

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

FABRÍCIO MARTINS DA COSTA

**MODELAGEM DE GRÁFICOS DE CONTROLE DE ACEITAÇÃO
CONDICIONADOS AOS ÍNDICES DE CAPABILIDADE DE PROCESSOS:
UMA ABORDAGEM PRÁTICA E ECONÔMICA**

**SÃO CARLOS
2017**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

FABRÍCIO MARTINS DA COSTA

**A MODELAGEM DE GRÁFICOS DE CONTROLE DE ACEITAÇÃO
CONDICIONADOS AOS ÍNDICES DE CAPABILIDADE DE PROCESSOS:
UMA ABORDAGEM PRÁTICA E ECONÔMICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de São Carlos, para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Carlos Oprime

**SÃO CARLOS
2017**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Tese de Doutorado do candidato Fabrício Martins da Costa, realizada em 07/07/2017:

Prof. Dr. Pedro Carlos Oprime
UFSCar

Prof. Dr. Roberto Antonio Martins
UFSCar

Profa. Dra. Creusa Sayuri Tahara Amaral
USP

Profa. Dra. Zilda de Castro Silveira
EESC/USP

Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves
UEPA

AGRADECIMENTOS

A Deus, que nunca me desamparou nos momentos mais complicados.

À Nossa Senhora que sempre me protegeu com seu manto sagrado.

À minha esposa Brenda Tainã, pelo amor, carinho e dedicação.

À minha filha Beatriz que sempre será a alegria na minha vida.

Aos meus pais José Maria e Ana Maria pela excelente criação.

À minha irmã Fernanda Martins pelo apoio e orações.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Pedro Carlos Oprime, que nunca se furtou em me orientar e que contribuiu significativamente nesta tese.

À Universidade do Estado do Pará.

À Universidade Federal de São Carlos.

À Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, representado pelo Prof. Dr. Reinaldo Morabito.

Ao coordenador local do programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, representado pelo Prof. Dr. Hélio Raymundo Ferreira Filho.

Ao Departamento de Matemática Estatística e Informática -- DMEI.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pelo incentivo financeiro.

Aos meus colegas de turma especialmente: Admilson Alcântara, Fabrini Borges, Mariana Carneiro, Dinaldo Araújo, Fábria Maria, Leila Roberta, Iêdo Santos.

Aos meus amigos que conheci em São Carlos: Nicolas Martins; Aldair Alvarez; Pedro Miranda; Karim Perez; Cesar Alvarez; Tamara Baldo, Juan Poveda; Raphael Stanley; Fernando Sanchez; Renata Vasconcelos; Romário; Othon Otuka; Georgia Caccia; Carolina Alves; João Pedro; Marcelo Guedes de Almeida.

Ao Padre Antônio pelo incentivo e direção espiritual; aos meus amigos da paróquia São Pedro e São Paulo; aos meus amigos da Uepa: Prof Mauro Santos; Prof José Hilário; Prof Gilberto Vogado; Prof Iracildo Pereira; e demais colegas de trabalho.

RESUMO

Os gráficos de controle modificados e de aceitação permitem uma nova abordagem para o monitoramento estatístico de processos. Este tema de pesquisa é pouco explorado no meio acadêmico, assim, esta tese contribui para o avanço dos métodos de monitoramento estatístico de processos, tanto no aspecto teórico como prático. Algumas decisões tomadas sobre a qualidade dos processos e produtos são baseadas em um conjunto de fatores econômicos e práticos que envolvem o seu contexto, e não apenas uma probabilidade, o *p-value*. A significância estatística considera a probabilidade teórica de decisão do teste de hipóteses estatístico, e não leva em conta os *trade-off* quando se opta por uma alternativa de decisão. Neste trabalho, ao se estudar os gráficos *X-bar R/S*, a hipótese é que os limites de controle estatístico podem ser determinados considerando aspectos práticos. O modelo proposto nesta tese basear-se-á nos gráficos de aceitação e nos índices de capacidade, *C_p* e *C_{pk}*. Justifica-se o uso desses índices devido o fato deles serem amplamente utilizados pela indústria manufatureira, e que esses representam o aspecto prático nas decisões sobre processos e produtos. O desempenho dos gráficos de controle foi avaliado via *ARL* (*Average Run Length*). Um modelo do *ARL* foi desenvolvido quando os parâmetros são desconhecidos, incluindo os *index* de capacidade. Os resultados indicaram que o gráfico proposto tem desempenho superior aos gráficos tradicionais de Shewhart. Um método de implementação foi proposto e um caso ilustrativo foi realizado. No exemplo ilustrativo, o método proposto forneceu um erro tipo I menor, possibilitando melhorar o nível de qualidade no resultado do processo.

Palavras-chave: Significância prática e econômica, Gráficos de controle de aceitação, Controle estatístico do processo, Controle de qualidade.

ABSTRACT

Modified and acceptance control charts allow a new approach to statistical process monitoring. This research topic is little explored in the academic world, thus, this thesis contributes to the advancement of statistical process monitoring methods, both in theory and practice. Some decisions about the quality of processes and products are based on a set of economic and practical factors that involve their context, not just a probability, *p-value*. Statistical significance considers the theoretical decision probability of the statistical hypothesis test, and does not take into account *trade-offs* when choosing a decision alternative. In this work, when studying the *X-bar R/S* graphs, the hypothesis is that the limits of statistical control can be determined considering practical aspects. The model proposed in this thesis will be based on the acceptance graphs and on the capacitance indices, *C_p* and *C_{pk}*. The use of these indices is justified because they are widely used by the manufacturing industry, and these represent the practical aspect in the decisions about processes and products. The performance of control charts was evaluated via *ARL* (*Average Run Length*). An *ARL* model was developed when parameters are unknown, including the capability *indexes*. The results indicated that the proposed graph performs better than Shewhart's traditional charts. An implementation method was proposed and an illustrative case was carried out. In the illustrative example, the proposed method provided a smaller type I error, making it possible to improve the quality level in the process result.

Keywords: Practical and economic significance, Acceptance control chart, Statistical process control, Quality control.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Total de publicações em CEP nos últimos cinquenta anos.	23
Figura 2 – Principais categorias de publicações.	23
Figura 3 – Fluxo da inserção desta tese nas pesquisas sobre significância econômica e prática.	29
Figura 4 – Sistema de controle de processo.	34
Figura 5 – Causas atribuíveis e aleatórias de variabilidade.	36
Figura 6 – Curva característica de operação.	41
Figura 7 – Gráfico de controle.	42
Figura 8 – Classificação dos gráficos de controle.	44
Figura 9 – Exemplos de processos fora de controle estatístico.	45
Figura 10 – Tipos de variações do processo.	53
Figura 11 – Autores que mais publicam sobre CEP.	57
Figura 12 – Evolução das publicações sobre CEP dos principais periódicos científicos.	59
Figura 13 – Relação entre C_p e C_{pk} com os requisitos do projeto m, n .	79
Figura 14 – Parâmetros fixos (pF) para carta X .	81
Figura 15 – Limites de controle propostos.	82
Figura 16 – Comparação do desempenho dos gráfico de controle X -bar com diferentes parâmetros dos limites de controle, com o gráfico de controle de Shewhart tradicional.	84
Figura 17 – Desempenho do gráfico de controle X -bar aplicado a três casos de limites de controle.	85
Figura 18 – Procedimento realizado por meio de simulação para estimar a probabilidade de um ponto do gráfico de controle cair fora dos limites estatísticos.	87
Figura 19 – Limites de controle do modelo de utilização que leva C_p e C_{pk} em consideração.	93
Figura 20 – CCO para $n=30$, em que no eixo das abscissas estão os possíveis valores de C_p e na ordenada a probabilidade de aceitar H_0 para diferentes c críticos.	96
Figura 21 – Ilustração de um gráfico de controle do C_p .	98
Figura 22 – Limites de controle estimados pelo método clássico, para $n=26$.	99
Figura 23 – Limites de controle estimados pelo método clássico, para $n = 10$.	99
Figura 24 – CCO do gráfico de controle do C_p para diferentes valores de n e fixando $C_{p0}=1,33$ e $c=0,9285$.	100
Figura 25 – Curvas característica de operação da carta de controle com $\Delta \geq 0$.	105
Figura 26 – Representação da distribuição dos dados.	111
Figura 27 – Probabilidade de não rejeição das hipóteses H_0 e valor do ARL para $m = 15$	112
Figura 28 – Probabilidade de não rejeição das hipóteses H_0 e valor do ARL para $m = 50$	112
Figura 29 – Ilustração dos erros α e β para o método proposto.	114

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classificação das principais fontes.	58
Tabela 2 – Número médio de amostra para detectar um ponto fora de controle para um $Cpk < 1,0$.	86
Tabela 3 – Resultados obtidos do plano de experimentação $\mu_0 + \delta\sigma$ ($\delta = 1,1$).	88
Tabela 4 – ARL/ Cpk para diferentes Cp, Cpk_0, δ, m, n para o caso .	91
Tabela 5 – ARL do tradicional gráfico de Shewhart com parâmetros conhecidos.	91
Tabela 6 – ARL/ Cpk para diferentes Cp, Cpk_0, δ, m, n para o caso 2.	92
Tabela 7 – ARL para o tradicional gráfico Shewhart com μ não conhecido e σ conhecido.	92
Tabela 8 – ARL valores para $Cp = 1,803, Cpk_0 = 1,33$ e diferentes δ, m, n para os casos 2 e 4.	94
Tabela 9 – Relação do Cpk e resultado do nível da qualidade.	103
Tabela 10 – Desempenho comparativo do ARL para os quatro casos quando $\Delta = 0$ e $m = 25$.	108
Tabela 11 – Desempenho comparativo do ARL para os quatro casos quando $\Delta = 0; 0,3$; e $m = 25$.	109
Tabela 12 – Valores do ARL para $m = 15$ e $n = 10; 20$.	113
Tabela 13 – Valores do ARL para $m = 50$ e $n = 10; 20$.	114
Tabela 14 – Poder do teste para discriminar o processo.	115
Tabela 15 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros conhecidos com $0 \leq \Delta \leq 0,15; 0 \leq \delta \leq 1,25$.	135
Tabela 16 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros conhecidos com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45; 0,25 \leq \delta \leq 1,25$.	135
Tabela 17 - Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros conhecidos com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75; 0,25 \leq \delta \leq 1,25$.	136
Tabela 18 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0 \leq \Delta \leq 0,15; 0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.	136
Tabela 19 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-barra com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45; 0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.	137
Tabela 20 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75; 0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.	137

Tabela 21 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.	138
Tabela 22 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.	138
Tabela 23 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.	139
Tabela 24 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$.	139
Tabela 25 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$.	140
Tabela 26 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$.	140
Tabela 27 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5000$.	141
Tabela 28 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5000$.	141
Tabela 29 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5000$.	142
Tabela 30 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.	142
Tabela 31 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.	143
Tabela 32 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.	143
Tabela 33 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.	144
Tabela 34 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.	144
Tabela 35 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.	145

- Tabela 36** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$. 145
- Tabela 37** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$. 146
- Tabela 38** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$. 146
- Tabela 39** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 500$. 147
- Tabela 40** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 500$. 147
- Tabela 41** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 500$. 148
- Tabela 42** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$. 148
- Tabela 43** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$. 149
- Tabela 44** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$. 149
- Tabela 45** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$. 150
- Tabela 46** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$. 150
- Tabela 47** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$. 151
- Tabela 48** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$. 151
- Tabela 49** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$. 152
- Tabela 50** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$. 152
- Tabela 51** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 100$. 153
- Tabela 52** – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 100$. 153

Tabela 53 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 100$.
153

Tabela 54 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 200$. 154

Tabela 55 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 200$.
154

Tabela 56 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m=200$.
154

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Variáveis envolvidas na pesquisa.	28
Quadro 2 – Tipos de erros.	39
Quadro 3 – Classificação do processo (AIAG,1991).	63
Quadro 4 – Construção do programa (parâmetros conhecidos).	69
Quadro 5 – Construção do programa (média estimada e desvio padrão conhecido).	71
Quadro 6 – Construção do programa (média conhecida e desvio padrão estimado).	73
Quadro 7 – Construção do programa (parâmetros desconhecidos).	74
Quadro 8 – Construção do programa (variância).	77
Quadro 9 – Quadro síntese da análise comparativa entre os designs Quadro 1.	117

LISTA DE SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

ARL– *Average Run Length*. Número médio esperado de amostras para detectar um ponto que está fora de controle

ASQC – *American Society for Quality Control*. Sociedade Americana de Controle de Qualidade

ASQ – *American Society for Quality*. Sociedade Americana para a Qualidade

ATS – *Average Time to Signal*. Tempo médio para produzir um alarme falso quando o processo está sob controle.

CCO – Curva característica de operação

CEP – Controle estatístico de processo

CEQ – Controle estatístico de qualidade

CFAR – *Conditional false alarm rate*. Taxa de alarmes falsos condicional

C_p – Índice de capacidade potencial do processo

C_{pk} – Índice de capacidade real do processo

CUSUM – Gráfico de controle de soma cumulativa

DOE – *Design of experiments*. planejamento de experimentos

EWMA – *Exponentially Weighted Moving Average*. Médias móveis exponencialmente ponderadas

fdp – Função densidade de probabilidade

IC – *In control* (sob controle)

ISO – International Organization for Standardization . Organização internacional de padronização

K – Constante positiva

k_1 – Coeficiente do limite de controle

k_2 – Coeficiente do limite de controle

L_1 – Limite para a região de indiferença

L_2 – Limite para a região de indiferença

LC – Linha central

LIC – Limite inferior de controle

LIE – Limite inferior de especificação

LSE – Limite superior de especificação

LSC – Limite superior de controle

m – Número de amostras

n – Tamanho amostral

$n(0, 1)$ – Distribuição de probabilidade normal padrão

NBR – Normas Brasileiras

NQA – Nível de qualidade aceitável

NQI – Nível de qualidade inaceitável

OOC – *Out of control* (fora de controle)

pF – Parâmetros fixos

PPM – Partes por milhão

pV – Parâmetros variáveis

TQM – *Total Quality Management*. Gestão pela Qualidade Total

VSI – *Varying the sample size*. Variação de intervalo amostral

VSSI – *Variable sample size and sampling interval*. Intervalo amostral e tamanho de amostragem

WoS – *Web of Science*

α – Erro tipo I

β – Erro tipo II

$1 - \beta$ – Poder do teste

$\bar{\bar{X}}$ – Média das médias das amostras

\bar{X} – Média amostral

Δ – Parâmetro prático

φ – Função densidade de probabilidade da variável $n(0,1)$

μ – Média populacional

σ – Desvio padrão da população

δ – Deslocamento na média.

$\hat{\sigma}$ – Desvio padrão da amostral

A_2 – Constante utilizada para determinar os limites de controle do gráfico X-barra

B_3 – Constante utilizada para determinar os limites de controle do gráfico S

B_4 – Constante utilizada para determinar os limites de controle do gráfico S

B_7 – Constante utilizada para determinar os limites de controle do gráfico S^2

B_8 – Constante utilizada para determinar os limites de controle do gráfico S^2

D_3 – Constante utilizada para determinar os limites de controle do gráfico R

D_4 – Constante utilizada para determinar os limites de controle do gráfico R

R – Amplitude da amostra

$f(u)$ – É uma função associada a f_{dp} da Qui quadrado.

f_{χ^2} – Função densidade da distribuição Qui-quadrado

$G(.)$ – Função densidade de probabilidade acumulada da distribuição Qui-quadrado

\bar{R} – Média das amplitudes

T – Tolerância do projeto

W – Variável aleatória associada ao erro de estimação do parâmetro (média)

U – Variável aleatória associada ao erro de estimação do parâmetro (desvio padrão/ou variância)

Sumário

1 INTRODUÇÃO	19
1.1 OBJETIVOS	24
1.1.1 Geral	24
1.1.2 Específicos	24
1.2 JUSTIFICATIVA	25
1.3 MÉTODO	25
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	29
2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS SOBRE CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO	31
2.1 REVISÃO DOS FUNDAMENTOS BÁSICOS DO CONTROLE ESTATÍSTICO DO PROCESSO	31
2.1.1 Conceitos básicos sobre controle estatístico do processo	31
2.1.2 Ferramentas do controle estatístico do processo	35
2.1.3 O uso de gráficos de controle no monitoramento de processos	37
2.1.4 Os tipos de erros cometidos nos gráficos de controle	38
2.1.5 Nível de qualidade aceitável	40
2.1.6 Curva característica de operação	40
2.2 GRÁFICO DE CONTROLE ESTATÍSTICO CLÁSSICO DE SHEWHART E SUAS LIMITAÇÕES	41
2.2.1 Gráfico de Shewhart <i>X-bar</i>	46
2.2.2 Gráfico do desvio padrão <i>S</i>	48
2.2.3 Gráfico de variância S^2	48
2.2.4 Gráfico da amplitude <i>R</i>	49
2.3 DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE	50
2.4 CAPABILIDADE	51
2.4.1 Índice <i>C_p</i>	53
2.4.2 Índice <i>C_{pk}</i>	54
3 MODELAGEM ESTATÍSTICA DO DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE X-BAR/S² COM SIGNIFICÂNCIA ECONÔMICA E PRÁTICA	61

3.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS EFEITOS DA ESTIMATIVA DE PARÂMETROS NO DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE.....	61
3.2 O SIGNIFICADO DE SIGNIFICÂNCIA ECONÔMICA E PRÁTICA NO CONTEXTO DOS PROCESSOS INDUSTRIAIS	62
3.3 GRÁFICOS DE CONTROLE DE ACEITAÇÃO	64
3.4 DESEMPENHO ESTATÍSTICO PARA O GRÁFICO DE CONTROLE X - BAR CONSIDERANDO A SIGNIFICÂNCIA ECONÔMICA	67
3.4.1 Caso 1: Gráfico X-bar com parâmetros conhecidos [μ_0; σ_0]	67
3.4.2 Caso 2: Gráfico X-bar com σ_0 conhecido e μ estimada [μ; σ_0]	69
3.4.3 Caso 3: Gráfico X-bar com μ_0 conhecida e σ estimado [μ_0; σ]	71
3.4.4 Caso 4: Gráfico X-bar com parâmetros estimados [μ; σ]	73
3.4.5 As propriedades das cartas de controle S^2 com σ_0 estimado	74
3.4.6 Desempenho da carta de controle S^2 considerando a significância econômica e σ_0 estimado	76
3.5 RELAÇÃO DO FATOR DE EXPANSÃO Δ COM OS ÍNDICES DE CAPABILIDADE	78
3.6 ABORDAGEM DO DESIGN ECONÔMICO COM LIMITES VARIÁVEIS E ASSIMÉTRICOS COM AMOSTRAGEM DUPLAS	79
3.6.1 Desenvolvimento teórico das Cartas X -bar com parâmetros variáveis (pV)	80
3.7 GRÁFICOS RESTRITOS AOS ÍNDICES DE CP/CPK	85
3.8 MODELAGEM DA FUNÇÃO DENSIDADE DO CP/CPK	88
3.9 DESIGN DE GRÁFICOS PARA O MONITORAMENTO DO CP E CPK.....	94
3.10 PROJETO DE UM GRÁFICO CP	97
4 MÉTODO PROPOSTO PARA DETERMINAR OS LIMITES DE CONTROLE COM EXPANSÃO DERIVADAS DOS INDICES Cp E Cpk.....	102
4.1 MÉTODO PARA OBTENÇÃO DOS LIMITES DE CONTROLE	102
4.2 ANÁLISE NUMÉRICA DOS QUATROS CASOS.....	104
4.2.1 Caso 1: Parâmetros conhecidos [μ_0; σ_0].....	104
4.2.2 Caso 2: Média estimada e desvio padrão conhecido [μ; σ_0].....	105
4.2.3 Caso 3: Média conhecida e desvio padrão estimado [μ_0; σ].....	106
4.2.4 Caso 4: Parâmetros desconhecidos [μ; σ].....	107
4.3 RESULTADOS	107
4.4 EXEMPLO ILUSTRATIVO	109
5 CONCLUSÕES.....	118

5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS	118
5.2 TRABALHOS FUTUROS	121
REFERÊNCIAS	122
APÊNDICE	135

1 INTRODUÇÃO

A temática desta tese é os gráficos de controle de aceitação que, ao se considerar a significância prática e econômica, possibilita uma nova abordagem para o monitoramento estatístico de processos instáveis altamente capazes. Esta pesquisa é pouco explorada no meio acadêmico; assim, esta tese contribui para o avanço dos métodos de monitoramento estatístico de processos, tanto no aspecto teórico como prático.

A significância prática e econômica difere substancialmente da significância estatística, pois a primeira insere-se no contexto do tomador de decisão (AIAG, 1991; CASTAGLIOLA; CELANO; CHEN, 2009). Decisões sobre a qualidade dos produtos, por exemplo, considera a significância prática e estão previstas pelos sistemas de gestão da qualidade, no qual itens não conformes podem ser aceitos com desvios. Essa decisão é tomada por uma equipe inter ou multidisciplinar (produção, qualidade, projeto do produto e marketing) denominados *Material Review Board* - MRB (JURAN & GRYNNA, 1982). Enquanto a segunda trata da questão das diferenças entre as médias do processos, que ocorre devido a um erro de amostragem.

Por seu lado, as decisões baseadas em testes de hipóteses estatísticas apoiam-se nas significância estatística, o Erro tipo I, que indica a probabilidade de rejeitar incorretamente a hipótese nula. Em um processo industrial, o que significa rejeitar um produto ou/e peça ou processo que está em conformidade com as especificações do projeto ou opera em estado de controle, o que implica parar indevidamente um processo ou rejeitar um lote de produtos (STEPHENS, 2001), no qual, quando na realidade os produtos deveriam ser aprovados e os processos continuar em operação.

O fato é que os gráficos de controle estatísticos de processo tradicionais, também conhecidos como cartas de controle de Shewhart, utilizados no monitoramento de processos, em geral, não incorporam nos seus métodos a significância econômica e prática. Muitos segmentos industriais têm utilizado gráficos estatísticos como um instrumento de apoio à decisão para controle de qualidade e o índice de capacidade ¹Cp/Cpk para determinar e avaliar a qualidade dos processos (FREUND, 1957; AIAG,

¹ são frequentemente usados para determinar a capacidade de um processo específico para atender às expectativas dos clientes, conforme definido pelas especificações ou tolerâncias do processo (LOVELACE et al.,2009).

1991; KANE, 1986). O objetivo da análise de capacidade é avaliar se um processo é capaz de atender aos limites de especificação das principais características do produto.

Desta maneira, os gráficos de controle, com seus limites estatísticos, têm o papel de ajudar a interpretar a estabilidade dos processos e os índices de capacidade tratam do desempenho desses processos em termos de qualidade de conformação com as especificações de projeto. Constatam-se que esses papéis não são explicitamente integrados em um modelo estatístico único. Sendo assim, ao se calcular os limites de controle de controle, o desempenho do processo não é considerado *a priori*, somente *a posteriori*, desde que o processo esteja em estado de controle.

Há indicações feitas por Juran & Gryna (1982), Woodall (1985), Montgomery (2009), Castagliola, Celano e Chen (2009) e AIAG (1991) que há casos em que não é economicamente viável parar o processo quando este já apresentou alta capacidade (alto desempenho) e é capaz de atender a um padrão aceitável mesmo na presença de causas especiais. Nesse sentido, Woodall (1985) sugeriu o uso de limites de controle modificados que divide os gráficos em várias regiões, de modo que esses limites sejam definidos em função dos aspectos econômicos. Também Montgomery (2009), como Woodall (1985), trabalharam no problema ao desenvolverem os gráficos de controle de aceitação que incorpora a praticidade das cartas de controle na medida que custos de produção são diminuídos por reduções de intervenções desnecessárias no processo. O mesmo foi feito por Castagliola et al. (2009) que propuseram monitorar os índices de capacidade de processo por média móvel ponderada ao invés dos gráficos tradicionais, para processos instáveis e altamente capazes. No manual da indústria automobilística, AIAG (1991), encontra-se expressa peremptoriamente a possibilidade de não se tomar qualquer decisão na presença de causas especiais em situações em que os efeitos dessas causas especiais não afetam o cliente e não compensam os custos envolvidos na sua eliminação. Entretanto, esses elementos ainda não estão integrados: os gráficos de controle, os índices de capacidade de processos e a significância prática e econômica, como conceito norteador do processo decisório.

De um lado, tem-se um instrumento de identificação da presença de instabilidade, baseada na significância estatística, do outro um elemento indicador do desempenho, e, por último, um vetor, um elemento norteador de decisão, que pondera o *trade-off* entre agir ou não agir frente a instabilidade dos processos.

Do exposto, emerge um problema: como integrar esses elementos? Como compatibilizá-los em um gráfico de controle? É sobre esse problema que essa tese se

prenderá, tendo como base as cartas de controle de aceitação, as modelagens estatísticas e os índices de capacidade de processos. Ao final pretende-se responder a essas indagações.

Lizarelli et al. (2016) apresentam um amplo estudo sobre o desenvolvimento das pesquisas sobre o Controle estatístico do processo (CEP), no qual é uma poderosa coleção de ferramentas de resolução de problemas útil na obtenção de estabilidade do processo e na melhoria da capacidade do mesmo através de redução da variabilidade (MONTGOMERY, 2009). Os autores evidenciam que um crescente número de trabalhos sobre CEP emergiu nos últimos quinze anos. Talvez isso explique o fato de alguns autores afirmarem que o CEP tem desempenhado um papel relevante para a melhoria da qualidade e produtividade (MONTGOMERY, 2009). Hayes et al. (2005), por exemplo, indica que o TQM - *Total Quality Management* - contribui nas estratégias competitivas baseada na produção. Segundo esse autor, as políticas infraestruturais concernente ao desenvolvimento de competências e habilidades de resolver problemas de modo rápido e eficiente possibilita o oferecimento de produtos e serviços diferenciados em termos de qualidade e rapidez há um custo competitivo. Argumentos nessa linha são compartilhados por outros autores (ZHANG et al., 2011a; XIE; GOH, 1999; BAMFORD; GREATBANKS, 2005; SADIKOGLU; ZEHIR, 2010; HOERL; SNEE, 2010a; CASTAGLIOLA et al., 2011; WOODALL, 1985; WOODALL, 2000; DUARTE; SARAIVA, 2008; HOERL; SNEE, 2010b; MONTGOMERY, 2013; LIM et al., 2014).

Jensen et al. (2006) e Woodall & Montgomery (2014) fizeram uma análise dos últimos desenvolvimentos do CEP e propostas de temas de pesquisa. Segundo esses autores, avanços significativos ocorreram no desenvolvimento de novos métodos e estratégias para CEP, como modelos para dados auto-correlacionados e processos multivariados (sobre esse tema veja COSTA & CASTAGLIOLA, 2011; COSTA & MACHADO, 2011; DOKOUHAKI & NOOROSSANA, 2013; FRANCO et al., 2014; LEONI; COSTA; MACHADO, 2015); gráficos de controle que permitem variar o intervalo de amostragem e o tamanho da amostra (esse tema foi tratado por REYNOLDS et al., 1988; REYNOLDS & ARNOLD, 2001; LIN & CHOU, 2005; CASTAGLIOLA; CELANO; FICHERA, 2006; WU; ZHANG; WANG, 2007; LEE, 2012; YANG et al., 2012; MAHADIK, 2013); melhoria no desempenho de gráficos de controle por amostragem dupla (COSTA & CASTAGLIOLA, 2011); design de gráficos de controle que minimizam os custos operacionais (estudado por MICHEL &

FOGLIATTO, 2002; CELANO et al., 2011; LUPO, 2014; FRANCO et al., 2014); a integração do controle estatístico e controle de processo automático de engenharia, evitando o ajuste excessivo do processo (pesquisado por HOLMES & MERGEN, 2011; SIDDIQUI et al., 2015); (SZARKA & WOODALL, 2011); aplicação do CEP a dados de imagem (pesquisado por MEGAHED; WOODALL; CAMELIO, 2011; WELLS et al., 2013); estratégias para monitorar a variabilidade de pequenos lotes (pesquisado por CELANO; CASTAGLIOLA; TROVATO, 2012; CASTAGLIOLA et al., 2013); monitoramento de processos com alta capacidade e instáveis (CASTAGLIOLA; CELANO; CHEN, 2009); monitoramento de redes de network (WOODALL et al., 2017).

Revisando os estudos bibliométricos, observa-se que houve uma taxa de crescimento de mais de 90% no número de publicações sobre CEP, após 1990 (LIZARELLI et al., 2016). Verifica-se também que, as publicações de artigos sobre CEP estão concentradas em algumas revistas científicas internacionais, não necessariamente aquelas com os maiores fatores de impacto. Além disso, os artigos focam campo da engenharia industrial, pesquisa operacional e gestão da produção. O termo mais comum encontrado nos artigos foi carta de controle de soma cumulativa, mas novos temas emergiram e foram pesquisados nos últimos dez anos, como métodos multivariados e não-paramétricos (LIZARELLI et al., 2016). Não há publicações sobre gráficos de controle de aceitação integrados com os índices de capacidade de processo e significância econômica.

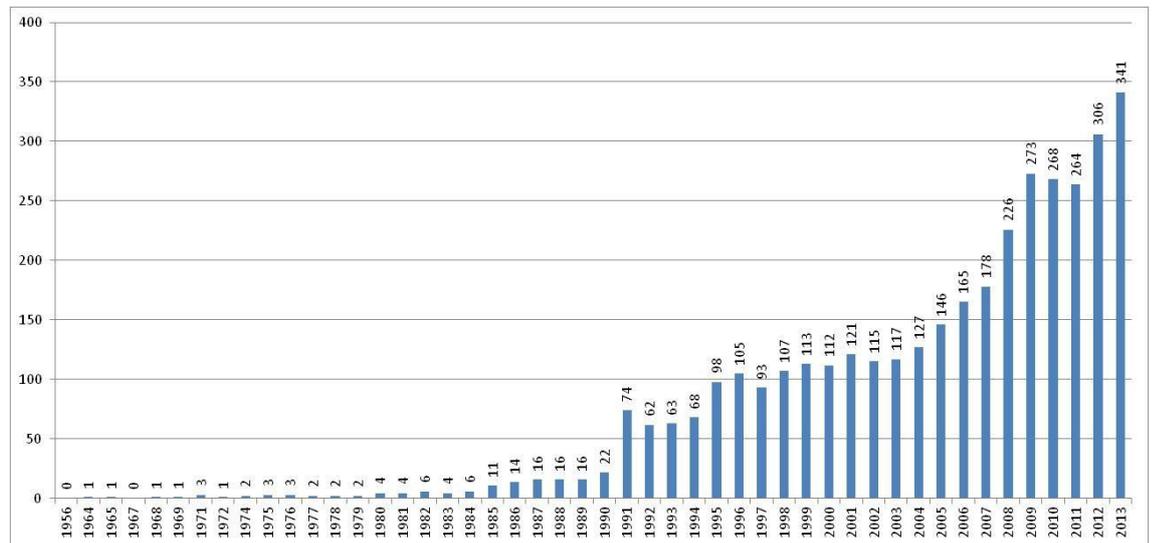
Na análise da evolução das publicações de CEP, a Figura 1 indica significativo incremento. Entre 1985 a 1989, a mediana de publicações era de 16 artigos por ano, na segunda década do século XXI esse número passou para 273. É uma evolução significativa. Segundo Lizarelli et al. (2016), a pesquisa na base de dados *Web of science* (WoS) sobre o CEP encontrou 3.683 artigos publicados de 1956 a 2013. O maior número de publicações foi em 2013, com 343 registros; 62,3% foram publicados nos últimos dez anos (2004 a 2013). De 1991 a 2013, foram publicados 3.542 artigos (96% dos registros).

Os países com maior número de publicações são os Estados Unidos e a República da China, com 1.185 publicações dos Estados Unidos e 345 da China, o que representa cerca de 43% do número total de publicações no assunto.

Os tópicos que foram pesquisados sobre o CEP são classificados nas seguintes categorias ou campos do *WoS*, por ordem (Figura 2) são: Engenharia,

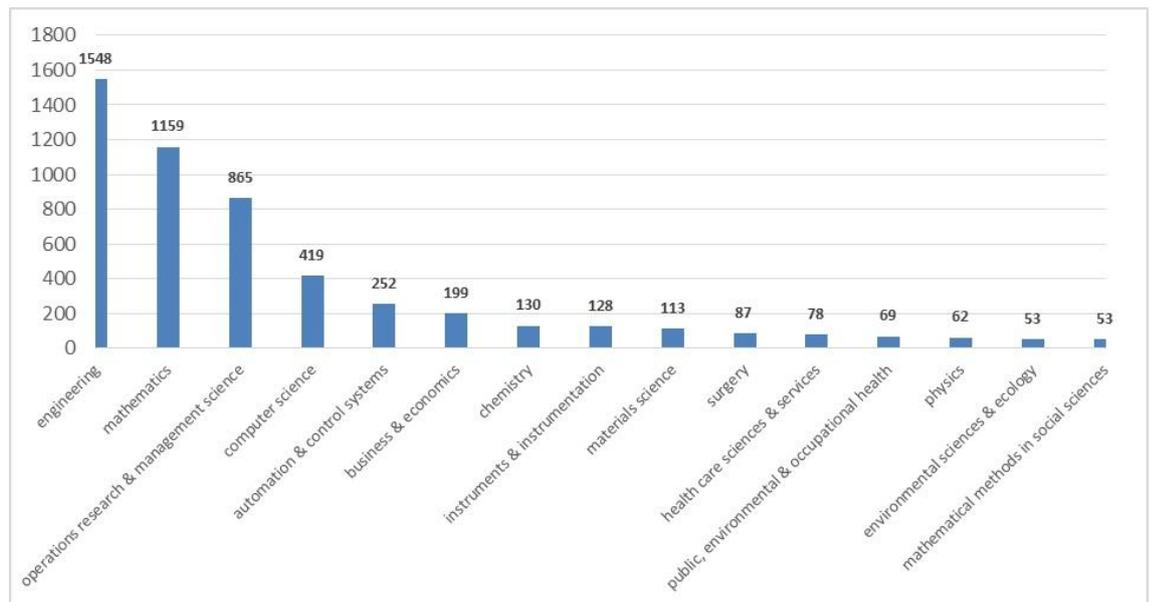
Matemática, Pesquisa operacional e Ciência da Gestão, Ciência da Computação, Automação e Sistemas de Controle, Negócios e Economia. Engenharia, Matemática, Pesquisa Operacional e Ciência da Gestão tem, neste período, 68,5% do número total de trabalhos. Os artigos são classificados principalmente na categoria Engenharia (42,0%), mostrando que os trabalhos focam aplicações práticas do CEP (LIZARELLI et al., 2016).

Figura 1 – Total de publicações em CEP nos últimos cinquenta anos.



Fonte: Lizarelli et al. (2016).

Figura 2 – Principais categorias de publicações



Fonte: Lizarelli et al. (2016).

Outros, entretanto, indicam que há deficiências no uso prático do CEP (SCHAIN, 1986; OPRIME, et al., 2011; SORIANO, 2015), do qual emergem

algumas questões, a saber: *i) A priori sabe-se que os gráficos de controle são, em geral, aplicados na prática, considerando que há enorme quantidade de trabalhos publicados sobre o assunto. Então, por que eles em algumas situações não conseguem atingir a finalidade? ii) Assumindo que há essa lacuna entre teoria e prática, por que então essas pesquisas sobre o Cep não reduzem essa lacuna e incorporam o conceito de significância econômica e prática aos modelos estatísticos matemáticos?*

A proposição de pesquisa é que com a integração da significância prática, cartas de controle de aceitação e índices de capacidade de processo nos modelos estatísticos matemáticos, desenvolver-se-á novos tipos de gráficos de controle de modo alinhados as demandas das empresas manufatureiras. Desta forma, os métodos mais aplicáveis de monitoramento estatístico estarão disponíveis aos usuários. O como fazer isso é a questão. A resposta é que por meio de desenvolvimento de gráficos de controle considerando a significância prática e econômica, e integrando estatisticamente os índices Cp/Cpk, obtêm-se melhores desempenhos dos gráficos de controle estatístico. Essa é a estratégia sugerida nesta tese. Portanto, a pesquisa é a seguinte:

- *Os gráficos de controle não são adequados em certas situações práticas, porque, apesar dos trabalhos publicados sobre o assunto, esses não incorporam a significância prática e econômica, desse modo há deficiência do modelo em representar o fenômeno adequadamente, causando um distanciamento entre a teoria e a prática*

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Geral

Esta tese tem por objetivo incorporar modelos de gráficos de controle considerando a significância prática e econômica que, por meio dos índices de capacidade de processos, possibilitará aos usuários adaptar às condições do entorno do processo as técnicas de monitoramento estatístico.

1.1.2 Específicos

Realizar uma modelagem estatística do desempenho dos gráficos de controle \bar{X}/S^2 ;

Analisar o desempenho de gráficos de controle que incorpore a significância econômica e prática e suas vantagens em relação aos gráficos tradicionais

Estabelecer a implementação do gráfico de controle a partir de um método proposto.

1.2 JUSTIFICATIVA

Como já demonstrado nos estudos de Lizarelli et al. (2016), apesar do crescente número de publicações sobre o assunto ocorridos entre os anos de 1964 a 2013, o CEP não está, do ponto de vista prático, plenamente sedimentado nas organizações. Mudanças ocorreram na forma de construir e selecionar gráficos de controle, que ainda não estão plenamente disseminadas junto ao meio industrial (SORIANO; OPRIME; LIZARELLI, 2017).

A questão prática e objetiva do uso dos gráficos de controle, proposto nesta tese, atenta para o problema da interpretação do gráfico considerando o aspecto econômico e prático da decisão, que é um tema pouco explorado na literatura, e que não está plenamente modelado, em termos estatísticos. Destaca-se ainda que não é adequada a abordagem clássica para processos com alta capacidade de processo (Cp/Cpk); processos com pequena variabilidade instantânea (situação de contorno desta pesquisa) não são adequadamente monitorados pelos gráficos de Shewhart. Esse aspecto não é considerado nos artigos e livros científicos, bem como nos trabalhos recentes publicados em periódicos científicos. Ressalta-se ainda os poucos trabalhos sobre significância econômica e prática, é necessário preencher essa lacuna e com a realização deste trabalho espera-se obter resultados significativos para a Engenharia de produção.

1.3 MÉTODO

Com o propósito de encaminhar a temática segundo o pensamento filosófico e científico, cita-se aqui Jan Amos Comenius, importante pensador do século XVI, que: *se fosse possível ver por dentro a mente humana veríamos as sinuosidades extremamente retorcidas e as enormes voltas do pensamento.*

Isso exemplifica como os labirintos humanos dificultam em estabelecer foco, objetivos e metas. Essa dificuldade aflige o espírito científico, pois a razão não está livre da ilusão, do erro e da perturbação. Para minimizar tal aflição, Comenius sugere que são necessárias três coisas: conhecimento, regras a serem seguidas e objetivo. O conhecimento, para o autor é o discernimento ou um novo estado de consciência ativado por uma nova percepção da realidade, iluminada por uma inteligência que conduz à compreensão mais ampla. Entretanto, é necessário seguir regras ou diretrizes com a expectativa de atingir o objetivo.

Vê-se, portanto, a importância do foco (objetivo), do conhecimento e do método. Com base no prévio referencial teórico, expressamente as deficiências teóricas do assunto, aponta-se as seguintes lacunas: i) não há modelagem de gráficos de controle

com significância prática; ii) e não há método que oriente a aplicação dos mesmos. Pois, nos trabalhos de Woodall (1985) e Garcia-Dias e Aparisi (2005) apresenta-se o problema geral da significância prática ao se determinar os limites de controle, em outras palavras, considerar os aspectos econômicos e efeitos práticos na detecção de mudanças nas medidas de posição central e dispersão de uma dada característica de qualidade. Porém, não foi observado nesses trabalhos a modelagem estatística para estimar os limites de controle estatístico incluindo um novo parâmetro, e nem um método de orientação visando a aplicação, além da média e desvio padrão, que se relaciona aos efeitos práticos do estado de controle do processo.

Dado que a temática de pesquisa desta tese é a significância econômica e prática e seguindo a recomendação de Comenius, impõem-se algumas condições de contorno à temática, que são as seguintes: i) foco nos gráficos de controle \bar{X}/S , apesar dos gráficos de controle para variância terem sido desenvolvidos nos fundamentos teóricos, mas não foram explorados nesta tese, pois, foi deixado em aberto para trabalhos futuros. O foco são os gráficos de controle \bar{X}/S ; ii) assumir que os processos a serem aplicados a essa teoria tem alta capacidade para atender os requisitos do projeto, porque o processo incapaz não se incluíra no escopo dessa abordagem, pois, isso demandaria um processo de inspeção mais intenso e sendo assim a inspeção 100% seria necessária; iii) assumir que, em termos econômicos, a atuação de causas especiais excede o benefício aos clientes, pois, na presença de causas especiais, portanto, a intervenção nesse processo não traz benefícios para a empresa; iv) restringir o modelo de probabilidade à relação entre o desempenho do gráfico de controle e a capacidade do processo, porque o uso de índices de capacidade do processo, possibilita a melhora na comunicação entre o gráfico de controle e os praticantes. Pois, atrelar nos gráficos de controle os índices de capacidade como suporte de decisão é sem sombra de dúvida algo inovador.

Considerando essas condições de contorno, assumi-se que será possível encontrar o melhor projeto do gráfico de controle, em termos de números da amostra (m) e tamanho da amostra (n) para melhorar o processo de monitoramento na detecção de causas especiais, e manter em níveis satisfatórios o poder dos gráficos em detectar causas especiais significativas no impacto à qualidade e produtividade, considerando que deve-se atuar em causas especiais quando realmente existem vantagens econômicas e práticas. Para poder provar a tese, eis as etapas:

1) Desenvolver um modelo matemático do *ARL* (*Average Run Length*) incorporado a ele um fator associado ao conceito de significância econômica para os quatro casos possíveis: parâmetros conhecidos; média desconhecida; desvio padrão desconhecido; e ambos os parâmetros desconhecidos.

2) Obter um modelo matemático que relacione o *ARL*, com o C_p e C_{pk} e com a significância prática e econômica.

3) Propor um método para uso de gráficos com significância prática e econômica.

4) Demonstrar a tese com uma aplicação prática.

Com relação à definição do tipo de pesquisa neste trabalho, Gil (2008) fornece elementos, que dá luz aos métodos científicos e regras para a realização da tese em vista ao objetivo proposto. Gil (2008) apresenta três tipos de pesquisa quanto aos objetivos: descritivas, exploratórias e explicativas. As pesquisas descritivas visam descrever as características de determinadas populações ou fenômenos, ou então o estabelecimento de relações entre variáveis. Uma das particularidades desta linha é a utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados, tais como, questionário e a observação sistemática. Enquanto que, as pesquisas exploratórias têm como foco proporcionar maior familiaridade com o problema, pois, visam explicitá-lo. Desse modo, esse tipo de pesquisa se atenta a aprimorar as ideias ou a descoberta de intuições, à luz do conhecimento. A rigor, a pesquisa exploratória envolve um estudo de caso ou survey, a partir de entrevistas com pessoas experientes no assunto pesquisado. As pesquisas explicativas se atentam na identificação dos fatores que determinam ou contribuem para a ocorrência de fenômenos. Esse é o tipo de pesquisa que mais aprofunda o conhecimento da realidade, pois explica a razão. Portanto, a presente tese é classificada como pesquisa explicativa, pois, será construída uma modelagem visando comparar os gráficos de controle de diferentes tipos. Há duas abordagens aplicadas, a quantitativa e qualitativa.

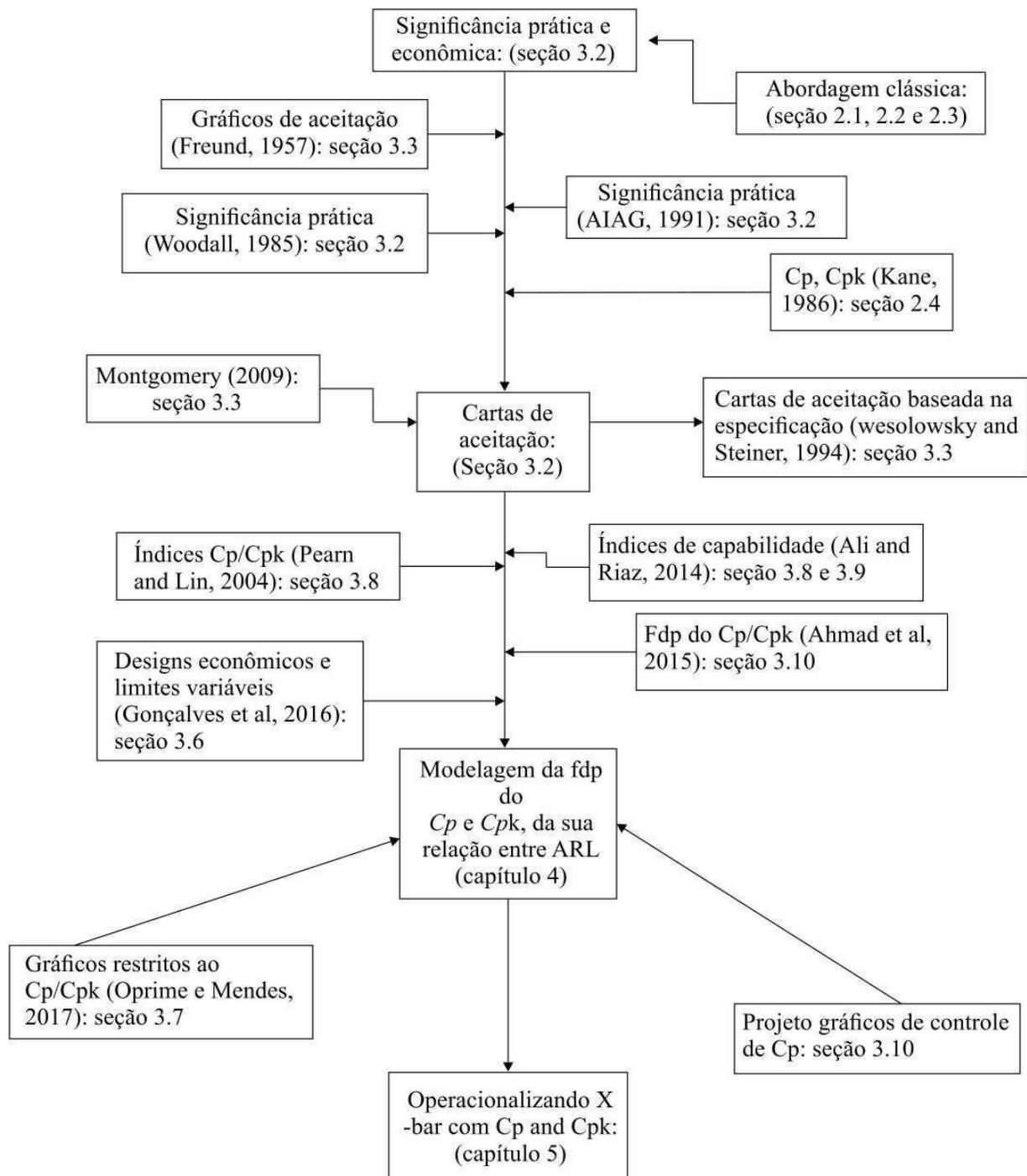
A relação entre as variáveis independentes e as dependentes são determinadas por meios analíticos. Considerando certos pressupostos, como a normalidade e se os parâmetros são conhecidos ou não, a construção do modelo estatístico é desenvolvida. Portanto, a abordagem adotada é quantitativa, e os modelos matemáticos estabeleceram relações entre as variáveis. As soluções serão dadas por métodos numéricos. O Quadro 1 sintetiza as variáveis envolvidas nas análises dos "sistemas de controle estatístico".

Quadro 1 – Variáveis envolvidas na pesquisa.

Variáveis independentes	Variáveis dependentes
Número de amostras Tamanho da amostra Constante K Esquema amostral: amostragem única, ou amostragem dupla, ou tripla, pV ou pF Método de cálculo dos limites de controle que envolve as estatísticas de teste Valores do Cp e Cpk Critérios de decisão: envolve uma ou mais regiões	ARL Erro tipo I Erro tipo II

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 3 – Fluxo da inserção desta tese nas pesquisas sobre significância econômica e prática.



Fonte: Elaborado pelo autor.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

A Figura 3 delinea a base da construção desta tese. Inicialmente, têm-se os itens objetivo, justificativa, método e variáveis de pesquisa que são apresentados no Capítulo 1.

O Capítulo 2 apresenta a revisão da literatura da abordagem clássica do controle estatístico do processo dando ênfase aos conceitos básicos do controle estatístico de processo. Nesse capítulo, são apresentados os gráficos de controle de Shewhart, e os índices de capacidade.

O Capítulo 3 aborda o desempenho dos gráficos de controle considerando a significância econômica. Nesse capítulo, são analisados quatro tipos de situações para o gráfico de controle \bar{X} , a partir da criação de expressões matemáticas inéditas que fornecem os cálculos para os limites de controle considerando a inclusão de um novo parâmetro, Δ , que será chamado de parâmetro prático, que é o fator de expansão que sintetiza a significância prática e econômica. Também é descrita as propriedades das cartas de controle S^2 com σ_0 estimado, e é analisado o desempenho do gráfico de controle para variância a partir da significância econômica.

O Capítulo 4 apresenta o método proposto para obtenção dos limites de controle, considerando a significância econômica e uma análise numérica para as combinações dos números de amostras e tamanhos das amostras. Também é apresentado o exemplo ilustrativo visando fazer comparações sobre os limites de controle tradicionais e os limites de controle expandidos.

Por fim, o Capítulo 5 mostra as conclusões sobre o estudo realizado, além de sugerir trabalhos futuros e no final são expostas as referências utilizadas nesta tese.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS SOBRE CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO

Este capítulo tem como objetivo apresentar os fundamentos teóricos à respeito do CEP, também serão conceituados os gráficos de controle, outro ponto que será apresentado, são os índices de capacidade. Em seguida, indicar os avanços nos gráficos de controle por meio da revisão bibliográfica que suportarão o desenvolvimento teórico da temática, conforme indicado na Figura 3.

2.1 REVISÃO DOS FUNDAMENTOS BÁSICOS DO CONTROLE ESTATÍSTICO DO PROCESSO

O CEP compreende um conjunto de técnicas estatísticas que são usadas para monitorar e melhorar os processos de produção (BAKER; BROBST, 1996; GRAVES; MURPHY; RINGUEST, 1999; DUARTE; SARAIVA, 2008; YANG et al., 2012; YU; LIU, 2011).

Montgomery (2009) conceitua o CEP, como uma coleção de ferramentas de resolução de problemas útil na obtenção de estabilidade do processo e na melhoria da capacidade do mesmo pela de redução da variabilidade. Outros autores têm definição similar a de Montgomery (BAKER; BROBST, 1996; GRAVES et al., 1999; DUARTE; SARAIVA, 2008; YU; LIU, 2011; YANG et al., 2012).

Durante muito tempo, o CEP tem sido utilizado para a melhoria da qualidade de produtos e processos na fabricação em todo o mundo (DEL CASTILLO; MONTGOMERY, 1994; BAKER; BROBST, 1996; GRAVES et al., 1999; WOODALL; MONTGOMERY, 1999; WOODALL, et al., 2004; DUARTE; SARAIVA, 2008). Desse modo, o CEP fornece informação sobre o comportamento do processo. A partir dessas informações coletadas, é possível agir e corrigir prevenindo causas que possam estar gerando instabilidade no processo. Então, o CEP é suporte à gestão de processos e contribui para os resultados da produção.

2.1.1 Conceitos básicos sobre controle estatístico do processo

Inicialmente, é importante apresentar os principais conceitos e um contexto histórico à respeito do Controle Estatístico da Qualidade (CEQ) que fundamentará este trabalho. Tratar do assunto qualidade não é nada trivial, pois, o seu conceito é subjetivo. O CEP tem contribuído nos últimos cinquenta anos de modo substancial para a melhoria

da qualidade dos produtos e processos (CASTAGLIOLA et al., 2011; WOODALL, 1985; WOODALL, 2000). O CEQ tem sido adotado nas mais variadas áreas e tipos de processos; por exemplo, na área de saúde tem-se a questão da má formação congênita, em que as condições de cada recém-nascido podem ser gravadas. Desse modo, o tempo que decorre entre malformações pode ser monitorado (DOGU, 2014).

Quem deu início aos estudos sobre CEQ foi Walter A Shewhart, em 1920 com seus experimentos pioneiros, a partir desse momento surgiu o CEQ, que com o passar dos anos outros estudos foram desenvolvidos no intuito de aprimorar alguns pontos, tais como, o desempenho estatístico das cartas de controle tradicionais (GONÇALVES, et al., 2016).

A avaliação da qualidade de um produto ou serviço, pode ser obtida meio do uso de métodos estatísticos (RAMOS; ALMEIDA; ARAUJO, 2013), porém a utilização de métodos estatísticos não garante a solução de todos os problemas de um processo, todavia é uma maneira racional, lógica e organizada de determinar onde eles existem, sua extensão e a forma de solucioná-los (LIMA et al., 2006). Segundo Gryna, Chua e Defeo (2007), os métodos gerenciais, o conhecimento dos processos de produção de bens e serviços e os métodos estatísticos são essenciais, mas não únicos. Somente a integração deles geram os resultados satisfatórios. Essa ideia é corroborada por Zhang et al. (2011a), que afirmam que os métodos estatísticos e analíticos são de suma importância para colaborar na melhoria da qualidade e do desempenho de um processo. Na mesma linha, Woodall (2000) afirma que métodos estatísticos desempenham um papel vital na melhoria da qualidade do processo de manufatura e serviços industriais.

Como já mencionado, a origem do uso dos métodos estatísticos para controlar a qualidade dos processos e produtos se deu nas primeiras décadas do século passado, a partir dos trabalhos de Walter A Shewhart, nos laboratórios da Bell Telephone, no qual ele criou a ferramenta mais importante do CEP, o gráfico de controle (LEE, 2012). Os gráficos de controle são conhecidos por serem uma ferramenta eficaz para monitoramento da qualidade do processo (JENSEN et al., 2006).

Existem vários livros e artigos sobre o uso de ferramentas estatísticas e técnicas para melhorar a qualidade e produtividade (BOX; HUNTER; HUNTER, 1978; CHEN, 1997; XIE; GOH, 1999; JONES et al., 2001; MONTGOMERY; RUNGER, 2003; BAMFORD; GREATBANKS, 2005; EHIE; SHEU, 2005; HE; GRIGORYAN, 2005; CHAKRABORTI, 2006; TRIEFENBACH, 2008;

CHAKRABORTI; HUMAN; GRAHAM, 2008; BOONE; CHAKRABORTI, 2011; ZHANG et al., 2011b; OPRIME; GANGA, 2012; MONTGOMERY, 2013).

Desenvolver práticas relacionadas ao controle e melhoria da qualidade pode contribuir de modo substancial nas habilidades e práticas organizacional que, ao longo prazo, conduzirá as organizações a novos patamares competitivos. Portanto, controlar e melhorar a qualidade tornou-se uma importante estratégia de negócios (ZHANG et al., 2011a). Assim implementar a melhoria da qualidade é uma tarefa que, a gerência da organização precisa obter no intuito de alcançar a “transformação da qualidade” (MONTGOMERY, 2004). Em linhas gerais, o CEQ propõe obter processos de produção que apresentem menos variabilidade, resultando em níveis melhores de qualidade e produtividade.

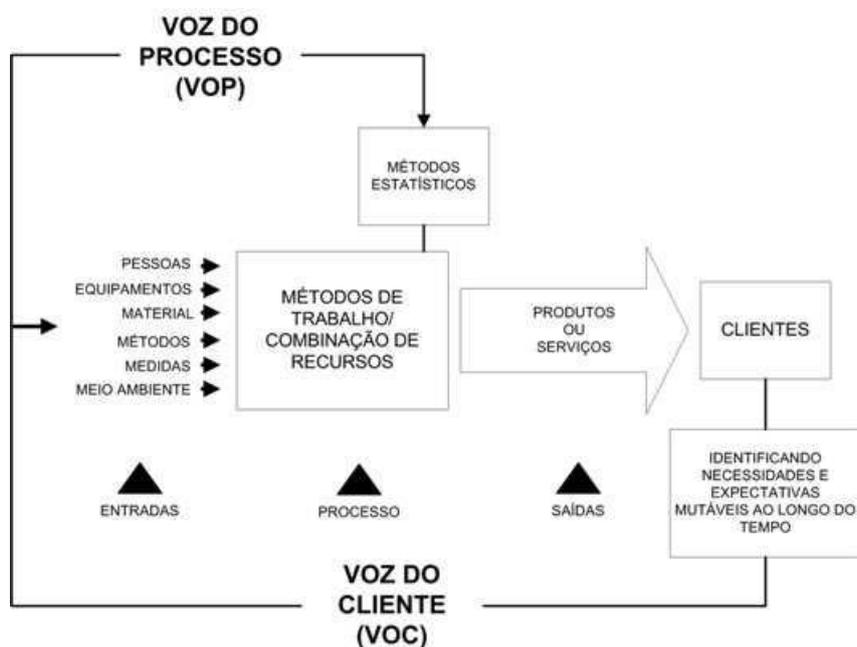
Ressalta-se que, a Segunda Guerra Mundial impulsionou o uso do CEQ, devido às necessidades da época, pois, os militares tinham sérios problemas de qualidade com os armamentos e necessitavam melhorar a qualidade dos mesmos. Nesse ambiente, a utilização das técnicas do CEQ foi primordial (MONTGOMERY, 2004). O governo americano foi obrigado a realizar cursos destinados àqueles que atuavam na indústria bélica, dado que a mão de obra apresentava deficiências. Pois, o objetivo era monitorar a produção e diminuir o número de peças defeituosas.

O termo qualidade está consolidado nas sociedades industriais e, é bem difundido em diversos meios junto à sociedade; porém, ainda causa certa confusão quanto ao seu uso, devido a subjetivismo associado à qualidade (JURAN, 1991; GRZYNA; CHUA; DEFEO, 2007; TOLEDO et al., 2013). A *American Society for Quality* (2015) - Sociedade Americana para a Qualidade, apresenta a seguinte definição para a qualidade: é a totalidade dos atributos e características de um produto ou serviço que carrega em sua capacidade de satisfazer determinadas necessidades dos clientes. Contribuíram para o desenvolvimento da área da qualidade os chamados “gurus da qualidade” (Deming, Juran, Feigenbaum e Ishikawa) que publicaram as suas obras nas décadas de 1950 a 1960. Barçante (1998) apresenta as definições que eles propuseram eram similares, mas, o foco era a satisfação dos consumidores: Deming (1950): qualidade de produto como máxima utilidade para o consumidor; Feigenbaum (1951): qualidade como perfeito contentamento do usuário; Juran (1954): qualidade como a satisfação das necessidades do cliente; Ishikawa (1954): qualidade efetiva é a que realmente traz satisfação ao consumidor; Feigenbaum (1961): qualidade como a maximização das aspirações do usuário.

Human, Chakraborti e Smit (2010), Zombade e Ghute (2014) afirmam que, os gráficos de controle são úteis para analisar os dados e assim identificar e reduzir as fontes de variabilidade. Além disso, os gráficos de controle são amplamente utilizados para detectar mudanças desfavoráveis em um processo com relação a alguma característica de qualidade.

O CEP e os seus gráficos de controle focam o controle e melhoria dos processos. Assim sendo, um processo é uma cadeia de atividades que tornam insumos em produtos (MOORE, 2005). Para Parkash, Kumar e Rajoria (2013) um processo é um conjunto de atividades que transforma a matéria, materiais ou componentes em um produto acabado. A Figura 4 apresenta um esquema de controle de processo, destacando a presença de técnicas de controle de qualidade, que incluem o CEP (TOLEDO et al., 2013).

Figura 4 – Sistema de controle de processo.



Fonte: Toledo et al. (2013).

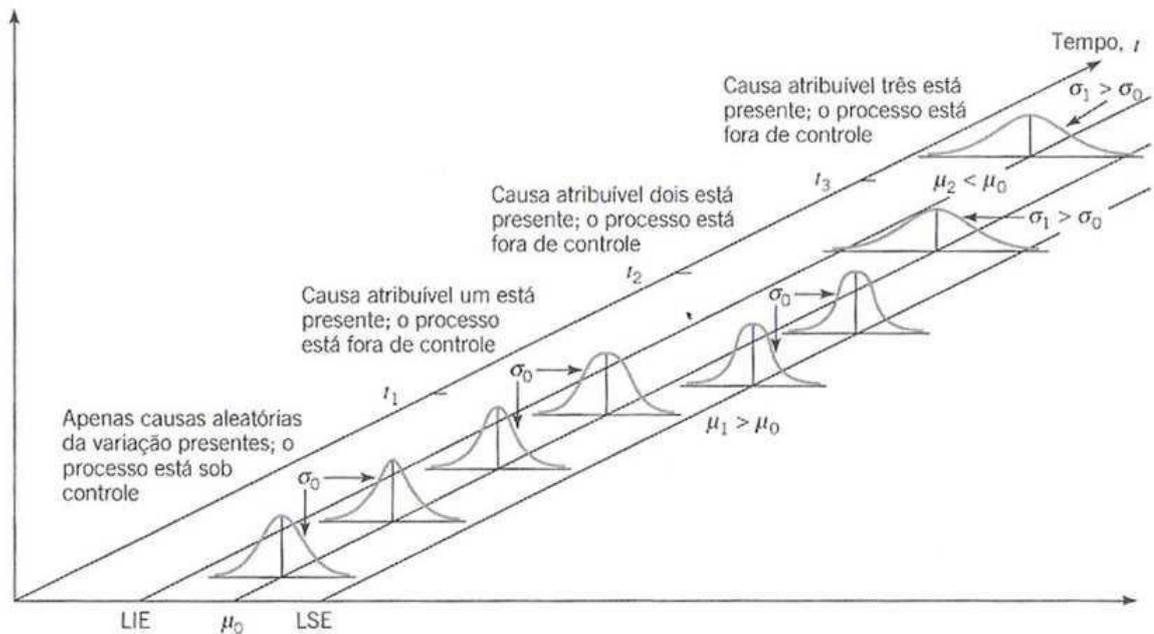
Concluindo essa subseção, pode-se afirmar que, a essência do CEP é monitorar a variação inerente dos processos, denominada de variação natural, e distingui-las das causas especiais, que em geral são identificáveis (JURAN, 1982). Isso, ajuda de maneira significativa os profissionais que atuam no monitoramento de um processo a observar a ocorrência de causas especiais (TROVATO et al., 2010). Segundo Toledo et al. (2013), que o CEP é uma ferramenta que se fundamenta em técnicas da Estatística para auxiliar no controle da qualidade nas etapas de um processo.

2.1.2 Ferramentas do controle estatístico do processo

Todo o processo de produção não importa o quão bem planejado seja, sempre haverá uma quantidade de variabilidade inerente ou natural. No sistema de controle estatístico da qualidade, esta variabilidade natural é chamada “sistemas estável de causas aleatórias”. Sendo assim, um processo que opera com as causas aleatórias de variação está sob controle estatístico. Para Ramos, Almeida e Araújo (2013) quando um processo apresenta grandes variações e isso afetar significativamente os fatores controláveis do processo, logo está fora de controle estatístico. Para Montgomery (2004), as fontes de variabilidade que não fazem parte do padrão das causas aleatórias são chamadas de causas atribuíveis (especiais ou assinaláveis) e um processo é dito como fora de controle na presença das mesmas. Assim, concebe-se afirmações sobre o estado do processo: se sucessivamente as observações amostradas e plotadas nos gráficos estatísticos estiverem dentro dos limites de controle, o processo é considerado como estável ou sob controle. Mas, pontos plotados fora dos limites de controle são sinais de que o processo pode está fora de controle e ações corretivas sobre o mesmo são necessárias (JENSEN et al., 2006). A Figura 5 ilustra a concepção teórica dos gráficos de controle de Shewhart. No qual é estabelecido um padrão para o parâmetro estatístico, neste caso a média, e com o passar do tempo tiram-se amostras. Quando ocorrer uma mudança no padrão indica a presença de alguma causa especial. Logo, é necessário tomar alguma ação por parte dos operadores desse processo, no intuito de reestabelecer o padrão inicialmente proposto.

Os gráficos de controle são ferramentas que monitoram um processo e alertam quando o processo foi perturbado e está fora de controle, para que se procure identificar e corrigir a causa desse distúrbio, os gráficos de controle são amplamente utilizados para o monitoramento da média e variabilidade de um processo (ZOMBADE & GHUTE, 2014).

Figura 5 – Causas atribuíveis e aleatórias de variabilidade.



Fonte: Montgomery (2004).

Segundo Montgomery (2004), há pelo menos cinco boas razões para a implementação dos gráficos de controle, a saber:

- 1) o gráfico de controle é uma técnica comprovada para a melhoria da produtividade, reduzindo sucatas e retrabalho e, conseqüentemente, aumento de produtividade e baixo custo do produto;
- 2) são eficazes na prevenção de defeitos, pois, com o processo sob controle, a organização produz certo da primeira vez;
- 3) com os gráficos de controle, o operador intervém sobre o processo com a certeza, de um fundamento teórico e provável, de que o processo está fora de controle, “se não está quebrado, não conserte”;
- 4) fornecem informações de diagnóstico. Para um operador, pode-se tirar, por meio dos pontos do gráfico de controle, uma possível mudança no processo que melhore seu desempenho;
- 5) fornecem informações sobre a capacidade do processo, informam os valores de seus parâmetros mais importantes e também a

estabilidade ao longo do tempo, permitindo que se estime a capacidade do processo em atender às especificações dos clientes.

2.1.3 O uso de gráficos de controle no monitoramento de processos

O monitoramento de processos por meio de gráficos de controle desempenham função de grande relevância, pois, possibilita evitar a ocorrência de um número excessivo de unidades não conformes, sendo assim o custo de retrabalhos é reduzido (TROVATO et al., 2010).

Para realizar o monitoramento dos processos com uso dos gráficos de controle é necessário passar por duas fases, chamadas fase I e fase II (JENSEN et al., 2006). Na fase I, são determinados os limites de controle (caso os parâmetros estatísticos são desconhecidos, μ (média) e σ (desvio padrão), respectivamente); neste caso, eles são estimados a partir de um conjunto de m amostras de tamanho n . Na fase II, tiram-se amostras de tamanho n do processo, que se denomina de subgrupos racionais. Caso um ponto caía fora dos limites de controle, o processo é declarado estar fora de controle, e uma causa assinalável devem ser identificada (MONTGOMERY, 2009). O planejamento da fase II dos gráficos de controle é baseado em dados da fase I sob controle e envolve uma estimativa da variância ou desvio padrão, que é calculado a partir desses dados (ver, por exemplo CHAKRABORTI et al., 2009b; MARAVELAKIS; CASTAGLIOLA 2009). Human et al. (2010) enfatizam que, a implementação do CEP nas duas fases necessita ser realizadas com cuidado, em especial na fase I (**também chamada à Fase retrospectiva**), pois, nela, há uma gama de atividades que são desenvolvidas, tais como: planejamento, delineamento do estudo, coleta de dados, visando garantir que o processo esteja sob controle estatístico. Nota-se que as estimativas dos parâmetros desconhecidos podem ter efeitos significativos sobre o desempenho dos gráficos de controle (HUMAN et al., 2010).

Os gráficos de controle ajudam os usuários a identificar as possíveis causas atribuíveis para que ações corretivas, se necessário, possam ser tomadas o mais breve possível (CHAKRABORTI; ERYILMAZ; HUMAN, 2009).

Um problema dos gráficos de controle clássico, encontra-se na suposição de que os parâmetros estatísticos são conhecidos. Este problema tem sido estudado por diversos autores (JENSEN et al., 2006; CHAKRABORTI; HUMAN, 2006;

TESTIK, 2007; CASTAGLIOLA; MARAVELAKIS, 2011; CASTAGLIOLA et al., 2013).

A escolha de uma amostra representativa é ressaltada por alguns autores, pois, coletar uma amostra representativa de tamanho suficiente irá garantir limites de controle precisos (JENSEN et al., 2006). Por exemplo, uma recomendação típica para gráficos \bar{X} é tomar pequenas amostras 20-30 na fase I (MONTGOMERY, 2004). Zhang et al. (2011a) propõem uma abordagem sobre o tamanho das amostras ($n_{\bar{X}}$ e n_{CUSUM}) para os gráficos \bar{X} e soma cumulativa (CUSUM) que leva em consideração o custo de inspeção por amostragem.

Para realizar o monitoramento da variabilidade do processo com sucesso, é necessário executar a fase I com bastante atenção para não comprometer todo o trabalho. Castagliola, Celano e Chen (2009) enfatizam que, monitorar a variabilidade de um processo é uma prática comum na fase I do CEP, em que um conjunto de dados são utilizados para os parâmetros desconhecidos num processo sob controle.

Vários estudos já foram propostos na literatura no intuito de controlar a dispersão do processo, por exemplo, os gráficos de controle de Shewhart S^2 que monitoram a dispersão plotando a variância amostral S^2 (MONTGOMERY, 2009).

Os Gráficos EWMA para monitorar a dispersão do processo foram investigados por Sweet (1986), Ng e Case (1989), Crowder e Hamilton (1992), e MacGregor e Harris (1993), Gan (1995). Castagliola, Celano e Chen (2009) investigaram o impacto da estimativa da variância σ^2 sob controle, usando o conjunto de dados na fase I, sobre as propriedades do gráfico de controle S^2 .

2.1.4 Os tipos de erros cometidos nos gráficos de controle

Para a análise estatística, a teoria da *Estatística Indutiva* que se refere ao campo da estatística que partindo de uma amostra, estabelece hipóteses sobre a população de origem e formula previsões, fundamentando-se na teoria das probabilidades (RAMOS; ALMEIDA; ARAÚJO, 2013). As técnicas de inferência estatística podem ser classificadas em duas amplas categorias: estimação de parâmetros e teste de hipóteses (MONTGOMERY, 2004). Logo, o objetivo principal da inferência estatística é fazer afirmações sobre características de uma população, baseando-se em resultados de uma amostra.

Chama-se de hipótese estatística qualquer afirmação de um parâmetro acerca da distribuição de probabilidades de uma ou mais variáveis aleatórias (BOLFARINE e SANDOVAL, 2001) e pode-se dizer que, uma hipótese estatística é uma afirmativa sobre os valores dos parâmetros de uma distribuição de probabilidade (MONTGOMERY, 2009). Em geral, denota-se por H_0 (hipótese nula) uma afirmação sobre o valor de um parâmetro populacional, sendo H_1 (hipótese alternativa) é uma afirmação que se contrapõe a H_0 , esta hipótese será adotada, se os dados amostrais fornecerem evidências de que a hipótese nula é falsa.

É comum nos gráficos de controle usar as hipóteses mencionadas anteriormente da seguinte forma: H_0 : processo sob controle, o qual está livre de causas especiais e H_1 : processo fora de controle.

Dos testes de hipóteses derivam dois erros: **Erro Tipo I**: Rejeitar a Hipótese Nula, H_0 , quando ela é efetivamente verdadeira. A probabilidade do erro Tipo I é igual ao nível de significância, α (alfa). **Erro Tipo II**: Aceitar a Hipótese Nula, H_0 , quando é efetivamente falsa. A probabilidade do erro Tipo II é igual a β (beta). O poder de detecção de um ponto fora do controle é dado por $1-\beta$. O Quadro 2 sintetiza os tipos de erros dos gráficos de controle estatístico.

Com relação aos erros tipo I e II, o primeiro erro relaciona-se com uma falsa detecção de um problema (detectar que o processo está fora de controle, quando não está), desse modo, há uma intervenção no processo no tempo errado. O segundo é o erro de não se detectar um estado fora de controle no processo, não se faz a intervenção no momento correto. Em geral, fixa-se o erro tipo I, em $\alpha = 0,0027$, enquanto o tipo II são avaliados de acordo com o poder do teste estatístico da hipótese, dada por $1-\beta$ (veja Quadro 2).

Quadro 2 – Tipos de erros.

Realidade/Decisão	Não rejeita – se H_0	Rejeita – se H_0
H_0 é verdadeira	Decisão Correta ($1-\alpha$)	Erro Tipo I α
H_0 é falsa	Erro Tipo II (β)	Decisão Correta ($1-\beta$)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quando realiza-se um teste de hipóteses podem-se cometer um dos erros citados no Quadro 2, no controle de qualidade o erro α é chamado de risco do fabricante, pois, é a probabilidade de um lote que não apresenta nenhum tipo de defeito ser rejeitado, ou a probabilidade de um processo produzindo valores aceitáveis de uma particular característica de qualidade venha a ser rejeitado como produzido insatisfatoriamente. β é chamado de risco do consumidor, pois denota a probabilidade

de aceitação de um lote de baixa qualidade, ou a probabilidade de permitir que um processo, operando em condições não satisfatórias com respeito à determinada característica de qualidade, continue em operação (MONTGOMERY, 2009). As probabilidades dos erros podem ser denotadas por:

$$\alpha = P\{\text{erro Tipo I}\} = P\{\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}\}$$

$$\beta = P\{\text{erro Tipo II}\} = P\{\text{não rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa}\}$$

2.1.5 Nível de qualidade aceitável

Segundo a NBR 5426/85, o nível de qualidade aceitável (NQA) é a máxima porcentagem defeituosa (ou o número máximo de “defeitos” por cem unidades) que, para fins de inspeção por amostragem, pode ser considerada satisfatória com média de um processo (NEUMANN, 2014). Para Montgomery (1997), NQA é o nível máximo de qualidade que o sistema produtivo suporta.

O NQA é uma métrica em termos da fração defeituosa P ($P = d/n$), em que n é o tamanho da amostra e d é denotado como o número de itens defeituosos (ou não conformes) na amostra, e o nível de qualidade inaceitável (NQI) ou p_l é uma proporção de defeituosos que o consumidor considera totalmente insatisfatória como média de um processo. O NQI é o nível máximo de itens não conformes aceitável pelo consumidor em um lote (MONTGOMERY, 1997).

Esse conceito de NQA e NQI serão utilizados quando da análise do conceito de significância econômica.

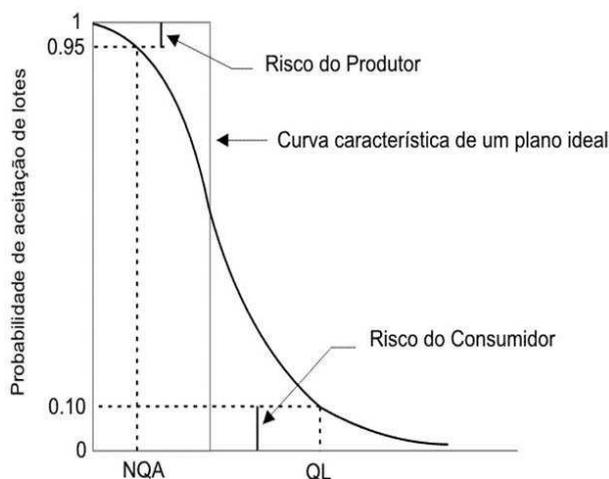
2.1.6 Curva característica de operação

A curva característica de operação (CCO) é um gráfico para um plano específico de aceitação de amostragem, que mostra a probabilidade de aceitação de um lote amostrado para qualquer nível real do parâmetro a ser medido. O parâmetro a ser medido pode ser tanto uma variável quanto um atributo (ASQC, 1993).

A CCO é uma ferramenta importante para a seleção de um plano de amostragem. Por meio da CCO, pode-se avaliar o desempenho do plano de amostragem. Ela indica a porcentagem de lotes que se espera aceitar, para uma dada qualidade. É também utilizada para determinar erro tipo I (risco do produtor/fabricante) e erro tipo II (risco do consumidor) para o plano de amostragem. Para uma dada fração de defeituosos p , de um determinado lote, a CCO apresenta a probabilidade de aceitação de um lote versus a fração de defeituosos do lote. A CCO

mostra o poder discriminatório do plano amostral. A Figura 6 mostra o poder de teste para características com distribuição Binomial, quanto mais próximo do eixo vertical, maior é o poder de teste (NEUMANN, 2014).

Figura 6 – Curva característica de operação.



Fonte: Bonduelle, 2009.

2.2 GRÁFICO DE CONTROLE ESTATÍSTICO CLÁSSICO DE SHEWHART E SUAS LIMITAÇÕES

O gráfico de controle é uma representação gráfica de uma característica da qualidade, que foi medida ou calculada a partir de uma amostra, conforme indica a Figura 7 (MONTGOMERY, 2009). Os objetivos dos gráficos de controle de Shewhart são: mostrar evidências de que um processo está operando sob controle estatístico; detectar a presença de causas especiais de variação; monitorar e aprimorar o desempenho do processo de medição.

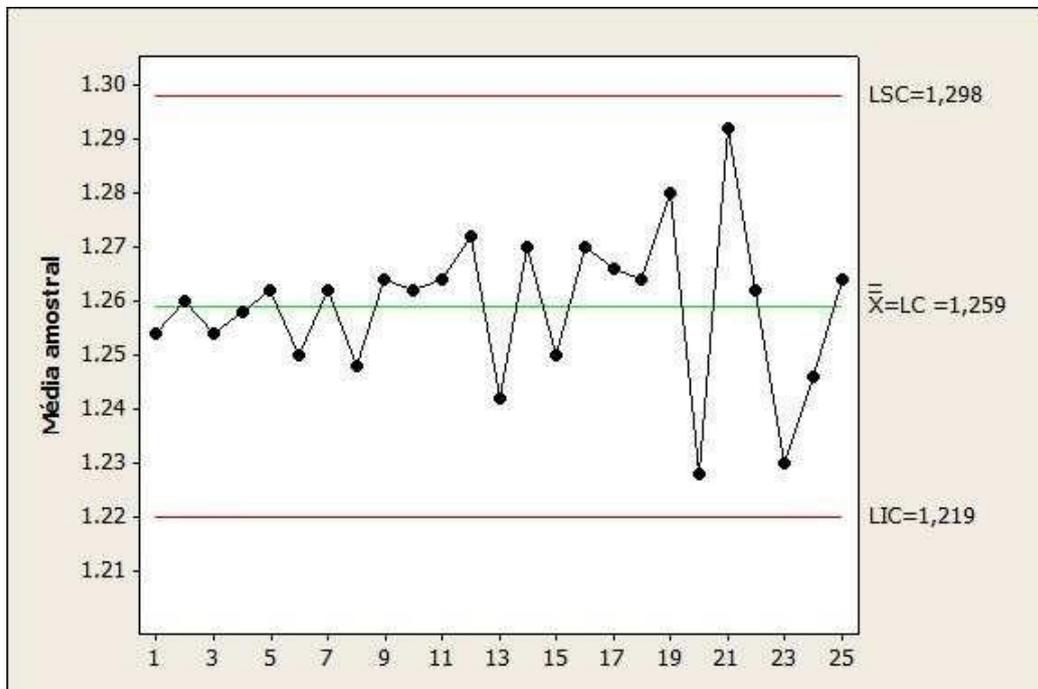
Independentemente do tipo de gráfico de controle que será utilizado é necessário seguir as etapas preparatórias para sua aplicação (TOLEDO et al., 2013):

- 1) Conscientização e treinamento das pessoas envolvidas no processo.
- 2) Definição do processo e sua interação com as demais operações e processos.
- 3) Padronização do produto, dos insumos e do processo.
- 4) Escolha das características da qualidade a serem controladas.
- 5) Definição de um sistema de medição, e sua capacidade, para as características.
- 6) Escolha das etapas, ou atividades, do processo em que serão efetuadas as medições.

Uma vez efetuada a fase preparatória, a elaboração dos gráficos deve obedecer os seguintes passos:

- 1) Escolha do tipo de gráfico a ser utilizado e dos parâmetros a serem controlados;
- 2) Coleta de dados;
- 3) Escolha do *padrão para os limites de controle*;
- 4) Cálculo da *linha central e dos limites de controle*;
- 5) Observação do estado, da *estabilidade* do processo, por meio da interpretação da distribuição temporal dos pontos nos gráficos;
- 6) Determinação da *capabilidade do processo*, após der atingido o estado de controle;
- 7) Identificação da necessidade e implantação das *correções necessárias no processo e no gráfico*, antes de iniciar seu uso rotineiro como ferramenta de suporte ao controle de processo.

Figura 7 – Gráfico de controle.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Quando a característica da qualidade é normalmente distribuída, os limites de controle para monitoramento da média do processo são definidos por meio das Equações (2.1), (2.2) e (2.3):

$$LIC = \mu - K \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.1)$$

$$LC = \mu \quad (2.2)$$

$$LIC = \mu + K \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.3)$$

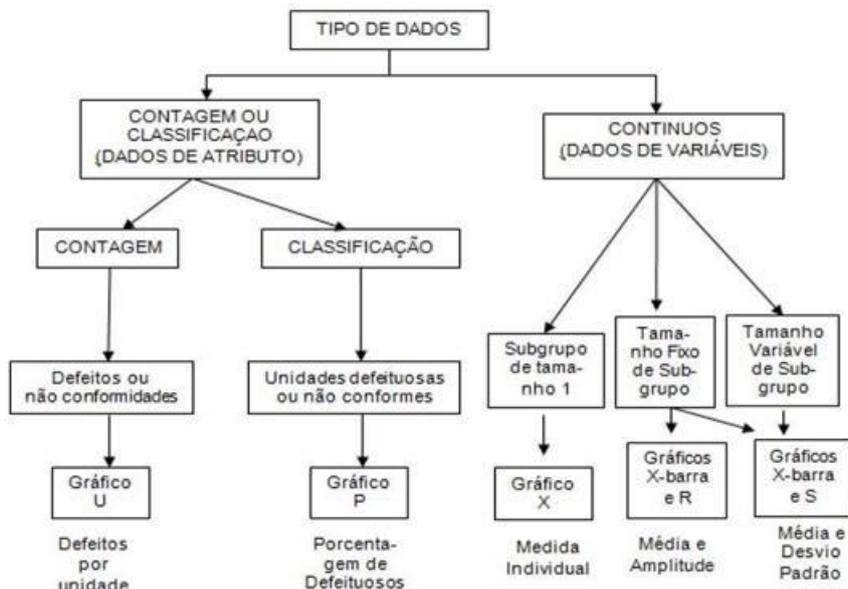
em que K é uma constante positiva, μ e σ , são a média e o desvio padrão da população, respectivamente (no caso, são os parâmetros da distribuição normal). O gráfico de controle de Shewhart consiste em plotar os valores da média amostral com limites de controle superior e inferior, que são obtidos segundo o critério de 3 Sigma, isso corresponde a 0,27% de alarmes falsos (ZHANG e CASTAGLIOLA, 2010).

Um problema da carta de controle clássica de Shewhart é que ela pressupõe que os parâmetros estatísticos sejam conhecidos (JENSEN et al., 2006; CASTAGLIOLA; CELANO; CHEN, 2009; CASTAGLIOLA; MARAVELAKIS, 2011). Sobre isso, é reconhecido que quando se utiliza os parâmetros estimados, a probabilidade de um falso sinal é diferente do que no caso parâmetros conhecidos (JENSEN et al., 2006). O uso de parâmetros estimados pode levar a erros de cálculo dos limites de controle na fase I, e afetar o desempenho do gráfico na fase II. Jones, Rigdon e Champ (2001) enfatizam que, utilizar estimativas para os parâmetros pode ocasionar alarmes falsos com maior frequência e ainda reduzir a sensibilidade do gráfico para detectar mudanças no processo.

O modelo que Walter Shewhart desenvolveu para realizar suas previsões consistia em coletar observações no “chão de fábrica” e a partir daí, faz-se os cálculos dos limites de controle, e com base nesses cálculos ele poderia prever o que aconteceria no futuro do processo (ZONTEC, 2010).

Os gráficos de controle conjuntos de Shewhart \bar{X} e R (ou s) têm sido usados para controlar a média e a variância dos processos por mais de meio século. Esses gráficos podem ser classificados em dois tipos, de acordo com a característica da qualidade (variável): os gráficos de controle distinguem-se em gráficos de controle para variáveis e gráficos de controle para atributos (veja Figura 8).

Figura 8 – Classificação dos gráficos de controle.



Fonte: Escola EDTI.

Segundo Montgomery (2004), os tipos de gráficos de controle são:

- *gráfico de controle para variáveis*: quando uma característica da qualidade é medida em uma escala numérica. Alguns incluem: dimensão, temperatura e volume. Os gráficos de controle de Shewhart mais conhecidos para esse tipo de característica de qualidade são, os gráficos de controle \bar{X}/R são utilizados para monitorar a média e a variabilidade das variáveis.

- *gráfico de controle para atributos*: quando algumas características da qualidade não podem ser representadas numericamente de modo conveniente. Em tais casos, usualmente classificamos cada item inspecionado como **conforme** ou **não-conforme** em relação às especificações para aquela característica de qualidade. As características de qualidade desse tipo são chamadas de **atributos**.

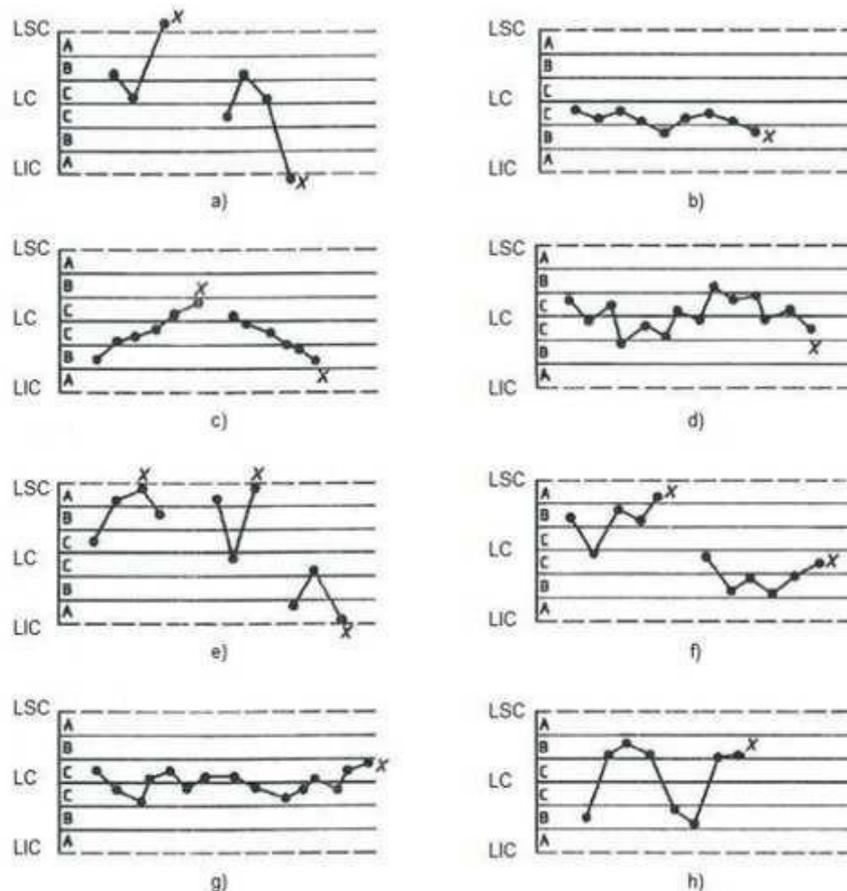
Há diversos critérios para a interpretação das cartas de controle, com o intuito de saber, se o processo está sob controle estatístico, e pode-se utilizar estes critérios simultaneamente. Destaca-se, a norma ISO 8258 (1991) - *Shewhart Control Charts*, que estabelece os seguintes critérios de decisão em cartas de controle:

- a) 1 ou mais pontos acima do *LSC* ou abaixo do *LIC*;

- b) 9 pontos consecutivos na zona C ou no mesmo lado do LC;
- c) 6 pontos consecutivos, todos aumentando ou todos diminuindo;
- d) 14 pontos consecutivos alternando para cima e para baixo;
- e) 2 de 3 pontos consecutivos na zona A ou superior;
- f) 4 de 5 pontos consecutivos na zona B ou superior;
- g) 15 pontos consecutivos na zona C (tanto acima quanto abaixo do LC);
- h) 8 pontos consecutivos na zona B

A Figura 9 apresenta a avaliação dos oito critérios estabelecidos na norma ISO 8258 (1991), para a interpretação das cartas de controle de Shewhart. No qual os critérios têm uma subclassificação. O critério básico é o item a, e os demais são chamados de critérios suplementares, que variam do item **b** até o item **h**. Os critérios suplementares, a rigor, são utilizados com o objetivo de aumentar a sensibilidade das cartas de controle a uma pequena alteração no processo, de modo a responder mais rapidamente a uma causa especial de variação. Logo, ambos os critérios têm grande relevância para estudar as causas especiais.

Figura 9 – Exemplos de processos fora de controle estatístico.



Fonte: De Oliveira et al. (2013).

2.2.1 Gráfico de Shewhart \bar{X} -bar

Este gráfico de controle é o mais comum para estudar e controlar a tendência central na distribuição básica de uma característica da qualidade do tipo variável. Este gráfico é utilizado para monitorar variáveis contínuas.

Suponha que a característica da qualidade (x) seja normalmente distribuída com média μ e desvio padrão σ , em que ambos os valores são conhecidos. Seja ainda o conjunto (x_1, x_2, \dots, x_n) uma amostra de tamanho n , e a média amostral é obtida pela Equação (2.4),

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (2.4)$$

e sabe-se que \bar{x} tem distribuição normal com média μ e desvio padrão $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Além disso, há uma probabilidade, $1 - \alpha$, de qualquer média amostral se localiza nas faixas dadas pelas Equações (2.5) e (2.6).

$$\mu + Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} = \mu + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.5)$$

$$\mu - Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} = \mu - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.6)$$

Na prática, não se conhece os parâmetros estatísticos, média μ e desvio padrão σ . Esses parâmetros são estimados, por \bar{x} e s , respectivamente a partir, de amostras ou subgrupos. Supondo que, o processo esteja sob controle, pode-se usar os limites de confiança como limites do gráfico de controle \bar{x} pelas Equações (2.7) e (2.8):

$$\text{LSC} = \bar{x} + Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2.7)$$

$$\text{LIC} = \bar{x} - Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2.8)$$

A rigor, é comum substituir $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ por 3, de modo que, os limites três sigmas são adotados, isto implica que, caso uma média amostral esteja fora dos limites, tem-se uma forte indicação de que, a média do processo não é mais igual a μ , então, tem-se:

$$\text{LSC} = \mu_{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{x} + 3 \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2.9)$$

$$\text{LC} = \mu_{\bar{x}} = \bar{x} \quad (2.10)$$

$$\text{LIC} = \mu_{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{x} - 3 \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2.11)$$

Geralmente, essas estimativas devem se basear em pelo menos 20 a 25 amostras (MONTGOMERY, 2004). Sejam $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3 \dots, \bar{x}_m$, as médias de cada

uma das amostras, logo o melhor estimador de μ a média do processo, é a média aritmética dada pela Equação (2.12).

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_m}{m} \quad (2.12)$$

Seja x_1, x_2, \dots, x_n , uma amostra de tamanho n , então a amplitude da amostra é a diferença entre a maior e menor observação, dada pela Equação (2.13).

$$R = x_{máx} - x_{mín} \quad (2.13)$$

Sejam $R_1, R_2, R_3, \dots, R_m$ as amplitudes das m amostras. A amplitude média é dada pela Equação (2.14).

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m} \quad (2.14)$$

Existe uma relação bem conhecida entre a amplitude de uma amostra e o desvio padrão de uma distribuição normal, dada por,

$$w = \frac{R}{\sigma} \quad (2.15)$$

A variável aleatória w é chamada amplitude relativa. Os parâmetros da distribuição de w são funções do tamanho da amostra n , a média de w é representada por d_2 . Consequentemente, um estimador de σ é dado pela Equação (2.16).

$$\hat{\sigma} = \frac{R}{d_2} \quad (2.16)$$

Assim, se a Equação (2.14) calcula a amplitude média das m amostras preliminares, pode-se usar para estimar σ , a partir, da Equação (2.17).

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (2.17)$$

que é um estimador não viesado de σ .

Usando a Equação (2.4) como estimador de μ e a Equação (2.17) como estimador de σ , então os parâmetros da carta \bar{x} são dados pelas Equações (2.18), (2.19) e (2.20).

$$\text{LSC} = \mu_{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3\hat{\sigma}}{d_2\sqrt{n}} \quad (2.18)$$

$$\text{LC} = \mu_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} \quad (2.19)$$

$$\text{LIC} = \mu_{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} - \frac{3\hat{\sigma}}{d_2\sqrt{n}} \quad (2.20)$$

A quantidade $A = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$ é uma constante, que depende apenas do tamanho da amostra n , logo, pode ser tabelado como d_2 . Então, os limites de controle se reduzem as Equações (2.21), (2.22) e (2.23):

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} \quad (2.21)$$

$$LC = \bar{\bar{X}} \quad (2.22)$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R} \quad (2.23)$$

2.2.2 Gráfico do desvio padrão S

O gráfico S destaca-se, como gráfico de controle que visa monitorar a dispersão do processo. Para determinação dos limites de controle do gráfico S , é necessário supor que os valores observados da característica de qualidade monitorada são normalmente distribuídos com média μ e variância σ^2 . Em que K é uma constante positiva. Geralmente, utiliza-se $K = 3$. Supõe-se que, m amostras sejam analisadas, cada uma com tamanho n , e S_j é o desvio padrão da j -ésima amostra, obtida a partir da Equação (2.24) dada abaixo:

$$S_j = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_j)^2}, j=1, 2, \dots, m \quad (2.24)$$

Assim, a linha central e os limites de controles do gráfico S podem ser representadas pelas Equações (2.25), (2.26) e (2.27).

$$LSC = \bar{S} + K \frac{\bar{S}}{c_n} \sqrt{1 - c_n^2} \quad (2.25)$$

$$LC = \bar{S} \quad (2.26)$$

$$LIC = \bar{S} - K \frac{\bar{S}}{c_n} \sqrt{1 - c_n^2} \quad (2.27)$$

em que os valores de c_n estão tabelados para alguns tamanhos de amostras, e \bar{S} é dado pela Equação (2.28):

$$\bar{S} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m S_j \quad (2.28)$$

Para um $K = 3$, pode-se definir as constantes.

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_n} \sqrt{1 - c_n^2} \quad (2.29)$$

$$B_4 = 1 + \frac{3}{c_n} \sqrt{1 - c_n^2} \quad (2.30)$$

2.2.3 Gráfico de variância S^2

Outra forma de monitorar a variabilidade de um processo consiste em controlar a variância σ^2 , o que pode ser feito com base no seu estimador não tendencioso S^2 . O gráfico resultante é denominado gráfico de variância S^2 .

Portanto, supõe-se que os valores observados da característica da qualidade monitorada são normalmente distribuídos com média μ e variância σ^2 .

Se m amostras são analisadas, cada uma com tamanho n , e suas variâncias $s_1^2, s_2^2, \dots, s_m^2$, obtidas, a partir, da Equação (2.31) dada abaixo:

$$s_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_j)^2, j = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2.31)$$

Logo, a linha central e os limites de controle do gráfico S^2 são definidos:

$$LSC = \bar{S}^2 + K\bar{S}^2 \sqrt{\frac{2}{n-1}} \quad (2.32)$$

$$LC = \bar{S}^2 \quad (2.33)$$

$$LIC = \bar{S}^2 - K\bar{S}^2 \sqrt{\frac{2}{n-1}} \quad (2.34)$$

em que \bar{S}^2 é dado pela Equação (2.35), a seguir:

$$\bar{S}^2 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m S^2, j=1, 2, \dots, m \quad (2.35)$$

e \bar{X}_j que denota a média do j -ésimo subgrupo, é obtida a partir da Equação (2.36)

$$\bar{X}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, j=1, 2, \dots, m, \quad (2.36)$$

Para o usual $k = 3$, pode-se definir as constantes

$$B_7 = 1 - 3 \sqrt{\frac{2}{n-1}} \quad (2.37)$$

$$B_8 = 1 + 3 \sqrt{\frac{2}{n-1}} \quad (2.38)$$

Desse modo, a linha central e os limites de controle para o gráfico S^2 passam a ser estimados pelas Equações (2.39), (2.40) e (2.41).

$$LSC = B_8 \bar{S}^2 \quad (2.39)$$

$$LC = \bar{S}^2 \quad (2.40)$$

$$LIC = B_7 \bar{S}^2 \quad (2.41)$$

2.2.4 Gráfico da amplitude R

O mais comum dos gráficos de controle para medir a dispersão na distribuição básica de uma característica da qualidade, é o gráfico da amplitude ou gráfico R . Sua popularidade é devido à facilidade com que as amplitudes são calculadas. Para determinar os limites de controle do gráfico R , é necessário supor que, os valores observados da característica da qualidade monitorada são normalmente distribuídos com média μ e variância σ^2 .

Se m amostras são analisadas, cada uma com tamanho n , e suas amplitudes de R_1, R_2, \dots, R_m , obtidas a partir da Equação (2.42):

$$R_j = X_{m\acute{a}x} - X_{m\acute{i}n} \quad (2.42)$$

Então, a linha central e os limites de controle do gráfico R são referenciados pelas Equações (2.43), (2.44) e (2.45):

$$LSC = \bar{R} + kd_3 \hat{\sigma} \quad (2.43)$$

$$LC = \bar{R} \quad (2.44)$$

$$LIC = \bar{R} - kd_3 \hat{\sigma} \quad (2.45)$$

em que, \bar{R} é dado pela Equação (2.46), a seguir

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m R_j \quad (2.46)$$

os valores de d_2 e d_3 podem ser tabelados para alguns tamanhos amostrais. Para $K=3$, podem-se definir as constantes,

$$D_3 = 1 - 3 \frac{d_3}{d_2} \quad (2.47)$$

$$D_4 = 1 + 3 \frac{d_3}{d_2} \quad (2.48)$$

Assim, a linha central os limites de controle para o gráfico R passam a ser estimados por:

$$LSC = D_4 \bar{R} \quad (2.49)$$

$$LC = \bar{R} \quad (2.50)$$

$$LIC = D_3 \bar{R} \quad (2.51)$$

2.3 DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE

Há alguns indicadores de desempenho dos gráficos de controle. Dentre esses, tem-se o *Average Run Length (ARL)*, que é definido como o número médio esperado de amostras para detectar um ponto que está fora de controle, geralmente tem-se empregado como um indicador de desempenho para avaliar a eficácia de vários esquemas de gráfico de controle (LI et al., 2014). E é avaliado de acordo com a sua capacidade de detectar causas especiais. O *ARL* é associado com o tipo I (erro α) e erro tipo II (erro β) (CASTAGLIOLA et al., 2013; JENSEN et al., 2006), quando o processo está sob controle, que é determinado pela Equação (2.52):

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} \quad (2.52)$$

Quando o processo está fora de controle tem-se:

$$ARL = \frac{1}{1-\beta} \quad (2.53)$$

Ressalta-se, que há estudos em que o desempenho dos gráficos de controle pode ser medido por outros indicadores, por exemplo, pelo tempo médio para sinais *Average Time to Signal*, (*ATS*). Segundo Garcia-Dias e Aparisi (2005), é o tempo médio necessário para sinalizar uma mudança de processo quando o processo está fora de controle ou o tempo médio para produzir um alarme falso quando o processo está sob controle. A estimativa do *ATS* é apresentada por Lee (2012) conforme a Equação (2.54):

$$ATS = ARL \times h \quad (2.54)$$

em que h é um intervalo fixo de tempo.

O *ATS* fora de controle deverá ser o mais curto possível, para detectar que o processo muda rapidamente, o ATS_0 sob controle deve ser grande o suficiente para que alarme falso seja pouco frequente (ZHANG et al., 2011a).

Nos processos fora de controle o melhor gráfico é o que apresentar menor, é mais rápido na detecção de uma causa especial. Por outro lado, nos processos sob controle, o melhor gráfico é o que tem maior *ARL*. Pois, fazer uma parada seria desnecessária para *ARL* pequeno, sendo assim, para o caso sob controle deseja-se que o *ARL* seja o máximo possível.

Assim, um tipo de gráfico de controle é considerado melhor que outro quando apresenta menor *ARL* na fase de monitoramento. Porém, caso o processo esteja sob controle, é desejável que o *ARL* seja o máximo possível (OPRIME et al., 2015).

2.4 CAPABILIDADE

Para Shewhart (1931), o caminho para melhoria da qualidade deve ser obtido por meio do controle do processo e não sobre o produto. Portanto, é de suma importância o conhecimento da capacidade do processo.

O estudo da capacidade de um processo é importante para o CEP, porque pode possibilitar a melhoria contínua da qualidade e produtividade do processo (KANE, 1986; CHANG; CHOI; BAI, 2002). Isto é um ponto chave para a implementação das melhorias no processo industrial, visando garantir que as especificações propostas sejam respeitadas. Esse estudo envolve a construção de índices de capacidade, que são primordiais na execução da análise, porque

fornecem medidas quantitativas sobre o desempenho do processo (KANE, 1986; CHEN; HUANG; HUANG, 2007).

No estudo da capacidade, enfatiza-se que a utilização de técnicas estatísticas é relevante, pois, assim haverá respaldo científico para inferir se o processo, de fato, atende as especificações de engenharia preestabelecidas.

Os índices de capacidade são reconhecidos como os principais indicadores de avaliação de processos industriais. Outro ponto, que favorece esta consolidação no meio industrial se dá pelo fato da simplicidade de obtenção e avaliação. A rigor, os índices de capacidade do processo visam determinar se um processo é capaz de produzir itens dentro dos limites de especificação do cliente (ABBASI e NIAKI, 2010). Na perspectiva de poder realizar uma análise fidedigna da capacidade, salienta-se que não basta ter conhecimento apenas da média do processo, pois, ela é influenciada por valores extremos, e as medidas de variabilidade avaliam a representatividade das medidas de posição, como a média (COSTA, 2011); logo, é imprescindível estudar criteriosamente a variação. Para isso, compara-se a variabilidade própria do produto com as exigências ou especificações para o produto. A regra é, quanto menor for a variabilidade maior será a capacidade desse processo, pois, sua qualidade será maior. Em se tratando da variabilidade do processo, tem-se a seguinte constatação:

A capacidade do processo diz respeito a sua uniformidade. Obviamente, a variabilidade no processo é uma medida de uniformidade da produção. Há duas maneiras de encarar esta variabilidade:

1. A variabilidade natural ou inerente em um instante específico, a variabilidade “instantânea”.
2. A variabilidade ao longo do tempo (Montgomery, 2004, p. 220).

Salienta-se que, para estudar a capacidade é necessário seguir alguns critérios estabelecidos, pois, se os índices de capacidade forem construídos de forma errônea, a análise do processo ficará comprometida e conseqüentemente haverá as conclusões inócuas. Outro ponto, bem debatido na literatura é a questão da normalidade dos dados, pois, os dados devem seguir uma distribuição normal, então a análise de capacidade pressupõe que o processo tenha distribuição normal e esteja sob controle estatístico (TOLEDO et al., 2013; CASTAGLIOLA; VÄNNMAN, 2007; KOTZ; JOHNSON, 1993).

2.4.1 Índice C_p

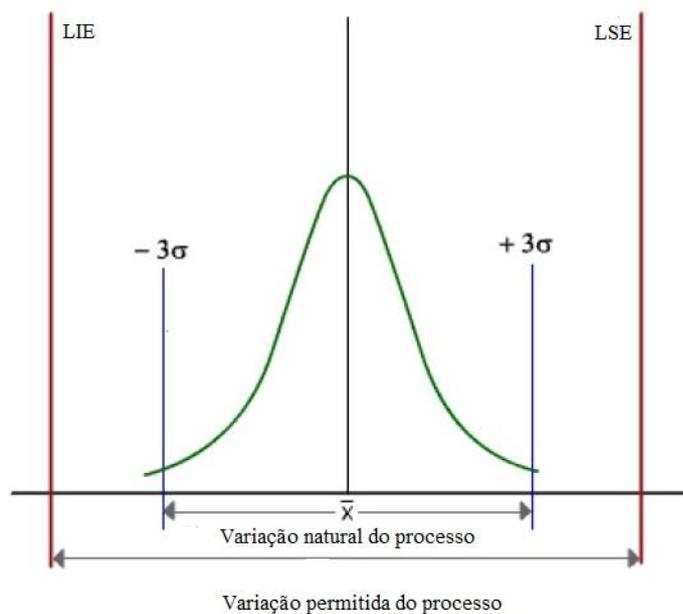
O C_p é dado pela razão entre a faixa de especificação e a variação “natural” do processo, 3σ desvios-padrões, considerando a ausência de causas especiais. Geralmente é estimado pela Equação (2.55):

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6\hat{\sigma}} \quad (2.55)$$

em que LSE é o limite de superior de especificação, LIE é o limite inferior de especificação, e $\hat{\sigma}$ é o desvio padrão estimado do processo.

Este índice também é chamado de índice de capacidade potencial do processo, considera que o processo está centrado no valor nominal da especificação (MONT GOMERY, 2004).

Figura 10 – Tipos de variações do processo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma regra usual para a análise do índice de capacidade do processo é dada por Ramos, Almeida e Araújo (2013):

- i) Processo incapaz: $C_p < 1$;
- ii) Processo aceitável: $1 \leq C_p \leq 1,33$;
- iii) Processo capaz: $C_p \geq 1,33$.

Para o caso $C_p < 1$, a capacidade do processo inadequada à especificação exigida. Quando ocorre, o responsável pelo processo deverá tentar diminuir a variabilidade do processo ou realizar o trabalho que atenda as especificações. Para o

caso $1 \leq Cp \leq 1,33$, observa-se que, a capacidade do processo está dentro da especificação exigida. O responsável pelo processo deverá tentar diminuir a variabilidade do processo. Para o caso $Cp \geq 1,33$, a capacidade do processo é adequada à especificação exigida. Nesta situação, o profissional responsável pelo processo não necessita tomar maiores cuidados com o processo, a menos que se queira reduzir a variabilidade para aumentar a qualidade dos produtos (RAMOS; ALMEIDA; ARAÚJO, 2013, p. 115).

2.4.2 Índice C_{pk}

C_{pk} é um índice muito utilizado, pois leva em consideração em que a posição da média no processo está localizada em relação às especificações (TOLEDO et al., 2013).

$$C_{pk} = \text{mínimo} \left(\frac{LSE - \hat{\mu}}{3R/d_2}; \frac{\hat{\mu} - LIE}{3R/d_2} \right) \quad (2.56)$$

em que LSE é o limite de superior de especificação, LIE é o limite inferior de especificação, μ é a média do processo, e σ desvio padrão do processo, geralmente é estimado por $\hat{\sigma}$ ou R/d_2 dado pela Equação (2.16).

O C_{pk} também é chamado de índice de capacidade real ou efetivo do processo, devido levar em consideração os parâmetros de locação e escala, a centralização e a dispersão do processo em relação aos limites de especificação como são visto a seguir.

O índice C_{pk} foi desenvolvido para suprir algumas lacunas deixadas pelo Cp , principalmente com relação ao fato de que o índice Cp mede a capacidade somente em termos da dispersão do processo e não leva em o nível do processo em consideração. Já o C_{pk} , além de avaliar a variabilidade natural do processo em relação à variabilidade permitida, verifica também a posição do processo em relação aos limites (superior e inferior) da especificação, pois, o índice C_{pk} relaciona a distância escalar entre a média do processo e o limite de especificação mais próximo. (Ramos, Almeida e Araújo, 2013, p. 117).

Uma regra usual para a análise do índice de capacidade do processo é dada por Ramos, Almeida e Araújo, (2013).

- i) Processo capaz/ satisfatório: $C_{pk} \geq 1,33$;
- ii) Processo razoavelmente capaz/satisfatório: $1,0 \leq C_{pk} \leq 1,33$;
- iii) Processo incapaz/ satisfatório: $C_{pk} < 1,0$.

Há diversos tipos de índices de capacidade, dependendo do tipo da variável característica da qualidade a ser estudada que pode ser classificada como: atributo ou contínua, e a partir dessa identificação teremos um índice de capacidade compatível.

Os índices de capacidade mais utilizados pelas empresas são C_p e C_{pk} para as variáveis contínuas (LOVELACE et al., 2009). Eles têm uma grande vantagem por serem adimensionais, e isto facilita a comparação entre processos produtivos. Castagliola e Vännman (2007) enfatizam que, esses índices são concebidos para quantificar a relação entre as especificações técnicas desejadas e o desempenho real do processo, e os quatro índices de capacidade mais comuns encontrados na literatura são: C_p , C_{pk} , C_{pm} e C_{pmk} .

O índice de capacidade C_{pm} foi proposto por Chan, Cheng e Spring (1988) que consideram apenas a variabilidade permitida ao processo ($LSE - LIE$). Este índice é dado pela Equação (2.57):

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.57)$$

em que LSE é o limite superior de especificação; LIE é o limite inferior de especificação; μ é a média do processo; σ é o desvio-padrão do processo; e T é o valor nominal da especificação.

O índice C_{pmk} foi proposto por Pearn, Kotz e Johnson (1992), ressalta-se que este índice combina as características dos três índices mencionados anteriormente C_p , C_{pk} e C_{pm} (WU; PEARN; KOTZ, 2009). Este índice é dado pela Equação (2.58):

$$C_{pmk} = \left(\frac{LSE - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}; \frac{LSE - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \right) \quad (2.58)$$

em que LSE é o limite superior de especificação; LIE é o limite inferior de especificação; μ é a média do processo; σ é o desvio-padrão do processo; e T é o valor nominal da especificação.

2.5 OS AVANÇOS E OS DESAFIOS DAS PESQUISAS SOBRE GRÁFICOS DE CONTROLE

Não há na literatura sobre o CEP modelagem estatística que, incorpore a significância econômica na análise do desempenho dos gráficos de controle, visto que essa abordagem depende do contexto da tomada de decisão. Nos estudos de Woodall (1985) e Montgomery (2009) são abordados aspectos práticos das decisões,

mas não apresentam modelos estatísticos a casos em que os parâmetros desconhecidos nos gráficos $\bar{X} - bar/R - S$.

Cabe destaque o trabalho inicial sobre o tema de Woodall (1985), que publicou um importante artigo sobre o que se denomina nesta tese de “significância econômica” dos gráficos de controle. Posteriormente novos trabalhos foram publicados sobre o tema, por exemplo, Montgomery (1999; 2010), Garcia-Dias e Aparisi (2005). O termo “significância econômica” ou “*economical significance*” foi utilizado por Gryna, Chua e Defeo (2007), com base nos trabalhos desenvolvido no Instituto Juran. Novamente aqui, constata-se a falta de modelagens estatísticas considerando a significância econômica e proposta de inclusão destas nos métodos de aplicação dos gráficos de controle.

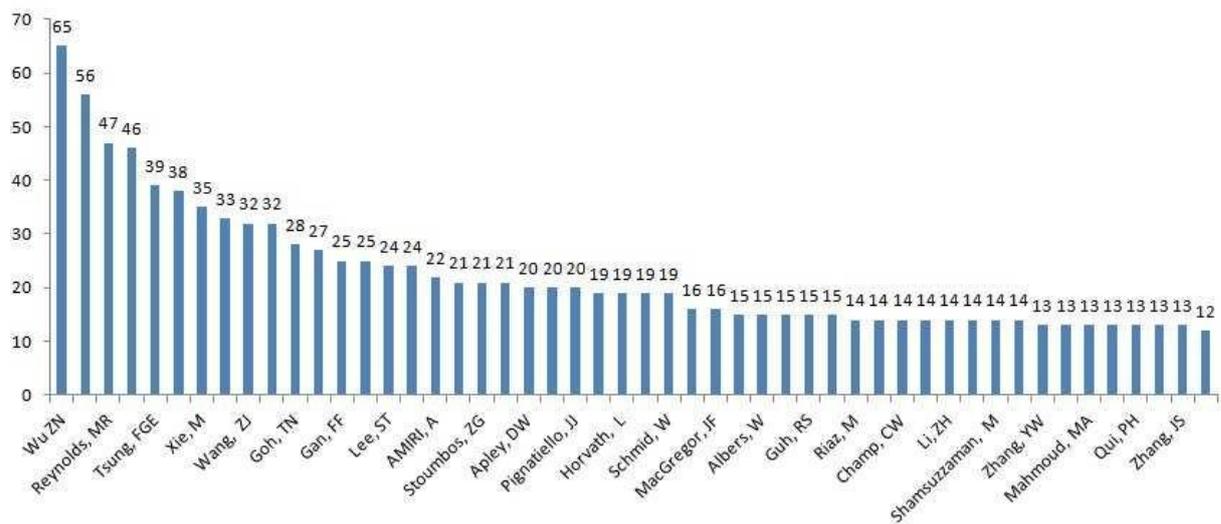
O distanciamento entre a teoria e prática está sendo estudado há anos (GAO e RHINEHART, 2004) isto faz com que a academia não protagonize os desenvolvimentos dos métodos relacionados ao CEP. Em resposta a essa afirmação, sugere-se que *há problemas de pesquisa relevantes relacionadas ao CEP que não foram devidamente pesquisados*. Segundo Castagliola, Celano e Chen (2009), há falta de pesquisas com o objetivo de propor uma metodologia de monitoramento para processos industriais que não podem ser estabilizados, mas que são capazes de atender as especificações de engenharia.

Continuando nas análises bibliométricas, Lizarelli et al. (2016) mostram os autores mais produtivos de 1956 à 2013 (Figura 11). Os principais autores concentraram suas publicações em alguns periódicos específicos; por exemplo, Woodall, Reynolds e Runger têm mais de 37% de suas publicações no Journal of Quality Technology. O fator de impacto da fonte de publicações, que são medidos pelo número de citações, é mostrado na Tabela 1, a mesma tabela mostra o índice. As revistas com maior fator de impacto (Annals of Statistics, Aiche Journal e Chemometrics e Intelligent Laboratory Systems) aparecem na vigésima terceira, vigésima segunda e na décima primeira posições em relação ao número de artigos publicados. Apesar do alto fator de impacto, estes não são os periódicos com maior número de publicações em CEP (LIZARELLI et al., 2016).

Segundo Lizarelli et al. (2016), as revistas com os maiores fatores de impacto dentre os 30 analisados são: Aiche Journal, Annals of Statistics, Chemometrics e Intelligent Laboratory Systems, ISA Transactions and Industrial & Engineering Chemistry Research. Em relação ao *h-index*, as cinco revistas com

maiores índices são: *Annals of Statistics*, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, *Technometrics*, *Chemometrics e Intelligent Laboratory Systems* e *International Journal of Production Research*. Dois periódicos (*Annals Statistics* e *Chenometrics* e *Inteligent Laboratory Systems*) têm ambos, um dos melhores fatores de impacto e índice *h*. Eles são importantes fontes de informação sobre o assunto para pesquisas. Outras fontes têm altos níveis de *h-index* e um grande número de publicações sobre CEP (por exemplo, *International Journal of Production Research* e *Technometrics*).

Figura 11 – Autores que mais publicam sobre CEP.



Fonte: Lizarelli et al. (2016).

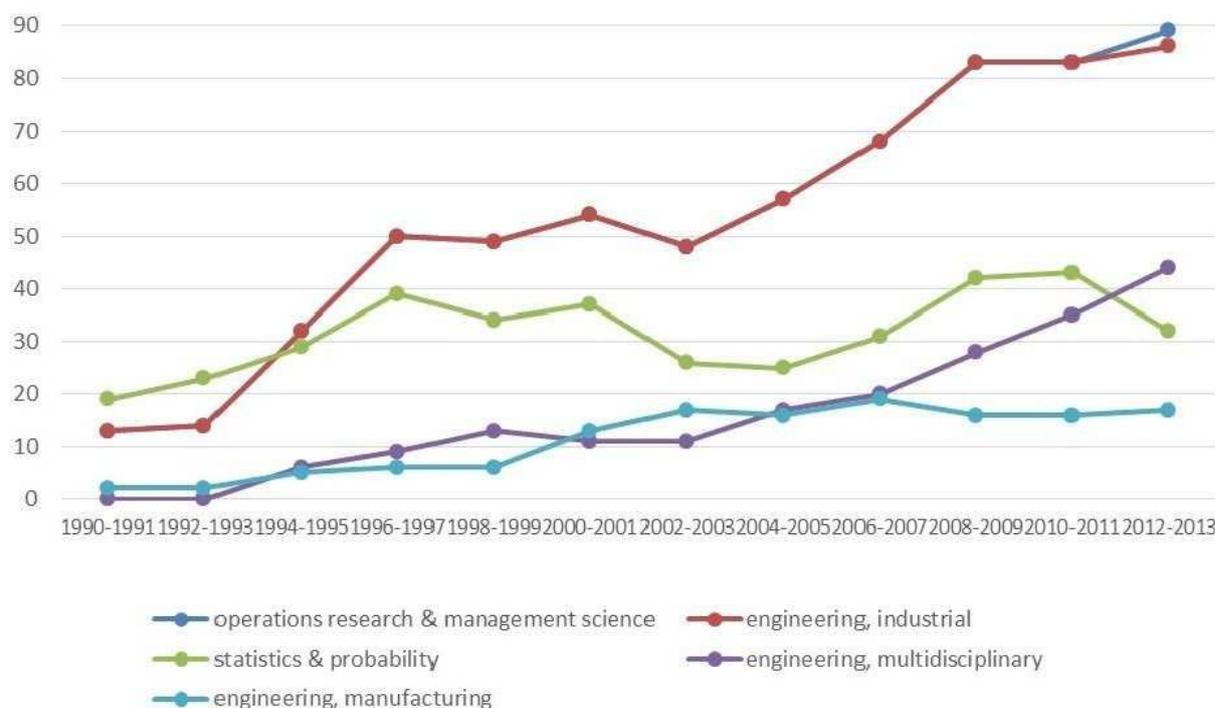
Tabela 1 – Classificação das principais fontes.

Number	# Records	Source	H-index	Impact Factor
1	216	JOURNAL OF QUALITY TECHNOLOGY	74	1.271
2	192	QUALITY AND RELIABILITY ENGINEERING INTERNATIONAL	29	0.994
3	135	INTERNATIONAL JOURNAL OF PRODUCTION RESEARCH	86	1.323
4	102	IIE TRANSACTIONS	68	1.064
5	95	COMMUNICATIONS IN STATISTICS SIMULATION AND COMPUTATION	33	0.288
6	87	TECHNOMETRICS	126	1.79
7	84	INTERNATIONAL JOURNAL OF ADVANCED MANUFACTURING TECHNOLOGY	48	1.779
8	69	COMMUNICATIONS IN STATISTICS-THEORY AND METHODS	49	0.284
9	66	JOURNAL OF APPLIED STATISTICS	36	0.453
10	62	COMPUTERS & INDUSTRIAL ENGINEERING	62	1.69
11	48	CHEMOMETRICS AND INTELLIGENT LABORATORY SYSTEMS	94	2.381
12	41	INDUSTRIAL & ENGINEERING CHEMISTRY RESEARCH	-	2.235
13	35	JOURNAL OF PROCESS CONTROL	56	2.179
14	34	JOURNAL OF STATISTICAL PLANNING AND INFERENCE	52	0.598
15	32	INTERNATIONAL JOURNAL OF PRODUCTION ECONOMICS	75	2.081
16	30	EXPERT SYSTEMS WITH APPLICATIONS	69	1.965
17	28	COMPUTATIONAL STATISTICS & DATA ANALYSIS	58	1.151
18	27	JOURNAL OF STATISTICAL COMPUTATION AND SIMULATION	31	2.037
19	27	STATISTICS IN MEDICINE	146	0.713

Fonte: Lizarelli et al. 2016.

Um resultado interessante das análises bibliométricas apresentado são os números absolutos de publicações por área. Observa-se que, há uma maior ocorrência de artigos de CEP classificados como Engenharia Industrial, Pesquisa Operacional e Ciência da Gestão. Um gráfico do número de publicações nas cinco categorias principais é mostrado na Figura 12. Verifica-se que a categoria probabilidade e estatística tem decaído o seu peso relativo em números de publicações para a área de engenharia e operações. As pesquisas e publicações no CEP tendem mais para as revistas de Engenharia e Operações que se concentram em sua maioria na pesquisa prática e aplicada.

Figura 12 – Evolução das publicações sobre CEP dos principais periódicos científicos.



Fonte: Lizarelli et al. (2016).

Portanto, conclui-se a partir das análises anteriores que CEP é uma importante área de pesquisa para os setores de Engenharia, Pesquisa Operacional e Ciência da Gestão. O que pode explicar o crescimento do número de artigos publicados sobre o CEP nos últimos anos. Entretanto, alguns tópicos de pesquisa, como o uso do *Average Run Length, ARL*, já foram bem explorados, abrindo espaço para tópicos como o controle estatístico multivariado. Incentivos à pesquisa de tópicos emergentes sobre CEP, como métodos não-paramétricos, processos de múltiplos fluxos, design econômicos de gráficos de controle e significância prática podem ser obtidos incentivando outros pesquisadores a trabalhar sobre os mesmos (WOODALL & MONTGOMERY, 2014; LIZARELLI et al., 2016).

Usa-se limites de controle simétricos, porém o impacto na qualidade e nos custos de produção depende da direção do desvio em relação à média. Não há desenvolvimentos teóricos de limites assimétricos, e ainda menos modelos desenvolvidos que incorporem a significância econômica nas decisões sobre o processo.

O controle estatístico do processo propicia a oportunidade de melhorar o desempenho do produto e da produtividade, porém, novamente afirma-se que, seus pressupostos limitam seu uso prático, no entendimento desta tese.

Segundo Soriano (2015), implementar o CEP é uma tarefa complexa, por exemplo no setor automotivo. As razões para o seu fracasso estão relacionadas a fatores organizacionais e sociais, como falta de comprometimento da alta direção e pouca compreensão sobre seus benefícios potenciais, e por fatores técnicos, como a ausência de formação e de compreensão das técnicas estatísticas. Por meio de pesquisa empírica, o autor constatou que os aspectos gerenciais e técnicos estão intimamente ligados entre si e são representados pela relação entre a alta direção e o apoio à formação. Os aspectos técnicos observados por meio da aplicação de CEP afetam diretamente os benefícios do programa.

Síntese do capítulo

Alguns pontos relevantes sobre o método clássico dos gráficos de controle estatístico que limitam seu uso:

- Suposição de normalidade dos dados;
- Monitoramento somente das medidas de posição central e de variabilidade;
- Para o cálculo dos erros tipo I e II assume-se que os parâmetros estatísticos sejam conhecidos;
- Os limites são simétricos, não havendo distinção de criticidade do desvio da média;
- Aspectos práticos e econômicos não são considerados;
- Não há tratamento especial para processos com variabilidade instantânea baixa, processos com alta capacidade;
- A modelagem estatística trata o desempenho dos gráficos como sendo de processos com parâmetros conhecidos;
- Os parâmetros dos gráficos de controle são fixos, não são considerados no modelo a possibilidade de flexibilizá-los em função dos custos e situações práticas.

3 MODELAGEM ESTATÍSTICA DO DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE \bar{X} - S^2 COM SIGNIFICÂNCIA ECONÔMICA E PRÁTICA

No capítulo precedente foi introduzido os aspectos relevantes sobre o controle estatístico de processo. Neste capítulo entrar-se-á especificamente na temática desta tese: a significância prática e econômica. Será desenvolvida a modelagem estatística para o gráfico \bar{X} - S^2 . Seguindo o exposto na Figura 3, inicia-se este capítulo conceituando a significância prática e econômica, nas Seções 3.1 e 3.2. A Seção 3.3, introduz os conceitos gerais de gráficos de controle de aceitação, proposto por Montgomery (2009), para em seguida, na Seção 3.4, desenvolver o objeto desta tese, que é a modelagem da expansão dos limites de controle por inclusão de um novo parâmetro Δ (parâmetro prático) nos limites de controle. Nas seções finais deste capítulo, serão apresentados os elementos restantes da Figura 3, a saber: Gráficos restritos aos índices de Cp/Cpk , Modelagem da função densidade de probabilidade do Cp/Cpk e Limites assimétricos e amostragem dupla.

3.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS EFEITOS DA ESTIMATIVA DE PARÂMETROS NO DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE

Um problema atual de pesquisa é estudar o desempenho de gráficos de controle por meio do ARL , quando os parâmetros estatísticos para o processo são estimados na fase I. Embora os artigos que tratam deste problema foram publicados na segunda metade da década de 1990, foi só a partir de 2006 que muitos estudos sobre os efeitos dos parâmetros estimados sobre o desempenho gráfico de controle foram publicados (JENSEN et al., 2006; CHEN, 1997; JONES et al., 2001; CHAKRABORTI, 2006; CASTAGLIOLA et al., 2009; MARAVELAKIS e CASTAGLIOLA, 2009; ZHANG e CASTAGLIOLA, 2011; CASTAGLIOLA e WU, 2012).

Para um processo sob controle, um gráfico de controle deve ter um grande ARL (WOODALL, 1985), logo ele deve sinalizar com pouca frequência o estado falso de estar fora de controle (JONES et al., 2001). Para um processo fora de controle o ARL deve ser pequeno (WOODALL, 1985). Por exemplo, se o processo se mantiver sob controle, tem-se um erro tipo I de 0,27%, e o ARL apresentará valor aproximadamente de 370.4, logo, ocorrerá um erro Tipo I a cada 370 amostras retiradas do processo. O cálculo do erro Tipo I será:

$$\alpha = P\left\{Z > \frac{LSC_{\bar{X}} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}\right\} + \left\{Z < \frac{LIC_{\bar{X}} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}\right\} = P\{|Z| > 3\} = 0,027$$

Tradicionalmente a qualidade do gráfico de controle na fase II é obtida pelo *ARL*. Tem-se que, para um estado.

- *fora do controle*, o *ARL* é dado por: $ARL = 1/(1 - \beta)$, nesta sua situação, quando tivermos que comparar dois ou mais gráficos de controle a regra de decisão será a seguinte: quem apresentar menor *ARL*, será o melhor gráfico de controle;
- *sob controle*, ARL_0 é dado por: $ARL_0 = 1/\alpha$, para esta situação a regra de decisão será a seguinte: quem apresentar maior *ARL*, será o melhor gráfico de controle.

Quando os limites de controle são conhecidos, o *ARL* é uma variável aleatória geométrica com parâmetro $\frac{1}{p}$, que representa a probabilidade de que um único ponto cair fora dos limites de controle. Quando os parâmetros que geram os limites de controle são estimados, a distribuição do *ARL* não é geométrica e, desse modo o uso de estimativas interfere no seu desempenho.

3.2 O SIGNIFICADO DE SIGNIFICÂNCIA ECONÔMICA E PRÁTICA NO CONTEXTO DOS PROCESSOS INDUSTRIAIS

A significância estatística é utilizada para determinar em uma pesquisa se o efeito observado ocorreu devido ao acaso ou não. A significância estatística refere-se a menor chance de erro de amostragem afetando as diferenças entre parâmetros estatísticos. Em outras palavras, a significância estatística reflete a baixa probabilidade de que, os dados observados tenham sido obtidos por acaso. A significância estatística indica que existe uma probabilidade de relação entre duas variáveis, em que o significado prático implica a existência de uma relação entre as variáveis e o cenário do mundo real (www.differencebetween.net/science, acesso em 2017). A significância estatística é centrada no tamanho da amostra, desde que a população seja homogênea. A significância prática surge da aplicabilidade do resultado na tomada de decisões. A significância prática é mais subjetiva e depende de fatores externos como custo, tempo, objetivos, etc., além da significância estatística.

Do ponto de vista da engenharia, o objetivo do sistema de controle de processo é tomar decisões que possam ser satisfatórias economicamente para as

empresas. Assim, têm-se as seguintes possibilidades ou erro de decisão: i) quando é necessário tomar uma ação corretiva no processo e por algum motivo isso não é realizado. Classifica-se essa situação como *falta de controle*. ii) outra possibilidade ocorre quando não é necessário parar o processo para uma análise de problema e de fato isso acaba ocorrendo a essa situação denominamos de *super controle*. Em ambos os casos compromete-se a produtividade.

Todo processo está sujeito à classificação segundo a sua capacidade em atender as especificações de engenharia. Um processo pode ser classificado em quatro casos, como mostra o Quadro 3.1 (AIAG, 1991).

Quadro 3 – Classificação do processo (AIAG,1991).

Requisitos do produto	Sob controle	Fora de controle
Aceitável	Caso 1	Caso 3
Não Aceitável	Caso2	Caso4

Fonte: AIAG (1991).

- Caso 1: situação ideal;
- Caso 2: processo sob controle, mas tem excessiva variação de causas comuns;
- Caso 3: o processo satisfaz os requisitos de aceitabilidade, mas o processo está fora de controle (significância econômica);
- Caso 4: o processo não está sob controle e nem é aceitável. (pior caso)

Os responsáveis pelo processo querem que o desempenho do gráfico de controle apresente uma pequena probabilidade de um alarme falso. Por outro lado, eles querem alta probabilidade de detecção quando o processo não atender aos clientes e no que se refere a atender aos requisitos do projeto. Com essa proposta, é possível definir a significância econômica, pois, caso o processo atende às exigências dos clientes, mas não está sob controle, ele é considerado aceitável. Em outros termos, significa que um pequeno desvio em relação à condição de processo estável pode ser aceito. Estas situações ocorrem quando o processo tem alta capacidade para atender os requisitos do projeto, mas há a presença de causas especiais. Justifica-se a não ação quando a ação sobre as causas especiais excede os benefícios econômicos (AIAG, 1991).

Mas a identificação de uma diferença estatisticamente significativa entre uma medida e um objetivo nem sempre leva à ação corretiva. A presença de causas atribuíveis (especiais) significa que o processo é instável, mas às vezes as causas atribuíveis (especiais) são tão numerosas que é necessário estabelecer prioridades de ação com base na significância econômica e parâmetros relacionados. Quando os problemas do produto são sérios e/ou frequentes, então a criação de um projeto de melhoria de qualidade formal ou tomar outras medidas é garantido. (Gryna et al. 2007, p.188).

Com o objetivo de provar a tese, foi realizada a modelagem estatística com a adição de limites de controle expandidos, com intuito de melhorar o desempenho do gráfico de controle, e desse modo diminuir o número de alarmes falsos, pois, desse modo trará benefícios significativos no tocante a parte econômica. Os limites de controle expandidos são apropriados, quando alguma mudança na média pode ocorrer sem um aumento significativo no percentual de produtos não-conformes, e esses limites de controle são mais largos que os limites de controle de Shewhart habituais (WOODALL, 1985).

Os limites de controle modificados em geral são utilizados em situações em que a variabilidade natural ou “dispersão” do processo é consideravelmente menor do que a largura dos limites de especificação, C_p ou C_{pk} é muito maior que 1. Na prática, esta situação ocorre ocasionalmente. Na verdade, isto deveria ser o resultado natural de um esforço bem-sucedido de redução da variabilidade do processo. O programa “seis-sigma” de redução da variabilidade elaborado pela Motorola enfoca o aperfeiçoamento de processos até que o valor mínimo de C_{pk} é 2.0. (Montgomery, 2004, p.283).

A definição das abordagens de significância econômica aqui proposta, pode ser escrita em termos matemáticos. Os Processos sob controle (*In Control - IC*) ocorrem quando $\mu \in [\mu_0 - \Delta\sigma_0; \mu_0 + \Delta\sigma_0]$, para $\Delta > 0$; Δ é o desvio permitido da operação condicional estável, quando atuando sobre causas especiais excede o benefício para todos e quaisquer clientes. Se $\Delta = 0$, não há desvio permitido da operação, e não há folga de necessária sobre causas especiais. As hipóteses estatísticas em termos de: $H_0: \mu = \mu_0 + \Delta\sigma_0$, $H_1: \mu \neq \mu_0 + \Delta\sigma_0$ devem ser consideradas na construção e interpretação dos gráficos de controle.

3.3 GRÁFICOS DE CONTROLE DE ACEITAÇÃO

Em se tratando do gráfico de controle modificado, há trabalhos que destacam sua importância e sua aplicabilidade, por exemplo, Chang e Gan (1999) enfatizam que, além da capacidade usual de sinalizar causas atribuíveis, o gráfico *X-bar* com limites modificados também tem a função de sinalizar a necessidade de ajuste das variáveis e deste modo melhorar a capacidade do processo. Para Costa (2015), a utilização de gráficos de controle modificados não necessita da construção de sub-

grupos, visto que, a mudança é processada nos limites de controle e não nos dados. A fundamentação desta abordagem é a seguinte: a partir de um tamanho amostral n , tomado de uma população, há uma fração de itens não-conformes do processo, δ , com probabilidade α , de um erro tipo I ocorrer. Logo, interpreta-se δ como fração não conforme do processo, no qual aceita-se com probabilidade $(1 - \alpha)$.

A abordagem que visa monitorar uma fração de unidades não-conformes de um gráfico $X\text{-bar}$ que excedem as especificações, é denominada de gráfico de controle de aceitação (MONTGOMERY, 2009). Sabe-se que nos estudos de Freund (1957), o gráfico de controle de aceitação pode levar em conta tanto o risco de rejeitar um processo que esteja operando a um nível satisfatório (erro tipo I), como risco de aceitar um processo que esteja operando a um nível insatisfatório (erro tipo II).

Um gráfico de controle de aceitação combina considerações de implicações de controle com elementos de amostragem de aceitação. É uma ferramenta apropriada para ajudar a tomar decisões com respeito à aceitação do processo (ISO 7966, 1993). Para Wesolowsky e Steiner (1994), os gráficos de controle de aceitação estabelecem limites de controle com base nos limites de especificações para processos muito capazes, em que a dispersão natural do processo é muito menor do que a dispersão permitida pelos limites de especificação, mas a média do processo pode derivar por causa de algum fator explicável e ainda incontrolável.

Veja o caso do desgaste de ferramentas mencionado por Wesolowsky e Steiner (1994), no qual depende da variação de tempo da retirada dos subgrupos:

O desgaste das ferramentas é um bom exemplo. À medida que a ferramenta se desgasta, a média do processo começa a mudar, mas, uma vez que o processo é muito capaz, a média do processo tem bastante espaço para se mover antes que um número inaceitável de itens defeituosos seja produzido. Como substituir as ferramentas pode ser caro, podemos tolerar uma certa quantidade de flutuação na média do processo antes de agir. Nessa situação, um gráfico de controle de tipo Shewhart não é aplicável. Não podemos mais fazer a suposição de que queremos detectar quando a média do processo muda e, portanto, fica "fora de controle". Em cartas de controle de aceitação, estamos dispostos a tolerar a flutuação controlada da média do processo. (Wesolowsky e Steiner, 1994, p. 531).

Um estudo preliminar do gráfico de controle de Shewhart deve ser conduzido, para verificar a validade da utilização do gráfico de controle de aceitação (ISO, 1993). E embora as cartas de controle de aceitação sejam amplamente utilizadas na prática, muitas vezes são projetadas sem considerar os aspectos econômicos que

resultariam em desvantagens econômicas do processo e causarão custos de processo crescentes (MOHAMMADIAN & PAYNABAR, 2008).

Alguns pontos relevantes sobre gráficos de controle de aceitação foram observados por Wesolowsky e Steiner, (1994):

Embora esses gráficos sejam estatisticamente semelhantes às variáveis - planos de amostragem de aceitação, o objetivo dos gráficos de controle de aceitação é a melhoria do processo e não a amostragem de aceitação. Para gráficos de controle de aceitação, toma-se amostras diretamente do processo de produção e não escolhe-se aleatoriamente amostras de um lote. Portanto, os gráficos de controle de aceitação não nos dizem sobre a aceitabilidade ou rejeição de lotes, mas sim quando devemos agir para melhorar o processo. Para uma discussão completa dos gráficos de controle de aceitação e referências adicionais ver Duncan (1986) e Wadsworth et al. (1986).

Montgomery (2009) apresenta dois modos de elaboração dos gráficos de controle de aceitação. Na primeira, planeja-se o gráfico de controle com base em um n especificado e uma fração não-conforme do processo γ que rejeitar-se-ia com probabilidade $1 - \beta$. Neste caso os limites de controle para o gráfico são:

$$LIC = \mu_I - \frac{Z_\beta \times \sigma}{\sqrt{n}} = LIE - z_\gamma \sigma + \frac{Z_\beta \times \sigma}{\sqrt{n}} = LIE - \left(Z_\gamma + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma \quad (3.1)$$

$$LSC = \mu_S + \frac{Z_\beta \times \sigma}{\sqrt{n}} = LIE + z_\gamma \sigma - \frac{Z_\beta \times \sigma}{\sqrt{n}} = LIE + \left(Z_\gamma + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma \quad (3.2)$$

Note que, quando n , γ e $1 - \beta$ (ou β) são especificados, os limites de controle estão entre os valores μ_I e μ_S , que produzem a fração não-conforme γ . Em contraste, quando n , δ e α são especificados, com limite inferior de controle situa-se entre μ_I e LIE , e o limite superior situa-se entre μ_S e LSE .

É possível também, escolher um tamanho de amostra para um gráfico de controle de aceitação, de modo que, se obtenha os valores especificados de δ , α , e β . Igualando os limites superiores de controle (digamos) para valores especificados de γ e α (Equação 3.1), obtém-se.

$$LSE - z_\gamma \sigma - \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \sigma = LSE - \left(Z_\gamma + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma \quad (3.3)$$

Portanto, um tamanho amostral de .

$$n = \left(\frac{z_\alpha + z_\beta}{z_\delta - z_\gamma} \right)^2 \quad (3.4)$$

Dará os valores desejados de δ , α , γ e β . Por exemplo, se $\delta = 0,01$, $\alpha = 0,00135$, $\gamma = 0,05$ e $\beta = 0,20$, deve-se tomar uma amostra de tamanho dada por

$$n = \left(\frac{z_{0,00135} + z_{0,20}}{z_{0,01} - z_{0,05}} \right)^2 = \left(\frac{3,00 + 0,84}{2,33 - 1,654} \right)^2 = 31,43 \text{ aprox } 32$$

Obviamente, para utilizar essa abordagem, n não deve ficar seriamente restrito pelo custo ou por outros fatores, tais como, considerações de subgrupos racionais.

Os gráficos de controle de aceitação e os gráficos de controle “modificados” relacionados, controlam a média de um processo com base no que é permitido pelos limites de especificação. No gráfico de controle de Shewhart é permitido flutuações de até 1,5 da média. O pressuposto é que o processo tem uma dispersão natural suficientemente pequena em relação aos limites de especificação (o processo tem um índice de capacidade de processo elevado) para permitir isto (WESOLOWSKY, 1992).

3.4 DESEMPENHO ESTATÍSTICO PARA O GRÁFICO DE CONTROLE \bar{X} -BAR CONSIDERANDO A SIGNIFICÂNCIA ECONÔMICA

Serão desenvolvidas as modelagens estatísticas para os quatro casos possíveis de situações de gráficos de controle da média populacional: i) quanto os parâmetros são conhecidos; ii) quando a média é desconhecida e o desvio padrão é conhecido; iii) quando a média é conhecida e o desvio padrão é desconhecido; iv) quarto caso, o mais comum, quando os dois parâmetros são desconhecidos. Esses quatro casos serão modelados considerando a significância econômica já apresentada nas seções anteriores.

3.4.1 Caso 1: Gráfico \bar{X} -bar com parâmetros conhecidos [μ_0 ; σ_0]

Considera-se um processo em estado sob controle (IC), quando $\mu = \mu_0 \pm \Delta\sigma_0$, para $\Delta \geq 0$, e fora de controle (Out of Control – OOC), quando $\mu = (\mu_0 \pm \Delta\sigma_0) + \delta\sigma_0$, em que $\delta > 0$, representa uma mudança na média do processo. Quando os parâmetros são especificados, o processo é declarado está sob controle (IC). Assim, tem-se:

$$\bar{X}_i \in \left(LIC = (\mu_0 - \Delta\sigma_0) - 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}; LSC = (\mu_0 + \Delta\sigma_0) + 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \right)$$

em que LSC = Limite Superior de Controle e LIC = Limite Inferior de Controle e \bar{X}_i é calculado a partir de uma amostra de tamanho n : $\{X_{i,1}, X_{i,2}, \dots, X_{i,n}\}$ O erro tipo I é $\alpha = P(\bar{X} \notin (LIC, LSC))$ ou $\alpha = 1 - P(\bar{X} \in (LIC, LSC))$. Para um processo que está em estado OOC, $\mu_1 = (\mu_0 + \Delta\sigma_0) + \delta\sigma_0$, conseqüentemente, $\mu_1 - (\mu_0 + \Delta\sigma_0) = \delta\sigma_0$, e

os limites e controle são $\begin{cases} LSC_{\bar{X}} = (\mu_0 + \Delta\sigma_0) + 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \\ LIC_{\bar{X}} = (\mu_0 - \Delta\sigma_0) - 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \end{cases}$ Se $K_{\bar{X}} = \frac{3}{\sqrt{n}}$, então, tem-se

$$\begin{cases} LSC_{\bar{X}} = (\mu_0 + \Delta\sigma_0) + K_{\bar{X}}\sigma_0 \\ LIC_{\bar{X}} = (\mu_0 - \Delta\sigma_0) - K_{\bar{X}}\sigma_0 \end{cases}$$

Esta expressão pode ser escrita como:

$$P(LIC_{\bar{X}} \leq \bar{X} \leq LSC_{\bar{X}}) = P\left(\frac{LIC_{\bar{X}} - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} \leq \frac{\bar{X} - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} \leq \frac{LSC_{\bar{X}} - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}}\right) \quad (3.5)$$

Para desenvolvimento desta expressão, os seguintes passos são:

$$\begin{aligned} & P\left(\left(LIC_{\bar{X}} - \mu_0 - \delta\sigma_0\right)\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} \leq Z \leq \left(LSC_{\bar{X}} - \mu_0 - \delta\sigma_0\right)\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0}\right) = \\ & P\left(\left((\mu_0 - \Delta\sigma_0) - K_{\bar{X}}\sigma_0 - \mu_0 - \delta\sigma_0\right)\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} \leq Z \leq \left((\mu_0 + \Delta\sigma_0) + K_{\bar{X}}\sigma_0 - \mu_0 - \delta\sigma_0\right)\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0}\right) = \\ & P\left(\left((\mu_0 - \Delta\sigma_0) - (K_{\bar{X}} + \delta)\sigma_0 - \mu_0\right)\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} \leq \left((\mu_0 + \Delta\sigma_0) + (K_{\bar{X}} - \delta)\sigma_0 - \mu_0\right)\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0}\right) = \\ & P\left(\left(\mu_0 - \Delta\sigma_0 - (K_{\bar{X}} + \delta)\sigma_0 - \mu_0\right)\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} \leq Z \leq \left(\mu_0 + \Delta\sigma_0 + (K_{\bar{X}} - \delta)\sigma_0 - \mu_0\right)\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0}\right) = \\ & P\left(\left(-\Delta\sigma_0 - (K_{\bar{X}} + \delta)\sigma_0\right)\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} \leq Z \leq \left(\Delta\sigma_0 + (K_{\bar{X}} - \delta)\sigma_0\right)\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0}\right). \end{aligned}$$

Desde que $K_{\bar{X}} = \frac{3}{\sqrt{n}}$:

$$\begin{aligned} & P\left(-\Delta\sigma_0\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} - \left(\frac{3}{\sqrt{n}}\sigma_0\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} + \delta\sigma_0\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0}\right) \leq Z \leq \left(\Delta\sigma_0\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} + \left(\frac{3}{\sqrt{n}}\sigma_0\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} - \delta\sigma_0\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0}\right)\right) = \\ & P(-\Delta\sqrt{n} - 3 - \delta\sqrt{n} \leq Z \leq \Delta\sqrt{n} + 3 - \delta\sqrt{n}) \end{aligned}$$

Então, a probabilidade pode ser encontrada é dada pela Equação (3.6):

$$P(LIC \leq \bar{X} \leq LSC) = \Phi([\Delta\sqrt{n} + 3 - \delta\sqrt{n}]) - \Phi([-\Delta\sqrt{n} - 3 - \delta\sqrt{n}]) \quad (3.6)$$

Esta expressão pode ser escrita pela Equação (3.7) como se segue:

$$P(LIC \leq \bar{X} \leq LSC) = \Phi([\Delta - \delta)(\sqrt{n} + 3]) - \Phi([-(\Delta + \delta)\sqrt{n} - 3]); \quad (3.7)$$

quando $\Delta \geq \delta$, o processo está IC, caso contrário o processo está OOC. Portanto, a distribuição do RL é geométrica com probabilidade $p(\Delta, \delta, m, n)$, pode-se afirmar que, a média de comprimento de percurso ARL é determinado pela Equação (3.8).

$$ARL = ARL(\Delta, \delta, m, n) = \frac{1}{1 - p(\Delta, \delta, m, n)} \quad (3.8)$$

Resultados numéricos, para essa condição foram desenvolvidos e serão mostrados nas seções subsequentes. O procedimento da análise do desempenho dos gráficos de controle com parâmetros conhecidos e considerando a significância

econômica foi realizado com o uso do Software *Maple*, versão 13. A solução numérica da expressão matemática do *ARL* foi obtida por meio da sintaxe dada no Quadro 4 a seguir.

Quadro 4 – Construção do programa (parâmetros conhecidos).

```

RRcaso1 := proc(Δ, n, δ)
  local i, fu, v, pn1, B, F, L, S, fv, ARL, ARL2,
  pn2, pn, u;
  pn1 := Statistics:-CDF(Normal(0, 1), Δ
  * sqrt(n) + 3 - δ * sqrt(n), numeric);
  pn2 := Statistics:-CDF(Normal(0, 1), - Δ
  * sqrt(n) - 3 - δ * sqrt(n), numeric);
  pn := pn1 - pn2;
  fu := Statistics:-PDF(Normal(0, 1), u,
  numeric);
  B := 1 - evalf(int(pn * fu, u = - ∞ .. ∞,
  numeric, digits = 6));
  ARL := 1 / B;
  ARL2 := eval(1 / (1 - pn), digits = 4);
  print(ARL2)
end proc

```

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.4.2 Caso 2: Gráfico X-bar com σ_0 conhecido e μ estimada [μ ; σ_0]

Para μ_0 desconhecida, $\bar{x} \in \left((\bar{\bar{X}} - \Delta\sigma_0) - 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}; (\bar{\bar{X}} + \Delta\sigma_0) + 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \right) = (\widehat{LIC}; \widehat{LSC})$. Em que $(\widehat{LIC}; \widehat{LSC})$ são os estimadores de *LSC* e *LIC*.

Assumindo que $(X_{i,1}, \dots, X_{i,n})$, $i = 1, 2, \dots, m$, é uma amostra independente da variável aleatória $X_{i,j} \sim \text{Normal}(\mu_0; \sigma_0)$. μ_0 é estimada pela Equação (3.9).

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij} \quad (3.9)$$

Na fase II, uma amostra de tamanho n é tomada, e \bar{X}_i é calculada de $\{X_{i,1}, X_{i,2}, \dots, X_{i,n}\}$. O Erro tipo I é obtido por $\alpha = P(\bar{X} \notin (\widehat{LIC}, \widehat{LSC}))$ ou $\alpha = 1 - P(\bar{X} \in (\widehat{LIC}, \widehat{LSC}))$. Para um processo fora de controle, $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$, conseqüentemente, $\mu_1 - (\mu_0 + \Delta\sigma_0) = \delta\sigma_0$, e os limites de controle são estimados

$$\begin{cases} \widehat{LSC}_{\bar{x}} = (\bar{\bar{X}} + \Delta\sigma_0) + 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \\ \widehat{LIC}_{\bar{x}} = (\bar{\bar{X}} - \Delta\sigma_0) - 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \end{cases}$$

$$K_{\bar{x}} = \frac{3}{\sqrt{n}}, \text{ então, } \begin{cases} \widehat{LSC}_{\bar{x}} = (\bar{\bar{X}} + \Delta\sigma_0) + K_{\bar{x}}\sigma_0 \\ \widehat{LIC}_{\bar{x}} = (\bar{\bar{X}} - \Delta\sigma_0) - K_{\bar{x}}\sigma_0 \end{cases}$$

Esta expressão pode ser escrita como Equação (3.10)

$$P(\widehat{LIC}_{\bar{X}} \leq \bar{X} \leq \widehat{LSC}_{\bar{X}}) = P\left(\frac{\widehat{LIC}_{\bar{X}} - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} \leq \frac{\bar{X} - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} \leq \frac{\widehat{LSC}_{\bar{X}} - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}}\right) \quad (3.10)$$

Desenvolvendo a expressão, com os seguintes passos:

$$P\left(\left(\widehat{LIC}_{\bar{X}} - \mu_0 - \delta\sigma_0\right) \frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} \leq Z \leq \left(\widehat{LSC}_{\bar{X}} - \mu_0 - \delta\sigma_0\right) \frac{\sqrt{n}}{\sigma_0}\right) =$$

$$P\left(\left(\left(\bar{X} - \Delta\sigma_0\right) - K_{\bar{X}}\sigma_0 - \mu_0 - \delta\sigma_0\right) \frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} \leq Z\right.$$

$$\left.\leq \left(\left(\bar{X} + \Delta\sigma_0\right) + K_{\bar{X}}\sigma_0 - \mu_0 - \delta\sigma_0\right) \frac{\sqrt{n}}{\sigma_0}\right) =$$

$$P\left(\left(\bar{X} - \Delta\sigma_0 - (K_{\bar{X}} + \delta)\sigma_0 - \mu_0\right) \frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} \leq Z \leq \left(\bar{X} + \Delta\sigma_0 + (K_{\bar{X}} - \delta)\sigma_0 - \mu_0\right) \frac{\sqrt{n}}{\sigma_0}\right) \quad (3.11)$$

Na fase II, para um processo em estado IC, $\bar{X} - \mu_0 = W \frac{\sigma_0}{\sqrt{m \cdot n}}$, então o IC pode ser escrito pela Equação (3.12)

$$P(\widehat{LIC}_{\bar{X}} \leq \bar{X} \leq \widehat{LSC}_{\bar{X}}) = P\left(\left[\frac{W}{\sqrt{mn}} - \Delta\sigma_0 - (K_{\bar{X}} + \delta)\sigma_0\right] \frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} \leq Z \leq \left[\frac{W}{\sqrt{mn}} + \Delta\sigma_0 + (K_{\bar{X}} - \delta)\sigma_0\right] \frac{\sqrt{n}}{\sigma_0}\right) \quad (3.12)$$

em que $W = \frac{\sqrt{mn}(\bar{X} - \mu_0)}{\sigma_0}$, e segue uma distribuição $n(0,1)$.

Para o desenvolvimento desta expressão, a probabilidade para $K_{\bar{X}} = \frac{3}{\sqrt{n}}$, pode ser encontrada e é dada pela Equação (3.13):

$$P(\widehat{LIC}_{\bar{X}} \leq \bar{X} \leq \widehat{LSC}_{\bar{X}}) = \Phi\left(\left[\frac{W}{\sqrt{m}} + \Delta\sigma_0 \frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} + 3 - \delta\sqrt{n}\right]\right) - \Phi\left(\left[\frac{W}{\sqrt{m}} - \Delta\sigma_0 \frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} - 3 - \delta\sqrt{n}\right]\right) \quad (3.13)$$

Então:

$$P(\widehat{LIC}_{\bar{X}} \leq \bar{X} \leq \widehat{LSC}_{\bar{X}}) = \Phi\left(\left[\frac{W}{\sqrt{m}} + \Delta\sqrt{n} + 3 - \delta\sqrt{n}\right]\right) - \Phi\left(\left[\frac{W}{\sqrt{m}} - \Delta\sqrt{n} - 3 - \delta\sqrt{n}\right]\right)$$

Logo, a Equação (3.13) pode ser escrita pela Equação (3.14) como segue:

$$P(\widehat{LIC}_{\bar{X}} \leq \bar{X} \leq \widehat{LSC}_{\bar{X}}) = \Phi\left(\left[\frac{W}{\sqrt{m}} + (\Delta - \delta)\sqrt{n} + 3\right]\right) - \Phi\left(\left[\frac{W}{\sqrt{m}} - (\Delta + \delta)\sqrt{n} - 3\right]\right) \quad (3.14)$$

em que $\Delta \geq \delta$, processo está IC, de outro modo, o processo está OOC.

Portanto, como a distribuição do número de amostras até detectar um ponto fora de controle, segue é geométrica com probabilidade $p(W, \Delta, \delta, m, n)$, pode-se então, determinar o número médio de amostras, o ARL , por meio da Equação (3.15)

$$ARL = ARL(\Delta, \delta, m, n) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{[1-p(W, \Delta, \delta, m, n)]} \varphi(w) dw \quad (3.15)$$

em que φ denota a fdp da variável aleatória $n(0,1)$. Assim, o ARL no estado IC é dado por $ARL_0 = ARL(0, \Delta, m, n)$.

O procedimento da análise do desempenho dos gráficos de controle com parâmetros da média estimada e desvio padrão conhecido e considerando a significância econômica foi realizado com o uso do Software *Maple*, versão 13. A solução numérica da expressão matemática do ARL foi obtida por meio da sintaxe dada no Quadro 5 a seguir:

Quadro 5 – Construção do programa (média estimada e desvio padrão conhecido).

```

RRC2 := proc(Δ, m, n, δ); local i, fu, v, pn1, Beta,
F, L, S, fv, ARL, ARL2, pn2, pn, u; pn1
:= CDF(Normal(0, 1),  $\frac{u}{\sqrt{m}} + \Delta \cdot \sqrt{n} + 3$ 
- δ·√n, numeric); pn2 := CDF(Normal(0,
1),  $\frac{u}{\sqrt{m}} - \Delta \cdot \sqrt{n} - 3 - \delta \cdot \sqrt{n}$ , numeric); pn
:= pn1 - pn2; fu := PDF(Normal(0, 1), u,
numeric); Beta := 1 - evalf(int(pn·fu, u = -∞..
∞, numeric, digits = 5)); ARL :=  $\frac{1}{Beta}$ ; ARL2
:= evalf(int( $\frac{1}{1 - pn} \cdot fu$ , u = -∞..∞,
numeric, digits = 4)); print(ARL2); end proc

```

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.4.3 Caso 3: Gráfico X-bar com μ_0 conhecida e σ estimado [μ_0 ; σ]

Assumindo que $(X_{i,1}, \dots, X_{i,n})$, $i = 1, 2, \dots, m$, $i = 1, 2, \dots, m$, é uma amostra independente da variável aleatória $X_{i,j} \sim \text{Normal}(\mu_0; \sigma_0)$. A estimação do σ_0 é obtida pela Equação (3.16).

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^2} \quad (3.16)$$

$$s_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 \quad (3.17)$$

No estado IC, quando μ_0 é conhecida e σ_0 é estimado, $\bar{x} \in \left((\mu_0 - \Delta\sigma_0) - 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}}; (\mu_0 + \Delta\sigma_0) + 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}} \right) = (\widehat{LIC}; \widehat{LSC})$. Como $K_{\bar{X}} = \frac{3}{\sqrt{n}}$, então a probabilidade no processo sob controle é dada pela Equação (3.18):

$$P(\widehat{LIC}_{\bar{X}} \leq \bar{X} \leq \widehat{LSC}) = P\left(\frac{\widehat{LIC}_{\bar{X}} - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}}} \leq \frac{\bar{X} - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}}} \leq \frac{\widehat{LSC}_{\bar{X}} - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}}}\right) \quad (3.18)$$

Os passos seguintes a serem desenvolvidos são:

$$P\left(\left(\widehat{LIC}_{\bar{X}} - \mu_0 - \delta\sigma_0\right)\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} \leq Z \leq \left(\widehat{LSC}_{\bar{X}} - \mu_0 - \delta\sigma_0\right)\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0}\right) =$$

$$P\left(\left((\mu_0 - \Delta\sigma_0) - K_{\bar{X}}\hat{\sigma}_0 - \mu_0 - \delta\sigma_0\right)\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} \leq Z \leq \left((\mu_0 + \Delta\sigma_0) + K_{\bar{X}}\hat{\sigma}_0 - \mu_0 - \delta\sigma_0\right)\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0}\right) =$$

$$P\left(\frac{-\Delta\sigma_0\sqrt{n} - K_{\bar{X}}\hat{\sigma}_0\sqrt{n} - \delta\sigma_0\sqrt{n}}{\sigma_0} \leq Z \leq \frac{\Delta\sigma_0\sqrt{n} + K_{\bar{X}}\hat{\sigma}_0\sqrt{n} - \delta\sigma_0\sqrt{n}}{\sigma_0}\right) =$$

$$P\left(-\Delta\sqrt{n} - \frac{K_{\bar{X}}\hat{\sigma}_0\sqrt{n}}{\sigma_0} - \delta\sqrt{n} \leq Z \leq \Delta\sqrt{n} + \frac{K_{\bar{X}}\hat{\sigma}_0\sqrt{n}}{\sigma_0} - \delta\sqrt{n}\right). \quad (3.19)$$

Se transformarmos a variável, $U = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}$, e $K_{\bar{X}} = \frac{3}{\sqrt{n}}$, Equação (3.19) pode ser escrita como Equação (3.20):

$$p(U, \Delta, \delta, m, n) = P(-\Delta\sqrt{n} - 3U - \delta\sqrt{n} \leq Z \leq \Delta\sqrt{n} + 3U - \delta\sqrt{n}) \quad (3.20)$$

A função de probabilidade de U é $f(u) = m(n-1)f_{\chi^2}(m(n-1)u)$. O comprimento médio da seqüência é geométrico com probabilidade $p(U, \Delta, \delta, m, n)$, é possível afirmar que, o comprimento médio da seqüência ARL é dado pela Equação (3.21):

$$ARL = ARL(U, \Delta, \delta, m, n) = \int_0^\infty \frac{1}{[1-p(U, \Delta, \delta, m, n)]} f(u) du \quad (3.21)$$

em que f_{χ^2} é a função densidade da distribuição qui-quadrado com $m(n-1)$ graus de liberdade. Portanto, o ARL no estado IC é dado por $ARL_0 = ARL(U, \Delta, 0, m, n)$.

O procedimento da análise do desempenho dos gráficos de controle com parâmetros da média conhecida e desvio padrão estimado e considerando a significância econômica foi realizado com o uso do Software *Maple*, versão 13. A

solução numérica da expressão matemática do *ARL* foi obtida por meio da sintaxe dada no Quadro 6 a seguir:

Quadro 6 – Construção do programa (média conhecida e desvio padrão estimado).

```

RRcaso3 := proc( $\Delta$ , m, n,  $\delta$ ); local i, fu, v, pn1,
Beta, F, L, S, fv, ARL, ARL2, pn2, pn, u; pn1
:= CDF(Normal(0, 1),  $\Delta \cdot \sqrt{n} + 3 \cdot u - \delta$ 
 $\cdot \sqrt{n}$ , numeric); pn2 := CDF(Normal(0, 1), - $\Delta$ 
 $\cdot \sqrt{n} - 3 \cdot u - \delta \cdot \sqrt{n}$ , numeric); pn := pn1
- pn2; fu := m  $\cdot$  (n - 1)  $\cdot$  PDF(ChiSquare(m
 $\cdot$  (n - 1)), m  $\cdot$  (n - 1)  $\cdot$  u, numeric); ARL2
:= evalf(int( $\frac{1}{1 - pn} \cdot fu$ , u = 0 .. 2, numeric,
digits = 4)); print(ARL2); end proc

```

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.4.4 Caso 4: Gráfico X-bar com parâmetros estimados [μ ; σ]

Agora, suponha que $(X_{i,1}, \dots, X_{i,n})$ são variáveis aleatórias, $i = 1, 2, \dots, m$, são amostras independentes de uma distribuição normal tomadas na fase I, com μ_0 e σ_0 desconhecidos, em que i é o número do sub grupo e n tamanho da amostra. Os estimadores de μ_0 e σ_0 são dados pelas Equações (3.22) e (3.23), respectivamente.

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij} \quad (3.22)$$

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^2} \quad (3.23)$$

em que $s_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$.

No estado sob controle, quando a μ_0 conhecida e σ_0 é estimado, $\bar{x} \in \left((\bar{X} - \Delta\sigma_0) - 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}}; (\bar{X} + \Delta\sigma_0) + 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}} \right) = (L\widehat{IC}; L\widehat{SC})$. Similarmente, para os casos 2 e 3, a expressão da probabilidade do processo em estado IC pode ser desenvolvida pela Equação (3.24):

$$P\left(\frac{(\bar{X} - \Delta\sigma_0) - 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}} - \mu_0 - \delta\sigma_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} \leq Z \leq \frac{(\bar{X} + \Delta\sigma_0) - 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}} - \mu_0 - \delta\sigma_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}}\right) \quad (3.24)$$

Para desenvolver a Equação (3.25), considerando que $\bar{X} - \mu_0 = W \frac{\sigma_0}{\sqrt{m \cdot n}}$ e $U = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}$, são realizados os seguintes passos:

$$P\left(-\Delta\sqrt{n} + \frac{W}{\sqrt{m}} - 3U - \delta\sqrt{n} \leq Z \leq \Delta\sqrt{n} + \frac{W}{\sqrt{m}} - 3U - \delta\sqrt{n}\right) \quad (3.25)$$

em que $W = \frac{\sqrt{mn}(\bar{X} - \mu_0)}{\sigma_0}$, segue uma distribuição normal $n(0,1)$ e a função densidade de U é $f(u) = m(n-1)f_{\chi^2}(m(n-1)u)$. O comprimento médio da sequência é geométrico com probabilidade $p(W, U, \Delta, \delta, m, n)$, pode-se afirmar que o comprimento médio da sequência ARL é dado pela Equação (3.26)

$$ARL = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{1}{1-p(W,U,\Delta,\delta,m,n)} f(u)\varphi(w)dw \quad (3.26)$$

em que φ denota a fdp de uma variável aleatória $n(0,1)$ e f_{χ^2} é a função densidade de uma distribuição qui-quadrado com $m(n-1)$ graus de liberdade.

O procedimento da análise do desempenho dos gráficos de controle com parâmetros desconhecidos e considerando a significância econômica foi realizado com o uso do *Software Maple*, versão 13. A solução numérica da expressão matemática do ARL foi obtida por meio da sintaxe dada no Quadro 7 a seguir:

Quadro 7 – Construção do programa (parâmetros desconhecidos).

```

RRC4 := proc(Δ, m, n, δ); local i, fu, v, pn1, Beta,
F, L, S, fv, ARL, ARL2, pn2, pn, u; pn1
:= CDF(Normal(0, 1),  $\frac{v}{\sqrt{m}} + \Delta \cdot \sqrt{n} + 3 \cdot u$ 
-  $\delta \cdot \sqrt{n}$ , numeric); pn2 := CDF(Normal(0,
1),  $\frac{v}{\sqrt{m}} - \Delta \cdot \sqrt{n} - 3 \cdot u - \delta \cdot \sqrt{n}$ , numeric)
; pn := pn1 - pn2; fu := m · (n - 1)
· PDF(ChiSquare(m · (n - 1)), m · (n - 1) · u,
numeric); fv := PDF(Normal(0, 1), v,
numeric); Beta := 1 - evalf(int(pn · fv, v = -∞ ..
∞, numeric, digits = 5)); ARL :=  $\frac{1}{Beta}$ ; ARL2
:= evalf(int( $\frac{1}{1 - pn} \cdot fu \cdot fv$ , u = 0 .. 2, v = -3
.. 3, numeric, digits = 4)); print(ARL2); end
proc

```

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.4.5 As propriedades das cartas de controle S^2 com σ_0 estimado

Uma extensão da significância econômica é feita para o gráfico da variância, pois este gráfico compõe o sistema de controle estatístico $X - \bar{bar}/R - S -$ ou S^2 . Decidiu-se aqui expandir a modelagem para esse tipo de gráfico, pois, ele tem peculiaridades que o distingue do gráfico $X - \bar{bar}$.

Suponha que $(X_{i,1}, \dots, X_{i,n})$ sejam variáveis aleatórias, e $i = 1, 2, \dots, m$, sejam amostras independentes extraídas de um processo na fase I, com σ_0 não conhecido, em que i identifica o subgrupo. Quando o processo está sob controle (IC),

para $\sigma_1 = \delta\sigma_0$, tem-se que, $\delta = 1$, e quando o processo está fora de controle (OOC), $\delta > 1$. Deste modo, $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_0^2$ (IC), e $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_0^2$ (OOC).

No estado IC, quando o desvio padrão é conhecido,

$$s_i^2 \in \{(0; k\sigma_0^2) = (0; LSC)\}$$

em que LSC é o Limite Superior de Controle e k é uma constante. Para σ_0 não conhecido, o estado de IC do processo ocorre quando $s_i^2 \in \{(0; k\hat{\sigma}_0^2) = (0; \widehat{LSC})\}$, em que $(0; \widehat{LSC})$ é a estimativa de LSC . Assume-se que $(X_{i,1}, \dots, X_{i,n})$, $i = 1, 2, \dots, m$, são amostras independentes da variável $X_{i,j} \sim Normal(\mu_0; \sigma_0)$. A estimativa de σ_0 é obtida pela Equação (3.28):

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^2 \quad (3.28)$$

$$s_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 \quad (3.29)$$

Na fase II, amostras de tamanho n são extraídas, e s_i^2 são calculadas de $\{X_{i,1}, X_{i,2}, \dots, X_{i,n}\}$. O erro tipo I é $\alpha = P(\bar{X} \notin (0, \widehat{LSC}))$ ou $\alpha = 1 - P(s_i^2 \in (0, \widehat{LSC}))$. Sendo que, a probabilidade do erro tipo I depende da estimativa da variância e, por conseguinte, dos limites de controle, $P(\alpha | \hat{\sigma}_0^2)$. Para um processo que está OOC, $\sigma_1 = \delta\sigma_0$, para $\delta > 1$, e a estimativa do limite de controle será obtida por $\widehat{LSC}_{s^2} = k\hat{\sigma}_0^2$.

Para o estado sob controle, pode-se escrever a seguinte Equação (3.30):

$$P(s_i^2 \leq \widehat{LSC}) = P\left(\frac{s_i^2(n-1)}{\sigma_1^2} \leq \frac{\widehat{LSC}(n-1)}{\sigma_1^2}\right) \quad (3.30)$$

Desenvolve-se a Equação (3.30), de acordo com os seguintes passos:

$$P\left(\frac{s_i^2(n-1)}{\sigma_1^2} \leq \frac{k\hat{\sigma}_0^2(n-1)}{\sigma_1^2}\right) = P\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{k\hat{\sigma}_0^2(n-1)}{\sigma_1^2}\right) \quad (3.31)$$

em que, $X_{n-1}^2 = \frac{s_i^2(n-1)}{\sigma_1^2}$, é o valor da distribuição de probabilidade do Qui-quadrado.

Como $\sigma_1^2 = \delta^2\sigma_0^2$ e $U = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}$, pode-se escrever a Equação (3.32):

$$P(s_i^2 \leq LSC) = P\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{kU(n-1)}{\delta^2}\right) \quad (3.32)$$

Sendo o erro tipo I, $\alpha = 1 - P(s_i^2 \in (0, \widehat{LSC}))$, quando $\delta = 1$. Assim $\alpha = 1 - P(X^2 \leq kU(n-1))$, resultando na Equação (3.33)

$$\alpha = 1 - F_{X^2}(kU(n-1)) \quad (3.33)$$

O erro tipo II, é $\beta = P\left(s_i^2 \in (0, \widehat{LSC})\right)$ quando $\delta > 1$. Assim, tem-se a Equação (3.34) do erro tipo II

$$\beta = P\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{kU(n-1)}{\delta^2}\right) = F_{X^2}\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{kU(n-1)}{\delta^2}\right) \quad (3.34)$$

A função de distribuição de probabilidade de U é $f(u) = m(n-1) f_{X^2}(m(n-1)u)$. A incondicional ARL é dada pela Equação (3.35) abaixo:

$$ARL = \int_0^\infty \frac{1}{1-\beta} f(u) du \quad (3.35)$$

Resultando na Equação (3.36) do ARL mostrada a seguir:

$$ARL(m, n, \delta) = \int_0^\infty \frac{1}{1-F_{X^2}\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{kU(n-1)}{\delta^2}\right)} m(n-1) f_{X^2}(m(n-1)u) du \quad (3.36)$$

em que f_{X^2} é a função densidade de probabilidade da Distribuição Qui-quadrado com $m(n-1)$ graus de liberdade.

3.4.6 Desempenho da carta de controle S^2 considerando a significância econômica e σ_0 estimado

Suponha que $(X_{i,1}, \dots, X_{i,n})$ são variáveis aleatórias, $i = 1, 2, \dots, m$, de uma amostra independente tomadas na Fase I, com σ_0 desconhecido, em que i representa o número do subgrupo e Δ é a mudança admissível em σ_0 . Quando o processo está em estado sob controle (IC), para $\sigma_1 = (\delta + \Delta)\sigma_0$, tem-se $\delta = 1$ e $\Delta \geq 0$.

Então, quando processo está OOC, tem-se que $\delta > 1$. Assim, $H_0: \sigma_1 \leq (\sigma_0 + \Delta\sigma_0)$ (IC), e $H_1: \sigma_1 > (\sigma_0 + \Delta\sigma_0)$ (OOC). Em IC, quando o desvio padrão é conhecido, tem-se a seguinte relação, ilustrada na Equação (3.37)

$$s_i^2 \in \{(0; K(\sigma_0^2 + \Delta^2\sigma_0^2) = (0; LSC)\} \quad (3.37)$$

em que LSC é o Limite Superior de Controle e K é uma constante. Para σ_0 não conhecido, IC ocorre quando $s_i^2 \in \{(0; K(\hat{\sigma}_0^2 + \Delta^2\sigma_0^2) = (0; \widehat{LSC})\}$.

Na fase II, amostras de tamanho n são tomadas, e s_i^2 é calculado de $\{X_{i,1}, X_{i,2}, \dots, X_{i,n}\}$. O erro tipo I é $\alpha = P\left(\bar{X} \notin (0, \widehat{LSC})\right)$ ou $\alpha = 1 - P\left(s_i^2 \in (0, \widehat{LSC})\right)$. Para um processo que está OOC, $\sigma_1 = \delta\sigma_0$, para $\delta > 1$, e a estimativa do limite de controle será $\widehat{LSC} = K(\hat{\sigma}_0^2 + \Delta^2\sigma_0^2)$.

Para o estado IC, pode-se escrever a Equação (3.38):

$$P(s_i^2 \leq \widehat{LSC}) = P\left(\frac{s_i^2(n-1)}{\sigma_1^2} \leq \frac{\widehat{LSC}(n-1)}{\sigma_1^2}\right) \quad (3.38)$$

Desenvolvendo essa expressão, obtém-se a Equação (3.39):

$$P\left(\frac{s_i^2(n-1)}{\sigma_1^2} \leq \frac{K(\hat{\sigma}_0^2 + \Delta^2 \sigma_0^2) \cdot (n-1)}{\sigma_1^2}\right) = P\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{K(\hat{\sigma}_0^2 + \Delta^2 \sigma_0^2) \cdot (n-1)}{\sigma_1^2}\right) \quad (3.39)$$

Como $\sigma_1^2 = \delta^2 \sigma_0^2$, a Equação (3.31) é descrita pela Equação (3.40):

$$P\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{K(\hat{\sigma}_0^2 + \Delta^2 \sigma_0^2) \cdot (n-1)}{\delta^2 \sigma_0^2}\right) = P\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{K\hat{\sigma}_0^2(n-1) + K\Delta^2 \sigma_0^2(n-1)}{\delta^2 \sigma_0^2}\right) \quad (3.40)$$

Se $U = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}$, tem-se a seguinte Equação (3.41):

$$P\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{K\hat{\sigma}_0^2(n-1)}{\delta^2 \sigma_0^2} + \frac{K\sigma_0^2(n-1)}{\delta^2 \sigma_0^2}\right) = P\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{KU(n-1)}{\delta^2} + \frac{K\Delta^2(n-1)}{\delta^2}\right) \quad (3.41)$$

O erro tipo I, será então, $\alpha = 1 - P\left(s_i^2 \in (0, \widehat{LSC})\right)$, quando $\delta = 1$.

Assim, $\alpha = 1 - P[X^2 \leq KU(n-1) + K\Delta^2(n-1)]$. E, o erro tipo II é $\beta = P\left(s_i^2 \in (0, \widehat{LSC})\right)$ quando $\delta > 1$. Portanto, foi obtida a seguinte Equação (3.42) para o erro tipo II:

$$\beta = \left(X_{n-1}^2 \leq \frac{KU(n-1)}{\delta^2} + \frac{K\Delta^2(n-1)}{\delta^2}\right) = F_{X^2}\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{KU(n-1) + K\Delta^2(n-1)}{\delta^2}\right) \quad (3.42)$$

A incondicional *ARL* é uma função $p(\Delta, U, m, n, \delta)$ e obtida pela Equação (3.43):

$$ARL(\Delta, m, n, \delta) = \int_0^\infty \frac{1}{1 - p(\Delta, U, m, n, \delta)} m(n-1) f_{X^2}(m(n-1)u) du \quad (3.43)$$

Esta é similar à Equação (3.36):

$$ARL(\Delta, m, n, \delta) = \int_0^\infty \frac{1}{1 - F_{X^2}\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{KU(n-1) + K\Delta^2(n-1)}{\delta^2}\right)} m(n-1) f_{X^2}(m(n-1)u) du \quad (3.44)$$

A análise do desempenho das cartas de variância com parâmetro estimado e considerando a significância prática foi realizado com o uso do *Software Maple*, versão 13. A solução numérica da expressão matemática do *ARL* foi obtida por meio da sintaxe dada no Quadro 8 a seguir:

Quadro 8 – Construção do programa (variância).

```
RR2 := proc(m, n, delta, K, Delta); local i, fu, v, p1, Beta, F, L, S, fv, ARL,
pn2, pn, u; p1 := CDF( ChiSquare(n-1),
(n-1)K*u + Delta^2*(n-1)*K, numeric ); fu := m*(n-1)
delta^2
. PDF( ChiSquare(m*(n-1)), m*(n-1)*u, numeric ); ARL
:= evalf( int( fu/(1-p1), u=0..infinity, numeric, digits=5 ) );
print(ARL); end proc
```

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.5 RELAÇÃO DO FATOR DE EXPANSÃO Δ COM OS ÍNDICES DE CAPABILIDADE

Pode-se escrever Δ como segue, $\Delta = \frac{\mu - \mu_0}{\sigma_0}$. Para *LSE* (Limite Superior de Especificação), *LIE* (Limite Superior de Especificação) e N é a especificação nominal. Pode-se escrever que $Cpk_{max} = Cp = \frac{LSE - N}{3\sigma_0} = \frac{N - LIE}{3\sigma_0}$ ($Cp = \frac{LSE - LIE}{6}$); se $\mu = N = LIE + 3Cp\sigma_0$ e $\mu_0 = LIE + 3Cpk_{min}\sigma_0$ (para $Cpk_{min} = \frac{\mu_0 - LIE}{3\sigma_0}$), então

Para um processo que está no estado sob controle, a probabilidade condicional de um sinal, que representa a taxa de alarmes falsos condicional em inglês *conditional false alarm rate* (CFAR) é dada pela Equação (3.45)

$$p(W, \Delta_{Cpk}, 0, m, n) = \alpha = 1 - [\Phi\left(\left[\frac{W}{\sqrt{m}} + 3\Delta_{Cpk}\sqrt{n} + 3\right]\right) + \Phi\left(\left[\frac{W}{\sqrt{m}} - 3\Delta_{Cpk}\sqrt{n} - 3\right]\right)]. \quad (3.45)$$

$$\Delta = \frac{LIE + 3Cp\sigma_0 - LIE - 3Cpk_{min}\sigma_0}{\sigma_0} = 3(Cp - Cpk_{min}) = 3\Delta_{Cpk}. \quad \text{Portanto, a}$$

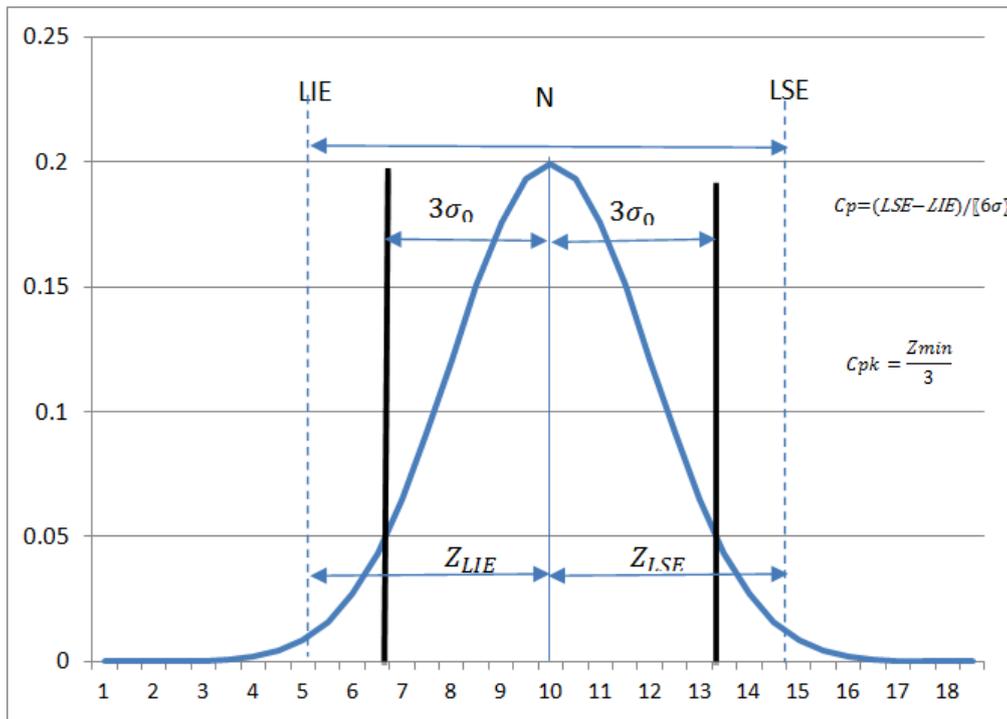
probabilidade condicional de um sinal é dada pela Equação (3.46)

$$p(W, \Delta_{Cpk}, \delta, m, n) = 1 - \Phi\left(\left[\frac{W}{\sqrt{m}} + 3\Delta_{Cpk}\sqrt{n} + 3 - \delta\sqrt{n}\right]\right) + \Phi\left(\left[\frac{W}{\sqrt{m}} - 3\Delta_{Cpk}\sqrt{n} - 3 - \delta\sqrt{n}\right]\right). \quad (3.46)$$

Para $Cp > Cpk_{min}$, $\Delta_{Cpk} > 0$ e os limites de controle são expandidos por $3\Delta_{Cpk}\sqrt{n}$.

Há uma relação entre Cpk e δ , dada por: $Cpk = Cp - \frac{\delta}{3}$, em que $\mu = \mu_0 + \delta\sigma_0$, sendo que um processo sob controle, $\delta = 0$. A Figura 3.1 mostra o significado dos índices de capacidade.

Figura 13 – Relação entre Cp e Cpk com os requisitos do projeto m, n .



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.6 ABORDAGEM DO DESIGN ECONÔMICO COM LIMITES VARIÁVEIS E ASSIMÉTRICOS COM AMOSTRAGEM DUPLAS

Esta seção apresenta uma revisão de gráficos de controle com limites assimétricos, baseado no trabalho de Gonçalves et al. (2016). Este tipo de gráfico pode ser uma alternativa ao problema da significância econômica e prática. A rigor, quando se planeja construir gráficos de controle é comum afirmar que os dados apresentam distribuição normal, isto implica que os limites de controle de um gráfico de médias serão simétricos com relação à linha central gráfico (YAZICI & KAN, 2008).

É considerada que a construção de designs de gráfico de controle econômicos, no qual os parâmetros estatísticos dos gráficos variam (pV), fundamenta-se na visão clássica de Shewhart, em que os parâmetros são fixos (pF). Gonçalves et al. (2016) apresentam uma construção distinta, em que o desempenho dos gráficos de controle, com parâmetros variáveis, apresentam melhores desempenho quando comparadas com as de parâmetros fixos, em termos do erro tipo I (COSTA, 1997; NIEBLES et al., 2014).

Justifica-se essa abordagem de pV , pois nos últimos anos, a concepção de gráficos de controle seguiu uma nova direção, em que os parâmetros do gráfico podem

mudar durante o processo de produção, em vez de serem mantidos fixos (DIAS e INFANTE, 2008). Além do que, uma pesquisa comparativa do desempenho do gráfico de controle $X\text{-bar}$ para os limites assimétricos e simétricos revelou que, os limites simétricos apresentam melhores resultados quando a média do processo se desloca para um valor maior, considerando que a característica da qualidade tenha uma distribuição assimétrica positiva (CHEN e KUO, 2007).

Noorossana e Toosheghanian (2013), mostram a importância da utilização de intervalos de amostras variáveis (pV), ao indicar que ela melhora significativamente o desempenho dos gráficos de controle tradicionais. Logo, isto é uma constatação de que as publicações recentes vêm aperfeiçoando a teoria clássica elaborada por Shewhart em meados da década de 20. Sustenta essa afirmação o trabalho de Veljkovic, Elfaghine e Jevremovic que proporam um design estatístico econômico para o gráfico $X\text{-bar}$ quando a característica de qualidade estudada apresentar distribuição simétrica, mas não sendo a distribuição normal. De Magalhães et al. (2015) elaboraram um modelo econômico para gráficos de controle $X\text{-bar}$, no qual todos os parâmetros contidos eram variáveis na forma adaptativa e obtiveram bons resultados.

3.6.1 Desenvolvimento teórico das Cartas $X\text{-bar}$ com parâmetros variáveis (pV)

As cartas de controle com parâmetros fixos, com passar do tempo, foram perdendo espaço no contexto industrial, não devido a problemas estruturais, mas devido à simplicidade operacional, pois, as amostras de tamanho n são tomadas a cada h horas e investiga-se o processo somente quando um ponto amostral ficar fora dos limites de controle, fez dos gráficos de Shewhart um dispositivo lento na detecção de pequenas alterações no processo (COSTA, 1998).

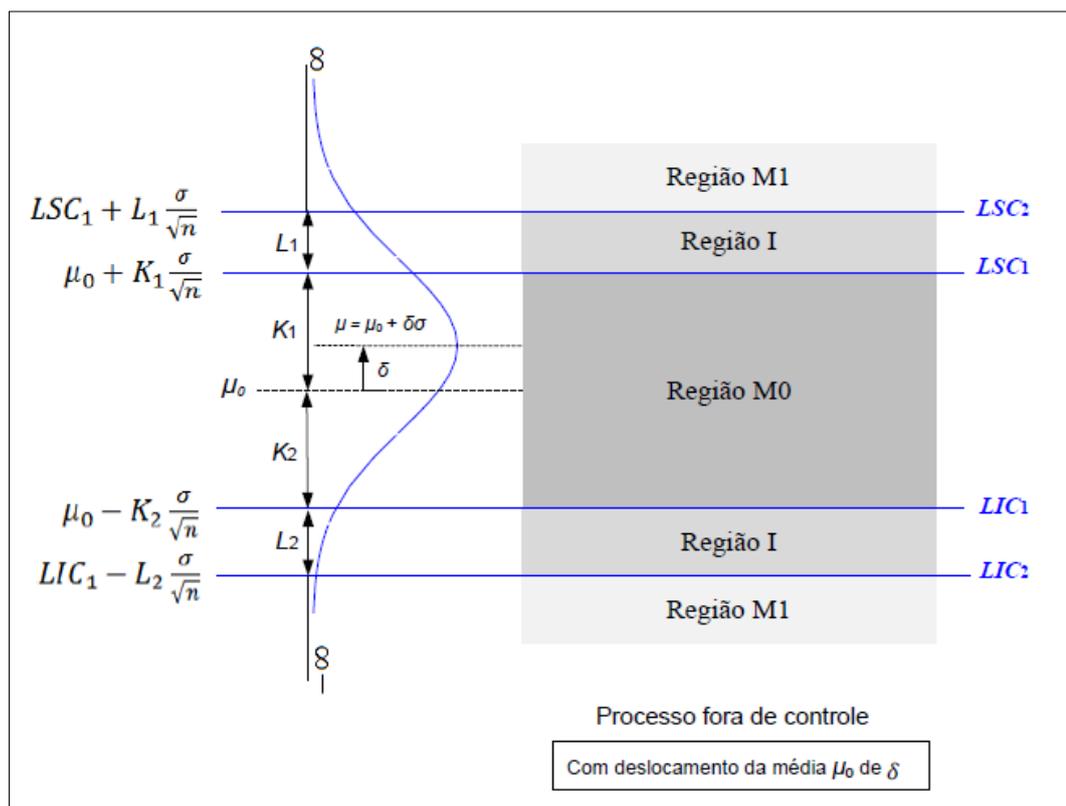
Nas cartas de controle tipo Shewhart, a rigor, os parâmetros são essencialmente três: o primeiro é o tamanho da amostra n ; o segundo o número de amostras m , que é geralmente utilizado na fase de estimativa dos parâmetros estatísticos, e por último a constante K (adota-se $K=3$), que é o número de desvios padrões em relação à média do processo. Os gráficos de controle $\bar{X}\text{-}R$ com pF cujos elementos que a compõe são denotados por n_0, m_0, k_0, L_0 e δ_0 , tem os seus limites, LSC e LIC , dados por: $\mu_0 \pm \frac{k_0\sigma}{\sqrt{n_0}}$, e a linha central μ_0 conforme observado na Figura 14.

LEE, 2002; CHEN, 2004; VILLALOBOS; MUNÓZ; GUTIERREZ, 2005; LIN; CHOU, 2005; LIU et al., 2006; DE MAGALHÃES et al., 2006; DE MAGALHÃES; COSTA; MOURA NETO, 2009).

Os parâmetros normalmente utilizados em gráficos pV são: tamanho da amostra (n); número de amostras (m); coeficiente de limite de controle (k); os limites para a região de indiferença (L); e, número de desvios em relação à média populacional (δ). O *design* de parâmetro de cartas \bar{X} e R pV em casos gerais podem ser diferentes para cada valor amostrado (DE MAGALHÃES; EPPRECHT; COSTA, 2001).

Gonçalves et al. (2016) propõem novos parâmetros que são os coeficiente de limite de controle (K_1 e K_2), e os limites para a região de indiferença (L_1 e L_2), com a diferenças que eles podem ser assimétricos, como mostra a Figura 15. Logo, os limites estabelecidos para cada região serão: a região M_0 estará contida entre o LSC_1 (Limite superior de Controle) e o LIC_1 (Limite Inferior de Controle); a região I denominada pelo parâmetro L_1 estará contida acima do LSC_1 e abaixo do LSC_2 ; e, L_2 estará entre o LIC_1 e LIC_2 . Por último, a região M_1 é definida pelos pontos que caírem acima do LSC_2 e abaixo do LIC_2 , como demonstra a Figura 15.

Figura 15 – Limites de controle propostos.



Fonte: Gonçalves et al. (2016).

Os limites de controle para a média amostral, para amostras fixas de tamanho n de cada região quando a média é conhecida são obtidos por:

Região M0: $\bar{X} \in [LIC_1; LSC_1]$, em que $LIC_1 = \mu_0 - K_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $LSC_1 = \mu_0 + K_1 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$;

Região I: $\bar{X} \in [LIC_2 - LIC_1; LSC_2 - LSC_1]$, em que $LIC_2 = LIC_1 - L_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ e $LSC_2 = LSC_1 + L_1 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$;

Região M1: $\bar{X} \in [-\infty, LIC_2; LSC_2, \infty]$.

Para o caso quando a média é desconhecida e o desvio padrão é conhecido, a média é estimada na fase I, em que m amostras de tamanho n são extraídas. Para esses casos, tem-se que obter as probabilidades da média amostral na fase II cair em cada uma das regiões. Dado que $(X_{i,1}, \dots, X_{i,n})$, $i = 1, 2, \dots, m$ são variáveis aleatórias $X_{i,j} \sim Normal(\mu_0; \sigma_0)$. A média μ_0 é estimada pela Equação (3.47):

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij} \quad (3.47)$$

Na fase II amostras $\{X_{i,1}, X_{i,2}, \dots, X_{i,n}\}$ de tamanho n são retiradas do processo. O erro amostral $\bar{X} - \mu_0 = W \frac{\sigma_0}{\sqrt{m \cdot n}}$, é considerado no desenvolvimento do cálculo das probabilidades. As probabilidades são dadas por:

$$\begin{aligned} P(\bar{x} \in [LIC_1; LSC_1]) &= \Phi\left(\frac{W}{\sqrt{m}} + K_2 - \delta\sqrt{n}\right) - \Phi\left(\frac{W}{\sqrt{m}} - K_1 - \delta\sqrt{n}\right) \\ P(\bar{x} \in [LIC_2 - LIC_1; LSC_2 - LSC_1]) &= \Phi\left(\frac{W}{\sqrt{m}} - K_2 + L_2 - \delta\sqrt{n}\right) - \Phi\left(\frac{W}{\sqrt{m}} - K_1 - \delta\sqrt{n}\right) \\ P(\bar{x} \in [-\infty, LIC_2; LSC_2, \infty]) &= 1 - [P(\bar{x} \in [LIC_1; LSC_1]) + \\ &P(\bar{x} \in [LIC_2 - LIC_1; LSC_2 - LSC_1])] \end{aligned}$$

Entretanto, o *ARL* (*Average Run Length*), o número esperado de amostras tomadas antes que o deslocamento seja detectado, possui a característica de uma distribuição geométrica e com probabilidade $p(\delta, m, n)$, e pode ser descrita pela Equação (3.48):

$$ARL = ARL(\delta, m, n) = \frac{1}{1 - p(\delta, m, n)} \quad (3.48)$$

Dado que o número médio de amostras, *ARL*, até identificar um ponto fora dos limites, depende do erro de estimativa da média μ_0 , usa-se então a esperança matemática de *ARL*, ou *AARL* para avaliar o desempenho dos gráficos de controle, dado que o processo é considerado fora de controle quando a média amostral cair na região M1. Portanto, a probabilidade de um ponto no gráfico cair na região M1 é $P(\bar{x} \in$

$M1) = 1 - [P(\bar{x} \in M0) + P(\bar{x} \in I)]$. Quando a média é estimada, o número total de parâmetros envolvidos no cálculo do AARL é $\Omega = \{K_1, K_2, L_1, L_2, \delta, m, n\}$. Para o caso da média conhecida, o total de parâmetros do modelo é $\Omega = \{K_1, K_2, L_1, L_2, \delta, n\}$.

Assim, o AARL para média conhecida é dada pela Equação (3.49):

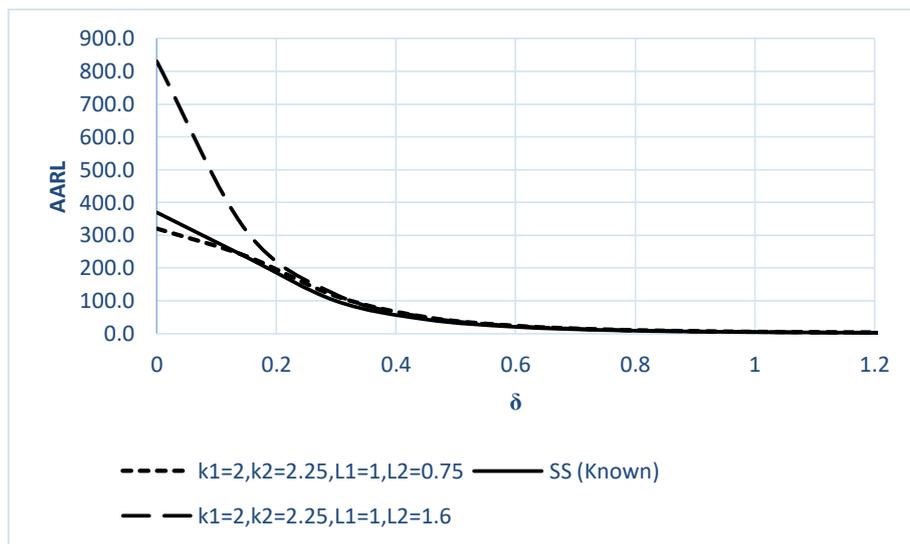
$$AARL(K_1, K_2, L_1, L_2, \delta, n) = \frac{1}{1 - p(K_1, K_2, L_1, L_2, \delta, n)} \quad (3.49)$$

Quando a média é desconhecida, a AARL é dada pela Equação (3.50):

em que φ denota a função distribuição de probabilidade $f(p)$ $N(0,1)$ da variável aleatória.

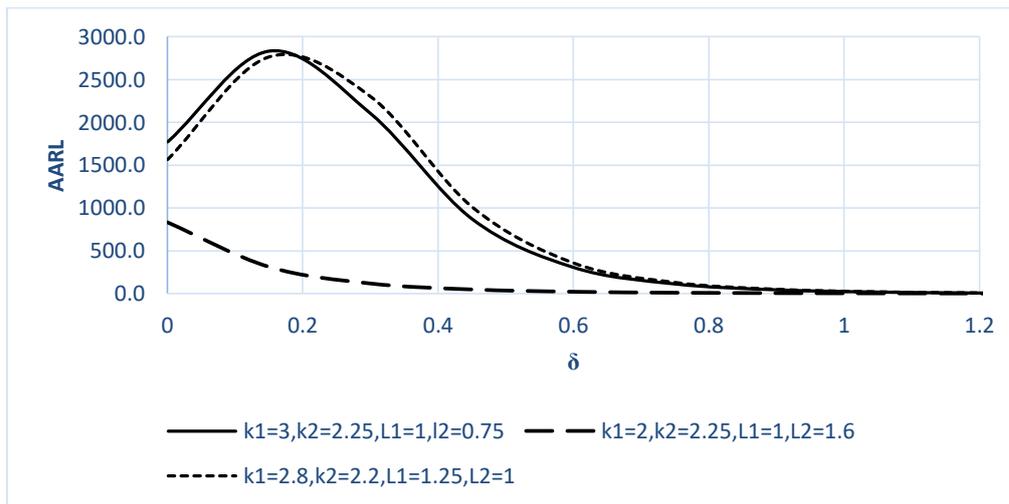
Aplicando as equações do AARL, obtém-se resultados significativos que são mostrados nas Figuras 16 e 17, em que pode ser observado o desempenho de AARL X -Bar. Gonçalves et al. (2016) mostraram as vantagens, em termos do AARL, de gráficos com dos limites assimétricos, adotando concomitantemente amostras triplas, em relação aos gráfico X -bar tradicional com parâmetros conhecidos.

Figura 16 – Comparação do desempenho dos gráfico de controle X -bar com diferentes parâmetros dos limites de controle, com o gráfico de controle de Shewhart tradicional.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 17 – Desempenho do gráfico de controle $X\text{-bar}$ aplicado a três casos de limites de controle.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Após a apresentação desta seção, conclui-se que o uso de limites assimétricos, com várias regiões de decisão, e amostragem múltiplas é uma das alternativas que podem ser adaptadas para resolver o problema da significância econômica.

Nesta tese, sugere-se que o uso de limites assimétricos, com várias regiões de decisão, e amostragem múltiplas é uma das alternativas que podem ser adaptadas para resolver o problema da significância econômica.

3.7 GRÁFICOS RESTRITOS AOS ÍNDICES DE CP/CPK

Há na literatura, indicações de métodos alternativos para a obtenção dos limites de controle de gráfico $X\text{-bar}$ quando os parâmetros estatísticos (μ e σ) são desconhecidos (CHAKRABORTI e HUMAN, 2006; CASTAGLIOLA e MARAVELAKIS, 2011; CASTAGLIOLA e WU., 2012; CASTAGLIOLA et al., 2013). No entanto, Oprime & Mendes (2017) estão um passo adiante, ao estabelecerem a relação entre o desempenho do gráfico de controle e os índices de capacidade do processo. Esse tipo de gráfico é uma extensão dos gráficos de aceitação descritos por Montgomery (2009).

Esses autores indicaram a melhor configuração dos gráficos em termos do número de amostras (m) e do tamanho (n) dessas amostras na Fase I, no qual seria possível detectar a situação fora de controle do processo com o menor número de

amostras e garantir o índice de capacidade ideal (Cpk) que atenderia aos requisitos do cliente. O índice de capacidade (Cp / Cpk) deve ser maior que 1,33. No entanto, em situações em que $1 \leq Cpk < 1,33$, o processo é considerado potencial, mas requer melhorias para atingir o índice de capacidade de 1,33. Nestas condições ($Cpk < 1,0$) não seria admissível continuar o processo (Montgomery, 2009). Foram aplicados métodos de simulação e técnicas de *design of experiments* (DOE). Um modelo de regressão, dado por $y = \beta_0 + \beta_1m + \beta_2n + \beta_{11}m^2 + \beta_{22}n^2 + \beta_{12}mn + \varepsilon$, foi obtido, em seguida, a melhor configuração em termos do número e tamanho da amostra foi obtido por um caso ilustrativo.

A Tabela 2, mostra o valor encontrado do *ARL* para diferentes combinações m e n (OPRIME e MENDES, 2017) Nessas condições, os melhores parâmetros é extrair $m=30$ amostras de tamanho $n=12$ na fase I.

Tabela 2 – Número médio de amostra para detectar um ponto fora de controle para um $Cpk < 1,0$.

m/n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10	3,51	2,53	2,02	1,70	1,50	1,35	1,25	1,17	1,11	1,08
12	3,60	2,57	2,04	1,71	1,50	1,35	1,25	1,17	1,11	1,07
14	3,69	2,60	2,05	1,72	1,51	1,35	1,25	1,17	1,11	1,07
16	3,77	2,64	2,07	1,73	1,51	1,35	1,24	1,16	1,10	1,06
18	3,85	2,67	2,08	1,74	1,51	1,35	1,24	1,16	1,10	1,05
20	3,93	2,70	2,09	1,74	1,51	1,35	1,24	1,15	1,09	1,05
22	4,00	2,72	2,10	1,74	1,51	1,35	1,23	1,15	1,09	1,04
24	4,07	2,75	2,11	1,75	1,51	1,35	1,23	1,14	1,08	1,04
26	4,14	2,77	2,12	1,75	1,51	1,34	1,23	1,14	1,08	1,03
28	4,20	2,78	2,13	1,75	1,51	1,34	1,22	1,13	1,07	1,02
30	4,25	2,80	2,13	1,75	1,50	1,33	1,21	1,13	1,06	1,01
32	4,30	2,81	2,13	1,74	1,50	1,33	1,21	1,12	1,05	1,00
34	4,35	2,82	2,13	1,74	1,49	1,32	1,20	1,11	1,05	1,00
36	4,38	2,82	2,13	1,73	1,49	1,31	1,19	1,10	1,04	1,00
38	4,41	2,83	2,12	1,73	1,48	1,31	1,19	1,10	1,03	1,00

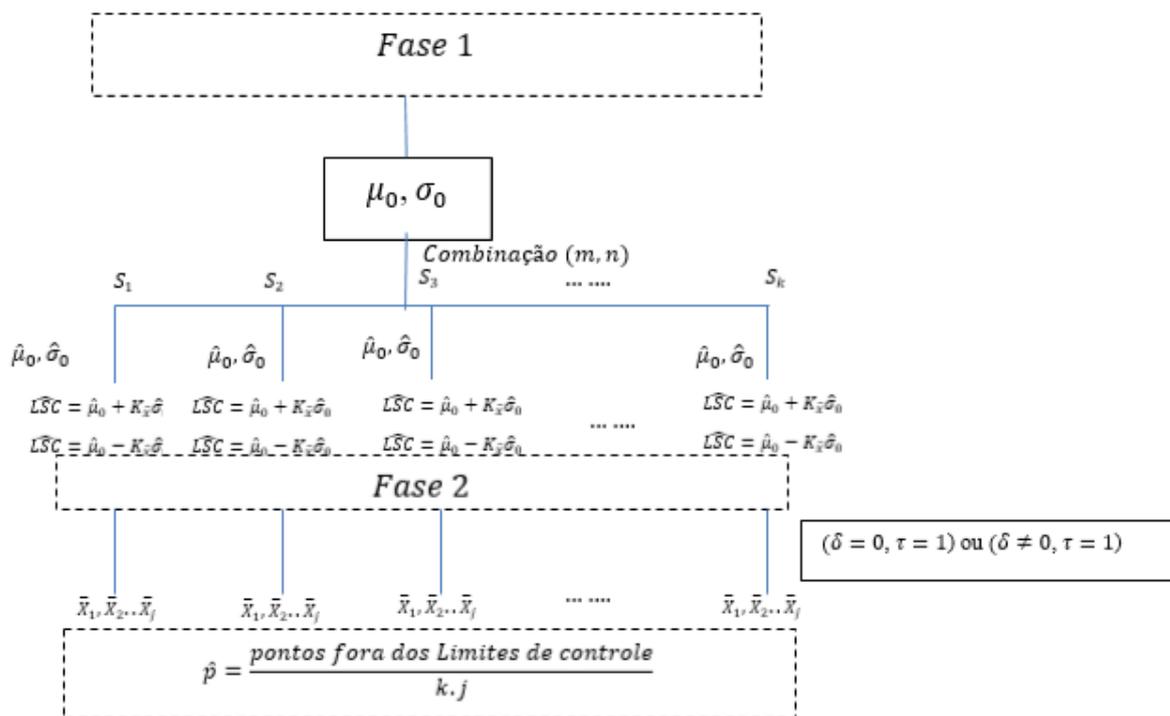
Fonte: Mendes e Oprime (2017)

Segundo Oprime & Mendes (2017), seria recomendado para a fase I extrair trinta amostras (30) de tamanho quinze (15), seguindo na fase II a retirada de amostras de subgrupos racionais também de tamanho igual a quinze. Melhorias na variabilidade do processo, poder-se-ia reduzir o tamanho da amostra na fase II. Os autores constataram em análises de sensibilidade, que há significativa redução do tamanho

da amostra quando há redução na variabilidade do processo. O procedimento de simulação utilizado é mostrado na Figura 18.

A Tabela 3. mostra o DOE e os resultados de \hat{p} (fração de pontos fora de controle) obtido por meio de simulação, em que δ é o número de desvios na média μ_0 . Para um processo sob controle, para $\alpha = 0,0027$ e $ARL = 374$, e um erro de 5% na estimativa de \hat{p} , foram necessários 570000 simulações para cada combinação. A partir de \hat{p} , estimou-se o valor de ARL . A partir de um modelo empírico que os dados da Tabela 2 foram obtidos.

Figura 18 – Procedimento realizado por meio de simulação para estimar a probabilidade de um ponto do gráfico de controle cair fora dos limites estatísticos.



Fonte: Oprime e Mendes (2017)

Tabela 3 – Resultados obtidos do plano de experimentação $\mu_0 + \delta\sigma$ ($\delta = 1,1$).

Rodadas	Normalizada		Escala Real		\hat{p}
	m	n	m	n	
1	-1	-1	15	5	0,4876
2	-1	1	15	7	0,6658
3	1	-1	35	5	0,4625
4	1	1	35	7	0,6662
5	-1,41421	0	11	6	0,597
6	1,41421	0	39	6	0,5943
7	0	-1,41421	25	3	0,2416
8	0	1,41421	25	9	0,8176
1	-1	-1	15	5	0,4724
2	-1	1	15	7	0,6674
3	1	-1	35	5	0,4711
4	1	1	35	7	0,688
5	-1,41421	0	11	6	0,576
6	1,41421	0	39	6	0,5623
7	0	-1,41421	25	3	0,251
8	0	1,41421	25	3	0,8053

Fonte: Oprime e Mendes (2017).

3.8 MODELAGEM DA FUNÇÃO DENSIDADE DO CP/CPK

Os índices de capacidade do processo podem ser usados para criar regiões dentro dos gráficos de controle, desenvolvendo-se assim um critério de aceitação, similar ao proposto por Oprime & Mendes (2017). C_p e C_{pk} foram propostos na indústria de manufatura, para fornecer medidas numéricas de um processo capaz de produzir itens dentro dos limites de especificação pré-estabelecidos na fábrica (AHMAD, ASLAN, JUN, 2015, PEARN, LIN, 2004). Da mesma forma, Garcia-Diaz e Parisi (2005) afirmam que é comum encontrar nas indústrias índices de capacidade de processo $C_p/C_{pk} > 2,0$, sendo que, nesses casos pode não ser de interesse detectar pequenas alterações nos parâmetros. Esses autores recomendam a elaboração de um gráfico capaz de detectar rapidamente as alterações, que precisam ser detectadas e com baixa probabilidade de detectar aquelas que não devem ser detectadas.

Lawless (2003) argumenta que a mudança permissível na média produz, possibilidades finitas de distribuições de probabilidade, cuja a magnitude do deslocamento é dada pelos índices C_p/C_{pk} , e suas estimativas podem ser modeladas por uma função de densidade de probabilidade específica. Assim, os gráficos de controle

para variáveis são desenvolvidos usando os índices de capacidade de processo (C_p e C_{pk}) para monitorar o processo através de gráficos de controle, sendo esses baseados na combinação de dois mecanismos de controle: os limites de controle e os índices de capacidade (SUBRAMANI, BALAMURALI, 2012).

Esses autores argumentam que, aproveitando a ideia de Woodall (1985) e Montgomery (2009), sobre regiões aceitáveis e inaceitáveis em um gráfico de controle, e levando em consideração os aspectos econômicos envolvidos nas decisões sobre o processo, bem como usando a abordagem integrada do índice de capacidade do processo, propuseram um novo desenvolvimento de gráficos de controle. A eficácia do novo gráfico foi avaliada pelo ARL e comparada ao ARL no gráfico de controle tradicional de Shewhart. Assim, o objetivo do estudo foi desenvolver o modelo estatístico do gráfico de controle $X\text{-bar}$, levando em consideração que o processo tem alta capacidade para atender aos requisitos do projeto e, em termos econômicos, o custo para atuar em causas especiais pode exceder o benefício para todos e quaisquer clientes. Logo, é primordial obter um desenvolvimento de gráfico de controle, capaz de melhorar a detecção de efeitos que afetam negativamente os índices de capacidade do processo.

Baseados em vários trabalhos anteriores, Oprime et al. (2016) mostram que os índices de capacidade de processo (PCI) são frequentemente usados por fabricantes e empresas de serviços, para medir o desempenho do processo na geração de resultados dentro dos limites de especificação (AHMAD, ASLAN e JUN, 2015; ALI e RIAZ, 2014; MONTGOMERY, 2009; PEARN e LIN, 2004). Pearn e Lin (2004) definem três PCIs comumente usados na indústria (C_p , C_{pk} e C_{pm}). Todos esses índices têm um grau de incerteza porque são estimados. Assim, é necessário apresentar modelos que descrevam a distribuição de probabilidade relacionada às estimativas desses índices (PEARN e LIN, 2004).

Tendo em conta trabalhos precedentes, Oprime et al. (2016) propõem um novo modelo para a função densidade de probabilidade dos índices de capacidade de processos, dado por:

$$P\left(\hat{C}_{pk} \geq c \mid C_{pk} = C_{pk_0}\right) = \int_0^{3C_p\sqrt{n}} G\left(\frac{(n-1)(3C_p\sqrt{n}-y)^2}{9nc^2}\right) f_y(y) dy, \quad (3.51)$$

em que $G(\cdot)$ é a função densidade de probabilidade acumulada da distribuição Qui-quadrado, e C_{pk_0} é um valor teórico. Incluindo acima um termo de expansão dos limites de controle, considerando a significância prática, Δ , tem-se uma nova f.d.p usada por esses autores no desenvolvimento do novo design de gráficos:

$$P(\hat{C}_{pk} \geq c | C_{pk} = C_{pk_0}) \int_0^{3C_p\sqrt{n}} G\left(\frac{(n-1)(3C_p\sqrt{n}-y)^2}{9nc^2}\right) \phi(y + 3(\Delta_{Cpk})\sqrt{n}) + \phi(y - 3(\Delta_{Cpk}n)dy. \quad (3.52)$$

Considerando Δ_{Cpk} , o incondicional de ARL para os quatro casos previamente desenvolvidos nesta tese são os seguintes:

Caso 1:

$$\begin{aligned} AARL &= AARL(\Delta_{Cpk}, \delta, n) \\ &= \frac{1}{1 - \Phi([(3(Cp - Cpk) - \delta)\sqrt{n} + 3]) + \Phi([-(3(Cp - Cpk) + \delta)\sqrt{n} - 3])} \end{aligned}$$

Caso 2:

$$\begin{aligned} AARL &= AARL(\Delta_{Cpk}, \delta, m, n) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{[1 - \Phi\left(\left[\frac{W}{\sqrt{m}} + (3(Cp - Cpk) - \delta)\sqrt{n} + 3\right]\right) + \Phi\left(\left[\frac{W}{\sqrt{m}} - (3(Cp - Cpk) + \delta)\sqrt{n} - 3\right]\right)]} \phi(w)dw \end{aligned}$$

Caso 3:

$$\begin{aligned} AARL &= AARL(U, \Delta_{Cpk}, \delta, m, n) \\ &= \int_0^{\infty} \frac{1}{[1 - \phi(3(Cp - Cpk)\sqrt{n} + 3U - \delta\sqrt{n}) + \phi(-3(Cp - Cpk)\sqrt{n} - 3U - \delta\sqrt{n})]} f(u)du \end{aligned}$$

Caso 4:

$$\begin{aligned} AARL &= AARL(U, \Delta_{Cpk}, \delta, m, n) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{1}{[1 - \phi\left(3(Cp - Cpk)\sqrt{n} + \frac{W}{\sqrt{m}} - 3U - \delta\sqrt{n}\right) + \phi\left(-3(Cp - Cpk)\sqrt{n} + \frac{W}{\sqrt{m}} - 3U - \delta\sqrt{n}\right)]} f(u)\phi(w)dudw \end{aligned}$$

A Tabela 4 mostra exemplos para o valor esperado do ARL para o caso 1, que é a referência comparativa com os parâmetros conhecidos. A Tabela 5 apresenta os valores esperados do ARL para o gráfico de Shewhart tradicional. O caso 2 foi escolhido para o desenvolvimento principal da análise numérica, a Tabela 6 mostra que quando Cpk é igual a Cp ou o $AARL$ é alto próximo ao Cpk_0 , não se quer identificar causas especiais, uma vez que o processo atende às especificações do cliente. Quando o Cpk é menor que Cpk_0 o ARL diminui, permitindo a rápida identificação de causas especiais. Para comparação, o ARL calculado usando o gráfico de Shewhart tradicional também pode ser mostrado Tabelas 7, e as diferenças podem ser analisadas.

Tabela 4 – *ARL/Cpk* para diferentes C_p , C_{pk_0} , δ , m , n para o caso .

n	C_p	C_{pk_0}		δ						
				0,0	0,25	0,50	0,75	1,00	2,00	2,50
<i>Cpk</i>				1,67	1,59	1,50	1,42	1,34	1,00	0,84
3	1,67	1,33	AARL	$5,3 \times 10^5$	$1,3 \times 10^5$	20845,0	3809,3	830,4	10,3	3,01
5				$7,7 \times 10^6$	$8,5 \times 10^5$	63606,7	6376,0	858,7	4,77	1,60
9				$7,1 \times 10^8$	$1,8 \times 10^7$	$3,9 \times 10^5$	14391,9	903,5	2,10	1,08
15				$> 10^8$	$9,0 \times 10^8$	$3,7 \times 10^6$	38339,2	957,9	1,27	1,00
<i>Cpk</i>				1,50	1,42	1,33	1,25	1,17	0,83	0,670
3	1,50	1,33	AARL	9706,0	3473,6	783,6	204,9	63,5	2,96	1,48
5				28842,7	5807,2	797,3	145,2	35,1	1,58	1,07
9				$1,6 \times 10^6$	12742,2	817,8	88,4	15,8	1,07	1,00
15				$1,5 \times 10^6$	32518,2	841,8	52,0	7,39	1,00	1,00
<i>Cpk</i>				1,40	1,32	1,23	1,15	1,07	0,73	0,57
3	1,40	1,33	AARL	1300,4	566,8	159,7	51,3	19,4	1,85	1,20
5				1918,3	545,8	106,9	27,3	9,20	1,01	1,01
9				3528,3	501,4	60,2	11,9	3,78	1,00	1,00
15				7293,4	450,2	33,0	5,50	1,90	1,00	1,00
<i>Cpk</i>				1,33	1,25	1,16	1,08	1,00	0,66	0,50
3	1,33	1,00	AARL	$4,1 \times 10^5$	$1,0 \times 10^5$	16839,5	3143,6	699,9	9,47	2,85
5				5,3	$6,1 \times 10^5$	47512,0	4935,5	688,5	4,36	1,54
9				$4,1 \times 10^8$	$1,1 \times 10^7$	$2,5 \times 10^5$	10039,0	671,5	1,95	1,06
15				$> 10^8$	$4,5 \times 10^8$	$2,0 \times 10^6$	23497,0	652,7	1,22	1,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5 – *ARL* do tradicional gráfico de Shewhart com parâmetros conhecidos.

n	δ					
	0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
3	370,4	184,23	60,68	22,48	9,76	4,95
5	370,4	133,16	33,40	10,76	4,49	2,38
7	370,4	101,99	21,38	6,45	2,76	1,61
9	370,4	81,21	14,97	4,41	1,99	1,29
11	370,4	66,51	11,13	3,28	1,60	1,14
13	370,4	55,64	8,64	2,60	1,37	1,07
15	370,4	47,33	6,95	2,16	1,23	1,03
100	370,4	3,24	1,02	1,00	1,00	1,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 6 – *ARL/Cpk* para diferentes Cp , Cpk_0 , δ , m , n para o caso 2.

m	n	Cp	Cpk_0		δ						
					0,0	0,25	0,50	0,75	1,00	2,00	2,50
<i>Cpk</i>					1,67	1,59	1,50	1,42	1,34	1,00	0,84
25	3	1,67	1,33	AARL	$4,017 \cdot 10^5$	$1,748 \cdot 10^5$	30110	5178	1064	11,27	3,141
	5				$5,612 \cdot 10^6$	$1,317 \cdot 10^6$	96640	8845	1101	5,046	1,640
	9				$4,984 \cdot 10^8$	$3,415 \cdot 10^7$	$6,391 \cdot 10^5$	20620	1161	2,159	1,087
	15				$1,738 \cdot 10^{11}$	$2,028 \cdot 10^9$	$6,715 \cdot 10^6$	57110	1234	1,286	1,004
<i>Cpk</i>					1,50	1,42	1,33	1,25	1,17	0,83	0,670
25	3	1,50	1,33	AARL	7833	4019	992,9	248,6	73,79	3,080	1,512
	5				22810	7426	1019	174,0	39,92	1,617	1,085
	9				$1,300 \cdot 10^5$	17830	1047	103,9	17,49	1,082	1,002
	15				$1,135 \cdot 10^6$	48010	1079	59,98	7,935	1,003	1,000
<i>Cpk</i>					1,40	1,32	1,23	1,15	1,07	0,73	0,57
50	3	1,40	1,33	AARL	1177	601,0	174,3	55,01	20,49	1,874	1,206
	5				1727	596,4	116,1	29,00	9,559	1,193	1,018
	9				3152	557,5	64,80	12,46	3,872	1,010	1,000
	15				6457	502,1	35,12	5,665	1,933	1,000	1,000
<i>Cpk</i>					1,33	1,25	1,16	1,08	1,00	0,66	0,50
50	3	1,33	1,00	AARL	$3,489 \cdot 10^5$	$1,246 \cdot 10^5$	20130	3641	787,7	9,850	2,908
	5				$4,440 \cdot 10^6$	$7,756 \cdot 10^5$	58010	5767	774,6	4,476	1,560
	9				$3,320 \cdot 10^8$	$1,517 \cdot 10^7$	$3,226 \cdot 10^5$	11890	755,2	1,978	1,070
	15				$9,096 \cdot 10^{10}$	$6,554 \cdot 10^8$	$2,713 \cdot 10^6$	28300	733,7	1,227	1,002

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 7 – *ARL* para o tradicional gráfico Shewhart com μ não conhecido e σ conhecido.

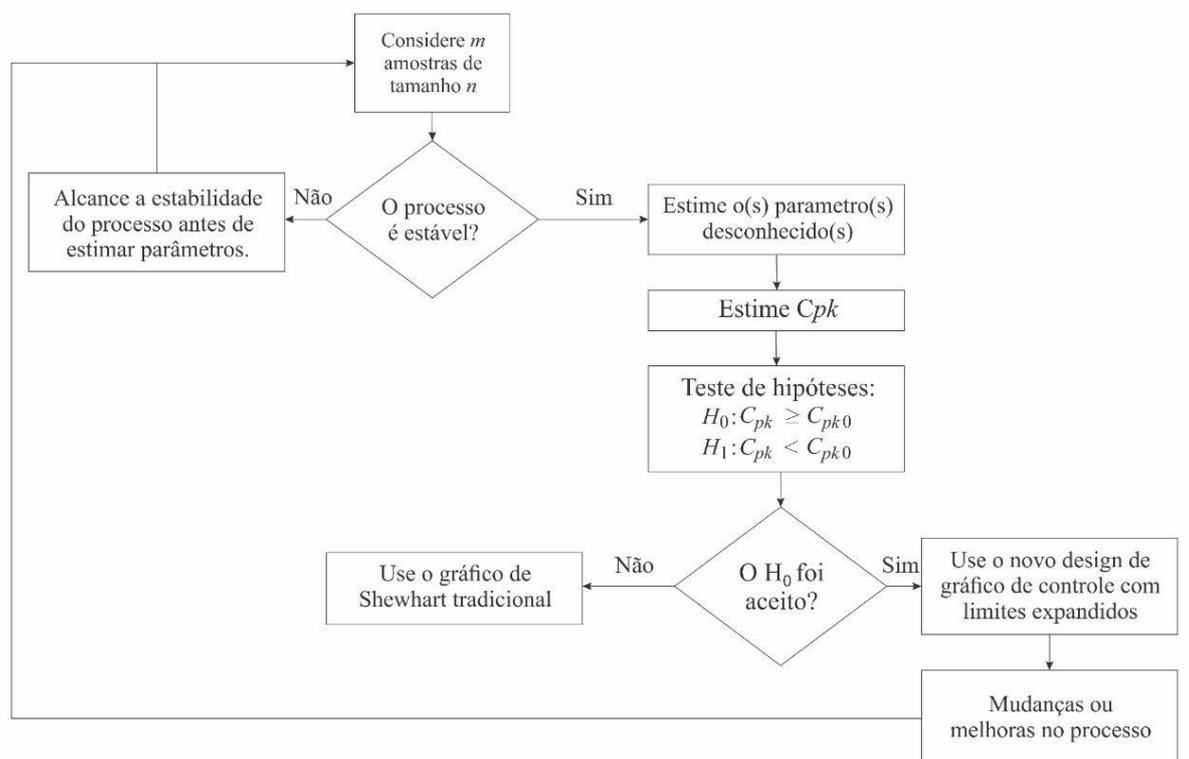
m	n/δ	0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
5	3	237,7	187,4	97,16	39,11	15,31	6,818
	5	237,7	160,8	58,16	17,16	6,070	2,853
	7	237,7	138,5	37,10	9,364	3,397	1,791
	9	237,7	119,8	25,08	5,936	2,312	1,381
	11	237,7	104,1	17,85	4,176	1,779	1,193
	13	237,7	90,80	13,27	3,166	1,484	1,099
	15	237,7	79,54	10,23	2,539	1,309	1,051
	100	237,7	4,105	1,037	1,000	1,000	1,000
15	3	298,3	197,3	75,45	27,07	11,19	5,450
	5	298,3	154,1	41,03	12,40	4,918	2,520
	7	298,3	122,9	25,67	7,215	2,943	1,664
	9	298,3	99,89	17,60	4,822	2,090	1,320
	11	298,3	82,53	12,85	3,533	1,654	1,159
	13	298,3	69,21	9,838	2,764	1,408	1,080
	15	298,3	58,80	7,808	2,272	1,259	1,039
	100	298,3	3,480	1,027	1,000	1,000	1,000

25	3	319,7	195,5	69,48	25,08	10,58	5,240
	5	319,7	148,0	37,75	11,70	4,739	2,465
	7	319,7	115,7	23,81	6,892	2,869	1,642
	9	319,7	92,84	16,46	4,649	2,053	1,309
	11	319,7	76,17	12,11	3,430	1,633	1,153
	13	319,7	63,64	9,329	2,698	1,394	1,076
	15	319,7	54,00	7,444	2,227	1,250	1,037
	100	319,7	3,379	1,026	1,000	1,000	1,000

Fonte: Elaborado pelo autor.

O procedimento sugerido por Oprime et al. (2016) para a inclusão da fdp dos Cp/Cpk é mostrado na Figura 19.

Figura 19 – Limites de controle do modelo de utilização que leva C_p e C_{pk} em consideração.



Fonte: Oprime et al.(2016).

Tabela 8 – ARL valores para $Cp = 1,803$, $Cpk_0=1,33$ e diferentes δ , m , n para os casos 2 e 4.

m	n	Cp	Cpk_0		δ				
					1,00	1,40	1,60	2,00	2,40
					Cpk				
					1,470	1,336	1,270	1,14	1,00
	3				15900	1128	358,7	51,30	11,47
	5				39160	1166	270,5	25,83	5,102 (8,190)*
20	9	1,803	1,33	AARL	$1,672 \cdot 10^5$	1227	179,0	10,59 (13,92)	2,169 (2,368)
	15				$9,973 \cdot 10^5$	1300	114,2	4,711 (5,158)	1,288 (1,309)
	3				13680	1013	328,2	48,40	11,07
	5				33200	1047	248,6	24,63 (42,75)	4,983 (6,451)
30	9	1,803	1,33	AARL	$1,384 \cdot 10^5$	1101	165,6	10,23 (12,06)	2,144 (2,262)
	15				$8,014 \cdot 10^5$	1165	106,5	4,606 (4,873)	1,281 (1,294)

*Em parênteses referes-se ao caso 4.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A opção por limites ampliados é recomendada porque, em algumas situações práticas, o objetivo de um sistema de controle de processo é tomar decisões econômicas sobre o processo. Significa equilibrar as consequências entre agir quando não é necessário versus não agir quando é necessário. Estes riscos podem ser tratados, mas dependem da identificação de causas especiais e comuns. O estudo dos autores responde a este problema levando em consideração o custo e os requisitos do cliente e sugerindo um procedimento para calcular os limites de controle e encontrar o melhor número de amostras e tamanhos no gráfico de controle. A Tabela 8 mostra um caso ilustrativo, em que os autores analisaram o desempenho do gráfico proposto para diferentes configurações. A alternativa proposta para resolver a significância prática é interessante, porém complexa em termos matemáticos.

3.9 DESIGN DE GRÁFICOS PARA O MONITORAMENTO DO CP E CPK

Nesta seção, é descrita o desenvolvimento preliminar do modelo da função de densidade de probabilidade das estimativas dos índices Cp e Cpk . Em seguida, estabelecer a equação que determina o valor esperado do ARL, em termos das variáveis apresentadas no Quadro 1.

Para exemplificar a importância dos índices de capacidade, o Cp é auxiliar nas decisões sobre compras de máquinas, aprovação de processos e liberação de *setups* de máquinas. De acordo com Kane (1986), uma amostragem de produção de curto espaço de tempo é frequentemente usada para o estudo de capacidade potencial de máquinas e, tipicamente, um processo é avaliado usando o Cp estimado com tamanho de amostra entre 30 a 100. Essa estimativa é obtida pela Equação (2.55).

Baseado nisso, um teste de hipótese pode ser valor formulado:

$H_0: C_p \geq Cp_0$, o processo é capaz

$H_1: C_p < Cp_0$, o processo não é capaz

Para esta situação utiliza-se a distribuição do Qui-quadrado, para obtenção da probabilidade do erro tipo I, α , e erro do tipo II, β , que é a base dos testes de hipóteses.

Para um valor crítico c de um teste de hipótese tradicional, determina-se o p -value do teste de hipóteses:

$$\Pr(\hat{C}_p \geq c | Cp) = \Pr(X_{n-1}^2 \leq X_0^2 | Cp)$$

O Qui-quadrado é $X_0^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$, substituindo s e σ nessa equação, $\sigma^2 = \frac{T^2}{36C_p^2}$ e $s^2 = \frac{T^2}{36\hat{C}_p^2}$, tem-se o Qui-quadrado dado por:

$$X_0^2 = \frac{(n-1)C_p^2}{\hat{C}_p^2}$$

em que T é a tolerância de projeto. Assim, obtém-se a fórmula que pode ser usada na construção de curvas características de operação, CCO, e encontrar o tamanho da amostra para um erro α e β específicos. Para um c_0 crítico, um teste de hipótese pode ser realizado, da seguinte forma:

$$H_0: C_p \geq 1,33$$

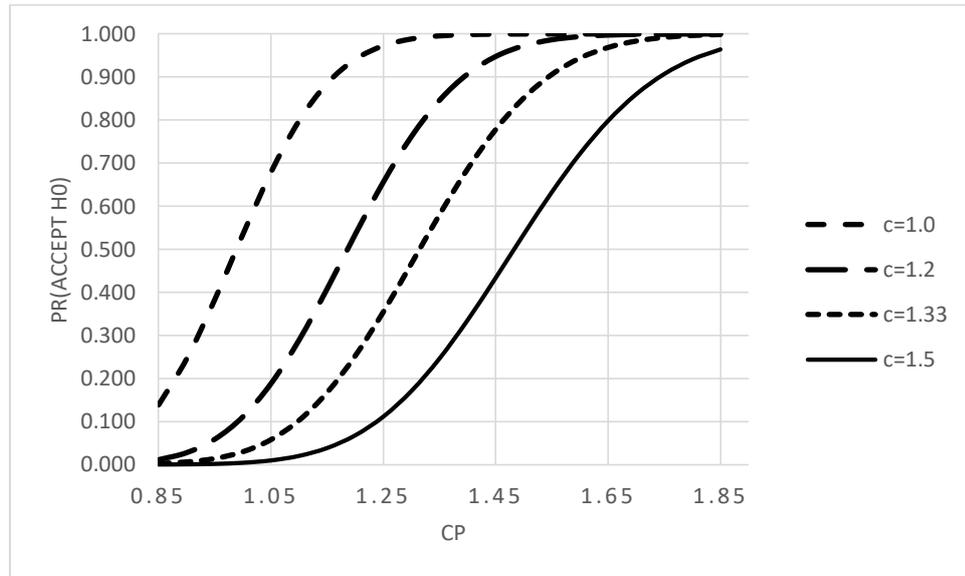
$$H_1: C_p < 1,33$$

$$\Pr(\text{não rejeitar } H_0 | Cp_0) = \Pr(\hat{C}_p \geq c_0 | Cp_0) = \Pr\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{(n-1)C_{p0}^2}{c_0^2} \middle| Cp\right)$$

em que $Cp_0 = 1,33$.

Para o exemplo apresentado, pode obter as CCOs mostradas na Figura 20.

Figura 20 – CCO para $n=30$, em que no eixo das abscissas estão os possíveis valores de C_p e na ordenada a probabilidade de aceitar H_0 para diferentes c críticos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O índice C_{pk} utiliza a média do processo, e é considerado uma medida do desempenho do processo. Índice C_{pk} é obtido pela Equação (2.56).

A função acumulativa de probabilidade para o C_{pk} , omitindo as passagens matemática, é dada por:

$$P(\hat{C}_{pk} \geq c | C_{pk} = C_{pk0}) = \int_0^{3C_p\sqrt{n}} G\left(\frac{(n-1)(3C_p\sqrt{n}-y)^2}{9nc^2}\right) f_y(y) dy,$$

em que $G(\cdot)$ é a função acumulada da distribuição Qui-quadrada, $f_y(y) = \phi(y + 3(C_p - C_{pk})\sqrt{n}) + \phi(y - 3(C_p - C_{pk})\sqrt{n})$, e $\phi(\cdot)$ é a pdf da distribuição normal padrão (0,1). O teste de hipótese equivalente é:

$$H_0: C_{pk} \geq C_{pk0}$$

$$H_1: C_{pk} < C_{pk0}$$

Similarmente ao C_p , curvas COO podem ser construídas.

A partir dessas funções, pretende-se construir gráficos de controle de aceitação, para os índices C_p e C_{pk} , plotados simultaneamente, de modo que o usuário tomará decisões sobre a aceitação do processo com base nesses índices, e não no tradicional \bar{X} - R - S .

Para o uso da carta de controle deve-se especificar os parâmetros. Desta forma serão considerados, de acordo com o Quadro 1, as seguintes variáveis

independentes: tamanho da amostra (n); número de amostras (m); coeficiente de limite de controle (k); os limites para a região de indiferença (L); e número de desvios em relação à média populacional (δ).

3.10 PROJETO DE UM GRÁFICO CP

A função acumulada de probabilidade de \hat{C}_p é a derivada da distribuição de probabilidade Qui-quadrado;

$$X_{n-1}^2 = \frac{(n-1)C_p^2}{\hat{C}_p^2} \quad (3.53)$$

Para um dado valor crítico c , a probabilidade de $\hat{C}_p \geq c$, para um dado valor real C_{p0} é

$$\Pr(\hat{C}_p \geq c | Cp_0) = \Pr\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{(n-1)C_{p0}^2}{c^2} \middle| Cp_0\right)$$

Por exemplo, a probabilidade de uma estimativa de C_p ser maior que 1,33 e $C_{p0} = 1,33$, será 0,54; $\Pr(\hat{C}_p \geq 1,33 | 1,33) = 0,54$. Portanto, pode-se determinar um valor crítico, c , de modo que $1 - \Pr(\hat{C}_p \geq c | Cp_0)$ seja igual ou menor que 0,27%; desse modo pode-se determinar o risco do produtor, α , como segue: $\alpha = 1 - \Pr\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{(n-1)C_{p0}^2}{c^2} \middle| Cp_0\right)$. Note que, faz-se de fato é um teste de hipótese estatístico, em que:

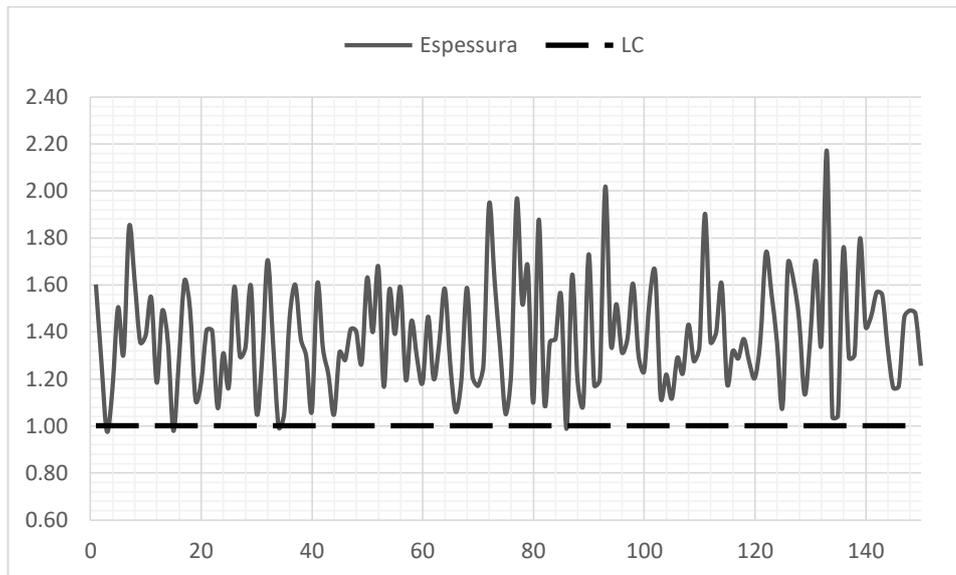
$$H_0: C_p \geq C_{p0} \text{ (processo capaz)}$$

$$H_1: C_p < C_{p0} \text{ (processo incapaz)}$$

É sobre essa base que, os gráficos de controle estatístico do \hat{C}_p podem ser construídos.

Para um gráfico de controle, com um erro tipo I, $\alpha = 0,27\%$, $C_{p0} = 1,30$ e $n = 26$, o valor crítico deverá ser $c = 1,00$, que assume-se como o limite de controle estatístico, valores estimados de C_p abaixo de 1,00 deverá o processo ser interrompido e ações de melhoria deverão ser tomadas, pois, a fração de defeituosos excede o desejado. A Figura 21 ilustra esse tipo de gráficos de controle.

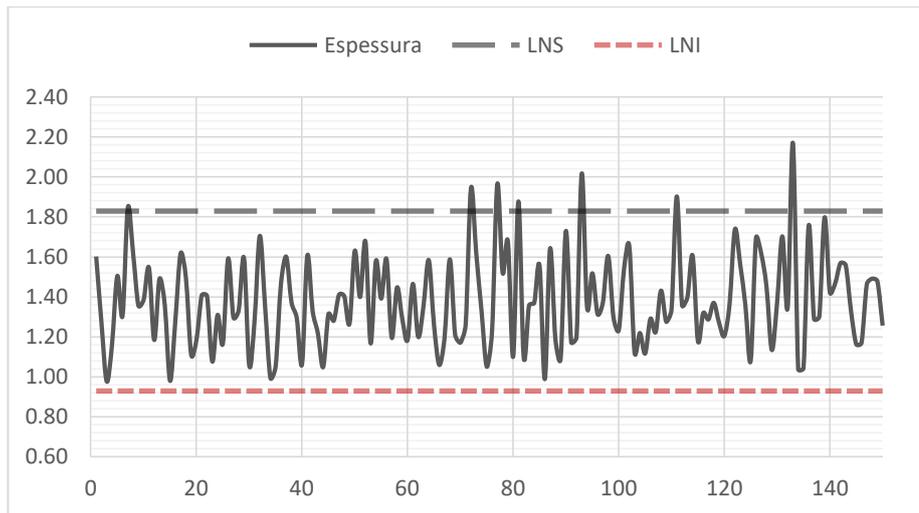
Figura 21 – Ilustração de um gráfico de controle do C_p .



Fonte: Elaborado pelo autor.

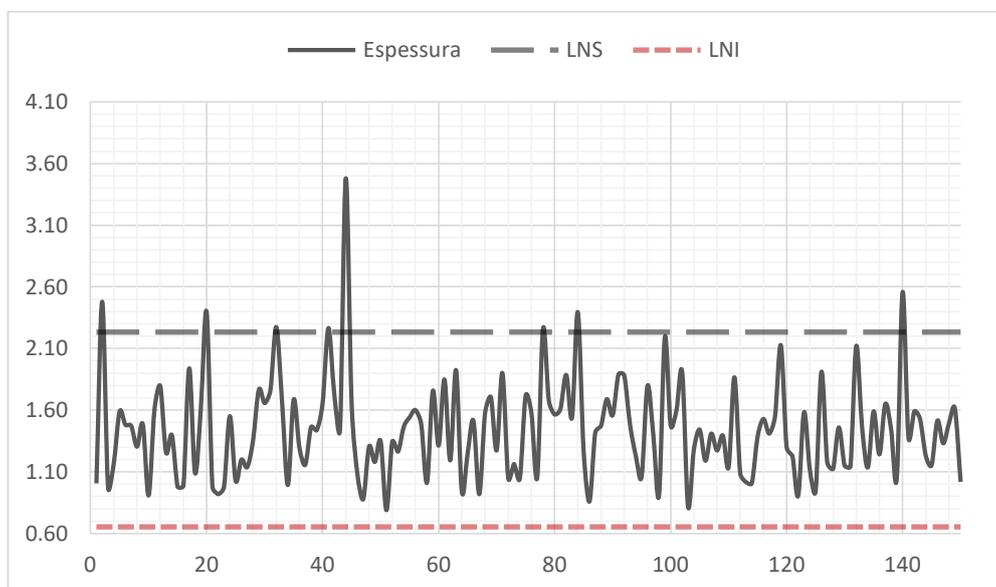
O usuário poderia ser tentado, a usar os procedimentos tradicionais para calcular os limites de controle estatístico de um gráfico de C_p . Porém, isso não é recomendado, pois a distribuição do \hat{C}_p é assimétrica. Observe a Figura 21: ela indica leve assimetria e um limite inferior de 0,93, menor do obtido pelo método exato através da distribuição Qui-quadrado. Os limites da Figura 22 foram obtidos por um $n = 26$, para um tamanho de amostra menor, a assimetria será ainda maior, como mostra a Figura 23, para $n = 10$. O efeito dessa assimetria no desempenho do gráfico de controle pode ser significativamente grande, pois, reduz o poder do gráfico em detectar causas especiais.

Figura 22 – Limites de controle estimados pelo método clássico, para $n=26$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 23 – Limites de controle estimados pelo método clássico, para $n = 10$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Análise do desempenho do gráfico de C_p

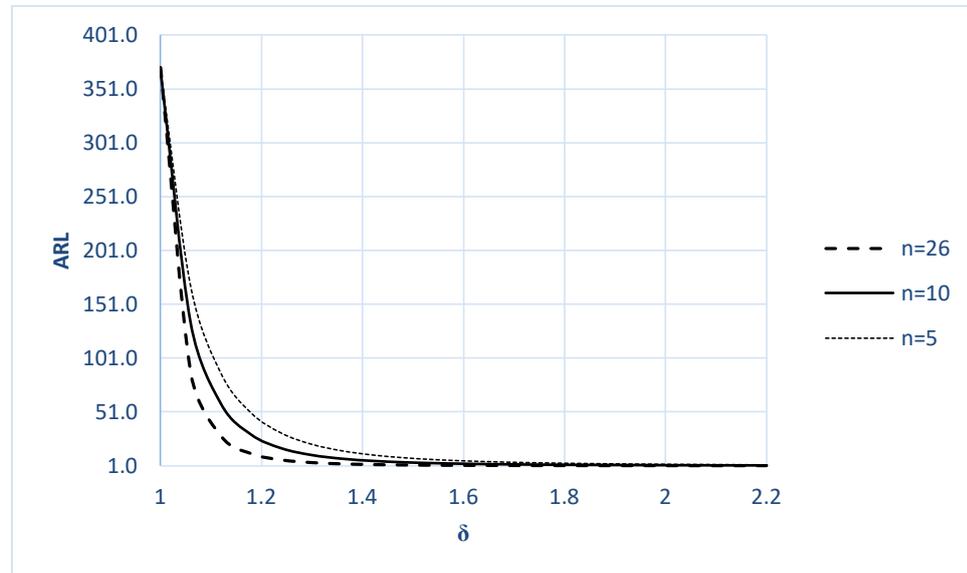
O ARL , que mede a performance dos gráficos de controle, para esse caso é obtido pela Equação (3.54):

$$ARL = \frac{1}{1 - \Pr(\hat{C}_p \geq c | Cp_0)}$$

Como o C_p está relacionado ao desvio padrão da população, σ , em que σ_0 é o desvio padrão populacional de referência, quando o processo está sob controle, portanto, em um processo fora de controle, o desvio padrão será $\sigma = \delta\sigma_0$, em que

$\delta > 1$. Sobre essa base construiu-se a curva característica de operação, CCO, para $n = [5, 10, 26]$, mostrado na Figura 24.

Figura 24 – CCO do gráfico de controle do C_p para diferentes valores de n e fixando $C_{p0}=1,33$ e $c=0,9285$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observe na Figura 24, que um aumento de 20% no desvio padrão, para $n=26$, em média uma amostragem já detectará esse desvio. Para $n=5$, serão necessários 51 amostras para detectar o aumento de 20% no desvio padrão. Nesse exemplo, amostras menores que 10, não são recomendadas para um bom desempenho do gráfico de controle.

Gráficos de controle estatístico do C_p podem ser uma alternativa ao gráfico de R ou S , da amplitude ou do desvio padrão. A indústria em geral está acostumada com o uso dos índices de capacidade de processo, e monitorá-los de modo adequado é recomendado por muitos clientes, em especial as montadores e empresas do setor automotivo.

Síntese do capítulo

Neste capítulo centrou na modelagem matemática do problema da significância estatística. Obteve-se como resultado os modelos de probabilidade para significância prática para os gráficos $X\text{-bar}/S^2$.

Para o gráfico $X\text{-bar}$ obteve os seguintes modelos de probabilidade do *ARL*:

Parâmetros conhecidos: $P(LIC \leq \bar{X} \leq LSC) = \Phi([\Delta - \delta)(\sqrt{n} + 3)] - \Phi([-(\Delta + \delta)\sqrt{n} - 3])$ e o $ARL(\Delta, \delta, m, n) = \frac{1}{1 - p(\Delta, \delta, m, n)}$.

Média desconhecida: $P(\widehat{LIC}_{\bar{X}} \leq \bar{X} \leq \widehat{LSC}_{\bar{X}}) = \Phi\left(\left[\frac{W}{\sqrt{m}} + (\Delta - \delta)\sqrt{n} + 3\right]\right) - \Phi\left(\left[\frac{W}{\sqrt{m}} - (\Delta + \delta)\sqrt{n} - 3\right]\right)$ e $ARL(\Delta, \delta, m, n) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{[1 - p(W, \Delta, \delta, m, n)]} \varphi(w) dw$.

Sigma desconhecido: $p(U, \Delta, \delta, m, n) = P(-\Delta\sqrt{n} - 3U - \delta\sqrt{n} \leq Z \leq \Delta n + 3U - \delta n)$ e $ARLU, \Delta, \delta, m, n = 0 \infty \int [1 - p(U, \Delta, \delta, m, n)] f(u) du$.

Ambos os parâmetros desconhecidos: $p(W, U, \Delta, \delta, m, n) = P\left(-\Delta\sqrt{n} + \frac{W}{\sqrt{m}} - 3U - \delta\sqrt{n} \leq Z \leq \Delta\sqrt{n} + \frac{W}{\sqrt{m}} - 3U - \delta\sqrt{n}\right)$ e
 $ARL = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{1}{1 - p(W, U, \Delta, \delta, m, n)} f(u) \varphi(w) du dw$.

Para o gráfico de S^2 e sigma desconhecido, obteve-se o seguinte modelo de probabilidade para avaliar o desempenho desse gráfico com significância econômica:

$$\beta = P\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{kU(n-1)}{\delta^2}\right) = F_{X^2}\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{kU(n-1)}{\delta^2}\right) \quad \text{e} \quad ARL(m, n, \delta) = \int_0^{\infty} \frac{1}{1 - F_{X^2}\left(X_{n-1}^2 \leq \frac{kU(n-1)}{\delta^2}\right)} m(n-1) f_{X^2}(m(n-1)u) du.$$

Esses resultados são parte essencial desta tese e possibilitará responder as perguntas de pesquisa, por meio de análises numéricas do desempenho dos gráficos para diferentes contextos. Para a aplicação prática da ideia proposta, foi elaborado um método que será mostrado no próximo capítulo.

4 MÉTODO PROPOSTO PARA DETERMINAR OS LIMITES DE CONTROLE COM EXPANSÃO DERIVADAS DOS INDICES Cp E Cpk

Neste capítulo, será proposto um método para a determinação dos limites de controle e também será apresentada a análise numérica, para os quatro casos apresentados no Capítulo 3 considerando a significância econômica para o gráfico \bar{X} -bar.

4.1 MÉTODO PARA OBTENÇÃO DOS LIMITES DE CONTROLE

Considerando os desenvolvimentos no capítulo anterior é proposto um método para o uso da significância econômica. Têm sido propostos os seguintes passos, para determinar o número de amostras e tamanho das amostras para o gráfico de controle \bar{X} com a suposição de que σ_0 é conhecido:

- 1) Estabelecer resultado nível de qualidade, em termos do Cpk que, denota se por Cpk_{min} . Chama-se esse valor como resultado do **nível de qualidade aceitável - NQA**. A Tabela 9 mostra a relação entre a probabilidade da parte fora da especificação, em termos de porcentagem e partes por milhões (PPM), e Cpk
- 2) Estabelecer o resultado do nível de qualidade inaceitável em termos de Cpk , que será denotado por Cpk_u . Chama-se esse valor como resultado do **nível de qualidade inaceitável – LQOU**.
- 3) Determinar os índices de capacidade, Cp , por $Cp = \frac{Tolerância}{6\hat{\sigma}_0} = \frac{LSC-LIC}{6\hat{\sigma}_0}$.
- 4) Determinar o valor Δ dado por $\Delta = 3(Cp - Cpk_{min}) = 3\Delta_{Cpk}$.
- 5) Determinar o valor de δ dado por $\delta = 3(Cp - Cpk_u)$.
- 6) Encontrar o desempenho do ARL por diferentes números de amostras (m) e de tamanho (n) por $ARL(\Delta, \delta, m, n) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{[1-p(w, \Delta, \delta, m, n)]} \varphi(w) dw$, e desenvolver a curva característica de operação (CCO).
- 7) Especificar as hipóteses estatísticas:
 - a. H_0 : o processo está sob controle. Neste caso, $\delta \leq \Delta$.
 - b. H_1 : o processo está fora de controle. Neste caso, $\delta > \Delta$.
 - c. A probabilidade de não rejeitar aceitar H_0 : $P(\text{não rejeitar } H_0) = 1 - \frac{1}{ARL}$.
 - d. A probabilidade de rejeitar H_0 : $1 - P(\text{não rejeitar } H_0)$.

- e. α é a probabilidade de rejeitar H_0 , quando H_0 deveria ser aceita (quando o processo tem um LQOA).
- f. β é a probabilidade de aceitar H_0 , quando H_0 deveria ser rejeitada (quando o processo não tem LQOA, pois, tem um LQOU).
- 8) Especificar os erros α, β – consequentemente os valores ARL_0/ARL e encontrar o melhor valor m, n usando a CCO.

Com este método, pode-se encontrar os limites de controle considerando significância econômica, tal como proposto no caso 3 mostrado Quadro 3. O processo é considerado sob controle quando $\delta \leq \Delta$ para especificar o erro β e α .

Tabela 9 – Relação do C_{pk} e resultado do nível da qualidade.

Z		Cpk		Probabilidade		%	PPM
LIE	LSE	LIE	LSE	LIE	LSE		
-4	4	1,333	1,333	0,00003	0,00003	0,006	63,34
-3	5	1,000	1,667	0,00135	0,00000	0,135	1350,2
-2	6	0,667	2,000	0,02275	0,00000	2,275	22750,1
-1	7	0,333	2,333	0,15866	0,00000	15,866	158655

Fonte: Elaborado pelo autor.

A construção da relação entre a média do desempenho e o número de amostras, tamanho da amostra, para processos IC e OOC é obtida por: $ARL = ARL(W, \Delta, \delta, m, n)$. Então, os limites de controle são maiores quando $\Delta > 0$; nestes casos, há um Δ admissível, visto que o processo satisfaz as exigências de aceitabilidade. Nestas condições pode-se operar um processo IC, quando $\mu = \mu_0 \pm \Delta\sigma_0$, para $\Delta \geq 0$, e quando o processo estiver no estado OOC, afirmar-se-á que $\mu = (\mu_0 \pm \Delta\sigma_0) \pm \delta\sigma_0$, para $\delta > 0$. Em outras palavras, para os limites de controle é adicionado Δ , logo tem-se que o limite inferior e superior são estimados para cada caso são respectivamente:

$$\text{Caso 1: -- } LIC_{\bar{X}} = (\mu_0 - \Delta\sigma_0) - 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}; LSC_{\bar{X}} = (\mu_0 + \Delta\sigma_0) + 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}.$$

$$\text{Caso 2: -- } \widehat{LIC}_{\bar{X}} = (\bar{X} - \Delta\sigma_0) - 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}; \widehat{LSC}_{\bar{X}} = (\bar{X} + \Delta\sigma_0) + 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}.$$

$$\text{Caso 3: -- } \widehat{LIC}_{\bar{X}} = (\mu_0 - \Delta\sigma_0) - 3 \frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}}; \widehat{LSC}_{\bar{X}} = (\mu_0 + \Delta\sigma_0) + 3 \frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}}.$$

$$\text{Caso 4: -- } \widehat{LIC}_{\bar{X}} = (\bar{X} - \Delta\sigma_0) - 3 \frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}}; \widehat{LSC}_{\bar{X}} = (\bar{X} + \Delta\sigma_0) + 3 \frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}}.$$

As tabelas que estão no Apêndice apresentam as medidas de desempenho do ARL do gráfico de controle considerando que o processo esteja sob controle. No caso 1,

tem-se a situação, em que todos os parâmetros estatísticos são conhecidos, este seria o caso perfeito para toda e qualquer empresa, pois, não haveria problemas com as estimativas em decorrência de se conhecer os parâmetros.

4.2 ANÁLISE NUMÉRICA DOS QUATROS CASOS

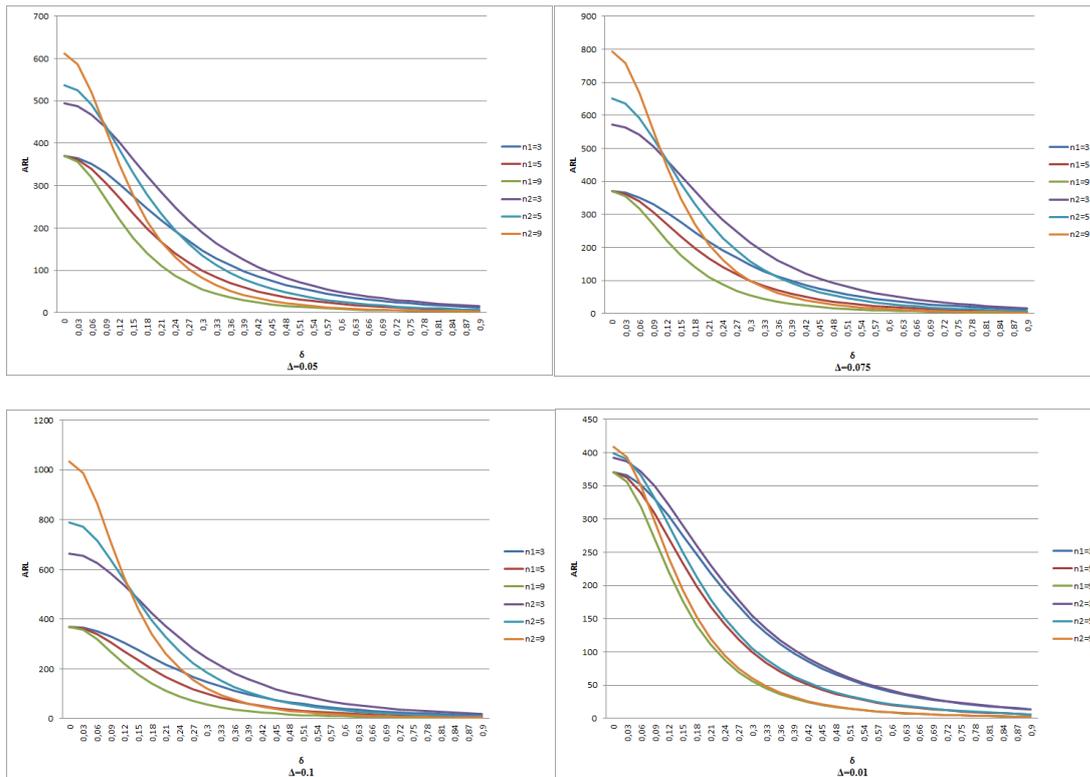
4.2.1 Caso 1: Parâmetros conhecidos $[\mu_0; \sigma_0]$

Na Tabela 15 (ver Apêndice) tem-se valores de ARL para $0 \leq \Delta \leq 0,15$ e $0 \leq \delta \leq 1,25$, e tamanho da amostra na segunda fase entre 3 a 100. Observa-se que, para $\Delta=0$ não há folga nos limites de controle, cuja situação assemelha-se ao caso clássico dos gráficos de controle, em que o ARL é igual a 370,4 (erro tipo I igual a 0,27%) para o estado sob controle, $\delta = 0$. A partir de $\delta > 0$, o processo está fora de controle e o ARL decresce conforme aumenta o desvio na média. Deste modo, conforme n aumenta o ARL diminui, melhorando assim, o poder do gráfico em detectar pontos fora de controle. No caso em que, $\Delta=0,15$ e $\delta>0,15$, o processo é considerado fora de controle e o ARL decresce conforme n aumenta.

A Tabela 16 (ver Apêndice) possibilita fazer a mesma análise que a anterior, porém há folga nos limites ($\Delta>\delta$) na primeira coluna; nesse caso o processo é considerado aceitável e deve continuar em operação, não necessitando de paradas para correções. Observe que, para a condição em que $\Delta < \delta$, o processo deve ser interrompido e ajustes devem ser feitos sobre o mesmo. Assim, ao aumentar o tamanho da amostra, o ARL diminui, o que melhora sua capacidade de detectar um estado indesejável. Isso significa, que quando o processo está sob controle o erro tipo I, α , decresce para n muito grande. Similarmente ocorre, quando o processo está fora de controle para o erro tipo II: erro β decresce quando n aumenta. Por exemplo, para $\Delta=0,3$, $\delta=0,25$, e $n=[3; 5; 7]$, $ARL=[951,5; 1062,7; 1148,1]$; para $\Delta=0,3$, $\delta=1,25$, e $n=[3; 5; 7]$, $ARL=[11,39; 5,25; 3,19]$.

A Tabela 17 (ver Apêndice) apresenta o mesmo comportamento das tabelas anteriores para a obtenção do valor do ARL , para $\Delta=0,6$; $\delta=0,5$; e $n=[3; 5; 7]$, $ARL=[1325,74; 1579,88; 1824,34]$; para $\Delta=0,6$; $\delta=1,25$; e $n=[3; 5; 7]$, $ARL=[32,87; 16,39; 9,97]$. Na Figura 25 têm-se os mesmos resultados das tabelas na forma gráfica. Em geral, vê-se que há a possibilidade de folga de capacidade dos processos, o uso de limites expandidos é mais vantajoso, por reduzir o erro tipo I.

Figura 25 – Curvas característica de operação da carta de controle com $\Delta \geq 0$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A seguir, serão apresentados os valores do ARL 's para o caso 2, no qual apenas o parâmetro estatístico desvio padrão é conhecido, e o parâmetro média é estimado.

4.2.2 Caso 2: Média estimada e desvio padrão conhecido [μ ; σ_0]

Nesse caso, um novo parâmetro é introduzido nos gráficos de controle, que é o número de amostras extraído do processo para estimar a média populacional, neste caso, m . Na Tabela 18 (ver Apêndice) tem-se as mesmas combinações do caso 1; observa-se quando $\delta > \Delta$, o ARL decresce. Resultado similar ao caso 1.

Na Tabela 19 (ver Apêndice) observa-se que, para $\Delta=0,30$; $\delta=0,25$; $m=5$ e $n=[3;5;7]$, $ARL=[1040,9;1504,7;1985,8]$; e para $\Delta=0,45$; $\delta=0,25$; $m=5$ e $n=[3; 5;7]$, $ARL=[2707;5435;9516]$ neste caso, temos $\Delta > \delta$, que apresenta de modo similar o mesmo comportamento que o caso 1: quando n aumenta o ARL também; e quando $\Delta < \delta$, à medida que n aumenta o ARL diminui.

A Tabela 20 (ver Apêndice) apresenta a mesma interpretação das anteriores pois, à medida que n aumenta o ARL também cresce quando $\Delta > \delta$, e destaca-se, que para $m=5$, $\Delta =0,60$; $\delta=0,25$, $n=[9; 11;100]$, $ARL = >100000; >100000; >100000$, para

as combinações, $\Delta = 0,75$; $\delta = 0,25$ e $\Delta = 0,70$; $\delta = 0,50$ os valores do *ARL* são similares (> 100000). Para $\Delta < \delta$, quando n aumenta o *ARL* decresce.

Na Tabela 21 (ver Apêndice) observa-se que para $\Delta = 0,15$; $\delta = 0,2$; $m = 15$ e $n = [3; 5; 7]$; $ARL = [447,5; 435,3; 410,7]$; e para $\Delta = 0,15$; $\delta = 1,25$, $m = 15$ e $n = [3; 5; 7]$; $ARL = [8,230; 3,655; 2,260]$ neste caso, tem-se $\Delta < \delta$, que apresenta o seguinte comportamento: quando n aumenta o *ARL* diminui. Logo, tem-se uma relação inversamente proporcional. E quando $\Delta > \delta$, à medida que n aumenta o *ARL* cresce.

As Tabelas 22 a 29 (ver Apêndice) apresentam o mesmo padrão das demais, pois, à medida que n cresce *ARL* para $\Delta > \delta$, e quando $\Delta < \delta$, o *ARL* decresce.

A conclusão para o caso 2 é que quando $m = 5000$ aumenta reduz-se o erro de estimativa da média e o gráfico de controle se assemelha ao gráfico clássico de Shewhart com parâmetro conhecido; desse modo aproxima-se do caso 1. Portanto, feita essa consideração, cabe destacar que, a partir dos resultados dessas análises, que o erro tipo I diminuiu à medida que o número de amostras extraídas na fase I aumenta. Por sua vez, o erro tipo II diminuiu à medida que o tamanho da amostra aumenta na fase II. A seguir serão apresentadas as análises para o caso 3.

4.2.3 Caso 3: Média conhecida e desvio padrão estimado [μ_0 ; σ]

Neste caso, a média é conhecida e o desvio padrão é desconhecido. As Tabelas de 30 a 41 (ver Apêndice) mostram os resultados para as mesmas configurações das análises feitas para o caso 2. Nesse caso, em razão da dificuldade em se obter soluções matemáticas exatas para $m = 5000$, fez-se os cálculos para $m = 500$. Observa-se que, o erro tipo I é menor nesses casos quando o processo está em estado de controle, quando comparado com o caso anterior para n pequenos. O *ARL* se aproxima do valor padrão de 370,4 quando n cresce. Em termos de m quando esse cresce e n cresce tende-se a $ARL = 370,4$ valor padrão dos gráficos de controle clássicos. Portanto, esse resultado é coerente com a teoria. Toda essa análise para o caso de $\Delta < \delta$, tem-se a mesma conclusão com relação ao comportamento do *ARL* para diferentes m e n .

A seguir, serão apresentados os valores do *ARL*'s para o caso 4, no qual os parâmetros estatísticos desvio padrão e média são desconhecidos.

4.2.4 Caso 4: Parâmetros desconhecidos [μ ; σ]

Este caso, em que os parâmetros são desconhecidos, é o mais comum na prática. Em geral, os parâmetros estatísticos são desconhecidos e estimados na fase I de implantação dos gráficos de controle. As Tabelas 42 a 56 (ver Apêndice) mostram os valores do *ARL* para diferentes m e n . Há algumas combinações, no qual não foram encontradas soluções numéricas exatas. Verifica-se, pelos resultados obtidos que, para m pequenos e processos sob controle, com $\Delta=0$ e $\delta=0$, que configura o gráfico tradicional de controle, o erro tipo I tende ao valor padrão de 0,27% ($ARL=370,4$) à medida que o tamanho da amostra aumenta. Nos casos em que com $\Delta=0$ e $\delta>0$, processos fora de controle, o erro tipo II diminui à medida que n aumenta (veja a Tabela 42). Para os casos em que $\Delta>\delta$, o *ARL* tendem a aumentar à medida que n aumenta (veja Tabela 43). Observa-se quando m aumenta, para n grande, e $\Delta=0$ e $\delta=0$, o *ARL* se aproxima de 370,4; e, para $\Delta=0$ e $\delta>1$, $m=100$ e $n=13$, o *ARL* é menor que para, $m=25$ e $n=13$ (de 2,846 para 1,385), o que indica o menor erro tipo II. Portanto, aumentar o número de amostras extraídas na fase I reduz os erros tipos I e II.

4.3 RESULTADOS

Depois de analisar estes quatro casos, os resultados mais importantes são os seguintes:

- Quando o parâmetro Δ é incluído no modelo, há menor erro tipo I (α) quando comparado com o gráfico de controle tradicional *X-bar*. A Figura 26 mostra esses resultados, por exemplo, quando Δ é grande, erro tipo I é menor. Este resultado pode ocorrer em algumas situações muito importantes, em que o custo de tomar medidas especiais em causas especiais é alto e o impacto para os clientes é pequeno.
- O maior efeito no *ARL*, por consequência nos erros tipo I e II, ocorrem quando o desvio padrão σ_0 é desconhecido, quando comparados com a média μ_0 desconhecida. A Tabela 10 ilustra esta conclusão. Por exemplo, para $\Delta = 0$, $\delta = 0,25/1,00$; $m = 25$, $n=5$ e 15 , o *ARL* inferior/baixo ocorre para o caso 1 (parâmetros conhecidos) e o pior *ARL* ocorre quando os parâmetros são desconhecidos (caso 4). Este resultado favorece a nova abordagem para a construção do planejamento do gráfico de controle. Então, é melhor saber o desvio padrão do que a média, mas às vezes não é possível. A alternativa é

tomar uma amostra de tamanho maior para obter um desempenho similar do gráfico de controle com uma média desconhecida.

- Se um processo está IC quando $\bar{X} \in [\mu_0 + \Delta\sigma_0; \mu_0 - \Delta\sigma_0]$ é considerado, então o processo está sob controle quando $\delta \leq \Delta$. Nesta situação o *ARL* máximo (erro tipo I mínimo) é desejado. Caso contrário, quando $\delta > \Delta$, o *ARL* mínimo é desejado. Quando o parâmetro Δ é introduzido na função do *ARL*, o desempenho do gráfico *X-bar* é melhorado. A Tabela 11 mostra um exemplo. Para quatro casos, o tipo de erro que é menor do que o gráfico de controle tradicional, representado quando $\Delta = 0$. Por exemplo, para $\Delta=0,3$ e $\delta=0,25$ (suposição do processo IC), o *ARL* é maior do que quando $\Delta=0, \delta=0,25; m=25$ e $n=15$ para todos os casos. Por outro lado, quando $\delta=1,00$ (processo OOC) quando $\Delta=0; \delta=0,25; m=25$ e $n=15$; o poder do teste não é muito ruim.

Tabela 10 – Desempenho comparativo do *ARL* para os quatro casos quando $\Delta=0$ e $m = 25$.

Situação	Tamanho da amostra	<i>ARL</i>		Parâmetros
		$\delta=0,25$	$\delta=1,00$	
Caso 1	5	133,1	4,495	Conhecidos μ_0, σ_0
	15	47,33	1,236	
Caso 2	5	148,0	4,739	μ, σ_0
	15	54,00	1,250	
Caso 3	5	427,3	6,082	μ_0, σ
	15	57,00	1,254	
Caso 4	5	527,6	6,526	desconhecidos μ, σ
	15	65,4	1,264	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 11 – Desempenho comparativo do *ARL* para os quatro casos quando $\Delta = 0; 0,3$; e $m = 25$.

Situação	Tamanho amostral	<i>ARL</i>			
		$\Delta = 0$		$\Delta = 0,3$	
		$\delta=0,25$	$\delta=1,00$	$\delta=0,25$	$\delta=1,00$
Caso 1	5	133,1	4,495	1062,7	1422,5
	15	47,33	1,236	1422,5	2,589
Caso 2	5	148,0	4,739	1274,2	14,47
	15	54,00	1,250	1855,6	2,679
Caso 3	5	427,3	6,082	6340	22,81
	15	57,00	1,254	2055,	2,709
Caso 4	5	527,6	6,526	8973	26,15
	15	65,4	1,264	2762	2,811

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.4 EXEMPLO ILUSTRATIVO

Na Seção 4.1 delineou-se o procedimento para a aplicação do gráfico de controle de aceitação, considerando a expansão dos limites de controle, por meio da inclusão de um novo parâmetro nos cálculos. Esse parâmetro foi denominado de Δ cujo valor pode, mas não necessariamente, ser determinado a partir dos índices de capacidade de processo. Nesta Seção, ilustra-se o uso do método proposto. Para efeito de comparação, será apresentado um exemplo ilustrativo, no qual serão realizadas aplicações do gráfico de controle tradicional e o proposto nesta tese. As variáveis independentes serão o número de amostras tomadas na fase I, e o tamanho da amostra tomada na fase II, e o método de cálculo dos limites de controle, que envolve as estatísticas de teste, e critérios de decisão, para parada do processo ou aceite do mesmo. O esquema amostral será de amostragem única para os dois casos.

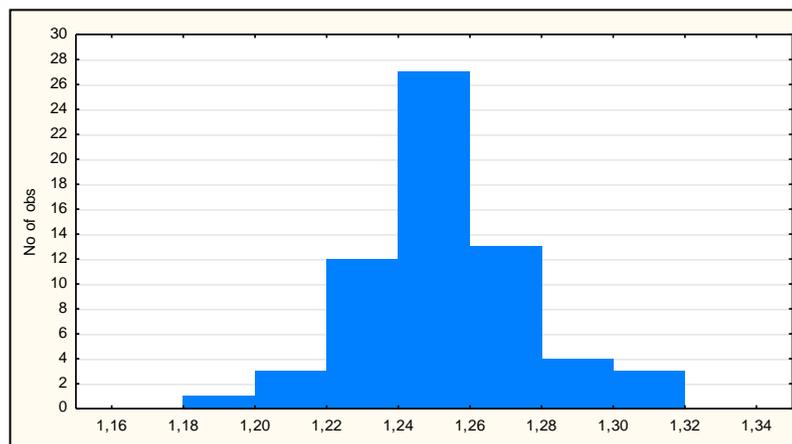
4.4.1 Caso das coifas de borracha

Nesta seção, tem-se um exemplo para ilustrar o método proposto. Esse exemplo refere-se à produção de coifas e gaxetas usadas em peças automotivas. A característica de qualidade a ser monitorada é a espessura das coifas. O principal custo do processo, em termos de equipamentos, são as matrizes utilizadas na conformação dos batoques previamente extrudados. Outras variáveis envolvidas no processo, e mais fáceis de serem controladas, são a temperatura das matrizes, a composição química a base de negro de fumo dos batoques, a homogeneidade da massa, determinada pela

operação de mistura. Cada matriz contém 28 cavidades relativamente uniformes, conforme distribuição ilustrada no gráfico da Figura 26, que representa a distribuição amostral de 125 peças extraídas aleatoriamente do processo. Uma decisão crítica para a produtividade da fábrica, é parar o processo para substituição da matriz, e o custo da mesma, comparado a outras intervenções, por exemplo na temperatura, ou substituição da matéria prima, é relativamente maior. Por outro lado, o gerente de produção é obrigado a manter um nível de qualidade aceitável para a espessura da gaxeta, caso contrário, a mesma pode rasgar e perder a funcionalidade. Assim, decidiu-se em utilizar um gráfico de controle modificado, introduzindo aspectos práticos e econômicos na decisão de parar a prensa e substituir a matriz.

Assim, desenvolver a aplicação pretendida do gráfico de controle, foram tomadas vinte e cinco amostras de tamanho 5 ($m = 25$, $n = 5$). A característica de qualidade avaliada, tem a especificação de $1,26 \pm 0,10$ mm. A partir da amostra foram estimados a média e o desvio padrão do processo: $\bar{x} = 1,26$ mm e $\hat{\sigma} = 0,023$ mm. A Figura 26 mostra o histograma dos dados coletados, com relação à normalidade, utilizou-se o teste de Ryan Joiner que é similar ao teste de Shapiro-Wilk. As hipóteses do teste são as seguintes: H_0 : a amostra provém de uma distribuição normal (Hipótese nula) e H_1 : a amostra não provém de uma distribuição normal (Hipótese alternativa). Este teste observou a suposição de normalidade dos dados foi satisfeita. O índice de capacidade estimado $(Cpk = \frac{\bar{\mu} - LIE}{3\hat{\sigma}})$ foi $\widehat{Cpk} = 1,304$, e a capacidade potencial $(Cp = \frac{LSE - LIE}{6\hat{\sigma}})$ estimada foi $\widehat{Cp} = 1,445$.

O Gerente considera aceitável um $Cpk = 1,33$ e inaceitável um $Cpk < 1,00$. Conseqüentemente, o desvio da média maior que $\delta > 3\Delta_{Cpk} = 3(Cpk_{max} - Cpk_{min})$ seria indesejável (isto seria um nível de qualidade inadmissível para o processo). Neste caso, $\delta_{min} = 3(1,445 - 1,33) = 0,345$. Se considerando inadmissível $Cpk < 1,00$, o $\delta_{max} = 3(1,445 - 1,00) = 1,335$. Então, $\delta_{min} < 0,345$, pode-se considerar o processo aceitável (desvio permitido de μ_0), nesse estado, não se pode fazer interrupção no processo, mas quando $\delta > \delta_{max} = 1,335$, deve-se parar o processo. Em termos de $\Delta_{Cpk} = 0,115$ (permitido) e $\Delta_{Cpk} = 0,445$ (não permitido).

Figura 26 – Representação da distribuição dos dados.

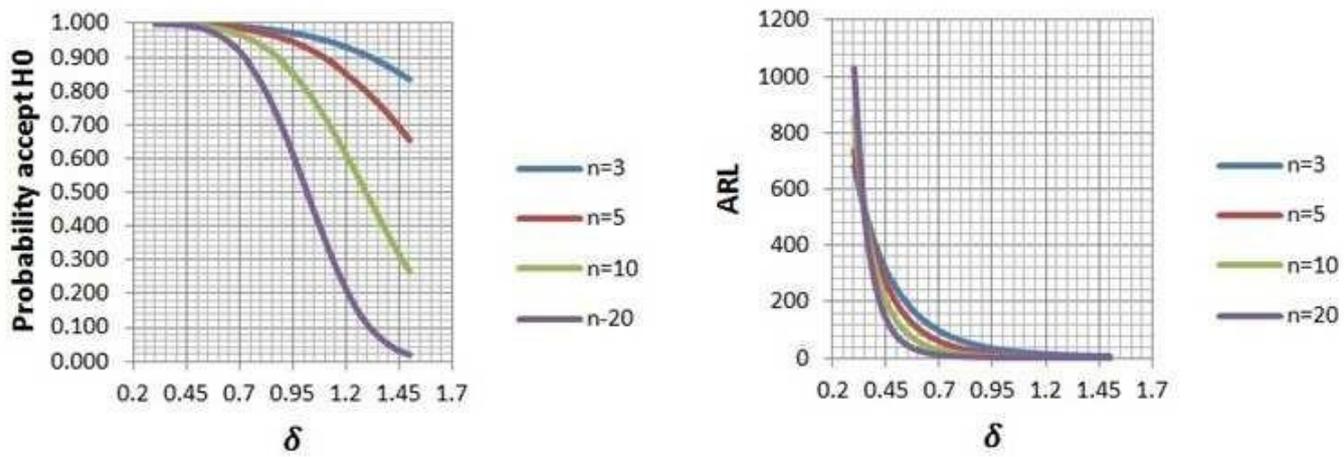
Fonte: Elaborado pelo autor.

As seguintes etapas foram propostas neste exemplo ilustrativo:

1. $Cpk_{min} = 1,33$, que corresponde a 63,34 PPM de **NQA**.
2. $Cpk_u = 1,00$, que corresponde a 1350,2 PPM de **NQI**.
3. $Cp = \frac{LSE-LIE}{6\hat{\sigma}} = 1,445$.
4. $\Delta = 3(Cp - Cpk_{min}) = 3(1,445 - 1,33) = 0,345$.
5. Determinar o valor de δ para $\delta = 3(Cp - Cpk_u) = 3(1,445 - 1,00) = 1,335$. Em termos do δ , $NQA = 1,335$.
6. Encontrar o desempenho do *ARL* por diferentes números de amostras (m) e de tamanho (n) por $ARL(\Delta, \delta, m, n) = ARL(0,345, \delta, m, n)$, $\delta \geq 0,345$.
7. Especificar as hipóteses estatísticas:
 - a. H_0 : o processo está sob controle (IC) quando $\delta \leq \Delta$.
 - b. H_1 : o processo está fora de controle (OOC) quando $\delta > \Delta$.
8. Especificar os erros α, β – consequentemente os valores de ARL_0/ARL : $\alpha \leq 0,0027 (ARL_0 \geq 370,4)$, $\beta \leq 0,08 (ARL \leq 1,1)$ e encontrar a probabilidade de aceitação das hipóteses de um processo IC para especificar m e n .

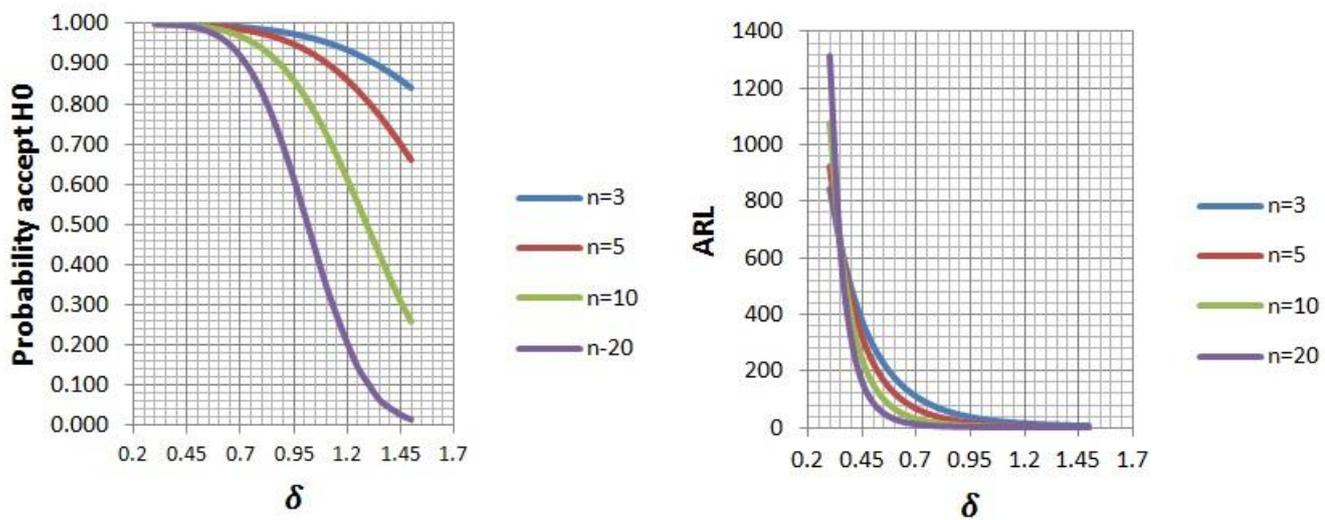
As Figuras 27 e 28 mostram a probabilidade de aceitação da hipótese H_0 e os valores de *ARL* para $m = 15; 50$ e $n = [3, 5, 10, 20]$. Pode-se observar que, quanto maior o valor de n , menores são os erros α e β , e também o valor de m tem influência sobre o *ARL* e os erros α e β , como mostrado nas Tabelas 12 e 13.

Figura 27 – Probabilidade de não rejeição das hipóteses H_0 e valor do ARL para $m = 15$



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 28 – Probabilidade de não rejeição das hipóteses H_0 e valor do ARL para $m = 50$



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 12 – Valores do *ARL* para $m = 15$ e $n = [10; 20]$.

δ	n	ARL	P(não rejeitar H_0)	n	ARL	P(não rejeitar H_0)
0,30	10	854,7	0,999	20	1030	0,999
0,35	10	518,1	0,998	20	507,6	0,998
0,40	10	321,5	0,997	20	261,0	0,996
0,50	10	132,5	0,992	20	78,4	0,987
0,60	10	59,4	0,983	20	27,9	0,964
0,70	10	28,9	0,965	20	11,7	0,915
0,80	10	15,3	0,935	20	5,71	0,825
0,90	10	8,77	0,886	20	3,25	0,692
1,00	10	5,43	0,816	20	2,12	0,528
1,10	10	3,62	0,724	20	1,56	0,359
1,15	10	3,03	0,670	20	1,39	0,281
1,20	10	2,58	0,612	20	1,27	0,213
1,25	10	2,24	0,554	20	1,18	0,153
1,30	10	1,97	0,492	20	1,12	0,107
1,35	10	1,76	0,432	20	1,08	0,074
1,40	10	1,59	0,371	20	1,05	0,048
1,45	10	1,46	0,315	20	1,03	0,029
1,50	10	1,36	0,265	20	1,018	0,018

Fonte: Elaborada pelo autor.

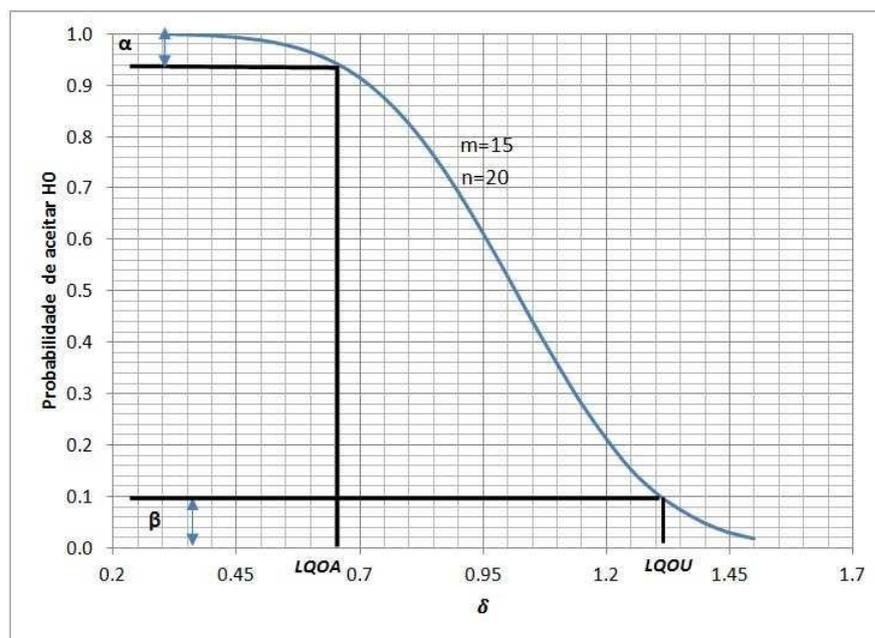
Ao comparar o valor da probabilidade de não rejeitar H_0 entre $m = 15$ e $m = 50$ para $n = 20$ e $\delta = 1,35$, tem-se 0,074 e 0,065, com *ARL* 1,08 e 1,07, respectivamente. Como para $\delta = 1,35$ é condicional inaceitável. Portanto, a melhor opção é $m = 50$ e $n = 20$.

Contudo, na consideração preliminar, é aceito que $\beta \leq 0,08$ ($ARL \leq 1,1$), portanto para $m = 15$ e $n = 20$ há resultados suficientes, pois a probabilidade de aceitar H_0 é de 0,07 e $ARL = 1,08$. Esta configuração, para $\delta = 0,35$, o $ARL = 507$ e o tipo de erro I é $\alpha = 0,00197$. Veja a Figura 29.

Tabela 13 – Valores do *ARL* para $m = 50$ e $n = [10; 20]$.

δ	n	<i>ARL</i>	P(não rejeitar H_0)	n	<i>ARL</i>	P(não rejeitar H_0)
0,30	10	1075,20	0,999	20	1315,7	0,999
0,35	10	641,00	0,998	20	625,000	0,998
0,40	10	389,10	0,997	20	312,500	0,997
0,50	10	154,30	0,994	20	89,400	0,989
0,60	10	66,97	0,985	20	30,490	0,967
0,70	10	31,70	0,968	20	12,300	0,919
0,80	10	16,30	0,939	20	5,890	0,830
0,90	10	9,18	0,891	20	3,280	0,695
1,00	10	5,58	0,821	20	2,110	0,526
1,10	10	3,67	0,728	20	1,540	0,351
1,15	10	3,06	0,673	20	1,380	0,275
1,20	10	2,59	0,614	20	1,260	0,206
1,25	10	2,24	0,554	20	1,170	0,145
1,30	10	1,96	0,490	20	1,116	0,104
1,35	10	1,75	0,429	20	1,070	0,065
1,40	10	1,58	0,367	20	1,046	0,044
1,45	10	1,45	0,310	20	1,028	0,027
1,50	10	1,35	0,259	20	1,016	0,016

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 29 – Ilustração dos erros α e β para o método proposto.

Fonte: Elaborada pelo autor

A Tabela 14 sintetiza os erros α e β para $m = 15, 50$ e $n = 20$. Observe que um m maior tem melhor discriminação entre duas condicionais de $\delta = 0,35$ e $\delta = 1,35$. Como também é mostrado nas Tabelas 12 e 13. Neste caso, os limites de controle são

determinados por $L\widehat{SC}_{\bar{x}} = (\bar{\bar{X}} + 0,345\sigma_0) + K_{\bar{x}}\sigma_0$ e $L\widehat{IC}_{\bar{x}} = (\bar{\bar{X}} - 0,345\sigma_0) - K_{\bar{x}}\sigma_0$, em que a estimativa de μ_0 é $\bar{\bar{x}} = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij}$.

Tabela 14 – Poder do teste para discriminar o processo.

		Verdade	
		Sob controle $\delta \leq 0,35$	Fora de controle $\delta \geq 1,35$
$m = 15$ $n = 20$			
Decisão	Sob controle	0,998	0,074
	Fora de controle	0,00197	0,926
		Verdade	
		Sob controle $\delta \leq 0,35$	Fora de controle $\delta \geq 1,35$
$m = 50$ $n = 20$			

Fonte: Elaborada pelo autor.

Síntese da aplicação e comparação com outros métodos

O método proposto nesta tese refere-se ao uso de gráficos de controle de aceitação. O gráfico proposto baseia-se no uso dos índices de capacidade de processo, considerando que o mesmo siga uma distribuição normal e que os índices de capacidade, Cpk , seja maior do que o admissível, e que os custos de intervenção no processo para ajustá-lo, sejam maior que os benefícios gerados.

O parâmetro Δ , inserido no cálculo dos limites de controle, basearam-se nos índices Cp e Cpk estimados, a partir da amostra obtida na fase I. Os parâmetros α e β foram pré-fixados segundo os interesses da empresa, e representam os riscos do consumidor e do produtor.

Definido os erros α e β , e de posse dos modelos desenvolvidos para cada situação (caso 1, 2, 3 e 4), determina-se o melhor fator $m = 15$ e $n = 20$, do que denominamos de sistema de controle estatístico. Em seguida, determina-se o $\Delta = 3(Cpk_{max} - Cpk_{min})$. Em termos do δ , cuja notação é utilizada na Figura 29, $\delta = \Delta$, e usa-se esse parâmetro no cálculo dos limites de controle, dado por: $L\widehat{SC}_{\bar{x}} = (\bar{\bar{X}} + \delta\sigma_0) + K_{\bar{x}}\sigma_0$ e $L\widehat{IC}_{\bar{x}} = (\bar{\bar{X}} - \delta\sigma_0) - K_{\bar{x}}\sigma_0$, em que a estimativa de μ_0 é dada por $\bar{\bar{x}} = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij}$.

De posse desses dados, tem-se o gráfico de aceitação proposto nesta tese, que se diferencia em termos de procedimento do método de Montgomery (2009), e dos outros três métodos mostrados na Figura 3. A principal diferença, que indiretamente, como no método de Montgomery, está também associado a especificação de engenharia, porém adota-se os índices amplamente conhecidos nas indústrias

manufatureira, que são os índices C_p e C_{pk} . No qual, acredita-se, facilitar o entendimento por parte dos praticantes dos objetivos do gráfico proposto, menos abstratos que os demais métodos.

O praticante pode também encontrar o poder de teste do gráfico, bem como avaliar os riscos tipo I e tipo II. A desvantagem em relação à Modelagem da função densidade de probabilidade da estimativa do C_p/C_{pk} , e que essa considera os erros de estimativa função densidade de probabilidade dos índices, entretanto é mais complexo matematicamente, o que pode ser para o usuário uma barreira para seu uso.

Quanto ao uso de gráficos com limites assimétricos e amostragem dupla, que segue a linha dos chamados design econômicos de gráficos de controle, esses são métodos interessantes, que podem ser viáveis do ponto de vista econômico, porém os critérios de decisão, envolve mais de uma região, com dois limites de controle, e considerando o sinal do desvio em termos de risco para o consumidor e custos de retrabalhos e refugos, eleva a complexidade de gestão do sistema. O método proposto nesta tese é de pF , ao contrário da abordagem de Gonçalves et al. (2016), que transita entre pF e pV . Nesse último, o modelo matemático para encontrar o valor esperado do ARL é mais complexo, o que também obstaculiza a sua generalização no uso pelos praticantes.

Por último, o método de Gráficos restrito aos índices de C_p/C_{pk} , proposto por Oprime & Mendes (2017), adota um método diferente que relaciona os fatores do sistema de controle, mostrado no Quadro 1, com o desempenho do ARL , e dos erros tipo I e II. Adota-se uma meta modelo, construído a partir de um design de experimento, DoE , usado na interface entre o usuário e a simulação. Pelo fato de usar simulação e meta modelos, os resultados são aproximados, e também mais complexos para os praticantes, que teriam que dominar, além da simulação, a técnica de construção de meta modelos.

Quadro 9 – Quadro síntese da análise comparativa entre os designs Quadro 1.

Método	Variáveis independentes
Shewhart	Número de amostras na fase I, $m = 5000$ para um erro $\alpha=0,27\%$. Tamanho da amostra entre 3 a 9, amostragem única, não adequado para processos com altos índices Cp/Cpk. Critérios de decisão envolve duas regiões: uma de aceitação outra de rejeição.
Limites assimétricos e amostragem dupla	Número de amostras na fase I próximo a 50, para um erro $\alpha = 0,27\%$. Tamanho da amostra adequado para 5 a 9, critérios de decisão baseado em três regiões, e podem ser adequados para processos com altos índices de capacidade. Utiliza-se de limites assimétricos adequados quando a pesos diferentes no sinal do desvio na média.
Modelagem da função densidade de probabilidade do Cp/Cpk	Número de amostras na fase I próximo a 35, para um erro $\alpha=0,27\%$; amostragem única, com tamanho da amostra na fase II próximo a 20, critério de decisão baseado em duas regiões. O modelo mais preciso, pois incorpora a <i>fdp</i> da estimativa dos índices <i>Cp/Cpk</i> nos cálculos dos limites estatísticos.
Gráficos restrito aos índices de Cp/Cpk	Número de amostras na fase I próximo entre 15 a 20, com amostragem única, tamanho da amostra na fase II maior que os outros métodos, próximo a 20. Utiliza-se da combinação entre métodos de simulação e de <i>DoE</i> para encontrar os parâmetros <i>m</i> e <i>n</i> .

Fonte: Elaborada pelo autor.

5 CONCLUSÕES

5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desta tese foi incorporar modelos de gráficos de controle de Shewhart considerando a significância prática e econômica, com uso dos índices de capacidade de processo. A presente tese centrou-se em três perguntas: Qual o desempenho de gráficos de controle que incorpore a significância prática e econômica nos seus modelos de probabilidade? Qual a sua vantagem em relação aos gráficos tradicionais? Como implementar esse tipo de gráficos de controle?

Então, desse ponto de partida, a tese foi desenvolvida no intuito de responder a essas indagações; mais especificamente, resolver o problema de como integrar aos gráficos de controle os índices de capacidade de processo e o conceito de significância prática e econômica; como foi descrito no Capítulo 1, há lacunas teóricas que necessitam ser preenchidas. Portanto, esta tese visa contribuir neste assunto, que ainda é pouco explorado na literatura.

Abordou-se então a construção de designs de gráfico de controle de aceitação, que incorpore significância econômica e prática aos métodos tradicionais de gráficos de controle, pois na literatura há poucas publicações a respeito desse assunto. Nesta tese, utilizou-se o modelo estatístico para determinação dos limites de controle com a inclusão de um novo parâmetro (Δ), que representa a significância prática e econômica. Sendo assim, a lacuna teórica existente no tocante à modelagem estatística foi preenchida.

Um ponto a destacar nesta tese foi a apresentação detalhada dos cálculos da modelagem estatística, visando a construção de designs de gráficos de controle via significância econômica integrado aos índices de capacidade Cp/Cpk . Desse modo, foram construídos modelos estatísticos para os quatro casos preestabelecidos: com parâmetros conhecidos; média desconhecida; desvio-padrão desconhecido e ambos os parâmetros desconhecidos. Com uso do software *Maple*, versão 13 foi possível obter solução numérica da expressão do ARL e desse modo, realizar a análise do desempenho dos gráficos de controle, considerando a significância prática dos quatro casos citados anteriormente.

Em se tratando da análise do desempenho dos gráficos de controle para os quatro casos, tem-se que os limites de controle expandidos tiveram um melhor desempenho em relação ao ARL , e aos erros tipo I e tipo II. Desse modo, há uma

redução significativa no número de alarmes falsos e conseqüentemente um ganho financeiro por paradas indesejáveis quando comparado aos gráficos tradicionais.

Portanto, as respostas as duas primeiras perguntas são positivas: *o desempenho de gráficos de controle que incorpore a significância prática e econômica nos seus modelos de probabilidade tem vantagens em termos dos erros tipo I e II quando comparado aos gráficos tradicionais.*

Apresentou-se nesta tese uma variedade de alternativas que suprem o que entende-se por significância prática e econômica que até o momento não foi identificado na literatura. A diferença entre significância prática e significância estatística, está no fato de que, a significância estatística refere-se à menor chance de erro de amostragem afetando as diferenças médias. A significância prática surge da aplicabilidade como consequência na tomada de decisões. Em outras palavras, ela é mais subjetiva e depende de fatores externos como custo, tempo, objetivos e etc, além da significância estatística.

O caminho para atingir os objetivos específicos propostos na introdução não foi linear. Ao longo do trabalho novas opções foram consideradas, mas não realizadas, tais como a aplicação de métodos não paramétricos, incluir no Capítulo 4 os gráficos de variância, desenvolvimento de gráficos de C_p e C_{pk} , e especialmente a inclusão de novos estudos de casos.

Considerado esses aspectos, cabe salientar e reforçar que método proposto é similar as cartas de aceitação. A ideia é que o produto deve ser produzido, a partir de um processo sob controle estatístico a um nível aceitável, mas, às vezes, ele não pode ser assumido no estado sob controle por aspectos econômicos e práticos. Este método pode fornecer uma base para a ação sobre o processo para encontrar o nível de qualidade com resultados economicamente satisfatórios para a empresa.

Neste sentido, foi elaborado um método para utilização da significância econômica, a partir do desenvolvimento matemático exposto nos Capítulos 3 e 4, para a obtenção dos limites de controle, e toda essa construção ganha destaque, pois, contribui como uma inovação pertinente, em decorrência das publicações nesse tópico serem poucas.

No capítulo 4, tem-se um exemplo ilustrativo, no qual trabalha com as medidas das espessuras das coifas de borracha, e obtenção dos limites de controle foi feita mediante as etapas estabelecidas pelo método proposto. E cabe ressaltar que, toda essa fundamentação proporcionou uma resposta positiva, pois, o método proposto para determinação dos limites de controle quando se considera significância econômica em

um gráfico de controle *X-bar*, forneceu um erro tipo I menor e assim pode dar um melhor nível de qualidade no resultado do processo.

Os aspectos econômicos estão inclusos, pois há uma redução da intervenção (supercontrole), quando uma ação é tomada sem necessidade, uma parada no processo para verificação de possíveis erros, quando de fato o processo está estável. E observando todo o contexto no exemplo ilustrativo, percebe-se mais uma vez a importância do uso dos limites de controle expandidos no desempenho do gráfico de controle *X-bar*.

O método do gráfico de controle de aceitação adotado neste tese, apresenta diferenças significativas em relação a abordagem clássica e outras referências mostradas na Figura 3. Com a estimação dos limites de controle considerando a significância econômica, tem-se uma substancial contribuição aos estudos pertinentes a essa área de estudo, pois a adoção de limites de controle expandidos melhora significativamente a análise do desempenho dos gráficos de controle.

Nos estudos feitos por Oprime e Mendes (2017) há uma complexidade na interpretação, pois, usa-se meta modelo e simulação, isto é um empecilho para os responsáveis pela execução do processo, enquanto que esta tese visou introduzir os modelos de gráficos de controle de aceitação considerando a significância prática e econômica por meio dos índices de capacidade de processos, sendo assim uso de índices de capacidade do processo, possibilita a melhora na comunicação entre o gráfico de controle e os praticantes. Pois, atrelar nos gráficos de controle os índices de capacidade como de suporte de decisão é sem sombra de dúvida algo inovador. Nos estudos de Castagliola, Celano e Chen (2009) o objetivo foi analisar o efeito da estimação do parâmetro variância, nesta tese apenas apresentou-se as propriedades do gráfico da variância, o foco foram os gráficos de controle de aceitação. O trabalho de Woodall (1985) considera aspectos práticos de decisão, mas a parte da modelagem estatística dos limites de controle não é apresentada, enquanto que nesta tese a fundamentação matemática é apresentada.

Esta tese apresentou as seguintes contribuições: o desenvolvimento da modelagem estatística. Destaco também a elaboração do método para determinação dos limites de controle considerando a significância prática e econômica. Destaca-se também o uso dos gráficos de controle de aceitação considerando a significância prática e econômica, pois, é uma forma diferente de abordagem.

Houve dificuldades na programação no *Maple* e restrições técnicas limitaram a obtenção de soluções matemáticas dos modelos desenvolvidos. Além do mais, o trabalho tornou-se complexo do ponto de vista matemático, e o foco na significância prática sofreu alguns desvios. Porém, de modo geral conseguiu-se obter os modelos que relacione os índices de capacidade com o *ARL* similar aos gráficos de aceitação proposto por Montgomery (2009). O que se conclui é que o método é viável e adere a prática das empresas.

5.2 TRABALHOS FUTUROS

Recomenda-se realizar estudos futuros a partir do método proposto neste trabalho, tais como, o uso de gráficos de controle não paramétricos para diferentes métodos de testes estatísticos para locação e escala; construção de gráficos de controle dos índices C_p e C_{pk} ; uso de amostragem múltiplas para gráficos de aceitação com significância prática.

Sugere-se a realização de um estudo aprofundado desta abordagem considerando a significância prática e econômica para os gráficos de controle da variância, pois nesta tese apresentou-se apenas suas propriedades.

REFERÊNCIAS

- ABBASI, B.; NIAKI, S. T. A. Estimating process capability indices of multivariate non-normal processes. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, 50 (5-8), p. 823-830, 2010.
- AHMAD, L.; ASLAM, M.; JUN, C. “The design of a new repetitive sampling control chart based on process capability index”. **Transactions of the Institute of Measurement and Control** , Vol. 38. No. 8, p. 971-980, 2015.
- AIAG/ASQC. **Fundamental statistical process control reference manual**. Troy, MI: AIAG. 1991.
- ALI, S.; RIAZ, M. On the generalized process capability under simple and mixture models. **Journal of Applied Statistics**, v. 41, n. 4, p. 832-852, 2014.
- AMERICAN SOCIETY FOR QUALITY CONTROL - ASQC. **Garantia de qualidade para indústrias químicas e de processos: um manual de boas práticas**. Qualitymark Editora Ltda. Rio de Janeiro, 1993.
- AMERICAN SOCIETY FOR QUALITY. Disponível em <<http://asq.org/index.aspx>>, Acesso em: 15 abril. 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5426 : **Planos de amostragem e procedimentos na inspeção por atributos: procedimentos**. Rio de Janeiro: ABNT, 1985. 63p.
- BAI, D. S.; LEE, K. T. Variable sampling interval X control charts with an improved switching rule. **International Journal of Production Economics** 76, 189-199, 2002.
- BAKER, R. C.; BROBST, R. W. Conditional Double Sampling. **Journal of Quality Technology**, v. 10, p. 150-154, 1996.
- BAMFORD, D. R.; GREATBANKS, R. W. The use of quality management tools and techniques: a study of application in everyday situations. **International Journal of Quality & Reliability Management**. Vol. 22 No. 4, p. 376-392. 2005.
- BARÇANTE, L. C. **Qualidade total: uma visão brasileira**. Rio de Janeiro: Campus, 1998.
- BOLFARINE, H.; SANDOVAL, M. **Introdução à Inferência Estatística. Coleção Matemática Aplicada**. Sociedade Brasileira de Matemática, 2001.
- BONDUELLE, G. M. Inspeção da qualidade. Curitiba: Universidade Federal do Paraná. 18slidescoloridos. Disponível em:<http://www.madeira.ufpr.br/disciplinasprofa_ghislaine/gqualidade/inspecao.ppt>. Acesso em: 21 Março. 2016.

BOONE, J. M.; CHAKRABORTI, S. Two Simple Shewhart-type multivariate non parametrics control charts. **Applied Stochastics Models in Business and Industry**, v. 28, p. 130-140, 2011.

BOX, G. E. P.; HUNTER, W. G.; HUNTER, J. S. Statistics for experimenters. **New York: Wiley**, p.510-539, 1978.

CASTAGLIOLA, P., CELANO, G. COSTA, A. F. B., FICHERA, S., Constrained economic design of S control charts for random process shifts. **International Journal of Quality & Reliability Management**, v.28 n.3, p.298 - 316, 2011.

CASTAGLIOLA, P.; CELANO, G.; CHEN, G. The Exact Run Length Distribution and Design of the S^2 Chart when the In-Control Variance is Estimated. **International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering**, v. 16, n.1, p. 23-38, 2009.

CASTAGLIOLA, P.; CELANO, G.; FICHERA, S. Evaluation of the statistical performance of a variable sampling interval R EWMA control chart. **Quality Technology & Quantitative Management**, 3(3), 307-323, 2006.

CASTAGLIOLA, P.; CELANO, G.; FICHEIRA, S .; NENES, G. The Variable Sample size t control chart for monitoring Short Productions Runs: **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, 66(9): 1353-1366, 2013.

CASTAGLIOLA, P.; MARAVELAKIS, A. CUSUM Control Chart for Monitoring the Variance when Parameters are Estimated. **Journal of Statistical Planning and Inference**, v. 141, n. 4, p.1463-1478, 2011.

CASTAGLIOLA P.; VÄNNMAN, K. Monitoring capability indices using an EWMA approach. **Quality and Reliability, Engineering International**, 23: 769-790, 2007.

CASTAGLIOLA, P.; WU, S. Design of the c and np Charts when the Parameters are Estimated. **International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering**, 19, 2, 125-138, 2012.

CELANO, G.; CASTAGLIOLA, P.; TROVATO, E. The economic performance of a CUSUM control chart for monitoring short production runs. **Quality Techology & Quantitative Management**, 9(4), 329-354, 2012.

CELANO, G.; CASTAGLIOLA, P.; TROVATO, E.; FICHERA, S. The economic performance of the Shewart t chart, **Quality Techology and Reliability Engineering Internacional**, 28(2), 159-180, 2011.

CHANG, Y. S.; CHOI, I. S.; BAI, D. S. "Process Capability Indices for Skewed Populations." **Quality and Reliability Engineering International** 18(5):383-393, 2002.

CHANG, T. C.; GAN, F. F. "Application of X-bar Control Chart with Modified Limits in Process Control ", **Quality Techology and Reliability Engineering Internacional**, Vol. 15, p. 355-362, USA. 1999.

CHAKRABORTI, S.; ERYILMAZ, S.; HUMAN, S. W. A phase II nonparametric control chart based on precedence statistics with runs-type signaling rules. **Computacional Statistic and Data Analysis** 53, 1054-1065, 2009b.

CHAKRABORTI, S.; HUMAN, S. W. "Parameter estimation and performance of the p-chart for attributes data," **IEEE Transactions in Reliability**, 55, 559-566, 2006.

CHAKRABORTI, S.; HUMAN, S. W.; GRAHAM, M. A. Phase I Statistical Process Control Charts: An Overview and Some Results. **Quality Engineering**, v. 21, p. 52-62, 2008.

CHAKRABORTI, S. Parameter Estimation and Design Considerations in Prospective Applications of the X bar Chart. **Journal of Applied Statistics**, v. 33, n. 4, p. 439- 459, 2006.

CHAN, L. K.; CHENG, S. W., SPIRING, F. A. A new measure of process capability: Cpm. **Journal of Quality Technology**, v. 20, n. 3, p. 162-75, 1988.

CHEN, G. The mean and standard deviation of the run length distribution of Xcharts when control limits are estimated. **Statistica Sinica**, 7, 789-798, 1997.

CHEN, H.; KUO, W. Comparisons of the symmetric and asymmetric control limits for R charts. In Proceedings of the 8th Asia Pacific industrial engineering & management system (APIEMS) and 2007 **Chinese Institute of Industrial Engineers (CIIE)** conference, Taiwan, December 2007.

CHEN, K. S.; HUANG, H. L.; HUANG, C. T. Control charts for one-side capability indices. **Quality & Quantity**, Amsterdam, v.41, n.3, p.413-427, 2007.

CHEN, Y. K. Economic design of X control charts for non-normal data using variable sampling policy. **International Journal of Production Economics** 92, 61-74, 2004

COSTA, A. F. B. Vssi charts xcharts with sampling at fixed times, Communications in Statistics. **Theory and Methods**, 27:11, 2853-2869, 1998.

COSTA, A. F. B. X charts with variable sample size. **Journal of Quality Technology** 26,12-18,1994.

COSTA, A. F. B. X charts with variable sample sizes and sampling intervals. **Journal of Quality Technology** 28,197-204,1997.

COSTA, A. F. B. X charts with variable parameters. **Journal of Quality Technology** 31,408-416,1999a.

COSTA, A. F. B. Joint X and R charts with variable sample size and sampling intervals. **Journal of Quality Technology** 31,387-397,1999b.

COSTA, A. F. B. Vssi charts xcharts with sampling at fixed times, Communications in Statistics. **Theory and Methods**, 27:11, 2853-2869, 1998.

COSTA, A. F. B.; CASTAGLIOLA, P. Effect of Measurement Error and Autocorrelation on the X-bar Chart. **Journal of Applied Statistics**, v.38, n.4, p.661-673, 2011.

COSTA, A. F. B.; MACHADO, M. A. G. Variable parameter and double sampling Xbar charts in the presence of correlation: the Markov chain approach. **Internacional Journal of Production Economics**, 130(2), 224-229, 2011.

COSTA, F. M. **Estatística** - Belém: UEPA - Centro de Ciências Sociais e Educação, 2011. 76 p.

COSTA, R. T. M. **Gráfico de controle Modificado para Processos com Estruturas Complexas de Autocorrelação**. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada e Estatística) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2015.

CROWDER, S.; HAMILTON, M. An EWMA for monitoring a process standard deviation. **Journal of Quality Technology**, 24(1), 12-21, 1992.

DEL CASTILLO, E.; Montgomery, D. C. "Short-Run Statistical Process Control: Q-Chart Enhancements and Alternatives," **Quality and Reliability Engineering International**, Vol. 10, p. 87-97, 1994.

DE MAGALHÃES, M. S.; COSTA A. F. B.; MOURA NETO, F. D. A hierarchy of adaptive \bar{X} control charts. **International Journal of Production Economics** 119, 271-283, 2009.

DE MAGALHÃES, M. S.; EPPRECHT, E. K.; COSTA, A. F. B.; MOURA NETO, F. D. Adaptive control charts: a Markovian approach for processes subject to independent disturbances. **International Journal of Production Economics** 99, 236-246, 2006.

DE MAGALHÃES, M. S.; EPPRECHT, E. K.; COSTA, A. F. B. Economic Design of a V_p X bar Chart. **International Journal of Production Economics**, v. 74, p. 191-200, 2001.

DE OLIVEIRA, C. C.; GRANATO, D.; CARUSO, M. S. F.; SAKUMA, A. M. **Manual para elaboração de cartas de controle para monitoramento de processos de medição quantitativos em laboratórios de ensaio**. Ed. 1. São Paulo: Instituto Adolfo Lutz, 2013.

DIAS, R. J.; INFANTE, P. "Control Charts with Predetermined Sampling Intervals". **International Journal of Quality and Reliability Management**, Vol. 25, N. 4, p 423-435, 2008.

Difference Between Statistical significance and Practical significance. Disponível em <<http://www.differencebetween.net/science/>>, Acesso em: 21 Março. 2017.

DOGU, E . Change Point Estimation Based Statistical Monitoring with Variable Time Between Events (TBE) Control Charts. **Quality Technology & Quantitative Management**, 11, 383-400, 2014.

DOKOUHAKI, P.; NOOROSSANA, R. A Copula Markov CUSUM chart for monitoring the bivariate auto-correlated binary observations. **Quality and Reliability Engineering International**, 29(6), 911-919, 2013.

DUARTE, B. P. M .; SARAIVA, P. M. An optimization-based approach for designing attribute acceptance sampling plan. **International Journal of Quality & Reliability**, v. 25, n .2, p. 824-841, 2008.

DUNCAN, A. J. **Quality Control and Industrial Statistics**, 5 edition. Homewood. IL, Richard D. Irwin. ch.23, p. 536-541, 1986.

EHIE, I.; SHEU, C. Integrating six sigma and theory of constraints for continuous improvement: a case study. **Journal of Manufacturing Technology Management**. v. 16, n. 5, p. 542-553. 2005.

ESCOLA EDTI – Ferramentas da qualidade. Campinas. Disponível em:<<http://mkt.escola.edti.com.br/7-ferramentas-da-qualidade>>. Acesso em: 20 Março. 2016.

FRANCO, B. C.; CELANO, G.; CASTAGLIOTA, P.; COSTA, A. F. B. Economic Design of Shewhart control charts for monitoring autocorrelated data with skip sampling strategies. **International Journal of Production Economics**, 151, 121-130, 2014

FREUND, R. A. Acceptance Control Charts. **Industrial Quality Control**. p.22-25, 1975.

GAN, F. Joint monitoring of process mean and variance using exponentially weighted moving average control charts. **Technometrics**, 37, 446-453, 1995.

GAO, Z; RHINEART, R. R. Theory vs. practice: The challenges from industry. In: **Proc. Of the 204 American Control Conference**. p. 1341-1349, 2004.

GARCIA-DIAZ, J. C.; APARISI, F. Economic design of EWMA control charts using regions of maximum and minimum ARL. **IIE Transactions** 37 (11), 1011-1021, 2005.

GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GONÇALVES, C. L.; OPRIME, P. C.; COSTA, N. J.; MOZAMBANI, C. I. **Construção, uso e análise de desempenho de gráficos de controle com limites assimétricos e parâmetros variados**. ENEGEP, XXXVI, João Pessoa, PB, 2016.

GRAVES S. B.; MURPHY D. C.; RINGUEST, J. L. Acceptance sampling versus redundancy as alternative means to achieving goals for system reliability. **International Journal of Quality Reliability Management**, v. 16, p. 362-370, 1999.

GRYNA, F. M.; CHUA, R. C. H.; DEFEO, J. A. Juran's Quality Planning & Analysis for Enterprise Quality. (Third edition). **New York, McGraw Hill**, 2007.

HAYES, R. H.; PISANO, G. P.; UPTON, D. M.; WHEELWRIGHT, S. C. Operations, Strategy, and Technology: Pursuing the Competitive Edge. Indianapolis, IN: **John Wiley & Sons**, 2005.

HE, D. ; GRIGORYAN, A. Multivariate multiple sampling charts. **IIE Transactions**, v. 37, p. 509- 521, 2005.

HOERL, R.W.; SNEE, R. D. Closing the gap - Statistical engineering links statistical thinking, methods and tools. **Quality Progress**, p.52-53, may. 2010a.

HOERL, R. W.; SNEE, R. D. Statistical thinking and methods in quality improvement: a look to the future. **Quality Engineering**. v.22, n.3, p.119-129, 2010b.

HOLMES, D. S.; MERGEN, A. E. Using SPC in conjunction with APC. **Quality Engineering**, 23(4), 360- 364, 2011.

HUMAN, S.; CHAKRABORTI, S.; SMIT, C. F. “Shewhart-type control charts for variation in Phase I data analysis,” **Computational Statistics and Data Analysis**, 54, 863-874, 2010.

ISO 7966. Acceptance control charts. **International Organization for Standardization**. 1993.

ISO 8258. Shewhart control charts. **International Organization for Standardization**. 1991.

JENSEN, W. A .; JONES-FARMER, L. A .; CHAMP, C. W .; WOODALL, W. H. Effects of Parameter Estimation on Control Chart Properties: A Literature Review. **Journal of Quality Technology**, v. 38, n. 4, p. 349-364, 2006.

JONES, L. A.; RIGDON, S. E .; CHAMP, C. W. The Performance of Exponentially Weighted Moving Average Charts With Estimated Parameters. **Technometrics**, v. 43, n. 2, p.156-167, 2001.

JURAN, J. M. Management of Quality, Fourth Edition (**New York J.M. Juran**, 1982).

JURAN, J. M.; GRZYNA, F. M. **Quality Planning and Analysis: From Product Development Through Usage**. 2ed. New York: McGraw-hill, 1982

JURAN, J. M. **Controle de Qualidade Handbook – Conceitos, Políticas e Filosofia da Qualidade**. São Paulo: McGraw Hill, 1991.

KANE, V. E. Process Capability Indices. **Journal of Quality Technology**, volume 18, 41- 52, 1986.

KOTZ, S.; JOHNSON, N. L. Process capability indices. **London: Chapman & Hall**, 1993.

LAWLESS, J. F. *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*. **John Wiley and Sons**, New York, Vol. 20, 1108-1113, 2003.

LEE, P. H. Joint statistical design of \bar{X} and s charts with combined double sampling and variable sampling interval. **European Journal of Operation Research**, Elsevier, vol. 225(2), pages 285-297, 2012.

LEONI, R. C.; COSTA, A. F. B.; MACHADO, M. A. G. The effect of the autocorrelation on the performance of the T^2 chart. **European Journal of Operation Research**, 247(1), 155-165, 2015.

LI, Z.; ZOU, C.; GONG, Z.; WANG, Z. "The computation of average run length and average time to signal: an overview." **Journal of Statistical Computation and Simulation** 84.8,1779-1802, 2014.

LIMA, A. A. N.; LIMA, J. R.; ALENCAR, J. R. B.; SOARES-SOBRINHO, J. L.; LIMA, L. G; ROLIM-NETO, P. J. Aplicação de Controle Estatístico de Processo na Indústria Farmacêutica, **Revista Ciência Farmacêutica Básica e Aplicada**, 27(3), p. 177-187, 2006.

LIM, S. A. H.; ANTONY, J.; ALBLIWI, S. Statistical Process Control (SPC) in the food industry: a systematic review and future research agenda. **Trends in Food Science & Technology**, 37(2), 137-151, 2014.

LIN, Y.; CHOU, C. On the design of variable sample size and sampling intervals charts under non-normality. **International Journal of Production Economics**, 96(2), 249-261, 2005.

LIU, J. Y.; XIE, M.; GOH, T. N.; LIU, Q. H.; YANG, Z. H. Cumulative count of conforming chart with variable sampling intervals. **International Journal of Production Economics** 101, 286-297 2006.

LIZARELLI, F. L.; BESSI, N. C.; OPRIME, P. C.; AMARAL, R. M.; CHAKRABORTI, S. A bibliometric analysis of 50 years of worldwide research on statistical process control. **Gestão de Produção**, São Carlos , v. 23, n. 4, p. 853-870, dez. 2016.

LOVELACE, C. R.; SWAIN, J. J.; ZEINELABDIN, H.; GUPTA, J. N. D. Lower confidence limits for process capability indices C_p and C_{pk} when data are autocorrelated. **Quality and Reliability Engineering International**, 25(6):663-700, 2009.

LUPO, T. Economic design approach for an SPC inspection procedure implementing the adaptive C chart. **Quality and Reliability Engineering International**, 30(4), 545-558, 2014.

MACGREGOR, J.; HARRIS, T. The exponentially weighted moving variance. **Journal of Quality Technology**, 25(2), 106-118, 1993.

MAHADIK, S. Variable sample size and sampling interval (\bar{x}) over-bar charts with runs rules for switching between sample sizes and sampling interval lengths. **Quality and Reliability Engineering International**, 29(1), 63-76, 2013.

MARAVELAKIS, P. E.; CASTAGLIOLA, P. An EWMA chart for monitoring the process standard deviation when parameters are estimated. **Computational Statistics and Data Analysis** 53, 2653-2664, 2009.

MEGAHED, F. M.; WOODALL, W. H.; CAMELIO, J. A. A review and perspective on control charting with image data. **Journal of Quality Technology**, 43(2), 83-98, 2011.

MICHEL, R.; FOGLIATTO, F. S. Projeto econômico de cartas adaptativas para monitoramento de processos. **Gestão & Produção**, 9(1), 17-31, 2002.

MOHAMMADIAN F.; PAYNABAR, K. Economic design of acceptance control charts. **Ieee International Conference On Industrial Engineering and Engineering Management**, Ieem 2008. 2132-2136, 2008.

MONTGOMERY, D. C. A modern framework for achieving enterprise excellence. **International Journal of Lean Six Sigma**, v.1, n.1, p.56-65, 2010.

MONTGOMERY, D. C. Experimental design for product and process design and development. **Journal of the Royal Statistical Society Series D: The Statistician**, 48(2), 159-173, 1999.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to quality control**. 3rd ed. New York, John Wiley, p. 365. 1997.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to statistical quality control**. 7 ed. New York: John Wiley & Sons, 2013.

MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade**. 4. ed. São Paulo: LTC, 2004.

MONTGOMERY, D. C. **Statistical Quality Control**, New York: John Wiley, 2009.

MOORE, D. S. **A estatística básica e a sua prática**. David S. Moore: Tradução Cristina Filizola Carneiro Pessoa: revisão técnica Djalma Galvão Carneiro Pessoa. - Rio de Janeiro: LTC, 2005.

NEUMANN, C. **Engenharia de produção: curso preparatório para concursos**, Elsevier Brasil, 2014.

NG, C.; CASE, K. Development and evaluation of control charts using exponentially weighted moving averages. **Journal of Quality Technology**, 21(4), 242-250, 1989.

NIEBLES, P. R.; TRESPALACIOS, O. O.; HERNANDEZ, S. C.; SOLANO, E. G. Methodology for the implementation of an economic and/or statistical design for \bar{x} -bar charts with variable parameters (vp). **DYNA**, v.81, p. 150-157, 2014.

NOOROSSANA, R.; TOOSHEGHANIAN, M. Using genetic algorithm and response surface methodology for statistically constrained optimization of VSI X-bar control charts under multiple assignable causes and non-normality. **International journal of advanced manufacturing technology**, Vol. 67, No. 9-12, 2013.

OPRIME, P. C.; GANGA, G. M. D. A framework for continuous inspection plans using multivariate mathematical methods. **Quality and Reliability Engineering International** (Print), v. 29, p. 1446-1446, 2012.

OPRIME, P. C.; GANGA, G. M. D.; VICENTIN, D. S. Análise do desempenho de Cartas de Controle S^2 com parâmetro estimado considerando a Significância Prática. **Cadernos do IME. Série Estatística**, v. 39, p. 20, 2016.

OPRIME, P. C.; MENDES, G. H. S. The Xbar control chart with restriction of the capability indices. **International Journal of Quality and Reability Management**, v. 34, p. 385252, 2017.

OPRIME, P. C.; MENDES, G. H. S.; PIMENTA, M. L. Fatores críticos para a melhoria contínua em indústrias brasileiras. **Prod. [online]**. vol.21, n.1, p. 1-13, 2011.

OPRIME, P. C.; TOLEDO, J. C. ; GONZALEZ, M. O. A.; CHAKRABORTI, S. Método de estimativa dos limites da carta de controle não paramétrica que monitora simultaneamente a média e variância. **Gestão & Produção**, p. 10.1590/010453, 2015.

PARKASH, V.; KUMAR, D.; RAJORIA, R. "Statistical Process Control". **International Journal of Research in Engineering and Technology**, Cilt 2, Sayl 8, 70-72, 2013.

PARK, C. E.; CHOI, K. **An economic design of control charts with VSS-Scheme**. Presented at the joint Statistical Meetings of the American Statistical Association, Boston, 1992.

PEARN, W. L.; KOTZ, S.; JOHNSON, N. L. Distributional and inferential properties of process control indices. **Journal of Quality Technology**, v. 24, n. 4, 216-231, 1992.

PEARN, W. L.; LIN, P. C. Testing process performance based on capability index Cpk with critical values. **Computers & Industrial Engineering**, v. 47, n. 4, p. 351-369, 2004.

PRABHU, S. S.; LYNCH, P.G.; KEOGH, A. J.; PAREKH, H. C. Intracranial meningeal melanocytoma: A report of two cases and a review of the literature. **Surgical neurology**; 40(6): 516-521, 1993.

PRABHU, S. S.; MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. A Combined Adaptive Sample Size and Sampling Interval \bar{X} Control Scheme. **Journal of Quality Technology**, v.26, 1994.

RAMOS, E. M. L.; S, de ALMEIDA, S. S.; ARAUJO, A. R. **Controle Estatístico da Qualidade**. Bookman, 2013.

REYNOLDS, A. R. JR; ARNOLD, J. C. EWMA control charts with variable sample sizes and variable sampling intervals. **IIE Transactions**, 33(6), 511-530, 2001.

REYNOLDS, A. R.; AMIM, R. W.; ARNOLD, J. C.; NACHLAS, J. A. Charts With Variable Sampling Intervals. **Technometrics**, 30(6), 181-192, 1988.

REYNOLDS JR. M. R.; AMIN. R. W.; ARNOLD, J. C. Cusum charts with variable sampling intervals. **Technometrics**, v.32, p.371-384, 1990.

SACCUCI, M. S.; AMIN, R. W.; LUCAS, J. M. Exponentially weighted moving average control schemes with variable sampling intervals. **Communication in Statistics - Simulation and Computation**, v.21, p.627-657, 1992.

SADIKOGLU E.; ZEHIR C. The Relationship Between Tqm Practices and Organizational Performance: an Empirical Investigation. **International Journal of Production Economics** 127, 13-26,2010.

SHAININ, D. **Cartas de controle vs Pré-controle: carroças vs Avião a Jato**. In: BHOTE, Keki R. *Qualidade de classe mundial*. Rio de Janeiro: Qualitymark, 183-208, 1996.

SHEWHART, W. A. **Economic control of quality of manufactured product**. New York: Van Nostrand, 1931.

SIDDIQUI, Y. A.; SAIF, A. W. A.; CHEDED, L.; ELSHAFEI, M.; RAHIM, A. Integration of multivariate statistical process control and engineering process control: a novel framework. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, 78(1- 4), 259-268, 2015.

SORIANO, F. R. **Análise da aplicação do controle estatístico de processo segundo as percepções dos usuários do setor de autopeças**. 2015. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2015.

SORIANO, F. R.; OPRIME, P. C.; LIZARELLI, F. L. Impact analysis of critical success factors on the benefits from statistical process control implementation. **Produção (São Paulo. Impresso)**, v.27, p. 118, 2017.

STEPHENS, S. **Supply chain council & supply chain operations reference (SCOR) model overview**. 2001.

SUBRAMANI, J.; BALAMURALI, S. Control Charts for Variables with Specified Process Capability Indices. **International Journal of Probability and Statistics**, v. 1, n. 4, p. 101-110, 2012.

SWEET, A. Control charts using coupled exponentially weighted moving averages. **IIE Transactions**, 18, 26-33, 1986.

SZARKA, J. L.; WOODALL, W. H. A review and perspective on surveillance of bernoulli processes. **Quality and Reliability Engineering International**, 27(6), 735-752, 2011.

TAGARAS, G. A survey of recent developments in the design of adaptive control charts. **Journal of Quality Technology**, 30(3),212-231, 1998.

TESTIK, M. C. Conditional and marginal performance of the Poisson CUSUM control chart with parameter estimation. **International Journal of Production Research**, 45, 23, 5621-5638, 2007.

TOLEDO, J. C.; BORRÁS, M. A. A.; MERGULHÃO, R. C.; MENDES, G. H. S. **Qualidade: Gestão e Métodos**. Rio de Janeiro: LTC, 2013

TRIEFENBACH, F. **Design of Experiments: the D-optimal Approach and Its Implementation as a Computer Algorithm**. Bachelor's Thesis in Information and Communication Technology. UMEA University, SWEDEN, and South Westphalia University of Applied Sciences, GERMANY, 2008.

TROVATO, E. A.; CASTAGLIOLA, P.; CELANO, B.; FICHERA, S. Economic design of inspection strategies to monitor dispersion. **Computers & Industrial Engineering**, v. 59, p. 887-897, 2010.

VELJKOVIC, K.; ELFAGHIHE, H.; JEVREMOVIC, V. "Economic statistical design of X control chart for non-normal symmetric distribution of quality characteristic", **Filomat**, Vol. 29, No. 10, p. 2325-2338, 2015.

VILLALOBOS, J. R.; MUNÓZ, L.; GUTIERREZ, M. A. Using fixed and adaptive multivariate SPC charts for online SMD assembly monitoring. **International Journal of Production Economics** 28,109-121 2005.

WADSWORTH, H. M.; STEPHENS, K. S.; GODFREY, A. B. **Modern Methods for Quality Control and Improvement**. Wiley, New York, 1986.

WELLS, L. J.; MEGAHED, F. M.; NIZIOLEK, C. B.; CAMELIO, J. A.; WOODALL, W. H. Statistical process monitoring approach for high-density point clouds. **Journal of Intelligent Manufacturing**, 24(6), 1267-1279, 2013.

WESOLOWSKY, G. O. "Simultaneous acceptance control charts for independent processes", **Applied Statistics**, vol. 41, no. 1, p. 147-158. 1992.

WESOLOWSKY, G. O.; STEINER, S. H. Simultaneous acceptance control charts for products with multiple correlated characteristics. **International Journal of Production Research**, 32:3, 531-543, 1994.

WOODALL W. H. The Statistical Design of Quality Control Charts. **The Statistician** 34, 155-160, 1985.

WOODALL, W. H. "Controversies and Contradictions in Statistical Process Control,"(with discussion), **Journal of Quality Technology**, 32(4), 341-378, 2000.

WOODALL, W. H.; MONTGOMERY, D. C. Some current directions in the theory and application of statistical process monitoring. **Journal of Quality Technology**, 46(1), 78-94, 2014.

WOODALL, W. H.; MONTGOMERY, D.C. Research issues and ideas in statistical process control. **Journal of Quality Technology**, v. 31, n. 4, p. 376-386, 1999.

WOODALL, W. H.; SPITZNER, D. J.; MONTGOMERY, D. C.; GUPTA, S. "Using Control Charts to Monitor Process and Product Quality Profiles." **Journal of Quality Technology**, vol. 36, p. 309-320, 2004.

WOODALL, W. H. ; ZHAO, M. J.; PAYNABAR, K.; SPARKS, R.; WILSON, J. D. An overview and perspective on social network monitoring. **IIE Transactions** Vol. 49, Iss. 3, 2017.

WU, C. W.; PEARN, W. L.; KOTZ, S. An overview of theory and practice on process capability indices for quality assurance. **International Journal of Production Economics**, v. 117, 338-359, 2009.

WU, Z.; ZHANG, S.; WANG, P. CUSUM scheme with variable sample sizes and sampling intervals for monitoring the process mean and variance. **Quality and Reliability Engineering International**, 23(2), 157-170, 2007.

XIE M.; GOH, T. N. Statistical techniques for quality. **The TQM Magazine**. Volume 11 . Number 4 . p. 238-241. 1999.

YANG, M.; WU, Z.; LEE, K.; KHOO, M. "The X control chart for monitoring process shifts in mean and variance". **International Journal of Production Research**. Vol 50, No 3, p. 893-907, 2012.

YAZICI, B.; KAN, B. Asymmetric control limits for small samples. **Quality & Quantity**. Vol. 43 Issue 5, p865-874. 10p, 2008.

YU, J.; LIU, J. LRProb control chart based on logistic regression for monitoring mean-shifts of auto-correlated manufacturing processes. **International Journal of Production Research**, 9, 2301-2326, 2011.

ZHANG, Y.; CASTAGLIOLA, P. Run Rules Xbar Charts when Process Parameters are Unknown. **International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering**, v. 17, n. 4, p. 381-399, 2010.

ZHANG, Y.; CASTAGLIOLA, P.; WU, Z.; KHOO, M.B.C. What are the best sample sizes for the Xbar and CUSUM charts? **International Journal of Production Economics** 131, 650-662, 2011a.

ZHANG, Y.; CASTAGLIOLA, P.; WU, Z.; KHOO, M.B.C. The Synthetic Xbar Chart with Estimated Parameters. **IIE Transactions**, 43(9):676-687, 2011b.

ZOMBADE, D. M; GHUTE, V. B. Nonparametric control chart for variability using runs rules. **Experiment**. 24(4):1683-1691, 2014.

ZONTEC, **The Book of Statistical Process Control**. Second Edition ed. s.l.:The Zontec Press Cincinnati, 2010.

APÊNDICE

Tabela 15 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros conhecidos com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$.

n	Δ										
	0	0	0	0	0	0	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
	δ										
	0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
3	370,4	184,23	60,68	22,48	9,76	4,95	406,22	119,67	40,07	15,80	7,31
5	370,4	133,16	33,40	10,76	4,49	2,38	357,46	75,17	20,56	7,36	3,40
7	370,4	101,99	21,38	6,45	2,76	1,61	318,50	52,52	12,67	4,42	2,15
9	370,4	81,21	14,97	4,41	1,99	1,29	287,33	39,08	8,69	3,06	1,62
11	370,4	66,51	11,13	3,28	1,60	1,14	261,85	30,35	6,40	2,34	1,35
13	370,4	55,64	8,64	2,60	1,37	1,07	240,58	24,33	4,96	1,90	1,20
15	370,4	47,33	6,95	2,16	1,23	1,03	222,51	19,98	4,00	1,62	1,12
100	370,4	3,24	1,02	1,00	1,00	1,00	43,95	1,44	1,00	1,00	1,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 16 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros conhecidos com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$.

n	Δ										
	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	
	δ										
	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	
3	951,5	250,8	75,81	27,08	11,39	2369,9	558,88	152,38	49,24	18,78	
5	1062,7	187,1	43,31	13,21	5,25	3500,23	516,15	100,75	26,07	8,85	
7	1148,1	148,4	28,41	7,969	3,19	4783,33	483,73	73,08	16,34	5,30	
9	1222,5	122,0	20,21	5,433	2,27	6278,31	457,46	55,97	11,29	3,64	
11	1292,0	102,8	15,188	4,020	1,78	8030,02	435,30	44,48	8,35	2,74	
13	1358,7	88,21	11,879	3,155	1,50	10081,55	416,10	36,32	6,47	2,20	
15	1423,3	76,76	9,583	2,589	1,33	12478,31	399,15	30,28	5,20	1,85	
100	4298,7	6,303	1,0715	1,000	1,00	>100000	161,03	2,00	1,00	1,00	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 17 - Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros conhecidos com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$.

n	Δ									
	0,60					0,75				
	δ									
	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
3	6280,76	1325,74	325,71	95,04	32,87	17723,27	3349,22	740,8	194,96	60,89
5	12809,09	1579,88	259,46	56,75	16,39	52116,17	5372,70	740,8	136,54	33,42
7	23116,41	1824,34	216,51	38,33	9,97	>100000	7974,35	740,8	103,32	21,38
9	39027,28	2068,57	185,66	27,83	6,81	>100000	11310,00	740,8	81,80	14,96
11	63058,06	2316,72	162,18	21,22	5,01	>100000	15554,10	740,8	66,79	11,13
13	98681,61	2571,15	143,62	16,76	3,91	>100000	20911,14	740,8	55,78	8,65
15	>100000	2833,48	128,53	13,62	3,17	>100000	427622,94	740,8	47,42	6,95
100	---	31574,42	14,96	1,18	1,00	---	>100000	740,8	3,24	1,02

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 18 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.

m	n/ δ	Δ										
		0					0,15					
		0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
5	3	237,7	187,4	97,16	39,11	15,31	6,818	427,5	210,9	78,03	27,40	10,89
	5	237,7	160,8	58,16	17,16	6,070	2,853	465,5	151,2	37,56	10,99	4,340
	7	237,7	138,5	37,10	9,364	3,397	1,791	485,0	108,7	21,16	5,949	2,524
	9	237,7	119,8	25,08	5,936	2,312	1,381	492,8	79,81	13,43	3,839	1,800
	11	237,7	104,1	17,85	4,176	1,779	1,193	492,6	60,10	9,287	2,778	1,451
	13	237,7	90,80	13,27	3,166	1,484	1,099	486,7	46,44	6,843	2,178	1,264
	15	237,7	79,54	10,23	2,539	1,309	1,051	476,8	36,74	5,293	1,811	1,157
	100	237,7	4,105	1,037	1,000	1,000	1,000	96,54	1,576	1,003	1,00	1,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 19 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-barra com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.

m	n/δ	Δ									
		0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
5	3	1040,9	490,2	167,2	52,70	18,63	2707	1221	385,1	108,9	34,20
	5	1504,7	442,1	92,70	22,30	7,312	5435	1456	258,9	51	13,75
	7	1985,8	377,0	56,45	12,10	4,031	9516	1550	178,8	28,90	7,409
	9	2483,8	316,0	37,40	7,625	2,688	15360	1563	129,6	18,46	4,725
	11	2996,1	264,6	26,44	5,310	2,022	23460	1534	97,96	12,79	3,366
	13	3519,6	223,0	19,64	3,974	1,652	34410	1485	76,47	9,408	2,592
	15	4051,3	189,6	15,10	3,140	1,428	48890	1428	61,25	7,239	2,115
	100	27134	9,118	1,100	1,000	1,000	1,086 10 ⁸	474,1	2,312	1,012	1,000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 20 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.

m	n/δ	Δ									
		0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
5	3	7519	3256,6	954,1	242,6	67,52	22320	9312	2543	582,8	143,6
	5	21950	5400,3	819,3	131,8	29,02	99170	22570	2943	386,5	69,09
	7	53410	7561,8	676,2	81,69	15,88	>100000	>100000	3061	275,0	40,09
	9	>100000	9680,5	563,7	55,24	10,01	>100000	>100000	3091	206,5	25,97
	11	>100000	11751	478,1	39,71	6,930	>100000	>100000	3099	161,1	18,13
	13	>100000	13794	411,9	29,81	5,137	>100000	>100000	3100	129,2	13,36
	15	>100000	15842	359,5	23,16	4,009	>100000	>100000	3101	105,9	10,27
	100	>100000	>100000	25,9	1,249	0,8416	>100000	>100000	722,8	2,632	0,8603

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 21 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.

m	n/δ	Δ										
		0	0	0	0	0	0	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
		0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
15	3	298,3	197,3	75,45	27,07	11,19	5,450	447,5	155,5	50,06	18,65	8,230
	5	298,3	154,1	41,03	12,40	4,918	2,520	435,3	97,35	24,67	8,294	3,655
	7	298,3	122,9	25,67	7,215	2,943	1,664	410,7	66,79	14,76	4,830	2,260
	9	298,3	99,89	17,60	4,822	2,090	1,320	382,7	48,82	9,887	3,279	1,672
	11	298,3	82,53	12,85	3,533	1,654	1,159	355,2	37,32	7,149	2,461	1,380
	13	298,3	69,21	9,838	2,764	1,408	1,080	329,4	29,50	5,464	1,982	1,220
	15	298,3	58,80	7,808	2,272	1,259	1,039	306,0	23,93	4,357	1,681	1,129
	100	298,3	3,480	1,027	1,000	1,000	1,000	55,34	1,485	1,002	1,000	1,000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 22 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.

m	n/δ	Δ									
		0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
15	3	1082,2	342,0	98,70	33,06	13,18	2792	803,5	207,7	62,44	22,42
	5	1369,9	257,3	54,47	15,42	5,792	4809	759,2	133,8	31,76	10,09
	7	1597,4	201,9	34,79	9,020	3,424	7253	711,6	95,07	19,33	5,860
	9	1784,8	164,0	24,23	6,010	2,390	10170	671,0	71,58	13,06	3,941
	11	1944,8	136,7	17,88	4,370	1,855	13620	636,5	56,05	9,472	2,919
	13	2086,0	116,2	13,78	3,380	1,548	17680	606,6	45,17	7,230	2,314
	15	2214,6	100,2	10,97	2,740	1,360	22450	580,3	37,23	5,741	1,931
	100	7327,4	7,030	1,080	1,000	1,000	>100000	220,5	2,090	1,008	1,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 23 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.

m	n/δ	Δ									
		0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
15	3	7692,0	2017,3	466,7	125,7	40,58	22630	5417	1121	270,4	78,28
	5	18854	2504,5	366,6	72,63	19,40	82620	9249	1122	185	41,35
	7	38502	2933,0	302,3	47,84	11,45	>100000	14160	1122	137,4	25,72
	9	70936	3356,1	256,6	34,07	7,634	>100000	20580	1122	107,2	17,61
	11	>100000	3787,8	222,2	25,51	5,525	>100000	28930	1122	86,38	12,86
	13	>100000	4233,4	195,2	19,86	4,243	>100000	39680	1122	71,32	9,838
	15	>100000	4696,0	173,4	15,93	3,408	>100000	53420	1122	59,99	7,808
	100	>100000	61622	17,61	1,207	1,000	*	*	602,6	2,607	1,027

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 24 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$.

m	n/δ	Δ										
		0	0	0	0	0	0	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
		0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
25	3	319,7	195,5	69,48	25,08	10,58	5,240	440,7	140,7	45,68	17,41	7,836
	5	319,7	148,0	37,75	11,70	4,739	2,465	411,8	87,64	22,88	7,896	3,546
	7	319,7	115,7	23,81	6,892	2,869	1,642	377,7	60,49	13,86	4,656	2,216
	9	319,7	92,84	16,46	4,649	2,053	1,309	345,4	44,53	9,374	3,189	1,650
	11	319,7	76,17	12,11	3,430	1,633	1,153	316,7	34,26	6,830	2,409	1,367
	13	319,7	63,64	9,329	2,698	1,394	1,076	291,5	27,24	5,253	1,949	1,212
	15	319,7	54,00	7,444	2,227	1,250	1,037	269,6	22,21	4,210	1,658	1,123
	100	319,7	3,379	1,026	1,000	1,000		50,31	1,469	1,002	1,000	1,000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 25 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$.

m	n/δ	Δ									
		0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
25	3	1058	303,7	88,53	30,44	12,41	2710	698,7	182,7	56,59	20,84
	5	1274	225,9	49,54	14,47	5,561	4391	648,3	119,0	29,27	9,559
	7	1431	177,8	32,00	8,570	3,326	6314	606,6	85,26	18,03	5,624
	9	1557	145,1	22,48	5,765	2,340	8539	572,4	64,65	12,30	3,817
	11	1665	121,5	16,72	4,222	1,827	11130	543,7	50,93	8,989	2,846
	13	1763	103,6	12,96	3,286	1,530	14170	518,8	41,27	6,906	2,268
	15	1856	89,71	10,37	2,679	1,348	17730	496,9	34,18	5,513	1,899
	100	5872	6,723	1,077	1,000	1,000	$6,227 \cdot 10^6$	193,6	2,053	1,007	1,000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 26 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$.

m	n/δ	Δ									
		0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
25	3	7402	1715	402,2	112,0	37,17	21580	40610	944,4	236,1	70,55
	5	16880	2073	317,7	65,57	18,10	72400	30410	944,5	163,1	37,86
	7	32480	2409	263,2	43,65	10,82	$1,951 \cdot 10^5$	16050	944,5	122,1	23,83
	9	57110	2745	224,4	31,32	7,282	$4,668 \cdot 10^5$	11160	944,5	95,83	16,46
	11	94960	3088	195,0	23,64	5,310	$1,036 \cdot 10^6$	22350	944,5	77,65	12,11
	13	$1,520 \cdot 10^5$	3442	171,9	18,52	4,102	$2,182 \cdot 10^6$	30410	944,5	64,42	9,329
	15	$2,366 \cdot 10^5$	3807	153,2	14,93	3,311	$4,421 \cdot 10^6$	40610	944,5	54,42	7,444
	100	*	46670	11,88	1,200	1,000		$1,049 \cdot 10^8$	587,9	2,617	0,8594

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 27 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5000$.

m	n/δ	Δ										
		0	0	0	0	0	0	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
		0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
5000	3	370,4	184,3	60,73	22,49	9,769	4,955	406,5	119,8	40,10	15,81	7,312
	5	370,4	133,2	33,42	10,77	4,496	2,388	357,8	75,23	20,58	7,366	3,396
	7	370,4	102,1	21,39	6,458	2,766	1,611	318,8	52,55	12,68	4,420	2,154
	9	370,4	81,27	14,97	4,414	2,000	1,293	287,6	39,10	8,694	3,065	1,619
	11	370,4	66,55	11,13	3,289	1,602	1,144	262,1	30,37	6,402	2,336	1,349
	13	370,4	55,68	8,653	2,607	1,374	1,071	240,8	24,34	4,967	1,902	1,201
	15	370,4	47,37	6,958	2,165	1,237	1,034	222,7	19,99	4,010	1,627	1,116
	100	370,4	3,242	1,023	1,000	1,000	1,000	43,98	1,446	1,001	1,000	1,000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 28 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5000$.

m	n/δ	Δ									
		0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
5000	3	952,3	251,0	75,87	27,10	11,40	2372	559,5	152,5	49,27	18,80
	5	1063,4	187,3	43,30	13,21	5,248	3505	516,7	100,8	26,09	8,859
	7	1148,9	148,5	28,43	7,970	3,193	4790	484,3	73,14	16,35	5,306
	9	1224,0	122,1	20,22	5,435	2,271	6288	458,0	56,02	11,30	3,647
	11	1293,8	102,9	15,20	4,021	1,786	8043	435,8	44,51	8,348	2,745
	13	1360,5	88,28	11,88	3,150	1,505	10100	416,5	36,34	6,471	2,203
	15	1425,2	76,82	9,587	2,589	1,331	12500	399,6	30,30	5,205	1,855
	100	4305,1	6,305	1,070	1,000	1,000	$3,498 \cdot 10^6$	161,2	2,000	1,006	1,000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 29 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média estimada e desvio padrão conhecido com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5000$.

m	n/δ	Δ									
		0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
5000	3	6289	1327	326,0	95,11	32,86	17750	3354	741,7	44750	60,94
	5	12830	1582	259,7	56,79	16,41	52220	5381	741,7	136,7	33,44
	7	23160	1827	216,7	38,36	9,981	$1,300 \cdot 10^5$	7987	741,7	103,4	21,40
	9	39100	2071	185,8	27,85	6,811	$2,949 \cdot 10^5$	11330	741,7	81,87	14,98
	11	63180	2320	162,3	21,23	5,019	$6,288 \cdot 10^5$	15580	741,7	66,84	11,13
	13	98890	2575	143,7	16,77	3,910	$1,281 \cdot 10^6$	20950	741,7	55,83	8,653
	15	$1,510 \cdot 10^5$	2838	128,6	13,63	3,178	$2,521 \cdot 10^6$	27670	741,7	47,45	6,958
	100	>100000	31630	14,98	1,189	1,00		615,5	615,5	3,242	0,8607

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 30 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.

m	n/δ	Δ										
		0	0	0	0	0	0	0,15	0,15	0,15	0,15	
5	3	0,0	0,25	0,50	0,75	1,0	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
	5	$3,208 \cdot 10^6$	$5,326 \cdot 10^5$	54240	6671	1000	184,3	$2,312 \cdot 10^6$	$2,094 \cdot 10^5$	22910	3049	495,8
	7	$1,184 \cdot 10^6$	$1,021 \cdot 10^5$	6161	524,5	64,93	12,32	$6,473 \cdot 10^5$	31930	2204	216,9	31,61
	9	$3,914 \cdot 10^5$	20720	903,4	68,47	9,910	2,906	$1,728 \cdot 10^5$	5564	299,9	29,07	5,583
	11	$1,290 \cdot 10^5$	4785	182	16,03	3,498	1,611	48320	1181	61,82	7,846	2,383
	13	44840	1340	54,30	6,584	2,091	1,260	14960	327,1	20,49	3,768	1,611
	15	17310	483,9	23,83	3,898	1,587	1,122	5432	124,4	10,13	2,489	1,318
	100	7786	228,2	13,79	2,792	1,347	1,059	2419	63,11	6,406	1,920	1,177
	465,1	3,369	1,026	1,000	1,00	1,000	49,84	1,467	1,002	1,000	1,000	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 31 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.

m	n/δ	Δ									
		0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
		0,25	0,50	0,75	1,0	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
5	3	$1,075 \cdot 10^7$	$8,670 \cdot 10^5$	84440	9986	1439	$5,351 \cdot 10^7$	$3,846 \cdot 10^6$	$3,337 \cdot 10^5$	35120	4492
	5	$4,614 \cdot 10^6$	$1,868 \cdot 10^5$	10520	834,2	95,50	$3,695 \cdot 10^7$	$1,231 \cdot 10^6$	56770	3659	334,8
	7	$1,713 \cdot 10^6$	41230	1621	109,3	13,79	$2,009 \cdot 10^7$	$3,644 \cdot 10^5$	10630	514,6	44,02
	9	$6,197 \cdot 10^5$	10070	328,7	24,23	4,429	$9,976 \cdot 10^6$	$1102 \cdot 10^5$	2342	104,2	11,01
	11	$2,312 \cdot 10^5$	2884	94,54	9,219	2,470	$4,821 \cdot 10^6$	35990	648,7	32,62	4,890
	13	93480	1031	39,30	5,147	1,797	$2,375 \cdot 10^6$	13400	239,1	15,18	3,063
	15	42980	473,1	21,74	3,542	1,480	$1,244 \cdot 10^6$	5966	116,7	9,184	2,279
	100	5764	6,690	1,077	1,000	1,000	$6,056 \cdot 10^6$	191,2	2,049	1,007	1,000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 32 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.

m	n/δ	Δ									
		0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
		0,25	0,5	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
5	3	$2,853 \cdot 10^8$	$1,828 \cdot 10^7$	$1,414 \cdot 10^6$	$1,325 \cdot 10^5$	15070	$1,628 \cdot 10^9$	$9,303 \cdot 10^7$	$6,417 \cdot 10^6$	$5,358 \cdot 10^5$	54240
	5	$3,323 \cdot 10^8$	$9117 \cdot 10^6$	$3,456 \cdot 10^5$	18200	1346	$3,352 \cdot 10^9$	$7,588 \cdot 10^7$	$2,368 \cdot 10^6$	$1,023 \cdot 10^5$	6161
	7	$2,781 \cdot 10^8$	$3,821 \cdot 10^6$	83620	2972	178,9	$4,534 \cdot 10^9$	$4,737 \cdot 10^7$	$7,828 \cdot 10^5$	20730	903,4
	9	$2,002 \cdot 10^8$	$1,526 \cdot 10^6$	21760	613,2	38	$4,981 \cdot 10^9$	$2,646 \cdot 10^7$	$2,580 \cdot 10^5$	4787	182,0
	11	$1,335 \cdot 10^8$	$6,161 \cdot 10^5$	6448	172,1	13,45	$4,847 \cdot 10^9$	$1,414 \cdot 10^7$	89680	1341	54,30
	13	$8,637 \cdot 10^8$	$2,636 \cdot 10^5$	2310	68,15	7,070	$4,401 \cdot 10^9$	$7,570 \cdot 10^7$	34610	484,1	23,83
	15	$5,637 \cdot 10^7$	$1,252 \cdot 10^5$	1039	36,07	4,668	$3,865 \cdot 10^9$	$4,227 \cdot 10^6$	15570	228,3	13,79
	100	$6,435 \cdot 10^7$	45660	16,35	1,199	1,000			930,2	3,369	1,026

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 33 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.

m	n/δ	Δ										
		0	0	0	0	0	0	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
		0,0	0,25	0,50	0,75	1,0	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
15	3	$3,914 \cdot 10^5$	68310	7443	1002	170,7	1,267	$2,872 \cdot 10^5$	27550	3249,	479,3	90,27
	5	17310	2114	208,7	33,60	8,715	3,437	10710	792,1	94,74	18,54	5,736
	7	2665	367,8	46,50	10,05	3,496	1,811	1698	150,7	23,69	6,245	2,575
	9	1281	176,7	23,41	5,585	2,240	1,361	811,1	73,24	12,33	3,660	1,758
	11	919,1	114,9	14,98	3,797	1,706	1,173	554,1	46,82	8,020	2,593	1,409
	13	760,3	84,31	10,70	2,866	1,427	1,085	431,7	33,59	5,807	2,033	1,231
	15	672,0	65,89	8,157	2,311	1,267	1,041	358,7	25,70	4,492	1,700	1,133
	90	399,1	3,823	1,042	1,000	1,001	1,000	45,72	1,454	1,002	1,000	1,000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 34 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.

m	n/δ	Δ									
		0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
		0,25	0,50	0,75	1,0	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
15	3	$1,299 \cdot 10^6$	$1101 \cdot 10^5$	11420	$1,569 \cdot 10^7$	238,4	$6,315 \cdot 10^6$	$4,735 \cdot 10^5$	43360	4896	689,8
	5	63670	3580	319,2	64,19	11,01	$4,401 \cdot 10^5$	19110	1285	139,2	24,73
	7	9786	600,3	67,30	13,12	4,171	70960	2975	233,3	32,84	7,848
	9	4736	287,0	33,42	7,117	2,591	35510	1423	112,5	16,80	4,476
	11	3503	188,9	21,31	4,755	1,925	29280	994,5	72,41	10,82	3,103
	13	3005	140,7	15,19	3,531	1,575	28680	796,6	52,40	7,767	2,385
	15	2758	111,7	11,55	2,802	1,371	30220	681,2	40,43	5,956	1,958
	90	4296	7,551	1,115	1,000	1,000		183,3	2,296	1,013	0,9987

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 35 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.

m	n/δ	Δ									
		0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
		0,25	0,5	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
15	3	$3,296 \cdot 10^7$	$2,192 \cdot 10^6$	$1,775 \cdot 10^5$	17660	2175	$1,846 \cdot 10^8$	$1,090 \cdot 10^7$	$7,828 \cdot 10^5$	68790	7444
	5	$3,510 \cdot 10^6$	$1,195 \cdot 10^5$	6145	497,9	65,76	$3,209 \cdot 10^7$	$8,663 \cdot 10^5$	34610	2125	208,7
	7	$6,485 \cdot 10^5$	18480	998,5	99,56	17,45	$7,452 \cdot 10^6$	$1,447 \cdot 10^5$	5331	369,8	46,51
	9	$3,448 \cdot 10^5$	9017	476,6	48,86	9,266	$4,374 \cdot 10^6$	73600	2562	177,4	23,41
	11	$3,262 \cdot 10^5$	6891	318,9	31,15	6,099	$4,872 \cdot 10^6$	63330	1838	115,3	14,98
	13	$3,781 \cdot 10^5$	6154	242,4	22,23	4,466	$6,922 \cdot 10^6$	65360	1521	84,47	10,70
	15	$4,754 \cdot 10^5$	5887	196,5	16,93	3,495	$1,080 \cdot 10^6$	72710	1344	65,98	8,157
	90	$1,776 \cdot 10^7$	28660	17,94	1,274	0,9995			798,1	3,823	3,823

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 36 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$.

m	n/δ	Δ										
		0	0	0	0	0	0	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
		0,0	0,25	0,50	0,75	1,0	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
25	3	44840	8814	1137	190,9	43,05	13,16	34330	3788	538,2	101,5	25,84
	5	1929	427,3	72,53	17,69	6,085	2,845	1518	202,1	39,51	11,10	4,337
	7	919,1	188,4	31,42	8,099	3,130	1,717	696,5	87,55	17,36	5,288	2,370
	9	696,7	121,9	19,00	5,018	2,130	1,331	490,1	37,49	10,49	3,378	1,695
	11	601,7	89,52	13,11	3,565	1,660	1,161	391,8	38,47	7,255	2,477	1,383
	13	549,3	70,08	9,749	2,751	1,405	1,079	332,0	29,13	5,425	1,976	1,218
	15	516,1	57,03	7,616	2,248	1,254	1,038	290,7	23,04	4,279	1,669	1,383
	90	404,6	9,443	1,720	1,648	1,000	1,650	84,45	2,65	1,66	1,65	1,65

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 37 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$.

m	n/δ	Δ									
		0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
		0,25	0,50	0,75	1,0	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
25	3	1,456 10 ⁵	13860	1680	266,6	56,60	6,705 10 ⁵	55430	5779	777,9	138,3
	5	6254	648,6	100,5	22,80	7,340	30050	2409	293,5	53,14	13,92
	7	3059	287,9	43,43	10,27	3,674	16040	1123	127,8	23,15	6,492
	9	2428	190,2	26,40	6,291	2,443	14890	817,8	80,73	13,97	4,079
	11	2196	142,9	18,30	4,416	1,863	15860	677,6	58,01	9,635	2,941
	13	2096	114,2	13,64	3,364	1,545	17760	594,5	44,54	7,172	2,305
	15	2055	94,80	10,66	2,709	1,354	20320	537,9	35,65	5,621	1,914
	90	2786	12,38	1,84	1,65	1,65		297,1	3,78	1,67	1,65

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 38 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$.

m	n/δ	Δ									
		0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
		0,25	0,5	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
25	3	3,342 10 ⁶	2,413 10 ⁵	21790	2510	376,6	1,800 10 ⁷	1,140 10 ⁶	89680	8905	1137
	5	1,690 10 ⁵	10410	988,0	141,5	29,80	1,117 10 ⁶	52630	3858	432,8	72,55
	7	1,008 10 ⁵	5222	444,6	61,10	13,24	7,614 10 ⁵	29040	1838	190,0	31,43
	9	1,135 10 ⁵	4344	302,2	37,49	8,043	1,079 10 ⁶	28620	1393	122,5	19,00
	11	1,482 10 ⁵	4128	233,6	26,19	5,595	1,797 10 ⁶	32460	1203	89,83	13,11
	13	2,029 10 ⁵	4136	191,8	19,64	4,216	3,138 10 ⁶	38690	1098	70,24	9,749
	15	2,827 10 ⁵	4249	163,1	15,41	3,356	5,552 10 ⁶	47050	1032	57,12	7,616
	90	1,442 10 ⁷	45431,30	29,37	2,10	1,65	---	---	1285,4	6,29	1,72

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 39 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 500$.

m	n/δ	Δ									
		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
		0,25	0,50	0,75	1,0	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
500	3	413,0	201,1	64,83	23,61	10,12	5,079	449,4	129,3	42,50	7,540
	5	148,8	55,25	34,33	10,96	4,548	2,405	145,4	77,79	21,06	3,428
	7	383,1	104,4	21,73	6,521	2,782	1,617	328	53,55	12,85	2,164
	9	379,8	82,54	15,12	4,438	2,006	1,295	293,53	39,59	8,763	1,622
	11	377,7	67,36	11,21	3,301	1,605	1,145	266,17	30,65	6,438	1,350
	13	377,0	56,24	8,697	9,181 10 ⁻⁸	3,971 10 ⁻⁸	2,728 10 ⁸	244,1	24,53	4,986	3,267 10 ⁻⁸
	15	376,1	47,67	1,433 10 ⁻⁸	3,451 10 ⁻⁹	1,622 10 ⁻⁹	1,219 10 ⁻⁹	224,88	4,885 10 ⁻⁸	7,414 10 ⁻⁹	1,387 10 ⁻⁹
	50	372,7	7,646 10 ⁻³²	7,600 10 ⁻³³	4,481 10 ⁻³³	4369 10 ⁻³³	4,368 10 ⁻³³	91,96	2,281 10 ⁻³²	5,361 10 ⁻³³	7,600 10 ⁻³³

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 40 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 500$.

m	n/δ	Δ									
		0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
		0,25	0,50	0,75	1,0	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
500	3	1068	274,4	81,27	28,54	11,84	2702	620	165,3	52,40	19,68
	5	423,3	77,25	44,61	13,48	5,315	3768	208,8	104,5	26,75	9,006
	7	1190	152,1	28,92	8,058	3,213	5001	499,3	74,67	16,59	5,353
	9	1256,	124,1	20,45	5,468	2,278	6509	468	56,79	11,40	3,664
	11	1320	104,2	15,31	4,038	1,790	8252	443,6	44,99	8,402	2,754
	13	1385	89,24	11,95	3,164	4,500 10 ⁻⁸	10320	422,8	36,67	6,500	7,423 10 ⁻⁸
	15	1445	77,41	2,088 10 ⁻⁸	4,327 10 ⁻⁹	1,803 10 ⁻⁹	12729	404	30,47	1,015 10 ⁻⁸	2,827 10 ⁻⁹
	90	----	1,641 10 ⁻³²	1,006 10 ⁻³²	4,620 10 ⁻³³	4,370 10 ⁻³³	---	247,2	3,966 10 ⁻³²	6,187 10 ⁻³³	4,414 10 ⁻³³

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 41 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros média conhecida e desvio padrão estimado com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 500$.

m	n/δ	Δ									
		0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
		0,25	0,5	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
500	3	7285	1493	358,0	102,3	34,71	20940	3835	826,0	212,4	65,03
	5	13834	1677	106,4	58,59	16,76	56983	5807	297,6	56,76	34,35
	7	24385	1897	222,4	39,02	10,10	----	8360	766,37	105,74	21,74
	9	40696	2129	189,2	28,19	6,859	----	11727	760,8	83,14	15,12
	11	65256	2371	164,7	21,42	5,044	---	16060	755,47	67,65	11,21
	13	$1,161 \cdot 10^5$	2626	145,5	16,89	3,923	---	21453	752,98	56,38	8,698
	15	$>1,521 \cdot 10^5$	2887	129,7	$3,142 \cdot 10^{-8}$	$5,582 \cdot 10^{-9}$	---	28243	751,9	47,76	$1,433 \cdot 10^{-8}$
	50	$>1,521 \cdot 10^5$	9616	38,29	$1,446 \cdot 10^{-8}$	$4,885 \cdot 10^{-33}$	---	---	745,4	$7,646 \cdot 10^{-32}$	$7,600 \cdot 10^{-33}$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 42 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.

m	n/δ	Δ										
		0	0	0	0	0	0	0,15	0,15	0,15	0,15	
		0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
5	3	$1,349 \cdot 10^6$	$9,451 \cdot 10^5$	$3,342 \cdot 10^5$	63200	275,9	919,2	$4,404 \cdot 10^6$	$1,522 \cdot 10^6$	$2,732 \cdot 10^5$	27460	27460
	5	$5,008 \cdot 10^5$	$2,782 \cdot 10^5$	51470	3671	275,9	32,26	$2,013 \cdot 10^6$	$3,520 \cdot 10^5$	20990	1242	110,4
	7	$1,671 \cdot 10^5$	74010	7352	315,9	24,39	4,342	$7,540 \cdot 10^5$	66550	2042	103,7	10,98
	9	55870	19930	1131	45,91	5,426	1,860	$2,656 \cdot 10^5$	11900	282,2	16,98	3,171
	11	19870	5808	227,3	12,41	2,581	1,342	94070	2426	60,26	5,722	1,837
	13	7935	1956	67,56	5,727	1,786	1,160	35350	637,7	20,88	3,173	1,417
	15	3735	803,3	29,44	3,610	1,451	1,079	14850	229,0	10,61	2,250	1,230
	50	372,6	17,26	1,591	1,019	0,9974	0,9973	349,5	4,688	1,176	1,001	0,9973
	100	292,1	4,259	1,036	0,9973	0,9973	0,9973	108,2	1,595	1,001	0,9973	0,9973

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 43 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.

m	n/δ	Δ									
		0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
5	3	2,202 10 ⁷	7,449 10 ⁶	1,274 10 ⁶	1,136 10 ⁵	11140	1,181 10 ⁸	3,918 10 ⁷	6,409 10 ⁶	5,075 10 ⁵	43740
	5	1,643 10 ⁷	2,732 10 ⁶	1,374 10 ⁵	6475	448,0	1,509 10 ⁸	2,402 10 ⁷	1,025 10 ⁶	38750	2120
	7	9,142 10 ⁶	7,288 10 ⁵	16330	574,0	38,27	1,315 10 ⁸	9,589 10 ⁶	1,591 10 ⁵	3992,	178,5
	9	4,487 10 ⁶	1,642 10 ⁵	2433	80,71	7,575	9,512 10 ⁷	2,912 10 ⁶	28090	558,8	27,29
	11	2,088 10 ⁶	38160	478,7	19,85	3,223	---	---	5850	114,1	8,203
	13	9,688 10 ⁵	10240	134,1	8,312	2,089	---	2,600 10 ⁵	1523	36,38	4,161
	15	4,682 10 ⁵	3381	54,33	4,898	1,630	---	90190	524,0	17,11	2,790
	50	27010	40,76	2,064	1,044	0,9973		1282	8,430	1,326	1,007
	100	32840	9,662	1,103	0,9974	0,9973	---	547,7	2,363	1,010	0,9973

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 44 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 5$.

m	n/δ	Δ									
		0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
5	3	6,789 10 ⁸	2,213 10 ⁸	3,473 10 ⁷	2,446 10 ⁶	1,856 10 ⁵	--	--	--	1,271 10 ⁷	8,505 10 ⁵
	5	---	----	8,684 10 ⁵	2,649 10 ⁵	11580	--	--	--	2,062 10 ⁶	72470
	7	----	---	1,870 10 ⁶	34140	1070	--	--	--	3,544 10 ⁵	7985
	9	----		4,220 10 ⁵	5333	148	--	--	--	67390	1147
	11	---		1,034 10 ⁵	1055	33,62	--	--	--	14660	227,9
	13	--	---	28700	283,6	12,78	--		--	3845	67,62
	15	---	---	9496	107,6	7,006	--	--	3,033 10 ⁵	1286	29,45
	50	---	---	110,9	2,945	1,091	--	--	5457	17,29	1,591
	100	---	---	28,26	1,256	0,9981	--	--	3679	4,259	1,036

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 45 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.

m	n/δ	Δ										
		0	0	0	0	0	0	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
		0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
15	3	2,40310 ⁵	1,13010 ⁵	16940	1994	293,1	56,19	5,06110 ⁵	68960	7083	898,8	146,3
	5	11160	3651	355,2	46,88	10,51	3,786	20960	1551	148,2	24,23	6,632
	7	1887	541,9	62,42	11,85	3,802	1,883	2873	225,2	30,00	7,092	2,741
	9	954,9	242,6	28,99	6,239	2,357	1,389	1259	98,97	14,57	3,973	1,823
	11	700,5	153,2	17,81	4,122	1,764	1,187	831,7	60,36	9,141	2,748	1,441
	13	586,6	110,2	12,39	3,054	1,461	1,091	635,7	42,03	6,464	2,122	1,249
	15	522,4	84,86	9,263	2,430	1,287	1,044	520,8	31,46	4,914	1,757	0,9973
	50	343,4	10,97	1,467	1,011	0,9973	0,9973	133,3	3,673	1,135	0,9993	0,9973
	60	334,9	8,056	1,262	1,001	0,9973	0,9973	108,0	2,784	1,059	0,9976	0,9973

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 46 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.

m	n/δ	Δ									
		0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
15	3	2,442 10 ⁶	3,038 10 ⁵	27330	3015	421,4	1,268 10 ⁷	1,445 10 ⁵	1,142 10 ⁵	11010	1332
	5	1,414 10 ⁵	8132	569,6	67,33	13,61	1,110 10 ⁶	50580	2645	227,2	33,35
	7	19440	1024	93,44	15,80	4,595	1,684 10 ⁵	5931	363,5	42,78	9,073
	9	8499	432,4	42,52	8,084	2,751	75410	2445	157,3	20,30	4,925
	11	6055	269,7	25,97	5,237	2,004	59660	1608	96,36	12,58	3,326
	13	5103	194,6	18,00	3,810	1,621	57550	1248	67,62	8,809	2,514
	15	4631	151,2	13,41	2,980	1,399	60240	1045	51,03	6,631	2,039
	50	4914	22,39	1,833	1,030	0,9975	5,756 10 ⁵	390,9	6,016	1,256	1,003
	60	5415	16,64	1,505	1,007	0,9973	---	342,6	4,452	1,129	0,9984

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 47 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 15$.

m	n /δ	Δ									
		0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
15	3	7,080 10 ⁷	7,414 10 ⁶	5,160 10 ⁵	43640	4600	4,24810 ⁸		2,517 10 ⁶	1,87210 ⁵	17270
	5		3,692 10 ⁵	14700	931,0	98,82	---	---	96510	4596	356,0
	7	---	44100	1789	143,3	21,53		4,211 10 ⁵	11260	602,0	62,47
	9	8,879 10 ⁵	18090	748,1	64,00	10,72		1,768 10 ⁵	4622	257,2	29,00
	11	8,016 10 ⁵	12920	473,4	39,00	6,827		1,410 10 ⁵	3115	158,7	17,82
	13	9,180 10 ⁵	11180	348,5	27,04	4,890		1,412 10 ⁵	2496	112,7	12,39
	15	1,115 10 ⁶	10520	276,4	20,16	3,766		1,554 10 ⁵	2163	86,09	9,263
	50	---	21120	51,42	2,479	1,066			1300	10,97	1,467
	60		27090	39,46	1,948	1,024			1262,	8,056	1,262

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 48 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$.

m	n /δ	Δ										
		0	0	0	0	0	0	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
		0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
25	3	32000	12520	1733	263,1	53,94	15,23	51610	6171	789,1	134,4	31,30
	5	1535	527,6	87,25	19,90	6,526	2,958	2004	256,3	46,18	12,22	4,586
	7	760,9	224,1	35,82	8,740	3,258	1,750	879,8	104,2	19,31	5,613	2,442
	9	584,5	143,2	21,14	5,307	2,186	1,344	611,9	63,10	11,41	3,523	1,727
	11	508,2	104,3	14,35	3,722	1,690	1,167	485,7	43,88	7,769	2,554	1,399
	13	465,8	81,08	10,54	2,846	1,422	1,081	409,2	32,82	5,745	2,022	1,227
	15	438,9	65,54	8,160	2,309	1,264	1,039	356,4	25,71	4,492	1,698	1,131
	50	347,6	10,17	1,446	1,010	0,9973	0,9973	113,7	3,525	1,127	0,9990	0,9973

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 49 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$.

m	n /δ	Δ									
		0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
25	3	2,319 10 ⁵	24140	2627	374,9	72,20	1,132 10 ⁶	1,033 10 ⁵	9651	1165	186,9
	5	8917	874,4	123,1	25,96	7,937	46710	3488	379,6	63,02	15,49
	7	4139	361,1	50,20	11,19	3,846	23450	1497	154,7	26,07	6,946
	9	3250	232,2	29,75	6,709	2,519	21580	1061	95,15	15,36	4,282
	11	2926	171,7	20,28	4,645	1,903	22960	866,8	67,25	10,43	3,050
	13	2785	135,7	14,93	3,503	1,568	25750	753,8	51,01	7,671	2,371
	15	2725	111,6	11,56	2,801	1,368	29550	677,7	40,43	5,957	1,956
	50	3704	20,29	1,795	1,027	0,9974	3,678 10 ⁵	321,6	5,686	1,244	1,002

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 50 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 25$.

m	n /δ	Δ									
		0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
25	3	5,984 10 ⁶	4,819 10 ⁵	38910	4011	540,8	3,421 10 ⁷	2,441 10 ⁶	1,714 10 ⁵	15210	1740
	5	2,892 10 ⁵	16350	1363	176,2	34,36	---	90540	5733	571,3	87,38
	7	1,606 10 ⁵	7459	568,5	71,66	14,57	1,336 10 ⁶	44880	2504	234,0	35,84
	9	1,798 10 ⁵	6046	376,1	42,84	8,657	1,886 10 ⁶	43170	1849	146,9	21,14
	11	2,356 10 ⁵	5686	286,2	29,43	5,935	3,173 10 ⁶	48680	1576	105,9	14,35
	13	3,251 10 ⁵	5668	232,5	21,80	4,426	--	58050	1427	81,87	10,54
	15	4,569 10 ⁵	5811	196,1	16,94	3,494	--	70830	1334	65,95	8,160
	50	---	15130	45,32	2,407	1,062	---	---	1026	10,17	1,446

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 51 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 100$.

m	n /δ	Δ										
		0	0	0	0	0	0	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
		0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
100	3	658,3	313,9	91,74	30,51	12,15	5,763	756,7	195,1	57,88	20,67	8,834
	5	468,8	169,9	39,78	12,08	4,830	2,490	482,1	93,54	23,87	8,107	3,600
	7	424,4	119,9	23,78	6,876	2,861	1,638	391,7	60,42	13,83	4,645	2,210
	9	404,7	91,82	16,12	4,590	2,037	1,302	338,1	43,32	9,214	3,156	1,639
	11	393,5	73,49	11,77	3,376	1,619	1,147	300,2	32,92	6,676	2,379	1,357
	13	386,4	60,55	9,036	2,655	1,383	1,071	271,0	26,01	5,126	1,925	1,204
	15	381,4	---	---								

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 52 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 100$.

m	n /δ	Δ									
		0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
100	3	1956	444,7	117,5	37,50	14,40	5426	1088	255,4	72,73	25,02
	5	1524	244,9	52,31	14,99	5,680	5383	715,1	127,4	30,65	9,841
	7	1486	177,7	31,94	8,550	3,318	6562	606,8	85,16	18,00	5,611
	9	1506	140,0	21,97	5,684	2,320	8157	547,2	62,72	12,07	3,773
	11	1547	115,1	16,18	4,147	1,809	10110	506,3	48,71	8,761	2,806
	13	1596	97,11	12,50	3,226	1,516	12430	475,2	39,18	6,715	2,236

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 53 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle X-bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 100$.

m	n /δ	Δ									
		0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
100	3	16170	2857	595,4	151,0	46,42	51830	8064	1490	336,0	92,08
	5	21250	2333	345,8	69,55	18,81	93970	8514	1048	175,6	39,81
	7	33830	2413	263,1	43,58	10,79	2,039 10 ⁵	11190	945,1	122,0	23,79
	9	53820	2596	215,9	30,53	7,169	4,336 10 ⁵	14990	899,7	92,73	16,12
	11	84030	2819	183,7	22,80	5,204	8,913 10 ⁵	19940	874,1	73,92	11,77
	13	1,287 10 ⁵	3067	159,9	17,77	4,016	1,776 10 ⁶	26250	857,6	60,77	9,036

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 54 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0 \leq \Delta \leq 0,15$; $0 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 200$.

m	n	Δ										
		0	0	0	0	0	0	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
	$/\delta$	0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
200	3	479,7	234,5	73,25	25,85	10,79	5,309	537,9	149,4	47,39	17,87	7,973
	5	413,7	149,5	36,28	11,36	4,648	2,434	412,0	83,38	22,07	7,703	3,488
	7	394,8	110,2	22,49	6,649	2,808	1,622	351,7	56,15	13,21	4,522	2,178
	9	479,7	86,14	15,50	4,493	2,015	1,296		41,05	8,932	3,105	1,626
	11	413,7	69,76	11,42	3,327	1,608	1,144		31,55	6,526	2,354	1,351
	13		57,93	8,826	2,627	1,377	1,069		25,11	5,037	1,911	1,201

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 55 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,30 \leq \Delta \leq 0,45$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m = 200$.

m	n	Δ									
		0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
	$/\delta$	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
200	3	1316	325,0	92,52	31,42	12,68	3437	754,7	192,6	58,81	21,42
	5	1261	212,6	47,36	14,02	5,445	4293	602,4	112,6	28,15	9,306
	7	1299	161,7	30,04	8,236	3,249	5569	539,3	78,62	17,11	5,445
	9		130,3	21,03	5,548	2,292	--	--	59,11	11,65	3,703
	11		108,5	15,65	4,076	1,795	--	--	46,45	8,536	2,771
	13		92,36	12,16	3,185	1,508	--	--	37,65	6,580	2,216
	15										1,860

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 56 – Medidas de desempenho (ARL) do gráfico de controle \bar{X} -bar com significância econômica para parâmetros desconhecidos com $0,60 \leq \Delta \leq 0,75$; $0,25 \leq \delta \leq 1,25$ e $m=200$.

m	n	Δ									
		0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
	$/\delta$	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
200	3	9587	1872	427,8	117,3	38,46	28590	4966	1015	249,5	73,51
	5	16280	1900	297,3	62,49	17,49	68890	6682	873,1	153,8	36,31
	7	27760	2086	237,7	40,75	10,35	1,612 10^5	9385	832,6	111,9	22,49
	9	--	--	199,6	29,09	6,974	--	---	---	86,87	15,50
	11			172,2	21,95	5,102	---	--		70,11	11,42
	13			151,2	17,23	3,956	---	---		58,11	8,826

Fonte: Elaborado pelo autor