	b_i	$maxdist$	P_u
1	55	65	150	14,16,20
2	160	170		
3	115	120		
4	110	115		
5	75	75		
6	60	70		
7	10	15		
8	35	40		
9	145	150		
10	10	15		
11	165	165		
12	100	120		
13-24	0	280		

A Figura 4.5 ilustra a solução obtida, a qual utiliza 3 veículos e atende 5 *clusters* com 6 entregadores e percorre uma distância total de 125,50 unidades. Esta solução é ótima para o exemplo e foi obtida em 7 segundos de processamento, demonstrando que a imposição de janelas de tempo para todos os clientes facilita muito a convergência do método. Note que nas rotas verde e cinza há *clusters* unitários, contemplando respectivamente, os clientes 7 e 10. Note também que no *cluster* formado pelos clientes 3, 5, 8 e 11, o veículo estaciona no ponto de parada em frente ao cliente 5 (nó 17), a partir do qual, os entregadores atendem o cliente 8 para só então atenderem o cliente 5. Isso pode ser explicado pelo fato da janela de cliente 8 preceder a janela do cliente 5, o que condiciona o roteamento dos entregadores.

Figura 4.5: Rotas de toy 4.



Toy 5

Este exemplo possui as mesmas janelas de tempo e indisponibilidade de pontos de parada de *toy 3*. Não foram utilizadas as janelas de tempo de *toy 4* dado que elas condicionam bastante o roteamento nos dois níveis e, por consequência, a convergência do método. Sendo assim, são adotados os dados de *toy 3* e realizada uma redução na máxima distância radial entre um cliente e o ponto de parada do *cluster* (Tabela 4.8) com o objetivo de perceber outras características do problema.

Tabela 4.8: Dados adicionais do *toy 5*.

i	a_i	b_i	$maxdist$	P_u
1-4, 9-12	0	280	60	14,16,20
5	75	75		
6	90	95		
7	50	55		
8	35	40		
17	75	280		
18	90	280		
19	50	280		
20	35	280		

A melhor solução, obtida após 18.000 segundos de execução, é idêntica à solução de *toy 3*, entretanto, seu *gap* é menor (16,57%). Ressalta-se que esta máxima distância adotada não restringe, na prática, qualquer agrupamento.

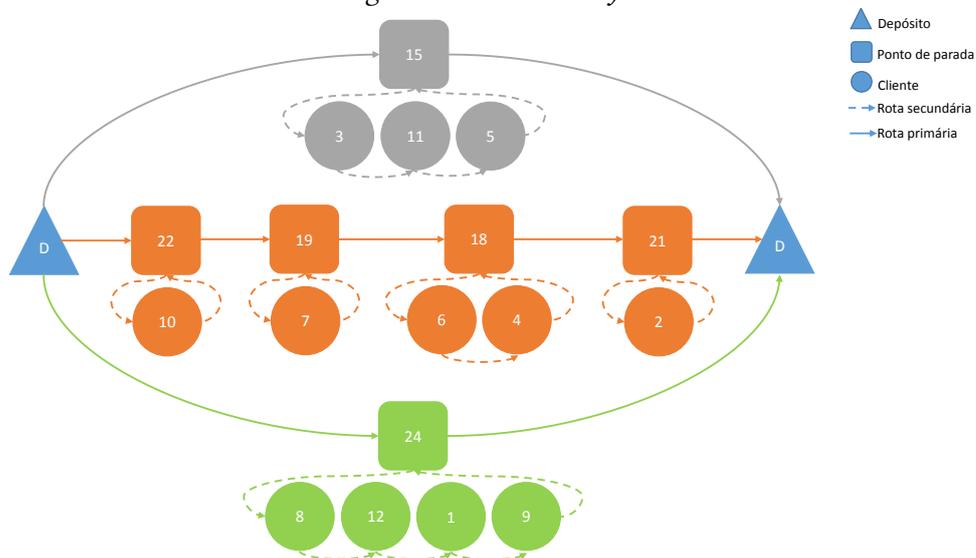
Toy 6

Neste exemplo, são adotados os dados de *toy 3* e realizada uma redução ainda maior na máxima distância radial entre um cliente e o ponto de parada do *cluster* (Tabela 4.9). A Figura 4.6 ilustra as rotas obtidas.

Tabela 4.9: Dados adicionais do *toy 6*.

i	a_i	b_i	$maxdist$	P_u
1-4, 9-12	0	280	30	14,16,20
5	75	75		
6	90	95		
7	50	55		
8	35	40		
17	75	280		
18	90	280		
19	50	280		
20	35	280		

Figura 4.6: Rotas de *toy 6*.



A solução utiliza 3 veículos, 9 entregadores, atende 6 *clusters* e percorre uma distância total de 152,94. Esta solução é ótima e foi obtida após 197 segundos de execução, o que indica mais uma vez que a diminuição da máxima distância radial para inclusão de clientes em *clusters* pode facilitar a convergência do método de solução, pelo menos para instâncias de pequeno porte. Note que o número de *clusters* é maior que o obtido com o *toy* anterior, uma vez que um número menor de clientes pode ser designado a um mesmo ponto de parada.

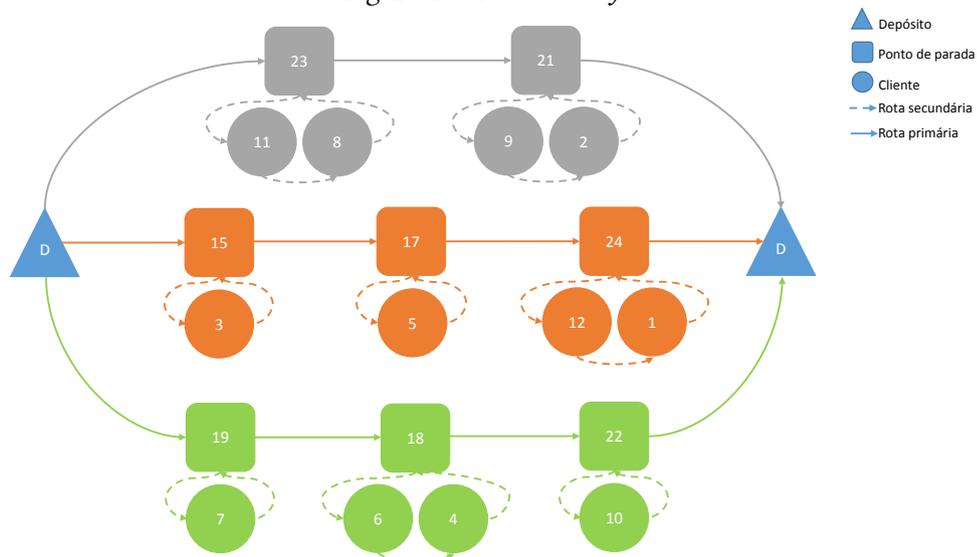
Toy 7

Este exemplo possui os mesmos dados que toys 3, 5 e 6, com exceção da máxima distância radial para inclusão de clientes em *clusters*, reduzida para 21 unidades (Tabela 4.10). A Figura 4.7 ilustra as rotas obtidas. A solução foi obtida em 18 segundos de processamento, é ótima, faz uso de 3 veículos, 6 entregadores e serve 8 *clusters* percorrendo uma distância total de 168,42 unidades.

Tabela 4.10: Dados adicionais do toy 7.

i	a_i	b_i	$maxdist$	P_u
1-4, 9-12	0	280	21	14,16,20
5	75	75		
6	90	95		
7	50	55		
8	35	40		
17	75	280		
18	90	280		
19	50	280		
20	35	280		

Figura 4.7: Rotas de toy 7.



Analisando as soluções dos toys 3, 5, 6 e 7, conclui-se que à medida que a máxima distância radial para agrupamento é reduzida, forma-se um número maior de *clusters* e, portanto, de menores cardinalidades. Nota-se também que o exemplo tende a ser mais facilmente resolvido.

4.2.2 Efeito do aumento da restritividade.

A Tabela 4.11, apresentada a seguir, mostra a progressão do valor da função objetivo da melhor solução obtida de *toy 1* a *toy 7*.

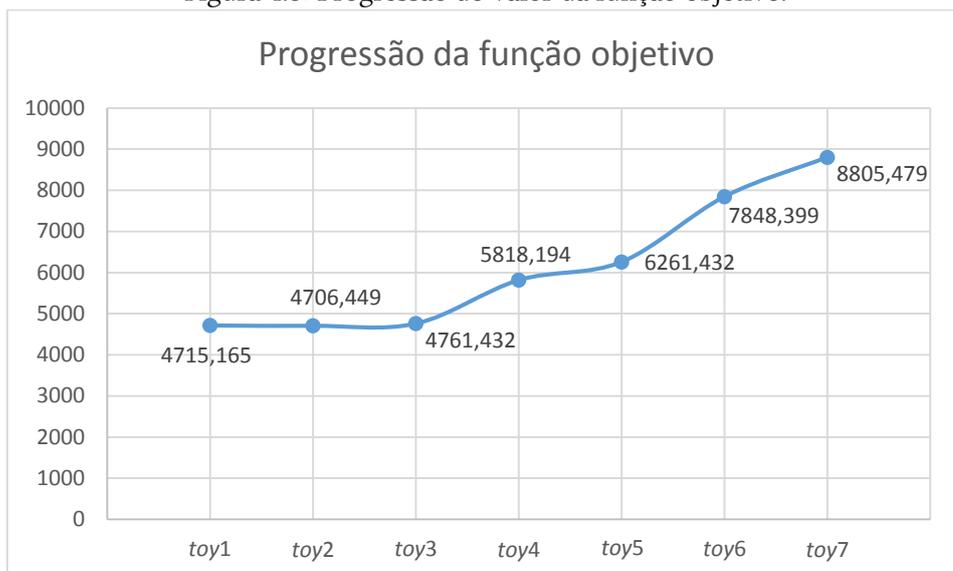
Tabela 4.11: Progressão da função objetivo.

Instância	FO
<i>toy 1</i>	4715,165
<i>toy 2</i>	4706,449
<i>toy 3</i>	4761,432
<i>toy 4</i>	5818,194
<i>toy 5</i>	6261,432
<i>toy 6</i>	7848,399
<i>toy 7</i>	8805,479

Analisando a tendência do valor da função objetivo, nota-se que com exceção da pequena diminuição em *toy 1* em relação a *toy 2*, o valor da função objetivo cresce paulatinamente. Este comportamento é provavelmente devido à imposição sistemática de restrições, tais como aumento do número de clientes com janelas de tempo e redução da distância radial máxima, resultando em soluções factíveis mais caras.

Ao plotar os valores da função objetivo (Tabela 4.11), tem-se o seguinte gráfico que confirma o comportamento descrito anteriormente:

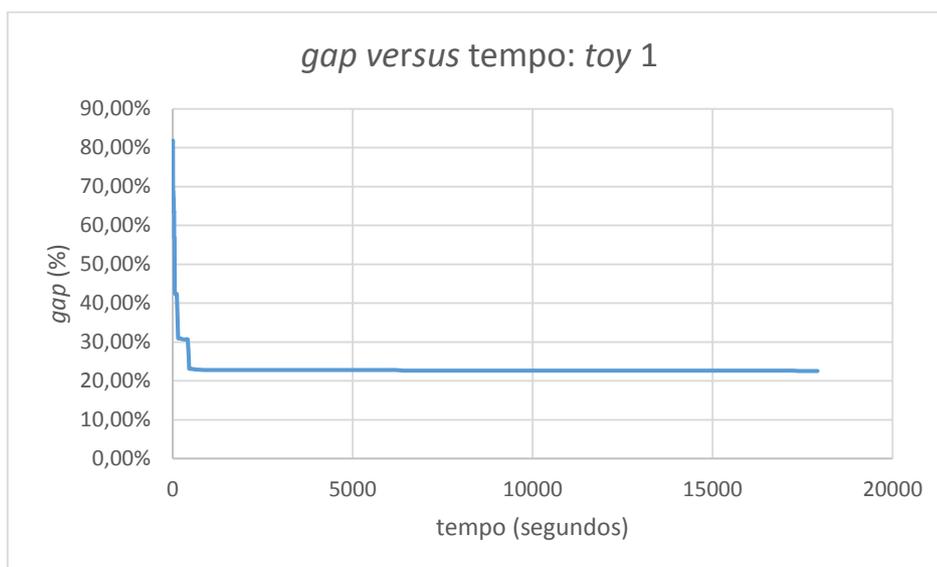
Figura 4.8: Progressão do valor da função objetivo.



4.2.3 Convergência do método de solução.

Esta seção apresenta uma análise do comportamento do *gap* do valor da função objetivo ao longo do tempo computacional empregado. Na Figura 4.9 (*gap versus tempo: toy 1*) descreve os resultados obtidos pela instância *toy 1*, lembrando que essa instância é pouco restrita, não possui janelas de tempo para os clientes nem restrições de estacionamento e uma distância de agrupamento de 150 u.d., o que permite a inclusão de qualquer par de clientes dentro de um *cluster*.

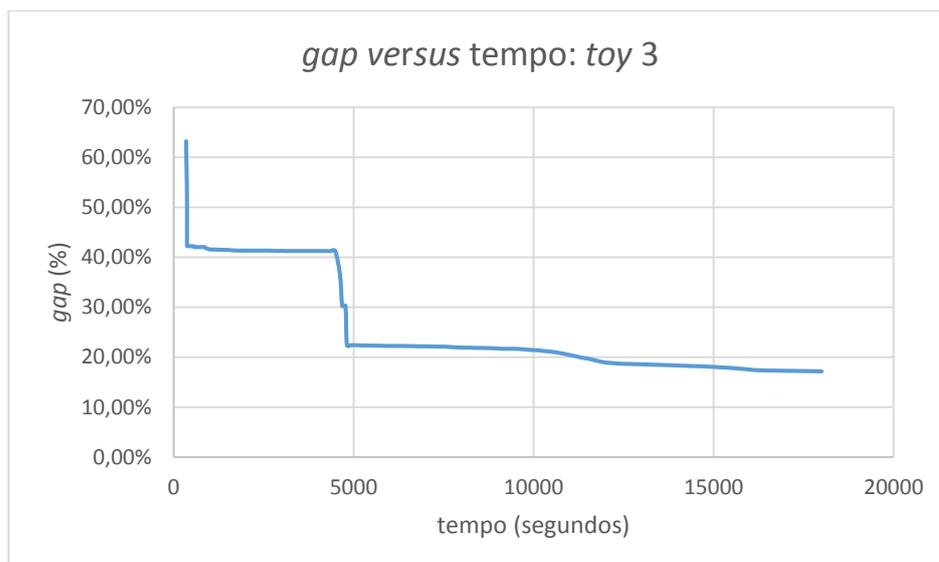
Figura 4.9: *Gap versus tempo: toy 1*.



Como pode-se observar, a Figura 4.9 suporta a afirmação feita na seção anterior: *toy 1* apresenta dificuldade de convergência, porém é importante ressaltar que o software encontra uma solução inicial rapidamente e em aproximadamente 900 segundos, consegue melhorar a qualidade da solução de maneira significativa. Após isso a convergência apresenta uma fase de estagnação em que o *gap* da solução diminui de 22,81% para 22,56% o que é uma melhora pouco significativa quando considerado o tempo computacional investido.

Para a próxima análise, considera-se a instância *toy 3*, por sua vez, um pouco mais restrita quando comparada com a anterior, por possuir janelas de tempo para alguns clientes e a indisponibilidade de estacionamento em alguns pontos de parada.

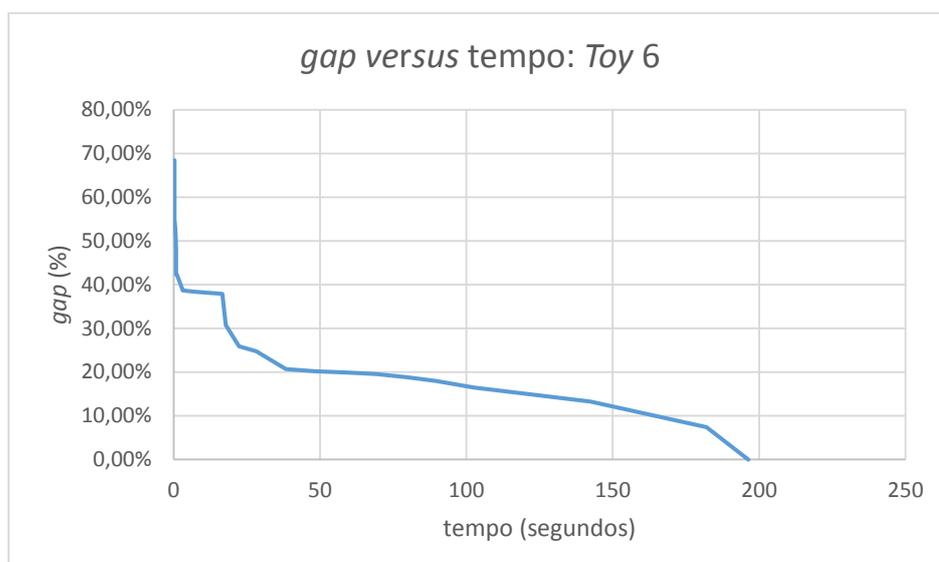
Figura 4.10: *Gap versus tempo: toy 3.*



Para este caso percebe-se que o método de solução tem um pouco de dificuldade para achar uma solução inicial factível; a primeira solução é encontrada após 346 segundos de processamento. Posteriormente, o *gap* apresenta duas melhorias de 20% aproximadamente, cada uma dentro de um período de 4800 segundos, e separadas por um período de estagnação. Após isso, a convergência do método torna-se lenta melhorando de 22,44% para 17,19% em aproximadamente 13000 segundos de processamento.

Por último, a instância *toy 6* é uma instancia ainda mais restrita dado que tem janelas de tempo para todos os clientes, indisponibilidade em alguns pontos de parada e a distância de agrupamento reduzida para 30.

Figura 4.11: *Gap versus tempo: toy 6.*



Nota-se que é atingida a otimalidade para esta instância em pouco tempo (197 segundos). De maneira similar às instâncias anteriores o método consegue encontrar uma solução inicial e rapidamente

atinge uma melhoria na qualidade da solução nos primeiros 17 segundos de processamento, depois disso o método precisa de 180 segundos para que o *gap* diminua progressivamente até chegar ao zero.

De forma geral, independentemente da instância, pode-se afirmar que o método é capaz de encontrar soluções iniciais em tempos relativamente curtos, com melhoria substancial em relação à solução inicial em pouco tempo; então, a busca pela convergência ao ótimo segue no tempo computacional disponibilizado.

4.2.4 Convergência do método e número de variáveis binárias.

Pelos dados apresentados na Tabela 4.12, percebe-se que à medida que a instância se torna mais restrita o número de variáveis inteiras diminui e isso está relacionado estreitamente com a convergência do método. Para os *toys* 1 e 2 o número de variáveis ultrapassa as 6000 e a convergência do método fica acima de 20% de *gap*. Nota-se também que para o *toy* 4, *toy* 6 e *toy* 7 em que o número de variáveis é menor de 4610 o método de solução conseguiu convergir até a solução ótima de cada instância. Por conseguinte, o que se pode concluir é que há uma tendência de redução do *gap* da solução incumbente com a redução do número de variáveis binárias.

Tabela 4.12: Convergência do método *versus* número de variáveis binárias.

Instância	Número de variáveis binárias	<i>gap</i>
<i>toy</i> 1	6228	22,56%
<i>toy</i> 2	6030	22,42%
<i>toy</i> 3	4713	17,19%
<i>toy</i> 4	2014	0,00%
<i>toy</i> 5	4671	16,57%
<i>toy</i> 6	4607	0,00%
<i>toy</i> 7	4597	0,00%

4.3 Experimentos com instâncias de instâncias de Solomon (1987) es-tendidas.

Essa seção avalia o comportamento do modelo (3.1)-(3.30) ao utilizar um conjunto de instâncias geradas a partir de modificações em algumas instâncias propostas por Solomon (1987). As matrizes de distâncias assimétricas foram geradas por meio da distribuição de probabilidade uniforme. O intervalo [0,100] foi considerado para as matrizes de distâncias de veículos, enquanto o intervalo [0,50] para as distâncias dos entregadores. A partir das instâncias RC101, RC102 e RC103 de Solomon foram geradas 9 instâncias

estendidas; a partir de cada uma delas foi criado um exemplar com 12, 25 e 50 clientes. Assim, tem-se 3 instâncias de 12 clientes, 3 instâncias de 25 clientes e 3 instâncias de 50 clientes com diferentes matrizes de distâncias.

Os parâmetros das instâncias foram gerados da seguinte forma: as coordenadas do depósito e dos clientes, assim como as demandas dos clientes, são as mesmas reportadas nas instâncias de Solomon (1987); as coordenadas dos pontos de parada, se coincidentes com os clientes, são as mesmas do cliente associado ao ponto de parada, caso contrário, as coordenadas são geradas aleatoriamente no intervalo $[0,100]$.

Os tempos de serviço para cada cliente, dependentes do número de entregadores, foram calculados de acordo com Pureza, Morabito e Reimann (2012), que utilizaram como base os tempos propostos por Solomon (1987). Com relação às janelas de tempo, foram geradas janelas triviais e amplas para os clientes e pontos de parada; o procedimento utilizado para o cálculo é descrito a seguir, considerando a notação introduzida na seção anterior:

$$a_i = a_1 + tv_{1i} \quad \forall i \in S \cup C \quad (1)$$

$$b_i = b_1 - tv_{i1} - TS_{i1} \quad \forall i \in C \quad (2)$$

$$b_i = b_1 \quad \forall i \in S \quad (3)$$

A expressão (1) indica que o tempo de abertura da janela de tempo para os clientes e os pontos de parada é igual ao tempo de abertura do depósito somado o tempo de viagem até o nó cliente ou ponto de parada. A expressão (2) estabelece que o tempo de encerramento para os clientes é igual o tempo de encerramento do depósito menos o tempo de viagem desde o depósito até o cliente e o tempo de serviço do cliente com um entregador. Cabe ressaltar que é utilizado o tempo de serviço com um entregador dado que esse tempo indica o tempo mais tarde de retorno até o depósito factível para qualquer número de entregadores. A expressão (3) determina que o tempo de encerramento da janela de tempo dos pontos de parada corresponde ao tempo de encerramento da janela de tempo do depósito.

Os custos unitários utilizados na função objetivo em todas as instâncias são $C_1= 1000$, $C_2= 1,1$, $C_3= 500$ e $C_4= 100$, enquanto o tempo de processamento adotado é 18.000 segundos (5 horas). O parâmetro $maxdist = 50$ foi adotado para permitir o agrupamento de qualquer par de nós.

4.3.1 Resultados para as instâncias de Solomon estendidas.

Os resultados apresentados na Tabela 4.13 correspondem às instâncias geradas como especificado anteriormente; lembre-se que elas não apresentam janelas de tempo apertadas.

Tabela 4.13: Resultados para as instâncias de Solomon estendidas.

Instância	Gap (%)	Tempo (s)	Distância (u.d.)	Número de <i>clusters</i>	Número de veículos	Número de entregadores	Número de <i>clusters</i>	Máxima cardinalidade dos <i>clusters</i>
Instância1_12	29,03	18000,00	39,2	3	2	4	6	6
Instância1_25	22,50	18000,00	38,8	3	3	7	10	10
Instância1_50	77,28	18000,00	224,2	34	12	25	5	5
Instância2_12	0	2037,79	44,2	3	2	5	5	5
Instância2_25	18,80	18000,00	45,0	4	4	12	7	7
Instância2_50	54,28	18000,00	134,8	15	11	29	6	6
Instância3_12	0	10746,57	20,4	2	2	6	6	6
Instância3_25	20,40	18000,00	52,2	4	4	12	7	7
Instância3_50	-	18000,00	-	-	-	-	-	-

Os resultados da Tabela 4.13, mostram que em 6 das 9 instâncias tratadas, o modelo/método de solução produziu soluções com *gaps* acima de 20%, mesmo após 5 horas de processamento. Para uma instância de 50 clientes, o solver não foi capaz de achar uma solução factível inicial dentro do tempo limite, o que revela que a abordagem apresenta grandes dificuldades de solução para este conjunto de instâncias. Vale a pena destacar que a Instância3_50 é uma instância que possui aproximadamente 430000 restrições e mais de um milhão e meio de variáveis em que mais de 392000 são inteiras binárias.

4.3.2 Resultados para as instâncias de Solomon estendidas sem considerar o custo de parada.

O custo de parada unitário C_3 foi concebido com o intuito de introduzir no modelo a dificuldade que os veículos enfrentam em achar pontos de paradas disponíveis a serem usados para o atendimento dos clientes (sem tornar indisponível nenhum ponto) no processo de distribuição. Esse custo adotado penaliza o uso de cada ponto de parada na solução, estimulando o aumento da cardinalidade dos *clusters* e da distância percorrida pelos entregadores.

Assim, o método busca uma solução que utilize o menor número possível de pontos de paradas, o que acredita-se que possa impactar reduzindo a distância total percorrida pelos veículos. A seguir, são apresentados os resultados obtidos sem o termo que contabiliza o custo de parada:

Tabela 4.14: Resultados para instâncias de Solomon estendidas sem custo C_3 .

Instância	Gap (%)	Tempo (s)	Distância (u.d.)	Número de clusters	Número de veículos	Número de entregadores	cardinalidade dos clusters	Máxima
Instância1_12	50,55	18000,00	17,4	4	2	3	5	
Instância1_25	67,39	18000,00	81,4	13	6	10	4	
Instância1_50	-	18000,00	-	-	-	-	-	
Instância2_12	25,99	18000,00	15,2	4	2	5	5	
Instância2_25	63,71	18000,00	129,6	16	8	17	4	
Instância2_50	-	18000,00	-	-	-	-	-	
Instância3_12	34,27	18000,00	33,6	5	3	5	4	
Instância3_25	58,46	18000,00	100,4	12	7	15	4	
Instância3_50	-	18000,00	-	-	-	-	-	

Ao comparar esses resultados com os obtidos considerando o custo de parada, percebe-se que o método não conseguiu resolver nenhum exemplar de 50 clientes, enquanto que o método considerando o custo de parada conseguiu resolver otimamente 2 instâncias de 50 clientes. Além disso, percebe-se que os *gaps* são maiores para todos os casos das instâncias que foram resolvidas sem o custo quando comparados aos resultados com o custo. Isso pode sugerir que o custo de parada tem o potencial de contribuir à convergência do método. Para as soluções das instâncias de 12 e 25 clientes com esse custo, obteve-se uma distância média percorrida pelos veículos aproximadamente igual a 39,96 unidades, enquanto que para esse mesmo subconjunto de instâncias, as soluções sem considerar o custo de parada obtiveram distância média de aproximadamente 62,93 unidades, o que representa um aumento de aproximadamente 36,5% da distância percorrida pelos veículos quando o custo de parada não é considerado no método.

Outro fato que se pode apontar é o aumento do número de *clusters* nas soluções sem o custo de parada, o que implicou de forma direta na diminuição das cardinalidades do *clusters* nas soluções. Isto sustenta o aumento da distância, dado que é necessário que os veículos percorram maior distância para cumprir com as visitas de todos os pontos de demanda. Analisando o número de veículos, em quatro das seis instâncias consideradas houve aumento; de forma geral, o número de veículos utilizados para as soluções com custo de parada é de 17, enquanto que para as soluções sem custo de parada é 28, o que representa um aumento significativo. De forma similar, o número de entregadores também aumentou ao não se considerar o custo de parada, partindo de 46 entregadores (considerando o custo) para 55 entregadores.

Analisando um caso particular, por exemplo, a Instância1_25, a solução sem o custo de parada tem

um valor objetivo de 6289,54, quanto que o valor objetivo aplicando o método com o custo é de 3182,68 (considerando somente o custo de veículos, entregadores e distância), o que representa uma redução de quase a metade dos custos reais na solução. Assim, pode-se afirmar pelo menos para este conjunto de instâncias, que a imposição do custo de parada contribui tanto para a convergência do método quanto para qualidade das soluções com relação à distância, número de veículos e entregadores.

4.3.3 Resultados para as instâncias com mudança nos custos (custo dos entregadores maior do que o custo dos veículos).

Um cenário de interesse a ser testado é quando o custo de contratação de um entregador é superior ao custo de utilizar um veículo. Este cenário pode ser valioso em contextos em que as empresas distribuidoras possam ter interesse na minimização do número que entregadores, caso em que a contratação de mão de obra, mesmo com pouca qualificação, seja muito cara. Os custos adotados para esses experimentos, e utilizados na função objetivo do modelo, foram os seguintes $C_1 = 10$, $C_2 = 1,1$, $C_3 = 500$ e $C_4 = 1000$. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 4.15.

Tabela 4.15: Resultados para as instâncias de Solomon estendidas com mudança nos custos.

Instância	Gap (%)	Tempo (s)	Distância (u.d.)	Número de clusters	Número de veículos	Número de entregadores	Máxima cardinalidade dos clusters
Instância1_12	39,61	18000,00	35,8	4	2	3	5
Instância1_25	71,07	18000,00	98,8	8	5	9	8
Instância1_50	-	18000,00	-	-	-	-	-
Instância2_12	32,94	18000,00	22,0	3	2	5	7
Instância2_25	63,89	18000,00	120,8	8	8	12	6
Instância2_50	-	18000,00	-	-	-	-	-
Instância3_12	40,81	18000,00	41,2	3	3	6	6
Instância3_25	67,90	18000,00	123,8	10	10	13	5
Instância3_50	-	18000,00	-	-	-	-	-

Primeiramente, nota-se que nenhuma das instâncias de 50 clientes conseguiu ser resolvida otimamente pelo método dentro do tempo computacional estabelecido, além de que para as instâncias de 12 e 25 clientes, os *gaps* são consideravelmente maiores quando comparados aos *gaps* obtidos pelo método sem mudanças no custo. Apesar do custo de um entregador ser maior do que o custo de um veículos, não se verificou diminuição no número de entregadores com exceção de uma instância de 12 clientes (Instância1_12) para a qual o método atingiu a redução de 1 entregador. Para as demais instâncias, o método achou soluções em que o número de entregadores se manteve ou houve aumento no número

de entregadores quando comparado às soluções do método sem a mudança no custo.

4.3.4 Resultados para as instâncias de Solomon estendidas considerando coordenadas dos clientes e pontos de parada não coincidentes.

Outro cenário que pode ter importância é aquele em que os pontos de parada não necessariamente coincidem com a localizações dos clientes, ou seja, não há necessariamente um ponto de parada em frente a cada cliente frente. Esse cenário simula o caso em que nas cidades existem espaços destinados ao estacionamento de veículos, para este caso, as coordenadas dos pontos de paradas foram modificadas por meio de números aleatórios gerados no intervalo [0,100]. Os resultados para este caso são apresentados na Tabela 4.16 a seguir:

Tabela 4.16: Resultados para as instâncias de Solomon estendidas com pontos de parada não coincidentes com clientes.

Instância	Gap (%)	Tempo (s)	Distância (u.d.)	Número de clusters	Número de veículos	Número de entregadores	cardinalidade dos clusters Máxima
Instância1_25	29,99	18000,00	55	4	3	9	9
Instância1_50	67,78	18000,00	134,2	20	10	27	8
Instância2_12	0,00	35,86	41,8	3	2	5	6
Instância2_25	19,53	18000,00	51,6	4	4	11	8
Instância2_50	78,31	18000,00	306,6	45	16	31	3
Instância3_12	0,01	18000,00	17,0	2	2	6	6
Instância3_25	34,01	18000,00	31,2	5	5	15	6
Instância3_50	-	18000,00	-	-	-	-	-

A partir dos resultados apresentados pode-se apontar que para as instâncias de 12 clientes há variação não maior do que aproximadamente 1% quanto ao *gap*, ao mesmo tempo que existem mudanças nos tempos de convergência; por exemplo para a Instância2_12 houve uma diminuição de 2037,79 segundos (com pontos coincidentes) para 35,68 segundos, em quanto que Instância3_12 passou de uma solução ótima em 10746,57 (com pontos coincidentes) para uma solução com *gap* muito próximo de zero depois de 18000 segundos de processamento. Para todas as instâncias de 25 clientes houve aumento do *gap*, pelo menos dentro do tempo estabelecido para a execução do método, enquanto que para as duas instâncias de 50 clientes em que o método conseguiu achar uma solução factível houve aumento para Instância2_50 e diminuição para Instância1_50. Assim, não há evidências suficientes para concluir se os pontos de parada não coincidentes com os clientes auxiliaram a convergência do método. Em referência à Instância3_50, pode-se apontar que similarmente à instância análoga com pontos de parada

coincidentes com os clientes (seção 4.3.1), o modelo da Instância3_50 possui mais de um milhão e meio de variáveis das quais mais de 392000 são binárias, o que a caracteriza potencialmente como de difícil resolução.

Com relação à distância percorrida, não existe uma tendência de redução ou aumento para todos os subconjuntos de 12, 25 e 50 clientes. De forma geral, quando os pontos de parada são coincidentes com os clientes, em média a distância percorrida pelos veículos é 74,85u.d. enquanto que para os pontos de parada não coincidentes com os clientes, a distância média percorrida é 84,9 unidades. Este resultado parece sugerir que os veículos precisam percorrer maiores distâncias quando as coordenadas dos pontos de parada não são coincidentes com as localizações dos clientes.

4.3.5 Resultados para as instâncias de Solomon estendidas considerando janelas de tempo para clientes.

Para esta rodada de experimentos é considerado o cenário em que o atendimento dos clientes não pode ser realizado ao longo do horizonte de planejamento, mas dentro de um intervalo de tempo previamente estabelecido para cada um dos clientes. O procedimento para a geração das janelas de tempo é similar ao descrito em Solomon (1987). Primeiramente, é selecionado o centro da janela de tempo, gerando um número aleatório no intervalo $[a_1 + tv1_{1i}, b_1 - tv1_{i1} - TS_{i1}]$; em seguida, é gerada a metade da largura da janelas mediante outro número aleatório que, posteriormente, é subtraído do centro da janela para gerar o tempo de abertura da janela e adicionado ao centro para gerar o tempo de encerramento. As metades das larguras das janelas de tempo foram geradas no intervalo [5,15].

As janelas de tempo dependem diretamente dos tempos de abertura e encerramento do depósito. Para este nó, os tempos foram estabelecidos da seguinte forma:

Tabela 4.17: Tempos de abertura e encerramento do depósito para as instâncias estendidas.

Instância	Abertura do depósito	Encerramento do depósito
Instância1_12	0	230
Instância1_25		
Instância1_50		
Instância2_12	0	240
Instância2_25		
Instância2_50		
Instância3_12	0	210
Instância3_25		
Instância3_50		

Considerando os dados supracitados, os resultados obtidos foram tabulados na Tabela 4.18, apresentada a seguir:

Tabela 4.18: Resultados para as instâncias de Solomon estendidas com janelas de tempos para clientes.

Instância	Gap (%)	Tempo (s)	Distância (u.d.)	Número de clusters	Número de veículos	Número de entregadores	Máxima cardinalidade dos clusters
Instância1_12	15,23	18000,00	20,4	2	2	4	10
Instância1_25	61,42	18000,00	69,4	6	6	11	5
Instância1_50	60,34	18000,00	383,8	28	28	58	3
Instância2_12	38,68	18000,00	45,0	3	3	6	6
Instância2_25	69,58	18000,00	129,8	10	10	14	3
Instância2_50	69,78	18000,00	651,6	40	40	50	2
Instância3_12	42,62	18000,00	63,8	3	4	7	4
Instância3_25	35,83	18000,00	53,4	5	5	12	7
Instância3_50	-	18000,00	-	-	-	-	-

Os resultados revelam que para este conjunto de instâncias a imposição das janelas de tempo não necessariamente favorece a convergência do método. Somente para a Instância1_12 é verificada redução do *gap* quando comparado com a solução da instância sem janelas de tempo. Vale a pena ressaltar que não estão sendo analisadas soluções ótimas, de maneira que o aumento nos *gaps* pode ser uma situação transitória dada a limitação do tempo de processamento de cada instância.

4.3.6 Resultados para as instâncias de Solomon estendidas considerando janelas de tempo para clientes e redução da distância de agrupamento.

Essa rodada de experimentos corresponde ao cenário testado na seção anterior, porém é realizada uma redução da distância máxima de agrupamento (parâmetro *maxdist*) de 50 para 21 unidades. Os resultados obtidos são apresentados em seguida:

Tabela 4.19: Resultados para as instâncias de Solomon estendidas considerando janelas de tempo para clientes e redução da distância de agrupamento.

Instância	Gap (%)	Tempo (s)	Distância (u.d.)	Número de clusters	Número de veículos	Número de entregadores	Máxima cardinalidade dos clusters
Instância1_12	30,57	18000,00	44,8	4	3	6	4
Instância1_25	49,27	18000,00	63,0	5	5	11	8
Instância1_50	62,47	18000,00	490,2	32	32	56	3
Instância2_12	28,88	18000,00	45,0	3	3	6	6
Instância2_25	65,93	18000,00	129,8	10	10	14	3
Instância2_50	67,71	18000,00	659,0	41	41	50	2
Instância3_12	38,38	18000,00	63,8	3	4	7	4
Instância3_25	33,94	18000,00	71,0	5	5	13	6
Instância3_50	-	18000,00	-	-	-	-	-

Conforme esperado, para todas as instâncias exceto a Instância1_12 e Instância1_50 observa-se diminuição no *gap*.

4.4 Experimentos com instâncias reais.

Com a finalidade de testar um cenário realista, foi gerado um conjunto de instâncias a partir de dados reais de 50 clientes de uma empresa distribuidora de bebidas em uma cidade do interior do estado de São Paulo, e discutido em Souza Neto e Pureza (2016). De forma similar à seção anterior, algumas características são testadas com o intuito de descrever posteriormente o comportamento do método de solução sob algumas situações.

Os dados obtidos desses clientes são suas localizações, demandas, tempos de serviço, e a partir das localizações foram geradas as matrizes de distâncias reais para veículos e entregadores calculadas mediante o serviço de pesquisa e visualização de mapas *Google Map*. Essas são matrizes assimétricas dado que se considera as restrições próprias da malha viária da cidade do caso de estudo. O procedimento utilizado para cálculo das janelas de tempo para estas instâncias é o mesmo descrito na Seção 4.3. Assim, foram produzidos 16 exemplares distribuídos assim: uma instância de 50 nós, três instâncias de 25 nós, seis instâncias de 20 nós e seis instâncias de 15 nós, totalizando 16 instâncias.

Os custos unitários utilizados na função objetivo em todas as instâncias são $C_1 = 1000$, $C_2 = 1,1$, $C_3 = 500$ e $C_4 = 20$, enquanto o tempo de processamento adotado é 18.000 segundos (5 horas). Com base no estudo de caso em Souza Neto e Pureza (2016), o parâmetro *maxdist* foi estabelecido como 150 metros,

as velocidades adotadas foram as médias de uma equipe de entregadores andando no mundo real e de veículos circulando em cidades com congestão veicular. Especificamente, a velocidade dos entregadores foi estabelecida como $v_2=1,39$ (5km/h em m/s) enquanto a velocidade do veículo foi estabelecidas como $v_1=6,67$ (24km/h em m/s). O tempo de abertura do depósito é 0 e seu encerramento é 28.800 segundos, e esse intervalo equivale a 8 horas de jornada diária de trabalho.

4.4.1 Resultados para instâncias reais.

Para as instâncias reais, os resultados são apresentados na Tabela 4.20.

Tabela 4.20: Resultados para instâncias reais.

Instância	Gap (%)	Tempo (s)	Distância (m)	Número de clusters	Número de veículos	Número de entregadores	cardinalidade dos clusters	Máxima
Real15_1	0,00	51,38	8824,4	7	1	2	4	
Real15_2	0,00	35,19	8978,4	6	1	2	5	
Real15_3	0,00	51,57	9482,7	9	1	2	5	
Real15_4	0,00	10,84	18604,3	6	2	5	5	
Real15_5	0,00	61,16	9482,7	9	1	2	5	
Real15_6	0,00	16,67	10270,5	6	1	2	5	
Real20_1	0,00	1936,08	15705,1	9	2	4	5	
Real20_2	0,00	2296,36	15983,4	9	2	3	5	
Real20_3	0,00	571,22	17343,8	10	2	4	5	
Real20_4	0,00	215,09	18901,4	10	2	5	5	
Real20_5	0,00	362,14	17041,7	10	2	3	5	
Real20_6	0,00	25,08	18891,3	10	2	3	5	
Real25_1	0,01	18000,00	16364,7	11	2	4	5	
Real25_2	8,69	18000,00	15653,9	4	2	6	12	
Real25_3	0,00	6829,66	16701,4	12	2	4	5	
Real50	4,86	18000,00	34233,1	21	4	10	5	

De forma geral, o método de solução conseguiu resolver otimamente todas as instâncias de 15, 20, e além disso, uma instância de 25 (Real25_3). Observa-se também que para o restante das instâncias nenhum *gap* ultrapassa o 9% o que sugere que o método é capaz de achar boas soluções dentro do tempo dado para o processamento de cada instância. Para esses casos em que a solução ótima não foi atingida, os tempos obtenção das soluções reportadas são 15915,77 (Real25_1), 15788,88 (Real25_2) e 16830,50 (Real50) segundos.

4.4.2 Resultados para as instâncias reais sem considerar o custo de parada.

Mais uma vez o método de solução foi testado retirando o custo de parada fictício C_3 que foi imposto como uma tentativa de obtenção de soluções de melhor qualidade. A seguir, são apresentados os resultados obtidos dentro do tempo disponibilizado:

Tabela 4.21: Resultados para instâncias reais sem considerar o custo de parada C_3 .

Instância	Gap (%)	Tempo (s)	Distância (m)	Número de clusters	Número de veículos	Número de entregadores	cardinalidade dos clusters	Máxima
Real15_1	0,00	88,25	8825,1	8	1	1	4	
Real15_2	0,00	986,535	8979,1	8	1	1	3	
Real15_3	0,00	70,21	9482,7	10	1	1	3	
Real15_4	0,00	38,93	18604,3	7	4	2	3	
Real15_5	0,00	64,33	9482,7	10	1	1	3	
Real15_6	0,00	141,46	10270,5	7	1	1	3	
Real20_1	0,00	220,46	15705,0	12	2	2	3	
Real20_2	0,01	18000,00	15984,1	12	2	2	3	
Real20_3	0,00	2313,87	17342,4	11	2	4	3	
Real20_4	0,00	336,91	10689,2	11	1	3	4	
Real20_5	0,00	500,20	17041,7	11	2	2	3	
Real20_6	0,00	1285,43	18891,3	11	2	2	3	
Real25_1	0,02	18000,00	16366,1	15	2	2	3	
Real25_2	1,41	18000,00	14828,7	4	2	5	10	
Real25_3	0,01	18000,00	16701,4	14	2	2	3	
Real50	7,77	18000,00	34102,1	23	4	9	5	

Para a seguinte análise são comparadas as soluções ótimas atingidas com o custo de parada e sem considerar esse custo, de maneira que não serão levadas em conta as instâncias Real20_2, todas as de 25 clientes e a instância Real50. Para todos os casos analisados, nota-se maiores tempos de convergência quando não é considerado o custo de parada C_3 . O tempo médio de convergência é 549,69 segundos enquanto o tempo de convergência utilizando o custo é de 303,31 segundos.

Além disso, ressalta-se que neste caso não houve diminuição significativa na distância percorrida pelos veículos com exceção da instancia Real20_4. Também, nas instâncias em que não foi possível obter a solução ótima os tempos de obtenção das soluções reportadas na Tabela 4.21 estão entre 13025,85 e 16893,75 segundos.

4.4.3 Resultados para as instâncias reais com mudança nos custos (custo de entregadores maior que custo dos veículos).

Os custos utilizados na função objetivo para esses experimentos foram os seguintes: $C_1 = 1000$, $C_2 = 1,1$, $C_3 = 500$ e $C_4 = 4000$. Os resultados obtidos são apresentados a seguir na Tabela 4.22.

Tabela 4.22: Resultados para as instâncias reais com mudança nos custos (custo dos entregadores maior do que o custo dos veículos).

Instância	Gap (%)	Tempo (s)	Distância (m)	Número de clusters	Número de veículos	Número de entregadores	Máxima cardinalidade dos clusters
Real15_1	0,00	70,17	8825,1	8	1	1	4
Real15_2	0,00	101,41	9003,6	7	1	1	4
Real15_3	0,00	66,64	9714,3	9	1	1	3
Real15_4	12,75	18000,00	18879,8	6	2	4	5
Real15_5	0,00	69,62	9714,3	9	1	1	3
Real15_6	0,00	120,63	10270,5	7	1	1	3
Real20_1	0,00	2799,67	15705,0	11	2	2	3
Real20_2	0,00	2352,45	16008,6	10	2	2	4
Real20_3	17,28	18000,00	17343,8	10	2	4	5
Real20_4	16,94	18000,00	18901,4	11	2	4	3
Real20_5	0,00	164,74	17041,7	10	2	3	5
Real20_6	0,00	534,71	18891,3	11	2	2	3
Real25_1	0,01	18000,00	16390,6	13	2	2	4
Real25_2	28,80	18000,00	16365,4	7	2	4	6
Real25_3	0	10574,48	16933,8	13	2	2	3
Real50	21,02	18000,00	36015,0	24	4	7	5

Ao resolver as instâncias, o método de solução atingiu a solução ótima de 10 das 16 instâncias testadas, em quanto que quando o método não considera a mudança nos custos consegue-se resolver 13 das 16 instâncias até a otimalidade. Nos casos em que o método não conseguiu a solução ótima, as melhores soluções reportadas foram obtidas entre 13096,08 e 17941,88 segundos.

Por outro lado, com exceção da instância Real20_5, em todos casos em que foram obtidas soluções ótimas, houve aumento do tempo computacional investido na resolução, o que sugere que a mudança nos custos pode dificultar a convergência do método de solução, pelo menos para este conjunto de instâncias.

Com relação ao número de entregadores utilizados nas soluções de cada uma das instâncias testadas, percebe-se que com exceção da instância Real20_5, para todas as instâncias houve diminuição no número de entregadores utilizados. Nota-se que essa redução foi acompanhada do aumento do número de *clusters*, diminuindo a cardinalidade dos mesmo. Desta forma, a distância percorrida pelos veículos aumentou para permitir o atendimento de todos os clientes.

4.4.4 Resultados para as instâncias reais considerando janelas de tempo para clientes.

Para este caso, de maneira similar à seção 4.3.5, foi testado o cenário onde o atendimento dos clientes é realizado dentro de um intervalo de tempo definido previamente para todos os clientes. O procedimento empregado para gerar das janelas de tempo é exatamente igual ao procedimento descrito na seção 4.3.5, com a diferença que as metades das larguras das janelas de tempo foram geradas no intervalo de [240,1200] segundos.

Para todas as instâncias, o instante de abertura da janela de tempo do depósito é zero e seu instante de encerramento é 28800 segundos. Sob as condições supracitadas, os resultados obtidos pelo método de solução são apresentados na Tabela 4.23:

Tabela 4.23: Resultados para as instâncias reais considerando janelas de tempo para clientes.

Instância	Gap (%)	Tempo (s)	Distância (m)	Número de clusters	Número de veículos	Número de entregadores	cardinalidade dos clusters Máxima
Real15_1	0,00	36,76	8824,4	7	1	2	4
Real15_2	0,00	9,59	8978,4	6	1	2	5
Real15_3	0,00	19,04	9482,7	9	1	2	5
Real15_4	0,00	15,92	18604,3	6	2	5	5
Real15_5	0,00	39,04	9482,7	9	1	2	5
Real15_6	0,00	39,15	10270,5	6	1	2	5
Real20_1	0,00	39,20	15705,0	9	2	4	5
Real20_2	0,00	134,98	15983,4	9	2	3	5
Real20_3	0,00	310,87	17343,8	10	2	4	5
Real20_4	0,00	58,22	11056,1	10	1	3	5
Real20_5	0,00	50,13	17041,7	10	2	3	5
Real20_6	0,00	72,01	18891,3	10	2	3	5
Real25_1	0,00	176,85	16364,7	11	2	4	5
Real25_2	37,17	18000,00	23312,9	4	3	8	9
Real25_3	0,00	291,08	16701,4	12	2	4	5
Real50	19,72	18000,00	42151,0	21	5	12	5

Após observar os dados, o primeiro fato a ser destacado é que para 14 das 16 instâncias testadas o método foi capaz de achar soluções ótimas. Nesses 14 casos as soluções foram obtidas em menos de 6 minutos de processamento, sendo todos esses tempos menores quando comparados aos tempos na ausência das janelas de tempo. Nota-se que para a instância Real25_1 sem janelas de tempo não foi obtida a solução ótima, enquanto que com janelas de tempo foi possível obtê-la.

Com relação às instâncias em que não foi obtida a solução ótima os tempos de obtenção da melhores soluções foram 15707,55 (Real25_2) e 17802,51 (Real50) segundos.

Capítulo 5

Conclusões

O presente trabalho abordou o Problema de Localização-Roteamento em Dois Níveis com Janelas de Tempo e Múltiplos Entregadores (*Two-echelon Location-routing Problem with Time Windows and Multiple Deliverymen* - 2E-LRPTWMD), uma extensão do Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Entregadores (VRPTWMD) e que inclui a decisão de formação de *clusters* e de roteamento dos clientes internos aos *clusters*. Nesta pesquisa foi realizada uma revisão da literatura do VRPTWMD, considerando tanto trabalhos que partem de *clusters* de clientes previamente definidos como os que incluem a formação e roteamento dos clientes internos aos *clusters* e inclusive alguns trabalhos correlatos.

O 2E-LRPTWMD foi formalmente descrito e formulado por um modelo de programação inteira mista. Em seguida, foram apresentados resultados de experimentos computacionais que validam o modelo introduzido no presente trabalho como uma extensão do modelo proposto por Pureza, Morabito e Reimann (2012). A seguir, foram apresentados experimentos computacionais para diversos cenários com três conjuntos de instâncias de distintas características.

O primeiro conjunto é composto por instâncias de pequeno porte (*toys*), os resultados revelam que o 2E-LRPTWMD é um problema de difícil resolução, em particular, na escassez de janelas de tempo em clientes. Nesses casos, o método exato utilizado enfrentou dificuldades de convergência, produzindo soluções com *gaps* de cerca de 20%, mesmo após várias horas de processamento. De forma complementar, os resultados também indicam que ao impor um bom número de janelas de tempo em clientes é possível resolver exemplos *toys* até a otimalidade.

Nota-se igualmente que à medida que se reduz a distância radial máxima entre clientes e pontos de parada, a velocidade de convergência do método exato aumenta, tornando a instância mais fácil de ser resolvida. Esse comportamento pode ser justificado pela redução da quantidade de clientes que podem ser agrupados e, por conseguinte, servidos em cada rota secundária. Tal redução provoca a anulação de variáveis de designação de clientes a *clusters* e de variáveis de fluxo no segundo nível do roteamento ainda na fase de pré-processamento do *branch-and-cut* do CPLEX e, assim como na imposição de janelas de tempo em clientes, reduz o espaço de soluções factíveis.

O segundo conjunto corresponde a instâncias de Solomon estendidas e os resultados obtidos para este conjunto torna visível mais uma vez as dificuldades de convergência do método, uma vez que para algumas instâncias de 50 clientes não foi possível obter pelo menos uma solução factível. Adicionalmente, os resultados mostraram que pelo menos para este conjunto de instâncias, a imposição do custo de parada pode contribuir tanto para a convergência do método como para a qualidade das soluções com relação à distância, número de veículos e entregadores.

Outros experimentos com este conjunto de instâncias evidenciam que não é possível concluir se os pontos de parada não coincidentes com os clientes auxiliaram a convergência do método, além disso, com relação à distância percorrida não existe tendência de redução ou aumento, porém em média os resultados parecem sugerir que os veículos precisam percorrer maiores distâncias quando as coordenadas dos pontos de parada não são coincidentes com as localizações dos clientes. Por outro lado e contrário do esperado, os resultados revelam que para este conjunto de instâncias a imposição das janelas de tempo não necessariamente favorece a convergência do método.

O terceiro conjunto faz referência ao conjunto de instâncias reais e neste caso, o método de solução conseguiu resolver otimamente todas as instâncias de 15, 20, e uma instância de 25 clientes. Observa-se também que para o restante das instâncias nenhum *gap* ultrapassa 9% o que sugere que o método é capaz de achar boas soluções dentro do tempo disponibilizado para o processamento de cada instância. De forma complementar os resultados mostram que quando o custo de parada é retirado da função objetivo, os tempos de convergência são maiores quando comparados com os resultados utilizando o custo. Outros resultados mudando os custos de função objetivo (custo do entregador maior do que o custo do veículo) parecem sugerir que dita mudança pode dificultar a convergência do método de solução. Por último, para este caso a imposição de janelas de tempo nos clientes auxilia a convergência do método, sendo todos os tempos de convergência menores quando comparados aos tempos na ausência das janelas de tempo.

Como perspectivas de pesquisa futuras tem-se:

- (i) Explorar outras formulações para o 2E-LRPTWMD que possam obter melhores resultados, por exemplo, uma formulação explorando grafos multicamadas em que cada camada representa um nível;
- (ii) Desenvolver e implementar um método para resolução mais eficiente para o 2E-LRPTWMD, podendo ser um método exato, heurístico ou uma combinação dos anteriores;
- (iii) Incluir outras características no problema, como frota heterogênea, múltiplas rotas, múltiplos depósitos, entregas e coletas simultâneas, entre outras, a fim de simular possíveis cenários reais nos processos logísticos das empresas distribuidoras;
- (iv) Gerar e resolver instâncias com um número maior de clientes, e

(v) Considerar incertezas em tempos de viagem e/ou demanda com a aplicação de técnicas de otimização robusta. A incerteza nos tempos de viagem simularia, de forma mais realista, as dificuldades de tráfego quando comparado com a adoção de tempos de viagem dos caminhões baseados em uma velocidade média, como no presente estudo.

Referências Bibliográficas

- AGGARWAL, C. C.; REDDY, C. K. (Ed.). *Data Clustering: Algorithms and Applications*. [S.l.]: CRC Press, 2013. (Data Mining and Knowledge Discovery Series).
- ANGELELLI, E.; SPERANZA, M. G. The application of a vehicle routing model to a waste-collection problem: two case studies. *Journal of the Operational Research Society*, v. 53, n. 9, p. 944–952, 2002. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601402>>.
- BECK, J. C.; PROSSER, P.; SELENSKY, E. On the reformulation of vehicle routing problems and scheduling problems. Springer Nature, p. 282–289, 2002.
- BELL, W. J.; DALBERTO, L. M.; FISHER, M. L.; GREENFIELD, A. J.; JAIKUMAR, R.; KEDIA, P.; MACK, R. G.; PRUTZMAN, P. J. Improving the distribution of industrial gases with an on-line computerized routing and scheduling optimizer. *Interfaces*, v. 13, n. 6, p. 4–23, 1983.
- BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. *International Journal of Operations & Production Management*, v. 22, n. 2, p. 241–264, 2002.
- BÖGL, M.; DOERNER, K. F.; PARRAGH, S. N. The school bus routing and scheduling problem with transfers. *Networks*, Wiley-Blackwell, v. 65, n. 2, p. 180–203, feb 2015.
- BRAEKERS, K.; RAMAEKERS, K.; NIEUWENHUYSE, I. V. The vehicle routing problem: State of the art classification and review. *Computers & Industrial Engineering*, v. 99, p. 300 – 313, 2016. ISSN 0360-8352. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835215004775>>.
- CALVO, R. W.; CORDONE, R. A heuristic approach to the overnight security service problem. *Computers & Operations Research*, v. 30, n. 9, p. 1269 – 1287, 2003. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054802000709>>.
- CLARKE, G.; WRIGHT, J. W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, v. 12, p. 568–581, 1964.
- DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. *Management Science*, v. 6, p. 80–91, 1959.
- DESROCHERS, M.; LENSTRA, J.; SAVELSBERGH, M. W. P.; SOUMIS, F. Vehicle routing with time windows: optimization and approximation. In: GOLDEN, B. L.; ASAD, A. A. (Ed.). *Vehicle Routing: Methods and Studies*. [S.l.]: North-Holland, 1988. p. 65–84. ISBN 0-444-70407-8.
- EGLESE, R. Routeing winter gritting vehicles. *Discrete Applied Mathematics*, v. 48, n. 3, p. 231 – 244, 1994. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0166218X92000035>>.
- FERREIRA, V. d. O.; PUREZA, V. Some experiments with a savings heuristic and a tabu search approach for the vehicle routing problem with multiple deliverymen. *Pesquisa Operacional*, v. 32, n. 2, p. 443–463, 2012.
- FREDERICKSON, G. N. Approximation algorithms for some postman problems. *Journal of the ACM, Association for Computing Machinery (ACM)*, v. 26, n. 3, p. 538–554, jul 1979.

- GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos*. [S.l.]: Elsevier, 2005.
- GOLDEN, B. L.; MAGNANTI, T. L.; NGUYEN, H. Q. Implementing vehicle routing algorithms. *Networks*, Wiley Subscription Services, Inc., A Wiley Company, v. 7, n. 2, p. 113–148, 1977. ISSN 1097-0037. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/net.3230070203>>.
- HAN, J.; KAMBER, M.; PEI, J. Advanced cluster analysis. In: HAN, J.; KAMBER, M.; PEI, J. (Ed.). *Data Mining (Third Edition)*. Third edition. Boston: Morgan Kaufmann, 2012, (The Morgan Kaufmann Series in Data Management Systems). p. 497 – 541. ISBN 978-0-12-381479-1. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780123814791000113>>.
- HAN, J.; KAMBER, M.; PEI, J. Cluster analysis: Basic concepts and methods. In: HAN, J.; KAMBER, M.; PEI, J. (Ed.). *Data Mining (Third Edition)*. Third edition. Boston: Morgan Kaufmann, 2012, (The Morgan Kaufmann Series in Data Management Systems). p. 443 – 495. ISBN 978-0-12-381479-1. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780123814791000101>>.
- JACOBSEN, S.; MADSEN, O. A comparative study of heuristics for a two-level routing-location problem. *European Journal of Operational Research*, v. 5, n. 6, p. 378 – 387, 1980. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377221780901241>>.
- KUMAR, S. N. A survey on the vehicle routing problem and its variants. *Intelligent Information Management*, Scientific Research Publishing, Inc., v. 04, n. 03, p. 66–74, 2012.
- LAPORTE, G. Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science*, Institute for Operations Research and the Management Sciences (INFORMS), v. 43, n. 4, p. 408–416, 2009.
- LAWLER, E. L.; LENSTRA, J. K.; KAN, A. H. G. R.; SHMOYS, D. B. *The Traveling Salesman Problem: A Guided Tour of Combinatorial Optimization*. [S.l.]: John Wiley and Sons, 1985.
- LENSTRA, J. K.; KAN, A. H. G. R. Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, Wiley-Blackwell, v. 11, n. 2, p. 221–227, 1981.
- MORABITO, R.; PUREZA, V. Modelagem e simulação. In: CAUCHICK, P. A. C. (Ed.). *Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações*. Segunda edição. [S.l.]: Elsevier Editora Ltda., 2012. p. 169 – 198.
- MUNARI, P.; MORABITO, R. *A branch-price-and-cut for the vehicle routing problem with time windows and multiple deliverymen*. Rod. Washington Luís, km 235 - SP-310, São Carlos - SP - CEP: 13565-905, 2016. Disponível em: <http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2016/01/5289.html>.
- NIKBAKHS, E.; ZEGORDI, S. A heuristic algorithm and a lower bound for the two-echelon location-routing problem with soft time window constraints. *Transaction E: Industrial Engineering*, v. 17, n. 1, p. 36–47, 2010. Disponível em: <<http://archive.scientairanica.com/PDF/Articles/00001369/zegordi.pdf>>.
- PERBOLI, G.; TADEI, R.; VIGO, D. The two-echelon capacitated vehicle routing problem: Models and math-based heuristics. *Transportation Science*, v. 45, n. 3, p. 364–380, 2011. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/trsc.1110.0368>>.
- PRIVÉ, J.; RENAUD, J.; BOCTOR, F.; LAPORTE, G. Solving a vehicle-routing problem arising in soft-drink distribution. *Journal of the Operational Research Society*, v. 57, n. 9, p. 1045–1052, 2006. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1057/palgrave.jors.2602087>>.
- PUREZA, V.; MORABITO, R.; REIMANN, M. Vehicle routing with multiple deliverymen: Modeling and heuristic approaches for the {VRPTW}. *European Journal of Operational Research*, v. 218, n. 3, p. 636 – 647, 2012. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221711010605>>.

- REVELLE, C. S.; LAPORTE, G. The plant location problem: New models and research prospects. *Operations Research*, v. 44, n. 6, p. 864–874, 1996. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/opre.44.6.864>>.
- SCHAEFFER, S. E. Graph clustering. *Computer Science Review*, Elsevier BV, v. 1, n. 1, p. 27–64, 2007.
- SENARCLENS DE GRANCY, G. An adaptive metaheuristic for vehicle routing problems with time windows and multiple service workers. *Journal of Universal Computer Science*, Verlag der Technischen Universität Graz, v. 21, n. 9, 2015. ISSN 0948-6968.
- SENARCLENS DE GRANCY, G.; REIMANN, M. Evaluating two new heuristics for constructing customer clusters in a vrptw with multiple service workers. *Central European Journal of Operations Research*, v. 23, n. 2, p. 479–500, 2015. ISSN 1613-9178. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s10100-014-0373-4>>.
- SENARCLENS DE GRANCY, G.; REIMANN, M. Vehicle routing problems with time windows and multiple service workers: a systematic comparison between aco and grasp. *Central European Journal of Operations Research*, v. 24, n. 1, p. 29–48, 2016. ISSN 1613-9178. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s10100-014-0341-z>>.
- SOLOMON, M. M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research*, v. 35, n. 2, p. 254–265, 1987. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/opre.35.2.254>>.
- SOUZA NETO, J. F. d.; PUREZA, V. Modeling and solving a rich vehicle problem for the delivery of goods in urban areas. *Pesquisa Operacional*, v. 36, n. 3, p. 421–446, 2016.
- TIMLIN, M. T. F.; PULLEYBLANK, W. R. Precedence constrained routing and helicopter scheduling: Heuristic design. *Interfaces*, v. 22, n. 3, p. 100–111, 1992.
- TOTH, P.; VIGO, D. *The vehicle routing problem*. [S.l.]: SIAM, 2002. v. 9. 367 p.
- UCHOA, E.; PECIN, D.; PESSOA, A.; POGGI, M.; VIDAL, T.; SUBRAMANIAN, A. New benchmark instances for the capacitated vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, v. 257, n. 3, p. 845 – 858, 2017. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221716306270>>.
- YAN, S.; TU, Y. ping. Multifleet routing and multistop flight scheduling for schedule perturbation. *European Journal of Operational Research*, v. 103, n. 1, p. 155 – 169, 1997. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221796002603>>.