

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

**REDUÇÃO DE RUÍDO *SPECKLE* EM IMAGENS  
DE ULTRASSOM COM FILTRAGEM  
NÃO-LOCAL E DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS**

**CID ADINAM NOGUEIRA SANTOS**

**ORIENTADOR: PROF. DR. NELSON DELFINO D'ÁVILA MASCARENHAS**

São Carlos – SP

Dezembro/2017

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

**REDUÇÃO DE RUÍDO *SPECKLE* EM IMAGENS  
DE ULTRASSOM COM FILTRAGEM  
NÃO-LOCAL E DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS**

**CID ADINAM NOGUEIRA SANTOS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciência da Computação, área de concentração: Processamento de Imagens e Sinais

Orientador: Prof. Dr. Nelson Delfino d'Ávila Mascarenhas

São Carlos – SP

Dezembro/2017





**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação

**Folha de Aprovação**

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Tese de Doutorado do candidato Cid Adinam Nogueira Santos, realizada em 08/12/2017:

Prof. Dr. Nelson Delfino D'Avila Mascarenhas  
UFSCar

Prof. Dr. Alexandre Luis Magalhães Levada  
UFSCar

Prof. Dr. Ricardo José Ferrari  
UFSCar

Prof. Dr. Alejandro Cesar Freyre Orgambide  
UFAL

Prof. Dr. Sérgio Shiguemi Furuie  
USP

À minha filha Gabriela, minha esposa Cíntia e minha mãe Antônia.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço os ensinamentos dos Professores Ricardo Ferrari, Alexandre Levada, Estevam Hruschka e Auri Vicenzi, do Departamento de Computação da Universidade Federal de São Carlos.

Agradeço ao suporte do Professor Sérgio Shiguemi Furuie e de seu aluno de pós-doutoramento Fernando Mitsuyama Cardoso, ambos do Laboratório de Engenharia Biomédica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Agradeço ao Professor Alejandro César Frery, do Departamento de Computação da Universidade Federal de Alagoas, além dos Professores Abraão Nascimento e Renato Cintra da Universidade Federal de Pernambuco, cujas pesquisas forneceram as bases deste trabalho.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo fornecimento de bolsa durante todo o período do programa.

Finalmente, deixo agradecimento especial ao Professor Nelson Mascarenhas por ter me guiado nesta batalha.

## RESUMO

Imageamento por ultrassom é uma das modalidades de maior uso em Medicina, pois além do baixo custo, não apresenta o problema de radiação ionizante. Todavia, suas imagens são degradadas por um ruído dependente de sinal, denominado *speckle*, que causa uma aparência granulosa e dificulta a interpretação visual ou automática da imagem. Diversos filtros têm sido propostos na literatura para remoção de *speckle* em imagens de ultrassom, e mais recentemente o foco tem se voltado para as técnicas não-locais, como o filtro de médias não-locais (NLM) e a filtragem colaborativa de blocos (BM3D). A ideia central destas técnicas recentes é uma medida de similaridade entre *patches*, que tipicamente adotam a distância Euclidiana quando focadas em eliminar ruído aditivo gaussiano. Neste trabalho é proposta uma abordagem de diminuição de ruído *speckle* com uso de técnicas não-locais e com suporte na teoria da informação. São derivadas distâncias estocásticas para as distribuições de Rayleigh, Nakagami e Fisher-Tippett, e estas usadas como medidas de similaridade em filtros NLM e BM3D. Dois métodos são usados para derivar tais distâncias estocásticas, sendo o primeiro método baseado na simetrização de divergências estatísticas, e o segundo associado a distâncias geodésicas em espaços probabilísticos. Embora técnicas similares já existam para tratamento de *speckle* em imagens de radar de abertura sintética (SAR), neste trabalho, tais técnicas correntes são adaptadas e estendidas de maneira inédita, para tratar as imagens no contexto de ultrassom.

**Palavras-chave:** ultrassom, ruído *speckle*, distâncias estocásticas, distâncias geodésicas, médias não-locais, BM3D

## ABSTRACT

Ultrasound imaging is one of the most used modalities in medicine since it is low cost and has no ionizing radiation. However, ultrasound images are corrupted by a signal-dependent noise, known as speckle, causing a granular pattern that makes it difficult for visual or automatic image interpretation. Many filters have been proposed in the literature for speckle removal, and more recently, a great deal of attention has been focused on non-local techniques, as the non-local means filter (NLM) and the block-matching collaborative filtering (BM3D). The central idea of these recent methods is a measure of similarity between patches, originally proposed as the Euclidean distance for filtering additive white Gaussian noise. In this work, an approach is proposed for reducing speckle noise based on the non-local techniques and using the support of the information theory. Stochastic distances are derived for Rayleigh, Nakagami and Fisher-Tippett distributions, and used as similarity measures in NLM and BM3D filters. Two methods are applied to generate these stochastic distances. The first method is based on symmetrized statistical divergences and the second one related to the geodesic distances in probabilistic spaces. Although similar approaches already exist to despeckle synthetic aperture radar (SAR) images, here they are adapted and extended, in an unprecedented way, to handle the specificities of the ultrasound images.

**Keywords:** ultrasound, speckle noise, stochastic distances, geodesic distances, non-local means, BM3D

## LISTA DE FIGURAS

2.1	Onda sonora. Fonte: (LEE, 2010) . . . . .	26
2.2	Iteração do som com tecidos. . . . .	27
2.3	Transdutor gerando onda acústica. . . . .	27
2.4	Transdutor gerando pulso elétrico. . . . .	28
2.5	Organização de banco de transdutores. . . . .	28
2.6	Transdutor focalizando. . . . .	29
2.7	Imageamento em modo-A. Fonte:(BURNS, 2015) . . . . .	30
2.8	Relação entre amplitude e profundidade em imageamento por ultrassom. Fonte: (LEE, 2010) . . . . .	31
2.9	Representação da aquisição em modo-A de seção de corpo humano. . . . .	31
2.10	Imageamento em modo-B. Fonte:(BERCOFF, 2011) . . . . .	32
2.11	Forma de células de resolução para transdutor anular. . . . .	33
2.12	Forma de células de resolução para transdutor retangular. . . . .	33
2.13	Resolução lateral. . . . .	34
2.14	Compressão de intervalo dinâmico de imagens de ultrassom. . . . .	35
2.15	Envelope de sinal de RF. . . . .	36
2.16	Sinal de RF e envelope em aquisição real. . . . .	37
2.17	Sumário do processo de aquisição e processamento de imagens de ultrassom. . . . .	37
2.18	Regimes de espalhamento. . . . .	39
2.19	Representação de caminhada aleatória no plano complexo. . . . .	39
2.20	Forma da distribuição de Rayleigh para alguns valores do parâmetro $\sigma$ . . . . .	42

2.21	Forma da distribuição de Rice para alguns valores do parâmetro $\sigma$ e fazendo $\varepsilon = 1$ . . . . .	43
2.22	Forma da distribuição K para alguns valores do parâmetro $\sigma$ e fazendo $\alpha = 1$ . . . . .	45
2.23	Forma da distribuição homódina-K para alguns valores do parâmetro $\sigma$ e fazendo $\alpha = 1$ e $\varepsilon = 2$ . . . . .	46
2.24	Comparação da forma das distribuições modelando os diversos regimes de espalhamento para <i>speckle</i> , com $\sigma = 0.9$ , $\alpha = 1$ , $\varepsilon = 2$ . . . . .	47
2.25	Forma da distribuição de Nakagami para alguns valores do parâmetro $m$ e fazendo $\omega = 2$ . . . . .	48
2.26	Forma da distribuição de Fisher-Tippett para alguns valores do parâmetro $\sigma$ . . . . .	50
2.27	Mapa de relacionamentos entre distribuições de probabilidade modelando <i>speckle</i> em imagens de ultrassom. . . . .	51
2.28	Variação dos pesos com a constante $h$ . . . . .	55
2.29	Processo de filtragem NLM de um <i>pixel</i> da imagem. . . . .	56
2.30	Passos do algoritmo BM3D. . . . .	60
2.31	Janelas sobrepostas com deslocamento de três <i>pixels</i> . . . . .	60
2.32	Bloco de <i>patches</i> similares ao <i>patch</i> de referência. . . . .	61
2.33	Filtragem colaborativa em BM3D. . . . .	62
2.34	Transformação 3D em bloco de <i>patches</i> . . . . .	62
2.35	Agrupamento no segundo passo em BM3D. . . . .	63
2.36	Filtragem colaborativa no segundo passo em BM3D. . . . .	64
2.37	Passos da comunicação sobre canal ruidoso. Fonte: (SHANNON, 1948) . . . . .	67
3.1	Exemplos de imagens de ultrassom reais do Grupo-1. . . . .	83
3.2	Exemplo de imagens de ultrassom reais do Grupo-2. . . . .	83
3.3	Exemplo de imagens de ultrassom sintéticas. . . . .	84
3.4	Field II: banco de transdutores. . . . .	86
3.5	Field II: Funções de excitação e resposta impulsiva. . . . .	86
3.6	Field II: Geometria de <i>phantom</i> . . . . .	87

3.7	Field II: Imagem simulada . . . . .	88
3.8	Field II: Varredura de aquisição de imagem. . . . .	89
3.9	Field II: Exemplo de sinal de RF para uma linha em modo-A. . . . .	90
3.10	<i>Patch</i> para teste estatístico. . . . .	90
3.11	Visão gráfica de decisão em teste de hipótese. . . . .	92
3.12	Erros e acertos possíveis quando executando um teste de hipótese. . . . .	93
3.13	Regiões de gráfico ROC. . . . .	94
3.14	Curva ROC para detector de <i>patches</i> contaminados com ruído Rayleigh, de diversos tamanhos e com valor de AUC relacionado entre parênteses. . . . .	97
3.15	Curva ROC para detector de <i>patches</i> contaminados com ruído Nakagami, de diversos tamanhos e com valor de AUC relacionado entre parênteses. . . . .	97
3.16	Curva ROC para detector de <i>patches</i> contaminados com ruído Fisher-Tippett, de diversos tamanhos e com valor de AUC relacionado entre parênteses. . . . .	98
3.17	Filtros NLM-SIM, NLM-GEO, BM3D-SIM e BM3D-GEO para imagens de RF, divididos de acordo com a distribuição e método de gerar a distância estocástica. . . . .	113
3.18	Filtros NLM-SIM, NLM-GEO, BM3D-SIM e BM3D-GEO para imagens de log, indicando a distribuição e divididos de acordo com método de gerar a distância estocástica. . . . .	114
3.19	Janela de busca NLM em região de bordas. . . . .	115
3.20	Janela de busca NLM em região homogênea. . . . .	116
3.21	Distância entre <i>pixel</i> central e <i>pixel</i> ( $i, j$ ) em NLM. . . . .	116
3.22	Mapa e histograma de distâncias para <i>pixel</i> central em janela de busca NLM. . . . .	117
3.23	Mapa e histograma de pesos para <i>pixel</i> central em janela de busca NLM. . . . .	118
3.24	Variação do mapa de pesos com variação de $h$ para uso de distância estocástica e Euclidiana em região de borda. . . . .	119
3.25	Variação do histograma de pesos com variação de $h$ no uso de distância estocástica e distância Euclidiana em região de borda. . . . .	121



3.26	Variação do mapa de pesos com variação de $h$ com uso de distância estocástica e distância Euclidiana em região homogênea. . . . .	122
3.27	Variação do histograma de pesos com variação de $h$ no uso de distância estocástica e distância Euclidiana em região homogênea. . . . .	123
3.28	Janela de busca BM3D em região de bordas. . . . .	127
3.29	Mapa de distâncias para janela de busca em BM3D. . . . .	127
3.30	<i>Patches</i> mais similares ao <i>patch</i> central em BM3D quando usando distância estocástica e distância Euclidiana. . . . .	128
4.1	Amostra de imagens de RF simuladas filtradas por NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e PPB com valor de SSI relacionado. Note que as imagens foram log-comprimidas para visualização. . . . .	139
4.2	Amostra de imagens de RF sintéticas filtradas por NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e PPB com valor de EPI relacionado. . . . .	141
4.3	Amostra de imagens de RF reais (Grupo-1) filtradas por NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e PPB com valor de SSI relacionado. . . . .	143
4.4	Amostra de imagens de log simuladas filtradas por NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OBNLM com valores de SSI relacionados. . . . .	145
4.5	Amostra de imagens de log sintéticas filtradas por NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OBNLM com valores de EPI relacionados. . . . .	147
4.6	Amostra de imagens de log reais (Grupo-1) filtradas por NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OBNLM com valores de SSI relacionados. . . . .	150
4.7	Amostra de imagens de log reais (Grupo-2) filtradas por NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OBNLM com valores de SSI relacionados. . . . .	151
4.8	Amostra de imagens de RF simuladas filtradas por BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e SAR-BM3D com valor de SSI relacionado. . . . .	153
4.9	Amostra de imagens de RF sintéticas filtradas por BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D, e SAR-BM3D com valor de EPI relacionado. . . . .	155
4.10	Amostra de imagens de RF reais (Grupo-2) filtradas por BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D, e SAR-BM3D com valor de SSI relacionado. . . . .	157

4.11	Amostra de imagens de log simuladas filtradas por BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM com valor de SSI relacionado. . . . .	159
4.12	Amostra de imagens de log sintéticas filtradas por BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM com valor de EPI relacionado. . . . .	160
4.13	Amostra de imagens de log reais (Grupo-1) filtradas por BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM com valor de SSI relacionado. . . . .	163
4.14	Amostra de imagens de log reais (Grupo-2) filtradas por BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM com valor de SSI relacionado. . . . .	164
A.1	Gráfico de distância estocástica Rayleigh-sim-Bhattacharyya. . . . .	190
A.2	Gráfico de distância estocástica Rayleigh-sim-Hellinger. . . . .	190
A.3	Gráfico de distância estocástica Rayleigh-sim-Kullback-Leibler. . . . .	190
A.4	Gráfico de distância estocástica Rayleigh-sim-triangular. . . . .	191
A.5	Gráfico de distância estocástica Rayleigh-sim-média-harmônica. . . . .	191
A.6	Gráficos de distância estocástica Rayleigh-sim-Havrda-Charvát. . . . .	191
A.7	Gráficos de distância estocástica Rayleigh-sim-Rényi. . . . .	192
A.8	Gráficos de distância estocástica Rayleigh-sim-Sharma-Mittal. . . . .	193
A.9	Gráficos de distância estocástica Rayleigh-geo-Arimoto. . . . .	194
A.10	Gráficos de distância estocástica Rayleigh-geo-Havrda-Charvát. . . . .	195
A.11	Gráficos de distância estocástica Rayleigh-geo-Rényi. . . . .	196
A.12	Gráficos de distância estocástica Rayleigh-geo-Sharma-Mittal. . . . .	197
A.13	Gráficos de distância estocástica Rayleigh-geo-Tsallis. . . . .	198
A.14	Gráficos de distância estocástica Rayleigh-geo-Varma-geodésica. . . . .	199
A.15	Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-Bhattacharyya. . . . .	200
A.16	Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-Hellinger. . . . .	200
A.17	Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-Kullback-Leibler. . . . .	200
A.18	Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-triangular. . . . .	201
A.19	Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-média-harmônica. . . . .	201

A.20	Gráficos de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát. . . . .	201
A.21	Gráficos de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-Rényi. . . . .	202
A.22	Gráficos de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal. . . . .	203
A.23	Gráficos de distância estocástica Fisher-Tippett-geo-Arimoto. . . . .	204
A.24	Gráficos de distância estocástica Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát. . . . .	205
A.25	Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-geo-Rényi. . . . .	205
A.26	Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-geo-Shannon. . . . .	205
A.27	Gráficos de distância estocástica Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal. . . . .	206
A.28	Gráficos de distância estocástica Fisher-Tippett-geo-Tsallis. . . . .	207
A.29	Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-geo-Varma. . . . .	207
A.30	Gráfico de distância estocástica Nakagami-sim-Bhattacharyya. . . . .	208
A.31	Gráfico de distância estocástica Nakagami-sim-Hellinger. . . . .	208
A.32	Gráfico de distância estocástica Nakagami-sim-Kullback-Leibler. . . . .	208
A.33	Gráficos de distância estocástica Nakagami-sim-Havrda-Charvát. . . . .	209
A.34	Gráficos de distância estocástica Nakagami-sim-Rényi. . . . .	210
A.35	Gráficos de distância estocástica Nakagami-sim-Sharma-Mittal. . . . .	211

## LISTA DE TABELAS

2.1	Entropias- $(h, \phi)$ usadas neste trabalho com suas respectivas funções $h(y)$ e $\phi(x)$ .	68
2.2	Divergências- $(h, \phi)$ usadas neste trabalho com suas respectivas funções $h(y)$ e $\phi(x)$ .	69
2.3	Valores de $(h'(0)\phi''(1))$ para estatísticas de teste.	73
3.1	Configurações do banco de transdutores na ferramenta Field-II.	85
3.2	Proporção de <i>patches</i> $7 \times 7$ que não podem rejeitar a hipótese de terem sido gerados pela respectiva distribuição.	99
3.3	Tempo médio de execução (segundos) para filtros NLM-SIM de acordo com distância estocástica e distribuição utilizadas.	124
3.4	Tempo médio de execução (segundos) para filtros NLM-GEO de acordo com distância estocástica e distribuição utilizadas.	125
3.5	Tempo médio de execução (segundos) para filtros NLM, PPB e OBNLM.	125
3.6	Tempo médio de execução (segundos) para filtros BM3D-SIM de acordo com distância estocástica e distribuição utilizadas.	129
3.7	Tempo médio de execução (segundos) para filtros BM3D-GEO de acordo com distância estocástica e distribuição utilizadas.	129
3.8	Tempo médio de execução (segundos) para filtros de referência.	129
3.9	Estatísticas de teste derivadas em função das divergências e distribuições de probabilidade.	131
3.10	Filtros de referência para NLM e BM3D.	131
3.11	Parâmetros usados para filtros NLM e variantes.	132
3.12	Parâmetros usados para filtros BM3D e variantes.	132

3.13	Parâmetros associados às distâncias estocásticas. . . . .	133
4.1	Desempenho de NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e PPB na filtragem de imagens de RF simuladas com uso de métricas normalizadas. . . . .	138
4.2	Desempenho de NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e PPB na filtragem de imagens de RF sintéticas com uso de métricas normalizadas. . . . .	140
4.3	Desempenho de NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e PPB na filtragem de imagens de RF reais (Grupo-1) com uso de métricas normalizadas. . . . .	142
4.4	Desempenho de NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OBNLM na filtragem de imagens de log simuladas com uso de métricas normalizadas. . . . .	144
4.5	Desempenho de NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OBNLM na filtragem de imagens de log sintéticas com uso de métricas normalizadas. . . . .	146
4.6	Desempenho de NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OBNLM na filtragem de imagens de log reais (Grupo-1) com uso de métricas normalizadas. . . . .	148
4.7	Desempenho de NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OBNLM na filtragem de imagens de log reais (Grupo-2) com uso de métricas normalizadas. . . . .	149
4.8	Desempenho de BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e SAR-BM3D na filtragem de imagens de RF simuladas com uso de métricas normalizadas. . . . .	152
4.9	Desempenho de BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e SAR-BM3D na filtragem de imagens de RF sintéticas com uso de métricas normalizadas. . . . .	154
4.10	Desempenho de BM3D-SIM, BM3D-GEO, SAR-BM3D e BM3D na filtragem de imagens de RF reais (Grupo-1) com uso de métricas normalizadas. . . . .	156
4.11	Desempenho de BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM na filtragem de imagens de log simuladas com uso de métricas normalizadas. . . . .	158
4.12	Desempenho de BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM na filtragem de imagens de log sintéticas com uso de métricas normalizadas. . . . .	160
4.13	Desempenho de BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM na filtragem de imagens de log reais (Grupo-1) com uso de métricas normalizadas. . . . .	161
4.14	Desempenho de BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM na filtragem de imagens de log reais (Grupo-2). . . . .	162

4.15	Melhor média de métricas normalizadas na comparação de filtros NLM-SIM e NLM-GEO com filtro NLM. . . . .	165
4.16	Melhor média de métricas normalizadas na comparação de filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO com filtro BM3D. . . . .	165
4.17	Melhor média de métricas normalizadas na comparação de filtros NLM-SIM e NLM-GEO com filtros PPB e OBNLM. . . . .	166
4.18	Melhor média de métricas normalizadas na comparação de filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO com filtros SAR-BM3D e OBNLM. . . . .	166
4.19	Melhor média de métricas normalizadas na comparação entre filtros NLM-SIM e NLM-GEO. . . . .	167
4.20	Melhor média de métricas normalizadas na comparação entre filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO. . . . .	167
4.21	Distâncias com melhor média de métricas normalizadas na comparação entre distâncias estocásticas usadas em filtros NLM-SIM e NLM-GEO. . . . .	168
4.22	Distâncias com melhor média de métricas normalizadas na comparação entre distâncias estocásticas usadas em filtros BM3D-EST e BM3D-GEO. . . . .	169
4.23	Melhor média de métricas normalizadas na comparação entre uso de modelos Rayleigh e Nakagami para NLM. . . . .	170
4.24	Melhor média de métricas normalizadas na comparação entre uso de modelos Rayleigh e Nakagami para BM3D. . . . .	170

# SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO</b>	<b>20</b>
1.1 Objetivo geral . . . . .	21
1.2 Objetivos específicos . . . . .	21
1.3 Estrutura do trabalho . . . . .	22
<b>CAPÍTULO 2 – CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>25</b>
2.1 Aquisição de imagens de ultrassom . . . . .	25
2.1.1 Bases físicas da ultrassonografia . . . . .	25
2.1.1.1 Ultrassom . . . . .	25
2.1.1.2 Interação do som com os tecidos . . . . .	26
2.1.1.3 Transdutores ultra-sônicos . . . . .	27
2.1.2 Imageamento por ultrassom em modo-A . . . . .	29
2.1.3 Imageamento por ultrassom em modo-B . . . . .	30
2.1.4 Célula de resolução . . . . .	33
2.1.5 Ajuste de faixa dinâmica . . . . .	34
2.1.6 Envelope de sinal de RF . . . . .	35
2.1.7 Sumário . . . . .	36
2.2 Modelos estatísticos para <i>speckle</i> em ultrassom . . . . .	38
2.2.1 Modelos no domínio original . . . . .	38
2.2.1.1 Regimes com alta densidade de espalhadores . . . . .	40

2.2.1.2	Regimes genéricos . . . . .	43
2.2.1.3	Modelo baseado na distribuição de Nakagami . . . . .	46
2.2.2	Modelo no domínio do logaritmo . . . . .	49
2.2.3	Relacionamento entre modelos . . . . .	50
2.3	Modelo multiplicativo de degradação de imagem . . . . .	52
2.4	Filtros de <i>speckle</i> em ultrassom . . . . .	53
2.4.1	Introdução . . . . .	53
2.4.2	Filtro de médias não-locais . . . . .	54
2.4.2.1	Filtro NLM original . . . . .	54
2.4.2.2	Filtro NLM Bayesiano . . . . .	58
2.4.2.3	Filtro NLM Probabilístico . . . . .	58
2.4.2.4	Filtros NLM estocásticos . . . . .	58
2.4.3	Filtro BM3D . . . . .	59
2.4.3.1	Filtro BM3D original . . . . .	59
2.4.3.2	Parâmetros de filtro BM3D . . . . .	65
2.4.3.3	Filtro SAR-BM3D . . . . .	65
2.5	Teoria da informação e distâncias estocásticas . . . . .	67
2.5.1	Métricas e distâncias estocásticas . . . . .	69
2.5.2	Distâncias estocásticas derivadas da simetrização de divergências . . . . .	70
2.5.2.1	Estatísticas de teste baseadas em distâncias estocásticas . . . . .	72
2.5.3	Distâncias estocásticas derivadas de espaços probabilísticos . . . . .	74
2.6	Medidas de qualidade de imagens . . . . .	77
2.6.1	Métricas de remoção de <i>speckle</i> (SSI/SMPI/MPSSI) . . . . .	77
2.6.2	Relação sinal-ruído de pico (PSNR) . . . . .	79
2.6.3	Índice de similaridade estrutural (SSIM) . . . . .	79
2.6.4	Índice de preservação de bordas (EPI) . . . . .	80



2.6.5	Índice de resolução (IR)	80
<b>CAPÍTULO 3 – MATERIAIS E MÉTODOS</b>		<b>81</b>
3.1	Imagens de ultrassom	82
3.1.1	Imagens reais	82
3.1.2	Imagens sintéticas	82
3.1.3	Imagens simuladas	85
3.1.3.1	Configuração de simulador	85
3.1.3.2	Criação de <i>phantoms</i>	87
3.1.3.3	Simulação	88
3.1.3.4	Imagens	89
3.2	Validação estatística de imagens de ultrassom	89
3.2.1	Teste de hipótese	91
3.2.2	Curvas ROC	93
3.2.3	Validação das imagens de teste	96
3.3	Derivação de distâncias estocásticas	99
3.3.1	Distâncias derivadas da simetrização de divergências	100
3.3.1.1	Distâncias estocásticas para distribuição de Rayleigh	100
3.3.1.2	Distâncias estocásticas para distribuição de Fisher-Tippett	102
3.3.1.3	Distâncias estocásticas para distribuição de Nakagami	104
3.3.2	Distâncias derivadas de espaços probabilísticos	107
3.3.2.1	Distâncias geodésicas para distribuição de Rayleigh	108
3.3.2.2	Distâncias geodésicas para distribuição de Fisher-Tippett	110
3.4	Filtros	111
3.4.1	Filtros NLM-SIM e NLM-GEO	111
3.4.1.1	Impacto do uso de distâncias estocásticas em NLM	115
3.4.1.2	Complexidade e tempo de execução	124

3.4.2	Filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO . . . . .	125
3.4.2.1	Impacto do uso de distâncias estocásticas em BM3D . . . . .	126
3.4.2.2	Complexidade e tempo de execução . . . . .	126
3.4.3	Similaridade de <i>patches</i> em ultrassom . . . . .	129
3.5	Configuração e procedimento experimental . . . . .	131

**CAPÍTULO 4 – RESULTADOS** **135**

4.1	Resultados para filtros NLM-SIM e NLM-GEO com imagens de RF . . . . .	136
4.1.1	Experimentos com imagens simuladas . . . . .	137
4.1.2	Experimentos com imagens sintéticas . . . . .	139
4.1.3	Experimentos com imagens reais . . . . .	141
4.2	Resultados para filtros NLM-SIM e NLM-GEO com imagens de log . . . . .	143
4.2.1	Experimentos com imagens simuladas . . . . .	143
4.2.2	Experimentos com imagens sintéticas . . . . .	145
4.2.3	Experimentos com imagens reais . . . . .	147
4.3	Resultados para filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO com imagens de RF . . . . .	151
4.3.1	Experimentos com imagens simuladas . . . . .	151
4.3.2	Experimentos com imagens sintéticas . . . . .	153
4.3.3	Experimentos com imagens reais . . . . .	155
4.4	Resultados para filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO com imagens de log . . . . .	157
4.4.1	Experimentos com imagens simuladas . . . . .	157
4.4.2	Experimentos com imagens sintéticas . . . . .	159
4.4.3	Experimentos com imagens reais . . . . .	161
4.5	Sumário de resultados de filtragem . . . . .	164
4.5.1	Comparação com filtros originais . . . . .	165
4.5.2	Comparação com outros filtros na literatura . . . . .	166
4.5.3	Comparação entre distâncias estocásticas e distâncias geodésicas . . . . .	166

4.5.4	Comparação entre distâncias estocásticas . . . . .	167
4.5.5	Comparação de uso de modelos Rayleigh e Nakagami . . . . .	169
4.6	Discussão geral de resultados . . . . .	170
<b>CAPÍTULO 5 – CONCLUSÃO</b>		<b>173</b>
<b>CAPÍTULO 6 – CONTRIBUIÇÕES</b>		<b>175</b>
<b>CAPÍTULO 7 – TRABALHOS FUTUROS</b>		<b>178</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>		<b>181</b>
<b>APÊNDICE A – GRÁFICOS DE DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS</b>		<b>189</b>
A.1	Gráficos de distâncias para distribuição de Rayleigh . . . . .	190
A.2	Gráficos de distâncias para distribuição de Fisher-Tippett . . . . .	200
A.3	Gráficos de distâncias para distribuição de Nakagami . . . . .	208
<b>APÊNDICE B – INVARIÂNCIA DE DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS DERIVADAS DE DIVERGENCIAS-<math>(h, \phi)</math></b>		<b>212</b>
<b>APÊNDICE C – ARTIGO 1</b>		<b>214</b>
<b>APÊNDICE D – ARTIGO 2</b>		<b>226</b>
<b>APÊNDICE E – ARTIGO 3</b>		<b>237</b>

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

---

---

Ultrassom é uma das modalidades de maior uso em Medicina, pois, além do baixo custo, não apresenta o problema da radiação ionizante. Todavia, suas imagens são degradadas por um ruído dependente de sinal, denominado *speckle*, que causa uma aparência granulosa e dificulta a interpretação visual ou automática da imagem.

Várias técnicas têm sido propostas para reduzir o ruído *speckle*, como por exemplo os bem conhecidos filtros locais adaptativos de Lee (LEE, 1981), Frost (FROST et al., 1982), e Kuan (KUAN et al., 1985); os filtros de wavelet (HAO; GAO; GAO, 1999; MEDEIROS et al., 2002); os filtros por difusão anisotrópica (YU; ACTON, 2002; ABD-ELMONIEM; YOUSSEF; KADAH, 2002); e os mais recentes filtros não-locais (COUPÉ et al., 2009; PARRILLI et al., 2012; ZHAO et al., 2014; GAN et al., 2015). Todavia, este é ainda um campo ativo de pesquisas, onde se buscam técnicas de filtragem que reduzam o *speckle*, sem atenuar os detalhes e bordas da imagem.

Em anos recentes, grande atenção tem sido dada aos filtros não-locais, onde a estimativa de um *pixel* utiliza, idealmente, informações de todos os outros *pixels* da imagem, não somente dos *pixels* vizinhos, como nas abordagens locais. Uma característica comum e fundamental de qualquer técnica não-local é a existência de uma medida de similaridade entre *patches*, tipicamente a distância Euclidiana quando se trata de ruído aditivo gaussiano. No filtro *non-local means* (NLM) (BUADES; COLL; MOREL, 2005) por exemplo, esta medida de similaridade é usada para compor o peso em uma média ponderada utilizada no processo de filtragem.

Alguns avanços têm sido conseguidos na filtragem de imagens SAR com a troca da distância Euclidiana no método NLM por uma distância estocástica baseada na estatística do *speckle*. Distâncias estocásticas como usadas neste trabalho significam uma medida de separação, ou distância, entre duas distribuições de probabilidade. Tal abordagem de uso do NLM com distâncias estocásticas ainda não foi adaptada para tratar *speckle* em imagens de ultrassom, o que

justifica as investigações apresentadas neste trabalho.

## 1.1 **Objetivo geral**

O objetivo geral desta pesquisa é o desenvolvimento de novas técnicas de filtragem de *speckle* em ultrassom, utilizando os conceitos de filtragem não-local e distâncias estocásticas. Trabalhos anteriores nessa direção já foram propostos para imagens SAR, como em (NASCIMENTO; CINTRA; FRERY, 2010; TORRES; FRERY, 2013; PENNA, 2014; TORRES et al., 2014). Nestes trabalhos em SAR, distâncias estocásticas são derivadas pela simetrização de algumas divergências baseadas na classe de divergências- $(h, \phi)$ , e aplicadas no algoritmo de filtragem NLM. Adicionalmente, e baseados em tais distâncias estocásticas, alguns trabalhos derivam também estatísticas de teste a serem usadas no processo de filtragem NLM. As distâncias estocásticas em si podem ser usadas no método NLM como substitutos da distância Euclidiana quando comparando *patches* da imagem. Já as estatísticas de teste podem ser usadas para compor testes de hipótese que separam os *patches* que farão e os que não farão parte do processo de filtragem NLM.

Aqui, o estado atual da filtragem não-local em imagens SAR, além de adaptado para ultrassom, é expandido em 3 aspectos. Primeiramente, utilizando o mesmo método de simetrização de divergências aplicado em SAR, são deduzidas algumas novas distâncias estocásticas e estatísticas de teste para distribuições descrevendo *speckle* em imagens de ultrassom. Adicionalmente, são deduzidas distâncias estocásticas pela derivação de distâncias geodésicas em espaços probabilísticos. Embora trabalhos recentes usem distâncias geodésicas em SAR para discriminação de regiões em (NARANJO-TORRES; GAMBINI; FRERY, 2017) e para detecção de mudanças em (RATHA et al., 2017), tal técnica nunca foi utilizada diretamente na filtragem de *speckle*, seja em SAR ou ultrassom. Finalmente, as distâncias estocásticas deduzidas para imagens de ultrassom são aplicadas não somente no algoritmo NLM, mas também utilizando o algoritmo BM3D (DABOV et al., 2007). O uso de BM3D com distâncias estocásticas para tratamento de *speckle* ainda não havia sido explorado.

## 1.2 **Objetivos específicos**

Baseado no objetivo geral, são listadas na sequência os objetivos específicos deste trabalho:

- a) Estudar e validar os modelos estatísticos teóricos de *speckle* em imagens de ultrassom reais e artificiais, tanto no domínio original quanto no domínio do logaritmo. No domínio

original é esperado que o *speckle* seja caracterizado pelas distribuições de Rayleigh e Nakagami, enquanto no domínio do logaritmo pela distribuição de Fisher-Tippett. Tal estudo é usado para validar as imagens de teste;

- b) Utilizando a técnica de simetrização de divergências, deduzir as distâncias estocásticas e estatísticas de teste baseadas nas divergências de Bhattacharyya, Havrda-Charvát, Hellinger, Kullback-Leibler, Rényi, Sharma-Mittal, triangular e média-harmônica. Tais distâncias e estatísticas de teste são derivadas para as distribuições de Rayleigh e Fisher-Tippett;
- c) Utilizando a técnica de simetrização de divergências, deduzir as distâncias estocásticas e estatísticas de teste baseadas nas divergências de Bhattacharyya, Havrda-Charvát, Hellinger, Kullback-Leibler, Rényi e Sharma-Mittal, para a distribuição de Nakagami;
- d) Utilizando a técnica da derivação de distâncias geodésicas em espaços probabilísticos, deduzir as distâncias estocásticas derivadas das entropias de Arimoto, Havrda-Charvát, Rényi, Shannon, Sharma-Mittal, Tsallis e Varma para as distribuições de Rayleigh e Fisher-Tippett;
- e) Para todas as distâncias deduzidas nos itens b), c) e d), implementar filtros de *speckle* que usem tais distâncias como medida de similaridade entre *patches* nos métodos NLM e BM3D;
- f) Comparar o desempenho dos filtros propostos com suas versões originais;
- g) Comparar o desempenho dos filtros propostos com outras abordagens na literatura.
- h) Comparar o desempenho dos filtros quanto ao método de gerar as distâncias estocásticas;
- i) Comparar o desempenho dos filtros de acordo com a distância estocástica utilizada;
- j) Comparar o desempenho dos filtros de acordo com o modelo (Rayleigh ou Nakagami) usado no domínio original.

## 1.3 Estrutura do trabalho

Na sequência, o trabalho é organizado nos seguintes tópicos:

- **Capítulo 2:** São apresentados os conceitos básicos e bibliografias necessárias ao desenvolvimento do trabalho, incluindo:
  - Discussão do processo de aquisição e processamento de imagens de ultrassom;
  - Discussão da estatística de *speckle* em imagens de ultrassom;

- Discussão sobre filtros não-locais e filtros de *speckle* recentes;
  - Discussão sobre teoria da informação e derivação de distâncias entre distribuições de probabilidade;
  - Discussão de métricas de desempenho na filtragem de imagens.
- **Capítulo 3:** São apresentados os materiais, métodos e ferramentas usados no trabalho, incluindo:
    - Fonte e pré-processamento das imagens usadas para teste;
    - Método de validação das imagens de teste;
    - Dedução das distâncias estocásticas;
    - Detalhes dos filtros implementados no trabalho;
    - Método de avaliação dos resultados.
  - **Capítulo 4:** São apresentados os resultados dos diversos testes feitos com os filtros desenvolvidos no trabalho. Os testes incluem imagens no domínio original e do logaritmo, sendo que para estes dois formatos são incluídas imagens reais, simuladas e com ruído sintético. Para todos estes formatos e tipos de imagem são testados filtros baseados em NLM e BM3D.

Os resultados são mostrados de duas formas. Inicialmente se mostram os dados em forma bruta, incluindo todos os dados de um conjunto de filtros. Na sequência, os dados são sumarizados, considerando diversos aspectos, para enfatizar determinadas comparações.
  - **Capítulo 5:** Neste capítulo é feito um sumário de todas as atividades executadas e resumo das conclusões possíveis.
  - **Capítulo 6:** Neste capítulo são listadas as contribuições do trabalho.
  - **Capítulo 7:** Neste capítulo são listadas algumas possibilidades de trabalhos futuros.
  - **Apêndice A:** São mostrados gráficos das distâncias estocásticas derivadas no trabalho.
  - **Apêndice B:** Neste apêndice é demonstrado resultado relacionado com a invariância das distâncias estocásticas derivadas da simetria de divergências estatísticas.
  - **Apêndice C:** É apresentado o artigo com título "*Ultrasound Image Despeckling Using Stochastic Distance-Based BM3D*", publicado no periódico *IEEE Transactions on Image Processing*.
  - **Apêndice D:** É apresentado o artigo com título "*Geodesic distances in probabilistic spaces for patch-based ultrasound image processing*", submetido para o periódico *IEEE Transactions on Image Processing*.

- **Apêndice E:** É apresentado o artigo com título "*Patch similarity in ultrasound images with hypothesis testing and stochastic distances*", submetido para o periódico *Elsevier-Medical Image Analysis*.



# Capítulo 2

## CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DA LITERATURA

---

---

### 2.1 Aquisição de imagens de ultrassom

Os filtros desenvolvidos neste trabalho se baseiam na estatística dos dados de ultrassom. Tal estatística é decorrente do processo físico envolvido na aquisição das imagens. Sendo assim, os detalhes envolvidos na aquisição destas imagens são discutidos nas seções de 2.1.1 até 2.1.7.

#### 2.1.1 Bases físicas da ultrassonografia

Nas seções de 2.1.1.1 até 2.1.1.3 são discutidos os fenômenos físicos básicos que estão relacionados com o imageamento por ultrassom, e cujo conhecimento permite uma melhor entendimento da técnica de ultrassonografia.

##### 2.1.1.1 Ultrassom

Uma onda sonora consiste de uma perturbação mecânica que se propaga em um meio, tal como ar, água ou tecidos humanos. Esta perturbação se propaga pela vibração das partículas do meio, em ondas de rarefação e compressão, como mostradas na Figura 2.1. O número de compressões produzidas pela onda sonora em um segundo é sua frequência ( $f$ ), e o tempo entre duas compressões, seu período ( $T$ ). Tais grandezas estão relacionadas pela equação

$$f = \frac{1}{T}. \quad (2.1)$$

Se o período é medido em segundos, a frequência tem grandeza *1/segundos*, conhecida como hertz (Hz). Outra grandeza importante na caracterização da onda sonora é o seu comprimento de onda ( $\lambda$ ), dado pela distância entre duas compressões sucessivas. Se a onda sonora

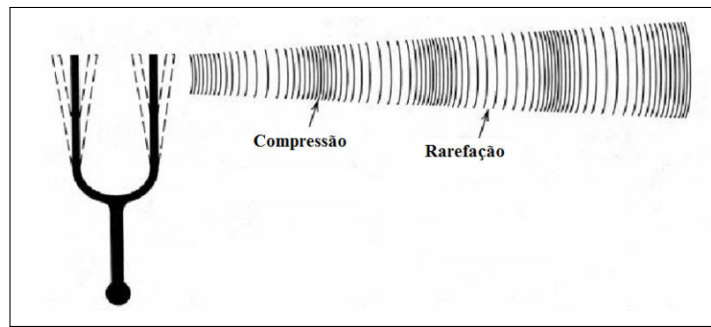


Figura 2.1: Onda sonora. Fonte: (LEE, 2010)

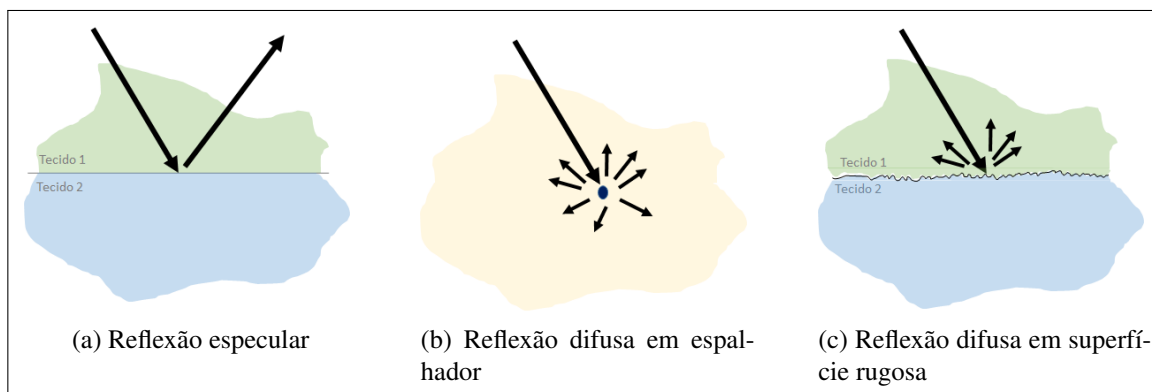
tem velocidade  $c$  no meio em questão, podemos relacionar a frequência e comprimento de onda pela fórmula

$$f = \frac{c}{\lambda}. \quad (2.2)$$

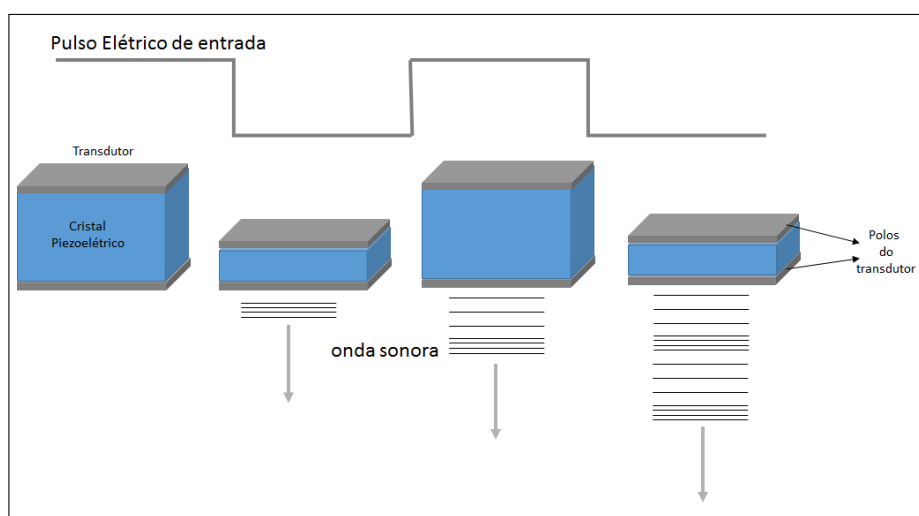
Ondas sonoras com frequências entre 20 e 20 kHz são capazes de sensibilizar o sistema auditivo humano, sendo a faixa de frequência de sons audíveis por seres humanos. Frequências abaixo de 20 Hz são conhecidas como infrassom e acima de 20 kHz, como ultrassom.

### 2.1.1.2 Interação do som com os tecidos

Conforme a onda de ultrassom se propaga pelos tecidos, em cada posição, elas são parcialmente transmitidas para estruturas mais internas, parcialmente refletidas, parcialmente espalhadas e parcialmente transformadas em calor. Do ponto de vista do sistema de imageamento por ultrassom são importantes apenas a porção das ondas refletidas e espalhadas que retornam para o transdutor como eco. Quando uma onda de ultrassom incidente encontra uma grande interface plana entre dois tecidos com diferentes propriedades acústicas, a onda é refletida. Este tipo de reflexão é conhecido como reflexão especular, e a quantidade de energia refletida depende da diferença de impedância acústica entre os dois meios. A direção da onda refletida depende do ângulo de incidência da onda em propagação. A reflexão especular é mostrada na Figura 2.2a. Quando a onda de ultrassom encontra partículas (ou espalhadores) cuja dimensão é menor que o comprimento de onda, ocorre a reflexão difusa (ou espalhamento), como mostrado na Figura 2.2b. A mesma reflexão difusa ocorre se a onda encontra uma superfície irregular entre dois tecidos, como mostrado na Figura 2.2c. Na reflexão difusa, a onda é espalhada em diversas direções, fazendo com que a energia espalhada em cada direção seja pequena quando comparada com a energia da onda de reflexão especular, refletida toda numa única direção.



**Figura 2.2: Interação do som com tecidos.**

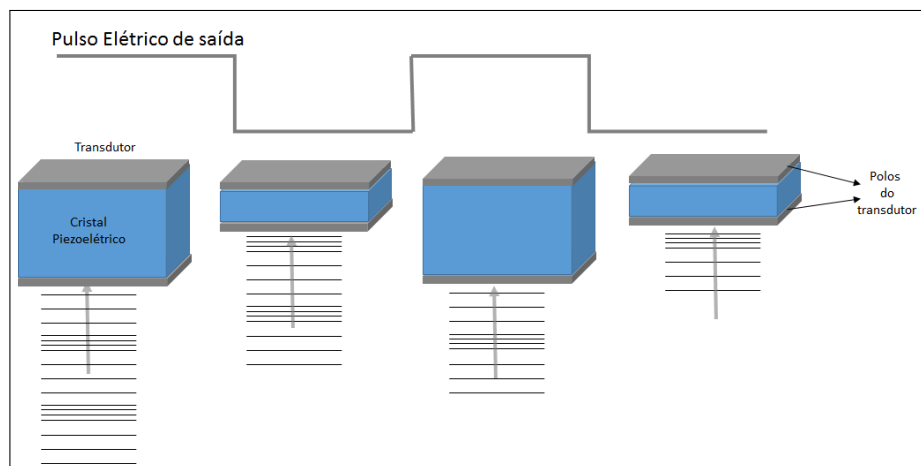


**Figura 2.3: Transdutor gerando onda acústica.**

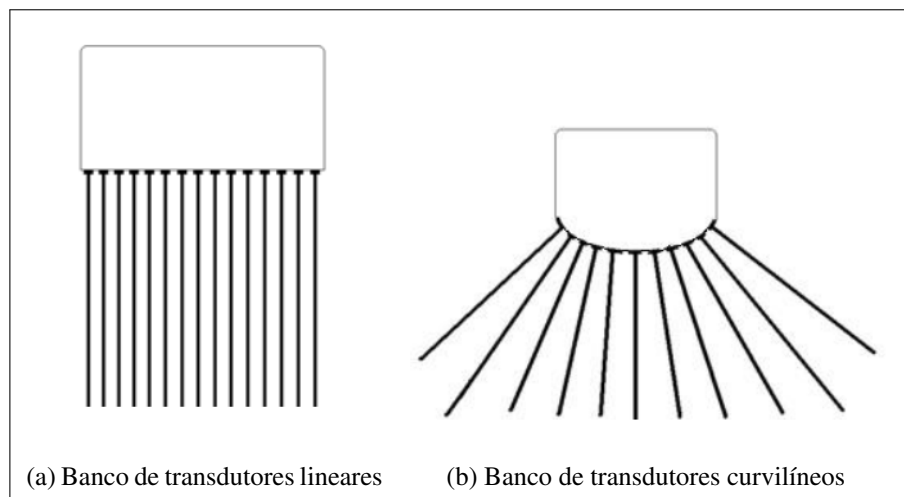
### 2.1.1.3 Transdutores ultra-sônicos

Transdutores são dispositivos que transformam um tipo de energia em outra. No caso de transdutores ultrassônicos, comumente chamados de sondas, existe a conversão da onda de ultrassom em um sinal elétrico, e vice-versa. O funcionamento básico da sonda de ultrassom é conseguido pelo uso dos cristais piezoelétricos. Tais cristais têm a propriedade de se deformarem, expandindo quando são submetidos a uma diferença de potencial elétrico e retornando ao tamanho original quando tal diferença de potencial é removida. Assim, aplicando variações rápidas de potencial elétrico, tais cristais conseguem gerar as ondas de ultrassom. A Figura 2.3 mostra um transdutor, representado por dois polos elétricos, preenchidos com cristal piezoelétrico. A aplicação da diferença de potencial dada pelo pulso elétrico faz o transdutor variar de tamanho e gerar a onda de ultrassom.

Do mesmo modo que conseguem variar de tamanho e gerar pressão no meio quando recebem alguma diferença de potencial elétrico, os cristais piezoelétricos conseguem também



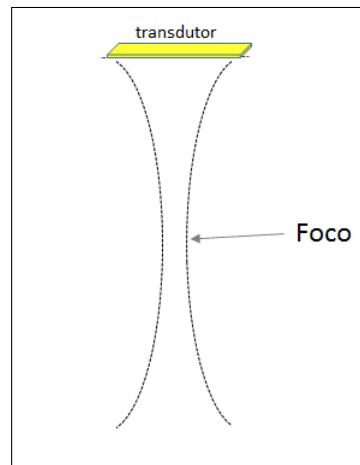
**Figura 2.4: Transdutor gerando pulso elétrico.**



**Figura 2.5: Organização de banco de transdutores.**

gerar diferença de potencial se forem pressionados. Tal fato permite que os mesmos transdutores usados para gerar as ondas de ultrassom possam ser usados para capturar os sinais de retorno, transformando-os em sinal elétrico, com energia proporcional à energia do sinal de retorno. A Figura 2.4 mostra os transdutores recebendo a pressão da onda de retorno e gerando na saída um sinal elétrico proporcional a tal pressão. Transdutores em equipamentos reais de ultrassom são tipicamente compostos por bancos de pequenos elementos piezoelétricos independentes, organizados de forma linear ou curvilínea. A Figura 2.5 mostra tal organização, com um banco linear (2.5a) e curvilíneo (2.5b) de transdutores. A diferença básica entre os dois tipos, como se pode perceber pela figura, é que o transdutor curvilíneo consegue cobrir um setor maior do volume sendo imageado, ao custo de uma menor resolução.

Outra característica prática de transdutores em equipamentos reais de ultrassom é a presença de uma lente acústica para focalizar o sinal. Tal montagem permite que se aumente a resolução lateral das imagens em regiões com distância específica do banco de transdutores, ao custo de



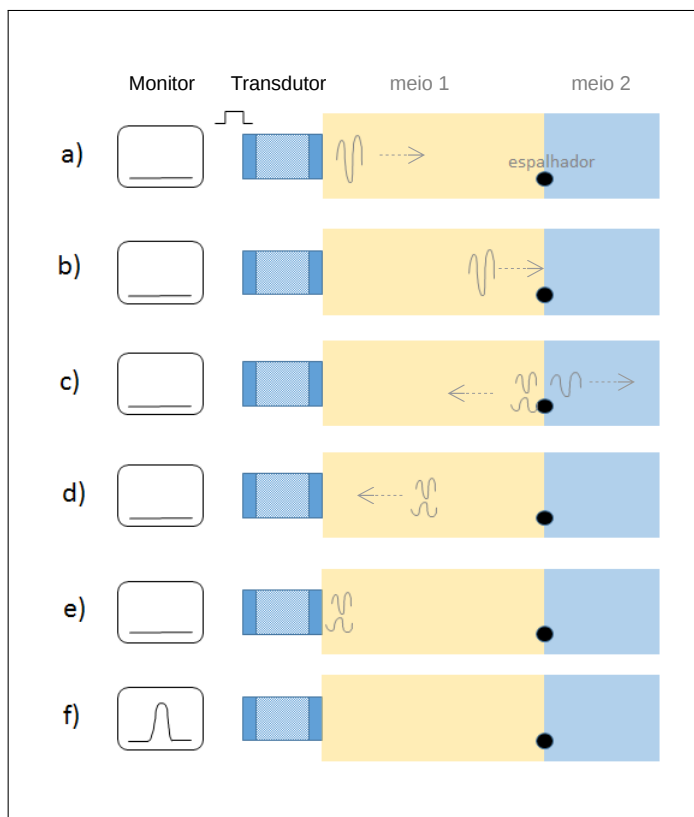
**Figura 2.6: Transdutor focalizando.**

perda de resolução em outras regiões. Na Figura 2.6 se mostra um transdutor focalizando o sinal de ultrassom, e como isto afeta a forma da seção do meio sendo imageada, representada pela região entre as duas curvas pontilhadas. Por resolução lateral entende-se a capacidade do sistema de distinguir dois espalhadores à mesma distância do banco de transdutores.

### 2.1.2 Imageamento por ultrassom em modo-A

Com as noções apresentadas nos tópicos anteriores, podemos descrever um sistema de imageamento por ultrassom de maneira simples com a ajuda da Figura 2.7. Um pulso elétrico excita a sonda de ultrassom, que pela atuação dos cristais piezoelétricos, gera uma onda de ultrassom (2.7a). Tal onda de ultrassom penetra no meio a ser imageado (2.7b), sofrendo em cada ponto, reflexão especular e espalhamento. Na imagem toma-se como referência um ponto que tem uma superfície plana de separação entre duas superfícies, gerando o espalhamento especular, e contém também um espalhador (2.7c). Parte das ondas refletidas e espalhadas retornam como eco para a sonda de ultrassom (2.7d), que agora no modo de recepção, e pela atuação dos cristais piezoelétricos, converte a pressão recebida em um sinal elétrico (2.7e). Esta pressão recebida é um somatório dos sinais refletidos e espalhados, sendo representada por um pico de sinal no monitor do equipamento (2.7e).

Tal como descrito no parágrafo anterior, o imageamento de ultrassom é conhecido como em modo-A, onde A se refere à amplitude. Isto se deve ao fato de que a visualização neste modo é um gráfico de amplitudes pela profundidade (ou tempo) dos espalhadores e refletores. Como exemplo, tome a Figura 2.8, onde se mostram três refletores, cada um a uma distância (profundidade) com relação ao transdutor. No gráfico de amplitude pela profundidade, à direita da Figura 2.8, percebem-se os três picos relativos aos ecos dos três refletores. Note que a



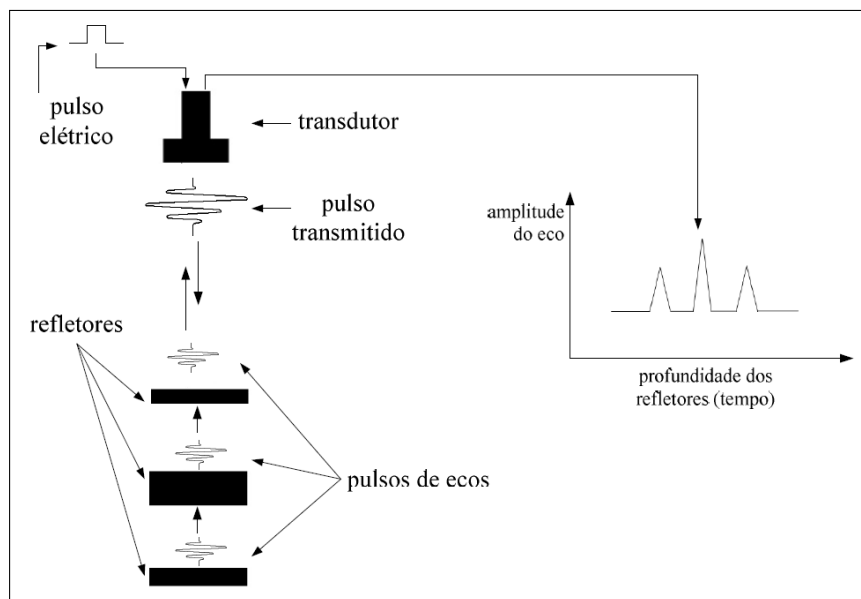
**Figura 2.7: Imageamento em modo-A. Fonte:(BURNS, 2015)**

profundidade pode ser trocada pelo tempo no gráfico, visto que se é conhecida a velocidade de propagação do ultrassom no meio, pode-se calcular o tempo para o sinal ir até certa posição e retornar para a sonda. Os dados de amplitude pelo tempo coletados pelo equipamento de ultrassom em modo-A são chamados de dados de rádio frequência (RF) do ultrassom.

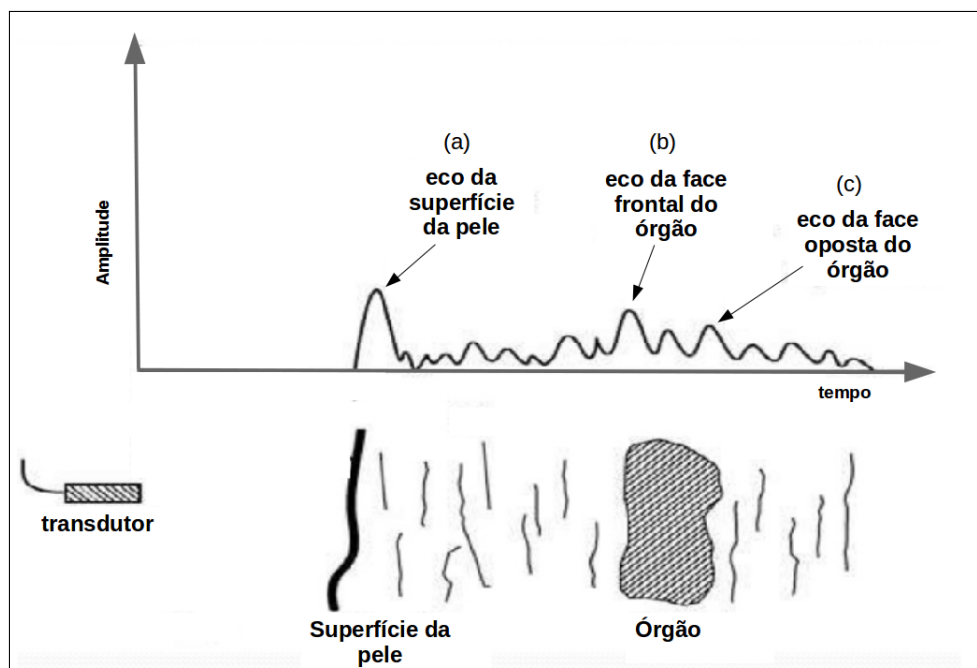
Finalmente, para fornecer uma visualização mais próxima do caso real de aquisição de modo-A em corpo humano, a Figura 2.9 mostra a representação de uma seção de corpo humano contendo um órgão (abaixo), e seu respectivo gráfico de amplitude por tempo (acima), com detalhes dos picos de sinal de eco para a pele (a), face frontal do órgão (b) e face oposta do órgão.

### 2.1.3 Imageamento por ultrassom em modo-B

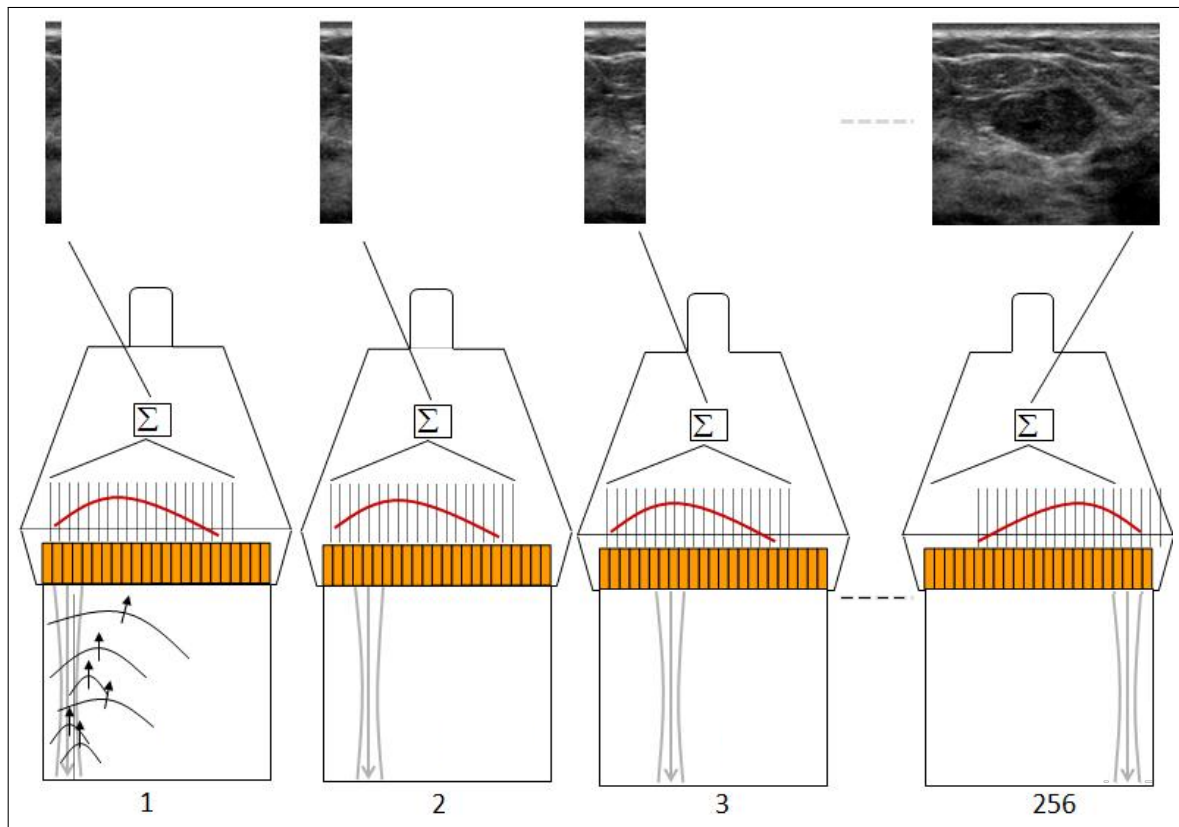
A utilização de ultrassom em modo-A é bastante limitada visto que fornece apenas a amplitude relativa de espalhadores e refletores e sua distância da sonda. Por isto, o tipo de imageamento de ultrassom mais comum é aquele dito em modo-B, onde B se refere à brilho. Neste modo, diversas medições em modo-A são feitas e combinadas para formar a imagem que corresponde a um corte na estrutura sendo imageada. Tal arranjo é mostrado na Figura 2.10, onde



**Figura 2.8: Relação entre amplitude e profundidade em imageamento por ultrassom. Fonte: (LEE, 2010)**



**Figura 2.9: Representação da aquisição em modo-A de seção de corpo humano.**

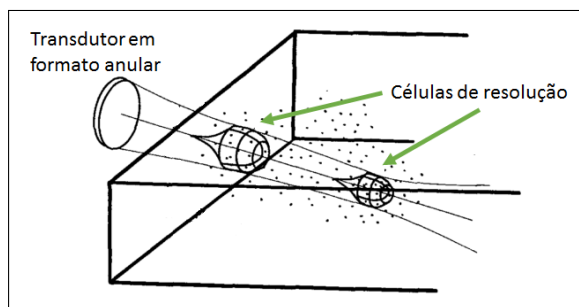


**Figura 2.10: Imageamento em modo-B. Fonte:(BERCOFF, 2011)**

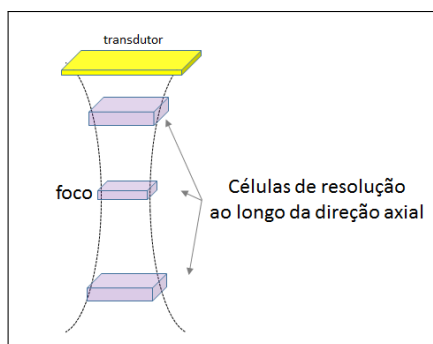
se tem as diversas medidas em modo-A, numeradas de 1 a 256. As várias medições em modo-A vão sendo combinadas para a formação da imagem em modo-B. Ao final, a imagem em modo-B mostra um mapa bidimensional dos brilhos relativos no corte da estrutura, onde baixo brilho indica um eco de baixa amplitude, e alto brilho um eco de alta amplitude. Note que o corte na estrutura é na direção da emissão do ultrassom pela sonda.

Além dos modos A e B, existe ainda a ultrassonografia em modo-M, onde M se refere à movimento. Assim, no modo-M pode-se compor diversas imagens em modo-B no tempo, para estudar o movimento de partículas dentro da estrutura sendo imageada. Adicionalmente, pode-se capturar imagens em modo-B de seções adjacentes do volume sendo imageado, para compor uma estrutura tridimensional. Neste trabalho se usam apenas as imagens em modo-B, e toda referência à imagem de ultrassom indica uma referência à imagem em modo-B. Tal escolha não diminui a generalidade do trabalho, visto que imagens em modo-M e tridimensionais são apenas composições, no tempo ou espaço, de imagens em modo-B.





**Figura 2.11: Forma de células de resolução para transdutor anular.**



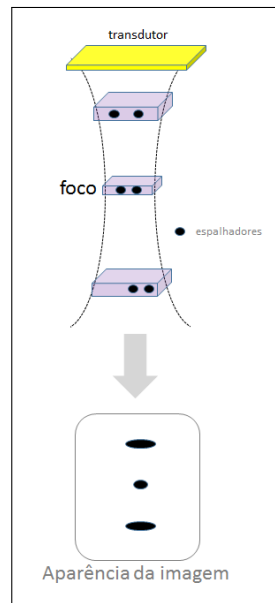
**Figura 2.12: Forma de células de resolução para transdutor retangular.**

### 2.1.4 Célula de resolução

A amplitude do eco que retorna ao transdutor em cada instante se relaciona com o somatório das reflexões e espalhamentos de um ponto específico da estrutura sendo imageada. Tal ponto é chamado de célula de resolução, e corresponde ao volume da menor partícula que pode ser distinguida na imagem. Na imagem de ultrassom em modo-B, uma célula de resolução corresponde a um *pixel*. A forma da célula de resolução tem relacionamento complexo com a forma do transdutor, e seu volume depende das dimensões do transdutor, bem como da distância de cada ponto ao transdutor. Na Figura 2.11, mostra-se a forma da célula de resolução para um transdutor de forma anular, em duas posições na direção axial.

Na Figura 2.12 mostra-se uma aproximação de algumas células de resolução ao longo da direção axial para um transdutor retangular, destacando que o tamanho da célula varia com a distância da célula ao foco do sinal de ultrassom. No ponto de foco do raio de ultrassom, o tamanho da célula de resolução é mínimo, sendo o local de melhor resolução lateral da imagem.

Vale notar que dois espalhadores dentro da mesma célula de resolução não podem ser distinguidos na imagem final. Na Figura 2.13 mostram-se três células de resolução com 2 espalhadores dentro de cada uma. Mostra-se também que na imagem final apenas um espalhador será mostrado, e com formato mais achatado em regiões fora do foco do sinal de ultrassom, dada a menor resolução lateral nestas regiões.



**Figura 2.13: Resolução lateral.**

### 2.1.5 Ajuste de faixa dinâmica

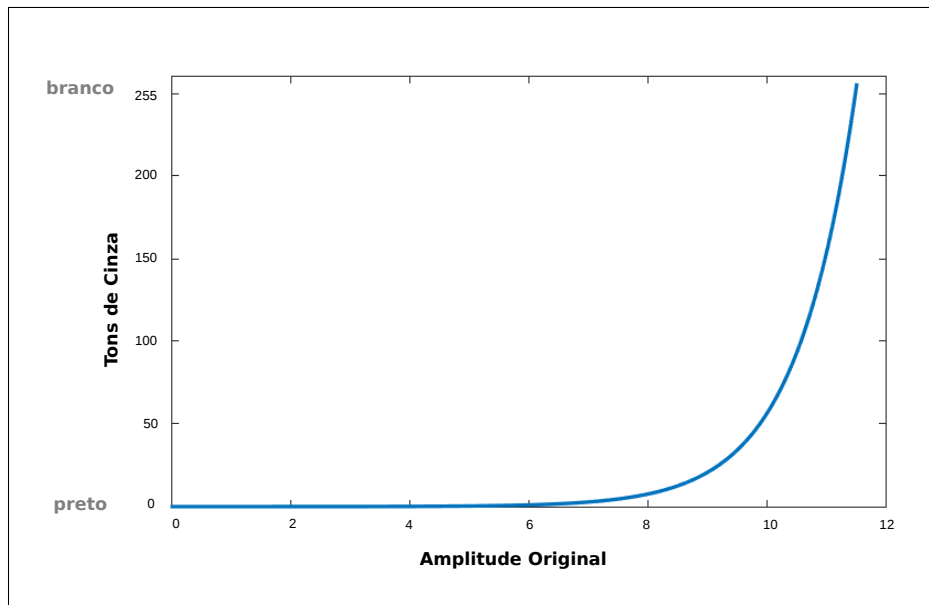
Faixa dinâmica de um equipamento de ultrassom é a razão entre o maior e menor valores possíveis de amplitude de eco recebidos pelo equipamento. A reflexão especular na interface de um tecido mole com um tecido ósseo gera valores altos de amplitude por exemplo, enquanto a parcela de energia que retorna ao transdutor pelo espalhamento em uma pequena partícula do meio, gera valores muito baixos de amplitude. As amplitudes de eco retornando de tecidos humanos podem ter uma faixa dinâmica entre 100 e 150 decibéis (dB) (HENDEE; RITENOUR, 2002). Assumindo uma faixa dinâmica de 100 dB e que as amplitudes máxima e mínima sejam  $A$  e  $A_0$  respectivamente, tem-se a relação

$$dB = 20 \log_{10} \left( \frac{A}{A_0} \right),$$

$$\frac{100}{20} = \log_{10} \left( \frac{A}{A_0} \right),$$

$$\frac{A}{A_0} = 10^5 = 100.000. \quad (2.3)$$

De acordo com equação (2.3), a maior amplitude de eco em tecidos pode ser cem mil vezes maior que a menor. Como a visualização das imagens de ultrassom é feita em monitores em tons de cinza, tipicamente no intervalo entre 0 (preto) e 255 (branco), algum tipo de compressão da faixa dinâmica original é necessária. Assim, antes da visualização, o equipamento de ultrassom aplica uma compressão logarítmica nas amplitudes, fazendo com que a grande faixa dinâmica



**Figura 2.14: Compressão de intervalo dinâmico de imagens de ultrassom.**

das amplitudes originais possam ser representadas nos 256 tons de cinza do monitor. É típico durante a compressão logarítmica se adicionar uma constante ao sinal, a fim de evitar o inconveniente matemático da indefinição da operação de log no ponto zero. O gráfico na Figura 2.14 mostra um exemplo de compressão logarítmica.

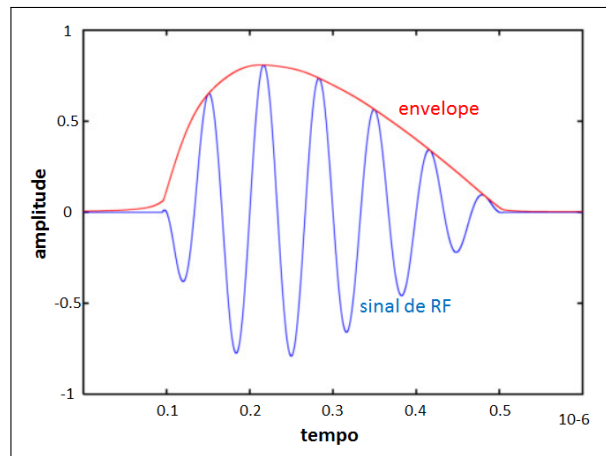
### 2.1.6 Envelope de sinal de RF

Como comentado anteriormente, o sinal de variação de amplitude com o tempo coletado no imageamento em modo-A corresponde ao sinal de RF do ultrassom. Tal sinal é um sinal ondulatório, como mostrado pela linha azul no gráfico da Figura 2.15. Este sinal contém mais informações do que é necessário para a construção da imagem em tons de cinza, sendo então usado apenas seu envelope. Envelope de um sinal ondulatório é uma linha imaginária que delimita a região onde o sinal está contido. Tal linha tem as partes inferior e superior, mas na prática são informações redundantes, e tipicamente se utiliza apenas a parte superior (positiva) do envelope, como mostrado pela linha vermelha no gráfico da Figura 2.15.

Uma forma simples de extrair a parte positiva do envelope de um sinal é utilizando a transformada de Hilbert, como feito em Georgiou e Cohen (1998) e Flores, Pereira e Infantosi (2014):

$$A_{env} = |A_{rf} - j\mathcal{H}[A_{rf}]|, \quad (2.4)$$

onde  $A_{rf}$  corresponde à amplitude do sinal de RF e  $A_{env}$  a amplitude do envelope. O símbolo



**Figura 2.15: Envelope de sinal de RF.**

$\mathcal{H}$  denota a transformada de Hilbert, cuja definição pode ser encontrada, por exemplo, em Karl (1989, p.119). Na Figura 2.16 mostra-se um sinal de RF de ultrassom real, em azul, e seu envelope, em vermelho.

A extração do envelope se dá em cada linha em modo-A. Combinando o envelope de várias linhas têm-se um arranjo bidimensional dos envelopes, que corresponde à imagem dos envelopes de RF, ou simplesmente imagem de RF como referenciado neste trabalho.

### 2.1.7 Sumário

Após apresentar os vários conceitos relativos ao processo de aquisição de imagens de ultrassom, faz-se aqui um sumário do processo como um todo, com foco nos dados e processamentos de cada etapa, no intuito de enfatizar os dados que serão usados nos tópicos seguintes, e por quais tipos de processamento foram submetidos.

Como mostrado na Figura 2.17a, no primeiro passo do processo de aquisição, a sonda de ultrassom varre lateralmente a região a ser imageada, gerando em cada posição uma linha de dados em modo-A, que são os sinais de RF do ultrassom. Tais linhas passam pelo processo de extração de envelope (2.17b). Arranjando as linhas com dados de envelope numa matriz tem-se uma imagem em modo-B, neste etapa sendo a imagem de RF, como mostrado em 2.17c. Na próxima etapa, como em 2.17d, esta imagem de RF sofre compressão logarítmica, gerando a imagem comprimida, ou imagem de log como será chamada neste trabalho.

Neste trabalho utilizam-se tanto as imagens de RF, que estão no domínio original do problema, quanto as imagens de log, no domínio logarítmico.

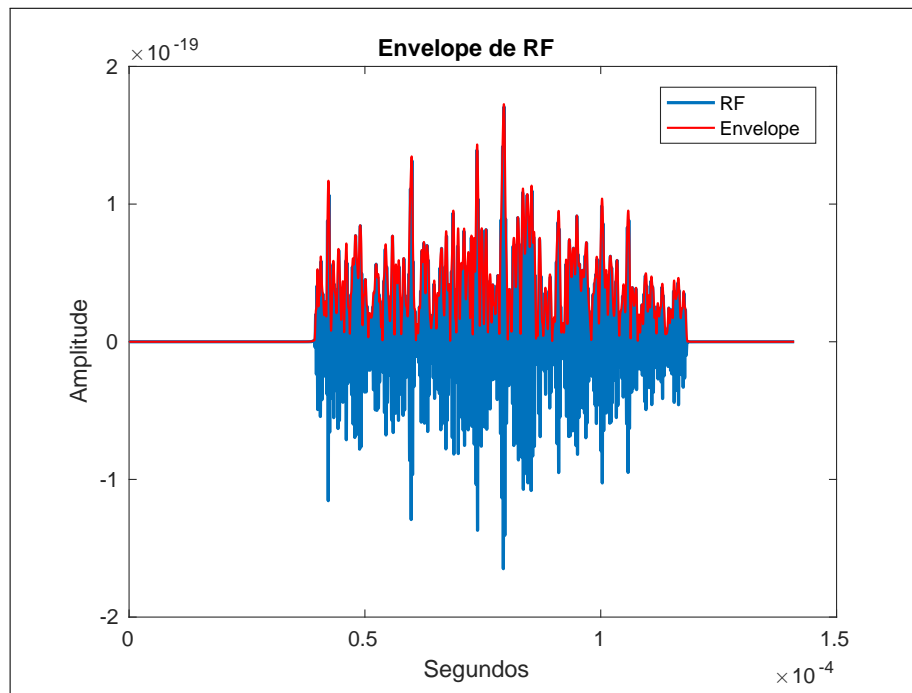


Figura 2.16: Sinal de RF e envelope em aquisição real.

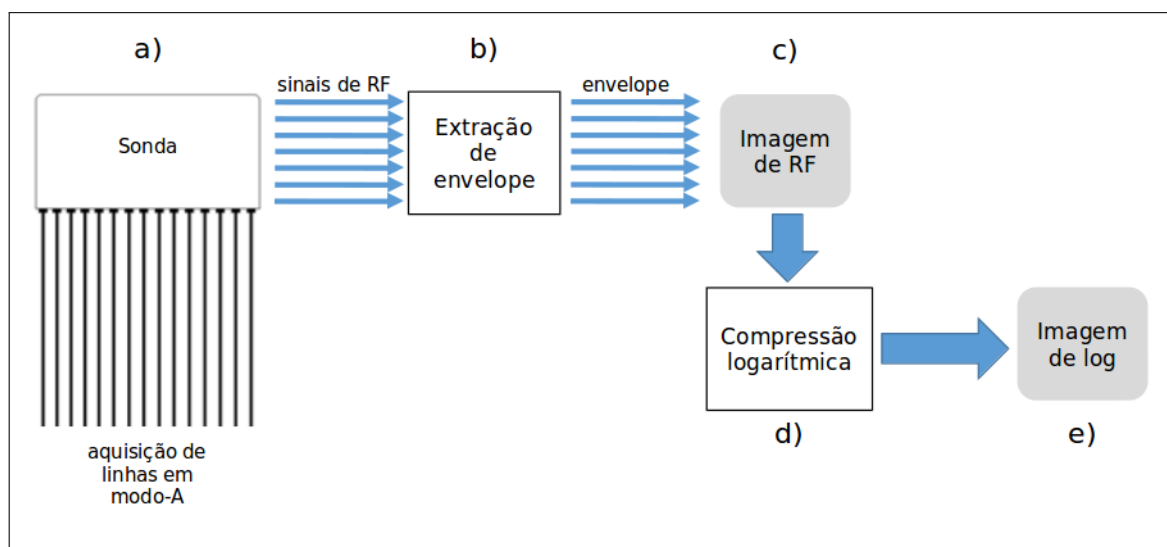


Figura 2.17: Sumário do processo de aquisição e processamento de imagens de ultrassom.

## 2.2 Modelos estatísticos para *speckle* em ultrassom

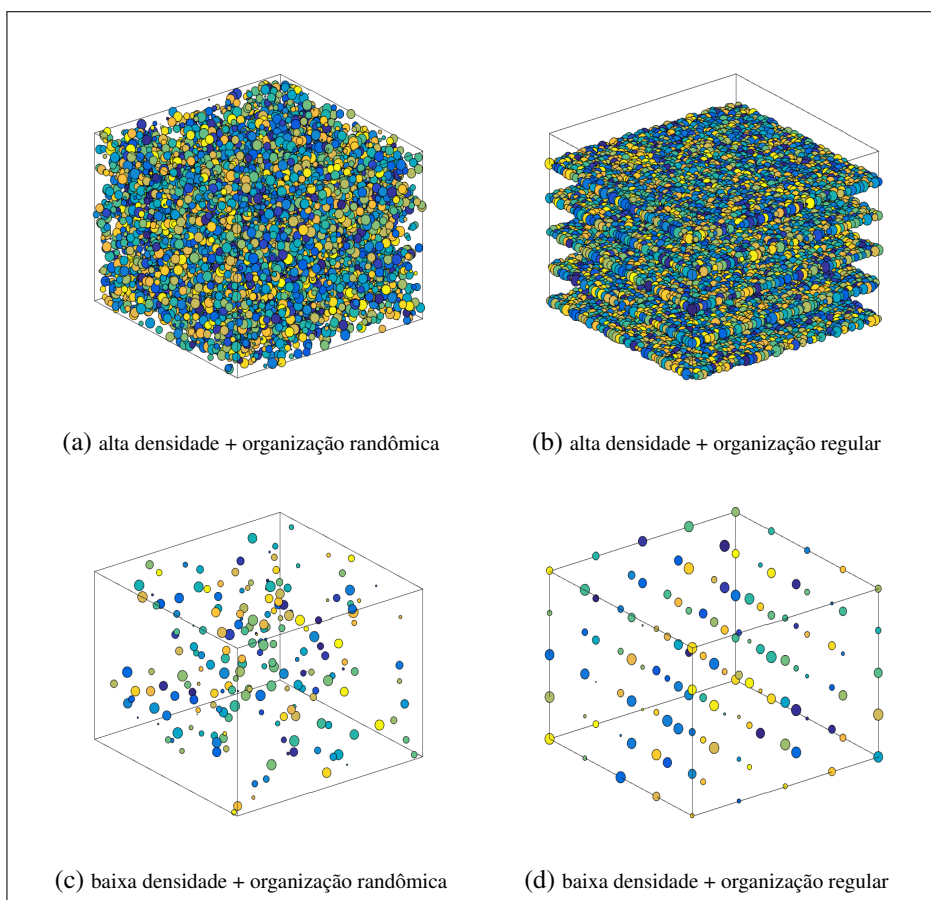
Baseados em premissas para os fenômenos de reflexão e espalhamento do ultrassom nos tecidos, e dependendo do domínio em que os dados são analisados, diversos modelos estatísticos podem ser derivados para *speckle* em imagens de ultrassom. Inicialmente são apresentados os modelos no domínio original (imagem de RF), formada pelas amplitudes do envelope de RF como capturadas diretamente do equipamento de ultrassom. Na sequência é apresentado o modelo no domínio do logaritmo, que corresponde à aplicação da transformação logarítmica na imagem de RF.

### 2.2.1 Modelos no domínio original

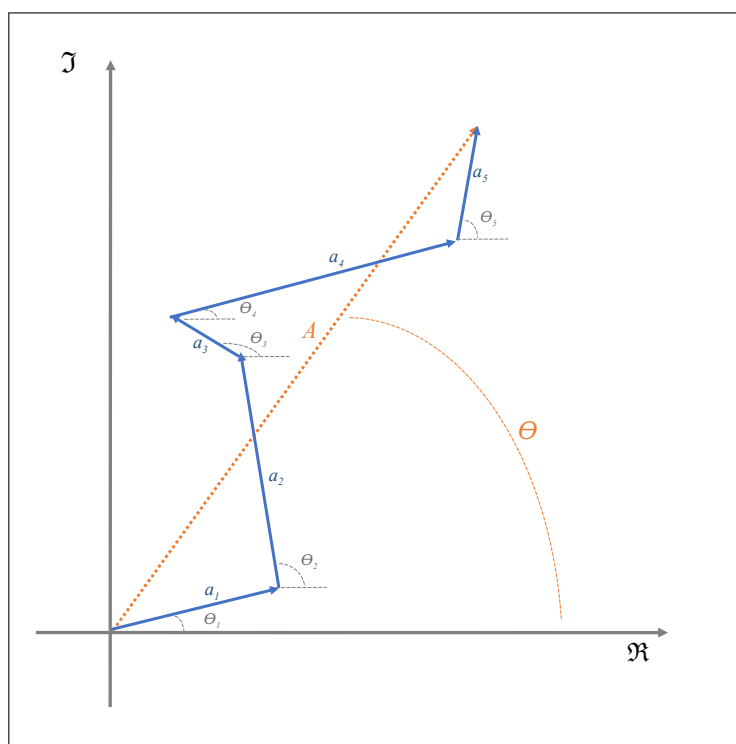
Como discutido na seção 2.1.1.2, do ponto de vista do sistema de imageamento por ultrassom, são importantes as ondas refletidas e espalhadas que retornam ao transdutor como eco. As interferências construtivas e destrutivas destes sinais retornando ao transdutor dão origem ao fenômeno físico conhecido como *speckle*, responsável pelo padrão visual granular das imagens de ultrassom. A abstração mais aceita para explicar tal fenômeno físico é o modelo da caminhada aleatória no plano complexo, proposto por Goodman (1976). Partindo de tal abordagem, vários modelos estatísticos podem ser derivados, dependendo das premissas adotadas para duas variáveis: número (ou densidade) e organização de espalhadores. A adoção destas premissas leva aos quatro regimes de espalhamento considerados na literatura, e representados na imagem da Figura 2.18:

- i) grande número (alta densidade) de espalhadores aleatoriamente distribuídos;
- ii) grande número (alta densidade) de espalhadores com organização regular;
- iii) baixo número (baixa densidade) de espalhadores aleatoriamente distribuídos;
- iv) baixo número (baixa densidade) de espalhadores com organização regular;

Note da descrição acima que o fenômeno da reflexão não foi contabilizado na descrição. E como descrito na seção 2.1.5, o sinal de retorno da reflexão especular é muito maior que o sinal de retorno de espalhamento, quando se tem a junção de tecidos com grandes diferenças nas propriedades acústicas, como a junção entre tecido mole e ossos, por exemplo. Na descrição dos parágrafos acima e na análise matemática dada nos tópicos a seguir, considera-se que o fenômeno da reflexão especular não está presente.



**Figura 2.18: Regimes de espalhamento.**



**Figura 2.19: Representação de caminhada aleatória no plano complexo.**

### 2.2.1.1 Regimes com alta densidade de espalhadores

Seja então a amplitude ( $A$ ) da somatória dos sinais recebidos no transdutor devido a um grande número de espalhadores aleatoriamente distribuídos modelado por uma caminhada aleatória no plano complexo:

$$A = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N a_i e^{j\theta_i}, \quad (2.5)$$

onde  $N$  representa o número de espalhadores contribuindo com sinais de eco,  $a_i$  é a amplitude e  $\theta_i$  a fase do  $i$ -ésimo fasor. Tal organização é mostrada na Figura 2.19.

Decompondo a equação (2.5) nos termos real ( $\Re$ ) e imaginário ( $\Im$ ) da amplitude, tem-se

$$\text{Real}\{A\} = \Re = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N a_i \cos \theta_i, \quad (2.6)$$

$$\text{Imaginário}\{A\} = \Im = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N a_i \sin \theta_i. \quad (2.7)$$

Assumindo que amplitude  $a_i$  e fase  $\theta_i$  são independentes e identicamente distribuídas (i.i.d), pode-se expressar as médias de  $\Re$  e  $\Im$  como (GOODMAN, 2007)

$$E[\Re] = E \left[ \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N a_i \cos \theta_i \right] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N E[a_i] E[\cos \theta_i], \quad (2.8)$$

$$E[\Im] = E \left[ \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N a_i \sin \theta_i \right] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N E[a_i] E[\sin \theta_i]. \quad (2.9)$$

Adotando que as fases estão distribuídas de maneira uniforme no intervalo  $[-\pi, \pi]$ , tem-se  $E[\cos \theta_i] = E[\sin \theta_i] = 0$ , logo,  $E[\Re] = E[\Im] = 0$ .

De maneira similar, as variâncias de  $\Re$  e  $\Im$  podem ser expressas por

$$\sigma_{\Re}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i,j=1}^N E[a_i a_j] E[\cos \theta_i \cos \theta_j], \quad (2.10)$$

$$\sigma_{\Im}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i,j=1}^N E[a_i a_j] E[\sin \theta_i \sin \theta_j]. \quad (2.11)$$

Assumindo novamente que  $a$  é i.i.d e a fase se distribui uniformemente no intervalo  $[-\pi, \pi]$ , tem-se  $\sigma_{\Re}^2 = \sigma_{\Im}^2 = \sigma^2$  e  $E[\Re \Im] = 0$ .

Retornando à equação (2.5), fazendo  $N \rightarrow \infty$  e aplicando o teorema central do limite, as partes real e imaginária do fasor  $A$  terão uma distribuição aproximadamente normal. Deste



modo a distribuição conjunta das partes real e imaginária será também aproximadamente uma normal. Como  $\Re$  e  $\Im$  são não correlacionadas, o termo de correlação será nulo, e tal distribuição pode ser expressa por (GOODMAN, 2007)

$$p(\Re, \Im) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{\Re^2 + \Im^2}{2\sigma^2}\right). \quad (2.12)$$

Como se tem interesse na distribuição de amplitudes, faz-se uma substituição de variáveis como mostrado a seguir.

Note na Figura 2.19 as relações  $\Re = A \cos \theta$  e  $\Im = A \sin \theta$ , que permitem reescrever a equação (2.12) como

$$p(A, \theta) = p(A \cos \theta, A \sin \theta) |det(J)|, \quad (2.13)$$

onde  $J$  é a matriz Jacobiana da transformada, sendo dada por

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Re}{\partial A} & \frac{\partial \Re}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \Im}{\partial A} & \frac{\partial \Im}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

e

$$det(J) = A. \quad (2.15)$$

Substituindo a equação (2.15) em (2.12), tem-se a distribuição conjunta da amplitude e fase do *speckle*, dada por

$$p(A, \theta) = \frac{A}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right), \quad \sigma > 0. \quad (2.16)$$

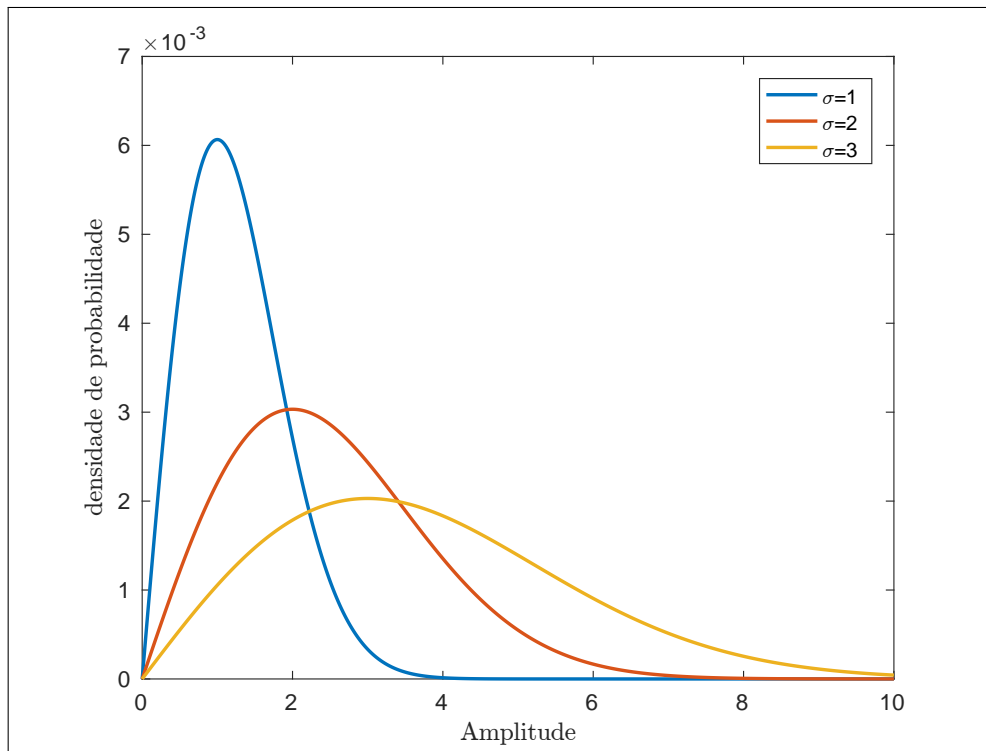
Marginalizando a distribuição conjunta com relação à fase,

$$\int_{-\pi}^{\pi} p(A, \theta) d\theta,$$

tem-se a forma da distribuição de Rayleigh:

$$p(A; \sigma) = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right), \quad \sigma > 0. \quad (2.17)$$

A distribuição de Rayleigh corresponde à forma mais simples possível para modelar *speckle*, sendo expressa em função da amplitude ( $A$ ) do envelope do sinal de RF de ultrassom. O parâmetro da distribuição  $\sigma$  corresponde à reflectividade do tecido em uma célula de resolução. O gráfico da Figura 2.20 mostra a forma da distribuição para alguns valores do parâmetro  $\sigma$ .



**Figura 2.20:** Forma da distribuição de Rayleigh para alguns valores do parâmetro  $\sigma$ .

Dada uma amostra de dados  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  com  $n$  elementos e obedecendo à distribuição de Rayleigh, o parâmetro  $\sigma$  da distribuição pode ser estimado pelo método da máxima verossimilhança (MLE) como

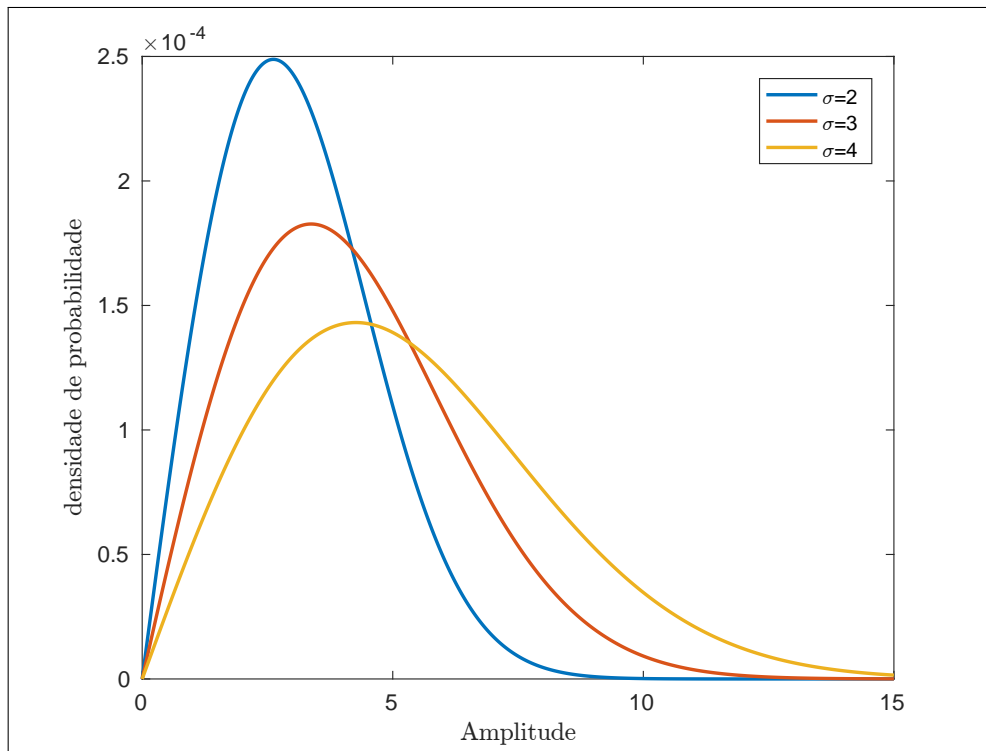
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n x_i^2. \quad (2.18)$$

O regime de espalhamento com alta densidade de espalhadores aleatoriamente distribuídos levando ao modelo de Rayleigh é conhecido na literatura como *fully developed speckle*, sendo válido apenas nas áreas homogêneas da imagem. Por área homogênea se entende uma área da imagem onde, tomando a imagem sem ruído, o valor dos *pixels* é constante.

Considerando agora o regime onde os espalhadores têm uma distribuição regular no meio, não se pode mais considerar que as fases dos fasores estejam distribuídas uniformemente no intervalo  $[-\pi, \pi]$ , e é necessário considerar uma quantidade adicional e não randômica ( $\varepsilon$ ), conhecida como componente de sinal coerente, no somatório da equação (2.5):

$$A = \varepsilon + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N a_i e^{j\theta_i}. \quad (2.19)$$

Utilizando novamente o teorema central do limite é possível estabelecer a distribuição conjunta entre as partes real e imaginária do sinal, fazer a transformação de variáveis para encontrar



**Figura 2.21:** Forma da distribuição de Rice para alguns valores do parâmetro  $\sigma$  e fazendo  $\varepsilon = 1$ .

a distribuição conjunta entre amplitude e fase, e finalmente marginalizar com relação à fase para encontrar a distribuição das amplitudes, dada por

$$p(A; \sigma, \varepsilon) = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2 + \varepsilon^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{A\varepsilon}{\sigma^2}\right), \quad \sigma > 0 \text{ e } \varepsilon \geq 0, \quad (2.20)$$

onde  $I_0$  representa a função modificada de Bessel de primeiro tipo e ordem zero, como definida em Abramowitz e Stegun (1970, p.374).

A equação (2.20) corresponde à distribuição de Rice, sendo caracterizada pelos parâmetros  $\sigma$ , representando a reflectividade do tecido em uma célula de resolução, e  $\varepsilon$  representando o componente de sinal coerente associado a tal célula de resolução. O gráfico da Figura 2.21 mostra a forma da distribuição para alguns valores do parâmetro  $\sigma$  e fazendo  $\varepsilon = 1$ .

A distribuição de Rayleigh é um caso especial da distribuição de Rice, quando  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Sendo assim, a distribuição de Rice pode modelar os regimes de espalhamento com alta densidade de espalhadores, estando estes distribuídos de maneira aleatória ou regular no meio.

### 2.2.1.2 Regimes genéricos

Para permitir a modelagem simultânea dos cenários de alta e baixa densidade de espalhadores, se considera agora que o número de passos da caminhada aleatória varia de acordo com

uma distribuição binomial negativa:

$$bn(N|\alpha, p) = \frac{(N + \alpha - 1)!}{N!(\alpha - 1)!} p^\alpha (1 - p)^N, \quad \alpha > 0, \quad (2.21)$$

com média  $\bar{N}$ , de modo que

$$p = \frac{1}{1 + \frac{\bar{N}}{\alpha}}, \quad (2.22)$$

o que resulta no processo aleatório dado por

$$A = \frac{1}{\sqrt{\bar{N}}} \sum_{i=1}^N a_i, \quad (2.23)$$

onde

$$N = bn \left( N|\alpha, \frac{1}{1 + \frac{\bar{N}}{\alpha}} \right). \quad (2.24)$$

Note que  $\alpha$  nas equações acima modela a densidade de espalhadores no meio, podendo ser adotados valores próximos de zero para indicar regimes de baixa densidade, ou valores  $\alpha \rightarrow \infty$  para indicar regimes de alta densidade.

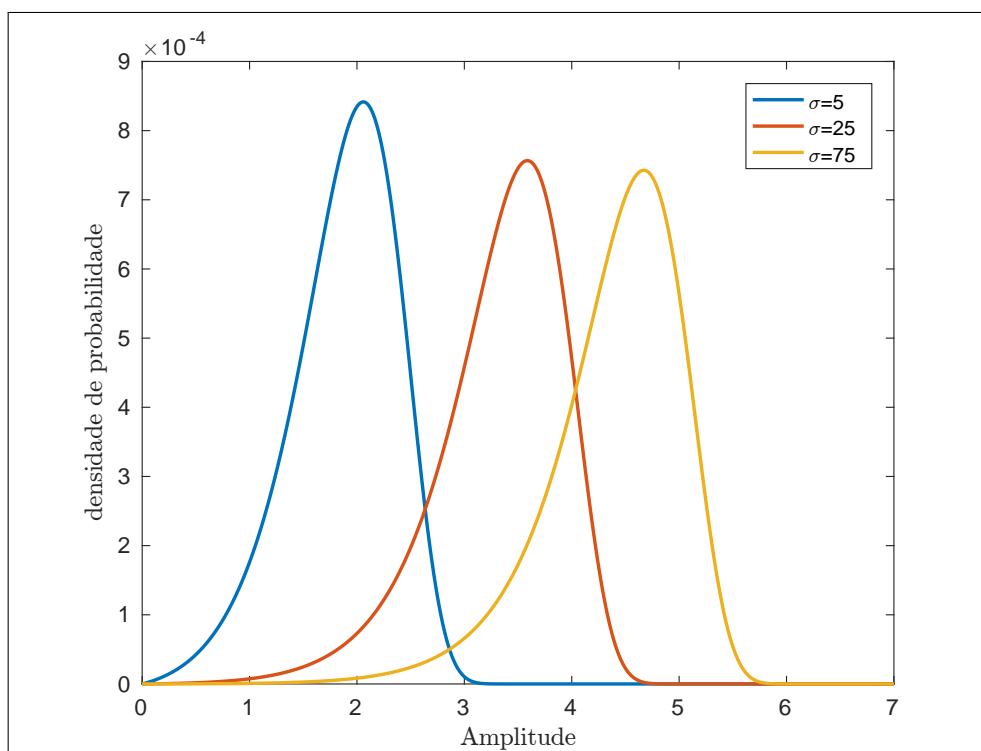
Tal modelo para a caminhada aleatória, considerando uma caminhada aleatória no plano, gera uma densidade de probabilidade para a amplitude dada pela distribuição  $K$  (DESTREMPES; CLOUTIER, 2010):

$$p(A; \sigma, \alpha) = 4 \left( \frac{A^\alpha}{(2\sigma^2)^{\frac{\alpha+1}{2}} \Gamma(\alpha)} \right) K_{\alpha-1} \left( \sqrt{\frac{2}{\sigma^2}} A \right), \quad \sigma > 0 \text{ e } \alpha > 0, \quad (2.25)$$

onde  $K_\alpha$  representa a função modificada de Bessel de segundo tipo e ordem  $\alpha$ , como definida em Abramowitz e Stegun (1970, p.374). O símbolo  $\Gamma$  por sua vez, representa a função gama, como definida em Abramowitz e Stegun (1970, p.255).

A distribuição  $K$  é caracterizada pelos parâmetros  $\sigma$ , representando a reflectividade do tecido em uma célula de resolução, e  $\alpha$  representando o número efetivo de espalhadores influenciando o sinal de eco nesta célula de resolução. O gráfico da Figura 2.22 mostra a forma da distribuição para alguns valores do parâmetro  $\sigma$  e fazendo  $\alpha = 1$ .

Note que a distribuição  $K$  é um modelo que contabiliza os cenários de espalhamento tanto com alta como com baixa densidade de espalhadores, e que estejam distribuídos randomicamente (sem a presença de sinais coerentes). A distribuição de Rayleigh também é um caso especial da distribuição  $K$ , quando  $\alpha \rightarrow \infty$  (JAKEMAN; TOUGH, 1987). Isto é consistente, visto que com o crescimento de  $\alpha$ , caminha-se para o modelo com alta densidade de espalhadores.



**Figura 2.22:** Forma da distribuição K para alguns valores do parâmetro  $\sigma$  e fazendo  $\alpha = 1$ .

Similarmente ao caso com grande densidade de espalhadores, pode-se contabilizar aqui a presença de sinais coerentes na modelagem, somando uma contribuição adicional ( $\varepsilon$ ) não randômica na equação (2.22):

$$p = \varepsilon + \frac{1}{1 + \frac{N}{\alpha}}, \quad (2.26)$$

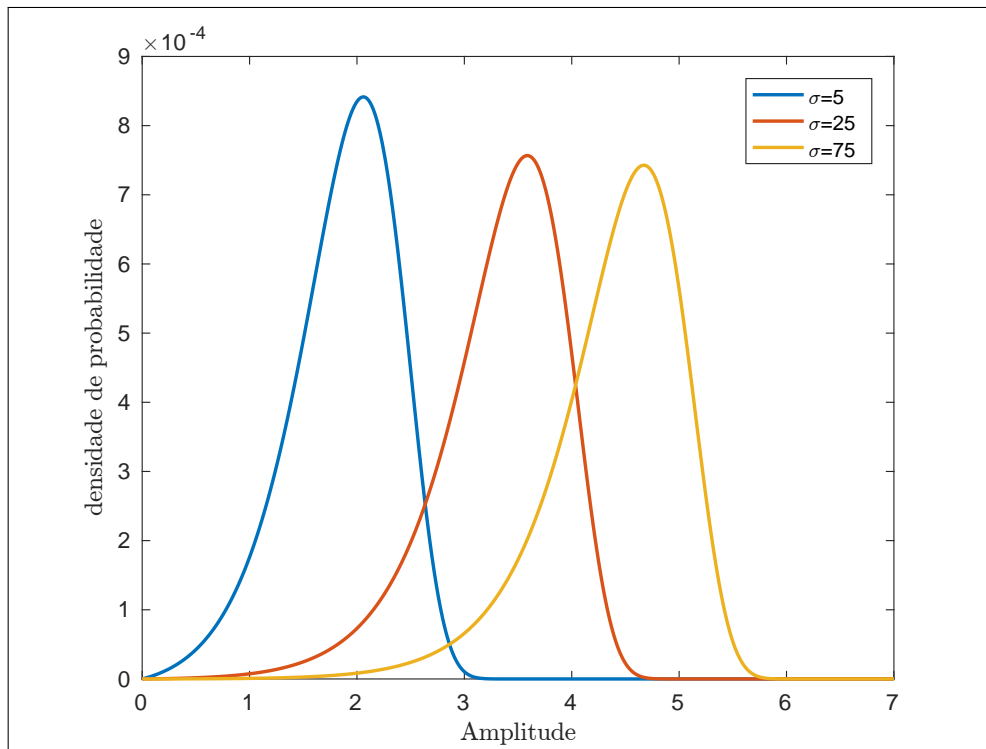
onde  $N$  dado como na equação (2.24).

Tal modelo para a caminhada aleatória, considerando uma caminhada aleatória no plano, gera uma densidade de probabilidades para a amplitude dada pela distribuição homódina-K (DESTREMPES; CLOUTIER, 2010):

$$p(A; \sigma, \alpha, \varepsilon) = A \int_{-\infty}^{+\infty} u J_0(u\varepsilon) J_0(uA) \left(1 + \frac{u^2 \sigma^2}{2}\right)^{-\alpha} du, \quad \sigma > 0, \alpha > 0 \text{ e } \varepsilon \geq 0, \quad (2.27)$$

onde  $J_0$  representa a função de Bessel de primeiro tipo e ordem zero, como definida em Abramowitz e Stegun (1970, p.360).

A distribuição homódina-K é caracterizada por três parâmetros:  $\sigma$  representando a refletividade da célula de resolução,  $\alpha$  representando a densidade de espalhadores na célula de resolução, e  $\varepsilon$  representando a componente de sinal coerente associado a tal célula de resolução. O gráfico da Figura 2.23 mostra a forma da distribuição para alguns valores do parâmetro  $\sigma$  e



**Figura 2.23:** Forma da distribuição homódina-K para alguns valores do parâmetro  $\sigma$  e fazendo  $\alpha = 1$  e  $\varepsilon = 2$ .

fazendo  $\alpha = 1$  e  $\varepsilon = 2$ .

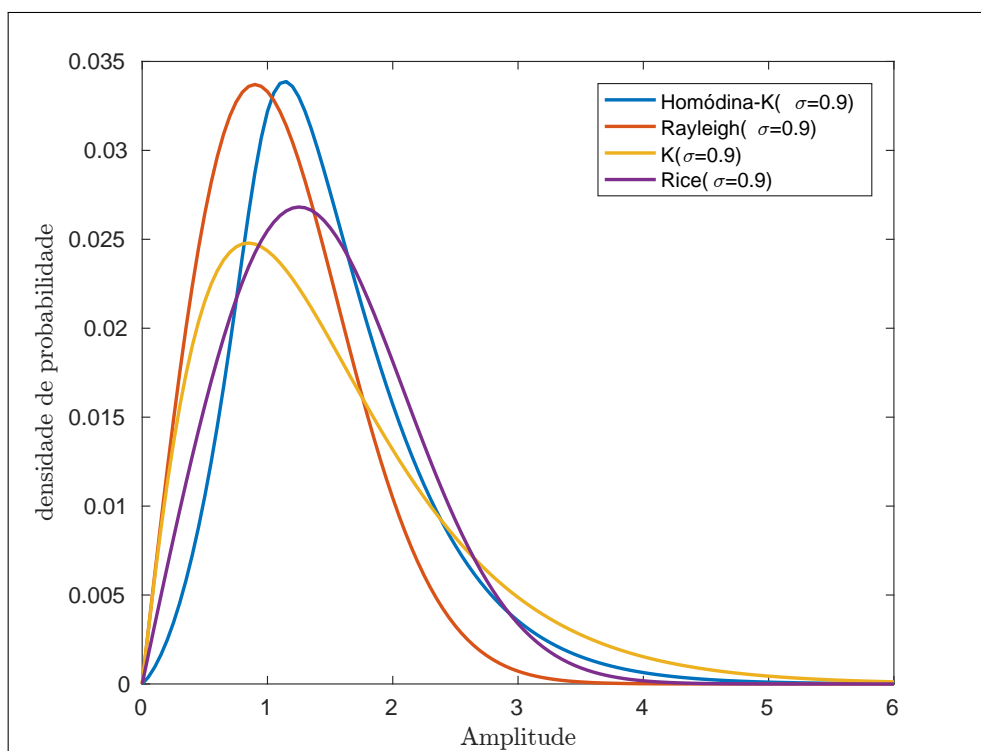
Note agora que a distribuição homódina-K é um modelo genérico que contempla todos os cenários de espalhamento, sendo as distribuições de Rayleigh, Rice e K todas casos especiais desta.

Finalmente, como ilustração, o gráfico da Figura 2.24 mostra uma comparação da forma das distribuições modelando os diversos regimes de espalhamento para *speckle* deduzidas nesta seção. Para todas as distribuições é usado o parâmetro  $\sigma = 0.9$ . Adicionalmente, para as distribuições que os requerem, têm-se  $\alpha = 1$  e  $\varepsilon = 2$ .

### 2.2.1.3 Modelo baseado na distribuição de Nakagami

Apesar da distribuição homódina-K conseguir modelar todos os cenários de espalhamento, sua intratabilidade matemática motivou a busca de outros modelos genéricos para modelar o espalhamento, e que fossem mais simples de manipular matematicamente. Neste contexto, Shankar (2000) propõe o uso da distribuição de Nakagami para modelar o *speckle* em ultrassom.

A distribuição de probabilidade da amplitude do envelope do sinal de *RF* modelado pela



**Figura 2.24:** Comparação da forma das distribuições modelando os diversos regimes de espalhamento para *speckle*, com  $\sigma = 0.9$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\varepsilon = 2$ .

distribuição de Nakagami é dada por

$$p(A; m, \omega) = \frac{2m^m A^{(2m-1)}}{\Gamma(m) \omega^m} \exp\left(-\frac{m}{\omega} A^2\right), \quad m \geq \frac{1}{2} \text{ e } \omega > 0. \quad (2.28)$$

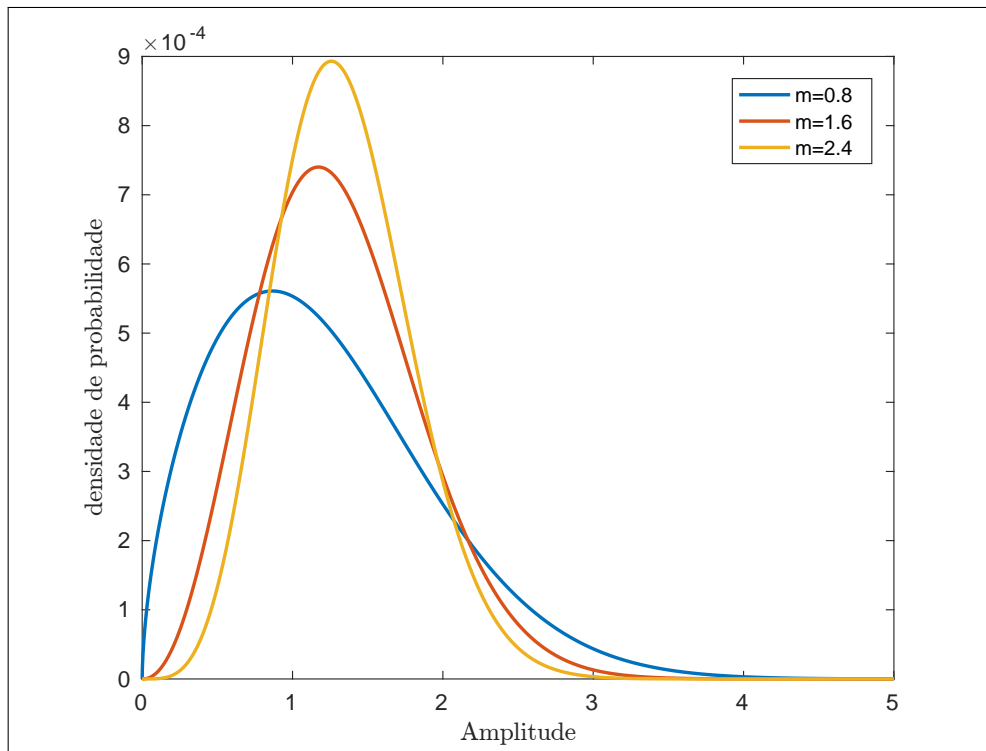
A distribuição de Nakagami é caracterizada pelo parâmetro de forma  $m$  e pelo parâmetro de escala  $\omega$ . O gráfico da Figura 2.25 mostra a forma da distribuição para alguns valores do parâmetro  $m$  e fazendo  $\omega = 2$ .

A distribuição de Nakagami se torna a distribuição de Rayleigh quando  $m = 1$ , e como demonstrado por Destremes e Cloutier (2010), serve de aproximação para as distribuições de Rice e K. Isto permite que se use a distribuição de Nakagami para modelar três dos quatro cenários de espalhamento apresentados neste seção, sendo exceção apenas o cenário que considera baixa densidade de espalhadores com a presença de sinais coerentes.

Dada uma amostra de dados  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  com  $n$  elementos e obedecendo a distribuição de Nakagami, o parâmetro de escala  $\omega$  da distribuição pode ser estimado pelo método MLE como

$$\hat{\omega} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2. \quad (2.29)$$

No caso do parâmetro de forma  $m$  o estimador MLE, para a mesma amostra de dados, é



**Figura 2.25:** Forma da distribuição de Nakagami para alguns valores do parâmetro  $m$  e fazendo  $\omega = 2$ .

dado pela solução da equação (CHENG; BEAULIEU, 2001)

$$\Psi(m) - \log(m) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log(x_i) + \log\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2\right) = 0, \quad (2.30)$$

onde  $\Psi$  denota a função digama, como definido em Abramowitz e Stegun (1970, p.258).

O parâmetro de forma da distribuição de Nakagami pode ser estimado também pelo método dos momentos (ROHATGI; SALEH, 2015), gerando um estimador com forma fechada, dado por (CHENG; BEAULIEU, 2001)

$$\hat{m} = \frac{\hat{\omega}^2}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i^2 - \hat{\omega})^2}. \quad (2.31)$$

Embora mais simples, este estimador por momentos não é usado neste trabalho pelos dois motivos listados a seguir. Primeiramente, para valores pequenos de  $m$  o viés deste estimador é muito alto (CRISTEA, 2016). Além disto, as considerações teóricas apresentadas na seção 2.5.2.1 usam explicitamente o estimador MLE.

Embora o estimador MLE para  $m$  tenha de ser calculado numericamente, quando se usa o método de Newton-Raphson (SANTOS; SILVA, 2006) para resolver a equação (2.30), com valor inicial dado pelo estimador por momentos (equação (2.31)), o algoritmo converge em poucas



iterações.

### 2.2.2 Modelo no domínio do logaritmo

Seja uma variável aleatória  $Y$  cuja distribuição de probabilidade é dada pela distribuição de Rayleigh (equação (2.17)). Define-se uma nova variável aleatória  $Z$ , dada pela transformação logarítmica

$$Z = \log(Y + 1). \quad (2.32)$$

Note que o suporte da distribuição de Rayleigh é  $[0, +\infty)$ . Adicionando 1 na equação (2.32) antes da transformação logarítmica, mantém-se a nova variável aleatória com o mesmo suporte, o que é desejável, visto que não deve haver valores de *pixel* negativos na imagem após transformação. Além disto, evita-se o inconveniente matemático da indefinição da operação de log no ponto zero.

A distribuição da nova variável  $Z$  será dada por

$$p(Z) = \left| \frac{dY}{dZ} \right| p(Y). \quad (2.33)$$

Da equação (2.32), tem-se

$$Y = \exp(Z) - 1 \quad (2.34)$$

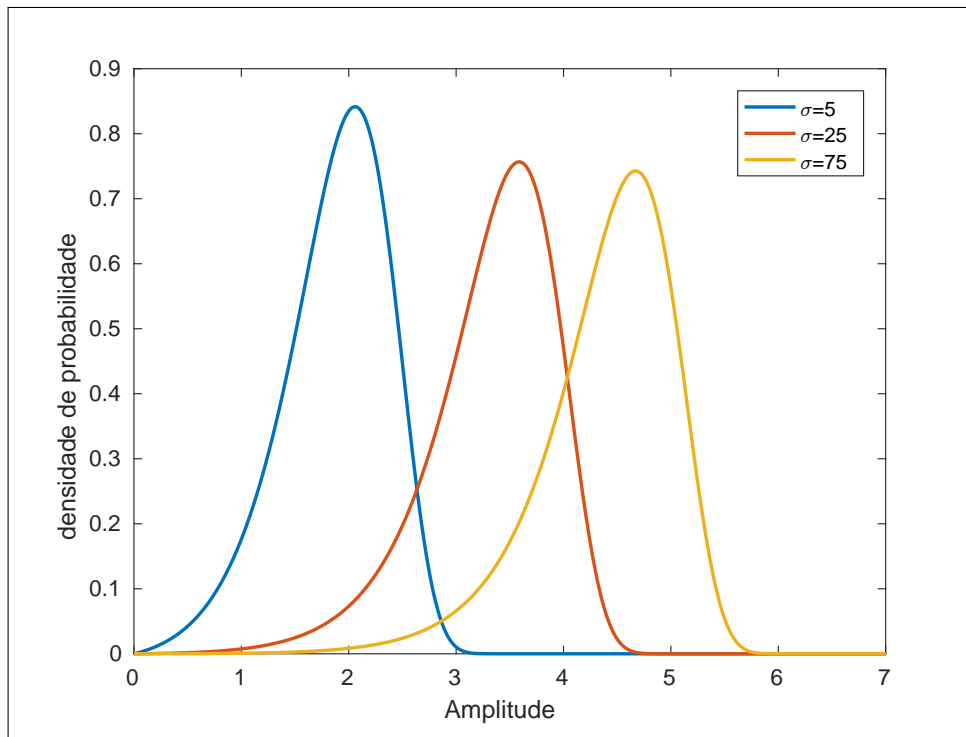
e

$$\frac{dY}{dZ} = \exp(Z). \quad (2.35)$$

Substituindo a equação (2.34) em (2.17) e usando o resultado, juntamente com (2.35), na equação (2.33), tem-se a distribuição do *speckle* na imagem no domínio do logaritmo, como modelada por  $Z$  na equação (2.32). Esta distribuição tem uma forma de exponencial dupla e é chamada de distribuição de Fisher-Tippett (SLABAUGH; UNAL; CHANG, 2006):

$$p(z; \sigma) = \left( \frac{\exp(z) - 1}{\sigma^2} \right) \exp \left( z - \frac{(\exp(z) - 1)^2}{2\sigma^2} \right), z > 0. \quad (2.36)$$

A distribuição de Fisher-Tippett depende de um único parâmetro, que corresponde à refletividade  $\sigma$  do tecido para uma célula de resolução específica na imagem log-comprimida. O gráfico da Figura 2.26 mostra a forma da distribuição para alguns valores do parâmetro  $\sigma$ .



**Figura 2.26:** Forma da distribuição de Fisher-Tippett para alguns valores do parâmetro  $\sigma$ .

Dada uma amostra de dados  $\{z_1, z_2, \dots, z_n\}$  com  $n$  elementos e obedecendo a distribuição de Fisher-Tippett, o parâmetro  $\sigma$  da distribuição pode ser estimado pelo método MLE como

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (\exp(z_i) - 1)^2. \quad (2.37)$$

### 2.2.3 Relacionamento entre modelos

Para sumarizar e enfatizar os modelos estatísticos usados neste trabalho para tratar *speckle* em imagens de ultrassom, na Figura 2.27 se mostra um mapa de relacionamentos entre distribuições. Como expresso no mapa, e assumindo o modelo de caminhada aleatória no plano complexo, a distribuição homódina-K é a forma mais geral de modelar a estatística de *speckle* em ultrassom, permitindo adotar qualquer um dos regimes de espalhamento descritos na seção 2.2.1. Fazendo a densidade de espalhadores aumentar indefinidamente ( $\alpha \rightarrow \infty$ ), ou assumindo a ausência de sinais coerentes ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ), conseguem-se simplificações levando às distribuições de Rice e K respectivamente. Partindo da distribuição de Rice e assumindo ausência de sinais coerentes ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ), chega-se à distribuição de Rayleigh, adequada para modelar o regime de espalhamento conhecido como *fully developed speckle*. Aplicando a transformação logarítmica numa variável aleatória Rayleigh, obtém-se a distribuição de Fisher-Tippett, adequada para tratar *speckle* nas imagens de ultrassom log-comprimidas que tipicamente são gera-

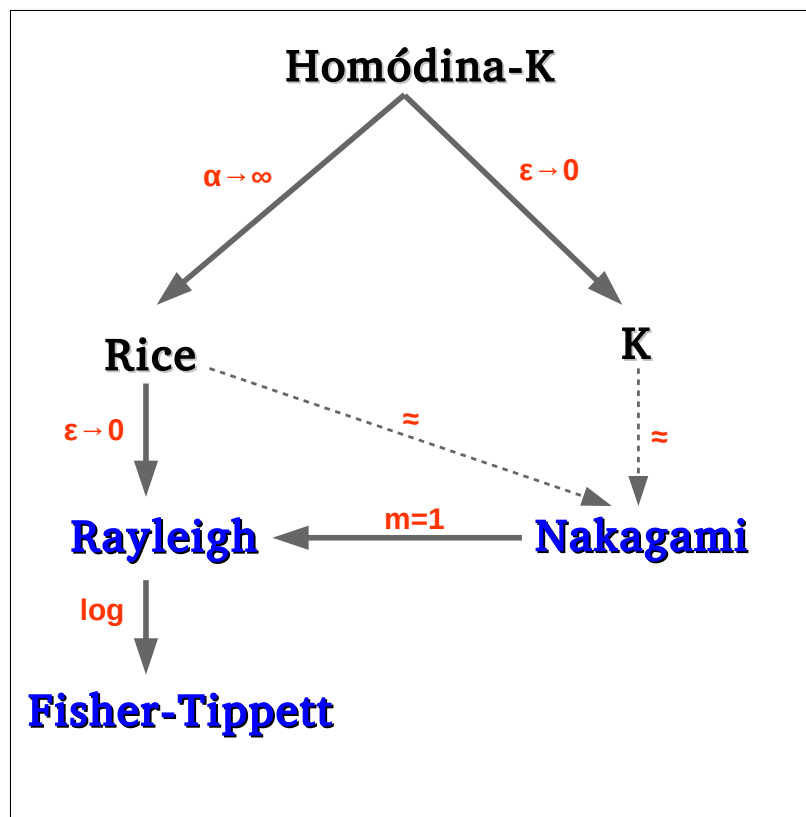


Figura 2.27: Mapa de relacionamentos entre distribuições de probabilidade modelando *speckle* em imagens de ultrassom.

das por equipamentos comerciais de ultrassom.

Devido à dificuldade matemática de se usar as distribuições homódina-K, Rice e K, pode-se usar a distribuição de Nakagami para modelar alguns dos cenários de espalhamento descritos na seção 2.2.1. Destrepes e Cloutier (2010) demonstram, pelo uso da divergência de Kullback-Leibler, que a distribuição de Nakagami é uma boa aproximação para as distribuições Rice e K.

Neste trabalho usam-se as distribuições de Rayleigh e Nakagami para tratar *speckle* nas imagens de RF, e a distribuição de Fisher-Tippett para tratar *speckle* nas imagens de log. Tais distribuições estão destacadas em azul no mapa de relacionamentos mostrado na Figura 2.27.

Vale aqui a nota de que o mapa de relacionamentos apresentado na Figura 2.27 é mais adequado ao contexto de ultrassom. Tal mapa poderia ser largamente expandido, por exemplo, se fosse considerado o contexto de modelagem de *speckle* em imagens SAR. As características dos sistemas de aquisição em SAR tipicamente não são exatamente as mesmas daquelas usadas em ultrassom. Com isto, os modelos adotados para *speckle* em SAR, embora diretamente relacionados, tipicamente não são exatamente os mesmos. Um estudo dos modelos para *speckle* em SAR, e seus relacionamentos, pode ser encontrado em Gao (2010).

## 2.3 Modelo multiplicativo de degradação de imagem

Quando se assume o regime de espalhamento *fully developed*, pode-se considerar o *speckle* como sendo descrito pela distribuição de Rayleigh. Nesta situação, se é tomada uma área homogênea da imagem, a razão entre o desvio padrão e a valor esperado dos *pixels* é constante. Isto significa que estas duas quantidades são proporcionais:

$$\frac{\sqrt{\frac{4-\pi}{2}}\sigma}{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma} = \sqrt{\frac{4-\pi}{\pi}} \approx 0.5227. \quad (2.38)$$

O fato do desvio padrão ser proporcional ao valor esperado sugere um modelo multiplicativo para o *speckle*. Tal modelo tem sido largamente usado para derivar filtros de redução de *speckle*, e pode ser expresso por

$$I(i, j) = S(i, j) Y(i, j). \quad (2.39)$$

onde  $Y(i, j)$  descreve o ruído *speckle* multiplicativo na posição espacial  $(i, j)$ , e  $S(i, j)$  representa o valor do *pixel* sem ruído a ser estimado, para a mesma posição.

Uma possibilidade de tratar o *speckle* quando se considera o modelo multiplicativo é utilizar uma abordagem homomórfica, onde, tomando o logaritmo da multiplicação, transforma-se o ruído em aditivo:

$$\begin{aligned} \log[I(i, j)] &= \log[S(i, j) Y(i, j)], \\ \log[I(i, j)] &= \log[S(i, j)] + \log[Y(i, j)]. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Note que se  $Y(i, j)$  é descrito pela distribuição de Rayleigh na equação (2.39), podemos aplicar a transformação logarítmica dada pela equação (2.32) e obter um ruído aditivo descrito pela distribuição de Fisher-Tippett como expressa na equação (2.36).

Neste trabalho se adota o modelo multiplicativo, sendo usada diretamente a equação (2.39) quando tratando as imagens de RF, e usando a abordagem homomórfica dada pela equação (2.40) para tratar as imagens após a operação logarítmica.

## 2.4 Filtros de *speckle* em ultrassom

### 2.4.1 Introdução

Diversas técnicas têm sido propostas na literatura para filtragem de *speckle*, incluindo os filtros heurísticos (CRIMMINS, 1985; SAFA; FLOUZAT, 1989); os bem conhecidos filtros locais adaptativos de Lee (LEE, 1981), Frost (FROST et al., 1982) e Kuan (KUAN et al., 1985); os filtros de *wavelet* (HAO; GAO; GAO, 1999; MEDEIROS et al., 2002); os filtros por difusão anisotrópica (YU; ACTON, 2002; ABD-ELMONIEM; YOUSSEF; KADAH, 2002); e os filtros não-locais (COUPÉ et al., 2009; ZHAO et al., 2014; PARRILLI et al., 2012; GAN et al., 2015).

Os primeiros filtros de *speckle* surgiram de esquemas heurísticos, onde não se leva em consideração a estatística do *speckle* em si, mas possivelmente alguma estatística local da imagem como a média ou mediana. Assim, poder-se-ia por exemplo, implementar um esquema de remoção de *speckle* baseado num filtro de média-móvel, ou no filtro da mediana. Poder-se-ia também, se basear em conceitos geométricos, como nos filtros geométrico (CRIMMINS, 1985) e morfológico (SAFA; FLOUZAT, 1989). Tais filtros heurísticos tipicamente conseguem atenuar o *speckle* em áreas homogêneas ao custo de borrar as bordas e detalhes da imagem.

Na abordagem local adaptativa, a valor estimado de um *pixel* é uma função de alguma estatística, calculada utilizando a vizinhança local de tal *pixel*. O desempenho de tais filtros é influenciado pela escolha do tamanho e formato das janelas de filtragem. Algumas das abordagens também necessitam usar limiares no processo de filtragem que são estabelecidas de maneira empírica. Em geral, tais técnicas não preservam as bordas, mas somente evitam sua suavização excessiva (LOIZOU; PATTICHIS, 2015).

Na técnica de *wavelets*, pela aplicação da transformada discreta de *wavelets*, a imagem é decomposta nos seus diversos componentes de frequência. Em seguida estes componentes podem ser diminuídos ou anulados para remover o ruído, por meio de limiares. Esta técnica apresenta melhores resultados que as técnicas locais, mas podem aparecer artefatos, como padrões isolados próximo das bordas (MARTINO et al., 2014).

Nas técnicas por difusão, explora-se um coeficiente de variação instantâneo da magnitude da imagem para eliminar o ruído em áreas homogêneas, enquanto se tenta preservar as bordas. Uma abordagem por difusão especificamente para filtragem de *speckle* em imagens SAR e ultrassom, nomeada SRAD (*Speckle reducing anisotropic diffusion*), foi proposta por Yu e Acton (2002).

Em anos recentes, grande atenção tem sido dada aos filtros com abordagens não-locais

como o NLM (BUADES; COLL; MOREL, 2005) e BM3D (DABOV et al., 2007). Como estes são os filtros a serem adaptados neste trabalhos, são descritos em mais detalhes nas seções a seguir.

## 2.4.2 Filtro de médias não-locais

### 2.4.2.1 Filtro NLM original

Dada uma imagem discreta  $v = v(i)|i \in I$ , o valor estimado de um *pixel*  $NL(v)(i)$  é computado como a média ponderada de todos os *pixels* da imagem:

$$NL(v)(i) = \sum_{j \in I} w(i, j) v(j), \quad (2.41)$$

onde os pesos  $w(i, j)$  dependem da similaridade entre os *pixels*  $i$  e  $j$ , satisfazendo as condições  $0 \leq w(i, j) \leq 1$  e  $\sum_j w(i, j) = 1$ . O cálculo da similaridade entre dois *pixels* é feito utilizando a vizinhança de tais *pixels*. As vizinhanças dos *pixels*  $i$  e  $j$  são denotadas por  $v(N_i)$  e  $v(N_j)$  respectivamente. Note que  $v(N_i)$  e  $v(N_j)$  são os *patches* que têm  $i$  e  $j$  como *pixels* centrais.

Na proposta original de Buades, Coll e Morel (2005), para tratamento de ruído aditivo gaussiano, é adotada a norma L2 (distância Euclidiana) como medida de similaridade entre *pixels*. Com isto, a função de peso proposta é

$$w(i, j) = \frac{1}{Z_i} \exp\left(-\frac{\|v(N_i) - v(N_j)\|^2}{h^2}\right), \quad (2.42)$$

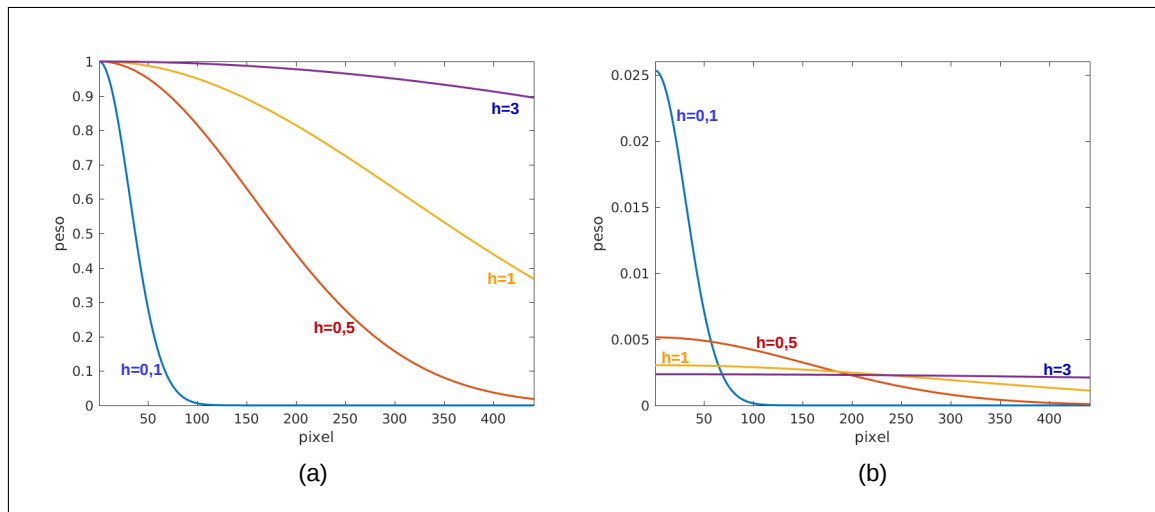
onde  $Z_i$  é o fator de normalização, garantindo que  $\sum_j w(i, j) = 1$ , e dado por

$$Z_i = \sum_j \exp\left(-\frac{\|v(N_i) - v(N_j)\|^2}{h^2}\right). \quad (2.43)$$

O parâmetro  $h$  controla o decaimento exponencial dos pesos em função da distância Euclidiana entre os *pixels*.

Se considerarmos que as vizinhanças dos *pixels*  $i$  e  $j$  têm forma quadrada, mesmo tamanho  $k \times k$  e são dadas por  $v(N_i) = \{a_1, a_2, \dots, a_{k^2}\}$  e  $v(N_j) = \{b_1, b_2, \dots, b_{k^2}\}$ , podemos definir a norma L2 (distância Euclidiana) entre tais *patches* como

$$\|v(N_i) - v(N_j)\| = \sqrt{\sum_{u=1}^{k^2} (a_u - b_u)^2}. \quad (2.44)$$

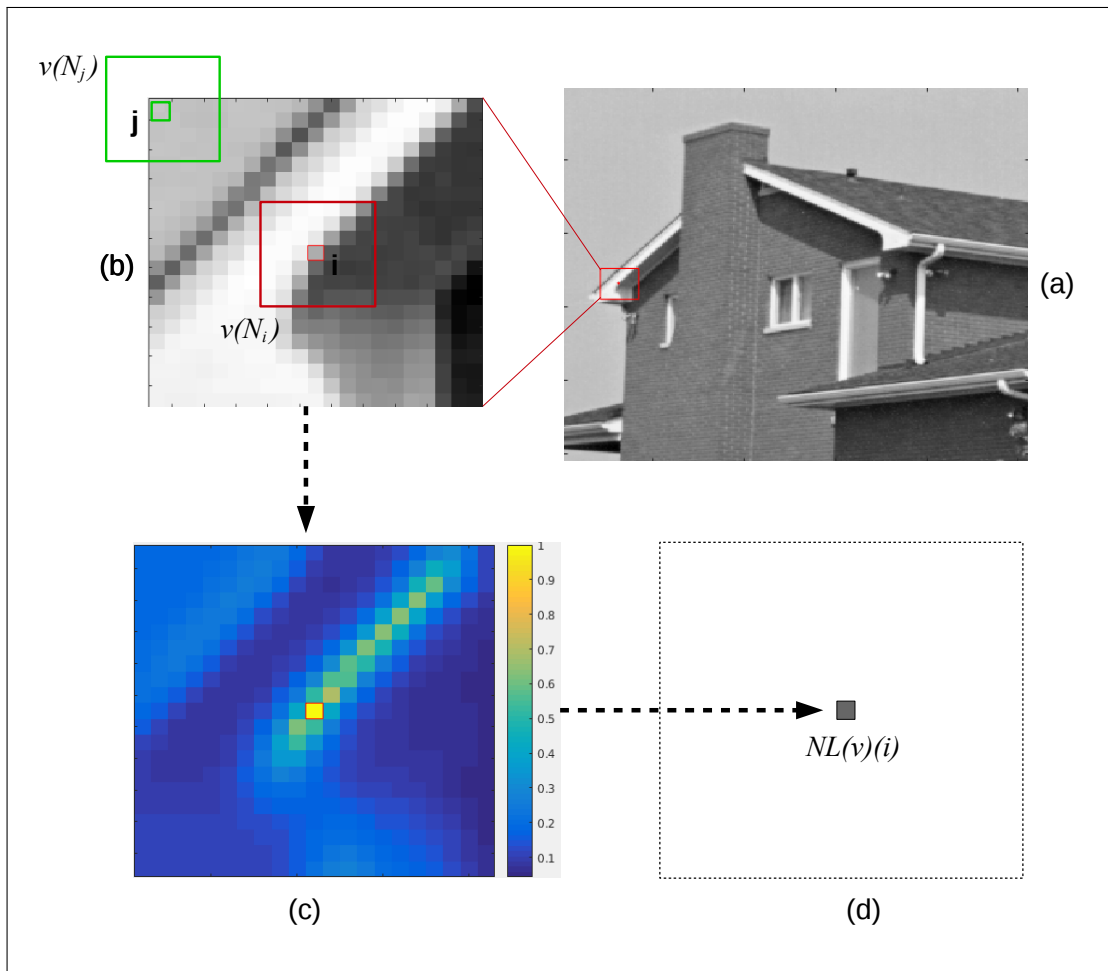


**Figura 2.28: Variação dos pesos com a constante  $h$**

Embora por definição se possa varrer a imagem toda na busca dos *pixels* similares em NLM, na prática, por questões de desempenho, esta busca é limitada em uma região chamada de janela de busca. Todos os *pixels* dentro da janela de busca contribuem para a soma ponderada que dá a estimativa do *pixel* central de tal janela, como será mostrado nos parágrafos a seguir.

Um fator importante para compreender o filtro NLM é entender qual o efeito da variação do parâmetro  $h$  sobre o conjunto de pesos dados na equação (2.42). Para demonstrar tal efeito, são construídos os gráficos da Figura 2.28, assumindo-se uma janela de busca com  $441(21 \times 21)$  *pixels*, 4 valores para  $h$  e que as distâncias entre os *pixels* ( $||v(N_i) - v(N_j)||$ ) estão distribuídas entre 0 e 1 de maneira uniforme. O gráfico na Figura 2.28a, que mostra o valor dos pesos antes da normalização pela constante  $Z_i$ , indica que conforme se aumenta o valor de  $h$ , têm-se mais pesos com valores próximos ao valor máximo (1). No limite, para valores muito altos de  $h$ , todos os pesos terão valor 1. Em termos de resultado na filtragem, quando todos os pesos têm valor máximo, e se a soma estiver normalizada, a estimativa do *pixel*  $i$  corresponde à uma média considerando todos os outros *pixels* da janela de busca. Este é o caso onde a suavização do *pixel*  $i$  é máxima. Por outro lado, quanto menor o valor de  $h$ , mais pesos têm valores próximos de zero, indicando que mais *pixels* terão baixa contribuição na soma ponderada que dá a estimativa do *pixel*  $i$ . No limite, somente o peso relacionado ao próprio *pixel*  $i$  é não nulo, e não há suavização nenhuma. Enquanto pelo gráfico da Figura 2.28a é mais simples verificar o efeito da variação da constante  $h$ , o gráfico da Figura 2.28b mostra o caso real, quando os pesos estão normalizados. Note que a normalização não afeta a proporção com que cada *pixel* contribui na soma ponderada. Apenas o valor máximo do peso agora é menor, visto que a área abaixo de cada curva é unitária.

Para ilustrar o funcionamento do algoritmo NLM, nas imagens da Figura 2.29 se mostra



**Figura 2.29: Processo de filtragem NLM de um *pixel* da imagem.**

todo o processo de estimação para um dos *pixels* da imagem. Na Figura 2.29a se mostra uma imagem a ser filtrada por NLM e uma região em destaque, cujo *pixel* central  $i$  será estimado. Tal região em destaque é a janela de busca associada ao *pixel*  $i$ . Na Figura 2.29b a janela de busca é mostrada amplificada. A estimativa do *pixel*  $i$  levará em conta todos os *pixels* dentro da janela de busca, de acordo com os pesos definidos na equação (2.42). Em 2.29c se mostra um mapa indicando a proporção com que cada *pixel* em determinada posição contribuirá na soma ponderada de estimativa de  $i$ . Finalmente, em 2.29d se representa a estimativa do *pixel*  $i$ , tendo sido conseguida com o uso dos pesos associados a todos os *pixels* da janela de busca.

Pela descrição do filtro NLM dada acima, podem-se identificar três parâmetros para o método:

- **Tamanho da janela de busca:** é o tamanho da região onde se buscam os *pixels* similares ao *pixel* sendo filtrado. O tamanho da janela de busca geralmente é um número ímpar, para que exista um *pixel* central, com valores típicos entre  $21 \times 21$  e  $35 \times 35$ , como usados em Buades, Coll e Morel (2011). Não existem limitações teóricas para a forma da



janela de busca, no entanto, por questões de eficiência de processamento, tipicamente se adota uma região quadrada. Note que quanto maior a janela de busca, mais *pixels* serão considerados na soma ponderada dada na equação (2.41), o que implica na prática uma maior suavização do *pixel* sendo filtrado;

- **Tamanho do *patch*:** é o tamanho da vizinhança onde se calcula a similaridade entre *pixels*, ou tamanho do *patch* como referenciado neste trabalho. Este tamanho geralmente é ímpar, para que exista um *pixel* central, e valores típicos estão entre  $5 \times 5$  e  $11 \times 11$  como usados por exemplo em Buades, Coll e Morel (2011). Do mesmo modo que para a janela de busca, tipicamente o *patch* é uma região quadrada. Note que aumentando o tamanho do *patch*, aumenta-se também a distância Euclidiana dada na equação (2.44), o que afasta o argumento da exponencial da equação (2.42) de zero, pela esquerda, implicando um conjunto grande de pesos  $w$  com valores relativamente baixos, e uma menor suavização do *pixel* sendo filtrado. Opcionalmente, poder-se-ia normalizar a distância Euclidiana na equação (2.44), fazendo a divisão desta pelo tamanho do *patch*, por exemplo. Neste caso, o tamanho do *patch* não teria efeito prático sobre o resultado da filtragem;
- **$h$ :** O terceiro parâmetro, a constante ( $h$ ), controlando o decaimento exponencial dos pesos, indica o grau de suavização que será aplicado na filtragem, como discutido nos parágrafos acima. A escolha do parâmetro  $h$  ideal para uma imagem específica tipicamente está associada à variância do ruído. Quanto maior a variância do ruído, maior a constante  $h$  que deverá ser usada.

Vale notar que embora o algoritmo em si use os parâmetros descritos acima, as implementações do filtro requisitam tipicamente um único parâmetro, uma estimativa da variância do ruído, que é usada para se determinar automaticamente os outros parâmetros do algoritmo. A implementação NLM fornecida em Buades, Coll e Morel (2011) por exemplo funciona deste modo.

Como mencionado anteriormente, a versão original do filtro NLM foi proposta para tratar ruído aditivo gaussiano. Para tratamento de ruído *speckle*, de natureza multiplicativa, diversas variações foram sugeridas, como por Coupé et al. (2009), Deledalle, Denis e Tupin (2009), Zhan, Zhang e Ding (2012), Zhan et al. (2014), Zhao et al. (2014) e Breivik et al. (2014). Estes dois primeiros, denominados pelos autores de filtro NLM Bayesiano e filtro NLM probabilístico são descritos a seguir, e são usados neste trabalho como filtros de referência. Outras variações de NLM para tratamento de *speckle*, chamadas aqui de filtros NLM estocásticos, também são descritos na sequência.

### 2.4.2.2 Filtro NLM Bayesiano

Coupé et al. (2009) usam a formulação Bayesiana do filtro NLM e determinam a distância de Pearson como nova medida de similaridade para filtragem de *speckle* em imagens de ultrassom. Usam também um esquema de limiares, baseado em estatísticas locais, para somente incluir *pixels* estatisticamente similares na média ponderada, abordagem que aumentou tanto o desempenho computacional quanto o desempenho de filtragem, de acordo com os autores. Tal filtro é nomeado de OB\_NLM (*optimized bayesian NLM*). Vale a nota de que a distância de Pearson usada em OB\_NLM é uma medida baseada em correlação, que mede a associação entre os dados, não sua similaridade.

Sendo uma variação de NLM, em OB\_NLM também se usam como parâmetros o tamanho do *patch*, o tamanho da janela de busca, e a constante  $h$  controlando a suavização da imagem filtrada, sendo válidos aqui todas as considerações acerca destes parâmetros feitas na seção 2.4.2.1.

### 2.4.2.3 Filtro NLM Probabilístico

Deledalle, Denis e Tupin (2009) modelam o problema de filtragem como um problema de estimação, e usam o estimador de máxima verossimilhança ponderado (POLZEHL; SPOKOINY, 2006) para definir uma nova medida de distância entre *patches*. O trabalho deriva tal medida de distância para ruído modelado pela distribuição de Nakagami. Tal medida é usada então em uma versão modificada do filtro NLM para tratar imagens SAR, num filtro denominado de PPB (*probabilistic patch-based*) NLM.

### 2.4.2.4 Filtros NLM estocásticos

Particularmente no contexto deste trabalho, com propostas de variações do filtro NLM com suporte na teoria da informação, pode-se citar Torres e Frery (2013), Bindilatti e Mascarenhas (2013), Torres et al. (2014) e Penna (2014).

Torres e Frery (2013) propõem uma abordagem de filtro local para imagens SAR usando a definição de vizinhança de Nagao e Matsuyama (1979), e considerando apenas a vizinhança que passa num teste de qualidade de ajuste baseado em distâncias estocásticas. Como melhoria do trabalho anterior, Torres et al. (2014), numa abordagem que agora é NLM, propõem um filtro para imagens SAR multi-polarizadas descritas pela distribuição de Wishart. As distâncias estocásticas são usadas para definir estatísticas de teste a serem utilizadas num teste de hipótese para verificar a similaridade entre dois *patches* da imagem. O peso de cada *pixel* da

janela de busca na soma ponderada é função dos p-values de tal teste de hipótese. Os resultados mostraram bom desempenho quando comparados com outros filtros, embora tenham sido perdidos alguns detalhes em bordas. Das distâncias estocásticas usadas a de melhor desempenho computacional foi a de Kullback-Leibler.

Bindilatti e Mascarenhas (2013) exploram o uso de distâncias estocásticas para filtragem NLM em imagens com ruído Poisson. São usadas as distâncias de Kullback-Leibler, Hellinger, Bhattacharyya e Rényi. É observado que estas distâncias estocásticas têm desempenho similares entre si, e a abordagem é competitiva sob determinadas condições de parametrização.

Penna (2014) propõe a investigação de abordagem NLM, também com uso de distâncias estocásticas como medida de similaridade, para filtragem de *speckle* em imagens de intensidade SAR. Neste caso o ruído *speckle* é modelado pela distribuição gama e o *backscatter* modelado pelo inverso da gama. O *backscatter* em SAR se refere ao sinal sem ruído. Dadas estas distribuições para o ruído e *backscatter*, o sinal de retorno total é descrito pela distribuição  $G_0$ , se o processo de degradação usa o modelo multiplicativo. Os parâmetros da distribuição do *backscatter* são estimados de uma versão pré-filtrada da imagem. A abordagem é superior a alguns filtros propostos na literatura, mas não consegue superar o método estado da arte SAR-BM3D.

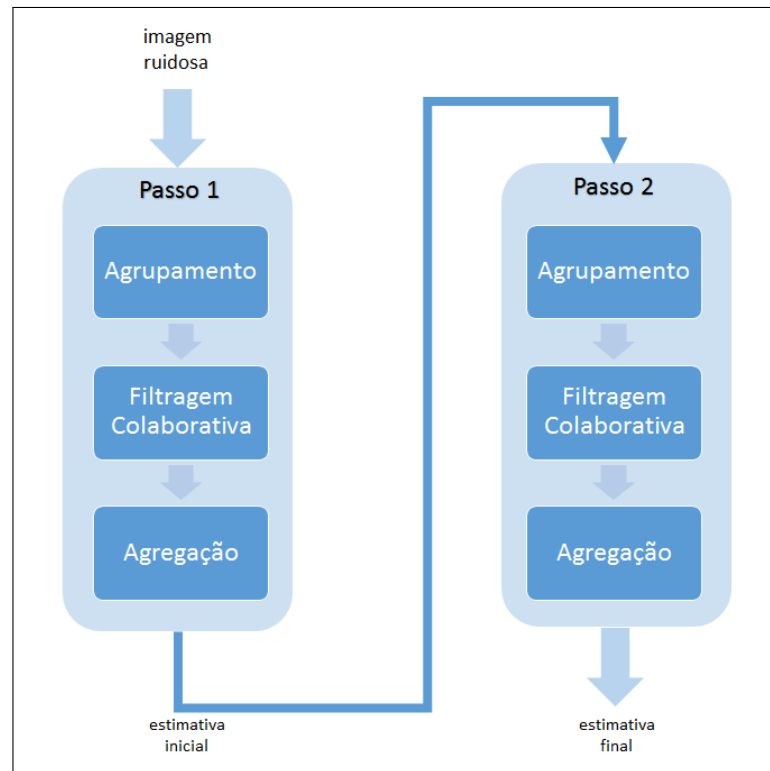
Todos estes trabalhos NLM estocásticos se baseiam em um subconjunto de distâncias tomado do conjunto de 8 distâncias escolhidas em Nascimento, Cintra e Frery (2010), que são as distâncias de Kullback-Leibler, Hellinger, Bhattacharyya, Rényi, Jensen-Shannon, triangular, de média-harmônica e aritmética-geométrica. Tais distâncias são derivadas da simetrização das divergências- $(h, \phi)$  relacionadas. Além disto, tais distâncias são deduzidas especificamente para as estatísticas de *speckle* em SAR ou estatística de ruído Poisson como no caso de Bindilatti e Mascarenhas (2013).

Como variações de NLM, estes filtros usando suporte na teoria da informação compartilham os mesmos parâmetros e considerações listadas na seção 2.4.2.1.

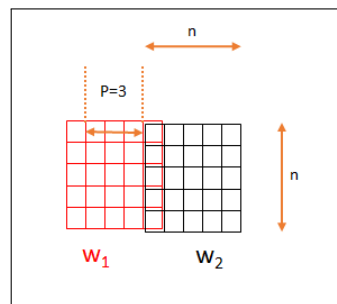
## 2.4.3 Filtro BM3D

### 2.4.3.1 Filtro BM3D original

A técnica conhecida como *Block Matching* 3D (BM3D) (DABOV et al., 2007) é considerada o estado da arte em filtragem de imagens contaminadas por ruído aditivo gaussiano. O algoritmo é composto de dois passos, sendo que no primeiro é gerada uma estimativa da imagem sem ruído para ser usada no passo final. Ambos os passos são compostos de três etapas como mostrado na



**Figura 2.30: Passos do algoritmo BM3D.**

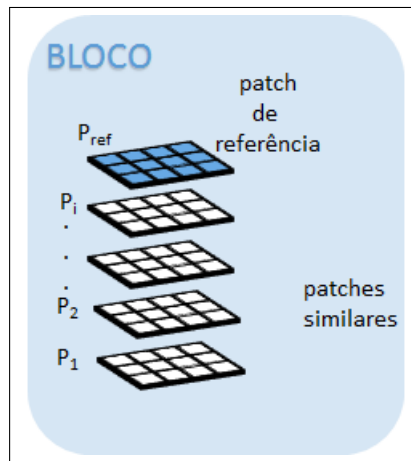


**Figura 2.31: Janelas sobrepostas com deslocamento de três *pixels*.**

Figura 2.30: Agrupamento, filtragem colaborativa e agregação. Na sequência são descritas em detalhes estas três etapas para os dois passos do algoritmo.

### **Passo 1 - Agrupamento**

Na fase agrupamento a imagem é dividida em janelas sobrepostas de tamanho  $n \times n$ . Eventualmente, por questões de desempenho, pode-se separar as janelas sobrepostas por uma distância  $p$  maior que um, como mostrado na Figura 2.31, onde têm-se as janelas  $w_1$  e  $w_2$  sobrepostas com separação de três *pixels*. Nesta figura se mostram janelas de tamanho  $5 \times 5$  para facilitar a visualização, no entanto, na implementação usada neste trabalho se usam janelas de  $33 \times 33$  *pixels*.



**Figura 2.32: Bloco de patches similares ao patch de referência.**

Para cada uma das janelas, chamadas de janelas de pesquisa, toma-se um *patch* de tamanho  $k \times k$  como o *patch* de referência,  $P_{ref}$ . O *patch* de referência será o *patch* central da janela de pesquisa. Dado o *patch* de referência, a janela de pesquisa é varrida tomando-se *patches* sobrepostos de tamanho também  $k \times k$ , denominados aqui de  $P_i$ . Cada *patch*  $P_i$  é comparado ao *patch* de referência  $P_{ref}$ , e se forem similares,  $P_i$  é empilhado numa estrutura que já contém  $P_{ref}$ . Tal estrutura é chamada de bloco, e corresponde ao bloco de *patches* similares ao bloco de referência. Tal organização é mostrada na Figura 2.32. Note que cada *patch* é uma estrutura bidimensional, e seu empilhamento cria uma estrutura tridimensional, fato pelo qual o bloco é chamado pelos autores de bloco 3D.

Por questões de eficiência, a quantidade de *patches* em cada bloco pode ser limitada. Na implementação utilizada neste trabalho, e para o primeiro passo do algoritmo, são tomados apenas os 16 blocos mais similares ao bloco de referência.

Na proposta inicial do filtro, a medida de similaridade entre *patches* utilizada é a norma L2, ou distância Euclidiana, ponderada pelo tamanho dos *patches*:

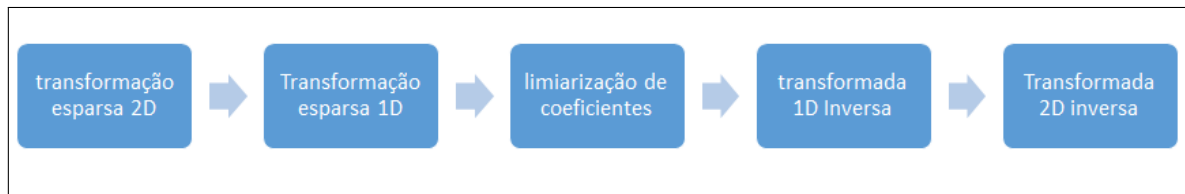
$$d(P_{ref}, P_i) = \frac{\|P_{ref} - P_i\|^2}{k^2}, \quad (2.45)$$

sendo que  $\|P_{ref} - P_i\|$  pode ser calculado como dado na equação (2.44).

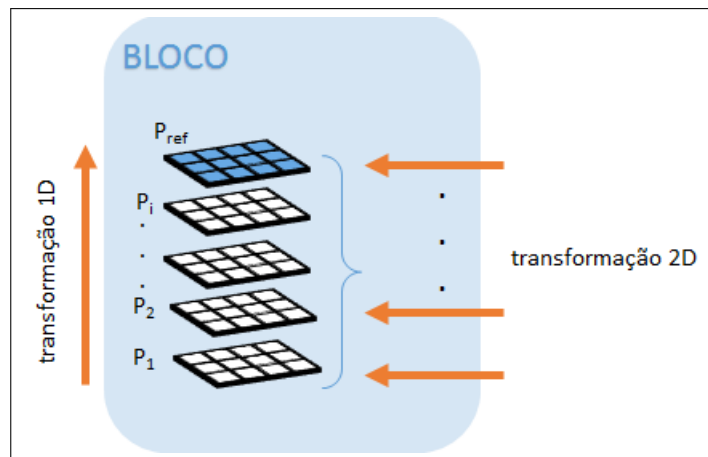
Os autores também especificam no algoritmo um limiar  $\tau$  a partir do qual dois *patches* são considerados similares. Assim, um *patch* somente é empilhado no bloco de *patches* similares se  $d(P_{ref}, P_i) \leq \tau$ .

### Passo 1 - Filtragem Colaborativa

Filtragem colaborativa é o procedimento desenvolvido pelos autores para tratar os blocos



**Figura 2.33: Filtragem colaborativa em BM3D.**



**Figura 2.34: Transformação 3D em bloco de patches.**

3D construídos na etapa anterior. Como mostrado na Figura 2.33, consiste basicamente de uma transformação esparsa seguida de uma limiarização de coeficientes e da transformação inversa.

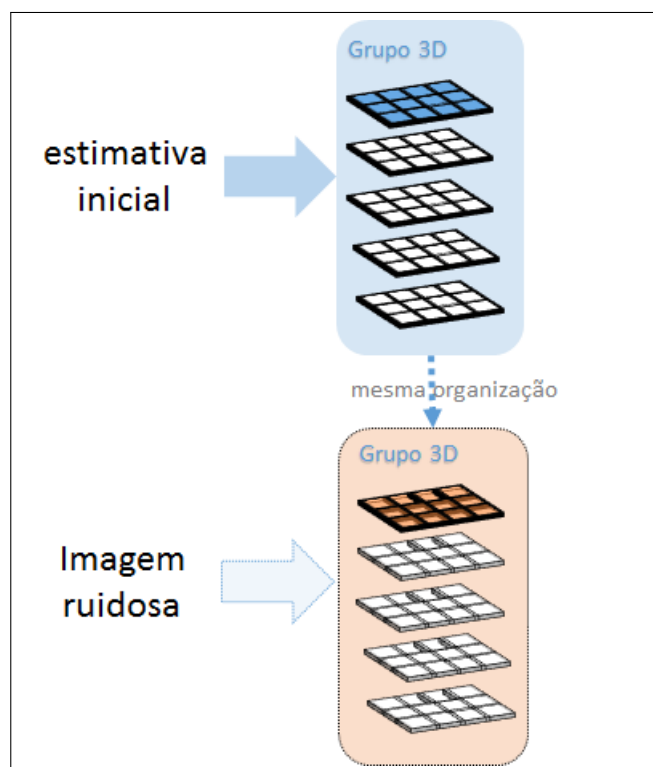
Os autores nomeiam a transformada esparsa de transformada esparsa 3D, pois consiste em uma transformação esparsa 2D aplicada em cada um dos *patches* do bloco, e uma transformação esparsa 1D aplicada na terceira dimensão, como mostrado na Figura 2.34. Escolhas comuns para as transformações são as transformadas *wavelet* e transformada discreta do cosseno (DCT). Em Lebrun (2012) por exemplo, se usam as transformadas *wavelet* biortogonal ou DCT como transformada 2D, e DCT ou transformada de Wash-Hadamart como transformada 1D.

A ideia deste esquema de filtragem colaborativa é explorar conjuntamente a correlação intra *patches* resultante da suavidade presente em imagens naturais, bem como a correlação inter *patches* resultante da auto similaridade também presente em imagens naturais.

Para o primeiro passo do algoritmo BM3D a filtragem colaborativa consiste numa limiarização dos coeficientes das transformadas, com o limiar sendo dado por um parâmetro do algoritmo e que será descrito na seção 2.4.3.2.

### Passo 1 - Agregação

Após a filtragem colaborativa de um bloco 3D, existe uma estimativa para cada *patch* e



**Figura 2.35: Agrupamento no segundo passo em BM3D.**

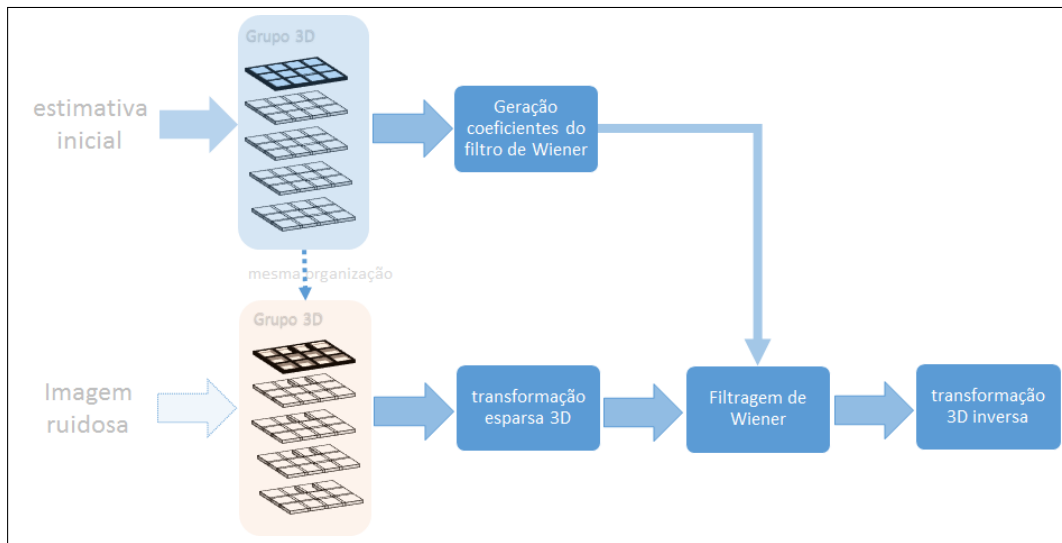
um número variável de estimativas para cada *pixel*. A agregação é processo pelo qual todas as estimativas de um *pixel* são compostas para formar sua estimativa final. Isto é feita como uma soma ponderada de todas as estimativas do *pixel*, dando-se maior peso para as estimativas em áreas homogêneas da imagem. Isto é conseguido usando-se como peso o inverso do número de coeficientes não nulos no bloco 3D no qual a estimativa está inserida. Este número de coeficientes é tomado após a limiarização.

### **Passo 2 - Agrupamento**

O agrupamento no segundo passo é feito como descrito para o agrupamento no primeiro passo, mas agora os grupos 3D são montados utilizando-se a estimativa inicial resultante do passo 1. Dada a organização dos grupos 3D da estimativa inicial, a imagem ruidosa é também dividida em grupos, seguindo a mesma organização. Assim, como resultado do processo de agrupamento do passo 2, têm-se dois grupos de blocos 3D, um resultante do agrupamento dos *patches* similares da estimativa inicial, e outro, com a mesma organização, vindo da imagem ruidosa. Tal arranjo é mostrado na Figura 2.35.

### **Passo 2 - Filtragem colaborativa**

A filtragem colaborativa no segundo passo é feita como mostrado na Figura 2.36. Os dois



**Figura 2.36: Filtragem colaborativa no segundo passo em BM3D.**

grupos de blocos gerados na etapa anterior passam por uma transformação 3D, como explicado para o primeiro passo do algoritmo. Da transformada do grupo de blocos 3D extraídos da estimativa inicial, são gerados os coeficientes para filtragem de Wiener da transformada do grupo de blocos 3D extraídos da imagem ruidosa. Após filtragem, a transformada inversa é aplicada para fornecer a entrada para a próxima etapa.

Os coeficientes do filtro de Wiener são determinados empiricamente pela relação

$$c_w(y) = \frac{T_{3D}(y)^2}{T_{3D}(y)^2 + \sigma^2}, \quad (2.46)$$

onde  $T_{3D}(y)$  significa o valor da transformada na posição  $y$  do bloco 3D, e  $\sigma^2$  é um parâmetro do filtro, representando a variância do ruído.

Note que com o cálculo do coeficiente do filtro para cada posição do bloco 3D gera-se uma estrutura de mesmas dimensões. Deste modo, a filtragem de Wiener é conseguida pela multiplicação elemento por elemento, da transformada do bloco 3D da imagem ruidosa, com o bloco 3D contendo os coeficientes.

### Passo 2 - Agregação

Tomando como entrada o bloco 3D filtrado, relativo à imagem ruidosa, a fase de agregação é feita como no passo 1, exceto pelos pesos da soma ponderada, que agora são dados como função do coeficiente do filtro de Wiener:

$$w = |c_w|^{-2}. \quad (2.47)$$



### 2.4.3.2 Parâmetros de filtro BM3D

O filtro BM3D é um processo em várias etapas e com vários procedimentos, por esta razão comporta uma quantidade grande de parâmetros:

- **Tamanho da janela de busca:** é o tamanho da região onde se buscam os *patches* similares ao *patch* central para montagem dos blocos 3D. Valores típicos para o tamanho da janela de busca estão entre  $25 \times 25$  e  $39 \times 39$ , como usados em Dabov et al. (2007) e Lebrun (2012);
- **Tamanho do *patch*:** é o tamanho dos *patches* que serão comparados e empilhados nos blocos 3D. Valores típicos estão entre  $8 \times 8$  e  $12 \times 12$ , como usados em Dabov et al. (2007) e Lebrun (2012);
- **Transformada 2D:** Tipo de transformada a ser usada em cada um dos *patches* empilhados na estrutura 3D. Como exemplo, têm-se as transformadas de Haar, Db2, Db4, Db6 e Bior1.5, como usadas em Dabov et al. (2007);
- **Transformada 1D:** Tipo de transformada a ser aplicada na terceira dimensão do estrutura 3D. Como exemplo, têm-se as transformadas discretas do seno e cosseno, como usadas em Dabov et al. (2007);
- **Tamanho do bloco 3D:** Número de *patches* empilhados na estrutura 3D. Valores típicos são 16 ou 32 *patches*, como usados em Dabov et al. (2007) e Lebrun (2012);
- **Limiar de distância:** Valor a ser usado para determinar se dois *patches* são similares, permitindo empilhar um *patch* no bloco 3D;
- **Limiar de coeficiente:** Valor a ser usado na fase de limiarização de coeficientes após transformadas 2D e 1D. Valores menores de limiar de coeficiente vão remover mais coeficientes no processo de limiarização, implicando maior suavização da imagem.

Todos estes parâmetros podem ser fornecidos e usados de maneira distinta nos passos 1 e 2 do filtro. Vale notar que embora o algoritmo em si use os parâmetros descritos acima, as implementações do filtro requisitam tipicamente um único parâmetro, uma estimativa de variância do ruído, que é usada para se determinar os outros parâmetros. Isto ocorre por exemplo, na implementação BM3D fornecida por Lebrun (2012).

### 2.4.3.3 Filtro SAR-BM3D

SAR-BM3D é uma variação do filtro BM3D para tratar imagens SAR, proposto por Parrilli et al. (2012). Naquele trabalho, a distância Euclidiana é trocada pela distância de Pearson no

passo de agrupamento de blocos. A distância de Pearson é uma distância baseada na correlação entre os *patches*, e sua adoção é inspirada no filtro OBFLM (COUPÉ et al., 2009), descrito na seção 2.4.2.2. Os autores consideram que a amplitude do *speckle* é descrito estatisticamente pela raiz quadrada da distribuição gama.

Sendo uma variação do filtro BM3D, o SAR-BM3D compartilha o mesmo conjunto de parâmetros, como descritos na seção 2.4.3.2. Adicionalmente, o filtro inclui um novo parâmetro, que é o número de *looks* da imagem SAR. Tal parâmetro se relaciona com a técnica de *multi-looking* usada em SAR, onde várias imagens da mesma cena são combinadas para diminuir o ruído *speckle*.

Para filtrar uma imagem com a versão do filtro fornecida pelos autores o único parâmetro requisitado é o número de *looks*, embora alguns dos parâmetros descritos na seção 2.4.3.2 também possam ser configurados.

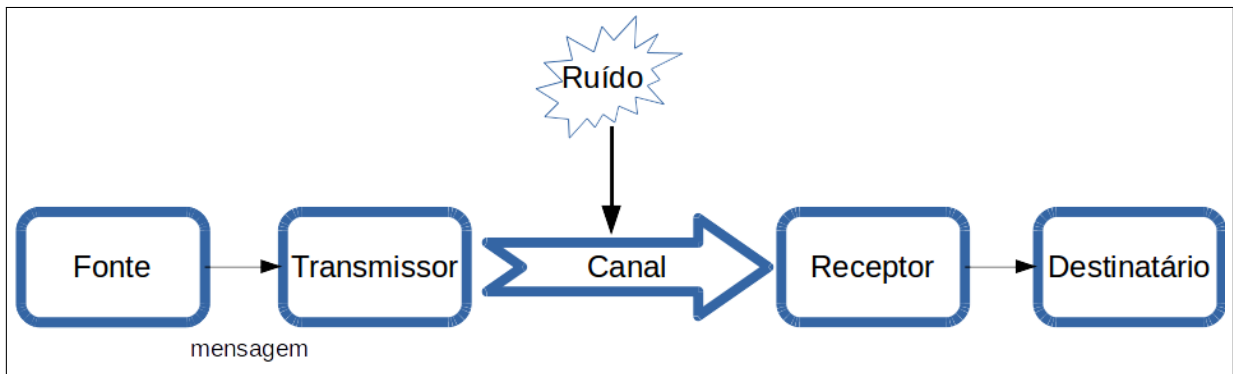


Figura 2.37: Passos da comunicação sobre canal ruidoso. Fonte: (SHANNON, 1948)

## 2.5 Teoria da informação e distâncias estocásticas

Shannon (1948) deu início à moderna teoria da informação quando tratando do problema de como transmitir mensagens de maneira confiável sobre um meio não confiável. Para tratar este problema de maneira sistemática, Shannon o dividiu em 5 partes, como mostrado na Figura 2.37: A informação é gerada por uma fonte usando algum alfabeto de símbolos, codificada por um módulo transmissor, transmitida por um canal possivelmente ruidoso, decodificada pelo receptor, e entregue ao destinatário.

Em tal contexto é possível explicar os resultados mais fundamentais da teoria de Shannon, que consistem nas definições de informação e como ela é medida.

Seja uma fonte que emite símbolos usando o alfabeto  $\{s_1, s_2, \dots, s_k\}$ . Considere também que no receptor seja possível associar as probabilidades de detectar cada um dos símbolos como  $\{p_1, p_2, \dots, p_k\}$ . Shannon define que a quantidade de informação recebida ao detectar o símbolo  $s_i$  como a incerteza de receber tal símbolo:

$$I_{s_i} = \log \frac{1}{p_i}, \quad (2.48)$$

e estabelece uma medida para a informação, chamada de entropia, como a quantidade de incerteza média associada à fonte:

$$H_s = \sum_i p_i \log \frac{1}{p_i}. \quad (2.49)$$

Diversas generalizações foram propostas para a entropia de Shannon, pela introdução de um ou mais parâmetros, como as entropias de Rényi (RÉNYI, 1961), Varma (VARMA, 1966), Havrda-Charvát (HAVRDA; CHARVÁT, 1967), Arimoto (ARIMOTO, 1971), Sharma-Mittal (SHARMA; MITTAL, 1975) e Tsallis (TSALLIS, 1988). O grande número de entropias que foram sendo propostas na literatura motivou alguns pesquisadores a buscarem formas genéricas de expressá-las, como

**Tabela 2.1: Entropias- $(h, \phi)$  usadas neste trabalho com suas respectivas funções  $h(y)$  e  $\phi(x)$ .**

Entropias $-(h, \phi)$	$h(y)$	$\phi(x)$
Arimoto	$(s-1)^{-1}(y^s - 1)$	$x^{\frac{1}{s}}, s > 0, s \neq 1$
Havrda-Charvát	$y$	$(1-s)^{-1}(x^s - x), s > 0, s \neq 1$
Rényi	$(s-1)^{-1} \log(y), s > 0, s \neq 1$	$x^s$
Shannon	$y$	$-x \log(x)$
Sharma-Mittal	$(s-1)^{-1}(\exp[(s-1)y] - 1), s > 0, s \neq 1$	$x \log(x)$
Tsallis	$(s-1)^{-1}(y-1), 0 \leq s \leq 1$	$x^s$
Varma	$(m-r)^{-1} \log(y), m-1 < r < m, m \geq 1$	$x^{r-m+1}$

a classe de entropias- $\phi$  (CSISZÀR, 1967) e a classe de entropias- $(h, \phi)$  (SALICRÚ et al., 1993). A classe the entropias- $(h, \phi)$  por exemplo, pode ser expressa como

$$H_{(h,\phi)}(s) = h \left( \sum_i \phi(p_i) \right), \quad (2.50)$$

onde, fazendo escolhas adequadas para as funções  $h$  e  $\phi$ , têm-se as diversas entropias.

A vantagem do uso de classes de entropias está no fato de que se pode fazer uma análise genérica, cujos resultados são válidos para todas as entropias que podem ser expressas por tal classe genérica. Na Tabela 2.1 são mostrados alguns exemplos de entropias e as funções  $h$  e  $\phi$  que a geram. A tabela é montada de acordo com os dados em Menéndez et al. (1997), Pardo (2006), Ciuperca, Girardin e Lhote (2011) e Bosyk et al. (2016).

A entropia pode ser associada também a uma distribuição de probabilidade, indicando a incerteza média associada a tal distribuição. Quando isto é feito pode-se introduzir o conceito de entropia relativa entre duas distribuições de probabilidade, chamada de divergência, e proposta inicialmente por Kullback e Leibler (1951). Medidas de divergência têm um papel importante na teoria da inferência estatística, pois são medidas da distância estatística entre distribuições de probabilidade (SALICRÚ et al., 1994).

Do mesmo modo que ocorreu com as entropias, diversas medidas de divergência apareceram na literatura, como as divergências de Rényi (RÉNYI, 1961), Havrda-Charvát (HAVRDA; CHARVÁT, 1967) e Sharma-Mittal (SHARMA; MITTAL, 1975), além de medidas similares que comumente são chamadas de distâncias, como as distâncias de Bhattacharyya (BHATTACHARYYA, 1943), Hellinger (DIACONIS; ZABEL, 1982), triangular (TANEJA, 2006) e de média-harmônica (TANEJA, 2006). Formas genéricas de expressar tais medidas também foram propostas, como a classe de divergências- $\phi$  (CSISZÀR, 1967) e a classe de divergências- $(h, \phi)$  (SALICRÚ et al., 1993). Na Tabela 2.2 são mostrados alguns exemplos de divergências- $(h, \phi)$  e as funções  $h$  e  $\phi$  que a geram. A tabela é montada de acordo com os dados em Morales e Pardo (1994),

**Tabela 2.2: Divergências- $(h, \phi)$  usadas neste trabalho com suas respectivas funções  $h(y)$  e  $\phi(x)$ .**

Divergências- $(h, \phi)$	$h(y)$	$\phi(x)$
Bhattacharyya	$-\log(1-y)$	$-\sqrt{x} + (x+1)2^{-1}$
Havrda-Charvát	$y$	$(1-s)^{-1}(x-x^s), 0 < s < 1$
Hellinger	$\frac{y}{2}$	$(\sqrt{x}-1)^2$
Kullback-Leibler	$y$	$x \log(x)$
Rényi	$(\beta-1)^{-1} \log((\beta-1)y+1)$	$\frac{x^{1-\beta} + x^\beta - \beta(x-1) - 2}{2(\beta-1)}, 0 < \beta < 1$
Sharma-Mittal	$\frac{\exp[(s-1)y]-1}{s-1}, 0 < s < 1$	$x \log(x)$
Triangular	$y$	$(x+1)^{-1}(x-1)^2$
Média-harmônica	$-\log(1-\frac{y}{2})$	$(x+1)^{-1}(x-1)^2$

Jaroszewicz (2003) e Nascimento, Cintra e Frery (2010). Uma definição formal das divergências- $(h, \phi)$  é fornecida a seguir na seção 2.5.2

### 2.5.1 Métricas e distâncias estocásticas

A noção formal de distância surge da definição de espaços métricos no estudo de espaços reais: Um conjunto  $\mathbb{X}$  é um espaço métrico se para quaisquer pontos  $x, y \in \mathbb{X}$ , está definida a métrica  $d(x, y)$  com as propriedades:

- i)  $d(x, y) > 0$ , para  $x \neq y$ ,
- ii)  $d(x, y) = 0$ , para  $x = y$ ,
- iii)  $d(x, y) = d(y, x)$  (simetria),
- iv)  $d(x, y) + d(y, z) \geq d(x, z)$  (desigualdade triangular).

Muitos tipos de métricas podem ser definidas para o mesmo conjunto. Sejam por exemplo, os vetores  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  em  $\mathbb{R}^n$ , sendo  $x_i, y_i \in \mathbb{R}$  e assumindo valores não estocásticos. Pode-se definir a métrica  $d : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , conhecida como métrica de Minkowski, ou norma  $L_p$ , por

$$L_p = d_{(p)}(x, y) = \left[ \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^p \right]^{\frac{1}{p}}, \quad (2.51)$$

$$= \|x - y\|^p, \quad p \geq 1.$$

Fazendo  $p = 2$  na equação (2.51), tem-se

$$L_2 = d_{(2)}(x, y) = [(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.52)$$

A medida  $L_2$  é uma métrica em  $\mathbb{R}^2$ , conhecida como métrica ou distância Euclidiana. Esta métrica corresponde à noção usual de distância no plano Euclidiano.

Assim, formalmente, uma distância é uma métrica num espaço qualquer onde as propriedades i, ii, iii e iv são satisfeitas.

Embora sejam uma medida da distância estatística entre distribuições de probabilidade, as divergências não são métricas completas. As divergências obedecem às propriedades i e ii, mas podem ser não simétricas (iii) e não obedecerem à propriedade da desigualdade triangular (iv). O primeiro problema pode ser facilmente resolvido com o uso de uma técnica de simetrização, como será mostrado na seção 2.5.2.

Além do uso direto das divergências como medida da distância entre distribuições, em Menéndez et al. (1997) é descrito um método para obter a distância geodésica em espaços probabilísticos com base na classe de entropias- $(h, \phi)$ , permitindo a dedução de uma medida de distância entre parametrizações diferentes para a mesma família paramétrica de distribuições.

Sendo assim, neste trabalho são usados dois tipos de distâncias estocásticas. O primeiro tipo, deduzido a partir da simetrização de divergências, como descrito na seção 2.5.2. O segundo tipo, deduzido como a distância geodésica em um espaço probabilístico, como descrito na seção 2.5.3. Para ambos os casos, define-se o termo 'distância estocástica' usado neste trabalho como sendo uma medida da distância entre distribuições de probabilidade que obedecem às propriedades i, ii e iii estabelecidas acima.

Vale a nota de que, formalmente, as distâncias estocásticas derivadas neste trabalho são pseudo distâncias, visto que a propriedade da desigualdade triangular pode não ser válida.

## 2.5.2 Distâncias estocásticas derivadas da simetrização de divergências

O primeiro conjunto de distâncias estocásticas usadas neste trabalho são derivadas da simetrização de divergências estatísticas, como feito por Nascimento, Cintra e Frery (2010) para tratamento de imagens SAR. Os autores exploram o uso de distâncias estocásticas no teste de hipótese para separação de regiões em imagens SAR. Baseados na classe de divergências- $(h, \phi)$ , são definidas as expressões para derivação de oito distâncias estocásticas. São usadas as divergências de Kullback-Leibler, Rényi generalizada de ordem  $\beta$  (chamada aqui somente de Rényi), Hellinger, Bhattacharyya, triangular, média-harmônica, Jensen-Shannon, e aritmética-

geométrica. Aqui, não se lida com estas duas últimas divergências, visto que não resultaram em expressões fechadas quando trabalhando com as distribuições de probabilidade de Rayleigh, Fisher-Tippett ou Nakagami. Em contrapartida, foram deduzidas as distâncias estocásticas para as divergências de Havrda-Charvát e Sharma-Mittal para estas três distribuições. O procedimento genérico de como deduzir a distância estocástica para dada divergência- $(h, \phi)$  e distribuição de probabilidade é mostrado na sequência.

Sejam  $P$  e  $Q$  variáveis aleatórias definidas no mesmo espaço probabilístico, com densidades dadas por  $f_P(x; \theta_1)$  e  $f_Q(x; \theta_2)$  respectivamente, onde  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são os vetores de parâmetros das duas distribuições. Assuma também que ambas distribuições têm suporte comum  $I$ . A classe de divergências- $(h, \phi)$  entre  $f_P$  e  $f_Q$  pode ser expressa por (NASCIMENTO; CINTRA; FRERY, 2010)

$$D^{(h,\phi)}(\theta_1, \theta_2) = h \left( \int_I \phi \left( \frac{f_P(x; \theta_1)}{f_Q(x; \theta_2)} \right) f_Q(x; \theta_2) dx \right). \quad (2.53)$$

onde  $\phi : (0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$  é uma função convexa e  $h : (0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$  é uma função estritamente crescente com  $h(0) = 0$ .

Como tais medidas de divergência são tipicamente não simétricas, usa-se aqui o mesmo procedimento simples de simetria adotado por Nascimento, Cintra e Frery (2010), e dado por

$$d^{(h,\phi)}(\theta_1, \theta_2) = \frac{D^{(h,\phi)}(\theta_1, \theta_2) + D^{(h,\phi)}(\theta_2, \theta_1)}{2}, \quad (2.54)$$

Finalmente, aplicando as funções  $h$  e  $\phi$  definidas na Tabela 2.2 na equação (2.54), têm-se diversas das distâncias estocásticas usadas neste trabalho. Como exemplo, para derivar a distância estocástica de Sharma-Mittal, selecionam-se as funções

$$\begin{cases} h(y) = \frac{\exp[(s-1)y]-1}{s-1}, & s > 0 \text{ e } s \neq 1, \\ \phi(x) = x \log(x). \end{cases} \quad (2.55)$$

Aplicando  $h(y)$  e na sequência  $\phi(x)$ , se deriva a divergência de Sharma-Mittal:

$$\begin{aligned} D_{sm}^{(h,\phi)}(\theta_1, \theta_2) &= (s-1)^{-1} \left[ \exp \left( (s-1) \int_I \phi \left( \frac{f_P}{f_Q} \right) f_Q dx \right) - 1 \right], \\ &= (s-1)^{-1} \left[ \exp \left( (s-1) \int_I \left( \frac{f_P}{f_Q} \right) \log \left( \frac{f_P}{f_Q} \right) f_Q dx \right) - 1 \right], \\ &= (s-1)^{-1} \left[ \exp \left( (s-1) \int_I \log \left( \frac{f_P}{f_Q} \right) f_P dx \right) - 1 \right]. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Usando então  $D_{sm}^{(h,\phi)}(\theta_1, \theta_2)$  e  $D_{sm}^{(h,\phi)}(\theta_2, \theta_1)$  em (2.54) tem-se a distância estocástica de

Sharma-Mittal simetrizada, dada por

$$d_{sm}^{(h,\phi)}(\theta_1, \theta_2) = \frac{(s-1)^{-1}}{2} \left[ \exp \left( (s-1) \int_I \log \left( \frac{f_P}{f_Q} \right) f_P dx \right) - 1 \right. \\ \left. + \exp \left( (s-1) \int_I \log \left( \frac{f_Q}{f_P} \right) f_Q dx \right) - 1 \right]. \quad (2.57)$$

Notando que a integral na equação acima corresponde à divergência de Kullback-Leibler, poder-se-ia, opcionalmente, expressar a distância de Sharma-Mittal simetrizada em função de tal divergência como

$$d_{sm}^{(h,\phi)}(\theta_1, \theta_2) = \frac{(s-1)^{-1}}{2} [\exp((s-1)D_{kl}(f_P, f_Q)) - 1 \\ + \exp((s-1)D_{kl}(f_Q, f_P)) - 1], \quad (2.58)$$

onde  $D_{kl}$  é a divergência de Kullback-Leibler.

### 2.5.2.1 Estatísticas de teste baseadas em distâncias estocásticas

Sejam novamente  $P$  e  $Q$  variáveis aleatórias definidas no mesmo espaço probabilístico, com densidades dadas por  $f_P(x; \theta_1)$  e  $f_Q(x; \theta_2)$  respectivamente, onde  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são os vetores de parâmetros das duas distribuições. Salicrú et al. (1994) estudaram o comportamento assintótico da classe de divergências- $(h, \phi)$ , sugerindo a estatística

$$s(\theta_1, \theta_2) = \frac{2MN}{M+N} \frac{d^{(h,\phi)}(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)}{h'(0)\phi''(1)}, \quad (2.59)$$

para comparar quantitativamente amostras de dados geradas de  $f_P(x; \theta_1)$  e  $f_Q(x; \theta_2)$ . Os símbolos  $M$  e  $N$  representam os tamanhos das amostras de dados de  $f_P$  e  $f_Q$  respectivamente, enquanto  $\hat{\theta}_1$  e  $\hat{\theta}_2$  representam os estimadores MLE dos vetores de parâmetros, estimados de tais amostras de dados. O símbolo  $h'(0)$  denota a derivada primeira da função  $h(y)$ , com relação a  $y$  e no ponto 0. O símbolo  $\phi''(1)$  denota a derivada segunda da função  $\phi(x)$ , com relação a  $x$  e no ponto 1.

Sob certas condições de regularidade, discutidas na sequência, se

$$\frac{M}{M+N} \xrightarrow{M, N \rightarrow \infty} \lambda \in (0, 1), \quad h'(0)\phi''(1) \neq 0 \text{ e } \theta_1 = \theta_2, \quad (2.60)$$

o seguinte resultado é provado em Salicrú et al. (1994):



**Tabela 2.3: Valores de  $(h'(0)\phi''(1))$  para estatísticas de teste.**

Divergências- $(\mathbf{h}, \phi)$	$\mathbf{h}'(\mathbf{0})\phi''(\mathbf{1})$
Bhattacharyya	1/4
Havrda-Charvát	$s$
Hellinger (Frery)	1/4
Kullback-Leibler	1
Triangular	1
Média-harmônica	1/2
Rényi	$\beta$
Sharma-Mittal	1

$$\left( \frac{2MN}{M+N} \right) \frac{d^{(h,\phi)}(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)}{h'(0)\phi''(1)} \xrightarrow{M,N \rightarrow \infty} \chi_D^2, \quad (2.61)$$

onde  $\chi_D^2$  é a distribuição chi-quadrado com  $D$  graus de liberdade. O valor  $D$  corresponde à dimensão dos vetores  $\hat{\theta}_1$  e  $\hat{\theta}_2$ . Como exemplo, para as distribuições de Rayleigh e Fisher-Tippett,  $D = 1$ , pois o único parâmetro é  $\sigma$ . Já para a distribuição de Nakagami,  $D = 2$ .

Vale salientar que a relação na equação (2.61) só é válida quando  $\hat{\theta}_1$  e  $\hat{\theta}_2$  são os estimadores MLE para os parâmetros das distribuições envolvidas, visto que tal condição é assumida na demonstração da relação em Salicrú et al. (1994).

Os valores da relação  $h'(0)\phi''(1)$  na equação (2.59), para as distâncias estocásticas usadas neste trabalho, são dadas pela Tabela 2.3.

As condições de regularidade para as quais a equação (2.61) é válida podem ser informalmente sumarizadas, para ambas variáveis aleatórias  $P$  e  $Q$ , como:

- i) dois valores distintos de  $\theta$  implicam valores distintos de  $f(x|\theta)$ ;
- ii) suporte de  $f(x|\theta)$  é fixo e não depende de  $\theta$ ;
- iii)  $f(x|\theta)$  é uma função regular de  $\theta$ , admitindo ao menos derivadas de primeira, segunda e terceira ordem;
- iv) A estimativa de  $\theta$  pertence ao suporte de  $f(x|\theta)$ .

A estatística de teste  $s(\theta_1, \theta_2)$  dada pela equação (2.59) pode ser usada, juntamente com o resultado dado na equação (2.61) para compor testes estatísticos envolvendo realizações das variáveis aleatórias  $P$  e  $Q$ .

### 2.5.3 Distâncias estocásticas derivadas de espaços probabilísticos

Rao (1945) propôs um método para definir medidas de distâncias entre distribuições de probabilidade, dentro da mesma família paramétrica, com base na matriz de informação de tal família. De maneira simplificada, as fundações do método de Rao (1945) são dadas a seguir.

Seja  $P$  uma variável aleatória com densidade de probabilidade dada por  $f_P(x; \theta)$ , onde  $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\}$  é o vetor de parâmetros. Seja também o espaço paramétrico  $\Theta$ , formado por todos os pontos  $\theta$  possíveis. Se tomarmos dois pontos  $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\}$  e  $\{\theta_1 + d\theta_1, \theta_2 + d\theta_2, \dots, \theta_M + d\theta_M\}$ , contíguos em  $\Theta$ , a diferença entre as densidades correspondentes a estes pontos é dada por

$$\sum_{i=1}^M \frac{\partial f_P(x; \theta)}{\partial \theta_i} d\theta_i, \quad (2.62)$$

e a diferença relativa por

$$\frac{\sum_{i=1}^M \frac{\partial f_P(x; \theta)}{\partial \theta_i} d\theta_i}{f_P(x; \theta)} = \sum_{i=1}^M \frac{\partial \log f_P(x; \theta)}{\partial \theta_i} d\theta_i. \quad (2.63)$$

Rao (1945) sugere então usar a variância da diferença relativa como medida da distância entre dois pontos contíguos no espaço  $\Theta$ . Tal variância pode ser expressa por (ATKINSON; MITCHELL, 1981)

$$ds^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M g_{ij} d\theta_i d\theta_j, \quad (2.64)$$

onde  $g_{ij}$  é a matriz de informação de Fisher associado à  $f_P(x; \theta)$ .

Adicionalmente, Rao (1945) demonstrou que a forma quadrática dada na equação (2.64) corresponde a uma métrica em um espaço Riemanniano, o que permite assim, o uso da geometria Riemanniana para calcular a distância entre dois pontos quaisquer (não necessariamente contíguos) no espaço paramétrico gerado pela densidade  $f_P(x; \theta)$ . Deste modo, se considerarmos uma curva parametrizada com o parâmetro  $t$ , onde o vetor de parâmetros da densidade  $f_P(x; \theta)$  é representado por  $\theta(t) = \{\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_M(t)\}$ , a distância entre os pontos  $\theta(t_a)$  e  $\theta(t_b)$  pode ser calculada na geometria Riemanniana como

$$s(\theta(t_a), \theta(t_b)) = \left| \int_{t_a}^{t_b} \left[ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M g_{ij}(\theta(t)) \frac{d\theta_i(t)}{dt} \frac{d\theta_j(t)}{dt} \right]^{\frac{1}{2}} dt \right|. \quad (2.65)$$

Mas note que podem existir inúmeras curvas conectando dois pontos em tal espaço, e dentre estas, a curva de interesse é aquela que tem a distância mínima entre os pontos, também chamada de curva geodésia. A curva geodésica pode ser determinada pela solução do sistema de equações diferenciais dadas por (ATKINSON; MITCHELL, 1981)

$$\sum_{i=1}^M g_{ij}(\theta(t)) + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial g_{ki}(\theta(t))}{\partial \theta_j(t)} + \frac{\partial g_{jk}(\theta(t))}{\partial \theta_i(t)} - \frac{\partial g_{ij}(\theta(t))}{\partial \theta_k(t)} \right] \frac{d\theta_i(t)}{dt} \frac{d\theta_j(t)}{dt} = 0. \quad (2.66)$$

Em sumário, Rao (1945) propõe que a distância geodésica entre dois pontos no espaço gerado pela distribuição  $f_P(x; \theta)$  é a distância dada pela equação (2.65), ao longo da curva dada pela solução do sistema de equações em (2.66). A complexidade matemática de se encontrar a distância geodésica de Rao para uma família específica de densidades é considerável, principalmente quando tomando famílias com mais de um parâmetro. Exceto para a distribuição normal, como em Amari (1987, p.236), o autor não encontrou na literatura trabalhos que tenham conseguido deduzir a distância geodésica de Rao para outras distribuições com mais de um parâmetro. A abordagem típica nos casos de famílias com mais de um parâmetro, é deduzir a distância de Rao considerando que um dos parâmetros é conhecido.

Baseados no trabalho de Rao (1945), Burbea e Rao (1982a, 1982b) propõem uma generalização onde a métrica quadrática dada na equação (2.64) é expressa em termos da classe de entropias- $\phi$ . Do mesmo modo, Menéndez et al. (1997) generalizam o trabalho de Rao (1945), expressando a métrica quadrática em termos da classe de entropias- $(h, \phi)$ .

Assim, tomando a generalização proposta por Menéndez et al. (1997), e considerando a simplificação de que  $f_P(x; \theta)$  é uma família de densidades de parâmetro único, a distância geodésica entre os pontos  $\theta_a$  e  $\theta_b$  no espaço paramétrico gerado por tal família de densidades, expressa em função da classe de entropias- $(h, \phi)$ , é dada por (MENÉNDEZ et al., 1997)

$$d(\theta_a, \theta_b) = \left| \int_{\theta_a}^{\theta_b} [g_{11}(\theta)]^{\frac{1}{2}} d\theta \right|, \quad (2.67)$$

sendo

$$g_{11}(\theta) = h'' \left( \int_I \phi(f_P(x; \theta)) dx \right) \left[ \int_I \phi'(f_P(x; \theta)) \frac{\partial f_P(x; \theta)}{\partial \theta} dx \right]^2 + h' \left( \int_I \phi(f_P(x; \theta)) dx \right) \int_I \phi''(f_P(x; \theta)) \left[ \frac{\partial f_P(x; \theta)}{\partial \theta} \right]^2 dx, \quad (2.68)$$

e assumindo que tais integrais existam e sejam finitas. Os símbolos  $h'/\phi'$  e  $h''/\phi''$  indicam, nesta ordem, as primeiras e segundas derivadas das funções  $h(y)$  e  $\phi(x)$  com relação a  $y$  e  $x$ ,

respectivamente.

Deste modo, aplicando as funções  $h$  e  $\phi$  definidas na Tabela 2.1 na equação (2.67), temos diversas das distâncias geodésicas usadas neste trabalho. Como exemplo, seja uma distribuição de probabilidades com apenas um parâmetro  $\theta = \{\theta_1\}$ , cujo suporte seja  $I$ . Para derivar a distância geodésica de Sharma-Mittal para esta distribuição, selecionam-se as funções

$$\begin{cases} h(y) = \frac{\exp[(s-1)y]-1}{s-1}, & s > 0 \text{ e } s \neq 1, \\ \phi(x) = x \log(x), \end{cases} \quad (2.69)$$

resultando primeiras e segundas derivadas dadas por

$$\begin{cases} h'(y) = \exp(y(s-1)), \\ h''(y) = (s-1)\exp(y(s-1)), \\ \phi'(x) = \log(x) + 1, \\ \phi''(x) = \frac{1}{x}. \end{cases} \quad (2.70)$$

Assim, representando  $f_P(x; \theta)$  por  $f_P$  por simplicidade de notação, têm-se

$$\begin{aligned} g_{11}(\theta) = & \left[ (s-1)\exp\left((s-1)\int_I f_P \log(f_P) dx\right) \right] \left[ \int_I (\log(f_P) + 1) \frac{\partial f_P}{\partial \theta_1} dx \right]^2 \\ & + \left[ \exp\left((s-1)\int_I f_P \log(f_P) dx\right) \right] \left[ \int_I \frac{1}{f_P} \left[ \frac{\partial f_P}{\partial \theta_1} \right]^2 dx \right], \end{aligned} \quad (2.71)$$

e

$$d(\theta_a, \theta_b) = \left| \int_{\theta_a}^{\theta_b} [g_{11}(\theta)]^{\frac{1}{2}} d\theta_1 \right|. \quad (2.72)$$

Finalmente, vale aqui estabelecer a relação entre a distância geodésica inicialmente proposta por Rao (1945) e a generalização proposta por Menéndez et al. (1997) sendo usada neste trabalho. Pode-se demonstrar que a distância de Rao (1945) corresponde à distância calculada pela proposta de Menéndez et al. (1997) quando se usam as funções  $h$  e  $\phi$  associadas à entropia de Shannon na Tabela 2.1. Assim, fica claro observar que a distância proposta por Menéndez et al. (1997) generaliza a distância proposta por Rao (1945), do mesmo modo que as entropias representadas pela classe de entropias- $(h, \phi)$  generalizam a entropia de Shannon.

## 2.6 Medidas de qualidade de imagens

As técnicas de medida de qualidade de imagens podem ser divididas em subjetivas, quando é necessária a avaliação humana, e objetivas, quando podem ser calculadas automaticamente. As medidas de qualidade subjetivas são mais acuradas, visto que em última instância os sistemas de imageamento serão usados por humanos. No entanto, estas técnicas subjetivas são caras e inconvenientes para aplicações práticas.

As métricas objetivas são avaliações automatizadas da qualidade da imagem. Podem ser classificadas em métricas com referência completa, com referência parcial e sem referência, dependendo da disponibilidade da imagem original. São de interesse neste trabalho as métricas com referência completa e sem referência, e para a descrição de tais métricas nos tópicos a seguir, definem-se:

- $x \rightarrow$  imagem original, sem ruído;
- $z \rightarrow$  a imagem ruidosa;
- $f \rightarrow$  a imagem filtrada, uma estimativa da imagem original;
- $x_{i,j}$ ,  $z_{i,j}$ , e  $f_{i,j} \rightarrow$  indicam o valor do nível de cinza do *pixel* na posição  $(i, j)$  da respectiva imagem;
- $\bar{x}$ ,  $\bar{z}$  e  $\bar{f} \rightarrow$  indicam o valor médio do nível de cinza da respectiva imagem;
- $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  e  $\sigma_f \rightarrow$  indicam o desvio padrão do nível de cinza da respectiva imagem;
- $\sigma_{xf} \rightarrow$  indica a covariância entre as imagens original e filtrada

Adicionalmente, considera-se que as imagens em questão têm tamanho  $M \times N$  *pixels*.

### 2.6.1 Métricas de remoção de *speckle* (SSI/SMPI/MPSSI)

Numa região homogênea de uma imagem de RF, a quantidade de *speckle*, também chamado de índice de *speckle* (SI), é a relação entre desvio padrão e média (LOIZOU; PATTICHIS, 2015):

$$SI = \frac{\sqrt{\sigma_f^2}}{\bar{f}}. \quad (2.73)$$

Tomando então uma área homogênea da imagem e normalizando o SI da imagem filtrada pelo SI da imagem ruidosa, temos o índice de supressão de *speckle* (SSI), como definido em Shamsoddini e Trinder (2010):

$$SSI = \left( \frac{\sqrt{\sigma_f^2}}{\bar{f}} \right) \left( \frac{\bar{z}}{\sqrt{\sigma_z^2}} \right). \quad (2.74)$$

Quando o filtro remove *speckle*,  $SSI < 1$ , e quanto menor o valor do SSI, melhor o processo de filtragem em termos de remoção de *speckle*.

No entanto, o SSI pode não fazer uma avaliação correta quando a média da imagem filtrada é super-estimada. Para evitar este efeito, Shamsoddini e Trinder (2010) definem o índice de remoção de *speckle* e preservação de média (SMPI):

$$SMPI = \left[ \left( \frac{\max(\bar{f}) - \min(\bar{f})}{\bar{z}} \right) + |\bar{z} - \bar{f}| \right] \left( \frac{\sqrt{\sigma_f^2}}{\sqrt{\sigma_z^2}} \right). \quad (2.75)$$

Valores baixos de SMPI indicam melhor desempenho do filtro em termos de remoção de *speckle*, enquanto a média da imagem é simultaneamente mantida (SHAMSODDINI; TRINDER, 2010).

Dellepiane e Angiati (2014) ponderam que como a diferença entre a imagem ruidosa e filtrada não é normalizada no cálculo do SMPI, este pode assumir valores mais altos quando se consideram regiões maiores na comparação. Para evitar este efeito, eles propõem o índice de preservação de média e supressão de *speckle* (MPSSI), dado por (DELLEPIANE; ANGIATI, 2014)

$$MPSSI = \left| \frac{\bar{z} - \bar{f}}{\bar{z}} \right| \left( \frac{\sqrt{\sigma_f^2}}{\sqrt{\sigma_z^2}} \right). \quad (2.76)$$

Do mesmo modo que para as outras métricas definidas aqui, valores menores de MPSSI indicam melhor desempenho de filtragem.

As equações (2.73), (2.74), (2.75) e (2.76) são válidas somente para as imagens de RF. Após compressão logarítmica, a média não é mais proporcional ao desvio padrão, e o SI deve ser calculado usando a variância, como em Loizou e Pattichis (2015, equação 2.9). Sendo o SSI, SMPI e MPSSI baseados no SI, devemos também substituir o desvio padrão pela variância em seus cálculos, quando lidando com as imagens de log.

Seja para as imagens de RF ou de log, os índices aqui descritos são calculados para cada *pixel* individual da imagem, em um *patch* de tamanho  $7 \times 7$  centrado em tal *pixel*. Os valores globais de SSI, SMPI e MPSSI associados com a imagem são uma média dos valores dos *pixels*. Adicionalmente, os SSI, SMPI e MPSSI devem levar em conta apenas áreas homogêneas da

imagem. Para decidir se um *pixel* pertence ou não a uma área homogênea usa-se aqui o resultado de Mora, Tauber e Batatia (2005), onde o SI (chamado de coeficiente de variação) é usado como um detector de bordas. Naquele trabalho, os autores mostram que em áreas homogêneas, o SI local (em um *patch*) tem valor próximo ao SI global (na imagem toda). Aqui, foi determinado experimentalmente que *pixels* com  $SI_{local} \leq 0.9 \times SI_{global}$  pertencem a uma área homogênea.

### 2.6.2 Relação sinal-ruído de pico (PSNR)

A relação sinal-ruído de pico (PSNR) é uma medida da relação entre potência do sinal e potência do ruído, e pode ser dado por (WANG, 2009)

$$PSNR = -10 \log_{10} \frac{MSE}{g_{max}^2}, \quad (2.77)$$

onde  $g_{max}$  indica o máximo valor possível de um *pixel*. Para imagens em tons de cinza representadas em 8 *bits*, o valor máximo é 255. O erro quadrático médio (MSE) representa a potência do ruído, e pode ser expresso por (WANG, 2009)

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{i,j=1}^{M,N} (x_{i,j} - f_{i,j})^2. \quad (2.78)$$

Quanto maior o valor do PSNR, maior a potência relativa entre sinal e ruído, sendo melhor a qualidade da imagem filtrada.

### 2.6.3 Índice de similaridade estrutural (SSIM)

O índice de similaridade estrutural (SSIM) é uma medida de qualidade que, em um paralelo com o sistema visual humano, considera as similaridades de luminância, contraste e estrutura para comparar duas imagens. O SSIM foi introduzido em Wang e Bovik (2002) e mais elaborado em Wang et al. (2004a) e Wang e Bovik (2006). Sua formulação matemática é dada por

$$SSIM = \frac{(2 \bar{x} \bar{f} + c_1)(2 \sigma_x f + c_2)}{(\bar{x}^2 + \bar{f}^2 + c_1)(\sigma_f^2 + \sigma_x^2 + c_2)}, \quad (2.79)$$

onde

$$c_1 = (0.01 r)^2 \text{ e } c_2 = (0.03 r)^2,$$

sendo  $r$  o range dinâmico da imagem. Para imagens de ultrassom em tons de cinza representadas em 8 *bits*, usa-se  $r = 255$ , como em Loizou e Pattichis (2015).

O código fonte MATLAB para cálculo do índice é fornecido pelos autores em Wang et al. (2004b).

O SSIM é uma métrica de qualidade com referência, sendo necessário ter a imagem ideal (sem ruído) para seu cálculo. Em termos de valores, a métrica varia de  $-1$  (imagens totalmente dissimilares) até  $1$  (imagens totalmente similares). Quanto maior o valor de SSIM melhor o processo de filtragem.

### 2.6.4 Índice de preservação de bordas (EPI)

As bordas em uma imagem em tons de cinza são as regiões com variação rápida dos níveis de cinza. Um dos desafios de qualquer filtro de imagens é evitar uma suavização excessiva de tais áreas, sendo então usual a utilização de alguma medida da preservação das bordas na avaliação de desempenho de tais filtros. A medida utilizada aqui é aquela dada por (SATTAR et al., 1997)

$$EPI = \frac{\sum_{i,j=1}^{M,N} D_z(i,j) * D_f(i,j)}{\sqrt{\left(\sum_{i,j=1}^{M,N} D_z(i,j)^2\right) \left(\sum_{i,j=1}^{M,N} D_f(i,j)^2\right)}}, \quad (2.80)$$

onde  $D_z = (\Delta z - \overline{\Delta z})$ ,  $D_f = (\Delta f - \overline{\Delta f})$  e  $\Delta$  denota uma versão da imagem tratada com um filtro passa-altas, obtido com uma aproximação de tamanho  $3 \times 3$  do operador Laplaciano.

O índice de preservação de bordas (EPI) varia no intervalo  $[0, 1]$ , e valores mais próximos de  $1$  indicam melhor preservação de bordas no processo de filtragem.

### 2.6.5 Índice de resolução (IR)

O índice de resolução (IR) é uma métrica comumente usada para quantificar a resolução em imagens de ultrassom, como em Taxt (1995), Michailovich e Tannenbaum (2006), e Al-Asad, Reza e Techavipoo (2014). Para computar o IR, inicialmente é calculada a matriz gerada pela aplicação da função de autocorrelação na imagem filtrada. O IR é dado pela porcentagem de valores desta matriz de autocorrelação que são maiores que 75% do valor máximo. Valores baixos de IR indicam imagem com melhor resolução.

Note que a matriz gerada pela função de autocorrelação pode conter valores que estão fora do intervalo de valores da própria imagem. Como exemplo, a matriz de autocorrelação para uma imagem em tons de cinza com *pixels* no intervalo  $[0, 255]$  pode conter, por exemplo, valores maiores que  $255$ . O cálculo do IR aqui é feito usando todos os valores da matriz de autocorrelação, independentemente do intervalo de valores da imagem que originou tal matriz.



# Capítulo 3

## MATERIAIS E MÉTODOS

---

---

Este trabalho propõe o uso de distâncias estocásticas como medida de similaridade entre *patches* no processo de filtragem, por técnicas não-locais, de imagens de ultrassom contaminadas por *speckle*. São descritos a seguir os materiais e métodos necessários para cumprir tal tarefa:

**Imagens** Para testes dos filtros desenvolvidos neste trabalho, serão usadas imagens reais, imagens simuladas e imagens sintéticas. Imagens simuladas são imagens geradas por ferramentas que simulam o processo físico de aquisição de imagens de ultrassom. Já as imagens sintéticas referem-se a imagens geradas pela combinação de uma imagem qualquer, chamada de imagem sem ruído, com ruído gerado artificialmente. Como as imagens são obtidas, geradas e/ou preparadas, é descrito na seção 3.1;

**Validação estatística de imagens** Os filtros desenvolvidos neste trabalho são filtros estatísticos, logo, é necessário corroborar os modelos adotados para as imagens corrompidas com *speckle*. São adotados modelos estatísticos tanto para a imagem de RF (Rayleigh e Nakagami), quanto para a imagem de log (Fisher-Tippett). O método de validação estatística para estes modelos é apresentado na seção 3.2;

**Derivação de distâncias estocásticas** Na seção 3.3 são derivadas todas as distâncias estocásticas utilizadas neste trabalho. Na seção 3.3.1 são derivadas as distâncias estocásticas baseadas em simetria de divergências, enquanto na seção 3.3.2 derivam-se as distâncias baseadas em espaços probabilísticos;

**Filtragem** Dois tipos de filtros baseados em técnicas não-locais são derivados neste trabalho: o filtro NLM e o filtro BM3D. Estes são adaptados para utilização das distâncias estocásticas definidas anteriormente. Detalhes de tal adaptação são apresentados na seção 3.4;

**Procedimento experimental** Finalmente, tendo desenvolvido os filtros, na seção 3.5 são detalhados os experimentos a serem executados para avaliar o desempenho de tais filtros.

Como ambiente computacional para simulação de imagens de ultrassom, desenvolvimento e execução de algoritmos de filtragem é usado um computador com processador Intel-*i7*, 2.4 GHz com 16 GB de memória RAM, em ambiente Ubuntu 14.04 e ferramenta Matlab *R2015a* com suporte a código nativo C/C++.

## 3.1 Imagens de ultrassom

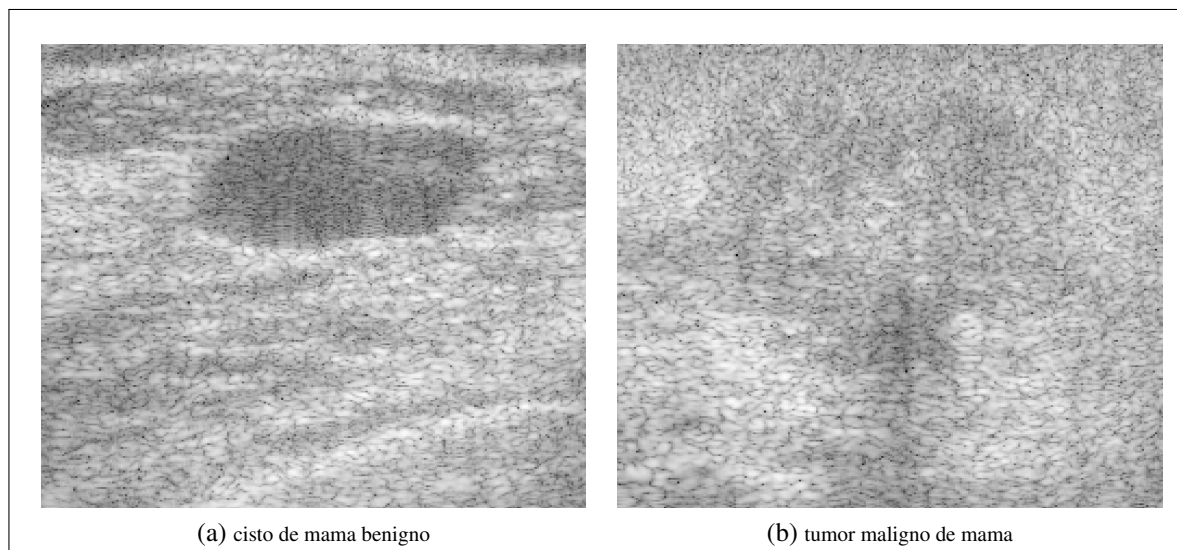
### 3.1.1 Imagens reais

Para os experimentos com imagens reais são usados dois conjuntos de imagens. O primeiro, chamado aqui de Grupo-1, é um conjunto de dados de RF fornecidas por Insana (2016). Os dados são capturadas de duas pacientes com tumores de mama, uma paciente com tumor maligno e outra com tumor benigno. Para cada caso existem 183 conjuntos de dados disponíveis. Por questões de tempo de processamento, são usados para testes apenas os 50 primeiros conjuntos de dados de cada caso. Estes dados estão em formato de RF, como capturados da sonda de ultrassom, sendo assim necessário extrair o envelope do sinal para formar a imagem de RF, como indicado na seção 2.1.6. Além disto, para os testes de filtros no domínio do logaritmo, a imagem de log é gerada com a utilização da transformada dada na equação (2.32). A Figura 3.1 mostra dois exemplos de imagens no Grupo-1.

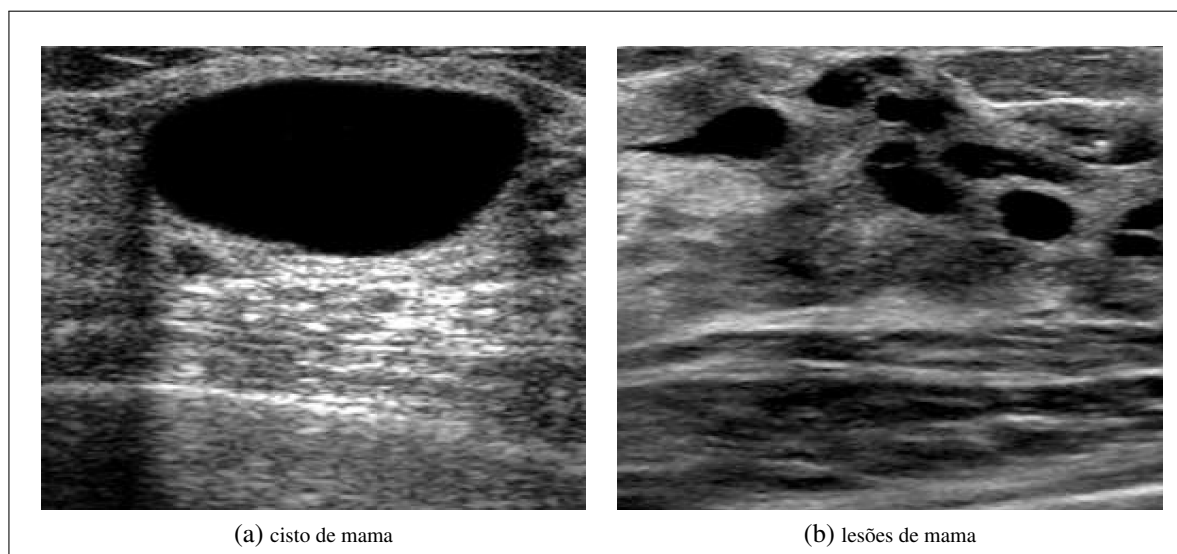
O segundo conjunto de imagens, chamadas aqui de Grupo-2, é um conjunto de imagens de ultrassom de mama, já log-comprimidas, fornecidas por Othman, Tizhoosh e Khalvati (2014). Existe um total de 35 imagens no conjunto, mas são utilizadas apenas as 20 que tiveram a estatística verificada. Este conjunto de imagens não tem nenhum pré-processamento, exceto pelo fato que é extraída a parte central, de tamanho  $256 \times 256$  pixels. A Figura 3.2 mostra dois exemplos de imagens no Grupo-2.

### 3.1.2 Imagens sintéticas

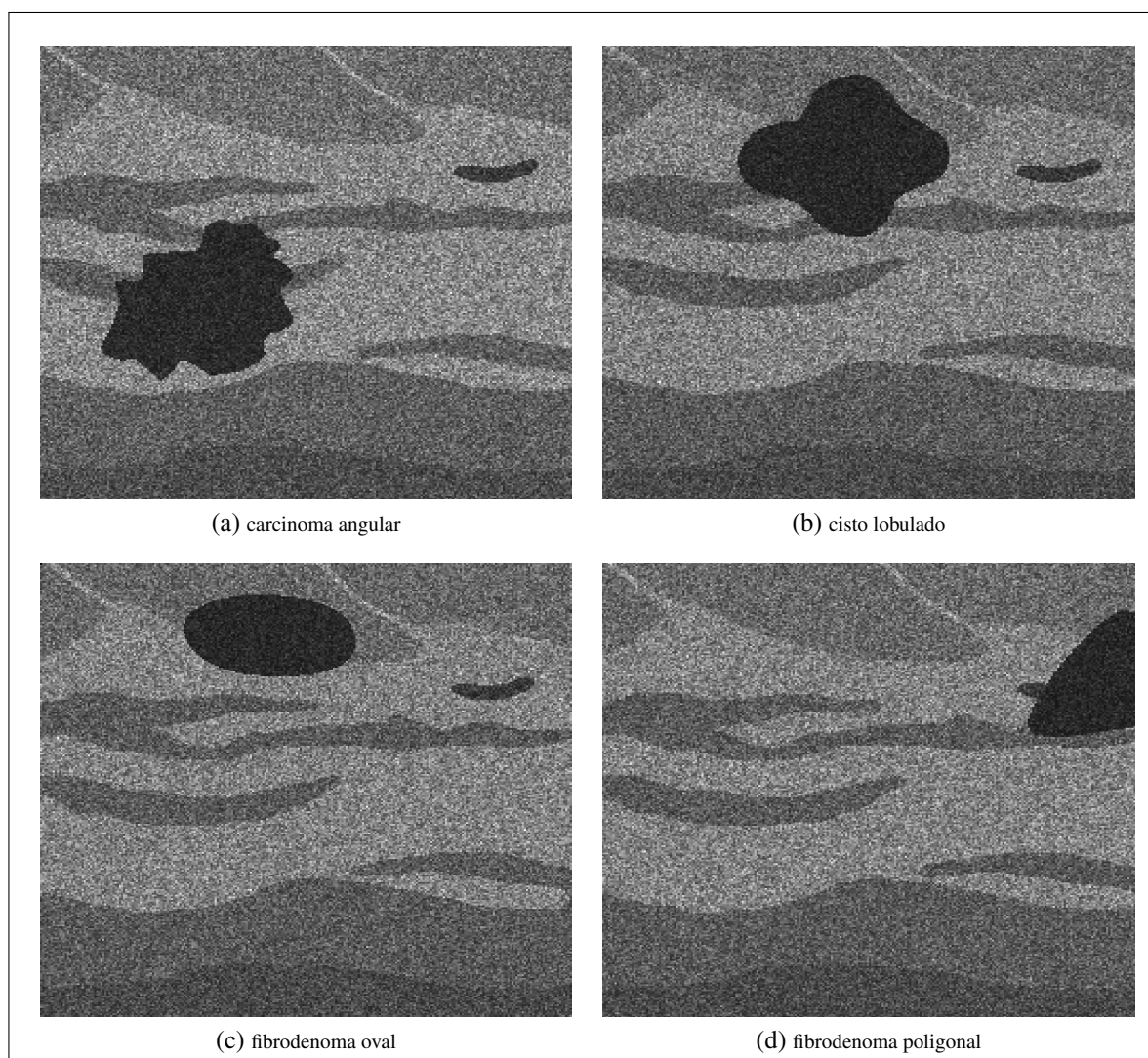
Para os testes com ruído simulado é usado um conjunto de imagens de *phantoms* realísticos de mama fornecidos por Flores, Pereira e Infantosi (2014). Os *phantoms* simulam a ecogenicidade dos tecidos da mama, formas de tumores e histologia das lesões. São três tipos de lesões (carcinoma, cisto e fibroadenoma), com três tipos possíveis de formas de tumores cada.



**Figura 3.1: Exemplos de imagens de ultrassom reais do Grupo-1.**



**Figura 3.2: Exemplo de imagens de ultrassom reais do Grupo-2.**



**Figura 3.3: Exemplo de imagens de ultrassom sintéticas.**

Para cada combinação de tipo de lesão e forma de tumor existem 50 *phantoms*, onde basicamente é variada a posição do tumor. Para os testes neste trabalho usam-se dez *phantoms* de cada combinação, totalizando 90 *phantoms*. Tomando tais *phantoms* como as imagens ideais (sem ruído), gera-se, com a função MATLAB *raylrnd*, uma amostra de dados seguindo a distribuição de Rayleigh com variância 0.1, que corresponde ao ruído, com mesmo tamanho dos *phantoms*. Como neste caso o ruído é considerado não correlacionado, pode-se gerar a imagem ruidosa multiplicando ponto a ponto o *phantom* com o padrão de ruído. A imagem gerada deste modo corresponde à imagem de RF. Para formar a imagem de log aplica-se o modelo dado pela equação (2.32) na imagem de RF. A Figura 3.3 mostra alguns exemplos das imagens de RF sintéticas usadas no trabalho.

**Tabela 3.1: Configurações do banco de transdutores na ferramenta Field-II.**

Frequência central (f)	3.5 MHz
Frequência de amostragem	100 MHz
Velocidade do som no meio (c)	1540 m/s
Comprimento de onda ( $\lambda$ )	$\frac{c}{f} = 0.44$ mm
Número de elementos	192
Elementos ativos	64
Largura de elemento	$\lambda$
Altura	5 mm
Distância entre elementos (kerf)	0.05 mm
Subdivisões dos elementos em x	1
Subdivisões dos elementos em y	10

### 3.1.3 Imagens simuladas

Imagens simuladas de ultrassom são geradas com a utilização da ferramenta Field-II (JENSEN, 2015). Esta ferramenta simula campos de ultrassom usando a teoria de resposta impulsiva espacial, como desenvolvida por Tupholme (1969) e Stepanishen (1971a, 1971b). A resposta impulsiva espacial fornece o sinal de ultrassom numa posição específica do espaço e em função do tempo, quando o transdutor é excitado por uma função delta de Dirac. Assim, pode-se encontrar o sinal de retorno para qualquer tipo de excitação, convoluindo a resposta impulsiva espacial com a função de excitação. Na prática, e de maneira simplificada, a ferramenta permite definir a função de excitação e sua resposta impulsiva, além da posição e intensidade de cada espalhador no meio. O sinal de resposta de cada um dos espalhadores é retornado como resultado da simulação. A somatória de todas as respostas formam o sinal de ultrassom em cada instante.

#### 3.1.3.1 Configuração de simulador

Visto que a configuração de forma e dimensões de transdutores, além de outros parâmetros de sistemas de aquisição de ultrassom, são uma tarefa de engenharia não trivial, utilizam-se aqui as configurações padrão fornecidas pelo autor da ferramenta.

O primeiro passo na configuração do simulador Field-II é a criação das aberturas de emissão e recepção. Do modo como usada neste trabalho, ambas são iguais e consistem de um banco linear de transdutores retangulares, com os parâmetros e dimensões dados pela Tabela 3.1. Tal organização pode ser visualizada na Figura 3.4. A figura também mostra que o centro do banco de transdutores é posicionado no centro do sistema de coordenadas.

Uma vez definida a geometria dos transdutores, é necessário especificar o sinal de excitação

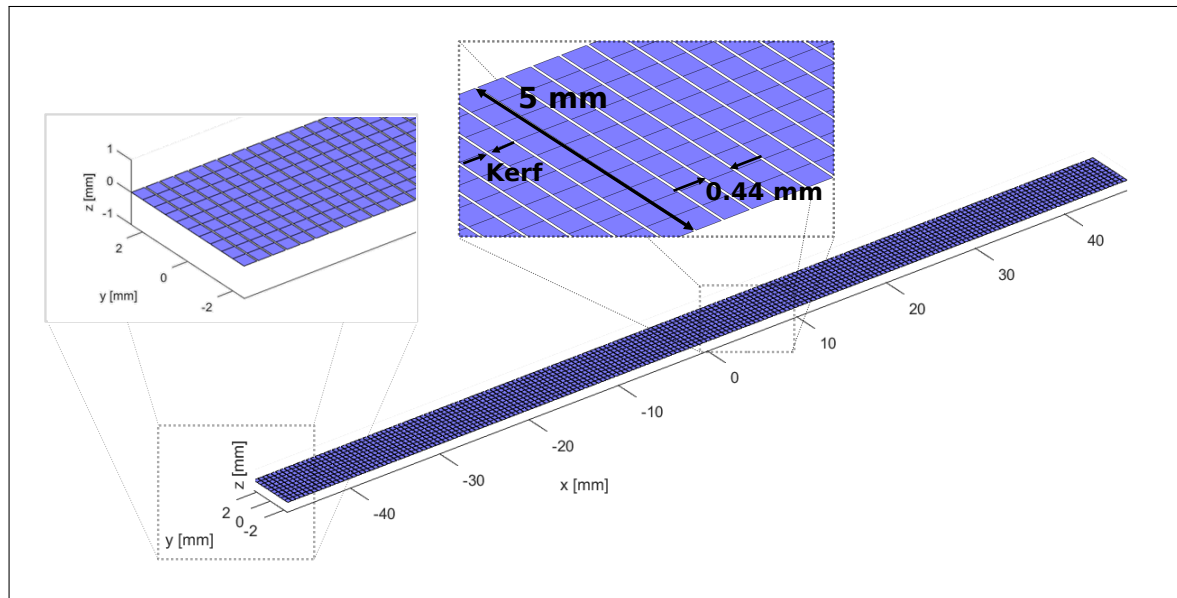


Figura 3.4: Field II: banco de transdutores.

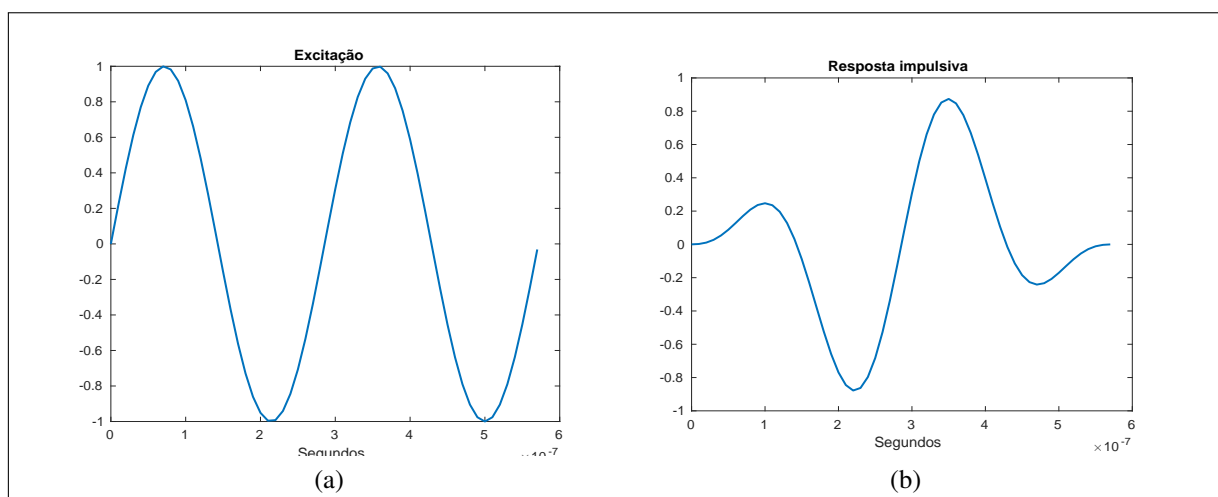
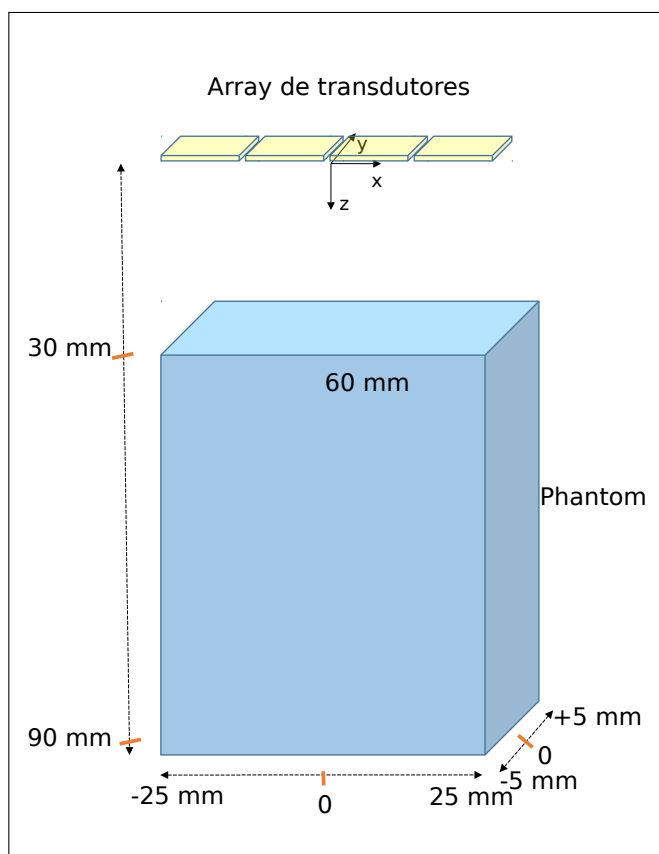


Figura 3.5: Field II: Funções de excitação e resposta impulsiva.



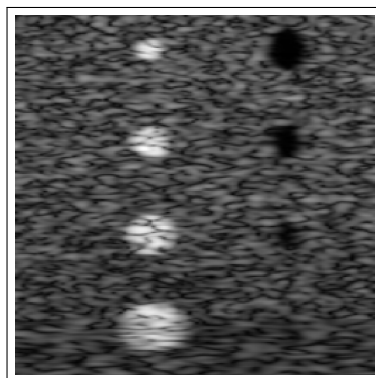
**Figura 3.6: Field II: Geometria de *phantom*.**

e a resposta impulsiva dos elementos. O sinal de excitação foi definido como uma senoide de dois ciclos (Figura 3.5a), enquanto a resposta impulsiva é dada por uma senoide de dois ciclos ponderada por uma janela de Hamming (Figura 3.5b).

### 3.1.3.2 Criação de *phantoms*

Um *phantom* no Field-II corresponde ao volume que será imageado. Para criar um *phantom* é necessário especificar a posição no espaço e a intensidade de espalhamento de cada um dos espalhadores do meio. Programaticamente, isto é feito pela especificação de uma estrutura com duas listas. A primeira lista contém as coordenadas ( $x$ ,  $y$  e  $z$ ) de cada espalhador, enquanto a segunda lista contém a amplitude de espalhamento de cada um. Para compor a geometria do *phantom* é necessário considerar que o banco de transdutores está no centro do sistema de coordenadas, e que os pulsos são emitidos no eixo  $z$  positivo.

Como exemplo, seja o *phantom* com forma de paralelepípedo com dimensões  $50 \times 10 \times 60$  milímetros (mm) e que está a uma distância de 30 mm do transdutor, como mostrado na Figura 3.6. Para criar tal *phantom* é necessário que as coordenadas  $z$  dos espalhadores estejam distribuídas entre 30 e 90 mm. Do mesmo modo, as coordenadas  $x$  devem estar distribuídas



**Figura 3.7: Field II: Imagem simulada**

entre  $-25$  e  $+25$  mm, e as coordenadas  $y$  entre  $-5$  e  $+5$  mm.

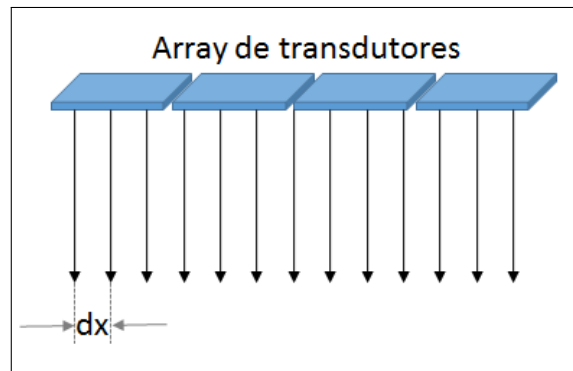
Aqui, a amplitude de espalhamento de cada um dos espalhadores é determinada randomicamente por uma distribuição normal com variância unitária e média nula, como feito pelo autor da ferramenta em Jensen (2014, p.63). Além disto, são inseridas regiões de alta e baixa amplitude de espalhamento. As regiões de alta amplitude são os círculos mais claros na imagem da Figura 3.7. Em tais regiões, as amplitudes são multiplicadas por 10. As regiões de baixa amplitude correspondem aos círculos escuros na imagem da Figura 3.7, sendo que ali a amplitude é feita zero. Note que ao gerar as amplitudes dos espalhadores por uma distribuição normal com variância unitária e média nula, os valores variam em torno de zero, contendo assim valores negativos. Em teoria, seria um problema adotar números negativos para a amplitude dos espalhadores, no entanto este é o procedimento sugerido pelo autor, e possivelmente é tratado internamente pela ferramenta.

Neste trabalho usa-se a densidade de 10 espalhadores/ $\text{mm}^3$  com a intenção de gerar um regime de espalhamento *fully developed speckle*. Foi determinado experimentalmente que concentrações maiores que 8 espalhadores/ $\text{mm}^3$  são capazes de gerar tal regime, considerando as outras configurações aqui apresentadas.

### 3.1.3.3 Simulação

Tendo configurado o banco de transdutores e criado os *phantoms*, a simulação da imagem de ultrassom consiste em varrer radialmente (eixo  $x$ ) o *phantom*, em espaçamentos uniformes, excitando os transdutores e sumarizando os sinais de retorno, como mostrado na Figura 3.8. Cada linha de emissão/recepção é uma linha em modo-A. A distância  $dx$  mostrada na Figura 3.8 é o espaçamento entre os pulsos, e pode ser calculada dividindo o tamanho radial (eixo  $x$ ) do *phantom* pela quantidade de linhas em modo-A desejadas. Para o *phantom* da Figura 3.6 por exemplo, com tamanho radial de 50 mm, e assumindo uma quantidade de 100 linhas, tem-se





**Figura 3.8: Field II: Varredura de aquisição de imagem.**

$dx = 0.5$  mm. Além da posição dos pulsos, outra configuração necessária é o foco de emissão. Como exemplo, para o *phantom* da Figura 3.6 poder-se-ia configurar o ponto focal no centro do *phantom*, que corresponderia às coordenadas  $(x = 0, y = 0, z = 60$  mm).

Como resultado da simulação tem-se o sinal de RF para cada uma das linhas em modo-A ( $RF_{line}$ ). Este sinal corresponde à somatória da intensidade dos sinais recebidos de cada um dos espalhadores colocados no *phantom*, dado o pulso de excitação. Um exemplo de sinal de RF para uma linha em modo-A é mostrado na Figura 3.9.

### 3.1.3.4 Imagens

Antes de compor a imagem final, cada linha em modo-A passa por dois processos. Inicialmente a linha é decimada por um fator de 12 para diminuir a correlação entre os valores. Note pela Tabela 3.1 que a frequência central de emissão dos transdutores é 3.5 MHz e a frequência de amostragem de 100 MHz. Uma decimação de 12 diminui a frequência de amostragem para  $100/12 = 8.33$  MHz, ainda maior que a frequência de amostragem mínima de  $2 \times 3.5 = 7$  MHz. Como passo final, extrai-se o envelope com o uso da transformada de Hilbert, como indicado na seção 2.1.6. Após, as linhas são empilhadas para formar uma matriz, que corresponde à imagem de RF, como mostrado na Figura 3.7. Como exemplo, esta imagem corresponde a uma matriz de 100 linhas e 423 colunas, indicando que cada linha em modo-A contém 423 pontos. Para formar a imagem de log aplica-se o modelo dado pela equação (2.32) na imagem de RF.

## 3.2 Validação estatística de imagens de ultrassom

Para verificar a adequação dos modelos estatísticos teóricos apresentados na seção 2.2 com as imagens usadas neste trabalho, são projetados testes estatísticos como descritos a seguir. São testadas a adequação das distribuições de Rayleigh, Nakagami e Fisher-Tippett.

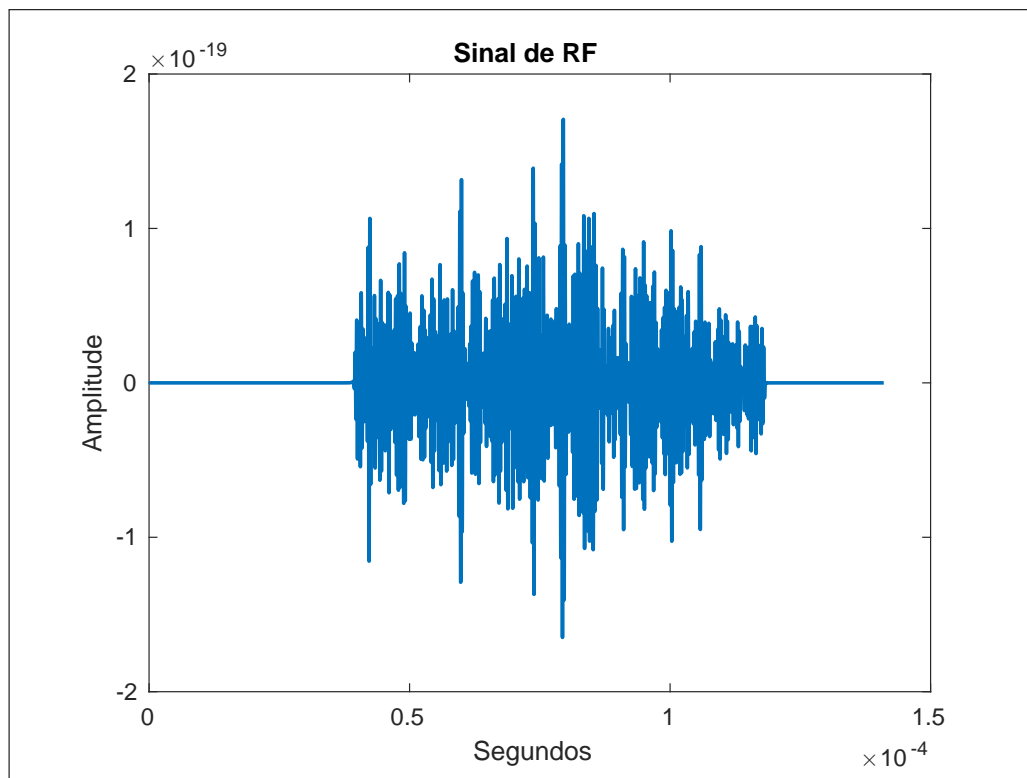


Figura 3.9: Field II: Exemplo de sinal de RF para uma linha em modo-A.

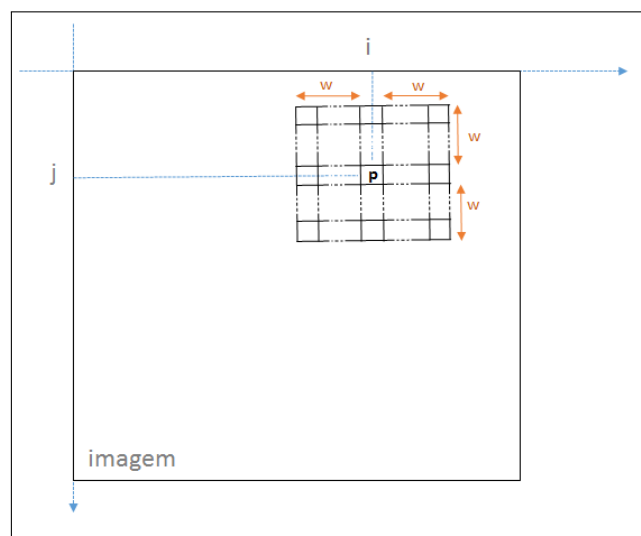


Figura 3.10: Patch para teste estatístico.

### 3.2.1 Teste de hipótese

Para cada *pixel*  $p_{i,j}$  na posição  $(i, j)$  da imagem é tomado um *patch* quadrado, de tamanho  $(2w + 1) \times (2w + 1)$ , como mostrado na Figura 3.10. Seja então a amostra  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , onde  $n = (2w + 1) \times (2w + 1)$ , os *pixels* contidos neste *patch*. Considere a suposição de que os  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  são i.i.d e gerados pela distribuição de probabilidade paramétrica  $f(x; \theta)$ , onde  $\theta$  é o vetor de parâmetros da distribuição, e é desconhecido a priori. Pode-se então formular o seguinte teste de hipótese para validar estatisticamente tal suposição:

$$\begin{cases} H_0 : \text{A amostra } \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \text{ segue a distribuição } f(x; \theta), \\ H_1 : \text{A amostra } \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \text{ não segue a distribuição } f(x; \theta), \end{cases} \quad (3.1)$$

onde  $H_0$  é chamada de hipótese nula e  $H_1$  de hipótese alternativa.

Para efetivamente executar o teste de hipótese dado acima, é necessário algum modo de verificar o quão bem a amostra  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  segue a distribuição  $f(x; \theta)$ . Um modo de fazer isto é utilizar o teste de aderência (*goodness of fit test*)  $\chi^2$  (chi-quadrado) (PEARSON, 1900). Em tal teste, inicialmente os dados são divididos em  $M$  partições nomeadas  $B_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ . Na sequência, conta-se o número de amostras observadas dentro de cada partição  $B_i$ , nomeando-as como  $N_i = \text{Observadas}_i$ . Como por suposição as amostras seguem uma distribuição  $f(x; \theta)$ , espera-se que dentro de cada partição  $B_i$  tenham-se

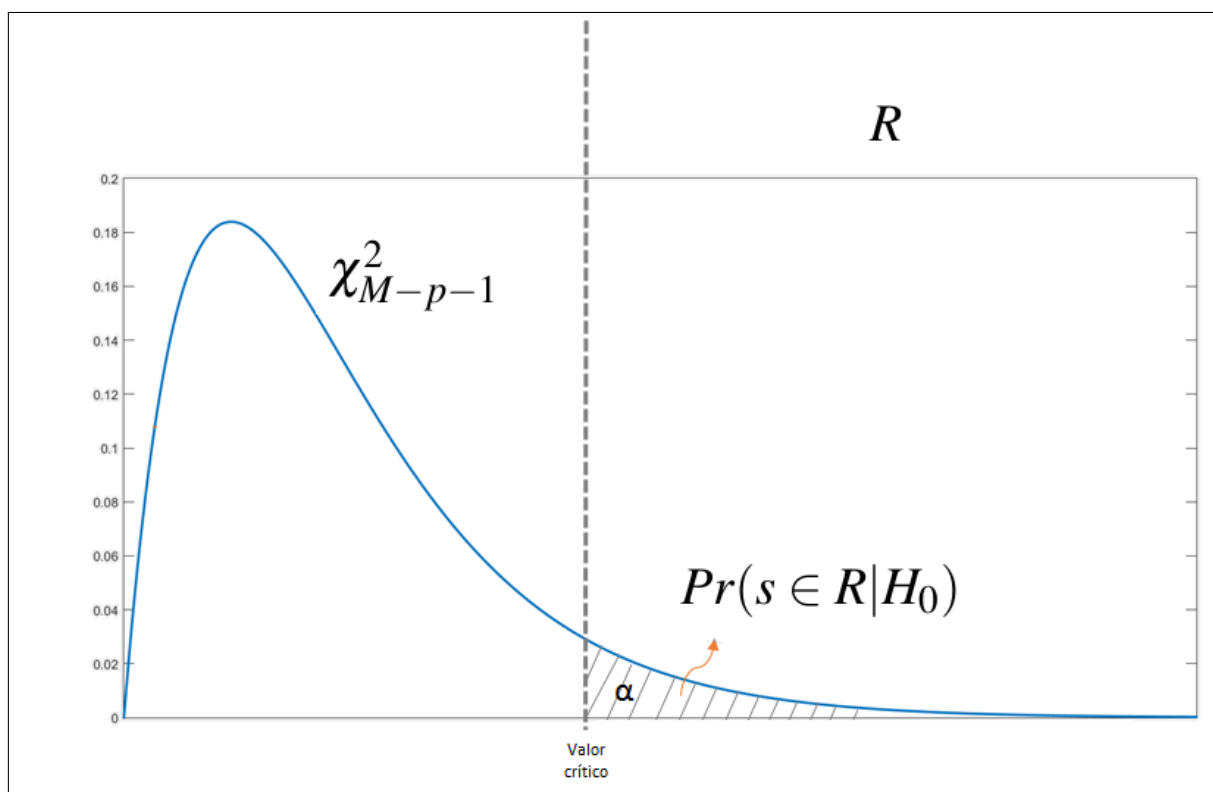
$$\text{Esperadas}_i = n \int_{B_i} f(x; \theta) dx = n p_i,$$

onde  $p_i$  representa a probabilidade de uma amostra estar na partição  $B_i$ .

Pearson (1900) demonstrou que a forma quadrática, conhecida como estatística de Pearson, dada por

$$\begin{aligned} s &= \sum_{i=1}^M \frac{(\text{Observadas}_i - \text{Esperadas}_i)^2}{\text{Esperadas}_i}, \\ s &= \sum_{i=1}^M \frac{(N_i - n p_i)^2}{n p_i}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

converge para a forma de uma distribuição  $\chi^2$  com  $(M - 1)$  graus de liberdade ( $\chi_{M-1}^2$ ), quando o número de amostras cresce ( $n \rightarrow \infty$ ). Este resultado é válido somente se a forma da distribuição  $f(x; \theta)$  é totalmente conhecida, incluindo o vetor de parâmetros  $\theta$  (VOINOV; NIKULIN; BALAKRISHNAN, 2013).



**Figura 3.11: Visão gráfica de decisão em teste de hipótese.**

Para os casos onde se estimam os parâmetros da distribuição utilizando a própria amostra em que se está fazendo o teste, é necessário fazer o ajuste dos graus de liberdade da distribuição  $\chi^2$ , como proposto por Fisher (1924). Deve-se diminuir um grau de liberdade por parâmetro estimado. Assim, tem-se uma distribuição  $\chi^2$  com  $(M - p - 1)$  graus de liberdade ( $\chi^2_{M-p-1}$ ), onde  $p$  indica o número de parâmetros estimados. Vale a ressalva de que tal procedimento pode ser inválido caso não seja usado o método MLE, ou um estimador assintoticamente equivalente, para estimar os parâmetros (VOINOV; NIKULIN; BALAKRISHNAN, 2013, p.2).

Em sumário, se a hipótese  $H_0$  na equação (3.1) é verdadeira, a estatística  $s$  na equação (3.2) converge assintoticamente para uma distribuição  $\chi^2_{M-p-1}$ . Podemos usar este fato para identificar uma região  $R \subset \mathfrak{R}$ , chamada de região de rejeição, onde os valores de  $s$  têm uma baixa probabilidade ( $\alpha$ ) de acontecerem:

$$Pr(s \in R | H_0) = \alpha, \quad (3.3)$$

como mostrado na Figura 3.11.

Assim, dada a amostra  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , calculando o valor da estatística  $s$ , se  $s \in R$  podemos

		Situação real	
		$H_0$ é verdadeira	$H_0$ é falsa
Decisão do teste	Rejeitar $H_0$	<b>Erro Tipo I</b> (falso negativo)	<b>Decisão correta</b> (verdadeiro negativo)
	Não rejeitar $H_0$	<b>Decisão correta</b> (verdadeiro positivo)	<b>Erro Tipo II</b> (falso positivo)

**Figura 3.12: Erros e acertos possíveis quando executando um teste de hipótese.**

rejeitar a hipótese  $H_0$  com nível de significância  $\alpha$ :

$$\begin{cases} s \in R \Rightarrow \text{rejeita } H_0, \\ s \notin R \Rightarrow \text{não rejeita } H_0. \end{cases}$$

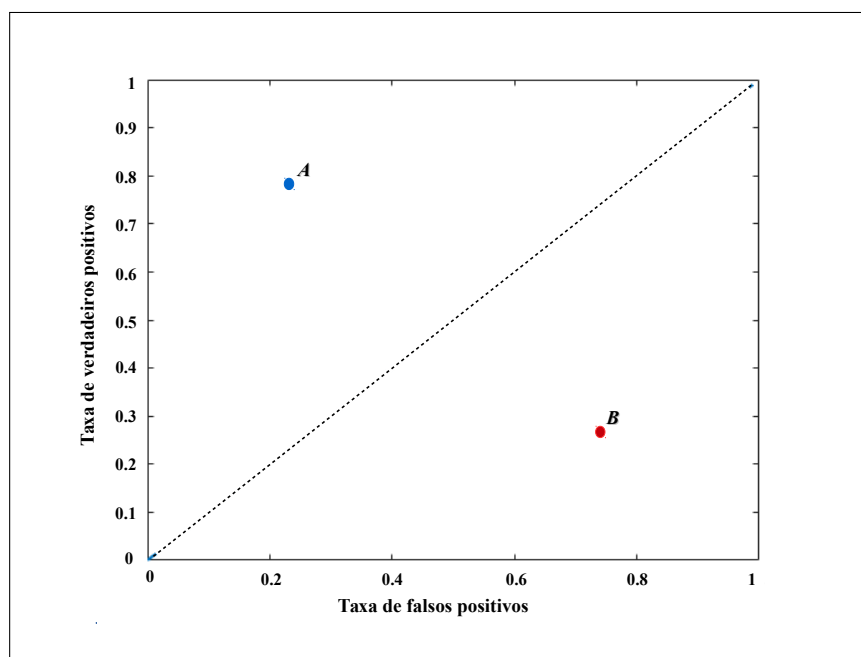
Se a hipótese nula ( $H_0$ ) é rejeitada, devemos assumir a hipótese alternativa ( $H_1$ ) e considerar que a amostra  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  não segue a distribuição  $f(x; \theta)$ .

Quando se executa um teste de hipótese como descrito acima, dois tipos de erros podem ser cometidos. Primeiro, podemos rejeitar  $H_0$  quando na realidade  $H_0$  é verdadeiro. Tal erro é conhecido como erro de tipo I, ou falso negativo. De maneira inversa, podemos não rejeitar  $H_0$  quando na realidade esta hipótese é falsa, erro chamado de tipo II ou falso positivo. Estas duas situações são mostradas na imagem da Figura 3.12. Nesta figura também se mostram os casos de verdadeiro positivo e verdadeiro negativo. O verdadeiro positivo ocorre quando a decisão do teste é por não rejeitar  $H_0$ , e esta hipótese é realmente verdadeira. Já o verdadeiro negativo ocorre quando o teste rejeita  $H_0$ , e esta hipótese é realmente falsa.

### 3.2.2 Curvas ROC

A curva ROC (*receiver operating characteristic*) é uma técnica de organização e visualização de dados em problemas que envolvam algum tipo de decisão onde se possa cometer os erros do tipo I e tipo II. As curvas ROC têm sido usadas há muito tempo, por exemplo, para ilustrar graficamente a relação entre acertos e erros em problemas de classificação (FAWCETT, 2006).

A curva ROC consiste de um gráfico bidimensional onde se mostra a relação entre o bene-



**Figura 3.13: Regiões de gráfico ROC.**

fício (taxa de verdadeiros positivos) e o custo (taxa de falsos positivos) no problema de decisão, como mostrado no gráfico da Figura 3.13. Note que o gráfico tem duas regiões distintas, exemplificadas pelos pontos A e B, e separadas pela linha pontilhada. Em qualquer ponto sobre a linha pontilhada a taxa de verdadeiros positivos (benefício) é igual à taxa de falsos positivos (custo), indicando um mecanismo de decisão pobre, sem ganhos. Os pontos do gráfico nesta linha correspondem a um processo de decisão aleatório, onde se tem metade de chances de acertar e metade de errar. Tomando agora a região abaixo da linha pontilhada, que inclui o ponto B, têm-se pontos onde a taxa de verdadeiros positivos (benefício) é sempre menor que a taxa de falsos positivos (custo), indicando que se tem um mecanismo de decisão que é pior do que decidir aleatoriamente. Analisando agora a região acima da linha pontilhada, região que inclui o ponto A, têm-se pontos onde a taxa de verdadeiros positivos (benefício) será sempre maior que a taxa de falsos positivos (custo). Assim, a curva indicando a taxa de verdadeiros positivos pelos falsos positivos no gráfico ROC, para um mecanismo de decisão que tenha ganhos, deve estar sempre acima da linha pontilhada, e quanto mais próxima dos eixos, melhor.

Além da indicação visual do desempenho do mecanismo de decisão, a curva ROC permite também o cálculo de uma métrica de desempenho, conhecida como área sobre a curva (AUC), que, como denotado pelo nome, indica a área abaixo da curva ROC. Note no gráfico da Figura 3.13 que uma curva ROC sobre a linha pontilhada terá  $AUC = 0.5$ , uma curva ROC abaixo da linha pontilhada terá  $AUC < 0.5$ , e a curva ROC perfeita, passando pelos dois eixos acima da linha pontilhada, terá  $AUC = 1$ .

Tendo introduzido os conceitos associados às curvas ROC, usa-se aqui tal técnica para validar o teste de hipótese descrito na seção 3.2.1. Note que este teste de hipótese é um clássico problema de decisão, onde é necessário julgar se a hipótese  $H_0$  pode ou não ser rejeitada.

A intenção ao validar o teste de hipótese é garantir que, dado um *patch* de uma imagem de ultrassom, de tamanho  $w \times w$ , tal mecanismo de decisão consiga rejeitar ou não, de maneira correta na maioria das vezes, se tal *patch* foi corrompido por ruído seguindo determinada distribuição de probabilidades. Para tal, é construída a curva ROC associada ao teste, para as 3 distribuições de probabilidade utilizadas neste trabalho: Rayleigh, Nakagami e Fisher-Tippett. Para construir tais curvas ROC utiliza-se o procedimento:

- a) São tomados os bancos de dados de imagens disponibilizados por (UNIVERSITY OF SOUTHERN CALIFORNIA, SIGNAL AND IMAGE PROCESSING INSTITUTE, 2015) e (UNIVERSITY OF CALIFORNIA, BERKELEY, EECS, 2017), totalizando 144 imagens diversas, como as clássicas *house* e *Lena*. As imagens são convertidas para tons de cinza, quando necessário. Na sequência, dividem-se as imagens em *patches* não sobrepostos de tamanho  $w \times w$ , gerando-se um conjunto de *patches* que chamamos aqui de *patches* sem ruído. Para o maior tamanho usado, de  $15 \times 15$ , são gerados cerca de 90.000 *patches*. Nos casos em que o tamanho do *patch* é menor, e conseqüentemente o conjunto de *patches* sem ruído é maior que os cerca de 90.000, alguns *patches* são excluídos aleatoriamente, para manter o tamanho do conjunto constante independentemente do tamanho de *patch* usado;
- b) Para cada um dos *patches* sem ruído executam-se os passos de c) até e);
- c) Gera-se uma sequência de  $w \times w$  valores aleatórios seguindo a distribuição em teste. Esta sequência é o padrão de ruído. Um *patch* ruidoso é gerado pela multiplicação ponto a ponto do *patch* sem ruído, com o padrão de ruído, como no modelo de degradação dado pela equação (2.39).
- d) Tomando o *patch* ruidoso, são estimados os parâmetros da distribuição pelo método MLE. Executa-se então o teste de hipótese dado pela equação (3.1), contando um verdadeiro positivo se o teste não pode rejeitar a hipótese  $H_0$  ou um falso negativo se esta é rejeitada. O nível de significância do teste é variado de 0 até 100%, correspondendo aos diversos valores para a taxa de verdadeiros positivos nas curvas ROC;
- e) Tomando o *patch* sem ruído, são estimados os parâmetros da distribuição pelo método MLE. Executa-se então o teste de hipótese dado pela equação (3.1), contando um falso positivo se o teste não pode rejeitar a hipótese  $H_0$  ou um verdadeiro negativo se esta é rejeitada. Novamente, o nível de significância do teste é variado de 0 até 100%, correspondendo aos diversos valores para a taxa de falsos positivos nas curvas ROC; ;

Note que tanto o teste de hipótese usando o *patch* ruidoso (item d), quanto o teste usando o *patch* sem ruído (item e) são essenciais para se construir a curva ROC, pois enquanto o primeiro fornece a taxa de verdadeiros positivos, o segundo fornece a taxa de falsos positivos. Observe também que nos gráficos das curvas ROC, os valores nos eixos correspondem diretamente aos níveis de significância dos testes de hipótese. Assim, têm-se os eixos variando no intervalo  $[0, 1]$ , que corresponde ao intervalo  $[0\%, 100\%]$  para o nível de significância do teste de hipótese.

No passo c) do procedimento acima, para gerar o padrão de ruído, assume-se que a variância da distribuição é 0.1, e se usa a função Matlab *random* para gerar a sequência de dados. Adicionalmente, para a distribuição de Nakagami, faz-se o parâmetro  $m = 1$ . A adoção do valor da variância e do parâmetro  $m$  da distribuição de Nakagami são arbitrários, no entanto, o uso de outros valores não altera as conclusões apresentadas nos parágrafos abaixo. Todavia, observe que pode não ser possível reproduzir exatamente os dados mostrados aqui, visto que o padrão de ruído é gerado randomicamente.

Também no passo c) do procedimento acima, quando testando a distribuição de Fisher-Tippett, o padrão de ruído é gerado com a distribuição de Rayleigh, e após a geração do *patch* ruidoso, faz-se a transformação representada pela equação (2.32), reproduzindo a fase de compressão logarítmica tipicamente aplicada pelos equipamentos comerciais de ultrassom.

Nos gráficos das Figuras 3.14, 3.15 e 3.16 mostram-se as curvas ROC para as distribuições de Rayleigh, Nakagami e Fisher-Tippett respectivamente. São mostradas as curvas quando se consideram *patches* de tamanhos  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$ ,  $7 \times 7$ ,  $9 \times 9$  e  $15 \times 15$ . Os valores de AUC relacionados a cada tamanho de *patch* são mostrados na legenda dos gráficos, entre parênteses.

Note que as curvas ROC para *patches* de tamanhos a partir de  $7 \times 7$  sugerem que os testes de hipótese que a geraram são bons detectores de *patches* contaminados com ruído Rayleigh, Nakagami ou Fisher-Tippett.

### 3.2.3 Validação das imagens de teste

Baseado no teste de hipótese definido na seção anterior, foram verificadas as estatísticas de todas as imagens usadas neste trabalho (seção 3.1). Para tal, foi efetuado o seguinte procedimento:

- a) A imagem é dividida em  $N$  *patches* não sobrepostos de tamanho  $7 \times 7 = 49$ , gerando as amostras  $\{x_1, x_2, \dots, x_{49}\}$ . O tamanho  $7 \times 7$  foi escolhido pois este é o tamanho mínimo de *patch* usado nos algoritmos de filtragem, além de ser o tamanho a partir do qual o teste de hipótese tem bom desempenho;



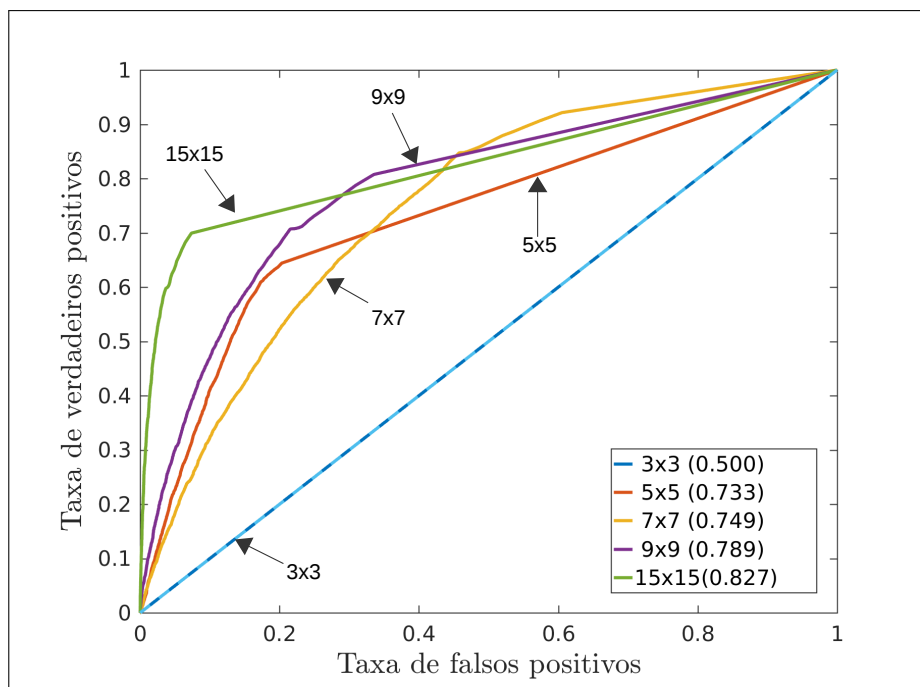


Figura 3.14: Curva ROC para detector de *patches* contaminados com ruído Rayleigh, de diversos tamanhos e com valor de AUC relacionado entre parênteses.

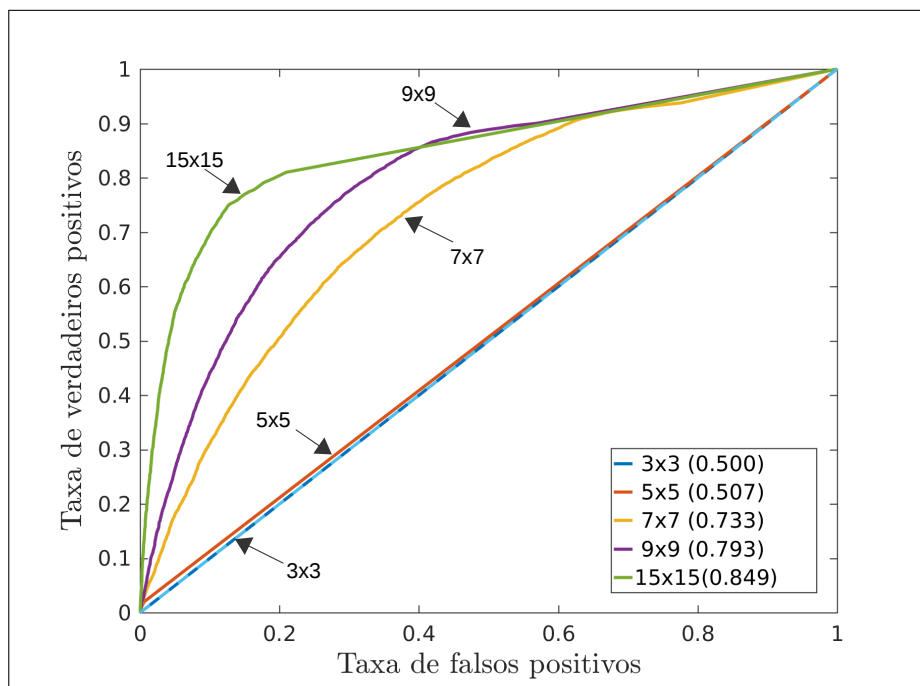
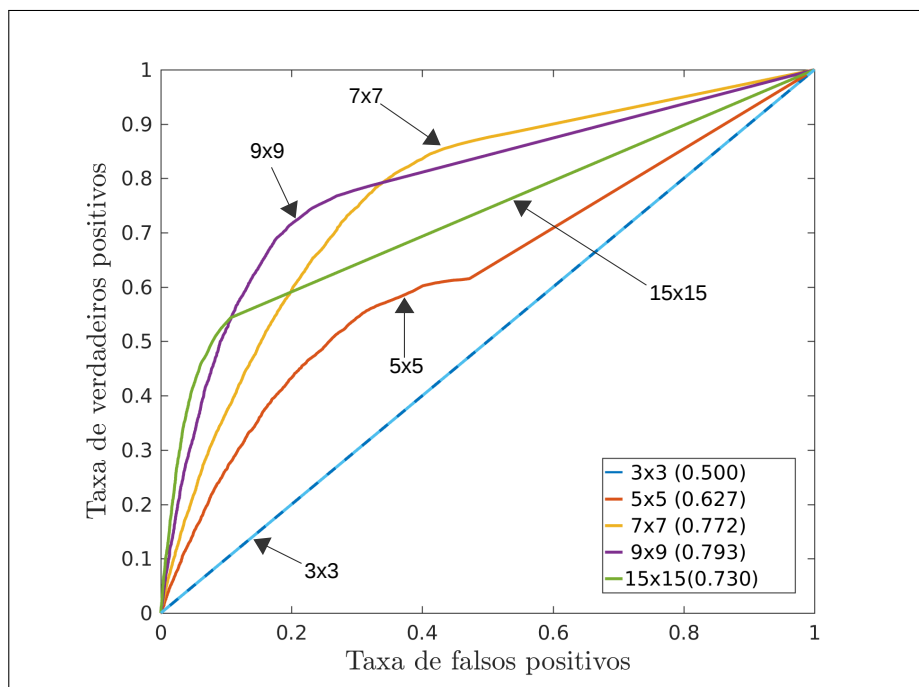


Figura 3.15: Curva ROC para detector de *patches* contaminados com ruído Nakagami, de diversos tamanhos e com valor de AUC relacionado entre parênteses.



**Figura 3.16:** Curva ROC para detector de *patches* contaminados com ruído Fisher-Tippett, de diversos tamanhos e com valor de AUC relacionado entre parênteses.

- b) Tomando cada amostra, são estimados os parâmetros da distribuição pelo método MLE, e aplicado o teste de hipótese dado na equação (3.1), com nível de significância de 5%;
- c) Quando o teste não pode rejeitar a hipótese  $H_0$ , soma-se 1 à variável  $P$  contabilizando tais casos.

Ao testar todos os *patches* da imagem, pode-se calcular a proporção de *patches* que não podem ser rejeitados em tal teste, como  $P/N$ . A Tabela 3.2 mostra os resultados da validação de todas imagens usadas neste trabalho, verificadas para as distribuições de Rayleigh, Nakagami e Fisher-Tippett. Note que para as distribuições de Rayleigh e Nakagami usam-se as imagens de RF e para a distribuição de Fisher-Tippett as imagens de log. A tabela mostra a proporção média considerando todas as imagens do grupo. Note que não se têm as imagens de RF para o Grupo-2 de imagens reais.

É possível verificar na Tabela 3.2 que a proporção de *patches* que não podem rejeitar a hipótese de terem sido gerados pela distribuição de Nakagami é sempre maior que aquelas relativas à distribuição de Rayleigh nas imagens de RF. Isto está de acordo com a teoria, visto que a distribuição de Nakagami consegue modelar mais cenários de espalhamento do que a distribuição de Rayleigh. Note também que a proporção de *patches* que não rejeitam a hipótese de terem sido gerados pela distribuição de Fisher-Tippett quando testando as imagens reais, são as menores da tabela. Isto está relacionado com o fato do sinal possivelmente ter passado por al-

**Tabela 3.2: Proporção de *patches*  $7 \times 7$  que não podem rejeitar a hipótese de terem sido gerados pela respectiva distribuição.**

<b>Imagens</b>	<b>Rayleigh</b>	<b>Nakagami</b>	<b>Fisher-Tippett</b>
Reais-Grupo-1	0.906	0.971	0.605
Reais-Grupo-2	-	-	0.560
Simuladas	0.783	0.943	0.700
Sintéticas	0.912	0.976	0.723

guma operação desconhecida após aquisição, principalmente as imagens reais do Grupo-2, que já estavam log-comprimidas. Finalmente, observando as linhas relativas à imagens simuladas e sintéticas, observa-se que as proporções associadas à distribuição de Rayleigh são diferentes daquelas associadas à distribuição de Fisher-Tippett. Embora a distribuição de Fisher-Tippett corresponda diretamente à transformação logarítmica da distribuição de Rayleigh, quando se aplica a transformação na imagem ruidosa, não apenas o ruído (puramente Rayleigh) é transformado, mas também o sinal em si.

### 3.3 Derivação de distâncias estocásticas

Neste tópico são derivadas as distâncias estocásticas e estatísticas de teste a serem usadas no processo de filtragem. São derivadas tais distâncias para as distribuições de Rayleigh, Fisher-Tippett e Nakagami. Em todos os casos usa-se a ferramenta Wolfram Mathematica (WOLFRAM RESEARCH, INC., 2014) para a resolução das integrais relacionadas.

Muitas das equações apresentadas nas seções a seguir são muito longas para serem visualizadas como um único bloco, mesmo quando representadas em várias linhas. Nestes casos, tais equações foram divididas em blocos, sendo os blocos nomeados com letras maiúsculas, iniciando pela letra A e seguindo em ordem alfabética.

Note que todas as distâncias derivadas na sequência obedecem às propriedades i, ii e iii dadas na seção 2.5.1, visto que se pode demonstrar que:

- a)  $d(\theta_1, \theta_2) > 0, \forall \theta_1 \neq \theta_2,$
- b)  $d(\theta_i, \theta_i) = 0, \forall i,$
- c)  $d(\theta_1, \theta_2) = d(\theta_2, \theta_1).$

Dois tipos de distâncias estocásticas são derivadas neste trabalho. O primeiro tipo, baseado na simetriação de divergências estatísticas, como mostrado na seção 2.5.2. Adicionalmente

são derivadas distâncias estocásticas que correspondem à distâncias geodésicas em espaços probabilísticos, como mostrado na seção 2.5.3.

### 3.3.1 Distâncias derivadas da simetriação de divergências

As distâncias estocásticas derivadas da simetriação de divergências foram discutidas genericamente na seção 2.5.2. Nos tópicos a seguir são deduzidas tais distâncias para as distribuições de Rayleigh, Fisher-Tippett e Nakagami.

#### 3.3.1.1 Distâncias estocásticas para distribuição de Rayleigh

Sejam  $U_P$  e  $U_Q$  dois *patches* de tamanho  $N \times M$  extraídos de uma imagem de ultrassom, cujas estatísticas possam ser descritas pela distribuição de Rayleigh (equação (2.17)), e com respectivos parâmetros de reflectividade dados por  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ :

$$f_P = \frac{x}{\sigma_1^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}\right), \quad \sigma_1 > 0, \quad (3.4)$$

$$f_Q = \frac{x}{\sigma_2^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}\right), \quad \sigma_2 > 0. \quad (3.5)$$

Substituindo as equações (3.4) e (3.5) na equação (2.54), e aplicando um par de funções  $h(y)$  e  $\phi(x)$  dado na Tabela 2.2, temos as diversas distâncias estocásticas derivadas da simetriação de divergências que são usadas neste trabalho, e que são apresentadas abaixo. Note que as integrais devem ser resolvidas no intervalo  $[0, +\infty)$ , visto ser este o suporte da distribuição de Rayleigh.

a) *Distância de Bhattacharyya para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{bha}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = -\log\left(\frac{2\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right). \quad (3.6)$$

b) *Distância de Havrda-Charvát para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{hc}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{\frac{\sigma_1^{2s}\sigma_2^{2-2s}}{\sigma_1^{2s}-\sigma_2^{2(s-1)}} + \frac{\sigma_1^{2-2s}\sigma_2^{2s}}{\sigma_2^{2s}-\sigma_1^{2(s-1)}} - 2}{2(s-1)} \quad (3.7)$$

onde  $0 < s < 1$ .

c) *Distância de Hellinger para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{he}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = 1 - \left( \frac{2\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right). \quad (3.8)$$

d) *Distância de Kullback-Leibler para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{kl}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2}{2\sigma_1^2\sigma_2^2}. \quad (3.9)$$

e) *Distância de Rényi para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{ren}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = \left( \frac{1}{\beta - 1} \right) \log \left( \frac{1}{2}A \right), \quad (3.10)$$

onde

$$A = \left( \frac{\sigma_1^{2\beta} \sigma_2^{2(1-\beta)}}{\sigma_2^2 - \sigma_2^2\beta + \sigma_1^2\beta} + \frac{\sigma_2^{2\beta} \sigma_1^{2(1-\beta)}}{\sigma_1^2 - \sigma_1^2\beta + \sigma_2^2\beta} \right),$$

e  $0 < \beta < 1$ .

f) *Distância de Sharma-Mittal para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{sm}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{\exp((s-1)A) + \exp((s-1)B) - 2}{2(s-1)}, \quad (3.11)$$

onde

$$A = \left( \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} + 2 \log \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) - 1 \right),$$

$$B = \left( \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} + 2 \log \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) - 1 \right),$$

e  $0 < s < 1$ .

g) *Distância triangular para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{tri}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = 2(1 - 2 {}_2F_1(1, A, B, C)), \quad (3.12)$$

onde

$$A = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}, B = \frac{2\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}, C = -\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2},$$

para  $\sigma_1 \geq \sigma_2$ , e  ${}_2F_1$  denotando a função hipergeométrica de Gauss, como definida em Abramowitz e Stegun (1970, p.566).

h) *Distância de média-harmônica para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{hm}^{ray}(\theta_1, \theta_2) = -\log(2 {}_2F_1(1, A, B, C)), \quad (3.13)$$

onde  $A, B$  e  $C$  definidos como para a distância triangular.

As distâncias derivadas acima dependem dos parâmetros de reflectividade  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , que podem ser estimados dos *patches*  $U_P$  e  $U_Q$  utilizando o estimador MLE dado na equação (2.18).

As distâncias de Bhattacharyya, Hellinger, Kullback-Leibler e Rényi podem ser consideradas casos especiais das mesmas distâncias derivadas para a distribuição complexa de Wishart em Frery, Nascimento e Cintra (2014). Note que o quadrado de uma variável aleatória seguindo a distribuição Rayleigh corresponde a uma variável aleatória seguindo a distribuição exponencial, que é uma marginal da distribuição complexa de Wishart. Além disto, as distâncias estocásticas como derivadas neste seção são invariantes à troca de variáveis, como demonstrado no apêndice B.

Pelo conhecimento do autor, as distâncias de Havrda-Charvát, Sharma-Mittal, triangular e de média-harmônica ainda não tinham sido derivadas para a distribuição de Rayleigh.

No apêndice A.1 são dados gráficos mostrando como as distâncias derivadas aqui variam com os respectivos parâmetros.

### 3.3.1.2 Distâncias estocásticas para distribuição de Fisher-Tippett

Sejam novamente  $U_P$  e  $U_Q$  dois *patches* de tamanho  $N \times M$  extraídos de uma imagem de ultrassom, cujas estatísticas agora possam ser descritas pela distribuição de Fisher-Tippett (equação (2.36)), e com respectivos parâmetros de reflectividade dados por  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ :

$$f_P = \left( \frac{\exp(x) - 1}{\sigma_1^2} \right) \exp \left( x - \frac{(\exp(x) - 1)^2}{2\sigma_1^2} \right), \quad \sigma_1 > 0, \quad (3.14)$$

$$f_Q = \left( \frac{\exp(x) - 1}{\sigma_2^2} \right) \exp \left( x - \frac{(\exp(x) - 1)^2}{2\sigma_2^2} \right), \quad \sigma_2 > 0. \quad (3.15)$$

Substituindo as equações (3.14) e (3.15) na equação (2.54), e aplicando um par de funções  $h(y)$  e  $\phi(x)$  dado na Tabela 2.2, temos as diversas distâncias estocásticas derivadas da simetriação de divergências que são usadas neste trabalho, e que são apresentadas abaixo. Note que as integrais devem ser resolvidas no intervalo  $[0, +\infty)$ , visto ser este o suporte da distribuição de Fisher-Tippett como dada na equação (2.36).

a) *Distância de Bhattacharyya para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{bha}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = -\log\left(\frac{2\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right). \quad (3.16)$$

b) *Distância de Havrda-Charvát para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{hc}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{\frac{\sigma_1^{2s}\sigma_2^{2-2s}}{\sigma_1^{2s}-\sigma_2^{2(s-1)}} + \frac{\sigma_1^{2-2s}\sigma_2^{2s}}{\sigma_2^{2s}-\sigma_1^{2(s-1)}} - 2}{2(s-1)} \quad (3.17)$$

onde  $0 < s < 1$ .

c) *Distância de Hellinger para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{he}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = 1 - \left(\frac{2\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right). \quad (3.18)$$

d) *Distância de Kullback-Leibler para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{kl}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2}{2\sigma_1^2\sigma_2^2}. \quad (3.19)$$

e) *Distância de Rényi para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{ren}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = \left(\frac{1}{\beta - 1}\right) \log\left(\frac{1}{2}A\right), \quad (3.20)$$

onde

$$A = \left(\frac{\sigma_1^{2\beta}\sigma_2^{2(1-\beta)}}{\sigma_2^2 - \sigma_2^{2\beta} + \sigma_1^{2\beta}} + \frac{\sigma_2^{2\beta}\sigma_1^{2(1-\beta)}}{\sigma_1^2 - \sigma_1^{2\beta} + \sigma_2^{2\beta}}\right),$$

e  $0 < \beta < 1$ .

f) *Distância de Sharma-Mittal para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{sm}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{\exp((s-1)A) + \exp((s-1)B) - 2}{2(s-1)}, \quad (3.21)$$

onde

$$A = \left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} + 2\log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) - 1\right),$$

$$B = \left(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} + 2\log\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) - 1\right),$$

e  $0 < s < 1$ .

g) *Distância triangular para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{tri}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = 2(1 - 2 {}_2F_1(1, A, B, C)), \quad (3.22)$$

onde

$$A = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}, B = \frac{2\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}, C = -\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2},$$

para  $\sigma_1 \geq \sigma_2$ , e  ${}_2F_1$  denotando a função hipergeométrica de Gauss, como definida em Abramowitz e Stegun (1970, p.566).

h) *Distância de média-harmônica para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{hm}^{ft}(\theta_1, \theta_2) = -\log(2 {}_2F_1(1, A, B, C)), \quad (3.23)$$

onde  $A, B$  e  $C$  definidos como para a distância triangular.

As distâncias definidas acima dependem dos parâmetros de reflectividade  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$ , que podem ser estimados dos *patches*  $U_P$  e  $U_Q$  utilizando o estimador MLE dado na equação (2.37).

Note que as expressões derivadas para as distâncias estocásticas da distribuição de Rayleigh são as mesmas daquelas derivadas para a distribuição de Fisher-Tippett. Isto sugere que tais distâncias estocásticas são invariantes à troca de variáveis, como aquela feita na seção 2.2.2 para transformar a imagem de RF na imagem de log. Como tal propriedade não é comentada na literatura, sua demonstração é incluída no apêndice B, onde se explicitam também sob quais condições é válida.

A distância de Kullback-Leibler para a distribuição de Fisher-Tippett já foi derivada em Slabaugh, Unal e Chang (2006). Pelo conhecimento do autor, as distâncias de Bhattacharyya, Hellinger, Havrda-Charvát, Sharma-Mittal, triangular e de média-harmônica ainda não tinham sido explicitamente derivadas para a distribuição de Fisher-Tippett.

No apêndice A.2 são dados gráficos mostrando como as distâncias derivadas aqui variam com os respectivos parâmetros.

### 3.3.1.3 Distâncias estocásticas para distribuição de Nakagami

Sejam  $U_P$  e  $U_Q$  dois *patches* de tamanho  $N \times M$  extraídos de uma imagem de ultrassom, cujas estatísticas possam ser descritas pela distribuição de Nakagami (equação (2.28)), e com respectivos vetores de parâmetro dados por  $\theta_1 = \{m_1, \Omega_1\}$  and  $\theta_2 = \{m_2, \Omega_2\}$ :



$$f_P = \frac{2m_1^{m_1} x^{(2m_1-1)}}{\Gamma(m_1)\Omega_1^{m_1}} \exp\left(-\frac{m_1}{\Omega_1} x^2\right), \quad m_1 \geq \frac{1}{2} \text{ e } \Omega_1 > 0, \quad (3.24)$$

$$f_Q = \frac{2m_2^{m_2} x^{(2m_2-1)}}{\Gamma(m_2)\Omega_2^{m_2}} \exp\left(-\frac{m_2}{\Omega_2} x^2\right), \quad m_2 \geq \frac{1}{2} \text{ e } \Omega_2 > 0. \quad (3.25)$$

Substituindo as equações (3.24) e (3.25) na equação (2.54), e aplicando um par de funções  $h(y)$  e  $\phi(x)$  dado na Tabela 2.2, temos as diversas distâncias estocásticas derivadas da simetriação de divergências para a distribuição de Nakagami que são usadas neste trabalho, e que são apresentadas abaixo. Note que as integrais devem ser resolvidas no intervalo  $[0, +\infty)$ , visto ser este o suporte da distribuição de Nakagami.

a) *Distância de Bhattacharyya para a distribuição de Nakagami:*

$$d_{bha}^{nak}(m_1, \Omega_1, m_2, \Omega_2) = -\log\left(\frac{2^A B^{\frac{m_1}{2}} C^{-\frac{m_2}{2}} \Gamma(A)}{\sqrt{\Gamma(m_1)\Gamma(m_2)}}\right), \quad (3.26)$$

onde

$$A = \frac{m_1 + m_2}{2}, B = \frac{m_1 \Omega_2}{m_2 \Omega_1 + m_1 \Omega_2} \text{ e } C = 1 + \frac{m_1 \Omega_2}{m_2 \Omega_1}.$$

b) *Distância de Havrda-Charvát para distribuição de Nakagami:*

$$d_{hc}^{nak}(m_1, \Omega_1, m_2, \Omega_2) = \frac{AB + CD - 2}{2(s-1)}, \quad (3.27)$$

onde

$$\begin{aligned} A &= (m_1 \Omega_2)^{m_1 s} \Gamma(m_1)^{-s} (m_2 \Omega_1)^{m_2 - m_2 s} \Gamma(m_2)^{s-1}, \\ B &= \Gamma(-sm_2 + m_2 + m_1 s) (m_1 \Omega_2 s + m_2 (\Omega_1 - \Omega_1 s))^{m_2 (s-1) - m_1 s}, \\ C &= (m_1 \Omega_2)^{m_1 - m_1 s} \Gamma(m_1)^{s-1} (m_2 \Omega_1)^{m_2 s} \Gamma(m_2)^{-s}, \\ D &= \Gamma(-sm_1 + m_1 + m_2 s) (m_1 (\Omega_2 - \Omega_2 s) + m_2 \Omega_1 s)^{m_1 (s-1) - m_2 s}, \end{aligned}$$

e  $s > 0$ .

c) *Distância de Hellinger para a distribuição de Nakagami:*

$$d_{he}^{nak}(m_1, \Omega_1, m_2, \Omega_2) = 1 - \frac{2^A B^{\frac{m_1}{2}} C^{-\frac{m_2}{2}} \Gamma(A)}{\sqrt{\Gamma(m_1)\Gamma(m_2)}}, \quad (3.28)$$

onde  $A$ ,  $B$  e  $C$  são definidos do mesmo modo que para a distância de Bhattacharyya.

d) *Distância de Kullback-Leibler para a distribuição de Nakagami:*

$$d_{kl}^{nak}(m_1, \Omega_1, m_2, \Omega_2) = \frac{1}{2\Omega_1\Omega_2} (A + B + C), \quad (3.29)$$

onde

$$\begin{aligned} A &= (\Omega_1 - \Omega_2)(m_2\Omega_1 - m_1\Omega_2), \\ B &= \Omega_1\Omega_2(m_2 - m_1) \log\left(\frac{m_1\Omega_2}{m_2\Omega_1}\right), \\ C &= \Omega_1\Omega_2(m_1 - m_2) \left(\psi^{(0)}(m_1) - \psi^{(0)}(m_2)\right), \end{aligned}$$

e o símbolo  $\psi^{(0)}$  denota a função poligama, como definida em Abramowitz e Stegun (1970, p.260).

e) *Distância de Rényi para a distribuição de Nakagami:*

$$d_{ren}^{nak}(m_1, \Omega_1, m_2, \Omega_2) = \frac{1}{2(\beta - 1)} (\log(ABC) + \log(DEF)), \quad (3.30)$$

onde

$$\begin{aligned} A &= (m_2\Omega_1)^{(m_2 - \beta m_2)} (m_1\Omega_2)^{\beta m_1}, \\ B &= (m_2\Omega_1 - \beta m_2\Omega_1 + \beta m_1\Omega_2)^{((\beta - 1)m_2 - \beta m_1)}, \\ C &= \Gamma(m_1)^{-\beta} \Gamma(m_2)^{\beta - 1} \Gamma(\beta m_1 + m_2 - \beta m_2), \\ D &= (m_2\Omega_1)^{\beta m_2} (m_1\Omega_2)^{(m_1 - \beta m_1)}, \\ E &= (m_1\Omega_2 - \beta m_1\Omega_2 + \beta m_2\Omega_1)^{((\beta - 1)m_1 - \beta m_2)}, \\ F &= \Gamma(m_1)^{\beta - 1} \Gamma(m_2)^{-\beta} \Gamma(\beta m_2 + m_1 - \beta m_1), \end{aligned}$$

e o símbolo  $\Gamma$  denota a função gama, como definido em Abramowitz e Stegun (1970, p.255).

f) *Distância de Sharma-Mittal para distribuição de Nakagami:*

$$d_{sm}^{nak}(m_1, \Omega_1, m_2, \Omega_2) = \frac{\exp\left(\frac{(A+B)(s-1)}{\Omega_2}\right) + \exp\left(\frac{(C+D)(s-1)}{\Omega_1}\right) - 2}{2(s-1)}, \quad (3.31)$$

onde

$$\begin{aligned} A &= \Omega_2(m_2(\log(m_1) - \log(m_2) - \log(\Omega_1) + \log(\Omega_2)) - \log(\Gamma(m_1)) + \log(\Gamma(m_2))), \\ B &= \Omega_2(m_1 - m_2)\psi^{(0)}(m_1) - m_1\Omega_2 + m_2\Omega_1, \\ C &= \Omega_1(m_1(-\log(m_1) + \log(m_2) + \log(\Omega_1) - \log(\Omega_2)) + \log(\Gamma(m_1)) - \log(\Gamma(m_2))), \\ D &= \Omega_1(m_2 - m_1)\psi^{(0)}(m_2) + m_1\Omega_2 - m_2\Omega_1, \quad e \quad s > 0. \end{aligned}$$

As distâncias estocásticas definidas acima dependem dos vetores de parâmetros  $\theta_1 = \{m_1, \Omega_1\}$  e  $\theta_2 = \{m_2, \Omega_2\}$ , que podem ser estimados dos *patches*  $U_P$  e  $U_Q$  pelos estimadores MLE dados nas equações (2.29) e (2.30).

Não foram encontradas expressões fechadas para as distâncias triangular e de média-harmônica para a distribuição de Nakagami.

Considerando que uma variável aleatória seguindo a distribuição de Nakagami corresponde à raiz quadrada de um variável aleatória seguindo a distribuição gama, e sabendo que as distâncias estocásticas derivadas neste seção são invariantes à troca de variável aleatória, pode-se considerar que as distâncias de Hellinger e Kullback-Leibler para a distribuição de Nakagami deduzidas aqui são similares às mesmas distâncias já deduzidas em Mathiassen, Skavhaug e Bø (2002) e Klein (2012) para a distribuição gama.

Pelo conhecimento do autor, as distâncias de Bhattacharyya, Havrda-Charvát, Rényi e Sharma-Mittal ainda não tinham sido derivadas para a distribuição de Nakagami.

Como a distribuição de Nakagami se torna a distribuição de Rayleigh quando  $m = 1$ , pode-se facilmente mostrar que as expressões derivadas aqui se equivalem àquelas derivadas para a distribuição de Rayleigh, fazendo  $m = 1$  e  $\Omega = 2\sigma^2$ .

No apêndice A.3 são dados gráficos mostrando como as distâncias derivadas aqui variam com os respectivos parâmetros.

### 3.3.2 Distâncias derivadas de espaços probabilísticos

As distâncias estocásticas derivadas de espaços probabilísticos foram discutidas genericamente na seção 2.5.3. Nos tópicos a seguir são deduzidas tais distâncias para as distribuições de Rayleigh e Fisher-Tippett.

Como comentado na seção 2.5.3, a complexidade matemática de se gerar formas fechadas para a distância geodésica é considerável, principalmente para distribuições com mais de um parâmetro. Particularmente para a distribuição de Nakagami, com dois parâmetros, não foi possível deduzir formas fechadas para as distâncias geodésicas quando usando nenhuma das entropias dadas na Tabela 2.1.

Vale aqui a nota de que além de tentar deduzir as distâncias geodésicas para a distribuição de Nakagami diretamente pela resolução das equações (2.65) e (2.66), foi tentado também um artifício, como descrito na sequência. Ao menos para o algoritmo NLM, a média da imagem filtrada é igual à média da imagem ruidosa original (MILANFAR, 2013). Além disto, os dois

parâmetros da distribuição de Nakagami estão relacionados pela média, o que permite reescrever a distribuição em função de apenas um dos parâmetros e da média. Deste modo, é possível considerar a média invariante e tentar deduzir a distância geodésica quando apenas um dos parâmetros é variável, pela solução da equação (2.67). Mesmo usando tal artifício não foi possível deduzir formas fechadas para as distâncias geodésicas.

### 3.3.2.1 Distâncias geodésicas para distribuição de Rayleigh

Sejam  $U_P$  e  $U_Q$  dois *patches* extraídos de uma imagem de ultrassom, cujas estatísticas possam ser descritas pela distribuição de Rayleigh:

$$f(x; \theta) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad \sigma > 0. \quad (3.32)$$

Assuma também que tais *patches* têm vetor de parâmetros dados por  $\theta_1 = \{\sigma_1\}$  e  $\theta_2 = \{\sigma_2\}$ , respectivamente. As diversas distâncias geodésicas entre os pontos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  no espaço paramétrico gerado pela distribuição de Rayleigh podem ser calculadas substituindo a equação (3.32) na equação (2.67), com a utilização do par adequado de funções  $h(y)$  e  $\phi(x)$  dado na Tabela 2.1:

a) *Distância geodésica de Arimoto para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{gari}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = 2^{\frac{7-s}{4}} s^{\frac{s+1}{4}} \Gamma\left(\frac{s+1}{2s}\right)^{s/2} \left| \frac{\left(\sigma_2^{\frac{s-1}{2}} - \sigma_1^{\frac{s-1}{2}}\right) \sqrt{s+1}}{s-1} \right|, \quad (3.33)$$

onde  $s > 0$ ,  $s \neq 1$  e  $\sigma_1 < \sigma_2$ .

b) *Distância geodésica de Havrda-Charvát para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{ghc}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = 2^{\frac{3+s}{4}} \left| \frac{\left(\sigma_1^{\frac{1-s}{2}} - \sigma_2^{\frac{1-s}{2}}\right) s^{\frac{-(s+3)}{4}} \sqrt{(3+s^2)} \Gamma\left(\frac{s+1}{2}\right)}{s-1} \right|, \quad (3.34)$$

onde  $s > 0$ ,  $s \neq 1$  e  $\sigma_1 < \sigma_2$ .

c) *Distância geodésica de Rényi para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{gre}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = \left| \sqrt{\frac{s+3}{s}} \log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \right|, \quad (3.35)$$

onde  $s \neq 0$  e  $\sigma_1 < \sigma_2$ .

d) *Distância geodésica de Shannon para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{gsh}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = 2 \left| \log \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \right|. \quad (3.36)$$

onde  $\sigma_1 < \sigma_2$ .

e) *Distância geodésica de Sharma-Mittal para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{gsm}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = 2^{\frac{s+3}{4}} e^{-\frac{1}{4}(2+\gamma)(s-1)} (\sigma_1 \sigma_2)^{-\frac{s}{2}} \left| \frac{\left( \sqrt{\sigma_1} \sigma_2^{s/2} - \sigma_1^{s/2} \sqrt{\sigma_2} \right) \sqrt{s+3}}{s-1} \right|, \quad (3.37)$$

onde  $s > 0$  e  $s \neq 1$ . O símbolo  $\gamma$  denota a constante de Euler-Gama, como definido em Abramowitz e Stegun (1970, p.255).

f) *Distância geodésica de Tsallis para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{gts}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = 2^{\frac{s+3}{4}} \left| \frac{\left( \sigma_1^{\frac{1-s}{2}} - \sigma_2^{\frac{1-s}{2}} \right) s^{-\frac{s+3}{4}} \sqrt{(s^2+3) \Gamma\left(\frac{s+1}{2}\right)}}{s-1} \right|, \quad (3.38)$$

onde  $s > 0$ ,  $s \neq 1$  e  $\sigma_1 < \sigma_2$ .

g) *Distância geodésica de Varma para distribuição de Rayleigh:*

$$d_{gvar}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = \left| \sqrt{1 + \frac{3}{1-m+r} \log \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right)} \right|, \quad (3.39)$$

onde  $m-1 < r < m$ ,  $m \geq 1$  e  $\sigma_1 < \sigma_2$ .

As distâncias definidas acima dependem dos parâmetros de reflectividade  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , que podem ser estimados dos *patches*  $U_P$  e  $U_Q$  utilizando o estimador MLE dado na equação (2.18).

Pelo conhecimento do autor, as distâncias geodésicas associadas às entropias de Arimoto, Havrda-Charvát, Rényi, Shannon, Sharma-Mittal, Tsallis e Varma ainda não tinham sido derivadas para a distribuição de Rayleigh.

No apêndice A.1 são dados gráficos mostrando como as distâncias derivadas aqui variam com os respectivos parâmetros.

### 3.3.2.2 Distâncias geodésicas para distribuição de Fisher-Tippett

Sejam  $U_P$  e  $U_Q$  dois *patches* extraídos de uma imagem de ultrassom, cujas estatísticas possam ser descritas pela distribuição de Fisher-Tippett:

$$f(x, \theta) = \left( \frac{\exp(x) - 1}{\sigma^2} \right) \exp \left( x - \frac{(\exp(x) - 1)^2}{2\sigma^2} \right), \quad \sigma > 0. \quad (3.40)$$

Assuma também que tais *patches* têm vetor de parâmetros dados por  $\theta_1 = \{\sigma_1\}$  e  $\theta_2 = \{\sigma_2\}$ , respectivamente. As diversas distâncias geodésicas entre os pontos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  no espaço paramétrico gerado pela distribuição de Fisher-Tippett podem ser calculadas substituindo a equação (3.40) na equação (2.67), com a utilização do par adequado de funções  $h(y)$  e  $\phi(x)$  dado na Tabela 2.1:

a) *Distância geodésica de Arimoto para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{gari}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = 2^{\frac{3-s}{2}} \Gamma \left( \frac{1}{s} \right)^{s/2} \left| \sqrt{s} \log \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \right|, \quad (3.41)$$

onde  $s > 0$  e  $\sigma_1 < \sigma_2$ .

b) *Distância geodésica de Havrda-Charvát para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{ghc}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = 2^{\frac{s+1}{2}} s^{-\frac{s}{2}} \left| \sqrt{\Gamma(s)} \log \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \right|, \quad (3.42)$$

onde  $s > 0$  e  $\sigma_1 < \sigma_2$ .

c) *Distância geodésica de Rényi para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{gre}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = 2 \left| \log \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \right|. \quad (3.43)$$

onde  $\sigma_1 < \sigma_2$ .

d) *Distância geodésica de Shannon para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{gsh}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = 2 \left| \log \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \right|. \quad (3.44)$$

onde  $\sigma_1 < \sigma_2$ .

e) *Distância geodésica de Sharma-Mittal para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{gsm}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = 2e^{\frac{1}{2}(-\gamma-1+\log(2))(s-1)} \left| \log \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \right|, \quad (3.45)$$

onde  $s > 0$  e  $\sigma_1 < \sigma_2$ .

f) *Distância geodésica de Tsallis para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{gts}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = \sqrt{2^{s+1}s^{-s}} \sqrt{|\Gamma(s)|} \left| \log \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \right|, \quad (3.46)$$

onde  $s > 0$  e  $\sigma_1 < \sigma_2$ .

g) *Distância geodésica de Varma para distribuição de Fisher-Tippett:*

$$d_{gvar}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = 2 \left| \log \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \right|. \quad (3.47)$$

onde  $\sigma_1 < \sigma_2$ .

As distâncias definidas aqui dependem dos parâmetros de reflectividade  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$ , que podem ser estimados dos *patches*  $U_P$  e  $U_Q$  utilizando o estimador MLE dado na equação (2.37).

Pelo conhecimento do autor, as distâncias geodésicas associadas às entropias de Arimoto, Havrda-Charvát, Rényi, Shannon, Sharma-Mittal, Tsallis e Varma ainda não tinham sido derivadas para a distribuição de Fisher-Tippett.

No apêndice A.2 são dados gráficos mostrando como as distâncias derivadas aqui variam com os respectivos parâmetros.

Note que a propriedade de invariância à transformações apresentada no apêndice B somente se aplica às distâncias derivadas da simetrização de divergências, não sendo válida para as distâncias geodésicas derivadas neste seção. Com isto, as distâncias geodésicas derivadas para as distribuições de Rayleigh e Fisher-Tippett têm expressões distintas.

## 3.4 Filtros

Dois tipos de filtros são implementados neste trabalho: filtros originados de NLM e filtros originados de BM3D. Os filtros originados NLM são nomeados de NLM-SIM para os filtros baseados em distâncias estocásticas derivadas da simetrização de divergências, e NLM-GEO para os filtros baseados nas distâncias estocásticas que são as distâncias geodésicas em espaços probabilísticos. Os filtros originados de BM3D do mesmo modo, são nomeados de BM3D-SIM e BM3D-GEO.

### 3.4.1 Filtros NLM-SIM e NLM-GEO

Os filtros baseados em médias não-locais são variações do filtro NLM definido na seção 2.4.2.1, trocando-se a distância Euclidiana usada na comparação de *patches* por uma das dis-

tâncias estocásticas derivadas na seção 3.3. Deste modo, a equação (2.42) que define a função de peso do filtro se torna

$$w(i, j) = \frac{1}{Z_i} \exp \left( -\frac{d(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j)}{h^2} \right), \quad (3.48)$$

onde  $d(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j)$  é uma das distâncias estocásticas, e  $\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j$  os estimadores MLE dos parâmetros da distribuição de Rayleigh, Nakagami ou Fisher-Tippett, para os *patches* centralizados nos *pixels*  $i$  e  $j$  respectivamente.

Nos filtros NLM-SIM e NLM-GEO existe um mecanismo adicional, que exclui da média ponderada os *pixels* que não forem estatisticamente similares ao *pixel* sendo filtrado. O mecanismo que determina se um *pixel* é similar a outro ou não é descrito na seção 3.4.3. Note que tal mecanismo é flexível o suficiente para permitir que nenhum *pixel* seja excluído, quanto se exige um baixo grau de similaridade, ou excluir muitos *pixels*, numa configuração onde é exigido um alto grau de similaridade.

Em todos os testes é usada como implementação base do algoritmo NLM a versão pública disponibilizada em Buades, Coll e Morel (2011). Para os experimentos referenciados como NLM original, que utilizam a distância Euclidiana como medida de similaridade entre *patches*, a implementação é usada exatamente como fornecida pelo autor. Para as implementações que utilizam distâncias estocásticas, NLM-SIM e NLM-GEO, a função de cálculo de distância é trocada pela função adequada para a distância em questão.

Nas árvores das Figuras 3.17 e 3.18 são mostrados todos os filtros NLM-SIM e NLM-GEO desenvolvidos para imagens de RF e de log respectivamente. Para as imagens de RF os filtros estão relacionados com as distâncias derivadas para as distribuições de Rayleigh e Nakagami, enquanto para as imagens de log, relacionados com as distâncias derivadas para a distribuição de Fisher-Tippett. As árvores se dividem também de acordo com o método usado para gerar a distância usada no filtro.



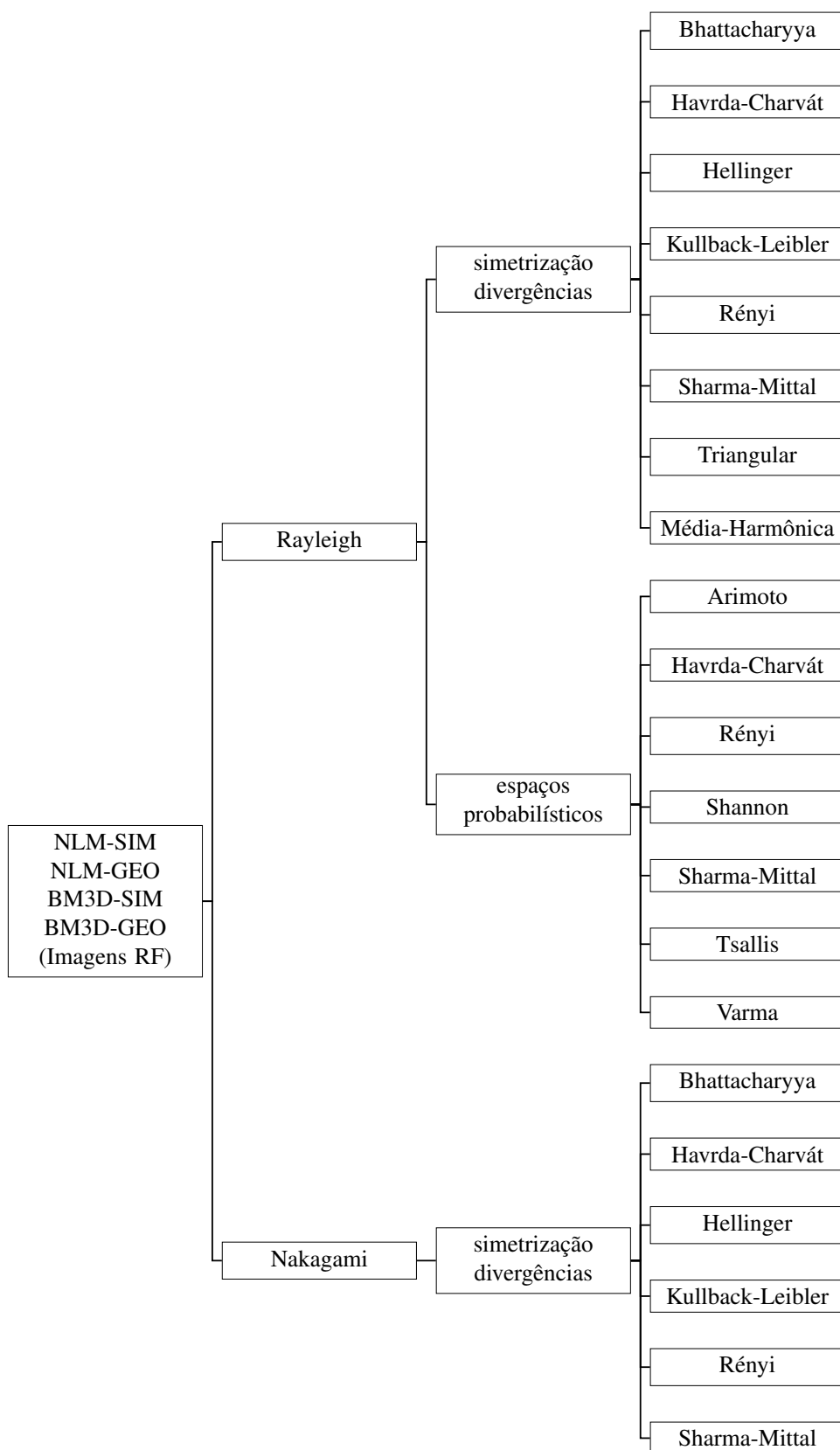
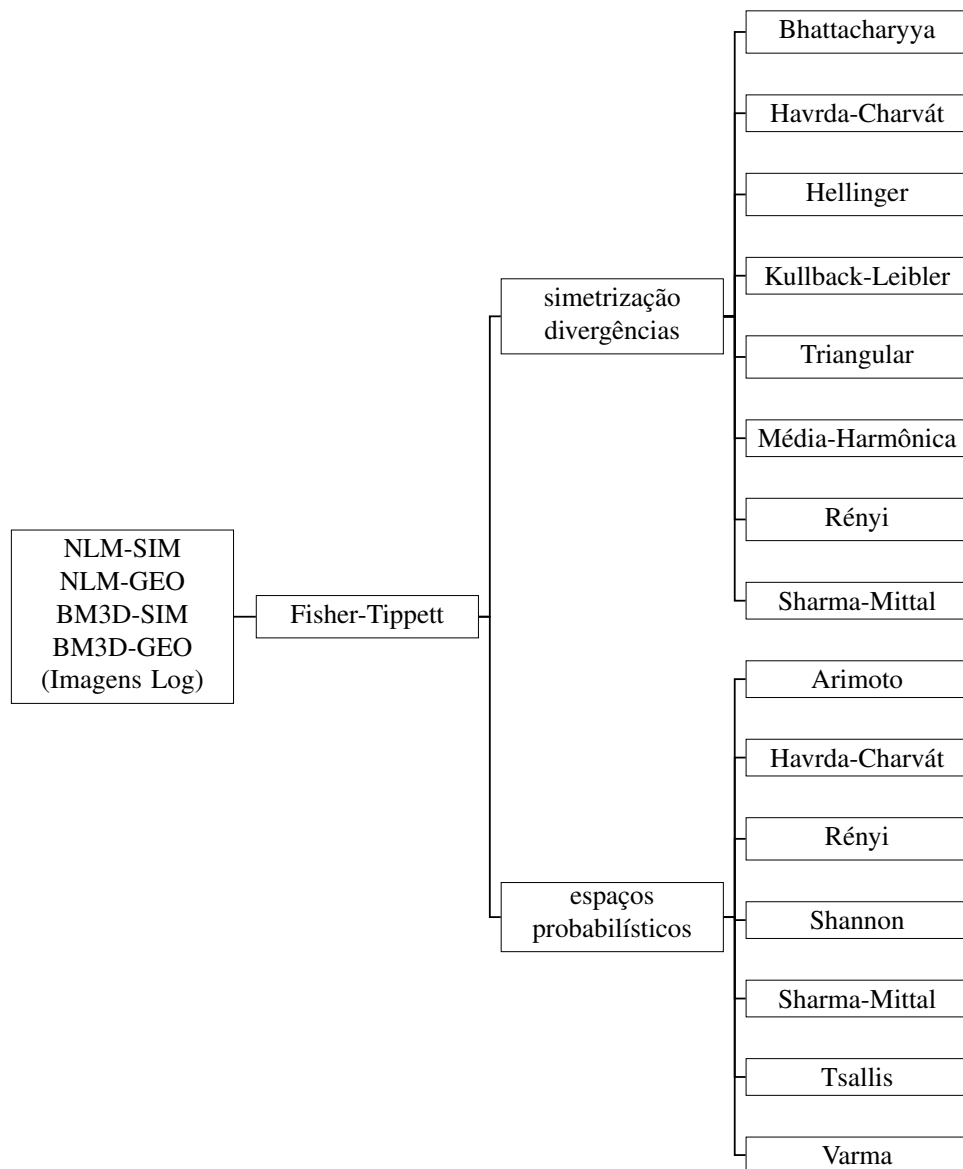
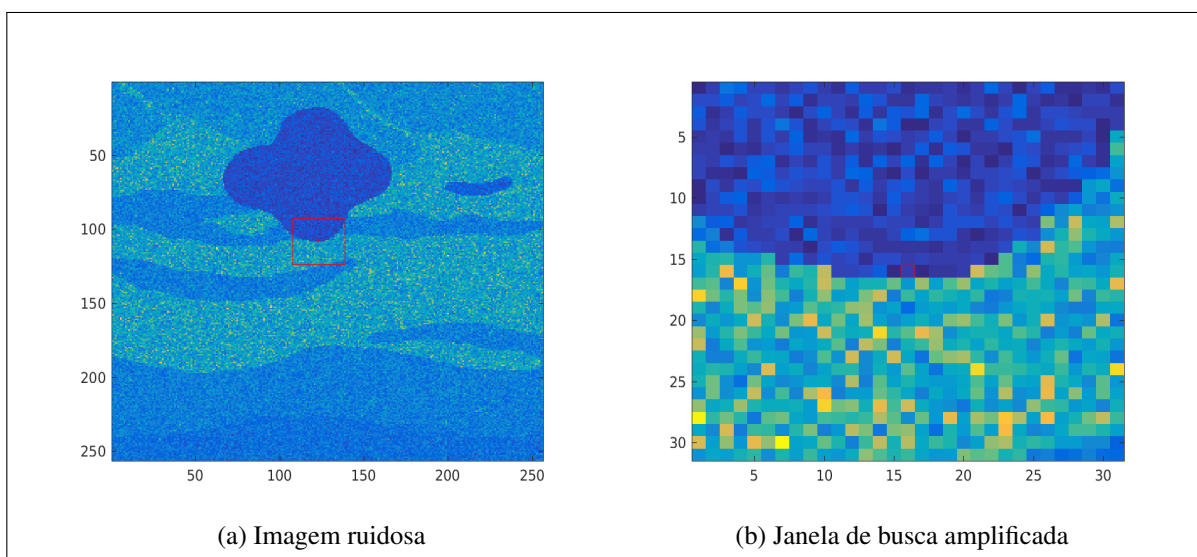


Figura 3.17: Filtros NLM-SIM, NLM-GEO, BM3D-SIM e BM3D-GEO para imagens de RF, divididos de acordo com a distribuição e método de gerar a distância estocástica.



**Figura 3.18:** Filtros NLM-SIM, NLM-GEO, BM3D-SIM e BM3D-GEO para imagens de log, indicando a distribuição e divididos de acordo com método de gerar a distância estocástica.



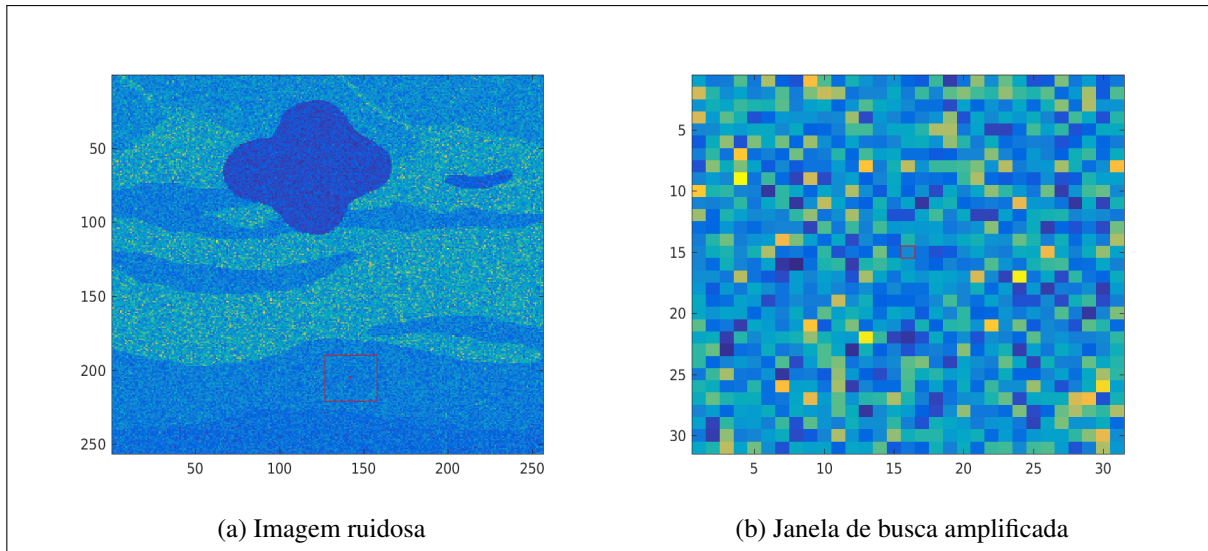
**Figura 3.19: Janela de busca NLM em região de bordas.**

### 3.4.1.1 Impacto do uso de distâncias estocásticas em NLM

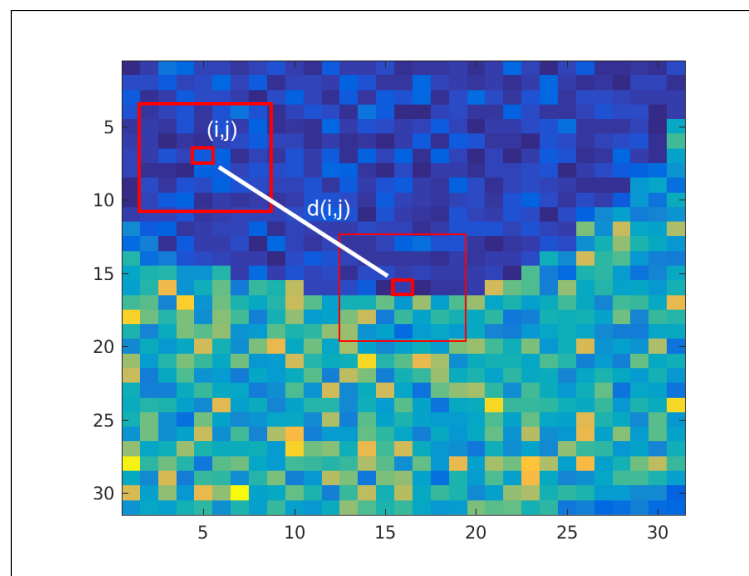
Como descrito na seção 2.4.2.1, a estimativa de um *pixel* em NLM é uma média ponderada de todos os outros *pixels* dentro da janela de busca. Para exemplificar este comportamento e mostrar o efeito da troca da distância Euclidiana por uma distância estocástica, são dadas as imagens nas Figuras 3.19 e 3.20. Em 3.19b é mostrada uma janela de busca em região de borda, retirada da posição indicada em 3.19a. Do mesmo modo, em 3.20b se mostra uma janela de busca em região homogênea, retirada da posição indicada em 3.20a. As imagens ruidosas mostradas em 3.19a e 3.20a são imagens com ruído sintético, geradas como indicado na seção 3.1.2. Por região homogênea se entende uma região da imagem onde, dada a imagem sem ruído, o valor dos *pixels* é constante.

Dada a janela de busca em região de borda indicado na Figura 3.19, o primeiro passo para calcular a estimativa do *pixel* central desta janela é calcular a distância deste *pixel* a todos os outros *pixels*  $(i, j)$  da janela de busca. Isto é mostrado na Figura 3.21, onde a distância do *pixel*  $(i, j)$  ao *pixel* central é indicada por  $d(i, j)$ . Note que esta distância é calculada usando a vizinhança dos *pixels* envolvidos, indicada em vermelho na figura.

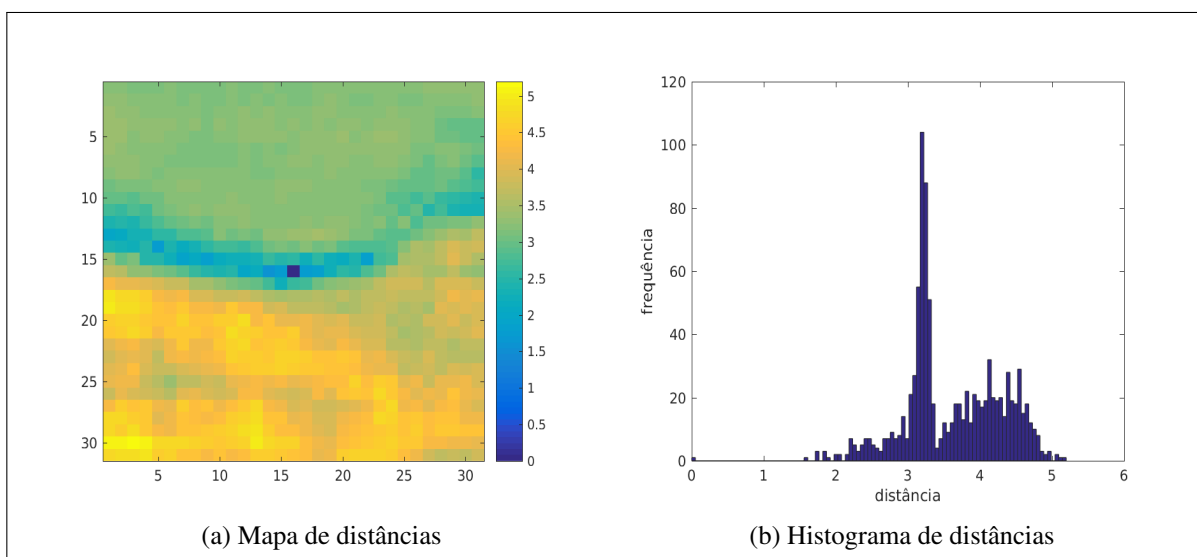
Calculando a distância de todos os *pixels* da janela de busca para o *pixel* central, podemos representar a informação como um mapa de distâncias, ou como um histograma, como indicado nas imagens da Figura 3.22. O mapa de distâncias em 3.22a mostra para cada posição  $(i, j)$ , o valor da distância do *pixel* nesta posição na janela de busca para o *pixel* central. As regiões claras no mapa de distâncias indicam distâncias grandes, enquanto as regiões escuras indicam distâncias pequenas. Isto pode ser verificado pela barra de cores ao lado do gráfico, que mapeia



**Figura 3.20: Janela de busca NLM em região homogênea.**



**Figura 3.21: Distância entre *pixel* central e *pixel*  $(i, j)$  em NLM.**

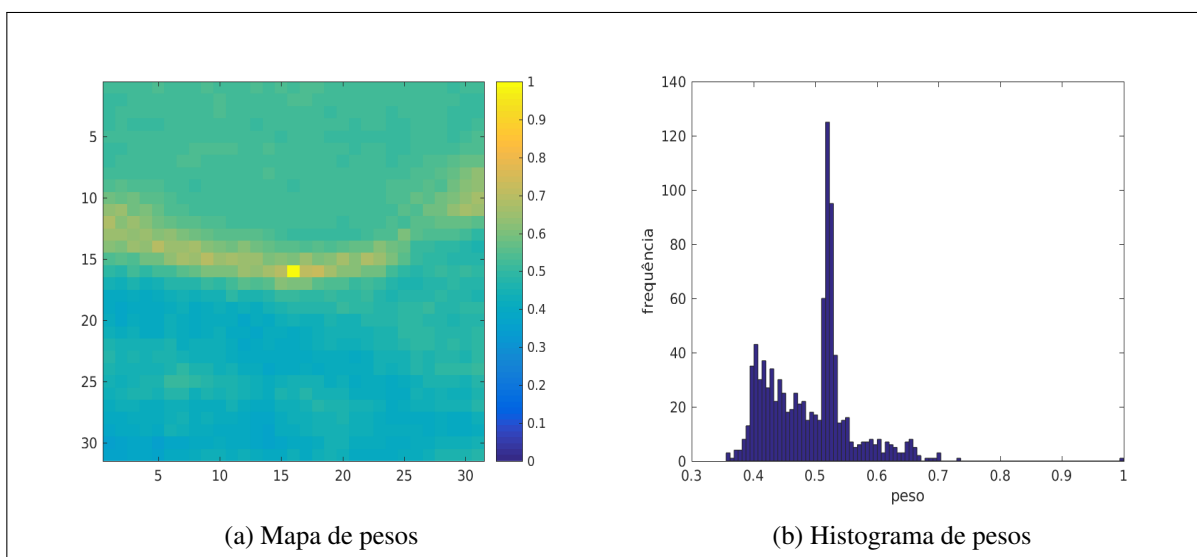


**Figura 3.22: Mapa e histograma de distâncias para *pixel* central em janela de busca NLM.**

cores em valores de distância. Note que para a posição central do mapa, a distância é zero, indicando o fato óbvio de que a distância do *pixel* central da janela de busca para ele mesmo é nula. O histograma de distâncias em 3.22b por sua vez, indica com que frequência os valores de distâncias aparecem, além de permitir visualizar como estes valores se distribuem.

Dado o mapa de distâncias associado a uma janela de busca como descrito acima, e aplicando a equação (3.48), podemos construir o mapa de pesos associado a esta janela de busca para um valor particular da constante  $h$ . O valor na posição  $(i, j)$  do mapa de pesos indica qual peso o *pixel* na posição  $(i, j)$  da janela de busca terá na soma ponderada que dá o valor estimado do *pixel* central de tal janela de busca. Este mapa de pesos pode ser também representado como um histograma, onde se indicam as frequências de ocorrência de cada valor de peso. As imagens da Figura 3.23 mostram um mapa de pesos e seu histograma, para um valor  $h = 5$ . Note que os maiores valores no mapa de pesos (Figura 3.23a) correspondem àquelas posições com menor distância no mapa de distância (Figura 3.23b). Intuitivamente isto indica que quanto menor a distância entre um *pixel* e o *pixel* central, maior o peso (contribuição) deste *pixel* na estimativa do *pixel* central. Assim, observe que o maior valor no mapa de pesos corresponde à posição do próprio *pixel* central. Como mostrado na seção 2.4.2.1, nos gráficos da Figura 2.28, o mapa de pesos depende da constante  $h$ , existindo uma grande quantidade de pesos próximos do valor máximo, quando  $h$  tem valor muito alto, ou uma grande quantidade de pesos próximos de zero, quando  $h$  é muito baixo.

O conhecimento do mapa e histograma de pesos dão subsídio para explorar o efeito da troca da distância Euclidiana pelas distâncias estocásticas no algoritmo NLM, como feito a seguir. Note que os mapas e histogramas de pesos apresentados a seguir mostram os valores



**Figura 3.23: Mapa e histograma de pesos para *pixel* central em janela de busca NLM.**

antes da normalização pela variável  $Z_I$  na equação (3.48). Isto é feito para preservar a relação de cores entre os diversos mapas de pesos, facilitando a visualização. Nestes mapas de pesos não normalizados, o peso máximo é sempre 1, e sempre associado à mesma cor.

Na Figura 3.24 são mostrados os mapas de pesos da janela de busca na Figura 3.19, para vários valores da constante  $h$ , e quando usando distância estocástica e distância Euclidiana. Usam-se 4 níveis de  $h$ , indo de muito baixo até alto. Note que para  $h$  muito baixo tem-se a maioria dos pesos como zero, ou muito próximo de zero, como indicado nas Figuras 3.24a e 3.24b. Isto só não é válido para o próprio *pixel* sendo filtrado, o *pixel* central. E note que tanto quando se usa a distância estocástica quanto a distância Euclidiana, o comportamento é o mesmo. Em termos de efeito de filtragem, para  $h$  muito baixo, como somente o próprio *pixel* central tem algum peso na soma ponderada, não existe nenhuma atenuação de ruído. Observe agora que conforme o valor de  $h$  é aumentado, mais *pixels* têm seu peso proporcional aumentado. Nas imagens que correspondem a um  $h$  alto por exemplo (Figuras 3.24g e 3.24h), nota-se uma grande quantidade *pixels* com valores altos de peso. O efeito na filtragem deste arranjo é que muitos *pixels* com alto peso serão incluídos na soma ponderada que dá a estimativa do *pixel* central, causando uma grande atenuação deste.

A observação mais interessante acerca dos mapas de pesos dados na Figura 3.24 é verificar que a faixa de variação dos pesos é menor quando se usa a distância Euclidiana. Este fato pode ser corroborado pelos histogramas de pesos mostrados na Figura 3.25, como por exemplo, para os histogramas de pesos mostrados nas Figuras 3.25g e 3.25h, que correspondem a um  $h$  alto. Nestes histogramas se verifica que para distâncias estocásticas os pesos variam aproximadamente no intervalo  $[0.45, 1]$  e para distância Euclidiana, aproximadamente no intervalo

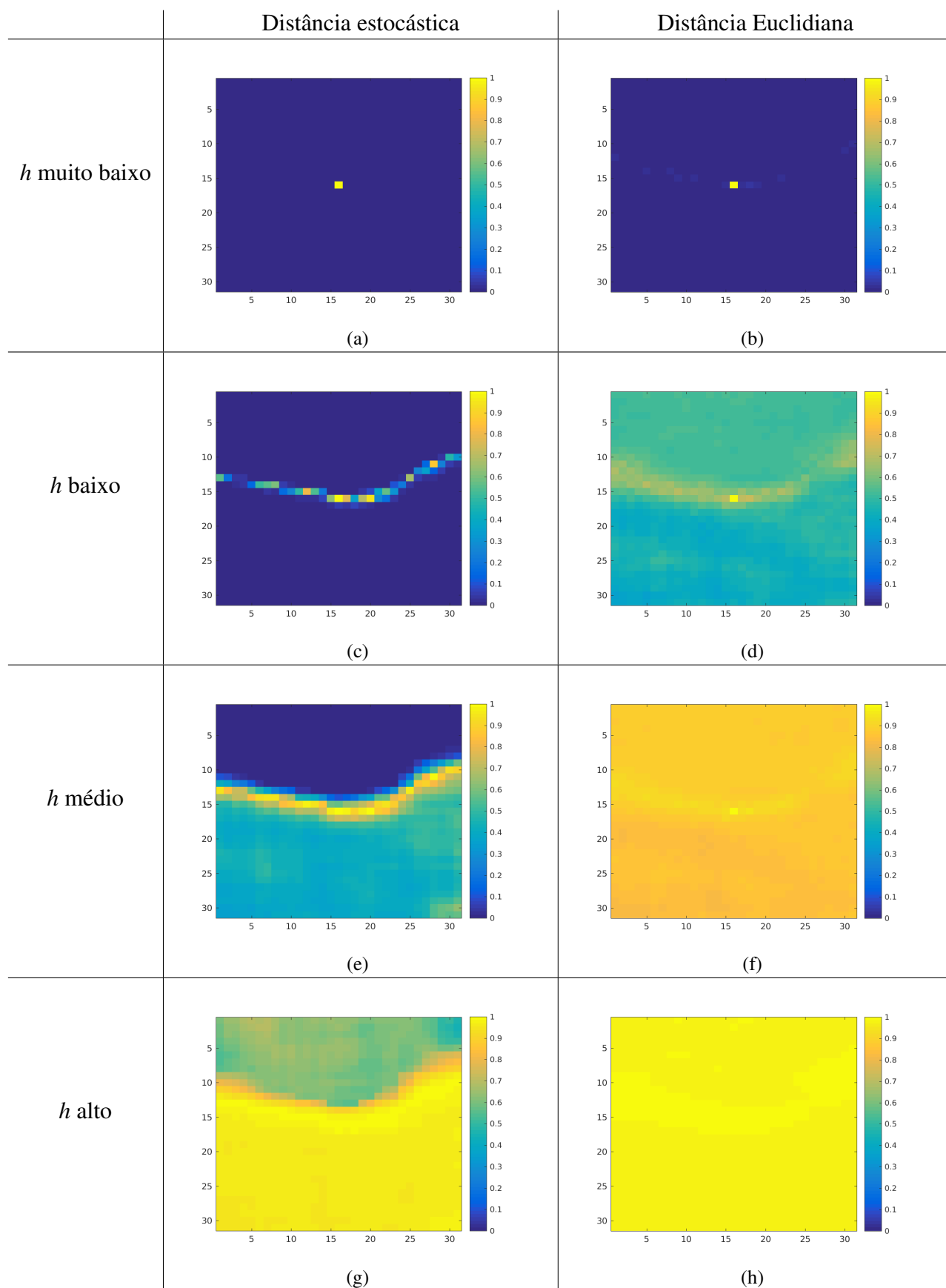


Figura 3.24: Variação do mapa de pesos com variação de  $h$  para uso de distância estocástica e Euclidiana em região de borda.

[0.975, 1].

O efeito na filtragem da maior concentração de pesos quando usando distância Euclidiana pode ser analisado com a ajuda dos mapas de pesos nas Figuras 3.24g e 3.24h. Note que quando usando a distância estocástica, nitidamente somente os *pixels* ao longo da borda do tumor tem um peso alto, o que sugere uma boa estimativa para o *pixel* central na soma ponderada. Por outro lado, quando usando a distância Euclidiana, tem-se uma grande quantidade de *pixels* com peso alto, sugerindo uma suavização excessiva do *pixel* central na soma ponderada. Extrapolando este comportamento para quando filtrando cada um dos *pixels* de borda, e usando o mesmo valor de  $h$ , qualquer, o uso da distância estocástica preservará as bordas melhor que quando usando a distância Euclidiana.

Do mesmo modo que feito para uma região de borda, nas Figuras 3.26 e 3.27 se mostram os mapas e histogramas de pesos, para a região homogênea dada pela janela de busca mostrada na Figura 3.20. São consideradas também os mapas quando usando distância estocástica e Euclidiana, e com vários valores de  $h$ . Nestes mapas e histogramas se observa novamente que os pesos têm um espaço de distribuição menor que quando usando a distância Euclidiana. Em termos de efeito de filtragem, é necessário usar um valor de  $h$  maior no filtro baseado em distância estocástica do que no filtro baseado em distância Euclidiana, para conseguir a mesma atenuação do ruído.



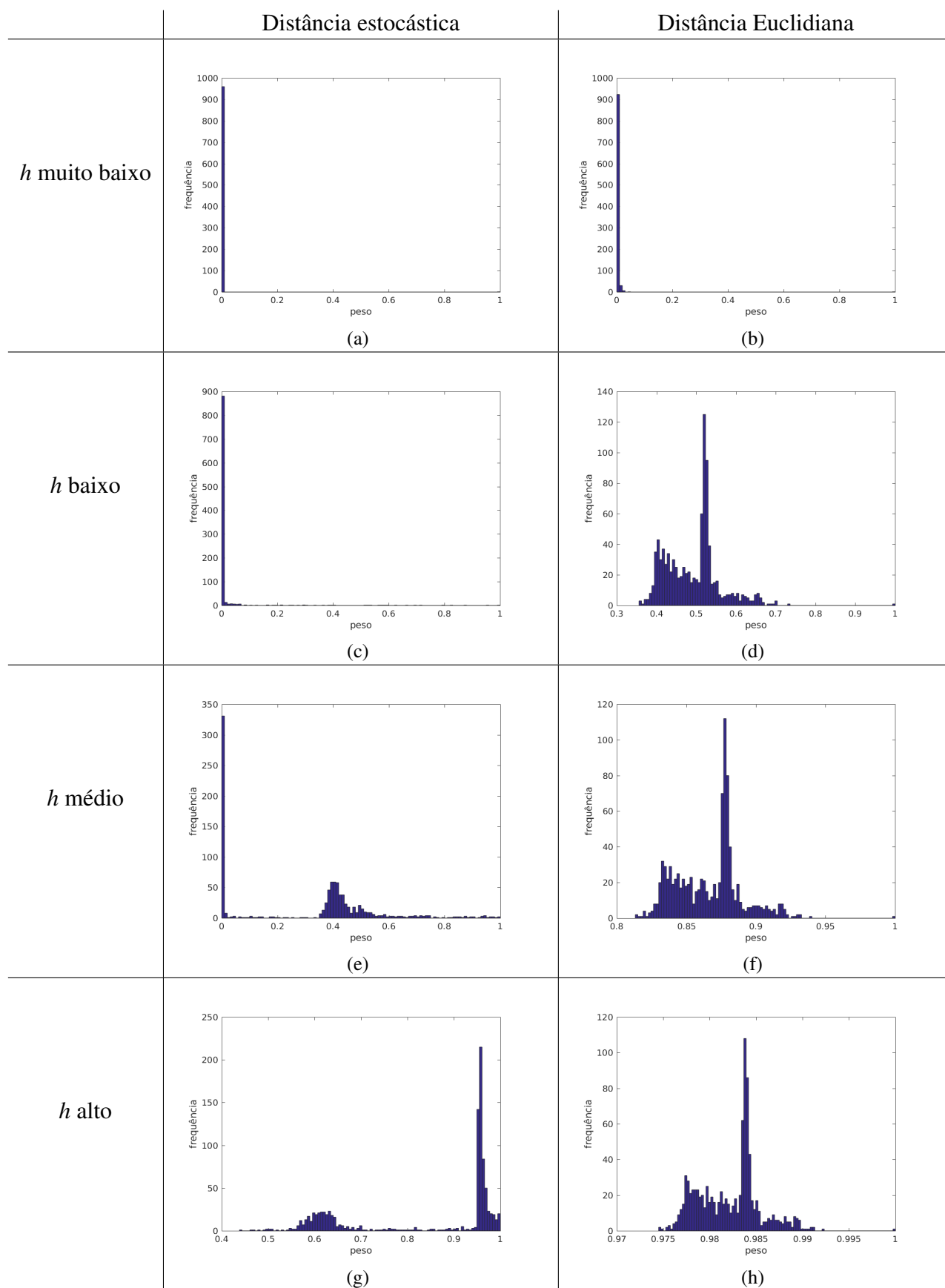


Figura 3.25: Variação do histograma de pesos com variação de  $h$  no uso de distância estocástica e distância Euclidiana em região de borda.

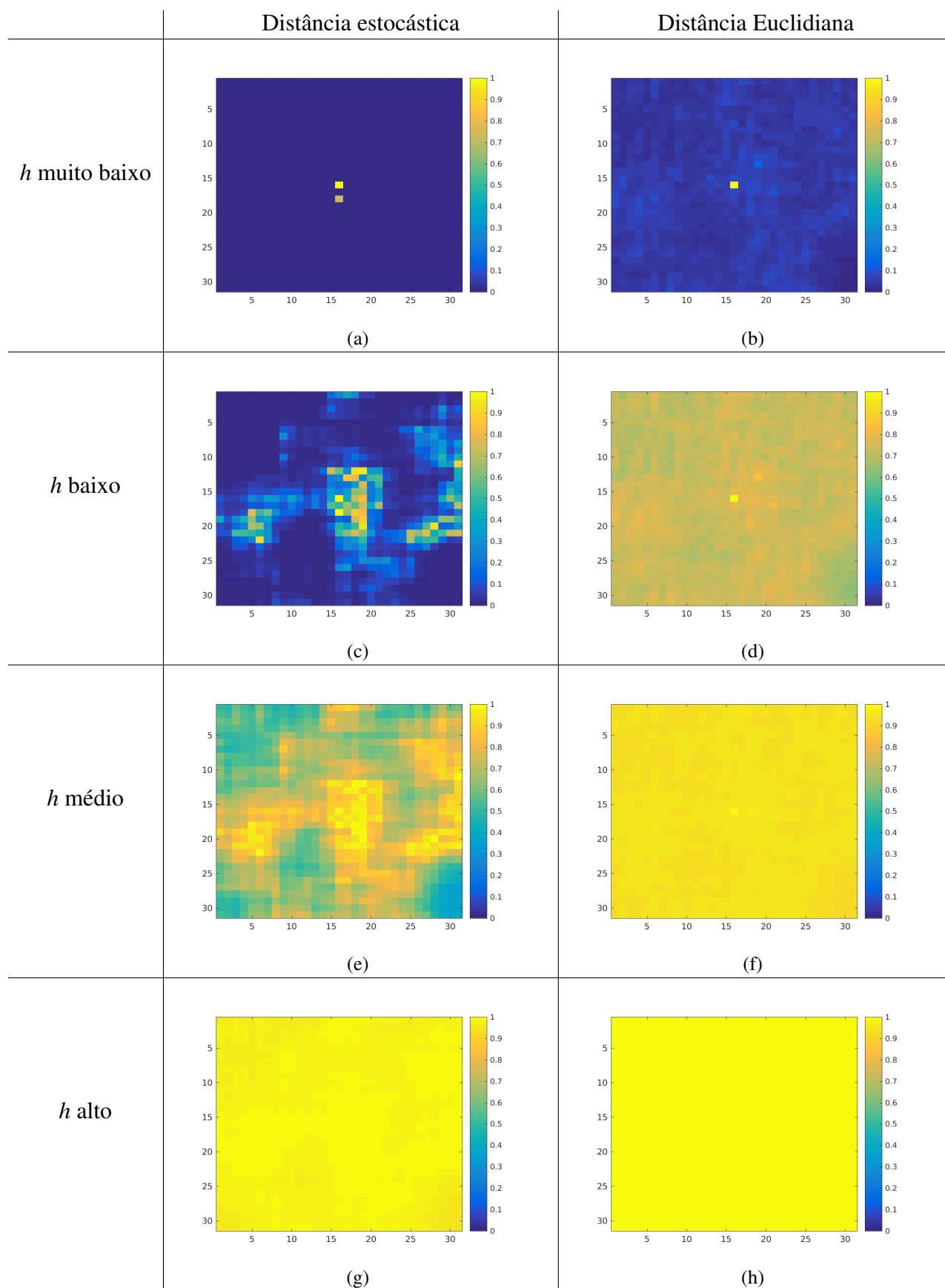
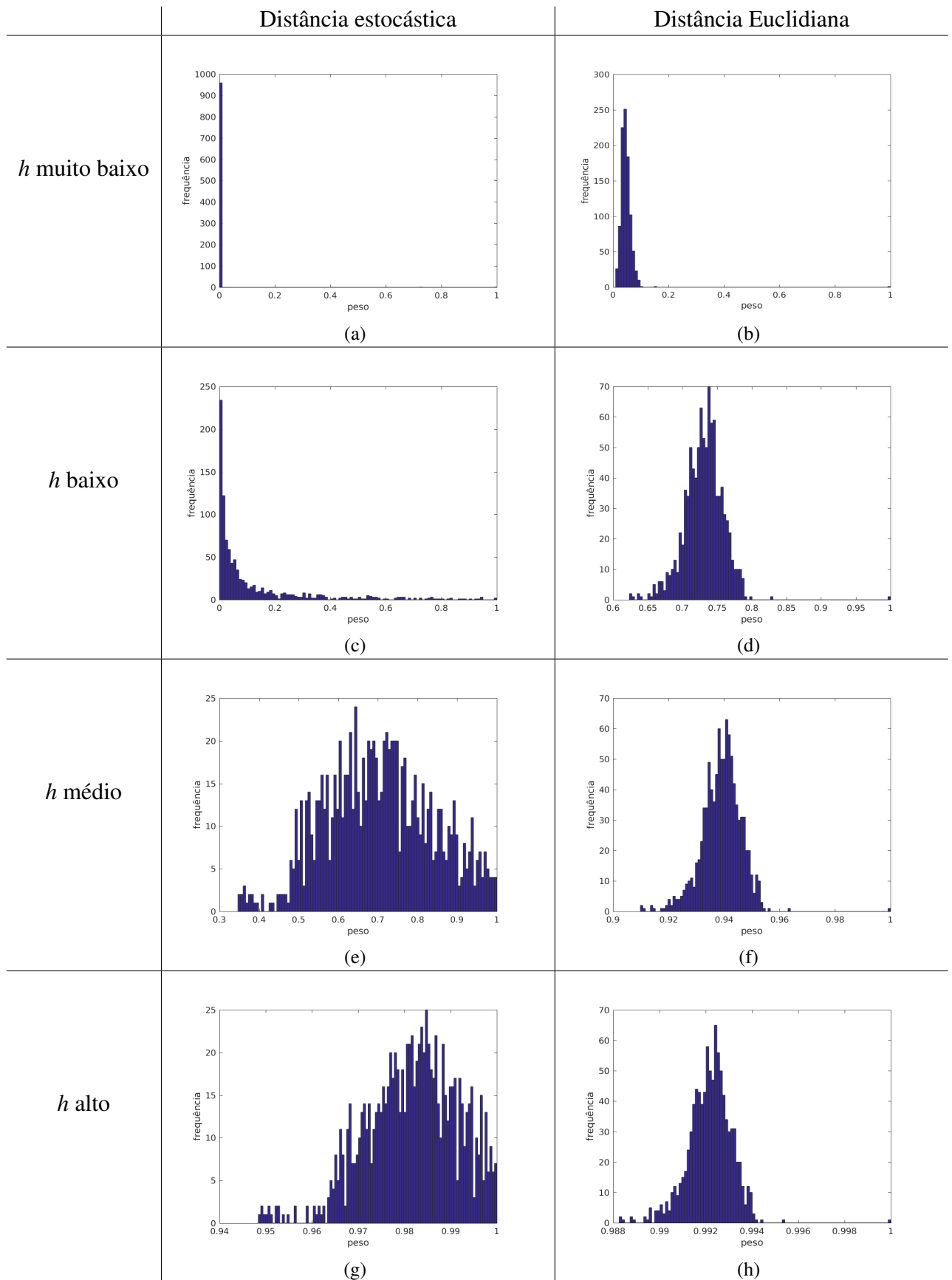


Figura 3.26: Variação do mapa de pesos com variação de  $h$  com uso de distância estocástica e distância Euclidiana em região homogênea.



**Figura 3.27:** Variação do histograma de pesos com variação de  $h$  no uso de distância estocástica e distância Euclidiana em região homogênea.

### 3.4.1.2 Complexidade e tempo de execução

O algoritmo NLM original tem uma complexidade de tempo que depende quadraticamente do tamanho da imagem e da janela de busca (VIGNESH; OH; KUO, 2010), e a troca da distância Euclidiana pela distância estocástica não altera esta complexidade. Note que a quantidade de operações para cálculo de qualquer das distâncias estocásticas é assintoticamente similar ao número de operações para cálculo da distância Euclidiana. Embora não alterem a complexidade de tempo, algumas distâncias estocásticas baseadas em funções especiais, como a função gama e digama, podem ter tempo médio de execução superior ao algoritmo original. Particularmente os filtros baseados nas distâncias triangular e de média-harmônica têm um tempo de execução muito superior aos filtros baseados em outras distâncias, visto que são baseados na função hipergeométrica de Gauss, muito custosa computacionalmente. Outra alteração no tempo médio de execução se relaciona aos filtros baseados em distâncias estocásticas derivadas para a distribuição de Nakagami. Isto porque, embora as distâncias baseadas na distribuição de Nakagami tenham forma fechada de cálculo, o estimador MLE para o parâmetro  $m$  da distribuição precisa ser calculado por métodos numéricos, como discutido na seção 2.2.1.3.

As Tabelas 3.3 e 3.4 mostram o tempo médio em segundos para a execução dos filtros NLM-SIM e NLM-GEO, respectivamente. Estas tabelas são divididas de acordo com a distância estocástica e distribuição nas quais os filtros são baseados. Como ponto de referência, na Tabela 3.5 se mostra o tempo de execução do filtro NLM original e suas variantes OBNLM e PPB. Em todos os casos, a média é calculada em um total de 10 execuções do filtro, utilizando uma imagem de tamanho  $256 \times 256$  e com as configurações dadas na Tabela 3.11. Os filtros são executados via Matlab com o núcleo dos algoritmos implementados em código nativo C.

**Tabela 3.3: Tempo médio de execução (segundos) para filtros NLM-SIM de acordo com distância estocástica e distribuição utilizadas.**

<i>Distância</i>	<i>Rayleigh</i>	<i>Nakagami</i>	<i>Fisher-Tippett</i>
Bhattacharyya	1.74	16.97	1.73
Havrda-Charvát	2.08	47.82	1.83
Hellinger	0.83	19.68	1.19
Kullback-Leibler	0.87	9.68	1.27
Triangular	318.70	-	294.55
Média-Harmônica	107.93	-	98.32
Rényi	2.88	51.55	3.23
Sharma-Mittal	4.05	36.57	5.27

**Tabela 3.4: Tempo médio de execução (segundos) para filtros NLM-GEO de acordo com distância estocástica e distribuição utilizadas.**

<i>Distância</i>	<i>Rayleigh</i>	<i>Nakagami</i>	<i>Fisher-Tippett</i>
Arimoto	10.68	-	7.52
Havrda-Charvát	9.87	-	8.58
Rényi	2.51	-	1.84
Shannon	2.58	-	1.85
Sharma-Mittal	8.28	-	3.44
Tsallis	9.72	-	7.69
Varma	2.60	-	1.87

**Tabela 3.5: Tempo médio de execução (segundos) para filtros NLM, PPB e OBFLM.**

<i>Distância</i>	<i>Tempo médio de execução</i>
NLM	4.83
PPB	3.07
OBFLM	3.70

### 3.4.2 Filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO

Como descrito na seção 2.4.3.1, a primeira etapa nos dois passos do filtro BM3D é o agrupamento em blocos de *patches* similares. E para a versão original do algoritmo, usa-se a distância Euclidiana como medida de similaridade entre os *patches*. Aqui, a distância Euclidiana, dada na equação (2.45), é trocada por uma das distâncias estocásticas derivadas nas seção 3.3.

Em todos os experimentos é usada como implementação base do algoritmo *BM3D* a versão pública disponibilizada por Lebrun (2012). Para os experimentos referenciados como *BM3D* original, que utilizam a distância Euclidiana como medida de similaridade entre *patches*, a implementação é usada exatamente como fornecida pelo autor. Para as implementações que utilizam distâncias estocásticas, BM3D-SIM e BM3D-GEO, a função que faz a agregação de blocos é trocada por uma função utilizando tais distâncias.

Do mesmo modo que para os filtros NLM, nas árvores das Figuras 3.17 e 3.18 são mostrados todos os filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO desenvolvidos para imagens de RF e de log respectivamente. Para as imagens de RF os filtros estão relacionados com as distâncias derivadas para as distribuições de Rayleigh e Nakagami, enquanto para as imagens de log, relacionados com

as distâncias derivadas para a distribuição de Fisher-Tippett. As árvores se dividem também de acordo com o método usado para gerar a distância usada no filtro.

### 3.4.2.1 Impacto do uso de distâncias estocásticas em BM3D

Para avaliar o impacto da troca da distância Euclidiana por uma distância estocástica em BM3D, seleciona-se a janela de busca mostrada na Figura 3.28b, tirada da região apresentada na Figura 3.28a. Para esta janela de busca se constrói seu mapa de distâncias quando usando distância estocástica e Euclidiana, e aplicando a equação (2.45) com  $k = 1$ . Assim, cada ponto do mapa indica a distância entre o *patch* que tem o *pixel* central naquela posição e o *patch* de referência. Note que o *patch* de referência é o *patch* central. Tais mapas são mostrados na Figura 3.29.

O bloco 3D em BM3D é montado empilhando-se os blocos mais similares ao bloco de referência, logo, os *patches* referentes aos pontos de menor distância no mapa. Note nos mapas de distâncias na Figura 3.29, que quando usando distância estocástica, os pontos de menor distância se localizam claramente ao longo da borda do tumor. Já quando usando distância Euclidiana, exceto pelo próprio *patch* de referência (cujas distâncias para ele mesmo é zero), tem-se um conjunto grande de *patches* dentro do tumor com distâncias similares. Este comportamento sugere que com o uso da distância estocástica serão selecionados *patches* mais similares ao *patch* de referência na composição do bloco 3D. Como exemplo, nas imagens da Figura 3.30, se mostram os 100 *patches* mais similares ao *patch* de referência quando usando distância estocástica e Euclidiana. O *patch* de referência é mostrado com bordas em vermelho enquanto os *patches* similares com bordas em verde. Note que os *patches* similares estão sobrepostos, visto ser o modo de operação do algoritmo.

Não é mostrado exemplo de *patches* sendo selecionados em áreas homogêneas para BM3D, visto que em teoria, sendo a área homogênea, é indiferente quais *patches* serão selecionados para compor o bloco 3D.

### 3.4.2.2 Complexidade e tempo de execução

O algoritmo BM3D original tem uma complexidade de tempo que depende linearmente do tamanho da imagem (DABOV et al., 2007), e a troca da distância Euclidiana pela distância estocástica não altera esta complexidade. Note que a quantidade de operações para cálculo de qualquer das distâncias estocásticas é assintoticamente similar ao número de operações para cálculo da distância Euclidiana. Embora não alterem a complexidade de tempo, algumas distâncias

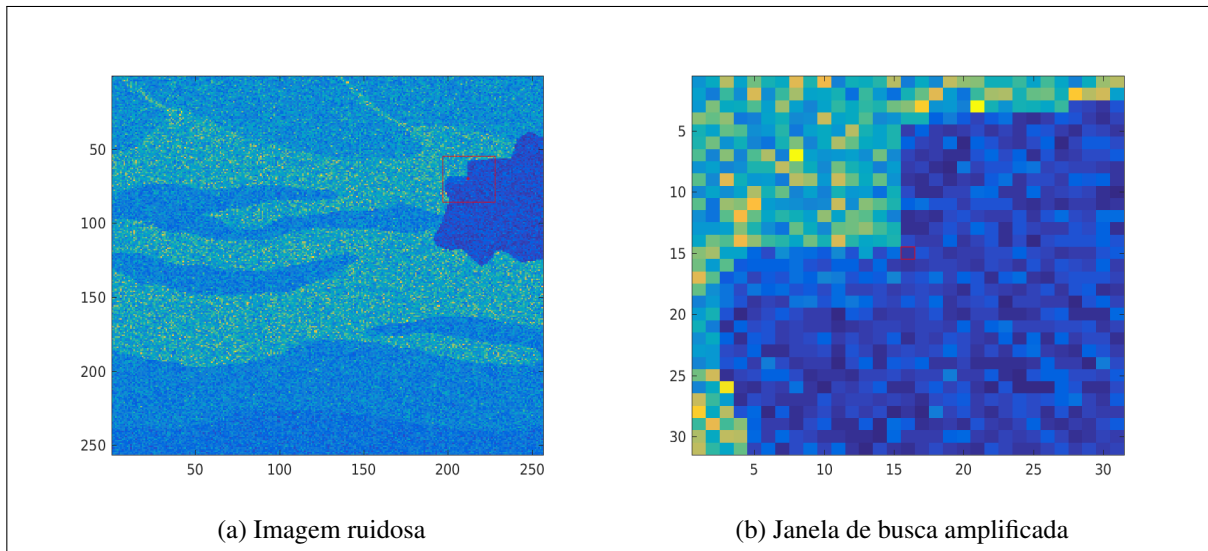


Figura 3.28: Janela de busca BM3D em região de bordas.

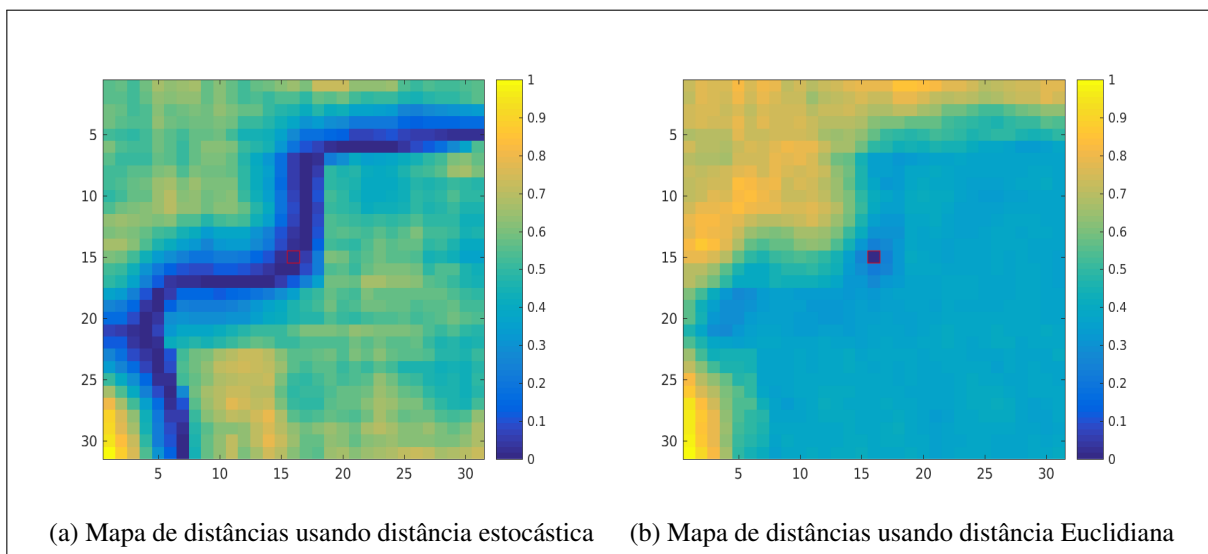
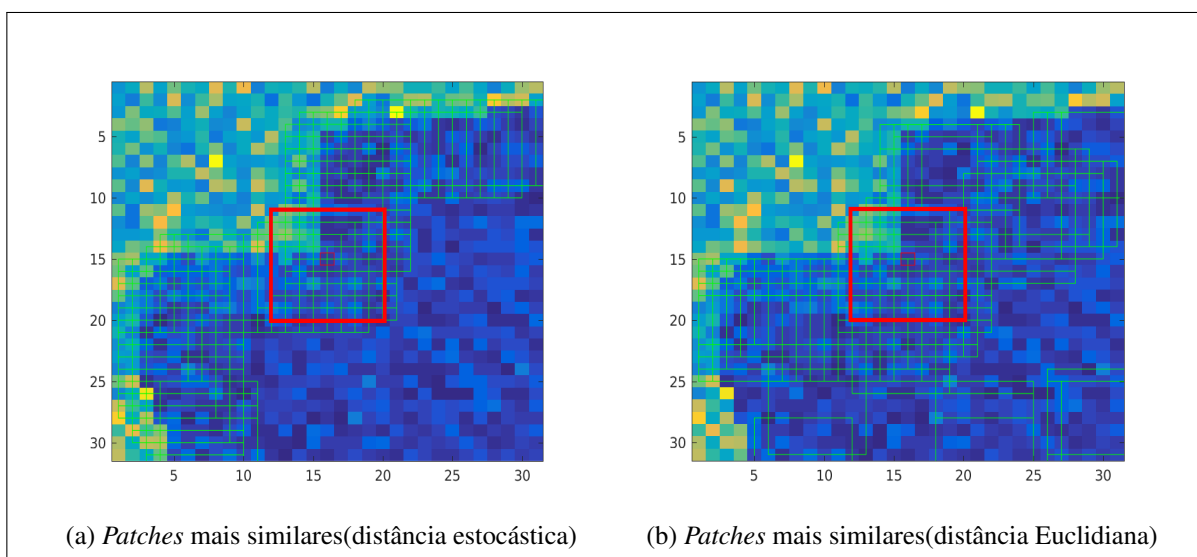


Figura 3.29: Mapa de distâncias para janela de busca em BM3D.



**Figura 3.30:** *Patches* mais similares ao *patch* central em BM3D quando usando distância estocástica e distância Euclidiana.

estocásticas baseadas em funções especiais, como a função gama e digama, podem ter tempo médio de execução superior ao algoritmo original. Particularmente os filtros baseados nas distâncias triangular e de média-harmônica têm um tempo de execução muito superior aos filtros baseados em outras distâncias, visto que são baseados na função hipergeométrica de Gauss, muito custosa computacionalmente. Outra alteração no tempo médio de execução se relaciona aos filtros baseados em distâncias estocásticas derivadas para a distribuição de Nakagami. Isto porque, embora as distâncias baseadas na distribuição de Nakagami tenham forma fechada de cálculo, o estimador MLE para o parâmetro  $m$  da distribuição precisa ser calculado por métodos numéricos, como discutido na seção 2.2.1.3.

As Tabelas 3.6 e 3.7 mostram o tempo médio em segundos para a execução dos filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO, respectivamente. Estas tabelas são divididas de acordo com a distância estocástica e distribuição nas quais os filtros são baseados. Como ponto de referência, na Tabela 3.8 se mostra o tempo de execução do filtro BM3D original e sua variante SAR-BM3D. Em todos os casos, a média é calculada em um total de 10 execuções do filtro, utilizando uma imagem de tamanho  $256 \times 256$ , e configurações dadas na Tabela 3.12. Os filtros são executados via Matlab com o núcleo dos algoritmos implementados em código nativo C.



**Tabela 3.6: Tempo médio de execução (segundos) para filtros BM3D-SIM de acordo com distância estocástica e distribuição utilizadas.**

<i>Distância</i>	<i>Rayleigh</i>	<i>Nakagami</i>	<i>Fisher-Tippett</i>
Bhattacharyya	1.18	6.66	1.53
Havrda-Charvát	1.7	19.66	1.64
Hellinger	1.02	8.93	1.03
Kullback-Leibler	0.98	4.81	1.03
Triangular	1334.30	-	1167.90
Média-Harmônica	446.34	-	385.91
Rényi	2.11	19.79	2.02
Sharma-Mittal	2.85	13.28	2.85

**Tabela 3.7: Tempo médio de execução (segundos) para filtros BM3D-GEO de acordo com distância estocástica e distribuição utilizadas.**

<i>Distância</i>	<i>Rayleigh</i>	<i>Nakagami</i>	<i>Fisher-Tippett</i>
Arimoto	5.01	-	3.51
Havrda-Charvát	6.02	-	4.17
Rényi	1.46	-	1.52
Shannon	1.57	-	1.56
Sharma-Mittal	5.35	-	1.62
Tsallis	5.78	-	4.06
Varma	1.38	-	1.41

**Tabela 3.8: Tempo médio de execução (segundos) para filtros de referência.**

<i>Distância</i>	<i>Tempo médio de execução</i>
BM3D	3.15
SAR-BM3D	18.11

### 3.4.3 Similaridade de *patches* em ultrassom

Baseado no resultado apresentado na seção 2.5.2.1, que foi derivado das distâncias estocásticas dadas pela simetrização de divergências, é possível estabelecer um mecanismo para decidir

quantitativamente se dois *patches* contaminados por *speckle* em ultrassom são similares ou não. Tal mecanismo pode ser usado em qualquer abordagem de processamento de imagens de ultrassom que necessite fazer tal comparação. Como exemplo, isto pode ser usado em NLM para permitir que apenas *pixels* considerados similares sejam incluídos na soma ponderada do *pixel* central da janela de busca. Este mecanismo de verificação de similaridade entre *patches* em ultrassom é formalmente descrito abaixo, além de ser apresentado também no artigo mostrado no apêndice E.

Sejam  $V_1$  e  $V_2$  dois *patches* distintos da mesma imagem ruidosa, com  $N$  e  $M$  *pixels* respectivamente. Assuma que  $V_1$  e  $V_2$  podem ser descritos pela mesma distribuição de probabilidades, que é conhecida, e com vetores de parâmetros  $\theta_1$  e  $\theta_2$  respectivamente. Admita também que a estimativa MLE para os vetores de parâmetros associados a  $V_1$  e  $V_2$  são dadas por  $\hat{\theta}_1$  e  $\hat{\theta}_2$  respectivamente.

Pode-se estabelecer o seguinte teste de hipóteses para decidir se  $V_1$  e  $V_2$  são *patches* estatisticamente similares:

$$\begin{cases} H_0 : \theta_1 = \theta_2, \\ H_1 : \theta_1 \neq \theta_2. \end{cases}$$

Para testar a validade de  $H_0$  podemos selecionar a estatística de teste  $s(\theta_1, \theta_2)$  dada na equação (2.59). Note que, pela relação dada na equação (2.61), se  $H_0$  é verdadeira,  $s(\theta_1, \theta_2)$  assintoticamente assume uma distribuição  $\chi_D^2$ . Podemos usar este fato para identificar a região de rejeição  $R \subset \mathfrak{R}$ , onde valores grandes de  $s(\theta_1, \theta_2)$  têm uma baixa probabilidade ( $\alpha$ ) de acontecerem:

$$Pr(s(\theta_1, \theta_2) \in R | H_0) = \alpha. \quad (3.49)$$

Assim, calculando a estatística de teste  $s(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$  para os *patches*  $V_1$  e  $V_2$ , se  $s \in R$  podemos rejeitar a hipótese nula  $H_0$  com um nível de significância  $\alpha$ :

$$\begin{cases} s(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) \in R \Rightarrow \text{rejeitar } H_0, \\ s(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) \notin R \Rightarrow \text{não rejeitar } H_0. \end{cases}$$

Se a hipótese nula  $H_0$  é rejeitada, deve-se assumir a hipótese alternativa ( $H_1$ ) e considerar que os *patches* não são similares. Caso contrário os *patches* são considerados similares.

Como descrito na seção 2.5.2.1, a estatística de teste  $s(\theta_1, \theta_2)$  é dada em função das distâncias estocásticas derivadas da simetrização de divergências- $(h, \phi)$ . Assim, substituindo as di-

**Tabela 3.9: Estatísticas de teste derivadas em função das divergências e distribuições de probabilidade.**

<b>Divergências-(<math>\mathbf{h}, \phi</math>)</b>	Rayleigh	Nakagami	Fisher-Tippett
Bhattacharyya	$\frac{8MN}{M+N} d_{bha}^{ray}$	$\frac{8MN}{M+N} d_{bha}^{nak}$	$\frac{8MN}{M+N} d_{bha}^{ft}$
Havrda-Charvát	$\frac{2MN}{s(M+N)} d_{hc}^{ray}$	$\frac{2MN}{s(M+N)} d_{hc}^{nak}$	$\frac{2MN}{s(M+N)} d_{hc}^{ft}$
Hellinger	$\frac{8MN}{M+N} d_{hel}^{ray}$	$\frac{8MN}{M+N} d_{hel}^{nak}$	$\frac{8MN}{M+N} d_{hel}^{ft}$
Kullback-Leibler	$\frac{2MN}{M+N} d_{kl}^{ray}$	$\frac{2MN}{M+N} d_{kl}^{nak}$	$\frac{2MN}{M+N} d_{kl}^{ft}$
Triangular	$\frac{2MN}{M+N} d_{tri}^{ray}$	$\frac{2MN}{M+N} d_{tri}^{nak}$	$\frac{2MN}{M+N} d_{tri}^{ft}$
Média-harmônica	$\frac{4MN}{M+N} d_{mh}^{ray}$	$\frac{4MN}{M+N} d_{mh}^{nak}$	$\frac{4MN}{M+N} d_{mh}^{ft}$
Rényi	$\frac{2MN}{\beta(M+N)} d_{ren}^{ray}$	$\frac{2MN}{\beta(M+N)} d_{ren}^{nak}$	$\frac{2MN}{\beta(M+N)} d_{ren}^{ft}$
Sharma-Mittal	$\frac{2MN}{M+N} d_{sm}^{ray}$	$\frac{2MN}{M+N} d_{sm}^{nak}$	$\frac{2MN}{M+N} d_{sm}^{ft}$

**Tabela 3.10: Filtros de referência para NLM e BM3D.**

	Imagens de RF	Imagens de log
NLM-SIM NLM-GEO	PPB	OBNLM
BM3D-SIM BM3D-GEO	SAR-BM3D	OBNLM

versas distâncias estocásticas derivadas na seção 3.3.1 na equação (2.59), e usando os valores da Tabela 2.3, temos as diversas estatísticas de teste derivadas para as divergências e distribuições usadas neste trabalho. Tais estatísticas são mostradas na Tabela 3.9, onde a dependência das distâncias aos parâmetros das distribuições são omitidos por simplicidade de notação.

### 3.5 Configuração e procedimento experimental

Para avaliar o desempenho do conjunto de filtros NLM-SIM, NLM-GEO, BM3D-SIM e BM3D-GEO desenvolvidos neste trabalho, é executado um conjunto de experimentos utilizando imagens simuladas, sintéticas e reais. Para estes três tipos de imagens, são utilizadas imagens nos formatos de RF e de log. Além disto, os filtros estocásticos são comparados com suas versões originais e com outros métodos desenvolvidos para remover *speckle* de imagens de ultrassom que têm versões disponíveis para teste na internet, chamados aqui de filtros de referência. O filtro de referência usado para cada tipo de abordagem e tipo de imagem é mostrado na Tabela 3.10. O filtro PPB foi previamente discutido na seção 2.4.2.3, enquanto o filtro OBNLM foi introduzido na seção 2.4.2.2. Do mesmo modo, detalhes do filtro SAR-BM3D podem ser encontrados na seção 2.4.3.3.

Para os experimentos, todos os filtros baseados em NLM são configurados com um conjunto similar de parâmetros, que são mostrados na Tabela 3.11. Do mesmo modo é feito para os filtros baseados em BM3D, como mostrado na Tabela 3.12. O tamanho da janela de busca para filtros baseados em BM3D não é exatamente o mesmo em todas as abordagens pois algumas requisitam janela de tamanho par enquanto outras, de tamanho ímpar. Para o tamanho do bloco, como mostrado na Tabela 3.12, tem se a notação 16/32, indicando que no primeiro passo do filtro são usados blocos com 16 *patches* e no segundo passo blocos com 32 *patches*.

**Tabela 3.11: Parâmetros usados para filtros NLM e variantes.**

<i>Parâmetro</i>	<i>NLM-SIM</i>	<i>NLM-GEO</i>	<i>NLM</i>	<i>PPB</i>	<i>OBNLM</i>
Janela de busca	21 × 21	21 × 21	21 × 21	21 × 21	21 × 21
<i>Patch</i>	7 × 7	7 × 7	7 × 7	7 × 7	7 × 7

**Tabela 3.12: Parâmetros usados para filtros BM3D e variantes.**

<i>Parâmetro</i>	<i>BM3D-SIM</i>	<i>BM3D-GEO</i>	<i>BM3D</i>	<i>SAR-BM3D</i>
Janela de busca	32 × 32	32 × 32	32 × 32	33 × 33
<i>Patch</i>	8 × 8	8 × 8	8 × 8	8 × 8
Transformada 2D	Bior 1.5	Bior 1.5	Bior 1.5	Bior 1.5
Transformada 1D	DCT	DCT	DCT	DCT
Tamanho do bloco	16/32	16/32	16/32	16/32

Além dos parâmetros herdados das abordagens originais, alguns dos filtros estocásticos têm ainda um parâmetro associado à distância estocástica utilizada na implementação. A lista das distâncias e valores de parâmetros usados são listados na Tabela 3.13. Estes parâmetros são aplicados tanto nos filtros baseados em NLM quanto naqueles baseados em BM3D. Note que na Tabela 3.13 as distâncias anotados com 'SIM' indicam distâncias derivadas da simetria de divergências, e aplicáveis aos filtros NLM-SIM e BM3D-SIM. Do mesmo modo, as distâncias anotadas com 'GEO' são aquelas derivadas de espaços probabilísticos e se aplicam aos filtros NLM-GEO e BM3D-GEO. A notação '{...}' nesta tabela indica um conjunto de parâmetros.

**Tabela 3.13: Parâmetros associados às distâncias estocásticas.**

<i>Distância</i>	<i>Conjunto de parâmetros</i>
Havrda-Charvát (SIM)	{r=0.01}, {r=0.5}, {r=0.99}
Rényi (SIM)	{b=0.01}, {b=0.5}, {b=0.99}
Sharma-Mittal (SIM)	{r=0.01}, {r=0.5}, {r=0.99}
Arimoto (GEO)	{r=0.01}, {r=0.5}, {r=0.99}, {r=5}
Havrda-Charvát (GEO)	{r=0.01}, {r=0.5}, {r=0.99}, {r=5}
Rényi (GEO)	{r=0.01}, {r=0.5}, {r=0.99}, {r=5}
Sharma-Mittal (GEO)	{r=0.01}, {r=0.5}, {r=0.99}, {r=5}
Tsallis (GEO)	{r=0.01}, {r=0.5}, {r=0.99}, {r=5}
Varma (GEO)	{r=0.01,s=1}, {r=0.5,s=1}, {r=0.99,s=1}, {r=9.01,s=10}, {r=9.5,s=10}, {r=9.99,s=10}

Configurados com os parâmetros fixos mostrados nas Tabelas 3.11, 3.12 e 3.13, os filtros são executados de modo que um único parâmetro é variável. Tal parâmetro controla o compromisso entre suavização de áreas homogêneas e preservação de bordas e detalhes na filtragem das imagens. Intuitivamente tal parâmetro corresponde a uma medida da quantidade de ruído na imagem. Note que os filtros baseados nas distâncias listadas na Tabela 3.13 serão executados uma vez para cada conjunto de parâmetros dado nesta tabela.

O procedimento de execução dos experimentos é como dado abaixo:

- Constrói-se uma lista de filtros de acordo com o tipo de imagem e tipo de filtro. Por exemplo, para teste de filtros NLM em imagens de RF são incluídas nesta lista todos os filtros NLM-SIM e NLM-GEO para as distribuições de Rayleigh e Nakagami. Além disto são incluídos na lista o filtro NLM original e o filtro PPB como referência. A lista explícita de filtros usados em cada experimento pode ser visualizado nas tabelas de resultados mostrados na seção 4;
- Para cada imagem de teste repetem-se os passos a seguir:
  - É calculada a estimativa de variância do ruído da imagem de teste. Tal estimativa é feita tomando os *pixels* em áreas homogêneas da imagem, como descrito na seção 2.6.1, e calculando a variância da amostra;
  - O primeiro filtro da lista é executado usando a estimativa de variância do ruído como parâmetro, e a métrica IR calculada;
  - Os outros filtros da lista são executados por meio de um algoritmo de busca, que varia o parâmetro de filtragem, até que a mesma métrica IR do primeiro filtro seja

encontrada;

Note que com o procedimento acima, a métrica IR será a mesma para todos os filtros, de modo que é possível comparar as outras métricas de maneira consistente. A métrica IR foi escolhida para permanecer fixa pois foi a métrica que permitiu uma convergência mais rápida do algoritmo de busca.

O desempenho dos filtros nos experimentos é expresso em termos das métricas definidas na seção 2.6, que são PSNR, SSIM, EPI, SSI, SMPI, MPSSI e IR. As métricas que necessitam de referência (PSNR, SSIM e EPI) são utilizadas apenas com as imagens sintéticas. Algumas métricas, como PSNR, indicam melhor desempenho para valores maiores, enquanto outras, como SSI, indicam melhor desempenho para valores menores. Além disso, cada métrica tem um intervalo de valores particular. Tendo conhecimento deste fato, e notando que existe uma grande quantidade de filtros para serem comparados, adota-se a seguinte convenção para mostrar os dados de desempenho:

- São invertidas as métricas para as quais um valor menor indicam melhor desempenho na filtragem;
- As métricas são normalizadas pela divisão pelo maior valor encontrado na execução de um conjunto de filtros. Este conjunto de filtros corresponde à lista construída no procedimento dado acima.

Deste modo, independente da métrica sendo avaliada, quanto maior seu valor, melhor o desempenho do filtro, sendo 1 o valor máximo. Chama-se esta métrica de métrica normalizada, e usa-se um  $n$  minúsculo ao final do acrônimo para referenciá-la. Sendo assim, as métricas são mostradas nos resultados dos experimentos como PSNR $_n$ , SSIM $_n$ , EPI $_n$ , SSI $_n$ , SMPIn, MPSSIn e IR $_n$ .

Note que devido ao grande número de filtros e métricas utilizadas, apenas um conjunto limitado de experimentos é executado, permitindo se verificar as tendências, mas não fazer análises estatísticas sofisticadas. Para verificar por exemplo, se dado um intervalo de confiança, os valores de métricas de dois filtros tem diferenças estatisticamente significantes, um conjunto adicional de experimentos deveria ser feito. Para tal, vários conjuntos de imagens deveriam ser separados, com a suposição de que cada conjunto contém uma grande variabilidade de imagens. Nestes conjuntos de imagens, se executariam os filtros e se calculariam as médias de métricas. Assumindo que as médias em métricas nos conjuntos se distribuem de acordo com uma Gaussiana, poder-se-ia então fixar os intervalos de confiança e executar os testes de hipótese para determinar se as diferenças tais médias são estatisticamente significantes.

# Capítulo 4

## RESULTADOS

---

---

Neste capítulo são mostrados os resultados dos experimentos executados para verificar o desempenho dos filtros NLM-SIM, NLM-GEO, BM3D-SIM e BM3D-GEO. Na seção 3.5 é descrito em detalhes como os experimentos foram preparados e executados, incluindo a parametrização dos filtros. Nas seções 4.1 e 4.2 são mostrados os resultados dos experimentos para os filtros baseados em NLM. Já nas seções 4.3 e 4.4 são mostrados os resultados para os filtros baseados em BM3D. Como existe uma grande quantidade de experimentos com uma grande quantidade de filtros, na seção 4.5 é feita uma sumarização dos resultados, em comparações de aspectos específicos. Finalmente, na seção 4.6, é feita uma discussão geral dos resultados.

Note que todos os filtros baseados na simetria das divergências triangular e de média-harmônica foram removidos dos experimentos. Como dado pelas Tabelas 3.4 e 3.7, os filtros baseados nestas distâncias têm tempo de execução médio muito superior aos filtros baseados nas outras distâncias estocásticas. Isto se deve ao fato de tais distâncias serem baseadas na função hipergeométrica de Gauss, cujo cálculo numérico é muito custoso computacionalmente. Devido ao tempo de execução tais distâncias são inadequadas de serem aplicadas em abordagens de filtragem em tempo real.

Como descrito na seção 3.5 as métricas são mostradas normalizadas, o que permite calcular uma média geral de métricas associada a cada filtro. Tal média é mostrada como última coluna das tabelas de desempenho das seções 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4, e usadas diretamente nas tabelas da seção 4.5.

Para cada um dos experimentos listados nas seções a seguir, como ilustração, são mostrados exemplos de imagens filtradas por alguns dos filtros envolvidos no experimento. Tais exemplos de imagens filtradas serão acompanhados pelo valor de alguma métrica de desempenho. Visto

que são apenas algumas imagens mostradas por experimento, as métricas são dadas com valor real, sem normalização. O melhor valor será indicado em negrito.

Finalmente, são listadas algumas notas que são válidas para todas as tabelas apresentadas nas seções a seguir:

- os valores que indicam melhor desempenho são colocados em negrito;
- valores de métricas indicam a média considerando o conjunto de imagens utilizadas nos experimentos de um filtro. Note que como os valores foram normalizados, se fosse tomada a somatória de valores de cada métrica, ao invés da média, os resultados seriam exatamente os mesmos;
- os filtros são listados em ordem decrescente, considerando a média de métricas normalizadas;
- os valores de métricas são apresentados em duas casas decimais, de modo que diferenças menores que 1% são desconsideradas;
- A nomeação dos filtros estocásticos nas tabelas são dadas no formato <distribuição>-<método>-<entropia ou divergência>(parâmetros), onde:
  - Distribuição: Rayleigh, Nakagami ou Fisher-Tippett, que são os modelos usados neste trabalho;
  - Método: O método é 'sim' para distâncias derivadas de simetrização de divergências ou 'geo' para distâncias derivadas de espaços probabilísticos;
  - Entropia ou divergência: Uma das entropias listadas na Tabela 2.1 ou uma das divergências listadas na Tabela 2.2;
  - Parâmetros: Quando a distância estocástica for parametrizada, como indicado na Tabela 3.13, os parâmetros são mostrados entre parênteses. Se a distância é parametrizada e não há indicação de parâmetros, significa que os resultados das métricas são os mesmos para todas as parametrizações executadas;

## 4.1 Resultados para filtros NLM-SIM e NLM-GEO com imagens de RF

Esta seção mostra o desempenho dos filtros NLM-SIM e NLM-GEO baseados nas distâncias estocásticas derivadas para as distribuições de Rayleigh e Nakagami, para filtragem de *speckle* em imagens de RF. Estes filtros estocásticos são comparados com a implementação



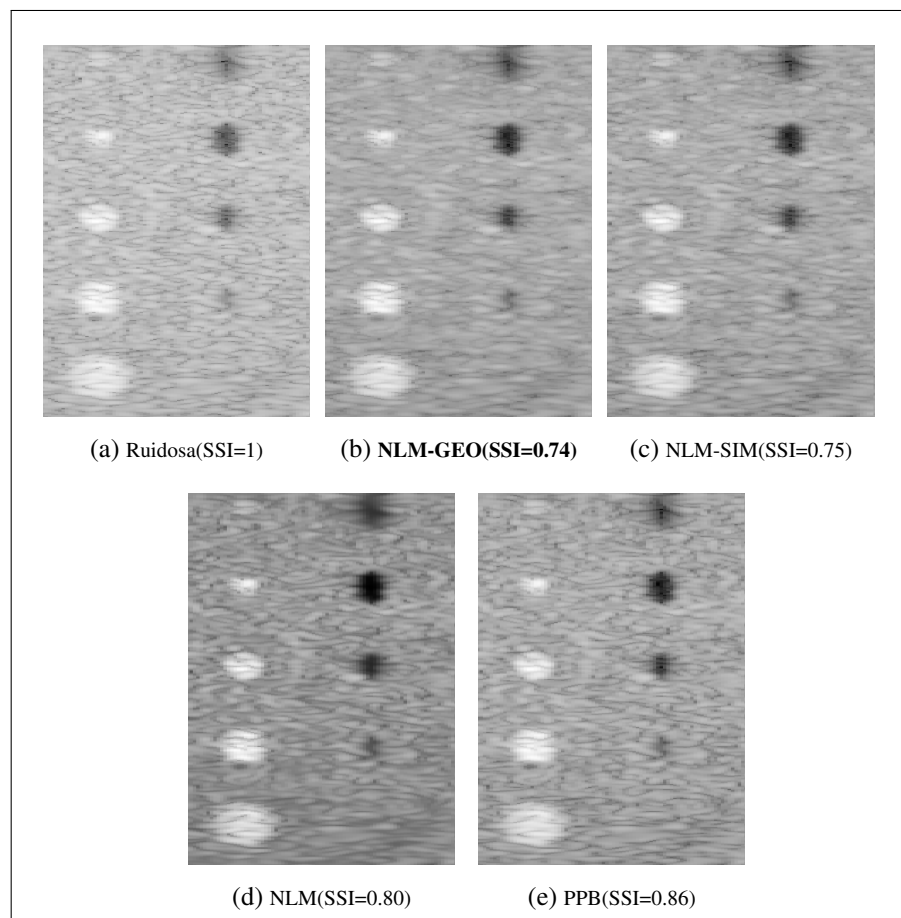
original do filtro NLM, bem como com o filtro de referência PPB. Os experimentos são executados utilizando imagens simuladas, imagens sintéticas e imagens reais de ultrassom, como mostrado nas seções a seguir.

#### 4.1.1 Experimentos com imagens simuladas

Os experimentos com imagens simuladas utilizam as imagens de RF descritas na seção 3.1.3. A Tabela 4.1 mostra o desempenho dos filtros em termos das métricas normalizadas SSIn, SMPIn, MPSSIn e IRn. As imagens na Figura 4.1 mostram o resultado da filtragem para uma das imagens. Note que este é um teste sem referência, pois embora se conheça a geometria do *phantom* que gerou a imagem, não é possível determinar o valor dos *pixels* da imagem sem ruído.

**Tabela 4.1: Desempenho de NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e PPB na filtragem de imagens de RF simuladas com uso de métricas normalizadas.**

	<i>SSIn</i>	<i>SMPIn</i>	<i>MPSSIn</i>	<i>IRn</i>	<i>Média</i>
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(5.0)	0.75	0.67	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>0.85</b>
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(5.0)	0.75	0.67	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>0.85</b>
Rayleigh-geo-Tsallis(5.0)	0.75	0.67	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>0.85</b>
Rayleigh-geo-Arimoto(1.0)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.31	<b>1.00</b>	0.83
Rayleigh-geo-Arimoto(7.5)	0.96	0.92	0.38	<b>1.00</b>	0.81
Rayleigh-geo-Arimoto(5.0)	0.93	0.92	0.41	<b>1.00</b>	0.81
Rayleigh-geo-Arimoto(0.99)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Rényi(0.01)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Rényi(0.5)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Rényi(0.99)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Shannon	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Varma	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.99)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.99)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Tsallis(0.99)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.01)	0.88	0.83	0.45	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Tsallis(0.01)	0.88	0.83	0.45	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.01)	0.88	0.83	0.45	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.5)	0.87	0.83	0.46	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Tsallis(0.5)	0.87	0.83	0.46	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.5)	0.87	0.83	0.46	<b>1.00</b>	0.79
Nakagami-sim-Sharma-Mittal(0.01)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Nakagami-sim-Sharma-Mittal(0.5)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Nakagami-sim-Rényi(0.5)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Nakagami-sim-Sharma-Mittal(0.99)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.5)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.99)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Nakagami-sim-Bhattacharyya	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Nakagami-sim-Hellinger	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Nakagami-sim-Kullback-Leibler	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Nakagami-sim-Rényi(0.99)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Nakagami-sim-Rényi(0.01)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.01)	0.85	0.83	0.48	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-sim-Kullback-Leibler	0.85	0.83	0.46	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-sim-Sharma-Mittal(todas)	0.85	0.83	0.46	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.99)	0.85	0.83	0.46	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-sim-Rényi(0.99)	0.85	0.83	0.46	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.5)	0.85	0.83	0.46	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-sim-Rényi(0.5)	0.85	0.83	0.46	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-sim-Hellinger	0.85	0.83	0.46	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.01)	0.85	0.83	0.46	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-sim-Rényi(0.01)	0.85	0.83	0.46	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-sim-Bhattacharyya	0.85	0.83	0.46	<b>1.00</b>	0.79
Rayleigh-geo-Arimoto(0.05)	0.82	0.75	0.53	<b>1.00</b>	0.78
Rayleigh-geo-Arimoto(0.01)	0.81	0.75	0.54	<b>1.00</b>	0.77
NLM	0.82	0.83	0.37	<b>1.00</b>	0.76
PPB	0.79	0.75	0.25	<b>1.00</b>	0.70



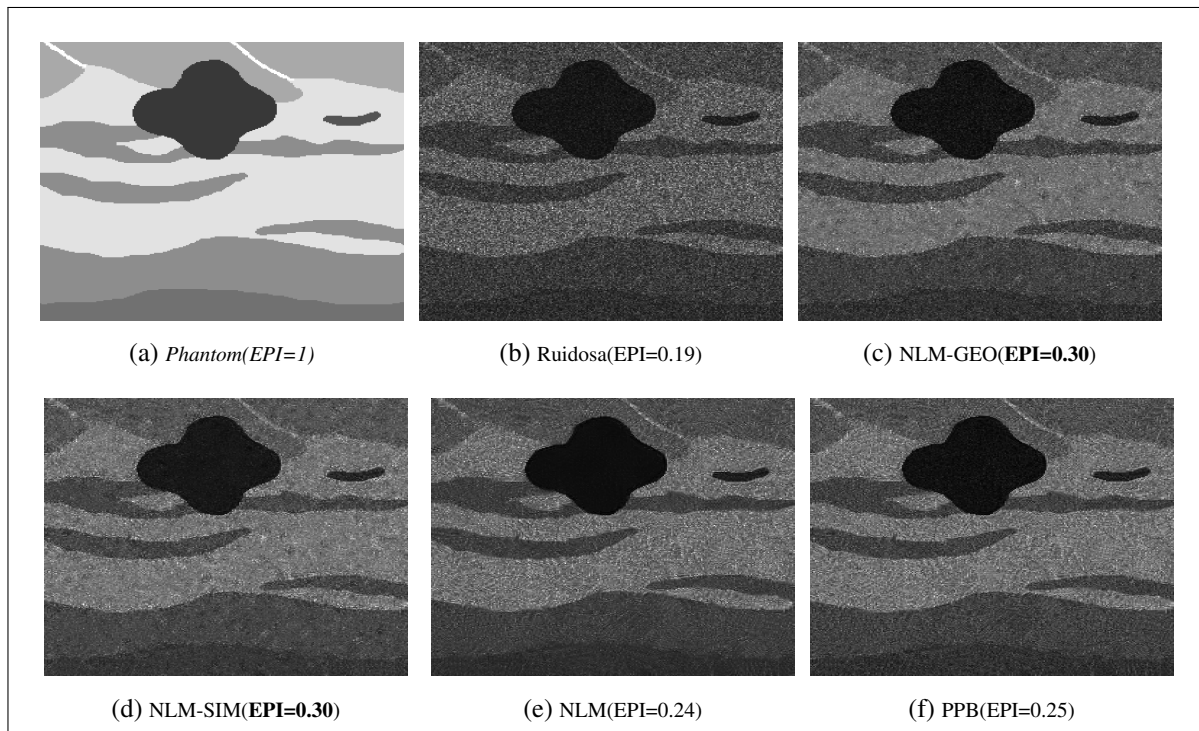
**Figura 4.1:** Amostra de imagens de RF simuladas filtradas por NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e PPB com valor de SSI relacionado. Note que as imagens foram log-comprimidas para visualização.

### 4.1.2 Experimentos com imagens sintéticas

Os experimentos com imagens sintéticas utilizam as imagens descritas na seção 3.1.2. A Tabela 4.2 mostra o desempenho dos filtros em termos das métricas normalizadas PSNR<sub>n</sub>, SSIM<sub>n</sub>, EPI<sub>n</sub>, SSI<sub>n</sub>, SMPIn, MPSSIn e IR<sub>n</sub>. As imagens na Figura 4.2 mostram o resultado da filtragem para uma das imagens.

**Tabela 4.2: Desempenho de NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e PPB na filtragem de imagens de RF sintéticas com uso de métricas normalizadas.**

	<i>PSNR<sub>n</sub></i>	<i>SSIM<sub>n</sub></i>	<i>EPI<sub>n</sub></i>	<i>SSIn</i>	<i>SMPIn</i>	<i>MPSSIn</i>	<i>IR<sub>n</sub></i>	<i>Média</i>
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(5.0)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Rayleigh-geo-Tsallis(5.0)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(5.0)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99	<b>1.00</b>	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Rayleigh-sim-Kullback-Leibler	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.96	0.97	0.98	<b>1.00</b>	0.99
Rayleigh-sim-Sharma-Mittal	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.96	0.97	0.98	<b>1.00</b>	0.99
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.96	0.97	0.98	<b>1.00</b>	0.99
Rayleigh-sim-Rényi(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.96	0.97	0.98	<b>1.00</b>	0.99
Rayleigh-sim-Rényi(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.96	0.97	0.98	<b>1.00</b>	0.99
Rayleigh-sim-Hellinger	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.96	0.97	0.98	<b>1.00</b>	0.99
Rayleigh-sim-Bhattacharyya	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.96	0.97	0.98	<b>1.00</b>	0.99
Rayleigh-geo-Arimoto(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.96	0.97	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Arimoto(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.96	0.96	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.95	0.96	0.98	0.99	0.98
Rayleigh-sim-Rényi(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.95	0.96	0.98	0.99	0.98
Rayleigh-geo-Shannon	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.95	0.96	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.95	0.96	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Arimoto(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.95	0.96	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.95	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Tsallis(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.95	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Rényi(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.95	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Varma(0.99,1)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.95	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Varma(9.99,10)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.95	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Rényi(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.95	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Varma(0.5,1)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.95	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Varma(9.5,10)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.95	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Rényi(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.95	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Varma(0.01,1)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.95	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Varma(9.01,10)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.95	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.94	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Tsallis(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.94	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.94	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.94	0.94	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.94	0.94	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Tsallis(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.94	0.94	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Rayleigh-geo-Arimoto(5.0)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.94	0.90	0.92	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97
Nakagami-sim-Bhattacharyya	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.86	0.88	0.96	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.86	0.88	0.96	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Hellinger	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.86	0.88	0.96	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Rényi(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.86	0.88	0.96	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Rényi(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.86	0.88	0.96	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.86	0.88	0.96	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Kullback-Leibler	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.86	0.88	0.96	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Sharma-Mittal	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.86	0.88	0.96	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.86	0.88	0.96	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Rényi(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.86	0.88	0.96	<b>1.00</b>	0.95
PPB	0.97	<b>1.00</b>	0.82	0.85	0.84	0.48	<b>1.00</b>	0.85
NLM	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.76	0.83	0.87	0.45	<b>1.00</b>	0.84



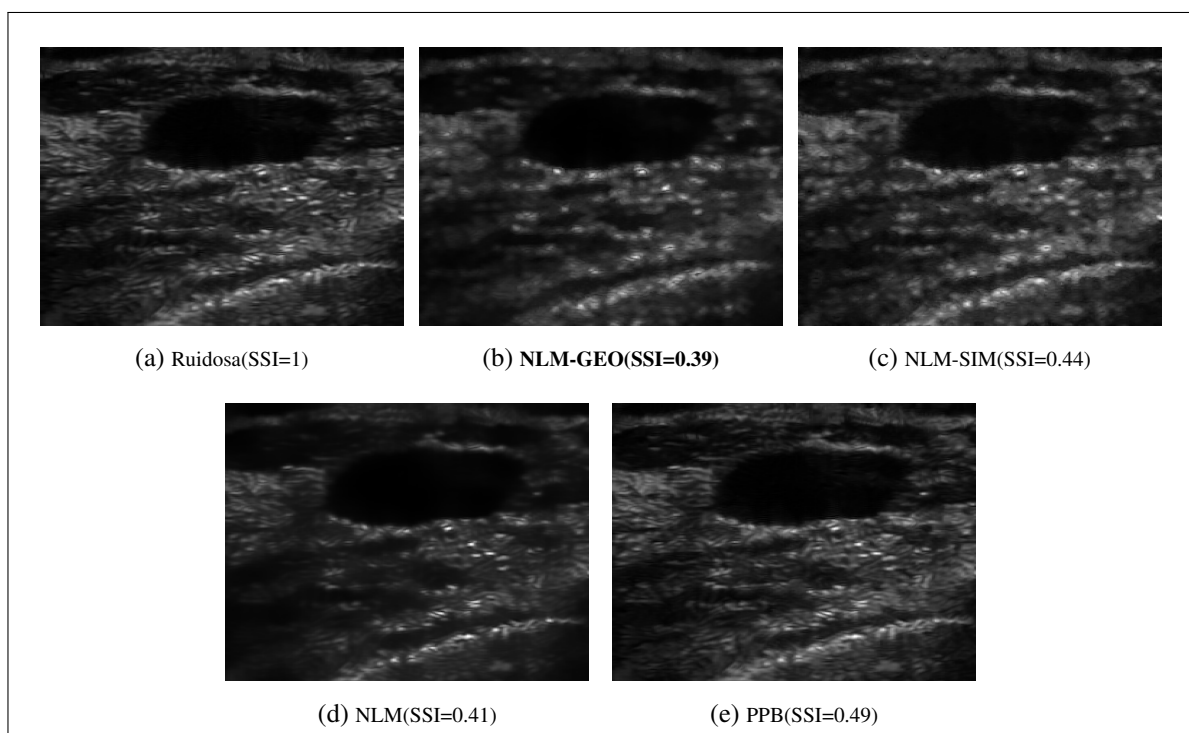
**Figura 4.2:** Amostra de imagens de RF sintéticas filtradas por NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e PPB com valor de EPI relacionado.

### 4.1.3 Experimentos com imagens reais

Os experimentos com imagens reais utilizam as imagens referenciadas como Grupo-1 na seção 3.1.1. Note que não é possível utilizar aqui as imagens do Grupo-2, visto que são imagens de log. Como neste caso não existe imagem de referência, mostra-se na Tabela 4.3 o desempenho dos filtros em termos das métricas normalizadas  $SSIn$ ,  $SMPIn$ ,  $MPSSIn$  e  $IRn$ . As imagens na Figura 4.3 mostram o resultado da filtragem para uma das imagens.

**Tabela 4.3: Desempenho de NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e PPB na filtragem de imagens de RF reais (Grupo-1) com uso de métricas normalizadas.**

	<i>SSIn</i>	<i>SMPIn</i>	<i>MPSSIn</i>	<i>IRn</i>	<i>Média</i>
Rayleigh-geo-Arimoto(5.0)	<b>1.00</b>	0.92	0.85	<b>1.00</b>	0.94
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.01)	0.94	0.82	0.99	<b>1.00</b>	0.94
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.01)	0.94	0.82	0.99	<b>1.00</b>	0.94
Rayleigh-geo-Tsallis(0.01)	0.94	0.82	0.99	<b>1.00</b>	0.94
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.5)	0.93	0.82	0.99	<b>1.00</b>	0.94
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.5)	0.93	0.82	0.99	<b>1.00</b>	0.94
Rayleigh-geo-Tsallis(0.5)	0.93	0.82	0.99	<b>1.00</b>	0.94
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.99)	0.93	0.81	0.99	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-geo-Rényi(0.01)	0.93	0.81	0.99	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-geo-Rényi(0.5)	0.93	0.81	0.99	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-geo-Rényi(0.99)	0.93	0.81	0.99	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-geo-Shannon	0.93	0.81	0.99	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.99)	0.93	0.81	0.99	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-geo-Tsallis(0.99)	0.93	0.81	0.99	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-geo-Varma	0.93	0.81	0.99	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-geo-Arimoto(0.99)	0.92	0.81	0.99	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.5)	0.94	0.81	0.97	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-sim-Sharma-Mittal(0.01)	0.94	0.81	0.97	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-sim-Bhattacharyya	0.94	0.81	0.97	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-sim-Hellinger	0.94	0.81	0.97	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-sim-Rényi(0.5)	0.94	0.81	0.97	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-sim-Sharma-Mittal(0.5)	0.94	0.81	0.97	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.01)	0.94	0.81	0.97	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.99)	0.94	0.81	0.97	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-sim-Kullback-Leibler	0.94	0.81	0.97	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-sim-Rényi(0.01)	0.94	0.81	0.97	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-sim-Rényi(0.99)	0.94	0.81	0.97	<b>1.00</b>	0.93
Rayleigh-sim-Sharma-Mittal(0.99)	0.94	0.81	0.97	<b>1.00</b>	0.93
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.5)	0.91	0.78	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.92
Nakagami-sim-Hellinger	0.91	0.78	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.92
Nakagami-sim-Sharma-Mittal(0.01)	0.91	0.78	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.92
Nakagami-sim-Bhattacharyya	0.91	0.78	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.92
Nakagami-sim-Rényi(0.5)	0.91	0.78	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.92
Nakagami-sim-Sharma-Mittal(0.5)	0.91	0.78	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.92
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.01)	0.91	0.78	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.92
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.99)	0.91	0.78	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.92
Nakagami-sim-Kullback-Leibler	0.91	0.78	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.92
Nakagami-sim-Rényi(0.01)	0.91	0.78	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.92
Nakagami-sim-Rényi(0.99)	0.91	0.78	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.92
Nakagami-sim-Sharma-Mittal(0.99)	0.91	0.78	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-geo-Arimoto(0.05)	0.91	0.79	0.99	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-geo-Arimoto(0.01)	0.91	0.79	0.99	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(5.0)	0.86	0.77	0.95	<b>1.00</b>	0.89
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(5.0)	0.86	0.77	0.95	<b>1.00</b>	0.89
Rayleigh-geo-Tsallis(5.0)	0.86	0.77	0.95	<b>1.00</b>	0.89
NLM	0.93	<b>1.00</b>	0.49	<b>1.00</b>	0.86
PPB	0.81	0.65	0.43	<b>1.00</b>	0.72



**Figura 4.3:** Amostra de imagens de RF reais (Grupo-1) filtradas por NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e PPB com valor de SSI relacionado.

## 4.2 Resultados para filtros NLM-SIM e NLM-GEO com imagens de log

Esta seção mostra o desempenho dos filtros NLM-SIM e NLM-GEO baseados nas distâncias estocásticas derivadas para a distribuição de Fisher-Tippett, para filtragem de *speckle* em imagens de log. Estes filtros são comparados com a implementação original do filtro NLM, bem como com o filtro de referência OBFLM. Tais experimentos são executados utilizando imagens simuladas, imagens sintéticas e imagens reais de ultrassom, como mostrado nas seções a seguir.

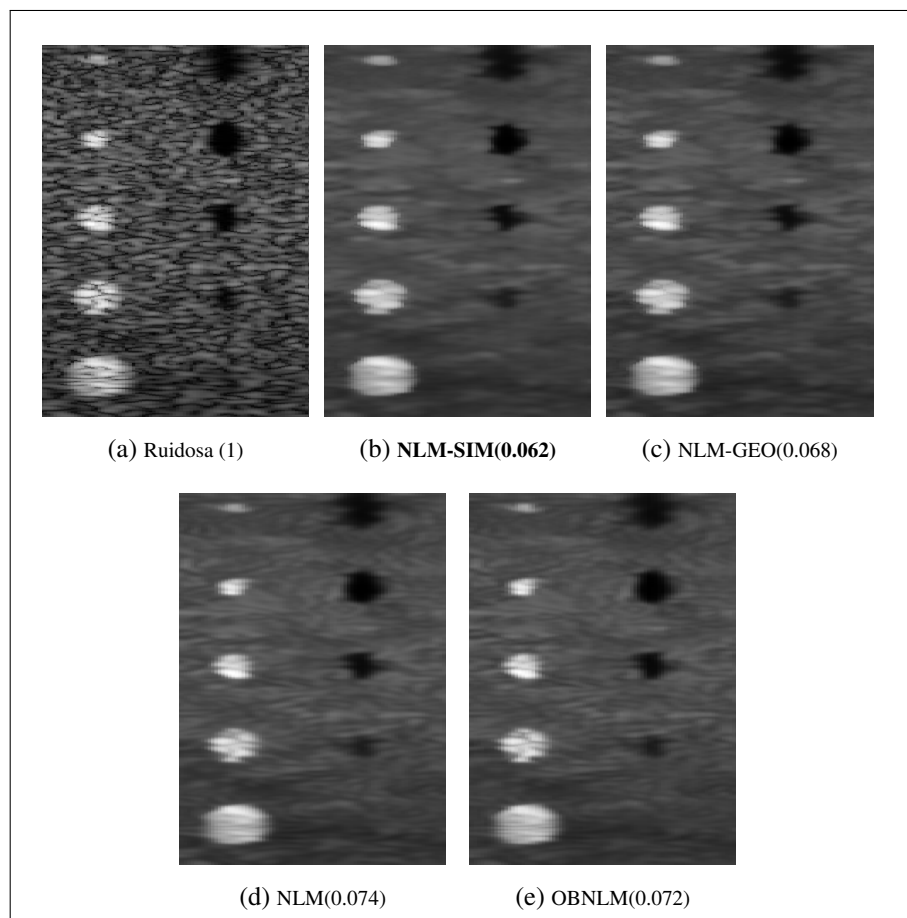
### 4.2.1 Experimentos com imagens simuladas

Os experimentos com imagens simuladas utilizam as imagens de log descritas na seção 3.1.3. A Tabela 4.4 mostra o desempenho dos filtros em termos das métricas normalizadas SSIn, SMPIn, MPSSIn e IRn. As imagens na Figura 4.4 mostram o resultado da filtragem para uma das imagens. Note que este é um teste sem referência, pois embora se conheça a geometria do *phantom* que gerou a imagem, não é possível determinar o valor dos *pixels* da imagem sem ruído.

**Tabela 4.4:** Desempenho de NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OBNLM na filtragem de imagens de log simuladas com uso de métricas normalizadas.

	<i>SSIn</i>	<i>SMPIn</i>	<i>MPSSIn</i>	<i>IRn</i>	<i>Média</i>
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát-(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Bhattacharyya	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.01)	<b>1.00</b>	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.01)	<b>1.00</b>	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal(0.99)	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Kullback-Leibler	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Hellinger	0.99	0.99	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.5)	0.99	0.99	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.5)	0.98	0.98	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal(0.01)	0.98	0.98	0.98	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal(0.5)	0.97	0.97	0.98	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-geo-Arimoto(0.99)	0.90	0.90	0.92	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal(0.01)	0.90	0.90	0.92	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal(0.5)	0.90	0.90	0.92	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát(0.01)	0.90	0.90	0.92	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Tsallis(0.01)	0.90	0.90	0.92	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.01)	0.89	0.90	0.92	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Shannon	0.89	0.90	0.92	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Varma	0.89	0.90	0.92	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Arimoto-(0.05)	0.89	0.90	0.92	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát-(0.5)	0.89	0.90	0.92	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Tsallis-(0.5)	0.89	0.90	0.92	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.99)	0.89	0.90	0.91	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát-(0.99)	0.89	0.90	0.91	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal-(0.99)	0.89	0.90	0.91	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Tsallis-(0.99)	0.89	0.90	0.91	<b>1.00</b>	0.93
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal-(5.0)	0.89	0.89	0.91	<b>1.00</b>	0.92
Fisher-Tippett-geo-Arimoto-(5.0)	0.89	0.89	0.91	<b>1.00</b>	0.92
Fisher-Tippett-geo-Arimoto-(0.01)	0.89	0.89	0.91	<b>1.00</b>	0.92
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát-(5.0)	0.88	0.89	0.91	<b>1.00</b>	0.92
Fisher-Tippett-geo-Tsallis-(5.0)	0.88	0.89	0.91	<b>1.00</b>	0.92
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.5)	0.88	0.88	0.91	<b>1.00</b>	0.92
NLM	0.83	0.88	0.82	<b>1.00</b>	0.88
OBNLM	0.81	0.85	0.81	<b>1.00</b>	0.87





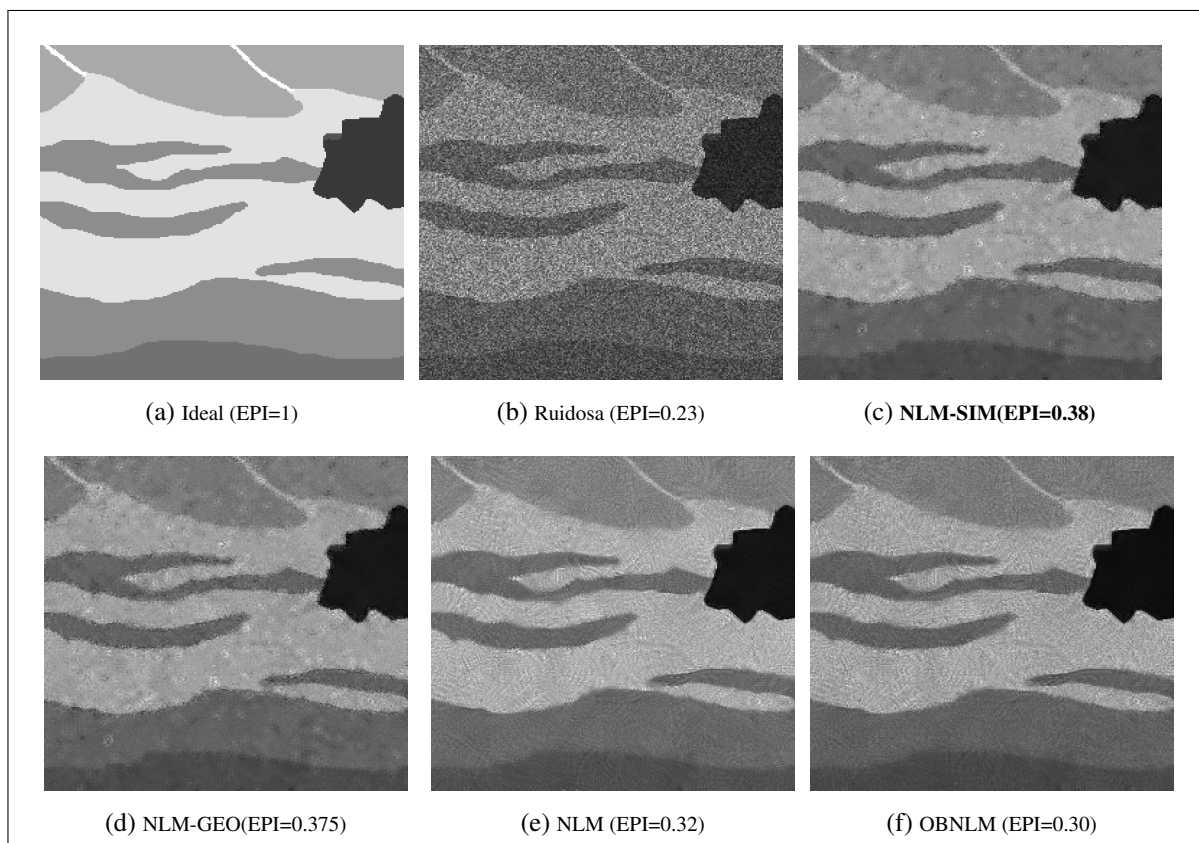
**Figura 4.4:** Amostra de imagens de log simuladas filtradas por NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OBNLM com valores de SSI relacionados.

### 4.2.2 Experimentos com imagens sintéticas

Os experimentos com imagens sintéticas utilizam as imagens de log descritas na seção 3.1.2. A Tabela 4.5 mostra o desempenho dos filtros em termos das métricas normalizadas PSNRn, SSIMn, EPIIn, SSIn, SMPIn, MPSSIn e IRn. As imagens na Figura 4.5 mostram o resultado da filtragem para uma das imagens.

**Tabela 4.5: Desempenho de NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OBNLM na filtragem de imagens de log sintéticas com uso de métricas normalizadas.**

	<i>PSNR<sub>n</sub></i>	<i>SSIM<sub>n</sub></i>	<i>EPI<sub>n</sub></i>	<i>SSI<sub>n</sub></i>	<i>SMPIn</i>	<i>MPSSIn</i>	<i>IR<sub>n</sub></i>	<i>MPI</i>
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.91	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.91	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.91	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Kullback-Leibler	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.91	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Bhattacharyya	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99	0.90	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.98	0.90	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.98	0.90	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-sim-Hellinger	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.98	0.89	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.98	0.89	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.98	0.89	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-geo-Arimoto(5.0)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.88	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal-(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.96	0.88	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát-(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.96	0.88	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-geo-Tsallis(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.96	0.88	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.5)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.96	0.88	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Arimoto-(0.99)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.96	0.87	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.01)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.95	0.87	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Shannon	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.95	0.87	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Varma	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.95	0.87	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát-(5.0)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.95	0.87	0.98	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Tsallis-(5.0)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.95	0.87	0.98	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát-(0.01)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.95	0.87	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Tsallis-(0.01)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.95	0.87	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.99)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.95	0.87	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal-(0.99)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.95	0.87	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát-(0.99)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.95	0.87	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Tsallis-(0.99)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.95	0.87	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal-(0.5)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.94	0.86	0.98	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Arimoto-(0.5)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.94	0.85	0.98	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal-(5.0)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.93	0.86	0.97	<b>1.00</b>	0.96
Fisher-Tippett-geo-Arimoto-(0.01)	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.93	0.85	0.98	<b>1.00</b>	0.96
NLM	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.87	0.91	<b>1.00</b>	0.85	<b>1.00</b>	0.95
OBNLM	0.99	<b>1.00</b>	0.82	0.80	0.89	0.83	<b>1.00</b>	0.90



**Figura 4.5:** Amostra de imagens de log sintéticas filtradas por NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OB-NLM com valores de EPI relacionados.

### 4.2.3 Experimentos com imagens reais

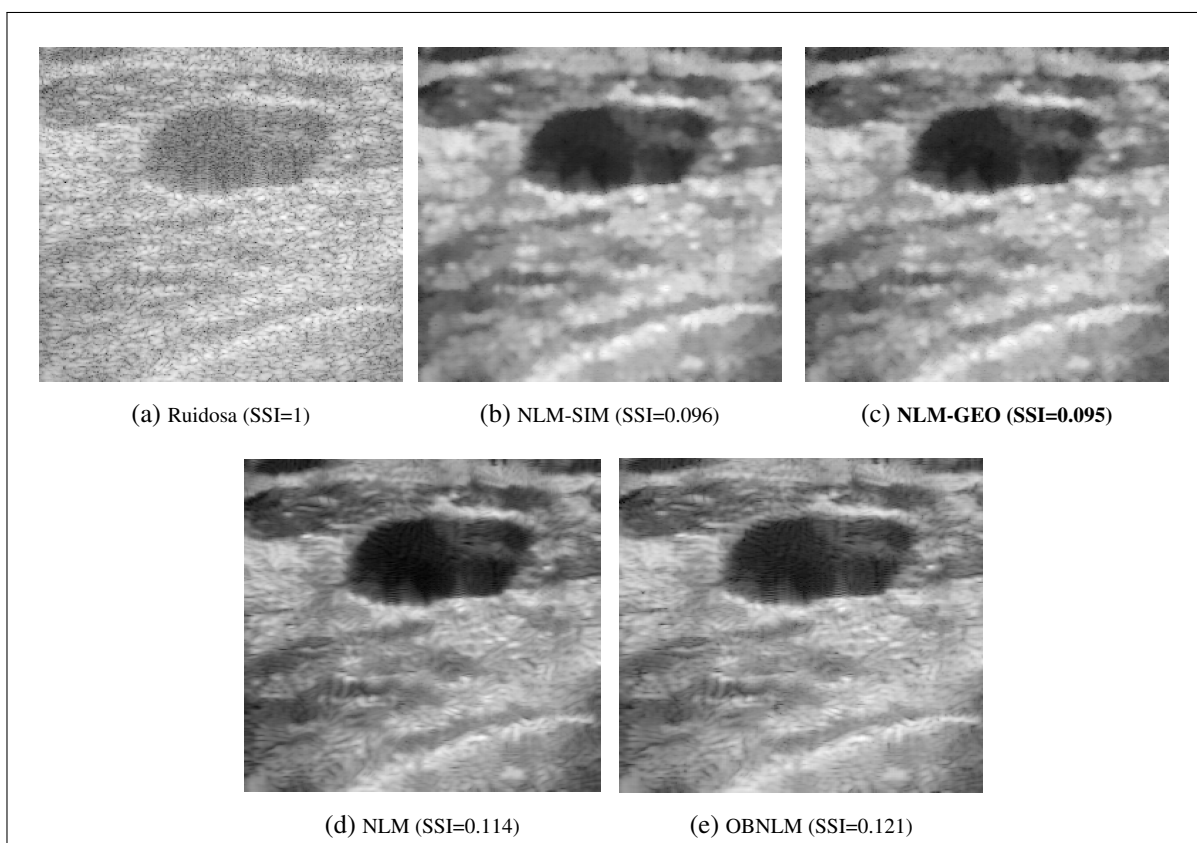
Os experimentos com imagens reais utilizam as imagens referenciadas como Grupo-1 e Grupo-2 na seção 3.1.1. Como neste caso não existe imagem de referência, as Tabelas 4.6 e 4.7 mostram o desempenho dos filtros em termos das métricas normalizadas SSIn, SMPIn, MPSSIn e IRn. As imagens na Figura 4.6 mostram o resultado da filtragem para uma das imagens do Grupo-1, enquanto as imagens na Figura 4.7 mostram o resultado para uma das imagens do Grupo-2.

**Tabela 4.6: Desempenho de NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OBNLM na filtragem de imagens de log reais (Grupo-1) com uso de métricas normalizadas.**

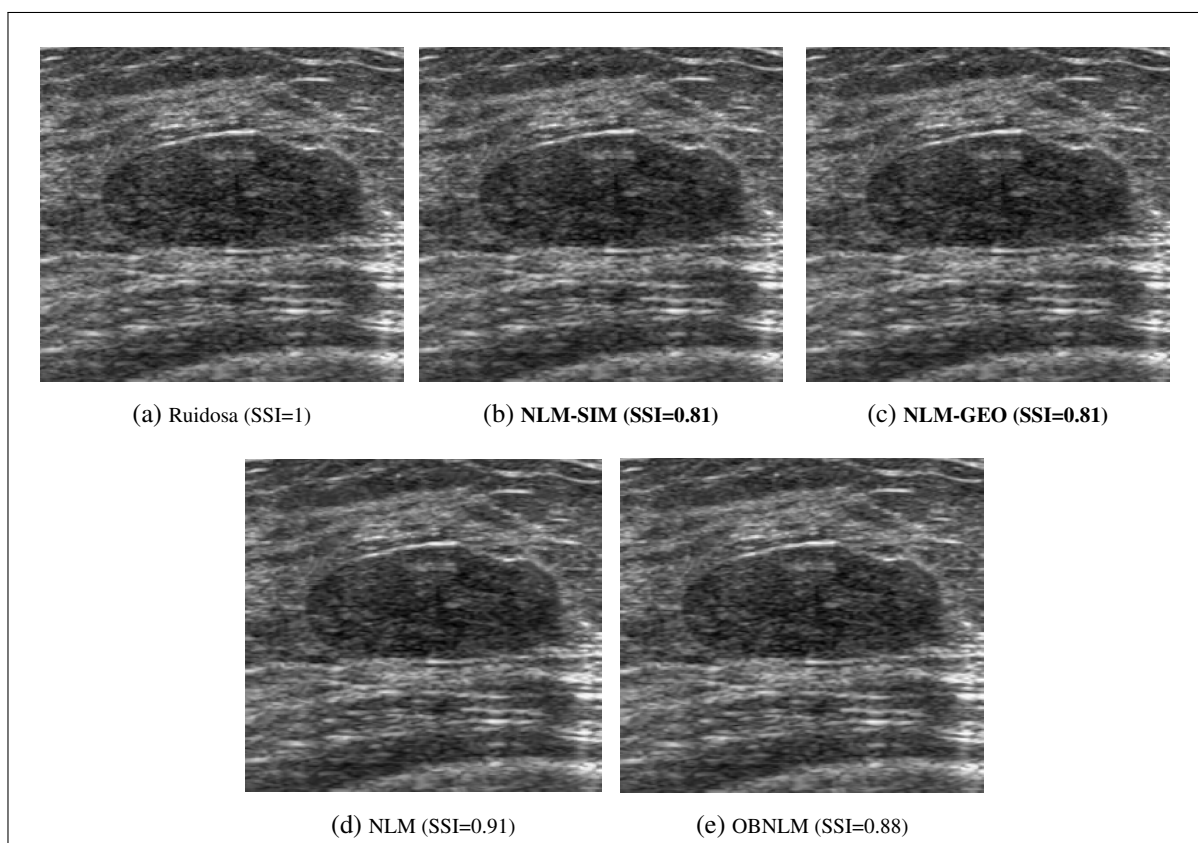
	<i>SSIn</i>	<i>SMPIn</i>	<i>MPSSIn</i>	<i>IRn</i>	<i>Média</i>
Fisher-Tippett-sim-Hellinger	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.01)	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.01)	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.99)	0.97	0.97	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.99)	0.97	0.97	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal(0.5)	0.97	0.96	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal(0.01)	0.97	0.96	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát(5.0)	0.96	0.97	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-geo-Tsallis(5.0)	0.96	0.97	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal(0.01)	0.96	0.97	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal(0.99)	0.97	0.96	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-sim-Kullback-Leibler	0.97	0.96	0.99	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát(0.01)	0.95	0.96	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Tsallis(0.01)	0.95	0.96	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Arimoto(0.05)	0.95	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Arimoto(0.01)	0.95	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-sim-Bhattacharyya	0.95	0.95	0.98	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.5)	0.95	0.95	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát(0.5)	0.94	0.94	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Tsallis(0.5)	0.94	0.94	0.99	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.5)	0.95	0.94	0.98	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.5)	0.95	0.94	0.98	<b>1.00</b>	0.97
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal(0.5)	0.94	0.94	0.98	<b>1.00</b>	0.96
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal(5.0)	0.93	0.93	0.98	<b>1.00</b>	0.96
Fisher-Tippett-geo-Arimoto(5.0)	0.91	0.91	0.97	<b>1.00</b>	0.95
Fisher-Tippett-geo-Arimoto(0.99)	0.90	0.89	0.96	<b>1.00</b>	0.94
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.01)	0.90	0.89	0.96	<b>1.00</b>	0.94
Fisher-Tippett-geo-Shannon	0.90	0.89	0.96	<b>1.00</b>	0.94
Fisher-Tippett-geo-Varma	0.90	0.89	0.96	<b>1.00</b>	0.94
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.99)	0.90	0.89	0.96	<b>1.00</b>	0.94
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát-(0.99)	0.89	0.89	0.96	<b>1.00</b>	0.94
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal-(0.99)	0.89	0.89	0.96	<b>1.00</b>	0.94
Fisher-Tippett-geo-Tsallis-(0.99)	0.89	0.89	0.96	<b>1.00</b>	0.94
NLM	0.82	0.86	0.78	<b>1.00</b>	0.87
OBNLM	0.80	0.84	0.77	<b>1.00</b>	0.85

**Tabela 4.7: Desempenho de NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OBNLM na filtragem de imagens de log reais (Grupo-2) com uso de métricas normalizadas.**

	<i>SSIn</i>	<i>SMPIIn</i>	<i>MPSSIn</i>	<i>IRn</i>	<i>Média</i>
Fisher-Tippett-geo-Arimoto(0.01)	<b>1.00</b>	0.98	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát(0.01)	<b>1.00</b>	0.98	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Tsallis(0.01)	<b>1.00</b>	0.98	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Arimoto(0.99)	0.99	0.98	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal(5.0)	0.99	0.98	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát(0.5)	<b>1.00</b>	0.98	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Tsallis(0.5)	<b>1.00</b>	0.98	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Arimoto(0.5)	0.99	0.98	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát(5.0)	0.99	0.98	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Tsallis(5.0)	0.99	0.98	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Arimoto(5.0)	0.99	0.98	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.5)	0.99	0.98	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal(0.01)	0.99	0.98	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát(0.99)	0.99	0.98	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal(0.99)	0.99	0.98	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Tsallis(0.99)	0.99	0.98	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal(0.5)	0.99	0.98	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.99)	0.99	0.98	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.01)	0.99	0.98	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Shannon	0.99	0.98	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-geo-Varma	0.99	0.98	0.99	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Bhattacharyya	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.95	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Hellinger	<b>1.00</b>	0.98	0.96	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.01)	<b>1.00</b>	0.98	0.96	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.01)	<b>1.00</b>	0.98	0.96	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.5)	<b>1.00</b>	0.98	0.96	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.5)	<b>1.00</b>	0.98	0.96	<b>1.00</b>	0.99
OBNLM	<b>1.00</b>	0.98	0.96	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-sim-Kullback-Leibler	<b>1.00</b>	0.98	0.96	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal	<b>1.00</b>	0.98	0.96	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.99)	<b>1.00</b>	0.98	0.96	<b>1.00</b>	0.98
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.99)	<b>1.00</b>	0.98	0.96	<b>1.00</b>	0.98
NLM	<b>1.00</b>	0.93	0.81	<b>1.00</b>	0.94



**Figura 4.6:** Amostra de imagens de log reais (Grupo-1) filtradas por NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OBNLM com valores de SSI relacionados.



**Figura 4.7:** Amostra de imagens de log reais (Grupo-2) filtradas por NLM-SIM, NLM-GEO, NLM e OB-NLM com valores de SSI relacionados.

### 4.3 Resultados para filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO com imagens de RF

Esta seção mostra o desempenho dos filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO baseados nas distâncias estocásticas derivadas para as distribuições de Rayleigh e Nakagami, para filtragem de *speckle* em imagens de RF. Estes filtros são comparados com a implementação original do filtro BM3D, bem como com o filtro de referência SAR-BM3D. Tais experimentos são executados utilizando imagens simuladas, imagens sintéticas e imagens reais de ultrassom, como mostrado nas seções a seguir.

#### 4.3.1 Experimentos com imagens simuladas

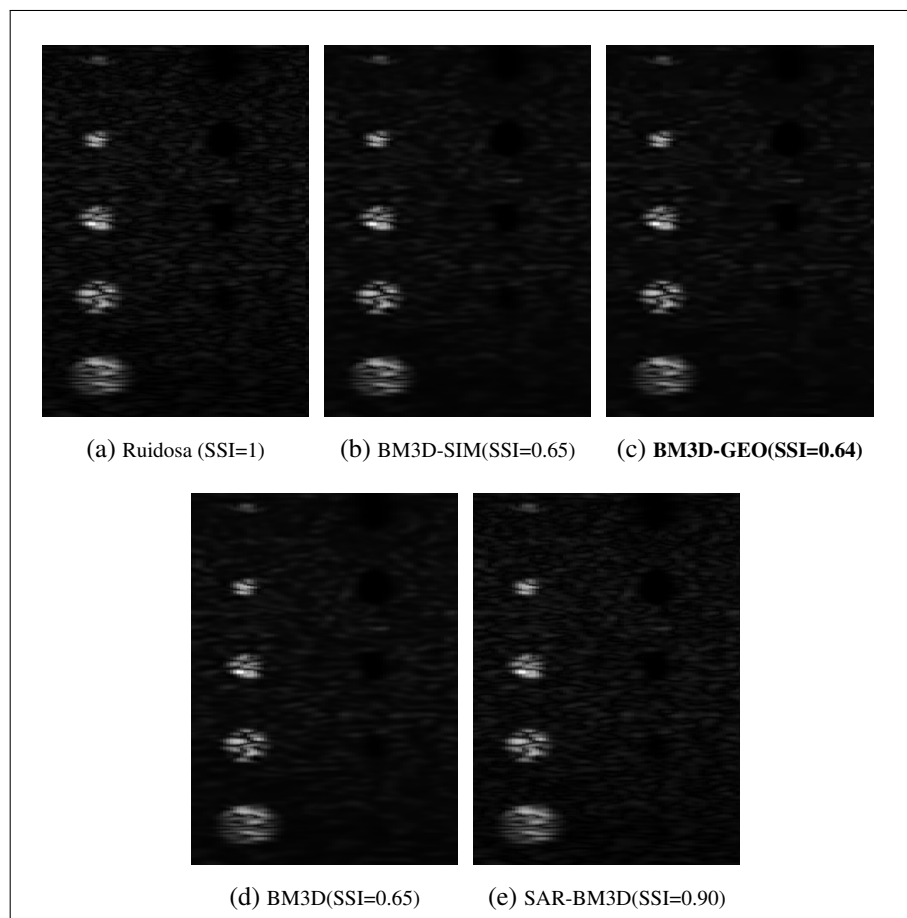
Os experimentos com imagens simuladas utilizam as imagens de RF descritas na seção 3.1.3. A Tabela 4.8 mostra o desempenho dos filtros em termos das métricas normalizadas SSIn, SMPIn, MPSSIn e IRn. As imagens na Figura 4.8 mostram o resultado da filtragem para uma das imagens. Note que este é um teste sem referência, pois embora se conheça a geometria

do *phantom* que gerou a imagem, não é possível determinar o valor dos *pixels* da imagem sem ruído.

**Tabela 4.8: Desempenho de BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e SAR-BM3D na filtragem de imagens de RF simuladas com uso de métricas normalizadas.**

	<i>SSIn</i>	<i>SMPIn</i>	<i>MPSSIn</i>	<i>IRn</i>	<i>Média</i>
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.89	<b>1.00</b>	0.97
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.89	<b>1.00</b>	0.97
Rayleigh-geo-Tsallis(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.89	<b>1.00</b>	0.97
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.5)	0.99	0.98	0.88	<b>1.00</b>	0.96
Rayleigh-geo-Tsallis(0.5)	0.99	0.98	0.88	<b>1.00</b>	0.96
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.5)	0.98	0.98	0.88	<b>1.00</b>	0.96
Rayleigh-geo-Arimoto(0.01)	0.94	0.95	0.87	<b>1.00</b>	0.94
Rayleigh-geo-Arimoto(0.5)	0.95	0.87	0.87	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.99)	0.97	0.82	0.88	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-sim-Rényi(0.99)	0.97	0.82	0.88	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-sim-Sharma-Mittal	0.97	0.82	0.88	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-sim-Kullback-Leibler	0.97	0.82	0.88	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-geo-Rényi	0.97	0.82	0.88	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-geo-Shannon	0.97	0.82	0.88	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-geo-Varma	0.97	0.82	0.88	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.01)	0.97	0.82	0.88	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-sim-Rényi(0.01)	0.97	0.82	0.88	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.5)	0.97	0.82	0.88	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-sim-Hellinger	0.97	0.82	0.88	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-sim-Rényi(0.5)	0.97	0.82	0.88	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.99)	0.97	0.73	0.88	<b>1.00</b>	0.90
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.99)	0.97	0.73	0.88	<b>1.00</b>	0.90
Rayleigh-geo-Tsallis(0.99)	0.97	0.73	0.88	<b>1.00</b>	0.90
Rayleigh-geo-Tsallis(0.99)	0.97	0.73	0.88	<b>1.00</b>	0.90
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.99)	0.97	0.73	0.88	<b>1.00</b>	0.90
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.99)	0.97	0.73	0.88	<b>1.00</b>	0.90
Rayleigh-sim-Bhattacharyya	0.97	0.73	0.88	<b>1.00</b>	0.89
Rayleigh-geo-Arimoto(0.99)	0.97	0.72	0.88	<b>1.00</b>	0.89
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.5)	0.96	0.73	0.88	<b>1.00</b>	0.89
Rayleigh-geo-Arimoto(5.0)	0.99	0.68	0.89	<b>1.00</b>	0.89
Nakagami-sim-Rényi(0.99)	0.98	0.69	0.88	<b>1.00</b>	0.89
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.01)	0.98	0.68	0.88	<b>1.00</b>	0.88
Nakagami-sim-Rényi(0.01)	0.98	0.68	0.88	<b>1.00</b>	0.88
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.99)	0.98	0.68	0.88	<b>1.00</b>	0.88
Nakagami-sim-Hellinger	0.98	0.68	0.88	<b>1.00</b>	0.88
Nakagami-sim-Sharma-Mittal(0.99)	0.98	0.68	0.88	<b>1.00</b>	0.88
Nakagami-sim-Kullback-Leibler	0.98	0.68	0.88	<b>1.00</b>	0.88
Nakagami-sim-Rényi(0.5)	0.98	0.68	0.87	<b>1.00</b>	0.88
Nakagami-sim-Sharma-Mittal(0.01)	0.98	0.68	0.87	<b>1.00</b>	0.88
Nakagami-sim-Sharma-Mittal(0.5)	0.98	0.68	0.87	<b>1.00</b>	0.88
Nakagami-sim-Bhattacharyya	0.98	0.68	0.87	<b>1.00</b>	0.88
BM3D	0.79	0.06	0.86	<b>1.00</b>	0.68
SAR-BM3D	0.55	0.03	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.64





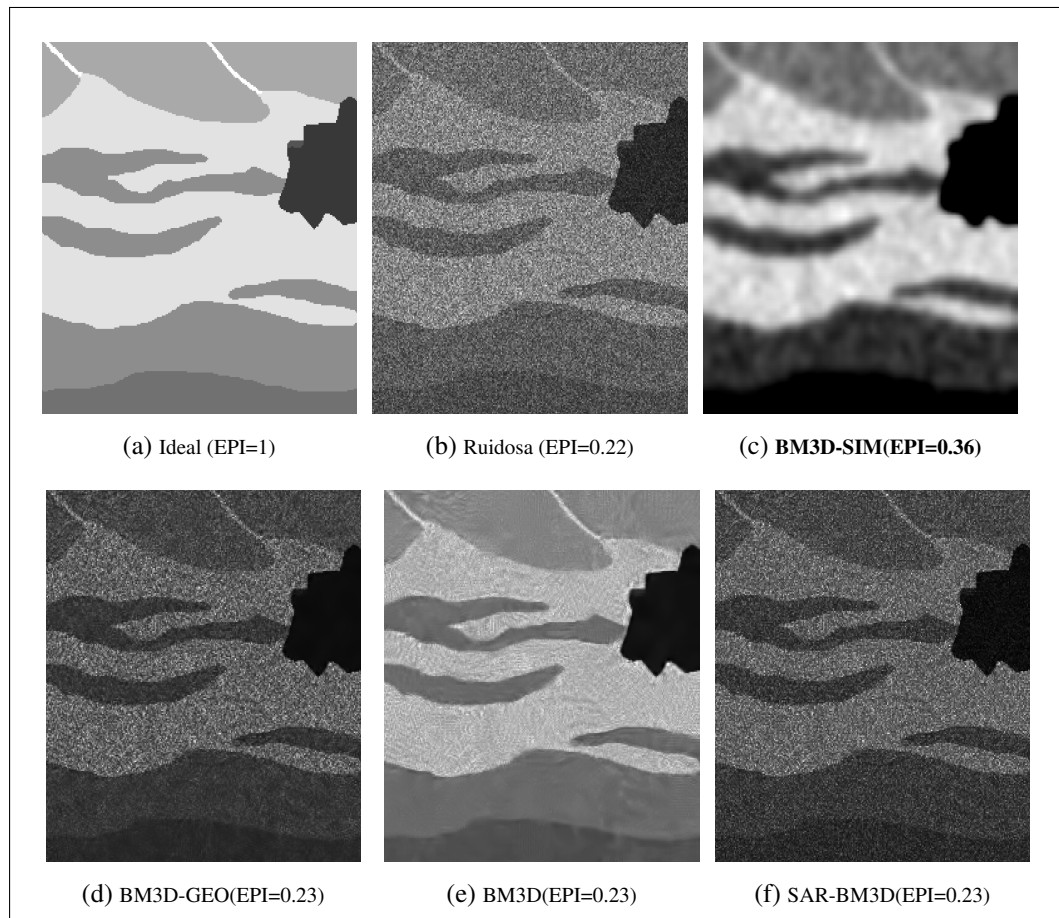
**Figura 4.8:** Amostra de imagens de RF simuladas filtradas por BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e SAR-BM3D com valor de SSI relacionado.

### 4.3.2 Experimentos com imagens sintéticas

Os experimentos com imagens sintéticas utilizam as imagens descritas na seção 3.1.2. A Tabela 4.9 mostra o desempenho dos filtros em termos das métricas normalizadas PSNRn, SSIMn, EPIIn, SSIn, SMPIn, MPSSIn e IRn. As imagens na Figura 4.9 mostram o resultado da filtragem para uma das imagens.

**Tabela 4.9: Desempenho de BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e SAR-BM3D na filtragem de imagens de RF sintéticas com uso de métricas normalizadas.**

	<i>PSNR<sub>n</sub></i>	<i>SSIM<sub>n</sub></i>	<i>EPI<sub>n</sub></i>	<i>SSIn</i>	<i>SMPIn</i>	<i>MPSSIn</i>	<i>IR<sub>n</sub></i>	<i>Média</i>
Nakagami-sim-Rényi(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	<b>1.00</b>	0.96
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	<b>1.00</b>	0.96
Nakagami-sim-Rényi(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.98	0.98	0.70	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Rényi(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.98	0.98	0.70	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Bhattacharyya	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.98	0.98	0.69	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Hellinger	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.98	0.98	0.69	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Kullback-Leibler	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.98	0.98	0.69	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Sharma-Mittal	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.97	0.98	0.98	0.69	<b>1.00</b>	0.95
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.91	0.35	0.36	0.74	<b>1.00</b>	0.77
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.73
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.73
Rayleigh-sim-Hellinger	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.73
Rayleigh-sim-Rényi(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.73
Rayleigh-sim-Sharma-Mittal	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.73
Rayleigh-sim-Kullback-Leibler	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.99	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Rényi(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.99	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Rényi(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.99	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Rényi(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.99	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Shannon	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.99	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Varma	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.99	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Rényi(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.99	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.99	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Rényi(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.96	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.94	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Arimoto(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.93	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.93	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Tsallis(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.93	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Bhattacharyya	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.91	<b>1.00</b>	0.71
Rayleigh-geo-Arimoto(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.92	<b>1.00</b>	0.71
Rayleigh-geo-Arimoto(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.92	<b>1.00</b>	0.71
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.89	<b>1.00</b>	0.71
Rayleigh-geo-Tsallis(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.89	<b>1.00</b>	0.71
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.01)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.88	<b>1.00</b>	0.71
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.84	<b>1.00</b>	0.70
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.84	<b>1.00</b>	0.70
Rayleigh-geo-Tsallis(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.71	0.19	0.17	0.84	<b>1.00</b>	0.70
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(5.0)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.63	0.18	0.17	0.89	<b>1.00</b>	0.69
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(5.0)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.63	0.18	0.17	0.89	<b>1.00</b>	0.69
Rayleigh-geo-Tsallis(5.0)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.63	0.18	0.17	0.89	<b>1.00</b>	0.69
Rayleigh-geo-Arimoto(5.0)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.69	0.20	0.17	0.74	<b>1.00</b>	0.68
Nakagami-sim-Havrda-Charvát(0.5)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.66	0.20	0.17	0.72	<b>1.00</b>	0.68
BM3D	0.99	<b>1.00</b>	0.66	0.18	0.17	0.73	<b>1.00</b>	0.68
SAR-BM3D	0.98	<b>1.00</b>	0.74	0.20	0.18	0.44	<b>1.00</b>	0.65



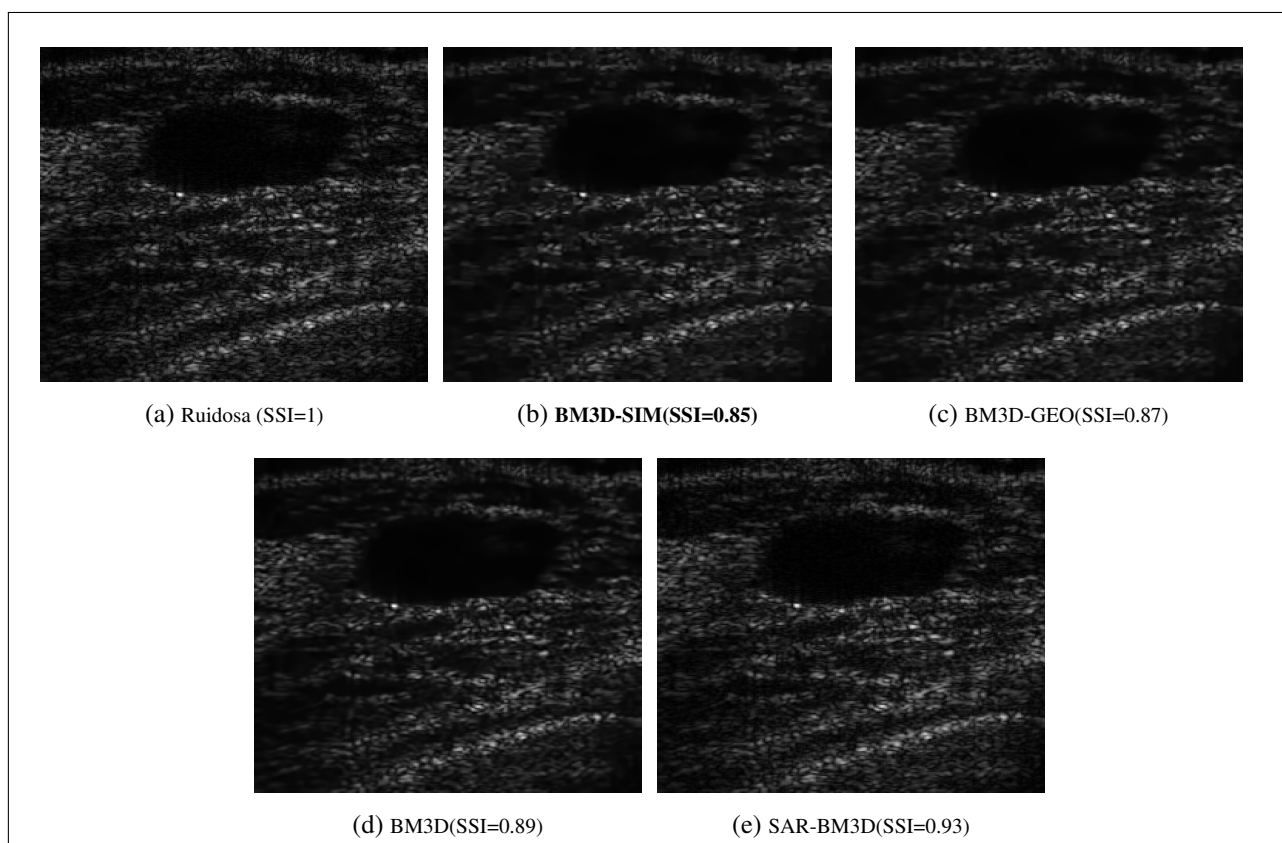
**Figura 4.9:** Amostra de imagens de RF sintéticas filtradas por BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D, e SAR-BM3D com valor de EPI relacionado.

### 4.3.3 Experimentos com imagens reais

Os experimentos com imagens reais utilizam as imagens referenciadas como Grupo-1 na seção 3.1.1. Note que não é possível utilizar aqui as imagens do Grupo-2, visto que são imagens de log. Como neste caso não existe imagem de referência, a Tabela 4.10 mostra o desempenho dos filtros em termos das métricas normalizadas SSIn, SMPIn, MPSSIn e IRn. As imagens na Figura 4.10 mostram o resultado da filtragem para uma das imagens.

**Tabela 4.10: Desempenho de BM3D-SIM, BM3D-GEO, SAR-BM3D e BM3D na filtragem de imagens de RF reais (Grupo-1) com uso de métricas normalizadas.**

	<i>SSIn</i>	<i>SMPIn</i>	<i>MPSSIn</i>	<i>IRn</i>	<i>Média</i>
Nakagami-sim-Rényi(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.77	<b>1.00</b>	0.94
Nakagami-sim-Rényi(0.01)	<b>1.00</b>	0.98	0.77	<b>1.00</b>	0.94
Nakagami-sim-Havrda-Charvát	<b>1.00</b>	0.98	0.77	<b>1.00</b>	0.94
Nakagami-sim-Sharma-Mittal(0.01)	<b>1.00</b>	0.96	0.77	<b>1.00</b>	0.93
Nakagami-sim-Sharma-Mittal(0.5)	<b>1.00</b>	0.96	0.77	<b>1.00</b>	0.93
Nakagami-sim-Hellinger	<b>1.00</b>	0.95	0.77	<b>1.00</b>	0.93
Nakagami-sim-Sharma-Mittal(0.99)	<b>1.00</b>	0.95	0.77	<b>1.00</b>	0.93
Nakagami-sim-Bhattacharyya	<b>1.00</b>	0.95	0.77	<b>1.00</b>	0.93
Nakagami-sim-Rényi(0.5)	<b>1.00</b>	0.94	0.77	<b>1.00</b>	0.93
Nakagami-sim-Kullback-Leibler	<b>1.00</b>	0.91	0.78	<b>1.00</b>	0.92
Rayleigh-geo-Arimoto(5.0)	<b>1.00</b>	0.82	0.78	<b>1.00</b>	0.90
BM3D	0.98	0.08	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.77
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(5.0)	0.97	0.05	0.92	<b>1.00</b>	0.73
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(5.0)	0.97	0.05	0.92	<b>1.00</b>	0.73
Rayleigh-geo-Tsallis(5.0)	0.97	0.05	0.92	<b>1.00</b>	0.73
Rayleigh-geo-Arimoto(0.01)	0.98	0.05	0.89	<b>1.00</b>	0.73
Rayleigh-geo-Arimoto(0.5)	0.99	0.05	0.87	<b>1.00</b>	0.73
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.99)	0.99	0.05	0.85	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Arimoto(0.99)	0.99	0.05	0.85	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Rényi(0.01)	0.99	0.05	0.85	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.01)	0.99	0.05	0.85	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.99)	0.99	0.05	0.85	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Tsallis(0.99)	0.99	0.05	0.85	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.99)	0.99	0.05	0.85	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Rényi(0.01)	0.99	0.05	0.85	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Varma(0.01,1)	0.99	0.05	0.85	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Varma(9.01,10)	0.99	0.05	0.85	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Rényi(0.99)	0.99	0.05	0.85	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Havrda-Charvát(0.5)	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Hellinger	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Rényi(0.5)	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Sharma-Mittal(0.5)	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Sharma-Mittal(0.99)	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Kullback-Leibler	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Rényi(0.5)	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Rényi(0.99)	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Shannon	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Varma(0.5,1)	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Varma(0.99,1)	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Varma(9.5,10)	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Varma(9.99,10)	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Bhattacharyya	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-sim-Sharma-Mittal(0.01)	0.99	0.05	0.84	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.5)	0.99	0.05	0.83	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.5)	0.99	0.05	0.83	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Tsallis(0.5)	0.99	0.05	0.83	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Havrda-Charvát(0.01)	<b>1.00</b>	0.05	0.81	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Sharma-Mittal(0.01)	<b>1.00</b>	0.05	0.81	<b>1.00</b>	0.72
Rayleigh-geo-Tsallis(0.01)	<b>1.00</b>	0.05	0.81	<b>1.00</b>	0.72
SAR-BM3D	0.95	0.04	0.56	<b>1.00</b>	0.64



**Figura 4.10:** Amostra de imagens de RF reais (Grupo-2) filtradas por BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D, e SAR-BM3D com valor de SSI relacionado.

## 4.4 Resultados para filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO com imagens de log

Esta seção mostra o desempenho dos filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO baseados nas distâncias estocásticas derivadas para a distribuição de Fisher-Tippett, para filtragem de *speckle* em imagens de log. Estes filtros são comparados com a implementação original do filtro BM3D, bem como com o filtro de referência OBNLM. Tais experimentos são executados utilizando imagens simuladas, imagens sintéticas e imagens reais de ultrassom, como mostrado nas seções a seguir.

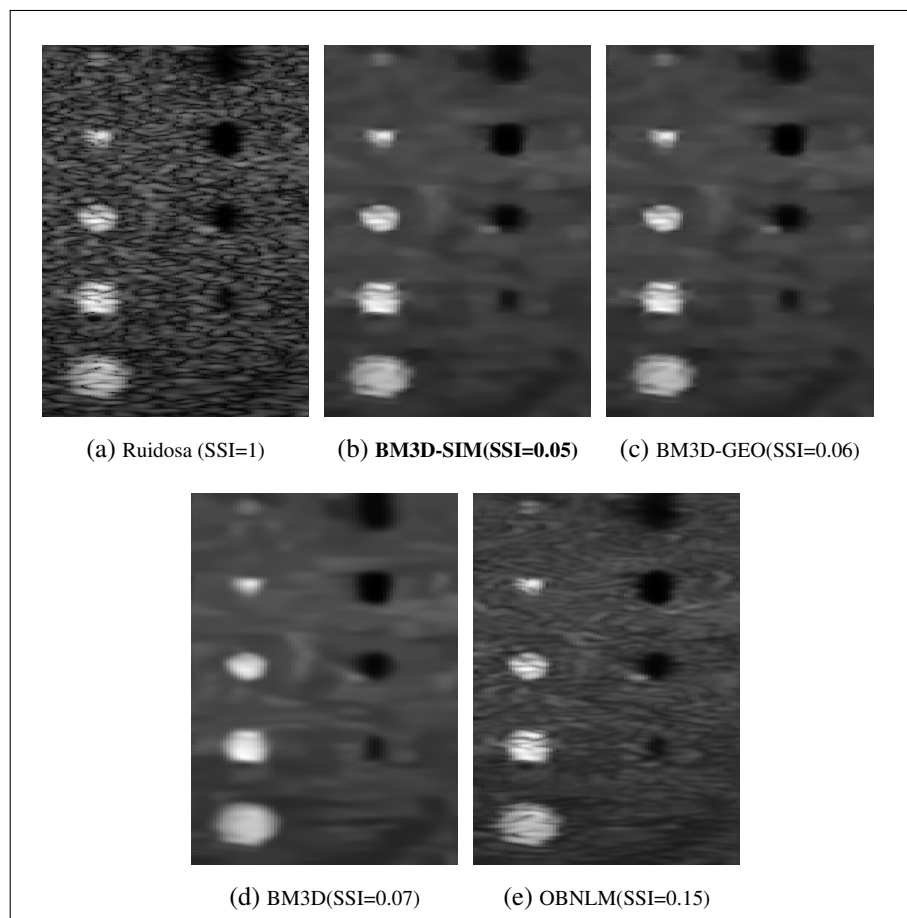
### 4.4.1 Experimentos com imagens simuladas

Os experimentos com imagens simuladas utilizam as imagens de log descritas na seção 3.1.3. A Tabela 4.11 mostra o desempenho dos filtros em termos das métricas normalizadas SSIn, SMPIn, MPSSIn e IRn. As imagens na Figura 4.11 mostram o resultado da filtragem para uma das imagens. Note que este é um teste sem referência, pois embora se conheça a geometria

do *phantom* que gerou a imagem, não é possível determinar o valor dos *pixels* da imagem sem ruído.

**Tabela 4.11: Desempenho de BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM na filtragem de imagens de log simuladas com uso de métricas normalizadas.**

	<i>SSIn</i>	<i>SMPIn</i>	<i>MPSSIn</i>	<i>IRn</i>	<i>Média</i>
Fisher-Tippett-sim-Bhattacharyya	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.99)	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.5)	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Hellinger	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Kullback-Leibler	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.5)	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-geo-Arimoto	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-geo-Rényi	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-geo-Shannon	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-geo-Tsallis	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-geo-Varma	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.01)	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.01)	0.99	0.99	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	0.99
BM3D	0.89	0.91	0.91	<b>1.00</b>	0.93
OBNLM	0.88	0.88	0.84	<b>1.00</b>	0.90



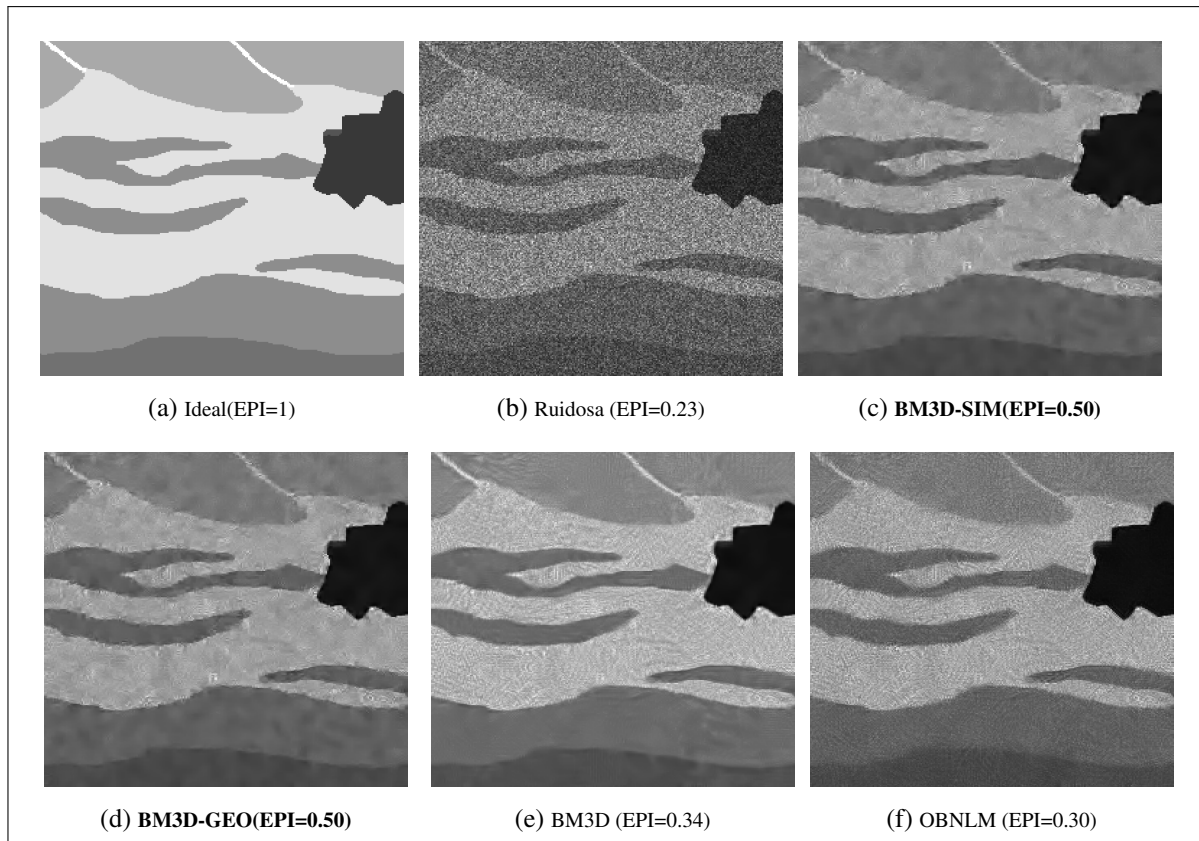
**Figura 4.11:** Amostra de imagens de log simuladas filtradas por BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM com valor de SSI relacionado.

#### 4.4.2 Experimentos com imagens sintéticas

Os experimentos com imagens sintéticas utilizam as imagens descritas na seção 3.1.2. A Tabela 4.12 mostra o desempenho dos filtros em termos das métricas normalizadas PSNRn, SSIMn, EPIn, SSIn, SMPIn, MPSSIn e IRn. As imagens na Figura 4.12 mostram o resultado da filtragem para uma das imagens.

**Tabela 4.12: Desempenho de BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM na filtragem de imagens de log sintéticas com uso de métricas normalizadas.**

	<i>PSNR<sub>n</sub></i>	<i>SSIM<sub>n</sub></i>	<i>EPI<sub>n</sub></i>	<i>SSIn</i>	<i>SMPIn</i>	<i>MPSSIn</i>	<i>IR<sub>n</sub></i>	<i>Média</i>
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.5)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Hellinger	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Kullback-Leibler	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.5)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Arimoto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Rényi	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Shannon	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Tsallis	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Varma	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Bhattacharyya	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.99)	1.00	1.00	1.00	0.99	0.98	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.99)	1.00	1.00	1.00	0.99	0.98	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.01)	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.01)	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00
BM3D	0.99	1.00	0.73	0.72	0.81	0.64	1.00	0.84
OBNLM	0.92	1.00	0.63	0.47	0.55	0.38	1.00	0.71

**Figura 4.12: Amostra de imagens de log sintéticas filtradas por BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM com valor de EPI relacionado.**



### 4.4.3 Experimentos com imagens reais

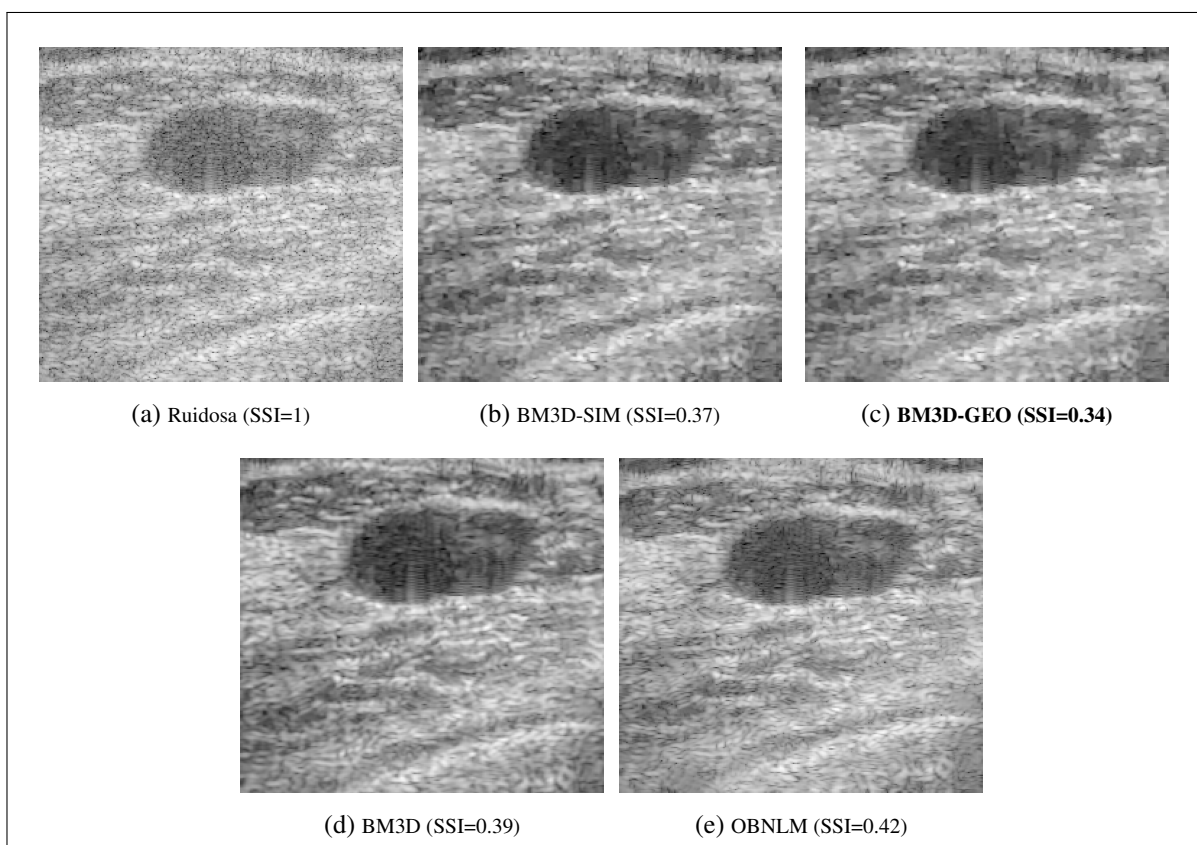
Os experimentos com imagens reais utilizam as imagens do Grupo-1 e Grupo-2 descritas na seção 3.1.1. As Tabelas 4.13 e 4.14 mostram o desempenho dos filtros em termos das métricas normalizadas  $SSIn$ ,  $SMPIn$ ,  $MPSSIn$ , e  $IRn$ . As imagens da Figura 4.13 mostram o resultado da filtragem para uma das imagens do Grupo-1, enquanto as imagens na Figura 4.14 mostram o resultado para uma das imagens do Grupo-2.

**Tabela 4.13: Desempenho de BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM na filtragem de imagens de log reais (Grupo-1) com uso de métricas normalizadas.**

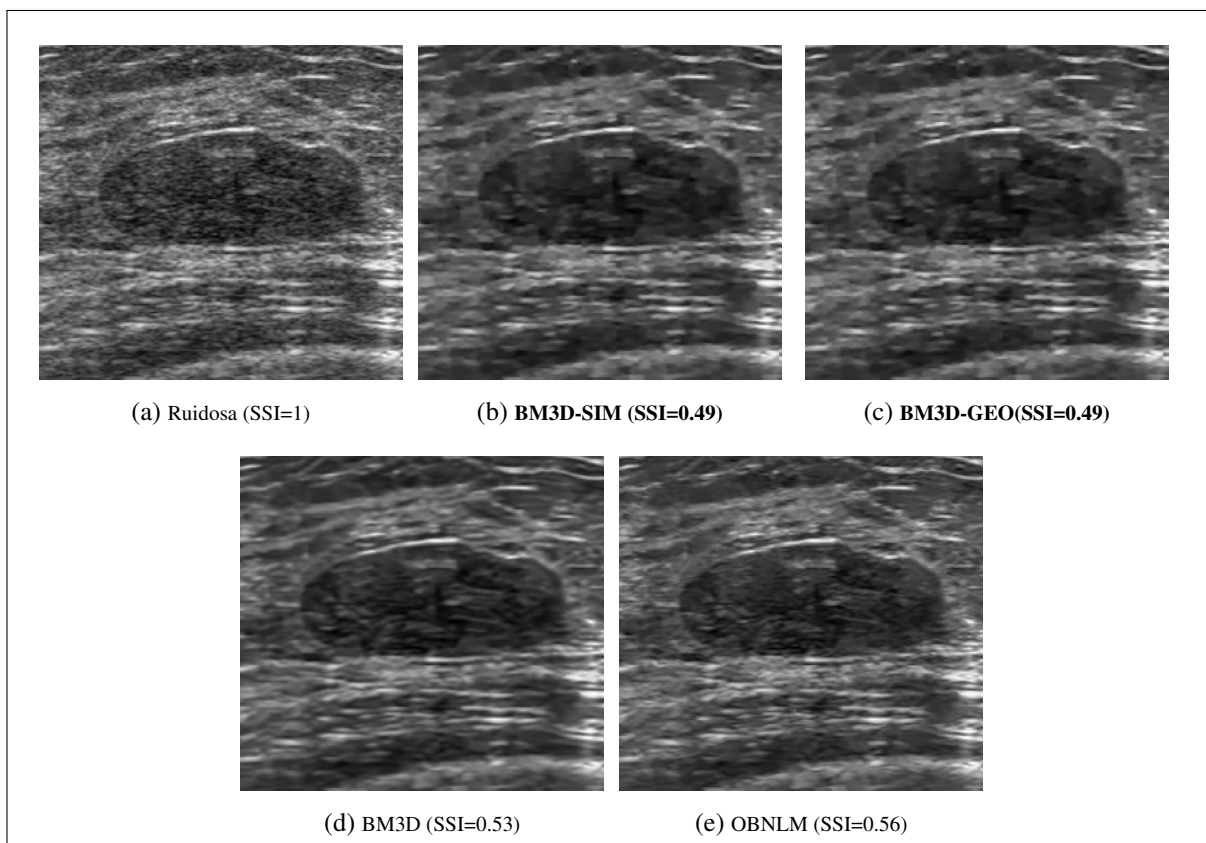
	$SSIn$	$SMPIn$	$MPSSIn$	$IRn$	<i>Média</i>
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.99)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.99)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.5)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Hellinger	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.5)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal(0.5)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal(0.99)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Arimoto(0.99)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Arimoto(5.0)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.01)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.99)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Shannon	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Varma	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Kullback-Leibler	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal(0.01)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Arimoto(0.01)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Arimoto(0.5)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Rényi(0.5)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Tsallis	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Bhattacharyya	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.01)	0.99	0.99	0.99	1.00	0.99
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.01)	0.99	0.99	0.99	1.00	0.99
BM3D	0.93	0.96	0.87	1.00	0.94
OBNLM	0.86	0.89	0.69	1.00	0.86

**Tabela 4.14: Desempenho de BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM na filtragem de imagens de log reais (Grupo-2).**

	<i>SSIn</i>	<i>SMPIn</i>	<i>MPSSIn</i>	<i>IRn</i>	<i>Média</i>
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.01)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.01)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.99)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát(0.5)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Hellinger	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.5)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal(0.99)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Rényi(0.99)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Kullback-Leibler	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal(0.01)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal(0.5)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Arimoto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Havrda-Charvát	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Rényi	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Shannon	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Tsallis	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-geo-Varma	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fisher-Tippett-sim-Bhattacharyya	1.00	1.00	0.98	1.00	1.00
OBNLM	0.90	0.92	0.87	1.00	0.92
BM3D	0.89	0.86	0.85	1.00	0.90



**Figura 4.13:** Amostra de imagens de log reais (Grupo-1) filtradas por BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM com valor de SSI relacionado.



**Figura 4.14:** Amostra de imagens de log reais (Grupo-2) filtradas por BM3D-SIM, BM3D-GEO, BM3D e OBNLM com valor de SSI relacionado.

## 4.5 Sumário de resultados de filtragem

Nesta seção é feita uma avaliação dos resultados obtidos com os filtros desenvolvidos neste trabalho, cujos dados brutos de desempenho nos experimentos foram expostos nas seções anteriores. Esta avaliação é feita comparando o desempenho dos filtros usados nos experimentos, sob diversos aspectos. Assim, na seção 4.5.1, são comparados os filtros estocásticos com os filtros originais nos quais estes se baseiam. Na seção 4.5.2 os filtros estocásticos são comparados com outras abordagens na literatura. Na seção 4.5.3 por sua vez, comparam-se os filtros estocásticos usando as distâncias derivadas da simetrização de divergências, com aqueles usando as distâncias geodésicas derivadas de espaços probabilísticos. Na seção 4.5.4 é feita uma comparação entre os filtros usando as diversas distâncias estocásticas derivadas no trabalho. E finalmente, na seção 4.5.5, compara-se o uso dos modelos de Rayleigh e Nakagami quando filtrando imagens de RF.

### 4.5.1 Comparação com filtros originais

Nesta seção os filtros estocásticos são comparados com os filtros originais nos quais são baseados. Para fazer tal comparação, montam-se as Tabelas 4.15 e 4.16 a partir dos dados brutos de desempenho de filtragem mostrados nas seções anteriores. Para tal, é tomado o valor da melhor média de métricas normalizadas para cada filtro e por tipo de imagem. Note que NLM-SIM, NLM-GEO, BM3D-SIM e BM3D-GEO representam um conjunto de filtros, e neste caso toma-se apenas o melhor valor médio de métricas dentro do conjunto. Assim, como exemplo, quando filtrando imagens de RF simuladas com variantes do filtro NLM (resultados brutos na Tabela 4.1), o filtro NLM-SIM com melhor média em métricas, com valor 0.79, é aquele derivado da divergência de Sharma-Mittal para a distribuição de Nakagami, referenciado na Tabela 4.1 como Nakagami-sim-Sharma-Mittal.

A Tabela 4.15 mostra a melhor média em métricas normalizadas para cada tipo de filtro e por tipo de imagem, para os filtros baseados em NLM. Do mesmo modo, a Tabela 4.16 mostra a melhor média em métricas normalizadas para cada tipo de filtro e por tipo de imagem, para os filtro baseados em BM3D.

**Tabela 4.15: Melhor média de métricas normalizadas na comparação de filtros NLM-SIM e NLM-GEO com filtro NLM.**

Imagens	Simuladas		Sintéticas		Reais (Tipo-1)		Reais (Tipo-2)
	log	RF	log	RF	log	RF	log
NLM-SIM	<b>1.0</b>	0.79	<b>0.99</b>	0.99	<b>1.0</b>	0.93	<b>0.99</b>
NLM-GEO	0.93	<b>0.85</b>	0.98	<b>1.00</b>	0.98	<b>0.94</b>	<b>0.99</b>
NLM	0.88	0.76	0.95	0.84	0.87	0.86	0.94

**Tabela 4.16: Melhor média de métricas normalizadas na comparação de filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO com filtro BM3D.**

Imagens	Simuladas		Sintéticas		Reais (Tipo-1)		Reais (Tipo-2)
	log	RF	log	RF	log	RF	log
BM3D-SIM	<b>1.00</b>	0.92	<b>1.00</b>	<b>0.96</b>	<b>1.00</b>	<b>0.94</b>	<b>1.00</b>
BM3D-GEO	<b>1.00</b>	<b>0.97</b>	<b>1.00</b>	0.72	<b>1.00</b>	0.90	<b>1.00</b>
BM3D	0.93	0.68	0.84	0.68	0.94	0.77	0.90

### 4.5.2 Comparação com outros filtros na literatura

Nesta seção os filtros estocásticos são comparados com outras abordagens de filtragem de *speckle* dadas na literatura e que foram usadas como referência nos experimentos. Para fazer tal comparação, montam-se as Tabelas 4.17 e 4.18 com a mesma abordagem usada na seção 4.5.1.

Na Tabela 4.17 são mostradas as melhores médias em métricas normalizadas para os filtros NLM-SIM, NLM-GEO, PPB e OBNLM. Do mesmo modo, a Tabela 4.18 mostra as melhores médias em métricas normalizadas para os filtros BM3D-SIM, BM3D-GEO, SAR-BM3D e OBNLM. Note que os filtros PPB e SAR-BM3D se aplicam somente às imagens de RF, enquanto o filtro OBNLM aplica-se somente às imagens de log.

**Tabela 4.17: Melhor média de métricas normalizadas na comparação de filtros NLM-SIM e NLM-GEO com filtros PPB e OBNLM.**

Imagens	Simuladas		Sintéticas		Reais (Tipo-1)		Reais (Tipo-2)
	log	RF	log	RF	log	RF	log
NLM-SIM	<b>1.0</b>	0.79	<b>0.99</b>	0.99	<b>1.0</b>	0.93	<b>0.99</b>
NLM-GEO	0.93	<b>0.85</b>	0.98	<b>1.00</b>	0.98	<b>0.94</b>	<b>0.99</b>
PPB	-	0.70	-	0.85	-	0.72	-
OBNLM	0.87	-	0.90		0.85	-	0.98

**Tabela 4.18: Melhor média de métricas normalizadas na comparação de filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO com filtros SAR-BM3D e OBNLM.**

Imagens	Simuladas		Sintéticas		Reais (Tipo-1)		Reais (Tipo-2)
	log	RF	log	RF	log	RF	log
BM3D-SIM	<b>1.00</b>	0.92	<b>1.00</b>	<b>0.96</b>	<b>1.00</b>	<b>0.94</b>	<b>1.00</b>
BM3D-GEO	<b>1.00</b>	<b>0.97</b>	<b>1.00</b>	0.72	<b>1.00</b>	0.90	<b>1.00</b>
SAR-BM3D	-	0.64	-	0.65	-	0.64	-
OBNLM	0.90	-	0.71		0.86	-	0.92

### 4.5.3 Comparação entre distâncias estocásticas e distâncias geodésicas

Nesta seção os filtros estocásticos gerados da simetria de divergências são comparados com aqueles gerados pelas distâncias geodésicas em espaços probabilísticos. Para fazer tal

comparação, montam-se as Tabelas 4.19 e 4.20 com a mesma abordagem usada na seção 4.5.1.

Na Tabela 4.19 são mostradas as melhores médias em métricas para os filtros NLM-SIM e NLM-GEO. Do mesmo modo, a Tabela 4.20 mostra as melhores médias em métricas para os filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO.

**Tabela 4.19: Melhor média de métricas normalizadas na comparação entre filtros NLM-SIM e NLM-GEO.**

Imagens	Simuladas		Sintéticas		Reais (Tipo-1)		Reais (Tipo-2)
	log	RF	log	RF	log	RF	log
NLM-SIM	<b>1.00</b>	0.79	<b>0.99</b>	0.99	<b>1.00</b>	0.93	<b>0.99</b>
NLM-GEO	0.93	<b>0.85</b>	0.98	<b>1.00</b>	0.98	<b>0.94</b>	<b>0.99</b>

**Tabela 4.20: Melhor média de métricas normalizadas na comparação entre filtros BM3D-SIM e BM3D-GEO.**

Imagens	Simuladas		Sintéticas		Reais (Tipo-1)		Reais (Tipo-2)
	log	RF	log	RF	log	RF	log
BM3D-SIM	<b>1.00</b>	0.92	<b>1.00</b>	<b>0.96</b>	<b>1.00</b>	<b>0.94</b>	<b>1.00</b>
BM3D-GEO	<b>1.00</b>	<b>0.97</b>	<b>1.00</b>	0.72	<b>1.00</b>	0.90	<b>1.00</b>

#### 4.5.4 Comparação entre distâncias estocásticas

Nesta seção são comparados os filtros baseados nas diversas distâncias estocásticas derivadas neste trabalho. Para tal, são construídas as Tabelas 4.21 e 4.22, para os filtros baseados em NLM e BM3D respectivamente. As tabelas são construídas simplesmente listando o nome dos filtros com melhor média de métricas normalizadas para cada tipo e formato de imagem. Assim, por exemplo, os filtros baseados nas distâncias geodésicas de Havrda-Charvát, Sharma-Mittal e Tsallis para a distribuição de Rayleigh são as que têm melhor média de métricas normalizadas para filtragem de imagens de RF simuladas, quando usando filtros baseados em NLM (dados brutos na Tabela 4.1).

Na Tabela 4.21 são mostradas as distâncias com melhores médias em métricas para os filtros baseados em NLM. Do mesmo modo, a Tabela 4.22 mostra as distâncias com melhores médias em métricas normalizadas para os filtros baseados em BM3D. As distâncias em negrito servem apenas para enfatizar a repetição das mesmas para os vários tipos de imagens.

**Tabela 4.21: Distâncias com melhor média de métricas normalizadas na comparação entre distâncias estocásticas usadas em filtros NLM-SIM e NLM-GEO.**

	Imagens log	Imagens RF
<b>Imagens Simuladas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát</li> <li>▶ Fisher-Tippett-sim-Rényi</li> <li>▶ Fisher-Tippett-sim-Bhattacharyya</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Rayleigh-geo-Havrda-Charvát</li> <li>▶ Rayleigh-geo-Sharma-Mittal</li> <li>▶ Rayleigh-geo-Tsallis</li> </ul>
<b>Imagens Sintéticas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát</li> <li>▶ Fisher-Tippett-sim-Rényi</li> <li>▶ Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal</li> <li>▶ Fisher-Tippett-sim-Kullback-Leibler</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Rayleigh-geo-Havrda-Charvát</li> <li>▶ Rayleigh-geo-Sharma-Mittal</li> <li>▶ Rayleigh-geo-Tsallis</li> </ul>
<b>Imagens Reais</b>	<p><b>Grupo-1</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Fisher-Tippett-sim-Hellinger</li> <li>▶ Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát</li> <li>▶ Fisher-Tippett-sim-Rényi</li> </ul> <p><b>Grupo-2</b></p> <p>( sem diferenças )</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Rayleigh-geo-Arimoto</li> <li>▶ Rayleigh-geo-Havrda-Charvát</li> <li>▶ Rayleigh-geo-Sharma-Mittal</li> <li>▶ Rayleigh-geo-Tsallis</li> </ul>



**Tabela 4.22: Distâncias com melhor média de métricas normalizadas na comparação entre distâncias estocásticas usadas em filtros BM3D-EST e BM3D-GEO.**

	Imagens log	Imagens RF
Imagens Simuladas	( sem diferenças )	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Rayleigh-geo-Sharna-Mittal</li> <li>▶ Rayleigh-geo-Havrda-Charvát</li> <li>▶ Rayleigh-geo-Tsallis</li> </ul>
Imagens Sintéticas	( sem diferenças )	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Nakagami-sim-Rényi</li> <li>▶ Nakagami-sim-Havrda-Charvát</li> </ul>
Grupo-1	( sem diferenças )	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Nakagami-sim-Rényi</li> <li>▶ Nakagami-sim-Havrda-Charvát</li> </ul>
Imagens Reais		
Grupo-2	( sem diferenças )	

#### 4.5.5 Comparação de uso de modelos Rayleigh e Nakagami

Nesta seção é comparado o desempenho dos filtros baseados nas distâncias derivadas para as distribuições de Rayleigh e Nakagami, e que se aplicam para as imagens de RF. Para tal, são construídas as Tabelas 4.23 e 4.24, onde a melhor média em métricas normalizadas é tomada para cada tipo de filtro e tipo de imagem.

Na Tabela 4.23 são mostradas as melhores médias em métricas normalizadas para variações do filtro NLM, quando usando distâncias estocásticas derivadas para as distribuições de Rayleigh e Nakagami. Do mesmo modo, a Tabela 4.24 mostra os variantes para o filtro BM3D usando distâncias estocásticas derivadas para as distribuições de Rayleigh e Nakagami.

**Tabela 4.23: Melhor média de métricas normalizadas na comparação entre uso de modelos Rayleigh e Nakagami para NLM.**

Imagens	Simuladas	Sintéticas	Reais (Tipo-1)
	RF	RF	RF
Rayleigh (NLM)	<b>0.85</b>	<b>1.00</b>	<b>0.94</b>
Nakagami (NLM)	0.79	0.95	0.92

**Tabela 4.24: Melhor média de métricas normalizadas na comparação entre uso de modelos Rayleigh e Nakagami para BM3D.**

Imagens	Simuladas	Sintéticas	Reais (Tipo-1)
	RF	RF	RF
Rayleigh (BM3D)	<b>0.97</b>	0.73	0.90
Nakagami (BM3D)	0.89	<b>0.96</b>	<b>0.94</b>

## 4.6 Discussão geral de resultados

De maneira geral, como mostram as tabelas de desempenho de filtragem dadas nas seções 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4, tanto o algoritmo NLM quando BM3D têm ganho consistente de desempenho na filtragem de imagens de ultrassom, quando se troca a distância Euclidiana pelas distâncias estocásticas derivadas neste trabalho. Isto é válido tanto para imagens no domínio original (RF) quando para imagens no domínio logarítmico. Além disso, é válido para imagens reais, simuladas e com ruído sintético. Tal resultado pode também ser visualizado nas sumarizações dadas pelas Tabelas 4.15 e 4.16, onde se mostra que para qualquer tipo de imagem, sempre um filtro baseado em uma distância estocástica tem melhor desempenho que os algoritmos originais NLM e BM3D, quando consideramos a média do conjunto de métricas normalizadas utilizadas neste trabalho.

Além de impor melhorias aos filtros NLM e BM3D quando usando as distâncias estocásticas, os filtros NLM-SIM, NLM-GEO, BM3D-SIM e BM3D-GEO têm desempenho consistentemente melhor que as outras abordagens da literatura que foram usadas nos experimentos, como mostram as Tabelas 4.17 e 4.18. Note que em todos os casos um filtro baseado nas distâncias estocásticas tem a melhor média de desempenho em métricas normalizadas.

Quando se compara o desempenho dos filtros estocásticos com relação ao tipo de método

usado para gerar as distâncias estocásticas, os resultados dos testes, sumarizados nas Tabelas 4.19 e 4.20 sugerem as seguintes conclusões:

- 1) Quando usando o algoritmo NLM:
  - 1.1) os filtros baseados nas distâncias estocásticas derivadas da simetrização de divergências têm melhor desempenho para filtragem de imagens de log;
  - 1.2) os filtros baseados nas distâncias estocásticas derivadas de espaços probabilísticos têm melhor desempenho para filtragem de imagens de RF;
- 2) Quando usando o algoritmo BM3D:
  - 2.1) não existe diferença de desempenho entre os filtros baseados nos dois modos de gerar a distância estocástica quando filtrando imagens de log;
  - 2.2) já quando filtrando imagens de RF, o desempenho depende do tipo de imagem sendo considerado, não sendo possível estabelecer um resultado genérico;

Quando se tenta verificar quais distâncias estocásticas geram os filtros com melhor desempenho, os dados sumarizados nas Tabelas 4.21 e 4.22 sugerem as seguintes conclusões:

- 1) Quando usando o algoritmo NLM:
  - 1.1) as distâncias estocásticas derivadas da simetrização das divergências de Havrda-Charvát e Rényi para a distribuição de Fisher-Tippett geram os filtros com melhor desempenho para filtragem de imagens de log;
  - 1.2) as distâncias geodésicas derivadas das entropias de Havrda-Charvát, Sharma-Mittal e Tsallis para a distribuição de Rayleigh geram os filtros com melhor desempenho para filtragem de imagens de RF;
- 2) Quando usando o algoritmo BM3D:
  - 2.1) não existe diferença de desempenho nos filtros baseados nas diversas distâncias estocásticas quando filtrando imagens de log;
  - 2.2) já quando filtrando imagens de RF, o melhor desempenho está associado às distâncias estocásticas derivadas da simetrização das divergências de Havrda-Charvát e Rényi para a distribuição de Nakagami, embora isto não seja válido para as imagens simuladas.

Finalmente, quando filtrando imagens de RF usando variantes do filtro NLM, os resultados sumarizados nas Tabelas 4.23 sugerem que é melhor usar os filtros baseados em distâncias

---

estocásticas derivadas para o modelo de Rayleigh. Embora, em teoria, o modelo de Nakagami seja mais genérico que o modelo Rayleigh em termos dos cenários de espalhamento que podem ser explicados, o desempenho dos filtros baseados neste modelo podem ser degradados pela maior instabilidade de cálculo do estimador MLE de seu parâmetro de forma ( $m$ ), que não tem forma fechada.

# Capítulo 5

## CONCLUSÃO

---

---

Este trabalho fez um estudo detalhado e amplo da aplicabilidade de distâncias estocásticas em abordagens não locais de atenuação de *speckle*. Foram consideradas imagens de ultrassom no domínio original (imagens de RF) e log-comprimidas, com respectiva modelagem de *speckle* com as distribuições de Rayleigh ou Nakagami, e Fisher-Tippett. Para cada uma destas distribuições foram deduzidas diversas distâncias estocásticas. Tais distâncias estocásticas foram deduzidas com uso de dois métodos. O primeiro, baseado na simetrização de divergências estatísticas e o segundo pela dedução de distâncias geodésias em espaços probabilísticas.

Para cada uma das distâncias estocásticas deduzidas foram implementados variantes dos filtros NLM e BM3D. Nestas variantes a distância Euclidiana usada na abordagem inicial foi trocada por uma distância estocástica, gerando então versões NLM e BM3D estocásticas.

Os filtros NLM e BM3D estocásticos foram testados com uso de imagens reais, simuladas e com ruído sintético, numa comparação que englobou também os filtros NLM e BM3D originais, bem como algumas outras abordagens apresentadas na literatura para atenuação de *speckle*.

Os resultados dos testes sugerem que os filtros estocásticos apresentam desempenho consistentemente melhor que os filtros originais, indicando que a substituição da distância Euclidiana pelas distâncias estocásticas beneficia tanto o filtro NLM quanto o filtro BM3D. Os resultados sugerem também que os filtros estocásticos têm desempenho melhor que algumas outras abordagens de atenuação de *speckle* citadas na literatura. Dos filtros estocásticos derivados de NLM, aqueles baseados na entropia e divergência de Havrda-Charvát são os que têm melhor desempenho na filtragem de imagens de RF e log. Já os filtros derivados de BM3D não mostram diferenças de desempenho quando usando qualquer das distâncias estocásticas derivadas e filtrando imagens de log. Já as distâncias estocásticas derivadas da simetrização das divergências de Havrda-Charvát e Rényi para a distribuição de Nakagami apresentam melhor desempenho

para filtrar imagens de RF sintéticas e reais quando usando o filtro BM3D estocástico.

# Capítulo 6

## CONTRIBUIÇÕES

---

---

De maneira geral, a contribuição deste trabalho é o avanço no estado da arte de filtragem de ruído *speckle* em imagens de ultrassom, com determinação de novas medidas de similaridade entre *patches* baseadas em distâncias estocásticas, implementação e teste de novos filtros não-locais, tanto no domínio original como do logaritmo (homomórfico).

Para listar de maneira detalhada as contribuições deste trabalho, e considerando apenas tópicos que não são casos particulares de deduções ou técnicas já aplicadas a *speckle*, temos:

- Derivação das seguintes distâncias estocásticas para distribuição de Rayleigh:
  1. distâncias baseadas em simetrização de divergências:
    - (a) Havrda-Charvát
    - (b) Sharma-Mittal
    - (c) triangular
    - (d) média-harmônica
  2. distâncias geodésicas baseadas em espaços probabilísticos para as entropias de:
    - (a) Arimoto
    - (b) Havrda-Charvát
    - (c) Rényi
    - (d) Shannon
    - (e) Sharma-Mittal
    - (f) Tsallis
    - (g) Varma
- Derivação das seguintes distâncias estocásticas e estatísticas de teste para distribuição de Nakagami:

1. distâncias e estatísticas de teste baseadas em simetrização de divergências:
  - (a) Bhattacharyya
  - (b) Havrda-Charvát
  - (c) Rényi
  - (d) Sharma-Mittal
- Derivação das seguintes distâncias estocásticas e estatísticas de teste para distribuição de Fisher-Tippett:
  1. distâncias e estatísticas de teste baseadas em simetrização das divergências:
    - (a) Bhattacharyya
    - (b) Havrda-Charvát
    - (c) Hellinger
    - (d) Rényi
    - (e) Sharma-Mittal
    - (f) triangular
    - (g) média-harmônica
  2. distâncias geodésicas baseadas em espaços probabilísticos:
    - (a) Arimoto
    - (b) Havrda-Charvát
    - (c) Rényi
    - (d) Shannon
    - (e) Sharma-Mittal
    - (f) Tsallis
    - (g) Varma
- Implementação de filtros baseados no método NLM utilizando cada uma das distâncias derivadas acima;
- Implementação de filtros baseados no método BM3D utilizando cada uma das distâncias derivadas acima;
- Experimentação de todos os filtros desenvolvidos com uso de imagens reais, simuladas e sintéticas, sendo estas nos formatos de RF e log-comprimidas.

Adicionalmente, foram escritos os artigos:

- *"Ultrasound Image Despeckling Using Stochastic Distance-Based BM3D"*;



- 
- *"Geodesic distances in probabilistic spaces for patch-based ultrasound image processing"*;
  - *"Patch similarity in ultrasound images with hypothesis testing and stochastic distances"*.

# Capítulo 7

## TRABALHOS FUTUROS

---

---

Neste trabalho foram criados filtros estocásticos de *speckle* pela troca da distância Euclidiana por uma distância estocástica em filtros não-locais. Tais filtros estocásticos não levaram em consideração possíveis outras adaptações para que fosse possível verificar de maneira inequívoca o efeito da troca da medida de distância em tais algoritmos. Como trabalho futuro, poder-se-ia tentar melhorar o desempenho dos filtros estocásticos com as seguintes alterações:

- Para filtros baseados em BM3D: Além de trocar as medidas de distância, outros dois aspectos poderiam ser experimentados no filtro BM3D para melhorar o desempenho de remoção de *speckle*:
  - transformadas 2D e 1D: Este trabalho usou as transformadas esparsas dadas na Tabela 3.12, que já estavam implementadas na versão original do filtro BM3D. O desempenho de outros tipos de transformadas esparsas poderiam ser experimentadas em imagens de ultrassom, como por exemplo a transformada de *Brushlets* sugerida em Gan et al. (2015), a transformada de *Contourlets* proposta em Kabir, Imamul e Bhuiyan (2014), a transformada DTCWT (*dual-tree complex wavelet transform*) recomendada em Wang et al. (2013), ou as transformadas de *Curvelets* e *Shearlets*, que além da transformada de *Contourlets*, foram usadas por Pinheiro (2017) para tratar imagens tomográficas;
  - filtragem dos blocos: No algoritmo BM3D os blocos 3D são filtrados por limiarização de coeficientes no primeiro passo e usando um filtro de Wiener no segundo passo. Outras técnicas de filtragem em domínio esparso mais adaptadas para ruído *speckle* poderiam ser tentadas, principalmente no primeiro passo do algoritmo. Como exemplo, poder-se-ia adotar os limiares sugeridos em Andria et al. (2013), ou aplicar o método de estabilização de variância antes da limiarização, utilizando a

transformação de Fisz (FISZ, 1955) , como proposto em Farouj et al. (2017).

- Para filtros baseados em NLM: O filtro NLM é mais simples que o filtro BM3D em termos das operações que são efetuadas, não existindo tantas possibilidades de alteração além da substituição da medida de distância. No entanto, um possível ganho incremental de desempenho poderia ser tentando fazendo a constante  $h$  do filtro ser adaptativa. Esta sugestão vem da análise do conjunto de imagens dadas nas Figuras 3.24 e 3.26. Note que em áreas heterogêneas da imagem seria adequado usar valores de  $h$  médios, enquanto nas áreas homogêneas seria adequado usar valores muito altos para eliminar mais *speckle*.

Além de melhorias no filtros estocásticos, outra possibilidade de trabalhos futuros, de aplicação mais ampla, é o uso das distâncias estocásticas derivadas aqui em outras técnicas de processamento de imagens de ultrassom, como por exemplo, a segmentação. Nos artigos mostrados nos apêndices D e E são feitos experimentos de segmentação em imagens de ultrassom com as distâncias estocásticas derivadas neste trabalho que sugerem bom desempenho. Ao menos em teoria, qualquer técnica de processamento de imagens de ultrassom baseada em *patches*, e que use a distância Euclidiana como medida de similaridade, deveria ter um ganho de desempenho ao usar as distâncias estocásticas derivadas aqui.

Associado à métricas de qualidade de filtragem de imagens, em trabalho recente, Déniz, Ospina e Frery (2017) propõem uma nova métrica quantitativa de qualidade para imagens SAR, usada tanto para comparar o resultado de filtros de *speckle* em SAR, como para otimizar os parâmetros dos filtros. Poder-se-ia adaptar tal métrica de qualidade para imagens de ultrassom, o que potencialmente poderia facilitar a comparação de filtros de *speckle* em ultrassom, evitando-se o uso das múltiplas métricas descritas na seção 2.6. Vale ressaltar que, como o método proposto por Déniz, Ospina e Frery (2017) se baseia no modelo multiplicativo, não seria diretamente válido para imagens de ultrassom log-comprimidas.

Associado à perspectiva teórica das distâncias estocásticas apresentadas aqui, dois aspectos poderiam ser estudados. O primeiro relaciona-se à verificação se tais distâncias estocásticas obedecem à propriedade da desigualdade triangular discutida na seção 2.5.1, e em caso negativo, verificar qual o impacto deste fato no uso de tais distâncias. O segundo aspecto relaciona-se com a dedução das distâncias geodésicas para a distribuição de Nakagami. Aparentemente não é viável deduzir tais distâncias diretamente das equações (2.65) e (2.66) quando se consideram os dois parâmetros variáveis. No entanto poder-se-ia deduzir as distâncias geodésicas considerando um dos parâmetros fixos, resultando em duas distâncias. Uma para quando o parâmetro  $m$  está fixo, e outra para quando o parâmetro  $\omega$  está fixo. Ao menos intuitivamente aparenta que ao fixar um dos parâmetros cria-se uma projeção da distância na base do espaço

relacionada com tal parâmetro. Eventualmente, conhecendo as projeções nas duas bases do espaço, e utilizando outras considerações geométricas, se possa encontrar a distância geodésica, ou aproximação desta, quando se consideram os dois parâmetros da distribuição variáveis.

Finalmente, seriam necessários experimentos adicionais para verificar se as técnicas apresentadas neste trabalho implicam em possibilidade de melhores diagnósticos em imagens de ultrassom. Embora os resultados dos experimentos com especialista médico incluído no artigo mostrado no apêndice C indiquem tal melhoria, seriam necessários experimentos com mais especialistas médicos e utilizando possivelmente imagens de diversos tipos de órgãos para uma conclusão mais sólida estatisticamente.

## REFERÊNCIAS

---

---

- ABD-ELMONIEM, K. Z.; YOUSSEF, A. B. M.; KADAH, Y. M. Real-time speckle reduction and coherence enhancement in ultrasound imaging via nonlinear anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 49, n. 9, p. 997–1014, 2002.
- ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. 9. ed. New York, USA: Dover, 1970.
- AL-ASAD, J. F.; REZA, A. M.; TECHAVIPOO, U. An ultrasound image despeckling approach based on principle component analysis. *International Journal of Image Processing*, v. 8, n. 4, p. 156–177, 2014.
- AMARI, S. *Differential Geometry in Statistical Inference*. Hayward, CA, USA: Institute of Mathematical Statistics, 1987. v. 10. (American Oriental Series, v. 10). ISBN 9780940600126.
- ANDRIA, G. et al. A suitable threshold for speckle reduction in ultrasound images. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, IEEE, v. 62, n. 8, p. 2270–2279, Apr 2013.
- ARIMOTO, S. Information-theoretical considerations on estimation problems. *Information and Control*, v. 19, n. 3, p. 181–194, 1971.
- ATKINSON, C.; MITCHELL, A. F. S. Rao's distance measure. *The Indian Journal of Statistics*, v. 43, n. 3, p. 345–356, 1981.
- BERCOFF, J. Ultrafast ultrasound imaging. In: MININ, I. V.; MININ, O. V. (Ed.). *Ultrasound Imaging - Medical Applications*. Rijeka, Croatia: InTech, 2011. cap. 1.
- BHATTACHARYYA, A. On a measure of divergence between two statistical populations defined by their probability distributions. *Bulletin of Calcutta Mathematical Society*, v. 35, n. 1, p. 99–109, 1943.
- BINDILATTI, A. A.; MASCARENHAS, N. D. A. A nonlocal Poisson denoising algorithm based on stochastic distances. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 20, n. 11, p. 1010–1013, Aug 2013.
- BOSYK, G. M. et al. A family of generalized quantum entropies: definition and properties. *Quantum Information Processing*, v. 15, p. 3393–3420, 2016.
- BREIVIK, L. H. et al. Multiscale nonlocal means method for ultrasound despeckling. In: *Proceedings of the IEEE International Ultrasonics Symposium*. Chicago, USA: IEEE, 2014. p. 1324–1327.

- BUADES, A.; COLL, B.; MOREL, J. M. A review of image denoising algorithms, with a new one. *SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation*, v. 2, p. 490–530, 2005.
- BUADES, A.; COLL, B.; MOREL, J.-M. Non-local means denoising. *Image Processing On Line*, v. 1, 2011.
- BURBEA, J.; RAO, C. R. Entropy differential metric, distance and divergence measures in probability spaces: A unified approach. *Journal of Multivariate Analysis*, v. 12, p. 575–596, 1982.
- BURBEA, J.; RAO, C. R. On the convexity of some divergence measures based on entropy functions. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 28, n. 3, p. 489–495, 1982.
- BURNS, P. N. *Introduction to the Physical Principles of Ultrasound Imaging and Doppler*. 2015. Disponível em: <<http://studylib.net/doc/8101087/introduction-to-the-physical-principles-of-ultrasound-ima...>>.
- CHENG, J.; BEAULIEU, N. C. Maximum-likelihood based estimation of the Nakagami m parameter. *IEEE Communications Letters*, IEEE, v. 5, n. 3, p. 101–103, 2001.
- CIUPERCA, G.; GIRARDIN, V.; LHOTE, L. Computation and estimation of generalized entropy rates for denumerable Markov chains. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 57, p. 4026–4034, 2011.
- COUPÉ, P. et al. Nonlocal means-based speckle filtering for ultrasound images. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 18, n. 10, p. 2221–2229, 2009.
- CRIMMINS, T. R. Geometric filter for speckle reduction. *Appl. Opt.*, OSA, v. 24, n. 10, p. 1438–1443, May 1985.
- CRISTEA, A. *Ultrasound tissue characterization using speckle statistics*. Tese (Doutorado) — Université Claude Bernard-Lyon, 2016.
- CSISZÁR, I. Information-type measures of difference of probability distributions and indirect observations. *Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica*, v. 2, p. 299–318, 1967.
- DABOV, K. et al. Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 16, n. 8, p. 2080–2095, 2007.
- DELEDALLE, C. A.; DENIS, L.; TUPIN, F. Iterative weighted maximum likelihood denoising with probabilistic patch-based weights. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 18, n. 12, p. 2661–2672, 2009.
- DELLEPIANE, S. G.; ANGIATI, E. Quality assessment of despeckled SAR images. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, v. 7, n. 2, p. 691–707, 2014.
- DÉNIZ, L. G.; OSPINA, R.; FRERY, A. C. Unassisted quantitative evaluation of despeckling filters. *Remote Sensing*, v. 9, n. 4, p. 389, 2017.
- DESTREMPES, F.; CLOUTIER, G. A critical review and uniformized representation of statistical distributions modeling the ultrasound echo envelope. *Ultrasound in Medicine & Biology*, v. 36, n. 7, p. 1037–51, 2010.

- DIACONIS, P.; ZABEL, S. L. Updating subjective probability. *Journal of the American Statistical Association*, v. 77, n. 380, p. 822–830, 1982.
- FAROUIJ, Y. et al. Hyperbolic wavelet-Fisz denoising for a model arising in ultrasound imaging. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, IEEE, v. 3, n. 1, p. 1–10, Mar 2017.
- FAWCETT, T. An introduction to ROC analysis. *Pattern Recognition Letters*, v. 27, n. 8, p. 861–874, Jun 2006.
- FISHER, R. The condition under which  $\chi^2$  measures the discrepancy between observation and hypothesis. *Journal of the Royal Statistical Society*, v. 87, p. 442–450, 1924.
- FISZ, M. The limiting distribution of a function of two independent random variables and its statistical application. *Colloquium Mathematicum*, v. 3, p. 138–146, 1955.
- FLORES, W. G.; PEREIRA, W. C. A.; INFANTOSI, A. F. C. Breast ultrasound despeckling using anisotropic diffusion guided by texture descriptors. *Ultrasound in Medicine & Biology*, v. 40, n. 11, p. 2609–2621, 2014.
- FRERY, A. C.; NASCIMENTO, A. D. C.; CINTRA, R. J. Analytic expressions for stochastic distances between relaxed complex Wishart distributions. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, v. 52, n. 2, p. 1213–1226, 2014.
- FROST, V. S. et al. A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 4, n. 2, p. 157–166, 1982.
- GAN, Y. et al. BM3D-based ultrasound image denoising via brushlet thresholding. In: *International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI)*. New York, USA: IEEE, 2015. p. 667–670.
- GAO, G. Statistical modeling of SAR images: A survey. *Sensors, Multidisciplinary Digital Publishing Institute-MDPI*, v. 10, n. 1, p. 775–795, 2010.
- GEORGIU, G.; COHEN, F. S. Statistical characterization of diffuse scattering in ultrasound images. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, v. 45, n. 1, p. 57–64, 1998.
- GOODMAN, J. Some fundamental properties of speckle. v. 66, p. 1,145–1,150, 11 1976.
- GOODMAN, J. *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications*. Englewood, USA: Roberts & Company, 2007. ISBN 9780974707792.
- HAO, X.; GAO, S.; GAO, X. A novel multiscale nonlinear thresholding method for ultrasonic speckle suppressing. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, v. 18, n. 9, p. 787–7947, 1999.
- HAVRDA, J.; CHARVÁT, F. Quantification method of classification processes. concept of structural a-entropy. *Kybernetika*, v. 3, n. 1, p. 30–35, 1967.
- HENDEE, W. R.; RITENOUR, E. R. *Medical Imaging Physics*. 4. ed. New York, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2002. ISBN 978-0-471-38226-3.
- INSANA, M. F. *RF Ultrasound patient data*. 2016. Disponível em: <[http://ultrasonics.bioengineering.illinois.edu/data\\_patient.asp](http://ultrasonics.bioengineering.illinois.edu/data_patient.asp)>.

- JAKEMAN, E.; TOUGH, R. J. A. Generalized K distribution: A statistical model for weak scattering. *Journal of the Optical Society of America*, v. 4, n. 9, p. 1764–1772, Jan 1987.
- JAROSZEWICZ, S. *Information-Theoretical and combinatorial methods in data-mining*. Tese (Doutorado) — University of Massachusetts Boston, 2003.
- JENSEN, J. A. *User's guide for the Field II program*. Lyngby, Denmark, 2014. Release 3.24.
- JENSEN, J. A. *Field II Simulation Program*. 2015. Disponível em: <<http://field-ii.dk/>>.
- KABIR, S. M.; IMAMUL, M.; BHUIYAN, H. Speckle noise modeling in the contourlet transform domain. In: IEEE. *IEEE International Conference on Electrical Information and Communication Technology*. Khulna, Bangladesh, 2014. p. 1–6.
- KARL, J. H. *An introduction to digital signal processing*. San Diego, USA: Academic Press, Inc., 1989. (Synthesis lectures on image). ISBN 0-12-398420-3.
- KLEIN, T. J. *Statistical Image Processing of Medical Ultrasound Radio Frequency Data*. Tese (Doutorado) — Universidade Técnica de Munique, 2012.
- KUAN, D. T. et al. Adaptive noise smoothing filter for images with signal-dependent noise. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 7, n. 2, p. 165–177, 1985.
- KULLBACK, S.; LEIBLER, R. On information and sufficiency. *The Annals of Mathematical Statistics*, v. 22, n. 1, p. 79–86, 1951.
- LEBRUN, M. An analysis and implementation of the BM3D image denoising method. *Image Processing On Line*, v. 2, p. 175–213, 2012.
- LEE, J. J. *Formação e processamento de imagens de ultrassom*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2010.
- LEE, J. S. Speckle analysis and smoothing of synthetic aperture radar images. *Computer graphics and image processing*, v. 17, n. 1, p. 24–32, 1981.
- LOIZOU, C.; PATTICHIS, C. *Despeckle Filtering for Ultrasound Imaging and Video, Volume I: Algorithms and Software*. 2. ed. San Rafael, USA: Morgan & Claypool Publishers, 2015. v. 2. (Synthesis digital library of engineering and computer science, v. 2). ISBN 9781627058148.
- MARTINO, G. D. et al. Benchmarking framework for SAR despeckling. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, v. 52, n. 3, p. 1596–1615, 2014.
- MATHIASSEN, J. R.; SKAVHAUG, A.; BØ, K. Texture similarity measure using kullback-leibler divergence between gamma distributions. In: *ECCV 2002: 7th European Conference on Computer Vision*. Copenhagen, Denmark: Springer Berlin Heidelberg, 2002. p. 133–147.
- MEDEIROS, F. N. S. de et al. Edge preserving wavelet speckle filtering. In: *Southwest Symposium on Image Analysis and Interpretation (SSIAI)*. Santa Fe, USA: IEEE Computer Society, 2002. p. 281–285.
- MENÉNDEZ, M. L. et al.  $(h, \phi)$ -Entropy differential metric. *Applications of Mathematics*, v. 42, n. 2, p. 81–98, 1997.



- MICHAILOVICH, O. V.; TANNENBAUM, A. Despeckling of medical ultrasound images. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency control*, v. 53, n. 1, p. 64–78, 2006.
- MILANFAR, P. Symmetrizing smoothing filters. *SIAM J. Imaging Sciences*, v. 6, n. 1, p. 263–284, 2013.
- MORA, M.; TAUBER, C.; BATATIA, H. Robust level set for heart cavities detection in ultrasound images. In: *Proceedings of the Computers in Cardiology*. Lyon, France: IEEE, 2005. p. 235–238.
- MORALES, D.; PARDO, L. Asymptotic properties of divergence statistics in a stratified random sampling and its applications to test statistical hypotheses. *Journal of Statistical Planning and Inference*, v. 38, p. 201–222, 1994.
- NAGAO, M.; MATSUYAMA, T. Edge preserving smoothing. *Computer Graphics and Image Processing*, v. 9, n. 4, p. 394–407, Apr 1979.
- NARANJO-TORRES, J.; GAMBINI, J.; FRERY, A. C. The geodesic distance between  $G_I^0$  models and its application to region discrimination. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, v. 10, n. 3, p. 987–997, 2017.
- NASCIMENTO, A. D. C.; CINTRA, R. J.; FRERY, A. C. Hypothesis testing in speckled data with stochastic distances. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, v. 48, n. 1, p. 373–385, 2010.
- OTHMAN, A.; TIZHOOSH, H.; KHALVATI, F. EFIS-Evolving fuzzy image segmentation. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, v. 22, n. 1, p. 72–82, 2014.
- PARDO, L. *Statistical Inference Based on Divergence Measures*. 1. ed. Boca Raton, USA: Taylor & Francis, 2006. ISBN 1-58488-600-5.
- PARRILLI, S. et al. A non local SAR image denoising algorithm based on LLMMSE wavelet shrinkage. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, v. 50, n. 2, p. 606–616, 2012.
- PEARSON, K. On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling. *Philosophical Magazine*, v. 50, p. 157–175, 1900.
- PENNA, P. A. A. *Filtragem de ruído speckle em imagens de radar de abertura sintética por filtros de média não local com transformação homomórfica e distâncias estocásticas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de São Carlos, 2014.
- PINHEIRO, A. M. *Filtragem de sinograma tomográfico afetado por ruído Poisson utilizando wavelets anisotrópicas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de São Carlos, 2017.
- POLZEHL, J.; SPOKOINY, V. Propagation-separation approach for local likelihood estimation. *Probability Theory and Related Fields*, v. 135, n. 3, p. 335–362, 2006.
- RAO, C. R. Information and accuracy attainable in the estimation of statistical parameters. *Bulletin of Calcutta Mathematical Society*, v. 37, n. 3, p. 81–91, 1945.

- RATHA, D. et al. Change detection in polarimetric SAR images using a geodesic distance between scattering mechanisms. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, PP, n. 99, p. 1–5, 2017.
- RÉNYI, A. On measures of entropy and information. In: *Proceedings of the 4th Berkeley Symposium on Mathematics, Statistics and Probability*. Berkeley, USA: University of California Press, 1961. p. 547–561.
- ROHATGI, V. K.; SALEH, A. K. M. E. *An Introduction to Probability and Statistics*. 3. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2015.
- SAFA, F.; FLOUZAT, G. Speckle removal on radar imagery based on mathematical morphology. *Signal Processing*, Elsevier, v. 16, n. 4, p. 319–333, Apr 1989.
- SALICRÚ, M. et al. Asymptotic distribution of  $(h, \phi)$ -entropies. *Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica*, v. 22, n. 7, p. 2015–2031, 1993.
- SALICRÚ, M. et al. On the applications of divergence type measures in testing statistical hypotheses. *Journal of Multivariate Analysis*, v. 51, p. 372–391, 1994.
- SANTOS, J. D. dos; SILVA, Z. C. da. *Métodos Numéricos*. 1. ed. Recife, Pernambuco: Editora universitária da UFPE, 2006.
- SATTAR, F. et al. Image enhancement based on a nonlinear multiscale method. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 6, n. 6, p. 888–895, 1997.
- SHAMSODDINI, A.; TRINDER, J. C. Image texture preservation in speckle noise suppression. In: *International Society for Photogrammetry and Remote Sensing Commission VII Symposium*. Vienna, Austria: ISPRS, 2010. p. 239–244.
- SHANKAR, P. M. A general statistical model for ultrasonic backscattering from tissues. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, v. 47, n. 3, p. 727–736, 2000.
- SHANNON, C. A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, v. 27, p. 379–423, 1948.
- SHARMA, B.; MITTAL, D. New non-additive measures of entropy for discrete probability distributions. *Journal of Mathematical Sciences*, v. 10, p. 28–40, 1975.
- SLABAUGH, G.; UNAL, G.; CHANG, T. Information-theoretic feature detection in ultrasound images. In: *Proceedings of IEEE International Conference of the Engineering in Medicine and Biology Society*. New York, USA: IEEE, 2006. p. 2638–2642.
- STEPANISHEN, P. R. The time-dependent force and radiation impedance on a piston in a rigid infinite planar baffle. *Journal of the Acoustic Society of America*, v. 49, p. 841–849, 1971.
- STEPANISHEN, P. R. Transient radiation from pistons in an infinite planar baffle. *Journal of the Acoustic Society of America*, v. 49, p. 1627–1638, 1971.
- TANEJA, I. J. Bounds on triangular discrimination, harmonic mean and symmetric chi-square divergences. *Journal of Concrete and Applicable Mathematics*, v. 4, n. 1, p. 91–111, 2006.

- TAXT, T. Restoration of medical ultrasound images using two dimensional homomorphic deconvolution. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency control*, v. 42, n. 4, p. 543–554, 1995.
- TORRES, L.; FRERY, A. C. SAR image despeckling algorithms using stochastic distances and nonlocal means. In: *Workshop of Theses and Dissertations (WTD) in SIBGRAPI 2013 (XXVI Conference on Graphics, Patterns and Images)*. Arequipa, Peru: Alexandre Falcão, Fernando Paulovich, 2013.
- TORRES, L. et al. Speckle reduction in polarimetric SAR imagery with stochastic distances and nonlocal means. *Pattern Recognition*, v. 47, p. 141–157, 2014.
- TSALLIS, C. Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. *Journal of Statistical Physics*, v. 52, p. 479–487, 1988.
- TUPHOLME, G. E. Generation of acoustic pulses by baffled plane pistons. *Mathematika*, v. 16, n. 2, p. 209–224, 1969.
- UNIVERSITY OF CALIFORNIA, BERKELEY, EECS. *The Berkeley Segmentation Dataset and Benchmark*. 2017. [Online; acessado em 22 de Junho de 2017]. Disponível em: <<https://www2.eecs.berkeley.edu/Research/Projects/CS/vision/bsds/>>.
- UNIVERSITY OF SOUTHERN CALIFORNIA, SIGNAL AND IMAGE PROCESSING INSTITUTE. *USC-SIPI Image Database*. 2015. [Online; acessado em 30 de Novembro de 2015]. Disponível em: <<http://sipi.usc.edu/database>>.
- VARMA, R. S. Generalizations of Renyi's entropy of order  $\alpha$ . *Journal of Mathematical Sciences*, v. 1, p. 34–38, 1966.
- VIGNESH, R.; OH, B. T.; KUO, C. J. Fast non-local means (NLM) computation with probabilistic early termination. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 17, n. 3, p. 277–280, Mar 2010.
- VOINOV, V.; NIKULIN, M.; BALAKRISHNAN, N. *Chi-Squared Goodness of Fit Tests with Applications*. Waltham, USA: Elsevier, 2013. ISBN 978-0-12-397194-4.
- WANG, A. C. B. Z. Mean squared error: Love it or leave it? - A new look at signal fidelity measures. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 26, n. 1, p. 98–117, Jan 2009.
- WANG, Y. et al. DTCWT based medical ultrasound images despeckling using LS parameter optimization. In: *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP*. Melbourne, Australia: IEEE, 2013. p. 805–809.
- WANG, Z.; BOVIC, C. A universal image quality index. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 72, n. 3, p. 81–84, 2002.
- WANG, Z.; BOVIK, A. *Modern Image Quality Assessment*. San Rafael, USA: Morgan & Claypool Publishers, 2006. (Synthesis lectures on image). ISBN 9781598290226.
- WANG, Z. et al. Image quality assessment : From error visibility to structural similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 13, n. 4, p. 600–612, 2004.

WANG, Z. et al. *The SSIM Index for Image Quality Assessment*. 2004. Disponível em: <<http://www.cns.nyu.edu/~lcv/ssim/>>.

WOLFRAM RESEARCH, INC. *Mathematica*. 2014.

YU, Y.; ACTON, S. T. Speckle reducing anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 11, n. 11, p. 1260–1270, 2002.

ZHAN, Y. et al. Nonlocal means method using weight refining for despeckling of ultrasound images. *Signal Processing*, v. 103, n. C, p. 201–213, 2014.

ZHAN, Y.; ZHANG, X.; DING, M. A novel iterative non-local means algorithm for speckle reduction. In: *Proceedings of SPIE - Medical Imaging*. San Diego, USA: SPIE, 2012. p. 831 442–831 442–9.

ZHAO, H. et al. SAR image despeckling based on improved non-local means algorithm. In: *International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA)*. Palm Beach, Netherlands Antilles: IEEE, 2014. p. 844–847.

# Apendice A

## GRÁFICOS DE DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS

---

---

Neste apêndice são mostrados os gráficos que indicam como as distâncias estocásticas deduzidas na seção 3.3 variam com os parâmetros das distribuições de probabilidade relacionadas. Note que estes gráficos só podem ser avaliados individualmente, visto que as distâncias estocásticas, mesmo quando considerando a mesma distribuição de probabilidade, não podem ser comparadas diretamente. Assim, como exemplo, um determinado valor para a distância estocástica de Hellinger para a distribuição de Rayleigh não pode ser diretamente comparado com um valor para a distância estocástica de Bhattacharyya para a mesma distribuição.

Note também que para qualquer gráfico mostrado neste apêndice é possível verificar as propriedades i, ii e iii dadas na seção 2.5.1, e que são válidas para todas as distâncias estocásticas derivadas neste trabalho:

a)  $d(\theta_1, \theta_2) > 0, \quad \forall \theta_1 \neq \theta_2,$

b)  $d(\theta_i, \theta_i) = 0, \quad \forall i,$

c)  $d(\theta_1, \theta_2) = d(\theta_2, \theta_1),$

onde  $\theta_1$  e  $\theta_2$  representam o vetor de parâmetros da distribuição relacionada.

Os gráficos são nomeados como os filtros nas tabelas da seção 4, com o formato:<distribuição>-<método>-<entropia ou divergência> (parâmetros), onde:

- Distribuição: Rayleigh, Nakagami ou Fisher-Tippett, que são os modelos usados neste trabalho;
- Método: O método é 'sim' para distâncias derivadas de simetrização de divergências ou 'geo' para distâncias derivadas de espaços probabilísticos;

- Entropia ou divergência: Uma das entropias listadas na Tabela 2.1 ou uma das divergências listadas na Tabela 2.2;
- Parâmetros: Quando a distância estocástica for parametrizada os parâmetros são mostrados entre parênteses.

## A.1 Gráficos de distâncias para distribuição de Rayleigh

A seguir são mostrados os gráficos das distâncias deduzidas para a distribuição de Rayleigh na seção 3.3. Nos gráficos, os parâmetros  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  das distribuições são variados de 0 à 100.

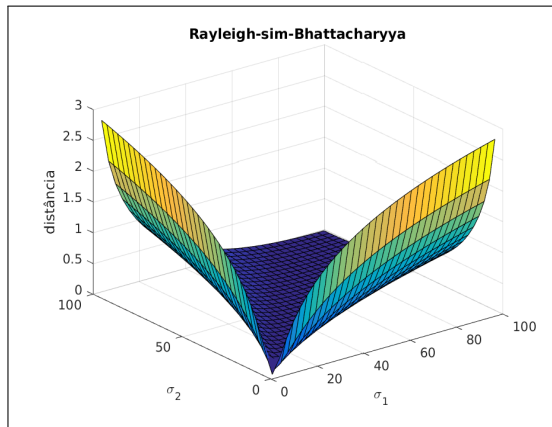


Figura A.1: Gráfico de distância estocástica Rayleigh-sim-Bhattacharyya.

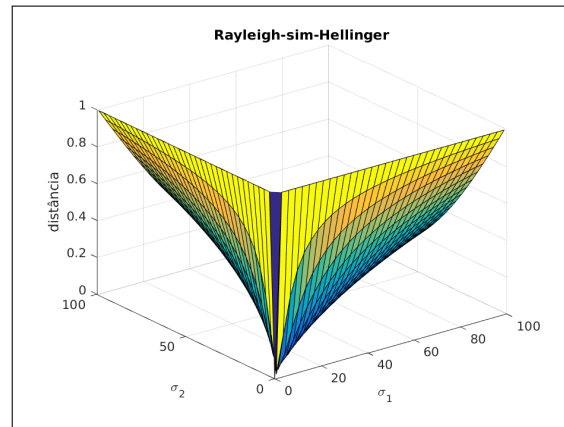


Figura A.2: Gráfico de distância estocástica Rayleigh-sim-Hellinger.

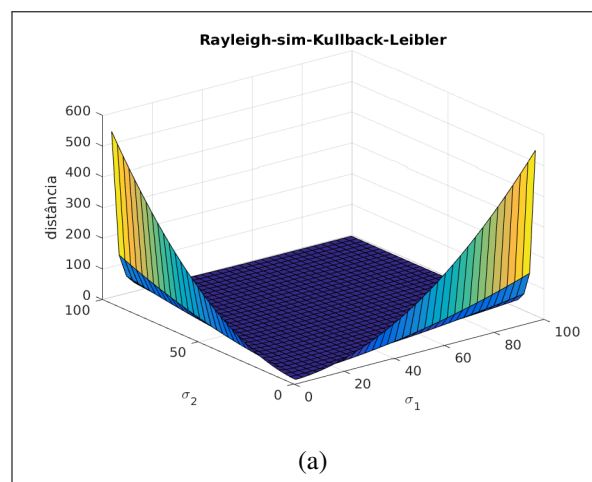


Figura A.3: Gráfico de distância estocástica Rayleigh-sim-Kullback-Leibler.

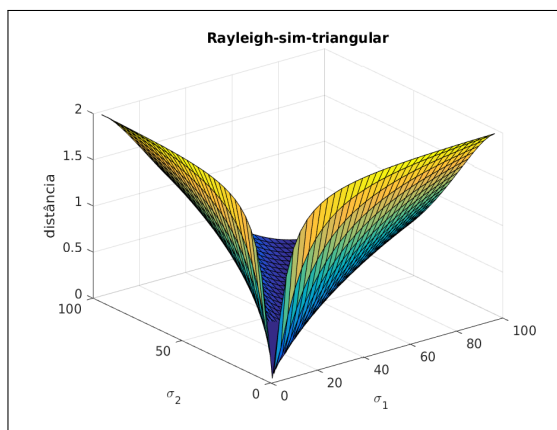


Figura A.4: Gráfico de distância estocástica Rayleigh-sim-triangular.

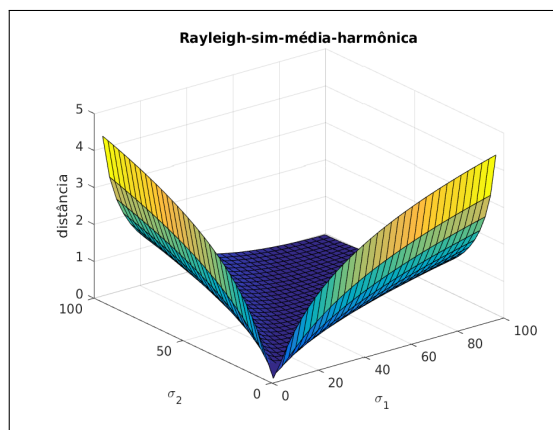


Figura A.5: Gráfico de distância estocástica Rayleigh-sim-média-harmônica.

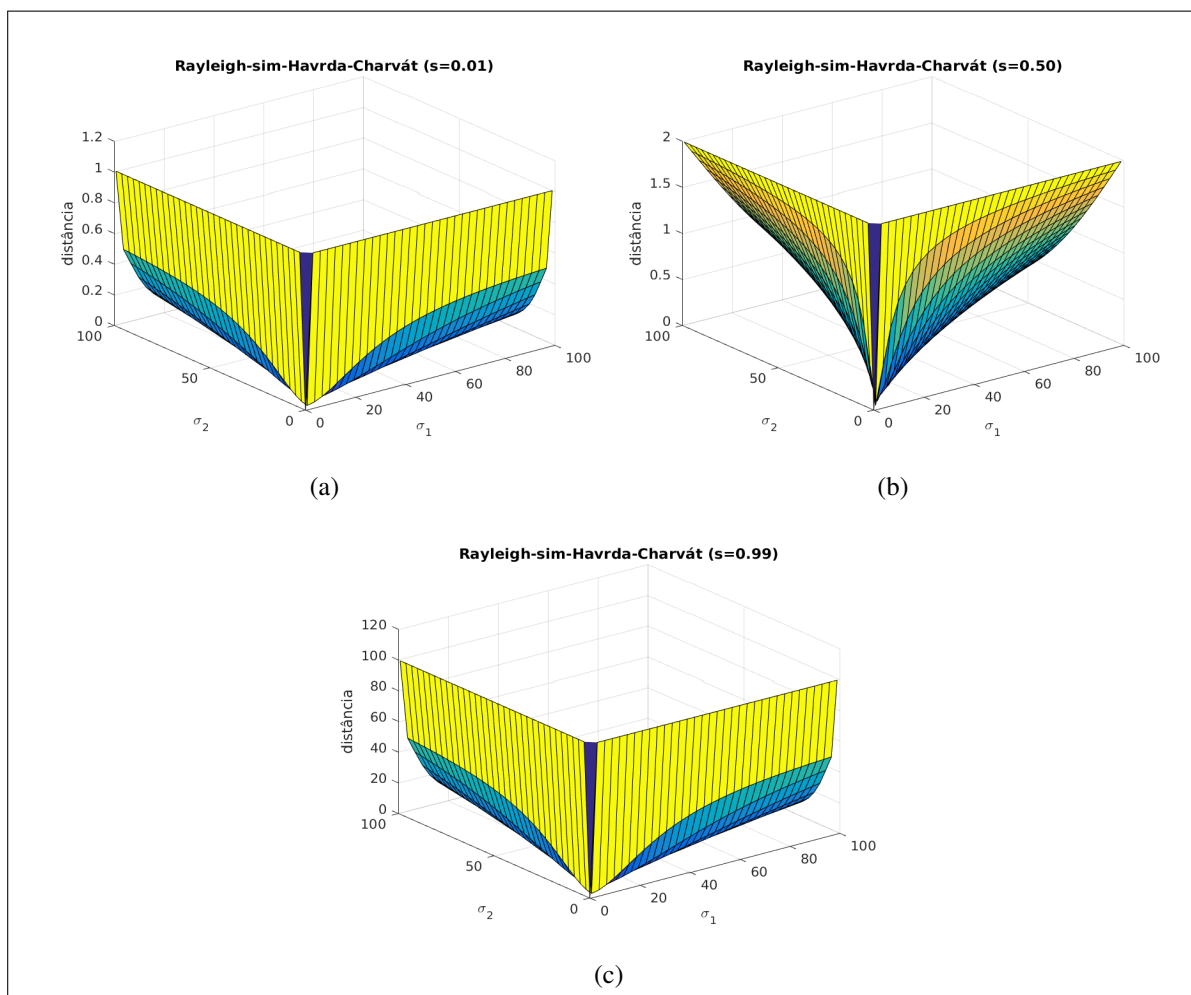


Figura A.6: Gráficos de distância estocástica Rayleigh-sim-Havrda-Charvát.

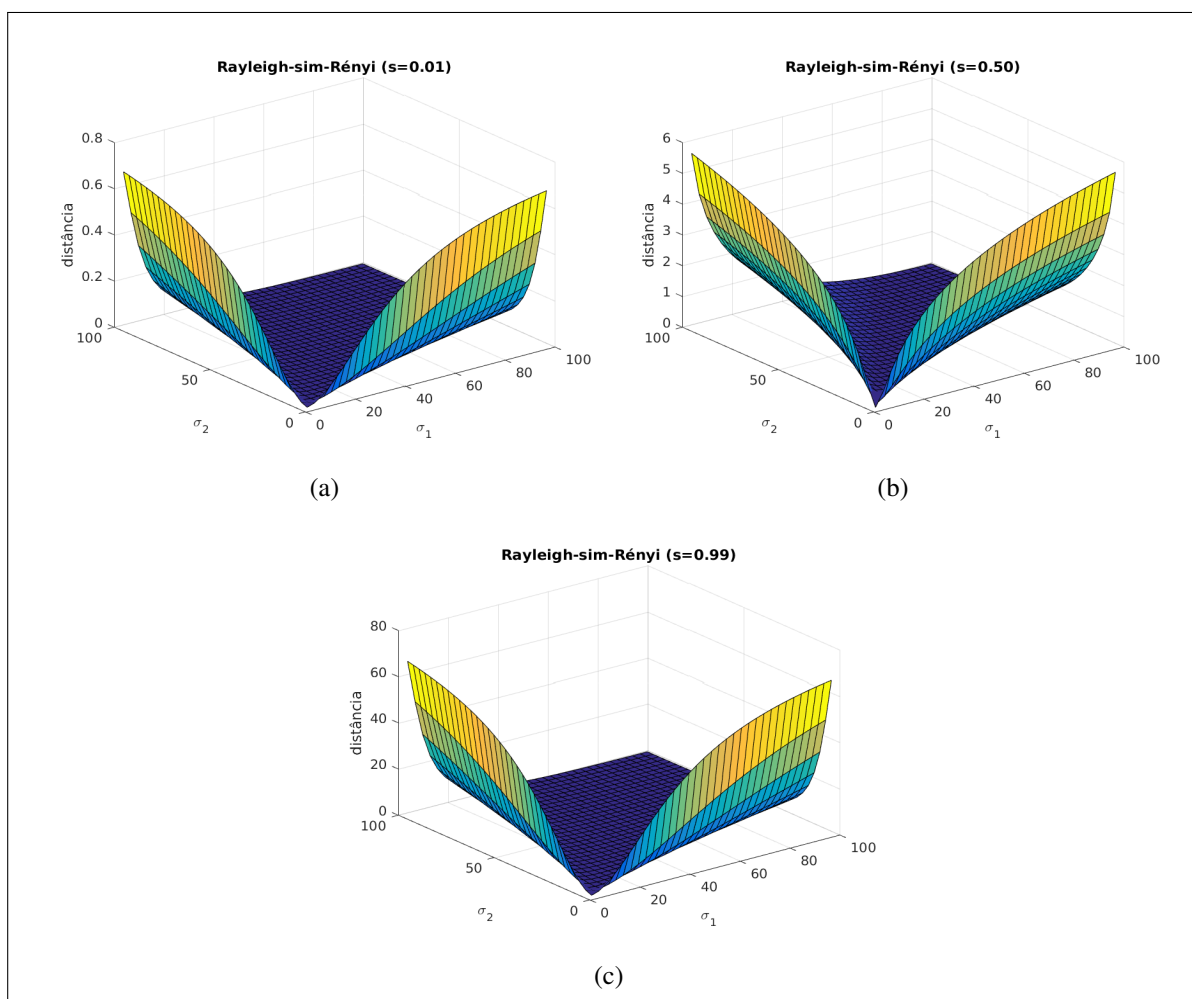


Figura A.7: Gráficos de distância estocástica Rayleigh-sim-Rényi.



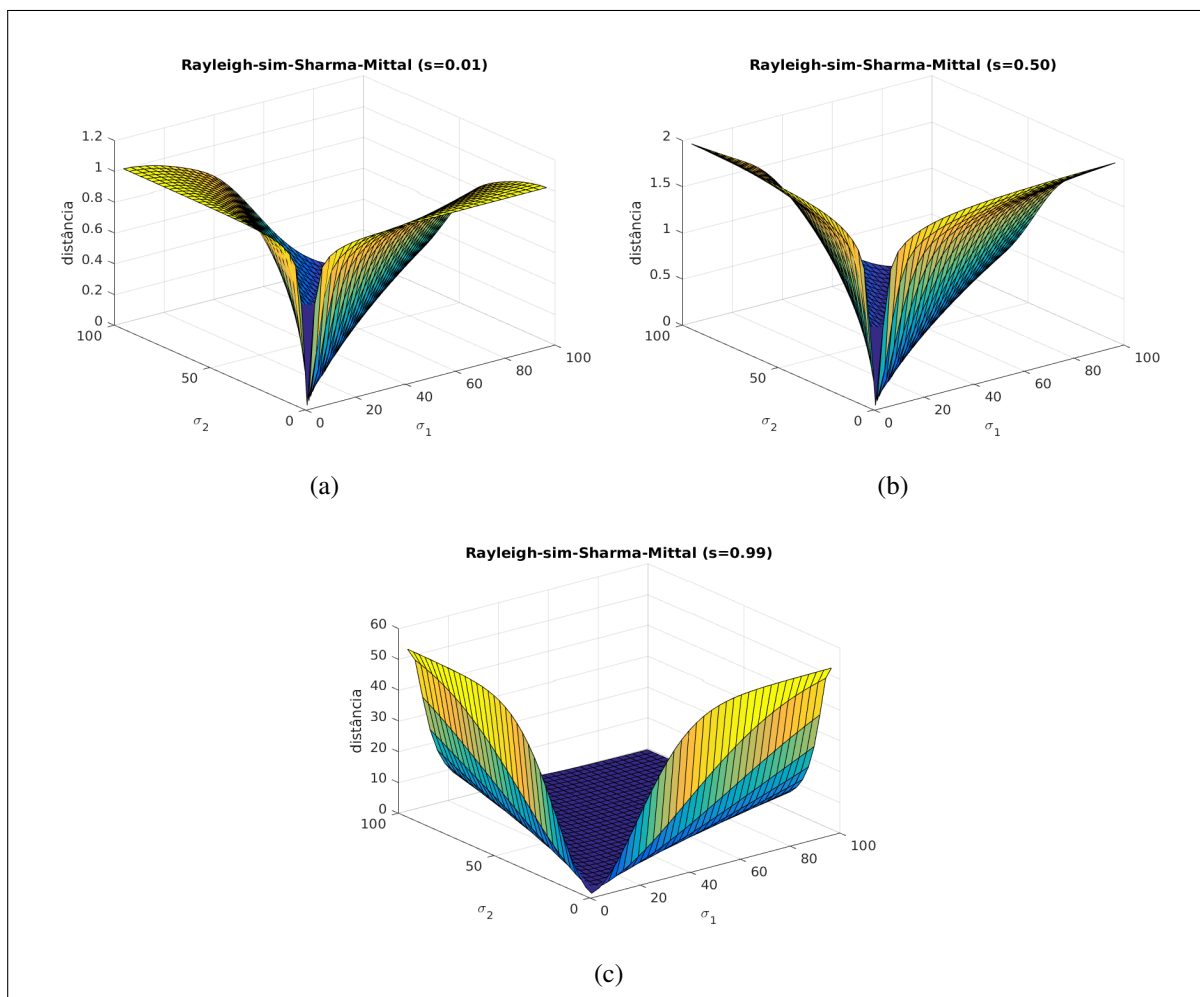


Figura A.8: Gráficos de distância estocástica Rayleigh-sim-Sharma-Mittal.

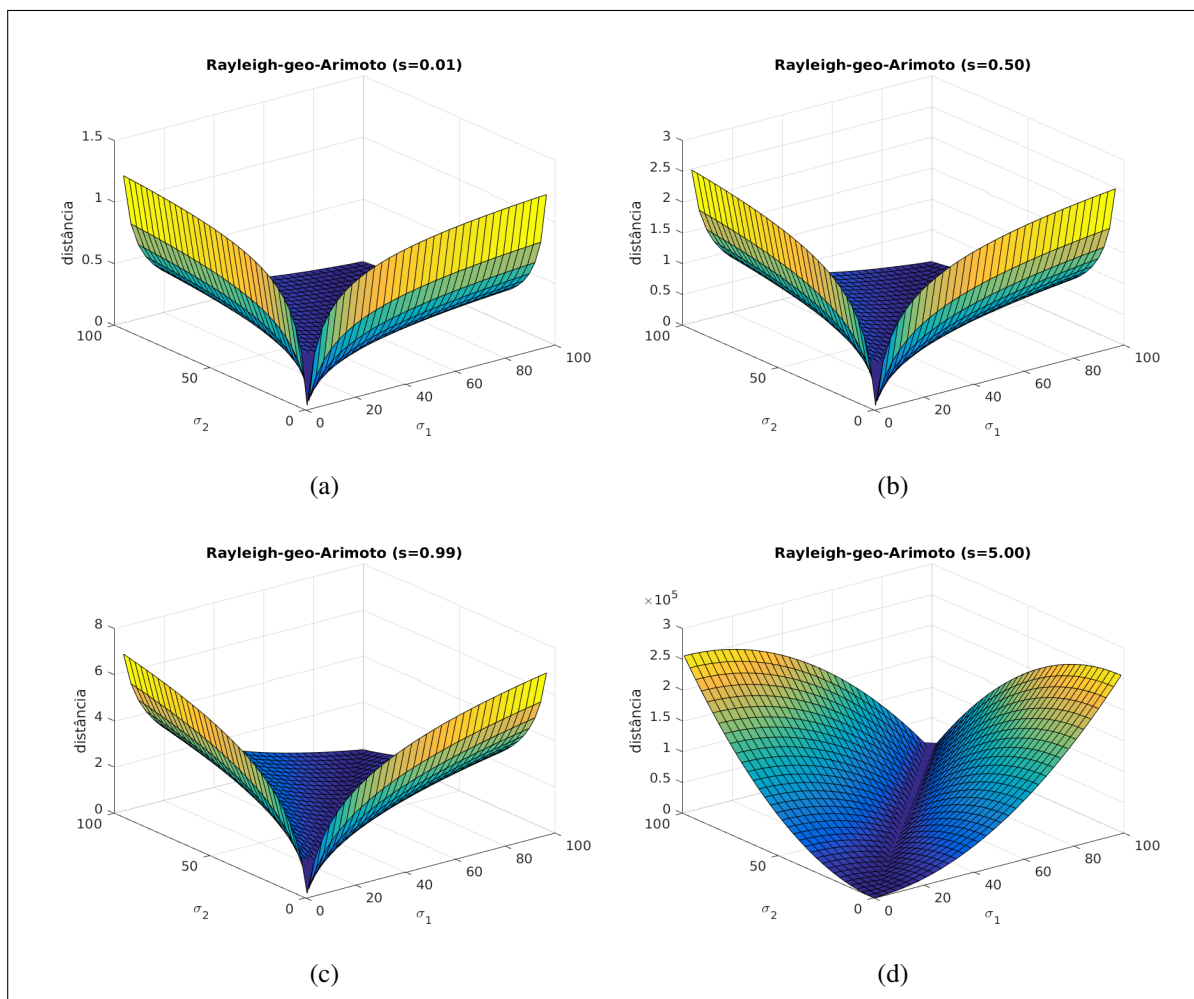


Figura A.9: Gráficos de distância estocástica Rayleigh-geo-Arimoto.

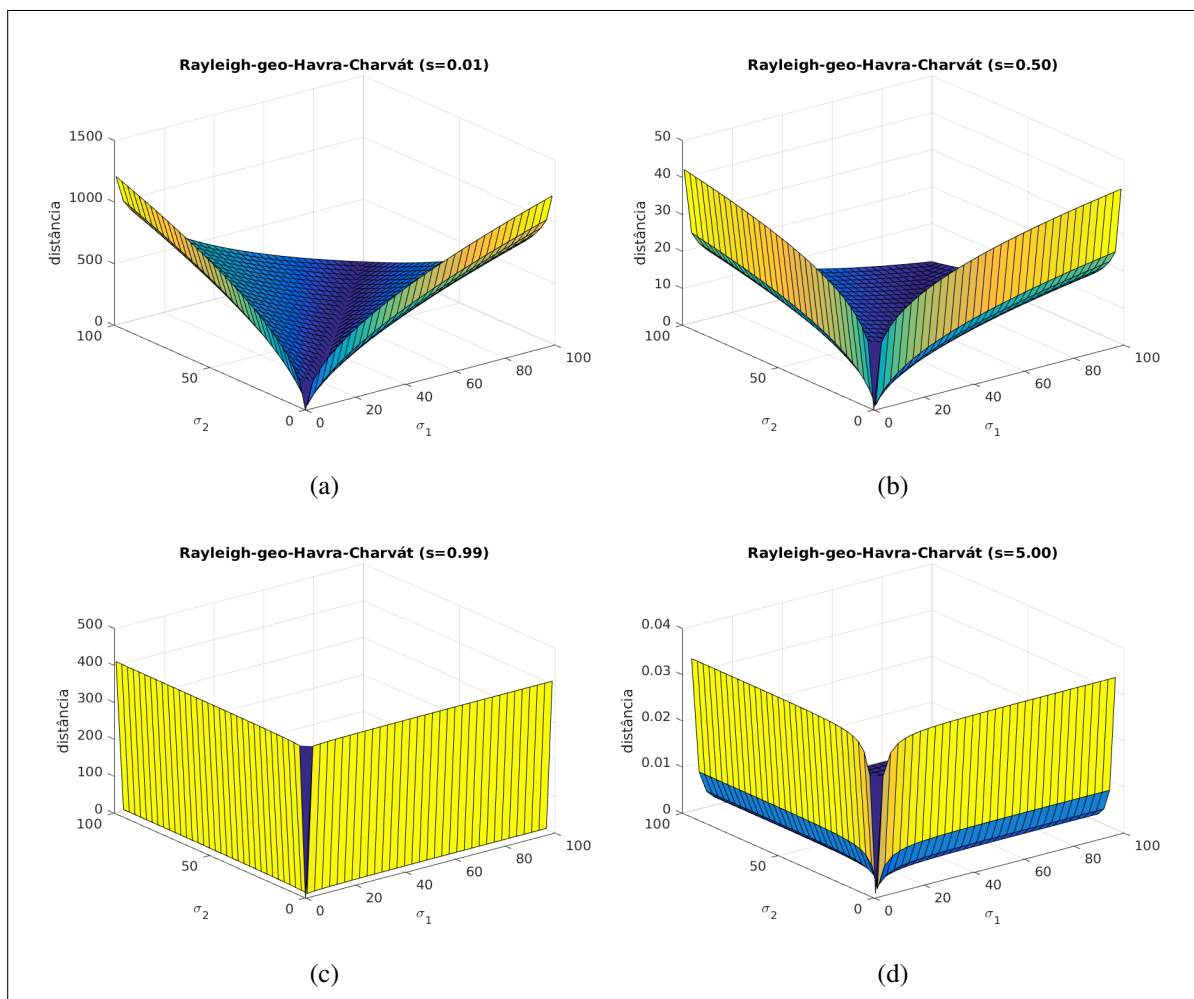


Figura A.10: Gráficos de distância estocástica Rayleigh-geo-Havrda-Charvát.

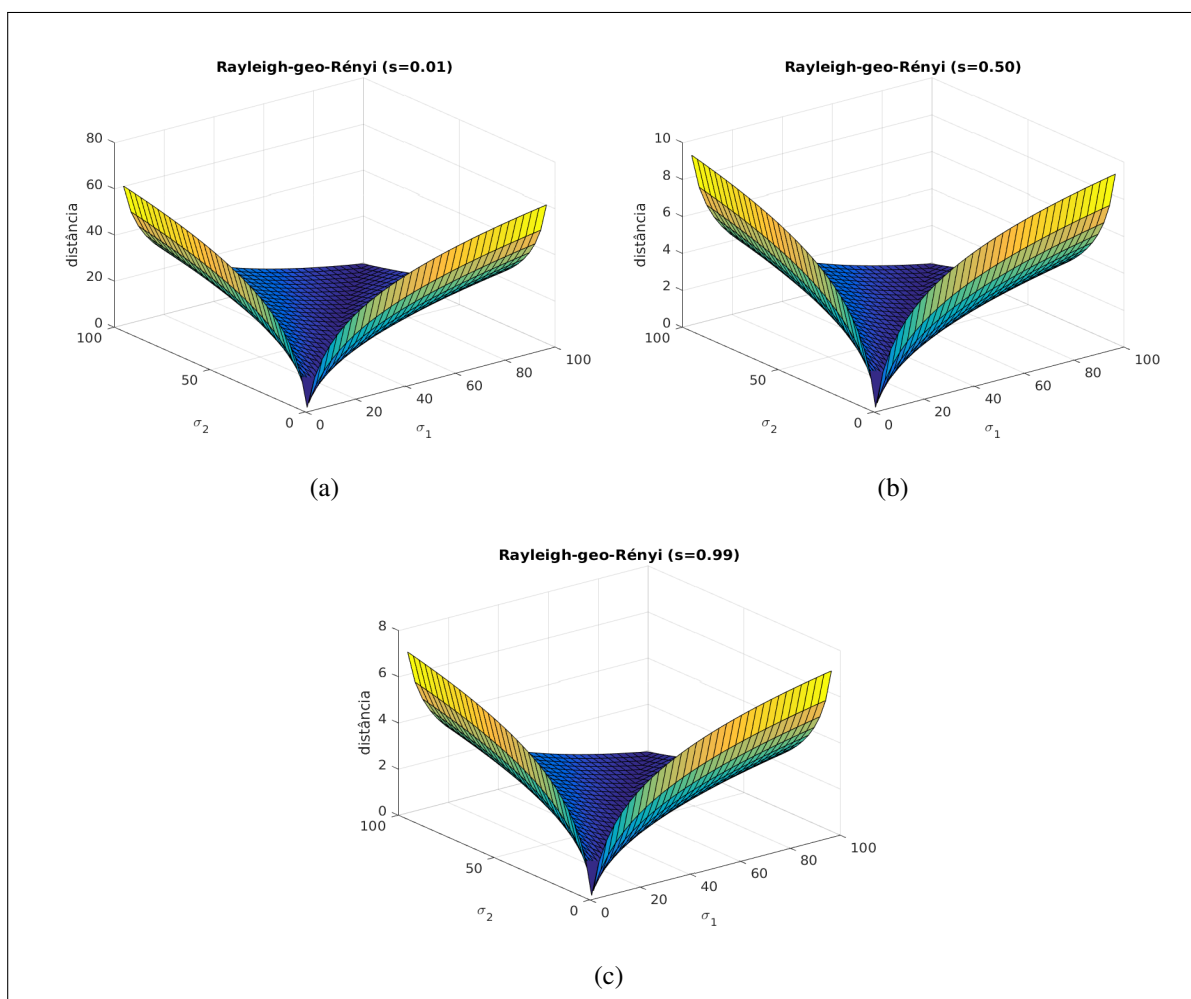


Figura A.11: Gráficos de distância estocástica Rayleigh-geo-Rényi.

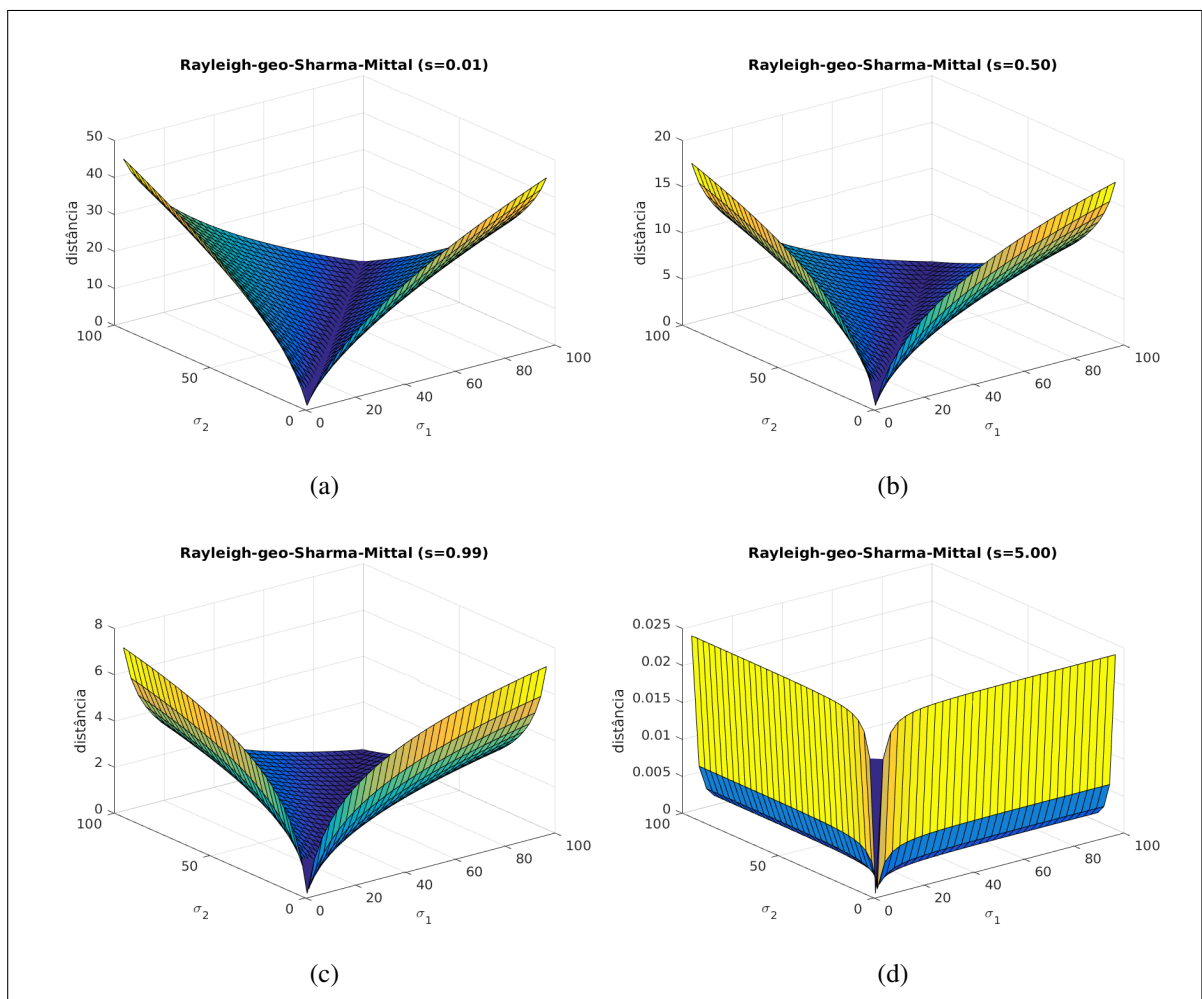


Figura A.12: Gráficos de distância estocástica Rayleigh-geo-Sharma-Mittal.

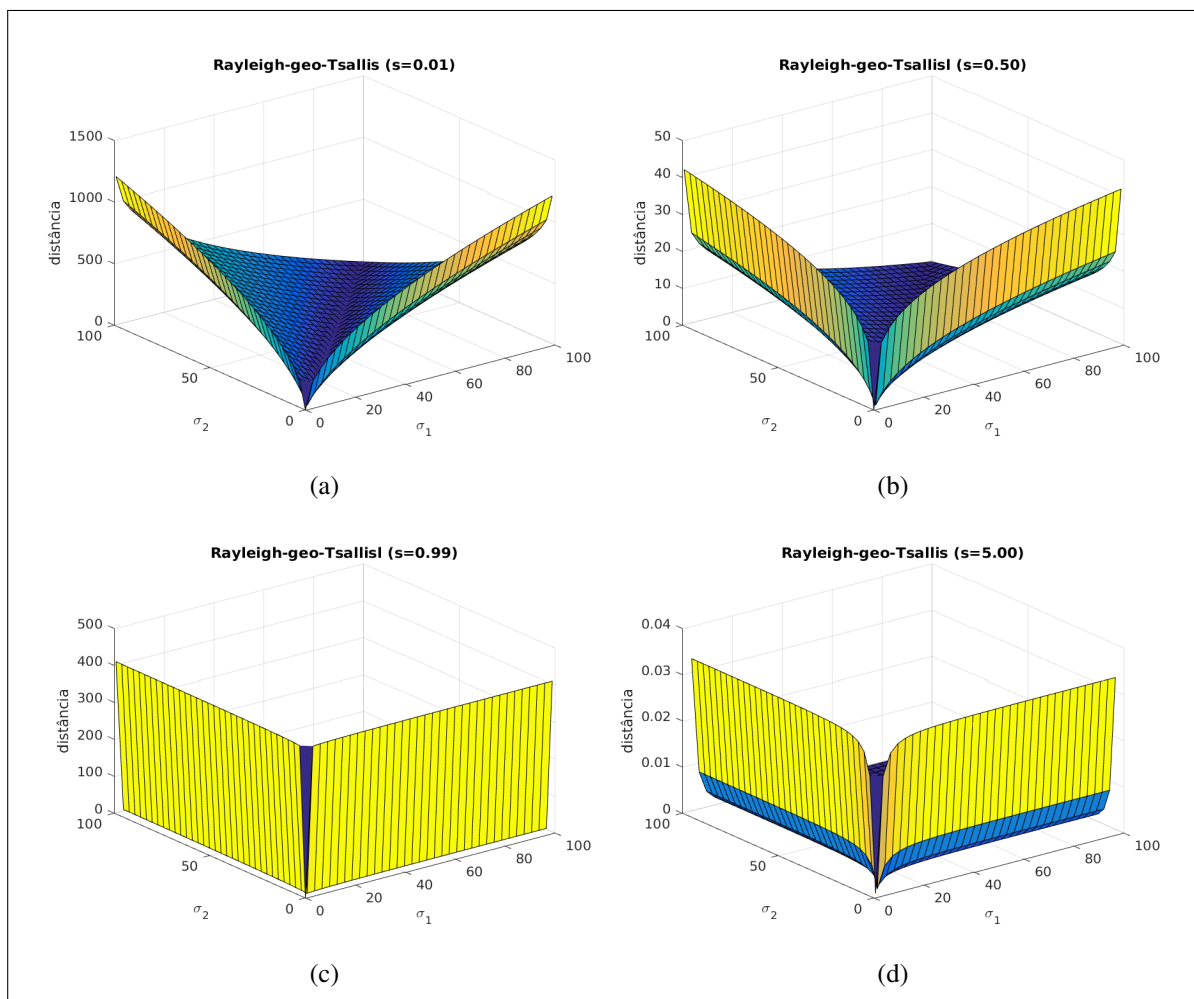


Figura A.13: Gráficos de distância estocástica Rayleigh-geo-Tsallis.

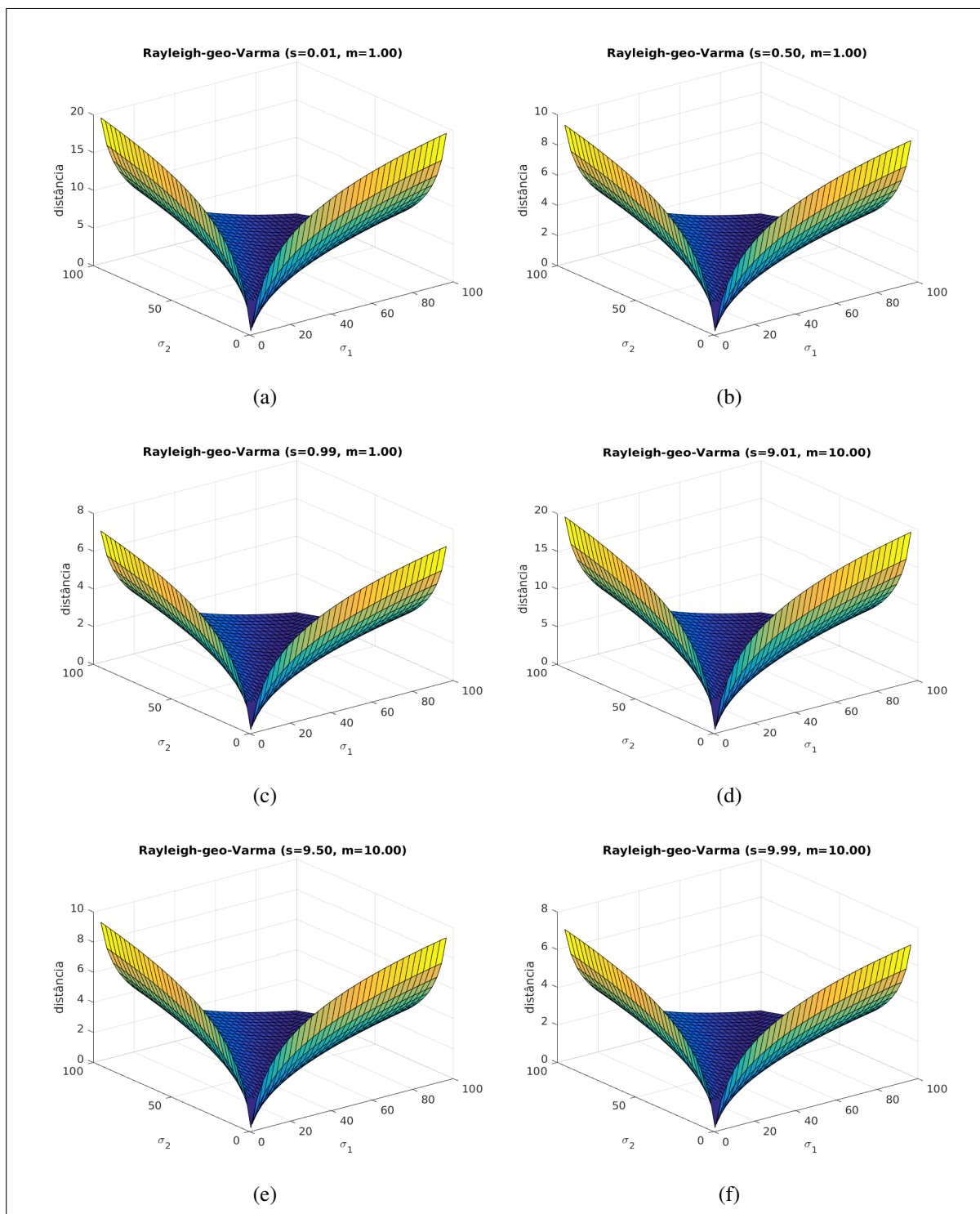


Figura A.14: Gráficos de distância estocástica Rayleigh-geo-Varma-geodésica.

## A.2 Gráficos de distâncias para distribuição de Fisher-Tippett

A seguir são mostrados os gráficos das distâncias deduzidas para a distribuição de Fisher-Tippett na seção 3.3. Nos gráficos, os parâmetros  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  das distribuições são variados de 0 à 100.

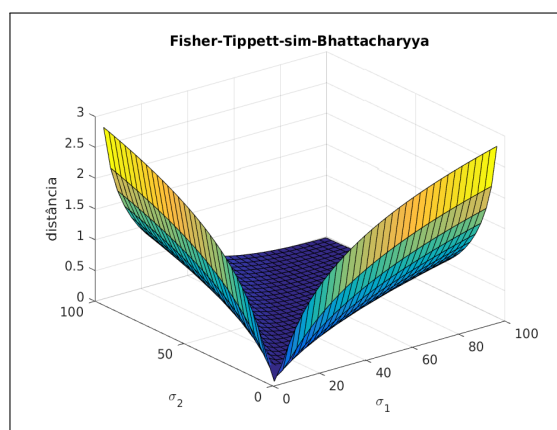


Figura A.15: Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-Bhattacharyya.

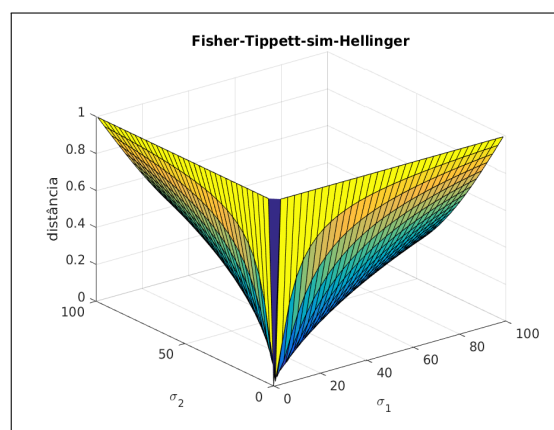


Figura A.16: Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-Hellinger.

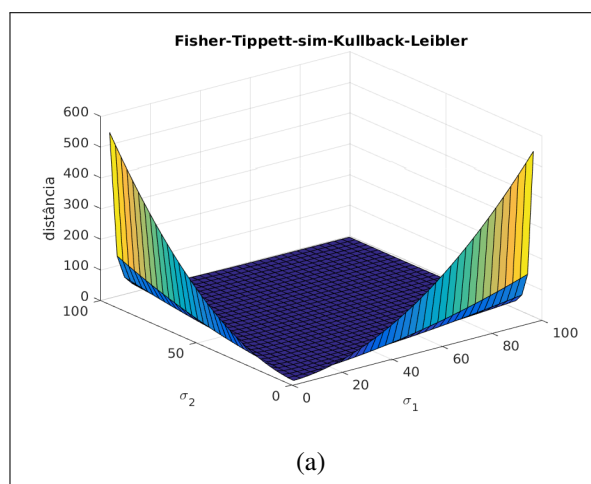


Figura A.17: Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-Kullback-Leibler.



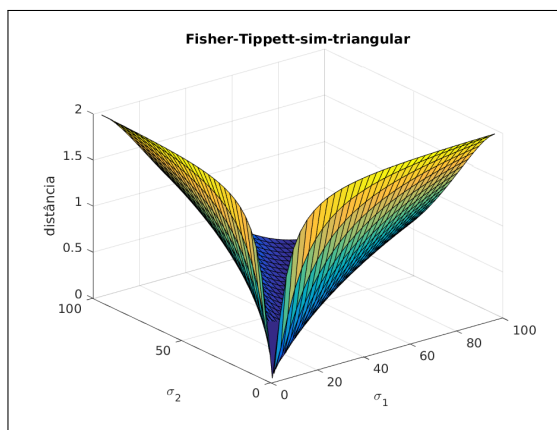


Figura A.18: Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-triangular.

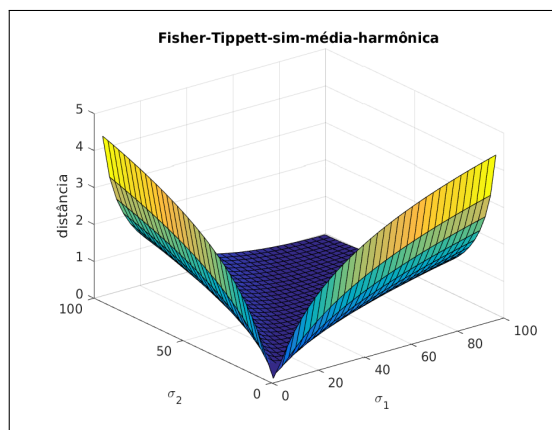


Figura A.19: Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-média-harmônica.

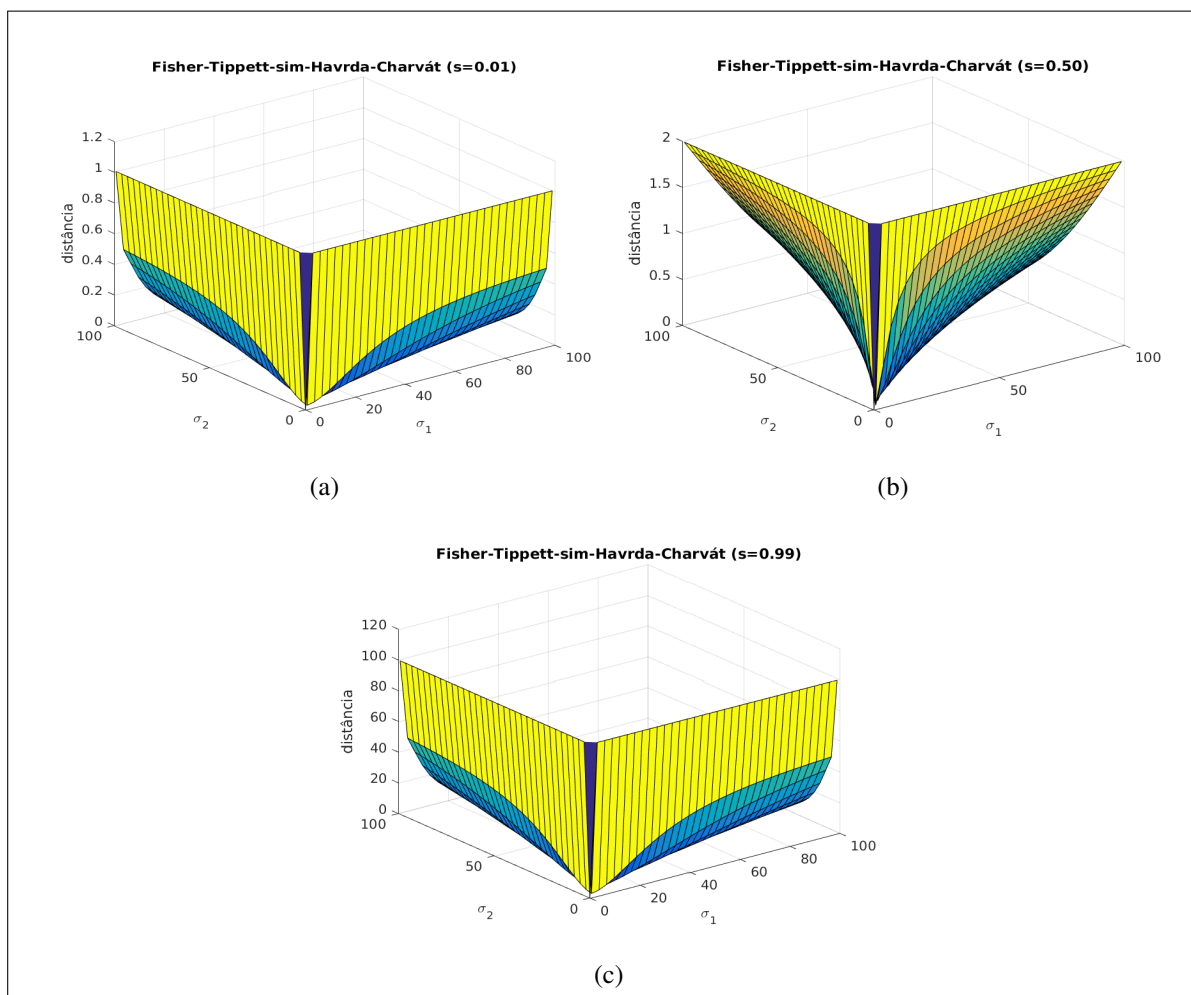


Figura A.20: Gráficos de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-Havrda-Charvát.

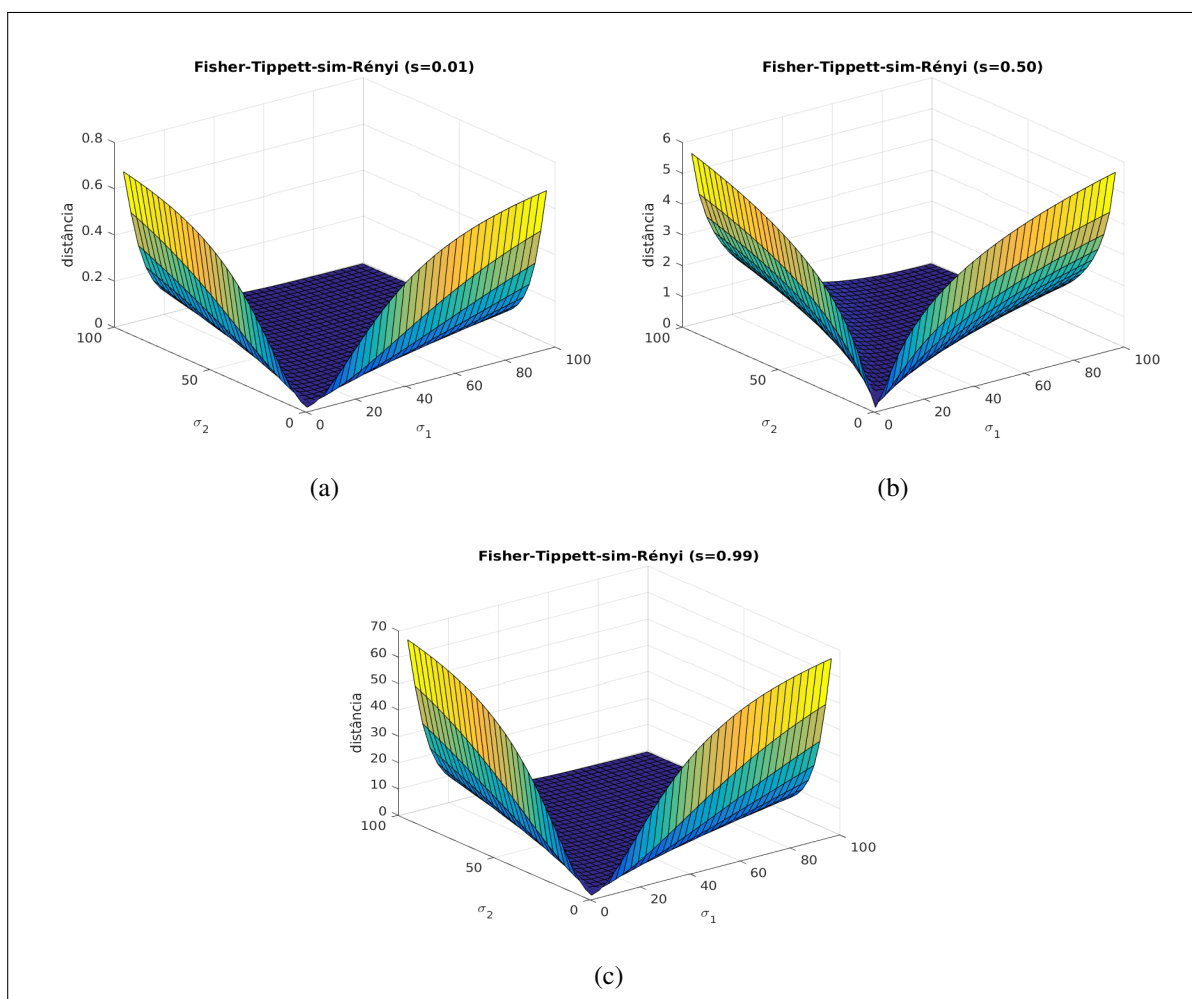
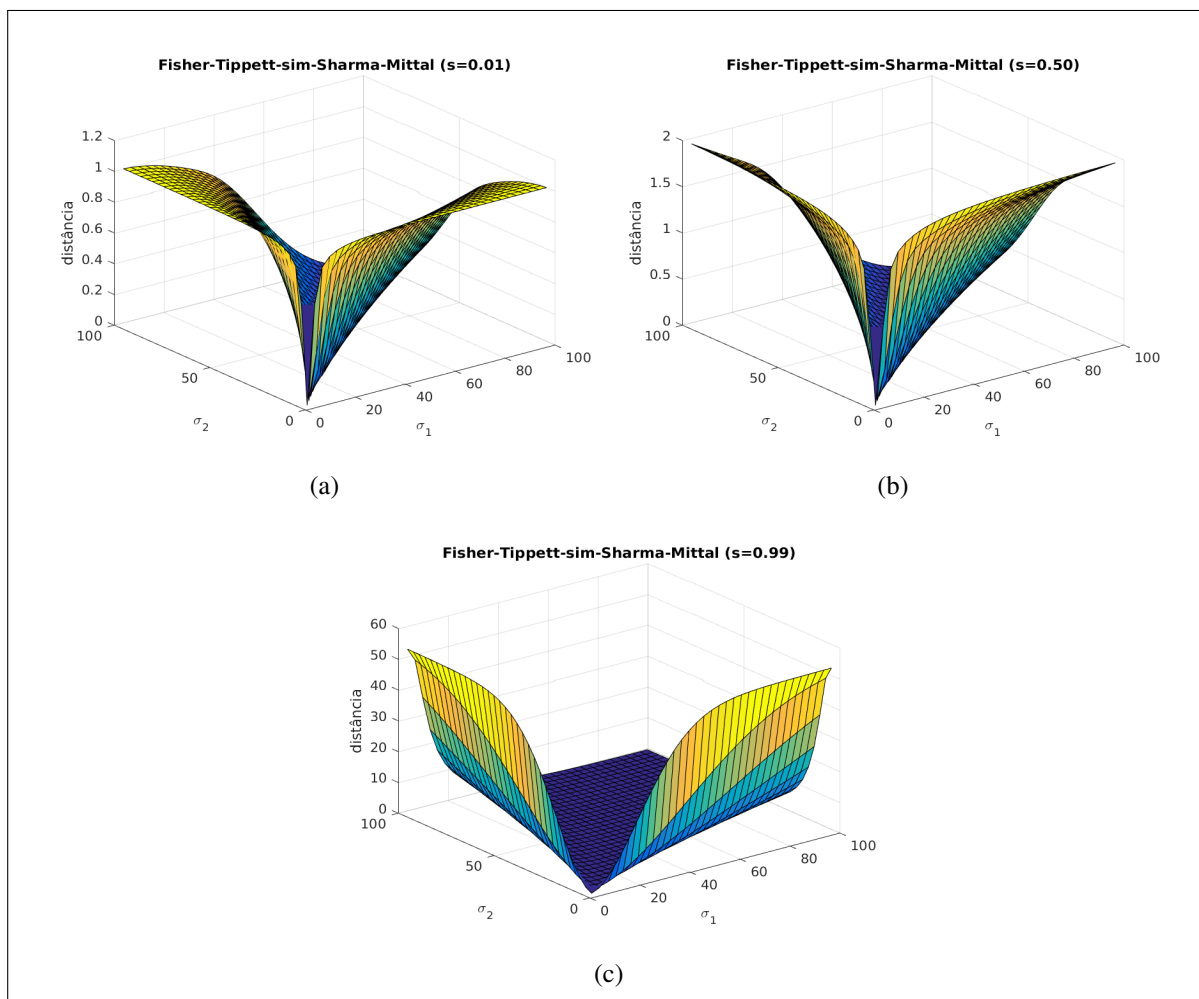


Figura A.21: Gráficos de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-Rényi.



**Figura A.22:** Gráficos de distância estocástica Fisher-Tippett-sim-Sharma-Mittal.

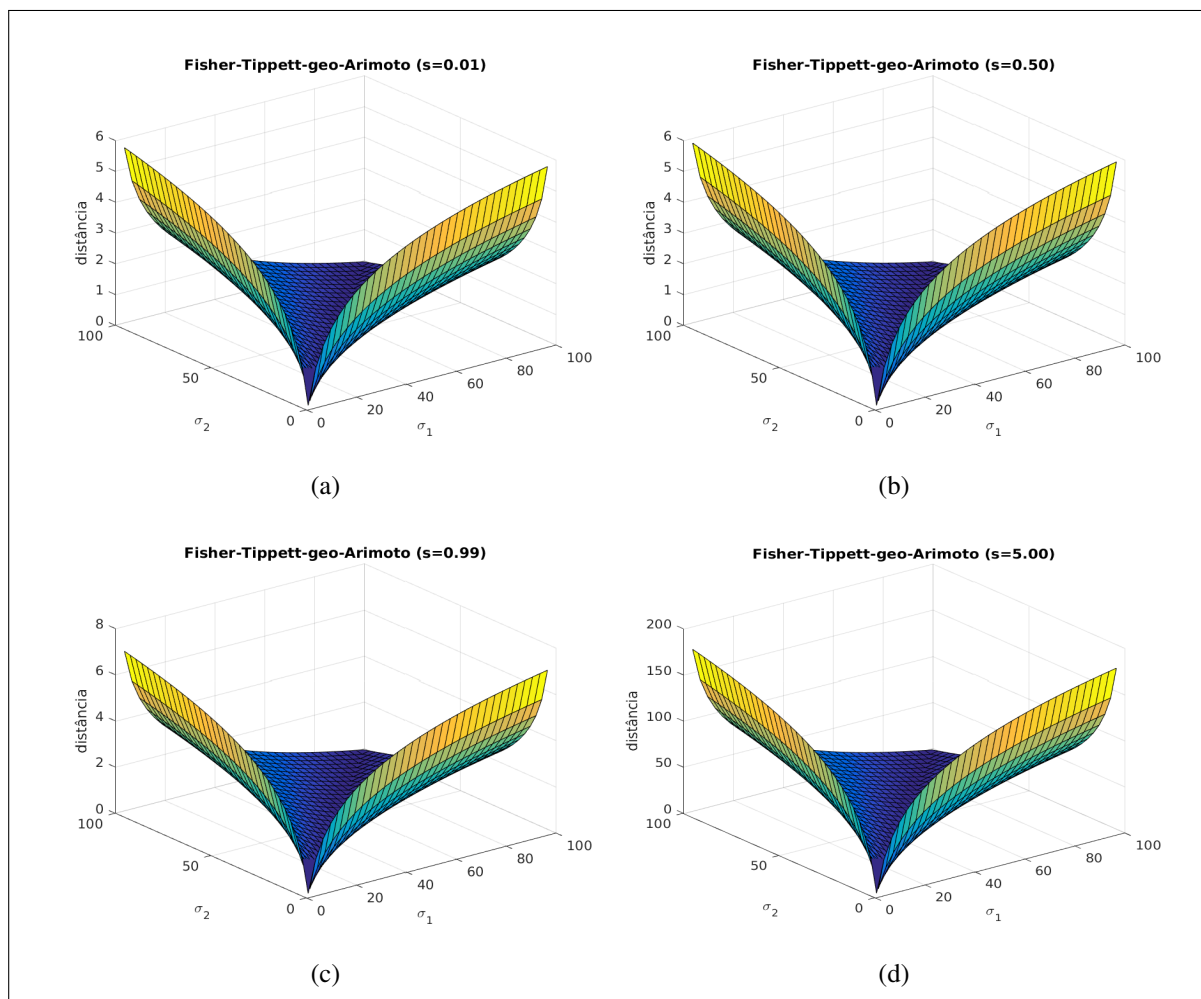


Figura A.23: Gráficos de distância estocástica Fisher-Tippett-geo-Arimoto.

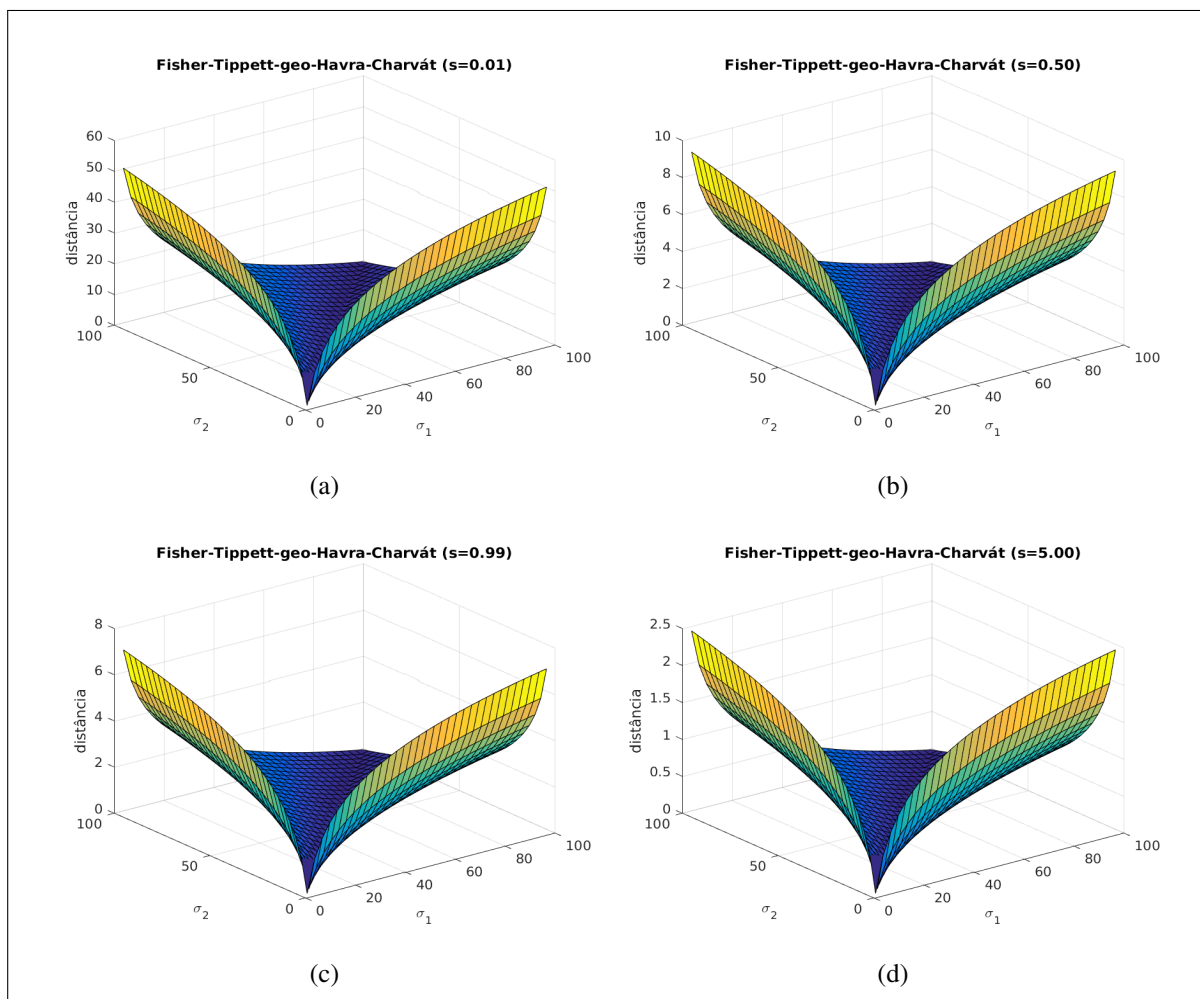


Figura A.24: Gráficos de distância estocástica Fisher-Tippett-geo-Havrdá-Charvát.

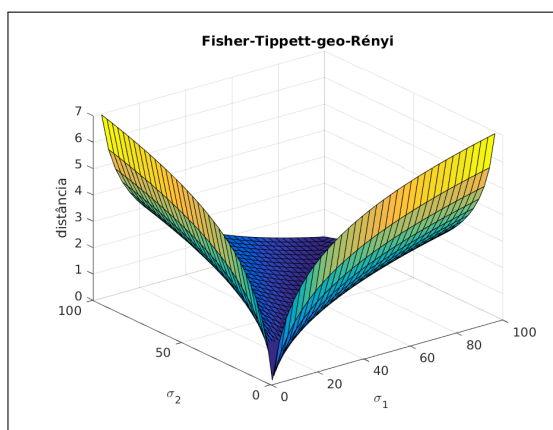


Figura A.25: Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-geo-Rényi.

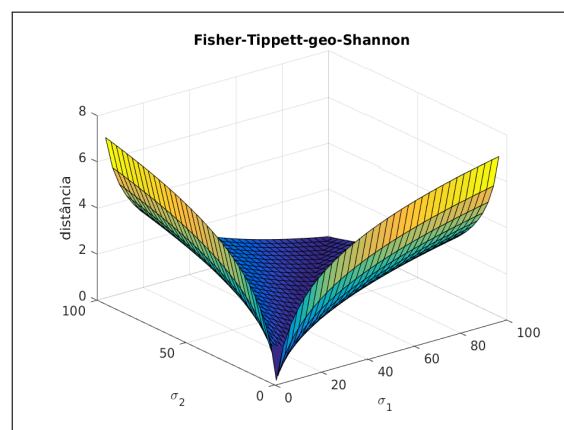


Figura A.26: Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-geo-Shannon.

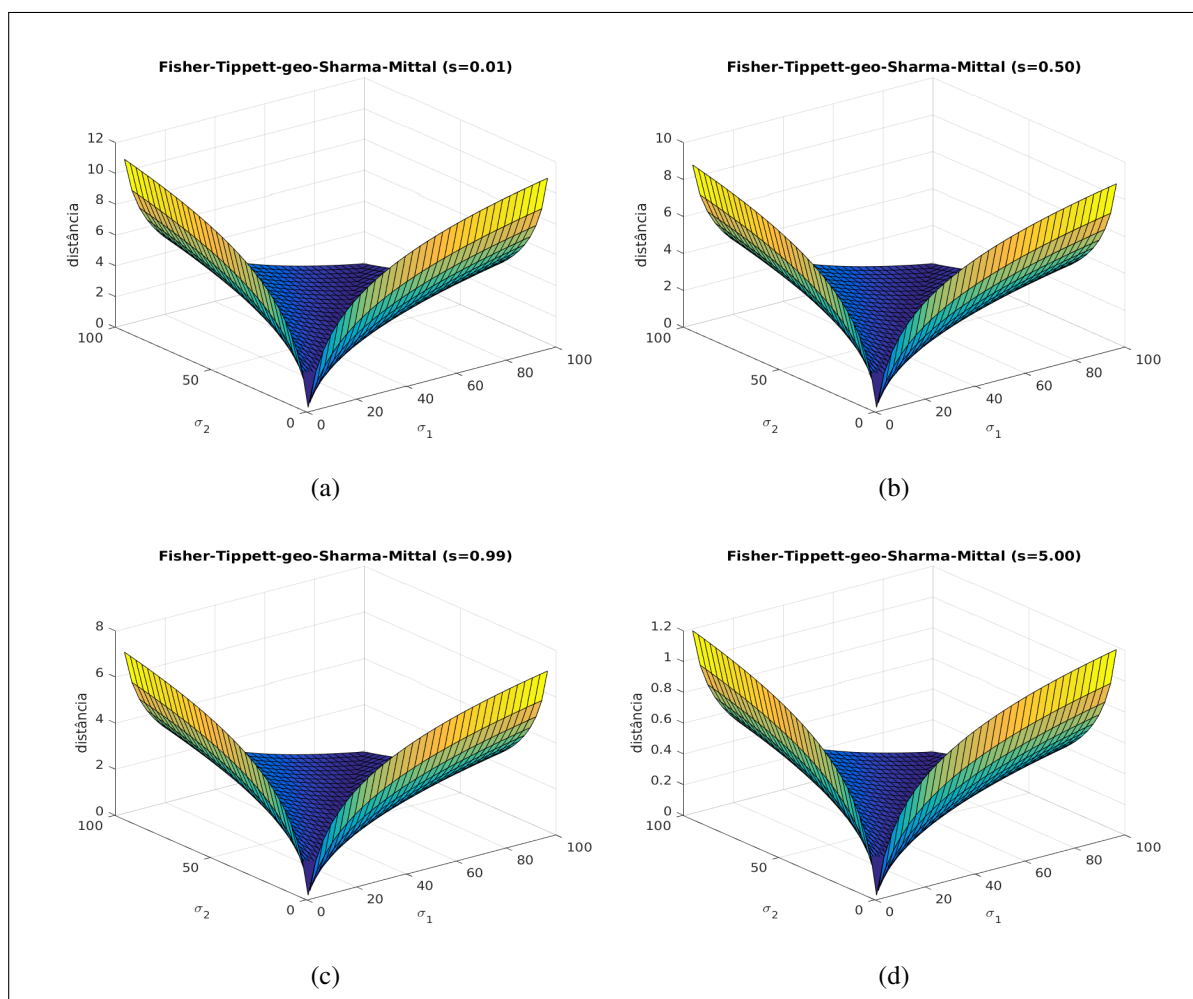


Figura A.27: Gráficos de distância estocástica Fisher-Tippett-geo-Sharma-Mittal.

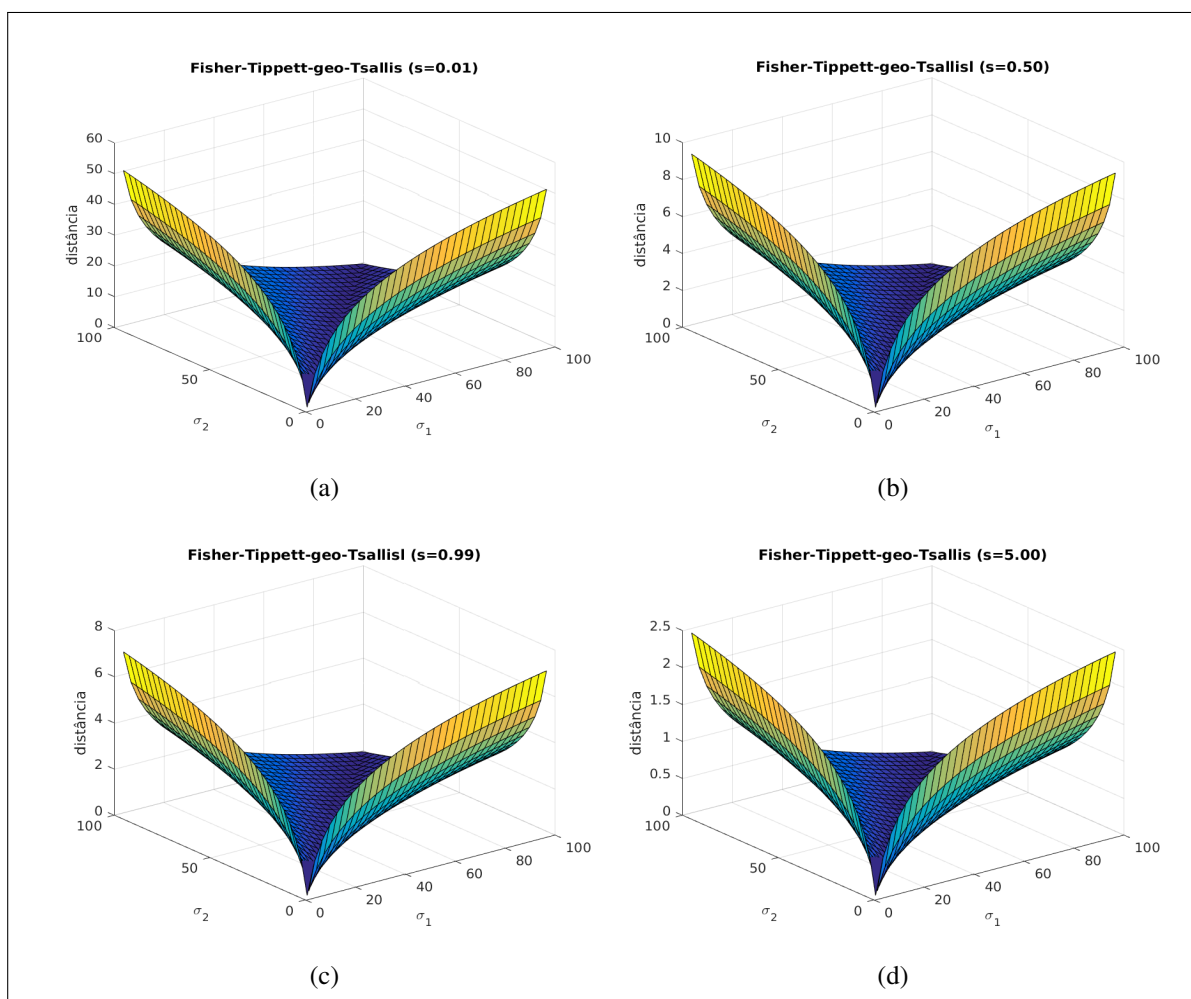


Figura A.28: Gráficos de distância estocástica Fisher-Tippett-geo-Tsallis.

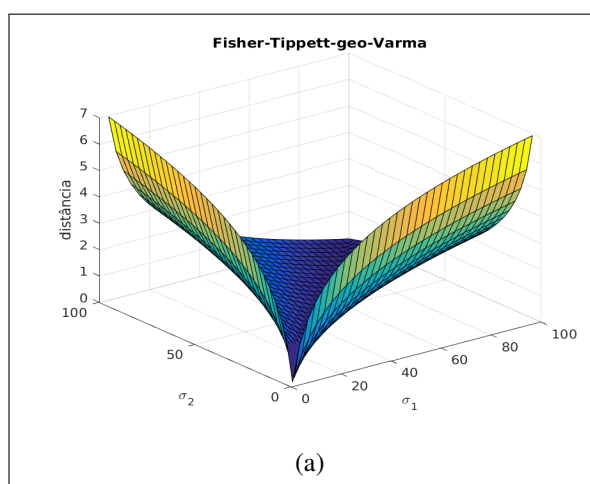


Figura A.29: Gráfico de distância estocástica Fisher-Tippett-geo-Varma.

### A.3 Gráficos de distâncias para distribuição de Nakagami

A seguir são mostrados os gráficos das distâncias deduzidas para a distribuição de Nakagami na seção 3.3. Nos gráficos, os parâmetros  $\Omega_1$  e  $\Omega_2$  das distribuições são variados de 0 à 100, e se faz  $m_1 = m_2 = 1$ .

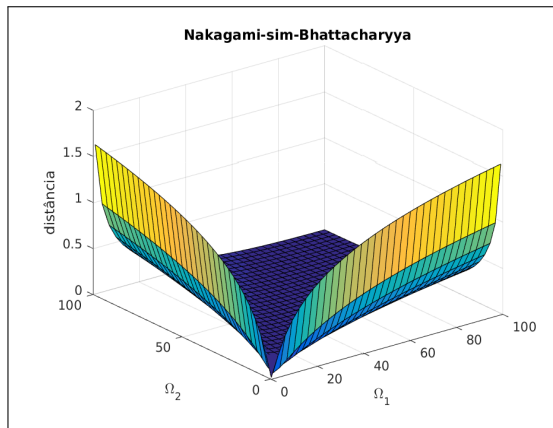


Figura A.30: Gráfico de distância estocástica Nakagami-sim-Bhattacharyya.

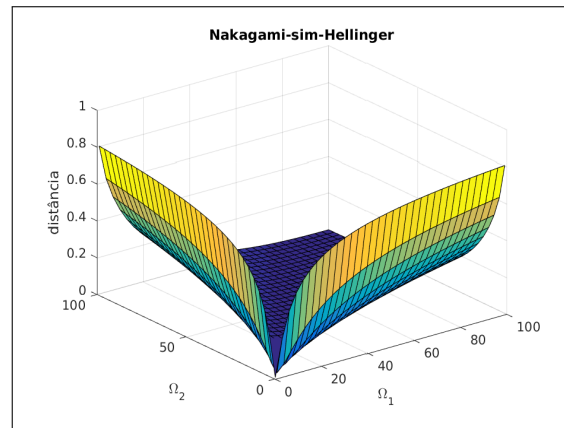


Figura A.31: Gráfico de distância estocástica Nakagami-sim-Hellinger.

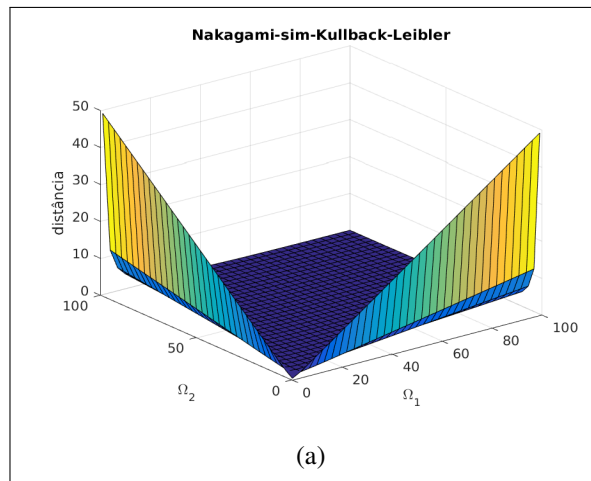


Figura A.32: Gráfico de distância estocástica Nakagami-sim-Kullback-Leibler.



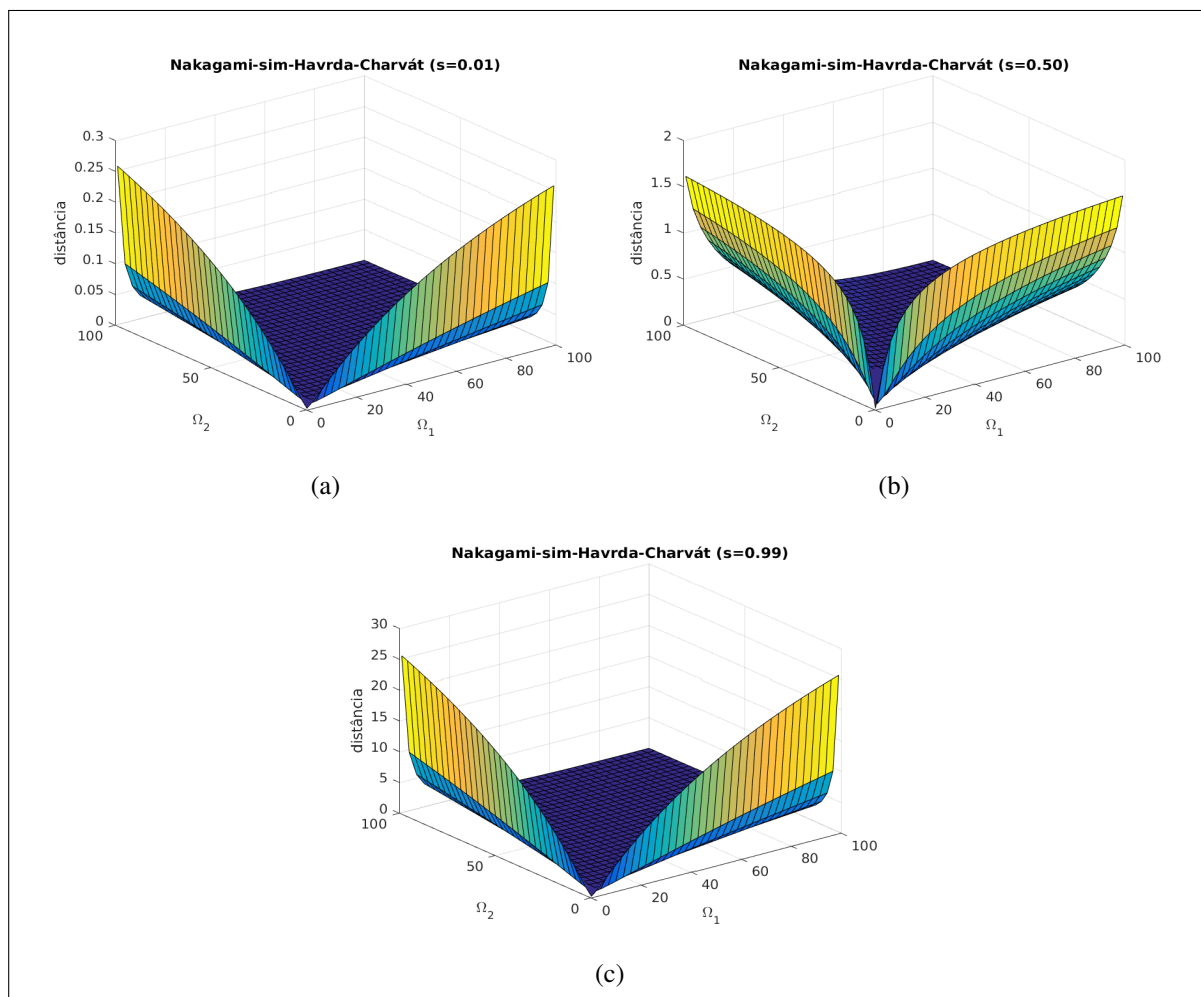
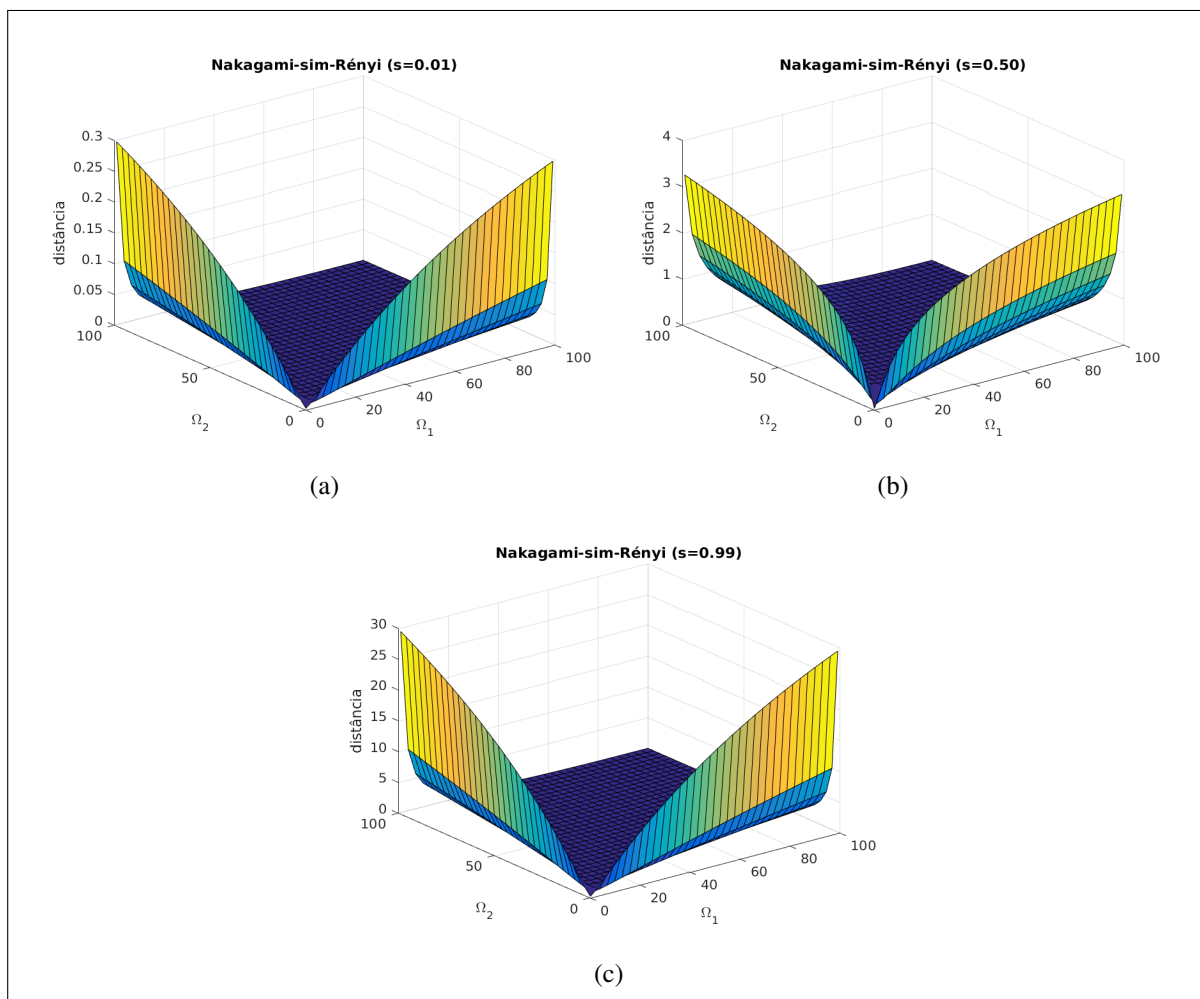


Figura A.33: Gráficos de distância estocástica Nakagami-sim-Havrda-Charvát.



**Figura A.34:** Gráficos de distância estocástica Nakagami-sim-Rényi.

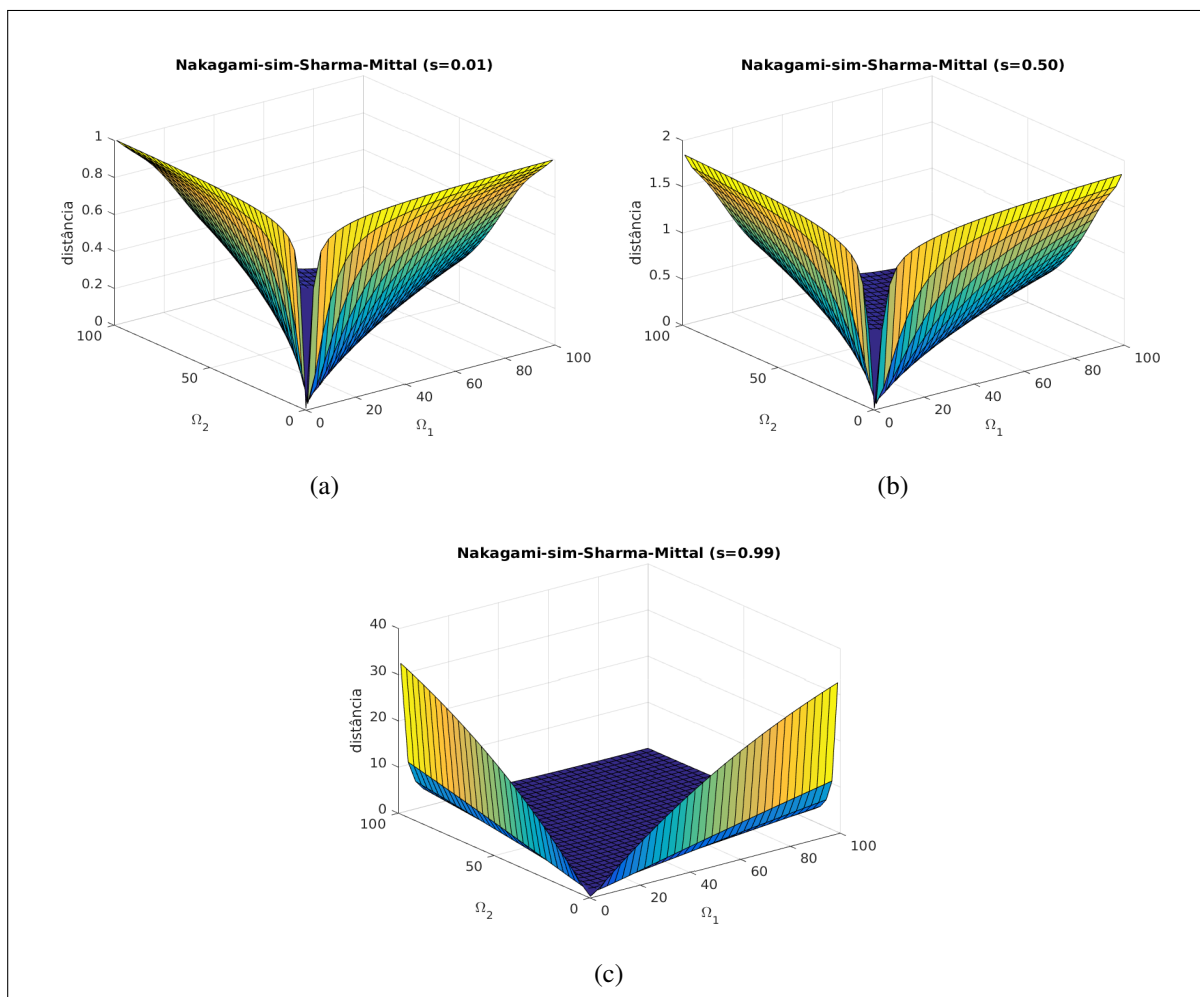


Figura A.35: Gráficos de distância estocástica Nakagami-sim-Sharma-Mittal.

# Apendice B

## INVARIÂNCIA DE DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS DERIVADAS DE DIVERGENCIAS- $(h, \phi)$

---

---

Foi verificado durante o desenvolvimento do trabalho que as expressões das distâncias estocásticas derivadas da simetrização de divergências- $(h, \phi)$  para as distribuições de Rayleigh e Fisher-Tippett são exatamente as mesmas. Tal resultado sugere possível invariância à troca de variáveis quando manipulando tais distâncias. Para demonstrar tal propriedade e verificar sob quais condições é válida, são fornecidas as considerações a seguir.

Sejam  $P$  e  $Q$  variáveis aleatórias definidas no mesmo espaço probabilístico, com mesma densidade de probabilidades e distintos vetores de parâmetros:  $f_P(x; \theta_1)$  e  $f_Q(x; \theta_2)$ . Assuma também que as distribuições tem suporte comum e dado por  $I$ . A classe de divergências- $(h, \phi)$  entre  $f_P(x; \theta_1)$  e  $f_Q(x; \theta_2)$  é função apenas dos vetores de parâmetros  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , e pode ser expressa por

$$D^{(h, \phi)}(\theta_1, \theta_2) = h \left( \int_I \phi \left( \frac{f_P(x; \theta_1)}{f_Q(x; \theta_2)} \right) f_Q(x; \theta_2) dx \right), \quad (\text{B.1})$$

onde  $\phi : (0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$  é uma função convexa e  $h : (0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$  é uma função estritamente crescente com  $h(0) = 0$ .

Considere também a troca da variável  $x$  pela variável  $z$  nas densidades, onde  $z$  é função de  $x$ :

$$z = g(x),$$

de modo que

$$f(x; \theta) = f(z; \theta) \left| \frac{dz}{dx} \right|. \quad (\text{B.2})$$

Assim, se  $g(x)$  é uma função crescente,  $\frac{dz}{dx}$  é positivo, e podemos escrever:

$$\begin{aligned} f_P(x; \theta_1) &= f_P(z; \theta_1) \frac{dz}{dx}, \\ f_Q(x; \theta_2) &= f_Q(z; \theta_2) \frac{dz}{dx}. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

O que permite reescrever a expressão da classe divergências- $(h, \phi)$  em função de  $z$  como

$$D^{(h, \phi)}(\theta_1, \theta_2) = h \left( \int_I \phi \left( \frac{f_P(z; \theta_1) \frac{dz}{dx}}{f_Q(z; \theta_2) \frac{dz}{dx}} \right) f_Q(z; \theta_2) \frac{dz}{dx} dx \right). \quad (\text{B.4})$$

O que rende a mesma expressão dada pela equação (B.1), mas agora em função da variável  $z$ :

$$D^{(h, \phi)}(\theta_1, \theta_2) = h \left( \int_I \phi \left( \frac{f_P(z; \theta_1)}{f_Q(z; \theta_2)} \right) f_Q(z; \theta_2) dz \right). \quad (\text{B.5})$$

Além disso, como as equações (B.1) e (B.5) dependem apenas dos vetores de parâmetros, que permanecem inalterados, parece necessário que as expressões sejam idênticas.

# Apendice C

## ARTIGO 1

---

---

Na sequência é inserido artigo publicado em *IEEE Transactions on Image Processing*, disponível também no endereço <http://ieeexplore.ieee.org/document/7883850/>.

# Ultrasound Image Despeckling Using Stochastic Distance-Based BM3D

Cid A. N. Santos, *Student Member, IEEE*, Diego L. N. Martins and Nelson D. A. Mascarenhas, *Member, IEEE*

**Abstract**—Ultrasound image despeckling is an important research field since it can improve the interpretability of one of the main categories of medical imaging. Many techniques have been tried over the years for ultrasound despeckling, and more recently, a great deal of attention has been focused on patch-based methods, such as non-local means (NLM) and block-matching collaborative filtering (BM3D). A common idea in these recent methods is the measure of distance between patches, originally proposed as the Euclidean distance, for filtering additive white Gaussian noise. In this work, we derive new stochastic distances for the Fisher-Tippett distribution, based on well-known statistical divergences, and use them as patch distance measures in a modified version of the BM3D algorithm for despeckling log-compressed ultrasound images. State-of-the-art results in filtering simulated, synthetic, and real ultrasound images confirm the potential of the proposed approach.

**Index Terms**—despeckling; ultrasound imaging; stochastic distances; BM3D; patch-based filtering

## I. INTRODUCTION

ULTRASONOGRAPHY is an important modality of medical imaging since it is non-invasive, harmless, portable, low cost and is conducted in real time. The main issue affecting ultrasound images is a random granular pattern, the speckle, which is a phenomenon arising from the coherent nature of the acquisition system. The speckle, a form of multiplicative noise, affects the interpretability of the image, both by specialists or automated tools, and should be attenuated as much as possible. This kind of noise is also present in other types of coherent imaging systems, such as the laser, sonar, and synthetic aperture radar (SAR).

### A. Related work

Several techniques have been proposed in the literature for speckle removal, including the well-known Lee [1], Frost [2], and Kuan [3] adaptive filters, wavelets [4] [5], and anisotropic diffusion [6] [7]. More recently, attention has focused on patch-based approaches, such as NLM [8] [9] and BM3D [10] [11]. A common concept underlying these new techniques is the patch similarity measure, which indicates the similarity of two patches. In NLM, the patch similarity measure is used to determine the weights of the filtering process, while it is used in BM3D to aggregate the blocks of similar patches for subsequent filtering. As in the original proposals, both NLM

[12] and BM3D [13], which were designed for additive white Gaussian (AWG) noise, use the Euclidean distance (L2 norm) as the patch similarity measure.

In [14], the authors extend the NLM approach for speckle noise using a Bayesian framework. They use the Pearson distance as a new statistical distance for patch comparison. In [15], the NLM is adapted to SAR imagery using statistical inference in an iterative approach. The patch distance measure is obtained from the image statistics, which are considered to fit a Nakagami-Rayleigh distribution. In [16], a non-local approach is used for filtering intensity SAR images of homogeneous areas, modeled to fit a gamma distribution. It uses statistical hypothesis testing based on stochastic divergences derived from the  $(h, \phi)$ -divergence class. In [17], the stochastic distances coming from the  $(h, \phi)$ -divergence class are used to replace the Euclidean distance in a non-local filter for intensity SAR images, modeled by the  $G_0$  distribution. In addition, working with stochastic distances derived from  $(h, \phi)$ -divergence class and a non-local filter, in [18], the approach is applied to polarimetric SAR images, adopting the complex Wishart distribution statistics.

In [10], the BM3D algorithm is adapted to SAR imagery by replacing the Euclidean distance in the block-matching step by a distance derived from the SAR image statistics, as suggested by [15]. Additionally, the hard thresholding step is replaced by a local minimum mean squared error (MMSE) shrinkage strategy, as proposed originally in [19].

**Contributions:** In this paper, we deduce new stochastic distances for a Fisher-Tippett distribution, based on well-known statistical divergences, and use them as distance measures in a modified version of the BM3D algorithm for filtering log-compressed ultrasound images. Although there are approaches using stochastic distances as new patch similarity measures in [16] and [17], they are valid only for the statistics of SAR imagery, not for an ultrasound. Furthermore, there is no attempt to apply this approach with the BM3D algorithm.

## II. THEORETICAL BACKGROUND

### A. Speckle statistics

The ultrasound signal is acquired by transmitting high-frequency sound waves into the body and collecting the returning echoes. Two distinct physical phenomena are responsible for these returning echoes: the specular reflections and scattering. The specular reflection occurs when the wave, traveling in a tissue, meets a distinct tissue surface that is significantly larger than the wavelength of the ultrasound. The amount of reflected sound depends on the acoustic characteristics of the

C. A. N. Santos is with the Computing Department, Federal University of São Carlos, São Carlos, Brazil. D. L. N. Martins is with the Department of Interventional Radiology, Israelite Hospital Albert Einstein, São Paulo, Brazil. N. D. A. Mascarenhas is with the Computing Department, Federal University of São Carlos, São Carlos, Brazil and Faculdade Campo Limpo Paulista, Campo Limpo Paulista, Brazil.

two tissues. The scattering effect occurs when the sound wave reaches tissue scatterers, with small boundaries relative to the sound wavelength.

The interference among the returned echoes gives rise to a phenomenon known as the speckle, which is responsible for the granular aspect of the ultrasonic images. The way the returned echoes are modeled depends on certain factors, such as the placement (regular or random) and density of scatterers and the presence of strong specular reflections. The various combinations of these factors yield different scattering regimes and consequently different statistical models for the radio frequency (RF) ultrasound envelope signal and related speckle pattern. Destremes and Cloutier (2010) provide a deep review of such statistical models in [20].

Considering a resolution cell with a high density of scatterers ( $>10$ ) that are randomly distributed, and without strong specular reflections, we have the regime referred to as the fully developed speckle. For such a regime, the amplitude of the RF ultrasound signal envelope is known to be well described by a Rayleigh random variable ( $Y$ ):

$$P(Y|\sigma) = \frac{Y}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{Y^2}{2\sigma^2}\right), \quad Y \geq 0, \quad \sigma > 0 \quad (1)$$

where  $Y$  is the amplitude of the RF signal and  $\sigma$  is the tissue reflectivity for the specific resolution cell.

Defining a new random variable by applying the logarithm transform to equation (1), we can model the log-compression phase, which is carried out by any commercial ultrasound equipment, to adjust the large dynamic range of the RF image to the dynamic range of the equipment display:

$$Z = \log(Y + 1) \quad (2)$$

Notice that the Rayleigh random variable  $Y$  has support in interval  $[0, +\infty)$ . By adding one in equation (2), we conveniently keep the new  $Z$  random variable in the same support interval since there should be no negative amplitudes in the log-transformed image.

The distribution of the transformed random variable  $Z$  will be given by:

$$P(Z) = \left| \frac{dY}{dZ} \right| P(Y) \quad (3)$$

From equation (2), we have

$$Y = \exp(Z) - 1 \quad (4)$$

and

$$\frac{dY}{dZ} = \exp(Z) \quad (5)$$

Replacing equation (4) in (1) and using the result, together with (5), in equation (3), we have the distribution for the log-compressed ultrasound image, modeled by  $Z$  in equation (2). This distribution has a double exponential or Fisher-Tippett shape, of which the only parameter is the tissue reflectivity  $\sigma$ :

$$P(z|\sigma) = \left( \frac{\exp(z) - 1}{\sigma^2} \right) \exp\left( z - \frac{(\exp(z) - 1)^2}{2\sigma^2} \right) \quad (6)$$

Let  $z_1, z_2, \dots, z_3$  be samples of independent and identically distributed observations coming from the distribution of  $Z$  in equation (6). The joint density function for all observations (likelihood function) is given by:

$$L = P(y_1, y_2, \dots, y_n | \sigma) \\ = \prod_{i=1}^n \left[ \left( \frac{\exp(z_i) - 1}{\sigma^2} \right) \exp\left( z_i - \frac{(\exp(z_i) - 1)^2}{2\sigma^2} \right) \right] \quad (7)$$

Applying the log to transform the product in summation, we have the log-likelihood function:

$$\log(L) = \sum_{i=1}^n \log(\exp(z_i) - 1) - \sum_{i=1}^n \log(\sigma^2) \\ + \sum_{i=1}^n z_i - \sum_{i=1}^n \left( \frac{(\exp(z_i) - 1)^2}{2\sigma^2} \right) \quad (8)$$

By taking the derivative of the log-likelihood, with respect to  $\sigma$ , and making it equal to zero, we find the maximum likelihood estimator for the parameter  $\sigma$  of the Fisher-Tippett distribution defined in equation (6):

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (\exp(z_i) - 1)^2 \quad (9)$$

## B. Multiplicative model

Assuming a fully developed speckle model and, consequently, Rayleigh statistics for the speckle, if we take a homogeneous region of the image ( $\sigma$  constant), the ratio of the standard deviation to the expected value is constant, meaning that they are proportional:

$$\frac{\sqrt{\frac{4-\pi}{2}} \sigma}{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma} \approx 0.5227 \quad (10)$$

The fact that the standard deviation is proportional to the mean in homogeneous areas suggests a multiplicative model for the speckle. Such a model has been widely used for deriving speckle reducing schemes and may be expressed as:

$$I(i, j) = S(i, j) * Y(i, j) \quad (11)$$

where  $Y(i, j)$  is the multiplicative speckle noise in the spatial position  $(i, j)$ , with statistics given by equation (1). Moreover,  $S(i, j)$  represents the noiseless pixel value to be recovered for the same spatial position.

One possibility to deal with speckle under the multiplicative model is to apply a homomorphic approach. It is based on taking the logarithm to transform the multiplicative noise into additive noise:

$$\log[I(i, j)] = \log[S(i, j)] + \log[Y(i, j)] \\ \log[I(i, j)] = \log[S(i, j)] + Z(i, j) \quad (12)$$

where  $Z(i, j)$  is now an additive log-transformed speckle noise.

In this work, we adopt the multiplicative model in a homomorphic approach that considers the statistics of the additive



log-transformed speckle, as given by equation (6). When adopting such a model, we must be aware that it assumes at least two main simplifications. First, a fully developed speckle model is valid mainly in homogeneous areas, not in the whole ultrasound image. Second, the logarithm transform phase of commercial ultrasound equipment typically will not be as simple as the model in equation (2) and may also involve other non-linear operations that change the statistics of the speckle.

### C. BM3D Algorithm

The BM3D is known to be one of the state-of-the-art filtering algorithms for AWG noise corrupted images. Although modifications exist to consider the multiplicative nature of speckle [21], in this work we are interested in the log-compressed ultrasound data since this is the common format provided by any commercial ultrasound equipment.

The core of the *BM3D* algorithm has three operations: block-matching, 3D collaborative filtering in a sparse domain, and reconstruction. For the block-matching operation, the image is scanned in overlapping windows, and for each of these windows, a reference patch is compared to all other (overlapping) patches inside the window. All similar patches, according to Euclidean distance, are stacked to form a 3D block. These 3D blocks undergo a linear transformation and are filtered in a sparse domain. After inverse transformation, there are many estimates for the same pixel, and the patch is reconstructed by combining those estimates. The *BM3D* algorithm executes the core operations twice. In the first step, the 3D blocks are filtered using a sparse coefficient threshold, while in the second step, the 3D blocks are filtered using a Wiener filter with coefficients estimated from the result generated in the first step.

### D. Stochastic Distances

Divergence measures play a major role in statistical inference and discrimination since they are measures of the statistical distance between probability distributions [22]. We use the term ‘stochastic distances’ for symmetrized versions of divergence measures, as suggested by [23].

Nascimento, Cintra, and Frery (2010) in [23], explore the use of stochastic distances in the hypothesis testing of SAR speckled imagery. Based on the  $(h, \phi)$ -divergence class, they define the expression for the derivation of the stochastic distances of eight well-known divergences. They work with Kullback-Leibler, Rényi, Hellinger, Bhattacharyya, Jensen-Shannon, arithmetic-geometric, triangular, and harmonic mean distances. Here, we present just the first four since the others did not yield closed-form expressions when working with the Fisher-Tippett distribution.

Let  $X$  and  $Y$  be random variables defined over the same probability space, with densities  $f_x(z|\theta_1)$  and  $f_y(z|\theta_2)$ , respectively, where  $\theta_1$  and  $\theta_2$  are the parameter vectors. The expressions to derive stochastic distances based on well-known divergence measures are given by the equations (13), (14), (15), and (16), as defined in [23]. We consider that  $f_x$  and  $f_y$  belong to the same distribution family, in a way that the

distances will depend only on the parameter vectors. The explicit dependency on  $z$  is omitted for simplicity.

a) Kullback-Leibler distance

$$d_{kl}(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2} \int (f_x - f_y) \log \left( \frac{f_x}{f_y} \right) \quad (13)$$

b) Rényi distance of order  $\beta$

$$d_{re}^\beta(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{\beta - 1} \log \left( \frac{1}{2} B \right) \quad (14)$$

where

$$B = \left( \int f_x^\beta f_y^{1-\beta} + \int f_x^{1-\beta} f_y^\beta \right), \text{ and } 0 < \beta < 1$$

c) Hellinger distance

$$\begin{aligned} d_{he}(\theta_1, \theta_2) &= 1 - \int \sqrt{f_x f_y} \\ &= 1 - \exp \left( -\frac{1}{2} d_{re}^{\frac{1}{2}}(\theta_1, \theta_2) \right) \end{aligned} \quad (15)$$

d) Bhattacharyya distance

$$\begin{aligned} d_{bha}(\theta_1, \theta_2) &= -\log \left( \int \sqrt{f_x f_y} \right) \\ &= -\log(1 - d_{he}(\theta_1, \theta_2)) \end{aligned} \quad (16)$$

### E. Image quality metrics

The evaluation of the performance of despeckling filters in ultrasound images is not a trivial task. The first problem is the lack of one or a set of objective quality metrics universally accepted by the research community. Moreover, specialists may not be available to evaluate the image quality for diagnosis. Furthermore, there is no ground truth for comparison when filtering real ultrasound images.

In this work, we do not deal directly with the problem of mapping the quality of the filtered images for better diagnosis, measuring the quality of the filters using a set of objective quality metrics and a subjective evaluation by a medical image expert. The objective quality metrics are chosen to quantify the performance of the filters in smoothing the homogeneous areas, while preserving details and borders. Filtered images with those characteristics may support, when tuned for specific cases, the development of better diagnosis techniques.

Consider the following convention for the description of the metrics in the next topics:  $I_f$  denotes the filtered image,  $I_n$  denotes the noisy image,  $I_g$  denotes the ground truth noiseless image,  $M$  and  $N$  are the image dimensions,  $(i, j)$  refers to the spatial position of a pixel, and the symbols  $E[\cdot]$  and  $\text{VAR}[\cdot]$  indicate the expected value and variance operations. The metrics that require  $I_g$  are known as full-reference metrics, while the metrics using only  $I_f$  and  $I_n$  are the non-reference metrics.

1) *Speckle smoothing metrics (SSI/SMPI)*: In a homogeneous region of an RF ultrasound image, the speckle strength, also known as the speckle index, is given by the relation of the standard deviation and mean [24]:

$$SI = \frac{\sqrt{VAR[I_n]}}{E[I_n]} \quad (17)$$

If for a specific homogeneous area in the image, one normalizes the speckle index of the filtered image by the speckle index of the original image, we have the speckle suppression index [25]:

$$SSI = \left( \frac{\sqrt{VAR[I_f]}}{E[I_f]} \right) \left( \frac{E[I_n]}{\sqrt{VAR[I_n]}} \right) \quad (18)$$

When the filter suppresses speckle,  $SSI < 1$ , and the lower the  $SSI$  is, the stronger suppression abilities the filter has.

The  $SSI$  may fail to evaluate the despeckling performance if the filter overestimates the filtered image mean. To avoid this effect, Shamsoddini and Trinder (2010) defined the speckle suppression and mean preservation index ( $SMPI$ ) in [25]:

$$SMPI = (R + |E[I_n] - E[I_f]|) \left( \frac{\sqrt{VAR[I_f]}}{\sqrt{VAR[I_n]}} \right) \quad (19)$$

where

$$R = \left( \frac{\max(E[I_f]) - \min(E[I_f])}{E[I_n]} \right)$$

Lower values of  $SMPI$  indicate better filter performance regarding mean preservation and speckle removal [25].

Equations (17), (18), and (19) are valid only for the RF ultrasound image. After log compression, the mean is no longer proportional to the standard deviation, and we must calculate the speckle index using the variance, as in equation (2.9) of [24]. Since  $SSI$  and  $SMPI$  are based on the speckle index, we should also replace the standard deviation by the variance in their calculations.

We calculate the  $SSI$  and  $SMPI$  for each individual pixel of the image, in a  $7 \times 7$  window centered on the pixel. The global  $SSI$  and  $SMPI$  associated with the image is the mean value of the pixels. Additionally,  $SSI$  and  $SMPI$  should be calculated only for homogeneous regions of the image. To decide whether a pixel belongs to a homogeneous area, we use the result of [26], where the speckle index (named coefficient of variation) is used as an edge detector. There, the authors show that the local SI is approximately equal to the global SI for the homogeneous areas of an RF image. The local SI refers ( $SI_{local}$ ) to the SI calculated in a patch of the image, and the global ( $SI_{global}$ ) refers to the SI calculated for the whole image. Here, experimentally, we determined that pixels with  $SI_{local} \leq 0.9 * SI_{global}$  belong to homogeneous areas.

2) *Peak signal-to-noise ratio (PSNR)*: Peak signal-to-noise ratio (PSNR) is the ratio between the power of a signal and the power of the disturbing noise and can be expressed as [27]:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left( \frac{L^2}{MSE} \right) \quad (20)$$

where  $L$  is the maximum possible pixel value (power) of the image, typically 255 for a gray level, 8 bits coded image. The mean squared error (MSE) represents the noise power and may be expressed as [27]:

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{i,j=1}^{M,N} (I_g(i,j) - I_f(i,j))^2 \quad (21)$$

The higher the PSNR, the higher the relation of the signal with noise, and consequently, the better the filtering process.

3) *Structural similarity index (SSIM)*: The structural similarity index (SSIM) is a quality measure index that, in a parallel with the human visual system, accounts for the similarities of luminance, contrast, and structures when comparing two images. The SSIM was introduced in [28] and further elaborated in [29] and [30]. The software for the computation of the index is provided by the authors in [31] and requires the ground truth noiseless image. The SSIM ranges from -1 (total dissimilarity) to 1 (total similarity). Given a filtered image and its related ground truth (noiseless), the higher the value of SSIM (inside its range), the better the filtering process could keep the structural information of the image.

4) *Edge preservation index (EPI)*: As a measure of the edge preservation capabilities of the filters, we used the metric defined by [32]:

$$EPI = \frac{\sum_{i,j=1}^{M,N} D_g(i,j) D_f(i,j)}{\sqrt{\left( \sum_{i,j=1}^{M,N} D_g(i,j)^2 \right) \left( \sum_{i,j=1}^{M,N} D_f(i,j)^2 \right)}} \quad (22)$$

where  $D_g = (\Delta I_g - E[\Delta I_g])$ ,  $D_f = (\Delta I_f - E[\Delta I_f])$  and  $\Delta$  means the high-pass filtered version of the image, obtained with a  $3 \times 3$  pixel standard approximation of the Laplacian operator.

The edge preservation index (EPI) ranges in the interval  $[0, 1]$  and values near 1 indicate better filter performance in preserving the edges.

5) *Resolution ( $\alpha$ )*: As a metric of the resolution of the ultrasound image, we use the same measure adopted in [33], [34], and [35]. It is computed as the percentage of pixels in the auto-correlation function of the filtered image that exceeds 75% of its maximum value. Lower  $\alpha$  values usually indicate better image resolution.

### III. PROPOSED APPROACH

In this work, we propose to replace the Euclidean distance used in the BM3D algorithm with stochastic distances between two Fisher-Tippett distributions to improve the despeckling performance of log-compressed ultrasound images. Those stochastic distances are deduced in the sequence.

#### A. Stochastic distances between Fisher-Tippett distributions

Let  $X$  and  $Y$  be two noisy patches of size  $N \times M$ , whose statistics can be described by the Fisher-Tippett distribution given by equation (6) and the respective reflectivity parameters  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$ :

$$f_X = \left( \frac{\exp(z) - 1}{\sigma_1^2} \right) \exp \left( z - \frac{(\exp(z) - 1)^2}{2\sigma_1^2} \right) \quad (23)$$

$$f_Y = \left( \frac{\exp(z) - 1}{\sigma_2^2} \right) \exp \left( z - \frac{(\exp(z) - 1)^2}{2\sigma_2^2} \right) \quad (24)$$

Replacing equations (23) and (24) in equations (13) through (16), we derive the expressions for the respective stochastic distances, given by equations (25) through (28), respectively. Notice that, in this case, the parameter vectors are  $\theta_1 = \{\sigma_1\}$  and  $\theta_2 = \{\sigma_2\}$ . Another important detail about the manipulation of the equations in subsection II-D is that the integrals must be solved for the interval  $[0, +\infty)$  since it is the support interval of the Fisher-Tippett distribution as defined in equation (6):

a) Kullback-Leibler distance for Rayleigh distribution

$$d_{kl}(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2}{2\sigma_1^2\sigma_2^2} \quad (25)$$

b) Rényi <sup>$\beta$</sup>  distance for Rayleigh distribution

$$d_{re}^\beta(\sigma_1, \sigma_2) = \left( \frac{1}{\beta - 1} \right) \log \left( \frac{1}{2} B \right) \quad (26)$$

where

$$B = \left( \frac{\sigma_1^{2\beta} \sigma_2^{2(1-\beta)}}{\sigma_2^2 - \sigma_2^{2\beta} + \sigma_1^2\beta} + \frac{\sigma_2^{2\beta} \sigma_1^{2(1-\beta)}}{\sigma_1^2 - \sigma_1^{2\beta} + \sigma_2^2\beta} \right)$$

and  $0 < \beta < 1$ .

c) Hellinger distance for Rayleigh distribution

$$d_{he}(\sigma_1, \sigma_2) = 1 - \left( \frac{2\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right) \quad (27)$$

d) Bhattacharyya distance for Rayleigh distribution

$$d_{bha}(\sigma_1, \sigma_2) = -\log \left( \frac{2\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right) \quad (28)$$

These stochastic distances depend only on the reflectivity parameters  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$  that can be estimated from the noisy patches using equation (9). The smaller the calculated value of the distance, the closer the patches are statistically. For patches with equal parameters ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ) the stochastic distances will be evaluated to zero.

From the analytical form of the equations (25) through (28), it is possible to make the following observations. First, all distances have a lower bound of zero, when  $\sigma_1 = \sigma_2$ . This is an obvious condition since there would be no negative distance. On the other hand, only the expression for Hellinger distance has an upper bound, in 1. The distances of Bhattacharyya, Kullback-Leibler, and Rényi <sup>$\beta$</sup>  increase indefinitely as  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$  move apart. Finally, for the expression of Rényi <sup>$\beta$</sup>  distance, the following relations are valid:

$$d_{re}^\beta(\sigma_1, \sigma_2) \xrightarrow{\beta \rightarrow 1} d_{kl}(\sigma_1, \sigma_2) \quad (29)$$

$$d_{re}^\beta(\sigma_1, \sigma_2) \xrightarrow{\beta \rightarrow 0} 0 \quad (30)$$

Just to give a view of how the stochastic distances are related, graphs in Figures 1 and 2 show how they vary if we take  $\sigma_1$  in interval  $(0, 1]$  and fix  $\sigma_2$  in 0.15. Graph 1 shows the distances of Bhattacharyya, Hellinger, Kullback-Leibler, and

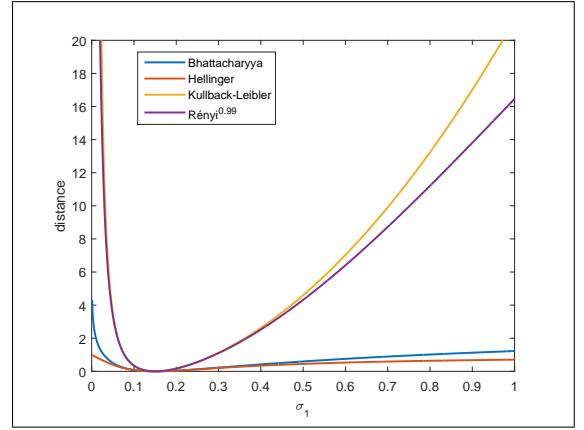


Fig. 1. Bhattacharyya, Hellinger, Kullback-Leibler and Rényi<sup>0.99</sup> stochastic distances between two Fisher-Tippett distributions of parameters  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$ , with fixed  $\sigma_2 = 0.15$ .

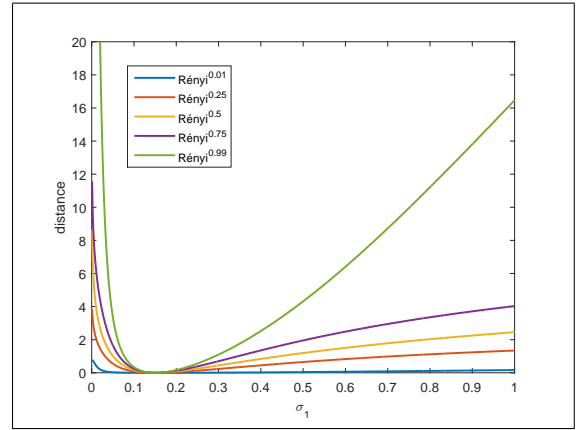


Fig. 2. Rényi <sup>$\beta$</sup>  stochastic distance between two Fisher-Tippett distributions of parameters  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$ , with fixed  $\sigma_2 = 0.15$  and  $\beta$  in  $\{0.01, 0.25, 0.5, 0.75, 0.99\}$ .

Rényi of order  $\beta = 0.99$ . Graph 2 shows the Rényi distance for orders  $\beta$  in  $\{0.01, 0.25, 0.5, 0.75, 0.99\}$ .

Slabaugh, Unal, and Shang (2006) had already obtained the Kullback-Leibler distance for two Fisher-Tippett distributions in [36]. To the best of our knowledge, Rényi, Hellinger, and Bhattacharyya distances had not yet been derived for the Fisher-Tippett distribution.

### B. Stochastic distance based BM3D

As described in section II-C, the original BM3D algorithm uses the Euclidean distance to measure the similarity of two patches and groups them for posterior collaborative filtering. This is an approach based on an AWG noise assumption that is clearly not ideal for a log-compressed ultrasound image. To adapt this block-matching operation of the BM3D algorithm to a measure that can take the statistics of the log-compressed image into account, we propose replacing the Euclidean distance for one of the distances deduced in equations (25) through (28).

The stochastic distance based BM3D (SD-BM3D) and other filters based on the BM3D framework have some advantages

when compared with other approaches. Let us consider, for example, the well-known NLM approach. The NLM is also a patch-based method, where the distance among patches are used to compute a weighted estimation of a denoised pixel. However, NLM can account only for non-local patch similarities, while BM3D based methods can account both for local and non-local similarities. This is because when BM3D stacks the patches in a 3D group, the collaborative filtering uses the information in the local patch and the information in the other (non-local) stacked patches. Another main difference among the NLM-based and BM3D-based filters is that NLM is a spatial method, while BM3D can take advantage of working in some sparse domain. One example of an NLM-based method adapted to log-compressed ultrasound images is the optimum Bayesian non-local means (OBNLM) filter proposed by [8]. As SD-BM3D adapts the original BM3D replacing the Euclidean distance by stochastic distances, OBNLM adapts the original NLM approach, replacing the Euclidean distance with the Pearson distance.

To compare the SD-BM3D method with an entirely different approach, we may mention the speckle reducing anisotropic diffusion (SRAD) filter, proposed by [6] to filter speckle in SAR and ultrasound images. The SRAD and the diffusion-based methods in general, instead of using patch similarities, explore a noise-dependent instantaneous coefficient of variation of the image magnitude to smooth homogeneous areas while trying to preserve the edges. The SRAD is much simpler when compared with the various steps and computations of the SD-BM3D method and consequently is much faster.

#### IV. EXPERIMENTAL RESULTS

To validate our approach, we use simulated, synthetic, and real breast ultrasound images. For all cases, we use the publicly available implementation of the BM3D algorithm provided by [37]. For the experiments referred to as the original *BM3D*, we use the implementation as is, and for the experiments with stochastic distances, we use a modified version where the function that performs the block-matching step is replaced. Since filtering performance using any of the stochastic distances deduced in section II-D is almost the same, we show only the result of filtering with the modified *BM3D* version using the *Hellinger* distance. We refer to this version simply as the *SD-BM3D*. Besides the original BM3D algorithm, we compare our approach with two other filters designed specifically for log-compressed ultrasound images that have publicly available versions. These filters are the SRAD [6] and OBNLM [8], previously referenced in section III-B. Each filter has its own parameter space, controlling the trade-off between smoothing and detail preservation, and there is no set rule to determine the optimum set of parameters to be used in the general case. To overcome this situation, when setting the filter parameters for the comparison, we adopt the following procedure:

- run the OBNLM filter with a set of parameters that visually seems to have a good balance between smoothing and detail preservation;
- calculate the resolution ( $\alpha$ ) metric;

TABLE I  
METHOD AVERAGE EXECUTION TIME(SECONDS) TO FILTER A 256x256 IMAGE.

SD-BM3D	2.61
BM3D	2.85
OBNLM	1.91
SRAD (250 iterations)	<b>0.39</b>

- run the other filters, varying the parameters until the same resolution ( $\alpha$ ) is met;

This way, the performance of the filters can be compared, knowing that the images all have the same resolution metric.

The environment is an Intel Core i7-4510U PC with Windows 10, and MATLAB. All the filters run a native implementation wrapped in a MATLAB MEX file. In Table I, we give the average execution time to filter an image of 256x256 pixels, for each of the methods. The averaged value considers 100 runs.

Finally, before the tests, all images have the statistics verified, as described in section IV-E.

##### A. Experiments with simulated ultrasound images

For the simulated ultrasound images, we use the tool Field-II [38][39], and simulate images for the cyst phantom, as in [40] and [8]. The phantom is a  $60 \times 40 \times 10$  mm cube with  $10 \text{ scatterers}/\text{mm}^3$ , randomly distributed in the volume. There are five cyst regions, which are the black spots in the images of Figure 3. There are also five high scattering regions, represented by the white spots. The amplitude of the scatterers is distributed according to a unit mean Gaussian distribution. For the high scattering region, the amplitudes are multiplied by 10 and are made zero inside the cyst. We repeated the simulation 20 times for the tests.

We generate the simulations with the Field-II transducer configuration as in Table II, exactly as in the cyst phantom sample provided with the tool. In addition, following the provided sample code, the resulting raw RF image signal is down-sampled by a factor of 10, and the RF envelope is extracted with the Hilbert transform. After that, the envelope is log compressed using equation (2). The density of  $10 \text{ scatterers}/\text{mm}^3$  is used to generate fully developed speckle, which can be confirmed by checking the ratio of the standard deviation to the expected value. This relation should be approximately constant, as stated by equation (10). Another possibility is to check the statistics of the envelope, which should fit a Rayleigh distribution in a homogeneous region. According to our experiments, and for the Field-II configuration as in Table II, a density higher than eight  $\text{scatterers}/\text{mm}^3$  would be enough to generate a fully developed speckle.

In Table III, we report the performance of the filters in terms of *SSI*, *SMPI*, and  $\alpha$  indexes. We compare the *SD-BM3D* with the original *BM3D*, *SRAD*, and *OBNLM*. Values in the table are average values for the 20 simulations. In the images of Figure 3, we show the filtering result for one of the simulations, along with the noisy image.

In the images of Figures 4 and 5, we show magnified details of the filtered images for a homogeneous and heterogeneous

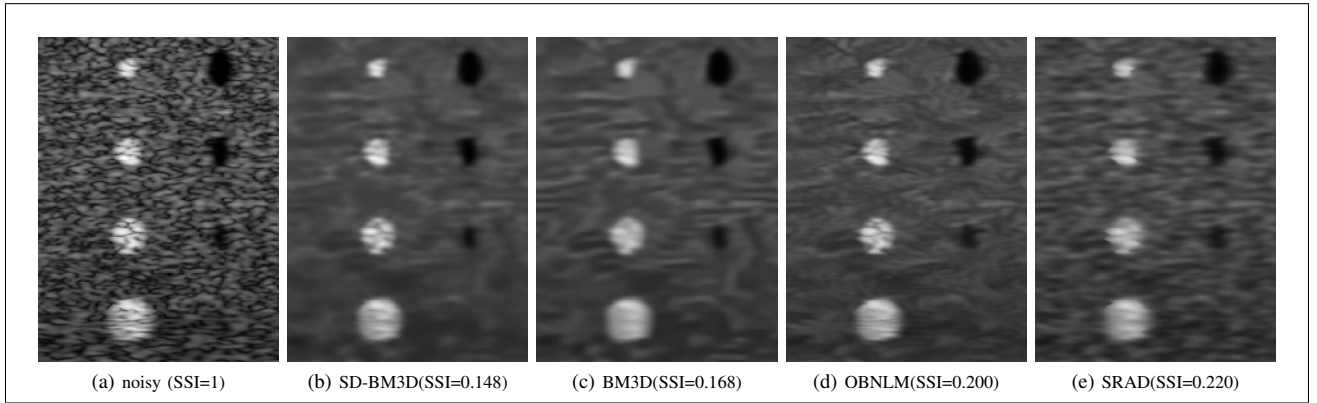


Fig. 3. Field-II cyst phantom simulated image denoised by SD-BM3D, BM3D, OBNLM and SRAD with the related SSI metric values.

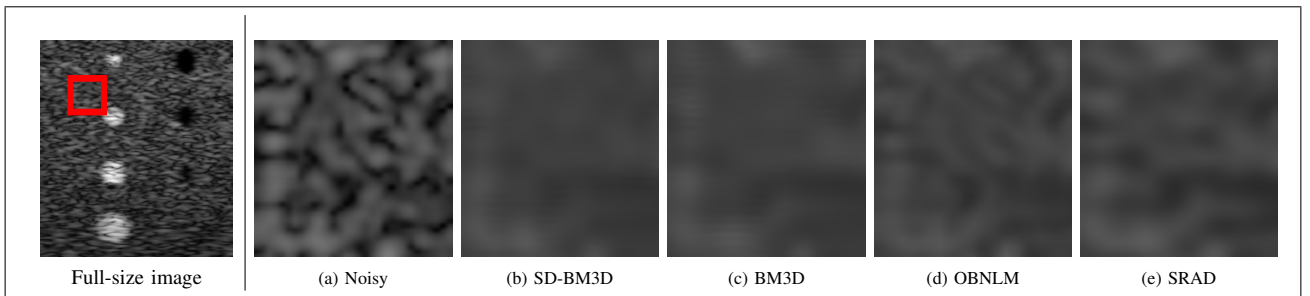


Fig. 4. Magnified details in the homogeneous area of simulated ultrasound image. Details are taken from the position indicated in the full-size image.

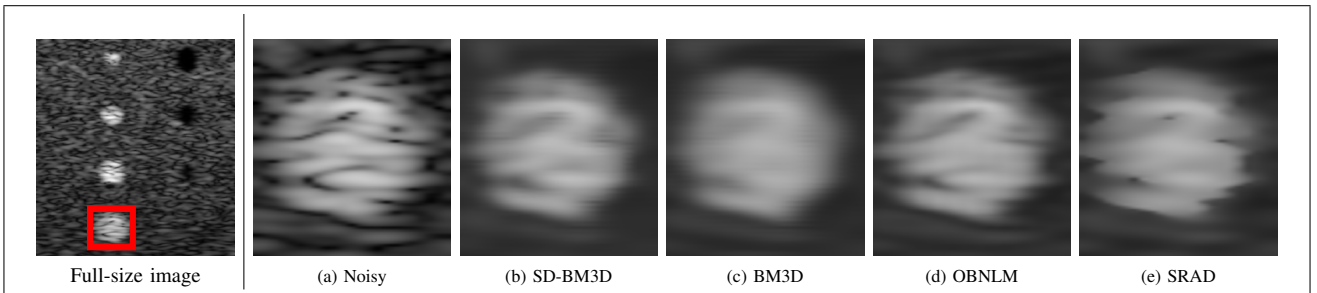


Fig. 5. Magnified details in an edge area of simulated ultrasound image. Details are taken from the position indicated in the full-size image.

TABLE II  
FIELD-II TRANSDUCER CONFIGURATION.

Transducer center frequency	$3.5 * 10^6$ Hz
Sampling frequency	$100 * 10^6$ Hz
Speed of sound	1540 m/s
Width of element	$1540 / (3.5 * 10^6)$ m
Height of element	5/1000 m
Number of physical elements	192
Number of active elements	64

TABLE III  
PERFORMANCE FOR FILTERING SIMULATED ULTRASOUND IMAGES.

	SSI	SMPI	$\alpha$
Noisy	1.000	3.505	0.025
SD-BM3D	<b>0.157</b>	<b>0.468</b>	<b>0.057</b>
BM3D	0.175	0.539	<b>0.057</b>
OBNLM	0.199	0.608	<b>0.057</b>
SRAD	0.223	0.706	<b>0.057</b>

area, respectively. The details were taken from the region marked in red in the full-size image.

Notice that the tests with simulated images are non-reference tests. Although the shape of the phantom is previously known, it is not possible to determine the true gray level values of the noiseless image.

### B. Experiments with synthetic images

The experiments with synthetic images use the database of realistic breast phantoms provided by [41]. The phantoms mimic the breast tissue echogenicities, tumor shapes, and lesion histology. There are three types of lesions (carcinoma, cyst, and fibroadenoma), with three possible tumor shapes each. For each combination of lesion/tumor shape, there are 50 phantoms, where the position of the tumor varies. We took 10 phantoms from each combination, totaling 90 tested phantoms.

In Table IV, we report the performance of the filters in terms of the metrics defined in section II-E. We compare the *SD-*

TABLE IV  
PERFORMANCE FOR FILTERING SYNTHETIC BREAST ULTRASOUND IMAGES.

	PSNR	SSIM	EPI	SSI	SMPI	$\alpha$
Noisy	14.001	0.103	0.175	1.000	1.415	0.085
SD-BM3D	<b>15.310</b>	<b>0.397</b>	<b>0.220</b>	<b>0.158</b>	<b>0.221</b>	<b>0.102</b>
BM3D	15.275	0.396	0.210	0.168	0.231	<b>0.102</b>
OBNLM	15.191	0.321	0.191	0.198	0.268	<b>0.102</b>
SRAD	15.196	0.360	0.121	0.183	0.257	<b>0.102</b>

TABLE V  
PERFORMANCE FOR FILTERING GROUP-1 REAL BREAST ULTRASOUND IMAGES.

	SSI	SMPI	$\alpha$
Noisy	1.000	0.691	0.119
SD-BM3D	<b>0.093</b>	<b>0.058</b>	<b>0.129</b>
BM3D	0.101	0.061	<b>0.129</b>
OBNLM	0.127	0.076	<b>0.129</b>
SRAD	0.108	0.068	<b>0.129</b>

BM3D with the original BM3D, SRAD, and OBNLM. Values in that table are averaged values for the 90 simulations. In the images of Figure 6, we show the filtering result for one of the generated synthetic images.

### C. Experiments with real ultrasound images

The experiments with real images use two datasets. The first, named Group-1, is a set of RF frames of breast lesions recorded from a malignant and a benign tumor, available from [42]. There are 183 RF frames from the malignant set and the same number for the benign set. We take 50 RF frames from each case for tests. Since these are images in RF format, before testing, we extract the envelope of the signal using the Hilbert transform and apply the log transformation given by equation (2). Finally, we take the central part of the image, with the size of  $256 \times 256$  pixels. The second dataset used for the tests, named Group-2, is a set of ultrasound images of breast lesions, including benign and malignant tumors. The images are already log compressed and are provided by [43]. There are 35 images in the dataset, but we could use only 20 of them. For these 20 we could verify the Fisher-Tippett statistics in part of the images, as described in section IV-E.

Tables V and VI show the performance of the filters for Group-1 and Group-2 datasets, respectively. Since this is a non-reference test, we show SSI, SMPI, and  $\alpha$  indexes. We compare the SD-BM3D with the original BM3D, SRAD, and OBNLM. Values in these tables are the average values for the entire set of images in each dataset group.

TABLE VI  
PERFORMANCE FOR FILTERING GROUP-2 REAL BREAST ULTRASOUND IMAGES.

	SSI	SMPI	$\alpha$
Noisy	1.000	3.165	0.042
SD-BM3D	<b>0.181</b>	<b>0.491</b>	<b>0.056</b>
BM3D	0.188	0.532	<b>0.056</b>
OBNLM	0.197	0.499	<b>0.056</b>
SRAD	0.248	0.709	<b>0.056</b>

TABLE VII  
SPECIALIST RATINGS FOR THE NOISY AND FILTERED IMAGES.

	Noisy	SD-BM3D	BM3D	OBNLM	SRAD
Image#01	5	5	5	5	5
Image#02	5	5	5	5	5
Image#03	5	5	5	5	5
Image#04	5	5	5	5	5
Image#05	5	5	5	5	5
Image#06	5	5	5	5	5
Image#07	5	5	5	5	5
Image#08	5	5	5	5	5
Image#09	5	5	5	5	4
Image#10	5	5	5	5	4
Image#11	4	5	5	5	4
Image#12	4	5	5	5	4
Image#13	4	5	5	4	4
Image#14	4	5	5	3	4
Image#15	4	5	4	4	4
Image#16	4	4	4	4	4
Image#17	4	4	4	4	4
Image#18	4	4	4	4	3
Image#19	3	3	3	3	3
Image#20	3	3	3	3	3
Average	4.4	<b>4.65</b>	4.6	4.45	4.25

### D. Medical evaluation of the filtered images

Besides the evaluation of the filter using objective quality metrics as shown in previous sections, we also performed a subjective evaluation of the quality of the images executed by a medical radiologist. For this experiment, we use the same 20 breast ultrasound images referenced as Group-2 in the previous section and apply the following procedure using the filters SD-BM3D, BM3D, OBNLM, and SRAD:

- Filter the images using several parameter configurations to generate filtered images with several degrees of smoothness for each filter;
- The specialist chooses one image as the best one for each filter;
- Based on the quality of that image for diagnosis, the specialist assigns a score according to the scale: 1-Bad, 2-Poor, 3-Fair, 4-Good, and 5-Excellent. This scale originates from the International Telecommunications Union (ITU) quality grading recommendations, as given in [44];
- It is a blind test, the specialist does not know which image corresponds to each filter.

The result of the evaluation is shown in Table VII. The table is ordered from higher to the lower scores and from the left to the right column.

In Figure 7 we show a sample of the images used for the specialist evaluation. It corresponds to Image 11 in Table VII.

### E. Statistical validation of the test images

Since our approach assumes images with Fisher-Tippett noise in homogeneous areas, a validation of such a model was carried out in the images used in preceding sections. For validation, we divide the image in  $8 \times 8$  non-overlapping windows and take the gray level values of the pixels inside each window. We then apply a chi-squared ( $\chi^2$ ) goodness of fit test with the  $H_0$  hypothesis that the data fits a Fisher-Tippett distribution. We divide the data into 8 bins, and to compensate

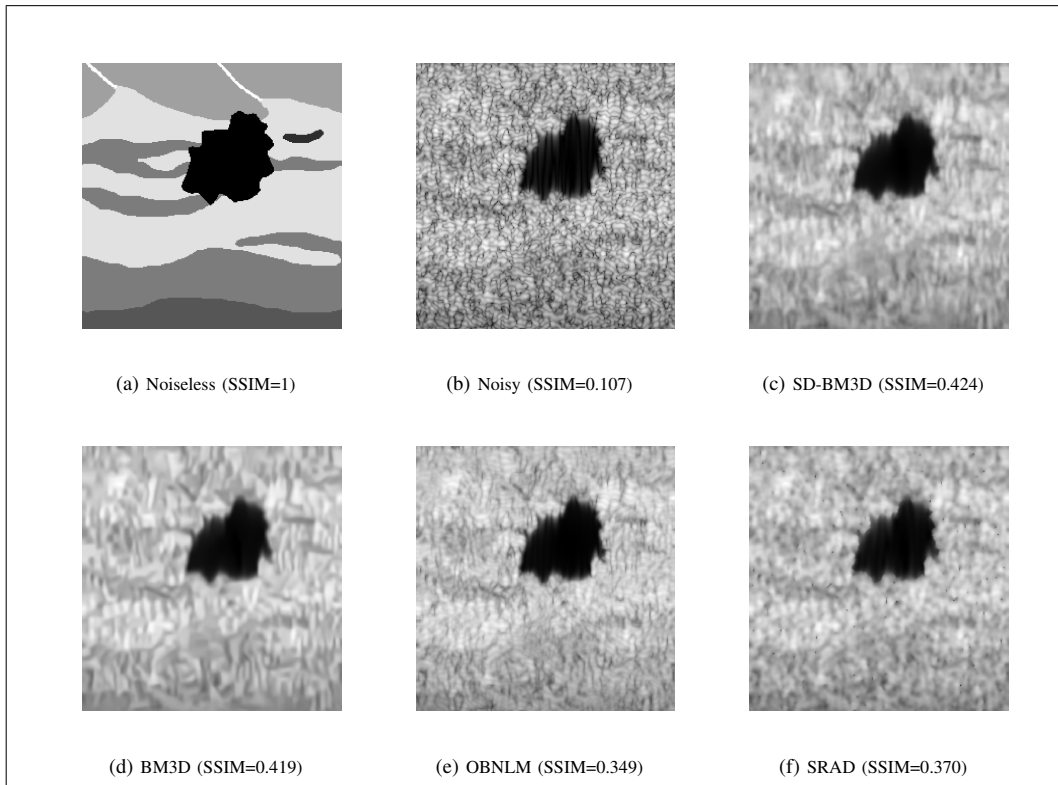


Fig. 6. Breast angular carcinoma synthetic ultrasound image denoised by SD-BM3D, BM3D, OBNLM and SRAD with the related SSIM metric values.

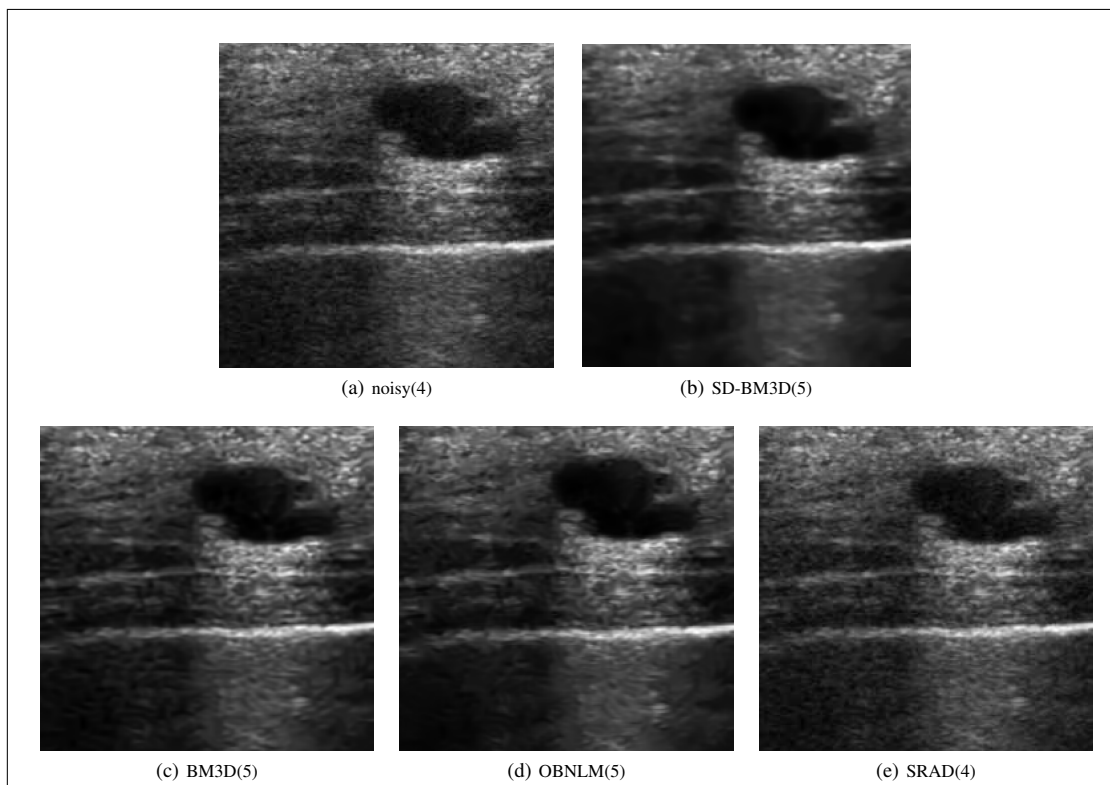


Fig. 7. Breast cyst ultrasound image denoised by SD-BM3D, BM3D, OBNLM and SRAD with the related medical expert scores.



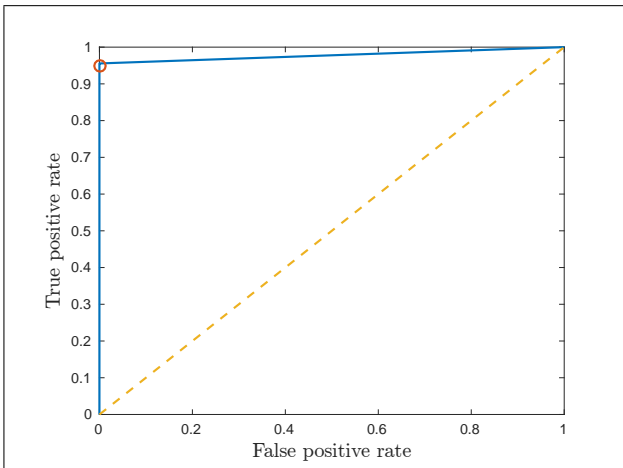


Fig. 8. ROC Curve for the Fisher-Tippett data detector.

for the fact that the parameter of the Fisher-Tippett distribution is estimated from the data, we use (8-1) degrees of freedom in the tests. To ensure this validation framework can capture the statistics of an  $8 \times 8$  patch correctly, we built its receiver operating characteristic (ROC) curve, shown in Figure 8. The ROC curve is built as follows:

- generate a sequence of 64 ( $8 \times 8$ ) data values using Rayleigh distribution with a random standard deviation in the interval (0,1];
- normalize the sequence in the interval [0,255], and apply the model in equation (2);
- execute the goodness of fit test, and for each significance level, count a true positive if the test cannot reject  $H_0$  or a false negative if the test rejects it;
- generate a sequence of 64 data values using the normal distribution with a random standard deviation in the interval (0,1];
- normalize the sequence in the interval [0,log(255+1)], that is the same interval used for Fisher-Tippett data;
- execute the goodness of fit test, and for each significance level, count a false positive if the test cannot reject  $H_0$  or a true negative if the test rejects it;
- repeat the procedure 100,000 times.

In the ROC curve, the point [1,1] means a test with significance level of 0%, and the point [0,0] means a significance level of 100%. The point marked in red when the curve touches the true positive axis is the 5% significance level for the test. Notice by the ROC curve that the true positive rate will be almost as high as the significance level set for the test, while simultaneously there will be no false positive cases, which makes such a statistical test a very good detector for the Fisher-Tippett data.

Table VIII gives the average percentage of patches in each image set that cannot have the  $H_0$  hypothesis rejected by the ( $\chi^2$ ) goodness of fit test.

## V. DISCUSSIONS

As can be verified in Tables III, IV, V, and VI, for a fixed level of resolution ( $\alpha$ ), the proposed statistical distance

TABLE VIII  
AVERAGE PERCENTAGE OF PATCHES THAT CANNOT REJECT THE HYPOTHESIS OF A FISHER-TIPPETT DISTRIBUTION IN EACH DATASET.

Simulaged images	73,15%
Synthetic images	78.5%
Group 1 real images	62.2%
Group 2 real images	57.2%

measures for the BM3D algorithm, when applied to log-compressed ultrasound images, have yielded better despeckling performance in all metrics compared with the BM3D, OBNLM, and SRAD filters.

Checking a magnified window in a homogeneous area, given by Figure 4, we see that the SD-BM3D and BM3D have smoother results than OBNLM and SRAD. In the same way, checking a magnified window in an edge area, given by Figure 5, we see that the SD-BM3D and BM3D improved the edges better than the OBNLM, while the SRAD method blurred it.

Regarding the evaluation of the images by a specialist shown in TableVII, we want to analyze two aspects: whether the filters degrade the image quality and whether they can improve it. For the first aspect, we can consider the whole table, and we see that SD-BM3D and BM3D do not degrade the quality of the image in any of the cases. For OBNLM, we have the degradation of just one image, while for SRAD, we can observe it for three. Considering the second aspect, we must use only Images 11 through 20, since the others already have the maximum score for the noisy image. For this subset, the SD-BM3D algorithm can improve the quality of half of the images, while BM3D can improve four, OBNL only two, and SRAD none of them. This result suggests that SD-BM3D has a higher rate of improvement than the other algorithms, while causing no degradation.

## VI. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

Replacing the original Euclidean distance measure with a stochastic distance based on the image statistics can improve the performance of the BM3D algorithm when applied to log-compressed ultrasound images. This change allows removing more speckle in homogeneous areas, while keeping the capabilities of the BM3D framework of preserving the edges in heterogeneous areas. Besides the improvement in the objective quality metrics, the evaluation by a medical ultrasound specialist indicates that the quality of the images for diagnosis can be improved in some cases.

A more extensive evaluation of how the SD-BM3D can improve the quality of the image for diagnosis remains to be done. A larger number of images from various ultrasound areas must be collected and evaluated by several specialists.

For better objective quality metrics, such as the EPI, it would be worth studying the effect of using SD-BM3D as a preprocessing step for other ultrasound image analysis techniques, such as segmentation and registration.

## REFERENCES

- [1] J. Lee, "Speckle analysis and smoothing of synthetic aperture radar images," *Computer graphics and image processing*, vol. 17, no. 1, pp. 24-32, 1981.



- [2] V. Frost, J. Stiles, K. Shanmungan, and J. Holtzman, "A model for radar images and its application for adaptive digital filtering of multiplicative noise," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 4, no. 4, pp. 157–165, 1982.
- [3] D. T. Kuan, A. A. Sawchuk, T. C. Strand, and P. Chavel, "Adaptive noise smoothing filter for images with signal-dependent noise," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 7, no. 2, pp. 165–177, 1985. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/journals/pami/pami7.html#KuanSSC85>
- [4] X. Hao, S. Gao, and X. Gao, "A novel multiscale nonlinear thresholding method for ultrasonic speckle suppressing," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 18, no. 9, pp. 787–7947, 1999.
- [5] F. N. S. de Medeiros, N. D. A. Mascarenhas, R. C. P. Marques, and C. M. Laprano, "Edge preserving wavelet speckle filtering." in *Southwest Symp. Image Analysis and Interpretation (SSIAI)*. IEEE Computer Society, 2002, pp. 281–285. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/conf/ssiai/ssiai2002.html#MedeirosMML02>
- [6] Y. Yu and S. T. Acton, "Speckle reducing anisotropic diffusion," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 11, no. 11, pp. 1260–1270, 2002. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/journals/tip/tip11.html#YuA02>
- [7] K. Z. Abd-Elmoniem, A. B. M. Youssef, and Y. M. Kadah, "Real-time speckle reduction and coherence enhancement in ultrasound imaging via nonlinear anisotropic diffusion," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 49, no. 9, pp. 997–1014, 2002. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/journals/tbe/tbe49.html#Abd-ElmoniemYK02>
- [8] P. Coupé, P. Hellier, C. Kervrann, and C. Barillot, "Nonlocal means-based speckle filtering for ultrasound images," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 18, no. 10, pp. 2221–2229, 2009. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1109/TIP.2009.2024064>
- [9] H. Zhao, Q. Wang, W. Wu, Q. Wang, and N. Yuan, "SAR image despeckling based on improved non-local means algorithm," in *2014 Int. Conf. Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA)*, 2014, pp. 844–847.
- [10] S. Parrilli, M. Poderico, C. V. Angelino, G. Scarpa, and L. Verdoliva, "A non local approach for SAR image denoising," in *IEEE Int. Geoscience and Remote Sensing Symp.*, Honolulu, Hawaii, United States, July 2010, pp. 726–729. [Online]. Available: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00518135>
- [11] Y. Gan, E. D. Angelini, A. F. Laine, and C. Hendon, "BM3D-based ultrasound image denoising via brushlet thresholding," in *Int. Symp. Biomedical Imaging (ISBI)*. IEEE, 2015, pp. 667–670. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/conf/isbi/isbi2015.html#GanALH15>
- [12] A. Buades, B. Coll, and J. M. Morel, "A review of image denoising algorithms, with a new one," *SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation*, vol. 2, pp. 490–530, 2005.
- [13] K. Dabov, A. Foi, V. Katkovnik, and K. O. Egiazarian, "Image denoising by sparse 3-d transform-domain collaborative filtering," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 16, no. 8, pp. 2080–2095, 2007. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/journals/tip/tip16.html#DabovFKE07>
- [14] P. Coupé, P. Hellier, C. Kervrann, and C. Barillot, "Bayesian non-local means-based speckle filtering," in *IEEE Int. Symp. Biomedical Imaging: from nano to macro (ISBI'08)*, Paris, France, May 2008, pp. 291–294.
- [15] C. A. Deledalle, L. Denis, and F. Tupin, "Iterative weighted maximum likelihood denoising with probabilistic patch-based weights," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 18, no. 12, pp. 2661–2672, 2009.
- [16] L. Torres and A. C. Frery, "SAR image despeckling algorithms using stochastic distances and nonlocal means," in *Workshop of Works in Progress in Conf. Graphics, Patterns and Images (SIBGRAP)*, F. P. Alexandre Falco, Ed., Arequipa, Peru, Aug. 2013. [Online]. Available: <http://www.ucsp.edu.pe/sibgrapi2013/e proceedings/>
- [17] P. A. A. Penna and N. Mascarenhas, "Intensity SAR image denoising with stochastic distances using non-local means filter," in *Workshop of Works in Progress in Conf. Graphics, Patterns and Images (SIBGRAP)*, S. M. Alejandro C. Frery, Ed., Arequipa, Peru, Aug. 2013. [Online]. Available: <http://www.ucsp.edu.pe/sibgrapi2013/e proceedings/>
- [18] L. Torres, S. J. S. Sant'Anna, C. da Costa Freitas, and A. C. Frery, "Speckle reduction in polarimetric SAR imagery with stochastic distances and nonlocal means," *Pattern Recognition*, vol. 47, pp. 141–157, 2014.
- [19] F. Argenti and L. Alparone, "Speckle removal from SAR images in the undecimated wavelet domain," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 40, no. 11, pp. 2363–2374, 2002. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/journals/tgrs/tgrs40.html#ArgentiA02>
- [20] F. Destrempes and G. Cloutier, "A critical review and uniformized representation of statistical distributions modeling the ultrasound echo envelope," *Ultrasound Med. Biol.*, vol. 36, no. 7, pp. 1037–51, 2010. [Online]. Available: <http://www.biomedsearch.com/nih/Critical-Review-Uniformized-Representation-Statistical/20620691.html>
- [21] S. Parrilli, M. Poderico, C. V. Angelino, and L. Verdoliva, "A nonlocal SAR image denoising algorithm based on LMMSE wavelet shrinkage," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 50, no. 2, pp. 606–616, 2012. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/journals/tgrs/tgrs50.html#ParrilliPAV12>
- [22] M. Salicrú, D. Morales, and M. L. Menéndez, "On the applications of divergence type measures in testing statistical hypotheses," *Journal of Multivariate Analysis*, vol. 51, pp. 372–391, 1994.
- [23] A. D. C. Nascimento, R. J. Cintra, and A. C. Frery, "Hypothesis testing in speckled data with stochastic distances," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 48, no. 1, pp. 373–385, 2010.
- [24] C. Loizou and C. Pattichis, *Despeckle filtering for ultrasound imaging and video*, 2nd ed. Morgan & Claypool Publishers, 2015, vol. 1.
- [25] A. Shamsoddini and J. C. Trinder, "Image texture preservation in speckle noise suppression," in *International Society for Photogrammetry and Remote Sensing Commission VII Symp.* 2010, pp. 239–244.
- [26] M. Mora, C. Tauber, and H. Batatia, "Robust level set for heart cavities detection in ultrasound images," in *Proceedings of the Computers in Cardiology*. Lyon, France: IEEE, Sep. 2005, pp. 235–238.
- [27] Z. Wang and A. C. Bovik, "Mean square error : Love it or leave it," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 26, no. Jan., pp. 98–117, 2009.
- [28] Z. Wang and C. Bovik, "A universal image quality index," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 72, no. 3, pp. 81–84, 2002. [Online]. Available: <https://ece.uwaterloo.ca/~z70wang/publications/uqi.html>
- [29] Z. Wang, A. C. Bovik, H. R. Sheikh, and E. P. Simoncelli, "Image quality assessment : From error visibility to structural similarity," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 13, no. 4, pp. 600–612, 2004. [Online]. Available: <http://www.cns.nyu.edu/~lcv/ssim/>
- [30] Z. Wang and A. Bovik, *Modern Image Quality Assessment*, ser. Synthesis lectures on image. Morgan & Claypool Publishers, 2006. [Online]. Available: <https://books.google.com.br/books?id=F61YVwyZJz4C>
- [31] H. R. S. Zhou Wang, Alan C. Bovik and E. P. Simoncelli. (2004) The ssim index for image quality assessment. [Online]. Available: <http://www.cns.nyu.edu/~lcv/ssim/>
- [32] F. Sattar, L. Floreby, G. Salomonsson, and B. Löfvström, "Image enhancement based on a nonlinear multiscale method," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 6, no. 6, pp. 888–895, 1997. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1109/83.585239>
- [33] T. Taxt, "Restoration of medical ultrasound images using two dimensional homomorphic deconvolution," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Control*, vol. 42, no. 4, pp. 543–554, 1995.
- [34] O. V. Michailovich and A. Tannenbaum, "Despeckling of medical ultrasound images," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Control*, vol. 53, no. 1, pp. 64–78, 2006.
- [35] J. F. Al-Asad, A. M. Reza, and U. Techavipoo, "An ultrasound image despeckling approach based on principle component analysis," *Int. Journal of Image Processing*, vol. 8, no. 4, pp. 156–177, 2014.
- [36] G. Slabaugh, G. Unal, and T. Chang, "Information-theoretic feature detection in ultrasound images," in *Proc. IEEE 2006 Int. Conf. Engineering in Medicine and Biology Society*. IEEE, 2008, pp. 2638–2642.
- [37] M. Lebrun, "An analysis and implementation of the BM3D image denoising method," *Image Processing On Line*, vol. 2, pp. 175–213, 2012.
- [38] J. A. Jensen and N. B. Svendsen, "Calculation of pressure fields from arbitrarily shaped, apodized, and excited ultrasound transducers," in *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Control*, vol. 39. IEEE, 1992, pp. 262–267.
- [39] J. A. Jensen, "Field: A program for simulating ultrasound systems," in *10th Nordic Baldic Conf. Biomedical Imaging*, vol. 4, 1996, pp. 351–353.
- [40] P. C. Tay, S. T. Acton, and J. A. Hossack, "Ultrasound despeckling using an adaptive window stochastic approach," in *Int. Conf. Image Processing (ICIP)*, Atlanta, Georgia, USA, Oct. 2006, pp. 2549–2552. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1109/ICIP.2006.312979>
- [41] W. G. Flores, W. C. A. Pereira, and A. F. C. Infantosi, "Breast ultrasound despeckling using anisotropic diffusion guided by texture descriptors," *Ultrasound Med. Biol.*, vol. 40, no. 11, pp. 2609–2621, 2014.
- [42] M. F. Insana. RF ultrasound patient data. [Online]. Available: [http://ultronics.bioengineering.illinois.edu/data\\_patient.asp](http://ultronics.bioengineering.illinois.edu/data_patient.asp)
- [43] A. Othman, H. Tizhoosh, and F. Khalvati, "EFIS - evolving fuzzy image segmentation," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 22, no. 1, pp. 72–82, 2014.
- [44] "ITU-R Methodology for the subjective assessment of the quality of television pictures," *Recommendation ITU-R BT.500-11*, 2002.

# Apendice D

## ARTIGO 2

---

---

Na sequência é inserido artigo submetido para o periódico *IEEE Transactions on Image Processing*.

# Geodesic distances in probabilistic spaces for patch-based ultrasound image processing

Cid A. N. Santos, *Student Member, IEEE*, and Nelson D. A. Mascarenhas, *Member, IEEE*

**Abstract**—Many recent ultrasound image processing methods are based on patch comparison, as in filtering and segmentation. A key factor on the performance of these methods is how to identify similar patches in an image corrupted by noise. While the Euclidean distance is ideal to handle the patch comparison under additive Gaussian noise, finding good measures to compare patches corrupted by multiplicative noise is still an open research. In this work, we deduce several new geodesic distances, arising from parametric probabilistic spaces, and suggest them as similarity measures to process RF and log-compressed ultrasound images in patch-based methods. Practical examples using these measures are provided in the fields of ultrasound image filtering and segmentation, with results that confirm the potential of the technique.

**Index Terms**—ultrasound imaging; geodesic distances; Rayleigh noise; Fisher-Tippett noise

## I. INTRODUCTION

ULTRASONOGRAPHY is an important modality of medical imaging since is non-invasive, harmless, portable, low cost and allows the visualization of several structures of the human body. However, the ultrasound (US) image is corrupted by a physical phenomenon, the speckle, that difficult the interpretation by physicists and degrade the performance of the US image processing techniques. Currently, many of these techniques rely on the non-local paradigm introduced by [1] and are known as patch-based methods. A central point in these patch-based methods is a measure of distance, or similarity, between patches. Originally proposed as the Euclidean distance for processing additive white Gaussian (AWG) noise, this measure is not adequate to handle the multiplicative nature of the speckle.

Some alternatives to the Euclidean distance have been used in patch-based methods dealing with the speckle noise in SAR and US images, as in [2], [3], [4], [5], [6], [7] and [8].

In [2], a Bayesian approach to the non-local means (NLM) algorithm [1] is used to filter US images. Instead of using the Euclidean distance, as in original proposal, the Pearson distance is used as the measure of similarity between patches. The same Pearson distance is also used to replace the Euclidean distance in [3] to filter SAR images and in [9] to segment US images.

The work in [4] uses the weighted maximum likelihood estimation framework [10] to derive a statistical measure of similarity between patches. This measure is used in a variant of the NLM algorithm to filter SAR images where the speckle is modeled as following a Rayleigh-Nakagami distribution.

C. A. N. Santos is with the Computing Department, Federal University of São Carlos, São Carlos, Brazil. N. D. A. Mascarenhas is with the Computing Department, Federal University of São Carlos, São Carlos, Brazil and Faculdade Campo Limpo Paulista, Campo Limpo Paulista, Brazil

In [5], stochastic distances based on the  $(h, \phi)$ -divergence class are derived for Wishart distribution and used as patch similarity measures in a variant of the NLM algorithm. The approach is used to filter SAR images. Also using stochastic distances based on the  $(h, \phi)$ -divergence class, in [6], the distances are proposed for Fisher-Tippett distribution and applied in a variant of the BM3D [11] approach for filtering log-compressed US images.

Very recent works are also using geodesic distances to process speckle in SAR imagery. In [7] the geodesic distances between two  $G_0$  distributions are used for region discrimination. Working with polarimetric SAR images, in [8], the geodesic distances are used to obtain the difference image in a change detection approach.

**Contributions:** In this paper, we deduce several measures of distance between US image patches modeled as being corrupted by Rayleigh or Fisher-Tippett noise. Those measures represent the geodesic distances induced in the related probabilistic spaces and are based on well-known entropy measures. The geodesic distances derived here may be used to enhance the performance of US image processing techniques that are based on patch comparison. Although geodesic distances were recently proposed for use in SAR, the results can not directly be applied to US images.

## II. TECHNICAL BACKGROUND

### A. Ultrasound image statistics

The US image is acquired by transmitting high-frequency sound waves into the body and collecting the returning echoes. The physical phenomenon responsible for the returning echoes is mainly the scattering, which occurs when the sound wave reaches tissue small particles, known as scatterers, with small boundaries relative to the sound wavelength. The sum up of the echoes related to a small volume of the body, the resolution cell, determines the ultrasonic radio frequency (RF) signal for that specific position. The amplitude of this signal depends on the acoustic properties (reflectivity) of the related resolution cell, and the speckle. The speckle arises from the constructive and destructive echoes interferences, giving the image a random granular pattern with particular statistical characteristics.

To model the statistics of the speckle, the two main factors considered are the placement (regular or random) and density of scatterers. The various combinations of these factors yield different scattering regimes and consequently different statistical models for the speckle in the RF US signal.

Considering a resolution cell with a high density of scatterers ( $\geq 10$ ), randomly distributed and without strong specular

reflections, we have the regime referred as the fully developed speckle. For such a regime, the amplitude of the RF US signal envelope is known to be well described by a Rayleigh random variable ( $Y$ ):

$$P_Y(y|\sigma) = \frac{y}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right), \quad y \geq 0, \quad \sigma > 0. \quad (1)$$

where  $y$  is the amplitude of the RF signal. The parameter  $\sigma$  of the Rayleigh distribution represents the tissue reflectivity for the specific resolution cell.

In terms of the RF US image, each pixel represents a resolution cell, and the tissue reflectivity ( $\sigma$ ) associated with this resolution cell may be considered to be the gray level value of that pixel in the noiseless image.

If we have a patch of a RF US image represented by the samples  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ , the maximum likelihood estimator (MLE) of the  $\sigma$  parameter of the Rayleigh distribution is given by:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n y_i^2}. \quad (2)$$

Defining a new random variable by applying the logarithm transform to equation (1), we can model the log-compression phase, which is carried out by any commercial US equipment, to adjust the large dynamic range of the RF image to the dynamic range of the equipment display:

$$Z = \log(Y + 1). \quad (3)$$

Notice that the Rayleigh random variable  $Y$  has support in interval  $[0, +\infty)$ . By adding one in equation (3), we conveniently keep the new  $Z$  random variable in the same support interval since there should be no negative amplitudes in the log-transformed image.

The distribution of the transformed random variable  $Z$  will be given by:

$$P_Z(z|\sigma) = \left| \frac{dY}{dZ} \right| P_Y(y|\sigma). \quad (4)$$

From equation (3), we have

$$Y = \exp(Z) - 1. \quad (5)$$

and

$$\frac{dY}{dZ} = \exp(Z). \quad (6)$$

Replacing equation (5) in (1) and using the result, together with (6), in equation (4), we have the distribution for the log-compressed US image, modeled by  $Z$  in equation (3). This distribution has a double exponential or Fisher-Tippett shape, of which the only parameter is the tissue reflectivity  $\sigma$ :

$$P_Z(z|\sigma) = \left( \frac{\exp(z) - 1}{\sigma^2} \right) \exp\left(z - \frac{(\exp(z) - 1)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (7)$$

Let  $\{z_1, z_2, \dots, z_n\}$  be samples of independent and identically distributed observations coming from the distribution

of  $Z$  in equation (7). The joint density function for all observations (likelihood function) is given by:

$$\begin{aligned} L &= P(y_1, y_2, \dots, y_n|\sigma) \\ &= \prod_{i=1}^n \left[ \left( \frac{\exp(z_i) - 1}{\sigma^2} \right) \exp\left(z_i - \frac{(\exp(z_i) - 1)^2}{2\sigma^2}\right) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Applying the log to transform the product in summation, we have the log-likelihood function:

$$\begin{aligned} \log(L) &= \sum_{i=1}^n \log(\exp(z_i) - 1) - \sum_{i=1}^n \log(\sigma^2) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n z_i - \sum_{i=1}^n \left( \frac{(\exp(z_i) - 1)^2}{2\sigma^2} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

By taking the derivative of the log-likelihood, with respect to  $\sigma$ , and making it equal to zero, we find the maximum likelihood estimator for the parameter  $\sigma$  of the Fisher-Tippett distribution defined in equation (7):

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (\exp(z_i) - 1)^2}. \quad (10)$$

## B. Multiplicative model

Assuming a fully developed speckle model and, consequently, Rayleigh statistics for the speckle, if we take a homogeneous region of the image ( $\sigma$  constant), the ratio of the standard deviation to the expected value is constant, meaning that they are proportional:

$$\frac{\sqrt{\frac{4-\pi}{2}} \sigma}{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma} = \sqrt{\frac{4-\pi}{\pi}} \approx 0.5227. \quad (11)$$

The fact that the standard deviation is proportional to the mean in homogeneous areas suggests a multiplicative model for the speckle. Such a model has been widely used for deriving speckle reducing schemes and may be expressed as:

$$I(i, j) = S(i, j)Y(i, j). \quad (12)$$

where  $Y(i, j)$  is the multiplicative speckle noise in the spatial position  $(i, j)$ , with statistics given by equation (1). Moreover,  $S(i, j)$  represents the noiseless pixel value to be recovered for the same spatial position.

One possibility to deal with speckle under the multiplicative model is to apply a homomorphic approach. It is based on taking the logarithm to transform the multiplicative noise into additive noise:

$$\begin{aligned} \log[I(i, j)] &= \log[S(i, j)] + \log[Y(i, j)], \\ \log[I(i, j)] &= \log[S(i, j)] + Z(i, j). \end{aligned} \quad (13)$$

where  $Z(i, j)$  is now an additive log-transformed speckle noise.

In this work, we adopt the multiplicative model when dealing with RF US images, and the homomorphic approach

when handling the log-compressed US images. When adopting such a models, we must be aware that it assumes at least two main simplifications. First, a fully developed speckle model is valid mainly in homogeneous areas, not in the whole US image. Second, the logarithm transform phase of a commercial US equipment typically will not be as simple as the model in equation (3) and may also involve other nonlinear operations that change the statistics of the speckle.

### C. Geodesic distances based on probabilistic spaces

In [12], the author studied the geometric structure of the parameter space of a parametric family of probability distributions, introducing a quadratic differential metric that allows calculating the geodesic distance between two points of this parameter space. Also in [12], it is suggested that such a geodesic distance can be used as a measure of (dis)similarity between two probability distributions. Additionally, the works in [13] and [14] introduced a generic method to calculate that geodesic distances based on the  $\phi$ -entropy class, while in [15] the previous method is extended to take into account the  $(h, \phi)$ -entropy class. Here we use the approach in [15], adopting the  $(h, \phi)$ -entropies listed in Table I. In Table I we show also the related  $h(y)$  and  $\phi(x)$  functions, as found in [15], [16], [17] and [18]. The method is summarized as follows.

Let  $P$  be a random variable with density  $f_P(x; \theta)$  and support interval  $I$ , where  $\theta = \{\theta_1\}$  is the parameter vector with only one parameter. The geodesic distance between the points  $\theta_a$  and  $\theta_b$  in the parametric space generated by the density  $f_P(x; \theta)$ , and expressed in terms of the  $(h, \phi)$ -entropy class, is given by [15]:

$$d(\theta_a, \theta_b) = \left| \int_{\theta_a}^{\theta_b} [g_{11}(\theta)]^{\frac{1}{2}} d\theta \right|, \quad (14)$$

where

$$g_{11}(\theta) = \left[ h'' \left( \int_I \phi(f_P(x; \theta)) dx \right) \left( \int_I \phi'(f_P(x; \theta)) \frac{\partial f_P(x; \theta)}{\partial \theta} dx \right)^2 \right] + \left[ h' \left( \int_I \phi(f_P(x; \theta)) dx \right) \int_I \phi''(f_P(x; \theta)) \left[ \frac{\partial f_P(x; \theta)}{\partial \theta} \right]^2 dx \right],$$

assuming that the integrals exist and are finite. The symbols  $h'/\phi'$  and  $h''/\phi''$  denote the first and second derivatives of the functions  $h(y)$  and  $\phi(x)$  with relation to  $y$  and  $x$  respectively.

### D. Image filtering performance metrics

In this section, we give the reference to some objective image quality metrics used in the experimental section to quantify the performance of the despeckling filters.

1) *Speckle smoothing metrics(SSI/MPSSI)*: In a homogeneous region of an RF US image, the speckle strength, also known as the speckle index, is given by the relation of the standard deviation to the mean. Normalizing the speckle index of the filtered image by the speckle index of the original image, we have the speckle suppression index (SSI), as defined in [19]. Notice that after log-compression, the mean is no longer proportional to the standard deviation, and we must calculate the SSI using the variance, as in [20, p.37]. When the filter suppresses speckle,  $SSI < 1$ , and the lower the SSI is, the stronger suppression abilities the filter has.

The SSI is not reliable when the filter overestimates the filtered image mean. To avoid this, the mean preservation speckle suppression index (MPSSI) is defined in [21]. Lower values of MPSSI indicate better filter performance preserving the mean while removing the speckle[21].

We calculate the  $SSI$  and  $MPSSI$  for each individual pixel of the image, in a  $7 \times 7$  window centered on the pixel. The global  $SSI$  and  $MPSSI$  associated with the image is the mean value of the pixels. Additionally,  $SSI$  and  $MPSSI$  should be calculated only for homogeneous regions of the image. To decide whether a pixel belongs to a homogeneous area, we use the result of [22], where the speckle index (named coefficient of variation) is used as an edge detector. There, the authors show that the local SI is approximately equal to the global SI for the homogeneous areas of an RF image. The local SI ( $SI_{local}$ ) refers to the SI calculated in a patch of the image, and the global ( $SI_{global}$ ) refers to the SI calculated for the whole image. Here, experimentally, we determined that pixels with  $SI_{local} \leq 0.9 \times SI_{global}$  belong to homogeneous areas.

2) *Peak signal-to-noise ratio (PSNR)*: Peak signal to noise ratio (PSNR) is the ratio between the power of a signal and the power of the disturbing noise [23]. The higher the PSNR, the higher the relation of the signal with noise, and consequently, the better the filtering process.

3) *Edge preservation index (EPI)*: As a measure of the edge preservation capabilities of the filters, we use the edge preservation index (EPI) as defined by [24]. EPI ranges in the interval  $[0, 1]$  and the value 1 indicates better filter performance in preserving the edges.

4) *Resolution index(RI)*: As a metric of the resolution of the US image, we use the same measure adopted in [25] [26] [27], and we call it here of resolution index(RI). It is computed as the percentage of pixels in the auto-correlation function of the filtered image that exceeds 75% of its maximum value. Lower RI values usually indicate better image resolution.

### E. Image segmentation performance metrics

In this section, we give the reference to some metrics used in the experimental section to quantify the performance of the segmentation method.

The output of a segmentation process consists in partitioning the dataset having all the image pixels. Considering that the ground truth image provides the perfect partitioning for the same dataset, several quality measures may be defined by comparing these two partition sets.

TABLE I  
ENTROPIES- $(h, \phi)$  AND RESPECTIVE  $h(x)$  AND  $\phi(x)$  FUNCTIONS.

$(h, \phi)$ -Entropy	$h(y)$	$\phi(x)$
Arimoto	$\frac{(y^s-1)}{s-1}$	$x^{\frac{1}{s}}, s > 0, s \neq 1$
Havrda-Charvát	$y$	$\frac{(x^s-x)}{1-s}, s > 0, s \neq 1$
Rényi	$\frac{\log(y)}{(s-1)}, s > 0, s \neq 1$	$x^s$
Shannon	$y$	$-x \log(x)$
Sharma-Mittal	$\frac{\exp[(s-1)y]-1}{1-s}, s > 0, s \neq 1$	$x \log(x)$
Tsallis	$\frac{y-1}{1-s}, s > 0, s \geq 1$	$x^s$
Varma	$\frac{\log(y)}{m-r}, m-1 < r < m, m \geq 1$	$x^{r-m+1}$

1) *Jaccard index (JI)*: Jaccard index (JI) is a measure of similarity between two sets, defined as the ratio of the intersection of the two sets divided by their union [28]. It ranges from 0 to 1 and the higher the index, the higher the similarity between the sets.

2) *Rand index (RAND)*: The Rand index (RAND) is a measure of the accuracy of the segmentation, defined in [29]. It ranges in the interval  $[0, 1]$ , where the value 0 indicates the ground truth and segmented image are totally different, and value 1 indicates they are equal.

3) *Global consistency error (GCE)*: The global consistency error (GCE) is a measure of the error in the segmentation, defined by [30]. It ranges from 0 to 1 and the lower the value, the better the segmentation.

4) *Variation of information (VI)*: The variation of information (VI) is a measure of distance typically used to compare two partitions of the same dataset, and defined in [31].

### III. GEODESIC DISTANCES DERIVATION

In this section we apply the theory given in section II-C to derive the geodesic distance on the probabilistic spaces defined by the Rayleigh and Fisher-Tippett distributions, and based on the  $(h, \phi)$ -entropies listed in Table I.

#### A. Geodesic distances for Rayleigh distribution

Let  $P_1$  and  $P_2$  be two noisy patches whose statistics can be described by the Rayleigh distribution given by equation (1), and with parameter vectors  $\theta_1 = \{\sigma_1\}$  and  $\theta_2 = \{\sigma_2\}$ , respectively.

Replacing equation (1) in equation (14), using a pair of  $h(y)$  and  $\phi(x)$  functions given in Table I, and solving the integrals in interval  $[0, +\infty]$ , we can deduce the respective geodesic distances:

a) *Arimoto geodesic distance for Rayleigh distribution*:

$$d_{ari}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{2^{\frac{7-s}{4}} s^{\frac{s+1}{4}}}{\Gamma\left(\frac{s+1}{2s}\right)^{-s/2}} \left| \frac{\left(\sigma_2^{\frac{s-1}{2}} - \sigma_1^{\frac{s-1}{2}}\right)}{(s-1)(s+1)^{\frac{-1}{2}}} \right|, \quad (15)$$

where  $s > 0$  and  $s \neq 1$ . The symbol  $\Gamma$  denotes the gamma function, as defined in [32, p.255].

b) *Havrda-Charvát geodesic distance for Rayleigh distribution*:

$$d_{hc}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = \left| \frac{2^{\frac{s+3}{4}} \left(\sigma_1^{\frac{1-s}{2}} - \sigma_2^{\frac{1-s}{2}}\right) s^{\frac{-s-3}{4}}}{(s-1)\left((s^2+3)\Gamma\left(\frac{s+1}{2}\right)\right)^{\frac{-1}{2}}} \right|, \quad (16)$$

where  $s > 0$  and  $s \neq 1$ .

c) *Rényi geodesic distance for Rayleigh distribution*:

$$d_{re}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = \left| \sqrt{\frac{s+3}{s}} \log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \right|, \quad (17)$$

where  $s > 0$ .

d) *Shannon geodesic distance for Rayleigh distribution*:

$$d_{hc}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = 2 \left| \log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \right|. \quad (18)$$

e) *Sharma-Mittal geodesic distance for Rayleigh distribution*:

$$d_{sm}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = \left| \frac{2^{\frac{s+3}{4}} \left(\sigma_1^{\frac{1-s}{2}} - \sigma_2^{\frac{1-s}{2}}\right) \sqrt{(s+3)}}{\exp\left(\frac{(2+\gamma)(s-1)}{4}\right)(s-1)} \right|, \quad (19)$$

where  $s > 0$  and  $s \neq 1$ . The symbol  $\gamma$  denotes the Euler-gamma constant, as defined in [32, p.255].

f) *Tsallis geodesic distance for Rayleigh distribution*:

$$d_{ts}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = \left| \frac{2^{\frac{s+3}{4}} \left(\sigma_1^{\frac{1-s}{2}} - \sigma_2^{\frac{1-s}{2}}\right) s^{\frac{-s-3}{4}}}{(s-1)\left((s^2+3)\Gamma\left(\frac{s+1}{2}\right)\right)^{\frac{-1}{2}}} \right|, \quad (20)$$

where  $s > 0$  and  $s \neq 1$ .

g) *Varma geodesic distance for Rayleigh distribution*:

$$d_{var}^{ray}(\sigma_1, \sigma_2) = \left| \sqrt{1 + \frac{3}{1-m+r}} \log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \right|, \quad (21)$$

where  $m-1 < r < m$  and  $m \geq 1$ .

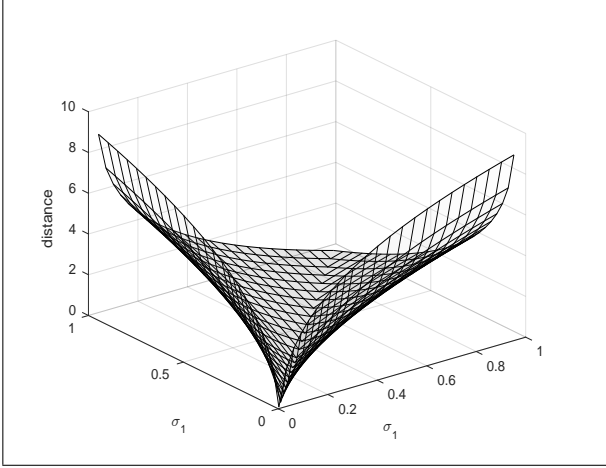


Fig. 1. Variation of the Havrda-Charvát geodesic distance for two Rayleigh distributions of parameters  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$ , when  $s = 0.5$ .

These geodesic distances depend only on the reflectivity parameters  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$  that can be estimated from the noisy patches using the MLE estimator given by equation (2). As an example, in the graph of Figure 1 we show how the Havrda-Charvát geodesic distance varies with  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$ , when  $s = 0.5$ . Notice by the graph that the geodesic distance is always evaluated to zero when ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ).

To the best of our knowledge, the geodesic distances associated with the Arimoto, Havrda-Charvát, Rényi, Shannon, Sharma-Mittal, Tsallis and Varma entropies had not yet been derived for the Rayleigh distribution.

#### B. Geodesic distances for Fisher-Tippett distribution

Let  $P_1$  and  $P_2$  be two noisy patches whose statistics can be described by the Fisher-Tippett distribution given by equation (7), and with parameter vectors  $\theta_1 = \{\sigma_1\}$  and  $\theta_2 = \{\sigma_2\}$ , respectively.

Replacing equation (7) in equation (14), using a pair of  $h(y)$  and  $\phi(x)$  functions given in Table I, and solving the integrals in interval  $[0, +\infty]$ , we can deduce the respective geodesic distances:

a) *Arimoto geodesic distance for Fisher-Tippett:*

$$d_{ar}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = 2^{\frac{3-s}{2}} \Gamma\left(\frac{1}{s}\right)^{s/2} \left| \sqrt{s} \log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \right|, \quad (22)$$

where  $s > 0$ .

b) *Havrda-Charvát geodesic distance for Fisher-Tippett:*

$$d_{hc}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = 2^{\frac{s+1}{2}} s^{-\frac{s}{2}} \left| \sqrt{\Gamma(s)} \log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \right|, \quad (23)$$

where  $s > 0$ .

c) *Rényi para geodesic distance for Fisher-Tippett:*

$$d_{re}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = 2 \left| \log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \right|. \quad (24)$$

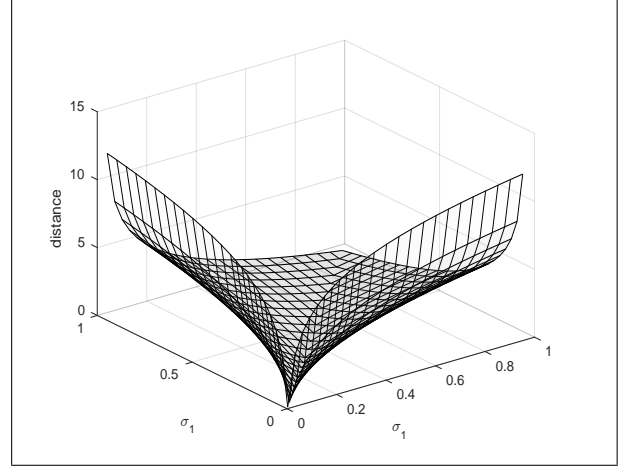


Fig. 2. Variation of the Havrda-Charvát geodesic distance for Fisher-Tippett distribution of parameters  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$ , when  $s = 0.5$ .

d) *Shannon geodesic distance for Fisher-Tippett:*

$$d_{re}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = 2 \left| \log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \right|. \quad (25)$$

e) *Sharma-Mittal geodesic distance for Fisher-Tippett:*

$$d_{re}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = 2e^{\frac{1}{2}(-\gamma-1+\log(2))(s-1)} \left| \log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \right|, \quad (26)$$

where  $s > 0$  and  $\gamma$  denotes the Euler-gamma constant.

f) *Tsallis geodesic distance for Fisher-Tippett:*

$$d_{re}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = \sqrt{2^{s+1} s^{-s} |\Gamma(s)|} \left| \log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \right|, \quad (27)$$

where  $s > 0$ .

g) *Varma geodesic distance for Fisher-Tippett:*

$$d_{var}^{ft}(\sigma_1, \sigma_2) = 2 \left| \log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \right|. \quad (28)$$

These geodesic distances depend only on the reflectivity parameters  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$  that can be estimated from the noisy patches using the MLE estimator given by equation (10). The smaller the calculated value of the distance, the closer the patches are statistically. As an example, in the graph of Figure 2 we show how the Havrda-Charvát geodesic distance varies with  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$ , when  $s = 0.5$ . Notice by the graph that the geodesic distance is always evaluated to zero when ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ).

To the best of our knowledge, the geodesic distances associated to the Arimoto, Havrda-Charvát, Rényi, Shannon, Sharma-Mittal, Tsallis and Varma entropies had not yet been derived for the Fisher-Tippett distribution.

## IV. EXPERIMENTS

To show practical examples on how the geodesic distances derived in this work can be used to process US images, we design here experiments using those distances on filtering and segmenting approaches that are based on patch comparison.

### A. test images

For the experiments, we use synthetic and real US images, both in RF and log-compressed formats, for the segmentation and filtering experiments. How these images are prepared is described next.

1) *synthetic images*: The experiments with synthetic images use the database of realistic breast phantoms provided by [33]. The Phantoms mimic the breast tissue echogenicities, tumor shapes, and lesion histology. There are three types of lesions (carcinoma, cyst, and fibroadenoma), with three possible tumor shapes each. For each combination of lesion/tumor shape, there are 50 phantoms, where the position of the tumor varies. We take 10 phantoms from each combination, totaling 90 phantoms. These phantoms are the ground truth or noiseless images. Next, we define a noise pattern as an image with Rayleigh distributed amplitudes of mean 1, and the same size of the ground truth. Since we consider uncorrelated noise, the noisy image may be obtained by the pixel-by-pixel multiplication of the noiseless image and the noise pattern. These noisy images are referred as synthetic RF noisy images. The synthetic log-compressed images are obtained by log compressing the synthetic RF noisy images, as the model in Equation (3). After all the manipulations we take a central part of the images with the size of  $256 \times 256$  pixels.

2) *real images*: The experiments with real images use a set of RF frames of breast lesion recorded from a malignant and a benign tumor, available from [34]. There is a total of 183 RF frames from the malignant set and the same number for the benign set. We take 50 RF frames from each case for tests. Since these are images in RF format, before testing, we extract the envelope of the signal using the Hilbert transform, as suggested in [35]. These are the images referred as the real RF US images. The real log-compressed images are obtained by log compressing the real RF images, as the model in Equation (3). After all the manipulations we take a central part of the images with the size of  $256 \times 256$  pixels.

### B. Filtering

1) *Filtering with NLM*: In the first filtering experiment, we use a pixelwise non local means (NLM) approach, as described in [36]. In that implementation, designed for Gaussian noise, the image is divided in overlapping windows, named research windows, with a central pixel  $p$ . The estimation of the pixel  $p$  in the filtered image is a weighted average using all the pixels  $q_i$  in the research window, where the weight is based on an exponential kernel depending on the squared Euclidean distance between the patches:

$$w_i = \exp\left(-\frac{d(B(p, f), B(q_i, f))^2}{h^2}\right), \quad (29)$$

TABLE II

METRIC RESULTS WHEN FILTERING SYNTHETIC RF US IMAGES USING RAYLEIGH GEODESIC AND EUCLIDEAN DISTANCES AS MEASURES OF SIMILARITY IN NLM (BEST RESULTS IN BOLDFACE).

Distance	PSNR	EPI	SSI	MPSSI	RI
Arimoto	16.212	0.324	0.562	0.693	<b>0.019</b>
Havrda-Charvát	<b>16.225</b>	<b>0.331</b>	<b>0.542</b>	0.694	<b>0.019</b>
Rényi	16.199	0.321	0.570	<b>0.692</b>	<b>0.019</b>
Shannon	16.208	0.321	0.570	<b>0.692</b>	<b>0.019</b>
Sharma-Mittal	16.221	0.330	<b>0.542</b>	0.694	<b>0.019</b>
Tsallis	<b>16.225</b>	<b>0.331</b>	<b>0.542</b>	0.694	<b>0.019</b>
Varma	16.199	0.321	0.570	<b>0.692</b>	<b>0.019</b>
Euclidean	16.182	0.252	0.648	1.527	<b>0.019</b>

TABLE III

METRIC RESULTS WHEN FILTERING REAL RF US IMAGES USING RAYLEIGH GEODESIC AND EUCLIDEAN DISTANCES AS MEASURES OF SIMILARITY IN NLM (BEST RESULTS IN BOLDFACE).

Distance	SSI	MPSSI	RI
Arimoto	<b>0.411</b>	2.836	<b>14.882</b>
Havrda-Charvát	0.440	<b>2.438</b>	<b>14.882</b>
Rényi	0.445	2.439	<b>14.882</b>
Shannon	0.445	2.439	<b>14.882</b>
Sharma-Mittal	0.440	<b>2.438</b>	<b>14.882</b>
Tsallis	0.440	<b>2.438</b>	<b>14.882</b>
Varma	0.445	2.439	<b>14.882</b>
Euclidean	0.440	4.913	<b>14.882</b>

where  $B(x, f)$  denotes a patch centered in the pixel  $x$  and size  $(2f + 1) \times (2f + 1)$ . The parameter  $h$  controls the degree of smoothness the filter will apply to the image.

To define a version based on geodesic distances, we replace the Euclidean distance in equation (29) by one of the geodesic distances deduced in Section III-A for Rayleigh distribution. This is a procedure similar to the approach in [5] for SAR, but now using geodesic distances and adapted to the statistics of US images.

In the sequence, we apply the original NLM using the Euclidean distance and the geodesic distance NLM variant to filter RF US images. In Tables II and III we report the performance of the filters applied to RF synthetic and real US images respectively. The performance is given in terms of the metrics mentioned in Section II-D. Values in the table are average values for the entire dataset. In the images of Figure 3, we show a sample filtering result when using synthetic images.

Notice in Tables II and III that the value of the RI metric is the same for all filters. With one of the metrics fixed, we can compare the filters based on the other metrics. To make the RI metric fixed, we first run one of the filters, measure the RI metric, and then run the other filters, varying the parameters, until the same RI is achieved.

2) *Filtering with BM3D*: For our second filtering experiment, we use the BM3D algorithm, known to be one of the state-of-the-art filtering algorithms for AWG noise corrupted images. The core of the BM3D algorithm has three operations: block-matching, 3D collaborative filtering in a sparse domain, and reconstruction. For the block-matching operation, the image is scanned in overlapping windows, and for each of these windows, a reference patch is compared to all other (overlapping) patches inside the window. All similar patches, according to Euclidean distance, are stacked to form a 3D



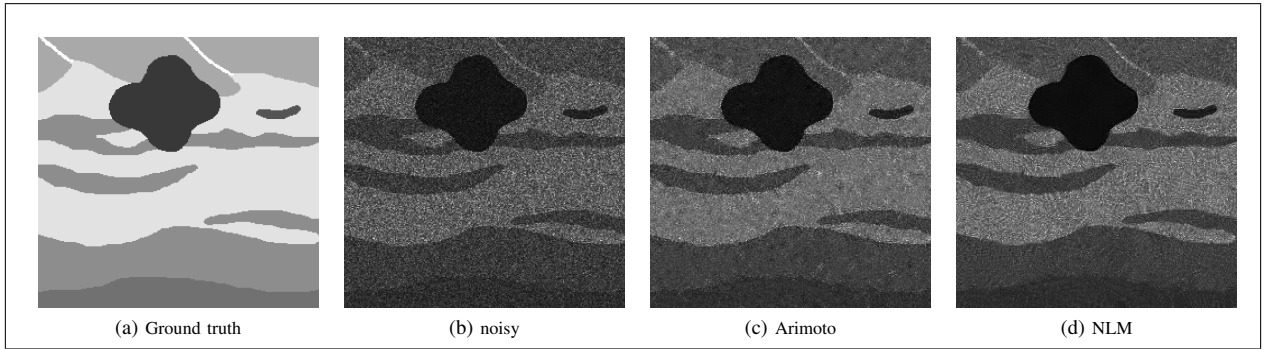


Fig. 3. Synthetic RF US image denoised by NLM and geodesic-based-NLM.

TABLE IV

METRIC RESULTS WHEN FILTERING SYNTHETIC LOG-COMPRESSED US IMAGES USING ORIGINAL BM3D AND GEODESIC-BASED-BM3D FOR FISHER-TIPPETT DISTRIBUTION (BEST RESULTS IN BOLDFACE).

Distance	PSNR	EPI	SSI	MPSSI	RI
Arimoto	<b>29.394</b>	<b>0.517</b>	<b>0.042</b>	<b>0.065</b>	<b>0.028</b>
Havrda-Charvát	<b>29.394</b>	<b>0.517</b>	<b>0.042</b>	<b>0.065</b>	<b>0.028</b>
Rényi	<b>29.394</b>	<b>0.517</b>	<b>0.042</b>	<b>0.065</b>	<b>0.028</b>
Shannon	<b>29.394</b>	<b>0.517</b>	<b>0.042</b>	<b>0.065</b>	<b>0.028</b>
Sharma-Mittal	<b>29.394</b>	<b>0.517</b>	<b>0.042</b>	<b>0.065</b>	<b>0.028</b>
Tsallis	<b>29.394</b>	<b>0.517</b>	<b>0.042</b>	<b>0.065</b>	<b>0.028</b>
Varma	<b>29.394</b>	<b>0.517</b>	<b>0.042</b>	<b>0.065</b>	<b>0.028</b>
Euclidean	29.113	0.382	0.058	0.101	<b>0.028</b>

TABLE V

METRIC RESULTS WHEN FILTERING REAL LOG-COMPRESSED US IMAGES USING ORIGINAL BM3D AND GEODESIC-BASED-BM3D FOR FISHER-TIPPETT DISTRIBUTION (BEST RESULTS IN BOLDFACE).

Distance	SSI	MPSSI	RI
Arimoto	<b>0.222</b>	<b>0.164</b>	<b>1.079</b>
Havrda-Charvát	<b>0.222</b>	<b>0.164</b>	<b>1.079</b>
Rényi	<b>0.222</b>	<b>0.164</b>	<b>1.079</b>
Shannon	<b>0.222</b>	<b>0.164</b>	<b>1.079</b>
Sharma-Mittal	<b>0.222</b>	<b>0.164</b>	<b>1.079</b>
Tsallis	<b>0.222</b>	<b>0.164</b>	<b>1.079</b>
Varma	<b>0.222</b>	<b>0.164</b>	<b>1.079</b>
Euclidean	0.237	0.187	<b>1.079</b>

block. These 3D blocks undergo a linear transformation and are filtered in a sparse domain. After inverse transformation, there are many estimates for the same pixel, and the patch is reconstructed by combining those estimates. The *BM3D* algorithm executes the core operations twice. In the first step, the 3D blocks are filtered using a sparse coefficient threshold, while in the second step, the 3D blocks are filtered using a Wiener filter with coefficients estimated from the result generated in the first step.

In the experiments here we use the implementation of the BM3D algorithm provided by [37]. To implement a version of the BM3D based on geodesic distances, we replace the Euclidean distance in the block-matching step by one of the geodesic distances defined in Section III-B for Fisher-Tippett distribution. This is a procedure similar to the proposal in [6], but now using geodesic distances.

In the sequence, we apply the original BM3D using the Euclidean distance and the geodesic distance BM3D variant to filter log-compressed US images. In Tables IV and V we report the performance of the filters applied to synthetic log-compressed, and real log-compressed US images respectively. The performance is given in terms of the metrics mentioned in Section II-D, and also with the RI metric fixed. Values in the table are average values for the entire dataset. In the images of Figure 4, we show a sample filtering result when using the synthetic log-compressed US images.

### C. Segmentation

To compare the geodesic distances defined in Sections III-A and III-B with the Euclidean distance in an image segmentation algorithm we use the US segmentation approach proposed

in [9]. In the method, the image is represented by a graph where the nodes are the pixels and the weight of the edge between two nodes  $x_i$  and  $x_j$  is defined as:

$$w(x_i, x_j) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{d(F(x_i), F(x_j))}{h^2}\right) & , \text{for } x_j \in N_a(x_i). \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (30)$$

where  $d(F(x_i), F(x_j))$  is a similarity measure between the image descriptors located at pixels (nodes)  $x_i$  and  $x_j$ , and  $N_a(x)$  is a neighborhood window centered at  $x$  and of size  $a \times a$  pixels. The parameter  $h$  is a scaling factor of the weight matrix. After building the graph, a semi-supervised min-cut approach is applied for image segmentation. The approach is semi-supervised because it is necessary to manually provide the internal and external limits of the tumor shape using connected lines or ellipses.

Two types of descriptors are used as patch similarity measures. First, as in original paper,  $d(F(x_i), F(x_j))$  is the Euclidean distance between the patches centered at  $x_i$  and  $x_j$ , and calculated in the neighborhoods  $N_a(x_i)$  and  $N_a(x_j)$ . Second, we define two variants based on geodesic distances, one for Rayleigh distribution and other for Fisher-Tippett distribution. In the variant for Rayleigh distribution,  $d(F(x_i), F(x_j))$  is the geodesic distance based on Shannon entropy defined in Equation (18), calculated for the patches centered at  $x_i$  and  $x_j$ , and using the neighborhoods  $N_a(x_i)$  and  $N_a(x_j)$ . In the same way, the variant for Fisher-Tippett distribution uses the geodesic distance based on Shannon entropy defined in Equation (25). These geodesic-distance-based descriptors are referred as Rayleigh-Shannon and Fisher-Tippett-Shannon respectively.

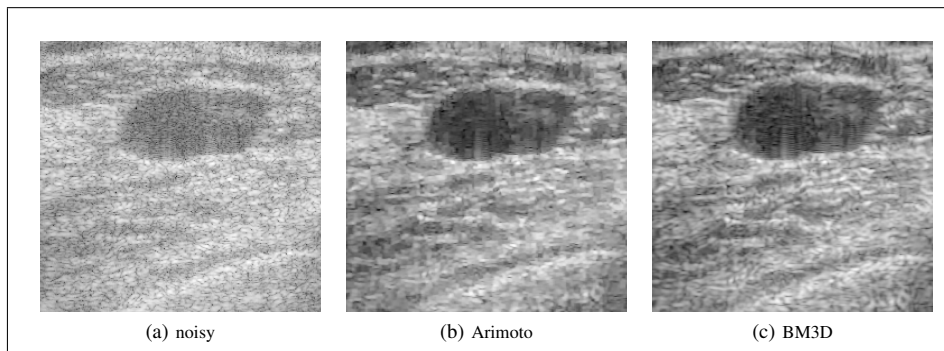


Fig. 4. Real log-compressed US image denoised by BM3D and geodesic-based-BM3D.

TABLE VI  
PERFORMANCE OF THE SEGMENTATION WHEN USING THE  
RAYLEIGH-SHANNON AND THE EUCLIDEAN DISTANCE DESCRIPTORS  
(BEST RESULTS IN BOLDFACE).

Distance	Jl	RAND	GCE	VI
Rayleigh-Shannon	<b>0.867</b>	<b>0.980</b>	<b>0.017</b>	<b>0.128</b>
Euclidean	0.727	0.950	0.036	0.249

TABLE VII  
PERFORMANCE OF THE SEGMENTATION WHEN USING THE  
FISHER-TIPPETT-SHANNON AND THE EUCLIDEAN DISTANCE  
DESCRIPTORS (BEST RESULTS IN BOLDFACE).

Distance	Jl	RAND	GCE	VI
Fisher-Tippett-Shannon	<b>0.878</b>	<b>0.982</b>	<b>0.016</b>	<b>0.121</b>
Euclidean	0.721	0.948	0.037	0.253

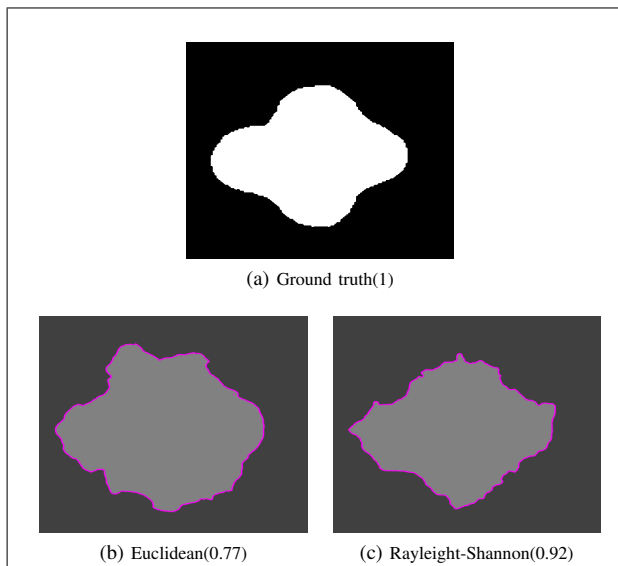


Fig. 5. Ground truth and segmented images using Euclidean, and Rayleigh-Shannon descriptors with related Jaccard index.

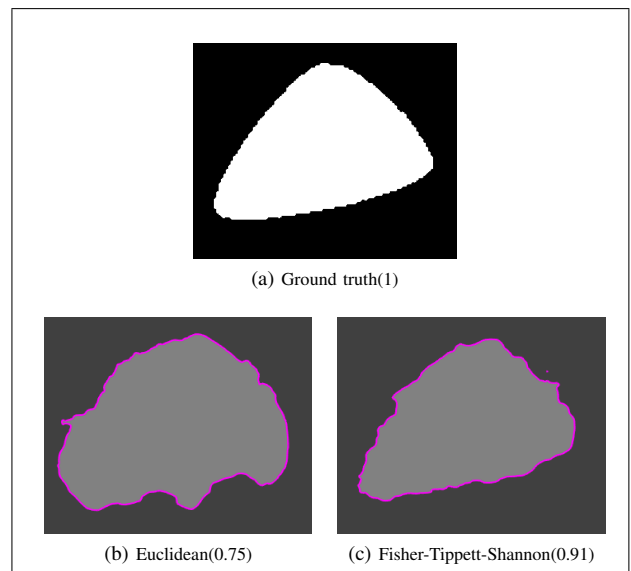


Fig. 6. Ground truth and segmented images using Euclidean and Rayleigh-Shannon descriptors with related Jaccard index.

Here we use the same database of breast phantoms provided by [33] to execute the tests. The Phantoms mimic the breast echogenicities and contain tumor shapes that can be easily separated from the image to serve as the segmentation ground truth. The database contains nine possible combinations of lesions/tumor shapes. We take one sample of each and repeat the tests ten times, totaling ninety tests.

In Table VI we show the performance of the segmentation when using Rayleigh-Shannon and Euclidean distance descriptors to segment RF US images, and for the metrics defined in Section II-E. In Figure 5 we show the segmentation results for one of the images.

In Table VII we show the performance of the segmentation when using Fisher-Tippett-Shannon and Euclidean distance

descriptors to segment log-compressed US images, and for the metrics defined in Section II-E. In Figure 6 we show the segmentation results for one of the images.

## V. DISCUSSION

As can be shown by tables in sections IV-B1 and IV-B2, both NLM and BM3D filtering algorithms benefit from replacing the Euclidean distance by one of the geodesic distances deduced in this work. With one of the quality metrics fixed, all other metrics suggest better performance when filtering the images with the geodesic distance based NLM and BM3D variant filters. For NLM algorithm, the geodesic distances seem to generate better weights when finding an estimate of a pixel, while for BM3D, the geodesic distances seem to select

patches more similar to the reference patch for the block-matching step.

In the same way, looking at the tables in section IV-C, replacing the Euclidean distance by the geodesic distance based on Shannon entropy benefit the segmentation approach both for RF and log compressed images, for all used quality metrics.

The performance improvement when using geodesic distances seems to be in accordance with theoretical considerations since those measures are more adapted to the statistics of the speckle noise than the Euclidean distance is. In consequence, it seems reasonable to suppose that not only the approaches present in experimental section will benefit from the use of geodesic distances, but possibly will benefit also all those methods using a measure of similarity to process US image patches that currently rely on the Euclidean distance.

## VI. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

This work presented a set of geodesic distances based on the probabilistic spaces given by Rayleigh and Fisher-Tippett distributions. Those distances are used as measures of similarity, in replacement of the Euclidean distance, in modified versions of patch-based filtering and segmentation approaches. Tests were performed with real and synthetic US images, both in RF and log-compressed formats. Good results in experiments suggest that the derived measures can improve patch-based methods that need to compare patches when processing US images.

The measures presented here are valid only for RF and log-compressed US images, modeled as fitting a Rayleigh or Fisher-Tippett distributions respectively. As a future work, similar measures can be derived for other statistical models as Nakagami and Log-Nakagami distributions.

Also remains to be done a comparison among the geodesic distances derived here to other types of similarity measures between patches contaminated by speckle noise, as the stochastic distances used in [5] and [6] or the Pearson distance used in [2], for example. Notice that for doing so, it would be necessary to adapt all the measures for the same statistical model.

## REFERENCES

- [1] A. Buades, B. Coll, and J. M. Morel, "A review of image denoising algorithms, with a new one," *SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation*, vol. 2, pp. 490–530, 2005.
- [2] P. Coupé, P. Hellier, C. Kervrann, and C. Barillot, "Nonlocal means-based speckle filtering for ultrasound images," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 18, no. 10, pp. 2221–2229, 2009. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1109/TIP.2009.2024064>
- [3] S. Parrilli, M. Poderico, C. V. Angelino, and L. Verdoliva, "A nonlocal SAR image denoising algorithm based on LMMSE wavelet shrinkage," *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, vol. 50, no. 2, pp. 606–616, 2010. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5989862/>
- [4] C. A. Deledalle, L. Denis, and F. Tupin, "Iterative weighted maximum likelihood denoising with probabilistic patch-based weights," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 18, no. 12, pp. 2661–2672, 2009.
- [5] L. Torres, S. J. S. Sant'Anna, C. da Costa Freitas, and A. C. Frery, "Speckle reduction in polarimetric SAR imagery with stochastic distances and nonlocal means," *Pattern Recognition*, vol. 47, pp. 141–157, 2014.
- [6] C. A. N. Santos, D. L. N. Martins, and N. Mascarenhas, "Ultrasound image despeckling with stochastic distances based-BM3D," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 26, no. 6, pp. 2632–2643, 2017.
- [7] J. Naranjo-Torres, J. Gambini, and A. C. Frery, "The geodesic distance between  $G_I^0$  models and its application to region discrimination," *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 10, no. 3, pp. 987–997, 2017.
- [8] D. Ratha, S. De, T. Celik, and A. Bhattacharya, "Change detection in polarimetric SAR images using a geodesic distance between scattering mechanisms," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. PP, no. 99, pp. 1–5, 2017.
- [9] A. Ciurte, X. Bresson, O. Cuisenaire, N. Houhou, S. Nedeveschi, J.-P. Thiran, and M. B. Cuadra, "Semi-supervised segmentation of ultrasound images based on patch representation and continuous min cut," *PLoS ONE*, vol. 9, no. 7, pp. 1–14, 2014. [Online]. Available: <http://doi.org/10.1371/journal.pone.0100972>
- [10] J. Polzehl and V. Spokoiny, "Propagation-separation approach for local likelihood estimation," *Probability Theory and Related Fields*, vol. 135, no. 3, pp. 335–362, 2006.
- [11] K. Dabov, A. Foi, V. Katkovnik, and K. O. Egiazarian, "Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 16, no. 8, pp. 2080–2095, 2007. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/journals/tip/tip16.html#DabovFKE07>
- [12] C. R. Rao, "Information and accuracy attainable in the estimation of statistical parameters," *Bull. Calcutta Math. Soc.*, vol. 37, no. 3, pp. 81–91, 1945.
- [13] J. Burbea and C. R. Rao, "Entropy differential metric, distance and divergence measures in probability spaces: A unified approach," *Journal of Multivariate Analysis*, vol. 12, pp. 575–596, 1982.
- [14] —, "On the convexity of some divergence measures based on entropy functions," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 28, no. 3, pp. 489–495, 1982.
- [15] M. L. Menéndez, D. Morales, L. Pardo, and M. Salicrú, "(h,  $\Phi$ )-entropy differential metric," *Applications of Mathematics*, vol. 42, no. 2, pp. 81–98, 1997. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1023/A:1022214326758>
- [16] L. Pardo, *Statistical Inference Based on Divergence Measures*, 1st ed. Boca Raton, USA: Taylor & Francis, 2006.
- [17] G. M. Bosyk, S. Zozor, F. Holik, M. Portesi, and P. W. Lamberti, "A family of generalized quantum entropies: definition and properties," *Quantum Information Processing*, vol. 15, pp. 3393–3420, 2016.
- [18] G. Ciuperca, V. Girardin, and L. Lhote, "Computation and estimation of generalized entropy rates for denumerable markov chains," *Transactions on Information Theory*, vol. 57, pp. 4026–4034, 2011.
- [19] A. Shamsoddini and J. C. Trinder, "Image texture preservation in speckle noise suppression," in *Int. Society for Photogrammetry and Remote Sensing TC VII Symp.*, Vienna, Austria, July 2010, pp. 239–244.
- [20] C. Loizou and C. Pattichis, *Despeckle Filtering for Ultrasound Imaging and Video, Volume II: Selected Applications, Second Edition*, ser. Synthesis digital library of engineering and computer science. Morgan & Claypool Publishers, 2015. [Online]. Available: <https://books.google.com.br/books?id=kk8AswEACAAJ>
- [21] S. G. Dellepiane and E. Angiati, "Quality assessment of despeckled SAR images," *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. in Remote Sens.*, vol. 7, no. 2, pp. 691–707, 2014.
- [22] M. Mora, C. Tauber, and H. Batatia, "Robust level set for heart cavities detection in ultrasound images," in *Computers in Cardiology*. Lyon, France: IEEE, Sep. 2005, pp. 235–238.
- [23] Z. Wang and A. C. Bovik, "Mean Square Error : Love It or Leave It," *IEEE IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 26, no. Jan., pp. 98–117, 2009. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=4775883>
- [24] F. Sattar, L. Floreby, G. Salomonsson, and B. Löfvström, "Image enhancement based on a nonlinear multiscale method," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 6, no. 6, pp. 888–895, 1997. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1109/83.585239>
- [25] T. Taxt, "Restoration of medical ultrasound images using two-dimensional homomorphic deconvolution," *IEEE IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Control*, vol. 42, no. 4, pp. 543–554, 1995.
- [26] O. V. Michailovich and A. Tannenbaum, "Despeckling of medical ultrasound images," *IEEE IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Control*, vol. 53, no. 1, pp. 64–78, 2006.
- [27] J. F. Al-Asad, A. M. Reza, and U. Techavipoo, "An ultrasound image despeckling approach based on principle component analysis," *Int. Journal of Image Processing*, vol. 8, no. 4, pp. 156–177, 2014.
- [28] H.-H. Chang, A. H. Zhuang, D. J. Valentino, and W.-C. Chu, "Performance measure characterization for evaluating

- neuroimage segmentation algorithms,” *NeuroImage*, vol. 47, no. 1, pp. 122–135, 2009. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/journals/neuroimage/neuroimage47.html#ChangZVC09>
- [29] W. Rand, “Objective criteria for the evaluation of clustering methods,” *Journal of the American Statistical Association*, vol. 66, no. 336, pp. 846–850, 1971.
- [30] D. Martin, C. Fowlkes, D. Tal, and J. Malik, “A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics,” in *IEEE Int. Conf. Computer Vision*, vol. 2, July 2001, pp. 416–423.
- [31] M. Meila, “Comparing clusterings—an information based distance,” *Journal of Multivariate Analysis*, vol. 98, no. 5, pp. 873–895, 2007.
- [32] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, 9th ed. New York: Dover, 1970.
- [33] W. G. Flores, W. C. A. Pereira, and A. F. C. Infantosi, “Breast ultrasound despeckling using anisotropic diffusion guided by texture descriptors,” *Ultrasound in Medicine & Biology*, vol. 40, no. 11, pp. 2609–2621, 2014.
- [34] M. F. Insana. Rf ultrasound patient data. [Online]. Available: [http://ultrasonics.bioengineering.illinois.edu/data\\_patient.asp](http://ultrasonics.bioengineering.illinois.edu/data_patient.asp)
- [35] G. Georgiou and F. Cohen, “Statistical characterization of diffuse scattering in ultrasound images,” *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Control*, vol. 45, no. 1, pp. 57–64, 1998.
- [36] A. Buades, B. Coll, and J. M. Morel, “Non-local means denoising,” *Image Processing On Line*, vol. 1, pp. 208–212, 2011.
- [37] M. Lebrun, “An analysis and implementation of the bm3d image denoising method,” *Image Processing On Line*, vol. 2, pp. 175–213, 2012.

# Apendice E

## ARTIGO 3

---

---

Na sequência é inserido artigo submetido para o periódico *Elsevier-Medical Image Analysis*

# Patch similarity in ultrasound images with hypothesis testing and stochastic distances

Cid A. N. Santos<sup>a,\*</sup>, Nelson D. A. Mascarenhas<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>*Federal University of São Carlos, Washington Luís Highway, km 235, PO Box 676, São Carlos, Brazil*

<sup>b</sup>*Faculdade Campo Limpo Paulista, Guatemala Street, 167, Campo Limpo Paulista, Brazil*

---

## Abstract

Patch-based techniques have been largely applied to process ultrasound (US) images, with applications in various fields as denoising, segmentation, and registration. An important aspect of the performance of these techniques is how to measure the similarity between patches. While it is usual to base the similarity on the Euclidean distance when processing images corrupted by additive Gaussian noise, finding measures suitable for the multiplicative nature of the speckle in US images is still an open research. In this work, we propose new stochastic distances based on the statistical characteristics of speckle in US. Additionally, we derive statistical measures to compose hypothesis tests that allow a quantitative decision on the patch similarity of US images. Good results with experiments in denoising, segmentation and selecting similar patches confirm the potential of the proposed measures.

*Keywords:* ultrasound imaging; stochastic distances; hypothesis testing; Rayleigh noise; Nakagami noise; patch similarity

---

## 1. Introduction

Ultrasonography is an important modality of medical imaging since it is non-invasive, harmless, portable and low cost. However, ultrasound images are

---

\*Corresponding author  
*URL:* [cid.santos@dc.ufscar.br](mailto:cid.santos@dc.ufscar.br) (Cid A. N. Santos)

corrupted by a type of multiplicative noise, known as speckle, causing a granular  
5 pattern that makes it difficult for visual or automatic image interpretation.  
Many techniques have been proposed in the literature for processing US images,  
and, more recently, a great deal of attention has focused on non-local techniques,  
with applications in fields like denoising (Coupé et al., 2009; Gan et al., 2015;  
Salvadeo et al., 2014; Santos et al., 2017), segmentation (Ciurte et al., 2014;  
10 Sardud et al., 2015), and registration (Rivaz et al., 2015). A key point on the  
performance of these patch-based methods is to define a measure of similarity to  
compare patches corrupted by speckle. When dealing with images corrupted by  
white Gaussian noise, typically the Euclidean distance is used as a measure of  
patch similarity, but to handle the speckle in US images, other types of measures  
15 must be devised.

### 1.1. Related work

Some alternatives to the Euclidean distance have been used in patch-based  
methods dealing with the speckle noise in synthetic aperture radar (SAR) and  
US images, as the Pearson distance (Ciurte et al., 2014; Coupé et al., 2009;  
20 Parrilli et al., 2010), stochastic distances (Nascimento et al., 2010; Santos et al.,  
2017; Torres and Frery, 2013; Torres et al., 2014), or geodesic distances (Naranjo-  
Torres et al., 2017; Ratha et al., 2017).

In Coupé et al. (2009), the Pearson distance is used as the similarity measure  
between patches in a version of the non-local means (NLM) algorithm (Buades  
25 et al., 2005) to filter US images. The same Pearson distance is also used to  
replace the Euclidean distance to filter SAR images in Parrilli et al. (2010), and  
to segment US images in Ciurte et al. (2014).

In Torres et al. (2014), stochastic distances based on the  $(h, \phi)$ -divergence  
class are derived for Wishart distribution and used as patch similarity measures  
30 in a variant of the NLM algorithm to filter SAR images. Also using stochastic  
distances based on the  $(h, \phi)$ -divergence class, in Santos et al. (2017), the dis-  
tances are proposed for Fisher-Tippett distribution and applied in a variant of  
the BM3D (Dabov et al., 2007) approach for filtering log-compressed US images.

Besides proposing stochastic distances based on the  $(h, \phi)$ -divergence class  
35 to process SAR images, the works in Torres et al. (2014); Torres and Frery  
(2013); Nascimento et al. (2010) also suggest a statistical measure that allows the  
definition of statistical hypothesis tests that provide a means to quantitatively  
decide on the patch similarity. In Nascimento et al. (2010), the hypothesis tests  
are used to compare noisy patches of SAR images modeled by a  $G_0$  distribution.  
40 In Torres and Frery (2013), the hypothesis tests are used as part of a despeckling  
algorithm for SAR images modeled as fitting a Gamma distribution. In Torres  
et al. (2014), the  $p$ -value of the hypothesis tests are used as a weight in NLM  
to filter polarimetric SAR images, adopting the complex Wishart distribution  
statistics.

45 The recent works in Naranjo-Torres et al. (2017) and Ratha et al. (2017) use  
the geodesic distances as patch similarity measures to process SAR images. In  
Naranjo-Torres et al. (2017) the geodesic distances between two  $G_0$  distributions  
are used for region discrimination. In Ratha et al. (2017), the geodesic distances  
are used to obtain the difference image in a change detection approach applied  
50 to polarimetric SAR images.

*Contributions.* In this paper, we handle the problem of defining similarity mea-  
sures that are suitable for patch-based US images processing. New stochastic  
distances are deduced for Rayleigh and Nakagami distributions, based on well-  
known statistical divergences. Additionally, these distances support the defini-  
55 tion of new test statistics, used to compose hypothesis testing on the similarity  
of patches extracted from US images. This is an extension of the approach  
applied to SAR imagery in Nascimento et al. (2010); Torres and Frery (2013);  
Torres et al. (2014), where new similarity measures are derived for the specific  
context of US images. The stochastic distances and test statistics defined here  
60 may be used to enhance the performance of US images processing techniques  
that are based on patch comparison.



## 2. Technical background

### 2.1. Speckle statistics

The US image is acquired by transmitting high-frequency sound waves into the body and collecting the returning echoes. The physical phenomenon responsible for the returning echoes is mainly the scattering, which occurs when the sound wave reaches tissue small particles, known as scatterers, with small boundaries relative to the sound wavelength. The sum up of the echoes related to a small volume of the body, the resolution cell, determines the ultrasonic signal for that specific position. The amplitude of this signal depends on the acoustic properties (reflectivity) of the related resolution cell, and the speckle. The speckle arises from the constructive and destructive echoes interferences, giving the image a random granular pattern with particular statistical characteristics.

To model the statistics of the speckle, the two main factors considered are the placement (regular or random) and density of scatterers. The various combinations of these factors yield different scattering regimes and consequently different statistical models for the speckle in the US signal.

Considering a resolution cell with high density of scatterers ( $\geq 10$ ), randomly distributed, we have the regime referred as the fully developed speckle. For such a regime, the amplitude of the speckle in a US signal is known to be well described by the Rayleigh distribution:

$$f(x; \sigma) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad x, \sigma > 0. \quad (1)$$

where  $x$  represents the amplitude of the envelope of the radio frequency (RF) signal. The parameter  $\sigma$  represents the tissue reflectivity for a specific resolution cell, and it is the information that must be recovered from the signal.

For a sample  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , with  $n$  points, the maximum likelihood estimator (MLE) of the  $\sigma$  parameter of Rayleigh distribution is given by

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n x_i^2}. \quad (2)$$

The fully developed speckle regime leading to the Rayleigh model is valid only in the homogeneous areas of the image. To take into account other scattering regimes, other statistical models have to be considered, as the K-family of distributions. The issue on working with these distributions is their analytical complexity, which makes them unsuitable to apply in this paper. One possible solution for this situation is to use the Nakagami distribution. Nakagami is a two parameters distribution, known to be an approximation for one of the distributions of the K-family (Destremes and Cloutier, 2010), the K-distribution.

The probability density function of the speckle under Nakagami model is given by

$$f(x; m, \Omega) = \frac{2m^m x^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{m x^2}{\Omega}\right), \quad x, \Omega > 0, m \geq \frac{1}{2}, \quad (3)$$

where  $m$  is the shape and  $\Omega$  the scale parameters, and  $\Gamma$  denotes the gamma function, as defined in (Abramowitz and Stegun, 1970, p.255). Notice that for  $m = 1$ , Nakagami becomes the Rayleigh distribution.

For a sample  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , with  $n$  points, the MLE estimator of the scale parameter ( $\Omega$ ) of the Nakagami distribution is given by

$$\hat{\Omega} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad (4)$$

and the MLE estimator of the shape parameter ( $m$ ) is given by the solution of the equation

$$\Psi(m) - \log(m) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log(x_i) + \log\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2\right) = 0, \quad (5)$$

where  $\Psi$  denotes the digamma function, as defined in (Abramowitz and Stegun, 1970, p.258). Details on these estimators can be found in Cheng and Beaulieu (2001).

Notice that the Rayleigh and Nakagami distributions presented here are suitable to model the speckle statistics in the amplitude of the envelope of the RF US signal, and all mentions to US images in this work are referencing the amplitude images. The final images provided by a typical commercial US equipment usually undergo a log compression phase, to adapt the dynamic range

of the signal to the display, and possibly other non-linear transformations, that changes completely the statistics of the speckle.

### 2.2. Multiplicative model

110 Assuming a fully developed speckle model and, consequently, Rayleigh statistics for the speckle, if we take a homogeneous region of the image ( $\sigma$  constant), the ratio of the standard deviation to the expected value is constant, meaning that they are proportional:

$$\frac{\sqrt{\frac{4-\pi}{2}}\sigma}{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma} = \sqrt{\frac{4-\pi}{\pi}} \approx 0.5227. \quad (6)$$

The fact that the standard deviation is proportional to the mean in homogeneous areas suggests a multiplicative model for the speckle. Such a reasoning 115 has been widely used to express the US image degradation model as

$$I(i, j) = S(i, j)Y(i, j). \quad (7)$$

where  $Y(i, j)$  is the multiplicative speckle noise in the spatial position  $(i, j)$  and  $S(i, j)$  represents the noiseless pixel value at the same spatial position.

In the experimental section, we assume the multiplicative model when preparing 120 noisy patches for testing.

### 2.3. Stochastic Distances

Divergence measures play an important role in statistical inference and discrimination since they are measures of the statistical distance between probability distributions (Salicrú et al., 1994). We use the term 'stochastic distances' 125 for symmetrized versions of divergence measures, as suggested by Nascimento et al. (2010).

Let  $V_1$  and  $V_2$  be random variables defined on the same probability space  $\Lambda$ , with densities  $f(x; \theta_1)$  and  $f(x; \theta_2)$  of the same parametric distribution, and with parameter vectors  $\theta_1$  and  $\theta_2$  respectively. The  $(h, \phi)$ -divergence between

Table 1:  $(h, \phi)$ -divergences and respective  $h(x)/\phi(x)$  functions.

$(h, \phi)$ -Divergences	$h(x)$	$\phi(x)$
Bhattacharyya	$-\log(1-x)$	$-\sqrt{x} + \frac{x+1}{2}$
Hellinger	$\frac{x}{2}$	$(\sqrt{x}-1)^2$
Kullback-Leibler	$x$	$x \log(x)$
Havrda-Charvát	$x$	$\frac{(x-x^s)}{1-s}, 0 < s < 1$
Sharma-Mittal	$\frac{\exp[(s-1)x]-1}{s-1}, 0 < s < 1$	$x \log(x)$
Rényi- $\beta$	$\frac{\log((\beta-1)x+1)}{\beta-1}, 0 < \beta < 1$	$\frac{x^{1-\beta} + x^\beta - \beta(x-1) - 2}{2(\beta-1)}, 0 < \beta < 1$
Triangular	$x$	$\frac{(x-1)^2}{x+1}$
Harmonic-Mean	$-\log(1 - \frac{x}{2})$	$\frac{(x-1)^2}{x+1}$

the densities will depend only on the parameter vectors and can be expressed by

$$D^{(h,\phi)}(\theta_1, \theta_2) = h \left( \int_{\Lambda} \phi \left( \frac{f(x; \theta_1)}{f(x; \theta_2)} \right) f(x; \theta_2) dx \right), \quad (8)$$

where  $\phi$  is a convex function and  $h$  is a strictly increasing function (Nascimento et al., 2010).

Some  $h$  and  $\phi$  functions that give rise to well-known divergences are listed in Table 1. Reference to these functions can be found in Nascimento et al. (2010) and Morales and Pardo (1994).

Since the measures defined by equation (8) are usually non-symmetric, we define here our stochastic distances as in equation (9). This is a typical procedure to symmetrize divergence measures, as in Nascimento et al. (2010):

$$d^{(h,\phi)}(\theta_1, \theta_2) = \frac{D^{(h,\phi)}(\theta_1, \theta_2) + D^{(h,\phi)}(\theta_2, \theta_1)}{2}. \quad (9)$$

#### 2.4. Test statistics based on stochastic distances

Salicrú et al. (1994) studied the asymptotic behavior of the  $(h, \phi)$ -divergence class, suggesting the statistic measure defined by

$$s(\theta_1, \theta_2) = \frac{2MN}{M+N} \frac{d^{(h,\phi)}(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)}{h'(0)\phi''(1)}, \quad (10)$$

135 where  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$  are the MLE estimates of the parameter vectors of the distributions, with M and N samples respectively. The symbols  $h'$  and  $\phi''$  indicates the first and second derivatives of the  $h$  and  $\phi$  functions respectively.

Under certain regularity conditions (see Salicrú et al. (1994)), if

$$\frac{M}{M+N} \xrightarrow{M, N \rightarrow \infty} \lambda \in (0, 1), \text{ and } \theta_1 = \theta_2,$$

the following result is proved to be valid in Salicrú et al. (1994):

$$\left( \frac{2MN}{M+N} \right) \frac{d^{(h, \phi)}(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)}{h'(0)\phi''(1)} \xrightarrow{M, N \rightarrow \infty} \chi_D^2 \quad (11)$$

140 where  $\chi_D^2$  is the chi-squared distribution with  $D$  degrees of freedom.  $D$  is the number of parameters in  $\hat{\theta}_1$  and  $\hat{\theta}_2$ .

### 3. Patch similarity for US images

In this work, we propose to define new similarity measures and related test statistics, that are suitable to be applied in patch-based methods to process  
 145 US images. To accomplish this, in Section 3.1, we assume that such images can be statistically described by a Rayleigh distribution and derive stochastic distances based on  $(h, \phi)$ -divergence class. Similarly, in Section 3.2 we assume that the statistics of the image can be described by a Nakagami distribution, and derive stochastic distances considering the same  $(h, \phi)$ -divergence class. Based  
 150 on the asymptotic behavior of this divergence class, the stochastic distances are converted into test statistics in Section 3.3. Finally, using these test statistics, in Section 3.4, a hypothesis test is stated for similar patches selection.

#### 3.1. Derivation of stochastic distances for Rayleigh distribution

Let  $p_1$  and  $p_2$  be distinct patches of the same noisy image, and respective  
 155 realizations of the random variables  $V_1$  and  $V_2$  defined in Section 2.3. Assume  $V_1$  and  $V_2$  have densities given by the Rayleigh distribution, and parameter vectors  $\theta_1 = \{\sigma_1\}$  and  $\theta_2 = \{\sigma_2\}$  respectively. Replacing  $f(x; \theta_1)$  and  $f(x; \theta_2)$  by the Rayleigh distribution in (9), using a pair of  $h$  and  $\phi$  functions defined in Table 1,

and solving the integrals over the interval  $[0, +\infty)$ , we derive the expressions for  
 160 the respective stochastic distances between the patches  $p_1$  and  $p_2$ , as given in  
 the sequence.

a) Kullback-Leibler distance for Rayleigh distribution:

$$d_{kl}^{ray}(\theta_1, \theta_2) = \frac{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2}{2\sigma_1^2\sigma_2^2}. \quad (12)$$

b) Rényi $i^\beta$  distance for Rayleigh distribution:

$$d_{re\beta}^{ray}(\theta_1, \theta_2) = \left(\frac{1}{\beta-1}\right) \log \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_1^{2\beta} \sigma_2^{2(1-\beta)}}{\sigma_2^2 - \sigma_2^2\beta + \sigma_1^2\beta} + \frac{\sigma_2^{2\beta} \sigma_1^{2(1-\beta)}}{\sigma_1^2 - \sigma_1^2\beta + \sigma_2^2\beta} \right) \right], \quad (13)$$

where  $0 < \beta < 1$ .

c) Hellinger distance for Rayleigh distribution:

$$d_{he}^{ray}(\theta_1, \theta_2) = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (14)$$

d) Bhattacharyya distance for Rayleigh distribution:

$$d_{bha}^{ray}(\theta_1, \theta_2) = -\log \left( \frac{2\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right). \quad (15)$$

e) Havrda-Charvát distance for Rayleigh distribution:

$$d_{hc}^{ray}(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2(s-1)} \left[ \frac{\sigma_1^{2s} \sigma_2^{2(1-s)}}{\sigma_1^2 s - \sigma_2^2 (s-1)} + \frac{\sigma_1^{2(1-s)} \sigma_2^{2s}}{\sigma_2^2 s - \sigma_1^2 (s-1)} - 2 \right], \quad (16)$$

where  $0 < s < 1$ .

f) Sharma-Mittal distance for Rayleigh distribution:

$$d_{sm}^{ray}(\theta_1, \theta_2) = \frac{\exp(a) + \exp(b) - 2}{2(s-1)}, \quad (17)$$

where

$$a = (s-1) \left( \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} + 2 \log \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) - 1 \right),$$

$$b = (s-1) \left( \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} + 2 \log \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) - 1 \right), \quad s > 0, \quad \text{and } s \neq 1.$$

g) Triangular distance for Rayleigh distribution:

$$d_{tri}^r(\theta_1, \theta_2) = 2(1 - {}_2F_1(1, a, b, c)), \quad (18)$$

where

$$a = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}, b = \frac{2\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}, c = -\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}, \text{ and } \sigma_1 \geq \sigma_2.$$

The symbol  ${}_2F_1$  denotes the Gauss hypergeometric function, as defined in  
 165 (Abramowitz and Stegun, 1970, p.566).

*h)* Harmonic-mean distance for Rayleigh distribution:

$$d_{hm}^r(\theta_1, \theta_2) = -\log(2 {}_2F_1(1, a, b, c)), \quad (19)$$

where  $a$ ,  $b$ , and  $c$  are defined as for the triangular distance.

These stochastic distances depend on the reflectivity parameters  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$ , that can be estimated from the noisy patches by the MLE estimator in equation (2). The smaller the calculated value of the distance, the closer statistically  
 170 the patches are. For patches with equal parameters ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ) the stochastic distances will be evaluated to zero.

The Kullback-Leibler, Rényi <sup>$\beta$</sup> , Hellinger, and Bhattacharyya distances for Rayleigh distribution may be considered special cases of the same distances  
 175 derived for the complex Wishart distribution in Frery et al. (2014). Notice that the exponential distribution is an especial case of the Wishart distribution, and that the square root of an exponential random variable has the Rayleigh distribution. Additionally, it may be easily show that the stochastic distances defined by the equation (9) are invariant to random variable transformation.

180 To the best of our knowledge, the Havrda-Charvát, Sharma-Mittal, triangular and harmonic-mean stochastic distances had not yet been derived for Rayleigh distribution.

### 3.2. Derivation of stochastic distances for Nakagami distribution

Similarly to Section 3.1, if we assume  $V_1$  and  $V_2$  have densities given by  
 185 the Nakagami distribution, and parameter vectors given respectively by  $\theta_1 = \{m_1, \Omega_1\}$  and  $\theta_2 = \{m_2, \Omega_2\}$ , we derive the following stochastic distances between the patches  $p_1$  and  $p_2$ , as given in the sequence.

a) Kullback-Leibler distance for Nakagami distribution:

$$d_{kl}^n(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2\Omega_1\Omega_2} (a + b + c), \quad (20)$$

where

$$a = (\Omega_1 - \Omega_2)(m_2\Omega_1 - m_1\Omega_2), \quad b = \Omega_1\Omega_2(m_2 - m_1) \log \left( \frac{m_1\Omega_2}{m_2\Omega_1} \right),$$

$$c = \Omega_1\Omega_2(m_1 - m_2) \left( \psi^{(0)}(m_1) - \psi^{(0)}(m_2) \right),$$

where  $\psi^{(0)}$  denotes the polygamma function as defined in (Abramowitz and Stegun, 1970, p.260).

190

b) Rényi $i^\beta$  distance for Nakagami distribution:

$$d_{re^\beta}^n(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{\beta - 1} \log \left( \frac{abc + df g}{2} \right), \quad (21)$$

and

$$a = (m_2\Omega_1)^{(m_2 - \beta m_2)} (m_1\Omega_2)^{\beta m_1}, \quad b = (m_2\Omega_1 - \beta m_2\Omega_1 + \beta m_1\Omega_2)^{((\beta - 1)m_2 - \beta m_1)},$$

$$c = \Gamma(m_1)^{-\beta} \Gamma(m_2)^{\beta - 1} \Gamma(\beta m_1 + m_2 - \beta m_2), \quad d = (m_2\Omega_1)^{\beta m_2} (m_1\Omega_2)^{(m_1 - \beta m_1)},$$

$$f = (m_1\Omega_2 - \beta m_1\Omega_2 + \beta m_2\Omega_1)^{((\beta - 1)m_1 - \beta m_2)},$$

$$g = \Gamma(m_1)^{\beta - 1} \Gamma(m_2)^{-\beta} \Gamma(\beta m_2 + m_1 - \beta m_1).$$

c) Hellinger distance for Nakagami distribution:

$$d_{he}^n(\theta_1, \theta_2) = 1 - \frac{2^a b^{\frac{m_1}{2}} c^{-\frac{m_2}{2}} \Gamma(a)}{\sqrt{\Gamma(m_1)\Gamma(m_2)}}, \quad (22)$$

where

$$a = \frac{m_1 + m_2}{2}, \quad b = \frac{m_1\Omega_2}{m_2\Omega_1 + m_1\Omega_2}, \quad c = 1 + \frac{m_1\Omega_2}{m_2\Omega_1}.$$

d) Bhattacharyya distance for Nakagami distribution:

$$d_{bha}^n(\theta_1, \theta_2) = -\log \left( \frac{2^a b^{\frac{m_1}{2}} c^{-\frac{m_2}{2}} \Gamma(a)}{\sqrt{\Gamma(m_1)\Gamma(m_2)}} \right), \quad (23)$$

where  $a$ ,  $b$ , and  $c$  are defined as for the Hellinger distance.



e) Havrda-Charvát distance for Nakagami distribution:

$$d_{hc}^{mak}(\theta_1, \theta_2) = \frac{ab + cd - 2}{2(s-1)}, \quad (24)$$

where

$$\begin{aligned} a &= (m_1\Omega_2)^{m_1s}\Gamma(m_1)^{-s}(m_2\Omega_1)^{m_2-m_2s}\Gamma(m_2)^{s-1}, \\ b &= \frac{\Gamma(-sm_2 + m_2 + m_1s)}{(m_1\Omega_2s + m_2(\Omega_1 - \Omega_1s))^{-m_2(s-1)+m_1s}}, \\ c &= (m_2\Omega_1)^{m_2s}\Gamma(m_2)^{-s}(m_1\Omega_2)^{m_1-m_1s}\Gamma(m_1)^{s-1}, \\ d &= \frac{\Gamma(-sm_1 + m_1 + m_2s)}{(m_2\Omega_1s + m_1(\Omega_2 - \Omega_2s))^{-m_1(s-1)+m_2s}}, \quad s > 0 \text{ and } s \neq 1. \end{aligned}$$

f) Sharma-Mittal distance for Nakagami distribution:

$$d_{sm}^{mak}(\theta_1, \theta_2) = \frac{\exp\left(\frac{a+b}{\Omega_2}\right) + \exp\left(\frac{c+d}{\Omega_1}\right) - 2}{2(s-1)}, \quad (25)$$

where

$$\begin{aligned} a &= (s-1)\Omega_2 \left( m_2 \log\left(\frac{m_1\Omega_2}{m_2\Omega_1}\right) + \log\left(\frac{\Gamma(m_2)}{\Gamma(m_1)}\right) \right), \\ b &= (s-1) \left( \Omega_2(m_1 - m_2)\psi^{(0)}(m_1) - m_1\Omega_2 + m_2\Omega_1 \right), \\ c &= (s-1)\Omega_1 \left( m_1 \log\left(\frac{m_2\Omega_1}{m_1\Omega_2}\right) + \log\left(\frac{\Gamma(m_1)}{\Gamma(m_2)}\right) \right), \\ d &= (s-1) \left( \Omega_1(m_2 - m_1)\psi^{(0)}(m_2) + m_1\Omega_2 - m_2\Omega_1 \right), \quad s > 0 \text{ and } s \neq 1. \end{aligned}$$

These stochastic distances depend on the parameter vectors  $\theta_1 = \{m_1, \Omega_1\}$  and  $\theta_2 = \{m_2, \Omega_2\}$ , that can be estimated from the noisy patches by the MLE estimators in equations (4) and (5). The smaller the calculated value of the distance, the closer statistically the patches are. For patches with equal parameters ( $\theta_1 = \theta_2$ ) the stochastic distances will be evaluated to zero.

The triangular and harmonic-mean distances for Nakagami distribution could not be deduced in closed form.

To the best of our knowledge, the Kullback-Leibler, Rényi <sup>$\beta$</sup> , Hellinger, Bhattacharyya, Havrda-Charvát and Sharma-Mittal stochastic distances had not yet been derived for Nakagami distribution.

Since the Nakagami becomes the Rayleigh distribution when  $m = 1$ , it is possible to show that taking the expressions of the distances derived in this

205 section and replacing  $m = 1$  and  $\Omega = 2\sigma^2$  will lead to the related distances  
 derived for Rayleigh distribution in Section 3.1.

### 3.3. Derivation of the test statistics

Based on equation (10), Table 1 and equations (12) through (25), we may  
 deduce the test statistic for each of the stochastic distances, as given by equa-  
 210 tions (26) through (33), respectively.

a) Kullback-Leibler statistic:

$$s_{kl}(\theta_1, \theta_2) = \left( \frac{2MN}{M+N} \right) d_{kl}(\theta_1, \theta_2). \quad (26)$$

b) Rényi $i^\beta$  statistic:

$$s_{re^\beta}(\theta_1, \theta_2) = \left( \frac{2MN}{\beta(M+N)} \right) d_{re}(\theta_1, \theta_2). \quad (27)$$

c) Hellinger statistic:

$$s_{he}(\theta_1, \theta_2) = \left( \frac{8MN}{M+N} \right) d_{he}(\theta_1, \theta_2). \quad (28)$$

d) Bhattacharyya statistic:

$$s_{bha}(\theta_1, \theta_2) = \left( \frac{8MN}{M+N} \right) d_{bha}(\theta_1, \theta_2). \quad (29)$$

e) Havrda-Charvát statistic:

$$s_{hc}(\theta_1, \theta_2) = \left( \frac{2MN}{s(M+N)} \right) d_{hc}(\theta_1, \theta_2). \quad (30)$$

f) Sharma-Mittal statistic:

$$s_{hm}(\theta_1, \theta_2) = \left( \frac{2MN}{M+N} \right) d_{hm}(\theta_1, \theta_2). \quad (31)$$

g) Triangular statistic:

$$s_{tri}(\theta_1, \theta_2) = \left( \frac{2MN}{M+N} \right) d_{tri}(\theta_1, \theta_2). \quad (32)$$

h) Harmonic-mean statistic:

$$s_{hm}(\theta_1, \theta_2) = \left( \frac{4MN}{M+N} \right) d_{hm}(\theta_1, \theta_2). \quad (33)$$

Replacing in equations (26) through (33) the distances derived for Rayleigh  
 distribution in Section 3.1, we have the related Rayleigh statistics. The statistics  
 for the Nakagami distribution, in the same way, are obtained by replacing the  
 related distances derived in Section 3.2. Notice that for Nakagami distribution  
 215 we will not have the triangular and harmonic-mean statistics.

### 3.4. Hypothesis testing for similar patches selection

Let  $p_1$  and  $p_2$  be two distinct patches of the same noisy image, with  $N$  and  $M$  pixels respectively. Assume that  $p_1$  and  $p_2$  may fit the same known parametric model having unknown parameter vectors  $\theta_1$  and  $\theta_2$  respectively. Admit also that the MLE estimate for these parameter vectors are given by  $\hat{\theta}_1$  and  $\hat{\theta}_2$  respectively.

We may design the following hypothesis test to decide whether  $p_1$  and  $p_2$  are noisy realizations of the same underlying noiseless patch:

$$\begin{cases} \mathbf{H}_0 : p_1 = p_2, \\ \mathbf{H}_1 : p_1 \neq p_2, \end{cases}$$

To test the validity of  $H_0$ , we choose one of the statistics  $s$  defined in Section 3.3. Notice that by the relation in equation (11), if  $H_0$  is true,  $s$  is asymptotically distributed according to a  $\chi_D^2$  distribution. We can use this fact to identify a region  $R \subset \mathfrak{R}$ , named reject region, where the values of  $s$  have a low probability ( $\alpha$ ) of occurrence:

$$Pr(s(\theta_1, \theta_2) \in R | H_0) \leq \alpha. \tag{34}$$

This relation allows us to make quantitative decisions about the similarity of the patches  $p_1$  and  $p_2$ : calculating the test statistic  $s$  using the MLE estimates  $\hat{\theta}_1$  and  $\hat{\theta}_2$ , if  $s \in R$  we can reject the null the hypothesis at a significance level  $\alpha$ :

$$\begin{cases} s(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) \in R \Rightarrow \text{reject } H_0 \\ s(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) \notin R \Rightarrow \text{do not reject } H_0 \end{cases}$$

If the null hypothesis ( $\mathbf{H}_0$ ) is rejected, we must assume the alternative hypothesis ( $\mathbf{H}_1$ ) and consider the patches dissimilar . Otherwise, the patches are considered to be similar.

## 4. EXPERIMENTS AND RESULTS

To validate our stochastic distances and test statistics we execute three sets of experiments, always comparing the usage of these measures with the usage of the Euclidean distance. First, we replace the Euclidean distance by a stochastic distance in a NLM filtering approach. Next, we replace the Euclidean distance in a patch-based segmentation approach. Finally, in the last experiment, we show how well the hypothesis tests defined in section 3.4 can separate similar patches contaminated by speckle when compared with the Euclidean distance.

### 4.1. Filtering experiments

To compare the stochastic distances defined in Sections 3.1 and 3.2 with the Euclidean distance in a filtering algorithm, we use a pixel-wise NLM approach, as described in Buades et al. (2011). In that implementation, designed for Gaussian noise, the image is divided in overlapping windows, named research windows, with a central pixel  $p$ . The estimation of the pixel  $p$  in the filtered image is a weighted average using all the pixels ( $q_i$ ) in the research window, where the weight is based on an exponential kernel depending on the Euclidean distance ( $d$ ) between the patches:

$$w_i = \exp\left(-\frac{d(B(p, f), B(q_i, f))^2}{h^2}\right), \quad (35)$$

where  $B(x, f)$  denotes a patch centered in the pixel  $x$  and size  $(2f+1) \times (2f+1)$ . The parameter  $h$  controls the degree of smoothness the filter will apply to the image.

To define a stochastic version of such a filter, we replace the Euclidean distance in equation (35) by one of the stochastic distances defined in Section 3.1 for Rayleigh distribution, or Section 3.2 for Nakagami distribution. Additionally, we only consider in the weighted average, the patches that are not rejected in a hypothesis test, as defined in Section 3.4, for a certain significance level  $\alpha$ :

$$w_i = \begin{cases} \exp\left(-\frac{d(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)^2}{h^2}\right), & Pr(\chi_2 > s(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)) > \alpha. \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (36)$$

We use synthetic and real US images for the tests. In both cases, we compare a version of the NLM filter using the Euclidean distance, as defined in equation (35), with two versions of the stochastic variant in equation (36), one using the Hellinger distance for Rayleigh distribution (equation (14)) and other using the Hellinger distance for Nakagami distribution (equation (22)). Since the stochastic variants use the Hellinger distance, the hypothesis tests use the Hellinger statistics defined in equation (28). The significance level of the hypothesis tests are defined in 99%. The sizes of the research window and patch are set to  $21 \times 21$  and  $7 \times 7$ , respectively.

The experiments with synthetic images use the database of realistic breast phantoms provided by Flores et al. (2014). The phantoms mimic the breast tissue echogenicities, tumor shapes, and lesions histology. There are three types of lesions (carcinoma, cyst, and fibroadenoma), with three possible tumor shapes each. For each combination of lesion/tumor shape, there are fifty phantoms, where the position of the tumor varies. We took ten phantoms from each combination, totaling ninety tested phantoms. The phantoms are considered the noiseless images. To generate a synthetic noisy US image, the phantom is convolved with the point spread function of a hypothetical US imaging system, as done in Yu and Acton (2002), and implemented in Matlab by Sheet (2016). We use the publicly available Matlab script provided in Sheet (2016), with default parameters, and skipping the log compression step.

To quantify the performance of the filtering experiments we use the speckle suppression index (SSI) (Shamsoddini and Trinder, 2010), the mean preservation speckle suppression index (MPSSI) (Dellepiane and Angiati, 2014), the peak signal-to-noise ratio (PSNR) (Wang and Bovik, 2009), the structural similarity index (SSIM) (Wang et al., 2004; Wang and Bovik, 2006; Wang and Bovik, 2002), the edge preservation index (EPI) (Sattar et al., 1997), and the resolution index (RI) (Al-Asad et al., 2014; Michailovich and Tannenbaum, 2006; Taxt, 1995). For the metrics SSI, MPSSI, and RI, the lower the value, the better the filtering process, while for the metrics PSNR, SSIM, and EPI, the higher the value, the better the filtering process. To calculate the metrics PSNR, SSIM,

Table 2: Metric results when filtering synthetic US images using Rayleigh-Hellinger, Nakagami-Hellinger and Euclidean distances as measures of similarity (best results in bold-face).

	PSNR	SSIM	SSI	EPI	MPSSI	RI
Rayleigh-Hellinger	4.242	0.279	0.253	<b>0.277</b>	0.017	<b>0.013</b>
Nakagami-Hellinger	<b>4.250</b>	<b>0.299</b>	<b>0.232</b>	0.253	<b>0.015</b>	<b>0.013</b>
Euclidean Distance	4.031	0.263	0.280	0.153	0.030	<b>0.013</b>

and EPI it is necessary to provide the noiseless image.

280 In Table 2, we report the performance of the filters applied to synthetic images. We compare the variants of the NLM filter when using the Euclidean distance, and when using the distance/statistic of Hellinger for Rayleigh and Nakagami distributions. Values in the table are average values for the entire data-set. In the images of Figure 1, we show the filtering result for one of the  
 285 synthetic images.

The experiments with real images use a set of RF frames of breast lesion recorded from a malignant and a benign tumor, available from Insana (2016). There is a total of 183 RF frames from the malignant set and the same number for the benign set. We take 50 RF frames from each case for tests. Since these  
 290 are data in RF format, before testing, we extract the envelope of the signal using the Hilbert transform.

Table 3 shows the performance of the filters for real images. Since this is a non-reference test, we show only SSI, MPSSI and RI indexes. We compare the variants of the NLM filter when using the Euclidean distance, and when using  
 295 the distance/statistic of Hellinger for Rayleigh and Nakagami distributions. Values in the table are average values for the entire data-set. In the images of Figure 2, we show the filtering result for one of the images.

Notice in Tables 2 and 3 that the value of the RI metric is the same for all filters. With one of the metrics fixed, we can compare the filters based on  
 300 the other metrics. To make the RI metric fixed, we first run one of the filters, measure the RI metric, and then run the other filters, varying the parameters, until the same RI is achieved.

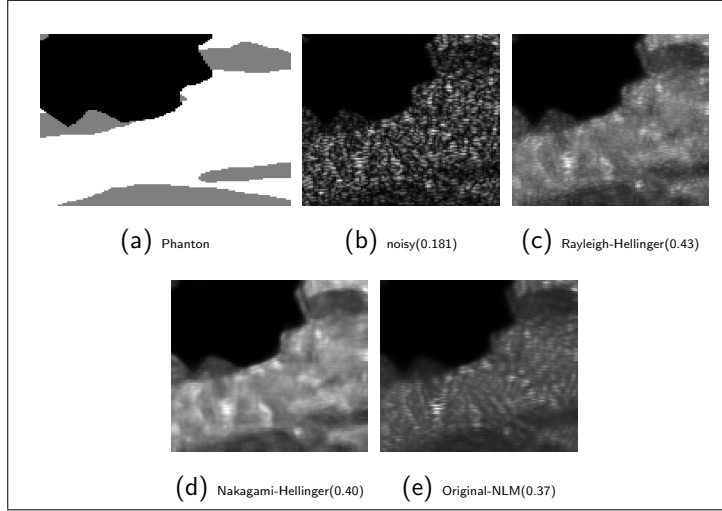


Figure 1: Sample denoising result for synthetic US images with related SSIM.

Table 3: Metric results when filtering real US images using Rayleigh-Hellinger, Nakagami-Hellinger and Euclidean distances as measures of similarity (best results in boldface).

	SSI	MPSSI	RI
Rayleigh-Hellinger	0.383	0.028	<b>0.008</b>
Nakagami-Hellinger	<b>0.358</b>	<b>0.026</b>	<b>0.008</b>
Euclidean Distance	0.387	0.048	<b>0.008</b>

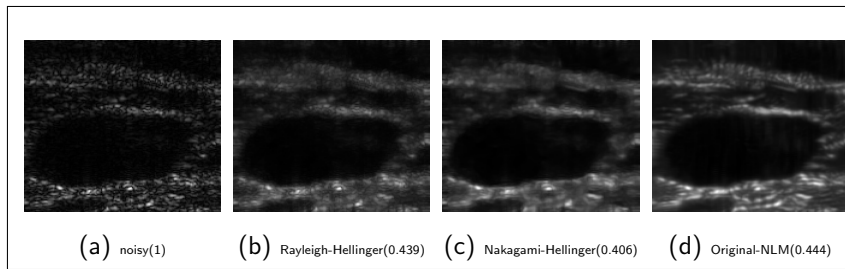


Figure 2: Sample denoising result for real US images with related speckle suppression index (SSI).

#### 4.2. Segmentation experiments

To compare the statistics defined in Section 3.3 with the Euclidean distance in an image segmentation algorithm, we use the US segmentation approach proposed in Ciurte et al. (2014). In the method, the image is represented by a graph where the nodes are the pixels and the weight of the edge between two nodes  $x_i$  and  $x_j$  is defined as

$$w(x_i, x_j) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{d(F(x_i), F(x_j))}{\sigma^2}\right) & , \text{for } x_j \in N_a(x_i). \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (37)$$

The expression  $d(F(x_i), F(x_j))$  represents a similarity measure between the image descriptors located at pixels (nodes)  $x_i$  and  $x_j$ , and  $N_a(x)$  is a neighborhood window centered at  $x$  and of size  $a \times a$  pixels. The parameter  $\sigma$  is a scaling factor of the weight matrix. After building the graph, a semi-supervised min-cut approach is applied for image segmentation. The approach is semi-supervised because it is necessary to manually provide the internal and external limits of the tumor shape using connected lines or ellipses.

Two types of descriptors are used as patch similarity measures. First, as in original paper,  $d(F(x_i), F(x_j))$  is the Euclidean distance between the patches centered at  $x_i$  and  $x_j$ , and calculated in the neighborhoods  $N_a(x_i)$  and  $N_a(x_j)$ . Second, we define two stochastic variants, one for Rayleigh distribution and the other for Nakagami distribution. In the variant for Rayleigh distribution,  $d(F(x_i), F(x_j))$  is the *p-value* of the hypothesis test using the statistics of Hellinger for Rayleigh distribution, calculated for the patches centered at  $x_i$  and  $x_j$ , and calculated in the neighborhoods  $N_a(x_i)$  and  $N_a(x_j)$ . In the same way, the variant for Nakagami distribution uses the statistics of Hellinger for Nakagami distribution in the hypothesis test. These stochastic descriptors are referred as Rayleigh-Hellinger and Nakagami-Hellinger respectively.

Here we use the same database of breast phantoms provided by Flores et al. (2014) to execute the tests. As for the filtering experiments, we prepare the synthetic US images as suggested by Yu and Acton (2002), with the implementation provided by Sheet (2016). The phantoms mimic the breast echogenicities



Table 4: Performance of the segmentation when using the Rayleigh-Hellinger, Nakagami-Hellinger, and the Euclidean distance descriptors (best results in boldface).

	JI	RAND	GCE	VI
Rayleigh-Hellinger	<b>0.895</b>	<b>0.984</b>	<b>0.013</b>	<b>0.104</b>
Nakagami-Hellinger	0.875	0.981	0.016	0.122
Euclidean	0.731	0.951	0.036	0.246

and contain tumor shapes that can be easily separated from the image to serve as the segmentation ground truth. The database contains nine possible combinations of lesions/tumor shapes. We take one sample of each and repeat the tests ten times, totaling ninety tests.

330 To quantify the performance of the segmentation experiments we use the Jaccard index (JI) (Chang et al., 2009), the Rand index (RAND) (Rand, 1971), the global consistency error (GCE) (Martin et al., 2001), and the variation of information (VI) (Meila, 2007). Notice that for JI and RAND metrics, the higher the index, the better the segmentation process, while for GCE and VI metrics,  
335 the lower, the better. In Table 4 we show the performance of the segmentation for these metrics when using the three defined descriptors. In Figure 3 we show the segmentation results for one of the images.

#### 4.3. Similar patches selection

In this experiment, we compare how well the test statistics derived in Section 3.3 and the Euclidean distance can separate the noisy patches by building  
340 their ROC curves. For that, we use the publicly available USC-SIPI Image Database (Weber, 2016). The miscellaneous set of the database has forty-four images, including the classical Lena, tank, and house. The images are converted, when necessary, to 8 bits grayscale images of size  $256 \times 256$ . For all the images,  
345 we applied the following procedure, similar to the approach applied in Deledalle et al. (2012) to compare patch (dis)similarities. First, a dictionary of distinct patches of size  $n \times n$  was extracted. Those patches are considered the noiseless patches. Next, we define a noise pattern as a  $256 \times 256$  image with Rayleigh distributed amplitudes of mean 1. If we consider the degradation model given

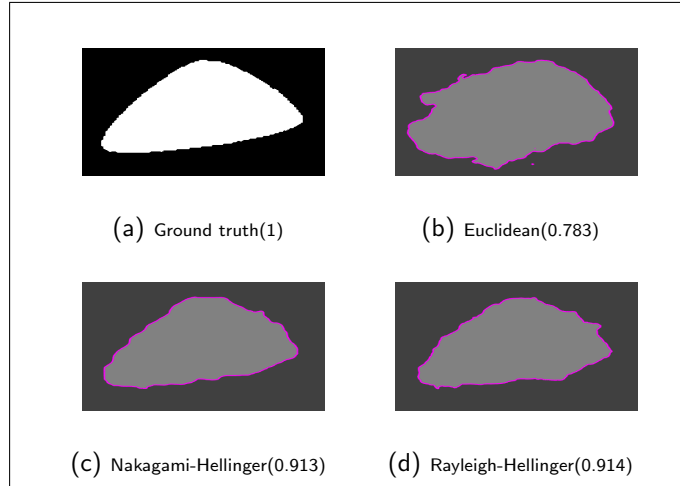


Figure 3: Ground truth and segmented images using Euclidean, Nakagami-Hellinger, and Rayleigh-Hellinger descriptors with related Jaccard index.

350 in equation 7 and uncorrelated noise, the noisy image may be obtained by the  
 pixel-by-pixel multiplication of the original image and the noise pattern. A  
 noisy patch is obtained by taking a patch in a specific position of the noisy  
 image. We then apply the hypothesis testing defined in Section 3.4, using all  
 the statistics defined in Section 3.3, for each pair of patches in the dictionary.  
 355 Additionally, we repeat  $K$  times the hypothesis test in two noise realizations  
 of the same noiseless patch, where  $K$  is the number of patches in the dictio-  
 nary. The intention of these two sets of hypothesis testing is to have a balanced  
 number of tests using different underlying noiseless patches and using the same  
 underlying noiseless patch. The possible outcomes of these experiments are  
 360 those of a classical confusion matrix: true and false positives, and true and false  
 negatives. When using two different noise realizations for the same noiseless  
 patch, and the hypothesis testing fails to reject the null hypothesis for a certain  
 significance level, we have a true positive, otherwise, a false negative. On the  
 other hand, when using two noise realizations of different noiseless patches, if  
 365 the null hypothesis cannot be rejected, we have a false positive, otherwise, a  
 true negative.

Calculating the true positive and the false positive rates for significance levels varying from zero to 100%, it is possible to build the ROC curves associated with the hypothesis tests.

370 To build the ROC curve of the Euclidean distance, instead of applying a statistical test, we just calculate the distance ( $d$ ) and compare it to a threshold ( $\tau$ ). Two patches are considered similar if  $d \leq \tau$ . Varying  $\tau$  from zero to the maximum possible distance, we can then build the ROC curve for the Euclidean distance.

375 In Table 5 we show the area under the curve (AUC) for the ROC built for Rayleigh and Nakagami statistics, and using the Euclidean distance. In all cases, we use patch sizes of  $7 \times 7$ ,  $15 \times 15$  and  $31 \times 31$ . We also show the ROC curve when using the Rényi $i^{0.5}$  statistics for Rayleigh distribution in the graph of Figure 4. The ROC curve for Rényi $i^{0.5}$  statistics of Nakagami distribution is 380 shown in the graph of Figure 5. In the graph of Figure 6, we show the ROC curve for the Euclidean distance.

Notice in Table 5 that for the stochastic distances that are parametrized ( $\beta$  for Rényi and  $s$  for Havrda-Charvát and Sharma-Mittal), we show only the results using  $\beta = 0.5$  and  $s = 0.5$  since there is no significant difference using 385 other values.

## 5. Discussion

Looking at the AUC values given by Table 5 is clear that the statistics defined in this paper have a higher performance to separate similar patches than the Euclidean distance when these patches are contaminated by Rayleigh noise. 390 The higher the patch size, the higher the performance, which can be explained by a lower error in the MLE parameter estimation when using larger patches. Another observation about the table is that the statistics based on the distances of the Nakagami distribution have a better performance than those based on the distances of the Rayleigh distribution. This seems to be in accordance with 395 the theory since the Nakagami distribution can cover a larger number of speckle

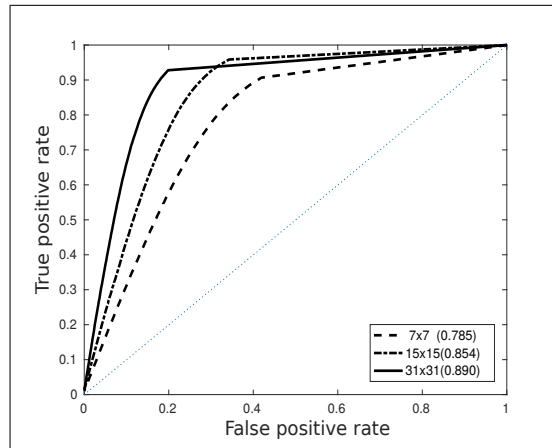


Figure 4: ROC curve for Rényi statistic of Rayleigh distribution.

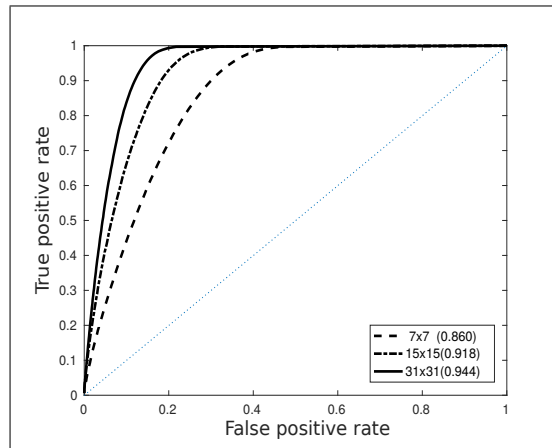


Figure 5: ROC curve for Rényi statistic of Nakagami distribution.

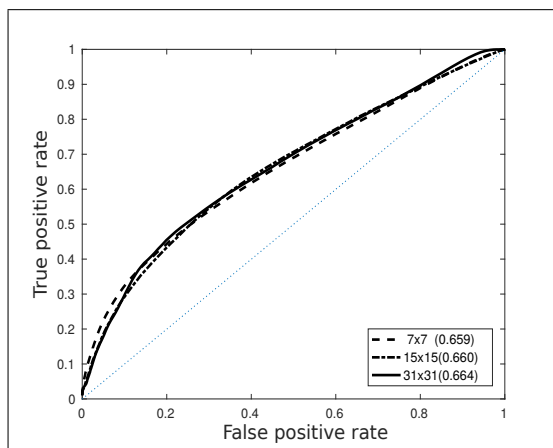


Figure 6: ROC curve for Euclidean distance.

Table 5: Area under the curve (AUC) for the ROC curves of Rayleigh and Nakagami statistics, and Euclidean distance using patches of sizes  $7 \times 7$ ,  $15 \times 15$  and  $31 \times 31$  (best results in boldface).

	$7 \times 7$	$15 \times 15$	$31 \times 31$
Rayleigh-Bhattacharyya	0.764	0.827	0.854
Rayleigh-Kullback-Leibler	0.762	0.827	0.854
Rayleigh-Hellinger	0.764	0.827	0.854
Rayleigh-Rényi ( $\beta = 0.5$ )	0.785	0.854	0.890
Rayleigh-Havrda-Charvát ( $s = 0.5$ )	0.786	0.856	0.891
Rayleigh-Sharma-Mittal ( $s = 0.5$ )	0.786	0.856	0.891
Rayleigh-Harmonic-mean	0.726	0.772	0.772
Rayleigh-Triangular	0.761	0.809	0.806
Nakagami-Bhattacharyya	0.851	0.909	0.932
Nakagami-Kullback-Leibler	0.846	0.908	0.932
Nakagami-Hellinger	0.851	0.909	0.932
Nakagami-Rényi ( $\beta = 0.5$ )	<b>0.860</b>	<b>0.918</b>	<b>0.944</b>
Nakagami-Havrda-Charvát ( $s = 0.5$ )	<b>0.860</b>	<b>0.918</b>	<b>0.944</b>
Nakagami-Sharma-Mittal ( $s = 0.5$ )	<b>0.860</b>	<b>0.918</b>	<b>0.944</b>
Euclidean	0.659	0.660	0.664

scattering scenarios when compared with the Rayleigh distribution.

Testing the use of the distances and statistics defined here in a filtering approach, we can check by Tables 2 and 3 that the performance in all quality metrics is better when compared with the use of the Euclidean distance. This is valid for synthetic and real US images. These measures seem to lead to a filter which can remove more noise in homogeneous areas (better SSI and MPSSI) while preserving better the structures (higher PSNR and SSIM) and edges (higher EPI). Notice in the tables that we fixed the resolution parameter to have a fair comparison among the filter variants. Here also the method using the variant related to the Nakagami model has a better performance than the variant associated with the Rayleigh model.

Finally, segmenting synthetic images also reveals a better performance in all metrics when using the stochastic descriptors, if compared with the descriptor based on Euclidean distance, as shown in Table 4. In this case, the variant related to the Rayleigh model has a slightly better performance than the descriptor based on Nakagami model. This seems to be because the computation of the MLE estimator of the Rayleigh parameter is more stable than the computation of the scale parameter of Nakagami distribution. Notice that the MLE of Rayleigh parameter has a closed form expression. Notice also that for the segmentation approach presented here the patches used in the process are patches near the edges of the tumor. And for the patches that are inside the tumor, which have very low amplitude pixels, the MLE estimate of Rayleigh parameter seems to be slightly better than the MLE estimate of the Nakagami scale parameter. This issue does not affect significantly the filtering process since the whole image is used in the process, and the relative number of patches inside a tumor is low when compared with the total number of patches.

## 6. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

This work presented a set of new stochastic distances for Rayleigh and Nakagami distributions based on the  $(h, \phi)$ -divergence class. Test statistics derived

425 from these stochastic distances allowed the definition of hypothesis tests to  
compare the similarity of patches extracted from US images. Experiments with  
simulated noise, filtering synthetic and real US images, and segmenting syn-  
thetic images suggest that these stochastic distances and test statistics may be  
used to improve the performance of patch-based methods processing US images.  
430 The experiments also suggest that in most cases the stochastic distances and  
test statistics derived from the Nakagami model are better than those derived  
from the Rayleigh model.

The Rayleigh and Nakagami models presented here consider only the statis-  
tics of the speckle, not the signal itself. As a future work, and using the mul-  
435 tiplicative model, a statistical estimation, probably Bayesian, for the noiseless  
signal may be proposed and combined with the speckle model to calculate the  
stochastic distances and test statistics for the resulting signal. Additionally, it  
is necessary to compare the measures derived here with other types of similarity  
measures applied to speckle, like the Pearson and geodesic distances. Notice  
440 that for doing so, it is necessary to derive all the measures using the same  
speckle statistical model.

*Funding.* This research did not receive any specific grant from funding agencies  
in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

## References

- 445 Abramowitz, M., Stegun, I.A., 1970. Handbook of Mathematical Functions with  
Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. 9 ed., Dover, New York.
- Al-Asad, J.F., Reza, A.M., Techavipoo, U., 2014. An ultrasound image despeck-  
ling approach based on principle component analysis. Int. Journal of Image  
Processing 8, 156–177.
- 450 Buades, A., Coll, B., Morel, J.M., 2005. A review of image denoising algorithms,  
with a new one. SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation 2,  
490–530.

- Buades, A., Coll, B., Morel, J.M., 2011. Non-local means denoising. *IPOJ Journal: Image Processing On Line* 1.
- 455 Chang, H.H., Zhuang, A.H., Valentino, D.J., Chu, W.C., 2009. Performance measure characterization for evaluating neuroimage segmentation algorithms. *NeuroImage* 47, 122–135.
- Cheng, J., Beaulieu, N.C., 2001. Maximum-likelihood based estimation of the nakagami m parameter. *IEEE Communications Letters* 5, 101–103.
- 460 Ciurte, A., Bresson, X., Cuisenaire, O., Houhou, N., Nedevschi, S., Thiran, J.P., Cuadra, M.B., 2014. Semi-supervised segmentation of ultrasound images based on patch representation and continuous min cut. *PLoS ONE* 9, 1–14.
- Coupé, P., Hellier, P., Kervrann, C., Barillot, C., 2009. Nonlocal means-based speckle filtering for ultrasound images. *IEEE Trans. Image Process.* 18, 2221–  
465 2229.
- Dabov, K., Foi, A., Katkovnik, V., Egiazarian, K.O., 2007. Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering. *IEEE Trans. Image Process.* 16, 2080–2095.
- Deledalle, C.A., Denis, L., Tupin, F., 2012. How to compare noisy patches? patch similarity beyond gaussian noise. *Int. Journal of Computer Vision* 99, 470 86–102.
- Dellepiane, S.G., Angiati, E., 2014. Quality assessment of despeckled SAR images. *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. in Remote Sens.* 7, 691–707.
- Destrepes, F., Cloutier, G., 2010. A critical review and uniformized representation of statistical distributions modeling the ultrasound echo envelope. *Ultrasound in Medicine & Biology* 36, 1037–51. 475
- Flores, W.G., Pereira, W.C.A., Infantosi, A.F.C., 2014. Breast ultrasound despeckling using anisotropic diffusion guided by texture descriptors. *Ultrasound in Medicine & Biology* 40, 2609–2621.



- 480 Frery, A.C., Nascimento, A.D.C., Cintra, R.J., 2014. Analytic expressions for stochastic distances between relaxed complex wishart distributions. *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing* 52, 1213–1226.
- Gan, Y., Angelini, E.D., Laine, A.F., Hendon, C., 2015. BM3D-based ultrasound image denoising via brushlet thresholding, in: *Int. Symp. Biomedical Imaging(ISBI)*, IEEE. pp. 667–670.
- 485 Insana, M., 2016. RF ultrasound patient data. URL: [http://ultrasonics.bioengineering.illinois.edu/data\\_patient.asp](http://ultrasonics.bioengineering.illinois.edu/data_patient.asp). (accessed 22 September 2016).
- Martin, D., Fowlkes, C., Tal, D., Malik, J., 2001. A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics, in: *IEEE Int. Conf. Computer Vision*, pp. 416–423.
- 490 Meila, M., 2007. Comparing clusterings—an information based distance. *Journal of Multivariate Analysis* 98, 873–895.
- 495 Michailovich, O.V., Tannenbaum, A., 2006. Despeckling of medical ultrasound images. *IEEE IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Control* 53, 64–78.
- Morales, D., Pardo, L., 1994. Asymptotic properties of divergence statistics in a stratified random sampling and its applications to test statistical hypotheses. *Journal of Statistical Planning and Inference* 38, 201–222.
- 500 Naranjo-Torres, J., Gambini, J., Frery, A.C., 2017. The geodesic distance between  $G_I^0$  models and its application to region discrimination. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing* 10, 987–997.
- 505 Nascimento, A.D.C., Cintra, R.J., Frery, A.C., 2010. Hypothesis testing in speckled data with stochastic distances. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 48, 373–385.

- Parrilli, S., Poderico, M., Angelino, C.V., Verdoliva, L., 2010. A nonlocal SAR image denoising algorithm based on LLMMSE wavelet shrinkage. *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing* 50, 606–616.
- 510 Rand, W., 1971. Objective criteria for the evaluation of clustering methods. *Journal of the American Statistical Association* 66, 846–850.
- Ratha, D., De, S., Celik, T., Bhattacharya, A., 2017. Change detection in polarimetric SAR images using a geodesic distance between scattering mechanisms. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters* PP, 1–5.
- 515 Rivaz, H., Chen, S.J.S., Collins, D.L., 2015. Automatic deformable MR-ultrasound registration for image-guided neurosurgery. *IEEE Trans. Medical Imaging* 34, 366–380.
- Salicrú, M., Morales, D., Menéndez, M.L., 1994. On the applications of divergence type measures in testing statistical hypotheses. *Journal of Multivariate*  
520 *Analysis* 51, 372–391.
- Salvadeo, D.H.P., Bloch, I., Tupin, F., Mascarenhas, N.D.A., Levada, A.L.M., Deledalle, C.A., Dahdouh, S., 2014. Denoising based on non local means for ultrasound images with simultaneous multiple noise distributions, in: *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, pp. 2699–2703.
- 525 Santos, C.A.N., Martins, D.L.N., Mascarenhas, N., 2017. Ultrasound image despeckling with stochastic distances based-BM3D. *IEEE Trans. Image Process.* 26, 2632–2643.
- Sardsud, Auephanwiriyaikul, S., Theera-Umpon, N., Tongsong, T., 2015. Patch-based fetal heart chamber segmentation in ultrasound sequences using possibilistic clustering, in: *IEEE Int. Conf. Computational Intelligence, Modelling and Simulation (CIMSIm)*, pp. 43–48.
- 530 Sattar, F., Floreby, L., Salomonsson, G., Lövström, B., 1997. Image enhancement based on a nonlinear multiscale method. *IEEE Trans. Image Process.* 6, 888–895.

- 535 Shamsoddini, A., Trinder, J.C., 2010. Image texture preservation in speckle  
noise suppression, in: Int. Society for Photogrammetry and Remote Sensing  
TC VII Symp., Vienna, Austria. pp. 239–244.
- Sheet, D., 2016. Pseudo B-Mode image simulator matlab  
script. URL: [http://www.mathworks.com/matlabcentral/  
mlc-downloads/downloads/submissions/34199/versions/2/previews/  
fcnPseudoBmodeUltrasoundSimulator.m/index.html](http://www.mathworks.com/matlabcentral/540/mlc-downloads/downloads/submissions/34199/versions/2/previews/fcnPseudoBmodeUltrasoundSimulator.m/index.html). (accessed 10 August  
2016).
- Taxt, T., 1995. Restoration of medical ultrasound images using two-dimensional  
homomorphic deconvolution. IEEE IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq.  
545 Control 42, 543–554.
- Torres, L., Frery, A.C., 2013. SAR image despeckling algorithms using stochas-  
tic distances and nonlocal means, in: Alexandre Falco, F.P. (Ed.), Workshop  
of Theses and Dissertations in Conf. Graphics, Patterns and Images (SIB-  
GRAPI), Arequipa, Peru.
- 550 Torres, L., Sant’Anna, S.J.S., da Costa Freitas, C., Frery, A.C., 2014. Speckle  
reduction in polarimetric SAR imagery with stochastic distances and nonlocal  
means. Pattern Recognition 47, 141–157.
- Wang, Z., Bovik, C., 2002. A universal image quality index. IEEE Signal  
Processing Letters 72, 81–84.
- 555 Wang, Z., Bovik, A., 2006. Modern Image Quality Assessment. Synthesis Lec-  
tures on Image, Video, and Multimedia Proc., Morgan & Claypool Publishers.
- Wang, Z., Bovik, A.C., 2009. Mean Square Error : Love It or Leave It. IEEE  
Signal Process. Mag. 26, 98–117.
- 560 Wang, Z., Bovik, A.C., Sheikh, H.R., Simoncelli, E.P., 2004. Image quality  
assessment : From error visibility to structural similarity. IEEE Trans. Image  
Process. 13, 600–612.

Weber, A., 2016. USC-SIPI Image Database. URL: <http://sipi.usc.edu/database>. (accessed 16 September 2016).

Yu, Y., Acton, S.T., 2002. Speckle reducing anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Image Processing* 11, 1260–1270.