

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**MODELOS DE OTIMIZAÇÃO E MÉTODOS DE
SOLUÇÃO PARA O PLANEJAMENTO DA
PRODUÇÃO E DISTRIBUIÇÃO NA INDÚSTRIA
DE MÓVEIS**

Pedro Luis Miranda Lugo

São Carlos
2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**MODELOS DE OTIMIZAÇÃO E MÉTODOS DE
SOLUÇÃO PARA O PLANEJAMENTO DA
PRODUÇÃO E DISTRIBUIÇÃO NA INDÚSTRIA
DE MÓVEIS**

Pedro Luis Miranda Lugo

Orientador: Prof. Dr. Reinaldo Morabito

Co-orientador: Profa. Dra. Deisemara Ferreira

Financiamento: FAPESP (Processo 2014/10565-8) e CAPES
CNPq (Processo 140179/2014-3)

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção.

São Carlos
2018



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Tese de Doutorado do candidato Pedro Luis Miranda Lugo, realizada em 16/03/2018:

Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto
UFSCar

Profa. Dra. Deisemara Ferreira
UFSCar

Prof. Dr. Horacio Hideki Yanasse
UNIFESP

Prof. Dr. Flávio Keidi Miyazawa
UNICAMP

Profa. Dra. Eli Angela Vitor Toso
UFSCar

Prof. Dr. Pedro Augusto Munari Junior
UFSCar

*Aos meus pais, Pedro e Yadira.
Aos meus irmãos, Pedro Manuel, Pedro José e Mariarrosa.
Ao meu amor, Karim.
À minha tia Fabiola (in memoriam).
A vocês dedico com todo meu amor.*

Agradecimentos

A Deus por todas as bênçãos recebidas, por cuidar de mim ao longo destes anos fora de casa e por me dar a fortaleza necessária para afrontar esta longa jornada.

A meus amados pais, Pedro e Yadira, pelo incansável apoio e amor incondicional. Apesar da distância, vocês sempre estão comigo, do meu lado, sendo meu suporte e motivação. Obrigado por me ensinar que os sonhos somente tornam-se realidade se corrermos atrás deles. Hoje meu sonho torna-se realidade e não teria sido possível sem vocês.

Agradeço especialmente ao meu orientador, Reinaldo, pela amizade, ensino, paciência e apoio ao longo destes anos. Você é uma pessoa maravilhosa e um profissional brilhante. Seus conselhos e atitude sempre positiva me fizeram crescer profissional e pessoalmente. Para você só tenho, e terei sempre, palavras e expressões de gratidão e admiração. Muito obrigado pela oportunidade de trabalhar ao seu lado, tem sido um enorme prazer.

À minha co-orientadora, Deise, pelo ensino, paciência e constante orientação. Muito obrigado pelas inúmeras ideias, sugestões e correções. Suas exigências e cobranças não só fizeram deste um melhor trabalho, mas também me permitiram crescer profissionalmente. Agradeço a oportunidade e experiência de termos trabalhado juntos.

Aos professores Raf Jans e Jean-François Cordeau, do HEC Montréal, por terem me recebido no Canadá durante meu estágio de pesquisa no *Interuniversity Research Centre on Enterprise Networks, Logistics and Transportation* (CIRRELT). Sua cuidadosa supervisão e ideias foram indispensáveis para a realização bem-sucedida deste estágio no exterior. Agradeço a oportunidade de trabalhar com vocês durante este período.

Ao meu amor, a Karim, pelas infinitas manifestações de amor e compreensão, por me apoiar e acreditar sempre em mim, por compartilhar meus sonhos, alegrias e tristezas, por me levar da mão ao longo desta difícil e extensa caminhada. Eu sei o quão feliz você se sente com cada uma das minhas conquistas, mas esta é especial, não é? Juntos começamos esta jornada, juntos superamos cada obstáculo e juntos chagamos até o fim. Não é só a minha conquista, é também a sua. Muito obrigado *more!*

Aos meus irmãos, Pedro Manuel, Pedro José e Mariarrosa, pelo amor e compreensão. Muito obrigado por estarem sempre do meu lado, me apoiando em cada decisão, me motivando a seguir em frente e se alegrando com minhas conquistas. Agradeço em especial ao Pedro José, o “*cholito*”, quem me acompanhou, entendeu e suportou, sempre cheio de alegria e espontaneidade. Minha vida no Brasil foi mais feliz com você de meu lado.

Aos meus tios, tias, primos e primas. Vocês não entendem o que eu faço, mas mesmo assim sempre acreditam e sentem muito orgulho de mim.

Aos meus amigos e colegas do grupo de pesquisa operacional (GPO), especialmente, Aldair, Alfredo, Alyne, Amélia, Gabi, Juan e Tamara. Obrigado pelos *happy hours*, churrascos, feijoadas, aniversários, despedidas, boas-vindas e todos os bons momentos compartilhados. São Carlos não teria sido igual sem vocês.

A todas essas pessoas com que criei laços muito especiais ao longo dos anos: Nadya, Rê, Maritha, Arthur, Danika e Makarrão. Com o passo dos anos deixamos de ser amigos para sermos família. Ganhei irmãs, irmãos, compadres e até uma cunhada! Obrigado por serem minha família longe de casa.

Aos meus amigos na Colômbia, Diana, Fanor, Jessica, Jesus David, Johana, Leo, Luis Roberto, Samir e Yeimer. Muito obrigado pelas risadas, pelos almoços e jantares, pelos *drinks* sociais, pelo apoio em momentos conturbados da minha vida, por entender minha ausência em datas e ocasiões especiais, em fim, obrigado pela valiosa e eterna amizade. A vocês, que sempre torcem por mim, agradeço e dedico este triunfo.

À Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), e a todos os professores e funcionários do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da UFSCar, especialmente a Robson, Regilene, Fabrício, Larissa e Natália, pela ajuda, colaboração e suporte prestados.

Por fim, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processo número 140179/2014-3, e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo número 2014/10565-8, pelo suporte financeiro para o desenvolvimento desta pesquisa.

Resumo

Produção e distribuição são duas decisões essenciais em cadeias de suprimentos. No intuito de atingir um desempenho operacional efetivo ao longo da cadeia, pode ser importante que estas duas funções sejam planejadas de forma integrada, principalmente em casos de cadeias com baixos níveis de estoque entre operações de produção e distribuição. Esta tese estuda o problema de integrar decisões de produção, estocagem, distribuição e roteamento no contexto de indústrias moveleiras. Estudos envolvendo a integração dessas decisões têm focado cenários mais teóricos e idealizados e, conseqüentemente, análises em contextos mais práticos são escassos na literatura relacionada. Desta forma, esta tese contribui para a literatura propondo modelos de otimização matemática e métodos de solução para representar e resolver o problema integrado de planejamento e programação da produção e a distribuição no contexto prático de empresas produtoras de móveis. A tese também destaca as vantagens de utilizar as abordagens aqui propostas para o planejamento e programação integrada da produção e a distribuição, em comparação com a prática corrente das empresas do setor, em que estas decisões são tomadas de forma isolada e independente.

Os modelos de otimização propostos consideram características raramente encontradas na literatura relacionada, mas comumente encontradas em empresas deste setor, tais como, produção e estocagem de múltiplas partes e componentes (ao invés de produtos finais), tempos e custos de preparação dependentes da sequência, veículos de diferente capacidade (i.e., frota heterogênea) que realizam múltiplas rotas ao longo do horizonte de planejamento, rotas de distribuição que se estendem ao longo de um ou mais períodos, múltiplas janelas de tempo e prazos de entrega nos clientes. Desta forma, os modelos aqui desenvolvidos representam adequadamente a situação real e podem ser utilizados como ferramentas de apoio ao planejamento e programação das operações de produção e a distribuição em empresas moveleiras.

Estes modelos, entretanto, são difíceis de serem resolvidos e suas utilizações como ferramentas de apoio ao planejamento e programação limitam-se a exemplares de tamanho moderado. Portanto, nesta tese também são desenvolvidas técnicas heurísticas de decomposição, capazes de resolver exemplares de maior porte em tempos computacionais razoáveis. Os resultados mostram que as heurísticas propostas, baseadas em programação matemática (i.e., *matheuristics*), são capazes de produzir melhores soluções que *softwares* de otimização comerciais em menores tempos computacionais. Métodos exatos de solução, baseados na decomposição de Benders, também são propostos no intuito de fornecer

soluções melhores para exemplares de tamanho moderado. Os resultados da avaliação computacional destas abordagens mostram que elas são, em geral, competitivas com o desempenho de um *solver* de otimização de propósito geral.

Nos modelos propostos, considera-se que a demanda de cada cliente é atendida em uma única entrega. Como cenário alternativo, também propõe-se modelos para casos em que a demanda dos clientes pode ser atendida em múltiplas entregas ao longo do horizonte de planejamento, podendo ser realizadas pelo mesmo ou por diferentes veículos. Na literatura, esta prática é chamada de *entrega fracionada* e, no contexto do problema de roteamento de veículos, permite reduzir a distância total percorrida e o número total de veículos utilizados. Os resultados computacionais neste cenário alternativo não foram conclusivos e, portanto, mais experimentos ainda são requeridos.

Em geral, as abordagens propostas nesta tese (i.e., modelos matemáticos e métodos de solução) têm grande potencial de aplicação prática em empresas do setor moveleiro, pois auxiliam e apoiam de forma efetiva o processo de planejamento e programação das operações de produção e distribuição, considerando características relevantes e comumente encontradas nos processos de fabricação e entrega de móveis. Além disso, essas abordagens podem ser adaptadas e/ou estendidas para serem utilizadas em outras indústrias com processos de fabricação e entrega similares àqueles encontrados na indústria moveleira.

Palavras-chave: Problema de produção e roteamento, planejamento e programação integrada de produção e distribuição, heurísticas de programação matemática, indústria moveleira.

Abstract

Production and distribution are two key decisions in supply chain management. In order to achieve an effective operational performance along the supply chain, it might be important for these two decisions to be planned in an integrated manner, especially in supply chains with low inventory levels between production and distribution activities. This thesis studies the integration of production, inventory, distribution and routing decisions in the context of furniture companies. Research involving this integration has focus on more theoretical and idealized scenarios and, therefore, analysis on real-world settings are scarce in the related literature. Thus, we contribute to the literature by proposing mathematical optimization models and solution methods to represent and solve the integrated production and distribution planning and scheduling problem in the context of furniture manufacturers. Moreover, we also highlight the advantages of integrating production and distribution planning and scheduling decisions over the current industry practice, wherein both of these decisions are made independently of each other.

The proposed optimization models take into account features rarely considered in the literature, but commonly found in furniture companies, such as producing and stocking multiples components and sub-assemblies (instead of final products), sequence-dependent setups times and costs, different capacity vehicles performing multiples trips over the planning horizon, distribution routes extending over one or more periods, multiple time windows and customers deadlines. As a result, our models properly represent the real situation and can be used to support integrated production and distribution planning and scheduling decisions in furniture companies.

These models, however, are difficult to solve and their use as a production and distribution planning and scheduling tool is limited to moderate sized instances. In order to solve larger problems, we also propose different decomposition-based heuristic methods, which are able to solve larger instances in reasonable computing times. Results show that our heuristics, based on mathematical programming (i.e., matheuristics), are able to produce better solutions than general-purpose optimization solvers in shorter computing times. Exact solution methods, based on Benders decomposition, are also proposed to provide better quality solutions for small instances. Computational evaluation of these approaches shows that they perform as well as a general-purpose optimization solver.

The aforementioned optimization models consider that customers demand is met in a single delivery. Alternatively, we also propose models for cases wherein customers demand can be served in multiple deliveries over the planning horizon, which can be performed by

the same or by different vehicles. In literature, this practice is known as *split delivery* and, in the context of the vehicle routing problem, allows to reduce both the total distance traveled and the number of vehicles used. Computational results for this alternative scenario were not conclusive and, therefore, further experimentation is still required.

Overall, the approaches here proposed (i.e., mathematical optimization models and solution approaches) can be used in different furniture companies, as they are able to effectively support production and distribution planning and scheduling activities, considering the most relevant and common features found in the furniture manufacturing and delivery processes. Moreover, these approaches can be adapted or extended to be used in other industries with similar production and distribution processes as those found in furniture companies.

Keywords: Production routing problem, integrated production and distribution planning and scheduling, mathematical programming heuristics, furniture industry.

Lista de Figuras

1.1	Interdependências na Cadeia de Suprimento (SCHMID; DOERNER; LAPORTE, 2013).	30
3.1	Ilustração de um armário e seus componentes principais.	57
3.2	Fluxo do processo de fabricação de móveis. MP: Matéria-prima; ES: Estoque de sub-montagens, peças e componentes.	58
3.3	Fluxo do processo de distribuição de móveis. ES: Estoque de sub-montagens, peças e componentes.	61
3.4	Decisões a serem tomadas no problema integrado de produção e distribuição no nível tático-operacional.	63
4.1	Decisões envolvidas no problema integrado de produção e roteamento na indústria moveleira (Pintura líquida).	69
4.2	Plano de produção ótimo do exemplo ilustrativo (MIRANDA; MORABITO; FERREIRA, 2017).	77
4.3	Plano de roteamento ótimo do exemplo ilustrativo (MIRANDA; MORABITO; FERREIRA, 2017).	77
4.4	Perfis de desempenho das heurísticas <i>relax-and-fix</i> para $n = 15$ clientes. . .	103
4.5	Perfis de desempenho das heurísticas <i>relax-and-fix</i> híbridas para $n = 15$ clientes.	103
5.1	Decisões envolvidas no problema integrado de produção e roteamento na indústria moveleira (Pintura em pó).	109
5.2	Comparação dos limitantes inferior e superior do exemplar 6.	119
5.3	Distribuição do custo total das soluções encontradas pela abordagem sequencial e o modelo LSMVRP-F2 para o exemplar 4.	122
5.4	Distribuição do custo total das soluções encontradas pela abordagem sequencial e o modelo LSMVRP-F2 para o exemplar 35.	122
5.5	Perfis de desempenho das heurísticas <i>relax-and-fix</i> híbridas para exemplares com $n = 15$ clientes.	127
5.6	Perfis de desempenho das heurísticas <i>relax-and-fix</i> híbridas para exemplares com $n = 20$ clientes.	127
6.1	Distribuição do custo total das soluções encontradas sem e com fracionamento de carga para o exemplar 4.	137

Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros e variáveis de decisão utilizadas na formulação de Fumero e Vercellis (1999).	38
2.2	Notação utilizada na formulação apresentada por Archetti <i>et al.</i> (2011). . .	40
2.3	Notação utilizada na formulação apresentada por Bard e Nananukul (2010). . .	42
2.4	Características de produção abordadas nos artigos revisados.	44
2.5	Características de estocagem abordadas nos artigos revisados.	45
2.6	Características de roteamento abordadas nos artigos revisados.	46
2.7	Métodos de solução propostos nos artigos revisados.	48
4.1	Parâmetros adicionais e variáveis de decisão utilizadas na formulação LS1V. . .	71
4.2	Estratégias de particionamento e fixação de variáveis utilizadas na heurística <i>relax-and-fix</i>	89
4.3	Parâmetros utilizados para gerar exemplares aleatórios para o cenário com único veículo.	91
4.4	Comparação dos resultados médios do CPLEX e os BBCs.	93
4.5	Benefícios de integrar decisões de produção e distribuição - $n = 5$ clientes. . .	96
4.6	Benefícios de integrar decisões de produção e distribuição - $n = 10$ clientes. . .	97
4.7	Benefícios de integrar decisões de produção e distribuição - $n = 15$ clientes. . .	98
4.8	Comparação dos resultados médios das heurísticas <i>relax-and-fix</i>	99
4.9	Comparação dos resultados médios das heurísticas <i>relax-and-fix</i> híbridas. . .	101
5.1	Variáveis de decisão comuns para os modelos LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2	110
5.2	Estratégias de particionamento e fixação de variáveis utilizadas nas heurísticas <i>relax-and-fix</i> híbridas.	116
5.3	Parâmetros utilizados para gerar exemplares aleatórios para o cenário com múltiplos veículos.	117
5.4	Comparação dos resultados médios do CPLEX com os modelos LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2.	118
5.5	Comparação dos resultados das abordagens sequencial e integrada para exemplares com $n = 10$ clientes.	121
5.6	Comparação dos resultados das abordagens sequencial e integrada para exemplares baseados em dados reais.	124
5.7	Comparação dos resultados médios das heurísticas <i>relax-and-fix</i> híbridas. . .	125

6.1	Estratégias de particionamento e fixação de variáveis utilizadas nas heurísticas <i>relax-and-fix</i> híbridas com entregas fracionadas.	132
6.2	Resultados do modelo LSMVRP–F2 sem e com entregas fracionadas para exemplares com $n = 10$ clientes.	133
6.3	Resultados do modelo LSMVRP–F2 sem e com entregas fracionadas para exemplares com $n = 15$ clientes.	134
6.4	Resultados do modelo LSMVRP–F2 sem e com entregas fracionadas para exemplares com $n = 20$ clientes.	135
6.5	Comparação dos resultados médios das heurísticas <i>relax-and-fix</i> híbridas para o cenário com entregas fracionadas.	138
7.1	Comparação dos resultados médios do CPLEX e a heurística de decomposição HD.	157
7.2	Comparação dos resultados médios das heurísticas <i>relax-and-fix</i> híbridas e a heurística de decomposição HD.	160
7.3	Sumário dos resultados obtidos pela heurística de decomposição HD.	162
7.4	Resultados médios da heurística de decomposição para 5 execuções independentes.	163
7.5	Comparação dos resultados médios do CPLEX e a heurística de decomposição HD para o cenário com custos de estoque e trocas altos.	165
7.6	Comparação dos resultados médios do CPLEX e a heurística de decomposição HD para o cenário com custos de roteamento altos.	167
7.7	Comparação dos resultados médios do CPLEX e a heurística de decomposição HD para exemplares com maior número de itens.	168
7.8	Resultados médios da heurística de decomposição HD para o cenário com único veículo.	170
7.9	Comparação dos resultados médios da heurística de decomposição HD para o cenário com entregas fracionadas.	172
A.1	Impacto das melhorias computacionais no BBC1 – Exemplares com $n = 5$ clientes	189
A.2	Impacto das melhorias computacionais no BBC1 – Exemplares com $n = 10$ clientes	190
A.3	Impacto das melhorias computacionais no BBC1 – Exemplares com $n = 15$ clientes	190
A.4	Resultados computacionais detalhados do CPLEX - $n = 5$ clientes	192
A.5	Resultados computacionais detalhados do CPLEX - $n = 10$ clientes	192
A.6	Resultados computacionais detalhados do CPLEX - $n = 15$ clientes	193
A.7	Resultados computacionais detalhados do BBC1 - $n = 5$ clientes	193
A.8	Resultados computacionais detalhados do BBC1 - $n = 10$ clientes	194
A.9	Resultados computacionais detalhados do BBC1 - $n = 15$ clientes	194
A.10	Resultados computacionais detalhados do BBC2 - $n = 5$ clientes	195
A.11	Resultados computacionais detalhados do BBC2 - $n = 10$ clientes	195

A.12	Resultados computacionais detalhados do BBC2 - $n = 15$ clientes	196
A.13	Resultados detalhados das heurísticas RFX1 e RFX2 para $n = 10$ clientes .	198
A.14	Resultados detalhados das heurísticas RFX3 e RFX4 para $n = 10$ clientes .	199
A.15	Resultados detalhados das heurísticas RFX5 e RFX6 para $n = 10$ clientes .	200
A.16	Resultados detalhados das heurísticas RFX1-H e RFX2-H para $n = 10$ clientes	201
A.17	Resultados detalhados das heurísticas RFX3-H e RFX4-H para $n = 10$ clientes	202
A.18	Resultados detalhados das heurísticas RFX5-H e RFX6-H para $n = 10$ clientes	203
A.19	Resultados detalhados das heurísticas RFX1 e RFX2 para $n = 15$ clientes .	204
A.20	Resultados detalhados das heurísticas RFX3 e RFX4 para $n = 15$ clientes .	205
A.21	Resultados detalhados das heurísticas RFX5 e RFX6 para $n = 15$ clientes .	206
A.22	Resultados detalhados das heurísticas RFX1-H e RFX2-H para $n = 15$ clientes	207
A.23	Resultados detalhados das heurísticas RFX3-H e RFX4-H para $n = 15$ clientes	208
A.24	Resultados detalhados das heurísticas RFX5-H e RFX6-H para $n = 15$ clientes	209
B.1	Resultados dos modelos LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2 para exemplares com $n = 10$ clientes.	217
B.2	Resultados dos modelos LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2 para exemplares com $n = 15$ clientes.	218
B.3	Resultados dos modelos LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2 para exemplares com $n = 20$ clientes.	219
B.4	Resultados detalhados das heurísticas RFX1-H e RFX2-H para $n = 10$ clientes.	221
B.5	Resultados detalhados das heurísticas RFX3-H e RFX4-H para $n = 10$ clientes.	222
B.6	Resultados detalhados das heurísticas RFX5-H e RFX6-H para $n = 10$ clientes.	223
B.7	Resultados detalhados das heurísticas RFX1-H e RFX2-H para $n = 15$ clientes.	224
B.8	Resultados detalhados das heurísticas RFX3-H e RFX4-H para $n = 15$ clientes.	225
B.9	Resultados detalhados das heurísticas RFX5-H e RFX6-H para $n = 15$ clientes.	226
B.10	Resultados detalhados das heurísticas RFX1-H e RFX2-H para $n = 20$ clientes.	227
B.11	Resultados detalhados das heurísticas RFX3-H e RFX4-H para $n = 20$ clientes.	228

B.12	Resultados detalhados das heurísticas RFX5–H e RFX6–H para $n = 20$ clientes.	229
D.1	Resultados computacionais detalhados do modelo LSMVRP–F2 para exemplares com $n = 10$ clientes.	236
D.2	Resultados computacionais detalhados do modelo LSMVRP–F2 para exemplares com $n = 15$ clientes.	237
D.3	Resultados computacionais detalhados do modelo LSMVRP–F2 para exemplares com $n = 20$ clientes.	238
D.4	Resultados computacionais detalhados do modelo LSMVRP–F2 para exemplares com $n = 30$ clientes.	239
D.5	Resultados computacionais detalhados do modelo LSMVRP–F2 para exemplares com $n = 40$ clientes.	240
D.6	Resultados computacionais detalhados do modelo LSMVRP–F2 para exemplares com $n = 50$ clientes.	241
D.7	Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para exemplares com $n = 10$ clientes.	242
D.8	Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para exemplares com $n = 15$ clientes.	243
D.9	Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para exemplares com $n = 20$ clientes.	244
D.10	Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para exemplares com $n = 30$ clientes.	245
D.11	Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para exemplares com $n = 40$ clientes.	246
D.12	Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para exemplares com $n = 50$ clientes.	247
D.13	Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com custos de estoque e trocas altos – $n = 10$ clientes.	249
D.14	Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com custos de estoque e trocas altos – $n = 15$ clientes.	250
D.15	Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com custos de estoque e trocas altos – $n = 20$ clientes.	251
D.16	Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com custos de roteamento altos – $n = 10$ clientes.	253
D.17	Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com custos de roteamento altos – $n = 15$ clientes.	254
D.18	Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com custos de roteamento altos – $n = 20$ clientes.	255
D.19	Resultados da heurística de decomposição para o cenário com $n = 10$ clientes e $ \mathcal{C} = 10$ itens.	257

D.20 Resultados da heurística de decomposição para o cenário com $n = 10$ clientes e $ \mathcal{C} = 15$ itens.	257
D.21 Resultados da heurística de decomposição para o cenário com $n = 15$ clientes e $ \mathcal{C} = 10$ itens.	258
D.22 Resultados da heurística de decomposição para o cenário com $n = 15$ clientes e $ \mathcal{C} = 15$ itens.	258
D.23 Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para o cenário com único veículo - $n = 5$ clientes.	259
D.24 Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para o cenário com único veículo - $n = 10$ clientes.	259
D.25 Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para o cenário com único veículo - $n = 15$ clientes.	260
D.26 Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com entregas fracionadas - $n = 10$ clientes.	261
D.27 Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com entregas fracionadas - $n = 15$ clientes.	262
D.28 Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com entregas fracionadas - $n = 20$ clientes.	263

Lista de Siglas

ALNS	<i>Adaptive Large Neighborhood Search</i>
BBC	<i>Branch-and-Benders-cut</i>
BC	<i>Branch-and-cut</i>
BD	<i>Benders Decomposition</i>
BP	<i>Branch-and-price</i>
GA	<i>Genetic Algorithms</i>
GAPM	<i>Genetic Algorithm with Population Management</i>
GRASP	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure</i>
IPDP	<i>Integrated Production and Distribution Problem</i>
LBL	<i>Lower Bound Lifting</i>
LR	<i>Lagrangian Relaxation</i>
LSP	<i>Lot-sizing Problem</i>
MDF	<i>Medium Density Fiberboard</i>
ML	<i>Maximum Level</i>
OU	<i>Order-up to level</i>
PIDRP	<i>Production, Inventory, Distribution and Routing problem</i>
PRP	<i>Production Routing Problem</i>
RF	<i>Relax-and-fix</i>
RTS	<i>Reactive Tabu Search</i>
TS	<i>Tabu Search</i>
VMI	<i>Vendor-Managed Inventory</i>
VRP	<i>Vehicle Routing Problem</i>

Sumário

1	Introdução	29
1.1	Objetivos	33
1.2	Metodologia	33
1.3	Organização do trabalho	34
2	Revisão de literatura	35
2.1	Problema integrado de produção e roteamento	35
2.1.1	Modelagem matemática do problema integrado de produção e roteamento (PRP)	36
2.2	Classificação da literatura	43
2.2.1	Características de produção	43
2.2.2	Características de estocagem	43
2.2.3	Características de roteamento	45
2.2.4	Métodos de solução	47
2.2.4.1	Métodos exatos	48
2.2.4.2	Heurísticas	50
2.2.4.3	Meta-heurísticas	52
2.3	Discussão e oportunidades de pesquisa	54
3	Descrição do problema	57
3.1	Processo de produção de móveis	58
3.2	Processo de distribuição de móveis	61
3.3	Escopo do problema e decisões de planejamento	63
4	PRP na indústria de móveis: caso com único veículo	67
4.1	Descrição do problema	68
4.2	Modelagem matemática	70
4.2.1	Exemplar ilustrativo	76
4.3	Abordagens de Decomposição de Benders	78
4.3.1	Reformulação de Benders 1 (RB1)	78
4.3.2	Reformulação de Benders 2 (RB2)	83
4.3.3	Algoritmo <i>Branch-and-Benders-cut</i>	83
4.3.4	Melhorias Computacionais	84
4.3.4.1	Desigualdades Válidas	84

4.3.4.2	Desigualdades de Aprimoramento do Limitante Inferior . . .	85
4.3.4.3	Cortes de Benders Iniciais	87
4.3.4.4	Cortes Pareto-ótimo	87
4.4	Heurísticas <i>relax-and-fix</i>	88
4.5	Experimentos Computacionais	90
4.5.1	Geração de exemplares	91
4.5.2	Desempenho do CPLEX e dos algoritmos <i>Branch-and-Benders-cut</i> .	92
4.5.3	Desempenho das heurísticas <i>relax-and-fix</i>	95
4.6	Comentários Finais	104
5	PRP na indústria de móveis: caso com múltiplos veículos	107
5.1	Descrição do problema	108
5.2	Modelagem matemática	109
5.2.1	Modelo <i>Lot-scheduling multi-vehicle routing problem F1 (LSMVRP–F1)</i>	110
5.2.2	Modelo <i>Lot-scheduling multi-vehicle routing problem F2 (LSMVRP–F2)</i>	114
5.3	Heurísticas <i>relax-and-fix</i> híbridas	116
5.4	Experimentos Computacionais	116
5.4.1	Resultados dos modelos LSMVRP–F1 e LSMVRP–F2	117
5.4.2	Resultados das heurísticas <i>relax-and-fix</i> híbridas	125
5.5	Comentários Finais	128
6	PRP na indústria de móveis: caso com múltiplos veículos e entregas fracionadas	129
6.1	Modelo LSMVRP–F2 com entregas fracionadas	130
6.2	Heurísticas <i>relax-and-fix</i> híbridas	131
6.3	Experimentos Computacionais	132
6.4	Comentários Finais	138
7	Heurística de Decomposição	141
7.1	Descrição da heurística de decomposição (HD)	142
7.1.1	Fase de inicialização	143
7.1.2	Modelo LSDS	146
7.1.3	Modelo MTRVPTW	148
7.1.4	Operador de busca local	149
7.1.5	Atualização dos custos e tempos de distribuição	150
7.1.6	Cortes Combinatoriais	151
7.1.7	Mecanismo de reinicialização	152
7.2	Experimentos Computacionais	155
7.2.1	Comparação com o CPLEX	156
7.2.2	Comparação com as heurísticas <i>relax-and-fix</i> híbridas	159
7.2.3	Comentários adicionais sobre o desempenho da heurística	160

7.2.4	Experimentos Adicionais	163
7.2.4.1	Cenário com custos de estocagem e trocas altos	164
7.2.4.2	Cenário com custos de roteamento altos	164
7.2.4.3	Cenário com um maior número de itens	166
7.2.5	Aplicação da heurística ao cenário com único veículo	169
7.2.6	Aplicação da heurística ao cenário com entregas fracionadas	170
7.3	Comentários Finais	172
8	Conclusões	175
	Referências Bibliográficas	181
	Apêndice A Suplemento do Capítulo 4	189
A.1	Impacto das estratégias de melhoria no desempenho do BCC	189
A.2	Resultados detalhados do CPLEX e dos BBCs	192
A.3	Resultados detalhados das heurísticas <i>relax-and-fix</i>	197
	Apêndice B Suplemento do Capítulo 5	211
B.1	Modelo LSMVRP-F1	211
B.2	Modelo LSMVRP-F2	214
B.3	Resultados dos modelos LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2 com tempo limite de 3 horas	216
B.4	Resultados das heurísticas <i>relax-and-fix</i> híbridas	220
	Apêndice C Suplemento do Capítulo 6	231
C.1	Modelo LSMVRP-F2 com entregas fracionadas	231
	Apêndice D Suplemento do Capítulo 7	235
D.1	Resultados do CPLEX e da heurística de decomposição	235
D.2	Resultados da heurística de decomposição para o cenário com custos de estoque e trocas altos	248
D.3	Resultados da heurística de decomposição para o cenário com custos de roteamento altos	252
D.4	Resultados da heurística de decomposição para o cenário com um maior número de itens	256
D.5	Resultados da heurística de decomposição para o cenário com único veículo	259
D.6	Resultados da heurística de decomposição para o cenário com entregas fracionadas	260

Capítulo 1

Introdução

Tipicamente, a cadeia de suprimentos começa com a compra ou aquisição das matérias-primas, seguida por operações de produção, estocagem e distribuição dos produtos intermediários e finais aos clientes. Assim, o custo de um dado produto inclui não só o custo dos recursos de manufatura utilizados para transformar a matéria-prima em um produto finalizado, mas também o custo dos recursos para realizar as vendas, entregar o produto e atender os clientes (CHEN, 2004). Conseqüentemente, a fim de reduzir custos, os produtores tentam planejar as operações ao longo da cadeia de suprimentos de forma coordenada, o que resulta no uso mais eficiente dos recursos e, também, em maiores economias de custo em comparação com o planejamento e/ou aprimoramento de cada operação de forma individual (SCHMID; DOERNER; LAPORTE, 2013).

A Figura 1.1 mostra como diferentes operações da cadeia de suprimentos estão relacionadas e sugere como estas podem ser agrupadas no intuito de planejá-las de forma mais coordenada. Decisões de dimensionamento de lotes devem ser tomadas com o objetivo de determinar planos de produção considerando restrições de capacidade e disponibilidade das máquinas e matéria-prima no nível tático, enquanto programas de produção mais detalhados, que definem explicitamente os tempos de início e término das operações, são determinados no nível operacional. Uma vez produzidos, os produtos podem ser estocados ou enviados para os clientes finais. No caso de armazenagem, diferentes produtos devem ser coletados do estoque e empacotados em contêineres ou paletes antes de serem enviados aos clientes. Em seguida, o carregamento dos produtos em veículos de entrega deve ser feito de modo a evitar operações desnecessárias de remanejamento de carga ao longo da rota de entrega.

Quanto à gestão e controle de estoques, é comum em algumas indústrias, como a farmacêutica e de gases industriais, que o fornecedor/produtor monitore o nível de estoque dos clientes e, então, decida as políticas de reabastecimento para cada um deles. Nesta prática, conhecida como estoque gerenciado pelo fornecedor (VMI, *Vendor-Managed Inventory*), o fornecedor/produtor atua como tomador de decisões e define quanto de produto entregar a cada cliente e quando as entregas devem ser realizadas, de modo que operações de controle de estoque e roteamento de veículos sejam integradas.

Nas operações de distribuição, é preciso levar em conta que o transporte dos produtos

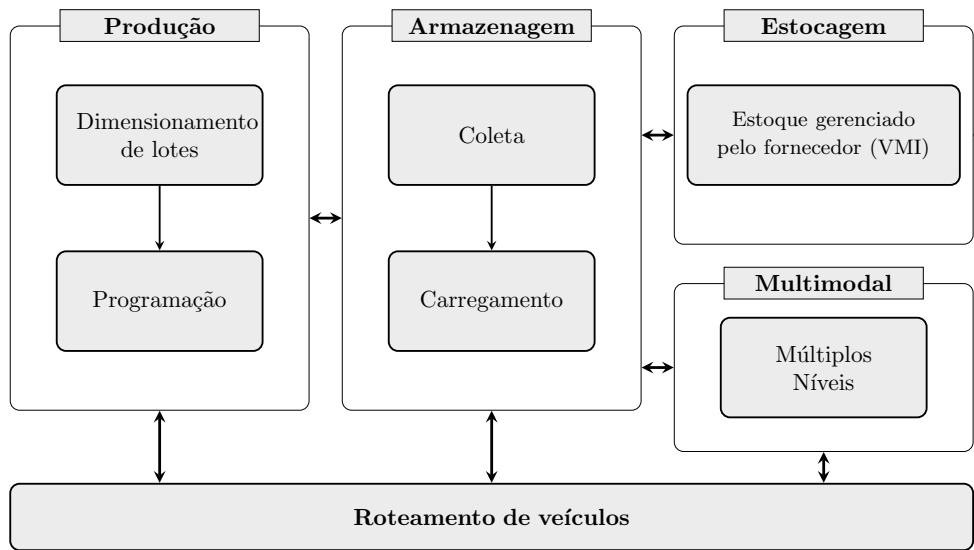


Figura 1.1: Interdependências na Cadeia de Suprimento (SCHMID; DOERNER; LAPORTE, 2013).

desde o fornecedor até o cliente final pode envolver vários estágios, como a consolidação em centros de distribuição, e diferentes modais de transporte. Por exemplo, produtos podem ser enviados desde o produtor para diferentes centros de distribuição, onde operações de transbordo podem acontecer. Em seguida, os produtos podem ser enviados a centros de distribuição locais, onde eles são descarregados e distribuídos aos clientes finais. Desta forma, o planejamento das operações de entrega deve considerar os diversos modais de transporte disponíveis e opções de consolidação de carga ao longo de vários estágios da cadeia.

A seguir, aborda-se somente a integração de operações de produção e distribuição, cujo estudo no contexto de indústrias moveleiras é de interesse nesta tese. O leitor interessado em outras integrações dentro do contexto da cadeia de suprimentos pode consultar a revisão de Schmid, Doerner e Laporte (2013), na qual apresentam-se outras integrações, como armazenagem–distribuição e estocagem–distribuição.

Em geral, operações de produção e distribuição podem ser razoavelmente dissociadas se houver estoque suficiente entre elas, de modo que cada operação pode ser planejada independentemente, com pouca ou nenhuma coordenação. Entretanto, as condições do mercado atual e as maiores expectativas dos clientes têm forçado os produtores a investirem na redução dos níveis de estoque ao longo da cadeia, sem que isto impacte negativamente nos tempos de entrega dos produtos. Tal redução nos níveis de estoque resulta em um vínculo mais estreito entre produção e distribuição, de modo que o planejamento integrado destas operações é necessário para atingir um desempenho operacional eficiente e de baixo custo (CHEN, 2004; DÍAZ-MADROÑERO; PEIDRO; MULA, 2015).

Tal integração é relevante em várias situações práticas. Por exemplo, em indústrias com baixos níveis de estoque (i.e., montagem de computadores, roupas, brinquedos), estas operações precisam ser planejadas conjuntamente para atingir um *trade-off* entre os

custos de transporte e os níveis de serviço ao cliente (CHEN; VAIRAKTARAKIS, 2005; CHEN; PUNDOOR, 2006). Também, em indústrias de produtos perecíveis ou sensíveis ao tempo, tais como alimentos (CHEN; HSUEH; CHANG, 2009; FARAHANI; GRUNOW; GÜNTHER, 2012), adesivos industriais (ARMSTRONG; GAO; LEI, 2007; GEISMAR *et al.*, 2008), jornais (CHIANG *et al.*, 2009; RUSSELL; CHIANG; ZEPEDA, 2008), entre outros, em que não há inventário entre produção e distribuição e os produtos devem ser entregues dentro de prazos muito curtos.

Dada a crescente demanda por um planejamento integrado destas operações, vários modelos de otimização e métodos de solução têm sido propostos para auxiliar o processo de tomada de decisões nos níveis estratégico, tático e operacional. No nível estratégico, a principal preocupação é o projeto do sistema de produção–distribuição, que implica determinar o número, localização e capacidade das facilidades de produção e armazenagem, selecionar modais de transporte, determinar o fluxo de matérias-primas e produtos finalizados entre facilidades de produção, armazéns e clientes, entre outros (VIDAL; GOETSCHALCKX, 1997; SARMIENTO; NAGI, 1999).

No nível tático, o planejamento da produção e distribuição utiliza informações agregadas para determinar o tamanho dos lotes de produção, os níveis de estoque, as quantidades de entrega e as rotas dos veículos em um determinado horizonte de planejamento, considerando a disponibilidade de capacidade de produção e distribuição (ADULYASAK; CORDEAU; JANS, 2015b; DÍAZ-MADROÑERO; PEIDRO; MULA, 2015). Neste nível, não é necessário considerar operações detalhadas de produção e entrega, que são determinadas posteriormente em uma base, por exemplo, diária.

No nível operacional, o planejamento da produção e distribuição se concentra principalmente em questões de programação de máquinas e veículos. O objetivo é otimizar operações detalhadas de produção e entrega, considerando cada pedido de cliente de forma individual. As principais decisões são a alocação de pedidos de clientes a recursos, determinar tempos de início e término para cada pedido, alocar pedidos a veículos e determinar rotas e programas de entrega para cada pedido. Portanto, o resultado deste planejamento é um programa detalhado de produção e entrega com o tempo exato em que cada pedido deve ser processado a fim de atender a demanda dos clientes oportunamente (MOONS *et al.*, 2017).

O foco desta tese é a integração de decisões de produção e distribuição no nível tático-operacional, em que o produtor deve definir o tamanho e a sequência dos lotes de produção, e os níveis de estoque junto com as rotas e programas de entrega dos produtos ao longo de um horizonte de planejamento multi-períodos e finito. Decisões de dimensionamento de lotes e controle de estoque envolvem períodos em geral maiores, enquanto decisões de programação da produção (i.e., sequenciamento dos lotes) e programação das entregas (i.e., roteamento de veículos) envolvem períodos menores, em geral.

Em particular, considera-se o caso da integração destas decisões no contexto da indústria de fabricação de móveis. Em algumas empresas deste setor os produtos são fabricados sob encomenda e enviados diretamente aos clientes logo após sua fabricação. Dada a alta customização, manter altos níveis de estoque de produtos finais para tornar a distribuição

mais independente da produção é uma estratégia comumente inviável devido aos altos custos de estocagem envolvidos, o que reforça a importância da integração das decisões de produção e distribuição. Outras empresas do setor fabricam produtos mais padronizados que, em geral, são fabricados a partir de peças, componentes e sub-montagens que são utilizados de forma intercambiável na montagem dos produtos finais. Neste caso, é comum que o produtor mantenha baixos níveis de estoque de peças, componentes e sub-montagens, ao invés de estoques de produtos finalizados, para ganhar flexibilidade na montagem dos produtos e reduzir custos de distribuição, o que também reforça a importância da integração das decisões de produção e logística. Ainda, é possível encontrar empresas que seguem uma estratégia híbrida, em que alguns móveis padronizados e de alta demanda são produzidos para estocagem, enquanto outros mais exclusivos e customizados são fabricados somente sob encomenda. Em qualquer caso, os clientes desejam receber os produtos demandados dentro de prazos curtos e, portanto, a coordenação das operações de produção e distribuição na indústria moveleira é necessária a fim de atender a demanda dos produtos requeridos pelos clientes de forma eficiente e a baixo custo.

Observe que na ausência de estoque, no caso de móveis produzidos sob encomenda, todos os produtos a serem entregues devem primeiro ser fabricados, de modo que as decisões de roteamento devem estar estreitamente relacionadas com as decisões de dimensionamento e sequenciamento dos lotes de produção. Similarmente, no caso de móveis padronizados, é preciso coordenar o dimensionamento, sequenciamento e estocagem das peças, componentes e sub-montagens com as atividades de distribuição dos produtos finais. Neste caso, o transporte e entrega de tais produtos somente é possível quando todos os elementos requeridos para a montagem do produto final estão disponíveis (i.e., terem sido produzidos e/ou estocados). Convém salientar que é comum na indústria de móveis a estratégia de adiamento (*postponement strategy*) (MIKKOLA; SKJØTT-LARSEN, 2004), para reduzir custos logísticos, em que os móveis são estocados e distribuídos em suas partes, para montagem final somente no cliente.

Esta tese aborda o problema de planejamento e programação integrados da produção e distribuição em empresas produtoras de móveis padronizados e apresenta contribuições tanto teóricas quanto práticas. Do ponto de vista teórico, modelos de otimização matemática que representam adequadamente a realidade estudada são propostos e avaliados. Esses modelos estão baseados em observações realizadas e informações fornecidas por uma empresa produtora de móveis de aço, localizada no interior do estado de São Paulo, que é considerada uma referência na indústria moveleira do Brasil. Dada a dificuldade de resolver esses modelos utilizando *softwares* de otimização comerciais, métodos de solução exatos e heurísticos são propostos no intuito de encontrar soluções ótimas ou de boa qualidade para o problema. Do ponto de vista prático, esta tese fornece *insights* e ferramentas que auxiliam o processo de planejamento e programação das operações de produção e distribuição em empresas do setor moveleiro no nível tático-operacional, principalmente operacional, permitindo-lhes atender a demanda de seus produtos de forma eficiente e com baixo custo. Entretanto, é preciso destacar que as abordagens de otimização aqui propostas, embora motivadas pela prática da indústria moveleira, não chegaram a ser

efetivamente implementadas em empresas do setor.

1.1 Objetivos

Os objetivos desta tese são apresentados a seguir:

- Desenvolver modelos de otimização linear inteira mista que, sob algumas hipóteses simplificadoras, representem adequadamente o problema considerado e possam auxiliar o processo de planejamento e programação da produção e distribuição em empresas do setor moveleiro no nível tático-operacional.
- Mostrar que o planejamento e programação integrados de operações de produção e distribuição permite reduzir o custo total do sistema, atingindo um melhor *trade-off* entre custos de estocagem, preparação/troca e transporte.
- Propor métodos exatos de solução e heurísticas baseadas em programação matemática (*matheuristics*) que permitam obter soluções ótimas ou de boa qualidade para os modelos propostos em tempos computacionais razoáveis. Em particular, os métodos exatos de solução são baseados na decomposição de Benders e visam encontrar soluções ótimas para exemplares de tamanho moderado. Heurísticas do tipo *relax-and-fix*, que exploram diversos critérios de particionamento e fixação de variáveis, e uma heurística de decomposição, que decompõe o problema original em subproblemas menores e mais fáceis de serem resolvidos, são propostas a fim de encontrar soluções de boa qualidade para exemplares de maior porte, os quais não podem ser resolvidos em tempos razoáveis utilizando *solvers* de otimização de propósito geral.
- Contribuir com a literatura através do estudo do problema integrado de produção e distribuição no nível tático-operacional, principalmente o operacional, no contexto prático de empresas produtoras de móveis no Brasil.

1.2 Metodologia

Do ponto de vista metodológico, esta tese possui componentes de métodos de pesquisa axiomáticos e empíricos de tipo normativo. A pesquisa é axiomática porque é orientada por modelos idealizados que descrevem o problema abordado e sua principal preocupação é determinar soluções para esses modelos com o objetivo de obter *insights* sobre sua estrutura e comportamento. Entretanto, esta pesquisa também possui componentes empíricos, uma vez que mudanças, alterações ou extensões são realizadas nestes modelos para representar adequadamente a realidade observada em situações de produção e distribuição de móveis. Esta pesquisa é normativa porque prescreve decisões ou cursos de ação para o problema com base nos modelos matemáticos propostos, ao invés de apenas descrever

seu comportamento ou desempenho. Também visa propor e comparar diferentes estratégias de solução para os modelos propostos no intuito de encontrar soluções ótimas, ou muito boas, para o problema estudado (BERTRAND; FRANSOO, 2002; MORABITO; PUREZA, 2010).

1.3 Organização do trabalho

O restante desta tese está organizado da seguinte maneira. No Capítulo 2 apresenta-se uma revisão da literatura que aborda o planejamento integrado de operações de produção e distribuição no nível tático-operacional da tomada de decisões. As decisões de produção referem-se ao dimensionamento e sequenciamento de lotes, enquanto as decisões de distribuição referem-se ao roteamento e programação de veículos.

O Capítulo 3 apresenta brevemente a descrição dos processos de produção e distribuição de móveis, baseados na prática de um fabricante de móveis de aço localizado no estado de São Paulo. O problema abordado nesta tese é definido, destacando as principais decisões e desafios envolvidos no planejamento integrado de operações de produção e distribuição.

No Capítulo 4 estuda-se o cenário particular de um fabricante que possui uma única linha de pintura e um único veículo de entrega. Um modelo de otimização linear, abordagens de solução exatas baseadas na decomposição de Benders, e heurísticas do tipo *relax-and-fix*, são propostas para representar e resolver o problema.

No Capítulo 5, considera-se um cenário mais geral, em que tempos e custos de preparação da linha são dependentes da sequência de produção e múltiplos veículos de diferentes capacidades estão disponíveis para a entrega dos produtos. Dois modelos de otimização matemática e heurísticas *relax-and-fix* são propostos e avaliados computacionalmente.

A seguir, no Capítulo 6, considera-se uma extensão do problema anterior em que entregas fracionadas são permitidas. Neste cenário, a demanda de cada cliente pode ser atendida em múltiplas entregas ao longo do horizonte de planejamento. Similarmente ao Capítulo 5, modelos de otimização matemática e heurísticas *relax-and-fix* são exploradas para tratar esse problema. O objetivo é identificar e quantificar os benefícios econômicos que podem ser obtidos a partir desta prática.

No Capítulo 7, uma heurística de decomposição é proposta para resolver o cenário considerado no Capítulo 5. Posteriormente, essa heurística também é adaptada para resolver os cenários abordados nos Capítulos 4 e 6, respectivamente. Extensivos testes computacionais são realizados a fim de analisar o desempenho da heurística proposta em termos de qualidade da solução e esforço computacional. Para finalizar, conclusões e algumas perspectivas de pesquisa futura são apresentados no Capítulo 8.

Capítulo 2

Revisão de literatura

Conforme destacado por Schmid, Doerner e Laporte (2013), diversas operações da cadeia de suprimentos (i.e., compra, produção, armazenagem, distribuição, etc.) estão estreitamente relacionadas e devem ser planejadas de forma coordenada a fim de utilizar de forma mais eficiente os recursos disponíveis e atingir economias de custo ao longo da cadeia. Tal planejamento coordenado inclui, entre outras, a integração de decisões de (i) aquisição de matérias-primas e produção, (ii) produção e estocagem, (iii) estocagem e distribuição, e (iv) produção e distribuição, nos diferentes níveis da tomada de decisões.

Este capítulo apresenta uma revisão da literatura que aborda a integração de decisões de produção e distribuição no nível tático-operacional da tomada de decisões. O foco é dado a problemas em que o produtor é responsável pela fabricação e entrega dos produtos demandados por cada cliente ao longo de um horizonte de planejamento multi-período e finito. As decisões de produção referem-se ao dimensionamento e sequenciamento de lotes, enquanto as decisões de distribuição referem-se ao roteamento e programação de veículos.

Esta revisão exclui problemas em que o horizonte de planejamento é muito curto (i.e., máximo um dia ou um turno de trabalho), em que o foco é a programação hora a hora das tarefas de produção e decisões de dimensionamento de lotes não são relevantes (por exemplo, porque já foram tomadas anteriormente). O leitor interessado em problemas envolvendo esse nível de detalhe pode consultar o trabalho recente de Moons *et al.* (2017).

O restante deste capítulo está organizado como segue. A Seção 2.1 apresenta uma descrição do problema integrado de produção e roteamento nos níveis tático e operacional. Na Seção 2.2 uma classificação da literatura relacionada é apresentada. A literatura é analisada com base nas características de produção, estocagem, roteamento e abordagens de solução propostas. Na Seção 2.3 algumas lacunas na literatura e as principais contribuições desta tese são apresentadas.

2.1 Problema integrado de produção e roteamento

No nível tático-operacional, o problema de planejar simultaneamente decisões de produção e distribuição é conhecido como o problema integrado de produção e roteamento (PRP,

Production Routing Problem) e resulta da integração dos problemas de dimensionamento de lotes (LSP, *Lot-sizing Problem*) e de roteamento de veículos (VRP, *Vehicle Routing Problem*) (ADULYASAK; CORDEAU; JANS, 2015b). O LSP visa determinar o que produzir, quanto produzir, quando produzir e quanto manter em estoque de cada produto ao longo de um horizonte de planejamento multi-período e finito, a fim de minimizar os custos de produção, preparação e estocagem incorridos no processo de produção (KARIMI; FATEMI-GHOMI; WILSON, 2003; POCHET; WOLSEY, 2006; JANS; DEGRAEVE, 2008). Por outro lado, o VRP visa determinar o conjunto ideal de rotas a serem executadas por uma frota de veículos para atender a demanda de um determinado conjunto de clientes a custo logístico mínimo (CORDEAU *et al.*, 2007; GOLDEN; RAGHAVAN; WASIL, 2008; TOTH; VIGO, 2014).

Conseqüentemente, o PRP visa determinar conjuntamente (i) quanto produzir e estocar em cada período, (ii) quando e quanto entregar a cada cliente, e (iii) quais as rotas de entrega a serem utilizadas a fim de minimizar custos de produção, preparação, estocagem e roteamento ao longo de um horizonte de planejamento multi-período e finito. Observe que o PRP é um problema de otimização que pertence à classe NP-difícil, pois contém como casos particulares o LSP e o VRP, ambos NP-difíceis (veja Bitran e Yanasse (1982) e Lenstra e Kan (1981), respectivamente).

Cabe destacar que na literatura este problema também é conhecido como o problema integrado de produção, estocagem, distribuição e roteamento (PIDRP, *Production, Inventory, Distribution and Routing problem*) (LEI *et al.*, 2006; BARD; NANANUKUL, 2009b; BARD; NANANUKUL, 2010) e o problema integrado de produção e distribuição (IPDP, *Integrated Production and Distribution Problem*) (CHANDRA; FISHER, 1994; FUMERO; VERCELLIS, 1999; BOUDIA; PRINS, 2009; ARMENTANO; SHIGUEMOTO; LØKKE-TANGEN, 2011).

A seguir, algumas formulações matemáticas do PRP disponíveis na literatura são apresentadas.

2.1.1 Modelagem matemática do problema integrado de produção e roteamento (PRP)

Formalmente, o PRP é definido em um grafo completo $\mathcal{G} = (\mathcal{N}, \mathcal{A})$, onde $\mathcal{N} = \{0, 1, \dots, n\}$ é o conjunto de nós e $\mathcal{A} = \{(i, j) : i, j \in \mathcal{N}, i \neq j\}$ é o conjunto de arcos. O nó $i = 0$ representa uma planta que produz um conjunto \mathcal{P} de produtos que são distribuídos para um conjunto $\bar{\mathcal{C}} = \mathcal{N} \setminus \{0\}$ de clientes, utilizando uma frota homogênea de veículos \mathcal{V} em cada período $t \in \mathcal{T}$ do horizonte de planejamento. Assume-se que cada veículo pode fazer no máximo uma rota durante cada período, não pode visitar o mesmo cliente mais de uma vez na mesma rota, e tem de voltar para o depósito ao final da sua rota. Entretanto, veículos diferentes podem visitar um mesmo cliente em um mesmo período e, conseqüentemente, entregas fracionadas são permitidas.

Fumero e Vercellis (1999) propuseram um modelo de programação inteira mista para representar o problema. Esta formulação considera a produção e entrega de múltiplos

produtos, e pode ser facilmente estendida para o caso em que os veículos são de diferentes capacidades (i.e., frota heterogênea). Considerando os parâmetros e variáveis de decisão apresentados na Tabela 2.1, o modelo de programação inteira mista introduzido por Fumero e Vercellis (1999) é apresentado a seguir.

$$\min \sum_{t \in \mathcal{T}} \left\{ \sum_{p \in \mathcal{P}} \left[\sum_{i \in \mathcal{N}} h_{pit} I_{pit} + f_{pt} y_{pt} \right] + \sum_{v \in \mathcal{V}} \left[\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} (f_t w_{0it}^v + c_{i0} w_{i0t}^v) + \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{\substack{j \in \mathcal{N} \\ i \neq j}} c_{pij} q_{pijt}^v \right] \right\} \quad (2.1)$$

sujeito a:

$$x_{pt} + I_{p0t-1} - I_{p0t} = \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{v \in \mathcal{V}} Q_{pit}^v, \quad t \in \mathcal{T}, p \in \mathcal{P}. \quad (2.2)$$

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} Q_{pit}^v + I_{pit-1} - I_{pit} = d_{pit}, \quad t \in \mathcal{T}, p \in \mathcal{P}, i \in \bar{\mathcal{C}}. \quad (2.3)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \rho_p x_{pt} \leq K_t, \quad t \in \mathcal{T}. \quad (2.4)$$

$$x_{pt} \leq M y_{pt}, \quad t \in \mathcal{T}, p \in \mathcal{P}. \quad (2.5)$$

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{N} \\ i \neq j}} q_{pijt}^v - \sum_{\substack{k \in \mathcal{N} \\ k \neq j}} q_{pjkt}^v = Q_{pjt}^v, \quad t \in \mathcal{T}, v \in \mathcal{V}, p \in \mathcal{P}, j \in \bar{\mathcal{C}}. \quad (2.6)$$

$$\sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{v \in \mathcal{V}} q_{p0jt}^v - \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{v \in \mathcal{V}} q_{pi0t}^v = \sum_{k \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{v \in \mathcal{V}} Q_{pkt}^v, \quad t \in \mathcal{T}, p \in \mathcal{P}. \quad (2.7)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \varphi_p q_{pijt}^v \leq \theta w_{ijt}^v, \quad t \in \mathcal{T}, v \in \mathcal{V}, i \in \mathcal{N}, j \in \mathcal{N}, i \neq j. \quad (2.8)$$

$$\sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0jt}^v \leq 1, \quad t \in \mathcal{T}, v \in \mathcal{V}. \quad (2.9)$$

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{N} \\ i \neq j}} w_{ijt}^v = \sum_{\substack{k \in \mathcal{N} \\ k \neq j}} w_{jkt}^v, \quad t \in \mathcal{T}, v \in \mathcal{V}, j \in \mathcal{N}. \quad (2.10)$$

$$x_{pt} \geq 0, \quad t \in \mathcal{T}, p \in \mathcal{P}. \quad (2.11)$$

$$I_{pit} \geq 0, \quad t \in \mathcal{T}, p \in \mathcal{P}, i \in \mathcal{N}. \quad (2.12)$$

$$y_{pt} \in \{0, 1\}, \quad t \in \mathcal{T}, p \in \mathcal{P}. \quad (2.13)$$

$$Q_{pit}^v \geq 0, \quad t \in \mathcal{T}, p \in \mathcal{P}, i \in \bar{\mathcal{C}}, v \in \mathcal{V}. \quad (2.14)$$

$$q_{pijt}^v \geq 0, \quad t \in \mathcal{T}, p \in \mathcal{P}, v \in \mathcal{V}, i, j \in \mathcal{N}, i \neq j. \quad (2.15)$$

$$w_{ijt}^v \in \{0, 1\}, \quad t \in \mathcal{T}, v \in \mathcal{V}, i, j \in \mathcal{N}, i \neq j. \quad (2.16)$$

A função objetivo (2.1) visa a minimização dos custos de preparação, estocagem e roteamento. As restrições (2.2) e (2.3) garantem o balanço de estoque na planta e nos clientes, respectivamente. As restrições (2.4) limitam a produção em cada período, enquanto as restrições (2.5) asseguram que o custo de preparação de um dado produto é incorrido somente se houver produção do mesmo. A conservação do fluxo de produtos nos clientes e na planta é garantida pelas restrições (2.6) e (2.7), respectivamente. As restrições (2.6) garantem que a quantidade do produto p no veículo v , logo após visitar o cliente j no

Parâmetros:	
f_{pt}	Custo fixo de preparação do produto p no período t .
f_t	Custo fixo de utilização de um veículo no período t .
h_{pit}	Custo unitário de estocagem do produto p no nó i no período t .
c_{pij}	Custo de enviar uma unidade do produto p ao longo do arco (i, j) .
c_{i0}	Custo de viajar com um veículo vazio do cliente i para o nó 0 (i.e., o depósito).
d_{pit}	Demanda do produto p no cliente i no período t .
K_t	Capacidade de produção da planta no período t .
ρ_p	Tempo requerido para produzir uma unidade do produto p .
θ	Capacidade dos veículos
φ_p	Consumo de capacidade por unidade do produto p a bordo de um veículo.
M	Um número suficientemente grande, $M = \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{i \in \bar{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} d_{pit}$.
Variáveis de decisão:	
x_{pt}	Quantidade produzida do produto p no período t .
I_{pit}	Estoque do produto p no nó i no final do período t .
y_{pt}	Igual a 1 se há produção do produto p no período t , 0 caso contrário.
Q_{pit}^v	Quantidade do produto p entregue ao cliente i pelo veículo v no período t .
q_{pijt}^v	Quantidade do produto p transportada no arco (i, j) pelo veículo v no período t .
w_{ijt}^v	Igual a 1 se o veículo v percorre o arco (i, j) no período t , 0 caso contrário.

Tabela 2.1: Parâmetros e variáveis de decisão utilizadas na formulação de Fumero e Vercellis (1999).

período t , é exatamente igual à quantidade do produto a bordo do veículo logo antes de visitar o cliente j , menos a quantidade entregue na visita. Similarmente, as restrições (2.7) asseguram que a quantidade total do produto p que retorna ao depósito no período t é exatamente igual à quantidade total enviada durante esse período, menos as quantidades entregues aos clientes visitados no período.

Observe que as restrições (2.7) são agregadas em relação à frota de veículos, enquanto as restrições (2.6) são consideradas para cada veículo. Considerando que o fracionamento de carga é permitido, as restrições (2.6) evitam a transferência de produtos de um veículo a outro em clientes que recebem a visita de vários veículos no mesmo período. Adicionalmente, note que (2.6) e (2.7) evitam a formação de subciclos e, portanto, restrições de eliminação de subciclos não são necessárias neste caso.

As restrições de capacidade dos veículos é dada por (2.8). As restrições (2.9) asseguram que, em cada período, cada veículo realiza no máximo uma rota. A conservação do fluxo de veículos é dada pelas restrições (2.10). Estas restrições garantem que cada veículo retorna ao depósito ao final da rota. Finalmente, o domínio das variáveis de decisão é dado por (2.11)–(2.16).

Em comparação com outras formulações apresentadas na literatura, esta de Fumero e Vercellis (1999), tem três características interessantes. Primeiro, os autores utilizam uma formulação do tipo *multi-commodity flow* para modelar as decisões de roteamento, o que evita a necessidade de usar restrições de eliminação de subciclos. Além disso,

conforme destacado anteriormente, o modelo pode ser facilmente estendido para o caso de frota heterogênea, objeto da presente tese, pois o índice dos veículos é explicitamente considerado na modelagem do problema. Finalmente, a formulação permite entregas fracionadas, isto é, considera que cada cliente pode ser visitado por mais de um veículo em cada período do horizonte de planejamento. Esta última característica também é objeto desta tese.

Baseados em Fumero e Vercellis (1999), Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011) propõem um modelo de programação inteira mista para o PRP com múltiplos produtos e uma frota homogênea de veículos. Neste problema, entretanto, os autores impõem um limite máximo no comprimento das rotas e não permitem que as entregas sejam fracionadas. Além disso, na função objetivo, Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011) consideram que o custo total de transporte é composto por custos fixos, associados à utilização dos veículos, e custos variáveis, que dependem da distância percorrida entre os nós. Observe, por exemplo, que Fumero e Vercellis (1999) consideram adicionalmente custos fixos de um veículo retornar vazio para o depósito e assumem que os custos variáveis dependem das quantidades transportadas entre nós, ao invés da distância percorrida.

Lei *et al.* (2006) também propõem um modelo do tipo *multi-commodity flow* para um problema em que múltiplas facilidades produzem um único produto que deve ser entregue por uma frota heterogênea de veículos. Similarmente a Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011), os autores impõem um limite máximo no comprimento da rota, porém, permitem que as entregas sejam fracionadas. Adicionalmente, o modelo proposto permite a reutilização dos veículos no mesmo período, de modo que múltiplas viagens por veículo são permitidas. Observe que a inclusão de múltiplas rotas na modelagem é relativamente simples, precisando somente da adição de um índice $r = 1, \dots, R_v$ nas variáveis associadas às decisões de distribuição e roteamento. Este novo índice r denota as viagens realizadas pelo veículo e R_v denota um limite no número máximo de viagens realizadas pelo veículo v em cada período, admitido como um parâmetro do problema.

Outras formulações alternativas têm sido propostas na literatura a fim de abordar cenários mais particulares. Por exemplo, Archetti *et al.* (2011) propõem a seguinte formulação para o PRP sem restrições de capacidade, com único produto e único veículo. Considere os parâmetros e variáveis de decisão apresentados na Tabela 2.2.

$$\min \sum_{t \in \mathcal{T}} \left(ux_t + fy_t + \sum_{i \in \mathcal{N}} h_i I_{it} + \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{\substack{j \in \mathcal{N} \\ i \neq j}} c_{ij} w_{ijt} \right) \quad (2.17)$$

sujeito a:

$$I_{0,t-1} + x_t = \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} Q_{it} + I_{0t}, \quad t \in \mathcal{T} \quad (2.18)$$

$$I_{i,t-1} + Q_{it} = d_{it} + I_{it}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, t \in \mathcal{T} \quad (2.19)$$

$$x_t \leq M_t y_t, \quad t \in \mathcal{T} \quad (2.20)$$

$$I_{0t} \leq L_0, \quad t \in \mathcal{T} \quad (2.21)$$

Parâmetros:	
u	Custo unitário de produção.
f	Custo fixo de preparação.
h_i	Custo unitário de estocagem no nó i .
c_{ij}	Custo de transporte do nó i para o nó j .
d_{it}	Demanda do cliente i no período t .
K	Capacidade de produção
θ	Capacidade dos veículos
L_i	Máximo nível de estocagem permitido no nó i .
I_{i0}	Nível de estoque inicial no nó i .
M_t	Um número suficientemente grande, $M_t = \min\{K, \sum_{l=t}^{ \mathcal{T} } \sum_{i=1}^n d_{il}\}$.
\tilde{M}_{it}	Um número suficientemente grande, $\tilde{M}_{it} = \min\{L_i, \theta, \sum_{l=t}^{ \mathcal{T} } d_{il}\}$.
Variáveis de decisão:	
x_t	Quantidade produzida no período t .
I_{it}	Estoque no nó i no final do período t .
y_t	Igual a 1 se há produção no período t , 0 caso contrário.
z_{it}	Igual a 1 se o nó i é visitado no período t , 0 caso contrário.
w_{ijt}	Igual a 1 se um veículo percorre o arco (i, j) no período t , 0 caso contrário.
Q_{it}	Quantidade entregue ao cliente i no período t .

Tabela 2.2: Notação utilizada na formulação apresentada por Archetti *et al.* (2011).

$$I_{i,t-1} + Q_{it} \leq L_i, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, t \in \mathcal{T} \quad (2.22)$$

$$Q_{it} \leq \tilde{M}_{it} z_{it}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, t \in \mathcal{T} \quad (2.23)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{N}} w_{ijt} = z_{it}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, t \in \mathcal{T} \quad (2.24)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{N}} w_{jit} + \sum_{j \in \mathcal{N}} w_{ijt} = 2z_{it}, \quad i \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T} \quad (2.25)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{S}} w_{ijt} \leq \sum_{i \in \mathcal{S}} z_{it} - z_{et}, \quad \mathcal{S} \subseteq \bar{\mathcal{C}} : |\mathcal{S}| > 2, e \in \mathcal{S}, t \in \mathcal{T} \quad (2.26)$$

$$\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} Q_{it} \leq \theta z_{0t}, \quad t \in \mathcal{T} \quad (2.27)$$

$$x_t, I_{it}, Q_{it} \geq 0, \quad i \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T} \quad (2.28)$$

$$y_t, z_{it}, w_{ijt} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T} \quad (2.29)$$

A função objetivo (2.17) minimiza o custo total de produção, preparação, estocagem e roteamento. As equações (2.18) e (2.19) são as restrições de balanço de estoque na planta e nos clientes, respectivamente. As restrições (2.20) forçam a variável de preparação a assumir o valor de 1 caso haja produção no período t . Além disso, estas restrições limitam a quantidade produzida ao valor mínimo entre a capacidade de produção e a demanda total nos períodos remanescentes. As restrições (2.21) e (2.22) limitam o nível de estoque máximo na planta e nos clientes, respectivamente. As restrições (2.23) permitem uma quantidade de entrega positiva somente se o cliente i for visitado no período t . As

igualdades (2.24) garantem que o cliente i é visitado no máximo uma vez em cada período, enquanto as igualdades (2.25) denotam as restrições de conservação do fluxo nos nós. As desigualdades (2.26) são restrições de eliminação de subciclos, enquanto as restrições (2.27) garantem que a capacidade do veículo não seja excedida. Por fim, o domínio das variáveis de decisão é dado por (2.28) e (2.29).

Observe que a formulação (2.17)–(2.29) não utiliza variáveis para determinar a quantidade de produto a ser transportado em cada arco da rede e, portanto, restrições de conservação do fluxo do produtos nos nós, do tipo (2.6) e (2.7), não são utilizadas. Consequentemente, as restrições (2.26), cujo número cresce exponencialmente em função do número de nós, são utilizadas no lugar de (2.6) e (2.7), a fim de eliminar subciclos nas rotas de entrega.

Similarmente a Fumero e Vercellis (1999), a formulação proposta por Archetti *et al.* (2011) tem sido utilizada como base para a modelagem de cenário alternativos. Adulyasak, Cordeau e Jans (2014a), por exemplo, estendem a formulação (2.17)–(2.29) para considerar o PRP com restrições de capacidade de produção e frota homogênea de veículos. Os autores propõem e avaliam formulações alternativas, com e sem o índice dos veículos, e concluem que a primeira delas é superior em termos do número de problemas resolvidos de forma ótima. Entretanto, a formulação sem o índice dos veículos fornece, em geral, melhores limitantes inferiores e *gaps* de otimalidade para exemplares que não foram resolvidos otimamente após um predeterminado tempo computacional.

Uma desvantagem das formulações propostas por Archetti *et al.* (2011) e Adulyasak, Cordeau e Jans (2014a) é que elas utilizam as restrições de eliminação de subciclos (2.26), cujo número aumenta exponencialmente com o número de nós. Desta forma, um procedimento do tipo *branch-and-cut* é geralmente usado para resolver o problema de forma eficiente. Inicialmente, as restrições (2.26) são removidas e, então, adicionadas iterativamente em cada nó da árvore *branch-and-bound* quando necessário (i.e., quando são violadas). Uma alternativa para contornar esta situação é trocar as restrições (2.26) por restrições de eliminação de subciclos na forma de desigualdades Miller-Tucker-Zemlin (MILLER; TUCKER; ZEMLIN, 1960), com crescimento de ordem polinomial. Seja \tilde{q}_{it} a carga a bordo de um veículo antes de realizar uma entrega ao cliente i no período t . As restrições (2.26) podem ser trocadas pelas restrições (2.30) e (2.31), a seguir.

$$\tilde{q}_{it} - \tilde{q}_{jt} \geq Q_{it} - \tilde{M}_{it}(1 - w_{ijt}), \quad i \in \mathcal{N}, j \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T} \quad (2.30)$$

$$0 \leq \tilde{q}_{it} \leq \theta z_{it}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, t \in \mathcal{T} \quad (2.31)$$

As restrições (2.30) e (2.31) foram utilizadas, por exemplo, por Bard e Nananukul (2009a) e Bard e Nananukul (2010). A desvantagem desta estratégia, entretanto, é que a relaxação linear da formulação usando as restrições (2.30) fornece limitantes inferiores muito fracos para o problema (TOTH; VIGO, 2014).

Outra estratégia de modelagem matemática, baseada em colunas, é utilizada por Bard e Nananukul (2010) para PRP com único produto e frota homogênea. Considere a notação apresentada na Tabela 2.3. A formulação proposta por Bard e Nananukul (2010) é como

segue:

$$\min \sum_{t \in \mathcal{T}} \left(ux_t + fy_t + \sum_{i \in \mathcal{N}} h_i I_{it} + \sum_{r \in R(t)} c_{rt} \Gamma_{rt} \right) \quad (2.32)$$

sujeito a:

$$(2.20), (2.22), (2.21), (2.28), \quad (2.33)$$

$$I_{0,t-1} + x_t = \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{r \in R(t)} \mu_{rt}^i \Gamma_{rt} + I_{0t}, \quad t \in \mathcal{T} \quad (2.34)$$

$$I_{i,t-1} + \sum_{r \in R(t)} \mu_{rt}^i \Gamma_{rt} = d_{it} + I_{it}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, t \in \mathcal{T} \quad (2.35)$$

$$\sum_{r \in R(t)} \Gamma_{rt} \leq 1, \quad t \in \mathcal{T} \quad (2.36)$$

$$\Gamma_{rt} \in \{0, 1\}, \quad t \in \mathcal{T}, r \in R(t) \quad (2.37)$$

A função objetivo (2.32) e as restrições (2.34)–(2.35) são equivalentes a (2.17)–(2.19), respectivamente, porém rescritas em termos das variáveis de decisão Γ_{rt} . As restrições (2.36) indicam que no máximo um plano de entrega deve ser selecionado em cada período. A desvantagem desta estratégia é que o número de colunas (planos de entrega factíveis para cada período) cresce exponencialmente com o tamanho do problema. Portanto, esta formulação é utilizada como problema mestre em um processo de geração de colunas, em que os planos de entrega são gerados e adicionados iterativamente à formulação.

Os modelos matemáticos apresentados nesta seção ilustram, de forma geral, diferentes alternativas de modelagem para o PRP. A escolha de uma estratégia ou outra varia em função das características específicas do problema considerado, tais como, o número de produtos e/ou o tipo de frota de veículos. Por exemplo, uma formulação sem o índice dos veículos é adequada para o caso em que a frota é homogênea e o número de veículos é limitado. Entretanto, quando a frota é heterogênea, uma formulação que considere explicitamente o índice dos veículos deve ser utilizada. A formulação do tipo *multi-commodity flow* tem a vantagem de eliminar subciclos através de restrições de conservação de fluxo, que não crescem exponencialmente com o número de clientes. Por outro lado, a formulação por colunas fornece limitantes inferiores melhores, porém o número de variáveis cresce exponencialmente com o tamanho do problema. Portanto, em função do tamanho do problema, um *trade-off* entre a qualidade dos limitantes fornecidos e o tempo computacional deve ser estabelecido.

Conjunto, parâmetros e variáveis de decisão:

$R(t)$	Conjunto dos planos de entrega no período t .
c_{rt}	Custo total de usar o plano de entrega r no período t .
μ_{rt}^i	Quantidade entregue ao cliente i com plano de entrega r no período t .
Γ_{rt}	Igual a 1 se o plano de entrega r para o período t é selecionado.

Tabela 2.3: Notação utilizada na formulação apresentada por Bard e Nananukul (2010).

2.2 Classificação da literatura

Nesta seção apresenta-se uma classificação da literatura do PRP seguindo uma proposta similar àquela utilizada por Díaz-Madroño, Peidro e Mula (2015). Os artigos são analisados com base nas características de produção, estocagem e roteamento consideradas no problema abordado e, também, com base nos métodos de solução propostos para resolvê-los.

2.2.1 Características de produção

Conforme destacado anteriormente, as decisões de planejamento da produção estão relacionadas à determinação do tamanho dos lotes de produção dos diferentes produtos manufaturados, de quando esses lotes devem ser produzidos e, em alguns casos, da sequência em que os lotes devem ser produzidos. A dificuldade dos processos de planejamento, de modelagem e de resolução do problema pode ser influenciada pelo número de produtos manufaturados no sistema de produção, o número de facilidades de produção, a disponibilidade dos recursos produtivos, a complexidade das operações de preparação e/ou troca a serem realizadas, entre outros (DÍAZ-MADROÑO; PEIDRO; MULA, 2015).

A Tabela 2.4 classifica a literatura com base nos aspectos de produção mencionados anteriormente. Como observado, o sistema de produção comumente abordado na literatura envolve somente uma única facilidade de produção, capaz de produzir um ou vários produtos. A capacidade de produção é, em geral, limitada e pode ser utilizada exclusivamente na fabricação dos produtos, pois tempos de preparação e/ou trocas entre lotes não são considerados. Múltiplas facilidades de produção são consideradas somente por Lei *et al.* (2006), que abordam um cenário com múltiplas plantas que produzem um único produto, e Amorim *et al.* (2013), que consideram um conjunto de linhas paralelas que produzem múltiplos produtos.

Quanto às operações de preparação e troca, somente o custo de preparação é considerado na modelagem do problema, desprezando o tempo requerido para o preparo do equipamento de produção. Na prática, entretanto, operações de preparação representam uma perda de capacidade produtiva, pois operações de limpeza, ajuste ou calibração da facilidade devem ser realizadas antes de começar a produção de um novo lote de produto. Portanto, tempos de preparação deveriam ser levados em conta na modelagem do problema através das restrições de capacidade de produção (JANS; DEGRAEVE, 2008). Conforme mostrado na Tabela 2.4, somente Amorim *et al.* (2013) consideram explicitamente os tempos de preparação da linha, os quais são dependentes da sequência de fabricação dos lotes.

2.2.2 Características de estocagem

No contexto do PRP, o fornecedor é responsável por decidir as quantidades a serem entregues aos clientes em cada visita. Em geral, a quantidade entregue deve ser tal que a

Referência	Facilidades de produção		#Produtos		Capacidade		Preparação/Trocas		
	Única	Múltipla	Único	Múltiplos	Limitada	Ilimitada	Custo	Tempo	DS ^a
Chandra e Fisher (1994)	✓			✓	✓		✓		
Fumero e Vercellis (1999)	✓			✓	✓		✓		
Bertazzi, Paletta e Speranza (2005)	✓		✓			✓	✓		
Lei <i>et al.</i> (2006)		✓	✓		✓				
Boudia, Louly e Prins (2007)	✓		✓		✓		✓		
Boudia e Prins (2009)	✓		✓		✓		✓		
Bard e Nananukul (2009b)	✓		✓		✓		✓		
Bard e Nananukul (2009a)	✓		✓		✓		✓		
Bard e Nananukul (2010)	✓		✓		✓		✓		
Shiguemoto e Armentano (2010)	✓			✓		✓	✓		
Archetti <i>et al.</i> (2011)	✓		✓			✓	✓		
Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011)	✓			✓	✓		✓		
Amorim <i>et al.</i> (2013)		✓		✓	✓		✓	✓	✓
Absi <i>et al.</i> (2015)	✓		✓		✓		✓		
Adulyasak, Cordeau e Jans (2014a)	✓		✓		✓		✓		
Adulyasak, Cordeau e Jans (2014b)	✓		✓		✓		✓		
Adulyasak, Cordeau e Jans (2015a)	✓		✓		✓		✓		
Brahimi e Aouam (2016)	✓			✓	✓		✓		
Miranda, Morabito e Ferreira (2017)	✓			✓	✓		✓		
Esta tese (Cap. 4)	✓			✓	✓		✓		
Esta tese (Cap. 5-7)	✓			✓	✓		✓	✓	✓

^a DS: Dependentes da sequência

Tabela 2.4: Características de produção abordadas nos artigos revisados.

demanda seja atendida sem atrasos e que restrições de níveis de estoque mínimo e máximo, nos clientes e/ou no fornecedor, sejam respeitados.

No caso de restrições de estoque máximo, duas políticas de reabastecimento são consideradas. Na política ML (*Maximum Level*), a quantidade entregue é tal que o nível de estoque do cliente ao final do período não excede o nível máximo permitido. Por outro lado, na política OU (*Order-up to level*), a quantidade entregue é tal que o estoque do cliente ao final do período é exatamente o nível máximo permitido (BERTAZZI; PALETTA; SPERANZA, 2005; ARCHETTI *et al.*, 2011).

A Tabela 2.5 classifica a literatura com base nas decisões de controle de estoques, que podem ser mantidos no fornecedor e/ou nos clientes, as limitações de capacidade impostas e a política de reabastecimento utilizada.

Em geral, os artigos revisados assumem um processo de tomada de decisões centralizado, em que o fornecedor tem total visibilidade e controle sobre o estoque próprio e dos clientes. Isto, de certa forma, implica que um sistema do tipo VMI é implementado e que os clientes têm transferido a responsabilidade da gestão dos estoques ao fornecedor, o qual deve garantir que a demanda de cada período seja atendida sem atrasos.

Somente Amorim *et al.* (2013) e Miranda, Morabito e Ferreira (2017) estudam casos em que as decisões de estoque não são necessariamente consideradas. Amorim *et al.* (2013), por exemplo, analisam um cenário em que é inviável manter estoques, dado que os produtos têm vida útil curta (i.e., são perecíveis). Miranda, Morabito e Ferreira (2017), por outro lado, abordam um problema típico da indústria moveleira em que o fornecedor/produtor não controla os estoques dos clientes. Desta forma, decisões de estocagem são consideradas somente no fornecedor.

Restrições de nível de estoque máximo, por exemplo, devido à limitações de espaço de armazenagem, são comumente assumidas em ambos o fornecedor e os clientes. Tais limitações de espaço resultam na necessidade de utilizar políticas do tipo ML ou OU para

Referência	Controle de estoque			Limite máximo			Política de estocagem			
	Fornecedor	Clientes	N/A ^a	Fornecedor	Clientes	N/A	Estoque mínimo	ML ^b	OU ^c	N/A
Chandra e Fisher (1994)	✓	✓				✓				✓
Fumero e Vercellis (1999)	✓	✓				✓				✓
Bertazzi, Paletta e Speranza (2005)	✓	✓			✓			✓		
Lei <i>et al.</i> (2006)	✓	✓		✓	✓		✓	✓		
Boudia, Louly e Prins (2007)	✓	✓		✓	✓			✓		
Boudia e Prins (2009)	✓	✓		✓	✓			✓		
Bard e Nananukul (2009b)	✓	✓		✓	✓			✓		
Bard e Nananukul (2009a)	✓	✓		✓	✓			✓		
Bard e Nananukul (2010)	✓	✓		✓	✓			✓		
Shiguemoto e Armentano (2010)	✓	✓		✓	✓			✓		
Archetti <i>et al.</i> (2011)	✓	✓			✓			✓	✓	
Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011)	✓	✓		✓	✓		✓	✓		
Amorim <i>et al.</i> (2013)			✓			✓				✓
Absi <i>et al.</i> (2015)	✓	✓		✓	✓			✓		
Adulyasak, Cordeau e Jans (2014a)	✓	✓		✓	✓			✓	✓	
Adulyasak, Cordeau e Jans (2014b)	✓	✓		✓	✓			✓		
Adulyasak, Cordeau e Jans (2015a)	✓	✓		✓	✓			✓		
Brahimi e Aouam (2016)	✓	✓		✓	✓			✓		
Miranda, Morabito e Ferreira (2017)	✓					✓	✓			
Esta tese (Cap. 4-7)	✓					✓	✓			

^a N/A: Não Aplica

^b ML: *Maximum Level*

^c OU: *Order-up to level*

Tabela 2.5: Características de estocagem abordadas nos artigos revisados.

determinar as quantidades a serem entregues a cada cliente sem exceder os limites de estocagem permitidos. Archetti *et al.* (2011) comparam as duas políticas e concluem que soluções de melhor qualidade (i.e., menor custo total) são encontradas quando a política ML é implementada. Na política OU, a quantidade entregue é sempre tal que o nível máximo de estoque é atingido, mesmo quando não é necessário. Consequentemente, os níveis de estoque nos clientes tendem a ser maiores, especialmente quando entregas são feitas no final do horizonte de planejamento. A política ML, por outro lado, é mais flexível e permite a entrega de quantidades menores aos clientes, de modo que seus níveis de estocagem também tendem a ser menores.

2.2.3 Características de roteamento

Conforme destacado na Seção 2.1, no PRP, as decisões de transporte são normalmente modeladas com base no problema de roteamento de veículos. A Tabela 2.6 classifica a literatura com base em alguns aspectos relevantes do ponto de vista do VRP. Esses aspectos incluem questões referentes ao tipo e número da frota de veículos, limites na duração das rotas, consideração de janelas de tempo, possibilidade de fracionamento de carga e reutilização dos veículos.

Como observado na Tabela 2.6, em geral, assume-se que a frota é formada por um número limitado de veículos de igual capacidade (i.e., frota homogênea). Somente Lei *et al.* (2006), que estudam um problema motivado pela indústria química, consideram uma frota composta por veículos de diferentes capacidades. Por outro lado, Archetti *et al.* (2011) e Miranda, Morabito e Ferreira (2017) consideram um caso mais particular em que a frota é conformada somente por um único veículo de capacidade limitada. O caso com frota homogênea e de tamanho ilimitado foi considerado por Chandra e Fisher (1994), Amorim *et al.* (2013) e Brahimi e Aouam (2016). Segundo Amorim *et al.* (2013), este pressuposto

Referência	Tipo de frota e #veículos						Janelas de Tempo		Duração das rotas		#Viagens		Entrega Fracionada		
	Homogênea	Heterogênea	Único	Múltiplos	Limitada	Ilimitada	Capacitada	Uma	Múltiplas	N/A	Curta	Longa		Única	Múltiplas
Chandra e Fisher (1994)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		✓
Fumero e Vercellis (1999)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		✓
Bertazzi, Paletta e Speranza (2005)		✓												✓	
Lei <i>et al.</i> (2006)				✓	✓		✓			✓					
Bordia, Louly e Prins (2007)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		
Bordia e Prins (2009)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		
Bordia e Nanamkul (2009b)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		
Bard e Nanamkul (2009a)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		
Bard e Nanamkul (2010)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		
Bard e Nanamkul (2010)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		
Shigenoto e Armentano (2010)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		
Arletti <i>et al.</i> (2011)	✓		✓	✓	✓		✓			✓			✓		✓
Armentano, Shigenoto e Løkketangen (2011)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		
Amorim <i>et al.</i> (2013)	✓			✓	✓		✓		✓				✓		
Absi <i>et al.</i> (2015)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		
Adulyasak, Cordeau e Jans (2014a)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		
Adulyasak, Cordeau e Jans (2014b)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		
Adulyasak, Cordeau e Jans (2015a)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		
Brahimi e Aouam (2016)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		
Miranda, Morabito e Ferreira (2017)	✓			✓	✓		✓			✓			✓		
Esta tese (Cap. 4)		✓		✓	✓		✓			✓			✓		
Esta tese (Cap. 5 e 7)		✓		✓	✓		✓			✓			✓		
Esta tese (Cap. 6)		✓		✓	✓		✓			✓			✓		

Tabela 2.6: Características de roteamento abordadas nos artigos revisados.

é realista no caso em que contratos com fornecedores logísticos são estabelecidos a fim de garantir que uma frota de tamanho suficiente esteja sempre disponível.

O número de viagens realizados por cada veículo é, de forma geral, limitado a uma viagem por cada período, como normalmente assumido no VRP. Entretanto, quando a frota e/ou a capacidade dos veículos é pequena, soluções factíveis para o problema somente podem ser encontradas quando os veículos são reutilizados (TOTH; VIGO, 2014). Este cenário, em que os veículos podem ser utilizados várias vezes no mesmo período, é considerado por Lei *et al.* (2006) e Miranda, Morabito e Ferreira (2017).

De forma similar, quando a quantidade a ser entregue a um dado cliente é maior que a capacidade dos veículos, soluções factíveis para o problema somente podem ser atingidas permitindo que as entregas sejam fracionadas. Além disso, no contexto do VRP, mesmo quando a capacidade da frota é suficiente, o fracionamento de carga permite reduzir a distância total percorrida e o número total de veículos utilizados (DROR; TRUDEAU, 1989; DROR; TRUDEAU, 1990; ARCHETTI; SPERANZA, 2012). No PRP, Chandra e Fisher (1994), Fumero e Vercellis (1999), Lei *et al.* (2006) e Shiguemoto e Armentano (2010) permitem que as entregas sejam fracionadas. Entretanto, nenhuma dessas pesquisas reporta os ganhos econômicos obtidos em comparação com uma abordagem tradicional, em que cada cliente pode ser visitado no máximo uma vez.

Outras características, como janelas de tempo e limitações na duração das rotas, têm sido bem menos exploradas na literatura. Janelas de tempo, por exemplo, têm sido consideradas somente por Amorim *et al.* (2013) e Miranda, Morabito e Ferreira (2017). Em relação à duração das rotas, Miranda, Morabito e Ferreira (2017) consideram rotas de longa duração, que podem se estender por um ou mais períodos ao longo do horizonte de planejamento e que são comuns em indústrias que envolvem o transporte de carga por longas distâncias (GOEL, 2012; RANCOURT; CORDEAU; LAPORTE, 2013). Na literatura, entretanto, assume-se que as rotas percorridas pelos veículos são curtas o suficiente para serem realizadas dentro de um único período (e.g., partindo do depósito na manhã e retornando à tarde). Ainda, alguns autores como Lei *et al.* (2006) e Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011), impõem um limite máximo na duração da rota, que representa, por exemplo, o tempo máximo de trabalho do motorista.

2.2.4 Métodos de solução

Nesta seção a literatura é classificada com base no tipo de método proposto para resolver o problema (exato, heurístico e/ou meta-heurístico). Dentre os métodos exatos, consideram-se *solvers* de otimização de propósito geral (i.e., CPLEX, Gurobi, Xpress, etc.), algoritmos do tipo *branch-and-cut* (BC) e o método de decomposição de Benders (BD). Até onde observou-se nesta revisão, métodos exatos do tipo *branch-and-price* não têm sido propostos, o que sugere um perspectiva de pesquisa interessante.

Os métodos heurísticos são classificados como heurísticas de programação matemática (MIP-H), heurísticas lagrangianas e heurísticas baseadas em *branch-and-price* (BP-H). Por fim, dentre as meta-heurísticas consideram-se ALNS (*Adaptive Large Neighborhood*

Search), GA (*Genetic Algorithms*), GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) e TS (*Tabu Search*).

A Tabela 2.7 sumariza os métodos de solução propostos na literatura. Como observado, métodos heurísticos e meta-heurísticos são predominantemente utilizados para resolver o PRP, em detrimento de métodos de solução exatos, os quais têm sido bem menos explorados.

Dentre as heurísticas, aquelas baseadas em programação matemática são as mais utilizadas. Estes métodos, em geral, utilizam modelos de programação matemática dentro de uma estrutura heurística a fim de obter soluções de alta qualidade. Por outro lado, nas meta-heurísticas, a TS tem sido utilizada frequentemente devido a sua simplicidade e, principalmente, devido a sua aplicação bem-sucedida em outros problemas de otimização combinatória, como o VRP (ARMENTANO; SHIGUEMOTO; LØKKETANGEN, 2011).

A seguir, os métodos de solução propostos na literatura são brevemente descritos.

2.2.4.1 Métodos exatos

Como destacado por Adulyasak, Cordeau e Jans (2015b), métodos de solução exatos para o PRP têm sido pouco explorados na literatura, destacando-se somente os trabalhos de Archetti *et al.* (2011) para o PRP com único produto e único veículo, Adulyasak, Cordeau e Jans (2014a) para o PRP com único produto e frota homogênea, e Adulyasak, Cordeau e Jans (2015a) para o PRP com único produto, frota homogênea e demanda incerta.

Archetti *et al.* (2011) apresentam um algoritmo *branch-and-cut* com base na formulação (2.17)–(2.29) apresentada na Seção 2.1.1. Esta formulação é fortalecida através de um conjunto de desigualdades válidas propostas previamente por Archetti *et al.* (2007).

Referência	Exatos			Heurísticas			Meta-heurísticas			
	Solver	BC	BD	MIP-H	Lagrangiana	BP-H	ALNS	GA	GRASP	TS
Chandra e Fisher (1994)				✓						
Fumero e Vercellis (1999)					✓					
Bertazzi, Paletta e Speranza (2005)				✓						
Lei <i>et al.</i> (2006)				✓						
Boudia, Louly e Prins (2007)									✓	
Boudia e Prins (2009)								✓		
Bard e Nanamukul (2009b)										✓
Bard e Nanamukul (2009a)						✓				
Bard e Nanamukul (2010)						✓				
Shiguemoto e Armentano (2010)										✓
Archetti <i>et al.</i> (2011)		✓		✓						
Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011)										✓
Amorim <i>et al.</i> (2013)	✓									
Absi <i>et al.</i> (2015)				✓						
Adulyasak, Cordeau e Jans (2014a)		✓								
Adulyasak, Cordeau e Jans (2014b)							✓			
Adulyasak, Cordeau e Jans (2015a)			✓							
Brahimi e Aouam (2016)				✓						
Miranda, Morabito e Ferreira (2017)				✓						
Esta tese (Cap. 4)			✓	✓						
Esta tese (Cap. 5)				✓						
Esta tese (Cap. 6)	✓									
Esta tese (Cap. 7)				✓						

Tabela 2.7: Métodos de solução propostos nos artigos revisados.

Inicialmente, as restrições de eliminação de subciclos (2.26) são removidas e, então, adicionadas iterativamente em cada nó da árvore *branch-and-bound* quando necessário (i.e., quando subciclos são detectados). Este método foi capaz de resolver otimamente exemplares de pequeno porte, envolvendo 14 clientes e 6 períodos, em poucos segundos.

Adulyasak, Cordeau e Jans (2014a) propõem algoritmos *branch-and-cut* para comparar o desempenho computacional de duas formulações, com e sem o índice dos veículos, conforme descrito na Seção 2.1.1. Ambas as formulações são fortalecidas através das desigualdades válidas de Archetti *et al.* (2007), adaptadas para o cenário com múltiplos veículos. A formulação com o índice dos veículos é ainda aprimorada com restrições de quebra de simetria que eliminam soluções equivalentes, dado que os veículos são idênticos. Similarmente a Archetti *et al.* (2011), dado seu número exponencial, as restrições de eliminação de subciclos são inicialmente removidas de ambas as formulações e adicionadas iterativamente durante o *branch-and-bound*.

Adulyasak, Cordeau e Jans (2015a) estendem o problema anteriormente considerado por Adulyasak, Cordeau e Jans (2014a), incorporando incertezas na demanda dos clientes. O problema é formulado como um modelo de programação estocástica de dois estágios em que as decisões de primeiro estágio correspondem ao roteamento de veículos e à preparação da facilidade de produção (i.e., as variáveis binárias do problema), enquanto as decisões de segundo estágio envolvem o tamanho dos lotes de produção, os níveis de estoque e as quantidades a serem entregues ao longo do horizonte de planejamento (i.e., as variáveis contínuas do problema). Os autores propõem uma abordagem de solução exata baseada na decomposição de Benders, que separa decisões de primeiro e segundo estágio em problema mestre e subproblemas, respectivamente. O método é implementado dentro de um algoritmo *branch-and-cut* e é aprimorado utilizando desigualdades válidas, cortes de Benders por grupos de cenários e cortes do tipo Pareto-ótimo. Experimentos computacionais mostram que a implementação proposta é melhor que a implementação clássica do algoritmo de Benders, em que o problema mestre é resolvido “a partir do zero” a cada iteração. Além disso, o método também fornece resultados melhores que os obtidos pelo *branch-and-cut* de Adulyasak, Cordeau e Jans (2014a) ao resolver uma grande quantidade de cenários.

Utilizando o *solver* comercial CPLEX, Amorim *et al.* (2013) comparam decisões de dimensionamento de lotes com decisões de *batching* no contexto do PRP. Decisões de estocagem não são consideradas, dado que os produtos são considerados perecíveis. Os autores propõem e comparam duas formulações matemáticas que diferem nas decisões a serem tomadas na parte de planejamento e programação da produção do problema. No primeiro modelo, decisões de *batching* devem ser tomadas, de modo que é preciso determinar se ordens de produção de produtos similares devem ser processadas consecutivamente. No segundo modelo, decisões de dimensionamento e sequenciamento de lotes devem ser tomadas e, portanto, é preciso determinar quando, quanto e em que ordem produzir os produtos ao longo do horizonte de planejamento. Os resultados da avaliação computacional mostraram que o modelo baseado em dimensionamento de lotes fornece sequências de produção melhores, o que resulta em menores custos de preparação das linhas. Além

disso, quando comparado com o modelo baseado em *batching*, as decisões de dimensionamento de lotes resultaram em uma redução do número de operações de troca nas linhas, bem como na redução do número de veículos utilizados e a distância total percorrida.

2.2.4.2 Heurísticas

Dentre os métodos heurísticos, as heurísticas de programação matemática têm sido predominantemente utilizadas para resolver o PRP (veja Tabela 2.7). Com exceção dos trabalhos de Brahimi e Aouam (2016) e Miranda, Morabito e Ferreira (2017), que propõem heurísticas do tipo *relax-and-fix* (RF), a ideia fundamental dos métodos propostos é decompor o problema integrado em subproblemas menores e mais fáceis de serem resolvidos que o problema original. Esses subproblemas são resolvidos utilizando métodos de programação matemática e/ou heurísticas, a fim de obter uma solução factível para o problema original (ARCHETTI; SPERANZA, 2014).

No PRP esta estratégia de decomposição foi primeiro utilizada por Chandra e Fisher (1994). O problema é decomposto em um problema de dimensionamento de lotes capacitado e um problema de roteamento de veículos. Inicialmente, o problema de dimensionamento de lotes é resolvido otimamente e, a seguir, o roteiro de entrega para cada período é obtido utilizando um método heurístico junto com o algoritmo 3-Opt (LIN, 1965). Esta solução inicial é então melhorada permitindo-se a transferência de quantidades de produção entre diferentes períodos, se o custo total for reduzido. A abordagem, chamada de “coordenada”, é comparada com uma heurística de dois estágios que resolve sequencialmente os problemas de dimensionamento de lotes e roteamento de veículos, mas que não permite modificações no plano de produção. Dada esta última característica, a segunda heurística é chamada de “descoordenada”. Os resultados computacionais mostram que o custo total pode ser reduzido entre 3% e 20% quando o planejamento é feito de forma coordenada e sugerem que maiores economias podem ser atingidas quando os custos de roteamento são altos em comparação com os custos de estocagem e preparação.

Bertazzi, Paletta e Speranza (2005) utilizam uma abordagem similar àquela de Chandra e Fisher (1994) e decompõem o problema em dois subproblemas, dimensionamento de lotes e roteamento de veículos. O problema de dimensionamento de lotes é não-capacitado e pode ser resolvido de forma ótima em tempo polinomial (WAGNER; WHITIN, 1958). O problema de roteamento é resolvido utilizando uma heurística construtiva que insere um cliente na solução a cada iteração. A solução obtida após resolver os subproblemas é melhorada de forma iterativa: a cada iteração, dois clientes são removidos da solução corrente e, então, reinseridos da forma mais econômica possível. Em seguida, o problema de dimensionamento de lotes é resolvido novamente a fim de ajustar o tamanho dos lotes de produção em cada período, dadas as novas quantidades de entrega. A solução corrente é atualizada se o custo total tiver sido reduzido e o processo é repetido até que não haja melhorias no custo total.

Lei *et al.* (2006) também propõem uma abordagem que decompõe o problema em dois subproblemas menores, que são resolvidos sequencialmente. O primeiro subproblema visa determinar um plano de produção e distribuição em que as entregas correspondem

a envios diretos desde as facilidades de produção até os clientes. A solução ótima deste subproblema determina, para cada período, o tamanho dos lotes de produção, os níveis de estocagem, as quantidades a serem enviadas a cada cliente e o número de viagens realizados por cada veículo. No segundo subproblema, determinam-se as rotas a serem realizadas por cada veículo em cada período. Uma heurística de roteamento de veículos é utilizada a fim de consolidar vários envios diretos em uma única rota, considerando restrições de capacidade e disponibilidade de cada veículo.

Archetti *et al.* (2011) propõem uma abordagem de decomposição similar àquela proposta por Bertazzi, Paletta e Speranza (2005), porém invertendo a ordem em que os subproblemas são resolvidos. Inicialmente, um subproblema de distribuição é resolvido heurísticamente a fim de determinar as quantidades e rotas de entrega em cada período. Em seguida, dadas as quantidades de entrega obtidas no passo anterior, o problema de dimensionamento de lotes não capacitado é resolvido a fim de determinar o plano de produção. Observe que considera-se um cenário com capacidade de produção ilimitada. A solução encontrada é então melhorada utilizando o mesmo procedimento proposto por Bertazzi, Paletta e Speranza (2005), descrito anteriormente. O procedimento, embora desenvolvido para um cenário com múltiplos veículos, somente foi testado em exemplares com um único veículo e comparado com um algoritmo *branch-and-cut* também proposto pelos autores (veja Seção 2.2.4.2).

Absi *et al.* (2015) propõem uma heurística de decomposição que resolve os subproblemas de forma iterativa. O primeiro subproblema corresponde a um problema de dimensionamento de lotes com decisões de distribuição, em que os custos de roteamento são considerados de forma aproximada. Os custos de viagem entre nós são trocados por uma estimativa do custo de visitar um dado cliente i com o veículo v no período t . A cada iteração, um modelo de programação inteira mista é resolvido a fim de definir o tamanho dos lotes de produção, os níveis de estocagem, os clientes a serem visitados e as quantidades de entrega em cada visita. No segundo subproblema, uma heurística é utilizada para determinar as rotas de entrega dos veículos em cada período. A solução do segundo subproblema é utilizada para atualizar as estimativas dos custos de visita e a iteração seguinte é realizada. Um mecanismo de diversificação que modifica os custos de visita é aplicado quando a solução atual não é melhorada durante um certo número de iterações. O procedimento finaliza quando um número máximo de iterações seja atingido.

Outros métodos heurísticos baseados em programação matemática, como heurísticas do tipo RF, têm sido bem menos explorados na literatura. Brahim e Aouam (2016), por exemplo, propõem uma heurística híbrida, que combina RF e busca local. Cada iteração da heurística é composta de dois passos. No primeiro, o horizonte de planejamento é particionado da seguinte forma: o conjunto Q^{DI} contém os períodos em que restrições de integralidade são forçadas, Q^{FI} é o conjunto de períodos em que os valores das variáveis binárias estão fixadas, e Q^{AI} é o conjunto de períodos em que as restrições de integralidade estão relaxadas. As variáveis binárias associadas aos períodos no conjunto Q^{DI} são particionadas em mais dois subconjuntos: o subconjunto Q^{DIMIP} , que contém as variáveis de preparação e de visita, e o subconjunto Q^{MIPLS} , que contém as variáveis

de roteamento. A integralidade das variáveis no conjunto Q^{MIPLS} é relaxada (como se elas pertencessem ao conjunto Q^{AI}) e o modelo resultante é resolvido utilizando o *solver* XPRESS. Assim, no primeiro passo de cada iteração determina-se o tamanho dos lotes de produção, os níveis de estocagem e os clientes visitados em cada período do conjunto Q^{DI} . No segundo passo, uma heurística de busca local é utilizada para determinar os valores das variáveis do conjunto Q^{MIPLS} (i.e., as variáveis de roteamento), as quais tinham sido relaxadas no primeiro passo. Em seguida, os conjuntos Q^{DI} , Q^{FI} e Q^{AI} são devidamente atualizados e uma nova iteração é realizada.

Miranda, Morabito e Ferreira (2017) também propõem heurísticas do tipo RF para o PRP no contexto de indústrias produtoras de móveis, que é objeto de estudo nesta tese. Os detalhes das heurísticas propostas e os resultados computacionais são apresentados no Capítulo 4.

Abordagens baseadas em relaxação lagrangiana (LR, *Lagrangian Relaxation*) têm sido pouco exploradas na literatura. Fumero e Vercellis (1999) utilizam LR, dualizando as restrições de balanço de estoque no fornecedor e as restrições de capacidade dos veículos. O subproblema Lagrangiano resultante é decomposto em quatro subproblemas chamados de produção, estocagem, distribuição e roteamento, respectivamente. Os subproblemas de produção e estocagem podem ser resolvidos por inspeção, enquanto o subproblema de distribuição pode ser resolvido via programação linear. O subproblema de roteamento é reduzido a um problema de fluxo em redes de custo mínimo, que pode ser resolvido utilizando programação linear ou algoritmos de fluxo em redes. Soluções factíveis para o problema original são derivadas heurísticamente, combinando e modificando quando necessário as soluções dos subproblemas.

Métodos heurísticos baseados em *branch-and-price* (BP) foram explorados por Bard e Nananukul (2009a) e Bard e Nananukul (2010) no intuito de resolver a formulação (2.32)–(2.37) apresentada na Seção 2.1.1. Em Bard e Nananukul (2009a), durante a geração de colunas, novos planos de entrega são gerados utilizando uma heurística de dois estágios. No primeiro estágio, resolve-se um modelo de programação linear para determinar a quantidade a ser entregue a cada cliente em cada período, enquanto no segundo estágio, determina-se o roteiro de entrega de cada veículo utilizando um algoritmo de busca tabu previamente implementado. Em Bard e Nananukul (2010), além de gerar novos planos de produção utilizando a heurística de dois estágios anteriormente descrita, uma solução inicial é obtida utilizando o algoritmo de busca tabu proposto por Bard e Nananukul (2009b) (veja Seção 2.2.4.3). Além disso, os autores utilizaram uma nova estratégia de ramificação, baseada em grupos de variáveis, e propuseram uma heurística de arredondamento para obter soluções factíveis em alguns nós da árvore *branch-and-bound*.

2.2.4.3 Meta-heurísticas

No contexto das meta-heurísticas, a ideia de decompor o problema em subproblemas menores que são resolvidos sequencialmente tem sido comumente utilizada para obter uma solução inicial, que é melhorada a partir do uso sistemático de operadores especificamente definidos para o problema, tais como operadores de busca local, construção/destruição,

mutação/cruzamento, entre outros.

Como observado na Tabela 2.7, meta-heurísticas do tipo ALNS, GA, GRASP e TS têm sido propostas a fim de obter soluções de alta qualidade para o PRP, sendo o TS a estratégia mais comumente utilizada. Conforme destacado por Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011), o uso de TS no contexto do PRP deve-se, principalmente, a sua simplicidade e aplicação bem sucedida em problemas relacionados.

Bard e Nananukul (2009b), propõem um algoritmo TS reativo (RTS, *Reactive Tabu Search*), em que o tamanho da lista tabu é dinâmico. A solução inicial é obtida decompondo o problema em dois subproblemas que são resolvidos sequencialmente. Esta solução inicial é melhorada por um procedimento de busca local que utiliza movimentos de troca (*swap*) e transferência (*transfer*). O *swap* considera dois clientes visitados em dois períodos diferentes e troca a máxima quantidade de entrega possível entre eles, enquanto o *transfer* combina a quantidade a ser entregue a um dado cliente com outra entrega para o mesmo cliente em algum período anterior a fim de reduzir o custo de transporte.

Shiguemoto e Armentano (2010) propõem um algoritmo TS em que a solução inicial também é construída de forma sequencial e, a seguir, melhorada iterativamente. A estrutura de vizinhança é definida por um movimento que possui três componentes: o primeiro transfere a máxima quantidade possível do produto j entregue ao cliente k do período t para o período $t' \neq t$, sem exceder os limites de estocagem; o segundo insere a quantidade transferida em alguma rota do período t' com base no critério da inserção mais econômica; e o terceiro determina um novo plano de produção, baseado nas modificações feitas anteriormente. Cada possível movimento é avaliado e aquele que resulta no menor custo total é selecionado. A busca local finaliza quando o número máximo de iterações seja atingido, ou quando a solução incumbente não muda durante um certo número de iterações.

Baseados em Shiguemoto e Armentano (2010), Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011) propõem dois algoritmos de busca tabu. A principal diferença entre os algoritmos propostos é que o segundo deles utiliza um procedimento de reconexão de caminhos a fim de diversificar a busca. Neste procedimento, a solução corrente é definida como uma solução inicial e outra solução, chamada de solução guia, é selecionada dentre um conjunto de soluções de elite. A ideia do procedimento é reduzir as diferenças nas quantidades de entrega das duas soluções, transferindo parte das entregas da solução inicial para outros períodos. Quando todos os possíveis movimentos são examinados, a solução guia torna-se a solução inicial e a nova solução torna-se a solução guia. Este processo é repetido até que ambas as soluções sejam iguais.

Diferentemente de algoritmos do tipo TS, outras meta-heurísticas têm sido menos exploradas na literatura do PRP. Boudia, Louly e Prins (2007) propõem um algoritmo do tipo GRASP, em que dois estágios são resolvidos iterativamente. Em cada iteração, o primeiro estágio corresponde à geração de uma solução inicial, que é obtida de forma construtiva. O segundo estágio corresponde à busca local, em que os roteiros de entrega de cada período são melhorados aplicando diversos operadores de busca, tais como 3-Opt, inserção e troca. Movimentos entre períodos diferentes também são considerados, sempre

que estes respeitem as restrições de capacidade de produção, distribuição e estocagem. Para finalizar, um procedimento de reconexão de caminhos, similar àquele de Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011), é utilizado como passo de pós-processamento a fim de melhorar as soluções obtidas.

Boudia e Prins (2009) apresentam um algoritmo genético com gestão da população (GAPM, *Genetic Algorithm with Population Management*). A população inicial é gerada utilizando um procedimento heurístico baseado no algoritmo de Wagner-Whitin (adaptado para considerar capacidades de produção e estocagem limitadas) e a heurística de economias (CLARKE; WRIGHT, 1964). A seguir, novas soluções são geradas aplicando um operador de *crossover*. O procedimento de busca local de Boudia, Louly e Prins (2007) é então aplicado a fim de melhorar as soluções obtidas após o *crossover*. Cada solução é aceita na população somente se seu custo for menor que o custo da melhor solução conhecida até então, ou se o critério de diversificação da população for satisfeito. O processo é repetido até atingir um número máximo de iterações.

Adulyasak, Cordeau e Jans (2014b) propõem um algoritmo do tipo ALNS, cuja ideia é repetidamente destruir e reconstruir uma parte da solução corrente no intuito de obter soluções melhores. No algoritmo proposto, a população inicial é gerada iterativamente resolvendo o problema de forma sequencial e, a seguir, adicionando desigualdades do tipo *local branching* para obter uma nova solução na iteração seguinte. As soluções iniciais são melhoradas utilizando operadores de seleção e transformação que são selecionados probabilisticamente. O operador de seleção cria uma lista de nós candidatos e, a seguir, o operador de transformação remove e reinsere nós da lista na solução corrente. Para cada nova solução encontrada durante o processo de transformação, um problema de fluxo de custo mínimo é resolvido a fim de re-otimizar decisões de tamanho de lotes, níveis de estoque e quantidades de entrega. O algoritmo finaliza após atingir um número máximo de iterações.

2.3 Discussão e oportunidades de pesquisa

Este capítulo apresentou uma revisão da literatura científica do PRP, comumente encontrado na fabricação de móveis, montagem e entrega de computadores, preparação e entrega de alimentos, produção e distribuição de roupas e brinquedos, impressão e distribuição de jornais, entre outras indústrias.

Embora o PRP apresente grande relevância prática, a revisão feita mostra que a literatura na área é relativamente recente, escassa e focada, principalmente, no desenvolvimento de métodos de solução eficientes. Esses métodos são baseados na ideia de separar decisões de produção e roteamento e, então, resolver os subproblemas resultantes através dos métodos adequados. Por exemplo, o problema de dimensionamento de lotes é frequentemente resolvido utilizando *solvers* comerciais ou alguma adaptação/extensão do algoritmo de Wagner-Whitin, enquanto o problema de roteamento de veículos é resolvido com heurísticas bem-conhecidas na literatura, como a heurística de economias de Clarke e Wright (1964). Esta solução inicialmente obtida é utilizada como ponto de partida de

procedimentos de melhoria e meta-heurísticas que, utilizando operadores de busca local, visam coordenar e melhorar as decisões de produção e roteamento no intuito de encontrar soluções de melhor qualidade.

Em termos da modelagem matemática do problema, diversas formulações foram identificadas. Até onde observou-se nesta revisão, somente Adulyasak, Cordeau e Jans (2014a) comparam computacionalmente o desempenho de formulações com e sem o índice dos veículos. Nenhum tipo de comparação, teórica ou computacional, tem sido apresentada para as formulações de Fumero e Vercellis (1999) e Bard e Nananukul (2010). Esta análise seria interessante a fim de determinar as vantagens e desvantagens de cada formulação em termos de qualidade dos limitantes fornecidos e esforço computacional requerido.

Também foi possível observar o foco dado na literatura ao estudo de problemas bem mais teóricos e idealizados, distantes dos processos industriais comumente encontrados na prática. A modelagem do sistema de produção, por exemplo, em geral envolve uma única facilidade de produção com capacidade limitada e capaz de produzir um único produto. Similarmente, o sistema de distribuição assume a existência de uma frota limitada e homogênea de veículos, que só podem realizar uma viagem por período e só podem visitar cada nó no máximo uma vez. Estes pressupostos, entretanto, simplificam demais alguns sistemas de produção–distribuição encontrados na prática e, conseqüentemente, as abordagens de solução propostas na literatura são dificilmente aplicáveis.

Isto mostra que na literatura do PRP há ainda lacunas e oportunidades para o desenvolvimento de modelos matemáticos e métodos de solução que considerem problemas de planejamento integrado da produção e distribuição mais realistas, que incluam características e decisões dos processos de produção e distribuição comumente encontradas em contextos industriais. Tais problemas podem considerar a modelagem matemática de sistemas de produção–distribuição com múltiplos produtos, múltiplas linhas de produção, tempos de preparação, decisões de sequenciamento, atrasos, *lead times* de produção, janelas de tempo nos clientes, frota heterogênea de veículos, entregas fracionadas, incertezas na demanda, entre outras. Conseqüentemente, o desenvolvimento destes novos e mais complexos modelos deve necessariamente ser acompanhado por abordagens de solução efetivas, capazes de fornecer soluções de alta qualidade em tempos razoáveis. Os métodos de solução propostos na literatura devem ser devidamente adaptados e novos métodos de solução, exatos e heurísticos, que considerem estas novas particularidades, devem ser desenvolvidos.

Neste contexto, esta tese de doutorado pretende contribuir com a literatura de duas formas. Primeiro, formulando modelos de programação inteira mista para representar adequadamente problemas integrados de produção e roteamento (PRP) com características raramente consideradas na literatura, mas comumente encontradas em empresas do setor moveleiro. Dentre as características abordadas, destacam-se a produção e estocagem de múltiplas partes e componentes ao invés de produtos finais, tempos e custos de preparação dependentes da sequência, frota heterogênea de veículos, rotas que se estendem por um ou mais períodos ao longo do horizonte de planejamento, múltiplas janelas de tempo, prazos de entrega nos clientes e possível fracionamento de carga. Modelos que

representem adequadamente o problema neste setor industrial podem ser usados como ferramentas importantes para apoiar o planejamento e a programação da produção e a distribuição em empresas do setor.

Segundo, esta tese pretende contribuir para o desenvolvimento de métodos de solução exatos e heurísticos, capazes de resolver o problema estudado de forma efetiva em tempos computacionais razoáveis. Em geral, as heurísticas propostas obtêm soluções de melhor qualidade que aquelas encontradas por *solvers* de otimização de última geração dentro de tempos limites preestabelecidos, e precisam de tempos computacionais bem menores e aceitáveis na prática. O desenvolvimento de métodos exatos de solução é baseado na abordagem de decomposição de Benders e obteve resultados competitivos quando comparado com o desempenho de um *solver* de otimização de propósito geral, como mostrado no Capítulo 4.

Capítulo 3

Descrição do problema

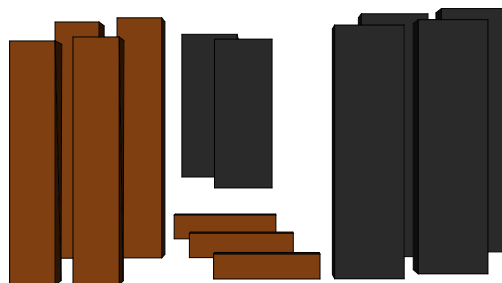
Na indústria de fabricação de móveis, os produtos finais são compostos por diferentes peças, componentes e sub-montagens, que são fabricados ao longo de um processo de produção multi-estágio, com operações de corte, usinagem, pintura e embalagem. Em geral, estoques intermediários podem ser utilizados entre os diferentes estágios a fim de diminuir os efeitos de possíveis variações e incertezas no sistema, de modo que cada estágio possa ser planejado de forma independente. No entanto, esses estoques podem implicar em custos importantes neste processo. A Figura 3.1 mostra um móvel com seus respectivos componentes, cuja produção começa no estágio de corte e finaliza no estágio de pintura.

Por outro lado, o processo de distribuição de móveis também é formado por múltiplos estágios, que incluem a coleta dos itens no estoque, o carregamento dos veículos e a entrega dos produtos aos clientes. Neste caso, todas as peças, componentes e sub-montagens que compõem o produto final devem ser consolidadas antes da entrega, a fim de garantir que os clientes recebam todos os elementos requeridos para a montagem do produto.

Este capítulo descreve resumidamente o processo de produção e distribuição de móveis de aço com base em informações fornecidas por uma empresa do setor localizada no estado de São Paulo.



(a) Exemplo de um armário montado.



(b) Exemplo dos componentes do armário.

Figura 3.1: Ilustração de um armário e seus componentes principais.

3.1 Processo de produção de móveis

O processo de fabricação de móveis abrange a utilização de diversas matérias-primas, como madeira maciça, madeira reconstituída, MDF (*medium density fiberboard*), aço, entre outros, para produzir diferentes produtos finais destinados para uso residencial, comercial e/ou institucional (móveis para hotéis, hospitais, escolas, consultórios e similares). Embora algumas operações do processo de produção possam variar em função da matéria-prima utilizada, as etapas do processo de produção são muito similares, abrangendo operações de corte, usinagem, pintura e embalagem (Figura 3.2). Essas diferenças no processo, entretanto, não afetam a descrição seguinte, pois não há interesse em detalhes específicos do processo, mas em uma visão mais global para fins de planejamento.

O processo de fabricação de móveis de aço começa no estágio de corte, onde bobinas e chapas de aço são cortadas em peças menores, dependendo do tamanho dos produtos finais. Neste estágio é comum a coexistência de diferentes máquinas de corte, algumas das quais são capazes de cortar várias peças simultaneamente sem ajustes, enquanto outras precisam de algum tempo de configuração para alterar e ajustar as ferramentas necessárias para executar o corte. Caso seja necessário, alguns ajustes adicionais podem ser realizados com rebarbadoras, que podem ser utilizadas tanto para o corte quanto para o polimento das peças.

O estágio seguinte, de usinagem, abrange as operações de dobragem, perfuração e soldagem, que são responsáveis por dar a forma final às peças. Neste estágio, algumas peças, componentes e acessórios são acoplados na forma de sub-montagens, que serão posteriormente requeridas para a montagem de diferentes produtos finais.

O estágio seguinte é o revestimento das peças e componentes, que pode ser realizado utilizando pintura líquida ou em pó. Este estágio começa com a limpeza das peças a serem pintadas, removendo óleos e graxas da superfície. A seguir, as peças, componentes e sub-montagens passam por um processo de fosfatização, o qual aumenta as propriedades de resistência à corrosão e prepara as superfícies metálicas para permitir a aderência da tinta. Em seguida, as peças são transportadas num sistema de correntes que as movimenta através da linha de pintura. Este sistema leva as peças até a cabine de pintura, onde elas são revestidas com pintura líquida ou em pó.

No caso da pintura líquida, a tinta é atomizada (i.e., pulverizada) e aplicada sobre peças e sub-montagens utilizando pistolas alimentadas por pressão. Este processo se caracteriza por permitir a troca de cores de forma fácil e rápida, pois os tanques de tintas são adquiridos diretamente dos fornecedores e mantidos numa área de estocagem que reabastece rapidamente as linhas de pintura quando requerido. Além disso, o tempo

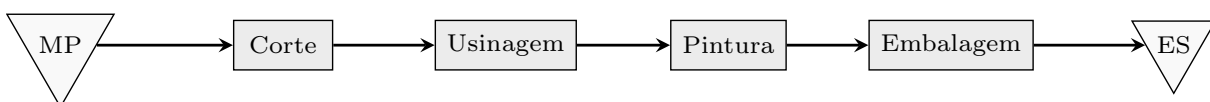


Figura 3.2: Fluxo do processo de fabricação de móveis. MP: Matéria-prima; ES: Estoque de sub-montagens, peças e componentes.

requerido para a limpeza da linha e das pistolas é considerado desprezível.

No caso da pintura em pó, equipamentos especializados como pistolas eletrostáticas, contêineres e bombas de pó são requeridos. Neste processo, a pintura em forma de pó é carregada eletrostaticamente e aplicada sobre as peças a serem pintadas. Em seguida, as peças são aquecidas a uma temperatura entre 150 °C e 200 °C, quando o pó derrete e adere uniformemente à superfície metálica, proporcionando um melhor acabamento e maior resistência à corrosão em comparação com o processo de pintura líquida. Em geral, as operações de troca de cor são complexas e demoradas, uma vez que a linha de pintura tem de ser limpa para evitar a contaminação de peças e sub-montagens. Dado que o tempo de limpeza não é desprezível e depende da sequência de cores, os tempos de troca são dependentes da sequência de produção.

Após o estágio de pintura, peças e sub-montagens são inspecionadas, embaladas e armazenadas. Neste estágio, peças e componentes que não necessitam de pintura, tais como alças, fechaduras e parafusos, também são embalados para garantir que todas as peças necessárias para montar o produto final estejam incluídas. Note, entretanto, que somente peças e sub-montagens são estocados, ao invés de produtos finais. Esta prática é comum em empresas do setor, uma vez que a mesma peça ou sub-montagem pode ser usada por diferentes produtos finais, e pode ser vista como uma estratégia de adiamento (*postponement strategy*) (MIKKOLA; SKJØTT-LARSEN, 2004), em que a montagem do produto final é feita o mais tarde possível. Nesta indústria, as peças, componentes e sub-montagens que compõem os produtos finais (i.e., móveis) são produzidos e estocados na forma de *kit's* que são posteriormente distribuídos aos clientes finais, onde a montagem final dos produtos é realizada.

As etapas de produção descritas acima, embora baseadas no processo de fabricação de móveis de aço, também podem ser consideradas comuns na fabricação de móveis a partir de outros materiais. As diferenças observadas, em função da matéria-prima utilizada, são de tipo tecnológico e envolvem principalmente o uso de máquinas e ferramentas diferentes ao longo do processo de produção. Os custos envolvidos ao longo deste processo incluem, entre outros, a aquisição e estoque das matérias-primas, mão-de-obra, armazenagem de produtos em processo entre estágios de produção, preparação das máquinas e armazenagem de produtos semi-acabados (e.g., peças e sub-montagens). Em geral, dado o caráter intermitente do processo e o uso de estoques intermediários entre estágios de produção, a fabricação de móveis pode ser caracterizada como um processo de produção discreto e multi-estágio.

Nesta tese, o foco será dado ao estágio de pintura, que corresponde à última etapa do processo de transformação da matéria-prima em produto acabado e/ou semi-acabado, e que no caso da empresa estudada representa o gargalo de produção. Em geral, o estágio de pintura dispõe de menos capacidade de produção que os demais estágios e não está protegido por altos níveis de estoque a montante do processo. Neste estágio, as decisões de planejamento e programação da produção são referentes ao tamanho dos lotes de produção (i.e., a quantidade de peças, componentes e sub-montagens de cada cor que devem ser produzidos), à sequência de produção dos lotes e aos níveis de estoque a serem

mantidos, a fim de atender a demanda dos produtos finais. Observe que produzir e estocar peças das cores inadequadas pode ter um impacto negativo no atendimento da demanda dos produtos finais, pois os elementos requeridos para a montagem do produto podem não estar disponíveis oportunamente. O planejamento e programação do estágio de pintura visa garantir que as peças, componentes e sub-montagens nas cores adequadas sejam produzidas e estocadas no momento certo, de modo que a demanda dos produtos finais (que precisam destes itens) possa ser atendida oportunamente. Além disso, dada a existência de estoques intermediários entre os estágios de produção, é razoável assumir que planos de produção para essas etapas do processo podem ser derivados de forma independente a partir dos requerimentos do estágio de pintura.

A seguir apresentam-se as particularidades consideradas no planejamento e programação do estágio de pintura do processo de produção de móveis:

- *Estrutura dos produtos:* produção de múltiplas peças, componentes e sub-montagens (i.e., itens) requeridas para a montagem de produtos finais, que é realizada na localização dos clientes.
- *Única linha de pintura:* conforme destacado anteriormente, o estágio de pintura corresponde ao gargalo do processo de produção. Assume-se que esse estágio é composto somente por uma única linha de pintura, que pode ser líquida ou em pó.
- *Produção em lotes:* em cada período do horizonte de planejamento é preciso definir as quantidades de peças, componentes e sub-montagens a serem produzidas (i.e., pintadas).
- *Controle dos estoques de peças, componentes e sub-montagens no produtor:* não há estocagem de produtos finais, mas somente das peças, componentes e sub-montagens requeridas para a montagem final dos móveis. Em geral, decisões e custos de estocagem nos clientes não são considerados, pois esses estoque não são gerenciados pelo produtor.
- *Estoque mínimo ou de segurança:* níveis de estoque mínimos dessas peças, componentes e sub-montagens devem ser considerados em cada período do horizonte de planejamento.
- *Preparação da linha (in)dependente da sequência de produção:* no caso pintura líquida, operações de preparação e ajuste da linha independem da ordem de produção, e o tempo requerido para executá-las é considerado desprezível. Por outro lado, no caso de pintura em pó, a ordem de produção dos lotes deve ser determinada, pois operações de preparação e ajuste da linha não são desprezíveis, e seu tempo/custo é dependente da sequência de produção considerada.
- *Estado de preparação da linha de pintura:* no caso de linhas de pintura em pó, o último item produzido num dado período também pode ser produzido, sem nenhum custo ou tempo de preparação adicional, no começo de período seguinte. Isto é, o estado de preparação da linha pode ser mantido entre períodos (*setups carry-over*).

- *Atendimento da demanda sem atrasos*: a demanda dos produtos finais deve ser atendida totalmente e sem atrasos.

3.2 Processo de distribuição de móveis

Nesta seção descreve-se o processo de distribuição de móveis com base na prática corrente da empresa estudada. Este processo, contudo, é suficientemente geral e pode representar a prática comum nas empresas do setor.

Conforme descrito na Seção 3.1, após o processo de pintura, os itens produzidos são devidamente armazenados. Em geral, esses itens são agrupados e embalados em diferentes *kit's* que contêm as peças, componentes, sub-montagens e acessórios que compõem os produtos finais. O processo de distribuição começa então com a coleta dos *kit's* previamente estocados. Neste estágio, o objetivo é coletar de forma eficiente os *kit's* que compõem o produto final e que estão espalhados pelo armazém. Observe que o pedido de um cliente pode ser composto por vários produtos finais, cada um formado por vários itens, embalados na forma de *kit's*, que devem ser coletados do armazém.

A seguir, os *kit's* coletados do armazém devem ser carregados nos veículos antes de serem transportados e entregues aos clientes. O carregamento dos veículos deve considerar a ordem em que os clientes da rota serão visitados, a fim de evitar operações desnecessárias de descarregamento e carregamento ao longo do percurso de entrega. Por fim, após terem sido carregados nos veículos, os *kit's* devem ser transportados e entregues aos clientes, geralmente lojas de varejo, onde a montagem do produto final é realizada. A Figura 3.3 mostra o fluxo do processo de distribuição de móveis, cujos custos estão associados a operações de manuseio (i.e., coleta, movimentação, carga e descarga) e transporte dos produtos desde o produtor até os clientes finais.

As operações de transporte envolvem a definição dos roteiros de entrega que satisfaçam requerimentos operacionais, como a capacidade dos veículos, janelas de tempo e prazos máximos de entrega. No caso da empresa estudada, estas operações são consideradas o gargalo do processo de distribuição, pois envolvem tempos muito maiores que os requeridos por operações de coleta dos itens no estoque e de carregamento dos veículos. Desta forma, na prática é comum que essas decisões sejam primeiro tomadas e depois, uma vez conhecidas, sejam utilizadas como base para o planejamento e programação das operações de coleta dos *kit's* no estoque e de carregamento dos veículos. Portanto, no contexto da distribuição de móveis, esta tese focará no planejamento e programação das decisões de transporte, relacionadas com a determinação das rotas de entrega dos produtos finais.

Como é bem conhecido, determinar roteiros de entregas é uma tarefa em geral difícil

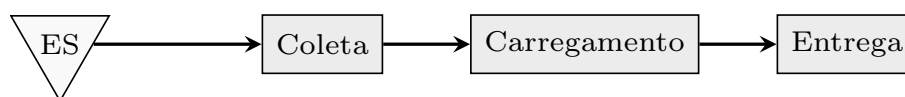


Figura 3.3: Fluxo do processo de distribuição de móveis. ES: Estoque de sub-montagens, peças e componentes.

de ser realizada, principalmente quando feita de forma manual. Entretanto, na indústria de fabricação de móveis é possível encontrar particularidades que fazem com que o roteamento de veículos seja uma tarefa ainda mais complexa e difícil de ser realizada de forma eficaz. As seguintes particularidades são comumente encontradas no planejamento da distribuição de móveis:

- *Frota heterogênea*: esta situação aparece quando os veículos têm, por exemplo, diferentes capacidades. Portanto, além da ordem em que os clientes devem ser visitados, é também necessário definir quais veículos devem ser usados e como alocar os clientes aos veículos selecionados.
- *Rotas de longa duração*: limites na duração das rotas não são impostos e, portanto, os veículos podem realizar viagens longas, que se estendem por vários períodos ao longo do horizonte de planejamento. De fato, rotas típicas no setor podem ser consideravelmente longas, com duração de vários dias, como consequência das longas distâncias que separam os centros de produção e consumo.
- *Múltiplas viagens*: cada veículo pode realizar múltiplas viagens ao longo do horizonte de planejamento, a fim de atender a demanda dos clientes. Assim, quando um dado veículo regressa ao depósito, ele pode ou ficar ocioso por um tempo, ou ser recarregado para realizar uma nova rota. O tempo de carregamento do veículo é proporcional ao tempo de serviço dos clientes visitados na rota, e portanto, é variável.
- *Envios a partir dos estoques*: os veículos devem ser abastecidos (i.e., carregados) a partir do estoque disponível no final do período anterior. Lotes de itens produzidos no período corrente não podem ser utilizados para abastecer veículos partindo do depósito nesse mesmo período, pois operações de inspeção, embalagem e armazenagem devem ser realizadas antes da entrega dos produtos. Logo, lotes de peças, componentes e sub-montagens produzidos num dado período somente tornam-se disponíveis para entrega a partir do período seguinte.
- *Múltiplas janelas de tempo*: estabelecem, para cada cliente, quando as entregas podem ser realizadas no período. Assume-se que os clientes estão disponíveis no horário de trabalho regular e, portanto, veículos chegando fora deste horário deverão esperar até a abertura da próxima janela para poder realizar a entrega.
- *Entregas fracionadas*: geralmente, a demanda de cada cliente deve ser atendida em uma única entrega. Entretanto, é bem-conhecido que entregas fracionadas podem ajudar a reduzir a distância total percorrida e o número de veículos utilizados. Portanto, situações com e sem fracionamento de carga devem ser consideradas.
- *Prazos de entrega*: em alguns casos, a demanda dos clientes deve ser atendida antes de um determinado prazo de entrega, que representa um nível de serviço predefinido ou simplesmente a uma data máxima de entrega combinada entre o fornecedor e o cliente.

3.3 Escopo do problema e decisões de planejamento

Esta pesquisa aborda o problema de planejamento integrado de decisões de produção e distribuição no nível tático-operacional, principalmente operacional, da indústria de móveis. O sistema produção–distribuição considerado nesta pesquisa é composto pelos estágios de pintura, estocagem e entrega, representado na Figura 3.4. Conforme descrito anteriormente, admite-se que os demais estágios dos processos de produção e distribuição (i.e., corte, usinagem, coleta do estoque e carregamento dos veículos) podem ser programados de forma independente, uma vez que as decisões de pintura e entrega sejam definidas.

As abordagens aqui apresentadas, modelos de otimização matemática e métodos de solução, visam determinar de forma integrada as quantidades a serem produzidas e estocadas de cada item (i.e., peça, componente e sub-montagem) utilizado na fabricação dos produtos finais, determinar a forma em que os lotes de produção desses itens devem ser sequenciados na linha de pintura e definir quantidades, rotas e programas de entrega dos produtos finais ao longo de um horizonte de planejamento finito e multi-período, visando minimizar custos de preparação, estocagem e roteamento.

É válido destacar que as abordagens aqui apresentadas são baseadas principalmente no processo de produção e distribuição de móveis de aço, podendo ser facilmente adaptadas para representar decisões de planejamento e programação referentes à produção e entrega de móveis fabricados a partir de outras matérias-primas (i.e., madeira maciça e reconstituída). A seguir são descritas as considerações das principais decisões do problema.

- *Decisões de dimensionamento e sequenciamento de lotes:* conforme descrito na Seção 3.1, processos de pintura líquida e pintura em pó são comumente utilizados na fabricação de móveis de aço. No primeiro caso, as trocas de cores são feitas de forma rápida e fácil, de modo que o tempo de trocas entre tintas é desprezível. Entretanto, na pintura em pó, o processo de troca de tintas é mais complexo e demorado, envolvendo a necessidade de limpar a linha para evitar a contaminação dos itens a serem pintados a continuação. Em geral, a duração das operações de limpeza depende da sequência de cores utilizada, de modo que o planejamento da produção deve considerar o sequenciamento adequado dos itens a fim de reduzir os tempos e custos de trocas na linha de pintura.

Do ponto de vista da modelagem matemática do problema, o primeiro caso corresponde a um problema de dimensionamento de lotes puro, em que definem-se as

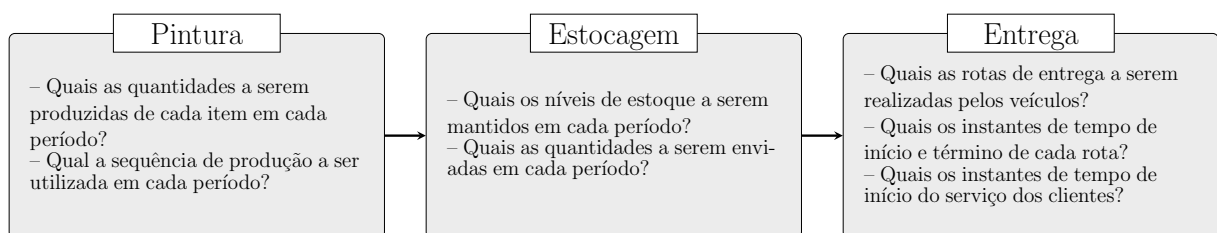


Figura 3.4: Decisões a serem tomadas no problema integrado de produção e distribuição no nível tático-operacional.

quantidades a serem produzidas e os níveis de estocagem de cada item, sem considerar a ordem em que os mesmos são produzidos. Já o segundo caso corresponde a um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes, onde de fato é preciso determinar a sequência em que os itens serão processados na linha ao longo do horizonte de planejamento. Modelos de otimização matemática e métodos de solução são propostos nesta tese para ambos cenários, pois na prática é comum encontrar os dois processos de pintura nas facilidades de produção. As seguintes características do processo de produção são consideradas:

- Produção e estocagem de itens (i.e., peças, componentes e sub-montagens), ao invés de produtos finais. A montagem desses itens em produtos finais é realizada somente na localização dos clientes, de modo que estoques de produtos finais não são mantidos no produtor.
 - Existe uma única linha de pintura, líquida ou em pó, que produz os itens requeridos para o atendimento da demanda dos produtos finais.
 - Decisões e custos de estocagem nos clientes não são considerados.
 - Níveis de estoque mínimos dos itens devem ser considerados em cada período do horizonte de planejamento.
 - No caso de pintura líquida, tempos de preparação são independentes da sequência e considerados desprezíveis.
 - No caso de pintura em pó, tempos e custos de preparação não são desprezíveis e dependem da sequência de produção. Além disso, o estado de preparação da linha pode ser mantido entre períodos, sem incorrer em tempos ou custos de preparação adicionais.
 - A demanda dos produtos finais deve ser atendida totalmente e sem atrasos.
- *Decisões de distribuição, roteamento e programação de veículos:* estas decisões visam determinar as diferentes quantidades de produtos a serem entregues a cada cliente a fim de satisfazer a demanda, os roteiros de entrega a serem seguidos por cada veículo e os tempos de início e término das operações de entrega ao longo do horizonte de planejamento. As principais características do processo de distribuição na indústria de móveis são abordados:
 - A frota de veículos é heterogênea e cada veículo é capaz de realizar múltiplas rotas ao longo do horizonte de planejamento.
 - As rotas podem se estender por vários períodos do horizonte, representando o cenário atual em que os veículos realizam rotas de vários dias de duração.
 - Os veículos devem ser carregados a partir do estoque disponível no final do período anterior.
 - Cada cliente possui múltiplas janelas de tempo ao longo do horizonte de planejamento.

- A entrega nos clientes pode ser fracionada ou não, e deve ser realizada antes do prazo máximo estabelecido. Os modelos de otimização matemática propostos nesta tese consideram inicialmente o cenário em que as entregas não podem ser fracionadas, de modo que a demanda de cada cliente deve ser atendida em uma única entrega. Posteriormente, decisões de fracionamento de carga são incluídas na modelagem do problema a fim de identificar potenciais ganhos econômicos decorrentes desta prática.

De modo geral, este capítulo apresentou a descrição dos processos de produção e distribuição em empresas do setor moveleiro, especificando as diferentes etapas encontradas em cada um deles e destacando os desafios encontrados no planejamento destas operações. O sistema de produção–distribuição estudado nesta tese foi definido e as principais decisões de planejamento associadas a este sistema foram identificadas. Os capítulos seguintes, 4–6, abordam diferentes cenários que podem ser encontrados no sistema de produção–distribuição aqui descrito.

O Capítulo 4 considera um cenário mais simplificado em que as decisões de produção não incluem o sequenciamento dos lotes de produção (i.e., processo de pintura líquida) e as entregas são realizadas utilizando um único veículo, que realiza múltiplas viagens ao longo do horizonte de planejamento. O Capítulo 5 considera um cenário mais geral, em que decisões de sequenciamento de lotes (i.e., processo de pintura em pó) e frota heterogênea de veículos são considerados. Por fim, o Capítulo 6 considera uma extensão do Capítulo 5, em que a demanda dos clientes pode ser atendida em múltiplas visitas (i.e., entregas fracionadas são permitidas).

Capítulo 4

PRP na indústria de móveis: caso com único veículo

Conforme descrito na Seção 3.3, no contexto de empresas moveleiras, pintura e entrega são consideradas as operações mais relevantes para o atendimento da demanda dos clientes finais. Neste capítulo estuda-se o caso particular em que o produtor tem uma única linha de pintura líquida, em que os tempos de preparação da linha são desprezíveis (ver Seção 3.1), e um único veículo de entrega que pode realizar múltiplas viagens ao longo de um horizonte de planejamento multi-períodos de curto prazo (i.e., os dias de uma semana). Este caso pode representar, por exemplo, situações em que o produtor agrupa os clientes num número reduzido de *clusters*, cada um servido por um único veículo. Desta forma, a rota seguida dentro de cada *cluster* pode ser determinada independentemente para cada veículo.

O problema consiste em definir os tamanhos dos lotes de produção e os níveis de estoque em cada período (i.e., um dia) ao longo do horizonte de planejamento (i.e., uma semana), isto é, as quantidades de partes e sub-montagens a serem pintadas e estocadas a fim de atender a demanda dos produtos finais. Além disso, também é preciso definir os roteiros de entrega dos produtos finais à um conjunto de clientes (e.g., lojas de varejo), considerando janelas de tempo e prazos de entrega. Neste cenário, dado que considera-se um processo de produção com pintura líquida, não é preciso definir a sequência de produção para cada dia, pois os tempos de preparação são desprezíveis e não dependem da sequência de produção.

Um modelo de programação inteira mista é proposto a fim de representar e resolver o problema. Para avaliar o desempenho do modelo, um conjunto de exemplares aleatórios, parcialmente baseados em dados realistas, é resolvido utilizando um *software* de otimização comercial. Os resultados sugerem que o *solver* pode ser usado para obter soluções ótimas, ou quase ótimas, em tempos computacionais razoáveis para a maioria dos exemplares avaliados. Como uma alternativa para resolver o problema, duas reformulações de Benders são propostas e implementadas dentro de um algoritmo *branch-and-cut*. Ambas as reformulações são aprimoradas utilizando estratégias computacionais, tais como desigualdades válidas, cortes Pareto-ótimo, entre outras.

A importância de integrar decisões de produção e distribuição também é analisada. As melhores soluções encontradas pelas abordagens exatas propostas são comparadas com as soluções obtidas por uma abordagem sequencial que imita a prática real em empresas de móveis. Os resultados mostram que resolver o problema de forma integrada resulta em soluções de qualidade melhor que as geradas pela abordagem sequencial, precisando de maior esforço computacional, como seria esperado.

Quando o tamanho dos exemplares cresce, encontrar soluções factíveis em tempos aceitáveis pode se tornar muito difícil. Para contornar essa situação, heurísticas do tipo *relax-and-fix* (RF) são utilizadas para gerar uma solução inicial, que é então utilizada pelo *solver* como ponto de partida. Testes computacionais apontam que estas estratégias híbridas são capazes de encontrar soluções ótimas, ou quase ótimas, para a maioria dos exemplares e, em alguns casos, retornam soluções melhores que as obtidas pelas estratégias exatas de solução dentro dos limites do tempo computacional preestabelecido.

O restante deste capítulo é organizado da seguinte forma: a Seção 4.1 apresenta a descrição do cenário considerado. A seguir, a Seção 4.2 apresenta a modelagem matemática do problema. Duas reformulações e métodos de solução exatos baseados na decomposição de Benders são apresentados na Seção 4.3. As heurísticas RF são descritas na Seção 4.4, enquanto a Seção 4.5 descreve os resultados da experimentação computacional. Por fim, a Seção 4.6 apresenta comentários finais e conclusões deste capítulo.

4.1 Descrição do problema

O cenário considerado neste capítulo consiste em uma linha de produção que produz um conjunto \mathcal{C} de itens (i.e., peças ou componentes), $c \in \mathcal{C}$, requeridos para atender a demanda de um conjunto \mathcal{P} de produtos finais, $p \in \mathcal{P}$. Para montar uma unidade do produto p é necessário produzir η_{cp} unidades do item c . Assume-se que $\eta_{cp} = 0$ se $c \notin \mathcal{F}_p$, em que $\mathcal{F}_p \subseteq \mathcal{C}$ representa o subconjunto de itens requeridos para a montagem do produto p . Se o item c for produzido no período t , $t \in \mathcal{T}$, então um custo fixo f_c de preparação da linha é incorrido. A capacidade de produção, em unidades de tempo, no período t é K_t e o tempo requerido para produzir uma unidade do item c é ρ_c . Os itens produzidos no período t só estão disponíveis para expedição no período $t + 1$ e, portanto, os envios no período t são feitos a partir do estoque disponível no final do período $t - 1$. O custo de estocagem unitário do item c é h_c , e os níveis de estoque inicial e mínimo do item c são denotados por I_{c0} e I_c^{\min} , respectivamente.

Seja $\mathcal{G} = (\mathcal{N}, \mathcal{A})$ um grafo orientado completo, em que $\mathcal{N} = \{0, 1, \dots, n + 1\}$ é o conjunto de nós e $\mathcal{A} = \{(i, j) : i, j \in \mathcal{N}, i \neq j\}$ é o conjunto de arcos. O depósito é representado pelos nós 0 e $n + 1$, e $\bar{\mathcal{C}} = \mathcal{N} \setminus \{0, n + 1\}$ denota o conjunto de clientes. O tempo (custo) de transporte do nó i para o nó j é denotado por τ_{ij} (c_{ij}), $i, j \in \mathcal{N}$. Para cada cliente i , $i \in \bar{\mathcal{C}}$, d_{pi} define a demanda do produto p no cliente i e $[\delta_{it}, \bar{\delta}_{it}]$ denota a janela de tempo do cliente i no período t . Essas janelas de tempo representam os intervalos de tempo dentro dos quais a entrega é permitida. Na indústria moveleira é comum que as janelas de tempo sejam o horário comercial regular, assim δ_{it} e $\bar{\delta}_{it}$ representam o começo e o

fim de um dia de trabalho normal do cliente (em geral, lojas de varejo). Cada cliente i deve ser visitado uma vez (i.e., fracionamento de carga não é permitido) durante s_i unidades de tempo, sem interrupção de serviço e antes de um prazo de entrega pré-definido Δ_i , que denota o último instante de tempo para atender a demanda do cliente i . Portanto, uma única janela de tempo deve ser escolhida para cada cliente. Se o veículo chegar antes da abertura de uma dada janela de tempo, então tem de esperar até δ_{it} para começar o serviço. Similarmente, se o veículo chegar após o fechamento de uma dada janela de tempo, então tem de esperar até a abertura da próxima janela de tempo para começar o serviço. Neste caso, no período seguinte.

As entregas são feitas usando um único veículo que pode executar várias rotas $r = 1, \dots, R$ ao longo do horizonte de planejamento. Cada rota deve partir do nó 0 e chegar ao nó $n + 1$. Antes de começar uma nova rota, o veículo deve ser recarregado no depósito. Assume-se que o tempo de carregamento é proporcional ao tempo de serviço dos clientes visitados na rota, e portanto, é variável. A capacidade do veículo é θ e cada unidade do produto p a bordo do veículo consome φ_p unidades de capacidade. Nenhum limite na duração das rotas é considerado, de modo que uma rota pode partir do nó 0 no período $t \in \mathcal{T}$ e chegar ao nó $n + 1$ no período $t' \in \mathcal{T} : t' \geq t$. Isso significa que as rotas podem se estender ao longo de vários períodos no horizonte de planejamento.

O problema consiste em determinar quantos itens produzir e estocar em cada período, definir as rotas a serem realizadas pelo veículo e estabelecer o tempo em que cada cliente deve ser servido ao longo do horizonte de planejamento multi-período de curto prazo (i.e., uma semana), com o objetivo de minimizar os custos de preparação, estocagem e roteamento (Figura 4.1). Observe que os custos de estocagem nos clientes não são considerados, pois assume-se que o fabricante não gerencia o estoque dos clientes.



Figura 4.1: Decisões envolvidas no problema integrado de produção e roteamento na indústria moveleira (Pintura líquida).

4.2 Modelagem matemática

Nesta seção apresenta-se um modelo de programação inteira mista para representar o cenário descrito na Seção 4.1. Para as decisões de dimensionamento de lotes, utiliza-se uma estrutura de tempo discreto que divide o horizonte de planejamento em períodos de um dia. O modelo de dimensionamento de lotes capacitado multi-itens é usado como base para a modelagem dessas decisões (QUADT; KUHN, 2007; JANS; DEGRAEVE, 2008).

Para as decisões de roteamento de veículo, devido às restrições de janela de tempo e prazos de entrega, utiliza-se uma estrutura de tempo contínuo que permite determinar a programação de cada rota (ou seja, os instantes de tempo em que cada rota começa e termina, bem como o tempo em que cada cliente é servido). A modelagem dessas decisões é baseada no trabalho de Azi, Gendreau e Potvin (2007). Um conjunto de variáveis binárias é utilizado para armazenar os períodos em que uma dada rota parte e retorna ao depósito, respectivamente. Essas variáveis são então utilizadas para determinar as quantidades enviadas de cada item em cada período, que são necessárias para acoplar os dois subproblemas (i.e., dimensionamento de lotes e roteamento de veículos) por meio de restrições de balanço de estoque.

Conforme destacado na Seção 3.2, a maioria dos modelos propostos na literatura assume que cada veículo pode realizar até uma rota por período, e a rota é curta o suficiente para ser realizada dentro do mesmo período, usualmente um dia (BARD; NANANUKUL, 2009b; ARMENTANO; SHIGUEMOTO; LØKKETANGEN, 2011; ADULYASAK; CORDEAU; JANS, 2014a). Cada veículo pode ser utilizado mais de uma vez ao longo do horizonte de planejamento, mas é limitado a ser usado no máximo uma vez por dia.

Já no modelo a seguir o veículo pode partir e retornar ao depósito em dias diferentes e, portanto, as rotas podem prolongar-se por mais de um período. Além disso, o veículo pode ser utilizado mais de uma vez ao longo do horizonte de planejamento e não é limitado a ser usado somente uma vez por dia. De fato, algumas rotas poderiam ser curtas o suficiente para ser realizadas dentro de um período, de modo que o veículo pode começar uma nova rota no mesmo período.

Considerando a notação apresentada na Seção 4.1 e na Tabela 4.1, o modelo proposto, chamado de *Lot-Sizing-One-Vehicle* (LS1V), é descrito a seguir.

A função objetivo (4.1) minimiza os custos de preparação, estocagem e roteamento.

$$\min \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} f_c y_{ct} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} h_c I_{ct} + \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\}} \sum_{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}} \sum_{r=1}^R c_{ij} w_{ijr}. \quad (4.1)$$

As restrições (4.2) estabelecem o balanço de estoque do item c no período t , enquanto as restrições (4.3) garantem que a quantidade do item c enviada no período t não exceda o estoque no final do período $t - 1$. Isto significa que a demanda em cada período, dada pelas quantidades a serem enviadas, é atendida diretamente do estoque disponível no final

Parâmetros:	
λ	Tempo de carga/descarga por unidade de peso.
s_i	Tempo de serviço do cliente i , $s_i = \lambda \sum_{p \in \mathcal{P}} \varphi_p d_{pi}$.
M_{0j}	Um número suficientemente grande, $M_{0j} = \bar{\delta}_0 \mathcal{T} + \min\{\lambda\theta, \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} s_i\} + \tau_{0j}$, $j \in \bar{\mathcal{C}}$.
M_{ij}	Um número suficientemente grande, $M_{ij} = \Delta_i + s_i + \tau_{ij}$, $i \in \bar{\mathcal{C}}, j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\}$.
Variáveis de decisão:	
x_{ct}	Quantidade produzida do item c no período t .
I_{ct}	Nível de estoque do item c no final do período t .
y_{ct}	Igual a 1 se há produção do item c no período t , 0 caso contrário.
w_{ijr}	Igual a 1 se o arco (i, j) é percorrido pela rota r , 0 caso contrário.
Q_{prt}	Quantidade do produto p enviada na rota r no período t .
ϕ_{irt}	Igual a 1 se o nó i é visitado pela rota r no período t , 0 caso contrário.
μ_{ir}	Tempo em que o nó i começa a ser servido pela rota r .

Tabela 4.1: Parâmetros adicionais e variáveis de decisão utilizadas na formulação LS1V.

do período anterior, e não pelos lotes produzidos durante esse mesmo período.

$$I_{c,t-1} + x_{ct} = \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{cp} Q_{prt} + I_{ct}, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.2)$$

$$I_{c,t-1} \geq \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{cp} Q_{prt}, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.3)$$

As desigualdades (4.4) impõem um nível de estoque mínimo ao final de cada período e as desigualdades (4.5) representam as restrições de capacidade de produção. Observe que, quando não há envios durante um dado período t , então $\sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{cp} Q_{prt} = 0$, de modo que (4.3) corresponde a $I_{c,t-1} \geq 0$. Entretanto, a restrição (4.4) garante que uma quantidade mínima deve estar disponível no estoque, de modo que $I_{c,t-1} \geq I_c^{\min}$. De modo geral, (4.3) somente garante que o estoque no final do período t seja suficiente para atender os envios a serem realizados no período seguinte $t+1$. Já o nível de estoque mínimo no final do período t pode ser satisfeito a partir do estoque carregado do período $t-1$ ou, também, a partir dos lotes de produção do período t .

$$I_{ct} \geq I_c^{\min}, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.4)$$

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} \rho_c x_{ct} \leq K_t, \quad t \in \mathcal{T}. \quad (4.5)$$

As restrições (4.6) garantem que o custo fixo de preparação do item c seja considerado na função objetivo somente quando o item for produzido. O limitante superior na quantidade produzida pode ser calculado como $M_{ct} = \min\left(\lfloor \frac{K_t}{\rho_c} \rfloor, \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{cp} d_{pi}\right)$.

$$x_{ct} \leq M_{ct} y_{ct}, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.6)$$

As igualdades (4.7) e (4.8) asseguram que cada rota começa partindo do nó 0 e finaliza

chegando no nó $n + 1$, respectivamente. Assume-se que uma rota viajando diretamente do nó 0 para o nó $n + 1$ é uma rota vazia.

$$\sum_{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}} w_{0jr} = 1, \quad r = 1, \dots, R. \quad (4.7)$$

$$\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\}} w_{i(n+1)r} = 1, \quad r = 1, \dots, R. \quad (4.8)$$

A conservação do fluxo nos nós é garantida pelas restrições (4.9), enquanto as restrições (4.10) asseguram que cada cliente seja visitado exatamente uma vez ao longo do horizonte de planejamento (i.e., fracionamento de carga não é permitido).

$$\sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr} = \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\} \\ j \neq i}} w_{jir}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (4.9)$$

$$\sum_{\substack{i \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\} \\ i \neq j}} \sum_{r=1}^R w_{ijr} = 1, \quad j \in \bar{\mathcal{C}}. \quad (4.10)$$

Seja \bar{r} o número de rotas utilizadas ao longo do horizonte de planejamento. Logo, há $\binom{R}{\bar{r}}$ possíveis opções de escolher \bar{r} rotas dentre das R rotas permitidas (simetria tipo I). Ainda, existem $\bar{r}!$ opções de permutar os índices das \bar{r} rotas que serão realizadas pelo veículo (simetria tipo II). Portanto, há $\binom{R}{\bar{r}} \bar{r}!$ soluções equivalentes. Em um exemplar com $R = 5$, se três rotas fossem utilizadas, isto corresponderia a $\binom{5}{3} 3! = 60$ soluções alternativas. A presença de simetria impacta negativamente no desempenho do método *branch-and-bound*, pois muitas soluções idênticas são exploradas na árvore (SHERALI; SMITH, 2001; JANS, 2009).

As desigualdades (4.11) representam restrições de quebra de simetria do tipo I que impõem uma ordem na escolha das rotas a serem utilizadas. Desta forma, a rota $r + 1$ pode ser utilizada se, e somente se, a rota r também for utilizada. A simetria tipo II é quebrada de forma natural impondo restrições de tempo nas rotas, que garantem que a rota $r + 1$ pode partir do depósito somente após o término da rota r (veja mais abaixo a restrição (4.21), por exemplo).

$$\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0ir} \geq \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0i(r+1)}, \quad r = 1, \dots, R - 1. \quad (4.11)$$

As restrições (4.12) estabelecem que a quantidade do produto p enviada na rota r no período t é zero, se a rota r não iniciar no período t . As restrições (4.13) determinam a quantidade do produto p enviada na rota r . Dado que toda rota utilizada satisfaz $\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0rt} = 1$ (veja as restrições (4.14)), e levando em conta (4.12), segue-se que somente uma das variáveis Q_{prt} no lado esquerdo de (4.13) assume um valor positivo.

$$Q_{prt} \leq \min \left\{ \left\lfloor \frac{\theta}{\varphi_p} \right\rfloor, \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} \right\} \phi_{0rt}, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (4.12)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{prt} = \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} \left(\sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr} \right), \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R. \quad (4.13)$$

As igualdades (4.14) forçam a rota r a visitar o cliente i em exatamente um período t se o cliente i fizer parte da rota r . Similarmente, o conjunto de restrições (4.15) e (4.16) garantem que cada rota utilizada começa e termina em apenas um período (não necessariamente o mesmo), respectivamente. Observe que $w_{0(n+1)r} = 1$ significa que a rota r não é utilizada, portanto, $\phi_{0rt} = \phi_{(n+1)rt} = 0$ para todo $t \in \mathcal{T}$.

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{irt} = \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (4.14)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0rt} = 1 - w_{0(n+1)r}, \quad r = 1, \dots, R. \quad (4.15)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0rt} = \sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{(n+1)rt}, \quad r = 1, \dots, R. \quad (4.16)$$

O modelo LS1V não impõe um limite na duração das rotas, portanto, estas podem ter qualquer duração desde que o veículo regresse ao depósito antes do final do horizonte de planejamento ($\bar{\delta}_{(n+1)|\mathcal{T}|}$) e todas as janelas de tempo e prazos de entrega dos clientes sejam respeitadas. Para isso, o modelo prescreve os períodos em que cada rota começa e finaliza (ϕ_{0rt} e $\phi_{(n+1)rt}$, respectivamente), assim como o tempo em que cada nó é servido (μ_{ir}), por meio das restrições (4.17)–(4.21).

As equações (4.17) representam as restrições de janela de tempo. Essas restrições estão ativas somente se o nó i é visitado pela rota r no período t , i.e., $\phi_{irt} = 1$. Dado que cada cliente é visitado em apenas um período, segue-se que este é servido em apenas uma janela de tempo. O valor do parâmetro \tilde{M}_i , $i \in \mathcal{N}$, depende do fato de o nó i ser um cliente ou o depósito. Se o nó i for um cliente, então $\tilde{M}_i = \Delta_i$, caso contrário $\tilde{M}_i = \bar{\delta}_{i|\mathcal{T}|}$.

$$\begin{aligned} \mu_{ir} &\geq \delta_{it} - \delta_{it}(1 - \phi_{irt}), & i \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}, r = 1, \dots, R. \\ \mu_{ir} &\leq \bar{\delta}_{it} + (\tilde{M}_i - \bar{\delta}_{it})(1 - \phi_{irt}), & i \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}, r = 1, \dots, R. \end{aligned} \quad (4.17)$$

As desigualdades (4.18) e (4.19) impõem limitantes inferiores no tempo em que o cliente i começa a ser servido pela rota r . Seja j o primeiro cliente visitado pela rota r , então as restrições (4.18) estabelecem que o tempo em que j começa a ser servido (μ_{jr}) é pelo menos o tempo de início da rota (μ_{0r}), mais o tempo de carga do veículo no depósito ($\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} s_i \sum_{k \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}: k \neq i} w_{ikr}$), mais o tempo de viagem entre o depósito e o cliente (τ_{0j}). Similarmente, para os demais nós $j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}$, as restrições (4.19) asseguram que o tempo de início do serviço do nó j (μ_{jr}) é pelo menos o tempo em que o cliente anterior i é servido (μ_{ir}), mais o tempo de serviço de i (s_i), mais o tempo de viagem entre i e j

(τ_{ij}) .

$$\mu_{jr} \geq \mu_{0r} + \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} s_i \left(\sum_{\substack{k \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ k \neq i}} w_{ikr} \right) + \tau_{0j} - M_{0j} (1 - w_{0jr}), \quad j \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (4.18)$$

$$\mu_{jr} \geq \mu_{ir} + s_i + \tau_{ij} - M_{ij} (1 - w_{ijr}), \quad \begin{array}{l} i \in \bar{\mathcal{C}}, j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}, \\ r = 1, \dots, R : i \neq j. \end{array} \quad (4.19)$$

Cada cliente deve ser servido dentro do prazo de entrega preestabelecido (Δ_i), como indicado pelas restrições (4.20). Observe que μ_{ir} é igual a zero se a rota r não visita o cliente i , pois $\sum_{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}: j \neq i} w_{ijr} = 0$. Dado que considera-se um único veículo, as rotas utilizadas não podem sobrepor-se no tempo, o que é garantido pelas restrições (4.21).

$$\mu_{ir} \leq \Delta_i \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (4.20)$$

$$\mu_{0(r+1)} \geq \mu_{(n+1)r}, \quad r = 1, \dots, R - 1. \quad (4.21)$$

As restrições (4.22) asseguram, para cada rota r , que a capacidade do veículo não seja excedida.

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \varphi_p \left(\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} \left(\sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr} \right) \right) \leq \theta, \quad r = 1, \dots, R. \quad (4.22)$$

Finalmente, o domínio das variáveis de decisão é dado pelas restrições (4.23)–(4.28).

$$x_{ct}, I_{ct} \geq 0, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.23)$$

$$y_{ct} \in \{0, 1\}, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.24)$$

$$Q_{prt} \geq 0, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (4.25)$$

$$\phi_{irt} \in \{0, 1\}, \quad i \in \mathcal{N}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (4.26)$$

$$w_{ijr} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in \mathcal{N}, r = 1, \dots, R. \quad (4.27)$$

$$\mu_{ir} \geq 0, \quad i \in \mathcal{N}, r = 1, \dots, R. \quad (4.28)$$

Com o objetivo de explorar outras opções de modelagem deste problema, outras duas formulações alternativas foram implementadas. Na primeira delas, ao invés de usar a variável contínua não-negativa Q_{prt} , define-se a variável binária Q_{irt} , que é igual a 1 se a demanda do nó i é atendida pela rota r que começa no período t , e 0 caso contrário. Logo, $Q_{irt} = 1$ significa que a rota r visita o nó i e sai do depósito no período t . Observe que $Q_{prt} = \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} Q_{irt}$ e, portanto, alguns ajustes devem ser feitos no modelo (4.1)–(4.28).

A expressão acima deve ser substituída nas restrições (4.2) e (4.3), e algumas modificações nas restrições (4.12) e (4.13) são requeridas a fim de modelar apropriadamente a relação entre as variáveis Q_{irt} , ϕ_{0rt} e w_{ijr} , respectivamente. Isso resulta no seguinte

conjunto de restrições:

$$I_{c,t-1} + x_{ct} = \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{cp} \left(\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} Q_{irt} \right) + I_{ct}, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.29)$$

$$I_{c,t-1} \geq \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{cp} \left(\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} Q_{irt} \right), \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.30)$$

$$\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} Q_{irt} \leq |\mathcal{N}| \phi_{0rt}, \quad t \in \mathcal{T}, r = 1, \dots, R. \quad (4.31)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{irt} = \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (4.32)$$

$$Q_{irt} \in \{0, 1\}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (4.33)$$

Portanto, a primeira formulação alternativa do problema minimiza (4.1), sujeito a (4.4)–(4.11), (4.14)–(4.24), (4.26)–(4.33).

Na segunda formulação alternativa do problema, define-se Q_{it} como uma variável binária igual a 1 se há um envio para o nó i no período t , e 0 caso contrário. Logo, $Q_{it} = 1$ significa que alguma rota r , que visita o cliente i , começa no período t . Observe que $Q_{it} = \sum_{r=1}^R Q_{irt}$ e, portanto, as restrições (4.2) e (4.3) são modificadas como segue:

$$I_{c,t-1} + x_{ct} = \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{cp} \left(\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} Q_{it} \right) + I_{ct}, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.34)$$

$$I_{c,t-1} \geq \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{cp} \left(\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} Q_{it} \right), \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.35)$$

O novo conjunto de restrições (4.36) é necessário para evitar o fracionamento de carga, e as restrições (4.12) e (4.13) são ambas substituídas pelas desigualdades (4.37), que asseguram que um envio para cliente i no período t acontece se, e somente se, uma rota r começar no período t (i.e., $\phi_{0rt} = 1$) e o cliente i for visitado por ela (i.e., $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} w_{ijr} = 1$).

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{it} = 1, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}. \quad (4.36)$$

$$Q_{it} \geq \phi_{0rt} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} w_{ijr} - 1, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (4.37)$$

$$Q_{it} \in \{0, 1\}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.38)$$

A segunda formulação alternativa minimiza (4.1) sujeito a (4.4)–(4.11), (4.14)–(4.24), (4.26)–(4.28), (4.34)–(4.38).

Testes computacionais preliminares mostraram que o modelo (4.1)–(4.28) tem melhor desempenho que ambas as formulações alternativas apresentadas acima, pois encontra melhores soluções em tempos computacionais mais curtos, em média. Portanto, a avaliação computacional da Seção 4.5 somente considera o modelo LS1V, descrito por (4.1)–(4.28).

4.2.1 Exemplar ilustrativo

Para ilustrar algumas características chaves do modelo LSIV, tais como rotas que se estendem por vários períodos e múltiplas janelas de tempo, as Figuras 4.2 e 4.3 mostram a solução ótima de um exemplar ilustrativo com $n = 10$, $|\mathcal{P}| = 2$, $|\mathcal{C}| = 3$ e $|\mathcal{T}| = 3$. Durante cada período, correspondente a um dia, o veículo está sempre disponível para viajar e/ou esperar em diferentes localizações (clientes ou depósito). Entretanto, operações de carregamento e descarregamento só podem ocorrer dentro das janelas de tempo predefinidas. Os parâmetros restantes foram gerados com base na Tabela 4.3 (veja a Seção 4.5.1).

A Figura 4.2 mostra, para cada item, os níveis de estoque no início do período, o tamanho dos lotes de produção e as quantidades enviadas em cada período. Por exemplo, para o item 1, o estoque no início do período um é 1.423 unidades, que corresponde ao estoque disponível no início do horizonte de planejamento. O tamanho do lote e a quantidade enviada neste período são 2.845 e 1.381, respectivamente. Logo, o nível de estoque do item 1 no final do período um é $1.423 + 2.845 - 1.381 = 2.887$ unidades, o que também corresponde ao estoque inicial do item 1 no período seguinte.

No segundo período, o tamanho do lote de produção é de 1.423 unidades, enquanto a quantidade enviada é de 2.887 unidades. Desta forma, o nível de estoque do item 1 no final do segundo período é $2.887 + 1.423 - 2.887 = 1.423$ unidades, que também representa o estoque disponível no início do último período. Observe que a quantidade enviada no segundo período é exatamente a quantidade disponível no estoque no começo do período (i.e., 2.887 unidades), de modo que o lote de produção de 1.423 unidades é produzido para garantir que o nível de estoque mínimo no final do período seja satisfeito.

No começo do último período o estoque inicial corresponde ao estoque mínimo, carregado desde o segundo período (i.e., 1.423 unidades). Dado que não há operações de produção e entrega no terceiro período, o nível de estocagem no último período não muda e mantém-se no nível mínimo requerido.

A Figura 4.3 mostra as rotas de distribuição utilizadas ao longo do horizonte de planejamento (3 dias). As linhas tracejadas verticais representam as janelas de tempo para cada dia. Assume-se que todos os clientes têm a mesma janela de tempo em cada período, correspondente ao horário regular de trabalho (por exemplo, das 8:00 a.m. às 6:00 p.m. todos os dias). O depósito está aberto as 24 horas, mas operações de carga devem acontecer dentro do horário regular de trabalho. Por esta razão, na Figura 4.3 não há atividade durante as primeiras 8 horas (480 minutos).

A primeira rota começa logo após a abertura da janela de tempo do período 1, e visita os clientes 1, 6 e 7 antes de retornar ao depósito, ainda no período 1. A rota 2 começa no período 2, e serve os clientes 2, 4, 10, 5, 9, 8 e 3 antes de retornar ao depósito no período 3. Portanto, a rota 2 estende-se por mais de um período. Depois de servir o cliente 10, no final da janela de tempo do período 2, o veículo viaja para o cliente 5, onde tem de esperar até a abertura da janela de tempo do período 3. Assim, os clientes 5, 9, 8 e 3 são servidos no período 3.

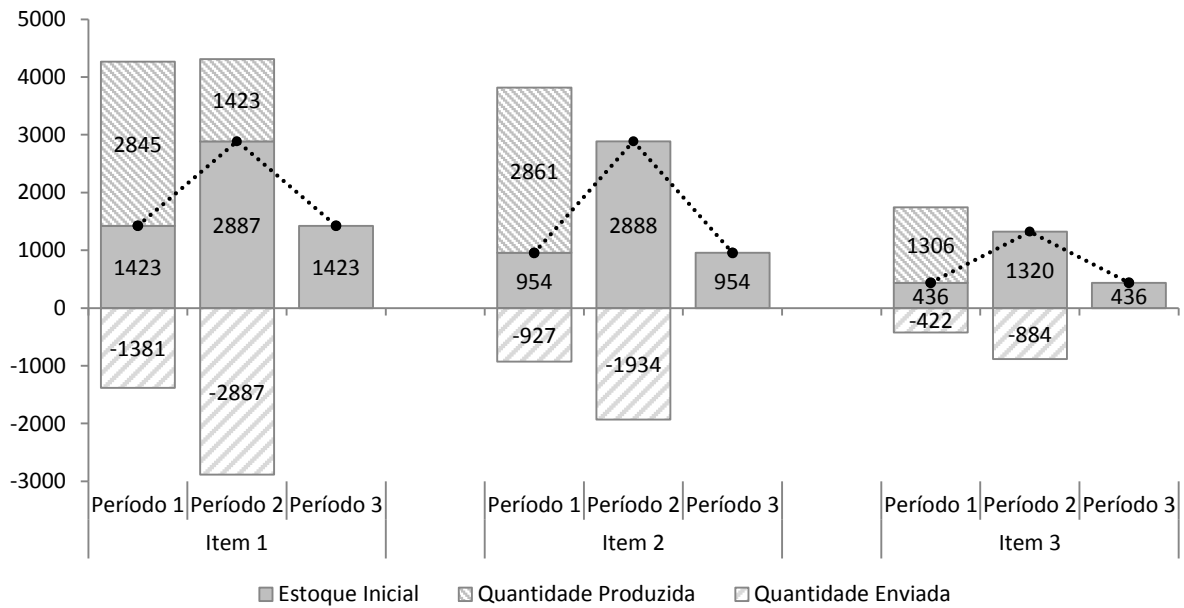


Figura 4.2: Plano de produção ótimo do exemplo ilustrativo (MIRANDA; MORABITO; FERREIRA, 2017).

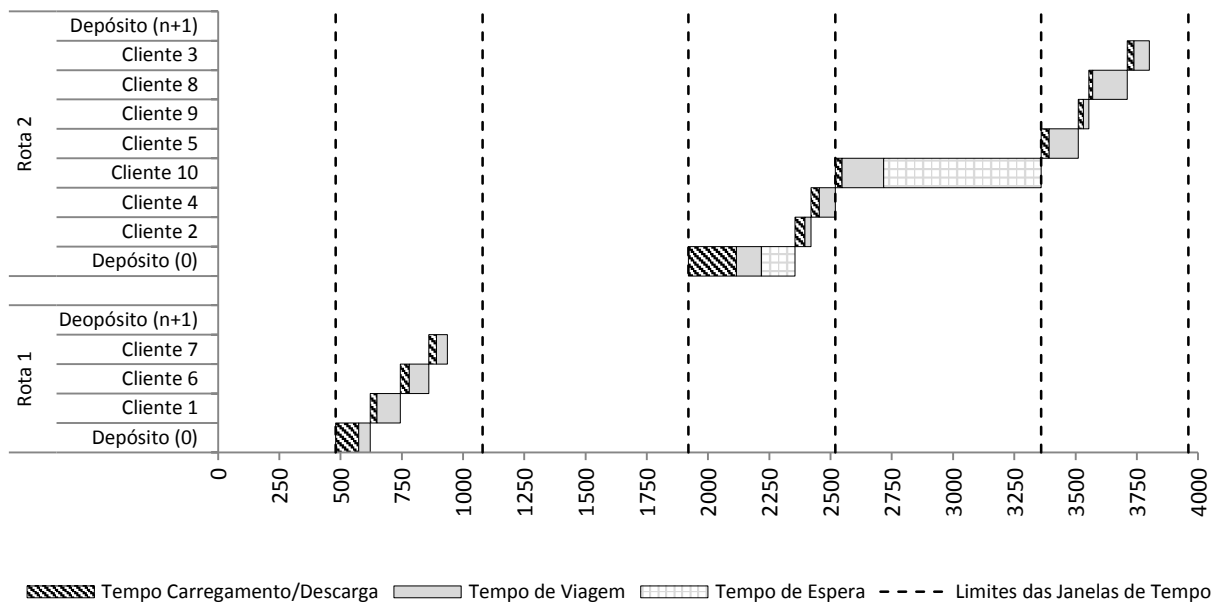


Figura 4.3: Plano de roteamento ótimo do exemplo ilustrativo (MIRANDA; MORABITO; FERREIRA, 2017).

4.3 Abordagens de Decomposição de Benders

Nesta seção propõem-se dois algoritmos *Branch-and-cut* baseados na decomposição de Benders, referidos como algoritmos *Branch-and-Benders-cut* (BBC), para resolver o LS1V proposto na Seção 4.2.

A decomposição de Benders (BENDERS, 1962) é uma técnica de particionamento de variáveis cujo objetivo é abordar problemas com variáveis complicadas que, quando temporariamente fixadas, produzem um problema significativamente mais fácil de ser resolvido. Nesta abordagem, o problema original é reformulado em um problema mestre e uma série de subproblemas que são resolvidos iterativamente utilizando um algoritmo de planos de corte. Em cada iteração, os valores das variáveis do problema mestre são primeiro determinados. A seguir, estas variáveis são temporariamente fixadas em seus valores correntes e os subproblemas são então resolvidos. Se os subproblemas forem factíveis e limitados, um corte de otimalidade é adicionado ao problema mestre. Caso contrário, um corte de factibilidade deve ser adicionado. Um limitante superior pode ser calculado a partir dos subproblemas e um limitante inferior é obtido se o problema mestre for resolvido até a otimalidade. O processo continua até que uma solução ótima seja encontrada, ou o *gap* de otimalidade seja menor que um determinado limiar.

A seguir, duas reformulações de Benders são apresentadas. Na primeira reformulação, chamada de RB1, o problema mestre contém as variáveis binárias associadas às decisões de preparação da linha de pintura (\mathbf{y}), roteamento do veículo (\mathbf{w}) e períodos de visita (ϕ). Consequentemente, o subproblema inclui todas as decisões relacionadas às variáveis contínuas, tais como, quantidades de produção (\mathbf{x}), níveis de estocagem (\mathbf{I}), quantidades de entrega (\mathbf{Q}) e programação do veículo (μ). Esta reformulação, embora natural e intuitiva, tem a desvantagem de gerar soluções infactíveis do ponto de vista do roteamento, pois rotas e períodos de entrega são determinados pelo problema mestre sem levar em conta restrições de janelas de tempo e prazos de entrega, que são consideradas somente no subproblema. Para contornar esta situação, propõe-se uma segunda reformulação de Benders, chamada de RB2, em que o problema mestre, além das variáveis binárias, também contém as variáveis associadas à programação do veículo. Desta forma, na segunda reformulação, a preparação da linha, as rotas, períodos e programas de entrega são determinados conjuntamente no problema mestre, enquanto as decisões de quantidades de produção, níveis de estoque e quantidades de entrega são mantidas no subproblema.

4.3.1 Reformulação de Benders 1 (RB1)

A primeira reformulação de Benders, chamada de RB1, é construída separando as variáveis binárias e contínuas na forma de problema mestre e subproblema, respectivamente. Seja $\bar{\mathbf{y}}$, $\bar{\mathbf{w}}$ e $\bar{\phi}$ os vetores das variáveis fixadas y_{ct} , w_{ijr} e ϕ_{irt} , respectivamente. O subproblema primal (SPP), obtido quando as variáveis binárias são fixadas, pode ser descrito da seguinte forma.

$$\min \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} h_c I_{ct} \quad (4.39)$$

sujeito a:

$$I_{c,t-1} + x_{ct} - \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{cp} Q_{prt} - I_{ct} = 0, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (4.40)$$

$$I_{c,t-1} - \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{cp} Q_{prt} \geq 0, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (4.41)$$

$$I_{ct} \geq I_c^{\min}, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (4.42)$$

$$-\sum_{c \in \mathcal{C}} \rho_c x_{ct} \geq -K_t, \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.43)$$

$$-x_{ct} \geq -M_{ct} \bar{y}_{ct}, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (4.44)$$

$$-Q_{prt} \geq -\min \left\{ \left\lfloor \frac{\theta}{\varphi_p} \right\rfloor, \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} \right\} \bar{\phi}_{0rt}, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T} \quad (4.45)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{prt} = \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} \left(\sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} \bar{w}_{ijr} \right), \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R \quad (4.46)$$

$$\mu_{ir} \geq \delta_{it} \bar{\phi}_{irt}, \quad i \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}, r = 1, \dots, R \quad (4.47)$$

$$-\mu_{ir} \geq -\tilde{M}_i + \bar{\phi}_{irt} (\tilde{M}_i - \bar{\delta}_{irt}), \quad i \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}, r = 1, \dots, R \quad (4.48)$$

$$\mu_{jr} - \mu_{0r} \geq \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} s_i \left(\sum_{\substack{k \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ k \neq i}} \bar{w}_{ikr} \right) + \tau_{0j} - M_{0j} (1 - \bar{w}_{0jr}), \quad j \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R \quad (4.49)$$

$$\mu_{jr} - \mu_{ir} \geq s_i + \tau_{ij} - M_{ij} (1 - \bar{w}_{ijr}), \quad \begin{array}{l} i \in \bar{\mathcal{C}}, j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\}, \\ r = 1, \dots, R : i \neq j \end{array} \quad (4.50)$$

$$-\mu_{ir} \geq -\Delta_i \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} \bar{w}_{ijr}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R \quad (4.51)$$

$$\mu_{0(r+1)} - \mu_{(n+1)r} \geq 0, \quad r = 1, \dots, R-1 \quad (4.52)$$

$$x_{ct}, I_{ct} \geq 0, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (4.53)$$

$$Q_{prt} \geq 0, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T} \quad (4.54)$$

$$\mu_{ir} \geq 0, \quad i \in \mathcal{N}, r = 1, \dots, R. \quad (4.55)$$

Considere os seguintes vetores das variáveis duais associadas às restrições (4.40)–(4.52), respectivamente:

- $\alpha = (\alpha_{ct} | c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T})$.

- $\beta = (\beta_{ct} \geq 0 | c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T})$.
- $\gamma = (\gamma_{ct} \geq 0 | c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T})$.
- $\xi = (\xi_t \geq 0 | t \in \mathcal{T})$.
- $\pi = (\pi_{ct} \geq 0 | c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T})$.
- $\sigma = (\sigma_{prt} \geq 0 | p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T})$.
- $\varepsilon = (\varepsilon_{pr} | p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R)$.
- $\omega = (\omega_{itr} \geq 0 | i \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}, r = 1, \dots, R)$.
- $\zeta = (\zeta_{itr} \geq 0 | i \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}, r = 1, \dots, R)$.
- $\psi = (\psi_{jr} \geq 0 | j \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R)$.
- $\chi = (\chi_{ijr} \geq 0 | i \in \bar{\mathcal{C}}, j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\}, i \neq j, r = 1, \dots, R)$.
- $\nu = (\nu_{ir} \geq 0 | i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R)$.
- $\kappa = (\kappa_r \geq 0 | r = 1, \dots, R-1)$.

Adicionalmente, seja também $\alpha_{c|\mathcal{T}|+1} = 0$, $\beta_{c|\mathcal{T}|+1} = 0$, $\kappa_0 = 0$ e $\kappa_R = 0$. O dual do SPP, chamado de subproblema dual (SPD), pode ser formulado da seguinte forma.

$$\begin{aligned}
\max \left\{ & - \sum_{c \in \mathcal{C}} I_{c0} \alpha_{c1} - \sum_{c \in \mathcal{C}} I_{c0} \beta_{c1} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} I_c^{\min} \gamma_{ct} - \sum_{t \in \mathcal{T}} K_t \xi_t - \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} M_{ct} \bar{y}_{ct} \pi_{ct} \right. \\
& - \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{r=1}^R \sum_{t \in \mathcal{T}} M_p \bar{\phi}_{0rt} \sigma_{prt} + \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{r=1}^R \left(\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} d_{pi} \bar{w}_{ijr} \right) \varepsilon_{pr} \\
& + \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r=1}^R \delta_{it} \bar{\phi}_{irt} \omega_{itr} - \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r=1}^R \left(\tilde{M}_i - \bar{\phi}_{irt} (\tilde{M}_i - \bar{\delta}_{it}) \right) \zeta_{itr} \\
& + \sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{r=1}^R \left[\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} s_i \left(\sum_{\substack{k \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ k \neq i}} \bar{w}_{ikr} \right) + \tau_{0j} - M_{0j} (1 - \bar{w}_{0jr}) \right] \psi_{jr} \\
& + \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} \sum_{r=1}^R \left(s_i + \tau_{ij} + M_{ij} (1 - \bar{w}_{ijr}) \right) \chi_{ijr} \\
& \left. - \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{r=1}^R \left(\Delta_i \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} \bar{w}_{ijr} \right) \nu_{ir} \right\} \tag{4.56}
\end{aligned}$$

sujeito a

$$-\alpha_{ct} + \alpha_{ct+1} + \beta_{ct+1} + \gamma_{ct} \leq h_c, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \tag{4.57}$$

$$\alpha_{ct} - \rho_c \xi_t - \pi_{ct} \leq 0, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \tag{4.58}$$

$$-\sum_{c \in \mathcal{C}} \eta_{cp} \alpha_{ct} - \sum_{c \in \mathcal{C}} \eta_{cp} \beta_{ct} - \sigma_{prt} + \varepsilon_{pr} \leq 0, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (4.59)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \omega_{0tr} - \sum_{t \in \mathcal{T}} \zeta_{0tr} - \sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} \psi_{jr} + \kappa_{r-1} \leq 0, \quad r = 1, \dots, R. \quad (4.60)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \omega_{(n+1)tr} - \sum_{t \in \mathcal{T}} \zeta_{(n+1)tr} + \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \chi_{i(n+1)r} - \kappa_r \leq 0, \quad r = 1, \dots, R. \quad (4.61)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \omega_{itr} - \sum_{t \in \mathcal{T}} \zeta_{itr} + \psi_{ir} - \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} \chi_{ijr} + \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \\ j \neq i}} \chi_{jir} - v_{ir} \leq 0, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (4.62)$$

$$\beta_{ct}, \gamma_{ct}, \pi_{ct} \geq 0, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.63)$$

$$\xi_t \geq 0, \quad t \in \mathcal{T}. \quad (4.64)$$

$$\sigma_{prt} \geq 0, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (4.65)$$

$$\omega_{itr}, \zeta_{itr} \geq 0, \quad i \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}, r = 1, \dots, R. \quad (4.66)$$

$$\psi_{ir}, v_{ir} \geq 0, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (4.67)$$

$$\chi_{ijr} \geq 0, \quad \begin{array}{l} i \in \bar{\mathcal{C}}, j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\}, \\ r = 1, \dots, R : i \neq j. \end{array} \quad (4.68)$$

$$\kappa_r \geq 0, \quad r = 1, \dots, R-1. \quad (4.69)$$

O SPD é ainda decomponível em dois subproblemas independentes, chamados de SP^I e SP^{II} , respectivamente. O SP^I é descrito pelas restrições (4.57)–(4.59), (4.63)–(4.65) e a função objetivo (4.70), a seguir:

$$\begin{aligned} \max \left\{ - \sum_{c \in \mathcal{C}} I_{c0} \alpha_{c1} - \sum_{c \in \mathcal{C}} I_{c0} \beta_{c1} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} I_c^{\min} \gamma_{ct} - \sum_{t \in \mathcal{T}} K_t \xi_t - \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} M_{ct} \bar{y}_{ct} \pi_{ct} \right. \\ \left. - \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{r=1}^R \sum_{t \in \mathcal{T}} M_p \bar{\phi}_{0rt} \sigma_{prt} + \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{r=1}^R \left(\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} d_{pi} \bar{w}_{ijr} \right) \varepsilon_{pr} \right\} \end{aligned} \quad (4.70)$$

Já o SP^{II} é dado pelas restrições (4.60)–(4.62), (4.66)–(4.69) e a função objetivo (4.71), a seguir:

$$\begin{aligned} \max \left\{ \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r=1}^R \delta_{it} \bar{\phi}_{irt} \omega_{itr} - \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r=1}^R \left(\tilde{M}_i - \bar{\phi}_{irt} (\tilde{M}_i - \bar{\delta}_{it}) \right) \zeta_{itr} \right. \\ \left. + \sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{r=1}^R \left[\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} s_i \left(\sum_{\substack{k \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ k \neq i}} \bar{w}_{ikr} \right) + \tau_{0j} - M_{0j} \left(1 - \bar{w}_{0jr} \right) \right] \psi_{jr} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} \sum_{r=1}^R \left(s_i + \tau_{ij} + M_{ij} (1 - \bar{w}_{ijr}) \right) \chi_{ijr} \\
& - \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{r=1}^R \left(\Delta_i \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} \bar{w}_{ijr} \right) v_{ir} \} \tag{4.71}
\end{aligned}$$

Sejam $\Gamma(\alpha, \beta, \gamma, \zeta)$ e $\Gamma(\zeta, \psi, \chi)$ as partes das funções objetivo (4.70) e (4.71) que não dependem de variáveis binárias, isto é:

$$\Gamma(\alpha, \beta, \gamma, \zeta) = - \sum_{c \in \mathcal{C}} I_{c0} \alpha_{c1} - \sum_{c \in \mathcal{C}} I_{c0} \beta_{c1} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} I_c^{\min} \gamma_{ct} - \sum_{t \in \mathcal{T}} K_t \xi_t \tag{4.72}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma(\zeta, \psi, \chi) = & - \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r=1}^R \tilde{M}_i \zeta_{itr} + \sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{r=1}^R (\tau_{0j} - M_{0j}) \psi_{jr} \\
& + \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} \sum_{r=1}^R \left(s_i + \tau_{ij} - M_{ij} \right) \chi_{ijr}
\end{aligned} \tag{4.73}$$

O modelo LS1V, descrito por (4.1)–(4.28), pode então ser reformulado como o seguinte problema mestre (PM1).

$$\min \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} f_c y_{ct} + \sum_{i \in \{0, \bar{\mathcal{C}}\}} \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} \sum_{r=1}^R c_{ij} w_{ijr} + Z_{SP}^I + Z_{SP}^{II} \tag{4.74}$$

sujeito a (4.7)–(4.11), (4.14)–(4.16), (4.22), (4.24), (4.26)–(4.27) e

$$\begin{aligned}
& - \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} M_{ct} \pi_{ct} y_{ct} - \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{r=1}^R \sum_{t \in \mathcal{T}} M_p \sigma_{prt} \phi_{ort} + \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} \left(\sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{r=1}^R d_{pi} \varepsilon_{pr} \right) w_{ijr} \\
& + \Gamma(\alpha, \beta, \gamma, \zeta) \leq Z_{SP}^I, \quad \forall (\alpha, \beta, \gamma, \zeta, \pi, \sigma) \in \mathcal{P}_{\Delta}^I. \tag{4.75}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} M_{ct} \pi_{ct} y_{ct} - \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{r=1}^R \sum_{t \in \mathcal{T}} M_p \sigma_{prt} \phi_{ort} + \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} \left(\sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{r=1}^R d_{pi} \varepsilon_{pr} \right) w_{ijr} \\
& + \Gamma(\alpha, \beta, \gamma, \zeta) \leq 0, \quad \forall (\alpha, \beta, \gamma, \zeta, \pi, \sigma) \in \mathcal{R}_{\Delta}^I. \tag{4.76}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r=1}^R \delta_{it} \omega_{itr} \phi_{irt} + \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r=1}^R (\tilde{M}_i - \bar{\delta}_{it}) \zeta_{itr} \phi_{irt} + \sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{r=1}^R M_{0j} \psi_{jr} \omega_{0jr} \\
& + \sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{r=1}^R \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} s_i \psi_{jr} \left(\sum_{\substack{k \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ k \neq i}} w_{ikr} \right) + \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} \sum_{r=1}^R M_{ij} \chi_{ijr} w_{ijr} \\
& - \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{r=1}^R \Delta_i v_{ir} \left(\sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr} \right) + \Gamma(\zeta, \psi, \chi) \leq Z_{SP}^{II}, \quad \forall (\omega, \zeta, \psi, \kappa, \chi, v) \in \mathcal{P}_{\Delta}^{II}. \tag{4.77}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r=1}^R \delta_{it} \omega_{itr} \phi_{irt} + \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r=1}^R (\tilde{M}_i - \bar{\delta}_{it}) \zeta_{itr} \phi_{irt} + \sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{r=1}^R M_{0j} \psi_{jr} \omega_{0jr} \\
& + \sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{r=1}^R \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} s_i \psi_{jr} \left(\sum_{\substack{k \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ k \neq i}} w_{ikr} \right) + \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} \sum_{r=1}^R M_{ij} \chi_{ijr} w_{ijr} \\
& - \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{r=1}^R \Delta_i v_{ir} \left(\sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr} \right) + \Gamma(\zeta, \psi, \chi) \leq 0, \quad \forall (\omega, \zeta, \psi, \kappa, \chi, v) \in \mathcal{R}_{\Delta}^{II}. \quad (4.78)
\end{aligned}$$

Nesta nova formulação, Z_{SP}^I e Z_{SP}^{II} denotam estimativas do custo dos subproblemas SP^I e SP^{II} , respectivamente. As restrições (4.75)–(4.76) e (4.77)–(4.78) são os chamados cortes de Benders, que são construídos a partir dos conjuntos de pontos extremos (i.e., \mathcal{P}_{Δ}^I e $\mathcal{P}_{\Delta}^{II}$) e raios extremos (i.e., \mathcal{R}_{Δ}^I e $\mathcal{R}_{\Delta}^{II}$) dos subproblemas SP^I e SP^{II} , respectivamente.

4.3.2 Reformulação de Benders 2 (RB2)

Conforme descrito acima, a desvantagem da RB1 é que as rotas e períodos de entrega determinados no problema mestre PM1 não consideram a presença de janelas de tempo e prazos de entrega, o que pode resultar na geração e adição de um número excessivo de cortes de factibilidade do tipo (4.78), associados ao subproblema SP^{II} , dificultando ainda mais a resolução do problema. Para contornar esta situação, na reformulação apresentada a seguir, as decisões de programação do veículo são mantidas no problema mestre (PM2). Consequentemente, um único subproblema, o SP^I , deve ser resolvido a fim de identificar e adicionar novos cortes de Benders. O problema mestre PM2 é descrito como segue.

$$\min \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} f_c y_{ct} + \sum_{i \in \{0, \bar{\mathcal{C}}\}} \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} \sum_{r=1}^R c_{ij} w_{ijr} + Z_{SP}^I \quad (4.79)$$

sujeito a (4.7)–(4.11), (4.14)–(4.22), (4.24), (4.26)–(4.28) e (4.75)–(4.76).

Observe que no PM2 somente a estimativa do custo Z_{SP}^I e os cortes de Benders (4.75)–(4.76), associados ao subproblema SP^I , são considerados.

4.3.3 Algoritmo *Branch-and-Benders-cut*

Na abordagem de decomposição de Benders clássica, o problema mestre é resolvido otimamente em cada iteração a fim de obter um limitante inferior válido para o valor ótimo da função objetivo do problema original. A seguir, os subproblemas são resolvidos para gerar cortes de Benders e calcular um limitante superior. Estes cortes são adicionados ao problema mestre e o processo é repetido até que a solução ótima seja encontrada. Esta abordagem, entretanto, pode ser muito ineficiente, pois em cada iteração uma nova árvore *branch-and-bound* deve ser construída e um tempo considerável é provavelmente gasto revisitando soluções candidatas exploradas anteriormente (RAHMANIANI *et al.*, 2017).

Alternativamente, dado que cortes de Benders podem ser gerados a partir de qualquer solução do problema mestre (MCDANIEL; DEVINE, 1977), é possível gerar tais cortes a partir das soluções encontradas em qualquer nó da árvore *branch-and-bound* do problema mestre. Desta forma, a decomposição de Benders pode ser utilizada dentro da estrutura de um algoritmo *branch-and-cut*, em que uma única árvore é construída e, então, cortes de Benders gerados e adicionados ao problema mestre em qualquer nó desta árvore (ADULYASAK; CORDEAU; JANS, 2015a). Esta estratégia é frequentemente referida como *Branch-and-Benders-cut* (BBC) e tem sido utilizada com sucesso na literatura recente (veja, por exemplo, Fortz e Poss (2009), Naoum-Sawaya e Elhedhli (2013), Errico *et al.* (2016), de Sá, Morabito e de Camargo (2018a), de Sá, Morabito e de Camargo (2018b)).

Ainda, quando um BBC é utilizado, várias estratégias podem ser utilizadas para produzir os cortes de Benders. Por exemplo, cortes podem ser gerados em cada nó da árvore ou, então, somente quando soluções inteiras para o problema mestre são encontradas. Em qualquer caso, é preciso estabelecer um adequado *trade-off* entre o número de cortes gerados e o esforço computacional requerido. Gerar cortes em cada nó da árvore pode ser ineficiente se muitos cortes são adicionados e um excessivo tempo computacional é gasto resolvendo os subproblemas (NAOUM-SAWAYA; ELHEDHLI, 2013).

Nesta tese, dadas as desvantagens de se resolver o problema mestre de forma ótima a cada iteração, as reformulações de Benders RB1 e RB2 (veja Seções 4.3.1 e 4.3.2, respectivamente), são implementadas dentro da estrutura de um algoritmo do tipo *branch-and-cut*. Como resultado, dois algoritmos do tipo *Branch-and-Benders-cut*, chamados de BBC1 e BBC2, são propostos e avaliados computacionalmente. Nestes BBCs, cortes de Benders são adicionados ao problema mestre unicamente no nó raiz e quando soluções inteiras para o problema mestre são encontradas. Testes preliminares mostraram que esta estratégia é significativamente melhor que gerar cortes de Benders em cada nó da árvore *branch-and-bound*.

4.3.4 Melhorias Computacionais

Nesta seção são apresentadas diferentes estratégias computacionais implementadas no intuito de melhorar o desempenho dos BBCs propostos. Testes computacionais mostram que estas estratégias permitem reduzir o esforço computacional requerido para resolver o problema mestre e melhoram significativamente a qualidade dos limitantes superior e inferior fornecidos pelo método.

4.3.4.1 Desigualdades Válidas

Durante o processo de *branch-and-bound*, diferentes soluções inteiras para o problema mestre são encontradas e, então, avaliadas por meio da resolução dos subproblemas de Benders. Entretanto, é comum que muitas das soluções encontradas na árvore não sejam factíveis para o problema original e um tempo excessivo é então gasto explorando essas soluções. Os seguintes conjuntos de desigualdades são adicionados ao problema mestre a fim

de reduzir as chances das soluções geradas na árvore *branch-and-bound* serem inefectivas para o problema original.

$$\sum_{i \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{S}} w_{ijr} \leq |\mathcal{S}| - 1, \quad \mathcal{S} \subseteq \bar{\mathcal{C}} : |\mathcal{S}| \geq 2, r = 1, \dots, R. \quad (4.80)$$

$$\sum_{t=1}^{l-1} \phi_{irt} \leq 1 - \phi_{0rl}, \quad r = 1, \dots, R, l \in \mathcal{T}, i \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\}. \quad (4.81)$$

$$\sum_{t=l+1}^{|\mathcal{T}|} \phi_{irt} \leq 1 - \phi_{(n+1)rl}, \quad r = 1, \dots, R, l \in \mathcal{T}, i \in \bar{\mathcal{C}}. \quad (4.82)$$

$$\sum_{l \geq t} \phi_{jrl} \geq \phi_{irt} + w_{ijr} - 1, \quad \begin{array}{l} i \in \{0, \bar{\mathcal{C}}\}, j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\}, i \neq j, \\ r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \end{array} \quad (4.83)$$

$$\sum_{l \geq t} \phi_{0(r+1)l} \geq \phi_{(n+1)rt} + \sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0j(r+1)} - 1, \quad r = 1, \dots, R-1, t \in \mathcal{T}. \quad (4.84)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \bar{\delta}_{(n+1)t} \phi_{(n+1)rt} - \sum_{t \in \mathcal{T}} \delta_{0t} \phi_{0rt} \geq \sum_{i=0}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} (\tau_{ij} + 2s_j) w_{ijr}, \quad r = 1, \dots, R : s_{(n+1)} = 0. \quad (4.85)$$

O conjunto de desigualdades (4.80) corresponde a restrições de eliminação de subciclos, que são dinamicamente detectadas e adicionadas ao problema mestre. As restrições (4.81) asseguram que a rota r não pode visitar nenhum nó antes de partir do depósito. Similarmente, (4.82) garantem que a rota r não visita nenhum cliente depois de voltar para o depósito. As desigualdades (4.83) indicam que se o arco (i, j) for percorrido pela rota r , então o cliente j deve ser visitado em um período l igual ou posterior ao período t em que o cliente i é visitado (i.e., $l \geq t$). De forma similar, as restrições (4.84) garantem que a rota $r+1$, se usada, deve partir do depósito em um período l igual ou posterior ao período t em que a rota r retorna ao depósito (i.e., $l \geq t$). Por fim, as desigualdades (4.85) impõem um limitante inferior na duração da rota r . Essas desigualdades garantem que a diferença de tempo entre o final e o início de uma dada rota r deve ser suficiente para incluir, pelo menos, os tempos de viagem e de serviço dos clientes visitados na rota. Observe que nestas restrições, a duração máxima de uma rota que começa no período t e finaliza no período l , $l \geq t$, é dada por $\bar{\delta}_{(n+1)l} - \delta_{0t}$.

4.3.4.2 Desigualdades de Aprimoramento do Limitante Inferior

Outra alternativa para melhorar o desempenho do BBC, e em geral da decomposição de Benders, é adicionar desigualdades válidas que melhorem os limitantes inferiores inicialmente obtidos pelo problema mestre (RAHMANIANI *et al.*, 2017). Este tipo de desigualdades, chamadas de desigualdades de aprimoramento do limitante inferior (LBL, *Lower Bound Lifting*), fornecem informações sobre a parte da função objetivo original que foi removida do problema (i.e., a função objetivo dos subproblemas) e visam reduzir o número de cortes de Benders necessários para fechar o *gap* de otimalidade (ADULYASAK; CORDEAU; JANS, 2015a).

Nas reformulações de Benders propostas, RB1 e RB2, a parte da função objetivo (4.1) que é removida do problema corresponde aos custos de estocagem, que são considerados no subproblema SP^I . Nos problemas mestres PM1 e PM2 a estimativa dos custos de estocagem (i.e., a estimativa do custo do SP^I) é dada por Z_{SP}^I . No começo, esta estimativa pode ser muito fraca e um número excessivo de cortes de Benders do tipo (4.75) devem então ser adicionados ao problema mestre. Para contornar esta questão, os conjuntos de desigualdades (4.86)–(4.91) são adicionados *a priori* ao problema mestre com o objetivo de melhorar as estimativas iniciais dos custos de estocagem. Considere as seguintes variáveis de decisão:

z_{it} : Igual a 1 se há um envio para o cliente i no período t , 0 caso contrário;

q_{ct} : Quantidade do item c que tem sido produzida até o final do período t .

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} z_{it} = 1, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}. \quad (4.86)$$

$$z_{it} \geq \phi_{0rt} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n w_{ijr} - 1, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, t \in \mathcal{T}, r = 1, \dots, R. \quad (4.87)$$

$$I_{c0} + q_{c,t-1} \geq \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{l \leq t} \eta_{cp} d_{pi} z_{il}, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} : q_{c0} := 0. \quad (4.88)$$

$$I_{c0} + q_{ct} - \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{l \leq t} \eta_{cp} d_{pi} z_{il} \geq I_c^{\min}, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.89)$$

$$q_{c,t-1} \leq q_{ct} \leq q_{c,t-1} + M_{ct} y_{ct}, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} : q_{c0} := 0. \quad (4.90)$$

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} h_c \left(I_{c0} + q_{ct} - \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{l \leq t} \eta_{cp} d_{pi} z_{il} \right) \leq Z_{SP}^I \quad (4.91)$$

As restrições (4.86) indicam que somente há um envio para cada cliente ao longo do horizonte de planejamento, enquanto as desigualdades (4.87) determinam o período em que tal envio é realizado. Estas restrições garantem que haja um envio para o cliente i no período t somente se a rota r que visita o cliente i parte do depósito no período t . O conjunto de restrições (4.88) indica que a produção do item c até o final do período $t - 1$, mais o estoque inicial do item c , deve ser suficiente para atender a demanda dos envios realizados até o período t . Similarmente, as restrições (4.89) asseguram que a quantidade do item c restante no final do período t seja suficiente para cobrir o nível de estoque mínimo. As desigualdades (4.90) impõem limites na quantidade de item c produzida até o final do período t . Se não houver produção de item c no período t , então $q_{ct} = q_{c,t-1}$. Caso contrário, a quantidade do item c produzida até o final do período t é tal que $q_{c,t-1} \leq q_{ct} \leq q_{c,t-1} + M_{ct}$ é satisfeita. Por fim, a restrição (4.91) impõe um limitante inferior na estimativa do custo de estocagem.

4.3.4.3 Cortes de Benders Iniciais

McDaniel e Devine (1977) observaram que qualquer ponto ou raio extremo do subproblema dual de Benders (i.e., SP^I ou SP^{II}), independentemente de como for obtido, pode ser usado para gerar cortes de Benders válidos. Tal propriedade implica, por exemplo, que as soluções obtidas ao resolver a relaxação linear do problema mestre podem ser usadas para obter cortes de Benders válidos, com a vantagem de que esta relaxação é muito mais fácil de resolver do que versão inteira correspondente (ERRICO *et al.*, 2016).

Levando em conta a observação anterior, McDaniel e Devine (1977) propuseram um algoritmo de Benders modificado que funciona em dois estágios. No primeiro, ao invés de resolver o problema mestre original (i.e., um MIP), resolve-se a sua relaxação linear a fim de gerar um conjunto inicial de cortes de Benders válidos. No segundo estágio, as restrições de integralidade são retomadas e o problema mestre, que inclui todos os cortes gerados no estágio anterior, é então resolvido normalmente.

Esta ideia pode ser facilmente estendida e aplicada no contexto dos BBCs aqui proposto. No primeiro estágio, o problema mestre é relaxado e, então, resolvido otimamente aplicando a abordagem de Benders clássica. Com isto, um conjunto de cortes válidos iniciais pode ser derivado a partir dos pontos e raios extremos obtidos durante este estágio. No segundo estágio, as restrições de integralidade são retomadas e o BBC é executado normalmente. Observe, entretanto, que o problema mestre a ser resolvido pelo BBC contém um conjunto inicial de cortes de Benders, que pode ajudar a reduzir o esforço computacional requerido. Dada a simplicidade e fácil implementação, esta estratégia tem sido utilizada com sucesso em diversos trabalhos, por exemplo, Rei *et al.* (2009), de Sá, de Camargo e de Miranda (2013), entre outros.

4.3.4.4 Cortes Pareto-ótimo

Frequentemente, o desempenho do algoritmo de decomposição de Benders depende da qualidade dos cortes gerados. Isto é especialmente verdadeiro quando o subproblema dual têm múltiplas soluções ótimas, cada uma fornecendo um corte de Benders potencialmente diferente (ADULYASAK; CORDEAU; JANS, 2015a). A fim de identificar cortes fortes, utiliza-se a abordagem proposta por Papadakos (2008), que garante a obtenção do corte de otimalidade mais forte possível, chamado de corte Pareto-ótimo. Para obter um corte Pareto-ótimo, um subproblema auxiliar composto pelas restrições (4.57)–(4.59) e (4.63)–(4.65), e a função objetivo (4.92) deve ser resolvido logo após o subproblema dual SP^I .

$$\max \left\{ - \sum_{c \in \mathcal{C}} I_{c0} \alpha_{c1} - \sum_{c \in \mathcal{C}} I_{c0} \beta_{c1} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} I_c^{\min} \gamma_{ct} - \sum_{t \in \mathcal{T}} K_t \xi_t - \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} M_{ct} y_{ct}^0 \pi_{ct} \right. \\ \left. - \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{r=1}^R \sum_{t \in \mathcal{T}} M_p \phi_{prt}^0 \sigma_{prt} + \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{r=1}^R \left(\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} d_{pi} w_{ijr}^0 \right) \varepsilon_{pr} \right\} \quad (4.92)$$

Observe que a função objetivo (4.92) do subproblema auxiliar é uma ligeira modifica-

ção da função objetivo (4.70), em que a solução corrente do problema mestre $(\bar{\mathbf{y}}, \bar{\mathbf{w}}, \bar{\boldsymbol{\phi}})$ é trocada por $(\mathbf{y}^0, \mathbf{w}^0, \boldsymbol{\phi}^0)$, que é um ponto no interior do envoltório convexo do problema mestre, chamado de *core point*. Esta nova função objetivo compara todos os possíveis cortes no ponto $(\mathbf{y}^0, \mathbf{w}^0, \boldsymbol{\phi}^0)$ que pertence à região factível do problema mestre. O subproblema auxiliar, portanto, visa maximizar a qualidade do corte de otimalidade a ser adicionado ao problema mestre (MERCIER; CORDEAU; SOUMIS, 2005). Os valores das variáveis duais obtidos após resolver o subproblema auxiliar são então utilizados para construir os cortes de Benders.

Na prática, encontrar um *core point* pode ser uma tarefa muito difícil. Entretanto, embora a qualidade do corte gerado possa ser afetada, utilizar um ponto $(\mathbf{y}^0, \mathbf{w}^0, \boldsymbol{\phi}^0)$ que não esteja no interior do envoltório convexo do problema mestre não evita que o subproblema auxiliar gere um corte de Benders válido para o problema mestre (MERCIER; CORDEAU; SOUMIS, 2005). A implementação aqui proposta segue a ideia de Santoso *et al.* (2005), em que a solução ótima da relaxação linear do problema mestre é utilizada como estimativa do *core point* $(\mathbf{y}^0, \mathbf{w}^0, \boldsymbol{\phi}^0)$. Além disso, dado que o *core point* deve ser atualizado sempre que o subproblema auxiliar for resolvido, o seguinte esquema de aproximação é utilizado (MERCIER; CORDEAU; SOUMIS, 2005; PAPADAKOS, 2008; DE SÁ; DE CAMARGO; DE MIRANDA, 2013):

$$y_{ct}^0 = \frac{1}{2}y_{ct}^0 + \frac{1}{2}\bar{y}_{ct}, \quad c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (4.93)$$

$$w_{ijr}^0 = \frac{1}{2}w_{ijr}^0 + \frac{1}{2}\bar{w}_{ijr}, \quad i \in \mathcal{N}, j \in \mathcal{N}, r = 1, \dots, R \quad (4.94)$$

$$\phi_{irt}^0 = \frac{1}{2}\phi_{irt}^0 + \frac{1}{2}\bar{\phi}_{irt}, \quad i \in \mathcal{N}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T} \quad (4.95)$$

As estratégias de melhoria descritas nesta seção foram implementadas gradativamente a fim de identificar o impacto que cada estratégia pode ter no desempenho dos BBCs propostos. Os resultados, brevemente apresentados no Apêndice A, indicam que os melhores resultados são obtidos quando todas as estratégias propostas são implementadas. Portanto, de agora em diante, BBC1 e BBC2 referem-se aos algoritmos *Branch-and-Benders-cut* aprimorados com todas as estratégias computacionais descritas.

4.4 Heurísticas *relax-and-fix*

A heurística *relax-and-fix* (RF), descrita por Dillenberger *et al.* (1994), é um algoritmo de decomposição largamente utilizado em problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes (ARAUJO; ARENALES; CLARK, 2007; BERARDI *et al.*, 2008; FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2009; FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2010; JAMES; ALMADA-LOBO, 2011; TOSO; MORABITO; CLARK, 2009).

Neste procedimento, o conjunto de variáveis inteiras é particionado em conjuntos disjuntos segundo um critério determinado. Em cada iteração, as variáveis de apenas um desses conjuntos são definidas como inteiras, enquanto as demais variáveis inteiras são

relaxadas. O submodelo resultante, de menor tamanho que o modelo original, é então resolvido. Se uma solução factível é obtida, então as variáveis binárias do submodelo, ou parte delas, são fixadas em seus valores correntes e o processo é repetido para todos os conjuntos restantes.

A principal característica deste procedimento é que a cada iteração resolve-se problemas de menor tamanho, possivelmente mais fáceis de serem resolvidos do que o modelo original. No entanto, uma desvantagem da heurística é que ela não garante que uma solução factível será encontrada, mesmo que tal solução exista.

O modelo LS1V proposto na Seção 4.2 tem várias possibilidades para construir diferentes subconjuntos de variáveis binárias. Na parte de dimensionamento de lotes, as variáveis y_{ct} são indexadas por item e por período. Na parte de roteamento, as variáveis w_{ijr} e ϕ_{irt} são indexadas por nós, rotas e períodos. Esses índices são usados para definir diferentes estratégias de particionamento e fixação de variáveis, o que resulta nas seis diferentes heurísticas RF apresentadas na Tabela 4.2.

As heurísticas RFX1–RFX3 usam o critério clássico de particionar o conjunto de variáveis de acordo com os períodos de tempo. Essas heurísticas diferem umas das outras pelo critério usado para fixar as variáveis em cada iteração. RFX1 fixa as variáveis binárias y_{ct} sem importar se houve produção no período t . Isso significa que $y_{ct} = 1$ não garante que o item c será produzido no período t . A heurística RFX2 fixa as variáveis $y_{ct} = 1$ se houver produção do item c no período t (i.e., se $x_{ct} > 0$), e também fixa $w_{ijr} = 1$ se a rota r começar no período t (ou seja, se $\phi_{0rt} = 1$). Estes critérios para a fixação de variáveis fornecem maior flexibilidade, uma vez que menos variáveis são fixadas em cada iteração e, conseqüentemente, algumas decisões podem ser reavaliadas em iterações posteriores. Alternativamente, a heurística RFX3 também fixa a variável $\phi_{0rt} = 1$ se a rota r começou no período corrente t . Observe que a RFX2 nunca fixa as variáveis ϕ_{0rt} , de modo que, em cada iteração é possível redefinir o período t em que a rota r parte do depósito. Entretanto, na heurística RFX3 essa redefinição não é mais possível, pois ϕ_{0rt} é fixada assim que ela assumir o valor um.

Na heurística RFX4, mantém-se a condição de integralidade nas variáveis w_{ijr} associadas a rota r , assim como de todas as variáveis binárias ϕ_{irt} . A fim de obter uma heurística mais flexível, as variáveis ϕ_{irt} não são fixadas, de modo que podem ser modificadas em cada iteração. Isso implica que, uma vez determinada a rota r , não é possível mudar a

Heurística	Particionamento	Fixação
RFX1	Por período	Fixar y_{ct}
RFX2	Por período	Fixar y_{ct} se $x_{ct} > 0$ e w_{ijr} se $\phi_{0rt} = 1$
RFX3	Por período	Fixar y_{ct} se $x_{ct} > 0$ e w_{ijr}, ϕ_{0rt} se $\phi_{0rt} = 1$
RFX4	Por rota	Fixar w_{ijr}
RFX5	Dimensionamento e roteamento	Fixar y_{ct}
RFX6	Roteamento e dimensionamento	Fixar w_{ijr}, ϕ_{irt}

Tabela 4.2: Estratégias de particionamento e fixação de variáveis utilizadas na heurística *relax-and-fix*.

ordem em que seus clientes são visitados, porém é permitido mudar o período em que cada cliente da rota é visitado. Em testes preliminares, também tentou-se relaxar e fixar as variáveis ϕ_{irt} , de tal forma que um número menor de variáveis binárias deve ser determinado em cada iteração. Entretanto, esta última estratégia levou a resultados pobres, com a heurística falhando, na maioria dos casos, para encontrar soluções factíveis para o problema.

As heurísticas RFX5 e RFX6 estão baseadas na ideia de decompor o problema em duas partes. Na heurística RFX5, inicialmente relaxa-se todas as variáveis associadas as decisões de roteamento e resolve-se o subproblema resultante de dimensionamento de lotes. Se uma solução factível for encontrada, as variáveis y_{ct} são fixadas em seus valores correntes, e então resolve-se o subproblema de roteamento com restrições de integralidade. Observe que fixando apenas as variáveis y_{ct} permite-se que as demais decisões de dimensionamento de lotes sejam reavaliadas na fase de roteamento.

Similarmente, na heurística RFX6 primeiro resolve-se a parte de roteamento, considerando todas as variáveis de dimensionamento de lotes como contínuas. Em seguida, fixam-se apenas as variáveis binárias de roteamento (i.e., w_{ijr} e ϕ_{irt}) e resolve-se o subproblema de dimensionamento de lotes resultante considerando as restrições de integralidade. Novamente, a fim de ganhar flexibilidade, permite-se que as decisões de roteamento associadas a variáveis contínuas sejam reavaliadas junto com as decisões de dimensionamento de lotes.

Testes preliminares mostraram que é difícil encontrar soluções factíveis do problema quando o segundo estágio das heurísticas RFX5 e RFX6 não pode reavaliar algumas das decisões tomadas no estágio anterior. A ideia de permitir que as heurísticas reavaliem algumas decisões no segundo estágio do processo visa superar essa questão.

4.5 Experimentos Computacionais

Nesta seção, apresenta-se os resultados computacionais do *solver* de otimização comercial CPLEX, os BBCs e as heurísticas RF em um conjunto de exemplares gerados aleatoriamente, descritos na Seção 4.5.1. O modelo LS1V, os BBCs e as heurísticas RF foram implementados em C++ usando o *Concert Technology* da IBM e resolvidos usando o *solver* CPLEX 12.6.1 com configurações padrão. Todos os experimentos foram executados em computadores com dois processadores Intel Xeon 3,07 GHz e 96 GB de memória. Testes preliminares com o BBC do CPLEX, disponível a partir do CPLEX 12.7, mostraram que os dois BBCs aqui propostos são significativamente melhores e, portanto, resultados obtidos pelo BBC do CPLEX não são aqui apresentados.

Em cada iteração das heurísticas RF, um modelo de programação inteira mista deve ser resolvido. Embora menores que o modelo LS1V, estes submodelos podem ainda ser difíceis de serem resolvidos. Portanto, se um dado submodelo não é resolvido otimamente dentro de um limite de tempo predefinido, sua execução é interrompida e a melhor solução encontrada, se alguma, é analisada. Um limite de tempo computacional total de três horas é estabelecido para cada exemplar. Este limite parece ser aceitável para apoiar a tomada

de decisões em ambientes práticos de empresas de móveis.

4.5.1 Geração de exemplares

A fim de entender os processos de produção e distribuição, e coletar informações relevantes do problema, várias visitas foram realizadas a uma empresa brasileira de móveis localizada no interior do estado de São Paulo. Entretanto, devido à não disponibilidade de todos os dados necessários, os exemplares foram gerados com base em procedimentos da literatura, especialmente aqueles propostos por Gramani, França e Arenales (2009), para um problema de corte de estoque em empresas de móveis, e Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011), para um PRP com múltiplos produtos.

Os exemplares gerados são de porte moderado no sentido de que consideram um número pequeno de produtos finais que devem ser produzidos para atender a demanda de um conjunto de clientes em um horizonte de planejamento relativamente curto (geralmente uma semana). O número de produtos finais ($|\mathcal{P}|$), itens ($|\mathcal{C}|$) e clientes (n) são $\{2, 3\}$, $\{3, 5\}$ e $\{5, 10, 15\}$, respectivamente. O horizonte de planejamento é fixado em 5 períodos para todos os exemplares. Para cada combinação de produtos, itens e clientes, cinco réplicas foram realizadas, o que resulta em um total de 60 exemplares. A Tabela 4.3 apresenta a forma como determinou-se os parâmetros restantes.

A largura e o comprimento de cada item c foram definidos para estimar os custos de estocagem e de preparação, bem como os tempos e pesos unitários, em função do tamanho dos itens. Portanto, quanto maior o tamanho do item, maior é seu custo de preparação e de estocagem. Da mesma forma, quanto maior o tamanho, maior o tempo e o peso de processamento unitários. O fator 3,5 é usado para ajustar a capacidade de produção,

Unidades do item c requeridos por unidade do produto p	η_{cp}	$U[0, 5]$
Largura (W_c) e comprimento (L_c) do item c	W_c, L_c	$U[20, 50]$
Custo de estocagem unitário do item c	h_c	$0,001 \cdot W_c \cdot L_c$
Custo fixo de preparação do item c	f_c	$1.000 \cdot h_c$
Tempo de processamento unitário do item c	ρ_c	$\frac{W_c \cdot L_c}{2.500}$
Demanda do produto p no cliente i	d_{pi}	$U[10, 100]$
Capacidade de produção no período t	K_t	$3,5 \left\lceil \frac{\sum_{c \in \mathcal{C}} \rho_c \left(\sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{i \in \mathcal{N}} d_{pi} \eta_{cp} \right)}{ \mathcal{T} } \right\rceil$
Nível de estoque inicial (mínimo) do item c	$I_{c0}(I_c^{\min})$	$\left\lceil \frac{\left(\sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{i \in \mathcal{N}} d_{pi} \eta_{cp} \right)}{ \mathcal{T} } \right\rceil$
Coordenadas do nó i	(X_i, Y_i)	$U[0, 500]$
Tempo de viagem do nó i para o nó j	τ_{ij}	$\left\lceil \frac{60}{100} \left(\sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2} \right) \right\rceil$
Custo de viagem do nó i para o nó j	c_{ij}	$\left\lceil \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2} \right\rceil$
Peso unitário do produto p	φ_p	$\lceil 0,001 \cdot \sum_{c \in \mathcal{C}} W_c \cdot L_c \cdot \eta_{cp} \rceil$
Capacidade de veículo	θ	$\sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{i \in \mathcal{N}} d_{pi} \cdot \varphi_p$
Janela de tempo do nó $i \in \{0, \bar{\mathcal{C}}\}$ no período t	$[\delta_{it}, \bar{\delta}_{it}]$	$[480 + 1.440(t-1), 1.080 + 1.440(t-1)]$
Janela de tempo do nó $n+1$ no período t	$[\bar{\delta}_{(n+1)t}, \delta_{(n+1)t}]$	$[1.440(t-1), 1.440t]$
Tempo de carga/descarga por unidade de peso	λ	$1/50$
Prazo de entrega do cliente $i \in \bar{\mathcal{C}}$	Δ_i	$\bar{\delta}_i / \mathcal{T} $
Máximo número de rotas no horizonte de planejamento	R	n

Tabela 4.3: Parâmetros utilizados para gerar exemplares aleatórios para o cenário com único veículo.

como nos trabalhos de Trigeiro, Thomas e McClain (1989), Toledo e Armentano (2006) e Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011). Quanto às janelas de tempo, adotou-se a prática comum na indústria moveleira brasileira, em que os clientes podem ser visitados a qualquer momento dentro do horário regular de trabalho. O veículo também deve partir do depósito dentro desse horário, mas pode voltar a qualquer momento (i.e., o depósito está sempre aberto para o retorno do veículo). Além disso, dado que considera-se um horizonte de planejamento relativamente curto (5 dias), os prazos de entrega dos clientes correspondem ao fim da janela de tempo do último período. O tempo de carga/descarga por unidade de peso foi estabelecido em 1/50 min/kg, ou seja, considera-se que cinquenta quilogramas são carregados/descarregados por minuto. Finalmente, assume-se que o número máximo de rotas permitidas ao longo do horizonte de planejamento é igual ao número de clientes n .

4.5.2 Desempenho do CPLEX e dos algoritmos *Branch-and-Benders-cut*

A Tabela 4.4 mostra os resultados médios obtidos pelo *solver* CPLEX e os BBCs propostos. A primeira coluna indica o número de clientes considerados no problema. As colunas “UB”, “LB”, “Gap(%)”, “#Nós” e “CPU(s)” correspondem aos valores médios dos limitantes superior e inferior, o gap de otimalidade, o número de nós explorados na árvore *branch-and-bound* e o tempo computacional, respectivamente. A coluna “Dev(%)” representa o desvio relativo médio entre os limitantes superiores obtidos pelas abordagens de solução e é calculado conforme (4.96), em que UB^{CPLEX} e UB^{BBC} denotam o valor do limitante superior obtido pelo *solver* e os BBCs, respectivamente. Valores negativos indicam que o limitante superior fornecido pelo *solver* é melhor que aquele obtido pelo correspondente BBC.

$$\text{Dev}(\%) = \left(\frac{UB^{CPLEX} - UB^{BBC}}{UB^{CPLEX}} \right) \times 100. \quad (4.96)$$

Por fim, as colunas “#Sol”, “#Melhor” e “#Ótimos” mostram o número de soluções factíveis, o número de melhores soluções e o número de soluções ótimas encontradas por cada método, respectivamente. Os resultados computacionais detalhados do CPLEX e dos BBCs são reportados no Apêndice A.

Conforme é possível observar na Tabela 4.4, todos os métodos foram capazes de encontrar a solução ótima para todos os exemplares com $n = 5$ clientes em curtos tempos computacionais. Os BBCs, entretanto, precisaram de um tempo computacional menor que o requerido pelo CPLEX (13,78, 18,10 e 87,58 segundos, respectivamente).

Para exemplares com $n = 10$ clientes, o CPLEX teve um desempenho ligeiramente superior aos BBCs em termos da qualidade dos limitantes superiores, com médias de 44.024,35, 44.109,55 e 44.035,39, respectivamente. Os desvios médios dos BBCs foram de $-0,19\%$ e $-0,03\%$, respectivamente, o que ressalta que soluções de qualidade muito próxima a aquelas fornecidas pelo CPLEX foram encontradas.

n	Método	UB	LB	Gap(%)	#Nós	CPU(s)	Dev(%)	#Sol	#Melhor	#Ótimos
5	CPLEX	29.336,94	29.336,94	0,00	14.273	87,58	–	20	20	20
	BBC1	29.336,94	29.336,94	0,00	4.057	13,78	0,00	20	20	20
	BBC2	29.336,94	29.336,94	0,00	2.317	18,10	0,00	20	20	20
10	CPLEX	44.024,35	43.404,03	1,38	387.061	10.536,38	–	20	17	2
	BBC1	44.109,55	43.689,44	0,90	477.761	8.893,71	–0,19	20	13	9
	BBC2	44.035,39	43.624,53	0,91	423.505	9.638,28	–0,03	20	14	7
15	CPLEX	48.653,35	45.453,60	6,16	181.957	10.800,00	–	9	0	0
	BBC1	48.007,05	45.592,53	5,00	352.402	10.800,00	0,90	14	0	0
	BBC2	46.998,80	45.447,56	3,24	348.248	10.800,00	3,04	17	17	0

Tabela 4.4: Comparação dos resultados médios do CPLEX e os BBCs.

Em termos do número de melhores soluções encontradas, o CPLEX também apresentou o melhor desempenho, seguido pelo BBC2 e BBC1, nessa ordem. Estes últimos, entretanto, foram capazes de provar a otimalidade da solução encontrada um maior número de vezes, em decorrência dos melhores limitantes inferiores fornecidos. O CPLEX somente provou a otimalidade para 2 dos 17 exemplares em que encontrou a melhor solução, enquanto o BBC1 e o BBC2 conseguiram provar a otimalidade da solução encontrada para 9 e 7 exemplares, respectivamente.

Para exemplares com $n = 15$ clientes, nenhuma abordagem foi capaz de fornecer soluções factíveis para todos os exemplares. Portanto, os valores médios apresentados na Tabela 4.4 correspondem aos casos em que todas as abordagens foram capazes de fornecer pelo menos uma solução factível (i.e., 9 dos 20 exemplares). O pior desempenho foi apresentado pelo CPLEX, que somente encontrou soluções factíveis para 9 casos. Já o BBC1 e o BBC2 forneceram soluções factíveis para 14 e 17 dos exemplares, respectivamente. Conforme observado, o BBC2 teve o melhor desempenho dentre as três abordagens, fornecendo a melhor solução para todos os exemplares em que uma solução factível foi encontrada. Em média, as soluções encontradas pelo BBC2 são 3,04% melhores que aquelas obtidas pelo CPLEX. Similarmente, as soluções obtidas pelo BBC1 são, em média, 0,90% melhores que as fornecidas pelo *solver*.

Embora não seja explicitamente apresentado, os resultados da Tabela 4.4 também mostram que o BBC2 teve, em média, um melhor desempenho que o BBC1. Para exemplares com $n = 5$ clientes, ambos os métodos foram capazes de encontrar as soluções ótimas em tempos computacionais curtos. Já para exemplares com $n \geq 10$, o BBC2 foi ligeiramente superior, fornecendo melhores limitantes superiores e um maior número de soluções factíveis.

A vantagem do BBC2 é, principalmente, o uso de um problema mestre melhor informado, em que decisões de roteamento e programação do veículo são tomadas de forma conjunta. No BBC1, entretanto, as decisões de roteamento são primeiro tomadas pelo problema mestre e, então, avaliadas pelo subproblema SP^{II} , que determina se as rotas geradas são factíveis do ponto de vista das restrições de janelas de tempo e prazos de entrega. Dado que o mestre PM1, utilizado no BBC1, não considera essas restrições,

muitas soluções infactíveis são geradas na árvore *branch-and-bound*, prejudicando assim o desempenho do método.

A fim de mostrar a importância de integrar decisões de produção e distribuição, as melhores soluções encontradas pelas abordagens propostas são comparadas com uma abordagem sequencial que imita a prática real em empresas do setor moveleiro. Inicialmente, o roteamento e a programação do veículo são decididos com o objetivo de minimizar apenas os custos de roteamento. Em seguida, uma vez que as decisões de roteamento são conhecidas, as quantidades dos produtos transportados em cada rota são usadas para estimar a demanda de cada item em cada período. Essas demandas são então usadas como dado de entrada para determinar um plano de produção que minimize os custos de preparação e estocagem ao longo do horizonte de planejamento. Portanto, nesta abordagem sequencial primeiro resolve-se um problema de roteamento e programação de veículos com múltiplas viagens para obter o plano de entregas e, em seguida, resolve-se o problema de dimensionamento de lotes com múltiplos itens para determinar o tamanho dos lotes de produção e os níveis de estoque em cada período.

Esse procedimento sequencial pode falhar em retornar uma solução factível, já que o planejamento da produção pode não ser capaz de atender a demanda imposta pelo roteamento (por exemplo, porque não há capacidade suficiente para atender a demanda dentro dos prazos estabelecidos). Na prática, essa situação desencadeia um processo de ajuste tedioso e demorado, no qual o programa de entregas é modificado até que um plano de produção factível seja alcançado. A abordagem sequencial proposta não considera tal procedimento de ajuste, pois o principal objetivo desta análise é, de fato, mostrar que tal abordagem fornece soluções com maior custo total ou não consegue encontrar uma solução factível.

Convém ressaltar que, no contexto do problema aqui considerado, uma abordagem de solução sequencial em que a ordem das decisões é invertida (i.e., primeiro produção, depois distribuição) resulta geralmente em soluções infactíveis, em que o veículo não consegue atender as demandas dos clientes respeitando restrições de janelas de tempo e prazos de entrega, dado o plano de produção previamente determinado. Isto deve-se a que as decisões de produção são tomadas sem levar em consideração os longos tempos de viagem requeridos na distribuição, o que resulta em planos de produção que tornam inviável a entrega dos produtos. Por esse motivo, esta segunda estratégia sequencial não foi explorada como uma alternativa para tratar o problema considerado.

As Tabelas 4.5–4.7 apresentam as diferentes parcelas de custo da solução obtida e o tempo computacional requerido quando o problema é resolvido de forma sequencial e integrada, respectivamente. Na abordagem integrada, as soluções obtidas pelo CPLEX são utilizadas para os exemplares com 5 e 10 clientes. Já para os exemplares com 15 clientes, consideram-se as soluções obtidas pelo BBC2, dado que este método obteve os melhores resultados (veja Tabela 4.4). A coluna “Variação(%)” mostra a mudança nas diferentes parcelas do custo total quando o planejamento é feito de forma integrada. Valores positivos (negativos) denotam a percentagem de aumento (redução) na parcela de custo correspondente. O símbolo “*” mostra os exemplares em que a abordagem sequen-

cial falhou (i.e., o problema de dimensionamento de lotes resultou infactível), enquanto o símbolo “–” indica exemplares em que a abordagem integrada não encontrou nenhuma solução factível dentro do limite de tempo computacional estabelecido. A coluna “Variação(%)”, apenas reporta valores para exemplares em que ambas as estratégias retornaram pelo menos uma solução factível.

Com base nos resultados reportados nas Tabelas 4.5–4.7, é evidente que resolver o problema de forma integrada, utilizando o CPLEX ou os BBCs, requer maior esforço computacional que a abordagem sequencial. Entretanto, como esperado, as soluções retornadas quando o problema é abordado de forma integrada têm um custo melhor (i.e., são mais baratas) que aquelas obtidas usando uma abordagem sequencial. Em média, com a abordagem integrada foi possível obter reduções no custo total de 6,21%, 10,99% e 12,77% para exemplares com 5, 10 e 15 clientes, respectivamente.

Uma razão para estes resultados é que a abordagem integrada visa atingir o custo total mais baixo possível considerando simultaneamente os custos de preparação, estocagem e roteamento, enquanto na abordagem sequencial cada parcela do custo total é otimizada independentemente uma da outra. Observe que um *trade-off* melhor entre custos de estocagem, preparação e roteamento é atingido: aumentos nos custos de preparação e roteamento são largamente compensados por reduções no custo de estocagem, que representa a parcela de custo mais importante nos exemplares considerados.

Observa-se também que ao resolver o problema de forma integrada é possível encontrar pelo menos uma solução factível para a maioria dos exemplares, enquanto a abordagem sequencial falha na maioria dos casos com $n = 15$ clientes. Isso ocorre porque nesta abordagem as decisões de roteamento são tomadas independentemente do impacto que elas possam causar nas decisões de produção. Assim, uma solução ótima ou quase ótima para o problema de roteamento pode levar a um problema infactível no lado da produção. Tal situação não ocorre na abordagem integrada, em que decisões de produção e distribuição são tomadas conjuntamente.

4.5.3 Desempenho das heurísticas *relax-and-fix*

Nesta seção apresentam-se os resultados das heurísticas RF propostas na Seção 4.4. Os resultados para $n = 5$ clientes não são reportados, pois nenhuma das heurísticas foi competitiva com o CPLEX ou os BBCs. Esse resultado era esperado, pois o CPLEX e os BBCs encontram soluções ótimas para todos os exemplares com $n = 5$ clientes em tempos computacionais muito curtos. O melhor desempenho foi atingido pelas heurísticas RFX4, que encontrou soluções com desvio médio, em relação ao ótimo, de 0,07%.

A Tabela 4.8 mostra os resultados médios das heurísticas RF. Para cada heurística, as colunas “UB^H”, “Gap(%)”, “Dev(%)” e “CPU(s)” reportam os valores médios da função objetivo da solução encontrada, o *gap* de otimalidade em relação ao melhor limitante inferior conhecido (LB*), o desvio relativo em relação ao melhor limitante superior conhecido (UB*) e o tempo computacional, em segundos, respectivamente. Os valores de LB* e UB* foram obtidos a partir dos resultados do CPLEX e os BBCs, reportados na

Exemplar	Abordagem Sequencial					Abordagem Integrada					Variação(%)				
	Custo Total	Estoquegem	Preparação	Roteamento	CPU(s)	Custo Total	Estoquegem	Preparação	Roteamento	CPU(s)	Custo Total	Estoquegem	Preparação	Roteamento	
1	13.055,19	7.167,19	5.192,00	696,00	0,22	12.382,36	6.199,36	5.192,00	991,00	40,07	-5,15	-13,50	0,00	42,39	
2	17.386,57	12.459,57	3.927,00	1.000,00	0,28	16.540,51	11.543,51	3.927,00	1.070,00	14,16	-4,87	-7,35	0,00	7,00	
3	15.291,56	11.149,56	2.976,00	1.166,00	0,14	14.848,74	7.910,74	5.052,00	1.886,00	22,85	-2,90	-29,05	69,76	61,75	
4	19.634,48	15.246,48	3.381,00	1.007,00	0,38	18.313,76	10.381,76	5.887,00	2.045,00	24,47	-6,73	-31,91	74,12	103,08	
5	23.572,30	18.194,30	4.198,00	1.180,00	0,22	22.356,50	16.705,50	4.198,00	1.453,00	40,16	-5,16	-8,18	0,00	23,14	
6	31.855,60	22.528,60	8.474,00	853,00	0,18	30.410,35	20.995,35	8.474,00	941,00	23,50	-4,54	-6,81	0,00	10,32	
7	28.328,57	19.333,57	7.822,00	1.173,00	0,14	27.106,13	18.035,13	7.822,00	1.249,00	47,17	-4,32	-6,72	0,00	6,48	
8	29.704,99	20.756,99	7.799,00	1.149,00	0,32	28.632,54	19.125,54	7.799,00	1.708,00	24,18	-3,61	-7,86	0,00	48,65	
9	39.219,30	28.898,30	8.946,00	1.375,00	0,26	36.794,33	23.236,33	12.005,00	1.553,00	165,36	-6,18	-19,59	34,19	12,95	
10	48.061,05	35.520,05	11.513,00	1.028,00	0,22	44.480,04	30.547,04	12.635,00	1.298,00	332,21	-7,45	-14,00	9,75	26,26	
11	36.928,96	29.265,96	6.779,00	884,00	0,23	32.251,10	21.851,10	9.180,00	1.220,00	68,32	-12,67	-25,34	35,42	38,01	
12	31.981,21	24.911,21	6.010,00	1.060,00	0,20	28.966,26	19.723,26	7.882,00	1.361,00	48,46	-9,43	-20,83	31,15	28,40	
13	27.324,65	19.817,65	6.418,00	1.080,00	0,23	25.535,43	17.825,43	6.418,00	1.292,00	30,03	-6,55	-10,05	0,00	18,64	
14	31.638,52	24.785,52	6.076,00	777,00	0,27	28.523,15	19.151,15	8.188,00	1.184,00	68,14	-9,85	-22,73	34,76	52,38	
15	22.215,18	14.819,18	6.125,00	1.271,00	0,27	21.009,33	11.866,33	7.016,00	2.127,00	48,41	-5,43	-19,93	14,55	67,35	
16	52.210,08	39.759,08	11.507,00	944,00	0,29	47.639,32	33.108,32	12.819,00	1.712,00	229,03	-8,75	-16,73	11,40	81,36	
17	37.883,87	28.507,87	8.171,00	1.205,00	0,25	35.868,20	26.158,20	8.171,00	1.539,00	49,04	-5,32	-8,24	0,00	27,72	
18	50.936,68	40.699,68	9.357,00	880,00	0,43	46.326,40	32.265,40	12.781,00	1.280,00	288,03	-9,05	-20,72	36,59	45,45	
19	42.469,30	31.764,30	9.038,00	1.667,00	0,25	40.218,10	24.939,10	12.632,00	2.647,00	121,03	-5,30	-21,49	39,77	58,79	
20	28.813,06	20.084,06	7.686,00	1.043,00	0,29	28.536,27	19.112,27	7.686,00	1.738,00	66,92	-0,96	-4,84	0,00	66,63	
Média	31.425,56	23.283,46	7.069,75	1.072,35	0,25	29.336,94	19.534,04	8.288,20	1.514,70	87,58	-6,21	-15,79	19,57	41,34	

Tabela 4.5: Benefícios de integrar decisões de produção e distribuição - $n = 5$ clientes.

Exemplar	Abordagem Sequencial						Abordagem Integrada						Variação(%)							
	Custo Total		Estocagem		Roteamento		CPU(s)		Preparação		Roteamento		CPU(s)		Estocagem		Preparação		Roteamento	
1	36.793,70	27.617,70	8.034,00	1.142,00	1.142,00	626,42	32.472,89	23.351,89	7.074,00	2.047,00	10.800,00	-11,74	-15,45	-11,95	79,25					
2	39.532,18	30.067,18	7.914,00	1.551,00	1.551,00	25,12	34.385,96	25.632,96	6.906,00	1.847,00	10.800,00	-13,02	-14,75	-12,74	19,08					
3	44.820,54	36.229,54	7.241,00	1.350,00	1.350,00	24,59	39.592,76	26.734,76	10.496,00	2.362,00	8.816,32	-11,66	-26,21	44,95	74,96					
4	32.833,78	21.625,78	9.838,00	1.370,00	1.370,00	19,44	29.437,46	21.009,46	6.620,00	1.808,00	7.511,34	-10,34	-2,85	-32,71	31,97					
5	34.884,56	28.453,56	5.169,00	1.262,00	1.262,00	13,15	31.008,98	20.844,98	8.094,00	2.070,00	10.800,00	-11,11	-26,74	56,59	64,03					
6	48.681,10	36.169,10	11.025,00	1.487,00	1.487,00	15,10	44.665,86	29.328,86	12.957,00	2.380,00	10.800,00	-8,25	-18,91	17,52	60,05					
7	52.357,10	40.425,10	10.185,00	1.747,00	1.747,00	164,08	47.634,07	33.200,07	11.456,00	2.978,00	10.800,00	-9,02	-17,87	12,48	70,46					
8	45.558,32	35.709,32	8.312,00	1.537,00	1.537,00	12,32	41.058,66	28.559,66	10.616,00	1.883,00	10.800,00	-9,88	-20,02	27,72	22,51					
9	47.812,04	36.481,04	9.538,00	1.793,00	1.793,00	7,01	42.741,94	29.386,94	11.122,00	2.233,00	10.800,00	-10,60	-19,45	16,61	24,54					
10	59.431,28	45.563,28	12.384,00	1.484,00	1.484,00	38,82	52.878,70	38.369,70	11.989,00	2.520,00	10.800,00	-11,03	-15,79	-3,19	69,81					
11	59.786,25	47.073,25	11.160,00	1.553,00	1.553,00	188,20	51.850,10	38.316,10	11.262,00	2.272,00	10.800,00	-13,27	-18,60	0,91	46,30					
12	44.729,33	34.880,33	8.384,00	1.465,00	1.465,00	30,76	40.013,89	27.711,89	10.408,00	1.894,00	10.800,00	-10,54	-20,55	24,14	29,28					
13	30.153,09	22.531,09	6.290,00	1.332,00	1.332,00	93,35	27.563,59	19.200,59	6.290,00	2.073,00	10.800,00	-8,59	-14,78	0,00	55,63					
14	47.952,65	39.923,65	6.656,00	1.373,00	1.373,00	83,72	42.281,83	29.163,83	10.592,00	2.526,00	10.800,00	-11,83	-26,95	59,13	83,98					
15	45.035,91	34.289,91	9.308,00	1.438,00	1.438,00	174,50	39.922,32	27.087,32	9.308,00	2.927,00	10.800,00	-11,35	-19,26	0,00	103,55					
16	62.075,59	49.360,59	11.224,00	1.491,00	1.491,00	7,77	54.641,47	41.304,47	11.145,00	2.192,00	10.800,00	-11,98	-16,32	-0,70	47,02					
17	64.477,84	49.966,84	12.914,00	1.597,00	1.597,00	8,08	57.149,86	40.946,86	14.002,00	2.201,00	10.800,00	-11,37	-18,05	8,42	37,82					
18	50.122,22	37.444,22	11.162,00	1.516,00	1.516,00	73,47	44.365,74	31.947,74	10.147,00	2.271,00	10.800,00	-11,48	-14,08	-9,09	49,80					
19	*	*	*	*	*	*	68.961,62	49.150,62	17.788,00	2.023,00	10.800,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-
20	65.544,54	53.028,54	11.173,00	1.343,00	1.343,00	36,85	57.859,25	41.827,25	14.134,00	1.898,00	10.800,00	-11,73	-21,12	26,50	41,33					
Média	48.030,63	37.202,11	9.363,74	1.464,79	1.464,79	86,46	44.024,35	31.183,80	10.620,30	2.220,25	10.536,38	-10,99	-18,33	11,82	53,23					

Tabela 4.6: Benefícios de integrar decisões de produção e distribuição - $n = 10$ clientes.

Exemplar	Abordagem Sequencial					Abordagem Integrada					Variação(%)			
	Custo Total	Estoque	Preparação	Roteamento	GPU(s)	Custo Total	Estoque	Preparação	Roteamento	GPU(s)	Custo Total	Estoque	Preparação	Roteamento
41	*	*	*	*	*	56.509,96	30.380,96	22.800,00	3.329,00	10.800,00	-	-	-	-
42	54.886,02	44.742,02	8.512,00	1.632,00	915,64	48.818,07	33.329,07	12.320,00	3.169,00	10.800,00	-11,06	-25,51	44,74	94,18
43	49.608,04	38.212,04	9.782,00	1.614,00	782,43	43.359,13	31.220,13	9.782,00	2.357,00	10.800,00	-12,60	-18,30	0,00	46,03
44	48.740,84	36.440,84	10.498,00	1.802,00	51,41	42.399,60	30.922,60	9.308,00	2.169,00	10.800,00	-13,01	-15,14	-11,34	20,37
45	47.342,09	37.097,09	8.768,00	1.477,00	40,38	41.327,28	30.260,28	8.768,00	2.299,00	10.800,00	-12,70	-18,43	0,00	55,65
46	*	*	*	*	*	75.927,92	47.860,92	25.032,00	3.035,00	10.800,00	-	-	-	-
47	*	*	*	*	*	95.921,64	70.137,64	22.237,00	3.547,00	10.800,00	-	-	-	-
48	*	*	*	*	*	65.230,40	46.260,40	15.980,00	2.990,00	10.800,00	-	-	-	-
49	*	*	*	*	*	63.698,23	43.309,23	17.433,00	2.956,00	10.800,00	-	-	-	-
50	*	*	*	*	*	74.461,32	52.792,32	18.653,00	3.016,00	10.800,00	-	-	-	-
51	*	*	*	*	*	57.086,51	37.961,51	15.664,00	3.461,00	10.800,00	-	-	-	-
52	57.522,20	47.578,20	8.448,00	1.496,00	5.400,01	47.324,61	27.696,61	16.041,00	3.587,00	10.800,00	-17,73	-41,79	89,88	139,77
53	*	*	*	*	*	63.383,34	42.927,34	17.652,00	2.804,00	10.800,00	-	-	0,00	-
54	35.206,36	26.616,36	6.896,00	1.694,00	669,58	31.451,25	21.879,25	6.896,00	2.676,00	10.800,00	-10,67	-17,80	-	57,97
55	36.200,16	26.677,16	7.638,00	1.945,00	490,46	32.042,38	22.491,38	6.728,00	2.823,00	10.800,00	-11,63	-15,69	-11,91	45,14
56	*	*	*	*	*	-	-	-	-	10.800,00	-	-	-	-
57	*	*	*	*	*	-	-	-	-	10.800,00	-	-	-	-
58	*	*	*	*	*	77.725,47	51.506,47	22.864,00	3.355,00	10.800,00	-	-	-	-
59	*	*	*	*	*	-	-	-	-	10.800,00	-	-	-	-
60	*	*	*	*	*	69.928,01	43.587,01	22.944,00	3.397,00	10.800,00	-	-	-	-
Média	47.080,82	36.766,24	8.648,86	1.665,71	1.192,84	58.035,01	39.089,60	15.947,18	2.998,24	10.800,00	-12,77	-21,81	15,91	65,59

Tabela 4.7: Benefícios de integrar decisões de produção e distribuição - $n = 15$ clientes.

Seção 4.5.2. As colunas “#Sol”, “#Melhor” e “#Ótimos” mostram o número de soluções factíveis, o número de melhores soluções que a melhor conhecida até o momento e o número de soluções ótimas encontradas por cada método, respectivamente. Os resultados computacionais detalhados das heurísticas RF são apresentados no Apêndice A.

Para uma determinada heurística RF, cada entrada das colunas “Gap(%)” e “Dev(%)” é calculada de acordo com (4.97) e (4.98), respectivamente. Valores negativos na coluna “Dev(%)” correspondem a exemplares em que a heurística encontrou uma solução com menor custo que a melhor solução conhecida até o momento.

$$\text{Gap}(\%) = \left(\frac{\text{UB}^H - \text{LB}^*}{\text{UB}^H} \right) \times 100. \quad (4.97)$$

$$\text{Dev}(\%) = \left(\frac{\text{UB}^H - \text{UB}^*}{\text{UB}^*} \right) \times 100. \quad (4.98)$$

Para exemplares com $n = 10$ clientes, RFX4 atingiu os melhores resultados em termos do custo total e esforço computacional. Embora esta heurística não tenha encontrado melhores soluções, os desvios em relação à melhor solução conhecida indicam que as soluções obtidas pela heurística são de relativamente boa qualidade, com desvio médio de 1,60%. Similarmente, os *gaps* em relação ao melhor limitante inferior conhecido sugerem que as soluções encontradas estão perto da solução ótima do problema, com uma média de 1,92%. Além disso, a RFX4 é capaz de encontrar tais soluções de alta qualidade em menos tempo computacional do que o requerido pelo CPLEX e os BBCs (3.279,85 segundos, em média), o que representa uma vantagem quando aplicada em contextos práticos.

A heurística RFX2 também apresenta bons resultados, encontrando a solução ótima para dois exemplares (i.e., 25 e 32) e soluções de boa qualidade para os 18 exemplares restantes, que apresentam desvio e *gap* médios de somente 1,77% e 2,09%, respectivamente. Similarmente à heurística RFX4, a RFX2 também é capaz de encontrar soluções

n	Método	UB^H	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Sol	#Melhor	#Ótimos
10	RFX1	44.957,88	2,59	2,28	10.800,00	20	0	0
	RFX2	44.815,71	2,09	1,77	3.354,26	20	0	2
	RFX3	44.371,69	5,74	5,92	6.607,55	18	0	0
	RFX4	44.628,08	1,92	1,60	3.279,85	20	0	0
	RFX5	43.613,37	2,47	2,21	8.185,79	19	0	3
	RFX6	47.046,51	7,12	7,33	5.400,06	20	0	0
15	RFX1	65.430,30	5,18	1,64	10.800,00	20	0	0
	RFX2	58.042,07	3,41	0,32	5.397,18	17	4	0
	RFX3	58.665,14	4,67	1,81	5.216,28	17	2	0
	RFX4	53.254,25	5,51	3,19	5.470,19	12	2	0
	RFX5	71.220,26	9,42	4,44	10.800,00	18	1	0
	RFX6	64.991,19	7,08	4,04	5.400,06	19	0	0

Tabela 4.8: Comparação dos resultados médios das heurísticas *relax-and-fix*.

de alta qualidade em tempos computacionais bem mais curtos que os requeridos pelas abordagens exatas (3.354,26 segundos, em média), o que também a torna uma alternativa interessante para uso prático.

A heurística RFX1 é menos eficaz que as heurísticas RFX2 e RFX4 em termos da qualidade da soluções e esforço computacional. Para todos os exemplares a heurística atingiu o limite de tempo computacional permitido com soluções factíveis, em média, 2,28% mais caras que a melhor solução conhecida. As demais heurísticas encontraram soluções com desvios maiores e, em geral, apresentaram pior desempenho que as heurísticas RFX2 e RFX4. A heurística RFX5 encontrou a solução ótima para três exemplares (i.e., 24, 29 e 30), mas não conseguiu retornar nenhuma solução factível para o exemplar 39. O desvio das heurísticas RFX3 e RFX6 situa-se entre 0,51 %–15,11 % e 2,38 %–12,95 %, com médias de 5,92 % e 7,33 %, respectivamente. Similarmente, o *gap* médio para estas heurísticas é de 5,74% e 7,12%, respectivamente.

Os resultados para $n = 15$ clientes confirmam que esses exemplares são os mais difíceis de serem resolvidos. Embora menores do que o modelo LS1V, os diferentes submodelos a serem resolvidos em cada iteração da *relax-and-fix* são também difíceis e, portanto, em alguns casos a heurística não conseguiu encontrar uma solução factível no limite de tempo computacional predefinido. Em outros casos, as decisões tomadas em iterações iniciais da heurística levam a subproblemas infactíveis em iterações posteriores.

Os melhores resultados foram atingidos pela heurística RFX1, com um desvio médio de 1,64% e que retornou soluções factíveis para todos os casos, incluindo os exemplares 56, 57 e 59, para os quais nenhuma solução factível foi encontrada pelas abordagens exatas. As heurísticas RFX2 e RFX3, embora apresentam desvios médios de 0,32% e 1,81%, respectivamente, não retornaram nenhuma solução factível para os exemplares 47, 56 e 59, o que impacta negativamente seu desempenho.

Em geral, a heurística RFX4 apresentou o pior desempenho, pois não retornou soluções factíveis para 8 dos 20 exemplares avaliados. As heurísticas RFX5 e RFX6 encontraram soluções factíveis para a maioria dos exemplares (18 e 19 casos, respectivamente), mas o desvio médio sugere que essas soluções estão, em geral, longe da melhor solução conhecida. Os *gaps* de otimalidade também são relativamente altos, com médias de 9,42% e 7,08%, respectivamente. Contudo, similarmente à heurística RFX1, estas duas heurísticas também encontraram soluções factíveis para os exemplares 56, 57 e 59.

A fim de aprimorar ainda mais as soluções encontradas pelas heurísticas RFX, um método híbrido de dois passos é proposto. Inicialmente, as heurísticas RFX são executadas por no máximo 5.400 segundos. Em seguida, a solução retornada pela heurística, se houver, é utilizada como solução inicial do CPLEX, que é então executado por outros 5.400 segundos. Este procedimento dá origem às novas heurísticas híbridas RFX1–H, RFX2–H, RFX3–H, RFX4–H, RFX5–H e RFX6–H, respectivamente. Observe que, para uma comparação justa, o tempo total das heurísticas híbridas é também de 10.800 segundos. A primeira metade deste tempo é utilizado pelas heurísticas RFX para encontrar uma solução inicial. A seguir, a outra metade do tempo é então utilizada pelo CPLEX na tentativa de melhorar a solução inicial fornecida. Os resultados médios destas heu-

rísticas são apresentados na Tabela 4.9, para exemplares com $n = 10$ e $n = 15$ clientes, respectivamente. Os resultados computacionais detalhados das heurísticas RFX híbridas são apresentados no Apêndice A.

Conforme observado na Tabela 4.9, as novas heurísticas híbridas são efetivas e competitivas com o CPLEX e os BBCs. Para exemplares com $n = 10$ clientes, observa-se que as heurísticas fornecem soluções quase ótimas, apresentando *gaps* médios inferiores a 0,70%. Além disso, os valores dos desvios médios mostram que soluções muito próximas da melhor conhecida são obtidas na maioria dos casos, com desvios médios inferiores a 0,30%. Em particular, as heurísticas RFX2-H, RFX4-H e RFX6-H encontraram soluções de custo ligeiramente menor que a melhor solução conhecida até o momento para 2, 1 e 1 exemplares, respectivamente.

O número de soluções ótimas encontradas também teve um aumento significativo, quando comparado com os resultados das RFX puras. Todas as heurísticas foram capazes de encontrar soluções ótimas para em torno do 50% dos exemplares. Entretanto, é preciso destacar que a otimalidade das soluções encontradas somente foi determinada após comparação com os melhores limitantes inferiores conhecidos até o momento. Em geral, as heurísticas híbridas, embora utilizam o CPLEX para melhorar a solução inicialmente obtida, não foram capazes de provar a otimalidade da solução no limite de tempo preestabelecido.

Para exemplares com $n = 15$ clientes, a queda nos valores médios do desvio e o *gap* de otimalidade indica que as heurísticas híbridas, em geral, foram capazes de retornar melhores soluções que as RFX puras. Entretanto, quando comparado com o melhor limitante inferior conhecido, em nenhum caso foi possível provar a otimalidade das soluções encontradas.

Em termos do número de soluções factíveis encontradas, todas as heurísticas híbridas superaram o CPLEX e o BBC1, que somente retornaram soluções para 9 e 14 exemplares,

n	Método	UB ^H	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Sol	#Melhor	#Ótimos
10	RFX1-H	44.050,48	0,46	0,08	10.800,00	20	0	11
	RFX2-H	44.061,39	0,49	0,11	10.722,94	20	2	10
	RFX3-H	44.159,77	0,64	0,26	10.800,00	20	0	10
	RFX4-H	44.030,72	0,43	0,04	10.697,67	20	1	10
	RFX5-H	44.047,39	0,46	0,08	10.800,00	20	0	10
	RFX6-H	44.040,97	0,45	0,06	10.726,27	20	1	11
15	RFX1-H	65.751,47	5,15	0,96	10.800,00	20	4	0
	RFX2-H	57.911,53	3,16	0,05	10.800,00	17	5	0
	RFX3-H	58.184,10	3,73	0,71	10.800,00	17	5	0
	RFX4-H	57.831,77	3,86	1,08	10.800,00	16	4	0
	RFX5-H	62.954,34	4,53	0,87	10.800,00	18	4	0
	RFX6-H	60.363,91	4,01	0,61	9.990,00	18	4	0

Tabela 4.9: Comparação dos resultados médios das heurísticas *relax-and-fix* híbridas.

respectivamente. Em comparação com o BBC2, somente a heurística RFX4–H apresenta um pior desempenho, fornecendo soluções factíveis para 16 dos 20 casos avaliados. As demais heurísticas, além de encontrar soluções factíveis para um número igual ou maior de casos, também fornecem soluções de qualidade muito próxima a melhor conhecida, com *gaps* médios entre 0,05% e 0,96%. Ainda, em alguns casos as heurísticas retornaram soluções de menor custo que a melhor conhecida até o momento. Neste sentido, o melhor resultado foi obtido pela heurística RFX2–H, que encontrou soluções de menor custo para 5 dos 20 exemplares testados. O desvio médio para esses cinco exemplares (i.e., 42, 45, 49, 51 e 53) foi de $-0,94\%$. A heurística RFX3–H também encontrou soluções melhores para 5 dos 20 exemplares, mas o desvio médio desses casos foi somente de $-0,17\%$.

Dado que o número de exemplares resolvidos por cada heurística é diferente, os valores médios reportados nas Tabelas 4.8 e 4.9 não são diretamente comparáveis. Portanto, a fim de identificar as melhores estratégias para resolver o conjunto de exemplares com $n = 15$ clientes, traçamos os perfis de desempenho das diferentes heurísticas RF, assim como do CPLEX e dos BBCs, nas Figuras 4.4 e 4.5. O valor de $P(s, q)$ indica a frequência com que uma determinada estratégia s encontra soluções com no máximo $q\%$ de desvio da melhor solução conhecida. Portanto, o valor de $P(s, q)$ quando $q = 0\%$ indica a fração de exemplares em que a estratégia s encontra a melhor solução. O valor de q quando $P(s, q) = 1$ indica que, para os exemplares em que a estratégia s não encontra a melhor solução, ela obtém soluções com no máximo $q\%$ de desvio da melhor solução conhecida. A estratégia mais robusta é aquela com o menor valor de q quando $P(s, q) = 1$. Mais detalhes sobre perfis de desempenho podem ser encontrados no trabalho de Dolan e Moré (2002).

A Figura 4.4 mostra os perfis de desempenho das abordagens exatas (i.e., CPLEX e BBCs) e das heurísticas RF puras. Nesta figura, somente o perfil da heurística RFX1 converge para um, pois esta é a única estratégia que encontra pelo menos uma solução factível para todos os exemplares com 15 clientes. Em geral, todos os exemplares são resolvidos com um desvio menor ou igual a 7%, enquanto para 90% dos exemplares esta estratégia fornece soluções com no máximo 5% de desvio da melhor solução conhecida. A desvantagem desta estratégia, entretanto, é que ela nunca fornece a melhor solução para um dado problema (i.e., $P(s, q) = 0$ quando $q = 0\%$). Outra heurística com bom desempenho foi a RFX2, que obteve a melhor solução para 10% dos exemplares. Além disso, esta heurística fornece soluções factíveis com até 2% de desvio da melhor solução conhecida para 85% dos exemplares.

Em relação às abordagens exatas, o CPLEX teve claramente o pior desempenho, sendo superado pelos BBCs e por todas as heurísticas RF. Além do CPLEX, o BBC1 é também superior às heurísticas RFX4 e RFX5, embora nenhuma destas estratégias seja capaz de encontrar soluções factíveis para todos os casos. O BBC2 apresenta os melhores resultados dentre as abordagens exatas, reportando a melhor solução possível para 25% dos exemplares (o melhor dentre todas as estratégias). Além disso, o BBC2 é capaz de fornecer soluções com desvio máximo do 1% para o 16 dos 17 exemplares que resolve, enquanto o desvio do exemplar restante é inferior ao 4%.

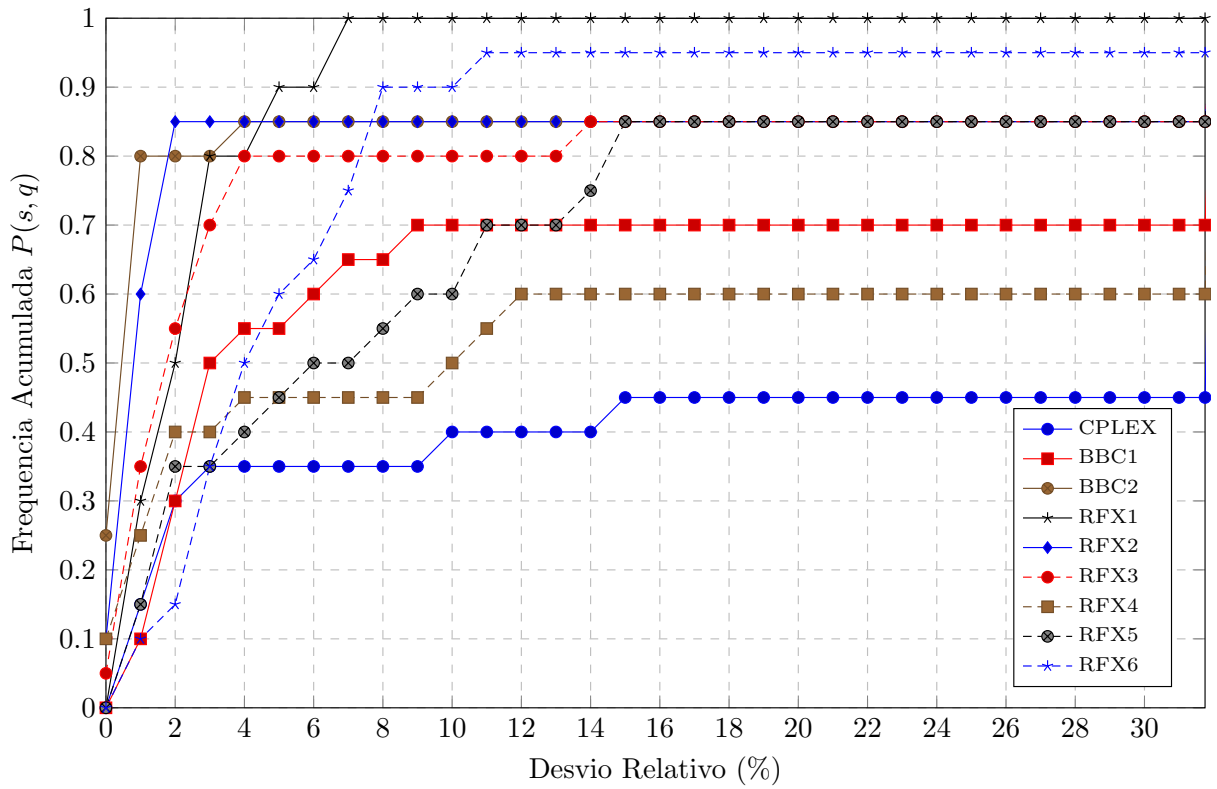


Figura 4.4: Perfis de desempenho das heurísticas *relax-and-fix* para $n = 15$ clientes.

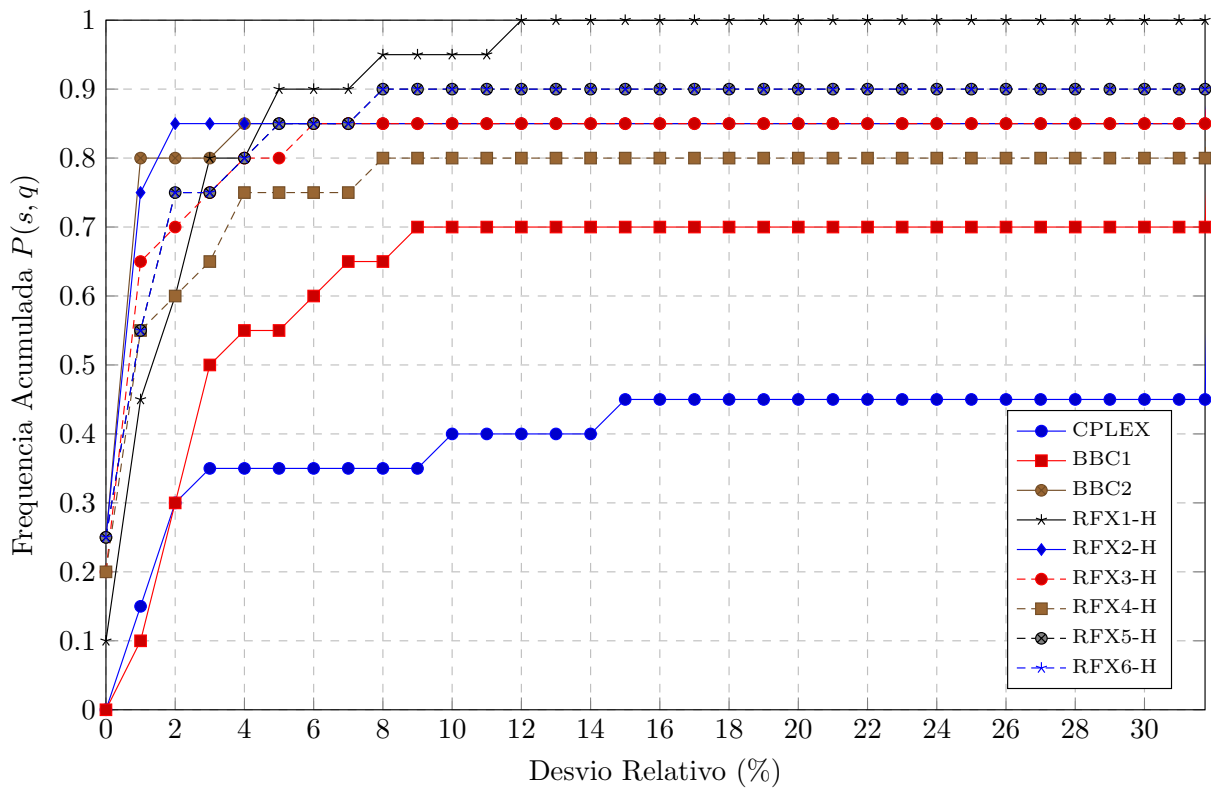


Figura 4.5: Perfis de desempenho das heurísticas *relax-and-fix* híbridas para $n = 15$ clientes.

A Figura 4.5 mostra os perfis de desempenho das abordagens exatas e as RF híbridas. Neste caso, somente a heurística RFX1–H converge para um, sendo a única estratégia híbrida que fornece soluções factíveis para todos os casos. Diferentemente da RFX1, a RFX1–H é capaz de encontrar a melhor solução para 10% dos exemplares, o que destaca a melhoria atingida pelo CPLEX. Entretanto, também é possível observar que a RFX1–H converge mais lentamente para um, o que sugere que a qualidade das soluções encontradas foi pior em alguns casos.

Este resultado deve-se à alocação do tempo computacional na heurística RFX1–H. Inicialmente, a heurística RFX1 é executada por no máximo 5.400 segundos a fim de encontrar uma solução inicial. A seguir, o CPLEX é executado por mais 5.400 segundos no intuito de melhorar a solução inicialmente obtida. Entretanto, dado o menor tempo alocado, a solução inicial da RFX1–H (obtida após 5.400 segundos) pode ser pior que a solução final da RFX1 (obtida após 10.800 segundos). Esta perda de qualidade na solução inicial nem sempre é recuperada pelo CPLEX, que em alguns casos atinge o limite de 5.400 segundos com uma solução pior que aquela obtida pela RFX1 após 10.800 segundos.

As RFX5–H e RFX6–H apresentam melhorias significativas quando comparadas com as versões puras, RFX5 e RFX6, respectivamente. Em ambos os casos a percentagem de melhores soluções encontradas passou do 0% para 25%. Além disso, ambas as heurísticas fornecem soluções factíveis com até 5% de desvio da melhor solução conhecida para 85% dos exemplares. A desvantagem, entretanto, é que ambas estratégias falham em encontrar soluções factíveis para 2 dos 20 exemplares.

A comparação com as abordagens exatas indica que o CPLEX e o BBC1 são superados por todas as estratégias híbridas. Na Figura 4.5, observe que as curvas das heurísticas híbridas e do BBC2 estão sempre acima das curvas associadas ao CPLEX e ao BBC1, respectivamente. O BBC2, por sua vez, apresenta resultados ligeiramente melhores que todas as heurísticas em termos da qualidade das soluções encontradas. Por exemplo, a percentagem de soluções com desvio máximo de 1% é de 80%, 45%, 55% e 55%, para o BBC2, RFX1–H, RFX5–H e RFX6–H, respectivamente. Para valores de desvio iguais ou maiores a 5%, as curvas das heurísticas RFX1–H, RFX5–H e RFX6–H estão acima da curva do BBC2 devido ao maior número de soluções factíveis encontradas.

4.6 Comentários Finais

Neste capítulo estudou-se o caso particular em que o produtor tem uma única linha de pintura líquida e um único veículo de entrega que pode realizar múltiplas viagens ao longo de um horizonte de planejamento multi-períodos. Um modelo de otimização matemática foi proposto e avaliado computacionalmente utilizando um *solver* de propósito geral. Como uma alternativa para resolver o problema, duas reformulações de Benders foram propostas e implementadas dentro da estrutura de um algoritmo *branch-and-cut*, dando origem aos métodos chamados de *Branch-and-Benders-cut*.

A primeira reformulação utilizou uma abordagem mais natural e intuitiva, em que as variáveis de decisão binárias são mantidas no problema mestre e as variáveis contínuas

são projetadas no subproblemas. Esta abordagem, entretanto, tem a desvantagem de gerar muitas soluções inactíveis devido a que decisões de roteamento e programação dos veículos são separadas. Para contornar este problema, na segunda reformulação, as decisões de programação do veículo foram mantidas no problema mestre, de modo que rotas e programas de entrega são definidas conjuntamente, reduzindo assim o número de soluções inactíveis geradas na árvore *branch-and-bound*.

A fim de melhorar o desempenho dos BBCs, ambas as reformulações foram aprimoradas utilizando desigualdades válidas, cortes Pareto-ótimo, desigualdades de aprimoramento do limitante inferior e cortes de Benders iniciais. A avaliação computacional mostrou que os BBCs propostos atingiram resultados competitivos com os obtidos pelo *solver* de propósito geral CPLEX em um conjunto de exemplares de tamanho moderado gerado aleatoriamente.

A fim de mostrar as vantagens de resolver o problema de forma integrada, as melhores soluções obtidas pelo CPLEX ou pelos BBCs são comparadas com as soluções obtidas por uma abordagem sequencial que imita a prática comum nas empresas moveleiras. Considerando os exemplares gerados e utilizados na avaliação computacional, os resultados indicam claramente os benefícios econômicos que podem ser atingidos quando as decisões de planejamento são coordenadas. Embora o planejamento integrado precisa de um maior esforço computacional, economias de custo em torno de 6,21%, 10,99% e 12,77%, em média, foram atingidas para exemplares com 5, 10 e 15 clientes, respectivamente. Tais resultados foram atingidos a partir de um *trade-off* melhor entre os custos de estocagem, preparação e roteamento.

Heurísticas do tipo *relax-and-fix* também foram propostas e avaliadas computacionalmente, considerando diversos critérios de particionamento e fixação das variáveis. Estas heurísticas encontram soluções factíveis de boa qualidade para a maioria dos problemas avaliados. A fim de encontrar soluções ainda melhores, as soluções inicialmente obtidas pelas *relax-and-fix* foram utilizadas como solução inicial do CPLEX. Estas abordagens alternativas de solução, chamadas de *relax-and-fix* híbridas, encontraram soluções ótimas ou quase ótimas para a maioria dos exemplares e, em alguns casos, retornaram soluções ligeiramente melhores que as obtidas pelas abordagens exatas.

Parte dos resultados deste capítulo foram compilados em um artigo, que foi publicado em período científico (MIRANDA; MORABITO; FERREIRA, 2017). Uma cópia desse artigo pode ser encontrada no endereço eletrônico <<https://doi.org/10.1007/s11750-017-0448-1>>.

Capítulo 5

PRP na indústria de móveis: caso com múltiplos veículos

Neste capítulo é apresentada uma generalização do problema estudado no Capítulo 4, em que o produtor de móveis tem uma única linha de pintura em pó e uma frota de veículos heterogênea para realizar as entregas. Múltiplos itens podem ser produzidos em cada período do horizonte de planejamento, porém, ao contrário do considerado no Capítulo 4, a troca entre itens de diferentes cores requer operações de limpeza e ajuste da linha. O tempo requerido para tais operações representa uma perda na capacidade de produção e depende das cores dos itens trocados. Portanto, tempos e custos de troca são dependentes da sequência. Os veículos têm diferentes capacidades e podem ser utilizados mais de uma vez ao longo do horizonte de planejamento. As demais características do problema (i.e., produção e estocagem de itens ao invés de produtos finais, rotas que se estendem por um ou mais períodos, múltiplas janelas de tempo e prazos de entrega) se mantêm iguais.

Este caso mais geral representa situações em que o produtor deve transportar os produtos desde as facilidades de produção até a localização dos clientes dispersos geograficamente, utilizando uma frota limitada de veículos de diferentes capacidades. Os clientes correspondem a consumidores residenciais, lojas próprias ou particulares que estocam e comercializam os produtos ou, no caso de grandes empresas, centros de distribuição que atendem a demanda de determinadas áreas geográficas.

Inicialmente dois modelos de programação inteira mista são aqui propostos para representar e resolver o caso em que a demanda do cliente não pode ser fracionada (o caso com entregas fracionadas é abordado no Capítulo 6). Esses modelos, chamados de LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2, respectivamente, são diferentes entre si pela forma como as rotas são alocadas aos veículos. Os dois modelos representam apropriadamente o cenário considerado e podem apoiar o planejamento e programação de atividades de produção e distribuição em empresas de móveis. Testes computacionais com o *solver* CPLEX mostraram que o modelo LSMVRP-F2 encontra soluções de menor custo que o modelo LSMVRP-F1 dentro do limite de tempo preestabelecido e, em geral, fornece soluções factíveis para exemplares com até 20 clientes e 5 produtos.

As heurísticas RF híbridas, inicialmente propostas para resolver o caso mais particu-

lar abordado no Capítulo 4, são estendidas e avaliadas computacionalmente. Os resultados mostraram que estas heurísticas híbridas têm um desempenho computacional melhor que o CPLEX, fornecendo soluções melhores em menores tempos computacionais para a maioria dos exemplares avaliados. Por motivos de limitação de tempo, os métodos de decomposição de Benders do Capítulo 4 não foram estendidos para o presente problema. Ao contrário, optou-se por desenvolver outro método (uma heurística de decomposição) descrito no Capítulo 7. A extensão desses métodos de decomposição de Benders para o presente problema é um tópico interessante para pesquisa futura.

O restante deste capítulo é organizado da seguinte forma. A Seção 5.1 descreve o cenário considerado. A seguir, nas Seções 5.2 e 5.3, os modelos de programação inteira mista LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2 bem como as heurísticas RF híbridas são apresentados, respectivamente. Os resultados da avaliação computacional são descritos na Seção 5.4. Finalmente, a Seção 5.5 apresenta os comentários finais e principais conclusões.

5.1 Descrição do problema

A seguir somente descrevem-se características novas do problema, referentes a tempos e custos de troca dependentes da sequência de produção e à utilização de uma frota heterogênea de veículos. As demais características do problema são iguais às descritas no Capítulo 4.

- Múltiplos itens podem ser produzidos em cada período e trocar a produção do item a para o item b requer s_{ab} unidades de tempo. Este tempo representa uma perda de capacidade devido à limpeza, ajuste, calibração, troca de ferramentas, etc., realizada na linha antes de iniciar a produção de um novo item. Da mesma forma, o custo de uma troca do item a para o item b é denotado por \hat{c}_{ab} , o que significa que tempos e custos de troca dependem da sequência. Também assume-se que o estado de preparação da linha pode ser mantido entre períodos (i.e., *setups carry-over*) e, portanto, o último item produzido no período t também pode ser produzido, sem nenhum tempo ou custo adicional, no começo do próximo período $t + 1$.
- As entregas são realizadas por um conjunto \mathcal{V} de veículos heterogêneos. A capacidade, em unidades de peso, do veículo $v \in \mathcal{V}$ é θ_v e cada unidade do produto p a bordo de um veículo consome φ_p unidades de capacidade. Cada veículo v pode realizar múltiplas rotas ao longo do horizonte de planejamento, e cada rota $r = 1, \dots, R$ deve partir do nó 0 e chegar ao nó $n + 1$. O valor de R denota um limitante superior no número de rotas realizadas ao longo do horizonte de planejamento (por exemplo, $R = n$). Além disso, por simplicidade, assume-se que os custos e tempos de viagem entre os nós não dependem do veículo utilizado, mas somente da distância percorrida. Ou seja, considera-se que os veículos são heterogêneos somente em termos de capacidade.

Considerando estas novas características, o problema estudado neste capítulo consiste em determinar quantos itens produzir e estocar em cada período, determinar a sequência

em que esses itens devem ser produzidos, definir as rotas a serem executadas por cada veículo e estabelecer o tempo em que cada cliente deve ser servido ao longo de um horizonte de planejamento multi-períodos de curto prazo (e.g., uma semana). O objetivo é minimizar os custos de trocas, estocagem e roteamento (Figura 5.1). Assim como no Capítulo 4, os custos de estocagem nos clientes não são considerados.

5.2 Modelagem matemática

Nesta seção são apresentados dois modelos de programação matemática para representar o cenário descrito na Seção 5.1. Assim como no modelo LS1V (Seção 4.2), nos modelos apresentados a seguir, LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2, as decisões de dimensionamento e sequenciamento de lotes utilizam uma estrutura de tempo discreto que divide o horizonte de planejamento em períodos de um dia. Em cada período é possível a produção de vários itens, cuja sequência de produção deve ser determinada a fim de reduzir os tempos e custos de troca.

Para as decisões de roteamento de veículos utiliza-se uma estrutura de tempo contínuo que permite determinar a programação de cada rota (ou seja, os instantes de tempo em que cada rota começa e termina, bem como o tempo em que cada cliente é servido). A modelagem da parte de roteamento e programação de veículos é, em essência, a mesma do modelo LS1V. Obviamente, algumas modificações menores são requeridas a fim de incluir o uso de múltiplos veículos. No modelo LSMVRP-F1, isto é feito adicionando às variáveis de roteamento um novo índice v para cada veículo. Por outro lado, o modelo LSMVRP-F2 possui um novo conjunto de variáveis binárias, que permite a alocação de rotas a veículos sem ter de adicionar um novo índice a cada variável de roteamento.

Em ambos os modelos, o número máximo de rotas e veículos utilizados ao longo do horizonte de planejamento é dado por R e $|\mathcal{V}|$, respectivamente. A diferença entre as formulações é então a forma em que as rotas são alocadas aos veículos. O modelo LSMVRP-F1 utiliza um único conjunto de variáveis binárias (w_{ijrv}) que determina a rota



Figura 5.1: Decisões envolvidas no problema integrado de produção e roteamento na indústria moveleira (Pintura em pó).

r a ser percorrida por um dado veículo v . Já o modelo LSMVRP–F2 utiliza um primeiro conjunto de variáveis binárias (w_{ijr}) para determinar a rota r , que é então alocada a um determinado veículo v utilizando um segundo conjunto de variáveis binárias (α_{rv}). Detalhes sobre o desempenho dos modelos são apresentados na Seção 5.4. As variáveis de decisão comuns a ambos os modelos são apresentadas na Tabela 5.1.

Variáveis de dimensionamento e sequenciamento de lotes:	
x_{at}	Quantidade produzida do item a no período t .
I_{at}	Nível de estoque do item a no final do período t .
y_{at}	Igual a 1 se a linha está preparada para o item a no começo do período t , 0 caso contrário.
z_{abt}	Igual a 1 se há uma troca do item a para o item b no período t , 0 caso contrário.
π_{at}	Variável auxiliar para o sequenciamento do item a no período t .

Tabela 5.1: Variáveis de decisão comuns para os modelos LSMVRP–F1 e LSMVRP–F2

5.2.1 Modelo *Lot-scheduling multi-vehicle routing problem F1* (LSMVRP–F1)

As variáveis de roteamento usadas no modelo LSMVRP–F1 são apresentadas a seguir. Observe que estas variáveis são as mesmas do modelo LS1V, com um índice adicional v para cada veículo.

Variáveis de roteamento:

- w_{ijvr} : Igual a 1 se o arco (i, j) é percorrido pela rota r do veículo v , 0 caso contrário;
- Q_{pvr} : Quantidade do produto p enviada na rota r do veículo v no período t ;
- ϕ_{ivrt} : Igual a 1 se o nó i é visitado pela rota r do veículo v no período t ,
0 caso contrário;
- μ_{ivr} : Tempo em que o nó i começa a ser servido pela rota r do veículo v .

O modelo LSMVRP–F1 pode ser formulado como segue. A função objetivo (5.1) minimiza os custos de estocagem, trocas e roteamento.

$$\min \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} h_a I_{at} + \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \hat{c}_{ab} z_{abt} + \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r=1}^R \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^{n+1} c_{ij} w_{ijvr}. \quad (5.1)$$

As restrições (5.2) representam o balanço de estoque do item a no período t . Desigualdades (5.3) asseguram que a quantidade do item a enviada no período t não exceda a quantidade disponível no estoque ao final do período $t - 1$.

$$I_{a,t-1} + x_{at} = \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{ap} Q_{pvr} + I_{at}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (5.2)$$

$$I_{a,t-1} \geq \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{ap} Q_{pvrt}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (5.3)$$

As restrições (5.4) impõem para cada item um nível de estoque mínimo ao final de cada período, enquanto (5.5) representam as restrições de capacidade de produção.

$$I_{at} \geq I_a^{\min}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (5.4)$$

$$\sum_{a \in \mathcal{C}} \rho_a x_{at} + \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} \varsigma_{ab} z_{abt} \leq K_t, \quad t \in \mathcal{T}. \quad (5.5)$$

As desigualdades (5.6) garantem que o item a é produzido no período t somente se a linha está configurada para o item a no começo do período t , ou se há uma troca de algum outro item b para o item a no período t . O limitante superior na quantidade produzida do item a no período t é dado por $\bar{M}_{at} = \min \left\{ \lfloor \frac{K_t}{\rho_a} \rfloor, \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{ap} d_{pi} \right\}$.

$$x_{at} \leq \bar{M}_{at} \left(y_{at} + \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} z_{bat} \right), \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (5.6)$$

As restrições (5.7) estabelecem que a linha está configurada para exatamente um item a no começo de cada período t , inclusive se não há produção de nenhum item nesse período.

$$\sum_{a \in \mathcal{C}} y_{at} = 1, \quad t \in \mathcal{T}. \quad (5.7)$$

As igualdades (5.8) relacionam as variáveis de estado de configuração inicial da linha, y_{at} , com as variáveis de troca, z_{abt} , em cada período do horizonte de planejamento. Estas igualdades são restrições de fluxo e estabelecem que se a linha estiver configurada para o item a no início do período t , então ou há uma troca do item a para algum item diferente b no período t , ou a linha mantém-se configurada para o item a no início do período $t+1$. Da mesma forma, se há uma troca de algum item b para o item a no período t , então ou há uma troca do item a para algum outro item b no período t , ou a linha mantém-se configurada para o item a no começo do período $t+1$. Também, se o lado esquerdo da igualdade (5.8) é zero, significando que não há produção do item a no período t , então não pode haver nenhuma troca do item a para qualquer outro item b no período t , nem a linha pode estar configurada para o item a no começo do período $t+1$.

$$y_{at} + \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} z_{bat} = y_{a,t+1} + \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} z_{abt}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (5.8)$$

Nas restrições (5.9), π_{at} indica a posição ordinal do item a na sequência de produção do período t . Quanto maior o valor de π_{at} , mais para o final, na sequência de produção do período t , o item a será produzido. Quando há uma troca do item b para o item a ($z_{bat} = 1$), a expressão $|\mathcal{C}|(1 - z_{bat})$ é igual a zero e (5.9) torna-se $\pi_{at} \geq \pi_{bt} + 1$, o que significa que o item a é produzido depois do item b na sequência de produção do período t .

Portanto, as restrições (5.9) evitam subciclos e determinam uma sequência de produção em cada período.

$$\pi_{at} \geq \pi_{bt} + 1 - |\mathcal{C}|(1 - z_{bat}), \quad a \in \mathcal{C}, b \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (5.9)$$

A maioria das restrições de roteamento e programação de veículos são as mesmas que aquelas do modelo LS1V (Seção 4.2), adicionando o índice v dos veículos nas variáveis e restrições, conforme seja necessário. Por uma questão de clareza, a seguir descreve-se novamente, de forma sucinta, todas as restrições. As restrições (5.10)–(5.11) estabelecem que toda rota r começa partindo do nó 0 e finaliza chegando no nó $n + 1$, respectivamente. Neste modelo, assim como no modelo LS1V, assume-se que uma rota que viaja diretamente do nó 0 para o nó $n + 1$ é uma rota vazia.

$$\sum_{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}} w_{0jvr} = 1, \quad v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (5.10)$$

$$\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\}} w_{i(n+1)vr} = 1, \quad v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (5.11)$$

As restrições de conservação de fluxo nos nós são representadas pelas igualdades (5.12), enquanto as restrições (5.13) garantem que cada cliente seja visitado exatamente uma vez ao longo do horizonte de planejamento (i.e., fracionamento de carga não é permitido).

$$\sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijvr} = \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\} \\ j \neq i}} w_{jivr}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (5.12)$$

$$\sum_{\substack{i \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\} \\ i \neq j}} \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r=1}^R w_{ijvr} = 1, \quad j \in \bar{\mathcal{C}}. \quad (5.13)$$

O conjunto de desigualdades (5.14) assegura que o número total de rotas usadas não exceda o máximo permitido, R .

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r=1}^R \sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0jvr} \leq R, \quad (5.14)$$

O conjunto de restrições (5.15) estabelece precedências entre as rotas a serem utilizadas pelo veículo v , ajudando a eliminar soluções idênticas. Observe que estas restrições são similares a (4.11), utilizadas no modelo LS1V (Seção 4.2). As equações (5.15) indicam que a rota $r + 1$ do veículo v pode ser usada se, e somente se, a rota r do mesmo veículo também for usada.

$$\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0ivr} \geq \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0iv(r+1)}, \quad v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R - 1. \quad (5.15)$$

As restrições (5.16) estabelecem que a quantidade do produto p enviada na rota r do veículo v no período t é zero, se tal rota não iniciar no período t . As restrições (5.17)

determinam a quantidade do produto p enviada na rota r do veículo v .

$$Q_{pvrt} \leq \min \left\{ \left\lfloor \frac{\theta_v}{\varphi_p} \right\rfloor, \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} \right\} \phi_{0vrt}, \quad p \in \mathcal{P}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (5.16)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{pvrt} = \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} \left(\sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijvr} \right), \quad p \in \mathcal{P}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (5.17)$$

As igualdades (5.18) garantem que a rota r do veículo v visite o cliente i em exatamente um período t , se o cliente i fizer parte da rota r do veículo v . Similarmente, o conjunto de restrições (5.19) e (5.20) garantem que cada rota utilizada começa e termina em exatamente um período (não necessariamente o mesmo), respectivamente.

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{ivrt} = \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijvr}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (5.18)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0vrt} = 1 - w_{0(n+1)vr}, \quad v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (5.19)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0vrt} = \sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{(n+1)vrt}, \quad v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (5.20)$$

As restrições (5.21) modelam as janelas de tempo de cada nó. Se o nó i não é visitado pela rota r do veículo v (i.e., $\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{ivrt} = 0$), então $\mu_{ivr} = 0$. Da mesma forma, se o nó i é visitado pela rota r do veículo v , então $\phi_{ivrt} = 1$ para algum $t \in \mathcal{T}$ e (5.21) torna-se $\delta_{it} \leq \mu_{ivr} \leq \bar{\delta}_{it}$.

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \delta_{it} \phi_{ivrt} \leq \mu_{ivr} \leq \sum_{t \in \mathcal{T}} \bar{\delta}_{it} \phi_{ivrt}, \quad i \in \mathcal{N}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (5.21)$$

As restrições (5.22) e (5.23) impõem limitantes inferiores no tempo em que um dado cliente começa a ser servido pela rota r do veículo v . As restrições (5.22) consideram o tempo de carregamento no depósito e são ativas somente para o primeiro cliente da rota. Por outro lado, as restrições (5.23) são ativas para os demais nós da rota, incluindo o nó $n + 1$, e consideram somente o tempo de serviço no nó imediatamente anterior.

$$\mu_{jvr} \geq \mu_{0vr} + \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} s_i \left(\sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr} \right) + \tau_{0j} - M_j (1 - w_{0jvr}), \quad \begin{array}{l} j \in \bar{\mathcal{C}}, v \in \mathcal{V}, \\ r = 1, \dots, R. \end{array} \quad (5.22)$$

$$\mu_{jvr} \geq \mu_{ivr} + s_i + \tau_{ij} - M_{ij} (1 - w_{ijvr}), \quad \begin{array}{l} i \in \bar{\mathcal{C}}, j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}, \\ v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R : i \neq j. \end{array} \quad (5.23)$$

O conjunto de desigualdades (5.24) garante que cada cliente i seja servido dentro do prazo de entrega preestabelecido, enquanto as restrições (5.25) evitam que as rotas realizadas

pelo veículo v se sobreponham em tempo.

$$\mu_{ivr} \leq \Delta_i \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijvr}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (5.24)$$

$$\mu_{0v(r+1)} \geq \mu_{(n+1)vr} - \bar{\delta}_{(n+1)|\mathcal{T}|} \left(1 - \sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0jv(r+1)} \right), \quad r = 1, \dots, R-1, v \in \mathcal{V}. \quad (5.25)$$

As restrições de capacidade dos veículos são dadas por (5.26).

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \varphi_p \left(\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{pvr} \right) \leq \theta_v, \quad v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (5.26)$$

Por fim, o domínio das variáveis de decisão é dado por (5.27)–(5.32).

$$x_{at}, I_{at}, \pi_{at} \geq 0, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (5.27)$$

$$\mu_{ivr} \geq 0, \quad i \in \mathcal{N}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (5.28)$$

$$Q_{pvr} \geq 0, \quad p \in \mathcal{P}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (5.29)$$

$$y_{at}, z_{abt} \in \{0, 1\}, \quad a \in \mathcal{C}, b \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (5.30)$$

$$\phi_{ivrt} \in \{0, 1\}, \quad i \in \mathcal{N}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (5.31)$$

$$w_{ijvr} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in \mathcal{N}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (5.32)$$

5.2.2 Modelo *Lot-scheduling multi-vehicle routing problem F2* (LSMVRP–F2)

No modelo LSMVRP–F2 utiliza-se um novo conjunto de variáveis binárias, que permite alocar diretamente rotas a veículos sem ter de adicionar um novo índice às demais variáveis de roteamento. A nova variável binária é definida como:

α_{rv} : Igual a 1 se a rota r é executada pelo veículo v , 0 caso contrário.

As demais variáveis de roteamento do modelo LSMVRP–F2 correspondem às variáveis do modelo LSMVRP–F1 sem o índice v dos veículos. A seguir, descrevem-se as mudanças requeridas no modelo LSMVRP–F1 a fim de obter o novo modelo LSMVRP–F2.

A função objetivo (5.1), que minimiza os custos de estocagem, trocas e roteamento, é reescrita como (5.33):

$$\min \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} h_a I_{at} + \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \hat{c}_{ab} z_{abt} + \sum_{r=1}^R \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^{n+1} c_{ij} w_{ijr}. \quad (5.33)$$

As restrições relacionadas às decisões de dimensionamento e sequenciamento de lotes são as mesmas que no modelo LSMVRP–F1, com exceção das restrições (5.2) e (5.3), que são

reescritas como (5.34) e (5.35), respectivamente.

$$I_{a,t-1} + x_{at} = \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{ap} Q_{prt} + I_{at}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (5.34)$$

$$I_{a,t-1} \geq \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{ap} Q_{prt}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (5.35)$$

Na parte de roteamento e programação de veículos, além de eliminar o índice dos veículos em todas as variáveis e restrições, as seguintes mudanças são necessárias: as restrições (5.16) são substituídas pelas restrições (5.36). Observe que é necessário trocar o limitante superior no lado direito da equação, uma vez que não há nenhuma informação *a priori* sobre o veículo v que executará uma dada rota r .

$$Q_{prt} \leq \min \left\{ \left\lfloor \frac{\max_{v \in \mathcal{V}} \theta_v}{\varphi_p} \right\rfloor, \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} \right\} \phi_{0rt}, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (5.36)$$

As restrições (5.25) são substituídas pelas restrições (5.37), que asseguram que a rota s parte do depósito após a rota r ter finalizado, $r < s$, se ambas as rotas são executadas pelo mesmo veículo v .

$$\mu_{0s} \geq \mu_{(n+1)r} - \bar{\delta}_{(n+1)|\mathcal{T}} \left(2 - \alpha_{rv} - \alpha_{sv} \right), \quad v \in \mathcal{V}, r, s = 1, \dots, R : r < s. \quad (5.37)$$

As restrições de capacidade dos veículos (5.26) são substituídas pelas desigualdades (5.38) a seguir:

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \varphi_p \left(\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{prt} \right) \leq \sum_{v \in \mathcal{V}} \theta_v \alpha_{rv}, \quad r = 1, \dots, R. \quad (5.38)$$

O novo conjunto de restrições (5.39) é necessário para garantir que cada rota usada seja alocada a um único veículo. Se uma dada rota r não é utilizada, então $\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0rt} = 0$ e a rota não é alocada a nenhum veículo. Por outro lado, se a rota r é usada, então $\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0rt} = 1$, garantindo que a rota r seja alocada a um único veículo. Por fim, o domínio das variáveis de decisão α_{rv} é dado por (5.40).

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} \alpha_{rv} = \sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0rt}, \quad r = 1, \dots, R. \quad (5.39)$$

$$\alpha_{rv} \in \{0, 1\}, \quad r = 1, \dots, R, v \in \mathcal{V}. \quad (5.40)$$

Após essas mudanças, o modelo LSMVRP–F2 pode ser descrito como segue: minimizar (5.33), sujeito a (5.4)–(5.9), (5.34)–(5.40), e as seguintes restrições devidamente modificadas (i.e., sem o índice v dos veículos): (5.10)–(5.13), (5.15), (5.17)–(5.24), (5.27)–(5.32).

Os modelos LSMVRP–F1 e LSMVRP–F2 são apresentados de forma monolítica nos Apêndices B.1 e B.2 desta tese, respectivamente.

5.3 Heurísticas *relax-and-fix* híbridas

Na Seção 4.4 foram propostas várias heurísticas do tipo *relax-and-fix* (RF), que utilizam diferentes critérios para o particionamento e fixação das variáveis. Os resultados computacionais atingidos mostram que estratégias de solução competitivas, chamadas de RF híbridas, foram obtidas quando a solução inicialmente encontrada pelas RF é utilizada como solução inicial do CPLEX. Dados os bons resultados atingidos, nesta seção as heurísticas híbridas propostas para o modelo LS1V do Capítulo 4 são estendidas e adaptadas para o cenário aqui considerado.

As heurísticas propostas são baseadas no modelo LSMVRP–F2, que teve um desempenho computacional melhor que o modelo LSMVRP–F1 (veja Seção 5.4.1). Os critérios de particionamento e fixação de variáveis considerados são apresentados na Tabela 5.2. Observe que esses critérios são os mesmos utilizados na Seção 4.4, porém, incluindo as decisões de troca entre itens e de alocação de rotas a veículos.

A solução obtida pelas heurísticas apresentadas na Tabela 5.2, se houver, é utilizada como solução inicial do CPLEX no intuito de encontrar soluções ainda melhores dentro de um predeterminado tempo computacional. Assim como no Capítulo 4, esta abordagem de dois passos dá origem às heurísticas híbridas RFX1–H, RFX2–H, RFX3–H, RFX4–H, RFX5–H e RFX6–H, respectivamente.

5.4 Experimentos Computacionais

Nesta seção são apresentados os resultados da experimentação computacional com os modelos LSMVRP–F1 e LSMVRP–F2, e as heurísticas *relax-and-fix* híbridas adaptadas para o cenário estudado neste capítulo. Os modelos matemáticos, bem como as heurísticas RF híbridas, foram implementados em C++ usando o *Concert Technology* da IBM, e resolvidos com o CPLEX 12.6.1. Todos os experimentos foram executados em computadores com dois processadores Intel Xeon 3,07 GHz e 96 GB de memória.

Os testes foram realizados utilizando um conjunto de exemplares gerados aleatoriamente seguindo a abordagem utilizada na Seção 4.5.1. O número de produtos finais (\mathcal{P}), itens (\mathcal{C}), clientes (n) e veículos (\mathcal{V}) são escolhidos dos conjuntos $\{3, 5\}$, $\{3, 5\}$, $\{10, 15, 20, 30, 40, 50\}$ e $\{2, 3\}$, respectivamente. O horizonte de planejamento é fixado

Heurística	Particionamento	Fixação
RFX1	Por período	Fixar y_{at}, z_{abt}
RFX2	Por período	Fixar y_{at}, z_{abt} se $x_{at} > 0$, e w_{ijr} se $\phi_{0rt} = 1$
RFX3	Por período	Fixar y_{at}, z_{abt} se $x_{at} > 0$, e w_{ijr}, ϕ_{0rt} se $\phi_{0rt} = 1$
RFX4	Por rota	Fixar w_{ijr}
RFX5	Dimensionamento e roteamento	Fixar y_{at}, z_{abt}
RFX6	Roteamento e dimensionamento	Fixar $w_{ijr}, \phi_{irt}, \alpha_{rv}$

Tabela 5.2: Estratégias de particionamento e fixação de variáveis utilizadas nas heurísticas *relax-and-fix* híbridas.

em 8 períodos para todos os exemplares. Cinco exemplares foram gerados para cada combinação de produtos finais, itens, clientes e veículos, o que resulta em um total de 240 exemplares. A Tabela 5.3 apresenta os demais parâmetros utilizados na geração de exemplares.

5.4.1 Resultados dos modelos LSMVRP–F1 e LSMVRP–F2

A Tabela 5.4 mostra os resultados médios obtidos pelo CPLEX para exemplares com no máximo 20 clientes. Todos os exemplares foram resolvidos utilizando a configuração padrão do CPLEX 12.6.1, com um tempo computacional máximo de três horas para cada exemplar. Para exemplares maiores, com $n \geq 30$, ambos os modelos não são capazes de retornar soluções factíveis dentro do limite de tempo computacional estabelecido. As colunas “UB”, “LB”, “Gap(%)”, “#Nós” e “CPU(s)” correspondem aos valores médios dos limitantes superior e inferior, o *gap* de otimalidade, o número de nós explorados na árvore *branch-and-bound* e o tempo computacional, respectivamente. Para cada exemplar, o *gap* de otimalidade é calculado como segue:

$$\text{Gap}(\%) = \left(\frac{\text{UB} - \text{LB}}{\text{UB}} \right) \times 100 \quad (5.41)$$

Por fim, as colunas “#Sol”, “#Melhor” e “#Ótimos” mostram o número de soluções factíveis, o número de melhores soluções e o número de soluções ótimas encontradas por cada modelo, respectivamente. Os resultados computacionais detalhados destes exemplares são reportados no Apêndice B.3.

Em geral, provar a otimalidade das soluções encontradas é difícil com qualquer uma das

Demanda do produto p no cliente i	d_{pi}	$U[10, 100]$
Unidades do item a requeridos por unidade do produto p	η_{ap}	$U[0, 5]$
Largura (W_a) e comprimento (L_a) do item a	W_a, L_a	$U[5, 10]$
Coordenadas do nó i	(X_i, Y_i)	$U[0, 500]$
Nível de estoque inicial (mínimo) de item a	$I_{a0} (I_a^{\min})$	0
Tempo unitário de processamento do item a	ρ_a	1
Peso unitário do produto p	φ_p	1
Capacidade de produção no período t	K_t	$\left\lceil \frac{\sum_{a \in \mathcal{C}} \rho_a \left(\sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{i \in \mathcal{N}} d_{pi} \eta_{ap} \right)}{0.6 \cdot \mathcal{T} } \right\rceil$
Tempo de troca entre os itens a e b	ς_{ab}	$U[6, 10]$ se $a \neq b$, 0 caso contrário
Tempo de viagem do nó i para o nó j	τ_{ij}	$\left\lceil \frac{60}{80} \left(\sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2} \right) \right\rceil$
Capacidade do veículo v	θ_v	$\left\lceil U[0.25, 0.50] \cdot \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{i \in \mathcal{N}} d_{pi} \cdot \varphi_p \right\rceil$
Janela de tempo do nó $i \in \{0, \bar{\mathcal{C}}\}$ no período t	$[\delta_{it}, \bar{\delta}_{it}]$	$[480 + 1440(t - 1), 1080 + 1440(t - 1)]$
Janela de tempo do nó $n + 1$ no período t	$[\delta_{(n+1)t}, \bar{\delta}_{(n+1)t}]$	$[1440(t - 1), 1440t]$
Tempo de carga/descarga por unidade de peso	λ	1/50
Prazo de entrega do cliente $i \in \bar{\mathcal{C}}$	Δ_i	$\bar{\delta}_{i \mathcal{T} }$
Máximo número de rotas no horizonte de planejamento	R	n
Custo unitário de estocagem do item a	h_a	$0.001 \cdot W_a \cdot L_a$
Custo de troca do item a para o item b	\hat{c}_{ab}	$25 \cdot \varsigma_{ab}$
Custo de viagem do nó i para o nó j	c_{ij}	$\left\lceil \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2} \right\rceil$

Tabela 5.3: Parâmetros utilizados para gerar exemplares aleatórios para o cenário com múltiplos veículos.

n	Modelo	UB	LB	Gap(%)	#Nós	CPU(s)	#Sol	#Melhor	#Ótimos
10	LSMVRP-F1	5.459,00	3.589,66	32,28	87.685	10.800,00	38	12	0
	LSMVRP-F2	5.421,24	3.907,02	25,16	160.137	10.254,66	40	31	1
15	LSMVRP-F1	6.609,99	3.635,33	46,75	11.778	10.800,00	24	4	0
	LSMVRP-F2	6.575,09	4.104,13	36,22	78.372	10.800,00	37	34	0
20	LSMVRP-F1	12.504,37	4.241,61	66,14	3.557	10.800,00	3	0	0
	LSMVRP-F2	8.260,54	4.829,08	43,76	16.879	10.800,00	21	21	0

Tabela 5.4: Comparação dos resultados médios do CPLEX com os modelos LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2.

duas formulações, porém, soluções melhores são encontradas com o modelo LSMVRP-F2, que também fornece limites inferiores melhores. Conforme observado, para exemplares com mais de 15 clientes, o modelo LSMVRP-F1 tem dificuldade para encontrar soluções factíveis dentro do tempo computacional estabelecido. Por outro lado, o modelo LSMVRP-F2 ainda é capaz de retornar soluções factíveis para a maioria dos exemplares com 20 clientes. Este resultado era esperado, pois o modelo LSMVRP-F1 tem mais restrições e variáveis binárias, o que o torna mais difícil de ser resolvido. De fato, o menor número de nós explorados na árvore *branch-and-bound* do modelo LSMVRP-F1, em comparação com o modelo LSMVRP-F2, destaca a dificuldade de resolver este modelo.

Para exemplares com $n = 10$ clientes, o modelo LSMVRP-F2 obteve soluções melhores que o modelo LSMVRP-F1 em 28 dos 40 exemplares, enquanto o modelo LSMVRP-F1 forneceu a melhor solução para outros 9 exemplares. Para os 3 exemplares restantes, ambos os modelos encontraram a mesma solução. Em termos dos limitantes inferiores, o modelo LSMVRP-F2 também obteve resultados melhores, fornecendo melhores valores para 38 dos 40 exemplares testados. No entanto, os resultados computacionais sugerem que os limitantes inferiores do modelo LSMVRP-F2 também são fracos e, portanto, o CPLEX precisa de um grande esforço para provar a otimalidade de alguns exemplares.

A fim de mostrar o esforço computacional requerido pelo CPLEX para resolver o modelo LSMVRP-F2, todos os exemplares foram resolvidos novamente com um limite de tempo computacional de um dia para cada exemplar. Os resultados mostraram que o CPLEX só foi capaz de provar a otimalidade de mais um exemplar (i.e., exemplar 6) em comparação com os resultados reportados na Tabela 5.4. A Figura 5.2 mostra o comportamento dos limitantes inferior e superior para esse exemplar. Observe que a solução ótima foi encontrada em menos de 1 hora, mas o CPLEX demorou mais de 10 horas para provar sua otimalidade.

Para exemplares com $n = 15$ clientes, o modelo LSMVRP-F1 encontrou soluções factíveis para 24 dos 40 exemplares, mas apenas em 4 deles forneceu uma solução melhor do que a obtida pelo modelo LSMVRP-F2. O *gap* de otimalidade médio foi de 46,75%, o que sugere que o CPLEX estava, em geral, longe de atingir uma garantia de otimalidade após três horas. Por outro lado, o modelo LSMVRP-F2 encontrou soluções factíveis para 37 dos 40 exemplares, proporcionando uma solução melhor do que o modelo LSMVRP-F1

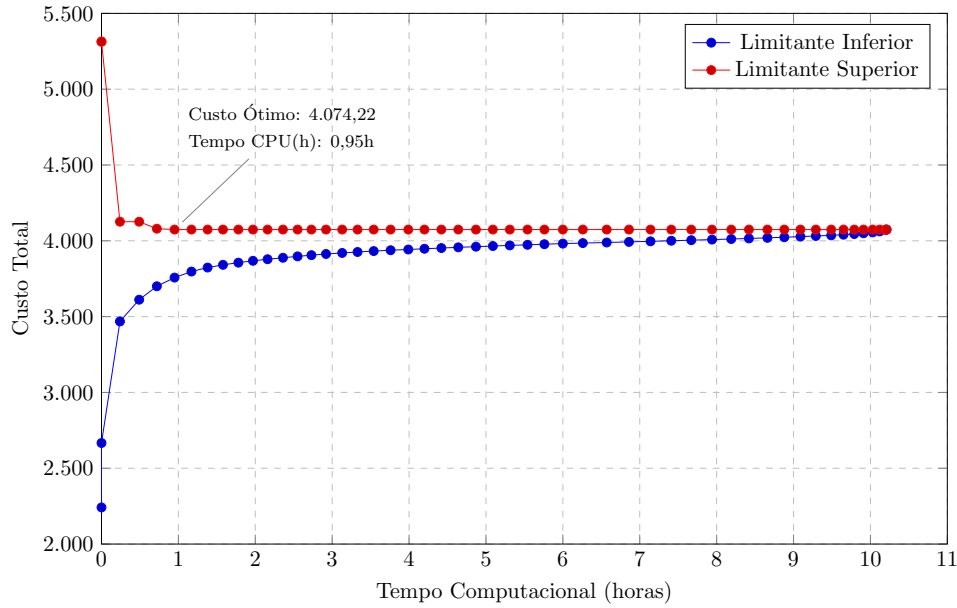


Figura 5.2: Comparação dos limitantes inferior e superior do exemplar 6.

em 34 casos. Assim como o modelo LSMVRP–F1, o modelo LSMVRP–F2 não foi capaz de atingir uma prova de otimalidade para nenhum exemplar, apresentando um *gap* de otimalidade médio de 36,22%.

Resolver exemplares de ambos os modelos com mais de 15 clientes é muito difícil. Para exemplares com $n = 20$ clientes, o modelo LSMVRP–F1 apenas encontrou soluções factíveis para três deles, enquanto o modelo LSMVRP–F2 foi capaz de encontrar soluções factíveis para 21 dos 40 exemplares disponíveis. O número reduzido de nós explorados para ambas as formulações sugere que resolver a relaxação linear dos modelos LSMVRP–F1 e LSMVRP–F2 torna-se difícil quando o tamanho do problema aumenta e, portanto, o CPLEX não é capaz de explorar muitos nós na árvore *branch-and-bound*.

Com o objetivo de mostrar as vantagens de integrar decisões de produção e distribuição, os resultados do modelo LSMVRP–F2 são comparados com aqueles obtidos por uma abordagem sequencial que imita a prática em empresas do setor moveleiro. A abordagem proposta é, em essência, a mesma utilizada na Seção 4.5.2 para o cenário com um único veículo. As decisões de roteamento e programação de veículos são tomadas primeiro, com o objetivo de minimizar os custos de roteamento. A seguir, as quantidades de produtos finais transportados em cada rota são utilizadas para calcular a demanda de cada item em cada período. Essas demandas são então utilizadas como dados de entrada para determinar um plano de produção que minimiza os custos de estocagem e trocas ao longo do horizonte de planejamento.

Perceba que resolver o problema considerado com esta abordagem de dois estágios é ainda difícil, pois em cada estágio é resolvido um problema de classe NP-difícil: um problema de roteamento e programação de veículos com múltiplas viagens e janelas de tempo, no primeiro estágio, e um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com múltiplos itens, no segundo estágio. De fato, testes preliminares mostraram que

resolver otimamente exemplares com 15 ou mais clientes precisa de grande esforço, pois encontrar a solução ótima do primeiro estágio requer horas de tempo computacional.

Para contornar esse problema, a seguir somente consideram-se exemplares com $n = 10$ clientes. Isto permite uma comparação mais justa entre a solução ótima encontrada pela abordagem sequencial e a melhor solução factível encontrada pelo modelo LSMVRP–F2. Vale ressaltar que a solução “ótima” da abordagem sequencial corresponde à solução obtida quando ambos os estágios são resolvidos de forma ótima.

Assim como no Capítulo 4, é preciso ressaltar que a abordagem de solução sequencial em que a ordem das decisões é invertida (i.e., primeiro produção, depois distribuição) não foi aqui explorada, pois esta estratégia resulta em soluções infactíveis, em que os veículos não são capazes de atender a demanda dos clientes respeitando janelas de tempo e prazos de entrega. Novamente, isto deve-se ao fato que as decisões de dimensionamento e sequenciamento de lotes são tomadas sem levar em conta os longos tempos de viagem que são requeridos para entregar os produtos finais. Conseqüentemente, os lotes de produção não são produzidos e estocados oportunamente, e as entregas não podem ser realizadas dentro das janelas de tempo e prazos de entrega considerados.

A Tabela 5.5 compara a qualidade da solução e o tempo computacional requerido quando o problema é resolvido de forma sequencial e integrada, respectivamente. A coluna “Variação(%)” mostra a mudança nas diferentes parcelas do custo total quando o planejamento é feito de forma integrada. Valores negativos (positivos) denotam a percentagem de redução (aumento) na parcela de custo correspondente.

Em geral, é evidente que resolver o problema de forma integrada, requer maior esforço computacional que a abordagem sequencial. Entretanto, como esperado, as soluções retornadas quando o problema é abordado de forma integrada são mais baratas que aquelas obtidas usando uma abordagem sequencial. Em média, com a abordagem integrada foi possível obter uma redução do custo total de 5,80 % para os exemplares considerados.

As percentagens de variação das diferentes parcelas de custo sugerem que soluções mais baratas são consequência de reduções no custo de estocagem, que compensam aumentos nos custos de troca e roteamento. Níveis de estocagem mais baixos são atingidos por meio da produção de lotes menores, que resultam na troca mais frequente de itens na linha de produção. Similarmente, níveis de estocagem mais baixos implicam rotas de entrega menos eficientes, pois as quantidades a serem entregues em um dado período são diretamente limitadas pelas quantidades disponíveis no estoque no final do período anterior. Desta forma, quando o nível de estoque é baixo, poucas opções de entregas estão disponíveis para cada rota, o que resulta em maiores custos de transporte.

As Figuras 5.3 e 5.4 ilustram como, ao integrar decisões, o modelo LSMVRP–F2 encontra soluções melhores que a abordagem sequencial para dois exemplares diferentes (4 e 35, respectivamente). Em ambos os casos, integrar decisões de produção e distribuição permite reduzir os custos de produção (i.e., estocagem e trocas) sem aumentar os custos de roteamento. A abordagem sequencial não consegue essas soluções porque é míope, isto é, não considera o impacto que as decisões de distribuição e roteamento podem ter nas decisões de produção.

Exemplar	Abordagem Sequencial						Abordagem Integrada						Variação(%)							
	Custo Total		Estocagem		Trocas		Roteamento		CPU(s)		Trocas		Roteamento		Estocagem		Trocas		Roteamento	
1	4.171,88	1.980,88	500,00	1.691,00	253,49	4.013,31	1.722,31	600,00	1.691,00	10.800,00	-3,80	-13,05	20,00	0,00						
2	3.963,09	1.368,09	400,00	2.195,00	83,60	3.895,54	975,54	725,00	2.195,00	10.800,00	-1,70	-28,69	81,25	0,00						
3	3.537,38	1.242,38	350,00	1.945,00	476,21	3.583,78	1.008,78	550,00	2.025,00	10.800,00	1,31	-18,80	57,14	4,11						
4	3.819,34	1.295,34	525,00	1.999,00	39,92	3.803,46	1.279,46	525,00	1.999,00	6.986,37	-0,42	-1,23	0,00	0,00						
5	3.888,43	1.659,43	325,00	1.904,00	180,92	3.758,01	1.229,01	625,00	1.904,00	10.800,00	-3,35	-25,94	92,31	0,00						
6	4.232,14	1.777,14	375,00	2.080,00	38,40	4.100,74	1.295,74	725,00	2.080,00	10.800,00	-3,10	-27,09	93,33	0,00						
7	3.965,76	1.342,76	375,00	2.248,00	439,33	3.817,56	1.160,56	375,00	2.282,00	10.800,00	-3,74	-13,57	0,00	1,51						
8	4.846,92	2.238,92	400,00	2.208,00	382,04	4.690,54	1.707,54	775,00	2.208,00	10.800,00	-3,23	-23,73	93,75	0,00						
9	3.952,91	1.090,91	450,00	2.412,00	237,30	3.786,86	774,86	600,00	2.412,00	10.800,00	-4,20	-28,97	33,33	0,00						
10	4.441,59	1.461,59	525,00	2.455,00	526,80	4.244,99	1.114,99	675,00	2.455,00	10.800,00	-4,43	-23,71	28,57	0,00						
11	5.220,70	2.410,70	825,00	1.985,00	69,39	5.471,84	1.963,84	1.225,00	2.283,00	10.800,00	4,81	-18,54	48,48	15,01						
12	7.359,16	3.864,16	775,00	2.720,00	334,76	6.853,44	2.629,44	1.400,00	2.824,00	10.800,00	-6,87	-31,95	80,65	3,82						
13	6.968,84	3.619,84	1.150,00	2.199,00	206,71	6.766,20	3.082,20	1.450,00	2.234,00	10.800,00	-2,91	-14,85	26,09	1,59						
14	5.781,36	1.903,36	1.125,00	2.753,00	74,96	6.052,18	1.643,18	1.400,00	3.009,00	10.800,00	4,68	-13,67	24,44	9,30						
15	4.260,97	1.748,97	725,00	1.787,00	39,30	4.258,59	1.746,59	725,00	1.787,00	10.800,00	-0,06	-0,14	0,00	0,00						
16	7.267,31	3.358,31	750,00	3.159,00	327,33	6.667,21	2.158,21	1.350,00	3.159,00	10.800,00	-8,26	-35,74	80,00	0,00						
17	5.386,77	2.414,77	875,00	2.097,00	189,22	5.141,72	1.813,72	1.225,00	2.103,00	10.800,00	-4,55	-24,89	40,00	0,29						
18	5.629,61	2.840,61	775,00	2.014,00	67,82	5.569,79	2.321,79	1.125,00	2.123,00	10.800,00	-1,06	-18,26	45,16	5,41						
19	7.724,88	4.369,88	950,00	2.405,00	25,64	7.533,54	3.282,54	1.600,00	2.651,00	10.800,00	-2,48	-24,88	68,42	10,23						
20	5.725,96	3.130,96	775,00	1.820,00	458,69	5.324,67	2.178,67	1.300,00	1.846,00	10.800,00	-7,01	-30,42	67,74	1,43						
21	5.793,68	2.671,68	650,00	2.472,00	152,66	5.436,56	1.926,56	800,00	2.710,00	10.800,00	-6,16	-27,89	23,08	9,63						
22	4.343,06	1.911,06	325,00	2.107,00	221,09	3.972,29	1.390,29	475,00	2.107,00	10.800,00	-8,54	-27,25	46,15	0,00						
23	4.608,93	2.082,93	550,00	1.976,00	78,21	4.398,57	1.594,57	800,00	2.004,00	10.800,00	-4,56	-23,45	45,45	1,42						
24	5.139,10	1.933,10	550,00	2.656,00	181,20	4.889,10	1.722,10	500,00	2.667,00	10.800,00	-4,86	-10,92	-9,09	0,41						
25	4.106,02	1.213,02	700,00	2.193,00	116,67	4.095,62	1.125,62	700,00	2.270,00	10.800,00	-0,25	-7,21	0,00	3,51						
26	4.976,28	2.199,28	400,00	2.377,00	52,66	4.680,26	1.528,26	775,00	2.377,00	10.800,00	-5,95	-30,51	93,75	0,00						
27	4.469,94	2.243,94	350,00	1.876,00	885,60	4.226,44	1.578,44	750,00	1.898,00	10.800,00	-5,45	-29,66	114,29	1,17						
28	6.794,30	3.764,30	400,00	2.630,00	1.381,67	5.598,82	2.026,82	850,00	2.722,00	10.800,00	-17,60	-46,16	112,50	3,50						
29	4.810,93	2.368,93	625,00	1.817,00	20,07	4.535,31	1.568,31	1.000,00	1.967,00	10.800,00	-5,73	-33,80	60,00	8,26						
30	5.683,28	3.047,28	400,00	2.236,00	323,95	4.872,25	1.711,25	925,00	2.236,00	10.800,00	-14,27	-43,84	131,25	0,00						
31	8.128,01	5.192,01	900,00	2.036,00	228,84	7.045,59	3.584,59	1.425,00	2.036,00	10.800,00	-13,32	-30,96	58,33	0,00						
32	7.483,61	4.104,61	1.200,00	2.179,00	887,74	7.894,78	3.106,78	1.875,00	2.913,00	10.800,00	5,49	-24,31	56,25	33,69						
33	9.602,79	6.281,79	975,00	2.346,00	445,87	7.946,61	3.675,61	1.925,00	2.346,00	10.800,00	-17,25	-41,49	97,44	0,00						
34	7.232,59	4.707,59	700,00	1.825,00	31,44	6.096,85	2.496,85	1.775,00	1.825,00	10.800,00	-15,70	-46,96	153,57	0,00						
35	9.043,95	6.110,95	875,00	2.058,00	84,26	7.514,69	3.664,69	1.750,00	2.100,00	10.800,00	-16,91	-40,03	100,00	2,04						
36	8.043,94	4.840,94	875,00	2.328,00	173,94	7.318,79	3.269,79	1.550,00	2.499,00	10.800,00	-9,01	-32,46	77,14	7,35						
37	7.677,66	4.525,66	900,00	2.252,00	250,84	7.155,17	3.299,17	1.575,00	2.281,00	10.800,00	-6,81	-27,10	75,00	1,29						
38	8.066,08	5.120,08	850,00	2.096,00	138,07	7.463,74	3.331,74	1.675,00	2.457,00	10.800,00	-7,47	-34,93	97,06	17,22						
39	5.861,19	2.733,19	850,00	2.278,00	507,29	5.775,56	2.084,56	1.325,00	2.366,00	10.800,00	-1,46	-23,73	55,88	3,86						
40	7.730,39	5.008,39	725,00	1.997,00	184,48	6.598,43	2.901,43	1.700,00	1.997,00	10.800,00	-14,64	-42,07	134,48	0,00						
Média	5.793,52	2.929,49	668,75	2.195,28	269,96	5.421,24	2.066,91	1.078,13	2.276,20	10.704,66	-5,52	-26,07	62,58	3,65						

Tabela 5.5: Comparação dos resultados das abordagens sequencial e integrada para exemplares com $n = 10$ clientes.

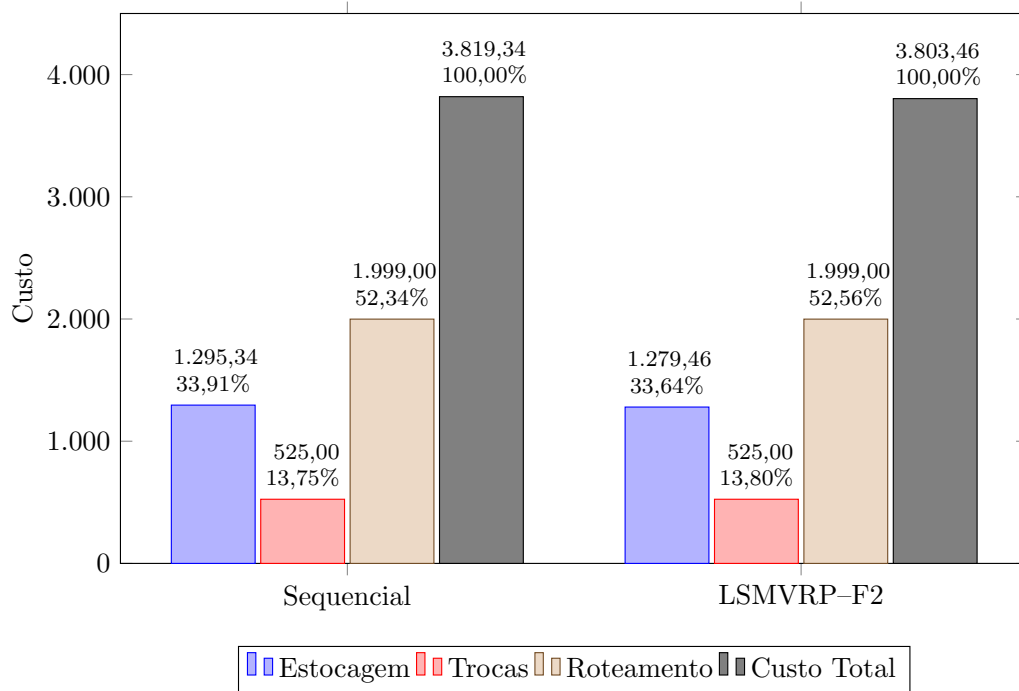


Figura 5.3: Distribuição do custo total das soluções encontradas pela abordagem sequencial e o modelo LSMVRP-F2 para o exemplar 4.

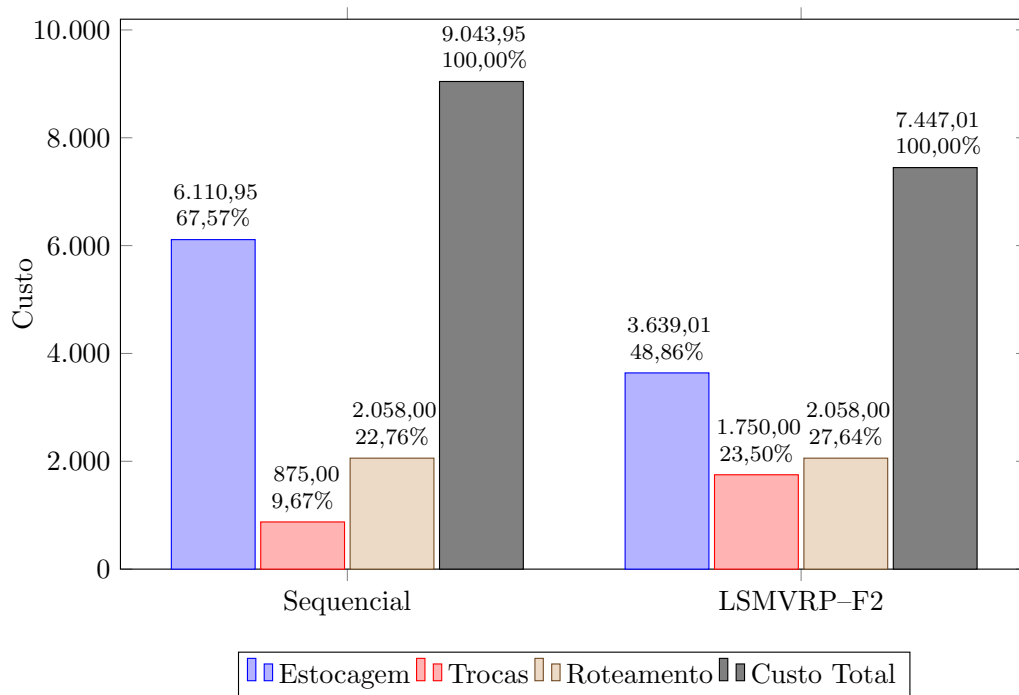


Figura 5.4: Distribuição do custo total das soluções encontradas pela abordagem sequencial e o modelo LSMVRP-F2 para o exemplar 35.

Por exemplo, os períodos em que os veículos partem do depósito são decididos sem levar em consideração se o planejamento da produção terá capacidade suficiente para produzir e estocar as quantidades requeridas. Ainda mais, quando um veículo parte do depósito no período t , as quantidades a serem entregues devem ser produzidas no máximo até o período $t - 1$, de modo que o planejamento e programação da produção deve garantir que tais quantidades sejam produzidas e estocadas antes da rota começar. Consequentemente, as decisões de produção são limitadas pelas decisões prévias de distribuição e roteamento. O modelo LSMVRP-F2, entretanto, é capaz de considerar melhor o *trade-off* entre as diferentes parcelas do custo total, uma vez que tem uma visão integrada do problema. As decisões de distribuição e roteamento não impõem limitações nas decisões de produção, mas são tomadas no intuito de atingir um equilíbrio entre elas.

A abordagem sequencial e o modelo LSMVRP-F2 também foram comparados utilizando um conjunto de 10 exemplares gerados com dados coletados em uma empresa produtora de móveis no interior do estado de São Paulo. Os dados incluem informações como tempos de processamento unitários, capacidade da linha de pintura, níveis de estoque inicial, estrutura dos produtos, demanda dos clientes, localização dos clientes, capacidade dos veículos, entre outros. Por razões de confidencialidade, a empresa não forneceu informações de custo, que foram então geradas conforme descrito na Tabela 5.3. Todos os exemplares têm o mesmo tamanho e cada um corresponde a um problema com $n = 12$ clientes, $|\mathcal{P}| = 5$ produtos finais, $|\mathcal{C}| = 6$ itens ou sub-montagens, $|\mathcal{V}| = 2$ veículos e um horizonte de planejamento de $|\mathcal{T}| = 8$ dias. A Tabela 5.6 apresenta os detalhes do custo das soluções encontradas pela abordagem sequencial e o modelo LSMVRP-F2, respectivamente.

Em geral, o modelo LSMVRP-F2 fornece soluções melhores do que a abordagem sequencial, embora nenhum exemplar tenha sido resolvido até a otimalidade após três horas de tempo computacional. Assim como com os exemplares aleatórios, o modelo LSMVRP-F2 atingiu um *trade-off* melhor entre todas as parcelas de custo do problema. De fato, os custos de produção foram reduzidos em 12,81%, em média, com um pequeno acréscimo nos custos de roteamento (0,27%, em média). A redução do custo total foi de 0,93%, em média.

A razão por trás desta pequena redução no custo total é que, para este conjunto de exemplares, os custos de roteamento representam cerca de 92% do custo total e, portanto, reduções substanciais nos custos de estocagem e de trocas têm um impacto insignificante sobre o custo total. Por outro lado, dado que a abordagem sequencial primeiro minimiza os custos de roteamento e depois os custos de estocagem e trocas, é natural que encontre soluções de alta qualidade para este conjunto de exemplares. Entretanto, conforme observado na Tabela 5.5, maiores reduções no custo total podem ser atingidas quando os custos de produção e roteamento têm mais ou menos a mesma ordem de grandeza.

Exemplar	Abordagem Sequencial					Abordagem Integrada					Variação(%)			
	Custo Total	Inv.+Trocas	Roteamento	CPU(s)	Custo Total	Inv.+Trocas	Roteamento	CPU(s)	Custo Total	Inv.+Trocas	Roteamento			
1	5.208,95	460,15	4.748,80	927,30	5.173,30	424,50	4.748,80	10.800,00	-0,68	-7,75	0,00			
2	4.604,23	431,23	4.173,00	638,27	4.545,51	372,51	4.173,00	10.800,00	-1,28	-13,62	0,00			
3	5.153,49	466,69	4.686,80	706,03	5.061,53	374,73	4.686,80	10.800,00	-1,78	-19,71	0,00			
4	5.000,78	478,38	4.522,40	3.483,98	4.993,12	414,72	4.578,40	10.800,00	-0,15	-13,31	1,24			
5	4.824,04	434,04	4.390,00	1.503,84	4.793,35	372,65	4.420,70	10.800,00	-0,64	-14,15	0,70			
6	4.287,24	414,44	3.872,80	79,07	4.204,33	303,93	3.900,40	10.800,00	-1,93	-26,66	0,71			
7	4.765,56	389,76	4.375,80	381,72	4.721,27	345,47	4.375,80	10.800,00	-0,93	-11,36	0,00			
8	4.786,59	427,89	4.358,70	435,64	4.733,80	375,10	4.358,70	10.800,00	-1,10	-12,34	0,00			
9	4.940,46	376,26	4.564,20	986,42	4.934,66	370,46	4.564,20	10.800,00	-0,12	-1,54	0,00			
10	3.988,61	344,41	3.644,20	839,92	3.962,21	318,01	3.644,20	10.800,00	-0,66	-7,66	0,00			
Media	4.756,00	422,33	4.333,67	998,22	4.712,31	367,21	4.345,10	10.800,00	-0,93	-12,81	0,27			

Tabela 5.6: Comparação dos resultados das abordagens sequencial e integrada para exemplares baseados em dados reais.

5.4.2 Resultados das heurísticas *relax-and-fix* híbridas

Nesta seção apresentam-se os resultados das heurísticas RF híbridas propostas na Seção 5.3. O tempo computacional total alocado a cada heurística foi de 1.300, 2.850, 4.800, 11.800, 28.400 e 57.800 segundos para exemplares com 10, 15, 20, 30, 40 e 50 clientes, respectivamente. Estes valores correspondem ao tempo computacional máximo utilizado pela heurística de decomposição proposta no Capítulo 7 para resolver esses grupos de exemplares. Apesar do tempo computacional permitido, as heurísticas não foram capazes de retornar soluções factíveis para exemplares com $n \geq 30$, portanto, a seguir somente são reportados os resultados para $n \leq 20$ clientes.

A Tabela 5.7 mostra os resultados médios das heurísticas RF híbridas. As colunas “UB^H”, “Gap(%)”, “Dev(%)” e “CPU(s)” reportam os valores médios da função objetivo, o *gap* de otimalidade em relação ao melhor limitante inferior conhecido (LB*), o desvio relativo em relação ao melhor limitante superior conhecido (UB*) e o tempo computacional, em segundos, respectivamente. Os valores de LB* e UB* foram obtidos a partir dos resultados dos modelos LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2. As colunas “#Sol”, “#Melhor” e “#Ótimos” mostram o número de soluções factíveis, o número de melhores soluções que a melhor conhecida até o momento e o número de soluções ótimas encontradas por cada heurística, respectivamente. Os resultados detalhados das RF híbridas são apresentados no Apêndice B.4.

Como observado, todas as heurísticas são capazes de fornecer soluções factíveis para

n	Método	UB ^H	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Sol	#Melhor	#Ótimos
10	RFX1-H	5.493,72	26,45	1,72	1.300,00	40	8	0
	RFX2-H	5.414,59	25,59	0,45	1.300,00	40	15	0
	RFX3-H	5.433,00	25,78	0,73	1.300,00	40	9	0
	RFX4-H	5.571,22	27,53	3,24	1.300,00	40	3	0
	RFX5-H	5.486,23	26,20	1,41	1.300,00	40	6	0
	RFX6-H	5.492,80	26,47	1,75	1.300,00	40	7	0
15	RFX1-H	6.750,05	37,68	0,78	2.850,00	39	11	0
	RFX2-H	6.402,97	34,78	-3,69	2.850,00	40	25	0
	RFX3-H	6.424,79	34,96	-3,53	2.850,00	40	22	0
	RFX4-H	6.672,73	37,26	4,21	2.850,00	34	8	0
	RFX5-H	6.627,03	36,56	-1,06	2.850,00	40	20	0
	RFX6-H	6.512,51	35,71	-2,43	2.850,00	40	27	0
20	RFX1-H	8.522,23	41,66	-3,15	4.800,00	24	7	0
	RFX2-H	8.141,25	40,96	-6,28	4.800,00	35	12	0
	RFX3-H	8.171,98	39,11	-9,61	4.800,00	36	16	0
	RFX4-H	7.695,24	43,10	-3,94	4.800,00	22	8	0
	RFX5-H	8.262,04	42,89	-5,96	4.800,00	25	8	0
	RFX6-H	8.504,30	40,61	-7,32	4.800,00	33	12	0

Tabela 5.7: Comparação dos resultados médios das heurísticas *relax-and-fix* híbridas.

todos os exemplares com 10 clientes. Os desvios médios positivos implicam que essas soluções factíveis são, em geral, mais caras que a melhor solução encontrada pelo CPLEX. Entretanto, para alguns exemplares, as heurísticas foram capazes de encontrar soluções de menor custo. O melhor desempenho foi atingido pela heurística RFX2-H, que apresenta um desvio médio de somente 0,45% e foi capaz de encontrar soluções melhores para 15 exemplares. A heurística RFX3-H teve um desempenho ligeiramente pior que a RFX2-H, com desvio médio de 0,73% e retornando soluções melhores que o CPLEX para 9 dos 40 exemplares. A vantagem destas heurísticas, em comparação com o CPLEX, é que elas são capazes de retornar soluções de qualidade muito próxima da melhor solução conhecida em tempos computacionais mais curtos (i.e., 1.300 segundos, em média). As demais heurísticas, também capazes de obter algumas soluções melhores que o CPLEX, apresentam desvios médios entre 1,41% e 3,24%.

Para exemplares com 15 clientes, novamente as heurísticas RFX2-H e RFX3-H apresentam os melhores resultados, com desvios médios de -3,69% e -3,53%, respectivamente. Esses valores negativos implicam que as heurísticas fornecem soluções de menor custo, em média, que as melhores conhecidas até o momento. Ambas as heurísticas forneceram soluções melhores para mais do 50% dos exemplares (25 e 22 exemplares, respectivamente). As heurísticas RFX5-H e RFX6-H também apresentaram melhor desempenho que o CPLEX, com desvios médios de -1,06% e -2,43%, respectivamente. Similarmente às RFX2-H e RFX3-H, estas heurísticas também forneceram soluções melhores que o CPLEX para 20 e 27 exemplares, respectivamente.

Os perfis de desempenho na Figura 5.5 mostram claramente a superioridade as heurísticas RFX2-H e RFX3-H, cujas curvas estão sempre acima das demais. O desempenho destas duas heurísticas é muito similar, com uma ligeira vantagem para a heurísticas RFX3-H, que forneceu a melhor solução possível para 35% dos exemplares e convergiu mais rápido para um. Os piores resultados foram atingidos pelo modelo LSMVRP-F1, cuja curva está sempre abaixo das demais.

Para exemplares com 20 clientes, todas as heurísticas encontraram um maior número de soluções factíveis que o CPLEX, embora nenhuma delas foi capaz de resolver os 40 exemplares. Além disso, as soluções fornecidas pelas heurísticas são, em média, de melhor qualidade que as obtidas pelo CPLEX, conforme sugerido pelos desvios médios negativos. A Figura 5.6 mostra os perfis de desempenho das heurísticas para este grupo de exemplares. O melhor desempenho foi atingido pela heurística RFX3-H, que fornece a melhor solução para 38% dos exemplares e cuja curva está sempre acima das demais. As heurísticas RFX2-H e RFX6-H apresentam desempenhos competitivos, com vantagem para a RFX2-H, que fornece mais soluções factíveis e encontra a melhor solução possível para 28% dos casos.

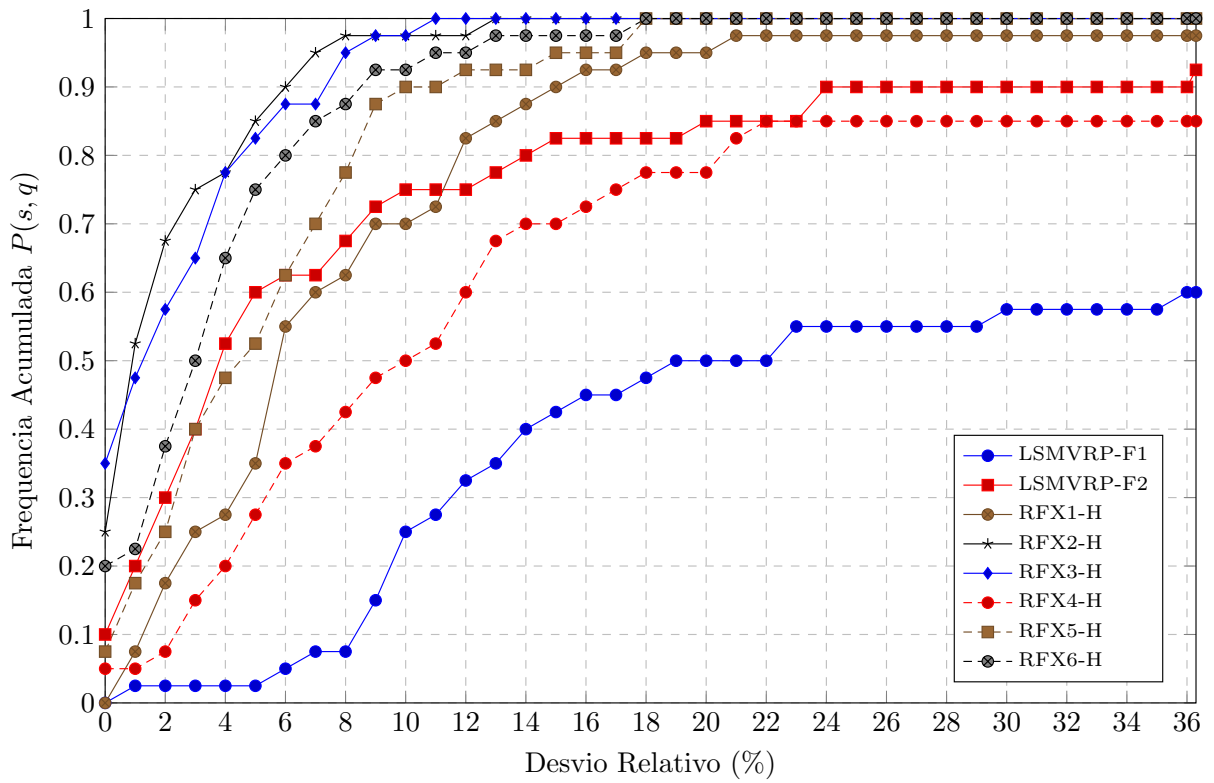


Figura 5.5: Perfis de desempenho das heurísticas *relax-and-fix* híbridas para exemplares com $n = 15$ clientes.

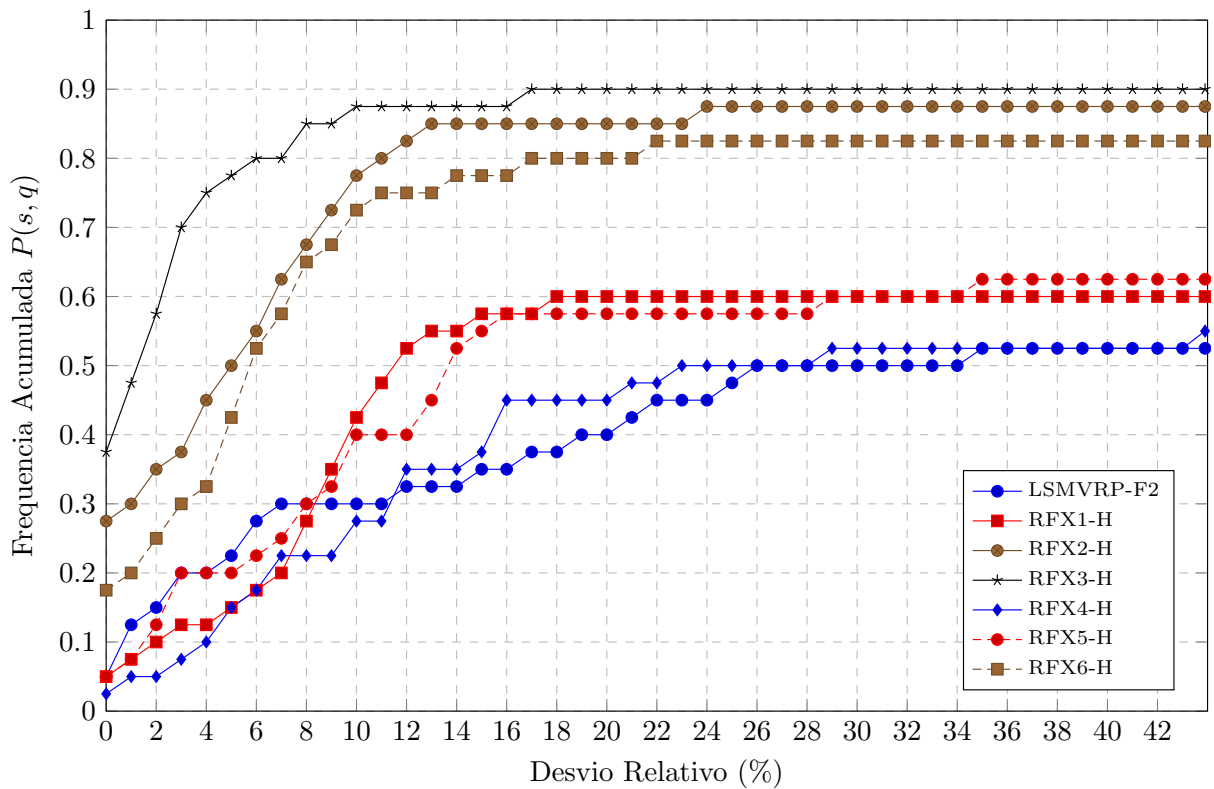


Figura 5.6: Perfis de desempenho das heurísticas *relax-and-fix* híbridas para exemplares com $n = 20$ clientes.

5.5 Comentários Finais

Neste capítulo foi estudado o cenário em que o produtor de móveis tem uma única linha de pintura em pó, os tempos e custos de troca dependem da sequência de produção, e há uma frota heterogênea de veículos para realizar as entregas. Dois modelos de programação inteira mista, LSMVRP–F1 e LSMVRP–F2, foram propostos e avaliados computacionalmente. Os resultados desta avaliação, baseada num conjunto de exemplares gerados aleatoriamente, mostram que o modelo LSMVRP–F2 apresenta um desempenho computacional melhor, encontrando soluções de custo menor e, em geral, fornecendo soluções factíveis para um maior número de exemplares.

Quando comparado com uma abordagem sequencial que imita a prática comum em empresas do setor moveleiro, o modelo LSMVRP–F2 foi capaz de fornecer soluções melhores, embora precisando de um maior esforço computacional. Estes resultados reafirmam as vantagens econômicas de se considerar o planejamento e programação integrada de operações de produção e distribuição. A análise das soluções encontradas mostra que a abordagem integrada atinge um *trade-off* melhor entre as parcelas de custo envolvidas, reduzindo custos de estocagem a fim de compensar aumentos nos custos de troca e roteamento. Tal *trade-off*, entretanto, não é bem tratado por abordagens sequenciais, em que os custos envolvidos no problema são otimizados de forma separada e independente.

Por outro lado, uma das desvantagens dos modelos propostos é o considerável esforço computacional requerido quando o tamanho do problema aumenta. De fato, dentro do limite de tempo computacional preestabelecido, ambos os modelos não foram capazes de encontrar soluções factíveis para exemplares com 20 ou mais clientes. Para contornar esta situação, as heurísticas RF híbridas, propostas no Capítulo 4, foram estendidas e testadas computacionalmente. Os resultados destacam que, em geral, as RF híbridas tiveram um desempenho computacional melhor que o CPLEX, fornecendo soluções melhores em menores tempos computacionais. Adicionalmente, estas heurísticas também foram capazes de retornar soluções factíveis para a maioria de exemplares com 20 clientes, para os quais o CPLEX falhou na maioria dos casos. Os perfis de desempenho para exemplares com 15 e 20 clientes destacam especialmente o desempenho computacional das heurísticas RFX2–H e RFX3–H, que foram superiores às demais em ambos os casos.

Contudo, mesmo após longos tempos de execução, as RF híbridas também não conseguiram encontrar soluções factíveis para os exemplares de maior porte, com 30 ou mais clientes. Isto mostra a necessidade de desenvolver outros métodos de solução mais específicos e efetivos para resolver problemas de maior tamanho. Esse é precisamente o objetivo do Capítulo 7, onde uma heurística de decomposição é proposta a fim de encontrar soluções factíveis de boa qualidade em tempos computacionais razoáveis para exemplares de maior tamanho.

Capítulo 6

PRP na indústria de móveis: caso com múltiplos veículos e entregas fracionadas

No capítulo anterior foi estudado um cenário em que o produtor tem uma única linha de pintura em pó, cujas operações de ajuste e preparação são dependentes da sequência de produção, e uma frota heterogênea de veículos para realizar as entregas. A seguir, considera-se uma extensão adicional desse problema em que entregas fracionadas são permitidas, isto é, a demanda de cada cliente pode ser atendida em múltiplas entregas realizadas por um ou por diferentes veículos.

Este cenário é de especial interesse em situações práticas em que a quantidade de demanda a ser entregue a um dado cliente é maior que a capacidade dos veículos, de modo que soluções factíveis para o problema somente podem ser encontradas permitindo que o cliente seja servido múltiplas vezes. Além disso, mesmo quando a capacidade dos veículos é suficiente, no contexto do VRP têm sido mostrado que entregas fracionadas resultam em uma redução da distância total percorrida e do número total de veículos utilizados (DROR; TRUDEAU, 1989; DROR; TRUDEAU, 1990; ARCHETTI; SPERANZA, 2012).

Observe que o problema com entregas fracionadas corresponde a uma relaxação do problema original, pois desconsidera-se o pressuposto de uma única visita para cada cliente e, portanto, sua solução ótima deve ser de custo igual ou menor que o custo da solução ótima do problema original (i.e., sem entregas fracionadas). Desta forma, o objetivo aqui é quantificar a ordem de grandeza das economias atingidas utilizando entregas fracionadas. Até onde observou-se na revisão de literatura, somente os trabalhos de Chandra e Fisher (1994), Fumero e Vercellis (1999), Lei *et al.* (2006) e Shiguemoto e Armentano (2010) permitem que as entregas sejam fracionadas. Entretanto, nenhuma dessas pesquisas reporta se ganhos econômicos podem ser obtidos a partir dessa prática, em comparação com o pressuposto mais tradicional em que cada cliente deve ser visitado uma única vez no horizonte de planejamento.

Para isto, o modelo LSMVRP-F2 (Seção 5.2.2), que teve o melhor desempenho no capítulo anterior, foi estendido para permitir que as entregas sejam fracionadas. Ambos os

modelos, com e sem fracionamento de carga, são então comparados a fim de quantificar as economias obtidas ao se permitir entregas fracionadas. É preciso destacar que custos fixos de entrega não são aqui considerados e, portanto, assume-se que os custos de transporte dependem somente da distância percorrida pelos veículos. Os resultados computacionais mostram que encontrar soluções ótimas para ambos os modelos é muito difícil, mesmo após longos tempos de execução. Essa dificuldade não permite quantificar a redução do custo total decorrente do fracionamento de carga. Mesmo assim, conforme esperado, os resultados sugeriram que soluções de menor custo são de fato encontradas quando entregas fracionadas são permitidas.

No intuito de encontrar soluções factíveis de qualidade melhor, as heurísticas RF híbridas propostas no Capítulo 5 são estendidas para o caso com entregas fracionadas. Contrário aos resultados atingidos no Capítulo 5, os experimentos computacionais neste caso mostraram que o desempenho das heurísticas híbridas é ruim, pois não conseguem retornar soluções factíveis e de qualidade para a maioria dos exemplares avaliados.

O restante deste capítulo está organizado como segue. As Seções 6.1 e 6.2 descrevem, respectivamente, a mudanças a serem realizadas no modelo LSMVRP–F2 e nas heurísticas RF híbridas a fim de permitir entregas fracionadas. Os resultados dos experimentos computacionais com o CPLEX e as heurísticas RF híbridas são apresentados na Seção 6.3. Por fim, o capítulo é encerrado com alguns comentários finais na Seção 6.4.

6.1 Modelo LSMVRP–F2 com entregas fracionadas

Nesta seção apresentam-se as mudanças requeridas no modelo LSMVRP–F2 a fim de permitir entregas fracionadas. Neste cenário, a quantidade do produto p entregue ao cliente i em uma dada rota r não necessariamente corresponde à demanda d_{pi} , a qual pode ser servida em múltiplas visitas no horizonte de planejamento. Desta forma, é preciso considerar um novo conjunto de variáveis contínuas, como segue:

q_{pir} : Quantidade do produto p entregue ao cliente i na rota r .

Dado este novo conjunto de variáveis, as seguintes restrições são requeridas no modelo LSMVRP–F2 a fim de permitir entregas fracionadas.

$$\sum_{\substack{i \in \{0, \bar{\mathcal{C}}\} \\ i \neq j}} \sum_{r=1}^R w_{ijr} \geq 1, \quad j \in \bar{\mathcal{C}}. \quad (6.1)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{prt} = \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} q_{pir}, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R. \quad (6.2)$$

$$q_{pir} \leq d_{pi} \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr}, \quad p \in \mathcal{P}, i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (6.3)$$

$$\sum_{r=1}^R q_{pir} = d_{pi}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, p \in \mathcal{P}. \quad (6.4)$$

$$\mu_{jr} \geq \mu_{ir} + \lambda \left(\sum_{p \in \mathcal{P}} \varphi_p q_{pir} \right) + \tau_{ij} - M_{ij} (1 - w_{ijr}), \quad \begin{array}{l} i \in \bar{\mathcal{C}}, j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\}, \\ r = 1, \dots, R : i \neq j \end{array}. \quad (6.5)$$

$$q_{pir} \geq 0, \quad p \in \mathcal{P}, i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (6.6)$$

Observe que o fracionamento de carga, representado pelas variáveis q_{pir} e as restrições (6.1)–(6.6), não afeta a modelagem das decisões de dimensionamento e sequenciamento de lotes, de modo que a função objetivo (5.33) e as restrições associadas à parte de produção, (5.4)–(5.9) e (5.34)–(5.35), permanecem as mesmas que no modelo LSMVRP–F2.

O conjunto de restrições (6.1) garante que cada cliente seja visitado pelo menos uma vez ao longo do horizonte de planejamento, permitindo que múltiplas visitas sejam realizadas a cada cliente. As restrições (6.2) estabelecem a relação entre as variáveis Q_{prt} e q_{pir} , determinando a quantidade total do produto p entregue na rota r . Perceba que quando entregas fracionadas não são permitidas, tal quantidade corresponde ao somatório das demandas dos clientes servidos pela rota r . Entretanto, com fracionamento de carga, a quantidade total transportada pela rota depende das quantidades a serem entregues a cada cliente, que são uma decisão do problema.

As restrições (6.3) impõem um limitante superior na quantidade do produto p entregue ao cliente i na rota r . Se o cliente i for visitado na rota r , então a quantidade entregue não pode ser maior que a demanda do cliente, d_{pi} . Por outro lado, as igualdades (6.4) garantem que a demanda de cada cliente seja totalmente atendida: a soma das quantidades entregues por cada rota corresponde exatamente à quantidade demandada pelo cliente.

As desigualdades (6.5) impõem um limitante inferior no tempo em que um dado nó começa a ser servido pela rota r . Observe que o tempo de serviço (i.e., o tempo de descarga) no cliente não é constante, pois depende diretamente das quantidades de produtos a serem entregues. Por fim, (6.6) define o domínio das novas variáveis de decisão q_{pir} . O modelo LSMVRP–F2 com entregas fracionadas é apresentado de forma monolítica no Apêndice C.1.

6.2 Heurísticas *relax-and-fix* híbridas

As heurísticas *relax-and-fix* híbridas propostas na Seção 5.3, para o caso sem entregas fracionadas, são facilmente estendíveis para o cenário em que entregas fracionadas são permitidas. Essas modificações correspondem simplesmente à inclusão das restrições (6.1)–(6.6), que são requeridas no modelo LSMVRP–F2 com entregas fracionadas.

Os critérios de particionamento e fixação de variáveis continuam os mesmos que no caso sem entregas fracionadas, conforme apresentado na Tabela 6.1. Observe que não é preciso modificar esses critérios, pois o modelo LSMVRP–F2 com entregas fracionadas não inclui novas variáveis binárias, mas somente o novo conjunto de variáveis contínuas q_{pir} .

Heurística	Particionamento	Fixação
RFX1	Por período	Fixar y_{at}, z_{abt}
RFX2	Por período	Fixar y_{at}, z_{abt} se $x_{at} > 0$, e w_{ijr} se $\phi_{0rt} = 1$
RFX3	Por período	Fixar y_{at}, z_{abt} se $x_{at} > 0$, e w_{ijr}, ϕ_{0rt} se $\phi_{0rt} = 1$
RFX4	Por rota	Fixar w_{ijr}
RFX5	Dimensionamento e roteamento	Fixar y_{at}, z_{abt}
RFX6	Roteamento e dimensionamento	Fixar $w_{ijr}, \phi_{irt}, \alpha_{rv}$

Tabela 6.1: Estratégias de particionamento e fixação de variáveis utilizadas nas heurísticas *relax-and-fix* híbridas com entregas fracionadas.

A solução obtida pelas heurísticas RF da Tabela 6.1, se houver, é utilizada como solução inicial do CPLEX no intuito de encontrar soluções ainda melhores dentro de um predeterminado tempo computacional. Esta abordagem de dois passos corresponde às heurísticas híbridas com entregas fracionadas RFX1–H, RFX2–H, RFX3–H, RFX4–H, RFX5–H e RFX6–H, respectivamente.

6.3 Experimentos Computacionais

A seguir são apresentados os resultados dos experimentos computacionais com o modelo LSMVRP–F2 com entregas fracionadas, o qual foi implementado em C++ usando o *Concert Technology* da IBM e resolvido com a configuração padrão do CPLEX 12.6.1. Todos os experimentos foram executados em computadores com dois processadores Intel Xeon 3,07 GHz e 96 GB de memória. Os testes foram realizados no mesmo conjunto de exemplares utilizados para a avaliação dos modelos LSMVRP–F1 e LSMVRP–F2 para o caso em que entregas fracionadas não são permitidas (Seção 5.4).

A fim de quantificar os ganhos econômicos quando entregas fracionadas são permitidas, os resultados com e sem fracionamento de carga são comparados. Ambos os modelos, com e sem entregas fracionadas, são executados por um tempo limite de 24 horas no intuito de encontrar soluções ótimas ou quase ótimas.

Os resultados são apresentados nas Tabelas 6.2–6.4 para exemplares com 10, 15 e 20 clientes, respectivamente. Para exemplares com $n \geq 30$, o modelo LSMVRP–F2 com carga fracionada não é capaz de fornecer nenhuma solução factível num dia de tempo computacional. A coluna “Dev(%)” mostra o desvio relativo das soluções encontradas quando entregas fracionadas são permitidas, em relação às obtidas quando o fracionamento não é possível. Cada entrada desta coluna é calculada de acordo com (6.7), em que UB e UB^S denotam a melhor solução fornecida pelo CPLEX ao resolver o modelo LSMVRP–F2 sem e com fracionamento, respectivamente. Valores negativos mostram que o CPLEX encontrou soluções mais econômicas ao resolver o modelo LSMVRP–F2 com entregas fracionadas.

$$\text{Dev}(\%) = \left(\frac{\text{UB}^S - \text{UB}}{\text{UB}} \right) \times 100. \quad (6.7)$$

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	$ \mathcal{V} $	Sem fracionamento				Com fracionamento				
						UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	UB ^s	LB	Gap(%)	CPU(s)	Dev(%)
1	10	3	3	8	2	4.013,31	3.494,22	12,93	86.400,00	4.091,51	3.027,08	26,02	86.400,00	1,95
2	10	3	3	8	2	3.873,99	3.699,86	4,50	86.400,00	3.732,98	2.971,23	20,41	86.400,00	-3,64 ^a
3	10	3	3	8	2	3.522,77	2.956,02	16,09	86.400,00	3.451,01	2.496,42	27,66	86.400,00	-2,04 ^a
4	10	3	3	8	2	3.803,46	3.803,08	0,01	8.732,46	3.797,08	3.703,31	2,47	86.400,00	-0,17 ^a
5	10	3	3	8	2	3.754,05	3.398,83	9,46	86.400,00	3.823,04	2.822,42	26,17	86.400,00	1,84 ^b
6	10	3	3	8	3	4.074,22	4.073,81	0,01	36.744,30	4.072,72	3.808,43	6,49	86.400,00	-0,04 ^a
7	10	3	3	8	3	3.817,56	3.465,42	9,22	86.400,00	3.775,71	2.966,15	21,44	86.400,00	-1,10 ^a
8	10	3	3	8	3	4.668,97	4.176,74	10,54	86.400,00	4.637,55	3.528,85	23,91	86.400,00	-0,67 ^a
9	10	3	3	8	3	3.786,86	3.608,02	4,72	86.400,00	3.750,02	3.009,51	19,75	86.400,00	-0,97 ^a
10	10	3	3	8	3	4.237,05	3.924,25	7,38	86.400,00	4.244,99	3.503,20	17,47	86.400,00	0,19
11	10	3	5	8	2	5.250,37	3.727,98	29,00	86.400,00	5.147,37	3.558,51	30,87	86.400,00	-1,96 ^a
12	10	3	5	8	2	6.786,34	4.456,56	34,33	86.400,00	6.710,17	3.876,85	42,22	86.400,00	-1,12 ^a
13	10	3	5	8	2	6.695,40	4.560,70	31,88	86.400,00	6.757,99	4.169,40	38,30	86.400,00	0,93 ^b
14	10	3	5	8	2	6.017,04	3.811,40	36,66	86.400,00	5.818,34	3.832,45	34,13	86.400,00	-3,30 ^c
15	10	3	5	8	2	4.229,14	3.585,00	15,23	86.400,00	4.229,14	3.552,50	16,00	86.400,00	0,00
16	10	3	5	8	3	6.676,29	4.675,55	29,97	86.400,00	6.524,43	3.641,18	44,19	86.400,00	-2,27 ^a
17	10	3	5	8	3	5.214,48	3.914,47	24,93	86.400,00	5.084,40	3.593,35	29,33	86.400,00	-2,49 ^a
18	10	3	5	8	3	5.460,79	4.115,98	24,63	86.400,00	5.459,50	3.899,04	28,58	86.400,00	-0,02 ^a
19	10	3	5	8	3	7.411,21	5.573,91	24,79	86.400,00	7.496,07	5.032,75	32,86	86.400,00	1,14 ^b
20	10	3	5	8	3	5.261,29	3.652,22	30,58	86.400,00	5.232,71	3.402,52	34,98	86.400,00	-0,54 ^a
21	10	5	3	8	2	5.425,21	4.450,83	17,96	86.400,00	5.410,03	3.887,75	28,14	86.400,00	-0,28 ^a
22	10	5	3	8	2	3.972,29	3.417,22	13,97	86.400,00	3.947,48	2.790,06	29,32	86.400,00	-0,62 ^a
23	10	5	3	8	2	4.376,42	4.034,54	7,81	86.400,00	4.405,88	3.500,91	20,54	86.400,00	0,67
24	10	5	3	8	2	4.852,70	4.319,00	11,00	86.400,00	4.960,01	3.117,28	37,15	86.400,00	2,21 ^b
25	10	5	3	8	2	4.055,38	3.506,98	13,52	86.400,00	4.133,53	2.729,91	33,96	86.400,00	1,93 ^b
26	10	5	3	8	3	4.680,26	4.494,65	3,97	86.400,00	4.639,61	4.133,22	10,92	86.400,00	-0,87 ^a
27	10	5	3	8	3	4.246,78	3.539,34	16,66	86.400,00	4.268,86	2.949,41	30,91	86.400,00	0,52 ^b
28	10	5	3	8	3	5.545,58	5.083,81	8,33	86.400,00	5.576,92	4.197,93	24,73	86.400,00	0,57 ^b
29	10	5	3	8	3	4.444,97	4.222,01	5,02	86.400,00	4.519,03	3.431,78	24,06	86.400,00	1,67 ^b
30	10	5	3	8	3	4.872,25	4.128,47	15,27	86.400,00	4.872,25	3.603,01	26,05	86.400,00	0,00 ^b
31	10	5	5	8	2	7.034,80	4.794,07	31,85	86.400,00	7.150,10	4.579,80	35,95	86.400,00	1,64 ^b
32	10	5	5	8	2	7.291,19	4.647,43	36,26	86.400,00	7.381,28	4.159,04	43,65	86.400,00	1,24 ^b
33	10	5	5	8	2	7.868,27	5.123,86	34,88	86.400,00	7.842,10	4.250,87	45,79	86.400,00	-0,33 ^a
34	10	5	5	8	2	6.058,22	4.163,46	31,28	86.400,00	6.212,17	3.719,22	40,13	86.400,00	2,54 ^b
35	10	5	5	8	2	7.446,51	5.101,94	31,49	86.400,00	7.437,54	4.988,67	32,93	86.400,00	-0,12 ^a
36	10	5	5	8	3	7.176,16	4.962,16	30,85	86.400,00	7.158,22	4.791,76	33,06	86.400,00	-0,25 ^c
37	10	5	5	8	3	7.105,11	4.646,50	34,60	86.400,00	6.967,01	4.243,80	39,09	86.400,00	-1,94 ^a
38	10	5	5	8	3	7.148,19	4.851,15	32,14	86.400,00	7.359,77	4.822,03	34,48	86.400,00	2,96
39	10	5	5	8	3	5.742,64	3.985,85	30,59	86.400,00	5.662,10	3.660,35	35,35	86.400,00	-1,40 ^a
40	10	5	5	8	3	6.462,28	4.595,40	28,89	86.400,00	6.462,28	4.174,14	35,41	86.400,00	0,00
Média						5.359,00	4.168,57	19,83	83.216,92	5.355,07	3.703,15	29,12	86.400,00	-0,10

^a Solução de custo menor com entregas fracionadas

^b Solução de custo maior com entregas fracionadas

^c Solução de custo menor sem entregas fracionadas

Tabela 6.2: Resultados do modelo LSMVRP-F2 sem e com entregas fracionadas para exemplares com $n = 10$ clientes.

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	$ \mathcal{V} $	Sem fracionamento				Com fracionamento				
						UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	UB ^S	LB	Gap(%)	CPU(s)	Dev(%)
41	15	3	3	8	2	3.890,65	3.080,92	20,81	86.400,00	3.903,14	2.220,83	43,10	86.400,00	0,32 ^b
42	15	3	3	8	2	5.625,78	4.456,83	20,78	86.400,00	5.510,74	3.719,31	32,51	86.400,00	-2,04 ^a
43	15	3	3	8	2	4.741,37	3.920,81	17,31	86.400,00	4.667,58	2.888,80	38,11	86.400,00	-1,56 ^a
44	15	3	3	8	2	5.392,16	4.638,69	13,97	86.400,00	5.594,38	3.619,86	35,30	86.400,00	3,75 ^b
45	15	3	3	8	2	5.134,40	3.859,93	24,82	86.400,00	4.989,60	3.065,26	38,57	86.400,00	-2,82 ^a
46	15	3	3	8	3	5.228,28	3.854,12	26,28	86.400,00	-	2.997,30	-	86.400,00	-
47	15	3	3	8	3	5.295,35	4.395,27	17,00	86.400,00	5.335,07	3.324,36	37,69	86.400,00	0,75 ^b
48	15	3	3	8	3	5.768,05	4.938,56	14,38	86.400,00	5.707,99	4.295,64	24,74	86.400,00	-1,04 ^a
49	15	3	3	8	3	5.945,70	5.216,51	12,26	86.400,00	5.837,40	3.642,78	37,60	86.400,00	-1,82 ^a
50	15	3	3	8	3	4.725,65	4.225,65	10,58	86.400,00	4.698,89	3.328,18	29,17	86.400,00	-0,57 ^a
51	15	3	5	8	2	7.725,78	4.493,17	41,84	86.400,00	-	3.942,40	-	86.400,00	-
52	15	3	5	8	2	5.811,95	3.545,51	39,00	86.400,00	-	2.863,50	-	86.400,00	-
53	15	3	5	8	2	4.870,16	2.788,35	42,75	86.400,00	4.905,60	2.683,75	45,29	86.400,00	0,73 ^b
54	15	3	5	8	2	5.626,91	3.523,17	37,39	86.400,00	5.612,72	3.410,29	39,24	86.400,00	-0,25 ^a
55	15	3	5	8	2	5.946,17	3.662,38	38,41	86.400,00	5.786,91	3.817,46	34,03	86.400,00	-2,68 ^a
56	15	3	5	8	3	7.418,60	4.561,36	38,51	86.400,00	7.240,12	4.713,49	34,90	86.400,00	-2,41 ^a
57	15	3	5	8	3	7.310,39	4.323,37	40,86	86.400,00	7.379,61	4.161,45	43,61	86.400,00	0,95 ^b
58	15	3	5	8	3	7.017,20	4.431,65	36,85	86.400,00	6.702,59	4.362,05	34,92	86.400,00	-4,48 ^a
59	15	3	5	8	3	6.436,70	3.624,89	43,68	86.400,00	6.383,43	3.718,62	41,75	86.400,00	-0,83 ^a
60	15	3	5	8	3	5.931,46	3.954,74	33,33	86.400,00	-	3.163,12	-	86.400,00	-
61	15	5	3	8	2	6.021,58	4.675,91	22,35	86.400,00	6.106,72	3.905,00	36,05	86.400,00	1,41 ^b
62	15	5	3	8	2	5.076,98	4.032,99	20,56	86.400,00	-	3.328,86	-	86.400,00	-
63	15	5	3	8	2	5.688,68	4.353,13	23,48	86.400,00	5.735,92	4.244,55	26,00	86.400,00	0,83
64	15	5	3	8	2	6.631,85	5.478,25	17,40	86.400,00	6.715,26	5.135,53	23,53	86.400,00	1,26 ^b
65	15	5	3	8	2	6.312,77	5.004,67	20,72	86.400,00	6.406,02	4.240,89	33,80	86.400,00	1,48 ^b
66	15	5	3	8	3	6.089,43	4.453,23	26,87	86.400,00	6.235,52	3.498,63	43,89	86.400,00	2,40 ^b
67	15	5	3	8	3	5.769,22	4.748,57	17,69	86.400,00	5.905,58	3.825,74	35,22	86.400,00	2,36 ^b
68	15	5	3	8	3	5.657,16	4.107,21	27,40	86.400,00	5.641,16	4.241,09	24,82	86.400,00	-0,28 ^a
69	15	5	3	8	3	4.115,19	3.774,56	8,28	86.400,00	4.242,22	3.129,13	26,24	86.400,00	3,09 ^b
70	15	5	3	8	3	4.577,99	4.144,67	9,47	86.400,00	4.577,99	3.476,57	24,06	86.400,00	0,00
71	15	5	5	8	2	8.270,59	4.947,91	40,18	86.400,00	-	4.824,70	-	86.400,00	-
72	15	5	5	8	2	7.765,48	5.067,39	34,75	86.400,00	7.696,55	4.987,48	35,20	86.400,00	-0,89 ^a
73	15	5	5	8	2	8.123,29	4.822,95	40,63	86.400,00	7.975,54	4.629,21	41,96	86.400,00	-1,82 ^c
74	15	5	5	8	2	8.157,03	5.342,39	34,51	86.400,00	7.829,80	5.031,51	35,74	86.400,00	-4,01 ^a
75	15	5	5	8	2	8.130,90	4.689,14	42,33	86.400,00	-	4.434,50	-	86.400,00	-
76	15	5	5	8	3	5.903,06	3.780,93	35,95	86.400,00	6.236,69	3.659,25	41,33	86.400,00	5,65 ^b
77	15	5	5	8	3	8.249,39	5.028,20	39,05	86.400,00	8.271,67	4.881,28	40,99	86.400,00	0,27 ^b
78	15	5	5	8	3	9.071,73	5.352,55	41,00	86.400,00	9.132,44	5.119,04	43,95	86.400,00	0,67 ^b
79	15	5	5	8	3	8.323,04	5.086,76	38,88	86.400,00	8.272,30	4.929,63	40,41	86.400,00	-0,61 ^c
80	15	5	5	8	3	7.301,59	4.424,55	39,40	86.400,00	7.766,42	4.233,59	45,49	86.400,00	6,37 ^b
Média						6.276,99	4.370,30	28,79	86.400,00	6.212,23	3.892,37	36,04	86.400,00	0,13

^a Solução de custo menor com entregas fracionadas

^b Solução de custo maior com entregas fracionadas

^c Solução de custo menor sem entregas fracionadas

Tabela 6.3: Resultados do modelo LSMVRP-F2 sem e com entregas fracionadas para exemplares com $n = 15$ clientes.

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	$ \mathcal{V} $	Sem fracionamento				Com fracionamento				
						UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	UB ^s	LB	Gap(%)	CPU(s)	Dev(%)
81	20	3	3	8	2	6.046,92	4.968,21	17,84	86.400,00	6.257,20	4.593,11	26,60	86.400,00	3,48
82	20	3	3	8	2	7.339,53	4.068,19	44,57	86.400,00	–	4.086,06	–	86.400,00	–
83	20	3	3	8	2	5.489,26	3.495,39	36,32	86.400,00	5.293,81	3.499,39	33,90	86.400,00	–3,56 ^a
84	20	3	3	8	2	5.612,45	3.320,75	40,83	86.400,00	–	3.433,05	–	86.400,00	–
85	20	3	3	8	2	5.914,04	3.746,89	36,64	86.400,00	5.557,56	4.153,57	25,26	86.400,00	–6,03 ^a
86	20	3	3	8	3	6.286,95	5.098,23	18,91	86.400,00	–	4.788,42	–	86.400,00	–
87	20	3	3	8	3	6.175,56	4.710,00	23,73	86.400,00	6.182,56	4.052,87	34,45	86.400,00	0,11 ^b
88	20	3	3	8	3	5.765,13	4.055,81	29,65	86.400,00	5.636,17	4.100,85	27,24	86.400,00	–2,24 ^c
89	20	3	3	8	3	5.505,58	3.634,11	33,99	86.400,00	5.194,18	3.621,03	30,29	86.400,00	–5,66 ^a
90	20	3	3	8	3	6.174,52	4.330,18	29,87	86.400,00	–	4.191,50	–	86.400,00	–
91	20	3	5	8	2	–	4.552,31	–	86.400,00	–	4.778,82	–	86.400,00	–
92	20	3	5	8	2	–	4.101,63	–	86.400,00	–	4.086,64	–	86.400,00	–
93	20	3	5	8	2	7.039,20	4.606,04	34,57	86.400,00	–	4.335,54	–	86.400,00	–
94	20	3	5	8	2	–	4.263,00	–	86.400,00	–	4.123,20	–	86.400,00	–
95	20	3	5	8	2	8.498,11	5.158,41	39,30	86.400,00	7.918,45	5.237,50	33,86	86.400,00	–6,82 ^a
96	20	3	5	8	3	–	5.980,67	–	86.400,00	9.187,56	5.795,66	36,92	86.400,00	–
97	20	3	5	8	3	7.931,25	4.539,85	42,76	86.400,00	–	4.255,39	–	86.400,00	–
98	20	3	5	8	3	9.369,82	5.579,61	40,45	86.400,00	–	5.412,40	–	86.400,00	–
99	20	3	5	8	3	8.323,71	4.631,78	44,35	86.400,00	–	4.087,99	–	86.400,00	–
100	20	3	5	8	3	–	4.853,34	–	86.400,00	–	4.724,82	–	86.400,00	–
101	20	5	3	8	2	7.936,40	4.421,11	44,29	86.400,00	–	4.590,25	–	86.400,00	–
102	20	5	3	8	2	8.137,06	5.212,03	35,95	86.400,00	–	4.905,36	–	86.400,00	–
103	20	5	3	8	2	6.909,33	4.373,97	36,70	86.400,00	–	4.338,70	–	86.400,00	–
104	20	5	3	8	2	7.514,08	4.333,01	42,34	86.400,00	–	4.197,99	–	86.400,00	–
105	20	5	3	8	2	6.688,13	4.193,25	37,30	86.400,00	–	3.657,37	–	86.400,00	–
106	20	5	3	8	3	8.094,18	4.889,88	39,59	86.400,00	–	4.975,89	–	86.400,00	–
107	20	5	3	8	3	6.280,95	3.453,62	45,01	86.400,00	–	3.034,54	–	86.400,00	–
108	20	5	3	8	3	7.102,14	4.628,88	34,82	86.400,00	–	4.684,56	–	86.400,00	–
109	20	5	3	8	3	6.887,83	4.259,25	38,16	86.400,00	–	3.871,90	–	86.400,00	–
110	20	5	3	8	3	7.784,97	5.134,59	34,05	86.400,00	–	4.653,30	–	86.400,00	–
111	20	5	5	8	2	9.832,02	5.715,76	41,87	86.400,00	–	5.828,56	–	86.400,00	–
112	20	5	5	8	2	11.489,50	7.235,72	37,02	86.400,00	–	6.681,91	–	86.400,00	–
113	20	5	5	8	2	–	7.619,58	–	86.400,00	–	7.613,18	–	86.400,00	–
114	20	5	5	8	2	8.784,16	4.779,18	45,59	86.400,00	–	4.644,11	–	86.400,00	–
115	20	5	5	8	2	–	5.695,50	–	86.400,00	–	5.520,65	–	86.400,00	–
116	20	5	5	8	3	11.831,50	7.351,08	37,87	86.400,00	–	7.021,07	–	86.400,00	–
117	20	5	5	8	3	11.891,00	6.231,98	47,59	86.400,00	–	6.161,23	–	86.400,00	–
118	20	5	5	8	3	12.391,90	7.451,13	39,87	86.400,00	–	7.038,87	–	86.400,00	–
119	20	5	5	8	3	9.867,55	7.026,56	28,79	86.400,00	–	6.066,30	–	86.400,00	–
120	20	5	5	8	3	13.235,70	6.998,04	47,13	86.400,00	–	6.964,45	–	86.400,00	–
Média						8.003,95	5.017,46	37,20	86.400,00	6.403,44	4.845,20	31,06	86.400,00	–2,96

^a Solução de custo menor com entregas fracionadas

^b Solução de custo maior com entregas fracionadas

^c Solução de custo menor sem entregas fracionadas

Tabela 6.4: Resultados do modelo LSMVRP–F2 sem e com entregas fracionadas para exemplares com $n = 20$ clientes.

Conforme observado nas Tabelas 6.2–6.4, encontrar soluções ótimas ou quase ótimas é muito difícil para ambas as situações, com e sem fracionamento de carga. De fato, o CPLEX somente provou a otimalidade das soluções encontradas para dois exemplares (4 e 6, respectivamente) para o caso em que entregas fracionadas não são permitidas. Com fracionamento de carga, o *solver* não foi capaz de fornecer um certificado de otimalidade para nenhuma das soluções atingidas. Esta situação não permite mensurar com exatidão a redução de custo obtida ao se permitir entregas fracionadas, em comparação com a prática tradicional em que cada cliente é servido em uma única visita.

De fato, os resultados atingidos mostram que soluções tanto de menor quanto de maior custo foram encontradas quando o fracionamento é permitido. Na coluna “Dev(%)”, o sobrescrito “a” destaca exemplares em que a melhor solução encontrada pelo CPLEX realiza entregas fracionadas e é de menor custo que a melhor solução atingida quando o fracionamento não é permitido. Por outro lado, o sobrescrito “b” destaca exemplares em que a melhor solução encontrada pelo CPLEX realiza entregas fracionadas, mas é de custo maior que aquela encontrada quando o fracionamento não é permitido. Por fim, o sobrescrito “c” destaca exemplares em que uma solução de custo menor foi encontrada, mas esta não realiza fracionamento de carga. Para exemplares com 10 clientes, por exemplo, o CPLEX forneceu soluções mais econômicas e com entregas fracionadas (i.e., sobrescrito “a”) para 20 dos 40 casos. Entretanto, para outros 12 exemplares, soluções mais caras e com fracionamento de carga foram encontradas (i.e., sobrescrito ‘b’’).

Esta comparação entre as soluções encontradas, entretanto, não permite extrair conclusões sólidas quanto aos ganhos econômicos decorrentes do fracionamento de carga. Na maioria dos casos, as soluções fornecidas pelo CPLEX correspondem a soluções factíveis quaisquer e, portanto, é ainda possível encontrar soluções de menor custo com ou sem fracionamento de carga. Apesar disso, os resultados obtidos para os exemplares 4 e 6, para os quais a solução ótima sem fracionamento é conhecida, mostram como esperado que soluções de menor custo são encontradas quando entregas fracionadas são permitidas. De fato, conforme indicado na Tabela 6.2, com fracionamento de carga, o CPLEX foi capaz de encontrar soluções 0,17% e 0,04% mais econômicas que as correspondentes soluções ótimas sem fracionamento. Além disso, dado que tais soluções com entregas fracionadas não foram provadas serem ótimas (*gap’s* de 2,47% e 6,49%, respectivamente), existe a chance de encontrar soluções com fracionamento de carga ainda mais econômicas.

A Figura 6.1 compara as diferentes parcelas de custo das soluções obtidas, sem e com fracionamento de carga, para o exemplar 4. A distribuição de custos apresentada sugere que soluções mais econômicas quando o fracionamento de carga é permitido são o resultado de menores custos de estocagem, que compensam aumentos nos custos de troca e roteamento. Quando o fracionamento de carga é permitido, a demanda de um ou mais clientes pode ser servida com múltiplas visitas, cada uma entregando uma parte da demanda total. Isto resulta em um aumento dos custos de transporte, mas também permite que planos de produção mais econômicos sejam atingidos: lotes menores podem ser produzidos, pois a demanda dos clientes não precisa ser atendida em uma única entrega e, conseqüentemente, mais trocas e níveis de estoque menores são atingidos.

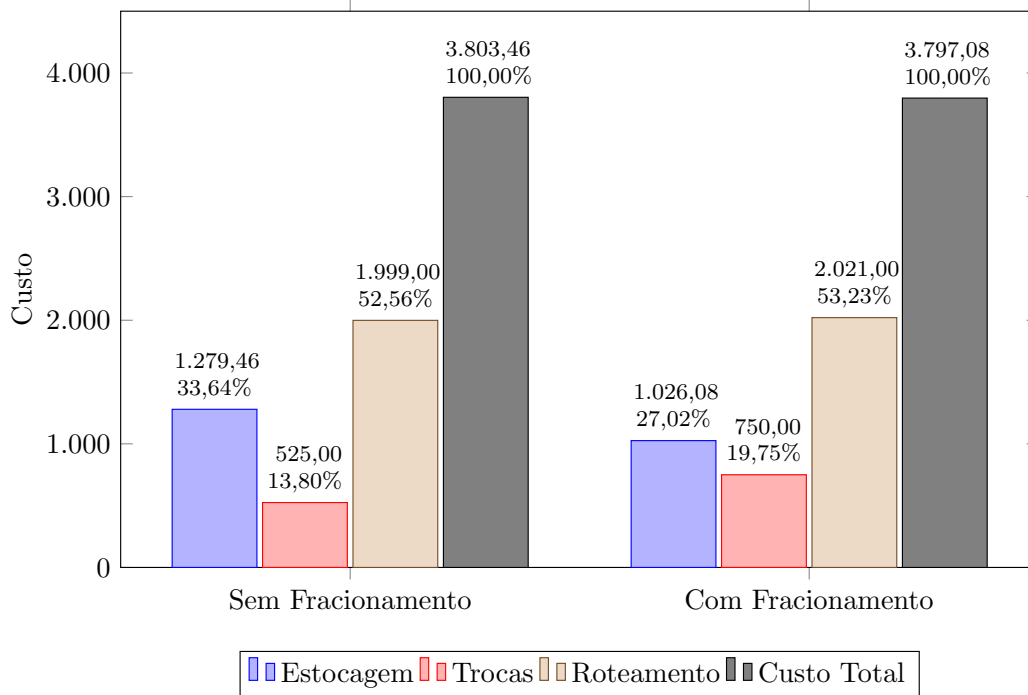


Figura 6.1: Distribuição do custo total das soluções encontradas sem e com fracionamento de carga para o exemplar 4.

Em relação ao esforço computacional, os resultados mostram que o LSMVRP-F2 com entregas fracionadas é muito mais difícil de ser resolvido, em comparação ao cenário em que o fracionamento de carga não é permitido. De fato, utilizando um *solver* comercial de propósito geral como o CPLEX, somente foi possível encontrar soluções factíveis para exemplares com no máximo 15 clientes. Para exemplares de maior porte, mesmo após 24 de tempo computacional, o CPLEX apresenta dificuldades para encontrar soluções factíveis.

A Tabela 6.5 mostra os resultados médios obtidos pelas heurísticas RF híbridas, quando aplicadas ao cenário com entregas fracionadas. Conforme observado, mesmo para as RF híbridas (ver Seção 6.2) é difícil encontrar soluções factíveis para os exemplares considerados. Além disso, em média, as soluções fornecidas pelas RF híbridas são de pior qualidade que as obtidas pelo CPLEX. Para exemplares com 10 e 15 clientes, o desempenho médio das heurísticas é sempre pior que o desempenho médio do CPLEX, que retorna soluções factíveis para a maioria dos casos (73 dos 80 exemplares) e fornece a melhor solução possível para 50% deles (37 dos 73 resolvidos). Para exemplares com 20 clientes, somente as heurísticas RFX2-H e RFX3-H tiveram melhor desempenho médio que o CPLEX em termos do número de exemplares resolvidos e o número de melhores soluções encontradas. Mesmo assim, o desempenho das RF híbridas pode ser considerado ruim, pois falham em retornar soluções factíveis para a maioria dos casos.

n	Método	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Sol	#Melhor	#Ótimos
10	LSMVRP-F2	5.355,07	29,12	–	86.400,00	40	17	0
	RFX1-H	5.453,34	30,45	2,84	3.800,00	38	3	0
	RFX2-H	5.411,90	29,72	0,94	3.800,00	40	10	0
	RFX3-H	5.371,31	29,23	0,85	3.800,00	38	11	0
	RFX4-H	5.923,06	34,79	9,83	3.800,00	40	2	0
	RFX5-H	5.317,37	29,26	2,04	3.800,00	37	7	0
	RFX6-H	5.467,29	30,37	2,00	3.800,00	40	8	0
15	LSMVRP-F2	6.212,23	36,04	–	86.400,00	33	20	0
	RFX1-H	5.807,36	39,49	7,22	8.400,00	14	1	0
	RFX2-H	5.953,56	37,06	2,13	8.400,00	20	4	0
	RFX3-H	6.044,80	38,15	1,79	8.400,00	25	7	0
	RFX4-H	6.464,96	42,87	17,62	8.400,00	18	1	0
	RFX5-H	6.423,27	38,40	4,97	8.400,00	17	0	0
	RFX6-H	6.183,50	37,71	2,74	8.400,00	24	5	0
20	LSMVRP-F2	6.403,44	31,06	–	86.400,00	8	5	0
	RFX1-H	5.795,68	32,58	3,02	24.500,00	2	0	0
	RFX2-H	7.243,27	34,56	–0,61	24.500,00	13	8	0
	RFX3-H	7.677,48	35,68	0,79	24.500,00	18	10	0
	RFX4-H	7.364,47	42,55	18,84	24.500,00	4	0	0
	RFX5-H	6.410,22	32,20	9,19	24.500,00	3	2	0
	RFX6-H	5.965,96	33,52	3,06	24.500,00	3	0	0

Tabela 6.5: Comparação dos resultados médios das heurísticas *relax-and-fix* híbridas para o cenário com entregas fracionadas.

6.4 Comentários Finais

Neste capítulo foi apresentada uma extensão do modelo LSMVRP-F2 em que entregas fracionadas são permitidas, de modo que a demanda de cada cliente pode ser servida em múltiplas entregas. Os resultados computacionais mostram a dificuldade de se encontrar soluções factíveis para este novo cenário, mesmo após longos tempo computacionais.

Os resultados atingidos não permitem quantificar adequadamente a redução de custo obtida ao se permitir o fracionamento da carga. De forma geral, somente para 2 exemplares foi possível encontrar soluções em que um ou mais clientes são visitados múltiplas vezes, resultando em custos totais menores quando comparados com as soluções ótimas sem fracionamento de carga. Para os demais exemplares, os resultados não são conclusivos, pois soluções ótimas ou quase ótimas não foram encontradas para a maioria deles. Desta forma, a fim de melhor mensurar tais ganhos econômicos, métodos de solução específicos capazes de encontrar soluções ótimas ou quase ótimas devem ser desenvolvidos.

O uso das heurísticas RF híbridas também não foi encorajador, pois falharam em retornar soluções factíveis e de qualidade para a maioria dos exemplares avaliados. Somente para exemplares com 20 clientes as heurísticas RFX2-H e RFX3-H foram capazes de superar o CPLEX em termos do número de soluções factíveis e melhores soluções en-

contradas. Entretanto, considerando o número de exemplares avaliados e resolvidos, o desempenho destas heurísticas pode ainda ser considerado ruim. O fato que as RF híbridas tiveram um bom desempenho para cenário sem fracionamento de carga reafirma então a necessidade de desenvolver métodos de solução mais específicos para abordar situações em que o fracionamento de carga é permitido.

Capítulo 7

Heurística de Decomposição

No Capítulo 5 foi estudado um problema em que o produtor tem uma única linha de pintura em pó, com trocas dependentes da sequência, e uma frota de veículos heterogênea para realizar as entregas. Dois modelos de programação inteira mista, LSMVRP–F1 e LSMRVRP–F2, e seis heurísticas RF híbridas foram propostas e avaliadas. Os resultados computacionais dos modelos LSMVRP–F1 and LSMVRP–F2 mostraram que somente exemplares com no máximo 15 clientes podem ser resolvidos em tempos computacionais razoáveis. Por outro lado, as heurísticas híbridas, embora tenham obtido resultados melhores que o CPLEX, não foram capazes de retornar soluções factíveis para exemplares com mais de 20 clientes.

Portanto, métodos de solução específicos são requeridos para resolver exemplares de maior porte. Neste capítulo é descrita uma heurística de decomposição (HD) desenvolvida para encontrar soluções de boa qualidade, em tempos computacionais razoáveis, para exemplares de maior tamanho. A heurística, inspirada no procedimento iterativo proposto por Absi *et al.* (2015), decompõe o problema em dois subproblemas menores, que são resolvidos de forma iterativa até que um dado critério de parada seja atingido. O primeiro subproblema toma todas as decisões de produção, bem como a alocação de clientes a rotas sem considerar explicitamente as decisões de roteamento. Neste ponto, os custos de roteamento e os tempos de viagem são levados em conta de forma aproximada.

O segundo subproblema visa otimizar as rotas de entrega, baseado nos resultados prévios do primeiro subproblema. Dado que as restrições de tempo, tais como janelas de tempo e prazos de entrega, não são levadas em conta no primeiro subproblema, é possível que o segundo subproblema seja infactível. Nesse caso, cortes combinatoriais são adicionados ao primeiro subproblema, a fim de produzir uma solução diferente na iteração seguinte. Por outro lado, sempre que rotas factíveis são obtidas após resolver o segundo subproblema, um algoritmo de busca local é aplicado para reduzir ainda mais os custos de roteamento. Em seguida, a solução corrente é usada para atualizar as aproximações dos custos de roteamento e tempos de viagem, que serão utilizadas na iteração seguinte. Este procedimento é repetido até que a solução incumbente não melhore durante um dado número de iterações. Nesse caso, uma rotina de reinicialização é aplicada a fim de recomençar todo o procedimento utilizando novas aproximações dos custos de roteamento.

Extensivos testes computacionais foram executados a fim de quantificar os ganhos desta heurística em termos de qualidade da solução e esforço computacional. Conforme esperado, os resultados mostraram que esta abordagem de decomposição, em geral, fornece soluções melhores que o CPLEX e que as RF híbridas, em tempos computacionais muito menores. Além disso, a heurística é capaz de encontrar soluções factíveis para exemplares de maior porte, com até 50 clientes, para os quais o CPLEX e as RF não são capazes de retornar nenhuma solução após longos tempos de execução.

Dados esses bons resultados, esta heurística de decomposição também foi aplicada nos cenários considerados nos Capítulos 4 e 6, respectivamente. No primeiro caso, os resultados computacionais mostraram que a heurística foi capaz de obter soluções ótimas, ou quase ótimas, em tempos computacionais menores que os requeridos pelas abordagens de solução propostas no Capítulo 4 (i.e., BBCs e RF). Já no segundo caso, soluções de boa qualidade foram encontradas em tempos razoáveis para exemplares com até 20 clientes. Para exemplares maiores, com $n \geq 30$, a heurística teve dificuldades para fornecer soluções factíveis em tempos computacionais razoáveis.

O restante deste capítulo é organizado da seguinte forma. Na Seção 7.1 são detalhados os diferentes elementos da heurística proposta. Experimentos computacionais são apresentados na Seção 7.2 e os comentários finais na Seção 7.3.

7.1 Descrição da heurística de decomposição (HD)

A ideia principal da heurística é decompor o modelo integrado LSMVRP-F2 em dois subproblemas menores, mais fáceis de serem resolvidos. Esta mesma ideia pode ser aplicada no modelo LSMVRP-F1. Entretanto, optou-se por aplicá-la no modelo LSMVRP-F2 dado seu melhor desempenho computacional (Seção 5.4.1).

O primeiro subproblema, chamado de LSDS (*Lot-scheduling with direct shipments*), decide quando, quanto e em que ordem produzir os itens. Além disso, o modelo LSDS aloca clientes a rotas (sem considerar decisões de roteamento) e rotas a veículos (considerando as restrições de capacidade dos veículos). Finalmente, este modelo também decide quando cada rota deve partir e retornar ao depósito com base em uma estimativa da duração das rotas.

Neste modelo, os custos de roteamento e tempos de viagem são considerados de forma aproximada. Um custo de distribuição c_{ir} é contabilizado se o cliente i é visitado pela rota r , e um custo fixo c_r é considerado se a rota r for usada durante o horizonte de planejamento. Da mesma forma, para estimar a duração da rota r , um tempo de distribuição $\bar{\tau}_{ir}$ é considerado se o cliente i é servido pela rota r . O objetivo do modelo LSDS é minimizar a soma dos custos de produção (custos de trocas e de estocagem) e custos de distribuição.

Após resolver o modelo LSDS, são conhecidos os valores das variáveis de produção, bem como os clientes e os veículos alocados a cada rota. As decisões restantes são a ordem e o tempo das visitas, as quais são tomadas resolvendo um problema de roteamento de veículo com múltiplas viagens e janelas de tempo, chamado de MTRPTW (*Multi-trip vehicle routing problem with time windows*).

Dado que sabe-se de antemão os clientes a serem visitados por cada veículo, o modelo MTRPTW pode ser decomposto em até $|\mathcal{V}|$ subproblemas independentes, um para cada veículo. Observe que não é necessário usar todos os veículos, de modo que o número de subproblemas pode ser inferior a $|\mathcal{V}|$.

O modelo LSDS não considera o verdadeiro tempo de viagem entre os clientes, nem as janelas de tempo, nem os prazos de entrega dos clientes e, portanto, é possível que um ou mais dos subproblemas de roteamento sejam inactíveis. Quando esta situação aparece, para cada subproblema inactível, adiciona-se um corte combinatório que elimina essa solução, fazendo com que o modelo LSDS encontre uma solução diferente na iteração seguinte (veja Seção 7.1.6). A ideia de usar este tipo de corte como um mecanismo de diversificação foi explorada com sucesso por Adulyasak, Cordeau e Jans (2014b) e Chitsaz *et al.* (2017) para resolver o PRP com único item.

Quando uma solução factível é encontrada (i.e., quando todos os subproblemas MTRPTW são factíveis), uma busca local é aplicada a fim de reduzir ainda mais o custo de roteamento. Experimentos preliminares mostraram que boas rotas, dada a alocação de clientes atual, são encontradas após resolver os subproblemas MTRPTW. Portanto, na heurística tenta-se melhorar as rotas atuais aplicando algoritmos de busca local que alteram a alocação de clientes a rotas, como os algoritmos de troca e realocação.

A solução atual é então usada para atualizar as aproximações dos custos e tempos de distribuição para a próxima iteração do modelo LSDS. A seguir, um novo corte combinatório é adicionado a fim de produzir uma solução diferente na seguinte iteração. Este esquema é repetido até que a solução não seja melhorada por um dado número de iterações. Quando isso acontece, um mecanismo de reinicialização é aplicado e todo o procedimento começa novamente. A heurística para quando o mecanismo de reinicialização tenha sido aplicado um determinado número de vezes.

Os principais passos da heurística de decomposição HD são mostrados no Algoritmo 1 e os detalhes dos diferentes passos são apresentados nas seções subsequentes.

7.1.1 Fase de inicialização

Antes de iniciar o procedimento é preciso definir os novos parâmetros requeridos pelo modelo LSDS e atribuir valores iniciais para cada um deles (Algoritmo 1, linha 3), como segue:

c_r : estimativa do custo fixo de usar a rota r ;

c_{ir} : estimativa do custo de visitar o cliente i na rota r ;

$\bar{\tau}_{ir}$: estimativa do tempo requerido para atender o cliente i na rota r .

Inicialmente, define-se c_{ir} como o valor mínimo entre o custo de uma viagem de ida e volta a partir do depósito e o custo de visitar os dois nós mais próximos ao cliente i , ou

Algoritmo 1 Heurística de decomposição (HD).

```
1:  $sol \leftarrow \emptyset$  e  $best\_sol \leftarrow \emptyset$ ;  
2:  $restart \leftarrow 0$  e  $no\_improvement \leftarrow 0$ ;  
3: Inicializar  $c_{ir}, c_r$  and  $\bar{\tau}_{ir}$  for each  $i \in \bar{C}, r = 1, \dots, R$ ;  
4: repita  
5:   repita  
6:     Resolver o subproblema LSDS;  
7:     para todo  $v \in \mathcal{V}$  faça  
8:       Resolver um subproblema MTRVPTW;  
9:     fim para  
10:    se todos os subproblemas MTRVPTW forem factíveis então  
11:      Atualizar  $sol$ ;  
12:      Aplicar busca local em  $sol$ ;  
13:      se  $sol$  é melhor que  $best\_sol$  então  
14:         $best\_sol \leftarrow sol$ ;  
15:         $no\_improvement \leftarrow 0$ ;  
16:      senão  
17:         $no\_improvement \leftarrow no\_improvement+1$ ;  
18:      fim se  
19:      Atualizar aproximações dos custos e tempos de distribuição;  
20:      Adicionar corte combinatório para eliminar a solução corrente;  
21:    senão  
22:      para todo  $v \in \mathcal{V}$  faça  
23:        se subproblema  $v$  for infactível então  
24:          Adicionar corte combinatório para eliminar a solução infactível atual;  
25:        fim se  
26:      fim para  
27:       $no\_improvement \leftarrow no\_improvement+1$ ;  
28:    fim se  
29:    até  $no\_improvement \geq max\_no\_improvement$   
30:    Aplicar o mecanismo de reinicialização;  
31:     $restart \leftarrow restart+1$ ;  
32:  até  $restart \geq max\_restart$   
33: retorna  $best\_sol$ 
```

seja:

$$c_{ir} = \min \left\{ c_{0i} + c_{i(n+1)}, \min_{\substack{j,k \in \mathcal{N} \\ j \neq k}} (c_{ji} + c_{ik}) \right\}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (7.1)$$

Da mesma forma, define-se c_r como o custo de visitar os dois clientes mais próximos ao depósito multiplicado por um fator $\beta > 0$:

$$c_r = \beta \left\{ \min_{\substack{j,k \in \bar{\mathcal{C}} \\ j \neq k}} (c_{0j} + c_{k(n+1)}) \right\}, \quad r = 1, \dots, R. \quad (7.2)$$

Observe que essa é uma estimativa otimista, pois assume que cada rota utilizada sempre começa e finaliza com os dois clientes mais próximos ao depósito, respectivamente. Resolver o modelo LSDS sem esses custos resultaria em uma solução completamente orientada pelos custos de produção (i.e., estocagem e trocas), para a qual pode ser muito difícil encontrar um plano de entregas factível. Portanto, a ideia é considerar os custos de transporte de forma aproximada para guiar o modelo LSDS a encontrar soluções com melhor *trade-off* entre custos de produção e transporte. Desta forma, embora no modelo LSDS não sejam consideradas explicitamente as decisões de roteamento, elas ainda desempenham um papel importante em termos do custo total (BARD; NANANUKUL, 2009b; ABSI *et al.*, 2015; CHITSAZ *et al.*, 2017).

Observe também que embora o modelo LSMVRP–F2 não considere um custo fixo por rota, na heurística de decomposição HD esse custo desempenha um papel importante, pois favorece que o modelo LSDS encontre soluções com poucas rotas, o que reduz o tamanho dos subproblemas MTVRPTW a serem resolvidos posteriormente.

Finalmente, a estimativa do tempo requerido para atender o cliente i na rota r é definida como o valor mínimo entre o tempo de uma viagem de ida e volta desde o depósito e o tempo de viagem necessário para visitar o cliente i chegando e partindo para os dois nós mais próximos ao cliente i , respectivamente, mais duas vezes o tempo de serviço do cliente i . O tempo de serviço é considerado duas vezes a fim de incluir tanto o tempo gasto no cliente quanto o tempo dedicado a carregar sua carga no depósito:

$$\bar{\tau}_{ir} = \min \left\{ \tau_{0i} + \tau_{i(n+1)}, \min_{\substack{j,k \in \mathcal{N} \\ j \neq k}} (\tau_{ji} + \tau_{ik}) \right\} + 2s_i, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (7.3)$$

Da mesma forma que (7.1), a equação (7.3) é utilizada para considerar aproximadamente o tempo necessário para atender a um determinado cliente. O verdadeiro tempo gasto é desconhecido para o modelo LSDS, pois ele não considera decisões de roteamento. Entretanto, ter uma noção do tempo necessário para atender cada cliente é importante para reduzir o risco dos subproblemas MTVRPTW serem infactíveis.

7.1.2 Modelo LSDS

Como descrito acima, o modelo LSDS decide quanto, quando e em que ordem produzir os itens ao longo do horizonte de planejamento. Além disso, esse modelo é também responsável pela tomada de decisões relacionadas à distribuição, tais como a alocação de clientes à rotas, a alocação de rotas à veículos e a definição dos períodos em que cada rota deve partir e retornar ao depósito.

Considere os seguintes conjuntos de variáveis de decisão, requeridos para a modelagem das decisões de distribuição.

ε_{ir} : Igual a 1 se o cliente i é servido pela rota r , 0 caso contrário;

γ_r : Igual a 1 se a rota r é usada, 0 caso contrário.

O modelo LSDS (Algoritmo 1, linha 6) pode ser formulado como segue:

$$\min \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} h_a I_{at} + \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \hat{c}_{ab} z_{abt} + \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \sum_{r=1}^R c_{ir} \varepsilon_{ir} + \sum_{r=1}^R c_r \gamma_r \quad (7.4)$$

sujeito a:

$$(5.4)–(5.9), (5.34)–(5.38),$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{prt} = \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} \varepsilon_{ir}, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R. \quad (7.5)$$

$$\sum_{r=1}^R \varepsilon_{ir} = 1, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}. \quad (7.6)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0rt} = \gamma_r, \quad r = 1, \dots, R. \quad (7.7)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{(n+1)rt} = \gamma_r, \quad r = 1, \dots, R. \quad (7.8)$$

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} \alpha_{rv} = \gamma_r, \quad r = 1, \dots, R. \quad (7.9)$$

$$\gamma_r \leq \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \varepsilon_{ir} \leq n \gamma_r, \quad r = 1, \dots, R. \quad (7.10)$$

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} \alpha_{rv} \geq \sum_{v \in \mathcal{V}} \alpha_{(r+1)v}, \quad r = 1, \dots, R-1. \quad (7.11)$$

$$\mu_{(n+1)r} - \mu_{0r} \geq \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} \bar{T}_{ir} \varepsilon_{ir}, \quad r = 1, \dots, R. \quad (7.12)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \delta_{it} \phi_{irt} \leq \mu_{ir} \leq \sum_{t \in \mathcal{T}} \bar{\delta}_{it} \phi_{irt}, \quad i \in \{0, n+1\}, r = 1, \dots, R. \quad (7.13)$$

A função objetivo (7.4) visa minimizar o custo total, representado pela soma dos custos de estocagem, trocas e distribuição. O conjunto de restrições (7.5) garante que a rota r transporta a quantidade de produtos requerida para atender a demanda de todos os clientes na rota. As igualdades (7.6) indicam que cada cliente deve ser servido por exatamente uma rota. As restrições (7.7) e (7.8) estabelecem que se a rota r for usada, então ela deve

partir e retornar ao depósito em exatamente um período (não necessariamente o mesmo). As equações (7.9) garantem que cada rota usada r é alocada a um veículo. Da mesma forma, se a rota r não for usada, então ela não pode ser alocada a nenhum veículo. As restrições (7.10) evitam a alocação de clientes a rotas que não forem usadas e garantem que ao menos um cliente seja alocado a cada rota usada.

Observe que as restrições (7.7)–(7.10) garantem a utilização coerente das rotas. Quando uma dada rota r é usada, estas restrições garantem que tal rota (i) começa e termina em algum período, (ii) é atribuída a um único veículo e (iii) deve atender a demanda de pelo menos um cliente.

As desigualdades (7.11) são um novo conjunto de restrições de eliminação de simetria. Elas asseguram que a rota $r + 1$ não seja alocada a nenhum veículo se a rota r não for usada (i.e., se r não é alocada a um veículo). As restrições (7.12) impõem um limitante inferior na duração de cada rota r , que depende dos clientes que forem alocados a ela. Desta forma, se o cliente i é alocado à rota r , então $\bar{\tau}_{ir}$ unidades de tempo são adicionadas à duração da rota. Observe que esta restrição só fornece uma estimativa da duração da rota, pois a duração real depende da ordem das visitas, das janelas de tempo e dos prazos de entrega dos clientes, que não são consideradas no modelo LSDS.

Finalmente, as desigualdades (7.13) representam as restrições de janelas de tempo do depósito. No segundo estágio da heurística, ao resolver os subproblemas MTRVRPTW, é permitido que os valores de μ_{0r} e $\mu_{(n+1)r}$ sejam recalculados, junto com as demais decisões de roteamento (i.e., a ordem e o tempo das visitas).

Observe que o modelo LSDS não explora informações sobre os prazos de entrega de cada cliente. A fim de considerar tais informações, as restrições (7.14)–(7.17) devem ser adicionadas ao modelo LSDS.

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{irt} = \varepsilon_{ir}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (7.14)$$

$$\sum_{r=1}^R \sum_{\substack{t \in \mathcal{T} \\ t \leq \hat{t}_i}} \phi_{irt} = 1, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, \text{ com } \hat{t}_i := \{t \in \mathcal{T} : \delta_{it} \leq \Delta_i \leq \bar{\delta}_{it}\}. \quad (7.15)$$

$$\sum_{t=1}^{l-1} \phi_{irt} \leq 1 - \phi_{0rl}, \quad r = 1, \dots, R, l \in \mathcal{T}, i \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}. \quad (7.16)$$

$$\sum_{t=l+1}^{|\mathcal{T}|} \phi_{irt} \leq 1 - \phi_{(n+1)rl}, \quad r = 1, \dots, R, l \in \mathcal{T}, i \in \bar{\mathcal{C}}. \quad (7.17)$$

As restrições (7.14) garantem que a rota r visite o cliente i em exatamente um período t , se o cliente i for alocado à rota r . As restrições (7.15) garantem que o cliente i seja visitado no máximo até o período \hat{t}_i , associado ao prazo de entrega Δ_i . Ou seja, cada cliente deve ser servido antes do prazo de entrega preestabelecido. As restrições (7.16) asseguram que a rota r não visite nenhum nó antes de partir do depósito e, por fim, as restrições (7.17) asseguram que a rota r não visite nenhum cliente depois de voltar para o depósito.

Conforme pode ser observado, incluir informações dos prazos de entrega no modelo

LSDS resulta num aumento do número de restrições e variáveis de decisão do problema, tornando-o mais difícil de ser resolvido. Portanto, a seguir optou-se por não incluir as restrições (7.14)–(7.17) no modelo LSDS e, então, considerar os prazos de entrega no seguinte passo da heurística, em que decisões de roteamento e programação dos veículos são determinadas. Perceba que o modelo LSDS, sem as restrições (7.14)–(7.17), é ainda difícil de ser resolvido, pois corresponde a um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com múltiplos itens e decisões de distribuição.

7.1.3 Modelo MTRVPTW

Uma solução do modelo LSDS corresponde a um plano de produção detalhado (i.e., quantidades de produção, níveis de estoque e seqüências de produção para cada período), uma alocação de veículos e clientes a rotas, e os correspondentes períodos em que cada rota deve partir e retornar ao depósito. A seguir, determina-se as decisões de roteamento e programação de veículos com base nas decisões tomadas pelo modelo LSDS. Dado que os veículos são independentes, as rotas de entrega podem ser obtidas decompondo o problema de roteamento em até $|\mathcal{V}|$ subproblemas, que são resolvidos separadamente (Algoritmo 1, linhas 7–9).

Seja N_R o número rotas usadas na solução retornada pelo modelo LSDS e considere os seguintes conjuntos e parâmetros:

\bar{C}_r : Conjunto de clientes alocados à rota r , $r = 1, \dots, N_R$;

S_r : Conjunto de todos os nós alocados à rota r , $r = 1, \dots, N_R$, $S_r = \bar{C}_r \cup \{0, n+1\}$;

R_v : Conjunto de rotas alocadas ao veículo v , $v \in \mathcal{V}$;

t'_r : Período em que a rota r parte do depósito, $r = 1, \dots, N_R$;

t''_r : Período em que a rota r retorna ao depósito, $r = 1, \dots, N_R$.

Para cada veículo $v \in \mathcal{V}$, resolve-se a seguinte formulação:

$$\min \sum_{r \in R_v} \sum_{i \in S_r} \sum_{j \in S_r} c_{ij} w_{ijr} \quad (7.18)$$

$$\sum_{j \in \bar{C}_r} w_{0jr} = 1, \quad r \in R_v. \quad (7.19)$$

$$\sum_{i \in \bar{C}_r} w_{i(n+1)r} = 1, \quad r \in R_v. \quad (7.20)$$

$$\sum_{\substack{i \in \bar{C}_r \cup \{0\} \\ i \neq j}} w_{ijr} = 1, \quad r \in R_v, j \in \bar{C}_r. \quad (7.21)$$

$$\sum_{\substack{i \in \bar{C}_r \cup \{0\} \\ i \neq j}} w_{ijr} = \sum_{\substack{i \in \bar{C}_r \cup \{n+1\} \\ i \neq j}} w_{jir}, \quad r \in R_v, j \in \bar{C}_r. \quad (7.22)$$

$$\delta_{0t'_r} \leq \mu_{0r} \leq \bar{\delta}_{0t'_r}, \quad r \in R_v. \quad (7.23)$$

$$\delta_{(n+1)t_r''} \leq \mu_{(n+1)r} \leq \bar{\delta}_{(n+1)t_r'',} \quad r \in R_v. \quad (7.24)$$

$$\sum_{t=t_r'}^{t_r''} \delta_{it} \phi_{irt} \leq \mu_{ir} \leq \sum_{t=t_r'}^{t_r''} \bar{\delta}_{it} \phi_{irt}, \quad r \in R_v, i \in \bar{C}_r. \quad (7.25)$$

$$\sum_{t=t_r'}^{t_r''} \phi_{irt} = 1, \quad r \in R_v, i \in \bar{C}_r. \quad (7.26)$$

$$\mu_{ir} \leq \Delta_i, \quad r \in R_v, i \in \bar{C}_r. \quad (7.27)$$

$$\mu_{0s} \geq \mu_{(n+1)r}, \quad r \in R_v, s \in R_v : r < s. \quad (7.28)$$

$$\mu_{jr} \geq \mu_{0r} + \lambda \left(\sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \varphi_p Q_{prt} \right) + \tau_{0j} - M_{0j} \left(1 - w_{0jr} \right), \quad r \in R_v, j \in \bar{C}_r. \quad (7.29)$$

$$\mu_{jr} \geq \mu_{ir} + s_i + \tau_{ij} - M_{ij} \left(1 - w_{ijr} \right), \quad \begin{array}{l} r \in R_v, i \in \bar{C}_r, \\ j \in \bar{C}_r \cup \{n+1\}, j \neq i. \end{array} \quad (7.30)$$

A função objetivo (7.18) visa minimizar os custos de roteamento do veículo v . As restrições (7.19) e (7.20) estabelecem que cada rota alocada ao veículo v deve partir e retornar ao depósito, respectivamente. O conjunto de restrições (7.21) assegura que cada cliente seja visitado uma vez, enquanto as restrições (7.22) garantem a conservação do fluxo.

As desigualdades (7.23) e (7.24) garantem que cada rota satisfaça os requerimentos de janelas de tempo do depósito. Do resultado do modelo LSDS, tem-se que a rota r parte do nó 0 no período t_r' e chega ao nó $n+1$ no período t_r'' , portanto, basta impor restrições de janela de tempo apenas nesses períodos. Dessa forma, os períodos t_r' e t_r'' são mantidos fixos, mas permite-se mudanças nas variáveis μ_{0r} e $\mu_{(n+1)r}$, que definem o momento exato em que a rota r deve partir e retornar ao depósito, respectivamente. As restrições de janelas de tempo nos clientes são dadas pela expressão (7.25).

As restrições (7.26) garantem que cada cliente seja servido em um período. Observe que o período t em que um dado cliente é servido deve satisfazer $t_r' \leq t \leq t_r''$. Os conjuntos de restrições (7.27) e (7.28) estabelecem que cada cliente deve ser servido antes do seu prazo máximo de entrega e evitam que as rotas se sobreponham no tempo, respectivamente. Finalmente, as restrições (7.29) e (7.30) impõem limitantes inferiores no tempo de início do serviço de cada cliente.

7.1.4 Operador de busca local

Uma solução factível para o problema original é encontrada quando todos os subproblemas MTRPTW, dados por (7.18)–(7.30), são factíveis. A fim de melhorar essa solução, um operador de busca local chamado de *realocação* é utilizado (Algoritmo 1, linha 12). Neste operador o cliente i é removido de sua rota atual r_1 e então reinserido em uma rota diferente r_2 . Este tipo de movimento tem como objetivo reduzir os custos de roteamento, mudando implicitamente a alocação atual de clientes a rotas. Todos os movimentos factí-

veis em termos das restrições de roteamento (i.e., aqueles que não violam a capacidade dos veículos, as janelas de tempo e os prazos de entrega) são avaliados, e aquele que resultar na maior redução do custo de roteamento é então escolhido.

Observe, entretanto, que mudanças nas rotas podem implicar mudanças no plano de produção atual e, portanto, as decisões de produção devem ser re-otimizadas. Consequentemente, o melhor movimento previamente identificado somente é aceito se, após re-otimizar as decisões de produção, o custo total tiver sido reduzido.

A fim de re-otimizar as decisões de produção, as variáveis ε_{ir} , α_{rv} , γ_r , Q_{prt} , ϕ_{irt} e μ_{ir} são fixadas no modelo LSDS. Em seguida, o CPLEX é executado para resolver o subproblema resultante e determinar os valores das variáveis associadas às decisões de produção (i.e., x_{at} , I_{at} , y_{at} , z_{abt} , π_{at}). Este subproblema pode ser infactível, uma vez que o operador de busca local não considera o impacto de um dado movimento nas decisões de produção. Sempre que isso acontecer o melhor movimento é descartado e uma nova tentativa é realizada com o segundo melhor, o terceiro melhor, e assim por diante, até que um plano de produção factível seja encontrado, ou os melhores κ movimentos tenham sido avaliados.

Outro operador de busca local, chamado de *troca*, também foi considerado. Neste operador, o cliente i_1 da rota r_1 e o cliente i_2 da rota r_2 , $r_1 \neq r_2$, são trocados de posição. Entretanto, testes preliminares mostraram que este operador é computacionalmente mais caro e não melhora significativamente a qualidade das soluções encontradas.

7.1.5 Atualização dos custos e tempos de distribuição

Seja \mathcal{R} o conjunto de rotas obtidas após aplicar a busca local. Para cada rota $r \in \mathcal{R}$, D_r denota a duração da rota r e, para cada $i \in S_r$, i^- e i^+ representam o predecessor e o sucessor do cliente i na rota r , respectivamente. Para cada cliente i servido pela rota r , $i \in S_r$, $D_{r_i}^-$ denota a duração da rota r se o cliente i for removido dela. Da mesma forma, para cada $i \notin S_r$, Ω_{ir} e $D_{r_i}^+$ correspondem ao custo de incluir o cliente i na rota r e à duração da rota r , respectivamente, se i for inserido na posição mais barata possível da rota. O Algoritmo 2, baseado em Absi *et al.* (2015), mostra como atualizar c_{ir} e $\bar{\tau}_{ir}$, respectivamente (Algoritmo 1, linha 19).

Observe que em Absi *et al.* (2015) somente os custos de distribuição precisam ser atualizados, enquanto que aqui é preciso atualizar as aproximações de ambos os custos e tempos de distribuição.

A ideia principal de Algoritmo 2 é atualizar o modelo LSDS com informações sobre o agrupamento de clientes. Se o cliente i é servido pela rota r , então $c_{i-i} + c_{ii+} - c_{i-i+}$ representa o quanto seria economizado se i fosse removido da rota r . Neste caso, se c_{ir} for grande, o cliente i tem uma probabilidade maior de ser alocado a uma rota diferente na iteração seguinte. Por outro lado, se o cliente i não é servido pela rota r , então Ω_{ir} representa o quanto o custo aumentaria se i fosse inserido na rota r . Neste caso, se Ω_{ir} for pequeno, o cliente i tem uma probabilidade maior de ser alocado à rota r na iteração seguinte. Para determinar o valor de Ω_{ir} , calcula-se o custo de inserir o cliente i em cada

Algoritmo 2 Atualização das aproximações dos custos e tempos de distribuição.

```

1: para todo  $r \in \mathcal{R}$  faça
2:   para todo  $i \in \bar{\mathcal{C}}$  faça
3:     se  $i \in S_r$  então
4:        $c_{ir} \leftarrow c_{i-i} + c_{ii^+} - c_{i-i^+}$ 
5:        $\bar{\tau}_{ir} \leftarrow D_r - D_{ri}^-$ 
6:     senão
7:        $c_{ir} \leftarrow \Omega_{ir}$ 
8:        $\bar{\tau}_{ir} \leftarrow D_{ri}^+ - D_r$ 
9:     fim se
10:  fim para
11: fim para

```

posição possível da rota e escolhe-se aquela que resultar no menor aumento do custo. Observe que nenhum outro cliente é removido ou trocado pelo cliente i , mas somente assume-se que i será inserido na melhor posição possível, como se a rota ganhasse mais um cliente.

A mesma lógica é utilizada para atualizar as aproximações dos tempos de distribuição $\bar{\tau}_{ir}$. Quando o cliente i é servido pela rota r , $D_r - D_{ri}^-$ representa a redução da duração da rota caso o cliente i fosse removido dela. Por outro lado, quando o cliente i não é servido pela rota r , $D_{ri}^+ - D_r$ denota o aumento da duração da rota se o cliente i fosse inserido na posição mais barata da rota.

Observe que o Algoritmo 2 também pode ser visto como uma estratégia de diversificação da busca. Se os custos de distribuição não fossem atualizados em cada iteração, o modelo LSDS não teria incentivo algum para retornar uma solução diferente em cada iteração.

7.1.6 Cortes Combinatoriais

Durante a execução do algoritmo, dois conjuntos diferentes de cortes combinatoriais são adicionados ao modelo LSDS a fim de (i) eliminar soluções infactíveis e (ii) garantir a obtenção de soluções diferentes a cada iteração.

Sejam $(\bar{\gamma}_r, \bar{\varepsilon}_{ir}, \bar{\alpha}_{rv}, \bar{\phi}_{irt})$ os valores das variáveis $(\gamma_r, \varepsilon_{ir}, \alpha_{rv}, \phi_{irt})$ em uma dada iteração. A desigualdade (7.31) garante que pelo menos uma das variáveis $(\gamma_r, \varepsilon_{ir}, \alpha_{rv}, \phi_{irt})$ assumirá um valor diferente na iteração seguinte (Algoritmo 1, linha 20):

$$\begin{aligned}
& \sum_{\substack{r=1: \\ \bar{\gamma}_r=1}}^R (1 - \gamma_r) + \sum_{\substack{r=1: \\ \bar{\gamma}_r=0}}^R \gamma_r + \sum_{r=1}^R \sum_{\substack{i \in \bar{\mathcal{C}}: \\ \bar{\varepsilon}_{ir}=1}} (1 - \varepsilon_{ir}) + \sum_{r=1}^R \sum_{\substack{i \in \bar{\mathcal{C}}: \\ \bar{\varepsilon}_{ir}=0}} \varepsilon_{ir} + \\
& \sum_{r=1}^R \sum_{\substack{t \in \mathcal{T}: \\ \bar{\phi}_{0rt}=1}} (1 - \phi_{0rt}) + \sum_{r=1}^R \sum_{\substack{t \in \mathcal{T}: \\ \bar{\phi}_{0rt}=0}} \phi_{0rt} + \sum_{r=1}^R \sum_{\substack{t \in \mathcal{T}: \\ \bar{\phi}_{(n+1)rt}=1}} (1 - \phi_{(n+1)rt}) +
\end{aligned}$$

$$\sum_{r=1}^R \sum_{\substack{t \in \mathcal{T}: \\ \bar{\phi}_{(n+1)rt}=0}} \phi_{(n+1)rt} + \sum_{r=1}^R \sum_{\substack{v \in \mathcal{V}: \\ \bar{\alpha}_{rv}=1}} (1 - \alpha_{rv}) + \sum_{r=1}^R \sum_{\substack{v \in \mathcal{V}: \\ \bar{\alpha}_{rv}=0}} \alpha_{rv} \geq 1. \quad (7.31)$$

Da mesma forma, a desigualdade (7.32) é adicionada ao modelo LSDS se o subproblema MTRVRPTW associado ao veículo v for infactível (Algoritmo 1, linha 24):

$$\begin{aligned} & \sum_{r \in R_v} \sum_{\substack{i \in \bar{\mathcal{C}}: \\ \bar{\varepsilon}_{ir}=1}} (1 - \varepsilon_{ir}) + \sum_{r \in R_v} \sum_{\substack{i \in \bar{\mathcal{C}}: \\ \bar{\varepsilon}_{ir}=0}} \varepsilon_{ir} + \sum_{r \in R_v} \sum_{\substack{t \in \mathcal{T}: \\ \bar{\phi}_{0rt}=1}} (1 - \phi_{0rt}) + \\ & \sum_{r \in R_v} \sum_{\substack{t \in \mathcal{T}: \\ \bar{\phi}_{0rt}=0}} \phi_{0rt} + \sum_{r \in R_v} \sum_{\substack{t \in \mathcal{T}: \\ \bar{\phi}_{(n+1)rt}=1}} (1 - \phi_{(n+1)rt}) + \sum_{r \in R_v} \sum_{\substack{t \in \mathcal{T}: \\ \bar{\phi}_{(n+1)rt}=0}} \phi_{(n+1)rt} \geq 1. \end{aligned} \quad (7.32)$$

Esta desigualdade garante que o programa atual de entrega do veículo v não seja alocado a nenhum outro veículo em iterações seguintes, pois não satisfaz restrições de janelas de tempo e/ou prazos máximos de entrega (i.e., é um programa infactível). Observe que o subproblema MTRVRPTW associado ao veículo v só é infactível se não for possível atender restrições temporais (e.g., janelas de tempo, prazos de entrega, etc.), pois as restrições de capacidade dos veículos são consideradas no modelo LSDS. Dado que as restrições de tempo independem do veículo utilizado, segue-se que um programa infactível para um dado veículo v é também infactível para os demais veículos da frota.

7.1.7 Mecanismo de reinicialização

Este mecanismo é utilizado para reinicializar todo o procedimento quando a melhor solução encontrada até o momento não tenha sido melhorada por um determinado número de iterações (Algoritmo 1, linha 30). Para tal fim, utiliza-se uma versão aleatorizada da heurística de economias proposta por Clarke e Wright (1964) (Algoritmo 3). Nesta versão, a cada iteração escolhe-se aleatoriamente um arco, em vez de usar o critério tradicional de escolha do arco com a melhor economia. Desta forma, cada vez que a heurística de economias é aplicada, um conjunto diferente de rotas pode ser encontrado. Esta ideia foi recentemente explorada por Caceres-Cruz *et al.* (2014) para resolver o problema de roteamento de veículos com frota heterogênea fixa e múltiplas viagens.

Durante este procedimento supõe-se que a frota é composta por n veículos homogêneos. Cada veículo pode realizar no máximo uma rota ao longo do horizonte de planejamento e sua capacidade é dada por $\theta = \min_{v \in \mathcal{V}} \theta_v$. Observe que sob estas hipóteses, o programa de entrega construído pode não ser factível para o problema original, pois o número de veículos utilizados poderia exceder o tamanho da frota disponível. Entretanto, a ideia aqui não é encontrar um programa de entrega factível para o problema original, mas identificar grupos de clientes para redefinir os valores de c_{ir} .

No Algoritmo 3, s_{ij} denota a economia do arco (i, j) e r_i denota o índice da rota servindo ao cliente i . Um passo importante deste algoritmo é como escolher um arco para unir duas rotas. Na implementação clássica da heurística, em cada iteração, o algoritmo

Algoritmo 3 Heurística de economias aleatorizada.

```
1:  $\mathcal{R} \leftarrow \emptyset$ ;  
2:  $\mathcal{E} \leftarrow \emptyset$ ; (uma lista inicialmente vazia de arcos)  
3: para todo  $i \in \bar{\mathcal{C}}$  faça  
4:   Construir uma rota servindo unicamente o cliente  $i$ ,  $R_i = (i)$ ;  
5:    $\mathcal{R} \leftarrow \mathcal{R} \cup \{R_i\}$ ;  
6:    $r_i \leftarrow i$ ;  
7: fim para  
8: para todo  $i \in \bar{\mathcal{C}}$  faça  
9:   para todo  $j \in \bar{\mathcal{C}} : j \neq i$  faça  
10:     $s_{ij} \leftarrow c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}$ ;  
11:     $\mathcal{E} \leftarrow \mathcal{E} \cup \{(i, j)\}$ ;  
12:   fim para  
13: fim para  
14: Ordene  $\mathcal{E}$  em ordem decrescente de  $s_{ij}$ ;  
15: enquanto  $\mathcal{E} \neq \emptyset$  faça  
16:    $(i, j) \leftarrow \text{ChooseArc}(\mathcal{E})$ ;  
17:    $u_1 \leftarrow r_i$ ;  
18:    $u_2 \leftarrow r_j$ ;  
19:   se todas as condições para unir as rotas são satisfeitas então  
20:      $\text{MergeRoutes}(R_{u_1}, R_{u_2}, (i, j))$ ;  
21:   fim se  
22:   Remover  $(i, j)$  de  $\mathcal{E}$   
23: fim enquanto  
24: retorna  $\mathcal{R}$ 
```

sempre escolhe o arco com a maior economia. Na versão aleatorizada, em cada iteração, escolhe aleatoriamente um arco da lista, com base em uma probabilidade previamente atribuída a cada arco.

Para isso, uma distribuição geométrica é utilizada durante o processo: cada vez que um novo arco é selecionado da lista \mathcal{E} de arcos disponíveis (que estão ordenados de forma decrescente de acordo com seu potencial de economia), um valor ϵ é sorteado de uma distribuição uniforme no intervalo $[a, b]$. O valor de ϵ é o parâmetro da distribuição geométrica que será utilizada para atribuir probabilidades exponencialmente menores a cada arco, de acordo com sua posição na lista (JUAN *et al.*, 2011; CACERES-CRUZ *et al.*, 2014). Portanto, arcos com maiores valores de s_{ij} terão uma probabilidade maior de serem selecionados do que aqueles com valores menores. O Algoritmo 4 mostra o procedimento utilizado para escolher um arco em cada iteração.

Observe que com uma distribuição geométrica, um número muito grande de arcos na lista \mathcal{E} poderia ser requerido para a probabilidade acumulada convergir para 1. Dado que o tamanho de \mathcal{E} é finito e, de fato, tende a diminuir a cada iteração, é possível que se atinja o final da lista sem ter encontrado um arco com probabilidade acumulada adequada (Algoritmo 4, linha 9). Neste caso, simplesmente escolhe-se aleatoriamente um arco da lista (Algoritmo 4, linha 15). Durante a avaliação computacional, o intervalo $[0,05, 0,25]$ foi utilizado para o sorteio dos valores do parâmetro ϵ .

Algoritmo 4 ChooseArc(\mathcal{E})

```
1:  $\epsilon \leftarrow \text{GenerateRandomValue}(0,05, 0,25)$ ;  
2:  $RdmValue \leftarrow \text{GenerateRandomValue}(0, 1)$ ;  
3:  $n \leftarrow 0$ ;  
4:  $arcPr \leftarrow 0$ ;  
5:  $cumPr \leftarrow 0$ ;  
6: para todo  $e \in \mathcal{E}$  faça  
7:    $arcPr \leftarrow \epsilon(1 - \epsilon)^n$ ;  
8:    $cumPr \leftarrow cumPr + arcPr$ ;  
9:   se  $RdmValue < cumPr$  então  
10:    retorna  $e$ ;  
11:  senão  
12:     $n \leftarrow n + 1$ ;  
13:  fim se  
14: fim para  
15: Selecionar aleatoriamente um arco  $e$  de  $\mathcal{E}$ ;  
16: retorna  $e$ ;
```

Depois de selecionar um arco é preciso verificar se todas as condições para a união das duas rotas são satisfeitas. Neste passo, além das restrições de capacidade dos veículos, as restrições de janelas de tempo também são levadas em conta. Devido à presença de janelas de tempo, a orientação de rota deve ser considerada: duas rotas parciais que atendem os clientes i e j , respectivamente, têm orientações compatíveis se i é o primeiro (último) cliente na sua rota e j é o último (primeiro) cliente na sua rota. Isso significa que os arcos admissíveis são aqueles que apontam do último cliente de uma rota para o primeiro cliente da outra. O Algoritmo 5 mostra como é feita a união de duas rotas. O símbolo \oplus representa a concatenação de duas sequências de clientes.

Seja \mathcal{R} a saída do Algoritmo 3 (i.e., o conjunto de rotas) e S_r o conjunto de clientes servidos por uma dada rota $r \in \mathcal{R}$. Como no Algoritmo 2, i^- e i^+ denotam o predecessor e o sucessor do cliente i na rota r , respectivamente, e para cada $i \notin S_r$, Ω_{ir} é o custo

Algoritmo 5 MergeRoutes($R_{u_1}, R_{u_2}, (i, j)$)

```
1: se  $i$  é o primeiro cliente de  $R_{u_1}$  e  $j$  é o último cliente de  $R_{u_2}$  então  
2:    $R_{u_2} \leftarrow R_{u_2} \oplus (j, i) \oplus R_{u_1}$ ;  
3:   para todo  $i \in R_{u_1}$  faça  
4:      $r_i \leftarrow u_2$   
5:   fim para  
6:   Remover  $R_{u_1}$  de  $\mathcal{R}$ ;  
7: senão  
8:    $R_{u_1} \leftarrow R_{u_1} \oplus (i, j) \oplus R_{u_2}$ ;  
9:   para todo  $j \in R_{u_2}$  faça  
10:     $r_j \leftarrow u_1$   
11:  fim para  
12:  Remover  $R_{u_2}$  de  $\mathcal{R}$ ;  
13: fim se
```

mais barato de inserir o cliente i na rota r . O Algoritmo 6 mostra o funcionamento do mecanismo de reinicialização. Este algoritmo funciona similarmente ao Algoritmo 2. A ideia principal é determinar novos valores para as aproximações dos custos de distribuição c_{ir} utilizando o conjunto de rotas \mathcal{R} , ao invés de utilizar as rotas da solução corrente, como feito pelo Algoritmo 2. Dado que a cardinalidade do conjunto \mathcal{R} pode ser menor que R , o máximo número de rotas permitidas no horizonte de planejamento, as aproximações dos custos de distribuição das rotas $r = |\mathcal{R}| + 1$ até R correspondem ao valores iniciais definidos na Seção 7.1.1.

Algoritmo 6 Reinicialização das aproximações dos custos de distribuição.

```

1: para todo  $r \in \mathcal{R}$  faça
2:   para todo  $i \in \bar{\mathcal{C}}$  faça
3:     se  $i \in S_r$  então
4:        $c_{ir} \leftarrow c_{i-i} + c_{ii+} - c_{i-i+};$ 
5:     senão
6:        $c_{ir} \leftarrow \Omega_{ir};$ 
7:     fim se
8:   fim para
9: fim para
10: para  $r = |\mathcal{R}| + 1$  até  $R$  faça
11:   para  $i \in \bar{\mathcal{C}}$  faça
12:      $c_{ir} \leftarrow \min \left\{ c_{0i} + c_{i(n+1)}, \min_{\substack{j,k \in \mathcal{N} \\ j \neq k}} (c_{ji} + c_{ik}) \right\};$ 
13:   fim para
14: fim para

```

7.2 Experimentos Computacionais

Nesta seção apresentam-se os resultados da avaliação computacional da heurística de decomposição HD. No primeiro estágio da heurística, o modelo LSDS é resolvido utilizando o CPLEX 12.6.1. A execução do *solver* é interrompida quando a árvore *branch-and-bound* excede os 5.000 nós e pelo menos uma solução factível tenha sido encontrada. Caso contrário, a execução prossegue até que uma primeira solução factível seja atingida. A fim de evitar tempos computacionais grandes, a ênfase do CPLEX é mudada para factibilidade, ao invés de utilizar a configuração padrão que tenta atingir um balanço entre otimalidade e factibilidade.

No segundo estágio da heurística, para cada um dos $|\mathcal{V}|$ subproblemas MTRVPTW, um tempo máximo computacional de 60 segundos é imposto. Quando o *solver* não é capaz de retornar uma solução factível antes de atingir o limite de tempo computacional predefinido, assume-se que o subproblema é infactível e, portanto, a desigualdade (7.32) é adicionada ao modelo LSDS a fim de eliminar a solução atual. Com esta estratégia, assume-se o risco de eliminar potenciais soluções factíveis na expectativa de manter tempos computacionais razoáveis. Esse *trade-off* é especialmente importante ao se resolver

exemplares de grande porte, com 30 ou mais clientes, onde o CPLEX pode precisar de muito tempo para retornar uma solução, ou para provar que o subproblema é infactível.

Na busca local, o valor de κ é definido como 5, o que significa que no máximo os cinco melhores movimentos serão avaliados. O mecanismo de reinicialização é aplicado quando a melhor solução encontrada até o momento não tiver sido melhorada durante cinco iterações consecutivas. Finalmente, como critério de parada, a heurística é interrompida quando o mecanismo de reinicialização tiver sido aplicado cinco vezes.

Todos os experimentos foram realizados no mesmo conjunto de máquinas utilizadas na avaliação computacional do modelo LSMVRP-F2 e das RF híbridas, com processadores Intel Xeon 3,07 GHz e 96 GB de memória.

7.2.1 Comparação com o CPLEX

A seguir, os resultados da heurística HD são comparados com os resultados do modelo LSMVRP-F2, que teve um desempenho melhor que o modelo LSMVRP-F1, a fim de quantificar o ganho obtido pela heurística em termos de qualidade das soluções e esforço computacional. Para o modelo LSMVRP-F2, cada exemplar foi novamente resolvido utilizando a configuração padrão do CPLEX por um tempo computacional máximo de 24 horas. Com esse limite de tempo computacional procura-se mostrar que a heurística consegue resultados melhores que o CPLEX, inclusive quando este é executado por um longo período de tempo.

A Tabela 7.1 mostra os resultados médios obtidos pelo CPLEX e a heurística de decomposição. As colunas “UB”, “Gap(%)” e “Dev(%)” reportam os valores médios da função objetivo, do *gap* de otimalidade em relação ao melhor limitante inferior fornecido pelo CPLEX e do desvio relativo em relação ao melhor limitante superior obtido pelo CPLEX, respectivamente. Valores negativos na coluna “Dev(%)” indicam que a heurística encontrou, em média, soluções melhores que o CPLEX. As colunas “CPU(s)” e “CPU(s)*” mostram, respectivamente, o tempo computacional total e o tempo computacional requerido para encontrar a melhor solução fornecida por um dado método. As colunas “#Sol”, “#Melhor” e “#Ótimos” mostram o número de soluções factíveis, o número de melhores soluções e o número de soluções ótimas encontradas por cada estratégia, respectivamente. Os resultados detalhados do CPLEX e da heurística de decomposição são apresentados no Apêndice D.1.

Observando a Tabela 7.1 vê-se que em geral, após 24 horas de execução, o CPLEX ainda não é capaz de resolver otimamente a maioria dos exemplares. De fato, somente dois exemplares com 10 clientes foram resolvidos otimamente. Isto sugere que resolver o modelo LSMVRP-F2 é difícil, mesmo após longos tempos de execução. Em comparação com os resultados da Seção 5.4.1, em que o CPLEX foi executado por 3 horas, após 24 horas o *solver* foi capaz de encontrar tanto melhores soluções factíveis quanto melhores limitantes inferiores, como seria esperado.

Em termos da qualidade das soluções obtidas, o CPLEX teve um desempenho aceitável dado o tempo computacional permitido. Por exemplo, para exemplares com 10 clientes

n	Método	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	CPU(s)*	#Sol	#Melhor	#Ótimos
10	LSMVRP-F2	5.359,00	19,83	–	83.216,92	47.141,43	40	36	2
	HD	5.442,93	20,83	1,40	689,01	327,95	40	12	2
15	LSMVRP-F2	6.276,99	28,79	–	86.400,00	78.518,42	40	21	0
	HD	6.264,79	28,73	–0,10	1.006,83	497,03	40	23	0
20	LSMVRP-F2	8.003,95	37,20	–	86.400,00	85.643,40	33	4	0
	HD	7.621,60	33,54	–6,87	1.644,07	975,10	40	36	0
30	LSMVRP-F2	8.898,18	46,21	–	86.400,00	86.079,38	3	0	0
	HD	9.567,84	35,50	–17,28	4.583,69	2.662,12	40	40	0
40	LSMVRP-F2	9.974,20	54,55	–	86.400,00	–	1	0	0
	HD	11.354,74	34,22	–27,08	9.988,37	6.468,89	40	40	0
50	LSMVRP-F2	–	–	–	86.400,00	–	0	0	0
	HD	12.916,85	33,45	–	21.993,60	13.072,93	40	40	0

Tabela 7.1: Comparação dos resultados médios do CPLEX e a heurística de decomposição HD.

o custo médio foi reduzido de 5.421,24 para 5.359,00, o que representa uma redução de somente 1,15%. Da mesma forma, para exemplares com 15 e 20 clientes, a redução do custo total médio foi de 4,53% e 3,11%, respectivamente. Em relação aos limitantes inferiores, observa-se ganhos pouco significativos e, conseqüentemente, o *gap* de otimalidade médio é ainda grande. Para $n = 10$, por exemplo, o limitante inferior médio passou de 3.907,03 para 4.168,57 (i.e., um aumento de $\approx 6,69\%$). Similarmente, o aumento no valor médio do limitante inferior foi de 6,49% e 3,90% para exemplares com $n = 15$ e $n = 20$ clientes, respectivamente. Estes resultados sugerem novamente que os limitantes inferiores do modelo LSMVRP-F2 são fracos, o que torna difícil avaliar com exatidão a qualidade das soluções encontradas.

Para exemplares maiores, $n \geq 30$, o CPLEX somente retornou soluções factíveis para 4 dos 120 exemplares considerados. Os resultados computacionais para estes exemplares mostram que o número de nós explorados na árvore *branch-and-bound* é muito pequeno após um dia de tempo computacional (veja Apêndice D.1). De fato, o número médio de nós explorados na árvore *branch-and-bound* cai de mais de 2 milhões, para $n = 10$ clientes, para 599.827 e 106.101, para $n = 15$ e $n = 20$, respectivamente. Isso indica que resolver cada nó da árvore torna-se muito mais difícil quando o tamanho do problema aumenta e, portanto, o CPLEX não pode explorar muitos nós durante a busca. Estes resultados sugerem que resolver exemplares com mais de 30 clientes usando um *solver* de otimização de propósito geral é difícil não somente pelos limitantes inferiores fracos fornecidos pela formulação, mas também devido ao baixo número de nós explorados durante a busca.

Em relação à heurística de decomposição HD, os resultados mostram que ela é capaz de fornecer soluções competitivas para exemplares com 10 clientes. Em geral, a heurística encontrou soluções iguais ou melhores que o CPLEX para 12 dos 40 exemplares considerados. Para os 28 exemplares restantes, o CPLEX forneceu melhores soluções. Entretanto,

o desvio médio é de somente 1,40%, o que significa que as soluções da heurística são de qualidade similar às obtidas pelo *solver*. Além disso, o tempo médio computacional da heurística é de apenas 12 minutos, que é consideravelmente menor que as 23,12 horas, em média, requeridas pelo CPLEX.

Outra vantagem da heurística é que ela não precisa de altos tempos computacionais para encontrar soluções de boa qualidade. Observe, por exemplo, que a melhor solução reportada pela heurística foi encontrada, em média, após 5,5 minutos, que é cerca da metade do tempo médio computacional. Em particular, para dois exemplares (i.e., 4 e 6) a heurística encontrou a solução ótima em cerca de 60 segundos, enquanto o CPLEX precisou 5.612 e 3.420 segundos, respectivamente, para encontrar tais soluções.

A fim de comparar o desempenho do CPLEX e da heurística quando executados por um período de tempo similar, os exemplares com 10 clientes foram resolvidos novamente pelo CPLEX, utilizando um tempo computacional máximo de 1.500 segundos. Para este conjunto de exemplares, o tempo computacional máximo da heurística foi em torno de 1.200 segundos. Como esperado, as soluções retornadas pelo CPLEX pioraram significativamente, de modo que o desvio médio caiu de 1,40% para $-1,08\%$. Além disso, o número de melhores soluções encontradas pelo CPLEX caiu de 28 para 15, o que também destaca como o desempenho do *solver* piora quando limites de tempo mais curtos são impostos.

Para exemplares com 15 clientes, a heurística fornece soluções melhores em tempos computacionais menores. Em todos os casos, o CPLEX atingiu o limite de tempo computacional de 24 horas sem provar a otimalidade da solução encontrada para nenhum exemplar. A heurística, por outro lado, somente precisou de um tempo médio de 17 minutos e forneceu soluções com um desvio médio de $-0,10\%$. Em particular, a heurística encontrou soluções iguais ou melhores que o CPLEX para 23 dos 40 exemplares, com um desvio médio $-1,91\%$ para esses exemplares. Para os restantes 17 exemplares, em que o CPLEX obteve soluções melhores, o desvio médio foi de $2,36\%$. As melhores soluções retornadas pela heurística foram encontradas, em média, após 8,5 minutos, que corresponde à metade do tempo médio computacional. Novamente, esses resultados sugerem que a heurística supera o CPLEX, obtendo soluções de melhor qualidade em tempos computacionais menores.

Para exemplares com 20 clientes a heurística é claramente superior ao CPLEX, encontrando a melhor solução conhecida para 36 dos 40 exemplares. Adicionalmente, o CPLEX não conseguiu retornar nenhuma solução factível para 7 dos 40 exemplares, enquanto a heurística forneceu soluções para todos os casos. Para este conjunto de exemplares, as economias atingidas pela heurística são de $6,87\%$, em média, precisando aproximadamente de 28 minutos de tempo médio computacional.

Para exemplares com $n \geq 30$, o desempenho do CPLEX deteriora-se significativamente, enquanto a heurística é ainda capaz de fornecer soluções em tempos computacionais razoáveis. Em geral, a heurística encontrou soluções factíveis para todos os casos, enquanto o CPLEX somente retornou soluções factíveis para 4 exemplares. Conforme descrito acima, exemplares desses tamanhos estão além das capacidades atuais do CPLEX, que não é capaz de explorar muitos nós na árvore *branch-and-bound*, apesar do longo

tempo computacional permitido. Pelo contrário, o esquema de decomposição sobre o qual a heurística se baseia permite reduzir em grande parte o esforço computacional de resolver o modelo LSMVRP-F2, o que ajuda a encontrar soluções factíveis em tempos de computação razoáveis.

7.2.2 Comparação com as heurísticas *relax-and-fix* híbridas

A seguir, os resultados obtidos pelas heurísticas RF híbridas, reportados na Seção 5.4.2, são comparados com os resultados obtidos pela heurística de decomposição HD aqui proposta. A Tabela 7.2 compara os resultados médios obtidos pelas diferentes abordagens de solução para exemplares com no máximo 20 clientes. Resultados para $n \geq 30$ não são reportados, pois as RF híbridas não são capazes de encontrar soluções factíveis dentro do limite de tempo computacional preestabelecido. A coluna “Dev(%)” reporta o valor médio do desvio relativo em relação à solução encontrada pela heurística de decomposição, de modo que valores negativos correspondem a casos em que as RF híbridas tiveram melhor desempenho que a heurística de decomposição. As colunas “#Sol” e “#Melhor” mostram o número de soluções factíveis e o número de vezes que cada método encontrou a melhor solução, respectivamente.

Em termos gerais, a heurística de decomposição fornece soluções de menor custo que as retornadas pelas RF híbridas. Para exemplares com 10 clientes, as heurísticas RFX2-H e RFX3-H obtiveram resultados competitivos, sendo RFX2-H a única capaz de fornecer soluções ligeiramente melhores que a heurística de decomposição, com desvio médio de -0,27%. A heurística RFX3-H, por outro lado, apresenta soluções de qualidade muito próxima às obtidas pela heurística de decomposição, com desvio médio de somente 0,01%. A vantagem da heurística de decomposição, entretanto, é o menor esforço computacional requerido (689,01 segundos, em média) e o maior número de melhores soluções encontradas (14 dos 40 exemplares) em comparação com as RF híbridas.

Os ganhos da heurística são ainda maiores para exemplares com 15 e 20 clientes, onde ela oferece as melhores soluções para 65 dos 80 casos, enquanto as RF híbridas falham em retornar soluções factíveis para vários exemplares. Novamente, as RFX2-H e RFX3-H apresentam o melhor desempenho dentre as RF híbridas. Para exemplares com 15 clientes, essas abordagens forneceram a melhor solução para 5 exemplares e reportaram desvios médios de 2,35% e 2,60%, respectivamente. Para exemplares com 20 clientes, as heurísticas RFX2-H e RFX3-H continuam apresentando os melhores resultados dentre as RF híbridas, porém com desvios médios bem maiores, de 9,88% e 6,90%, respectivamente.

Em termos de desempenho computacional, para todos os casos observa-se que as RF híbridas atingiram o limite de tempo estabelecido, que corresponde ao máximo tempo computacional utilizado pela heurística para cada grupo de exemplares. Isto sugere que, mesmo quando executadas por mais tempo, as RF híbridas tem dificuldade para retornar soluções de qualidade similares às obtidas pela heurística de decomposição. Observe que somente para exemplares com 10 clientes as RF híbridas foram competitivas, em termos de qualidade das soluções obtidas, apesar de um maior esforço computacional.

n	Método	UB	Dev(%)	CPU(s)	#Sol	#Melhor
10	RFX1-H	5.493,72	0,99	1.300,00	40	0
	RFX2-H	5.414,59	-0,27	1.300,00	40	10
	RFX3-H	5.433,00	0,01	1.300,00	40	7
	RFX4-H	5.571,22	2,49	1.300,00	40	3
	RFX5-H	5.486,23	0,67	1.300,00	40	7
	RFX6-H	5.492,80	1,00	1.300,00	40	6
	HD	5.442,93	-	689,01	40	14
15	RFX1-H	6.750,05	7,18	2.850,00	39	0
	RFX2-H	6.402,97	2,35	2.850,00	40	5
	RFX3-H	6.424,79	2,60	2.850,00	40	5
	RFX4-H	6.672,73	9,58	2.850,00	34	2
	RFX5-H	6.627,03	5,53	2.850,00	40	2
	RFX6-H	6.512,51	3,99	2.850,00	40	2
	HD	6.264,79	-	1.006,83	40	26
20	RFX1-H	8.522,23	13,20	4.800,00	24	0
	RFX2-H	8.141,25	9,88	4.800,00	35	0
	RFX3-H	8.171,98	6,90	4.800,00	36	0
	RFX4-H	7.695,24	17,42	4.800,00	22	0
	RFX5-H	8.262,04	15,09	4.800,00	25	0
	RFX6-H	8.504,30	10,43	4.800,00	33	1
	HD	7.621,60	-	1.644,07	40	39

Tabela 7.2: Comparação dos resultados médios das heurísticas *relax-and-fix* híbridas e a heurística de decomposição HD.

7.2.3 Comentários adicionais sobre o desempenho da heurística

Embora a heurística de decomposição seja capaz de encontrar soluções factíveis para todos os exemplares considerados, o esforço computacional requerido pode ser visto como uma desvantagem, pois aumenta com o tamanho dos exemplares. Em média, o tempo computacional da heurística varia de 0,19 horas, para 10 clientes, a 6,11 horas, para 50 clientes. Entretanto, esses tempos, além de serem muito mais curtos que o tempo médio requerido pelo CPLEX, podem ser considerados aceitáveis em situações práticas, dado que este tipo de problema integrado é usualmente resolvido semanalmente.

Os experimentos computacionais apontaram que a principal razão para o aumento do tempo computacional é a dificuldade do modelo LSDS, que precisa ser resolvido em cada iteração do algoritmo. Embora menor que o LSMVRP-F2, o modelo LSDS ainda é difícil de ser resolvido e o tempo necessário para atingir o critério de parada (i.e., 5.000 nós na árvore *branch-and-bound*) aumenta dramaticamente com o tamanho do problema. Por outro lado, resolver o subproblema de roteamento não requer muito tempo, pois um limite de 60 segundos por subproblema (i.e., um por veículo) foi estabelecido. Esses resultados sugerem que desenvolver estratégias heurísticas para resolver o subproblema LSDS pode

ajudar tanto a reduzir o esforço computacional atual quanto a resolver exemplares maiores em tempos razoáveis. De fato, em sua forma atual, usar a heurística para resolver exemplares de maior porte requer tempos computacionais excessivos.

A Tabela 7.3 resume os resultados obtidos pela heurística com base em algumas dimensões do problema, tais como o número de clientes (n), o número de produtos finais ($|\mathcal{P}|$), o número de itens ($|\mathcal{C}|$) e o número de veículos ($|\mathcal{V}|$). Para cada uma dessas dimensões, reporta os valores médios do custo total e das diferentes parcelas que o compõem (i.e., estocagem, trocas e roteamento). Em seguida, reporta o tempo computacional médio e, em ordem, o tempo computacional gasto por cada estágio da heurística. Em particular, “CPU(s)^I” denota o tempo gasto resolvendo o subproblema LSDS. “CPU(s)^{II}” mostra o tempo gasto pelo segundo estágio da heurística, que inclui resolver os subproblemas de roteamento, aplicar a busca local e adicionar os corte combinatórios. Por fim, “CPU(s)^R” mostra o tempo gasto pelo mecanismo de reinicialização. As duas últimas colunas, “#Iter.” e “#Feas.”, mostram o número médio de iterações e de soluções factíveis encontradas durante a execução da heurística, respectivamente.

A Tabela 7.3 destaca o impacto de se aumentar o número de clientes no problema. Em geral, o tamanho de um problema está estreitamente relacionado ao número de clientes e, conforme descrito anteriormente, a resolução do subproblema LSDS torna-se mais difícil para exemplares maiores. Por outro lado, o número de soluções factíveis encontradas durante a execução da heurística tende a decrescer com o tamanho do problema: quanto maiores os exemplares, mais difícil é para a heurística encontrar soluções factíveis em cada iteração. Com mais clientes, as chances de violação das janelas de tempo ou dos prazos de entrega aumentam, pois as estimativas de tempos de distribuição podem ser menos precisas, especialmente nas primeiras iterações da heurística. No entanto, a heurística ainda é capaz de fornecer soluções factíveis para os exemplares de maior porte, em que o CPLEX e as RF híbridas não conseguem encontrar soluções factíveis.

Para as outras dimensões, o impacto no tempo computacional e na factibilidade do problema é menos pronunciado. Ter mais produtos finais, itens ou veículos aumenta o tempo computacional, como esperado, mas não parece ter um grande efeito em termos do número de soluções factíveis encontrados durante a execução da heurística.

Em relação ao tempo computacional gasto por cada estágio da heurística, a resolução do subproblema LSDS representa mais de 93% do tempo total, em média. Resolver os subproblemas de roteamento é relativamente barato, especialmente para exemplares com menos de 30 clientes. Para exemplares maiores, o tempo requerido para resolver o subproblema de roteamento aumenta, mas ainda está longe de ser o gargalo computacional. Como esperado, a parte mais rápida da heurística corresponde ao mecanismo de reinicialização, cujos tempos são insignificantes e dificilmente mensuráveis, menores que 1 segundo. Conforme estabelecido anteriormente, estes resultados incentivam o desenvolvimento de estratégias heurísticas para resolver o subproblema LSDS, de modo a reduzir a carga computacional da heurística.

Outra característica interessante da heurística é sua robustez. A Tabela 7.4 mostra os resultados médios de 5 execuções independentes. Em geral, a heurística é capaz de

	Custo Total	Estocagem	Trocas	Roteamento	CPU(s)	CPU(s) ^I	CPU(s) ^{II}	CPU(s) ^R	CPU(s) [*]	#Iter.	#Feas.
10	5.442,93	2.154,15	1.036,25	2.252,53	689,01	687,48	1,53	0,00	327,95	36	27
15	6.264,79	2.520,54	1.190,00	2.554,25	1.006,83	1.001,12	5,70	0,01	497,03	36	24
20	7.621,60	3.517,85	1.368,13	2.735,63	1.644,07	1.610,60	33,45	0,02	975,10	36	20
n											
30	9.567,84	4.842,84	1.506,25	3.218,75	4.583,69	4.003,15	580,48	0,07	2.662,12	34	14
40	11.354,74	6.197,86	1.715,00	3.441,88	9.988,37	8.599,06	1.389,14	0,17	6.468,89	34	11
50	12.916,85	7.551,10	1.661,88	3.703,88	21.993,60	20.118,34	1.874,86	0,40	13.072,93	31	8
$ P $											
3	7.754,07	3.530,78	1.263,13	2.960,17	4.839,06	4.142,73	696,22	0,11	2.801,93	35	18
5	9.968,85	5.397,34	1.562,71	3.008,80	8.462,80	7.863,85	598,83	0,11	5.199,41	34	17
$ C $											
3	7.241,96	3.337,84	984,79	2.919,33	5.958,32	5.300,97	657,25	0,11	3.669,72	34	17
5	10.480,95	5.590,28	1.841,04	3.049,63	7.343,53	6.705,62	637,80	0,12	4.331,63	34	18
$ V $											
2	8.947,55	4.599,83	1.370,42	2.977,30	5.375,83	4.697,93	677,78	0,11	3.004,99	33	16
3	8.775,37	4.328,28	1.455,42	2.991,67	7.926,03	7.308,65	617,27	0,11	4.996,35	35	19

Tabela 7.3: Sumário dos resultados obtidos pela heurística de decomposição HD.

fornecer resultados consistentes em diferentes rodadas independentes. Em termos de qualidade, esses resultados indicam que a heurística fornece soluções com custo total muito similar em cada rodada e, portanto, é improvável encontrar uma solução consideravelmente melhor ou pior quando executada várias vezes. Em termos de desempenho, a heurística também precisa de tempos computacionais muito similares, executando aproximadamente o mesmo número de iterações e encontrando aproximadamente o mesmo número de soluções factíveis em cada execução.

		Réplicas					
		1	2	3	4	5	Média
$n = 10$	Custo Total	5442.78	5446.85	5448.22	5429.58	5458.24	5445.13
	CPU(h)	0.17	0.18	0.18	0.19	0.18	0.18
	#Iter.	35	35	35	36	35	35
	#Feas.	27	29	28	28	28	28
$n = 15$	Custo Total	6207.12	6210.69	6208.92	6229.08	6202.38	6211.64
	CPU(h)	0.29	0.28	0.30	0.27	0.31	0.29
	#Iter.	37	36	36	35	37	36
	#Feas.	25	25	25	24	25	25
$n = 20$	Custo Total	7570.93	7588.43	7578.46	7567.22	7574.26	7575.86
	CPU(h)	0.48	0.46	0.50	0.49	0.50	0.48
	#Iter.	37	36	37	36	37	37
	#Feas.	23	21	21	22	23	22
$n = 30$	Custo Total	9468.97	9569.33	9528.07	9506.69	9501.08	9514.83
	CPU(h)	1.39	1.47	1.55	1.34	1.42	1.43
	#Iter.	35	34	35	35	35	35
	#Feas.	15	14	14	16	15	15
$n = 40$	Custo Total	11354.82	11370.85	11364.10	11330.28	11360.62	11356.13
	CPU(h)	2.78	2.71	2.68	3.10	2.83	2.82
	#Iter.	32	32	31	32	32	32
	#Feas.	11	12	9	10	11	11
$n = 50$	Custo Total	12920.09	12869.34	12987.98	12965.57	12817.99	12912.20
	CPU(h)	6.27	6.52	6.57	6.47	5.90	6.35
	#Iter.	33	31	32	32	32	32
	#Feas.	10	7	8	8	9	8

Tabela 7.4: Resultados médios da heurística de decomposição para 5 execuções independentes.

7.2.4 Experimentos Adicionais

Nesta seção apresenta-se os resultados obtidos pela heurística de decomposição HD em cenários alternativos de interesse. A ideia é avaliar se o desempenho da heurística é afetado por variações em parâmetros do problema. Em particular, são avaliados três cenários diferentes. O primeiro deles considera que os custos de estoque e trocas são maiores que os custos de roteamento. No segundo, considera-se a situação contrária, em que os custos de roteamento são maiores que os custos de planejamento e programação da produção. Por fim, no terceiro cenário, avalia-se o impacto no desempenho da heurística ao resolver exemplares com um maior número de itens.

7.2.4.1 Cenário com custos de estocagem e trocas altos

A fim de representar um cenário com os custos de estoque e trocas mais altos que os custos de roteamento, os parâmetros associados a esses custos foram modificados conforme (7.33) e (7.34), respectivamente. Nos experimentos computacionais utilizou-se um valor de $\omega_1 = 2,5$, que resulta em problemas em que os custos de estoque e trocas representam entre 75% e 80% do custo total, em média.

$$h_a = \omega_1 \cdot h_a, \quad a \in \mathcal{C} \quad (7.33)$$

$$\hat{c}_{ab} = \omega_1 \cdot \hat{c}_{ab}, \quad a \in \mathcal{C}, b \in \mathcal{C} \quad (7.34)$$

A Tabela 7.5 apresenta os resultados médios obtidos pelo CPLEX e a heurística de decomposição para exemplares com até 20 clientes. Para o CPLEX, um tempo computacional limite de 3 horas foi imposto para cada exemplar. Exemplares com $n \geq 30$ não foram resolvidos, pois, conforme observado na Seção 7.2.1, o CPLEX não é capaz de encontrar soluções factíveis mesmo após 24 horas de tempo computacional. As colunas “Gap(%)” e “Dev(%)” correspondem ao *gap* de otimalidade e o desvio relativo em relação aos melhores limitantes inferior e superior obtidos pelo CPLEX após 3 horas, respectivamente. Os resultados detalhados da heurística de decomposição para este cenário são apresentados no Apêndice D.2.

Como observado, em geral, a heurística de decomposição é ainda capaz de encontrar soluções de melhor qualidade que as retornadas pelo CPLEX após 3 horas de tempo computacional. Somente para exemplares com 10 clientes o CPLEX teve um desempenho computacional melhor, com as soluções da heurística sendo, em média, 1,26% mais caras. Observe, entretanto, que a heurística é capaz de encontrar soluções melhores para 13 dos 40 exemplares com um esforço computacional bem menor, 883,27 segundos, em média.

Para exemplares com 15 e 20 clientes, a heurística é claramente superior ao CPLEX, pois fornece a melhor solução para 76 dos 80 exemplares considerados e apresenta desvios médios de $-2,34\%$ e $-5,22\%$, respectivamente. O CPLEX, por outro lado, nem sempre é capaz de encontrar soluções factíveis e precisa de um esforço computacional bem maior que a heurística.

7.2.4.2 Cenário com custos de roteamento altos

Para o cenário em que os custos de roteamento são mais altos que os custos de estoque e trocas, os parâmetros de custos de viagem entre os nós foram modificados conforme (7.35). Nos experimentos computacionais utilizou-se um valor de $\omega_2 = 5$, que resulta em problemas em que os custos de roteamento representam entre 75% e 80% do custo total, em média.

$$c_{ij} = \omega_2 \cdot c_{ij}, \quad i \in \mathcal{N}, j \in \mathcal{N} : i \neq j \quad (7.35)$$

A Tabela 7.6 apresenta os resultados médios obtidos pelo CPLEX e a heurística de decomposição neste cenário. Os resultados detalhados da heurística de decomposição para

n	Método	Custo Total	Estocagem	Trocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	CPU(s)*	#Sol	#Melhor
10	LSMVRP-F2	10.098,09	5.030,95	2.757,81	2.309,33	27,15	-	10.800,00	7.792,53	40	31
	HD	10.268,11	5.331,35	2.651,56	2.285,20	27,91	1,26	883,27	421,96	40	13
15	LSMVRP-F2	12.098,70	6.019,62	3.156,25	2.922,83	35,70	-	10.800,00	10.419,85	40	8
	HD	11.769,55	6.337,66	2.864,06	2.567,83	34,26	-2,34	1.006,83	497,03	40	36
20	LSMVRP-F2	13.975,87	7.344,59	3.225,54	3.405,74	39,49	-	10.800,00	10.631,24	23	0
	HD	14.873,79	8.624,28	3.432,81	2.816,70	37,73	-5,22	1.644,07	975,10	40	40

Tabela 7.5: Comparação dos resultados médios do CPLEX e a heurística de decomposição HD para o cenário com custos de estoque e trocas altos.

este cenário são apresentados no Apêndice D.3. Os resultados são similares aos obtidos no cenário em que os custos de produção são mais altos, o que mostra que a heurística de decomposição apresenta um bom desempenho computacional, independentemente da estrutura de custos considerada.

O CPLEX somente apresenta um desempenho melhor em exemplares com 10 clientes, onde a heurística apresenta um desvio médio de 1,89%. Já para exemplares com 15 e 20 clientes, a heurística atinge os melhores resultados, com soluções 1,19% e 5,00% mais econômicas, em média. Novamente, a heurística é capaz de retornar soluções factíveis para todos os casos, enquanto o CPLEX falha em vários exemplares com 20 clientes. O número de melhores soluções encontradas por cada método também destaca a superioridade da heurística, que obteve a solução de menor custo para 86 dos 120 casos.

7.2.4.3 Cenário com um maior número de itens

Para avaliar o desempenho da heurística quando o número de itens aumenta, um novo conjunto de exemplares foi gerado. Para este novo conjunto, o número de itens ($|\mathcal{C}|$), clientes (n) e veículos ($|\mathcal{V}|$) são escolhidos dos conjuntos $\{10, 15\}$, $\{10, 15\}$ e $\{2, 3\}$, respectivamente. O número de produtos finais e o horizonte de planejamento são fixados em 5 produtos e 8 períodos, respectivamente. Cinco réplicas foram realizadas para cada combinação de itens, clientes e veículos, o que resulta em um total de 40 novos exemplares. Os demais parâmetros do problema foram gerados conforme indicado na Tabela 5.3.

A Tabela 7.7 apresenta os resultados médios obtidos pelo CPLEX e a heurística de decomposição ao resolver este novo conjunto de exemplares. A fim de mostrar o impacto no desempenho dos métodos, os exemplares foram agrupados com base no número de clientes n e o número de itens $|\mathcal{C}|$ do problema, conforme indicado na coluna " $n \times |\mathcal{C}|$ ". Resultados detalhados da heurística de decomposição são apresentados no Apêndice D.4.

Os resultados da Tabela 7.7 mostram que, em geral, aumentar o número de itens resulta em problemas mais difíceis de serem resolvidos tanto pela heurística quanto pelo CPLEX. Com um maior número de itens, o subproblema de dimensionamento e sequenciamento de lotes torna-se mais difícil, devido ao aumento do número de variáveis binárias associadas ao estado de preparação da linha e às trocas entre os itens. Este maior número de variáveis binárias aumenta a dificuldade de resolver o subproblema LSDS, que é o gargalo da heurística, o que resulta em um incremento significativo do esforço computacional requerido.

Em particular, para exemplares com 10 clientes, observa-se que o tempo computacional médio da heurística passa de 2.621,22 segundos a 6.140,45 segundos, quando o número de itens aumenta de 10 para 15, respectivamente. Já para exemplares com 15 clientes, o tempo computacional médio passou de 4.196,85 segundos para 10.055,93 segundos, respectivamente. Em comparação com o CPLEX, a heurística encontrou soluções factíveis para todos os casos e obteve a melhor solução para 33 dos 40 exemplares considerados. O CPLEX, por outro lado, somente encontrou soluções factíveis para 12 exemplares, falhando em todos os casos com 15 clientes.

Conforme vê-se nos experimentos computacionais apresentados ao longo desta seção, a

n	Método	Custo Total	Estocagem	Trocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	CPU(s)*	#Sol	#Melhor
10	LSMVRP-F2	14.188,33	2.055,33	1.085,63	11.047,38	22,63	-	10.800,00	5.275,15	40	30
	HD	14.447,74	2.169,12	1.056,88	11.221,75	23,94	1,89	510,52	295,67	40	17
15	LSMVRP-F2	16.428,66	2.513,03	1.197,50	12.718,13	31,84	-	10.800,00	9.778,48	40	14
	HD	16.201,74	2.587,24	1.176,88	12.437,63	31,09	-1,19	1.006,83	497,03	40	30
20	LSMVRP-F2	18.748,05	3.446,97	1.350,00	13.951,07	33,21	-	10.800,00	10.513,59	28	2
	HD	18.227,45	3.641,32	1.356,88	13.229,25	31,03	-5,00	1.644,07	975,10	40	39

Tabela 7.6: Comparação dos resultados médios do CPLEX e a heurística de decomposição HD para o cenário com custos de roteamento altos.

$n \times C $	Método	Custo Total	Estocagem	Trocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	CPU(s)*	#Sol	#Melhor
10×10	LSMVRP-F2	11.436,48	5.489,89	3.325,00	2.606,00	43,28	-	10.800,00	10.480,35	4	3
	HD	11.420,89	6.235,38	2.930,00	2.271,10	45,57	1,89	2.621,22	1.484,00	10	7
10×15	LSMVRP-F2	15.528,52	8.027,02	4.815,63	2.685,88	45,59	-	10.800,00	10.587,69	8	4
	HD	15.531,21	8.189,11	4.855,00	2.487,10	45,60	-0,17	6.140,45	3.190,41	10	6
15×10	LSMVRP-F2	-	-	-	-	-	-	10.800,00	-	0	0
	HD	14.817,79	8.271,59	3.685,00	2.861,20	44,42	-	4.196,85	2.448,39	10	10
15×15	LSMVRP-F2	-	-	-	-	-	-	10.800,00	-	0	0
	HD	20.379,16	12.012,76	5.417,50	2.948,90	44,39	-	10.055,93	5.547,82	10	10

Tabela 7.7: Comparação dos resultados médios do CPLEX e a heurística de decomposição HD para exemplares com maior número de itens.

heurística de decomposição proposta também fornece resultados melhores que o CPLEX nos diferentes cenários considerados, obtidos a partir de mudanças nos parâmetros do problema. Este é um resultado interessante do ponto de vista prático, pois mostra que a heurística proposta pode suportar o planejamento e programação da produção e distribuição em empresas moveleiras com diferentes características e estruturas de custos.

7.2.5 Aplicação da heurística ao cenário com único veículo

A heurística de decomposição HD, embora baseada no modelo LSMVRP-F2, pode ser facilmente adaptada para resolver o cenário considerado no Capítulo 4, em que os tempos/custos de trocas entre itens não são considerados e a frota é composta por um único veículo. Neste cenário, o modelo LSDS não inclui decisões de sequenciamento dos lotes de produção, o que torna sua resolução mais simples. Na função objetivo, os custos de trocas entre itens devem ser substituídos por custos fixos de preparação da linha, que são incorridos se houver produção de um dado item. Além disso, no segundo estágio da heurística, um único subproblema de roteamento deve ser resolvido, dado que a frota é composta por um veículo só, ao invés de $|\mathcal{V}|$ veículos.

A Tabela 7.8 mostra os resultados obtidos pela heurística de decomposição quando aplicada ao cenário estudado no Capítulo 4. O *gap* de otimalidade e o desvio relativo são calculados com base nos melhores limitantes inferior e superior, respectivamente, fornecidos pelas abordagens exatas propostas nesse capítulo. Resultados detalhados da heurística são apresentados no Apêndice D.5.

Resultados para exemplares com 5 clientes mostraram que todas as abordagens de solução são capazes de encontrar soluções ótimas para todos os casos. A vantagem da heurística de decomposição é o menor esforço computacional requerido em comparação com as RF híbridas (101,99 segundos, em média). Para exemplares com 10 clientes, a heurística retornou soluções ótimas ou quase ótimas, com *gap* e desvio médios de somente 0,77% e 0,39%, respectivamente. Para estes exemplares, a heurística precisou em torno de 9 minutos, em média, enquanto as RF híbridas precisaram em torno de 3 horas de tempo computacional.

Considerando exemplares com 15 clientes, a heurística de decomposição teve o melhor desempenho, encontrando soluções factíveis de alta qualidade para todos os casos (*gap* médio de 3,95%). A RFX1-H, que também retornou soluções factíveis para todos os exemplares, teve um *gap* médio de 5,15%. O desvio médio da heurística, 0,21%, também mostra que soluções de qualidade muito próxima às melhores conhecidas foram encontradas. Em relação ao esforço computacional, a heurística de decomposição precisou de tempos bem curtos (13 minutos, em média), quando comparados com os tempos requeridos pelas RF híbridas e as abordagens exatas, que geralmente atingiram o limite preestabelecido de 3 horas.

Os resultados apresentados indicam que a heurística de decomposição é flexível e pode ser utilizada com sucesso no cenário mais particular, em que um único veículo está disponível. A heurística, embora nem sempre consiga soluções melhores que as RF híbridas

n	Método	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Sol	#Melhor	#Ótimos
5	RFX1-H	29.336,94	0,00	0,00	276,54	20	0	20
	RFX2-H	29.336,94	0,00	0,00	258,87	20	0	20
	RFX3-H	29.336,94	0,00	0,00	330,77	20	0	20
	RFX4-H	29.336,94	0,00	0,00	378,97	20	0	20
	RFX5-H	29.336,94	0,00	0,00	189,63	20	0	20
	RFX6-H	29.336,94	0,00	0,00	229,65	20	0	20
	HD	29.336,94	0,00	0,00	101,99	20	0	20
10	RFX1-H	44.050,48	0,46	0,08	10.800,00	20	0	11
	RFX2-H	44.061,39	0,49	0,11	10.722,94	20	2	10
	RFX3-H	44.159,77	0,64	0,26	10.800,00	20	0	10
	RFX4-H	44.030,72	0,43	0,04	10.697,67	20	1	10
	RFX5-H	44.047,39	0,46	0,08	10.800,00	20	0	10
	RFX6-H	44.040,97	0,45	0,06	10.726,27	20	1	11
	HD	44.165,67	0,77	0,39	528,87	20	1	5
15	RFX1-H	65.751,47	5,15	0,96	10.800,00	20	4	0
	RFX2-H	57.911,53	3,16	0,05	10.800,00	17	5	0
	RFX3-H	58.184,10	3,73	0,71	10.800,00	17	5	0
	RFX4-H	57.831,77	3,86	1,08	10.800,00	16	4	0
	RFX5-H	62.954,34	4,53	0,87	10.800,00	18	4	0
	RFX6-H	60.363,91	4,01	0,61	9.990,00	18	4	0
	HD	64.618,87	3,95	0,21	785,35	20	4	0

Tabela 7.8: Resultados médios da heurística de decomposição HD para o cenário com único veículo.

e as abordagens exatas de solução, é capaz de obter soluções quase ótimas em tempos computacionais bem menores que os requeridos pelas demais abordagens de solução. Os resultados detalhados da heurística de decomposição para este conjunto de exemplares são apresentados no Apêndice D.5.

7.2.6 Aplicação da heurística ao cenário com entregas fracionadas

A heurística de decomposição HD também pode ser adaptada para aplicação no cenário do Capítulo 6, em que entregas fracionadas são permitidas. Dado que as decisões de alocação de clientes a rotas são determinadas no modelo LSDS, este deve ser devidamente modificado para permitir que os clientes agora possam ser servidos em múltiplas visitas. Inicialmente, a restrição (7.6) deve ser trocada por (7.36), que permite que cada cliente seja visitado por mais de uma rota.

$$\sum_{r=1}^R \varepsilon_{ir} \geq 1, \quad i \in \bar{C}. \quad (7.36)$$

Adicionalmente, os conjuntos de restrições seguintes devem ser incluídos para determinar as quantidades a serem entregues em cada visita. Observe que estas restrições são similares às restrições (6.2)–(6.4) do modelo LSMVRP–F2 com entregas fracionadas, apresentado na Seção 6.1.

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{prt} = \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} q_{pir}, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R. \quad (7.37)$$

$$q_{pir} \leq d_{pi} \varepsilon_{ir}, \quad p \in \mathcal{P}, i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (7.38)$$

$$\sum_{r=1}^R q_{pir} = d_{pi}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, p \in \mathcal{P}. \quad (7.39)$$

$$q_{pir} \geq 0, \quad p \in \mathcal{P}, i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (7.40)$$

Por fim, no segundo estágio da heurística, o conjunto de restrições (7.30) do modelo MTVRPTW deve ser trocado por (7.41), em que o tempo de serviço dos clientes depende das quantidades a serem entregues (previamente definidas pelo modelo LSDS).

$$\mu_{jr} \geq \mu_{ir} + \lambda \left(\sum_{p \in \mathcal{P}} \varphi_p q_{pir} \right) + \tau_{ij} - M_{ij} \left(1 - w_{ijr} \right), \quad \begin{array}{l} r \in R_v, i \in \bar{\mathcal{C}}_r, \\ j \in \bar{\mathcal{C}}_r \cup \{n+1\}, j \neq i. \end{array} \quad (7.41)$$

A Tabela 7.9 mostra os resultados médios obtidos pela heurística de decomposição quando entregas fracionadas são permitidas. O *gap* de otimalidade e o desvio relativo são calculados com base nos melhores limitantes inferior e superior fornecidos pelo CPLEX, respectivamente. Os resultados detalhados da heurística são apresentados no Apêndice D.6.

Para exemplares com 10 clientes, a heurística de decomposição é superada somente pelas heurísticas RFX2–H e RFX6–H, as quais encontram soluções de qualidade melhor, com desvios médios de 0,94% e 2,00%, respectivamente. O desvio médio da heurística para este conjunto de exemplares foi de 2,64%. Além disso, as RFX2–H e RFX6–H também foram capazes de encontrar um maior número de melhores soluções (10 e 7, respectivamente) que a heurística de decomposição, que somente obteve a melhor solução para 3 exemplares.

Por outro lado, para exemplares com 15 e 20 clientes, a heurística de decomposição é claramente superior, pois fornece soluções factíveis para todos os casos e encontra o maior número de melhores soluções dentre as estratégias consideradas. Os desvios médios de 1,07% e –0,13%, respectivamente, são menores que os obtidos pelas RF híbridas, o que destaca que as soluções fornecidas pela heurística são também de melhor qualidade.

Em geral, para exemplares com $n \geq 20$, a heurística fornece soluções de qualidade similar às obtidas pelo CPLEX, porém, requerendo um esforço computacional bem menor. Entretanto, percebe-se que o tempo de execução da heurística aumenta consideravelmente com o tamanho do problema. De fato, para exemplares de maior porte, com 30 ou mais clientes, o tempo computacional da heurística é excessivo (na ordem de dias), o que

n	Método	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Sol	#Melhor	#Ótimos
10	RFX1-H	5.453,34	30,45	2,84	3.800,00	38	3	0
	RFX2-H	5.411,90	29,72	0,94	3.800,00	40	10	0
	RFX3-H	5.371,31	29,23	0,85	3.800,00	38	10	0
	RFX4-H	5.923,06	34,79	9,83	3.800,00	40	2	0
	RFX5-H	5.317,37	29,26	2,04	3.800,00	37	7	0
	RFX6-H	5.467,29	30,37	2,00	3.800,00	40	7	0
	HD	5.507,14	30,89	2,64	1.407,51	40	3	0
15	RFX1-H	5.807,36	39,49	7,22	8.400,00	14	1	0
	RFX2-H	5.953,56	37,06	2,13	8.400,00	20	3	0
	RFX3-H	6.044,80	38,15	1,79	8.400,00	25	5	0
	RFX4-H	6.464,96	42,87	17,62	8.400,00	18	1	0
	RFX5-H	6.423,27	38,40	4,97	8.400,00	17	0	0
	RFX6-H	6.183,50	37,71	2,74	8.400,00	24	3	0
	HD	6.332,97	38,10	1,07	3.203,55	40	12	0
20	RFX1-H	5.795,68	32,58	3,02	24.500,00	2	0	0
	RFX2-H	7.243,27	34,56	-0,61	24.500,00	13	3	0
	RFX3-H	7.677,48	35,68	0,79	24.500,00	18	4	0
	RFX4-H	7.364,47	42,55	18,84	24.500,00	4	0	0
	RFX5-H	6.410,22	32,20	9,19	24.500,00	3	1	0
	RFX6-H	5.965,96	33,52	3,06	24.500,00	3	0	0
	HD	7.691,28	36,38	-0,13	7.394,49	40	30	0

Tabela 7.9: Comparação dos resultados médios da heurística de decomposição HD para o cenário com entregas fracionadas.

desencoraja sua utilização para resolver exemplares desse porte. Conforme destacado na Seção 7.2.3, o gargalo computacional da heurística HD é o subproblema LSDS, o qual torna-se ainda mais difícil de ser resolvido quando entregas fracionadas são permitidas devido ao aumento no número de variáveis e restrições do problema.

Estes resultados sugerem então que a heurística de decomposição pode não ser adequada para abordar o caso em que entregas fracionadas são permitidas. A principal razão é que a heurística não foi especificamente desenvolvida para este cenário e, portanto, não explora adequadamente esta particularidade do problema. Embora a adaptação da heurística para considerar entregas fracionadas seja simples, os resultados computacionais indicam que estratégias mais especializadas e focadas no aspecto do fracionamento deveriam ser desenvolvidas a fim de se obter métodos de solução mais competitivos.

7.3 Comentários Finais

Neste capítulo foi proposta e avaliada uma heurística de decomposição para encontrar soluções de boa qualidade, em tempos computacionais razoáveis, para o problema integrado

de produção e distribuição em indústrias moveleiras. A heurística decompõe o problema em dois subproblemas menores, que são resolvidos de forma iterativa até que um dado critério de parada seja atingido. O primeiro subproblema foca nas decisões de planejamento da produção e alocação de clientes a rotas, e utiliza aproximações dos custos e tempos de viagem. O segundo subproblema toma as decisões de roteamento e programação dos veículos, que são ainda melhoradas por um algoritmo de busca local. A solução do segundo subproblema é então usada para atualizar a aproximação dos custos de roteamento e dos tempos de viagem utilizados no primeiro subproblema.

Resultados computacionais mostraram que esta abordagem de decomposição fornece soluções melhores que as obtidas pelo CPLEX e pelas RF híbridas, em tempos computacionais muito menores. Adicionalmente, a heurística forneceu soluções factíveis para exemplares com 30 ou mais clientes, para os quais o CPLEX e as RF híbridas não foram capazes de retornar nenhuma solução após longos tempos de execução. Exemplares desses tamanhos estão além das capacidades dos *solvers* comerciais atualmente disponíveis. Entretanto, o esquema de decomposição sobre o qual a heurística se baseia permite reduzir consideravelmente o esforço requerido para resolver o problema, o que ajuda a encontrar soluções factíveis em tempos razoáveis.

Cenários alternativos também foram considerados a fim de determinar se o desempenho da heurística é significativamente afetado por mudanças nos parâmetros do problema. Em todos os casos, a heurística foi claramente superior ao CPLEX, fornecendo soluções factíveis de melhor qualidade em tempos computacionais menores. Esses resultados sugerem então que o desempenho da heurística não é consideravelmente influenciado pelas características dos exemplares aqui considerados.

Uma outra vantagem da heurística é que pode ser facilmente adaptada para resolver problemas relacionados. Quando aplicada ao cenário com um único veículo de entrega, embora nem sempre tenha encontrado a melhor solução, a heurística foi capaz de obter soluções ótimas ou quase ótimas em tempos computacionais menores que os requeridos por abordagens exatas e por heurísticas do tipo *relax-and-fix* especificamente desenvolvidas para o problema.

Quando aplicada ao cenário com fracionamento de carga, a heurística foi competitiva com o CPLEX ao resolver exemplares com até 20 clientes, fornecendo soluções de qualidade similar em menores tempos computacionais. Entretanto, a heurística teve dificuldades para retornar soluções factíveis em tempos razoáveis para exemplares com 30 ou mais clientes. Em geral, incluir decisões de fracionamento de carga no primeiro estágio da heurística HD resulta num subproblema LSDS mais difícil de ser resolvido, o que impacta negativamente o desempenho computacional da heurística.

Em termos do esforço computacional, os resultados mostraram que o gargalo da heurística encontra-se no primeiro estágio, onde as decisões de planejamento da produção e alocação de clientes a rotas são tomadas. Desta forma, estratégias heurísticas para resolver o primeiro estágio poderiam ser desenvolvidas em pesquisas futuras, a fim de reduzir o esforço computacional requerido e, conseqüentemente, resolver exemplares de maior porte em tempos aceitáveis na prática.

Capítulo 8

Conclusões

Nesta tese estudou-se o problema integrado de planejamento e programação da produção e distribuição no nível tático-operacional da tomada de decisões, baseado no contexto industrial de empresas produtoras de móveis. A tese contribui para a literatura em termos do desenvolvimento de modelos de otimização matemática que representam adequadamente a realidade estudada. Esses modelos, baseados nas observações realizadas e informações fornecidas por um empresa do setor, podem ser utilizados como ferramentas de apoio ao planejamento e programação de operações de produção e distribuição em empresas moveleiras. Além disso, a tese também apresentou contribuições quanto ao desenvolvimento de métodos de solução efetivos, capazes de fornecer soluções de boa qualidade em tempos razoáveis e aceitáveis na prática. As vantagens e benefícios econômicos decorrentes da coordenação das decisões de produção e distribuição no nível tático-operacional também foram apresentadas.

As abordagens de otimização aqui propostas consideraram características relevantes e típicas da indústria de fabricação de móveis, tais como produção e estocagem de componentes e sub-montagens requeridos para o atendimento da demanda de produtos finais (acabados), *setups* (in)dependentes da sequência de produção, veículos que realizam múltiplas rotas ao longo do horizonte de planejamento, rotas de entrega que se estendem ao longo de um ou mais períodos, múltiplas janelas de tempo, prazos de entrega nos clientes, entre outras. Estudos abordando tais características são escassos na literatura relacionada, que foca principalmente em situações mais teóricas e idealizadas, conforme destacado no Capítulo 2.

No Capítulo 4, estudou-se o caso particular e mais simples em que o processo de produção tem apenas uma linha de pintura líquida, em que os tempos de preparação são desprezíveis, e um único veículo de entrega que pode realizar múltiplas viagens ao longo de um horizonte de planejamento multi-período e finito. Um modelo de programação inteira mista, chamado de L1V1, foi proposto a fim de representar e resolver o problema. Como uma alternativa, duas reformulações de Benders foram propostas e implementadas dentro da estrutura de um algoritmo *branch-and-cut*, dando origem aos métodos chamados de *Branch-and-Benders-cut*. A avaliação computacional mostrou que as abordagens de Benders propostas produzem resultados competitivos com os obtidos pelo *solver* de oti-

mização de propósito geral CPLEX em um conjunto de exemplares de tamanho moderado gerado aleatoriamente.

As abordagens mencionadas acima, embora mais caras computacionalmente, também foram capazes de obter reduções de custo em torno do 6,21%, 10,99% e 12,77%, em média, quando comparadas com uma estratégia de solução sequencial que imita a prática comum de empresas do setor. Tais resultados, baseados no conjunto de exemplares aqui considerados, indicam que um *trade-off* melhor entre os custos de estocagem, preparação e roteamento pode ser alcançado quando decisões de planejamento e programação da produção e distribuição são tomadas conjuntamente.

Heurísticas *relax-and-fix* também foram propostas e avaliadas computacionalmente para o problema do Capítulo 4, considerando diversos critérios de particionamento e fixação das variáveis. A fim de encontrar soluções ainda melhores, as soluções inicialmente obtidas pelas *relax-and-fix* foram utilizadas como solução inicial do CPLEX. Estas *relax-and-fix* híbridas foram capazes de encontrar soluções de alta qualidade para a maioria dos exemplares, com *gaps* médios entre 0,43% e 5,15%.

No Capítulo 5, apresentou-se uma generalização do problema estudado no Capítulo 4, em que o produtor tem uma linha de pintura em pó e uma frota de veículos heterogênea para realizar as entregas. Neste novo cenário, a troca entre itens de diferentes cores requer operações de limpeza e ajuste da linha. O tempo requerido para tais operações representa uma perda na capacidade de produção e depende das cores dos itens trocados. Portanto, tempos e custos de troca são dependentes da sequência. Os veículos têm diferentes capacidades e podem ser utilizados mais de uma vez ao longo do horizonte de planejamento.

Dois modelos de programação inteira mista foram propostos para representar e resolver o problema com entregas não fracionadas. Esses modelos, chamados de LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2, são diferentes entre si pela forma como as rotas são alocadas aos veículos. Testes computacionais com o CPLEX mostraram que o modelo LSMVRP-F2 fornece soluções de menor custo que as obtidas pelo modelo LSMVRP-F1 dentro do limite de tempo de 3 horas. Entretanto, uma das desvantagens dos modelos propostos é o considerável esforço computacional requerido quando o tamanho do problema aumenta. De fato, dentro do limite de tempo computacional preestabelecido, ambos os modelos não foram capazes de encontrar soluções factíveis para exemplares com 20 ou mais clientes.

As heurísticas RF híbridas, propostas no Capítulo 4, foram estendidas e testadas computacionalmente para o problema do Capítulo 5. Os resultados mostraram que, em geral, as RF híbridas forneceram soluções melhores em tempos computacionais menores para exemplares com até 20 clientes. Em particular, as heurísticas RFX2-H e RFX3-H obtiveram os melhores resultados, com desvios médios de 0,45% e 0,73% para exemplares com 10 clientes, -3,69% e -3,53% para exemplares com 15 clientes e, -6,28% e -9,61% para exemplares com 20 clientes, respectivamente. Por outro lado, para exemplares com 30 ou mais clientes todas as RF híbridas falharam em retornar soluções factíveis, mesmo após longos tempos de execução. Isto mostrou a necessidade de desenvolver métodos de solução mais específicos e efetivos para resolver problemas de grande porte em tempos

razoáveis, o que motivou o desenvolvimento da heurística de decomposição apresentada no Capítulo 7.

Antes, no Capítulo 6, o cenário alternativo em que entregas fracionadas são permitidas foi considerado a fim de quantificar os benefícios econômicos decorrentes desta prática. Modelos de programação inteira mista e adaptações das heurísticas RF também foram apresentadas para esse problema. Entretanto, dadas as dificuldades de se encontrar soluções ótimas ou quase ótimas de casos sem e com entregas fracionadas, não foi possível mensurar adequadamente a redução de custo obtida com as entregas fracionadas. Mesmo assim, os resultados sugeriram, conforme esperado, que soluções de menor custo são encontradas com entregas fracionadas, mas à custa de um grande esforço computacional.

No Capítulo 7, uma heurística de decomposição, chamada de HD, foi proposta para resolver os problemas dos Capítulos 4, 5 e 6. Esta heurística decompõe o problema em dois subproblemas que são resolvidos de forma iterativa. O primeiro subproblema toma as decisões de planejamento da produção e alocação de clientes a rotas, utilizando uma aproximação dos custos de roteamento e os tempos de viagem. O segundo subproblema determina as decisões de roteamento e programação dos veículos, com base nas decisões previamente feitas pelo primeiro subproblema. A solução do segundo subproblema é então usada para atualizar a aproximação dos custos de roteamento e tempos de viagem, iniciando-se uma nova iteração.

Resultados computacionais mostraram que esta proposta de solução teve melhor desempenho que o CPLEX e as RF híbridas para o problema sem entregas fracionadas do Capítulo 5, fornecendo soluções melhores em tempos computacionais menores. Em comparação com o CPLEX, em média, a heurística precisou de 12, 17 e 28 minutos para retornar soluções com desvios de 1,40%, -0,10% e -6,87% para casos com 10, 15 e 20 clientes, respectivamente. Em contraste, para esses mesmos exemplares, o tempo computacional médio de CPLEX foi em torno de 24 horas. As RF híbridas somente foram competitivas com a heurística HD ao resolver exemplares com 10 clientes. Para exemplares com 15 e 20 clientes essas estratégias de solução forneceram soluções de pior custo, com desvios médios entre 2,35% e 17,42%, respectivamente.

Além dos resultados anteriores, a abordagem de decomposição também foi capaz de obter soluções factíveis para exemplares de grande porte, com 30 ou mais clientes, em tempos computacionais ainda aceitáveis em situações práticas. O principal motivo do bom desempenho da abordagem proposta é o esquema de decomposição utilizado, o qual permite reduzir consideravelmente o esforço requerido para resolver o problema. Consequentemente, soluções factíveis podem ser encontradas em tempos razoáveis.

A heurística de decomposição também foi testada em três cenários alternativos no intuito de determinar o impacto que mudanças nos parâmetros do problema podem ter sobre seu desempenho. O primeiro cenário reflete a situação em que os custos de estoque e trocas são maiores que os custos de roteamento. O segundo cenário representa a situação contrária, em que os custos de roteamento são maiores que os custos de estoque e trocas. Por fim, o terceiro cenário representa o caso em que um maior número de itens é requerido para a montagem dos produtos finais. Em geral, a heurística HD superou o desempenho

do CPLEX nos três cenários, obtendo soluções de custo menor em tempos de execução menores. Isto sugere, com base nos exemplares aqui considerados, que o desempenho da heurística não muda consideravelmente em função das mudanças nos parâmetros do problema.

Os problemas do Capítulo 4, com um único veículo, e do Capítulo 6, com entregas fracionadas, também foram resolvidos utilizando a heurística de decomposição HD. No primeiro caso, os resultados mostraram que a heurística obteve soluções de alta qualidade, com *gaps* médios entre 0% e 3,95%, em tempos bem menores que os requeridos pelas abordagens exatas e pelas heurísticas RF desenvolvidas para esse cenário. Já para o caso com entregas fracionadas, a heurística HD obteve soluções de qualidade similares às obtidas pelo CPLEX, com desvios médios de 2,64%, 1,07% e -0,13% para casos com 10, 15 e 20 clientes, respectivamente. Por outro lado, a heurística teve dificuldades para encontrar soluções factíveis em tempos razoáveis para exemplares com 30 ou mais clientes, principalmente, devido ao maior esforço requerido para resolver o subproblema LSDS no primeiro estágio da heurística.

Uma perspectiva interessante de pesquisa futura seria desenvolver um procedimento heurístico efetivo para resolver o subproblema LSDS da heurística de decomposição aqui proposta. Este subproblema torna-se mais difícil de resolver quando seu tamanho aumenta e, portanto, o desenvolvimento de abordagens de solução mais efetivas é necessário para reduzir o esforço computacional e resolver exemplares de maior porte.

A heurística de decomposição HD não foi desenvolvida especificamente para abordar situações com entregas fracionadas e, portanto, ela não explora adequadamente essa particularidade do problema. Dado que a consideração de decisões de fracionamento de carga torna a abordagem proposta muito cara e ineficiente computacionalmente, é preciso que estratégias de solução especializadas e mais focadas nessas decisões sejam desenvolvidas. Este tópico também é uma direção interessante de pesquisa futura.

Dados os recentes avanços teóricos e computacionais, outros *solvers* de otimização de propósito geral, tais como Gurobi ou Xpress, podem ser utilizados como ferramenta para resolver os modelos de otimização aqui propostos. Experimentos computacionais adicionais podem ser realizados a fim de identificar se esses *solvers* superam o desempenho computacional do CPLEX, que foi utilizado nos experimentos computacionais aqui apresentados.

As abordagens de Benders propostas no Capítulo 4 podem ser melhoradas, por exemplo, utilizando a heurística de decomposição HD para gerar soluções factíveis que podem então ser utilizadas para gerar cortes de Benders iniciais. Além disso, as abordagens de Benders podem ser estendidas para cenários mais gerais, com decisões de sequenciamento de lotes de produção e frota heterogênea de veículos. Estas abordagens seguem, de certa forma, a ideia contrária à utilizada na heurística de decomposição. Inicialmente, decisões de roteamento de veículos e trocas de itens são tomadas no problema mestre. A seguir, decisões de tamanho de lotes, níveis de estoque e programação dos veículos são tomadas nos subproblemas, com base nos planos de entrega e trocas previamente determinados. Informações dos subproblemas são então transmitidas ao problema mestre, na forma de

cortes de Benders, para guiá-lo na busca de melhores soluções.

A heurística de *local branching*, proposta por Fischetti e Lodi (2003), também pode ser utilizada para aprimorar o desempenho computacional das abordagens de Benders e a heurística de decomposição propostas. A ideia principal desta heurística é dividir a região factível do problema em sub-regiões de menor tamanho e então utilizar um *solver* de otimização de propósito geral para encontrar a melhor solução, ou pelo menos uma solução de boa qualidade, em cada uma das sub-regiões consideradas. No contexto da decomposição de Benders, a solução corrente do problema mestre pode ser utilizada como ponto de partida da heurística *local branching*. A seguir, durante a execução do algoritmo, novas soluções factíveis para o problema mestre são encontradas explorando a vizinhança desta solução inicial. Essas soluções factíveis podem então ser utilizadas para gerar cortes de Benders que serão adicionados ao problema mestre. Já no contexto da heurística de decomposição, soluções de melhor qualidade podem ser encontradas explorando a vizinhança de cada uma das soluções fornecidas pela heurística. Alternativamente, ao invés de aplicar *local branching* a cada solução factível, é possível considerar somente a melhor solução encontrada durante a execução da heurística de decomposição, de modo que apenas a vizinhança da melhor solução encontrada é explorada.

Situações com incertezas em alguns parâmetros do problema também podem ser explorados. Na prática, é comum que informações e dados importantes para o planejamento estejam sujeitos às incertezas, por exemplo, porque são baseadas em previsões e/ou estimativas, ou porque não podem ser mensurados com exatidão, mas somente com um certo grau de acurácia. Modelos de programação estocástica e métodos de solução baseados na decomposição de Benders podem ser propostos para abordar esses casos, sempre que as distribuições de probabilidade dos parâmetros incertos sejam conhecidas ou possam ser estimadas.

Por fim, do ponto de vista prático, as abordagens propostas nesta tese podem ser aplicadas em situações práticas para melhor avaliar seus benefícios. Isto implica, por exemplo, a implementação dessas abordagens dentro dos sistemas de gestão e informação atualmente utilizados em empresas moveleiras. Dessa forma, os modelos matemáticos e métodos de solução propostos podem ser utilizados na prática, apoiando o planejamento e programação da produção e distribuição em empresas setor. Os ganhos obtidos, decorrentes do uso das abordagens de otimização, podem então ser mensurados com maior exatidão.

Referências Bibliográficas

ABSI, N.; ARCHETTI, C.; DAUZÈRE-PÉRÈS, S.; FEILLET, D. A two-phase iterative heuristic approach for the production routing problem. *Transportation Science*, v. 49, n. 4, p. 784–795, 2015. ISSN 0041-1655. Disponível em: <<http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.2014.0523>>.

ADULYASAK, Y.; CORDEAU, J.-F.; JANS, R. Formulations and branch-and-cut algorithms for multivehicle production and inventory routing problems. *INFORMS Journal on Computing*, v. 26, p. 103–120, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/ijoc.2013.0550Full>>.

ADULYASAK, Y.; CORDEAU, J.-F.; JANS, R. Optimization-based adaptive large neighborhood search for the production routing problem. *Transportation Science*, v. 48, n. 1, p. 20–45, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/trsc.1120.0443>>.

ADULYASAK, Y.; CORDEAU, J.-F.; JANS, R. Benders decomposition for production routing under demand uncertainty. *Operations Research*, v. 63, n. 4, p. 851–867, 2015. ISSN 0030-364X. Disponível em: <<http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.2015.1401>>.

ADULYASAK, Y.; CORDEAU, J.-F.; JANS, R. The production routing problem: A review of formulations and solution algorithms. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 55, p. 141–152, 2015. ISSN 03050548. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305054814000240>>.

AMORIM, P.; BELO-FILHO, M.; TOLEDO, F.; ALMEDER, C.; ALMADA-LOBO, B. Lot sizing versus batching in the production and distribution planning of perishable goods. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 146, n. 1, p. 208–218, 2013. ISSN 09255273. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0925527313002971>>.

ARAUJO, S.; ARENALES, M.; CLARK, A. Joint rolling-horizon scheduling of materials processing and lot-sizing with sequence-dependent setups. *Journal of Heuristics*, v. 13, n. 4, p. 337–358, 2007. ISSN 1381-1231. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s10732-007-9011-9>>.

ARCHETTI, C.; BERTAZZI, L.; LAPORTE, G.; SPERANZA, M. G. A branch-and-cut algorithm for a vendor-managed inventory-routing problem. *Transportation Science*, v. 41, p. 382–391, 2007. Disponível em: <<http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.1060.0188>>.

ARCHETTI, C.; BERTAZZI, L.; PALETTA, G.; SPERANZA, M. G. Analysis of the maximum level policy in a production-distribution system. *Computers & Operations*

Research, Elsevier, v. 38, n. 12, p. 1731–1746, 2011. ISSN 03050548. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305054811000682>>.

ARCHETTI, C.; SPERANZA, M. G. Vehicle routing problems with split deliveries. *International Transactions in Operational Research*, v. 19, n. 1-2, p. 3–22, jan. 2012. ISSN 09696016. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1111/j.1475-3995.2011.00811.x>>.

ARCHETTI, C.; SPERANZA, M. G. A survey on matheuristics for routing problems. *Computers and Operations Research*, v. 55, p. 185–199, 2014. ISSN 03050548. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2014.06.008>>.

ARMENTANO, V.; SHIGUEMOTO, A.; LØKKETANGEN, A. Tabu search with path relinking for an integrated production–distribution problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 38, n. 8, p. 1199–1209, 2011. ISSN 03050548. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305054810002558>>.

ARMSTRONG, R.; GAO, S.; LEI, L. A zero-inventory production and distribution problem with a fixed customer sequence. *Annals of Operations Research*, v. 159, n. 1, p. 395–414, dez. 2007. ISSN 0254-5330. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s10479-007-0272-3>>.

AZI, N.; GENDREAU, M.; POTVIN, J.-Y. An exact algorithm for a single-vehicle routing problem with time windows and multiple routes. *European Journal of Operational Research*, v. 178, n. 3, p. 755–766, 2007. ISSN 0377–2217. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221706001299>>.

BARD, J. F.; NANANUKUL, N. Heuristics for a multiperiod inventory routing problem with production decisions. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 57, n. 3, p. 713–723, 2009. ISSN 03608352. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360835209000370>>.

BARD, J. F.; NANANUKUL, N. The integrated production–inventory–distribution–routing problem. *Journal of Scheduling*, v. 12, n. 3, p. 257–280, 2009. ISSN 1094-6136. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s10951-008-0081-9>>.

BARD, J. F.; NANANUKUL, N. A branch-and-price algorithm for an integrated production and inventory routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 37, n. 12, p. 2202–2217, 2010. ISSN 03050548. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S030505481000064X>>.

BENDERS, J. F. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische Mathematik*, v. 4, n. 1, p. 238–252, 1962.

BERALDI, P.; GHIANI, G.; GRIECO, A.; GUERRIERO, E. Rolling-horizon and fix-and-relax heuristics for the parallel machine lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent set-up costs. *Computers & Operations Research*, v. 35, n. 11, p. 3644–3656, 2008. ISSN 03050548. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305054807000858>>.

BERTAZZI, L.; PALETTA, G.; SPERANZA, M. G. Minimizing the total cost in an integrated vendor–managed inventory system. *Journal of Heuristics*, v. 11, p. 393–419, 2005.

- BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. *International Journal of Operations & Production Management*, v. 22, n. 2, p. 241–264, 2002. ISSN 0144-3577. Disponível em: <<http://www.emeraldinsight.com/10.1108/01443570210414338>>.
- BITRAN, G. R.; YANASSE, H. H. Computational complexity of the capacitated lot size problem. *Management Science*, v. 28, n. 10, p. 1174–1186, 1982. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.28.10.1174>>.
- BOUDIA, M.; LOULY, M.; PRINS, C. A reactive GRASP and path relinking for a combined production–distribution problem. *Computers & Operations Research*, v. 34, n. 11, p. 3402–3419, 2007. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305054806000426>>.
- BOUDIA, M.; PRINS, C. A memetic algorithm with dynamic population management for an integrated production–distribution problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 195, n. 3, p. 703–715, 2009. ISSN 03772217. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S037722170701096X>>.
- BRAHIMI, N.; AOUAM, T. Multi-item production routing problem with backordering: a milp approach. *International Journal of Production Research*, v. 54, n. 4, p. 1076–1093, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/00207543.2015.1047971>>.
- CACERES-CRUZ, J.; GRASAS, A.; RAMALHINHO, H.; JUAN, A. A. A savings-based randomized heuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem with multi-trips. *Journal of Applied Operational Research*, v. 6, n. 2, p. 69–81, 2014.
- CHANDRA, P.; FISHER, M. L. Coordination of production and distribution planning. *European Journal of Operational Research*, v. 72, p. 503–517, 1994.
- CHEN, H.-K.; HSUEH, C.-F.; CHANG, M.-S. Production scheduling and vehicle routing with time windows for perishable food products. *Computers & Operations Research*, v. 36, n. 7, p. 2311–2319, jul. 2009. ISSN 03050548. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305054808001706>>.
- CHEN, Z.-L. Integrated production and distribution operations: taxonomy, models, and review. In: SIMCHI-LEVI, D.; WU, S.; SHEN, Z.-J. (Ed.). *Handbook of quantitative supply chain analysis: modeling in the e-business era*. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 2004. cap. 17, p. 711–745. ISBN 3014050024.
- CHEN, Z.-L.; PUNDOOR, G. Order Assignment and Scheduling in a Supply Chain. *Operations Research*, v. 54, n. 3, p. 555–572, jun. 2006. ISSN 0030-364X. Disponível em: <<http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.1060.0280>>.
- CHEN, Z.-L.; VAIRAKTARAKIS, G. L. Integrated Scheduling of Production and Distribution Operations. *Management Science*, v. 51, n. 4, p. 614–628, abr. 2005. ISSN 0025-1909. Disponível em: <<http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/mnsc.1040.0325>>.
- CHIANG, W.-C.; RUSSELL, R.; XU, X.; ZEPEDA, D. A simulation/metaheuristic approach to newspaper production and distribution supply chain problems. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 121, n. 2, p. 752–767, out.

2009. ISSN 09255273. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0925527309000693>>.

CHITSAZ, M.; ; CORDEAU, J.-F.; JANS, R. An unified decomposition matheuristic for assembly, production and inventory routing. GERAD Technical Report G-2017-03, HEC Montréal, Canada, 2017.

CLARKE, G.; WRIGHT, J. W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, v. 12, p. 568-581, 1964. ISSN 0030-364X.

CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G.; SAVELSBERGH, M. W.; VIGO, D. Vehicle routing. In: BARNHART, C.; LAPORTE, G. (Ed.). *Transportation*. [S.l.]: Elsevier, 2007, (Handbooks in operations research and management science, v. 14). cap. 6, p. 367-428.

DE SÁ, E. M.; DE CAMARGO, R. S.; DE MIRANDA, G. An improved Benders decomposition algorithm for the tree of hubs location problem. *European Journal of Operational Research*, v. 226, p. 185-202, 2013.

DE SÁ, E. M.; MORABITO, R.; DE CAMARGO, R. S. Benders decomposition applied to a robust multiple allocation incomplete hub location problem. *Computers & Operations Research*, v. 89, p. 31-50, 2018.

DE SÁ, E. M.; MORABITO, R.; DE CAMARGO, R. S. Efficient Benders decomposition algorithms for the robust multiple allocation incomplete hub location problem with service time requirements. *Expert Systems with Applications*, v. 93, p. 50-61, 2018.

DÍAZ-MADROÑERO, M.; PEIDRO, D.; MULA, J. A review of tactical optimization models for integrated production and transport routing planning decisions. *Computers & Industrial Engineering*, v. 88, p. 518-535, 2015.

DILLENBERGER, C.; ESCUDERO, L. F.; WOLLENSAK, A.; ZHANG, W. On practical resource allocation for production planning and scheduling with period overlapping setups. *European Journal of Operational Research*, v. 75, n. 2, p. 275-286, 1994. ISSN 03772217. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0377221794900744>>.

DOLAN, E. D.; MORÉ, J. J. Benchmarking optimization software with performance profiles. *Mathematical Programming*, v. 91, n. 2, p. 201-213, 2002. ISSN 0025-5610. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s101070100263>>.

DROR, M.; TRUDEAU, P. Savings by split delivery routing. *Transportation Science*, JSTOR, v. 23, n. 2, p. 141-145, 1989.

DROR, M.; TRUDEAU, P. Split delivery routing. *Naval Research Logistics (NRL)*, v. 37, n. 3, p. 383-402, jun. 1990. ISSN 0894069X. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/nav.3800370304>>.

ERRICO, F.; CRAINIC, T. G.; MALUCELLI, F.; NONATO, M. A benders decomposition approach for the symmetric tsp with generalized latency arising in the design of semiflexible transit systems. *Transportation Science*, v. 51, n. 2, p. 706-722, 2016.

FARAHANI, P.; GRUNOW, M.; GÜNTHER, H.-O. Integrated production and distribution planning for perishable food products. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, v. 24, n. 1, p. 28-51, 2012. ISSN 1936-6582. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s10696-011-9125-0>>.

FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 196, n. 2, p. 697–706, 2009. ISSN 03772217. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221708003391>>.

FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 37, n. 4, p. 684–691, 2010. ISSN 03050548. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305054809001695>>.

FISCHETTI, M.; LODI, A. Local branching. *Mathematical Programming*, v. 98, n. 1, p. 23–47, 2003. ISSN 1436-4646. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s10107-003-0395-5>>.

FORTZ, B.; POSS, M. An improved benders decomposition applied to a multi-layer network design problem. *Operations Research Letters*, v. 37, n. 5, p. 359–364, 2009.

FUMERO, F.; VERCELLIS, C. Synchronized development of production, inventory, and distribution schedules. *Transportation Science*, v. 33, p. 330–340, 1999. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/trsc.33.3.330>>.

GEISMAR, H. N.; LAPORTE, G.; LEI, L.; SRISKANDARAJAH, C. The Integrated Production and Transportation Scheduling Problem for a Product with a Short Lifespan. *INFORMS Journal on Computing*, v. 20, n. 1, p. 21–33, fev. 2008. ISSN 1091-9856. Disponível em: <<http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/ijoc.1060.0208>>.

GOEL, A. The minimum duration truck driver scheduling problem. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, v. 1, n. 4, p. 285–306, 2012.

GOLDEN, B. L.; RAGHAVAN, S.; WASIL, E. A. (Ed.). *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*. 1. ed. New York: Springer US, 2008. ISBN 978-1-4419-4603-4.

GRAMANI, M.; FRANÇA, P.; ARENALES, M. A Lagrangian relaxation approach to a coupled lot-sizing and cutting stock problem. *International Journal of Production Economics*, v. 119, n. 2, p. 219–227, 2009. ISSN 09255273. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0925527309000644>>.

JAMES, R. J.; ALMADA-LOBO, B. Single and parallel machine capacitated lotsizing and scheduling: New iterative MIP-based neighborhood search heuristics. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 38, n. 12, p. 1816–1825, 2011. ISSN 03050548. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305054811000463>>.

JANS, R. Solving lot-sizing problems on parallel identical machines using symmetry-breaking constraints. *INFORMS Journal on Computing*, v. 21, n. 1, p. 123–136, 2009. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/ijoc.1080.0283>>.

JANS, R.; DEGRAEVE, Z. Modeling industrial lot sizing problems: A review. *International Journal of Production Research*, v. 46, n. 6, p. 1619–1643, 2008. ISSN 0020-7543. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207540600902262>>.

- JUAN, A. A.; FAULIN, J.; JORBA, J.; RIERA, D.; MASIP, D.; BARRIOS, B. On the use of monte carlo simulation, cache and splitting techniques to improve the clarke and wright savings heuristics. *Journal of the Operational Research Society*, v. 62, n. 6, p. 1085–1097, 2011. ISSN 1476-9360.
- KARIMI, B.; FATEMI-GHOMI, S.; WILSON, J. The capacitated lot sizing problem: A review of models and algorithms. *Omega*, v. 31, n. 5, p. 365–378, 2003. ISSN 03050483. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305048303000598>>.
- LEI, L.; LIU, S.; RUSZCZYNSKI, A.; PARK, S. On the integrated production, inventory, and distribution routing problem. *IIE Transactions*, v. 38, n. 11, p. 955–970, 2006. ISSN 0740-817X. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/07408170600862688>>.
- LENSTRA, J. K.; KAN, A. H. G. R. Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, Wiley Subscription Services, Inc., A Wiley Company, v. 11, n. 2, p. 221–227, 1981. ISSN 1097-0037. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/net.3230110211>>.
- LIN, S. Computer solutions of the traveling salesman problem. *J, AT&T Tech*, v. 44, n. 1, p. 2245–2269, 1965. ISSN 00058580.
- MCDANIEL, D.; DEVINE, M. A modified benders partitioning algorithm for mixed integer programming. *Management Science*, v. 24, n. 3, p. 312–319, 1977. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/mnsc.24.3.312>>.
- MERCIER, A.; CORDEAU, J.-F. c.; SOUMIS, F. c. A computational study of benders decomposition for the integrated aircraft routing and crew scheduling problem. *Computers & Operations Research*, v. 32, p. 1451–1476, 2005.
- MIKKOLA, J. H.; SKJØTT-LARSEN, T. Supply-chain integration: implications for mass customization, modularization and postponement strategies. *Production Planning & Control*, Taylor & Francis, v. 15, n. 4, p. 352–361, 2004. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/0953728042000238845>>.
- MILLER, C.; TUCKER, A.; ZEMLIN, R. Integer programming formulation of traveling salesman problems. *Journal of the ACM (JACM)*, v. 7, n. 4, p. 326–329, 1960.
- MIRANDA, P. L.; MORABITO, R.; FERREIRA, D. Optimization model for a production, inventory, distribution and routing problem in small furniture companies. *TOP*, p. 1–38, 2017. ISSN 1863-8279. Forthcoming.
- MOONS, S.; RAMAEKERS, K.; CARIS, A.; ARDA, Y. Integrating production scheduling and vehicle routing decisions at the operational decision level: a review and discussion. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 104, p. 224–245, 2017.
- MORABITO, R.; PUREZA, V. Modelagem e Simulação. In: MIGUEL, P. A. C. (Ed.). *Metodologia de pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações*. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010. cap. 8, p. 165–194. ISBN 978-85-352-3523-4.
- NAOUM-SAWAYA, J.; ELHEDHLI, S. An interior-point benders based branch-and-cut algorithm for mixed integer programs. *Annals of Operations Research*, v. 210, p. 33–55, 2013.

- PAPADAKOS, N. Practical enhancements to the magnanti–wong method. *Operations Research Letters*, v. 36, p. 444–449, 2008.
- POCHET, Y.; WOLSEY, L. A. *Production planning by mixed integer programming*. New York: Springer Science & Business Media, 2006. 499 p. ISBN 978-0387-29959-4.
- QUADT, D.; KUHN, H. Capacitated lot-sizing with extensions: a review. *4or*, v. 6, n. 1, p. 61–83, 2007. ISSN 1619-4500. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s10288-007-0057-1>>.
- RAHMANIANI, R.; CRAINIC, T. G.; GENDREAU, M.; REI, W. The benders decomposition algorithm: A literature review. *European Journal of Operational Research*, v. 259, p. 801–817, 2017.
- RANCOURT, M.-E.; CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G. Long-haul vehicle routing and scheduling with working hour rules. *Transportation Science*, INFORMS, v. 47, n. 1, p. 81–107, 2013.
- REI, W.; CORDEAU, J.-F. c.; GENDREAU, M.; SORIANO, P. Accelerating benders decomposition by local branching. *INFORMS Journal on Computing*, v. 21, n. 2, 2009.
- RUSSELL, R.; CHIANG, W.-C.; ZEPEDA, D. Integrating multi-product production and distribution in newspaper logistics. *Computers & Operations Research*, v. 35, n. 5, p. 1576–1588, maio 2008. ISSN 03050548. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305054806002140>>.
- SANTOSO, T.; AHMED, S.; GOETSCHALCKX, M.; SHAPIRO, A. A stochastic programming approach for supply chain network design under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, v. 167, p. 96–115, 2005.
- SARMIENTO, A. M.; NAGI, R. A review of integrated analysis of production-distribution systems. *IIE Transactions*, Springer, v. 31, n. 11, p. 1061–1074, 1999.
- SCHMID, V.; DOERNER, K. F.; LAPORTE, G. Rich routing problems arising in supply chain management. *European Journal of Operational Research*, Elsevier B.V., v. 224, n. 3, p. 435–448, fev. 2013. ISSN 03772217. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221712006376>>.
- SHERALI, H. D.; SMITH, J. C. Improving discrete model representations via symmetry considerations. *Management Science*, v. 47, n. 10, p. 1396–1407, 2001. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.47.10.1396.10265>>.
- SHIGUEMOTO, A. L.; ARMENTANO, V. A. A tabu search procedure for coordinating production, inventory and distribution routing problems. *International Transactions in Operational Research*, v. 17, n. 2, p. 179–195, 2010. ISSN 09696016.
- TOLEDO, F. M. B.; ARMENTANO, V. A. A lagrangian-based heuristic for the capacitated lot-sizing problem in parallel machines. *European Journal of Operational Research*, v. 175, n. 2, p. 1070–1083, 2006. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221705005321>>.

TOSO, E. .; MORABITO, R.; CLARK, A. R. Lot sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 57, n. 3, p. 813–821, 2009. ISSN 03608352. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S036083520900076X>>.

TOTH, P.; VIGO, D. (Ed.). *Vehicle routing: problems, methods, and applications*. 2. ed. [S.l.]: SIAM, 2014. 463 p. ISBN 978-1-611973-58-7.

TRIGEIRO, W. W.; THOMAS, L. J.; MCCLAIN, J. O. Capacitated lot sizing with setup times. *Management Science*, v. 35, n. 3, p. 353–366, 1989. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.35.3.353>>.

VIDAL, C. J.; GOETSCHALCKX, M. Strategic production-distribution models: a critical review with emphasis on global supply chain models. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 98, n. 1, p. 1–18, 1997.

WAGNER, H. M.; WHITIN, T. M. Dynamic version of the economic lot size model. *Management Science*, v. 5, p. 89–96, 1958. ISSN 0025-1909.

Apêndice A

Suplemento do Capítulo 4

Este apêndice apresenta resultados computacionais adicionais referentes aos métodos de solução propostos para resolver o modelo LSIV, proposto no Capítulo 4.

A.1 Impacto das estratégias de melhoria no desempenho do BCC

As Tabelas A.1–A.3 apresentam os resultados médios do BBC1 quando as diferentes estratégias de melhoria são implementadas gradativamente. De forma geral, os resultados obtidos mostram que o desempenho do algoritmo de Benders, mesmo quando implementado dentro da estrutura de um *branch-and-cut*, pode ser muito ineficiente e, portanto, as estratégias de melhoria propostas são indispensáveis para obter um método de solução competitivo.

Para exemplares com $n = 5$ clientes, por exemplo, é possível observar como a qualidade dos limitantes e o esforço computacional requerido são significativamente melhores quando uma ou mais das estratégias de melhoria são implementadas. Em particular, o BBC1 puro (i.e., sem estratégias de melhoria) teve um *gap* de otimalidade médio de 48,38% e atingiu

Estratégia	UB	LB	Gap(%)	#Nós	CPU(s)
BBC1-A ^a	30.962,60	14.906,31	48,38	506.018	10.800,00
BBC1-B ^b	29.656,06	25.679,56	10,55	412.445	9.511,82
BBC1-C ^c	29.336,94	29.336,94	0,00	32.989	122,43
BBC1-D ^d	29.336,94	29.336,94	0,00	5.745	22,85
BBC1-E ^e	29.336,94	29.336,94	0,00	4.057	13,78

^a BBC1-A: BBC sem estratégias de melhoria

^b BBC1-B: BBC1-A + Desigualdades Válidas

^c BBC1-C: BBC1-B + Desigualdades LBL

^d BBC1-D: BBC1-C + Cortes de Benders Iniciais

^e BBC1-E: BBC1-D + Corte Pareto-ótimo

Tabela A.1: Impacto das melhorias computacionais no BBC1 – Exemplares com $n = 5$ clientes

Estratégia	UB	LB	Gap(%)	#Nós	CPU(s)
BBC1-A	–	7.714,94	–	173.438	10.800,00
BBC1-B	47.661,84	15.250,58	65,43	193.809	10.800,00
BBC1-C	44.250,61	43.244,20	2,24	500.582	10.654,30
BBC1-D	44.168,37	43.632,10	1,13	442.142	9.461,96
BBC1-E	44.109,55	43.689,44	0,90	477.761	8.893,71

Tabela A.2: Impacto das melhorias computacionais no BBC1 – Exemplos com $n = 10$ clientes

Estratégia	UB	LB	Gap(%)	#Nós	CPU(s)
BBC1-A	–	6.053,55	–	108.429	10.800,00
BBC1-B	49.797,14	7.567,98	84,26	183.726	10.800,00
BBC1-C	44.488,70	41.427,37	6,83	270.967	10.800,00
BBC1-D	43.489,40	41.460,59	4,60	289.075	10.800,00
BBC1-E	43.651,35	41.538,51	4,85	364.601	10.800,00

Tabela A.3: Impacto das melhorias computacionais no BBC1 – Exemplos com $n = 15$ clientes

o limite de tempo computacional de 10.800 segundos em todos os casos. Já quando todas as estratégias de melhoria são implementadas, o BBC1 foi capaz de encontrar soluções ótimas para todos os exemplos utilizando um tempo computacional médio de 13,78 segundos.

Para exemplos com $n = 10$ clientes, o BBC1 puro não foi capaz de encontrar nenhuma solução factível dentro do limite de tempo computacional permitido. Entretanto, o desempenho do método melhora gradativamente com o uso das estratégias propostas. Os melhores resultados são atingidos quando todas as estratégias são implementadas de forma simultânea, com um *gap* médio de otimalidade de 0,90% e um tempo computacional médio de 8.893,71 segundos, respectivamente.

Para exemplos com $n = 15$ clientes, mesmo quando todas as estratégias de melhoria são implementadas, não foi possível encontrar soluções factíveis para todos os casos. A Tabela A.3 mostra somente os resultados médios para os exemplos em que todas as estratégias foram capazes de encontrar soluções factíveis (i.e., 7 dos 20 exemplos testados), de modo que os valores médio são comparáveis. Novamente, resulta evidente o efeito positivo que as estratégias propostas têm no desempenho do método, embora este tamanho de amostra possa não ser significativo.

Por outro lado, embora os resultados pioram ligeiramente quando os cortes Pareto-ótimo são implementados, esta estratégia de melhoria tem um impacto significativo em termos do número de exemplos para os quais uma solução factível foi encontrada. De fato, soluções factíveis foram encontradas para 17 dos 20 exemplos quando cortes Pareto-ótimo são gerados na árvore *branch-and-bound*. Este número, entretanto, cai para 14 se os cortes de Benders regulares são considerados. Desta forma, a queda leve na qualidade

das soluções encontradas é compensada pelo aumento no número problemas para os quais uma solução factível foi fornecida no limite de tempo computacional.

Dados os resultados obtidos nestes testes preliminares, os algoritmos BBC1 e BBC2 foram implementados com todas as estratégias de melhoria de forma simultânea. Os resultados dos testes computacionais com tais métodos são apresentados e discutidos no Capítulo 4.

A.2 Resultados detalhados do CPLEX e dos BBCs

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nós
1	5	2	3	5	6.199,36	5.192,00	991,00	12.382,36	12.382,36	0,00	40,07	8.584
2	5	2	3	5	11.543,51	3.927,00	1.070,00	16.540,51	16.540,51	0,00	14,16	2.763
3	5	2	3	5	7.910,74	5.052,00	1.886,00	14.848,74	14.848,74	0,00	22,85	4.656
4	5	2	3	5	10.381,76	5.887,00	2.045,00	18.313,76	18.313,76	0,00	24,47	5.180
5	5	2	3	5	16.705,50	4.198,00	1.453,00	22.356,50	22.356,50	0,00	40,16	7.434
6	5	2	5	5	20.995,35	8.474,00	941,00	30.410,35	30.410,35	0,00	23,50	4.524
7	5	2	5	5	18.035,13	7.822,00	1.249,00	27.106,13	27.106,13	0,00	47,17	9.547
8	5	2	5	5	19.125,54	7.799,00	1.708,00	28.632,54	28.632,54	0,00	24,18	4.365
9	5	2	5	5	23.236,33	12.005,00	1.553,00	36.794,33	36.794,33	0,00	165,36	28.494
10	5	2	5	5	30.547,04	12.635,00	1.298,00	44.480,04	44.480,04	0,00	332,21	67.248
11	5	3	3	5	21.851,10	9.180,00	1.220,00	32.251,10	32.251,10	0,00	68,32	11.792
12	5	3	3	5	19.723,26	7.882,00	1.361,00	28.966,26	28.966,26	0,00	48,46	8.006
13	5	3	3	5	17.825,43	6.418,00	1.292,00	25.535,43	25.535,43	0,00	30,03	3.694
14	5	3	3	5	19.151,15	8.188,00	1.184,00	28.523,15	28.523,15	0,00	68,14	10.610
15	5	3	3	5	11.866,33	7.016,00	2.127,00	21.009,33	21.009,33	0,00	48,41	6.831
16	5	3	5	5	33.108,32	12.819,00	1.712,00	47.639,32	47.639,32	0,00	229,03	33.491
17	5	3	5	5	26.158,20	8.171,00	1.539,00	35.868,20	35.868,20	0,00	49,04	4.910
18	5	3	5	5	32.265,40	12.781,00	1.280,00	46.326,40	46.326,40	0,00	288,03	36.467
19	5	3	5	5	24.939,10	12.632,00	2.647,00	40.218,10	40.218,10	0,00	121,03	15.819
20	5	3	5	5	19.112,27	7.686,00	1.738,00	28.536,27	28.536,27	0,00	66,92	11.052
Média					19.534,04	8.288,20	1.514,70	29.336,94	29.336,94	0,00	87,58	14.273

Tabela A.4: Resultados computacionais detalhados do CPLEX - $n = 5$ clientes

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nós
21	10	2	3	5	23.351,89	7.074,00	2.047,00	32.472,89	32.169,42	0,94	10.800,00	450.737
22	10	2	3	5	25.632,96	6.906,00	1.847,00	34.385,96	33.994,31	1,14	10.800,00	348.408
23	10	2	3	5	26.734,76	10.496,00	2.362,00	39.592,76	39.592,76	0,00	8.816,32	347.558
24	10	2	3	5	21.009,46	6.620,00	1.808,00	29.437,46	29.437,46	0,00	7.511,34	266.923
25	10	2	3	5	20.844,98	8.094,00	2.070,00	31.008,98	30.820,06	0,61	10.800,00	464.033
26	10	2	5	5	29.328,86	12.957,00	2.380,00	44.665,86	44.115,03	1,23	10.800,00	271.350
27	10	2	5	5	33.200,07	11.456,00	2.978,00	47.634,07	46.956,19	1,42	10.800,00	866.317
28	10	2	5	5	28.559,66	10.616,00	1.883,00	41.058,66	40.225,54	2,03	10.800,00	442.676
29	10	2	5	5	29.386,94	11.122,00	2.233,00	42.741,94	42.340,68	0,94	10.800,00	404.568
30	10	2	5	5	38.369,70	11.989,00	2.520,00	52.878,70	52.625,15	0,48	10.800,00	422.520
31	10	3	3	5	38.316,10	11.262,00	2.272,00	51.850,10	50.797,27	2,03	10.800,00	214.148
32	10	3	3	5	27.711,89	10.408,00	1.894,00	40.013,89	39.197,01	2,04	10.800,00	344.273
33	10	3	3	5	19.200,59	6.290,00	2.073,00	27.563,59	27.021,34	1,97	10.800,00	403.781
34	10	3	3	5	29.163,83	10.592,00	2.526,00	42.281,83	41.322,39	2,27	10.800,00	623.518
35	10	3	3	5	27.687,32	9.308,00	2.927,00	39.922,32	39.055,17	2,17	10.800,00	403.647
36	10	3	5	5	41.304,47	11.145,00	2.192,00	54.641,47	53.409,51	2,26	10.800,00	256.881
37	10	3	5	5	40.946,86	14.002,00	2.201,00	57.149,86	57.005,30	0,25	10.800,00	331.711
38	10	3	5	5	31.947,74	10.147,00	2.271,00	44.365,74	43.382,74	2,22	10.800,00	428.857
39	10	3	5	5	49.150,62	17.788,00	2.023,00	68.961,62	68.054,51	1,32	10.800,00	270.689
40	10	3	5	5	41.827,25	14.134,00	1.898,00	57.859,25	56.558,84	2,25	10.800,00	178.631
Média					31.183,80	10.620,30	2.220,25	44.024,35	43.404,03	1,38	10.536,38	387.061

Tabela A.5: Resultados computacionais detalhados do CPLEX - $n = 10$ clientes

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nós
41	15	2	3	5	41.215,78	14.184,00	2.585,00	57.984,78	54.526,86	5,96	10.800,00	147.375
42	15	2	3	5	33.483,59	12.320,00	3.145,00	48.948,59	46.658,26	4,68	10.800,00	56.226
43	15	2	3	5	38.212,04	9.782,00	1.614,00	49.608,04	41.855,52	15,63	10.800,00	171.300
44	15	2	3	5	29.118,66	10.892,00	2.822,00	42.832,66	40.922,64	4,46	10.800,00	143.916
45	15	2	3	5	30.401,40	8.768,00	2.232,00	41.401,40	40.703,47	1,69	10.800,00	508.257
46	15	2	5	5	-	-	-	-	72.575,99	-	10.800,00	159.516
47	15	2	5	5	-	-	-	-	90.456,13	-	10.800,00	96.731
48	15	2	5	5	-	-	-	-	62.946,01	-	10.800,00	97.336
49	15	2	5	5	44.557,46	22.212,00	2.413,00	69.182,46	62.553,68	9,58	10.800,00	298.977
50	15	2	5	5	-	-	-	-	72.432,76	-	10.800,00	146.086
51	15	3	3	5	-	-	-	-	53.812,98	-	10.800,00	106.409
52	15	3	3	5	-	-	-	-	45.098,38	-	10.800,00	139.069
53	15	3	3	5	42.950,54	17.652,00	3.026,00	63.628,54	60.101,93	5,54	10.800,00	141.158
54	15	3	3	5	22.413,79	6.896,00	2.420,00	31.729,79	30.602,55	3,55	10.800,00	86.181
55	15	3	3	5	21.480,90	8.168,00	2.915,00	32.563,90	31.157,52	4,32	10.800,00	84.227
56	15	3	5	5	-	-	-	-	106.741,43	-	10.800,00	36.283
57	15	3	5	5	-	-	-	-	89.909,00	-	10.800,00	90.128
58	15	3	5	5	-	-	-	-	75.203,26	-	10.800,00	168.758
59	15	3	5	5	-	-	-	-	87.222,13	-	10.800,00	84.454
60	15	3	5	5	-	-	-	-	67.584,24	-	10.800,00	105.954
Média					33.759,35	12.319,33	2.574,67	48.653,35	61.653,24	6,16	10.800,00	143.417

Tabela A.6: Resultados computacionais detalhados do CPLEX - $n = 15$ clientes

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nós
1	5	2	3	5	6.199,36	5.192,00	991,00	12.382,36	12.382,36	0,00	10,25	2.350
2	5	2	3	5	11.543,51	3.927,00	1.070,00	16.540,51	16.540,51	0,00	4,05	700
3	5	2	3	5	7.910,74	5.052,00	1.886,00	14.848,74	14.848,74	0,00	14,00	5.243
4	5	2	3	5	10.381,76	5.887,00	2.045,00	18.313,76	18.313,76	0,00	11,07	3.698
5	5	2	3	5	16.705,50	4.198,00	1.453,00	22.356,50	22.356,50	0,00	6,54	1.922
6	5	2	5	5	20.995,35	8.474,00	941,00	30.410,35	30.410,35	0,00	6,32	1.063
7	5	2	5	5	18.035,13	7.822,00	1.249,00	27.106,13	27.106,13	0,00	4,70	836
8	5	2	5	5	19.125,54	7.799,00	1.708,00	28.632,54	28.632,54	0,00	12,80	3.078
9	5	2	5	5	23.236,33	12.005,00	1.553,00	36.794,33	36.794,33	0,00	19,49	7.766
10	5	2	5	5	30.547,04	12.635,00	1.298,00	44.480,04	44.480,04	0,00	12,99	3.169
11	5	3	3	5	21.851,10	9.180,00	1.220,00	32.251,10	32.251,10	0,00	7,67	2.623
12	5	3	3	5	19.723,26	7.882,00	1.361,00	28.966,26	28.966,26	0,00	6,80	1.426
13	5	3	3	5	17.825,43	6.418,00	1.292,00	25.535,43	25.535,43	0,00	5,79	1.549
14	5	3	3	5	19.151,15	8.188,00	1.184,00	28.523,15	28.523,15	0,00	31,06	8.848
15	5	3	3	5	11.866,33	7.016,00	2.127,00	21.009,33	21.009,33	0,00	14,13	5.293
16	5	3	5	5	33.108,32	12.819,00	1.712,00	47.639,32	47.639,32	0,00	25,64	7.831
17	5	3	5	5	26.158,20	8.171,00	1.539,00	35.868,20	35.868,20	0,00	30,42	8.069
18	5	3	5	5	32.265,40	12.781,00	1.280,00	46.326,40	46.326,40	0,00	10,78	3.354
19	5	3	5	5	24.939,10	12.632,00	2.647,00	40.218,10	40.218,10	0,00	34,36	10.630
20	5	3	5	5	19.112,27	7.686,00	1.738,00	28.536,27	28.536,27	0,00	6,66	1.696
Média					19.534,04	8.288,20	1.514,70	29.336,94	29.336,94	0,00	13,78	4.057

Tabela A.7: Resultados computacionais detalhados do BBC1 - $n = 5$ clientes

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nós
21	10	2	3	5	23.351,89	7.074,00	2.047,00	32.472,89	32.315,21	0,49	10.800,00	651.200
22	10	2	3	5	25.632,96	6.906,00	1.847,00	34.385,96	34.385,96	0,00	7.073,32	457.890
23	10	2	3	5	26.734,76	10.496,00	2.362,00	39.592,76	39.592,76	0,00	4.597,43	269.976
24	10	2	3	5	21.009,46	6.620,00	1.808,00	29.437,46	29.437,46	0,00	2.270,71	254.730
25	10	2	3	5	20.844,98	8.094,00	2.070,00	31.008,98	31.008,98	0,00	10.717,44	917.607
26	10	2	5	5	29.328,86	12.957,00	2.380,00	44.665,86	44.665,86	0,00	4.831,61	281.005
27	10	2	5	5	33.185,73	11.456,00	3.230,00	47.871,73	46.553,60	2,75	10.800,00	300.904
28	10	2	5	5	28.014,68	11.578,00	2.049,00	41.641,68	40.436,31	2,90	10.800,00	797.825
29	10	2	5	5	29.431,82	11.122,00	2.502,00	43.055,82	42.100,42	2,22	10.800,00	457.103
30	10	2	5	5	38.369,70	11.989,00	2.520,00	52.878,70	52.878,70	0,00	9.080,34	563.558
31	10	3	3	5	38.316,10	11.262,00	2.322,00	51.900,10	51.244,25	1,26	10.800,00	445.084
32	10	3	3	5	27.711,89	10.408,00	1.894,00	40.013,89	40.013,89	0,00	9.610,44	837.002
33	10	3	3	5	19.200,59	6.290,00	2.073,00	27.563,59	27.563,59	0,00	2.647,50	334.863
34	10	3	3	5	29.163,83	10.592,00	2.526,00	42.281,83	41.540,23	1,75	10.800,00	307.235
35	10	3	3	5	27.687,32	9.308,00	2.927,00	39.922,32	39.296,73	1,57	10.800,00	319.731
36	10	3	5	5	41.351,21	11.145,00	2.001,00	54.497,21	54.200,35	0,55	10.800,00	662.808
37	10	3	5	5	40.946,86	14.002,00	2.201,00	57.149,86	57.149,86	0,00	8.239,38	297.650
38	10	3	5	5	31.087,28	11.162,00	2.516,00	44.765,28	43.891,22	1,95	10.800,00	443.510
39	10	3	5	5	50.700,06	16.171,00	2.115,00	68.986,06	68.185,21	1,16	10.800,00	451.338
40	10	3	5	5	41.761,93	14.134,00	2.203,00	58.098,93	57.328,16	1,33	10.800,00	504.200
Média					31.191,60	10.638,30	2.279,65	44.109,55	43.689,44	0,90	8.893,41	477.761

Tabela A.8: Resultados computacionais detalhados do BBC1 - $n = 10$ clientes

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nós
41	15	2	3	5	30.910,32	22.800,00	3.283,00	56.993,32	54.598,22	4,20	10.800,00	465.153
42	15	2	3	5	31.505,40	14.672,00	3.543,00	49.720,40	47.429,49	4,61	10.800,00	287.865
43	15	2	3	5	30.066,02	10.808,00	3.457,00	44.331,02	42.356,92	4,45	10.800,00	330.291
44	15	2	3	5	29.944,52	10.892,00	3.984,00	44.820,52	41.721,32	6,92	10.800,00	319.500
45	15	2	3	5	29.295,60	9.664,00	3.306,00	42.265,60	40.496,97	4,19	10.800,00	398.400
46	15	2	5	5	55.488,54	21.380,00	3.762,00	80.630,54	73.415,26	8,95	10.800,00	299.400
47	15	2	5	5	-	-	-	-	89.408,68	-	10.800,00	270.866
48	15	2	5	5	48.610,80	14.561,00	3.196,00	66.367,80	62.552,30	5,75	10.800,00	269.100
49	15	2	5	5	43.591,62	17.433,00	3.266,00	64.290,62	62.468,99	2,83	10.800,00	330.000
50	15	2	5	5	-	-	-	-	72.521,04	-	10.800,00	264.537
51	15	3	3	5	-	-	-	-	53.525,06	-	10.800,00	289.920
52	15	3	3	5	27.911,91	16.041,00	3.822,00	47.774,91	44.555,16	6,74	10.800,00	327.184
53	15	3	3	5	44.234,76	17.652,00	3.281,00	65.167,76	59.928,10	8,04	10.800,00	297.100
54	15	3	3	5	19.918,83	9.486,00	2.822,00	32.226,83	30.346,30	5,84	10.800,00	327.932
55	15	3	3	5	22.491,38	6.728,00	3.028,00	32.247,38	30.986,50	3,91	10.800,00	415.379
56	15	3	5	5	-	-	-	-	105.706,37	-	10.800,00	171.562
57	15	3	5	5	-	-	-	-	88.889,04	-	10.800,00	347.081
58	15	3	5	5	57.974,18	17.598,00	3.202,00	78.774,18	74.672,11	5,21	10.800,00	225.129
59	15	3	5	5	-	-	-	-	87.064,35	-	10.800,00	256.111
60	15	3	5	5	54.282,97	17.978,00	3.621,00	75.881,97	67.143,42	11,52	10.800,00	211.300
Média					37.587,63	14.835,21	3.398,07	55.820,92	61.489,28	5,94	10.800,00	305.191

Tabela A.9: Resultados computacionais detalhados do BBC1 - $n = 15$ clientes

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nós
1	5	2	3	5	6.199,36	5.192,00	991,00	12.382,36	12.382,36	0,00	14,63	2.115
2	5	2	3	5	11.543,51	3.927,00	1.070,00	16.540,51	16.540,51	0,00	8,04	1.012
3	5	2	3	5	7.910,74	5.052,00	1.886,00	14.848,74	14.848,74	0,00	33,09	4.981
4	5	2	3	5	10.381,76	5.887,00	2.045,00	18.313,76	18.313,76	0,00	16,84	2.430
5	5	2	3	5	16.705,50	4.198,00	1.453,00	22.356,50	22.356,50	0,00	9,57	1.858
6	5	2	5	5	20.995,35	8.474,00	941,00	30.410,35	30.410,35	0,00	19,64	1.773
7	5	2	5	5	18.035,13	7.822,00	1.249,00	27.106,13	27.106,13	0,00	8,87	1.281
8	5	2	5	5	19.125,54	7.799,00	1.708,00	28.632,54	28.632,54	0,00	17,35	2.526
9	5	2	5	5	23.236,33	12.005,00	1.553,00	36.794,33	36.794,33	0,00	23,51	3.426
10	5	2	5	5	30.547,04	12.635,00	1.298,00	44.480,04	44.480,04	0,00	39,39	3.368
11	5	3	3	5	21.851,10	9.180,00	1.220,00	32.251,10	32.251,10	0,00	13,39	1.910
12	5	3	3	5	19.723,26	7.882,00	1.361,00	28.966,26	28.966,26	0,00	10,47	1.317
13	5	3	3	5	17.825,43	6.418,00	1.292,00	25.535,43	25.535,43	0,00	8,16	1.134
14	5	3	3	5	19.151,15	8.188,00	1.184,00	28.523,15	28.523,15	0,00	13,19	1.904
15	5	3	3	5	11.866,33	7.016,00	2.127,00	21.009,33	21.009,33	0,00	11,98	1.697
16	5	3	5	5	33.108,32	12.819,00	1.712,00	47.639,32	47.639,32	0,00	35,73	4.782
17	5	3	5	5	26.158,20	8.171,00	1.539,00	35.868,20	35.868,20	0,00	23,99	2.991
18	5	3	5	5	32.265,40	12.781,00	1.280,00	46.326,40	46.326,40	0,00	24,72	1.756
19	5	3	5	5	24.939,10	12.632,00	2.647,00	40.218,10	40.218,10	0,00	12,92	2.214
20	5	3	5	5	19.112,27	7.686,00	1.738,00	28.536,27	28.536,27	0,00	16,60	1.859
Média					19.534,04	8.288,20	1.514,70	29.336,94	29.336,94	0,00	18,10	2.317

Tabela A.10: Resultados computacionais detalhados do BBC2 - $n = 5$ clientes

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nós
21	10	2	3	5	23.351,89	7.074,00	2.047,00	32.472,89	32.472,89	0,00	10.356,81	378.185
22	10	2	3	5	25.632,96	6.906,00	1.847,00	34.385,96	34.100,28	0,83	10.800,00	331.391
23	10	2	3	5	26.734,76	10.496,00	2.362,00	39.592,76	39.592,76	0,00	7.900,84	266.059
24	10	2	3	5	21.009,46	6.620,00	1.808,00	29.437,46	29.367,01	0,24	10.800,00	373.250
25	10	2	3	5	20.844,98	8.094,00	2.070,00	31.008,98	30.805,73	0,66	10.800,00	496.201
26	10	2	5	5	29.328,86	12.957,00	2.380,00	44.665,86	44.665,86	0,00	7.320,90	371.413
27	10	2	5	5	33.393,48	11.146,00	2.994,00	47.533,48	47.533,48	0,00	6.829,23	349.021
28	10	2	5	5	28.163,87	10.616,00	2.512,00	41.291,87	40.032,90	3,05	10.800,00	651.444
29	10	2	5	5	29.386,94	11.122,00	2.233,00	42.741,94	42.741,94	0,00	9.670,31	610.779
30	10	2	5	5	38.369,70	11.989,00	2.520,00	52.878,70	52.273,34	1,15	10.800,00	820.196
31	10	3	3	5	36.268,46	13.320,00	2.272,00	51.860,46	51.256,12	1,17	10.800,00	429.187
32	10	3	3	5	27.958,42	10.408,00	1.651,00	40.017,42	38.449,78	3,92	10.800,00	462.132
33	10	3	3	5	19.200,59	6.290,00	2.073,00	27.563,59	27.563,59	0,00	4.442,19	191.491
34	10	3	3	5	29.163,83	10.592,00	2.526,00	42.281,83	41.258,07	2,42	10.800,00	288.484
35	10	3	3	5	27.687,32	9.308,00	2.927,00	39.922,32	39.393,03	1,33	10.800,00	319.685
36	10	3	5	5	41.351,21	11.145,00	2.105,00	54.601,21	54.268,83	0,61	10.800,00	260.165
37	10	3	5	5	40.946,86	14.002,00	2.297,00	57.245,86	56.546,81	1,22	10.800,00	621.847
38	10	3	5	5	31.947,74	10.147,00	2.271,00	44.365,74	44.365,74	0,00	5.827,44	297.056
39	10	3	5	5	50.700,06	16.171,00	2.115,00	68.986,06	68.328,28	0,95	10.800,00	530.110
40	10	3	5	5	41.392,45	14.134,00	2.327,00	57.853,45	57.474,08	0,66	10.800,00	422.000
Média					31.141,69	10.626,85	2.266,85	44.035,39	43.624,53	0,91	9.637,39	423.505

Tabela A.11: Resultados computacionais detalhados do BBC2 - $n = 10$ clientes

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nós
41	15	2	3	5	30.380,96	22.800,00	3.329,00	56.509,96	54.562,59	3,45	10.800,00	365.627
42	15	2	3	5	33.329,07	12.320,00	3.169,00	48.818,07	47.237,59	3,24	10.800,00	231.236
43	15	2	3	5	31.220,13	9.782,00	2.357,00	43.359,13	42.257,16	2,54	10.800,00	276.164
44	15	2	3	5	30.922,60	9.308,00	2.169,00	42.399,60	41.671,98	1,72	10.800,00	228.350
45	15	2	3	5	30.260,28	8.768,00	2.299,00	41.327,28	40.325,36	2,42	10.800,00	402.800
46	15	2	5	5	47.860,92	25.032,00	3.035,00	75.927,92	74.302,97	2,14	10.800,00	465.370
47	15	2	5	5	70.137,64	22.237,00	3.547,00	95.921,64	87.916,62	8,35	10.800,00	426.900
48	15	2	5	5	46.260,40	15.980,00	2.990,00	65.230,40	62.797,37	3,73	10.800,00	357.200
49	15	2	5	5	43.309,23	17.433,00	2.956,00	63.698,23	62.134,25	2,46	10.800,00	322.300
50	15	2	5	5	52.792,32	18.653,00	3.016,00	74.461,32	72.307,78	2,89	10.800,00	422.100
51	15	3	3	5	37.961,51	15.664,00	3.461,00	57.086,51	53.550,93	6,19	10.800,00	418.202
52	15	3	3	5	27.696,61	16.041,00	3.587,00	47.324,61	44.321,24	6,35	10.800,00	234.735
53	15	3	3	5	42.927,34	17.652,00	2.804,00	63.383,34	59.739,00	5,75	10.800,00	435.160
54	15	3	3	5	21.879,25	6.896,00	2.676,00	31.451,25	30.134,17	4,19	10.800,00	413.100
55	15	3	3	5	22.491,38	6.728,00	2.823,00	32.042,38	30.965,91	3,36	10.800,00	459.491
56	15	3	5	5	-	-	-	-	106.736,32	-	10.800,00	328.634
57	15	3	5	5	-	-	-	-	89.216,46	-	10.800,00	380.788
58	15	3	5	5	51.506,47	22.864,00	3.355,00	77.725,47	74.498,46	4,15	10.800,00	323.630
59	15	3	5	5	-	-	-	-	86.793,65	-	10.800,00	274.049
60	15	3	5	5	43.587,01	22.944,00	3.397,00	69.928,01	67.066,20	4,09	10.800,00	292.926
Média					39.089,60	15.947,18	2.998,24	58.035,01	61.426,80	3,94	10.800,00	352.938

Tabela A.12: Resultados computacionais detalhados do BBC2 - $n = 15$ clientes

A.3 Resultados detalhados das heurísticas *relax-and-fix*

Exemplar	RFX1										RFX2									
	UB#	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB#	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)						
21	33.445,31	22.531,31	8.283,00	2.631,00	2,91	2,99	10.800,00	32.735,85	22.150,85	8.283,00	2.302,00	0,80	0,81	280,94						
22	34.971,75	23.666,75	8.922,00	2.383,00	1,68	1,70	10.800,00	34.538,04	24.530,04	7.914,00	2.094,00	0,44	0,44	1.494,46						
23	41.160,09	28.185,09	10.496,00	2.479,00	3,81	3,96	10.800,00	39.834,26	26.654,26	10.496,00	2.684,00	0,61	0,61	302,51						
24	30.323,80	19.364,80	8.620,00	2.339,00	2,92	3,01	10.800,00	29.867,46	19.277,46	8.620,00	1.970,00	1,44	1,46	2.383,97						
25	31.273,94	21.002,94	8.094,00	2.177,00	0,85	0,85	10.800,00	31.008,98	20.844,98	8.094,00	2.070,00	0,00	0,00	3.473,35						
26	47.318,24	31.149,24	12.957,00	3.212,00	5,61	5,94	10.800,00	46.471,46	28.244,46	15.526,00	2.701,00	3,89	4,04	4.325,43						
27	47.639,42	34.476,42	10.185,00	2.978,00	0,22	0,22	10.800,00	50.763,98	30.832,98	17.031,00	2.900,00	6,36	6,80	5.733,85						
28	42.078,28	27.776,28	11.578,00	2.724,00	3,90	2,48	10.800,00	42.024,07	27.535,07	12.306,00	2.183,00	3,78	2,35	6.483,97						
29	43.723,77	29.774,77	11.122,00	2.827,00	2,25	2,30	10.800,00	43.412,30	28.946,30	12.146,00	2.320,00	1,54	1,57	3.002,29						
30	54.631,97	38.338,97	13.744,00	2.549,00	3,21	3,32	10.800,00	53.463,76	37.357,76	13.744,00	2.362,00	1,09	1,11	792,57						
31	52.088,25	36.485,25	13.320,00	2.283,00	1,60	0,46	10.800,00	52.447,13	33.360,13	16.158,00	2.929,00	2,27	1,15	2.592,51						
32	40.958,14	28.163,14	10.408,00	2.387,00	2,31	2,36	10.800,00	40.013,89	27.711,89	10.408,00	1.894,00	0,00	0,00	6.698,17						
33	28.924,76	19.597,76	6.290,00	3.037,00	4,71	4,94	10.800,00	27.879,22	18.435,22	7.218,00	2.226,00	1,13	1,15	5.059,64						
34	42.770,62	29.454,62	10.592,00	2.724,00	2,88	1,16	10.800,00	42.945,74	26.139,74	13.312,00	3.494,00	3,27	1,57	2.554,16						
35	40.782,44	26.672,44	10.827,00	3.283,00	3,41	2,15	10.800,00	40.138,16	27.942,16	9.308,00	2.888,00	1,86	0,54	2.356,66						
36	55.926,49	42.198,49	11.145,00	2.583,00	2,96	2,62	10.800,00	55.941,58	36.109,58	16.678,00	3.154,00	2,99	2,65	5.995,56						
37	58.083,06	40.190,06	15.090,00	2.803,00	1,61	1,63	10.800,00	57.396,86	40.946,86	14.002,00	2.448,00	0,43	0,43	838,91						
38	45.121,72	31.568,72	11.162,00	2.391,00	1,68	1,70	10.800,00	46.981,72	29.912,72	14.696,00	2.373,00	5,57	5,90	6.686,17						
39	69.645,53	55.036,53	12.599,00	2.010,00	1,89	0,99	10.800,00	69.146,62	49.150,62	17.788,00	2.208,00	1,18	0,27	3.363,57						
40	58.290,02	41.555,02	14.134,00	2.601,00	1,40	0,75	10.800,00	59.303,19	40.447,19	16.045,00	2.811,00	3,08	2,51	2.666,55						
Média	44.957,88	31.359,43	10.978,40	2.620,05	2,59	2,28	10.800,00	44.815,71	29.826,51	12.488,65	2.500,55	2,09	1,77	3.354,26						

Tabela A.13: Resultados detalhados das heurísticas RFX1 e RFX2 para $n = 10$ clientes

Exemplar	RFX3							RFX4						
	UB ^H	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB ^H	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
21	33.671,85	22.150,85	8.283,00	3.238,00	3,56	3,69	424,40	32.730,85	22.150,85	8.283,00	2.297,00	0,79	0,79	2.452,94
22	35.811,72	22.766,72	10.359,00	2.686,00	3,98	4,15	1.316,18	34.923,40	24.460,40	7.914,00	2.549,00	1,54	1,56	2.754,66
23	41.649,38	27.830,38	10.496,00	3.323,00	4,94	5,19	285,72	40.319,26	26.654,26	10.496,00	3.169,00	1,80	1,83	2.313,52
24	29.663,46	19.277,46	8.620,00	1.766,00	0,76	0,77	8.229,81	29.876,46	20.993,46	6.620,00	2.263,00	1,47	1,49	2.232,94
25	32.055,20	20.901,20	9.216,00	1.938,00	3,26	3,37	8.640,08	31.445,98	20.844,98	8.094,00	2.507,00	1,39	1,41	2.359,19
26	51.357,52	33.740,52	15.526,00	2.091,00	13,03	14,98	10.800,00	46.461,68	31.283,68	12.957,00	2.221,00	3,87	4,02	4.565,98
27	54.717,52	38.633,52	13.692,00	2.392,00	13,13	15,11	10.800,00	48.256,99	33.471,99	11.456,00	3.329,00	1,50	1,52	2.760,76
28	46.244,55	32.054,55	12.306,00	1.884,00	12,56	12,63	10.800,00	42.188,36	28.660,36	10.616,00	2.912,00	4,15	2,75	6.498,45
29	48.734,96	34.201,96	12.146,00	2.387,00	12,30	14,02	10.800,00	43.056,22	29.350,22	11.122,00	2.584,00	0,73	0,74	2.341,80
30	54.580,96	37.278,96	14.576,00	2.726,00	3,12	3,22	704,77	53.167,70	38.369,70	11.989,00	2.809,00	0,54	0,55	3.387,36
31	52.517,46	36.268,46	13.320,00	2.929,00	2,40	1,29	1.277,01	52.261,10	38.316,10	11.262,00	2.683,00	1,92	0,79	4.332,27
32	43.221,46	29.839,46	11.380,00	2.002,00	7,42	8,02	10.800,00	40.455,46	29.376,46	8.384,00	2.695,00	1,09	1,10	4.646,60
33	29.253,13	20.339,13	7.218,00	1.696,00	5,78	6,13	8.640,09	29.968,20	19.480,20	8.218,00	2.270,00	8,02	8,72	2.222,59
34	42.945,74	26.139,74	13.312,00	3.494,00	3,27	1,57	968,91	42.382,20	25.704,20	13.312,00	3.366,00	1,99	0,24	2.292,38
35	40.138,16	27.942,16	9.308,00	2.888,00	1,86	0,54	4.000,02	39.974,54	27.545,54	9.308,00	3.121,00	1,45	0,13	2.197,72
36	54.774,68	37.148,68	15.228,00	2.398,00	0,92	0,51	10.800,00	55.092,54	37.051,54	15.228,00	2.813,00	1,50	1,09	4.818,07
37	-	-	-	-	-	-	8.640,01	57.643,38	40.961,38	14.002,00	2.680,00	0,86	0,86	2.280,24
38	49.205,72	33.665,72	13.681,00	1.859,00	9,84	10,91	10.800,00	45.070,28	31.087,28	11.162,00	2.821,00	1,56	1,59	2.407,28
39	-	-	-	-	-	-	8.640,04	69.286,48	49.146,48	17.788,00	2.352,00	1,38	0,47	4.407,21
40	58.146,89	42.099,89	14.134,00	1.913,00	1,16	0,51	4.783,92	58.000,53	41.875,53	14.134,00	1.991,00	0,91	0,25	4.325,04
Média	44.371,69	30.126,63	11.822,28	2.422,78	5,74	5,92	6.607,55	44.628,08	30.839,23	11.117,25	2.671,60	1,92	1,60	3.279,85

Tabela A.14: Resultados detalhados das heurísticas RFX3 e RFX4 para $n = 10$ clientes

Exemplar	RFX5										RFX6									
	UB#	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB#	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)						
21	33.472,59	21.212,59	9.492,00	2.768,00	2,99	3,08	10.800,00	35.233,74	20.680,74	10.611,00	3.942,00	7,84	8,50	5.400,04						
22	34.934,35	23.284,35	8.922,00	2.728,00	1,57	1,59	10.800,00	35.921,33	20.489,33	12.375,00	3.057,00	4,27	4,47	5.400,04						
23	41.021,30	28.317,30	10.225,00	2.479,00	3,48	3,61	7.775,94	42.303,74	22.352,74	16.318,00	3.633,00	6,41	6,85	5.400,05						
24	29.437,46	21.009,46	6.620,00	1.808,00	0,00	0,00	3.023,58	32.461,78	19.663,78	9.838,00	2.960,00	9,32	10,27	5.400,05						
25	31.465,12	22.753,12	6.429,00	2.283,00	1,45	1,47	5.283,71	33.840,19	20.125,19	10.476,00	3.239,00	8,37	9,13	5.400,03						
26	48.019,50	37.219,50	8.817,00	1.983,00	6,98	7,51	330,88	50.449,80	28.113,80	18.788,00	3.548,00	11,46	12,95	5.400,06						
27	47.634,07	33.200,07	11.456,00	2.978,00	0,21	0,21	10.800,00	52.151,60	29.985,60	18.302,00	3.864,00	8,86	9,72	5.400,03						
28	44.023,56	33.828,56	8.312,00	1.883,00	8,15	7,22	2.598,89	45.728,35	25.912,35	16.769,00	3.047,00	11,57	11,37	5.400,03						
29	42.741,94	29.386,94	11.122,00	2.233,00	0,00	0,00	10.800,00	47.043,99	26.615,99	17.195,00	3.233,00	9,14	10,07	5.400,03						
30	52.878,70	38.369,70	11.989,00	2.520,00	0,00	0,00	3.578,40	56.370,03	34.146,03	19.256,00	2.968,00	6,19	6,60	5.400,11						
31	53.203,19	31.942,19	17.628,00	3.633,00	3,66	2,61	10.800,00	53.085,58	29.615,58	19.686,00	3.784,00	3,45	2,38	5.400,05						
32	40.148,46	29.376,46	8.384,00	2.388,00	0,34	0,34	10.800,00	43.505,55	26.881,55	13.588,00	3.036,00	8,03	8,73	5.400,05						
33	28.851,08	21.410,08	5.609,00	1.832,00	4,46	4,67	724,30	31.109,56	17.544,56	9.899,00	3.666,00	11,40	12,86	5.400,05						
34	43.157,28	23.131,28	16.032,00	3.994,00	3,75	2,07	10.800,00	43.354,92	23.328,92	16.032,00	3.994,00	4,19	2,54	5.400,07						
35	40.936,64	26.841,64	10.430,00	3.665,00	3,77	2,54	10.800,00	42.398,76	24.273,76	14.523,00	3.602,00	7,09	6,20	5.400,04						
36	55.333,78	38.822,78	13.878,00	2.633,00	1,92	1,54	10.800,00	56.386,88	34.359,88	18.759,00	3.268,00	3,76	3,47	5.400,04						
37	58.098,22	40.161,22	15.090,00	2.847,00	1,63	1,66	10.800,00	59.757,42	35.770,42	20.459,00	3.528,00	4,36	4,56	5.400,20						
38	44.557,60	31.124,60	11.162,00	2.271,00	0,43	0,43	10.800,00	47.773,20	26.295,20	18.601,00	2.877,00	7,13	7,68	5.400,04						
39	-	-	-	-	-	-	10.800,00	71.520,29	42.512,29	26.015,00	2.993,00	4,46	3,71	5.400,03						
40	58.739,13	38.427,13	17.595,00	2.717,00	2,15	1,53	10.800,00	60.533,56	34.498,56	22.866,00	3.169,00	5,05	4,63	5.400,07						
Média	43.613,37	29.990,47	11.010,11	2.612,79	2,47	2,21	8.185,79	47.046,51	27.158,31	16.517,80	3.370,40	7,12	7,33	5.400,06						

Tabela A.15: Resultados detalhados das heurísticas RFX5 e RFX6 para $n = 10$ clientes

Exemplar	RFX1-H						RFX2-H							
	UB ^H	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Devr(%)	CPU(s)	UB ^H	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Devr(%)	CPU(s)
21	32.472,89	23.351,89	7.074,00	2.047,00	0,00	0,00	10.800,00	32.472,89	23.351,89	7.074,00	2.047,00	0,00	0,00	10.800,00
22	34.385,96	25.632,96	6.906,00	1.847,00	0,00	0,00	10.800,00	34.385,96	25.632,96	6.906,00	1.847,00	0,00	0,00	10.800,00
23	39.592,76	26.734,76	10.496,00	2.362,00	0,00	0,00	10.800,00	39.592,76	26.734,76	10.496,00	2.362,00	0,00	0,00	10.800,00
24	29.437,46	21.009,46	6.620,00	1.808,00	0,00	0,00	10.800,00	29.437,46	21.009,46	6.620,00	1.808,00	0,00	0,00	9.258,86
25	31.008,98	20.844,98	8.094,00	2.070,00	0,00	0,00	10.800,00	31.008,98	20.844,98	8.094,00	2.070,00	0,00	0,00	10.800,00
26	44.665,86	29.328,86	12.957,00	2.380,00	0,00	0,00	10.800,00	44.665,86	29.328,86	12.957,00	2.380,00	0,00	0,00	10.800,00
27	47.533,48	33.393,48	11.146,00	2.994,00	0,00	0,00	10.800,00	47.533,48	33.200,07	11.456,00	2.978,00	0,21	0,21	10.800,00
28	41.129,61	28.031,61	10.616,00	2.482,00	1,69	0,17	10.800,00	41.404,66	28.559,66	10.616,00	2.229,00	2,34	0,84	10.800,00
29	42.741,94	29.386,94	11.122,00	2.233,00	0,00	0,00	10.800,00	42.741,94	29.386,94	11.122,00	2.233,00	0,00	0,00	10.800,00
30	53.075,76	37.357,76	13.744,00	1.974,00	0,37	0,37	10.800,00	52.878,70	38.369,70	11.989,00	2.520,00	0,00	0,00	10.800,00
31	51.850,10	38.316,10	11.262,00	2.272,00	1,15	0,00	10.800,00	51.793,46	36.268,46	13.320,00	2.205,00	1,04	-0,11	10.800,00
32	40.121,89	27.711,89	10.408,00	2.002,00	0,27	0,27	10.800,00	40.074,89	27.711,89	10.408,00	1.955,00	0,15	0,15	10.800,00
33	27.563,59	19.200,59	6.290,00	2.073,00	0,00	0,00	10.800,00	27.563,59	19.200,59	6.290,00	2.073,00	0,00	0,00	10.800,00
34	42.281,83	29.163,83	10.592,00	2.526,00	1,75	0,00	10.800,00	42.293,29	30.314,29	9.376,00	2.603,00	1,78	0,03	10.800,00
35	39.922,32	27.687,32	9.308,00	2.927,00	1,33	0,00	10.800,00	39.922,32	27.687,32	9.308,00	2.927,00	1,33	0,00	10.800,00
36	54.807,21	36.938,21	15.228,00	2.641,00	0,98	0,57	10.800,00	54.690,02	41.175,02	11.145,00	2.370,00	0,77	0,35	10.800,00
37	57.149,86	40.946,86	14.002,00	2.201,00	0,00	0,00	10.800,00	57.149,86	40.946,86	14.002,00	2.201,00	0,00	0,00	10.800,00
38	44.365,74	31.947,74	10.147,00	2.271,00	0,00	0,00	10.800,00	44.566,92	31.874,92	10.147,00	2.545,00	0,45	0,45	10.800,00
39	69.043,08	50.863,08	16.171,00	2.009,00	1,04	0,12	10.800,00	68.949,62	49.150,62	17.788,00	2.011,00	0,90	-0,02	10.800,00
40	57.859,25	41.827,25	14.134,00	1.898,00	0,67	0,01	10.800,00	58.000,53	41.875,53	14.134,00	1.991,00	0,91	0,25	10.800,00
Média	44.050,48	30.983,78	10.815,85	2.250,85	0,46	0,08	10.800,00	44.061,39	31.131,24	10.662,40	2.267,75	0,49	0,11	10.722,94

Tabela A.16: Resultados detalhados das heurísticas RFX1-H e RFX2-H para $n = 10$ clientes

Exemplar	RFX3-H							RFX4-H						
	UB#	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB#	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
21	32.472,89	23.351,89	7.074,00	2.047,00	0,00	0,00	10.800,00	32.472,89	23.351,89	7.074,00	2.047,00	0,00	0,00	10.800,00
22	34.385,96	25.632,96	6.906,00	1.847,00	0,00	0,00	10.800,00	34.385,96	25.632,96	6.906,00	1.847,00	0,00	0,00	10.800,00
23	39.592,76	26.734,76	10.496,00	2.362,00	0,00	0,00	10.800,00	39.592,76	26.734,76	10.496,00	2.362,00	0,00	0,00	10.800,00
24	29.437,46	21.009,46	6.620,00	1.808,00	0,00	0,00	10.800,00	29.437,46	21.009,46	6.620,00	1.808,00	0,00	0,00	8.753,32
25	31.008,98	20.844,98	8.094,00	2.070,00	0,00	0,00	10.800,00	31.008,98	20.844,98	8.094,00	2.070,00	0,00	0,00	10.800,00
26	44.665,86	29.328,86	12.957,00	2.380,00	0,00	0,00	10.800,00	44.665,86	29.328,86	12.957,00	2.380,00	0,00	0,00	10.800,00
27	47.533,48	33.393,48	11.146,00	2.994,00	0,00	0,00	10.800,00	47.533,48	33.200,07	11.456,00	2.978,00	0,21	0,21	10.800,00
28	41.058,66	28.559,66	10.616,00	1.883,00	1,52	0,00	10.800,00	41.058,66	28.559,66	10.616,00	1.883,00	1,52	0,00	10.800,00
29	42.741,94	29.386,94	11.122,00	2.233,00	0,00	0,00	10.800,00	42.741,94	29.386,94	11.122,00	2.233,00	0,00	0,00	10.800,00
30	52.878,70	38.369,70	11.989,00	2.520,00	0,00	0,00	10.800,00	52.926,70	38.369,70	11.989,00	2.568,00	0,09	0,09	10.800,00
31	52.029,24	34.460,24	14.790,00	2.779,00	1,49	0,35	10.800,00	52.029,24	34.460,24	14.790,00	2.779,00	1,49	0,35	10.800,00
32	40.148,46	29.376,46	8.384,00	2.388,00	0,34	0,34	10.800,00	40.073,89	27.711,89	10.408,00	1.954,00	0,15	0,15	10.800,00
33	27.563,59	19.200,59	6.290,00	2.073,00	0,00	0,00	10.800,00	27.563,59	19.200,59	6.290,00	2.073,00	0,00	0,00	10.800,00
34	42.293,29	30.314,29	9.376,00	2.603,00	1,78	0,03	10.800,00	42.266,42	25.705,42	13.312,00	3.249,00	1,72	-0,04	10.800,00
35	39.922,32	27.687,32	9.308,00	2.927,00	1,33	0,00	10.800,00	39.922,32	27.687,32	9.308,00	2.927,00	1,33	0,00	10.800,00
36	54.605,62	39.991,62	12.607,00	2.007,00	0,62	0,20	10.800,00	54.497,21	41.351,21	11.145,00	2.001,00	0,42	0,00	10.800,00
37	58.566,71	39.915,71	16.450,00	2.201,00	2,42	2,48	10.800,00	57.149,86	40.946,86	14.002,00	2.201,00	0,00	0,00	10.800,00
38	44.569,56	31.624,56	11.162,00	1.783,00	0,46	0,46	10.800,00	44.365,74	31.947,74	10.147,00	2.271,00	0,00	0,00	10.800,00
39	69.775,79	48.593,79	19.174,00	2.008,00	2,07	1,18	10.800,00	68.961,62	49.150,62	17.788,00	2.023,00	0,92	0,00	10.800,00
40	57.944,15	41.280,15	14.134,00	2.530,00	0,81	0,16	10.800,00	57.859,25	41.827,25	14.134,00	1.898,00	0,67	0,01	10.800,00
Média	44.159,77	30.952,87	10.934,75	2.272,15	0,64	0,26	10.800,00	44.030,72	30.820,42	10.932,70	2.277,60	0,43	0,04	10.697,67

Tabela A.17: Resultados detalhados das heurísticas RFX3-H e RFX4-H para $n = 10$ clientes

Exemplar	RFX5-H							RFX6-H						
	UB ^H	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Devr(%)	CPU(s)	UB ^H	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Devr(%)	CPU(s)
21	32.472,89	23.351,89	7.074,00	2.047,00	0,00	0,00	10.800,00	32.472,89	23.351,89	7.074,00	2.047,00	0,00	0,00	10.800,00
22	34.385,96	25.632,96	6.906,00	1.847,00	0,00	0,00	10.800,00	34.385,96	25.632,96	6.906,00	1.847,00	0,00	0,00	10.800,00
23	39.607,09	26.922,09	10.496,00	2.189,00	0,04	0,04	10.800,00	39.592,76	26.734,76	10.496,00	2.362,00	0,00	0,00	10.800,00
24	29.437,46	21.009,46	6.620,00	1.808,00	0,00	0,00	10.800,00	29.437,46	21.009,46	6.620,00	1.808,00	0,00	0,00	9.325,45
25	31.008,98	20.844,98	8.094,00	2.070,00	0,00	0,00	10.800,00	31.008,98	20.844,98	8.094,00	2.070,00	0,00	0,00	10.800,00
26	44.665,86	29.328,86	12.957,00	2.380,00	0,00	0,00	10.800,00	44.665,86	29.328,86	12.957,00	2.380,00	0,00	0,00	10.800,00
27	47.634,07	33.200,07	11.456,00	2.978,00	0,21	0,21	10.800,00	47.533,48	33.393,48	11.146,00	2.994,00	0,00	0,00	10.800,00
28	41.344,61	28.031,61	10.616,00	2.697,00	2,20	0,70	10.800,00	41.162,66	28.559,66	10.616,00	1.987,00	1,76	0,25	10.800,00
29	42.741,94	29.386,94	11.122,00	2.233,00	0,00	0,00	10.800,00	42.741,94	29.386,94	11.122,00	2.233,00	0,00	0,00	10.800,00
30	52.878,70	38.369,70	11.989,00	2.520,00	0,00	0,00	10.800,00	52.926,70	38.369,70	11.989,00	2.568,00	0,09	0,09	10.800,00
31	51.874,10	38.316,10	11.262,00	2.296,00	1,19	0,05	10.800,00	51.793,46	36.268,46	13.320,00	2.205,00	1,04	-0,11	10.800,00
32	40.073,89	27.711,89	10.408,00	1.954,00	0,15	0,15	10.800,00	40.148,46	29.376,46	8.384,00	2.388,00	0,34	0,34	10.800,00
33	27.563,59	19.200,59	6.290,00	2.073,00	0,00	0,00	10.800,00	27.563,59	19.200,59	6.290,00	2.073,00	0,00	0,00	10.800,00
34	42.304,83	29.163,83	10.592,00	2.549,00	1,81	0,05	10.800,00	42.281,83	29.163,83	10.592,00	2.526,00	1,75	0,00	10.800,00
35	39.922,32	27.687,32	9.308,00	2.927,00	1,33	0,00	10.800,00	39.922,32	27.687,32	9.308,00	2.927,00	1,33	0,00	10.800,00
36	54.586,02	41.175,02	11.145,00	2.266,00	0,58	0,16	10.800,00	54.690,02	41.175,02	11.145,00	2.370,00	0,77	0,35	10.800,00
37	57.149,86	40.946,86	14.002,00	2.201,00	0,00	0,00	10.800,00	57.149,86	40.946,86	14.002,00	2.201,00	0,00	0,00	10.800,00
38	44.365,74	31.947,74	10.147,00	2.271,00	0,00	0,00	10.800,00	44.365,74	31.947,74	10.147,00	2.271,00	0,00	0,00	10.800,00
39	68.961,62	49.150,62	17.788,00	2.023,00	0,92	0,00	10.800,00	68.986,06	50.700,06	16.171,00	2.115,00	0,95	0,04	10.800,00
40	57.968,19	41.821,19	14.134,00	2.013,00	0,85	0,20	10.800,00	57.989,29	41.750,29	14.134,00	2.105,00	0,89	0,23	10.800,00
Média	44.047,39	31.159,99	10.620,30	2.267,10	0,46	0,08	10.800,00	44.040,97	31.241,47	10.525,65	2.273,85	0,45	0,06	10.726,27

Tabela A.18: Resultados detalhados das heurísticas RFX5-H e RFX6-H para $n = 10$ clientes

Exemplar	RFX1							RFX2						
	UB#	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB#	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
41	56.638,68	29.618,68	23.640,00	3.380,00	3,60	0,23	10.800,00	57.103,94	29.693,94	23.640,00	3.770,00	4,39	1,05	4.596,27
42	48.868,79	33.482,79	12.320,00	3.066,00	2,95	0,10	10.800,00	48.743,01	32.751,01	13.512,00	2.480,00	2,69	-0,15	3.920,61
43	44.269,67	31.263,67	9.782,00	3.224,00	4,32	2,10	10.800,00	43.505,55	29.798,55	11.462,00	2.245,00	2,64	0,34	3.813,43
44	45.059,41	31.225,41	10.892,00	2.942,00	7,41	6,27	10.800,00	42.814,20	29.216,20	10.892,00	2.706,00	2,55	0,98	4.418,84
45	42.013,88	29.263,88	9.664,00	3.086,00	3,12	1,66	10.800,00	41.515,44	29.302,44	9.808,00	2.405,00	1,96	0,46	1.976,54
46	76.606,10	52.795,10	21.380,00	2.431,00	3,01	0,89	10.800,00	76.123,59	47.696,59	25.032,00	3.395,00	2,39	0,26	8.352,33
47	96.615,75	71.203,75	22.237,00	3.175,00	6,38	0,72	10.800,00	-	-	-	-	-	-	3.632,49
48	65.690,80	46.900,80	15.980,00	2.810,00	4,18	0,71	10.800,00	65.869,64	40.526,64	21.751,00	3.592,00	4,44	0,98	6.518,29
49	64.105,35	43.791,35	17.433,00	2.881,00	2,42	0,64	10.800,00	64.274,31	38.083,31	23.112,00	3.079,00	2,68	0,90	5.991,54
50	77.379,96	55.778,96	18.653,00	2.948,00	6,28	3,92	10.800,00	74.561,94	52.997,94	18.653,00	2.911,00	2,74	0,14	8.666,32
51	57.494,01	38.107,01	15.664,00	3.723,00	6,40	0,71	10.800,00	55.231,25	31.469,25	19.580,00	4.182,00	2,57	-3,25	2.433,81
52	47.392,41	26.471,41	17.263,00	3.658,00	4,84	0,14	10.800,00	47.188,80	27.416,80	16.041,00	3.731,00	4,43	-0,29	4.422,90
53	64.392,88	43.659,88	17.652,00	3.081,00	6,66	1,59	10.800,00	63.920,73	43.181,73	17.652,00	3.087,00	5,97	0,85	4.482,30
54	32.194,56	21.987,56	6.896,00	3.311,00	4,94	2,36	10.800,00	31.986,33	20.423,33	8.436,00	3.127,00	4,33	1,70	8.669,65
55	32.714,68	22.687,68	6.728,00	3.299,00	4,76	2,10	10.800,00	32.124,38	22.491,38	6.728,00	2.905,00	3,01	0,26	4.738,36
56	116.391,01	88.270,01	25.324,00	2.797,00	8,29	-	10.800,00	-	-	-	-	-	-	7.170,60
57	95.310,92	70.439,92	21.677,00	3.194,00	5,67	-	10.800,00	93.342,63	65.158,63	24.462,00	3.722,00	3,68	-	7.815,08
58	79.640,09	56.265,09	20.478,00	2.897,00	5,57	2,46	10.800,00	78.496,30	52.961,30	21.544,00	3.991,00	4,20	0,99	6.781,27
59	95.073,44	64.508,44	27.176,00	3.389,00	8,26	-	10.800,00	-	-	-	-	-	-	4.645,09
60	70.753,61	44.341,61	22.944,00	3.468,00	4,48	1,18	10.800,00	69.913,16	37.972,16	27.910,00	4.031,00	3,33	-0,02	4.897,83
Média	65.430,30	45.103,15	17.189,15	3.138,00	5,18	1,64	10.800,00	58.042,07	37.125,95	17.659,71	3.256,41	3,41	0,32	5.397,18

Tabela A.19: Resultados detalhados das heurísticas RFX1 e RFX2 para $n = 15$ clientes

Exemplar	RFX3							RFX4						
	UB ^H	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB ^H	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
21	57.103,94	29.693,94	23.640,00	3.770,00	4,39	1,05	4.450,83	57.086,92	29.744,92	23.640,00	3.702,00	4,36	1,02	4.603,43
22	48.743,01	32.751,01	13.512,00	2.480,00	2,69	-0,15	2.633,47	49.162,77	33.327,77	12.320,00	3.515,00	3,53	0,71	4.006,29
23	43.505,55	29.798,55	11.462,00	2.245,00	2,64	0,34	2.963,96	47.790,50	34.009,50	10.808,00	2.973,00	11,37	10,22	8.665,11
24	43.660,70	29.526,70	10.892,00	3.242,00	4,44	2,97	6.686,67	42.885,89	29.218,89	10.892,00	2.775,00	2,72	1,15	4.339,15
25	41.515,44	29.302,44	9.808,00	2.405,00	1,96	0,46	1.562,62	46.199,60	33.794,60	9.664,00	2.741,00	11,90	11,79	4.672,23
26	78.273,31	44.698,31	30.107,00	3.468,00	5,07	3,09	8.682,24	78.424,43	53.980,43	21.380,00	3.064,00	5,26	3,29	6.725,52
27	-	-	-	-	-	-	3.073,60	-	-	-	-	-	-	6.842,84
28	65.929,16	40.737,16	21.751,00	3.441,00	4,52	1,07	5.118,48	65.724,68	46.499,68	15.980,00	3.245,00	4,23	0,76	4.711,53
29	64.895,85	38.633,85	23.112,00	3.150,00	3,61	1,88	8.640,83	63.170,14	43.356,14	17.433,00	2.381,00	0,98	-0,83	4.322,96
30	74.561,94	52.997,94	18.653,00	2.911,00	2,74	0,14	8.661,73	74.482,32	52.792,32	18.653,00	3.037,00	2,63	0,03	4.776,56
31	57.171,09	37.480,09	15.664,00	4.027,00	5,87	0,15	2.443,45	-	-	-	-	-	-	4.426,87
32	48.276,39	31.216,39	13.566,00	3.494,00	6,58	2,01	4.532,54	47.497,43	27.600,43	16.041,00	3.856,00	5,05	0,37	4.580,56
33	63.991,22	39.530,22	20.931,00	3.530,00	6,08	0,96	4.587,53	-	-	-	-	-	-	4.686,30
34	35.703,36	26.616,36	6.896,00	2.191,00	14,29	13,52	10.800,07	31.423,96	22.048,96	6.896,00	2.479,00	2,61	-0,09	4.321,64
35	32.224,38	22.491,38	6.728,00	3.005,00	3,31	0,57	6.683,75	35.202,34	25.418,34	6.728,00	3.056,00	11,49	9,86	8.280,63
36	-	-	-	-	-	-	3.671,33	-	-	-	-	-	-	4.810,54
37	93.342,63	65.158,63	24.462,00	3.722,00	3,68	-	7.024,61	-	-	-	-	-	-	5.805,46
38	78.496,30	52.961,30	21.544,00	3.991,00	4,20	0,99	5.391,92	-	-	-	-	-	-	6.480,03
39	-	-	-	-	-	-	3.751,93	-	-	-	-	-	-	5.856,16
40	69.913,16	37.972,16	27.910,00	4.031,00	3,33	-0,02	2.964,14	-	-	-	-	-	-	6.490,00
Média	58.665,14	37.739,20	17.684,59	3.241,35	4,67	1,81	5.216,28	53.254,25	35.982,66	14.202,92	3.068,67	5,51	3,19	5.470,19

Tabela A.20: Resultados detalhados das heurísticas RFX3 e RFX4 para $n = 15$ clientes

Exemplar	RFX5							RFX6						
	UB#	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB#	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
21	56.872,04	29.810,04	23.640,00	3.422,00	4,00	0,64	10.800,00	56.795,02	29.749,02	23.640,00	3.406,00	3,87	0,50	5.400,04
22	49.346,49	35.601,49	10.832,00	2.913,00	3,88	1,08	10.800,00	49.979,40	30.629,40	15.832,00	3.518,00	5,10	2,38	5.400,07
23	44.881,73	28.571,73	13.514,00	2.796,00	5,63	3,51	10.800,00	47.959,58	29.837,58	15.186,00	2.936,00	11,68	10,61	5.400,13
24	43.120,66	27.779,66	12.476,00	2.865,00	3,25	1,70	10.800,00	44.838,04	25.393,04	15.546,00	3.899,00	6,95	5,75	5.400,03
25	41.751,24	29.413,24	9.664,00	2.674,00	2,51	1,03	10.800,00	42.725,32	25.462,32	13.600,00	3.663,00	4,73	3,38	5.400,05
26	–	–	–	–	–	–	10.800,00	77.786,40	46.098,40	28.392,00	3.296,00	4,48	2,45	5.400,09
27	109.113,86	69.687,86	36.341,00	3.085,00	17,10	13,75	10.800,00	–	–	–	–	–	–	5.400,00
28	67.989,82	43.462,82	21.751,00	2.776,00	7,42	4,23	10.800,00	66.755,44	41.731,44	21.751,00	3.273,00	5,71	2,34	5.400,04
29	63.444,11	38.524,11	22.212,00	2.708,00	1,40	–0,40	10.800,00	67.820,16	45.519,16	18.525,00	3.776,00	7,77	6,47	5.400,06
30	80.848,60	56.551,60	21.604,00	2.693,00	10,30	8,58	10.800,00	77.601,32	50.602,32	23.428,00	3.571,00	6,55	4,22	5.400,04
31	58.494,22	34.852,22	19.580,00	4.062,00	8,00	2,47	10.800,00	58.593,59	38.793,59	15.664,00	4.136,00	8,16	2,64	5.400,21
32	47.558,04	27.746,04	16.041,00	3.771,00	5,17	0,49	10.800,00	47.564,46	27.571,46	16.041,00	3.952,00	5,18	0,51	5.400,04
33	69.350,17	45.428,17	20.931,00	2.991,00	13,34	9,41	10.800,00	64.439,45	43.370,45	17.652,00	3.417,00	6,73	1,67	5.400,08
34	32.026,04	23.012,04	6.038,00	2.976,00	4,44	1,83	10.800,00	33.518,10	19.347,10	10.344,00	3.827,00	8,70	6,57	5.400,03
35	–	–	–	–	–	–	10.800,00	34.342,80	20.646,80	10.092,00	3.604,00	9,27	7,18	5.400,03
36	131.617,43	89.194,43	39.724,00	2.699,00	18,90	–	10.800,00	117.975,68	89.860,68	25.324,00	2.791,00	9,52	–	5.400,05
37	106.346,42	68.126,42	34.874,00	3.346,00	15,46	–	10.800,00	96.671,93	71.980,93	21.677,00	3.014,00	7,00	–	5.400,07
38	86.177,74	54.790,74	28.370,00	3.017,00	12,73	10,87	10.800,00	81.153,55	58.135,55	19.738,00	3.280,00	7,33	4,41	5.400,05
39	117.899,82	81.507,82	33.970,00	2.422,00	26,02	–	10.800,00	95.895,95	72.401,95	20.382,00	3.112,00	9,05	–	5.400,05
40	75.126,27	43.944,27	27.910,00	3.272,00	10,04	7,43	10.800,00	72.416,40	51.136,40	17.978,00	3.302,00	6,67	3,56	5.400,05
Média	71.220,26	46.000,26	22.192,89	3.027,11	9,42	4,44	10.800,00	64.991,19	43.066,72	18.462,74	3.461,74	7,08	4,04	5.400,06

Tabela A.21: Resultados detalhados das heurísticas RFX5 e RFX6 para $n = 15$ clientes

Exemplar	RFX1-H							RFX2-H						
	UB ^H	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB ^H	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
21	56.638,68	29.618,68	23.640,00	3.380,00	3,60	0,23	10.800,00	56.833,98	30.610,98	22.800,00	3.423,00	3,93	0,57	10.800,00
22	48.713,94	36.389,94	9.672,00	2.652,00	2,64	-0,21	10.800,00	48.665,91	34.992,91	11.160,00	2.513,00	2,54	-0,31	10.800,00
23	43.690,46	30.143,46	10.808,00	2.739,00	3,05	0,76	10.800,00	43.371,13	31.220,13	9.782,00	2.369,00	2,34	0,03	10.800,00
24	42.701,56	29.281,56	10.892,00	2.528,00	2,30	0,71	10.800,00	42.626,20	29.216,20	10.892,00	2.518,00	2,12	0,53	10.800,00
25	41.302,28	30.260,28	8.768,00	2.274,00	1,45	-0,06	10.800,00	41.302,28	30.260,28	8.768,00	2.274,00	1,45	-0,06	10.800,00
26	76.461,74	52.490,74	21.380,00	2.591,00	2,82	0,70	10.800,00	76.627,48	52.940,48	21.380,00	2.307,00	3,03	0,92	10.800,00
27	95.201,92	69.877,92	22.237,00	3.087,00	4,98	-0,75	10.800,00	-	-	-	-	-	-	10.800,00
28	65.615,44	46.715,44	15.980,00	2.920,00	4,07	0,59	10.800,00	65.929,16	40.737,16	21.751,00	3.441,00	4,52	1,07	10.800,00
29	63.428,84	43.614,84	17.433,00	2.381,00	1,38	-0,42	10.800,00	63.170,14	43.356,14	17.433,00	2.381,00	0,98	-0,83	10.800,00
30	76.118,06	54.334,06	18.653,00	3.131,00	4,73	2,22	10.800,00	74.891,96	52.999,96	18.653,00	3.239,00	3,17	0,58	10.800,00
31	57.441,18	37.507,18	15.664,00	4.270,00	6,32	0,62	10.800,00	55.231,25	31.469,25	19.580,00	4.182,00	2,57	-3,25	10.800,00
32	47.661,41	27.966,41	16.041,00	3.654,00	5,38	0,71	10.800,00	47.339,76	27.339,76	16.041,00	3.959,00	4,73	0,03	10.800,00
33	63.687,93	39.485,93	20.931,00	3.271,00	5,63	0,48	10.800,00	63.234,54	38.669,54	20.931,00	3.634,00	4,95	-0,23	10.800,00
34	31.914,55	22.214,55	6.896,00	2.804,00	4,11	1,47	10.800,00	31.824,58	20.556,58	8.436,00	2.832,00	3,84	1,19	10.800,00
35	33.362,52	22.766,52	6.728,00	3.868,00	6,61	4,12	10.800,00	32.042,38	22.491,38	6.728,00	2.823,00	2,76	0,00	10.800,00
36	124.718,57	83.617,57	38.110,00	2.991,00	14,41	-	10.800,00	-	-	-	-	-	-	10.800,00
37	95.182,22	70.548,22	21.677,00	2.957,00	5,54	-	10.800,00	93.342,63	65.158,63	24.462,00	3.722,00	3,68	-	10.800,00
38	79.677,09	52.112,09	24.424,00	3.141,00	5,61	2,51	10.800,00	77.942,01	49.825,01	24.424,00	3.693,00	3,51	0,28	10.800,00
39	99.689,08	69.429,08	27.176,00	3.084,00	12,51	-	10.800,00	-	-	-	-	-	-	10.800,00
40	71.821,95	50.799,95	17.978,00	3.044,00	5,90	2,71	10.800,00	70.120,62	43.584,62	22.944,00	3.592,00	3,62	0,28	10.800,00
Média	65.751,47	44.958,72	17.754,40	3.038,35	5,15	0,96	10.800,00	57.911,53	37.966,41	16.833,24	3.111,88	3,16	0,05	10.800,00

Tabela A.22: Resultados detalhados das heurísticas RFX1-H e RFX2-H para $n = 15$ clientes

Exemplar	RFX3-H						RFX4-H							
	UB ^H	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB ^H	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
21	56.900,64	29.603,64	23.640,00	3.657,00	4,05	0,69	10.800,00	56.638,68	29.618,68	23.640,00	3.380,00	3,60	0,23	10.800,00
22	48.665,91	34.992,91	11.160,00	2.513,00	2,54	-0,31	10.800,00	48.816,44	36.264,44	9.672,00	2.880,00	2,84	0,00	10.800,00
23	43.426,13	31.220,13	9.782,00	2.424,00	2,46	0,15	10.800,00	43.433,13	31.220,13	9.782,00	2.431,00	2,48	0,17	10.800,00
24	42.497,60	30.922,60	9.308,00	2.267,00	1,83	0,23	10.800,00	43.391,88	27.624,88	12.476,00	3.291,00	3,85	2,34	10.800,00
25	41.302,28	30.260,28	8.768,00	2.274,00	1,45	-0,06	10.800,00	41.302,28	30.260,28	8.768,00	2.274,00	1,45	-0,06	10.800,00
26	76.089,34	54.105,34	19.175,00	2.809,00	2,35	0,21	10.800,00	76.590,12	52.168,12	21.380,00	3.042,00	2,99	0,87	10.800,00
27	-	-	-	-	-	-	10.800,00	-	-	-	-	-	-	10.800,00
28	65.869,64	40.526,64	21.751,00	3.592,00	4,44	0,98	10.800,00	65.466,92	46.409,92	15.980,00	3.077,00	3,85	0,36	10.800,00
29	63.404,69	43.203,69	17.433,00	2.768,00	1,34	-0,46	10.800,00	63.170,14	43.356,14	17.433,00	2.381,00	0,98	-0,83	10.800,00
30	76.352,08	39.237,08	34.355,00	2.760,00	5,02	2,54	10.800,00	74.482,32	52.792,32	18.653,00	3.037,00	2,63	0,03	10.800,00
31	57.079,52	37.459,52	15.664,00	3.956,00	5,72	-0,01	10.800,00	59.590,59	44.387,59	11.748,00	3.455,00	9,70	4,39	10.800,00
32	47.927,67	32.343,67	12.344,00	3.240,00	5,90	1,27	10.800,00	48.778,12	36.413,12	9.869,00	2.496,00	7,54	3,07	10.800,00
33	63.580,35	42.656,35	17.652,00	3.272,00	5,47	0,31	10.800,00	-	-	-	-	-	-	10.800,00
34	33.147,64	20.576,64	9.486,00	3.085,00	7,68	5,39	10.800,00	31.891,02	21.958,02	6.896,00	3.037,00	4,04	1,40	10.800,00
35	32.142,38	22.491,38	6.728,00	2.923,00	3,06	0,31	10.800,00	32.357,42	21.336,42	8.168,00	2.853,00	3,71	0,98	10.800,00
36	-	-	-	-	-	-	10.800,00	-	-	-	-	-	-	10.800,00
37	93.046,66	62.872,66	26.394,00	3.780,00	3,37	-	10.800,00	-	-	-	-	-	-	10.800,00
38	77.784,01	49.825,01	24.424,00	3.535,00	3,32	0,08	10.800,00	77.661,68	45.465,95	28.370,00	4.587,00	3,17	-0,08	10.800,00
39	-	-	-	-	-	-	10.800,00	89.481,16	53.193,94	32.800,00	4.699,00	2,52	-	10.800,00
40	69.913,16	37.972,16	27.910,00	4.031,00	3,33	-0,02	10.800,00	72.256,46	51.252,46	17.978,00	3.026,00	6,47	3,33	10.800,00
Média	58.184,10	37.662,92	17.410,24	3.110,94	3,73	0,71	10.800,00	57.831,77	38.982,65	15.850,81	3.121,63	3,86	1,08	10.800,00

Tabela A.23: Resultados detalhados das heurísticas RFX3-H e RFX4-H para $n = 15$ clientes

Exemplar	RFX5-H							RFX6-H						
	UB ^H	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB ^H	Estocagem	Preparação	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
21	56.715,12	30.434,12	22.800,00	3.481,00	3,73	0,36	10.800,00	56.491,22	29.687,22	23.640,00	3.164,00	3,35	-0,03	10.800,00
22	48.757,90	35.068,90	11.160,00	2.529,00	2,72	-0,12	10.800,00	48.845,96	36.186,96	9.672,00	2.987,00	2,90	0,06	10.800,00
23	43.499,13	31.220,13	9.782,00	2.497,00	2,63	0,32	10.800,00	43.749,71	29.878,71	11.462,00	2.409,00	3,18	0,90	10.800,00
24	43.116,06	29.486,06	10.892,00	2.738,00	3,23	1,69	10.800,00	42.890,20	28.541,20	12.082,00	2.267,00	2,73	1,16	10.800,00
25	41.302,28	30.260,28	8.768,00	2.274,00	1,45	-0,06	10.800,00	41.302,28	30.260,28	8.768,00	2.274,00	1,45	-0,06	10.800,00
26	-	-	-	-	-	-	10.800,00	76.358,94	48.142,94	25.032,00	3.184,00	2,69	0,57	10.800,00
27	96.052,32	70.721,32	22.237,00	3.094,00	5,83	0,14	10.800,00	-	-	-	-	-	-	2.700,00
28	65.266,04	46.554,04	15.980,00	2.732,00	3,55	0,05	10.800,00	65.235,68	46.499,68	15.980,00	2.756,00	3,51	0,01	10.800,00
29	63.170,14	43.356,14	17.433,00	2.381,00	0,98	-0,83	10.800,00	63.954,26	43.507,26	17.433,00	3.014,00	2,19	0,40	10.800,00
30	75.403,98	53.382,98	18.653,00	3.368,00	3,82	1,27	10.800,00	74.331,60	52.897,60	18.653,00	2.781,00	2,44	-0,17	10.800,00
31	57.418,33	37.680,33	15.664,00	4.074,00	6,28	0,58	10.800,00	57.836,55	37.898,55	15.664,00	4.274,00	6,96	1,31	10.800,00
32	47.168,00	27.354,00	16.041,00	3.773,00	4,39	-0,33	10.800,00	47.521,90	27.728,90	16.041,00	3.752,00	5,10	0,42	10.800,00
33	64.201,24	43.199,24	17.652,00	3.350,00	6,39	1,29	10.800,00	62.963,06	38.432,06	20.931,00	3.600,00	4,54	-0,66	10.800,00
34	31.691,79	22.413,79	6.896,00	2.382,00	3,44	0,76	10.800,00	31.914,55	22.214,55	6.896,00	2.804,00	4,11	1,47	10.800,00
35	32.042,38	22.491,38	6.728,00	2.823,00	2,76	0,00	10.800,00	32.042,38	22.491,38	6.728,00	2.823,00	2,76	0,00	10.800,00
36	116.251,01	88.270,01	25.324,00	2.657,00	8,18	-	10.800,00	-	-	-	-	-	-	2.700,00
37	97.216,72	72.193,72	21.677,00	3.346,00	7,52	-	10.800,00	94.197,37	69.396,37	21.677,00	3.124,00	4,55	-	10.800,00
38	78.972,20	55.658,20	20.478,00	2.836,00	4,77	1,60	10.800,00	80.529,33	54.408,33	22.618,00	3.503,00	6,61	3,61	10.800,00
39	-	-	-	-	-	-	10.800,00	95.895,95	72.401,95	20.382,00	3.112,00	9,05	-	10.800,00
40	74.933,47	51.630,47	19.886,00	3.417,00	9,81	7,16	10.800,00	70.489,41	43.640,41	22.944,00	3.905,00	4,12	0,80	10.800,00
Média	62.954,34	43.965,28	16.002,83	2.986,22	4,53	0,87	10.800,00	60.363,91	40.789,69	16.477,94	3.096,28	4,01	0,61	9.990,00

Tabela A.24: Resultados detalhados das heurísticas RFX5-H e RFX6-H para $n = 15$ clientes

Apêndice B

Suplemento do Capítulo 5

Este apêndice apresenta modelos matemáticos e resultados computacionais adicionais referentes ao Capítulo 5.

B.1 Modelo LSMVRP-F1

O modelo LSMVRP-F1, descrito na Seção 5.2.1, é formulado como segue:

$$\min \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} h_a I_{at} + \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \hat{c}_{ab} z_{abt} + \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r=1}^R \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^{n+1} c_{ij} w_{ijvr}. \quad (\text{B.1})$$

sujeito a:

$$I_{a,t-1} + x_{at} = \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{ap} Q_{pvrt} + I_{at}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.2})$$

$$I_{a,t-1} \geq \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{ap} Q_{pvrt}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.3})$$

$$I_{at} \geq I_a^{\min}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.4})$$

$$\sum_{a \in \mathcal{C}} \rho_a x_{at} + \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} \varsigma_{ab} z_{abt} \leq K_t, \quad t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.5})$$

$$x_{at} \leq \bar{M}_{at} \left(y_{at} + \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} z_{bat} \right), \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.6})$$

$$\sum_{a \in \mathcal{C}} y_{at} = 1, \quad t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.7})$$

$$y_{at} + \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} z_{bat} = y_{a,t+1} + \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} z_{abt}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.8})$$

$$\pi_{at} \geq \pi_{bt} + 1 - |\mathcal{C}| (1 - z_{bat}), \quad a \in \mathcal{C}, b \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.9})$$

$$\sum_{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}} w_{0jvr} = 1, \quad v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.10})$$

$$\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\}} w_{i(n+1)vr} = 1, \quad v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.11})$$

$$\sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijvr} = \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\} \\ j \neq i}} w_{jivr}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.12})$$

$$\sum_{\substack{i \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\} \\ i \neq j}} \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r=1}^R w_{ijvr} = 1, \quad j \in \bar{\mathcal{C}}. \quad (\text{B.13})$$

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r=1}^R \sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0jvr} \leq R, \quad (\text{B.14})$$

$$\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0ivr} \geq \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0iv(r+1)}, \quad v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R-1. \quad (\text{B.15})$$

$$Q_{pvrt} \leq \min \left\{ \left\lfloor \frac{\theta_v}{\varphi_p} \right\rfloor, \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} \right\} \phi_{0vrt}, \quad p \in \mathcal{P}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.16})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{pvrt} = \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} \left(\sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijvr} \right), \quad p \in \mathcal{P}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.17})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{ivrt} = \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijvr}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.18})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0vrt} = 1 - w_{0(n+1)vr}, \quad v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.19})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0vrt} = \sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{(n+1)vrt}, \quad v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.20})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \delta_{it} \phi_{ivrt} \leq \mu_{ivr} \leq \sum_{t \in \mathcal{T}} \bar{\delta}_{it} \phi_{ivrt}, \quad i \in \mathcal{N}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.21})$$

$$\mu_{jvr} \geq \mu_{0vr} + \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} s_i \left(\sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr} \right) + \tau_{0j} - M_j (1 - w_{0jvr}), \quad j \in \bar{\mathcal{C}}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.22})$$

$$\mu_{jvr} \geq \mu_{ivr} + s_i + \tau_{ij} - M_{ij} (1 - w_{ijvr}), \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R: i \neq j. \quad (\text{B.23})$$

$$\mu_{ivr} \leq \Delta_i \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijvr}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.24})$$

$$\mu_{0v(r+1)} \geq \mu_{(n+1)vr} - \bar{\delta}_{(n+1)|\mathcal{T}} \left(1 - \sum_{j \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0jv(r+1)} \right), \quad r = 1, \dots, R-1, v \in \mathcal{V}. \quad (\text{B.25})$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \varphi_p \left(\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{pvrt} \right) \leq \theta_v, \quad v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.26})$$

$$x_{at}, I_{at}, \pi_{at} \geq 0, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.27})$$

$$\mu_{ivr} \geq 0, \quad i \in \mathcal{N}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.28})$$

$$Q_{pvrt} \geq 0, \quad p \in \mathcal{P}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.29})$$

$$y_{at}, z_{abt} \in \{0, 1\}, \quad a \in \mathcal{C}, b \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.30})$$

$$\phi_{ivrt} \in \{0, 1\}, \quad i \in \mathcal{N}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.31})$$

$$w_{ijvr} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in \mathcal{N}, v \in \mathcal{V}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.32})$$

B.2 Modelo LSMVRP-F2

O modelo LSMVRP-F2, descrito na Seção 5.2.2, é formulado como segue:

$$\min \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} h_a I_{at} + \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \hat{c}_{ab} z_{abt} + \sum_{r=1}^R \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^{n+1} c_{ij} w_{ijr} \quad (\text{B.33})$$

sujeito a:

$$I_{a,t-1} + x_{at} = \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{ap} Q_{prt} + I_{at}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.34})$$

$$I_{a,t-1} \geq \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{ap} Q_{prt}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.35})$$

$$I_{at} \geq I_a^{\min}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.36})$$

$$\sum_{a \in \mathcal{C}} \rho_a x_{at} + \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} s_{ab} z_{abt} \leq K_t, \quad t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.37})$$

$$x_{at} \leq \bar{M}_{at} \left(y_{at} + \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} z_{bat} \right), \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.38})$$

$$y_{at} + \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} z_{bat} = y_{a,t+1} + \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} z_{abt}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.39})$$

$$\sum_{a \in \mathcal{C}} y_{at} = 1, \quad t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.40})$$

$$\pi_{at} \geq \pi_{bt} + 1 - |\mathcal{C}| (1 - z_{bat}), \quad a \in \mathcal{C}, b \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.41})$$

$$\sum_{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}} w_{0jr} = 1, \quad r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.42})$$

$$\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\}} w_{i(n+1)r} = 1, \quad r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.43})$$

$$\sum_{\substack{i \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\} \\ i \neq j}} \sum_{r=1}^R w_{ijr} = 1, \quad j \in \bar{\mathcal{C}}. \quad (\text{B.44})$$

$$\sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr} = \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\} \\ j \neq i}} w_{jir}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.45})$$

$$\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0ir} \geq \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0i(r+1)}, \quad r = 1, \dots, R-1. \quad (\text{B.46})$$

$$Q_{prt} \leq \min \left\{ \left\lceil \frac{\max \theta_v}{\varphi_p} \right\rceil, \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} \right\} \phi_{0rt}, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.47})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{prt} = \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} \left(\sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr} \right), \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.48})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{irt} = \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.49})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0rt} = 1 - w_{0(n+1)r}, \quad r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.50})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0rt} = \sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{(n+1)rt}, \quad r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.51})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \delta_{it} \phi_{irt} \leq \mu_{ir} \leq \sum_{t \in \mathcal{T}} \bar{\delta}_{it} \phi_{irt}, \quad i \in \mathcal{N}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.52})$$

$$\mu_{jr} \geq \mu_{0r} + \lambda \left(\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{p \in \mathcal{P}} \varphi_p Q_{prt} \right) + \tau_{0j} - M_{0j} (1 - w_{0jr}), \quad j \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.53})$$

$$\mu_{jr} \geq \mu_{ir} + s_i + \tau_{ij} - M_{ij} (1 - w_{ijr}), \quad \begin{array}{l} i \in \bar{\mathcal{C}}, j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}, \\ r = 1, \dots, R: i \neq j \end{array}. \quad (\text{B.54})$$

$$\mu_{ir} \leq \Delta_i \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.55})$$

$$\mu_{0s} \geq \mu_{(n+1)r} - \bar{\delta}_{(n+1)|\mathcal{T}|} \left(2 - \alpha_{rv} - \alpha_{sv} \right), \quad v \in \mathcal{V}, r, s = 1, \dots, R: r < s. \quad (\text{B.56})$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \varphi_p \left(\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{prt} \right) \leq \sum_{v \in \mathcal{V}} \theta_v \alpha_{rv}, \quad r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.57})$$

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} \alpha_{rv} = \sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0rt}, \quad r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.58})$$

$$x_{at}, I_{at}, \pi_{at} \geq 0, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.59})$$

$$\mu_{ir} \geq 0, \quad i \in \mathcal{N}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.60})$$

$$Q_{prt} \geq 0, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.61})$$

$$y_{at}, z_{abt} \in \{0, 1\}, \quad a \in \mathcal{C}, b \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.62})$$

$$\phi_{irt} \in \{0, 1\}, \quad i \in \mathcal{N}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{B.63})$$

$$w_{ijr} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in \mathcal{N}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{B.64})$$

$$\alpha_{rv} \in \{0, 1\}, \quad r = 1, \dots, R, v \in \mathcal{V}. \quad (\text{B.65})$$

B.3 Resultados dos modelos LSMVRP–F1 e LSMVRP–F2 com tempo limite de 3 horas

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	$ \mathcal{V} $	LSMVRP-F1				LSMVRP-F2					
						UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nós	UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nós
1	10	3	3	8	2	4.013,31	3.013,55	24,91	10.800,00	96.025	4.013,31	3.251,06	18,49	10.800,00	190.532
2	10	3	3	8	2	3.904,91	3.025,39	22,52	10.800,00	177.340	3.895,54	3.495,74	9,47	1.800,00	364.735
3	10	3	3	8	2	3.572,92	2.507,91	29,81	10.800,00	215.436	3.583,78	2.711,43	23,74	1.800,00	207.994
4	10	3	3	8	2	3.819,34	3.480,59	8,87	10.800,00	107.832	3.803,46	3.774,24	0,01	6.986,37	223.100
5	10	3	3	8	2	3.758,01	2.996,83	20,26	10.800,00	199.671	3.758,01	3.169,82	15,07	10.800,00	214.192
6	10	3	3	8	3	4.126,04	3.147,50	23,72	10.800,00	190.955	4.100,74	3.763,86	7,73	10.800,00	145.562
7	10	3	3	8	3	3.842,32	2.874,83	25,18	10.800,00	147.310	3.817,56	3.255,53	14,08	10.800,00	339.502
8	10	3	3	8	3	4.643,83	3.347,11	27,92	10.800,00	86.806	4.690,54	3.773,54	19,06	10.800,00	149.322
9	10	3	3	8	3	3.786,86	3.014,26	20,40	10.800,00	113.400	3.786,86	3.355,27	10,81	10.800,00	409.307
10	10	3	3	8	3	4.369,69	3.232,83	26,02	10.800,00	72.213	4.244,99	3.761,12	10,86	10.800,00	203.778
11	10	3	5	8	2	5.413,06	3.531,29	34,76	10.800,00	113.968	5.471,84	3.514,60	35,27	10.800,00	112.655
12	10	3	5	8	2	6.966,45	4.071,38	41,56	10.800,00	112.670	6.853,44	4.174,70	38,66	10.800,00	105.510
13	10	3	5	8	2	6.887,40	4.223,68	38,68	10.800,00	161.304	6.766,20	4.554,88	32,41	10.800,00	177.532
14	10	3	5	8	2	5.983,55	3.258,95	45,54	10.800,00	59.852	6.052,18	3.559,83	40,87	10.800,00	218.067
15	10	3	5	8	2	4.288,12	3.221,30	24,88	10.800,00	151.136	4.258,59	3.354,03	20,78	10.800,00	264.310
16	10	3	5	8	3	6.784,48	4.042,35	40,42	10.800,00	74.565	6.667,21	4.336,87	34,60	10.800,00	211.310
17	10	3	5	8	3	5.345,39	3.397,36	36,44	10.800,00	109.642	5.141,72	3.514,57	31,28	10.800,00	147.288
18	10	3	5	8	3	5.703,54	3.642,11	36,14	10.800,00	28.830	5.569,79	4.075,06	26,35	10.800,00	164.410
19	10	3	5	8	3	7.834,99	4.869,67	37,85	10.800,00	60.554	7.533,54	5.058,00	32,65	10.800,00	142.833
20	10	3	5	8	3	5.348,56	3.362,45	37,13	10.800,00	60.326	5.324,67	3.496,46	34,08	10.800,00	80.087
21	10	5	3	8	2	5.410,53	3.949,06	27,01	10.800,00	151.592	5.436,56	4.428,47	18,01	10.800,00	160.764
22	10	5	3	8	2	3.983,37	2.880,25	27,69	10.800,00	58.063	3.972,29	3.159,16	19,92	10.800,00	154.579
23	10	5	3	8	2	4.446,00	3.439,35	22,64	10.800,00	81.967	4.398,57	3.832,15	12,19	10.800,00	154.559
24	10	5	3	8	2	4.852,70	3.768,86	22,34	10.800,00	142.892	4.889,10	4.034,70	16,91	10.800,00	169.121
25	10	5	3	8	2	4.106,12	3.000,94	26,92	10.800,00	76.121	4.095,62	3.151,11	22,41	10.800,00	223.687
26	10	5	3	8	3	4.699,06	3.608,88	23,20	10.800,00	137.024	4.680,26	4.182,51	10,08	10.800,00	110.339
27	10	5	3	8	3	4.356,66	2.962,29	32,01	10.800,00	108.726	4.226,44	3.293,95	21,60	10.800,00	221.291
28	10	5	3	8	3	5.639,80	4.049,50	28,20	10.800,00	82.524	5.598,82	4.661,09	16,42	10.800,00	94.067
29	10	5	3	8	3	4.471,96	3.321,13	25,73	10.800,00	62.773	4.535,31	3.834,48	14,78	10.800,00	116.002
30	10	5	3	8	3	4.961,75	3.150,12	36,51	10.800,00	18.291	4.872,25	3.714,93	23,34	10.800,00	210.180
31	10	5	5	8	2	-	4.325,89	-	10.800,00	9.003	7.045,59	4.584,50	34,72	10.800,00	65.030
32	10	5	5	8	2	7.282,79	4.202,98	42,29	10.800,00	69.739	7.894,78	4.446,63	43,51	10.800,00	80.300
33	10	5	5	8	2	8.163,11	4.567,83	44,04	10.800,00	25.562	7.946,61	4.770,05	39,67	10.800,00	62.525
34	10	5	5	8	2	6.236,01	3.352,12	46,25	10.800,00	19.159	6.096,85	3.994,72	34,11	10.800,00	64.484
35	10	5	5	8	2	7.860,27	5.045,48	35,81	10.800,00	36.277	7.514,69	4.788,79	36,09	10.800,00	72.263
36	10	5	5	8	3	7.868,78	4.132,36	47,48	10.800,00	13.573	7.318,79	4.730,51	35,19	10.800,00	91.177
37	10	5	5	8	3	7.631,78	4.026,26	47,24	10.800,00	27.855	7.155,17	4.379,60	38,55	10.800,00	74.188
38	10	5	5	8	3	7.396,04	4.485,73	39,35	10.800,00	30.803	7.463,74	4.678,36	36,95	10.800,00	49.863
39	10	5	5	8	3	-	3.137,99	-	10.800,00	8.636	5.775,56	3.439,00	40,18	10.800,00	78.146
40	10	5	5	8	3	7.682,54	3.917,95	49,00	10.800,00	7.001	6.598,43	4.225,47	35,69	10.800,00	80.869
Média						5.459,00	3.589,66	32,28	10.800,00	87.685	5.421,24	3.907,02	25,16	10.254,66	160.137

Tabela B.1: Resultados dos modelos LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2 para exemplares com $n = 10$ clientes.

Exemplar	n	$ P $	$ C $	$ T $	$ V $	LSMVRP-F1					LSMVRP-F2				
						UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nos	UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nos
41	15	3	3	8	2	3.977,65	2.332,48	41,36	10.800,00	55.547	3.966,34	2.915,56	26,49	10.800,00	401.780
42	15	3	3	8	2	5.987,54	3.308,89	44,74	10.800,00	12.002	5.625,78	4.177,84	25,74	10.800,00	276.861
43	15	3	3	8	2	5.074,26	2.903,66	42,78	10.800,00	12.012	4.718,21	3.611,76	23,45	10.800,00	89.380
44	15	3	3	8	2	5.855,40	3.829,48	34,60	10.800,00	21.057	5.618,68	4.263,78	24,11	10.800,00	71.080
45	15	3	3	8	2	–	3.184,46	–	10.800,00	16.587	5.298,50	3.455,80	34,78	10.800,00	62.279
46	15	3	3	8	3	5.611,07	2.812,43	49,88	10.800,00	18.333	5.465,94	3.525,98	35,49	10.800,00	297.782
47	15	3	3	8	3	6.346,25	3.211,46	49,40	10.800,00	7.538	5.344,93	4.020,31	24,78	10.800,00	125.961
48	15	3	3	8	3	6.271,81	3.643,26	41,91	10.800,00	3.783	5.821,80	4.546,98	21,90	10.800,00	113.485
49	15	3	3	8	3	6.929,88	3.887,80	43,90	10.800,00	41.208	6.088,72	4.825,93	20,74	10.800,00	103.179
50	15	3	3	8	3	5.276,76	3.090,14	41,44	10.800,00	13.361	4.761,04	3.860,02	18,93	10.800,00	113.400
51	15	3	5	8	2	8.753,77	4.112,48	53,02	10.800,00	42.277	–	4.311,47	–	10.800,00	24.248
52	15	3	5	8	2	–	2.761,97	–	10.800,00	7.107	5.761,02	3.403,06	40,93	10.800,00	213.950
53	15	3	5	8	2	5.484,08	2.573,67	53,07	10.800,00	21.155	5.667,40	2.569,22	54,67	10.800,00	10.711
54	15	3	5	8	2	6.964,86	2.958,31	57,53	10.800,00	6.452	6.246,09	3.312,30	46,97	10.800,00	21.420
55	15	3	5	8	2	7.272,88	3.273,95	54,98	10.800,00	4.440	7.315,13	3.295,39	54,95	10.800,00	7.248
56	15	3	5	8	3	–	4.118,57	–	10.800,00	4.079	8.677,79	4.349,78	49,88	10.800,00	12.035
57	15	3	5	8	3	–	3.912,21	–	10.800,00	7.225	7.425,28	4.103,20	44,74	10.800,00	22.860
58	15	3	5	8	3	–	3.477,67	–	10.800,00	6.001	7.208,09	4.248,18	41,06	10.800,00	36.860
59	15	3	5	8	3	–	3.287,24	–	10.800,00	4.159	6.918,86	3.461,21	49,97	10.800,00	12.333
60	15	3	5	8	3	–	3.252,74	–	10.800,00	8.144	6.418,21	3.767,13	41,31	10.800,00	78.380
61	15	5	3	8	2	6.416,36	3.723,54	41,97	10.800,00	27.135	6.428,42	4.292,84	33,22	10.800,00	71.700
62	15	5	3	8	2	5.680,32	3.410,97	39,95	10.800,00	16.292	5.572,08	3.726,94	33,11	10.800,00	112.940
63	15	5	3	8	2	6.362,16	3.713,41	41,63	10.800,00	12.693	5.847,36	3.792,54	35,14	10.800,00	16.965
64	15	5	3	8	2	7.738,15	4.310,80	44,29	10.800,00	3.393	7.025,78	4.914,86	30,05	10.800,00	37.492
65	15	5	3	8	2	7.235,02	4.039,64	44,17	10.800,00	10.069	6.408,19	4.733,70	26,13	10.800,00	171.096
66	15	5	3	8	3	8.218,68	3.574,13	56,51	10.800,00	8.661	6.382,74	4.218,42	33,91	10.800,00	242.889
67	15	5	3	8	3	6.598,18	3.602,69	45,40	10.800,00	4.178	5.769,22	4.318,65	25,14	10.800,00	56.209
68	15	5	3	8	3	6.213,96	3.350,13	46,09	10.800,00	13.383	5.721,24	3.862,24	32,49	10.800,00	31.835
69	15	5	3	8	3	–	2.599,03	–	10.800,00	4.323	4.115,19	3.615,95	12,13	10.800,00	107.394
70	15	5	3	8	3	6.358,26	3.200,18	49,67	10.800,00	7.326	4.895,53	3.752,65	23,35	10.800,00	51.716
71	15	5	5	8	2	9.184,84	4.582,06	50,11	10.800,00	6.071	8.725,19	4.661,34	46,58	10.800,00	13.771
72	15	5	5	8	2	–	4.631,79	–	10.800,00	8.283	8.436,51	4.859,30	42,40	10.800,00	17.658
73	15	5	5	8	2	–	4.345,32	–	10.800,00	7.872	8.543,94	4.666,37	45,38	10.800,00	15.233
74	15	5	5	8	2	–	4.694,67	–	10.800,00	8.444	10.975,40	5.342,39	51,32	10.800,00	9.703
75	15	5	5	8	2	–	4.245,55	–	10.800,00	5.115	–	4.500,58	–	10.800,00	13.783
76	15	5	5	8	3	–	3.315,13	–	10.800,00	1.275	6.834,79	3.543,16	48,16	10.800,00	14.947
77	15	5	5	8	3	–	4.641,83	–	10.800,00	4.382	–	4.882,82	–	10.800,00	6.354
78	15	5	5	8	3	–	4.941,04	–	10.800,00	4.329	10.206,70	5.289,33	48,18	10.800,00	14.519
79	15	5	5	8	3	–	4.473,05	–	10.800,00	3.581	8.775,01	4.922,66	43,90	10.800,00	19.637
80	15	5	5	8	3	8.827,61	4.085,25	53,72	10.800,00	1.833	8.267,41	4.243,48	48,67	10.800,00	13.805
Média						6.609,99	3.635,33	46,75	10.800,00	11.778	6.575,09	4.104,13	36,22	10.800,00	78.372

Tabela B.2: Resultados dos modelos LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2 para exemplares com $n = 15$ clientes.

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	$ \mathcal{V} $	LSMVRP-F1				LSMVRP-F2					
						UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nós	UB	LB	Gap(%)	CPU(s)	#Nós
81	20	3	3	8	2	-	3.922,83	-	10.800,00	3.999	6.693,56	4.569,56	31,73	10.800,00	79.830
82	20	3	3	8	2	-	3.746,33	-	10.800,00	2.567	7.670,04	3.920,38	48,89	10.800,00	5.739
83	20	3	3	8	2	-	3.013,75	-	10.800,00	1.613	6.559,22	3.236,86	50,65	10.800,00	8.860
84	20	3	3	8	2	-	2.955,58	-	10.800,00	2.221	-	3.071,47	-	10.800,00	3.971
85	20	3	3	8	2	-	3.536,74	-	10.800,00	1.951	-	3.486,81	-	10.800,00	5.013
86	20	3	3	8	3	11.518,00	4.095,44	64,44	10.800,00	7.137	6.112,95	4.692,66	23,23	10.800,00	36.780
87	20	3	3	8	3	-	3.692,15	-	10.800,00	2.573	6.422,40	4.392,98	31,60	10.800,00	91.112
88	20	3	3	8	3	11.411,50	3.590,33	68,54	10.800,00	1.968	-	3.841,04	-	10.800,00	11.244
89	20	3	3	8	3	-	3.052,17	-	10.800,00	6.45	6.216,14	3.484,93	43,94	10.800,00	5.315
90	20	3	3	8	3	-	3.533,81	-	10.800,00	1.765	6.262,44	4.021,77	35,78	10.800,00	196.438
91	20	3	5	8	2	-	4.408,02	-	10.800,00	2.238	-	4.552,31	-	10.800,00	6.843
92	20	3	5	8	2	-	3.816,95	-	10.800,00	1.573	-	3.943,37	-	10.800,00	6.514
93	20	3	5	8	2	-	4.067,23	-	10.800,00	1.239	-	4.489,81	-	10.800,00	9.619
94	20	3	5	8	2	-	3.487,98	-	10.800,00	3.388	-	4.098,32	-	10.800,00	17.666
95	20	3	5	8	2	-	4.693,58	-	10.800,00	2.009	9.576,09	4.950,98	48,30	10.800,00	8.426
96	20	3	5	8	3	-	5.602,99	-	10.800,00	2.622	-	5.842,15	-	10.800,00	2.270
97	20	3	5	8	3	-	3.831,26	-	10.800,00	1.399	8.480,65	4.335,91	48,87	10.800,00	19.517
98	20	3	5	8	3	14.583,60	5.039,05	65,45	10.800,00	1.566	10.968,50	5.579,61	49,13	10.800,00	4.776
99	20	3	5	8	3	-	3.941,72	-	10.800,00	1.223	8.797,52	4.419,26	49,77	10.800,00	7.126
100	20	3	5	8	3	-	4.553,21	-	10.800,00	1.525	-	4.853,34	-	10.800,00	4.287
101	20	5	3	8	2	-	4.211,89	-	10.800,00	1.413	-	4.260,26	-	10.800,00	3.509
102	20	5	3	8	2	-	4.792,42	-	10.800,00	1.781	8.285,40	5.086,17	38,61	10.800,00	47.819
103	20	5	3	8	2	-	4.032,32	-	10.800,00	2.245	8.174,80	4.162,68	49,08	10.800,00	4.892
104	20	5	3	8	2	-	4.741,52	-	10.800,00	2.243	9.069,97	4.077,25	55,05	10.800,00	3.248
105	20	5	3	8	2	-	4.316,55	-	10.800,00	2.108	7.076,40	3.908,72	44,76	10.800,00	5.361
106	20	5	3	8	3	-	4.440,81	-	10.800,00	486	-	4.679,15	-	10.800,00	5.032
107	20	5	3	8	3	-	2.846,08	-	10.800,00	489	7.222,34	3.108,28	56,96	10.800,00	3.459
108	20	5	3	8	3	-	4.053,95	-	10.800,00	956	8.538,12	4.469,69	47,65	10.800,00	4.224
109	20	5	3	8	3	-	3.828,37	-	10.800,00	984	-	4.082,24	-	10.800,00	11.614
110	20	5	3	8	3	-	4.218,46	-	10.800,00	956	7.990,06	4.677,55	41,46	10.800,00	11.722
111	20	5	5	8	2	-	6.193,77	-	10.800,00	929	10.578,90	5.445,48	48,53	10.800,00	3.825
112	20	5	5	8	2	-	6.819,79	-	10.800,00	1.061	-	7.235,72	-	10.800,00	3.554
113	20	5	5	8	2	-	9.361,24	-	10.800,00	2.466	-	7.573,05	-	10.800,00	3.946
114	20	5	5	8	2	-	4.432,46	-	10.800,00	1.840	-	4.379,15	-	10.800,00	2.438
115	20	5	5	8	2	-	5.045,35	-	10.800,00	1.489	-	5.695,50	-	10.800,00	2.619
116	20	5	5	8	3	-	6.608,80	-	10.800,00	2.004	12.824,40	7.266,83	43,34	10.800,00	8.723
117	20	5	5	8	3	-	5.867,06	-	10.800,00	1.019	-	6.115,63	-	10.800,00	2.447
118	20	5	5	8	3	-	6.455,94	-	10.800,00	2.505	-	7.451,13	-	10.800,00	3.577
119	20	5	5	8	3	-	7.717,12	-	10.800,00	1.029	9.951,43	6.795,95	31,71	10.800,00	9.836
120	20	5	5	8	3	-	6.637,11	-	10.800,00	2.004	-	6.909,12	-	10.800,00	1.971
Média						12.504,37	4.630,05	66,14	10.800,00	1.881	8.260,54	4.829,08	43,76	10.800,00	16.879

Tabela B.3: Resultados dos modelos LSMVRP-F1 e LSMVRP-F2 para exemplares com $n = 20$ clientes.

B.4 Resultados das heurísticas *relax-and-fix* híbridas

Exemplar	RFX1-H						RFX2-H							
	UB ^H	Estocagem	Trocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB ^H	Estocagem	Trocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
1	3.960,76	1.494,76	775,00	1.691,00	17,92	-1,31	1.300,00	4.142,81	1.576,81	875,00	1.691,00	21,53	3,23	1.300,00
2	3.943,74	1.233,74	500,00	2.210,00	11,36	1,24	1.300,00	3.905,26	1.210,26	500,00	1.691,00	10,49	0,25	1.300,00
3	3.576,18	1.029,18	550,00	1.997,00	24,18	0,09	1.300,00	3.583,87	836,87	750,00	1.997,00	24,34	0,31	1.300,00
4	3.934,80	1.160,80	775,00	1.999,00	4,08	3,45	1.300,00	3.839,32	1.315,32	525,00	1.999,00	1,69	0,94	1.300,00
5	3.931,81	1.382,81	475,00	2.074,00	19,38	4,62	1.300,00	3.758,01	1.229,01	625,00	1.904,00	15,65	0,00	1.300,00
6	4.079,90	1.274,90	725,00	2.080,00	7,75	-0,51	1.300,00	4.100,74	1.295,74	725,00	2.080,00	8,22	0,00	1.300,00
7	3.817,56	1.160,56	375,00	2.282,00	14,72	0,00	1.300,00	3.841,62	1.218,62	375,00	2.248,00	15,26	0,63	1.300,00
8	4.722,43	1.739,43	775,00	2.208,00	20,09	1,69	1.300,00	4.726,71	1.718,71	800,00	2.208,00	20,17	1,78	1.300,00
9	3.792,64	805,64	575,00	2.412,00	11,53	0,15	1.300,00	3.809,00	822,00	575,00	2.412,00	11,91	0,58	1.300,00
10	4.257,56	1.127,56	675,00	2.455,00	11,66	0,30	1.300,00	4.259,92	1.129,92	675,00	2.455,00	11,71	0,35	1.300,00
11	5.486,21	2.016,21	1.275,00	2.195,00	35,63	1,35	1.300,00	5.154,75	1.919,75	1.250,00	1.985,00	31,49	-4,77	1.300,00
12	6.963,15	2.421,15	1.750,00	2.792,00	40,05	1,60	1.300,00	6.831,77	2.677,77	1.375,00	2.779,00	38,89	-0,32	1.300,00
13	7.365,42	3.127,42	1.475,00	2.763,00	38,16	8,86	1.300,00	6.815,76	2.566,76	2.050,00	2.199,00	33,17	0,73	1.300,00
14	6.266,18	1.909,18	1.150,00	3.207,00	43,19	4,72	1.300,00	6.371,38	1.790,38	1.250,00	3.331,00	44,13	6,48	1.300,00
15	4.340,97	1.678,97	875,00	1.787,00	22,74	1,93	1.300,00	4.328,51	1.538,51	1.000,00	1.790,00	22,51	1,64	1.300,00
16	6.714,05	1.880,05	1.675,00	3.159,00	35,41	0,70	1.300,00	6.646,93	2.187,93	1.300,00	3.159,00	34,75	-0,30	1.300,00
17	5.193,65	1.800,65	1.225,00	2.168,00	32,33	1,01	1.300,00	5.286,04	1.893,04	1.225,00	2.168,00	33,51	2,81	1.300,00
18	5.738,64	2.224,64	1.500,00	2.014,00	28,99	3,03	1.300,00	5.535,52	2.196,52	1.325,00	2.014,00	26,38	-0,62	1.300,00
19	7.743,93	3.342,93	1.750,00	2.651,00	34,68	2,79	1.300,00	7.428,35	3.573,35	1.450,00	2.405,00	31,91	-1,40	1.300,00
20	5.307,15	2.247,15	1.200,00	1.860,00	34,12	-0,33	1.300,00	5.299,72	2.228,72	1.225,00	1.846,00	34,03	-0,47	1.300,00
21	5.387,08	2.265,08	650,00	2.472,00	17,79	-0,43	1.300,00	5.430,43	2.308,43	650,00	2.472,00	18,45	0,37	1.300,00
22	3.983,37	1.226,37	650,00	2.107,00	20,69	0,28	1.300,00	3.970,91	1.388,91	475,00	2.107,00	20,44	-0,03	1.300,00
23	4.684,96	1.526,96	850,00	2.308,00	18,20	6,51	1.300,00	4.414,69	1.638,69	800,00	1.976,00	13,20	0,37	1.300,00
24	4.917,79	1.538,79	725,00	2.654,00	17,96	1,34	1.300,00	4.882,59	1.678,59	550,00	2.654,00	17,37	0,62	1.300,00
25	4.186,28	1.201,28	700,00	2.285,00	24,73	2,21	1.300,00	4.047,12	979,12	875,00	2.193,00	22,14	-1,18	1.300,00
26	4.699,06	1.523,06	775,00	2.401,00	10,99	0,40	1.300,00	4.734,10	1.382,10	975,00	2.377,00	11,65	1,15	1.300,00
27	4.358,74	1.607,74	800,00	1.951,00	24,43	3,13	1.300,00	4.427,46	1.488,46	925,00	2.014,00	25,60	4,76	1.300,00
28	5.597,24	1.967,24	950,00	2.680,00	16,73	-0,03	1.300,00	5.545,58	1.965,58	950,00	2.630,00	15,95	-0,95	1.300,00
29	4.568,89	1.619,89	1.075,00	1.874,00	16,07	2,17	1.300,00	4.454,68	1.837,68	800,00	1.817,00	13,92	-0,39	1.300,00
30	4.872,25	1.711,25	925,00	2.236,00	23,75	0,00	1.300,00	5.031,96	1.745,96	1.050,00	2.236,00	26,17	3,28	1.300,00
31	7.179,97	3.467,97	1.525,00	2.187,00	36,15	1,91	1.300,00	6.987,32	3.376,32	1.575,00	2.036,00	34,39	-0,83	1.300,00
32	7.721,06	3.283,06	1.875,00	2.563,00	42,41	6,02	1.300,00	7.479,46	4.068,46	1.200,00	2.211,00	40,55	2,70	1.300,00
33	8.012,76	3.616,76	2.050,00	2.346,00	40,47	0,83	1.300,00	7.956,00	3.616,00	1.950,00	2.390,00	40,04	0,12	1.300,00
34	6.073,21	2.498,21	1.750,00	1.825,00	34,22	-0,39	1.300,00	6.117,07	2.667,07	1.625,00	1.825,00	34,70	0,33	1.300,00
35	7.429,89	3.696,89	1.675,00	2.058,00	32,09	-1,13	1.300,00	7.434,25	3.701,25	1.675,00	2.058,00	32,13	-1,07	1.300,00
36	7.367,42	3.151,42	1.775,00	2.441,00	35,79	0,66	1.300,00	7.106,03	3.153,03	1.625,00	2.328,00	33,43	-2,91	1.300,00
37	7.418,30	3.192,30	1.800,00	2.426,00	40,96	3,68	1.300,00	7.033,47	3.301,47	1.475,00	2.257,00	37,73	-1,70	1.300,00
38	7.514,88	3.371,88	1.700,00	2.443,00	37,75	1,61	1.300,00	7.379,35	3.908,35	1.375,00	2.096,00	36,60	-0,23	1.300,00
39	6.051,51	2.364,51	1.300,00	2.387,00	43,17	4,78	1.300,00	5.883,22	2.167,22	1.350,00	2.366,00	41,55	1,86	1.300,00
40	6.587,24	2.740,24	1.850,00	1.997,00	35,85	-0,17	1.300,00	6.601,93	3.204,93	1.400,00	1.997,00	36,00	0,05	1.300,00
Média	5.493,72	2.065,72	1.136,88	2.291,13	26,45	1,72	1.300,00	5.414,59	2.112,59	1.079,38	2.222,63	25,59	0,45	1.300,00

Tabela B.4: Resultados detalhados das heurísticas RFX1-H e RFX2-H para $n = 10$ clientes.

Exemplar	RFX3-H							RFX4-H						
	UB#	Estocagem	Tocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB#	Estocagem	Tocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
1	4.142,81	1.576,81	875,00	1.691,00	21,53	3,23	1.300,00	4.294,02	1.666,02	650,00	1.978,00	24,29	6,99	1.300,00
2	3.914,47	994,47	725,00	2.195,00	10,70	0,49	1.300,00	3.945,73	1.185,73	500,00	2.260,00	11,40	1,29	1.300,00
3	3.575,71	828,71	750,00	1.997,00	24,17	0,08	1.300,00	3.655,64	1.210,64	350,00	2.095,00	25,83	2,32	1.300,00
4	3.892,36	1.368,36	525,00	1.999,00	3,03	2,34	1.300,00	3.947,22	1.060,22	750,00	2.137,00	4,38	3,78	1.300,00
5	3.758,01	1.229,01	625,00	1.904,00	15,65	0,00	1.300,00	3.857,56	1.360,56	475,00	2.022,00	17,83	2,65	1.300,00
6	4.100,74	1.295,74	725,00	2.080,00	8,22	0,00	1.300,00	4.153,98	1.242,98	725,00	2.186,00	9,39	1,30	1.300,00
7	3.841,62	1.218,62	375,00	2.248,00	15,26	0,63	1.300,00	3.842,32	1.163,32	375,00	2.304,00	15,27	0,65	1.300,00
8	4.643,83	1.660,83	775,00	2.208,00	18,74	0,00	1.300,00	4.963,17	1.649,17	775,00	2.539,00	23,97	6,88	1.300,00
9	3.809,00	822,00	575,00	2.412,00	11,91	0,58	1.300,00	3.786,86	774,86	600,00	2.412,00	11,40	0,00	1.300,00
10	4.316,31	1.111,31	750,00	2.455,00	12,86	1,68	1.300,00	4.547,67	1.538,67	525,00	2.484,00	17,30	7,13	1.300,00
11	5.419,49	2.390,49	1.000,00	2.029,00	34,84	0,12	1.300,00	5.250,37	1.937,37	1.225,00	2.088,00	32,74	-3,01	1.300,00
12	6.842,92	2.606,92	1.500,00	2.736,00	38,99	-0,15	1.300,00	7.316,13	2.808,13	1.400,00	3.108,00	42,94	6,75	1.300,00
13	6.930,30	3.381,30	1.350,00	2.199,00	34,28	2,43	1.300,00	6.891,26	3.048,26	1.475,00	2.368,00	33,90	1,85	1.300,00
14	6.355,20	1.874,20	1.150,00	3.331,00	43,99	6,21	1.300,00	6.336,53	1.830,53	1.175,00	3.331,00	43,82	5,90	1.300,00
15	4.256,45	1.594,45	875,00	1.787,00	21,20	-0,05	1.300,00	4.442,09	1.739,09	725,00	1.978,00	24,49	4,31	1.300,00
16	6.704,70	2.192,70	1.325,00	3.187,00	35,32	0,56	1.300,00	6.793,22	2.231,22	1.375,00	3.187,00	36,16	1,89	1.300,00
17	5.276,42	1.896,42	1.200,00	2.180,00	33,39	2,62	1.300,00	5.446,51	1.868,51	1.225,00	2.353,00	35,47	5,93	1.300,00
18	5.580,87	2.566,87	1.000,00	2.014,00	26,98	0,20	1.300,00	5.608,75	2.328,75	1.125,00	2.155,00	27,34	0,70	1.300,00
19	7.428,35	3.573,35	1.450,00	2.405,00	31,91	-1,40	1.300,00	7.465,87	3.500,87	1.450,00	2.515,00	32,25	-0,90	1.300,00
20	5.257,16	2.107,16	1.275,00	1.875,00	33,49	-1,27	1.300,00	5.396,00	2.213,00	1.200,00	1.983,00	35,20	1,34	1.300,00
21	5.436,56	1.926,56	800,00	2.710,00	18,54	0,48	1.300,00	5.551,13	1.735,13	950,00	2.866,00	20,22	2,60	1.300,00
22	3.972,29	1.390,29	475,00	2.107,00	20,47	0,00	1.300,00	4.276,21	1.377,21	475,00	2.424,00	26,12	7,65	1.300,00
23	4.412,30	1.636,30	800,00	1.976,00	13,15	0,31	1.300,00	4.647,41	1.548,41	800,00	2.299,00	17,54	5,66	1.300,00
24	4.852,70	1.698,70	500,00	2.654,00	16,86	0,00	1.300,00	4.876,28	1.721,28	500,00	2.655,00	17,26	0,49	1.300,00
25	4.089,10	1.134,10	700,00	2.255,00	22,94	-0,16	1.300,00	4.306,20	934,20	875,00	2.497,00	26,82	5,14	1.300,00
26	4.750,30	1.586,30	775,00	2.389,00	11,95	1,50	1.300,00	4.680,26	1.528,26	775,00	2.377,00	10,64	0,00	1.300,00
27	4.273,42	1.596,42	750,00	1.927,00	22,92	1,11	1.300,00	4.386,02	1.591,02	750,00	2.045,00	24,90	3,78	1.300,00
28	5.596,10	1.969,10	950,00	2.677,00	16,71	-0,05	1.300,00	5.633,24	1.967,24	950,00	2.716,00	17,26	0,61	1.300,00
29	4.480,47	1.571,47	1.000,00	1.909,00	14,42	0,19	1.300,00	4.785,34	1.883,34	825,00	2.077,00	19,87	7,01	1.300,00
30	5.028,19	1.767,19	1.025,00	2.236,00	26,12	3,20	1.300,00	4.872,25	1.711,25	925,00	2.236,00	23,75	0,00	1.300,00
31	7.322,48	3.824,48	1.325,00	2.173,00	37,39	3,93	1.300,00	7.143,31	3.387,31	1.600,00	2.156,00	35,82	1,39	1.300,00
32	7.535,49	4.090,49	1.225,00	2.220,00	40,99	3,47	1.300,00	7.690,99	3.497,99	1.450,00	2.743,00	42,18	5,60	1.300,00
33	8.003,61	3.551,61	1.850,00	2.602,00	40,40	0,72	1.300,00	8.065,84	3.638,84	1.825,00	2.602,00	40,86	1,50	1.300,00
34	6.182,61	2.657,61	1.700,00	1.825,00	35,39	1,41	1.300,00	6.381,67	2.920,67	1.575,00	1.877,00	37,40	4,67	1.300,00
35	7.526,42	3.543,42	1.925,00	2.058,00	32,96	0,16	1.300,00	7.911,23	3.629,23	1.725,00	2.557,00	36,22	5,28	1.300,00
36	7.082,38	3.204,38	1.550,00	2.328,00	33,21	-3,23	1.300,00	8.076,26	3.171,26	1.550,00	3.355,00	41,43	10,35	1.300,00
37	6.958,31	3.251,31	1.450,00	2.257,00	37,06	-2,75	1.300,00	7.770,70	3.067,70	1.875,00	2.828,00	43,64	8,60	1.300,00
38	7.171,74	3.450,74	1.625,00	2.096,00	34,77	-3,03	1.300,00	7.409,02	3.300,02	1.750,00	2.359,00	36,86	0,18	1.300,00
39	5.919,18	2.169,18	1.450,00	2.300,00	41,90	2,49	1.300,00	5.906,45	2.361,45	1.150,00	2.395,00	41,78	2,27	1.300,00
40	6.679,82	3.257,82	1.425,00	1.997,00	36,74	1,23	1.300,00	6.538,22	2.816,22	1.725,00	1.997,00	35,37	-0,91	1.300,00
Média	5.433,00	2.139,18	1.053,13	2.240,70	25,78	0,73	1.300,00	5.571,22	2.103,87	1.053,75	2.413,60	27,53	3,24	1.300,00

Tabela B.5: Resultados detalhados das heurísticas RFX3-H e RFX4-H para $n = 10$ clientes.

Exemplar	RFX5-H						RFX6-H							
	UB ^H	Estocagem	Trocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB ^H	Estocagem	Trocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
1	4.052,85	1.436,85	925,00	1.691,00	19,78	0,99	1.300,00	4.091,51	1.561,51	725,00	1.805,00	20,54	1,95	1.300,00
2	3.902,86	1.157,86	550,00	2.195,00	10,43	0,19	1.300,00	3.921,46	986,46	725,00	2.210,00	10,86	0,67	1.300,00
3	3.585,13	1.259,13	350,00	1.976,00	24,37	0,34	1.300,00	3.588,70	1.013,70	550,00	2.025,00	24,45	0,44	1.300,00
4	3.803,46	1.279,46	525,00	1.999,00	0,77	0,00	1.300,00	3.896,22	1.122,22	775,00	1.999,00	3,13	2,44	1.300,00
5	3.779,69	1.550,69	325,00	1.904,00	16,14	0,58	1.300,00	3.857,56	1.360,56	475,00	2.022,00	17,83	2,65	1.300,00
6	4.128,22	1.235,22	725,00	2.168,00	8,83	0,67	1.300,00	4.074,22	1.269,22	725,00	2.080,00	7,62	-0,65	1.300,00
7	3.817,56	1.160,56	375,00	2.282,00	14,72	0,00	1.300,00	3.817,56	1.160,56	375,00	2.282,00	14,72	0,00	1.300,00
8	4.667,85	1.684,85	775,00	2.208,00	19,16	0,52	1.300,00	4.668,97	1.685,97	775,00	2.208,00	19,18	0,54	1.300,00
9	3.786,86	774,86	600,00	2.412,00	11,40	0,00	1.300,00	3.786,86	774,86	600,00	2.412,00	11,40	0,00	1.300,00
10	4.257,56	1.127,56	675,00	2.455,00	11,66	0,30	1.300,00	4.259,92	1.129,92	675,00	2.455,00	11,71	0,35	1.300,00
11	5.252,59	2.217,59	1.050,00	1.985,00	32,77	-2,96	1.300,00	5.496,04	2.010,04	1.225,00	2.261,00	35,75	1,53	1.300,00
12	7.019,47	2.986,47	1.225,00	2.808,00	40,53	2,42	1.300,00	7.077,82	2.736,82	1.550,00	2.791,00	41,02	3,27	1.300,00
13	6.775,12	2.726,12	1.850,00	2.199,00	32,77	0,13	1.300,00	7.298,96	2.765,96	1.850,00	2.683,00	37,60	7,87	1.300,00
14	6.110,51	1.850,51	1.250,00	3.010,00	41,74	2,12	1.300,00	5.873,23	1.670,23	1.450,00	2.753,00	39,39	-1,84	1.300,00
15	4.407,21	1.720,21	900,00	1.787,00	23,90	3,49	1.300,00	4.260,97	1.748,97	725,00	1.787,00	21,28	0,06	1.300,00
16	6.802,79	2.193,79	1.450,00	3.159,00	36,25	2,03	1.300,00	6.713,09	2.026,09	1.500,00	3.187,00	35,40	0,69	1.300,00
17	5.340,27	1.973,27	1.100,00	2.267,00	34,19	3,86	1.300,00	5.604,86	1.634,86	1.675,00	2.295,00	37,29	9,01	1.300,00
18	5.653,47	2.255,47	1.275,00	2.123,00	27,92	1,50	1.300,00	5.987,54	2.048,54	1.550,00	2.389,00	31,94	7,50	1.300,00
19	7.699,59	3.324,59	1.675,00	2.700,00	34,31	2,20	1.300,00	7.442,99	3.519,99	1.475,00	2.448,00	32,04	-1,20	1.300,00
20	5.357,69	2.108,69	1.375,00	2.856,00	20,98	2,41	1.300,00	5.436,74	2.075,74	1.325,00	2.036,00	35,69	2,10	1.300,00
21	5.541,13	1.735,13	950,00	2.856,00	34,74	0,62	1.300,00	5.410,53	1.743,53	950,00	2.717,00	18,15	0,00	1.300,00
22	3.998,22	1.241,22	650,00	2.107,00	20,99	0,65	1.300,00	3.970,91	1.388,91	475,00	2.107,00	20,44	-0,03	1.300,00
23	4.378,68	1.574,68	800,00	2.004,00	12,48	-0,45	1.300,00	4.376,42	1.572,42	800,00	2.004,00	12,44	-0,50	1.300,00
24	4.959,75	1.796,75	500,00	2.663,00	18,65	2,21	1.300,00	5.021,09	1.592,09	650,00	2.779,00	19,65	3,47	1.300,00
25	4.057,62	1.125,62	700,00	2.232,00	22,34	-0,93	1.300,00	4.157,30	1.187,30	700,00	2.270,00	24,20	1,51	1.300,00
26	4.696,54	1.294,54	1.025,00	2.377,00	10,94	0,35	1.300,00	4.796,40	1.336,40	1.050,00	2.410,00	12,80	2,48	1.300,00
27	4.213,14	1.587,14	750,00	1.876,00	21,82	-0,31	1.300,00	4.351,34	1.575,34	825,00	1.951,00	24,30	2,96	1.300,00
28	5.641,74	2.011,74	950,00	2.680,00	17,38	0,77	1.300,00	5.591,24	2.036,24	925,00	2.630,00	16,64	-0,14	1.300,00
29	4.541,79	1.824,79	900,00	1.817,00	15,57	1,56	1.300,00	4.688,52	1.826,52	875,00	1.987,00	18,22	4,84	1.300,00
30	4.897,02	1.736,02	925,00	2.236,00	24,14	0,51	1.300,00	4.916,75	1.905,75	775,00	2.236,00	24,44	0,91	1.300,00
31	7.460,43	3.474,43	1.950,00	2.036,00	38,55	5,89	1.300,00	7.238,53	3.188,53	1.875,00	2.175,00	36,67	2,74	1.300,00
32	7.563,56	3.276,56	1.875,00	2.412,00	41,21	3,86	1.300,00	7.447,88	3.076,88	1.875,00	2.496,00	40,30	2,27	1.300,00
33	8.253,81	4.004,81	1.675,00	2.574,00	42,21	3,87	1.300,00	8.107,48	3.467,48	2.250,00	2.300,00	41,16	2,02	1.300,00
34	6.296,13	2.771,13	1.700,00	1.825,00	36,55	3,27	1.300,00	6.401,85	2.488,85	1.900,00	2.013,00	37,60	5,00	1.300,00
35	7.923,22	3.940,22	1.775,00	2.208,00	36,32	5,44	1.300,00	7.623,56	3.640,56	1.750,00	2.233,00	33,82	1,45	1.300,00
36	7.494,19	3.804,19	1.300,00	2.390,00	36,88	2,40	1.300,00	7.210,17	2.907,17	1.900,00	2.403,00	34,39	-1,48	1.300,00
37	7.145,88	3.138,88	1.750,00	2.257,00	38,71	-0,13	1.300,00	7.287,19	2.911,19	1.825,00	2.551,00	39,90	1,85	1.300,00
38	7.503,40	3.357,40	1.825,00	2.321,00	37,65	1,45	1.300,00	7.403,30	3.192,30	1.775,00	2.436,00	36,81	0,10	1.300,00
39	5.756,55	2.003,55	1.475,00	2.278,00	40,26	-0,33	1.300,00	5.889,91	2.121,91	1.300,00	2.468,00	41,61	1,98	1.300,00
40	6.925,69	3.174,69	1.625,00	2.126,00	38,99	4,96	1.300,00	6.666,40	2.740,40	1.800,00	2.426,00	36,62	1,03	1.300,00
Média	5.486,23	2.122,43	1.101,88	2.261,93	26,20	1,41	1.300,00	5.492,80	2.005,05	1.175,00	2.312,75	26,47	1,75	1.300,00

Tabela B.6: Resultados detalhados das heurísticas RFX5-H e RFX6-H para $n = 10$ clientes.

Exemplar	RFX1-H							RFX2-H						
	UB#	Estocagem	Tocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB#	Estocagem	Tocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
41	3.975,30	986,30	325,00	2.664,00	26,66	0,23	2.850,00	4.457,79	885,79	500,00	3.072,00	34,60	12,39	2.850,00
42	5.753,20	1.630,20	975,00	3.148,00	27,38	2,26	2.850,00	5.501,82	1.690,82	825,00	2.986,00	24,06	-2,20	2.850,00
43	5.023,99	1.559,99	1.075,00	2.389,00	28,11	6,48	2.850,00	4.880,19	2.082,19	725,00	2.123,00	25,99	3,43	2.850,00
44	5.934,48	2.088,48	950,00	2.896,00	28,15	5,62	2.850,00	5.817,88	2.147,88	950,00	2.720,00	26,71	3,55	2.850,00
45	5.301,02	1.942,02	900,00	2.459,00	34,81	0,05	2.850,00	5.355,10	1.955,10	925,00	2.475,00	35,47	1,07	2.850,00
46	5.405,17	1.699,17	975,00	2.731,00	34,77	-1,11	2.850,00	5.299,77	1.798,77	825,00	2.676,00	33,47	-3,04	2.850,00
47	5.731,01	1.825,01	925,00	2.981,00	29,85	7,22	2.850,00	5.434,10	1.795,10	950,00	2.689,00	26,02	1,67	2.850,00
48	5.867,74	1.772,74	875,00	3.220,00	22,51	0,79	2.850,00	5.759,03	1.775,03	875,00	3.109,00	21,05	-1,08	2.850,00
49	6.719,94	2.316,94	925,00	3.478,00	28,18	10,37	2.850,00	5.886,74	2.333,74	875,00	2.678,00	18,02	-3,32	2.850,00
50	4.894,73	1.485,73	950,00	2.459,00	21,14	2,81	2.850,00	4.781,76	1.763,76	800,00	2.218,00	19,28	0,44	2.850,00
51	8.136,48	2.717,48	1.675,00	3.744,00	47,01	-7,05	2.850,00	8.228,27	2.538,27	1.825,00	3.865,00	47,60	-6,00	2.850,00
52	6.001,69	1.941,69	1.175,00	2.885,00	43,30	4,18	2.850,00	5.790,48	2.020,48	1.125,00	2.645,00	41,23	0,51	2.850,00
53	5.523,52	1.735,52	925,00	2.863,00	53,41	0,72	2.850,00	4.969,16	1.400,16	1.150,00	2.419,00	48,21	-9,39	2.850,00
54	6.689,24	1.873,24	1.625,00	3.191,00	50,48	7,09	2.850,00	5.758,39	2.016,39	1.375,00	2.367,00	42,48	-7,81	2.850,00
55	6.596,27	2.379,27	1.500,00	2.717,00	50,04	-9,30	2.850,00	5.948,75	2.255,75	1.450,00	2.243,00	44,60	-18,21	2.850,00
56	7.157,38	2.909,38	1.750,00	2.498,00	39,23	-17,52	2.850,00	7.032,90	3.029,90	1.575,00	2.428,00	38,15	-18,96	2.850,00
57	7.834,18	2.465,18	1.925,00	3.444,00	47,62	5,51	2.850,00	7.399,79	2.536,79	1.700,00	3.163,00	44,55	-0,34	2.850,00
58	8.519,94	2.682,94	1.550,00	4.287,00	50,14	18,20	2.850,00	7.139,50	2.798,50	1.525,00	2.816,00	40,50	-0,95	2.850,00
59	6.493,06	2.757,06	1.450,00	2.286,00	46,69	-6,15	2.850,00	6.232,31	2.505,31	1.625,00	2.102,00	44,46	-9,92	2.850,00
60	6.614,82	1.974,82	1.175,00	3.465,00	43,05	3,06	2.850,00	6.305,01	1.890,01	1.175,00	3.240,00	40,25	-1,76	2.850,00
61	6.629,93	2.435,93	1.775,00	3.219,00	35,25	3,33	2.850,00	6.359,28	2.474,28	925,00	2.960,00	32,49	-0,89	2.850,00
62	-	-	-	-	-	-	2.850,00	5.244,70	1.766,70	825,00	2.653,00	28,94	-5,88	2.850,00
63	6.170,52	2.264,52	1.125,00	2.781,00	38,54	5,53	2.850,00	5.862,00	2.325,00	1.000,00	2.537,00	35,30	0,25	2.850,00
64	7.094,52	3.254,52	1.200,00	2.640,00	30,72	0,98	2.850,00	6.944,01	3.516,01	975,00	2.453,00	29,22	-1,16	2.850,00
65	7.424,30	2.316,30	1.500,00	3.608,00	36,24	15,86	2.850,00	6.435,30	2.630,30	1.125,00	2.680,00	26,44	0,42	2.850,00
66	6.547,46	2.258,46	1.175,00	3.114,00	35,57	2,58	2.850,00	6.352,90	2.355,90	975,00	3.022,00	33,60	-0,47	2.850,00
67	5.814,22	2.646,22	850,00	2.318,00	25,72	0,78	2.850,00	5.856,18	2.664,18	900,00	2.292,00	26,25	1,51	2.850,00
68	5.716,76	2.086,76	1.000,00	2.630,00	32,44	-0,08	2.850,00	5.452,44	2.397,44	725,00	2.330,00	29,16	-4,70	2.850,00
69	4.162,38	1.012,38	600,00	2.550,00	13,13	1,15	2.850,00	4.239,13	1.071,13	575,00	2.593,00	14,70	3,01	2.850,00
70	4.923,85	2.216,85	600,00	2.107,00	23,79	0,58	2.850,00	4.682,04	1.842,04	950,00	1.890,00	19,85	-4,36	2.850,00
71	8.857,20	3.781,20	2.125,00	2.951,00	47,37	1,51	2.850,00	8.461,44	3.584,44	1.950,00	2.927,00	44,91	-3,02	2.850,00
72	8.282,59	3.944,59	1.725,00	2.513,00	41,33	-1,82	2.850,00	8.378,91	3.358,91	2.375,00	2.608,00	42,01	-0,68	2.850,00
73	8.566,14	3.352,14	1.700,00	3.514,00	45,53	0,26	2.850,00	8.157,65	4.064,65	1.175,00	2.918,00	42,80	-4,52	2.850,00
74	8.463,62	3.710,62	1.950,00	2.803,00	36,88	-22,89	2.850,00	8.052,39	3.628,39	1.900,00	2.524,00	33,65	-26,63	2.850,00
75	8.977,39	3.804,39	2.025,00	3.148,00	49,87	-	2.850,00	8.327,37	3.798,37	1.700,00	2.829,00	45,95	-	2.850,00
76	6.693,08	2.132,08	1.775,00	2.786,00	47,06	-2,07	2.850,00	6.043,23	2.260,23	1.525,00	2.258,00	41,37	-11,58	2.850,00
77	8.490,78	3.895,78	1.550,00	3.045,00	42,49	-	2.850,00	8.084,65	4.106,65	1.450,00	2.528,00	39,60	-	2.850,00
78	9.493,16	4.223,16	2.175,00	3.095,00	44,28	-6,99	2.850,00	8.739,77	4.148,77	2.225,00	2.386,00	39,62	-14,18	2.850,00
79	9.030,14	3.897,14	1.850,00	3.283,00	45,49	2,91	2.850,00	8.833,92	3.792,92	2.175,00	2.866,00	44,28	0,67	2.850,00
80	7.740,57	3.280,57	2.125,00	2.335,00	45,18	-6,37	2.850,00	7.612,62	3.906,62	1.575,00	2.131,00	44,26	-7,92	2.850,00
Média	6.750,05	2.493,76	1.326,92	2.929,36	37,68	0,78	2.850,00	6.402,97	2.522,49	1.245,00	2.635,48	34,78	-3,69	2.850,00

Tabela B.7: Resultados detalhados das heurísticas RFX1-H e RFX2-H para $n = 15$ clientes.

Exemplar	RFX3-H						RFX4-H							
	UB ^H	Estocagem	Trocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB ^H	Estocagem	Trocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
41	3.963,35	1.020,35	325,00	2.618,00	26,44	-0,08	2.850,00	4.111,08	828,08	500,00	2.783,00	29,08	3,65	2.850,00
42	5.673,70	1.606,70	1.050,00	3.017,00	26,36	0,85	2.850,00	6.477,48	1.694,48	825,00	3.958,00	35,50	15,14	2.850,00
43	4.699,54	1.787,54	825,00	2.087,00	23,15	-0,40	2.850,00	5.029,79	1.656,79	850,00	2.523,00	28,19	6,60	2.850,00
44	5.617,84	2.228,84	875,00	2.514,00	24,10	-0,01	2.850,00	5.556,00	2.013,00	800,00	2.743,00	23,26	-1,12	2.850,00
45	5.086,06	2.013,06	925,00	2.148,00	32,05	-4,01	2.850,00	5.648,90	2.031,90	900,00	2.717,00	38,82	6,61	2.850,00
46	5.257,85	1.817,85	850,00	2.590,00	32,94	-3,81	2.850,00	5.749,09	1.810,09	825,00	3.114,00	38,67	5,18	2.850,00
47	5.523,05	2.064,05	725,00	2.734,00	27,21	3,33	2.850,00	5.957,27	1.994,27	725,00	3.238,00	32,51	11,46	2.850,00
48	5.830,66	1.822,66	875,00	3.133,00	22,02	0,15	2.850,00	6.083,99	1.858,99	875,00	3.350,00	25,26	4,50	2.850,00
49	6.318,94	2.237,94	950,00	3.131,00	23,63	3,78	2.850,00	6.119,74	2.234,74	875,00	3.010,00	21,14	0,51	2.850,00
50	4.894,73	1.485,73	950,00	2.459,00	21,14	2,81	2.850,00	4.818,70	1.537,70	950,00	2.331,00	19,89	1,21	2.850,00
51	7.705,78	2.713,78	1.825,00	3.167,00	44,05	-11,97	2.850,00	-	-	-	-	-	-	2.850,00
52	5.545,04	2.003,04	1.150,00	2.392,00	38,63	-3,75	2.850,00	6.211,44	2.055,44	1.000,00	3.156,00	45,21	7,82	2.850,00
53	4.936,32	1.471,32	1.050,00	2.415,00	47,86	-9,99	2.850,00	-	-	-	-	-	-	2.850,00
54	5.708,70	2.018,70	1.375,00	2.315,00	41,98	-8,60	2.850,00	-	-	-	-	-	-	2.850,00
55	5.932,48	2.386,48	1.275,00	2.271,00	44,45	-18,43	2.850,00	6.405,12	2.391,12	1.275,00	2.739,00	48,55	-11,93	2.850,00
56	7.118,34	2.847,34	1.825,00	2.446,00	38,89	-17,97	2.850,00	7.318,22	2.688,22	1.825,00	2.805,00	40,56	-15,67	2.850,00
57	7.455,49	2.501,49	1.725,00	3.229,00	44,96	0,41	2.850,00	8.059,68	3.053,68	1.400,00	3.606,00	49,09	8,54	2.850,00
58	7.054,25	3.059,25	1.250,00	2.745,00	39,78	-2,13	2.850,00	8.596,25	2.720,25	1.675,00	4.201,00	50,58	19,26	2.850,00
59	6.122,98	2.745,98	1.275,00	2.102,00	43,47	-11,50	2.850,00	7.360,30	2.213,30	1.825,00	3.322,00	52,97	6,38	2.850,00
60	6.278,03	2.213,03	875,00	3.190,00	40,00	-2,18	2.850,00	5.943,05	2.003,05	1.075,00	2.805,00	36,61	-7,40	2.850,00
61	6.428,48	2.384,48	925,00	3.119,00	33,22	0,19	2.850,00	6.818,74	2.170,74	1.150,00	3.498,00	37,04	6,27	2.850,00
62	5.193,12	1.873,12	675,00	2.645,00	28,23	-6,80	2.850,00	5.312,04	1.854,04	675,00	2.783,00	29,84	-4,67	2.850,00
63	6.281,00	2.173,00	1.150,00	2.958,00	39,62	7,42	2.850,00	6.312,16	2.235,16	1.125,00	2.952,00	39,92	7,95	2.850,00
64	6.938,28	3.554,28	975,00	2.409,00	29,16	-1,25	2.850,00	7.121,48	2.713,48	1.450,00	2.958,00	30,99	1,36	2.850,00
65	6.553,99	2.868,99	950,00	2.735,00	27,77	2,28	2.850,00	7.057,87	2.408,87	1.100,00	3.549,00	32,93	10,14	2.850,00
66	6.559,48	2.733,48	775,00	3.051,00	35,69	2,77	2.850,00	6.818,64	2.185,64	1.175,00	3.458,00	38,13	6,83	2.850,00
67	5.811,35	2.692,35	850,00	2.269,00	25,69	0,73	2.850,00	5.968,63	2.343,63	1.075,00	2.550,00	27,64	3,46	2.850,00
68	6.009,44	2.410,44	750,00	2.849,00	35,73	5,04	2.850,00	5.759,56	2.032,56	900,00	2.827,00	32,94	0,67	2.850,00
69	4.115,19	1.035,19	575,00	2.505,00	12,13	0,00	2.850,00	4.677,00	939,00	725,00	3.013,00	22,69	13,65	2.850,00
70	4.917,06	2.427,06	600,00	1.890,00	23,68	0,44	2.850,00	5.225,33	1.945,33	775,00	2.505,00	28,18	6,74	2.850,00
71	8.473,96	3.954,96	1.925,00	2.594,00	44,99	-2,88	2.850,00	8.592,12	3.645,12	1.875,00	3.072,00	45,75	-1,53	2.850,00
72	8.286,91	3.521,91	2.175,00	2.590,00	41,36	-1,77	2.850,00	8.800,68	3.891,68	1.700,00	3.209,00	44,78	4,32	2.850,00
73	8.108,21	3.535,21	1.750,00	2.823,00	42,45	-5,10	2.850,00	8.451,64	3.268,64	2.000,00	3.183,00	44,79	-1,08	2.850,00
74	8.444,83	4.327,83	1.425,00	2.692,00	36,74	-23,06	2.850,00	-	-	-	-	-	-	2.850,00
75	7.935,47	3.555,47	1.675,00	2.705,00	43,29	-	2.850,00	-	-	-	-	-	-	2.850,00
76	6.199,24	2.337,24	1.525,00	2.337,00	42,85	-9,30	2.850,00	6.798,94	2.309,94	1.600,00	2.889,00	47,89	-0,52	2.850,00
77	8.681,93	3.972,93	1.600,00	3.109,00	43,76	-	2.850,00	8.556,38	3.733,38	1.750,00	3.073,00	42,93	-	2.850,00
78	8.509,48	4.220,48	2.000,00	2.289,00	37,84	-16,63	2.850,00	-	-	-	-	-	-	2.850,00
79	8.853,17	4.243,17	1.650,00	2.960,00	44,40	0,89	2.850,00	9.996,85	4.108,85	1.625,00	4.263,00	50,76	13,92	2.850,00
80	7.967,74	4.635,74	1.275,00	2.057,00	46,74	-3,62	2.850,00	9.158,56	3.236,56	2.125,00	3.797,00	53,67	10,78	2.850,00
Média	6.424,79	2.612,56	1.180,00	2.632,23	34,96	-3,53	2.850,00	6.672,73	2.347,29	1.206,62	3.118,82	37,26	4,21	2.850,00

Tabela B.8: Resultados detalhados das heurísticas RFX3-H e RFX4-H para $n = 15$ clientes.

Exemplar	RFX5-H							RFX6-H						
	UB#	Estocagem	Tocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB#	Estocagem	Tocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
41	3.952,30	986,30	325,00	2.641,00	26,23	-0,35	2.850,00	4.055,35	834,35	500,00	2.721,00	28,11	2,24	2.850,00
42	5.559,70	1.655,70	850,00	3.054,00	24,85	-1,17	2.850,00	5.706,18	1.737,18	850,00	3.119,00	26,78	1,43	2.850,00
43	4.667,85	1.657,85	825,00	2.185,00	22,62	-1,07	2.850,00	4.638,91	1.557,91	1.000,00	2.081,00	22,14	-1,68	2.850,00
44	5.943,04	2.222,04	800,00	2.921,00	28,26	5,77	2.850,00	5.613,92	2.062,92	850,00	2.701,00	24,05	-0,08	2.850,00
45	5.223,34	1.937,34	900,00	2.386,00	33,84	-1,42	2.850,00	5.250,54	1.659,54	1.275,00	2.316,00	34,18	-0,91	2.850,00
46	5.703,68	1.801,68	850,00	3.052,00	38,18	4,35	2.850,00	5.513,46	1.698,46	975,00	2.840,00	36,05	0,87	2.850,00
47	5.356,93	1.777,93	925,00	2.654,00	24,95	0,22	2.850,00	5.334,31	1.763,31	925,00	2.646,00	24,63	-0,20	2.850,00
48	5.810,92	1.822,92	850,00	3.138,00	21,75	-0,19	2.850,00	5.768,05	1.774,05	875,00	3.119,00	21,17	-0,92	2.850,00
49	6.068,52	2.234,52	875,00	2.959,00	20,48	-0,33	2.850,00	6.003,70	2.031,70	1.150,00	2.822,00	19,62	-1,40	2.850,00
50	4.885,69	1.703,69	750,00	2.432,00	20,99	2,62	2.850,00	4.954,69	1.515,69	950,00	2.489,00	22,09	4,07	2.850,00
51	7.941,73	3.061,73	1.450,00	3.430,00	45,71	-9,28	2.850,00	8.176,66	2.854,66	1.625,00	3.697,00	47,27	-6,59	2.850,00
52	5.939,62	1.857,62	1.325,00	2.757,00	42,71	3,10	2.850,00	5.793,41	1.800,41	1.250,00	2.743,00	41,26	0,56	2.850,00
53	5.197,72	1.563,72	1.050,00	2.584,00	50,48	-5,22	2.850,00	5.191,56	1.304,56	1.325,00	2.562,00	50,43	-5,33	2.850,00
54	5.994,44	2.413,44	975,00	2.606,00	44,74	-4,03	2.850,00	5.697,12	2.007,12	1.375,00	2.315,00	41,86	-8,79	2.850,00
55	6.035,53	2.368,53	1.475,00	2.192,00	45,40	-17,01	2.850,00	6.027,40	2.420,40	1.275,00	2.332,00	45,33	-17,12	2.850,00
56	7.024,43	3.540,43	1.075,00	2.409,00	38,08	-19,05	2.850,00	7.621,90	2.469,90	2.300,00	2.852,00	42,93	-12,17	2.850,00
57	7.784,85	2.938,85	1.425,00	3.421,00	47,29	4,84	2.850,00	7.190,96	2.465,96	1.725,00	3.000,00	42,94	-3,16	2.850,00
58	7.208,94	3.098,94	1.250,00	2.860,00	41,07	0,01	2.850,00	7.164,97	2.578,97	1.700,00	2.886,00	40,71	-0,60	2.850,00
59	6.672,53	3.246,53	1.100,00	2.326,00	48,13	-3,56	2.850,00	6.643,16	2.445,16	1.600,00	2.598,00	47,90	-3,98	2.850,00
60	6.404,73	1.966,73	1.175,00	3.263,00	41,18	-0,21	2.850,00	6.326,19	1.751,19	1.325,00	3.250,00	40,45	-1,43	2.850,00
61	6.483,84	2.411,84	1.000,00	3.072,00	33,79	1,05	2.850,00	5.900,79	2.180,79	1.150,00	2.570,00	27,25	-8,04	2.850,00
62	5.462,78	2.305,78	450,00	2.707,00	31,78	-1,96	2.850,00	5.352,78	1.831,78	675,00	2.846,00	30,37	-3,94	2.850,00
63	5.900,60	2.342,60	950,00	2.608,00	35,73	0,91	2.850,00	5.831,00	2.174,00	1.125,00	2.532,00	34,96	-0,28	2.850,00
64	7.765,04	2.991,04	1.450,00	3.324,00	36,71	10,52	2.850,00	7.108,76	2.988,76	1.400,00	2.720,00	30,86	1,18	2.850,00
65	6.596,42	2.605,42	1.125,00	2.866,00	28,24	2,94	2.850,00	6.726,66	2.560,66	1.125,00	3.041,00	29,63	4,97	2.850,00
66	6.576,13	2.453,13	1.025,00	3.098,00	35,85	3,03	2.850,00	6.516,54	2.311,54	975,00	3.230,00	35,27	2,10	2.850,00
67	5.911,91	2.652,91	950,00	2.309,00	26,95	2,47	2.850,00	5.865,08	2.716,08	900,00	2.249,00	26,37	1,66	2.850,00
68	6.252,16	2.198,16	975,00	3.079,00	38,23	9,28	2.850,00	5.650,64	1.913,64	1.075,00	2.662,00	31,65	-1,23	2.850,00
69	4.313,85	1.308,85	400,00	2.605,00	16,18	4,83	2.850,00	4.212,47	1.019,47	600,00	2.593,00	14,16	2,36	2.850,00
70	4.725,44	2.060,44	775,00	1.890,00	20,59	-3,47	2.850,00	5.487,10	1.670,10	1.200,00	2.617,00	31,61	12,08	2.850,00
71	8.402,11	3.685,11	2.125,00	2.592,00	44,52	-3,70	2.850,00	8.573,02	3.362,02	2.250,00	2.961,00	45,63	-1,74	2.850,00
72	8.459,65	3.571,65	1.125,00	2.763,00	42,56	0,27	2.850,00	8.254,99	3.471,99	1.950,00	2.833,00	41,13	-2,15	2.850,00
73	8.811,15	3.949,15	1.600,00	3.262,00	47,04	3,13	2.850,00	8.373,95	3.302,95	1.925,00	3.146,00	44,28	-1,99	2.850,00
74	8.684,60	4.027,60	1.600,00	3.057,00	38,48	-20,87	2.850,00	8.202,51	3.474,51	2.050,00	2.678,00	34,87	-25,26	2.850,00
75	9.289,23	3.770,23	1.750,00	3.769,00	51,55	-	2.850,00	8.937,45	3.453,45	1.950,00	3.534,00	49,64	-	2.850,00
76	6.360,42	2.514,42	1.500,00	2.346,00	44,29	-6,94	2.850,00	6.706,99	2.082,99	1.750,00	2.874,00	47,17	-1,87	2.850,00
77	8.607,03	3.685,03	1.900,00	3.022,00	43,27	-	2.850,00	8.345,32	3.424,32	2.075,00	2.846,00	41,49	-	2.850,00
78	8.926,18	4.334,18	1.825,00	2.767,00	40,74	-12,55	2.850,00	9.127,58	3.765,58	2.575,00	2.787,00	42,05	-10,57	2.850,00
79	10.051,49	4.301,49	2.025,00	3.725,00	51,03	14,55	2.850,00	8.589,17	3.730,17	2.025,00	2.834,00	42,69	-2,12	2.850,00
80	8.124,83	3.394,83	2.050,00	2.680,00	47,77	-1,72	2.850,00	8.065,10	3.325,10	2.050,00	2.690,00	47,38	-2,45	2.850,00
Média	6.627,03	2.610,51	1.196,25	2.820,28	36,56	-1,06	2.850,00	6.512,51	2.337,33	1.391,88	2.783,30	35,71	-2,43	2.850,00

Tabela B.9: Resultados detalhados das heurísticas RFX5-H e RFX6-H para $n = 15$ clientes.

Exemplar	RFX1-H						RFX2-H							
	UB ^H	Estocagem	Trocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB ^H	Estocagem	Trocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
81	-	-	-	-	-	-	4.800,00	6.696,92	2.414,92	1.225,00	3.057,00	31,77	0,05	4.800,00
82	-	-	-	-	-	-	4.800,00	6.117,89	2.576,89	750,00	2.791,00	35,92	-20,24	4.800,00
83	-	-	-	-	-	-	4.800,00	5.497,67	2.139,67	950,00	2.408,00	41,12	-16,18	4.800,00
84	6.046,28	1.848,28	800,00	3.398,00	49,20	-	4.800,00	5.512,63	1.532,63	975,00	3.005,00	44,28	-	4.800,00
85	6.138,48	2.312,48	1.150,00	2.676,00	42,38	-	4.800,00	6.042,54	2.350,54	975,00	2.717,00	41,47	-	4.800,00
86	6.715,70	2.424,70	1.250,00	3.041,00	30,12	9,86	4.800,00	6.403,00	2.348,00	1.300,00	2.755,00	26,71	4,74	4.800,00
87	7.030,48	2.941,48	625,00	3.464,00	37,52	9,47	4.800,00	6.519,59	2.619,59	850,00	3.050,00	32,62	1,51	4.800,00
88	6.341,75	1.872,75	1.025,00	3.444,00	39,43	-44,43	4.800,00	6.061,25	2.041,25	850,00	3.170,00	36,63	-46,88	4.800,00
89	5.814,14	1.938,14	900,00	2.976,00	40,06	-6,47	4.800,00	5.340,28	1.733,28	875,00	2.732,00	34,74	-14,09	4.800,00
90	6.804,16	2.019,16	1.125,00	3.660,00	40,89	8,65	4.800,00	6.674,88	2.263,88	950,00	3.461,00	39,75	6,59	4.800,00
91	-	-	-	-	-	-	4.800,00	7.759,33	2.731,33	1.800,00	3.228,00	41,33	-	4.800,00
92	7.319,51	2.828,51	1.825,00	2.666,00	46,13	-	4.800,00	7.862,74	3.003,74	1.925,00	2.934,00	49,85	-	4.800,00
93	-	-	-	-	-	-	4.800,00	8.242,71	2.699,71	1.550,00	3.993,00	45,53	-	4.800,00
94	-	-	-	-	-	-	4.800,00	8.273,61	2.534,61	1.575,00	4.164,00	50,47	-	4.800,00
95	-	-	-	-	-	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00
96	9.627,15	4.541,15	2.075,00	3.011,00	39,32	-	4.800,00	9.175,71	4.745,71	1.825,00	2.605,00	36,33	-	4.800,00
97	9.355,53	3.052,53	2.325,00	3.978,00	53,65	10,32	4.800,00	8.615,16	3.345,16	1.850,00	3.420,00	49,67	1,59	4.800,00
98	10.346,01	4.259,01	1.775,00	4.312,00	46,07	-5,68	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00
99	-	-	-	-	-	-	4.800,00	8.542,37	3.348,37	1.525,00	3.669,00	48,27	-2,90	4.800,00
100	8.669,03	3.369,03	1.600,00	3.700,00	44,02	-	4.800,00	8.400,75	3.747,75	1.575,00	3.078,00	42,23	-	4.800,00
101	-	-	-	-	-	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00
102	9.080,44	4.029,44	1.150,00	3.901,00	43,99	9,60	4.800,00	9.065,66	4.404,66	1.000,00	3.661,00	43,90	9,42	4.800,00
103	8.116,04	3.779,04	650,00	3.687,00	48,71	-0,72	4.800,00	7.481,46	3.047,46	825,00	3.609,00	44,36	-8,48	4.800,00
104	7.361,49	2.904,49	1.375,00	3.082,00	35,59	-18,84	4.800,00	7.225,19	2.900,19	1.375,00	2.950,00	34,38	-20,34	4.800,00
105	-	-	-	-	-	-	4.800,00	6.718,98	2.434,98	1.150,00	3.134,00	35,76	-5,05	4.800,00
106	8.451,84	3.371,84	1.400,00	3.680,00	44,64	-	4.800,00	7.936,59	3.285,59	1.200,00	3.451,00	41,04	-	4.800,00
107	6.008,61	2.159,61	925,00	2.924,00	48,27	-16,81	4.800,00	6.334,46	2.239,46	950,00	3.145,00	50,93	-12,29	4.800,00
108	7.638,58	2.766,58	1.175,00	3.697,00	41,49	-10,54	4.800,00	8.502,66	2.998,66	975,00	4.529,00	47,43	-0,42	4.800,00
109	-	-	-	-	-	-	4.800,00	6.736,31	2.663,31	850,00	3.223,00	39,40	-	4.800,00
110	8.470,19	3.287,19	1.300,00	3.883,00	44,78	6,01	4.800,00	7.967,78	3.627,78	1.100,00	3.240,00	41,29	-0,28	4.800,00
111	-	-	-	-	-	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00
112	11.638,37	6.071,37	2.100,00	3.467,00	37,83	-	4.800,00	11.827,21	7.326,21	1.750,00	2.751,00	38,82	-	4.800,00
113	12.894,57	6.230,57	2.525,00	4.139,00	27,40	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00
114	-	-	-	-	-	-	4.800,00	9.584,27	3.928,27	1.950,00	3.706,00	53,75	-	4.800,00
115	-	-	-	-	-	-	4.800,00	9.349,23	4.786,23	1.700,00	2.863,00	39,08	-	4.800,00
116	-	-	-	-	-	-	4.800,00	12.588,36	7.470,36	2.275,00	2.843,00	42,27	-1,84	4.800,00
117	10.885,58	4.932,58	2.525,00	3.428,00	43,82	-	4.800,00	11.847,76	5.565,76	2.275,00	4.007,00	48,38	-	4.800,00
118	-	-	-	-	-	-	4.800,00	11.236,05	6.113,05	2.225,00	2.898,00	33,69	-	4.800,00
119	10.494,10	4.967,10	1.675,00	3.852,00	26,46	5,45	4.800,00	10.534,40	5.499,40	1.800,00	3.235,00	26,74	5,86	4.800,00
120	13.285,48	7.157,48	2.100,00	4.028,00	47,99	-	4.800,00	12.268,33	7.135,33	2.500,00	2.883,00	43,68	-	4.800,00
Média	8.522,23	3.544,35	1.473,96	3.503,92	41,66	-3,15	4.800,00	8.141,25	3.531,54	1.399,29	3.210,43	40,96	-6,28	4.800,00

Tabela B.10: Resultados detalhados das heurísticas RFX1-H e RFX2-H para $n = 20$ clientes.

Exemplar	RFX3-H										RFX4-H									
	UB#	Estocagem	Trocass	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB#	Estocagem	Trocass	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)						
81	6.285,08	2.547,08	1.125,00	2.613,00	27,30	-6,10	4.800,00	6.890,92	2.428,92	1.025,00	3.437,00	33,69	2,95	4.800,00						
82	5.720,86	2.542,86	750,00	2.428,00	31,47	-25,41	4.800,00	6.586,92	2.518,92	750,00	3.318,00	40,48	-14,12	4.800,00						
83	5.392,30	1.967,30	1.075,00	2.350,00	39,97	-17,79	4.800,00	6.922,94	1.867,94	1.075,00	3.980,00	53,24	5,55	4.800,00						
84	5.546,99	1.519,99	950,00	3.077,00	44,63	-	4.800,00	6.377,82	1.518,82	950,00	3.909,00	51,84	-	4.800,00						
85	5.691,14	2.165,14	1.125,00	2.401,00	37,86	-	4.800,00	6.550,20	2.268,20	975,00	3.307,00	46,01	-	4.800,00						
86	7.116,85	2.574,85	1.025,00	3.517,00	34,06	16,42	4.800,00	7.460,00	2.646,00	1.075,00	3.739,00	37,10	22,04	4.800,00						
87	6.368,81	2.371,81	1.050,00	2.947,00	31,02	-0,83	4.800,00	7.096,86	2.066,86	1.200,00	3.830,00	38,10	10,50	4.800,00						
88	5.678,46	1.915,46	1.250,00	2.513,00	32,36	-50,24	4.800,00	6.820,97	1.764,97	1.075,00	3.981,00	43,69	-40,23	4.800,00						
89	5.452,42	1.960,42	750,00	2.742,00	36,08	-12,29	4.800,00	6.133,50	1.746,50	850,00	3.537,00	43,18	-1,33	4.800,00						
90	6.096,16	2.174,16	975,00	2.947,00	34,03	-2,66	4.800,00	6.818,04	2.130,04	950,00	3.738,00	41,01	8,87	4.800,00						
91	7.861,21	2.947,21	1.650,00	3.264,00	42,09	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
92	7.116,64	3.387,64	1.375,00	2.354,00	44,59	-	4.800,00	7.547,55	2.840,55	1.825,00	2.882,00	47,75	-	4.800,00						
93	-	-	-	-	-	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
94	-	-	-	-	-	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
95	8.341,48	3.814,48	1.350,00	3.177,00	40,65	-12,89	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
96	9.330,48	4.314,48	2.425,00	2.591,00	37,39	-	4.800,00	10.048,00	4.587,00	1.825,00	3.636,00	41,86	-	4.800,00						
97	8.147,28	3.133,28	1.950,00	3.064,00	46,78	-3,93	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
98	9.844,18	4.154,18	1.825,00	3.865,00	43,32	-10,25	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
99	8.842,77	3.042,77	1.875,00	3.925,00	50,02	0,51	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
100	8.119,05	4.022,05	1.250,00	2.847,00	40,22	-	4.800,00	11.523,65	4.930,65	2.350,00	4.243,00	57,88	-	4.800,00						
101	6.984,12	3.327,12	825,00	2.832,00	39,00	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
102	8.460,78	4.499,78	925,00	3.036,00	39,89	2,12	4.800,00	8.513,92	4.222,02	925,00	3.366,00	40,25	2,75	4.800,00						
103	6.923,05	2.563,05	1.000,00	3.360,00	39,87	-15,31	4.800,00	7.217,52	2.553,52	1.025,00	3.639,00	42,33	-11,71	4.800,00						
104	7.491,17	2.958,17	1.350,00	3.183,00	36,71	-17,41	4.800,00	7.655,93	2.730,93	1.325,00	3.600,00	38,07	-15,59	4.800,00						
105	-	-	-	-	-	-	4.800,00	7.156,59	2.363,59	1.150,00	3.643,00	39,68	1,13	4.800,00						
106	8.229,45	3.396,45	1.200,00	3.633,00	43,14	-	4.800,00	7.652,70	3.354,70	1.150,00	3.148,00	38,86	-	4.800,00						
107	6.320,73	2.329,73	800,00	3.191,00	50,82	-12,48	4.800,00	6.210,92	2.215,02	775,00	3.220,00	49,95	-14,02	4.800,00						
108	6.879,66	2.711,66	1.225,00	2.943,00	35,03	-19,42	4.800,00	7.183,62	2.783,62	1.200,00	3.200,00	37,78	-15,86	4.800,00						
109	6.781,45	2.426,45	875,00	3.480,00	39,80	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
110	7.972,15	3.072,15	1.500,00	3.400,00	41,33	-0,22	4.800,00	7.983,77	3.505,77	1.050,00	3.428,00	41,41	-0,08	4.800,00						
111	-	-	-	-	-	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
112	11.601,62	5.961,62	2.200,00	3.440,00	37,63	-	4.800,00	12.944,76	6.877,76	1.675,00	4.392,00	44,10	-	4.800,00						
113	12.886,85	6.569,85	2.500,00	3.817,00	27,36	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
114	8.799,31	3.947,31	1.950,00	2.902,00	49,63	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
115	9.481,96	4.662,96	1.775,00	3.044,00	39,93	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
116	12.149,13	7.978,13	1.675,00	2.496,00	40,19	-5,27	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
117	11.337,36	5.419,36	2.400,00	3.518,00	46,06	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
118	12.298,00	5.429,00	2.850,00	4.019,00	39,41	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
119	10.067,66	4.692,66	2.125,00	3.250,00	23,35	1,17	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
120	12.574,51	7.791,51	1.900,00	2.883,00	45,05	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00						
Média	8.171,98	3.619,23	1.468,06	3.084,69	39,11	-9,61	4.800,00	7.695,24	2.905,56	1.190,91	3.598,77	43,10	-3,94	4.800,00						

Tabela B.11: Resultados detalhados das heurísticas RFX3-H e RFX4-H para $n = 20$ clientes.

Exemplar	RFX5-H							RFX6-H						
	UB ^H	Estocagem	Trocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	UB ^H	Estocagem	Trocas	Roteamento	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)
81	-	-	-	-	-	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00
82	6.473,60	2.466,60	925,00	3.082,00	39,44	-15,60	4.800,00	6.137,60	2.519,60	875,00	2.743,00	36,13	-19,98	4.800,00
83	-	-	-	-	-	-	4.800,00	5.895,06	1.846,06	1.075,00	2.974,00	45,09	-10,13	4.800,00
84	7.081,57	1.687,57	950,00	4.444,00	56,63	-	4.800,00	5.759,10	1.522,10	950,00	3.287,00	46,67	-	4.800,00
85	6.380,29	2.341,29	1.175,00	2.864,00	44,57	-	4.800,00	6.240,44	2.301,44	1.100,00	2.639,00	43,33	-	4.800,00
86	6.258,55	2.560,55	1.025,00	2.673,00	25,02	2,38	4.800,00	6.481,35	2.424,35	1.250,00	2.807,00	27,60	6,03	4.800,00
87	6.920,09	2.652,09	875,00	3.393,00	36,52	7,75	4.800,00	6.656,80	2.200,80	1.250,00	3.206,00	34,01	3,65	4.800,00
88	5.655,23	1.983,23	1.075,00	2.597,00	32,08	-50,44	4.800,00	5.715,02	1.960,02	1.025,00	2.730,00	32,79	-49,92	4.800,00
89	5.471,28	1.744,28	875,00	2.852,00	36,31	-11,98	4.800,00	5.338,50	1.746,50	900,00	2.692,00	34,72	-14,12	4.800,00
90	6.704,40	2.337,40	900,00	3.467,00	40,01	7,06	4.800,00	6.444,16	2.041,16	1.125,00	3.278,00	37,59	2,90	4.800,00
91	-	-	-	-	-	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00
92	7.619,25	3.178,25	1.525,00	2.916,00	48,24	-	4.800,00	7.485,50	2.832,50	1.725,00	2.928,00	47,32	-	4.800,00
93	-	-	-	-	-	-	4.800,00	7.333,35	2.921,35	1.400,00	3.012,00	38,78	-	4.800,00
94	8.008,82	2.909,82	1.200,00	3.899,00	48,83	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00
95	8.347,59	3.038,59	2.275,00	3.034,00	40,69	-12,83	4.800,00	8.818,05	2.830,05	2.650,00	3.338,00	43,85	-7,92	4.800,00
96	12.361,59	5.617,59	2.350,00	4.394,00	52,74	-	4.800,00	10.728,34	4.589,34	1.975,00	4.164,00	45,54	-	4.800,00
97	8.692,38	3.101,38	1.975,00	3.616,00	50,12	2,50	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00
98	10.068,53	4.189,53	1.900,00	3.979,00	44,58	-8,21	4.800,00	10.314,02	3.686,02	2.300,00	4.328,00	45,90	-5,97	4.800,00
99	-	-	-	-	-	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00
100	8.467,78	3.561,78	1.850,00	3.056,00	42,68	-	4.800,00	8.008,53	3.528,53	1.575,00	2.905,00	39,40	-	4.800,00
101	7.675,08	2.714,08	1.275,00	3.686,00	44,49	-	4.800,00	7.139,42	2.811,42	1.075,00	3.253,00	40,33	-	4.800,00
102	9.374,14	3.894,14	1.300,00	4.180,00	45,74	13,14	4.800,00	8.420,16	4.111,16	1.075,00	3.234,00	39,60	1,63	4.800,00
103	-	-	-	-	-	-	4.800,00	7.416,42	2.621,42	975,00	3.820,00	43,87	-9,28	4.800,00
104	7.302,25	3.145,25	1.125,00	3.032,00	35,07	-19,49	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00
105	-	-	-	-	-	-	4.800,00	-	-	-	-	-	-	4.800,00
106	8.387,03	3.623,03	1.225,00	3.539,00	44,21	-	4.800,00	8.437,86	3.203,86	1.325,00	3.909,00	44,55	-	4.800,00
107	6.088,75	2.226,75	950,00	2.912,00	48,95	-15,70	4.800,00	6.796,16	1.909,16	1.125,00	3.762,00	54,26	-5,90	4.800,00
108	7.806,66	2.825,66	1.575,00	3.406,00	42,75	-8,57	4.800,00	7.431,76	2.353,76	1.550,00	3.528,00	39,86	-12,96	4.800,00
109	-	-	-	-	-	-	4.800,00	8.170,37	2.344,37	1.075,00	4.751,00	50,04	-	4.800,00
110	8.560,37	3.530,37	1.150,00	3.880,00	45,36	7,14	4.800,00	8.237,80	3.031,80	1.500,00	3.706,00	43,22	3,10	4.800,00
111	-	-	-	-	-	-	4.800,00	10.506,25	4.732,25	2.175,00	3.599,00	41,05	-0,69	4.800,00
112	13.107,42	7.140,42	1.575,00	4.392,00	44,80	-	4.800,00	12.296,55	6.111,55	2.075,00	4.110,00	41,16	-	4.800,00
113	-	-	-	-	-	-	4.800,00	11.955,14	6.097,14	2.475,00	3.383,00	21,70	-	4.800,00
114	-	-	-	-	-	-	4.800,00	8.592,10	3.499,10	2.100,00	2.993,00	48,41	-	4.800,00
115	-	-	-	-	-	-	4.800,00	9.984,40	3.875,40	2.550,00	3.559,00	42,96	-	4.800,00
116	-	-	-	-	-	-	4.800,00	12.396,02	6.357,02	2.225,00	3.814,00	41,38	-3,34	4.800,00
117	12.450,45	5.301,45	2.400,00	4.749,00	50,88	-	4.800,00	11.701,71	4.719,71	2.875,00	4.107,00	47,74	-	4.800,00
118	-	-	-	-	-	-	4.800,00	11.695,67	5.971,67	1.925,00	3.799,00	36,29	-	4.800,00
119	11.287,88	5.733,88	1.750,00	3.804,00	31,63	13,43	4.800,00	9.800,66	4.547,66	2.025,00	3.228,00	21,26	-1,52	4.800,00
120	-	-	-	-	-	-	4.800,00	12.307,56	5.599,56	2.575,00	4.133,00	43,86	-	4.800,00
Média	8.262,04	3.340,20	1.408,00	3.513,84	42,89	-5,96	4.800,00	8.504,30	3.425,69	1.632,58	3.446,03	40,61	-7,32	4.800,00

Tabela B.12: Resultados detalhados das heurísticas RFX5-H e RFX6-H para $n = 20$ clientes.

Apêndice C

Suplemento do Capítulo 6

C.1 Modelo LSMVRP-F2 com entregas fracionadas

O modelo LSMVRP-F2 com entregas fracionadas, descrito na Seção 6.1, é formulado como segue:

$$\min \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} h_a I_{at} + \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \hat{c}_{ab} z_{abt} + \sum_{r=1}^R \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^{n+1} c_{ij} w_{ijr} \quad (\text{C.1})$$

sujeito a:

$$I_{a,t-1} + x_{at} = \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{ap} Q_{prt} + I_{at}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{C.2})$$

$$I_{a,t-1} \geq \sum_{r=1}^R \sum_{p \in \mathcal{P}} \eta_{ap} Q_{prt}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{C.3})$$

$$I_{at} \geq I_a^{\min}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{C.4})$$

$$\sum_{a \in \mathcal{C}} \rho_a x_{at} + \sum_{a \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} \varsigma_{ab} z_{abt} \leq K_t, \quad t \in \mathcal{T}. \quad (\text{C.5})$$

$$x_{at} \leq \bar{M}_{at} \left(y_{at} + \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} z_{bat} \right), \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{C.6})$$

$$y_{at} + \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} z_{bat} = y_{a,t+1} + \sum_{\substack{b \in \mathcal{C} \\ b \neq a}} z_{abt}, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{C.7})$$

$$\sum_{a \in \mathcal{C}} y_{at} = 1, \quad t \in \mathcal{T}. \quad (\text{C.8})$$

$$\pi_{at} \geq \pi_{bt} + 1 - |\mathcal{C}| (1 - z_{bat}), \quad a \in \mathcal{C}, b \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{C.9})$$

$$\sum_{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}} w_{0jr} = 1, \quad r = 1, \dots, R. \quad (\text{C.10})$$

$$\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\}} w_{i(n+1)r} = 1, \quad r = 1, \dots, R. \quad (\text{C.11})$$

$$\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\}} \sum_{\substack{r=1 \\ i \neq j}}^R w_{ijr} \geq 1, \quad j \in \bar{\mathcal{C}}. \quad (\text{C.12})$$

$$\sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr} = \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{0\} \\ j \neq i}} w_{jir}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{C.13})$$

$$\sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0ir} \geq \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} w_{0i(r+1)}, \quad r = 1, \dots, R-1. \quad (\text{C.14})$$

$$Q_{prt} \leq \min \left\{ \left\lfloor \frac{\max_v \theta_v}{\varphi_p} \right\rfloor, \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} d_{pi} \right\} \phi_{0rt}, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{C.15})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{prt} = \sum_{i \in \bar{\mathcal{C}}} q_{pir}, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{C.16})$$

$$q_{pir} \leq d_{pi} \sum_{\substack{j \in \{\bar{\mathcal{C}}, n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr}, \quad p \in \mathcal{P}, i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R \quad (\text{C.17})$$

$$\sum_{r=1}^R q_{pir} = d_{pi}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, p \in \mathcal{P} \quad (\text{C.18})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{irt} = \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{C.19})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0rt} = 1 - w_{0(n+1)r}, \quad r = 1, \dots, R. \quad (\text{C.20})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0rt} = \sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{(n+1)rt}, \quad r = 1, \dots, R. \quad (\text{C.21})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \delta_{it} \phi_{irt} \leq \mu_{ir} \leq \sum_{t \in \mathcal{T}} \bar{\delta}_{it} \phi_{irt}, \quad i \in \mathcal{N}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{C.22})$$

$$\mu_{jr} \geq \mu_{0r} + \lambda \left(\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{p \in \mathcal{P}} \varphi_p Q_{prt} \right) + \tau_{0j} - M_{0j} (1 - w_{0jr}), \quad j \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{C.23})$$

$$\mu_{jr} \geq \mu_{ir} + \lambda \left(\sum_{p \in \mathcal{P}} \varphi_p q_{pir} \right) + \tau_{ij} - M_{ij} (1 - w_{ijr}), \quad \begin{matrix} i \in \bar{\mathcal{C}}, j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\}, \\ r = 1, \dots, R : i \neq j \end{matrix}. \quad (\text{C.24})$$

$$\mu_{ir} \leq \Delta_i \sum_{\substack{j \in \bar{\mathcal{C}} \cup \{n+1\} \\ j \neq i}} w_{ijr}, \quad i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{C.25})$$

$$\mu_{0s} \geq \mu_{(n+1)r} - \bar{\delta}_{(n+1)|\mathcal{T}|} \left(2 - \alpha_{rv} - \alpha_{sv} \right), \quad v \in \mathcal{V}, r, s = 1, \dots, R : r < s. \quad (\text{C.26})$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \varphi_p \left(\sum_{t \in \mathcal{T}} Q_{prt} \right) \leq \sum_{v \in \mathcal{V}} \theta_v \alpha_{rv}, \quad r = 1, \dots, R. \quad (\text{C.27})$$

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} \alpha_{rv} = \sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_{0rt}, \quad r = 1, \dots, R. \quad (\text{C.28})$$

$$x_{at}, I_{at}, \pi_{at} \geq 0, \quad a \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{C.29})$$

$$\mu_{ir} \geq 0, \quad i \in \mathcal{N}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{C.30})$$

$$Q_{prt} \geq 0, \quad p \in \mathcal{P}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{C.31})$$

$$q_{pir} \geq 0, \quad p \in \mathcal{P}, i \in \bar{\mathcal{C}}, r = 1, \dots, R \quad (\text{C.32})$$

$$y_{at}, z_{abt} \in \{0, 1\}, \quad a \in \mathcal{C}, b \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{C.33})$$

$$\phi_{irt} \in \{0, 1\}, \quad i \in \mathcal{N}, r = 1, \dots, R, t \in \mathcal{T}. \quad (\text{C.34})$$

$$w_{ijr} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in \mathcal{N}, r = 1, \dots, R. \quad (\text{C.35})$$

$$\alpha_{rv} \in \{0, 1\}, \quad r = 1, \dots, R, v \in \mathcal{V}. \quad (\text{C.36})$$

Apêndice D

Suplemento do Capítulo 7

Este apêndice apresenta os resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição proposta no Capítulo 7.

D.1 Resultados do CPLEX e da heurística de decomposição

Exemplar	n	$ P $	$ C $	$ T $	$ V $	LSMVRP-F2								
						UB	Estoque	Preparação	Roteamento	LB	CPU(s)	CPU(s)*	#Nós	Gap(%)
1	10	3	3	8	2	4.013,31	1.722,31	600,00	1.691,00	3.494,22	86.400,00	10.980,76	1.631.909	12,93
2	10	3	3	8	2	3.873,99	953,99	725,00	2.195,00	3.699,86	86.400,00	16.271,79	5.885.924	4,50
3	10	3	3	8	2	3.522,77	827,77	750,00	1.945,00	2.956,02	86.400,00	41.549,89	3.611.059	16,09
4	10	3	3	8	2	3.803,46	1.279,46	525,00	1.999,00	3.803,08	8.732,46	5.611,59	209.729	0,01
5	10	3	3	8	2	3.754,05	1.200,05	650,00	1.904,00	3.398,83	86.400,00	25.264,07	6.694.815	9,46
6	10	3	3	8	3	4.074,22	1.269,22	725,00	2.080,00	4.073,81	36.744,30	3.419,71	962.256	0,01
7	10	3	3	8	3	3.817,56	1.160,56	375,00	2.282,00	3.465,42	86.400,00	1.118,58	2.958.690	9,22
8	10	3	3	8	3	4.668,97	1.685,97	775,00	2.208,00	4.176,74	86.400,00	4.115,52	5.764.870	10,54
9	10	3	3	8	3	3.786,86	774,86	600,00	2.412,00	3.608,02	86.400,00	969,94	5.151.117	4,72
10	10	3	3	8	3	4.237,05	1.257,05	525,00	2.455,00	3.924,25	86.400,00	39.592,32	2.245.959	7,38
11	10	3	5	8	2	5.250,37	1.937,37	1.225,00	2.088,00	3.727,98	86.400,00	83.204,45	1.649.734	29,00
12	10	3	5	8	2	6.786,34	2.701,34	1.325,00	2.760,00	4.456,56	86.400,00	82.650,62	1.492.934	34,33
13	10	3	5	8	2	6.695,40	3.196,40	1.300,00	2.199,00	4.560,70	86.400,00	51.422,69	1.714.283	31,88
14	10	3	5	8	2	6.017,04	1.733,04	1.275,00	3.009,00	3.811,40	86.400,00	81.084,75	1.718.036	36,66
15	10	3	5	8	2	4.229,14	1.542,14	900,00	1.787,00	3.585,00	86.400,00	80.202,67	1.765.188	15,23
16	10	3	5	8	3	6.676,29	2.162,29	1.325,00	3.189,00	4.675,55	86.400,00	79.765,98	2.740.611	29,97
17	10	3	5	8	3	5.214,48	1.809,48	1.225,00	2.180,00	3.914,47	86.400,00	8.928,96	1.551.910	24,93
18	10	3	5	8	3	5.460,79	2.321,79	1.125,00	2.014,00	4.115,98	86.400,00	38.162,82	3.110.250	24,63
19	10	3	5	8	3	7.411,21	3.706,21	1.300,00	2.405,00	5.573,91	86.400,00	82.619,64	1.762.620	24,79
20	10	3	5	8	3	5.261,29	2.111,29	1.275,00	1.875,00	3.652,22	86.400,00	18.603,61	2.432.910	30,58
21	10	5	3	8	2	5.425,21	1.925,21	800,00	2.700,00	4.450,83	86.400,00	997,76	2.000.556	17,96
22	10	5	3	8	2	3.972,29	1.390,29	475,00	2.107,00	3.417,22	86.400,00	5.516,70	1.000.102	13,97
23	10	5	3	8	2	4.376,42	1.572,42	800,00	2.004,00	4.034,54	86.400,00	84.367,42	1.024.896	7,81
24	10	5	3	8	2	4.852,70	1.698,70	500,00	2.654,00	4.319,00	86.400,00	57.846,91	1.849.466	11,00
25	10	5	3	8	2	4.055,38	1.100,38	700,00	2.255,00	3.506,98	86.400,00	68.504,88	3.865.027	13,52
26	10	5	3	8	3	4.680,26	1.528,26	775,00	2.377,00	4.494,65	86.400,00	25.030,89	1.429.067	3,97
27	10	5	3	8	3	4.246,78	1.394,78	925,00	1.927,00	3.539,34	86.400,00	85.227,55	1.620.357	16,66
28	10	5	3	8	3	5.545,58	1.965,58	950,00	2.630,00	5.083,81	86.400,00	29.666,27	1.077.560	8,33
29	10	5	3	8	3	4.444,97	1.789,97	800,00	1.855,00	4.222,01	86.400,00	79.337,74	1.294.110	5,02
30	10	5	3	8	3	4.872,25	1.711,25	925,00	2.236,00	4.128,47	86.400,00	14.024,78	1.667.163	15,27
31	10	5	5	8	2	7.034,80	3.234,80	1.625,00	2.175,00	4.794,07	86.400,00	76.267,70	1.808.379	31,85
32	10	5	5	8	2	7.291,19	3.092,19	1.825,00	2.374,00	4.647,43	86.400,00	85.420,62	1.207.982	36,26
33	10	5	5	8	2	7.868,27	3.447,27	1.375,00	3.046,00	5.123,86	86.400,00	82.898,14	1.148.781	34,88
34	10	5	5	8	2	6.058,22	2.658,22	1.575,00	1.825,00	4.163,46	86.400,00	2.390,17	2.639.269	31,28
35	10	5	5	8	2	7.446,51	3.488,51	1.850,00	2.108,00	5.101,94	86.400,00	83.184,62	771.880	31,49
36	10	5	5	8	3	7.176,16	3.195,16	1.550,00	2.431,00	4.962,16	86.400,00	84.255,14	1.056.992	30,85
37	10	5	5	8	3	7.105,11	3.099,11	1.750,00	2.256,00	4.646,50	86.400,00	58.548,01	516.184	34,60
38	10	5	5	8	3	7.148,19	3.183,19	1.725,00	2.240,00	4.851,15	86.400,00	79.177,22	531.922	32,14
39	10	5	5	8	3	5.742,64	2.074,64	1.300,00	2.368,00	3.985,85	86.400,00	80.505,80	639.393	30,59
40	10	5	5	8	3	6.462,28	2.740,28	1.725,00	1.997,00	4.595,40	86.400,00	46.948,36	769.816	28,89
Média						5.359,00	2.041,07	1.061,88	2.256,05	4.168,57	83.216,92	47.141,43	2.074.343	19,83

Tabela D.1: Resultados computacionais detalhados do modelo LSMVRP-F2 para exemplares com $n = 10$ clientes.

Exemplar	n	$ P $	$ C $	$ T $	$ V $	LSMVRP-F2							#Nós	Gap(%)
						UB	Estocagem	Preparação	Roteamento	LB	CPU(s)	CPU(s)*		
41	15	3	3	8	2	3.890,65	1.022,65	325,00	2.543,00	3.080,92	86.400,00	78.508,37	2.613.910	20,81
42	15	3	3	8	2	5.625,78	1.715,78	825,00	3.085,00	4.456,83	86.400,00	20.908,78	2.877.480	20,78
43	15	3	3	8	2	4.741,37	1.642,37	850,00	2.249,00	3.920,81	86.400,00	79.474,31	451.270	17,31
44	15	3	3	8	2	5.392,16	2.078,16	800,00	2.514,00	4.638,69	86.400,00	77.737,91	459.212	13,97
45	15	3	3	8	2	5.134,40	1.937,40	925,00	2.272,00	3.859,93	86.400,00	80.624,44	426.450	24,82
46	15	3	3	8	3	5.228,28	1.813,28	825,00	2.590,00	3.854,12	86.400,00	83.721,36	2.018.792	26,28
47	15	3	3	8	3	5.295,35	1.743,35	925,00	2.627,00	4.395,27	86.400,00	77.947,47	823.550	17,00
48	15	3	3	8	3	5.768,05	1.774,05	875,00	3.119,00	4.938,56	86.400,00	85.668,75	994.886	14,38
49	15	3	3	8	3	5.945,70	1.841,70	1.275,00	2.829,00	5.216,51	86.400,00	79.861,94	625.683	12,26
50	15	3	3	8	3	4.725,65	1.514,65	950,00	2.261,00	4.225,65	86.400,00	24.290,23	829.435	10,58
51	15	3	5	8	2	7.725,78	2.735,78	1.600,00	3.390,00	4.493,17	86.400,00	79.315,08	152.537	41,84
52	15	3	5	8	2	5.811,95	1.624,95	1.425,00	2.762,00	3.545,51	86.400,00	85.087,66	1.670.815	39,00
53	15	3	5	8	2	4.870,16	1.471,16	1.050,00	2.349,00	2.788,35	86.400,00	84.757,69	70.471	42,75
54	15	3	5	8	2	5.626,91	2.063,91	1.150,00	2.413,00	3.523,17	86.400,00	86.392,7	167.752	37,39
55	15	3	5	8	2	5.946,17	2.222,17	1.450,00	2.274,00	3.662,38	86.400,00	86.391,81	108.339	38,41
56	15	3	5	8	3	7.418,60	2.765,60	1.850,00	2.803,00	4.561,36	86.400,00	86.390,92	67.361	38,51
57	15	3	5	8	3	7.310,39	2.471,39	1.725,00	3.114,00	4.323,37	86.400,00	79.758,75	183.744	40,86
58	15	3	5	8	3	7.017,20	2.493,20	1.650,00	2.874,00	4.431,65	86.400,00	81.258,11	249.881	36,85
59	15	3	5	8	3	6.436,70	2.364,70	1.650,00	2.422,00	3.624,89	86.400,00	86.391,94	60.725	43,68
60	15	3	5	8	3	5.931,46	1.993,46	1.025,00	2.913,00	3.954,74	86.400,00	81.058,41	527.510	33,33
61	15	5	3	8	2	6.021,58	2.383,58	975,00	2.663,00	4.675,91	86.400,00	80.464,86	619.732	22,35
62	15	5	3	8	2	5.076,98	1.826,98	675,00	2.575,00	4.032,99	86.400,00	82.820,98	1.068.640	20,56
63	15	5	3	8	2	5.688,68	2.407,68	950,00	2.331,00	4.353,13	86.400,00	82.558,6	153.032	23,48
64	15	5	3	8	2	6.631,85	2.700,85	1.450,00	2.481,00	5.478,25	86.400,00	82.306,16	248.257	17,40
65	15	5	3	8	2	6.312,77	2.693,77	950,00	2.669,00	5.004,67	86.400,00	80.373,55	1.818.213	20,72
66	15	5	3	8	3	6.089,43	2.348,43	975,00	2.766,00	4.453,23	86.400,00	79.956,98	1.350.346	26,87
67	15	5	3	8	3	5.769,22	2.646,22	850,00	2.273,00	4.748,57	86.400,00	21.013,27	551.105	17,69
68	15	5	3	8	3	5.657,16	2.052,16	900,00	2.705,00	4.107,21	86.400,00	86.397,44	170.008	27,40
69	15	5	3	8	3	4.115,19	1.035,19	575,00	2.505,00	3.774,56	86.400,00	77.739,32	1.355.528	8,28
70	15	5	3	8	3	4.577,99	1.912,99	600,00	2.065,00	4.144,67	86.400,00	79.173,47	274.991	9,47
71	15	5	5	8	2	8.270,59	3.453,59	1.875,00	2.942,00	4.947,91	86.400,00	86.360,38	110.036	40,18
72	15	5	5	8	2	7.765,48	3.528,48	1.800,00	2.437,00	5.067,39	86.400,00	86.389,3	123.732	34,75
73	15	5	5	8	2	8.123,29	3.575,29	1.275,00	3.273,00	4.822,95	86.400,00	85.115,12	111.480	40,63
74	15	5	5	8	2	8.157,03	3.380,03	1.600,00	3.177,00	5.342,39	86.400,00	86.384,34	89.412	34,51
75	15	5	5	8	2	8.130,90	3.650,90	1.675,00	2.805,00	4.689,14	86.400,00	86.201,28	120.191	42,33
76	15	5	5	8	3	5.903,06	2.358,06	1.325,00	2.220,00	3.780,93	86.400,00	86.384,52	129.108	35,95
77	15	5	5	8	3	8.249,39	3.803,39	1.625,00	2.821,00	5.028,20	86.400,00	86.384,38	42.184	39,05
78	15	5	5	8	3	9.071,73	4.147,73	2.150,00	2.774,00	5.352,55	86.400,00	86.390,32	76.603	41,00
79	15	5	5	8	3	8.323,04	3.729,04	1.800,00	2.794,00	5.086,76	86.400,00	86.391,27	124.170	38,88
80	15	5	5	8	3	7.301,59	3.387,59	1.850,00	2.064,00	4.424,55	86.400,00	86.384,45	76.492	39,40
Média						6.276,99	2.407,79	1.225,63	2.643,58	4.370,30	86.400,00	78.518,42	599.827	28,79

Tabela D.2: Resultados computacionais detalhados do modelo LSMVRP-F2 para exemplares com $n = 15$ clientes.

Exemplar	n	$ P $	$ C $	$ T $	$ V $	LSMVRP-F2								
						UB	Estocagem	Preparação	Roteamento	LB	CPU(s)	CPU(s)*	#Nos	Gap(%)
81	20	3	3	8	2	6.046,92	2.425,92	1.025,00	2.596,00	4.968,21	86.400,00	86.246,85	460.333	17,84
82	20	3	3	8	2	7.339,53	2.254,53	925,00	4.160,00	4.068,19	86.400,00	83.927,69	20.543	44,57
83	20	3	3	8	2	5.489,26	2.103,26	950,00	2.436,00	3.495,39	86.400,00	86.382,64	47.901	36,32
84	20	3	3	8	2	5.612,45	1.721,45	775,00	3.116,00	3.320,75	86.400,00	86.382,02	31.478	40,83
85	20	3	3	8	2	5.914,04	2.251,04	975,00	2.688,00	3.746,89	86.400,00	86.382,21	47.425	36,64
86	20	3	3	8	3	6.286,95	2.583,95	1.025,00	2.678,00	5.098,23	86.400,00	86.379,08	356.810	18,91
87	20	3	3	8	3	6.175,56	2.646,56	850,00	2.679,00	4.710,00	86.400,00	85.414,9	442.273	23,73
88	20	3	3	8	3	5.765,13	1.923,13	1.025,00	2.817,00	4.055,81	86.400,00	86.382,13	62.261	29,65
89	20	3	3	8	3	5.505,58	1.862,58	875,00	2.768,00	3.634,11	86.400,00	86.383,72	51.859	33,99
90	20	3	3	8	3	6.174,52	2.185,52	950,00	3.039,00	4.330,18	86.400,00	78.374,91	1.195,481	29,87
91	20	3	5	8	2	—	—	—	—	4.552,31	86.400,00	—	33.488	—
92	20	3	5	8	2	—	—	—	—	4.101,63	86.400,00	—	45.439	—
93	20	3	5	8	2	7.039,20	2.831,20	1.400,00	2.808,00	4.606,04	86.400,00	86.368,57	79.290	34,57
94	20	3	5	8	2	—	—	—	—	4.263,00	86.400,00	—	89.997	—
95	20	3	5	8	2	8.498,11	3.490,11	1.800,00	3.208,00	5.158,41	86.400,00	86.381,92	59.570	39,30
96	20	3	5	8	3	—	—	—	—	5.980,67	86.400,00	—	16.514	—
97	20	3	5	8	3	7.931,25	3.160,25	1.725,00	3.046,00	4.539,85	86.400,00	81.690,57	114.870	42,76
98	20	3	5	8	3	9.369,82	4.197,82	1.675,00	3.497,00	5.579,61	86.400,00	86.382,22	34.101	40,45
99	20	3	5	8	3	8.323,71	3.273,71	1.425,00	3.625,00	4.631,78	86.400,00	84.670,09	61.189	44,35
100	20	3	5	8	3	—	—	—	—	4.853,34	86.400,00	—	40.009	—
101	20	5	3	8	2	7.936,40	2.653,40	1.150,00	4.133,00	4.421,11	86.400,00	86.371,33	26.504	44,29
102	20	5	3	8	2	8.137,06	4.194,06	1.100,00	2.843,00	5.212,03	86.400,00	86.377,09	189.386	35,95
103	20	5	3	8	2	6.909,33	2.871,33	850,00	3.188,00	4.373,97	86.400,00	86.378,77	34.275	36,70
104	20	5	3	8	2	7.514,08	2.937,08	1.400,00	3.177,00	4.333,01	86.400,00	86.375,42	16.802	42,34
105	20	5	3	8	2	6.688,13	2.480,13	1.000,00	3.208,00	4.193,25	86.400,00	86.378,76	45.502	37,30
106	20	5	3	8	3	8.094,18	3.154,18	950,00	3.990,00	4.889,88	86.400,00	86.377,04	31.883	39,59
107	20	5	3	8	3	6.280,95	2.053,95	925,00	3.302,00	3.453,62	86.400,00	86.374,12	28.894	45,01
108	20	5	3	8	3	7.102,14	2.947,14	1.025,00	3.130,00	4.628,88	86.400,00	86.380,5	36.302	34,82
109	20	5	3	8	3	6.887,83	2.454,83	850,00	3.583,00	4.259,25	86.400,00	86.378,28	85.129	38,16
110	20	5	3	8	3	7.784,97	2.933,97	1.450,00	3.401,00	5.134,59	86.400,00	84.457,68	203.830	34,05
111	20	5	5	8	2	9.832,02	4.678,02	2.025,00	3.129,00	5.715,76	86.400,00	83.072,84	31.444	41,87
112	20	5	5	8	2	11.489,50	5.431,50	2.525,00	3.533,00	7.235,72	86.400,00	86.368,03	21.925	37,02
113	20	5	5	8	2	—	—	—	—	7.619,58	86.400,00	—	27.302	—
114	20	5	5	8	2	8.784,16	3.575,16	2.100,00	3.109,00	4.779,18	86.400,00	86.361,86	11.065	45,59
115	20	5	5	8	2	—	—	—	—	5.695,50	86.400,00	—	8.125	—
116	20	5	5	8	3	11.831,50	6.373,50	2.100,00	3.358,00	7.351,08	86.400,00	86.370,19	39.516	37,87
117	20	5	5	8	3	11.891,00	5.052,00	2.975,00	3.864,00	6.231,98	86.400,00	86.375,51	7.051	47,59
118	20	5	5	8	3	12.391,90	5.212,90	2.625,00	4.554,00	7.451,13	86.400,00	86.359,34	22.503	39,87
119	20	5	5	8	3	9.867,55	5.000,55	1.625,00	3.242,00	7.026,56	86.400,00	85.380,33	70.734	28,79
120	20	5	5	8	3	13.235,70	6.151,70	2.675,00	4.409,00	6.998,04	86.400,00	86.345,54	15.042	47,13
Média						8.003,95	3.305,04	1.416,67	3.282,24	5.017,46	86.400,00	85.643,40	106.101	37,20

Tabela D.3: Resultados computacionais detalhados do modelo LSMVRP-F2 para exemplares com $n = 20$ clientes.

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	$ \mathcal{V} $	LSMVRP-F2							CPU(s)*	#Nós	Gap(%)
						UB	Estocagem	Preparação	Roteamento	LB	CPU(s)	CPU(s)			
121	30	3	3	8	2	-	-	-	-	4.268,64	86.400,00	-	2.741	-	
122	30	3	3	8	2	8.395,66	4.068,66	1.055,00	3.272,00	5.219,29	86.400,00	86.147,73	38.227	37,83	
123	30	3	3	8	2	-	-	-	-	5.394,73	86.400,00	-	3.399	-	
124	30	3	3	8	2	-	-	-	-	4.821,01	86.400,00	-	2.461	-	
125	30	3	3	8	2	-	-	-	-	4.033,43	86.400,00	-	4.390	-	
126	30	3	3	8	3	8.571,60	2.171,60	1.050,00	5.350,00	3.922,76	86.400,00	86.180,94	6.044	54,24	
127	30	3	3	8	3	-	-	-	-	4.829,14	86.400,00	-	5.554	-	
128	30	3	3	8	3	-	-	-	-	5.364,04	86.400,00	-	2.810	-	
129	30	3	3	8	3	-	-	-	-	3.924,97	86.400,00	-	3.579	-	
130	30	3	3	8	3	-	-	-	-	4.176,79	86.400,00	-	4.012	-	
131	30	3	5	8	2	-	-	-	-	6.255,83	86.400,00	-	1.926	-	
132	30	3	5	8	2	-	-	-	-	6.591,45	86.400,00	-	3.186	-	
133	30	3	5	8	2	-	-	-	-	5.581,06	86.400,00	-	2.339	-	
134	30	3	5	8	2	-	-	-	-	6.592,00	86.400,00	-	3.056	-	
135	30	3	5	8	2	-	-	-	-	6.720,46	86.400,00	-	4.716	-	
136	30	3	5	8	3	-	-	-	-	6.008,94	86.400,00	-	1.647	-	
137	30	3	5	8	3	-	-	-	-	6.902,11	86.400,00	-	1.619	-	
138	30	3	5	8	3	-	-	-	-	5.582,79	86.400,00	-	2.755	-	
139	30	3	5	8	3	-	-	-	-	4.152,89	86.400,00	-	2.607	-	
140	30	3	5	8	3	-	-	-	-	6.232,92	86.400,00	-	1.979	-	
141	30	5	3	8	2	-	-	-	-	7.619,19	86.400,00	-	1.620	-	
142	30	5	3	8	2	-	-	-	-	6.824,52	86.400,00	-	3.488	-	
143	30	5	3	8	2	-	-	-	-	5.776,84	86.400,00	-	2.315	-	
144	30	5	3	8	2	-	-	-	-	5.326,81	86.400,00	-	2.182	-	
145	30	5	3	8	2	-	-	-	-	5.877,51	86.400,00	-	3.782	-	
146	30	5	3	8	3	-	-	-	-	5.264,16	86.400,00	-	3.101	-	
147	30	5	3	8	3	9.727,28	4.357,28	925,00	4.445,00	5.197,23	86.400,00	85.909,46	3.485	46,57	
148	30	5	3	8	3	-	-	-	-	5.357,22	86.400,00	-	1.769	-	
149	30	5	3	8	3	-	-	-	-	6.759,86	86.400,00	-	1.932	-	
150	30	5	3	8	3	-	-	-	-	5.015,43	86.400,00	-	3.442	-	
151	30	5	5	8	2	-	-	-	-	7.130,58	86.400,00	-	2.234	-	
152	30	5	5	8	2	-	-	-	-	12.379,40	86.400,00	-	2.285	-	
153	30	5	5	8	2	-	-	-	-	7.460,08	86.400,00	-	1.906	-	
154	30	5	5	8	2	-	-	-	-	6.216,01	86.400,00	-	2.737	-	
155	30	5	5	8	2	-	-	-	-	7.262,52	86.400,00	-	1.859	-	
156	30	5	5	8	3	-	-	-	-	7.952,26	86.400,00	-	1.638	-	
157	30	5	5	8	3	-	-	-	-	8.572,71	86.400,00	-	1.843	-	
158	30	5	5	8	3	-	-	-	-	7.782,12	86.400,00	-	1.700	-	
159	30	5	5	8	3	-	-	-	-	7.869,01	86.400,00	-	1.866	-	
160	30	5	5	8	3	-	-	-	-	8.102,31	86.400,00	-	1.831	-	
Média						8.898,18	3.532,51	1.010,00	4.355,67	6.158,03	86.400,00	86.079,38	3.652	46,21	

Tabela D.4: Resultados computacionais detalhados do modelo LSMVRP-F2 para exemplares com $n = 30$ clientes.

Exemplar	n	$ P $	$ C $	$ T $	$ V $	LSMVRP-F2								
						UB	Estocagem	Preparação	Roteamento	LB	CPU(s)	CPU(s)*	#Ns	Gap(%)
161	40	3	3	8	2	-	-	-	-	5.430,64	86.400,00	-	3.096	-
162	40	3	3	8	2	-	-	-	-	4.787,18	86.400,00	-	1.168	-
163	40	3	3	8	2	9.974,20	3.236,20	1.000,00	5.738,00	4.533,06	86.400,00	85.753,77	2.046	54,55
164	40	3	3	8	2	-	-	-	-	5.508,54	86.400,00	-	3.096	-
165	40	3	3	8	2	-	-	-	-	4.399,82	86.400,00	-	2.035	-
166	40	3	3	8	3	-	-	-	-	4.871,10	86.400,00	-	1.288	-
167	40	3	3	8	3	-	-	-	-	5.465,52	86.400,00	-	1.449	-
168	40	3	3	8	3	-	-	-	-	5.508,93	86.400,00	-	1.435	-
169	40	3	3	8	3	-	-	-	-	4.660,23	86.400,00	-	1.318	-
170	40	3	3	8	3	-	-	-	-	4.859,11	86.400,00	-	2.898	-
171	40	3	5	8	2	-	-	-	-	6.866,20	86.400,00	-	1.509	-
172	40	3	5	8	2	-	-	-	-	7.725,93	86.400,00	-	1.509	-
173	40	3	5	8	2	-	-	-	-	7.063,68	86.400,00	-	1.509	-
174	40	3	5	8	2	-	-	-	-	7.173,87	86.400,00	-	2.848	-
175	40	3	5	8	2	-	-	-	-	6.965,86	86.400,00	-	953	-
176	40	3	5	8	3	-	-	-	-	7.998,36	86.400,00	-	2.530	-
177	40	3	5	8	3	-	-	-	-	8.327,55	86.400,00	-	1.766	-
178	40	3	5	8	3	-	-	-	-	6.952,34	86.400,00	-	2.621	-
179	40	3	5	8	3	-	-	-	-	7.353,00	86.400,00	-	1.262	-
180	40	3	5	8	3	-	-	-	-	5.114,59	86.400,00	-	2.141	-
181	40	5	3	8	2	-	-	-	-	7.464,94	86.400,00	-	5.336	-
182	40	5	3	8	2	-	-	-	-	10.804,50	86.400,00	-	1.701	-
183	40	5	3	8	2	-	-	-	-	10.123,80	86.400,00	-	1.885	-
184	40	5	3	8	2	-	-	-	-	8.191,79	86.400,00	-	1.140	-
185	40	5	3	8	2	-	-	-	-	7.692,60	86.400,00	-	4.527	-
186	40	5	3	8	3	-	-	-	-	4.696,03	86.400,00	-	1.107	-
187	40	5	3	8	3	-	-	-	-	5.964,86	86.400,00	-	1.432	-
188	40	5	3	8	3	-	-	-	-	7.726,86	86.400,00	-	1.702	-
189	40	5	3	8	3	-	-	-	-	8.049,16	86.400,00	-	1.304	-
190	40	5	3	8	3	-	-	-	-	6.263,24	86.400,00	-	1.001	-
191	40	5	5	8	2	-	-	-	-	9.564,08	86.400,00	-	2.205	-
192	40	5	5	8	2	-	-	-	-	9.181,20	86.400,00	-	501	-
193	40	5	5	8	2	-	-	-	-	8.290,78	86.400,00	-	632	-
194	40	5	5	8	2	-	-	-	-	11.721,60	86.400,00	-	3.206	-
195	40	5	5	8	2	-	-	-	-	11.919,90	86.400,00	-	1.885	-
196	40	5	5	8	3	-	-	-	-	8.849,20	86.400,00	-	2.010	-
197	40	5	5	8	3	-	-	-	-	11.062,70	86.400,00	-	606	-
198	40	5	5	8	3	-	-	-	-	8.180,07	86.400,00	-	1.132	-
199	40	5	5	8	3	-	-	-	-	9.980,38	86.400,00	-	3.122	-
200	40	5	5	8	3	-	-	-	-	12.190,10	86.400,00	-	1.069	-
Média						9.974,20	3.236,20	1.000,00	5.738,00	7.487,08	86.400,00	85.753,77	1.900	54,55

Tabela D.5: Resultados computacionais detalhados do modelo LSMVRP-F2 para exemplares com $n = 40$ clientes.

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	$ \mathcal{V} $	LSMVRP-F2							#Nós	Gap(%)
						UB	Estocagem	Preparação	Roteamento	LB	CPU(s)	CPU(s)*		
201	50	3	3	8	2	-	-	-	-	7.950,70	86.400,00	-	1.890	-
202	50	3	3	8	2	-	-	-	-	6.556,55	86.400,00	-	1.403	-
203	50	3	3	8	2	-	-	-	-	5.702,15	86.400,00	-	538	-
204	50	3	3	8	2	-	-	-	-	6.749,22	86.400,00	-	2.280	-
205	50	3	3	8	2	-	-	-	-	6.558,85	86.400,00	-	1.418	-
206	50	3	3	8	3	-	-	-	-	5.093,92	86.400,00	-	532	-
207	50	3	3	8	3	-	-	-	-	7.495,06	86.400,00	-	535	-
208	50	3	3	8	3	-	-	-	-	5.281,21	86.400,00	-	597	-
209	50	3	3	8	3	-	-	-	-	5.784,07	86.400,00	-	1.598	-
210	50	3	3	8	3	-	-	-	-	6.206,10	86.400,00	-	1.590	-
211	50	3	5	8	2	-	-	-	-	9.123,21	86.400,00	-	3.346	-
212	50	3	5	8	2	-	-	-	-	8.379,85	86.400,00	-	489	-
213	50	3	5	8	2	-	-	-	-	7.349,55	86.400,00	-	1.450	-
214	50	3	5	8	2	-	-	-	-	6.319,33	86.400,00	-	491	-
215	50	3	5	8	2	-	-	-	-	6.268,52	86.400,00	-	490	-
216	50	3	5	8	3	-	-	-	-	7.124,10	86.400,00	-	503	-
217	50	3	5	8	3	-	-	-	-	10.547,40	86.400,00	-	1.009	-
218	50	3	5	8	3	-	-	-	-	9.189,82	86.400,00	-	996	-
219	50	3	5	8	3	-	-	-	-	7.388,67	86.400,00	-	498	-
220	50	3	5	8	3	-	-	-	-	7.422,74	86.400,00	-	1.136	-
221	50	5	3	8	2	-	-	-	-	9.090,22	86.400,00	-	1.485	-
222	50	5	3	8	2	-	-	-	-	10.146,60	86.400,00	-	990	-
223	50	5	3	8	2	-	-	-	-	7.168,66	86.400,00	-	990	-
224	50	5	3	8	2	-	-	-	-	7.427,16	86.400,00	-	1.980	-
225	50	5	3	8	2	-	-	-	-	8.568,34	86.400,00	-	1.980	-
226	50	5	3	8	3	-	-	-	-	7.262,69	86.400,00	-	513	-
227	50	5	3	8	3	-	-	-	-	5.738,78	86.400,00	-	1.539	-
228	50	5	3	8	3	-	-	-	-	9.841,54	86.400,00	-	513	-
229	50	5	3	8	3	-	-	-	-	6.692,66	86.400,00	-	2.052	-
230	50	5	3	8	3	-	-	-	-	6.647,02	86.400,00	-	1.539	-
231	50	5	5	8	2	-	-	-	-	13.634,50	86.400,00	-	514	-
232	50	5	5	8	2	-	-	-	-	13.973,70	86.400,00	-	526	-
233	50	5	5	8	2	-	-	-	-	9.626,43	86.400,00	-	1.028	-
234	50	5	5	8	2	-	-	-	-	15.633,40	86.400,00	-	520	-
235	50	5	5	8	2	-	-	-	-	9.680,56	86.400,00	-	1.028	-
236	50	5	5	8	3	-	-	-	-	13.094,80	86.400,00	-	1.092	-
237	50	5	5	8	3	-	-	-	-	12.173,00	86.400,00	-	538	-
238	50	5	5	8	3	-	-	-	-	11.170,70	86.400,00	-	538	-
239	50	5	5	8	3	-	-	-	-	13.852,90	86.400,00	-	2.690	-
240	50	5	5	8	3	-	-	-	-	10.747,30	86.400,00	-	538	-
Média						-	-	-	-	8.616,55	86.400,00	-	1.135	-

Tabela D.6: Resultados computacionais detalhados do modelo LSMVRP-F2 para exemplares com $n = 50$ clientes.

Exemplar	n	$ P $	$ C $	$ T $	$ V $	Heurística									
						UB	Estocagem	Preparação	Roteamento	CPU(s)	CPU(s)*	Gap(%)	Dev(%)	#Iter	#Reas.
1	10	3	3	8	2	3.960,76	1.494,76	775,00	1.691,00	437,07	139,29	11,78	-1,31	31	31
2	10	3	3	8	2	3.934,15	1.224,15	500,00	2.210,00	498,06	442,27	5,96	1,55	50	31
3	10	3	3	8	2	3.529,93	1.234,93	350,00	1.945,00	269,87	132,02	16,26	0,20	30	29
4	10	3	3	8	2	3.803,46	1.279,46	525,00	1.999,00	315,98	68,88	0,01	0,00	32	23
5	10	3	3	8	2	3.754,05	1.200,05	650,00	1.904,00	472,15	205,05	9,46	0,00	31	31
6	10	3	3	8	3	4.074,22	1.269,22	725,00	2.080,00	320,13	53,16	0,010	0,00	30	28
7	10	3	3	8	3	3.817,56	1.160,56	375,00	2.282,00	354,57	77,73	9,22	0,00	33	32
8	10	3	3	8	3	4.643,83	1.660,83	775,00	2.208,00	363,43	201,73	10,06	-0,54	36	19
9	10	3	3	8	3	3.786,86	774,86	600,00	2.412,00	469,49	410,92	4,72	0,00	39	33
10	10	3	3	8	3	4.237,05	1.257,05	525,00	2.455,00	283,02	83,19	7,38	0,00	28	23
11	10	3	5	8	2	5.168,51	1.958,51	1.225,00	1.985,00	566,17	496,54	27,87	-1,56	35	26
12	10	3	5	8	2	6.918,95	2.548,95	1.650,00	2.720,00	954,78	412,01	35,59	1,95	37	36
13	10	3	5	8	2	6.896,74	3.122,74	1.575,00	2.199,00	684,26	259,55	33,87	3,01	41	31
14	10	3	5	8	2	5.908,62	1.880,62	1.150,00	2.878,00	762,28	405,94	35,49	-1,80	46	24
15	10	3	5	8	2	4.267,76	1.680,76	800,00	1.787,00	423,27	344,38	16,00	0,91	29	29
16	10	3	5	8	3	6.739,79	2.392,79	1.150,00	3.197,00	936,09	604,36	30,63	0,95	57	48
17	10	3	5	8	3	5.313,22	2.291,22	925,00	2.097,00	388,43	78,42	26,33	1,89	31	21
18	10	3	5	8	3	5.630,10	2.841,10	775,00	2.014,00	644,77	452,94	26,89	3,10	35	17
19	10	3	5	8	3	7.419,83	3.739,83	1.275,00	2.405,00	641,52	361,05	24,88	0,12	46	36
20	10	3	5	8	3	5.405,68	2.660,68	925,00	1.820,00	711,93	357,65	32,44	2,74	32	31
21	10	5	3	8	2	6.112,50	1.999,50	800,00	3.313,00	567,77	108,98	27,18	12,67	27	4
22	10	5	3	8	2	3.986,21	1.404,21	475,00	2.107,00	598,85	365,22	14,27	0,35	37	30
23	10	5	3	8	2	4.502,71	1.649,71	800,00	2.053,00	1.045,77	595,59	10,40	2,89	39	29
24	10	5	3	8	2	4.852,70	1.698,70	500,00	2.654,00	875,62	665,45	11,00	0,00	37	26
25	10	5	3	8	2	4.115,08	1.130,08	700,00	2.285,00	1.235,57	576,32	14,78	1,47	41	25
26	10	5	3	8	3	4.697,78	1.270,78	1.050,00	2.377,00	643,77	562,53	4,32	0,37	35	24
27	10	5	3	8	3	4.247,24	1.591,24	750,00	1.906,00	745,57	192,98	16,67	0,01	34	31
28	10	5	3	8	3	5.676,12	1.987,12	925,00	2.764,00	620,18	440,90	10,44	2,35	38	36
29	10	5	3	8	3	4.454,68	1.837,68	800,00	1.817,00	676,64	281,50	5,22	0,22	34	30
30	10	5	3	8	3	4.872,25	1.711,25	925,00	2.236,00	677,18	378,98	15,27	0,00	36	35
31	10	5	5	8	2	7.159,53	3.668,53	1.425,00	2.066,00	1.000,12	195,76	33,04	1,77	31	22
32	10	5	5	8	2	7.331,23	3.852,23	1.300,00	2.179,00	761,43	439,23	36,61	0,55	35	33
33	10	5	5	8	2	8.169,57	3.904,57	1.875,00	2.390,00	1.103,27	350,01	37,28	3,83	31	18
34	10	5	5	8	2	6.594,62	2.503,62	1.800,00	2.291,00	1.097,25	21,26	36,87	8,85	26	20
35	10	5	5	8	2	7.516,31	3.833,31	1.625,00	2.058,00	980,08	460,86	32,12	0,94	34	19
36	10	5	5	8	3	7.252,09	2.926,09	1.900,00	2.426,00	763,73	228,63	31,58	1,06	38	29
37	10	5	5	8	3	7.179,42	2.773,42	1.950,00	2.456,00	671,12	92,53	35,28	1,05	30	25
38	10	5	5	8	3	7.393,62	3.847,62	1.450,00	2.096,00	780,03	214,62	34,39	3,43	29	19
39	10	5	5	8	3	5.841,25	2.149,25	1.350,00	2.342,00	1.002,30	898,84	31,76	1,72	38	19
40	10	5	5	8	3	6.551,08	2.754,08	1.800,00	1.997,00	1.217,07	460,81	29,85	1,37	42	41
Média						5.442,93	2.154,15	1.036,25	2.252,53	689,01	327,95	20,83	1,40	36	27

Tabela D.7: Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para exemplares com $n = 10$ clientes.

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	$ \mathcal{V} $	Heurística										#Iter	#Feas.
						UB	Estocagem	Preparação	Roteamento	CPU(s)	CPU(s)*	Gap(%)	Dev(%)				
41	15	3	3	8	2	3.952,30	986,30	325,00	2.641,00	470,79	228,83	22,05	1,58	41	26		
42	15	3	3	8	2	5.475,44	1.864,44	625,00	2.986,00	484,19	192,09	18,60	-2,67	33	19		
43	15	3	3	8	2	4.600,13	1.713,13	825,00	2.062,00	468,72	410,21	14,77	-2,98	44	39		
44	15	3	3	8	2	5.645,34	2.117,34	850,00	2.678,00	428,88	235,89	17,83	4,70	33	19		
45	15	3	3	8	2	4.999,58	2.030,58	900,00	2.069,00	619,83	372,08	22,79	-2,63	39	36		
46	15	3	3	8	3	5.275,31	1.816,31	850,00	2.609,00	1.227,50	774,36	26,94	0,90	56	51		
47	15	3	3	8	3	5.374,58	2.029,58	725,00	2.620,00	401,66	136,97	18,22	1,50	29	12		
48	15	3	3	8	3	5.809,05	1.669,05	1.100,00	3.040,00	374,26	118,13	14,99	0,71	31	5		
49	15	3	3	8	3	5.980,16	2.295,16	850,00	2.835,00	532,50	218,10	12,77	0,58	44	25		
50	15	3	3	8	3	4.725,65	1.514,65	950,00	2.261,00	364,42	125,48	10,58	0,00	32	30		
51	15	3	5	8	2	8.720,46	3.172,46	1.850,00	3.698,00	1.102,30	47,46	48,48	12,87	29	2		
52	15	3	5	8	2	5.509,40	1.942,40	1.175,00	2.392,00	690,25	444,27	35,65	-5,21	33	17		
53	15	3	5	8	2	4.906,52	1.707,52	850,00	2.349,00	572,71	212,36	43,17	0,75	30	20		
54	15	3	5	8	2	5.613,68	2.073,68	1.225,00	2.315,00	1.173,49	519,65	37,24	-0,24	35	22		
55	15	3	5	8	2	5.882,74	2.392,74	1.275,00	2.215,00	634,37	305,49	37,74	-1,07	40	32		
56	15	3	5	8	3	7.065,98	2.831,98	1.825,00	2.409,00	713,16	239,52	35,45	-4,75	40	33		
57	15	3	5	8	3	7.165,67	2.481,67	1.725,00	2.959,00	892,99	439,14	39,67	-1,98	33	12		
58	15	3	5	8	3	7.013,30	2.722,30	1.475,00	2.816,00	642,34	186,58	36,81	-0,06	28	14		
59	15	3	5	8	3	6.122,98	2.745,98	1.275,00	2.102,00	716,32	593,15	40,80	-4,87	43	37		
60	15	3	5	8	3	6.245,77	1.756,77	1.325,00	3.164,00	1.324,32	170,19	36,68	5,30	31	18		
61	15	5	3	8	2	5.970,07	2.394,07	1.000,00	2.576,00	1.150,63	564,14	21,68	-0,86	37	25		
62	15	5	3	8	2	5.091,10	1.727,10	825,00	2.539,00	1.141,51	665,95	20,78	0,28	43	23		
63	15	5	3	8	2	5.660,12	2.404,12	925,00	2.331,00	997,16	897,07	23,09	-0,50	37	30		
64	15	5	3	8	2	6.713,74	2.709,74	1.425,00	2.579,00	1.241,24	926,53	18,40	1,23	45	24		
65	15	5	3	8	2	6.534,26	2.696,26	900,00	2.938,00	1.161,35	861,37	23,41	3,51	32	14		
66	15	5	3	8	3	6.089,43	2.348,43	975,00	2.766,00	1.041,50	877,49	26,87	0,00	34	26		
67	15	5	3	8	3	5.769,22	2.646,22	850,00	2.273,00	1.474,28	793,59	17,69	0,00	40	35		
68	15	5	3	8	3	5.608,44	2.086,44	900,00	2.622,00	603,54	527,59	26,77	-0,86	30	19		
69	15	5	3	8	3	4.225,10	1.045,10	575,00	2.605,00	1.192,93	516,74	10,66	2,67	43	37		
70	15	5	3	8	3	4.577,99	1.912,99	775,00	1.890,00	695,11	387,86	9,47	0,00	33	26		
71	15	5	5	8	2	8.361,40	4.405,40	1.325,00	2.631,00	868,19	169,92	40,82	1,10	31	23		
72	15	5	5	8	2	7.544,97	3.574,97	1.775,00	2.195,00	1.297,60	726,06	32,84	-2,84	38	30		
73	15	5	5	8	2	8.113,07	4.119,07	1.200,00	2.794,00	1.045,27	581,36	40,55	-0,13	31	15		
74	15	5	5	8	2	8.116,94	3.664,94	1.850,00	2.602,00	1.877,37	336,84	34,18	-0,49	30	17		
75	15	5	5	8	2	7.908,70	3.510,70	1.600,00	2.798,00	2.802,12	1.235,20	40,71	-2,73	46	36		
76	15	5	5	8	3	5.945,28	2.314,28	1.475,00	2.156,00	1.669,23	1.011,15	36,40	0,72	39	35		
77	15	5	5	8	3	8.037,28	3.788,28	1.700,00	2.549,00	2.598,71	644,78	37,44	-2,57	36	21		
78	15	5	5	8	3	8.472,15	4.358,15	1.825,00	2.289,00	1.270,43	917,12	36,82	-6,61	36	28		
79	15	5	5	8	3	8.452,52	3.858,52	1.800,00	2.794,00	730,40	321,52	39,82	1,56	29	3		
80	15	5	5	8	3	7.315,78	3.392,78	1.900,00	2.023,00	1.579,68	949,03	39,52	0,19	33	29		
Média						6.264,79	2.520,54	1.190,00	2.554,25	1.006,83	497,03	28,73	-0,10	36	24		

Tabela D.8: Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para exemplares com $n = 15$ clientes.

Exemplar	n	$ P $	$ C $	$ T $	$ V $	Heurística									
						UB	Estocagem	Preparação	Roteamento	CPU(s)	CPU(s)*	Gap(%)	Dev(%)	#Iter	#Fas.
81	20	3	3	8	2	6.223,88	2.447,88	1.025,00	2.751,00	681,21	602,05	20,18	2,93	37	12
82	20	3	3	8	2	5.715,07	2.542,07	750,00	2.423,00	580,21	310,10	28,82	-22,13	33	20
83	20	3	3	8	2	5.295,30	1.967,30	1.075,00	2.253,00	585,03	315,74	33,99	-3,53	37	31
84	20	3	3	8	2	5.245,14	1.697,14	775,00	2.773,00	1.256,78	768,27	36,69	-6,54	33	18
85	20	3	3	8	2	5.522,07	2.331,07	975,00	2.216,00	1.086,76	701,99	32,15	-6,63	37	18
86	20	3	3	8	3	6.084,90	2.560,90	1.025,00	2.499,00	558,87	260,35	16,22	-3,21	39	19
87	20	3	3	8	3	6.178,76	2.315,76	1.025,00	2.838,00	819,13	510,93	23,77	0,05	48	28
88	20	3	3	8	3	5.437,62	1.840,62	1.075,00	2.522,00	703,65	506,95	25,41	-5,68	39	21
89	20	3	3	8	3	5.008,52	1.960,52	675,00	2.373,00	1.225,85	835,06	27,44	-9,03	34	32
90	20	3	3	8	3	5.990,68	2.191,68	900,00	2.899,00	608,94	531,80	27,72	-2,98	32	17
91	20	3	3	8	2	7.487,28	3.301,28	1.300,00	2.886,00	1.374,36	661,47	39,20	-	38	21
92	20	3	5	8	2	6.752,87	2.940,87	1.575,00	2.237,00	1.594,91	661,09	39,26	-	36	36
93	20	3	5	8	2	7.258,76	2.782,76	1.500,00	2.976,00	964,67	700,33	36,55	3,12	38	18
94	20	3	5	8	2	7.043,70	2.466,70	1.450,00	3.127,00	1.997,14	1.438,16	39,48	-	42	27
95	20	3	5	8	2	7.803,17	3.653,17	1.500,00	2.650,00	1.306,53	965,92	33,89	-8,18	43	30
96	20	3	5	8	3	8.835,16	4.442,16	1.800,00	2.593,00	854,10	637,00	32,31	-	37	29
97	20	3	5	8	3	7.816,36	3.395,36	1.575,00	2.846,00	1.859,52	1.312,72	41,92	-1,45	36	31
98	20	3	5	8	3	9.173,27	4.225,27	1.650,00	3.298,00	1.732,11	493,38	39,18	-2,10	31	5
99	20	3	5	8	3	8.339,11	3.084,11	1.625,00	3.630,00	1.428,31	1.137,55	44,46	0,19	35	10
100	20	3	5	8	3	7.870,86	3.832,86	1.300,00	2.738,00	1.871,48	553,81	38,34	-	29	7
101	20	5	3	8	2	6.395,64	2.882,64	1.025,00	2.488,00	1.064,88	689,68	30,87	-19,41	36	13
102	20	5	3	8	2	8.119,28	4.145,28	1.000,00	2.974,00	1.819,21	1.020,29	35,81	-0,22	36	4
103	20	5	3	8	2	6.119,95	2.640,95	975,00	2.504,00	1.429,40	1.304,57	28,53	-11,42	38	19
104	20	5	3	8	2	6.605,59	3.069,59	1.100,00	2.436,00	1.735,10	290,66	34,40	-12,09	31	14
105	20	5	3	8	2	6.184,63	2.372,63	1.225,00	2.587,00	2.935,12	1.515,00	32,20	-7,53	39	23
106	20	5	3	8	3	7.252,38	3.224,38	1.200,00	2.826,00	3.389,46	2.508,48	32,58	-10,40	35	23
107	20	5	3	8	3	5.298,06	2.197,06	775,00	2.326,00	2.550,82	1.890,38	34,81	-15,65	38	15
108	20	5	3	8	3	6.681,38	2.776,38	1.175,00	2.730,00	1.437,48	640,53	30,72	-5,92	29	10
109	20	5	3	8	3	6.569,40	2.509,40	850,00	3.210,00	827,30	342,51	35,17	-4,62	27	13
110	20	5	3	8	3	7.242,98	3.478,98	1.200,00	2.564,00	1.777,25	735,57	29,11	-6,96	33	10
111	20	5	5	8	2	9.357,06	5.133,06	1.725,00	2.499,00	3.402,34	2.559,72	38,92	-4,83	35	28
112	20	5	5	8	2	10.763,39	6.158,39	1.850,00	2.755,00	1.558,45	412,86	32,77	-6,32	35	23
113	20	5	5	8	2	12.475,30	7.243,30	2.175,00	3.057,00	2.031,75	256,54	38,92	-	26	1
114	20	5	5	8	2	8.082,99	3.576,99	1.950,00	2.556,00	1.370,64	961,21	40,87	-7,98	35	25
115	20	5	5	8	2	9.313,40	4.294,40	2.050,00	2.969,00	955,85	657,47	38,85	-	26	2
116	20	5	5	8	3	11.014,57	6.590,57	1.975,00	2.449,00	2.918,41	2.056,17	33,26	-6,90	36	25
117	20	5	5	8	3	10.432,21	5.432,21	2.050,00	2.950,00	4.734,44	3.273,23	40,26	-12,27	44	32
118	20	5	5	8	3	10.975,27	5.991,27	1.975,00	3.009,00	2.100,37	757,15	32,11	-11,43	41	26
119	20	5	5	8	3	9.511,96	4.597,96	1.950,00	2.964,00	1.601,71	841,92	26,13	-3,60	42	21
120	20	5	5	8	3	11.385,94	6.418,94	1.925,00	3.042,00	3.033,06	2.385,56	38,54	-13,98	38	27
Média						7.621,60	3.517,85	1.368,13	2.735,63	1.644,07	975,10	33,54	-6,87	36	20

Tabela D.9: Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para exemplares com $n = 20$ clientes.

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	$ \mathcal{V} $	Heurística									
						UB	Estocagem	Preparação	Roteamento	CPU(s)	CPU(s)*	Gap(%)	Dev(%)	#Iter	#Feas.
121	30	3	3	8	2	6.867,34	2.464,34	1.100,00	3.303,00	3.177,07	1.430,93	37,84	-	37	16
122	30	3	3	8	2	7.775,68	3.874,68	1.175,00	2.726,00	3.743,67	2.148,55	32,88	-7,38	31	6
123	30	3	3	8	2	7.831,67	4.025,67	850,00	2.956,00	2.156,27	729,39	31,12	-	41	27
124	30	3	3	8	2	7.224,40	3.333,40	1.050,00	2.841,00	1.607,34	542,69	33,27	-	31	11
125	30	3	3	8	2	6.460,67	2.203,67	1.050,00	3.207,00	3.186,51	2.975,60	37,57	-	32	5
126	30	3	3	8	3	6.153,34	2.108,34	1.025,00	3.020,00	2.192,04	1.801,32	36,25	-28,21	29	12
127	30	3	3	8	3	6.705,14	2.893,14	900,00	2.912,00	4.495,87	3.408,81	27,98	-	38	13
128	30	3	3	8	3	7.756,54	3.529,54	1.125,00	3.102,00	3.425,87	1.890,58	30,84	-	33	4
129	30	3	3	8	3	6.679,20	2.544,20	725,00	3.410,00	3.298,34	2.540,78	41,24	-	32	9
130	30	3	3	8	3	6.331,84	2.374,84	825,00	3.132,00	1.654,62	1.075,61	34,04	-	35	15
131	30	3	5	8	2	9.934,61	5.628,61	1.475,00	2.831,00	2.710,54	2.155,61	37,03	-	31	13
132	30	3	5	8	2	11.001,26	6.281,26	1.600,00	3.120,00	3.846,34	1.251,39	40,08	-	34	14
133	30	3	5	8	2	9.703,75	4.521,75	1.725,00	3.457,00	3.525,60	1.087,75	42,49	-	36	8
134	30	3	5	8	2	11.041,90	5.626,90	1.825,00	3.590,00	3.130,24	964,83	40,30	-	29	12
135	30	3	5	8	2	11.358,97	5.187,97	1.725,00	4.446,00	2.310,59	216,60	40,84	-	27	3
136	30	3	5	8	3	9.553,40	5.054,40	1.675,00	2.824,00	4.050,28	2.538,34	37,10	-	47	31
137	30	3	5	8	3	11.289,27	6.064,27	1.900,00	3.325,00	4.713,24	2.669,63	38,86	-	44	30
138	30	3	5	8	3	9.868,66	3.865,66	1.975,00	4.028,00	3.015,97	667,28	43,43	-	27	9
139	30	3	5	8	3	6.680,95	2.622,95	1.200,00	2.858,00	3.808,02	3.034,59	37,84	-	40	35
140	30	3	5	8	3	9.650,25	5.096,25	1.625,00	2.929,00	4.111,50	3.382,50	35,41	-	37	23
141	30	5	3	8	2	10.332,18	6.212,18	1.250,00	2.870,00	3.134,98	1.086,28	26,26	-	30	13
142	30	5	3	8	2	10.477,78	5.650,78	875,00	3.952,00	5.260,85	2.599,06	34,87	-	27	2
143	30	5	3	8	2	8.428,58	3.737,58	1.200,00	3.491,00	3.764,92	2.751,60	31,46	-	33	10
144	30	5	3	8	2	7.531,95	3.880,95	1.000,00	2.651,00	5.019,36	2.118,62	29,28	-	34	14
145	30	5	3	8	2	8.661,14	3.767,14	1.375,00	3.319,00	7.524,86	2.735,25	32,14	-	28	9
146	30	5	3	8	2	8.116,36	4.439,36	950,00	2.727,00	4.944,52	3.699,30	35,14	-	28	9
147	30	5	3	8	3	8.145,84	3.741,84	1.050,00	3.354,00	3.893,61	2.383,77	36,20	-16,26	38	10
148	30	5	3	8	3	7.908,52	3.460,52	1.450,00	2.998,00	6.783,09	3.291,27	32,26	-	29	14
149	30	5	3	8	3	9.579,85	5.354,85	1.275,00	2.950,00	7.599,10	6.484,20	29,44	-	40	19
150	30	5	3	8	3	7.369,55	3.249,55	1.025,00	3.095,00	11.744,96	9.143,68	31,94	-	43	19
151	30	5	5	8	2	11.338,10	6.143,10	1.950,00	3.245,00	2.902,04	1.379,70	37,11	-	30	9
152	30	5	5	8	2	16.963,44	11.334,44	2.375,00	3.054,00	4.852,34	2.304,84	27,02	-	31	23
153	30	5	5	8	2	12.279,98	7.284,98	2.000,00	2.995,00	6.495,81	3.979,94	39,25	-	40	11
154	30	5	5	8	2	10.303,23	4.675,23	2.150,00	3.478,00	5.955,00	1.280,94	39,67	-	27	11
155	30	5	5	8	2	12.675,38	5.859,38	2.525,00	4.291,00	5.170,81	1.516,20	42,70	-	28	6
156	30	5	5	8	3	12.627,11	6.227,11	2.500,00	3.900,00	5.972,40	5.635,74	37,02	-	45	28
157	30	5	5	8	3	13.147,85	7.649,85	2.025,00	3.473,00	8.160,80	5.534,90	34,80	-	31	12
158	30	5	5	8	3	12.074,96	6.553,96	2.375,00	3.146,00	6.649,85	3.451,19	35,55	-	35	18
159	30	5	5	8	3	12.518,19	7.379,19	2.100,00	3.039,00	6.997,22	2.524,60	37,14	-	33	13
160	30	5	5	8	3	12.364,72	7.809,72	1.850,00	2.705,00	6.361,18	6.071,09	34,47	-	36	25
Média						9.567,84	4.842,84	1.506,25	3.218,75	4.583,69	2.662,12	35,50	-17,28	34	14

Tabela D.10: Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para exemplares com $n = 30$ clientes.

Exemplar	n	$ P $	$ C $	$ T $	$ D $	Heurística									
						UB	Estocagem	Preparação	Rotamento	CPU(s)	CPU(s)*	Gap(%)	Dev(%)	#Iter	#Peas.
161	40	3	3	8	2	7.396,54	3.241,54	975,00	3.180,00	5.659,93	1.939,07	26,58	-	31	11
162	40	3	3	8	2	7.035,91	2.983,91	600,00	3.452,00	2.152,86	930,56	31,96	-	30	8
163	40	3	3	8	2	7.273,66	3.110,66	975,00	3.188,00	9.189,82	7.339,40	37,68	-27,08	32	6
164	40	3	3	8	2	8.028,54	3.632,54	1.100,00	3.296,00	5.162,43	4.816,49	31,39	-	44	11
165	40	3	3	8	2	7.105,48	2.752,48	925,00	3.428,00	4.493,16	2.373,40	38,08	-	33	10
166	40	3	3	8	3	7.376,34	3.161,34	1.000,00	3.215,00	6.732,42	6.302,64	33,96	-	34	8
167	40	3	3	8	3	8.391,50	4.137,50	1.200,00	3.054,00	9.300,07	8.540,72	34,87	-	36	18
168	40	3	3	8	3	8.591,34	3.728,34	1.250,00	3.613,00	7.506,37	4.875,37	35,88	-	31	9
169	40	3	3	8	3	7.366,22	2.871,22	1.150,00	3.345,00	7.555,37	1.079,68	36,74	-	43	18
170	40	3	3	8	3	7.219,26	3.163,26	925,00	3.131,00	5.962,04	4.088,69	32,69	-	30	11
171	40	3	5	8	2	11.687,24	5.920,24	2.075,00	3.692,00	7.926,17	3.376,22	41,25	-	35	8
172	40	3	5	8	2	12.597,00	7.366,00	1.800,00	3.431,00	6.446,51	2.314,69	38,67	-	27	14
173	40	3	5	8	2	11.624,19	6.228,19	1.900,00	3.496,00	7.061,94	2.694,54	39,23	-	34	14
174	40	3	5	8	2	11.036,46	5.978,46	1.850,00	3.208,00	7.715,12	4.935,09	35,00	-	34	7
175	40	3	5	8	2	11.217,08	5.738,08	2.000,00	3.479,00	4.675,74	1.253,70	37,90	-	27	8
176	40	3	5	8	3	12.607,30	7.111,30	2.150,00	3.346,00	11.929,64	9.708,94	36,56	-	44	15
177	40	3	5	8	3	12.800,08	6.581,08	2.925,00	3.294,00	6.843,90	1.257,35	34,94	-	32	12
178	40	3	5	8	3	10.964,77	5.639,77	1.975,00	3.300,00	5.268,22	2.528,54	36,59	-	33	26
179	40	3	5	8	3	11.273,71	6.146,71	1.925,00	3.202,00	8.511,51	5.340,69	34,78	-	31	21
180	40	3	5	8	3	9.069,58	3.729,58	2.125,00	3.215,00	7.578,77	3.493,65	43,61	-	27	7
181	40	5	3	8	2	10.647,46	6.370,46	1.000,00	3.277,00	11.628,52	3.380,18	29,89	-	30	8
182	40	5	3	8	2	14.671,80	8.419,80	1.750,00	4.502,00	6.549,57	1.902,19	26,36	-	29	2
183	40	5	3	8	2	14.737,70	10.128,70	1.300,00	3.309,00	10.599,13	9.637,53	31,31	-	40	11
184	40	5	3	8	2	11.710,32	7.008,32	1.225,00	3.477,00	4.709,40	760,79	30,05	-	26	5
185	40	5	3	8	2	10.888,81	5.943,81	1.475,00	3.470,00	8.079,52	3.822,96	29,35	-	27	3
186	40	5	3	8	3	7.061,68	2.929,68	1.000,00	3.132,00	14.433,87	12.869,66	33,50	-	36	13
187	40	5	3	8	3	9.382,26	4.497,26	1.200,00	3.685,00	15.834,40	15.232,35	36,42	-	34	8
188	40	5	3	8	3	11.327,32	6.481,32	1.400,00	3.446,00	7.272,35	5.735,00	31,79	-	36	8
189	40	5	3	8	3	11.445,18	5.865,18	1.550,00	4.030,00	11.494,74	6.124,92	29,67	-	29	11
190	40	5	3	8	3	9.422,98	4.686,98	950,00	3.786,00	9.682,55	6.632,59	33,53	-	34	7
191	40	5	5	8	2	14.619,83	9.592,83	2.050,00	2.977,00	12.069,87	7.323,05	34,58	-	30	9
192	40	5	5	8	2	13.913,40	7.848,40	2.450,00	3.615,00	14.364,55	9.957,23	34,01	-	37	20
193	40	5	5	8	2	13.313,48	6.955,48	2.625,00	3.733,00	23.653,92	11.226,35	37,73	-	40	11
194	40	5	5	8	2	17.866,32	11.678,32	2.550,00	3.638,00	5.924,68	1.352,44	34,39	-	26	1
195	40	5	5	8	2	17.104,31	11.084,31	2.575,00	3.445,00	15.952,99	10.124,27	30,31	-	31	12
196	40	5	5	8	3	13.616,40	7.434,40	2.900,00	3.282,00	13.884,81	11.144,67	35,01	-	37	16
197	40	5	5	8	3	16.301,42	10.201,42	2.375,00	3.725,00	12.040,48	9.345,96	32,14	-	32	12
198	40	5	5	8	3	12.645,78	6.871,78	2.500,00	3.274,00	17.324,92	15.130,45	35,31	-	35	12
199	40	5	5	8	3	14.929,06	9.210,06	2.100,00	3.619,00	28.382,97	21.021,02	33,15	-	49	28
200	40	5	5	8	3	17.921,88	11.433,88	2.800,00	3.688,00	17.979,52	16.842,64	31,98	-	41	7
Média						11.354,74	6.197,86	1.715,00	3.441,88	9.988,37	6.468,89	34,22	-27,08	34	11

Tabela D.11: Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para exemplares com $n = 40$ clientes.

Exemplar	n	$ P $	$ C $	$ T $	$ V $	Heurística									
						UB	Estocagem	Preparação	Roteamento	GPU(s)	CPU(s)*	Gap(%)	Dev(%)	#Iter	#Feas.
201	50	3	3	8	2	10.844,41	6.248,41	900,00	3.696,00	9.914,08	2.672,79	26,68	-	26	4
202	50	3	3	8	2	9.190,21	4.823,21	1.075,00	3.292,00	11.984,78	7.978,02	28,66	-	26	7
203	50	3	3	8	2	8.939,32	4.623,32	950,00	3.366,00	12.299,36	10.239,38	36,21	-	32	7
204	50	3	3	8	2	9.863,78	5.723,78	900,00	3.240,00	12.300,37	8.517,71	31,58	-	37	10
205	50	3	3	8	2	8.924,27	4.684,27	925,00	3.315,00	9.976,95	4.697,83	26,51	-	30	4
206	50	3	3	8	3	8.283,17	3.598,17	1.050,00	3.635,00	17.685,16	6.701,29	38,50	-	31	6
207	50	3	3	8	3	10.626,58	5.665,58	1.475,00	3.486,00	22.185,31	21.175,65	29,47	-	36	19
208	50	3	3	8	3	8.363,67	3.358,67	1.150,00	3.855,00	13.404,55	9.884,77	36,86	-	35	8
209	50	3	3	8	3	8.220,20	3.524,20	1.075,00	3.621,00	13.807,11	1.556,08	29,64	-	27	3
210	50	3	3	8	3	9.564,08	5.095,08	1.000,00	3.469,00	30.729,99	27.356,86	35,11	-	32	15
211	50	3	5	8	2	14.133,91	8.461,91	2.025,00	3.647,00	9.279,46	5.738,94	35,45	-	35	15
212	50	3	5	8	2	13.199,24	7.392,24	1.750,00	4.057,00	13.358,75	8.185,05	36,51	-	26	1
213	50	3	5	8	2	12.034,74	6.011,74	1.925,00	4.098,00	9.963,14	2.919,95	38,93	-	28	1
214	50	3	5	8	2	10.337,98	4.855,98	1.800,00	3.682,00	11.784,17	4.148,72	38,87	-	33	12
215	50	3	5	8	2	10.088,09	4.941,09	1.675,00	3.472,00	16.074,31	6.458,30	37,86	-	27	4
216	50	3	5	8	3	11.976,58	6.264,58	2.100,00	3.612,00	42.974,62	26.321,35	40,52	-	38	15
217	50	3	5	8	3	16.046,85	10.136,85	1.975,00	3.935,00	15.709,88	11.265,49	34,27	-	38	14
218	50	3	5	8	3	14.265,59	7.883,59	2.600,00	3.782,00	23.735,23	10.009,44	35,58	-	27	8
219	50	3	5	8	3	12.302,82	6.198,82	2.300,00	3.804,00	18.760,37	16.527,28	39,94	-	34	21
220	50	3	5	8	3	12.373,91	6.110,91	1.725,00	4.538,00	15.505,85	2.652,72	40,01	-	27	3
221	50	5	3	8	2	12.864,75	7.838,75	1.475,00	3.551,00	24.565,53	19.804,82	29,34	-	38	15
222	50	5	3	8	2	14.115,93	9.177,93	1.075,00	3.863,00	9.485,00	2.568,31	28,12	-	26	3
223	50	5	3	8	2	10.540,47	5.345,47	1.275,00	3.920,00	14.439,92	11.879,60	31,99	-	29	8
224	50	5	3	8	2	11.473,08	6.628,08	1.050,00	3.795,00	20.417,35	13.011,31	35,26	-	26	3
225	50	5	3	8	2	12.681,93	8.085,93	900,00	3.696,00	19.065,95	15.840,72	32,44	-	30	4
226	50	5	3	8	3	10.822,01	5.504,01	1.650,00	3.668,00	32.708,09	9.646,89	32,89	-	32	9
227	50	5	3	8	3	8.748,94	3.798,94	1.375,00	3.575,00	39.850,38	14.295,44	34,41	-	27	4
228	50	5	3	8	3	13.447,04	8.810,04	1.275,00	3.362,00	56.041,55	37.726,56	26,81	-	36	20
229	50	5	3	8	3	10.203,12	5.084,12	1.425,00	3.694,00	20.679,26	12.782,22	34,41	-	31	11
230	50	5	3	8	3	9.593,40	4.966,40	1.250,00	3.377,00	16.236,59	6.654,24	30,71	-	34	14
231	50	5	5	8	2	18.478,26	11.989,26	2.500,00	3.989,00	25.732,24	13.862,57	26,21	-	36	6
232	50	5	5	8	2	20.730,14	14.664,14	2.250,00	3.816,00	26.871,07	12.629,29	32,59	-	27	1
233	50	5	5	8	2	13.979,64	8.205,64	2.250,00	3.524,00	29.766,16	28.438,40	31,14	-	32	5
234	50	5	5	8	2	21.931,66	16.710,66	1.925,00	3.296,00	13.880,85	13.105,92	28,72	-	28	2
235	50	5	5	8	2	15.118,61	9.767,61	1.725,00	3.626,00	25.840,72	7.775,14	35,97	-	26	2
236	50	5	5	8	3	19.292,08	13.039,08	2.200,00	4.053,00	57.743,32	45.195,35	32,12	-	36	14
237	50	5	5	8	3	18.043,85	10.215,85	3.350,00	4.478,00	18.984,32	14.505,12	32,54	-	26	3
238	50	5	5	8	3	17.913,96	11.676,96	2.150,00	4.087,00	37.501,96	19.936,00	37,64	-	26	1
239	50	5	5	8	3	20.651,85	15.144,85	2.175,00	3.332,00	32.622,67	14.935,89	32,92	-	29	20
240	50	5	5	8	3	16.463,90	9.787,90	2.825,00	3.851,00	25.877,51	13.255,61	34,72	-	30	3
Média						12.916,85	7.551,10	1.661,88	3.703,88	21.993,60	13.072,93	33,45	-	31	8

Tabela D.12: Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para exemplares com $n = 50$ clientes.

D.2 Resultados da heurística de decomposição para o cenário com custos de estoque e trocas altos

Exemplar	n	$ P $	$ C $	$ T $	$ V $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
1	10	3	3	8	2	3.735,98	1.937,50	1.863,00	7.536,48	14,91	-0,26	672,85	38	38
2	10	3	3	8	2	2.500,13	1.812,50	2.210,00	6.522,63	12,28	2,04	592,86	47	31
3	10	3	3	8	2	3.087,33	875,00	1.945,00	5.907,33	19,12	-1,28	365,81	34	34
4	10	3	3	8	2	3.238,35	1.312,50	1.999,00	6.549,85	2,82	0,61	479,66	39	25
5	10	3	3	8	2	3.401,40	1.187,50	2.022,00	6.610,90	8,44	1,28	486,84	38	27
6	10	3	3	8	3	3.187,25	1.812,50	2.080,00	7.079,75	12,84	0,20	358,73	36	36
7	10	3	3	8	3	2.901,40	937,50	2.282,00	6.120,90	7,09	0,00	327,65	33	32
8	10	3	3	8	3	4.152,08	1.937,50	2.208,00	8.297,58	16,80	-0,75	467,36	36	26
9	10	3	3	8	3	1.937,15	1.500,00	2.412,00	5.849,15	6,27	0,00	466,93	33	31
10	10	3	3	8	3	3.142,63	1.312,50	2.455,00	6.910,13	7,78	0,00	381,59	35	34
11	10	3	5	8	2	4.834,28	3.125,00	1.985,00	9.944,28	36,85	-1,94	1.001,22	35	29
12	10	3	5	8	2	6.285,58	4.125,00	2.814,00	13.224,58	44,48	1,68	1.000,57	34	24
13	10	3	5	8	2	8.013,20	3.812,50	2.199,00	14.024,70	43,80	1,13	851,42	32	7
14	10	3	5	8	2	4.533,28	2.937,50	2.753,00	10.223,78	36,67	-3,08	745,75	33	12
15	10	3	5	8	2	4.217,20	2.000,00	1.787,00	8.004,20	31,14	1,42	799,84	40	38
16	10	3	5	8	3	5.217,50	4.062,50	3.189,00	12.469,00	42,59	4,64	597,94	33	19
17	10	3	5	8	3	4.632,25	3.062,50	2.180,00	9.874,75	34,74	1,76	811,49	45	38
18	10	3	5	8	3	5.804,48	2.812,50	2.014,00	10.630,98	39,94	-1,94	1.006,25	39	37
19	10	3	5	8	3	8.079,58	4.375,00	2.940,00	15.394,58	35,64	4,59	520,62	27	11
20	10	3	5	8	3	5.377,03	3.312,50	1.845,00	10.534,53	37,35	1,29	841,60	36	31
21	10	5	3	8	2	4.358,83	2.375,00	2.717,00	9.450,83	25,02	0,00	830,18	35	6
22	10	5	3	8	2	3.475,73	1.187,50	2.107,00	6.770,23	20,85	0,05	583,78	30	28
23	10	5	3	8	2	4.003,53	2.125,00	1.976,00	8.104,53	14,95	1,53	1.432,17	42	40
24	10	5	3	8	2	4.273,68	1.250,00	2.654,00	8.177,68	12,79	0,22	896,45	32	18
25	10	5	3	8	2	2.393,10	2.187,50	2.232,00	6.812,60	14,15	-0,06	1.244,53	34	31
26	10	5	3	8	3	3.807,65	1.937,50	2.401,00	8.146,15	20,47	-0,36	595,43	36	30
27	10	5	3	8	3	3.986,80	1.875,00	1.906,00	7.767,80	33,73	0,54	1.360,76	34	22
28	10	5	3	8	3	5.268,35	2.062,50	2.722,00	10.052,85	15,88	1,27	642,11	42	40
29	10	5	3	8	3	3.850,25	2.625,00	1.969,00	8.444,25	15,04	-0,08	1.017,94	37	31
30	10	5	3	8	3	4.115,73	2.312,50	2.431,00	8.859,23	25,46	0,37	752,93	30	30
31	10	5	5	8	2	9.568,93	3.562,50	2.217,00	15.348,43	43,73	4,92	1.272,47	29	24
32	10	5	5	8	2	7.827,63	4.687,50	2.496,00	15.011,13	45,76	0,53	1.206,96	34	29
33	10	5	5	8	2	11.932,55	3.250,00	2.837,00	18.019,55	46,82	8,60	967,09	26	7
34	10	5	5	8	2	6.453,50	4.437,50	1.825,00	12.716,00	40,23	1,17	1.704,24	32	31
35	10	5	5	8	2	9.050,23	4.875,00	2.058,00	15.983,23	44,56	3,09	1.137,62	35	30
36	10	5	5	8	3	9.392,15	3.125,00	2.328,00	14.845,15	39,59	3,30	1.041,42	34	23
37	10	5	5	8	3	7.952,38	3.875,00	2.542,00	14.369,38	40,29	0,25	1.490,68	46	45
38	10	5	5	8	3	9.014,28	3.812,50	2.175,00	15.001,78	38,35	4,15	1.491,47	37	33
39	10	5	5	8	3	6.883,63	2.125,00	2.326,00	11.334,63	46,85	4,62	1.262,94	39	22
40	10	5	5	8	3	7.366,93	4.125,00	2.307,00	13.798,93	40,44	4,85	1.622,68	43	40
Média						5.331,35	2.651,56	2.285,20	10.208,11	27,91	1,26	883,27	36	28

Tabela D.13: Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com custos de estoque e trocas altos – $n = 10$ clientes.

Exemplar	n	$ P $	$ C $	$ T $	$ V $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
41	15	3	3	8	2	2.465,75	812,50	2.641,00	5.919,25	22,98	0,00	537,35	34	23
42	15	3	3	8	2	4.227,05	2.062,50	2.986,00	9.275,55	25,11	-0,22	629,43	37	16
43	15	3	3	8	2	4.101,15	2.062,50	2.160,00	8.323,65	27,74	0,00	672,65	45	36
44	15	3	3	8	2	5.184,15	2.000,00	2.597,00	9.781,15	17,30	-3,18	489,24	28	13
45	15	3	3	8	2	5.076,45	2.250,00	2.069,00	9.395,45	25,15	-0,23	1.260,40	40	35
46	15	3	3	8	3	4.539,28	2.125,00	2.541,00	9.205,28	40,24	-0,51	1.066,27	40	32
47	15	3	3	8	3	4.358,38	2.312,50	2.627,00	9.297,88	21,98	-2,08	1.086,34	45	36
48	15	3	3	8	3	4.493,90	2.125,00	3.252,00	9.870,90	25,13	-0,29	517,28	33	19
49	15	3	3	8	3	5.630,95	2.187,50	2.835,00	10.653,45	18,69	-1,46	547,32	33	15
50	15	3	3	8	3	3.689,70	2.375,00	2.316,00	8.380,70	33,18	-0,35	419,49	33	26
51	15	3	5	8	2	8.887,50	2.750,00	3.199,00	14.836,50	45,12	-4,36	769,134	29	4
52	15	3	5	8	2	4.900,53	2.750,00	2.441,00	10.091,53	49,63	-2,69	2.080,53	39	16
53	15	3	5	8	2	3.712,20	2.625,00	2.349,00	8.686,20	54,51	-2,13	1.088,17	38	26
54	15	3	5	8	2	5.294,15	2.875,00	2.315,00	10.484,15	42,02	-6,53	1.988,11	41	18
55	15	3	5	8	2	5.432,98	3.562,50	2.475,00	11.470,48	39,49	-2,18	726,54	28	26
56	15	3	5	8	3	8.409,33	3.062,50	2.428,00	13.899,83	35,91	-5,91	1.041,72	42	33
57	15	3	5	8	3	6.156,88	4.312,50	3.193,00	13.662,38	46,75	-2,28	1.194,91	33	26
58	15	3	5	8	3	7.621,05	3.000,00	2.802,00	13.423,05	38,80	0,19	767,84	27	12
59	15	3	5	8	3	5.890,23	4.125,00	2.279,00	12.294,23	43,15	-3,22	817,29	27	16
60	15	3	5	8	3	5.037,53	3.000,00	3.245,00	11.282,53	38,90	6,24	2.318,75	44	19
61	15	5	3	8	2	5.442,60	2.875,00	2.576,00	10.893,60	27,25	-3,61	1.977,63	32	18
62	15	5	3	8	2	5.162,70	1.250,00	2.705,00	9.117,70	35,66	-2,82	1.346,81	30	19
63	15	5	3	8	2	5.814,30	2.312,50	2.500,00	10.626,80	20,90	-1,29	1.719,31	45	36
64	15	5	3	8	2	7.347,45	2.937,50	2.638,00	12.922,95	22,51	-4,10	2.138,82	41	18
65	15	5	3	8	2	6.874,95	2.250,00	2.768,00	11.892,95	31,00	-3,45	1.769,17	32	13
66	15	5	3	8	3	6.073,58	2.375,00	2.766,00	11.214,58	29,96	-1,18	1.832,28	36	23
67	15	5	3	8	3	6.553,23	2.125,00	2.309,00	10.987,23	21,70	-0,26	1.740,06	35	28
68	15	5	3	8	3	5.000,40	2.250,00	2.827,00	10.077,40	35,47	-5,16	1.406,95	39	28
69	15	5	3	8	3	2.605,58	1.437,50	2.593,00	6.636,08	11,95	0,00	1.191,87	35	26
70	15	5	3	8	3	4.782,48	1.937,50	1.890,00	8.609,98	16,97	0,00	1.792,27	37	34
71	15	5	5	8	2	8.732,63	4.687,50	2.766,00	16.186,13	41,15	-1,89	1.483,00	36	27
72	15	5	5	8	2	9.057,18	4.437,50	2.164,00	15.658,68	41,16	-8,39	2.513,76	46	42
73	15	5	5	8	2	8.929,15	3.687,50	2.751,00	15.367,65	44,10	-3,88	1.879,01	37	17
74	15	5	5	8	2	8.960,00	4.312,50	2.489,00	15.761,50	33,75	-1,02	2.391,51	35	14
75	15	5	5	8	2	9.042,30	4.375,00	2.728,00	16.145,30	48,52	-11,01	2.711,89	26	10
76	15	5	5	8	3	6.338,30	2.937,50	2.156,00	11.431,80	43,36	-4,35	2.747,53	48	34
77	15	5	5	8	3	9.858,55	3.875,00	2.474,00	16.207,55	41,28	-9,13	3.242,75	32	19
78	15	5	5	8	3	12.352,85	3.750,00	2.245,00	18.347,85	43,01	0,23	2.210,79	29	21
79	15	5	5	8	3	10.988,58	3.750,00	2.606,00	17.344,58	43,75	2,25	1.796,33	33	19
80	15	5	5	8	3	8.480,58	4.625,00	2.012,00	15.117,58	45,15	-3,48	3.175,12	34	33
Média						6.337,66	2.864,06	2.567,83	11.769,55	34,26	-2,34	1.527,89	36	23

Tabela D.14: Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com custos de estoque e trocas altos – $n = 15$ clientes.

Exemplar	n	$ P $	$ C $	$ T $	$ V $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
81	20	3	3	8	2	6.084,80	2.562,50	2.750,00	11.397,30	35,47	-8,62	1.215,47	42	18
82	20	3	3	8	2	6.309,80	1.875,00	2.657,00	10.841,80	24,84	-2,08	1.900,36	47	25
83	20	3	3	8	2	5.230,95	2.375,00	2.267,00	9.872,95	29,76	-6,22	892,00	31	23
84	20	3	3	8	2	3.737,53	2.375,00	2.792,00	8.904,53	39,30	-10,96	1.481,56	27	18
85	20	3	3	8	2	5.700,98	2.437,50	2.313,00	10.451,48	35,37	-5,05	1.458,41	31	11
86	20	3	3	8	3	6.402,25	2.562,50	2.577,00	11.541,75	34,78	-4,82	820,77	46	18
87	20	3	3	8	3	5.715,75	2.625,00	2.924,00	11.264,75	36,34	-4,75	2.334,53	37	15
88	20	3	3	8	3	4.393,78	2.687,50	2.594,00	9.675,28	34,93	-2,64	1.228,22	39	14
89	20	3	3	8	3	4.299,35	2.125,00	2.540,00	8.964,35	24,50	-0,39	1.984,00	43	35
90	20	3	3	8	3	5.479,20	2.250,00	2.899,00	10.628,20	30,39	-2,57	1.169,04	35	22
91	20	3	5	8	2	6.697,23	4.687,50	3.070,00	14.454,73	45,02	-	2.195,31	33	22
92	20	3	5	8	2	7.042,38	4.250,00	2.195,00	13.487,38	43,28	-3,92	4.018,77	46	38
93	20	3	5	8	2	6.797,68	3.812,50	2.760,00	13.370,18	37,20	-	1.511,78	39	17
94	20	3	5	8	2	6.160,75	3.500,00	3.257,00	12.917,75	40,36	-	2.516,89	45	24
95	20	3	5	8	2	8.255,95	4.500,00	2.683,00	15.438,95	35,85	-	1.222,93	31	21
96	20	3	5	8	3	11.426,30	4.250,00	2.593,00	18.269,30	34,76	-7,16	886,47	35	27
97	20	3	5	8	3	7.975,45	4.250,00	2.852,00	15.077,45	51,93	-3,10	3.278,14	32	24
98	20	3	5	8	3	10.255,98	4.125,00	3.288,00	17.668,98	37,63	-12,30	2.061,78	30	16
99	20	3	5	8	3	7.451,50	4.375,00	3.848,00	15.674,50	49,09	-	1.344,24	26	5
100	20	3	5	8	3	8.601,00	3.500,00	2.997,00	15.098,00	42,60	-10,87	3.452,01	35	24
101	20	5	3	8	2	7.061,18	2.687,50	2.604,00	12.352,68	30,54	-	2.644,07	32	16
102	20	5	3	8	2	10.453,25	2.312,50	2.911,00	15.676,75	30,21	-4,50	2.752,43	34	20
103	20	5	3	8	2	6.575,43	2.437,50	2.548,00	11.560,93	40,72	-1,79	2.210,34	38	21
104	20	5	3	8	2	7.652,18	2.812,50	2.363,00	12.827,68	44,72	-5,63	5.506,30	41	25
105	20	5	3	8	2	6.189,98	2.500,00	3.118,00	11.807,98	33,68	-	3.713,41	30	6
106	20	5	3	8	3	8.813,95	2.375,00	2.867,00	14.055,95	33,43	-7,14	4.498,19	33	21
107	20	5	3	8	3	5.497,38	1.937,50	2.339,00	9.773,88	34,91	-	3.500,43	38	11
108	20	5	3	8	3	7.461,70	2.437,50	2.726,00	12.625,20	34,32	-1,01	3.102,16	35	17
109	20	5	3	8	3	6.586,25	1.750,00	3.266,00	11.602,25	39,68	-4,13	2.081,81	35	11
110	20	5	3	8	3	8.573,63	2.625,00	2.827,00	14.025,63	33,37	-	2.855,54	28	5
111	20	5	5	8	2	11.887,63	5.000,00	2.440,00	19.327,63	40,06	-	5.789,73	33	24
112	20	5	5	8	2	15.638,18	4.375,00	2.834,00	22.847,18	37,72	-2,91	3.850,60	33	8
113	20	5	5	8	2	17.878,33	4.687,50	2.768,00	25.333,83	38,30	-	4.827,14	33	11
114	20	5	5	8	2	9.076,50	4.375,00	3.057,00	16.508,50	48,37	-	1.635,37	27	6
115	20	5	5	8	2	11.808,70	4.000,00	2.580,00	18.388,70	48,07	-	1.920,81	29	11
116	20	5	5	8	3	14.825,63	5.500,00	3.119,00	23.444,63	38,28	-	7.096,18	49	37
117	20	5	5	8	3	12.326,83	6.375,00	2.950,00	21.651,83	42,78	-	9.392,50	42	32
118	20	5	5	8	3	15.035,10	4.437,50	3.225,00	22.697,60	39,49	-	4.240,39	44	23
119	20	5	5	8	3	11.366,85	4.875,00	3.106,00	19.347,85	36,25	-7,42	2.206,39	39	27
120	20	5	5	8	3	16.244,05	4.687,50	3.164,00	24.095,55	41,08	-	5.214,33	31	20
Média						8.624,28	3.432,81	2.816,70	14.873,79	37,73	-5,22	2.900,27	36	19

Tabela D.15: Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com custos de estoque e trocas altos – $n = 20$ clientes.

D.3 Resultados da heurística de decomposição para o cenário com custos de roteamento altos

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	$ \mathcal{V} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
1	10	3	3	8	2	1.494,76	775,00	8.455,00	10.724,76	16,58	0,00	354,20	43	39
2	10	3	3	8	2	994,74	725,00	11.050,00	12.769,74	23,44	0,74	380,99	41	22
3	10	3	3	8	2	1.029,52	550,00	9.725,00	11.304,52	31,43	-1,29	323,21	31	30
4	10	3	3	8	2	1.295,34	525,00	9.995,00	11.815,34	4,33	0,13	366,92	43	33
5	10	3	3	8	2	1.200,05	650,00	9.520,00	11.370,05	22,44	-0,03	317,06	32	31
6	10	3	3	8	3	1.253,88	725,00	10.750,00	12.728,88	9,41	2,70	269,91	32	29
7	10	3	3	8	3	1.211,26	375,00	11.240,00	12.826,26	20,19	-0,06	189,06	28	28
8	10	3	3	8	3	1.660,83	775,00	11.040,00	13.475,83	16,88	0,00	380,41	41	30
9	10	3	3	8	3	922,28	450,00	12.880,00	14.252,28	19,81	6,08	370,71	40	24
10	10	3	3	8	3	1.257,05	525,00	12.275,00	14.057,05	15,64	0,00	227,53	36	36
11	10	3	5	8	2	2.241,55	1.025,00	9.925,00	13.191,55	18,93	0,80	482,99	41	39
12	10	3	5	8	2	3.017,69	1.150,00	13.600,00	17.767,69	22,13	-0,64	765,54	46	41
13	10	3	5	8	2	3.164,92	1.475,00	10.995,00	15.634,92	34,22	-2,54	484,78	36	35
14	10	3	5	8	2	1.697,35	1.600,00	14.920,00	18.217,35	36,27	8,59	517,23	39	19
15	10	3	5	8	2	1.655,88	900,00	9.525,00	12.080,88	21,17	6,19	476,31	37	36
16	10	3	5	8	3	2.452,86	1.250,00	16.025,00	19.727,86	30,95	2,17	337,53	29	27
17	10	3	5	8	3	1.816,85	1.325,00	10.515,00	13.656,85	20,84	-0,44	273,81	31	26
18	10	3	5	8	3	2.841,10	775,00	10.070,00	13.686,10	20,14	1,25	359,32	28	19
19	10	3	5	8	3	3.545,46	1.700,00	12.025,00	17.270,46	19,61	0,33	413,71	38	31
20	10	3	5	8	3	2.412,89	1.075,00	9.100,00	12.587,89	32,12	0,80	494,46	38	37
21	10	5	3	8	2	2.027,60	800,00	12.360,00	15.187,60	19,26	0,00	421,47	37	25
22	10	5	3	8	2	1.387,89	475,00	12.195,00	14.057,89	31,15	13,38	413,58	34	29
23	10	5	3	8	2	1.571,21	850,00	10.265,00	12.686,21	15,45	3,03	689,03	29	28
24	10	5	3	8	2	1.698,70	500,00	13.270,00	15.468,70	21,55	0,00	544,73	37	30
25	10	5	3	8	2	949,92	875,00	10.965,00	12.789,92	25,23	-0,34	514,06	28	24
26	10	5	3	8	3	1.370,18	1.050,00	11.885,00	14.305,18	13,67	0,82	589,74	40	37
27	10	5	3	8	3	1.592,36	750,00	9.530,00	11.872,36	28,10	0,46	595,26	40	37
28	10	5	3	8	3	2.084,46	850,00	13.150,00	16.084,46	16,29	-1,34	579,04	43	43
29	10	5	3	8	3	1.837,68	800,00	9.085,00	11.722,68	9,35	0,00	488,10	34	33
30	10	5	3	8	3	1.711,25	925,00	11.180,00	13.816,25	24,85	0,00	569,38	33	32
31	10	5	5	8	2	3.232,78	1.600,00	10.330,00	15.162,78	21,92	0,67	630,08	35	27
32	10	5	5	8	2	4.019,04	1.450,00	10.895,00	16.364,04	44,62	1,32	665,02	38	32
33	10	5	5	8	2	4.228,60	1.700,00	11.730,00	17.658,60	36,55	2,58	1.291,19	44	42
34	10	5	5	8	2	2.791,33	1.675,00	12.195,00	16.661,33	39,03	24,41	1.187,87	45	39
35	10	5	5	8	2	3.674,31	1.825,00	10.995,00	16.494,31	33,49	5,32	634,27	38	35
36	10	5	5	8	3	3.014,60	1.775,00	11.640,00	16.429,60	24,50	-2,84	596,85	41	32
37	10	5	5	8	3	3.163,04	1.775,00	11.285,00	16.223,04	27,59	1,00	582,90	40	35
38	10	5	5	8	3	3.874,20	1.500,00	10.480,00	15.854,20	25,79	2,28	641,47	40	31
39	10	5	5	8	3	2.111,35	1.350,00	11.820,00	15.281,35	31,43	-1,10	534,97	34	16
40	10	5	5	8	3	3.257,84	1.400,00	9.985,00	14.642,84	31,08	1,33	466,28	32	29
Média						2.169,12	1.056,88	11.221,75	14.447,74	23,94	1,89	510,52	37	31

Tabela D.16: Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com custos de roteamento altos – $n = 10$ clientes.

Exemplar	n	$ P $	$ C $	$ T $	$ V $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
41	15	3	3	8	2	886,73	500,00	13.005,00	14.391,73	37,89	-0,65	416,48	42	29
42	15	3	3	8	2	1.864,44	625,00	14.930,00	17.419,44	32,74	-3,57	345,21	30	17
43	15	3	3	8	2	1.963,04	675,00	10.960,00	13.598,04	23,08	5,67	363,64	37	21
44	15	3	3	8	2	2.364,28	650,00	12.905,00	15.919,28	29,73	3,06	298,70	36	19
45	15	3	3	8	2	2.030,58	900,00	10.345,00	13.275,58	30,67	0,00	322,56	31	30
46	15	3	3	8	3	1.831,30	825,00	12.705,00	15.361,30	46,12	-1,46	747,17	52	50
47	15	3	3	8	3	1.757,67	925,00	13.215,00	15.897,67	30,31	0,41	394,79	33	16
48	15	3	3	8	3	1.690,64	1.075,00	15.480,00	18.245,64	20,83	3,24	349,05	34	13
49	15	3	3	8	3	2.273,26	875,00	13.785,00	16.933,26	16,44	-1,95	465,62	39	24
50	15	3	3	8	3	1.585,47	950,00	11.090,00	13.625,47	19,03	-1,05	307,05	32	30
51	15	3	5	8	2	3.000,96	1.475,00	15.835,00	20.310,96	40,05	-2,37	576,04	38	22
52	15	3	5	8	2	2.363,08	825,00	11.960,00	15.148,08	35,62	-6,60	543,00	43	18
53	15	3	5	8	2	1.718,36	875,00	11.745,00	14.338,36	30,55	-1,77	533,20	48	33
54	15	3	5	8	2	2.104,68	1.325,00	11.575,00	15.004,68	34,75	0,90	488,35	38	30
55	15	3	5	8	2	2.306,74	1.425,00	10.080,00	13.811,74	22,02	-4,91	368,25	40	38
56	15	3	5	8	3	3.398,91	1.175,00	12.045,00	16.618,91	21,49	-0,02	369,17	32	32
57	15	3	5	8	3	2.665,89	1.775,00	14.885,00	19.325,89	40,28	-0,12	731,55	53	37
58	15	3	5	8	3	2.464,73	1.700,00	13.980,00	18.144,73	42,14	-1,08	507,69	33	27
59	15	3	5	8	3	2.745,98	1.275,00	10.510,00	14.530,98	35,78	-3,94	324,01	32	21
60	15	3	5	8	3	2.032,81	1.025,00	15.620,00	18.677,81	41,60	-2,39	885,78	47	27
61	15	5	3	8	2	2.263,18	1.125,00	12.850,00	16.238,18	38,49	-0,84	443,83	31	15
62	15	5	3	8	2	1.873,12	675,00	12.540,00	15.088,12	27,96	0,00	564,13	40	17
63	15	5	3	8	2	2.180,68	1.125,00	12.020,00	15.325,68	20,46	-2,26	656,52	30	19
64	15	5	3	8	2	3.119,17	1.175,00	11.855,00	16.149,17	24,58	0,10	678,98	37	20
65	15	5	3	8	2	2.823,06	900,00	13.110,00	16.833,06	33,38	-2,63	849,89	43	22
66	15	5	3	8	3	2.421,42	975,00	14.945,00	18.341,42	45,36	-0,61	904,43	42	30
67	15	5	3	8	3	2.728,50	850,00	11.235,00	14.813,50	30,81	0,00	966,29	46	45
68	15	5	3	8	3	2.385,68	725,00	11.650,00	14.760,68	16,59	0,00	795,02	31	26
69	15	5	3	8	3	1.020,57	600,00	13.025,00	14.645,57	18,97	0,43	849,79	48	39
70	15	5	3	8	3	1.803,85	950,00	10.510,00	13.263,85	22,12	9,28	588,60	32	19
71	15	5	5	8	2	4.110,49	1.700,00	11.535,00	17.345,49	27,32	-4,45	616,28	31	25
72	15	5	5	8	2	3.830,80	1.775,00	10.550,00	16.155,80	24,54	-3,30	1.228,34	49	38
73	15	5	5	8	2	3.190,71	2.200,00	14.195,00	19.585,71	37,14	2,14	644,98	32	7
74	15	5	5	8	2	4.167,88	1.575,00	11.995,00	17.737,88	30,58	-1,18	1.460,50	41	29
75	15	5	5	8	2	3.872,22	1.550,00	12.940,00	18.362,22	45,73	1,83	1.175,82	41	28
76	15	5	5	8	3	2.466,33	1.375,00	10.315,00	14.156,33	27,02	-0,72	602,13	29	20
77	15	5	5	8	3	4.059,35	1.400,00	12.240,00	17.699,35	33,00	-8,29	612,97	30	19
78	15	5	5	8	3	4.363,46	1.825,00	11.225,00	17.413,46	43,97	-9,58	872,75	53	46
79	15	5	5	8	3	3.688,35	2.200,00	12.320,00	18.208,35	30,86	-4,49	830,10	36	26
80	15	5	5	8	3	4.071,09	1.500,00	9.795,00	15.366,09	33,63	-4,37	669,64	28	28
Média						2.587,24	1.176,88	12.437,63	16.201,74	31,09	-1,19	633,71	38	26

Tabela D.17: Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com custos de roteamento altos – $n = 15$ clientes.

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	$ \mathcal{V} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
81	20	3	3	8	2	2.425,92	1.025,00	12.980,00	16.430,92	24,71	-	496,20	34	18
82	20	3	3	8	2	2.500,06	875,00	11.540,00	14.915,06	18,68	-3,19	556,97	51	23
83	20	3	3	8	2	2.128,06	950,00	11.155,00	14.233,06	31,28	-3,96	385,30	33	31
84	20	3	3	8	2	1.504,61	950,00	13.890,00	16.344,61	40,90	-10,10	496,78	36	21
85	20	3	3	8	2	2.331,07	975,00	11.080,00	14.386,07	19,56	-2,85	458,28	39	22
86	20	3	3	8	3	2.560,95	1.000,00	12.495,00	16.055,95	14,17	0,00	342,28	33	21
87	20	3	3	8	3	2.708,75	875,00	12.400,00	15.983,75	25,79	-	439,31	41	21
88	20	3	3	8	3	1.855,57	1.075,00	12.365,00	15.295,57	15,19	-0,42	401,44	39	28
89	20	3	3	8	3	2.207,16	525,00	12.405,00	15.137,16	23,67	-7,20	275,98	31	12
90	20	3	3	8	3	2.041,16	1.125,00	14.360,00	17.526,16	29,72	-0,34	638,27	45	27
91	20	3	5	8	2	2.968,64	1.675,00	14.685,00	19.328,64	30,49	-	566,23	36	23
92	20	3	5	8	2	2.910,69	1.725,00	10.975,00	15.610,69	32,98	-16,02	391,14	37	36
93	20	3	5	8	2	2.747,43	1.550,00	14.725,00	19.022,43	32,59	-	577,17	33	21
94	20	3	5	8	2	2.592,14	1.800,00	15.600,00	19.992,14	45,00	-	759,42	30	13
95	20	3	5	8	2	3.588,00	1.650,00	13.015,00	18.253,00	21,51	-1,22	687,09	51	39
96	20	3	5	8	3	4.642,10	1.725,00	12.920,00	19.287,10	19,17	-	420,99	31	25
97	20	3	5	8	3	3.131,49	1.900,00	13.825,00	18.856,49	44,58	-2,55	1.167,64	54	42
98	20	3	5	8	3	4.188,60	1.675,00	16.285,00	22.148,60	35,32	-6,22	562,83	34	19
99	20	3	5	8	3	3.066,64	1.725,00	17.685,00	22.476,64	47,06	-	594,85	26	8
100	20	3	5	8	3	3.927,43	1.275,00	11.515,00	16.717,43	33,69	-8,83	1.112,04	44	33
101	20	5	3	8	2	2.882,64	1.025,00	12.440,00	16.347,64	28,62	-	1.155,11	41	25
102	20	5	3	8	2	4.513,36	925,00	13.260,00	18.698,36	33,50	-4,28	961,56	39	19
103	20	5	3	8	2	2.640,95	975,00	12.520,00	16.135,95	20,28	-11,45	653,27	30	15
104	20	5	3	8	2	3.078,63	1.125,00	11.705,00	15.908,63	33,53	-0,36	707,84	38	26
105	20	5	3	8	2	2.458,20	1.150,00	13.890,00	17.498,20	33,09	5,68	888,39	31	18
106	20	5	3	8	3	3.598,82	950,00	13.695,00	18.243,82	29,33	-1,74	1.603,73	40	29
107	20	5	3	8	3	2.355,12	775,00	11.030,00	14.160,12	30,85	-4,01	1.584,54	47	21
108	20	5	3	8	3	2.802,50	1.175,00	13.465,00	17.442,50	26,71	-2,82	625,53	33	9
109	20	5	3	8	3	2.731,14	700,00	15.730,00	19.161,14	33,44	-4,39	809,93	41	18
110	20	5	3	8	3	4.192,89	800,00	12.675,00	17.667,89	39,29	-4,86	922,64	35	13
111	20	5	5	8	2	5.134,28	1.800,00	12.200,00	19.134,28	38,93	-	1.130,44	37	34
112	20	5	5	8	2	6.629,12	1.700,00	12.935,00	21.264,12	30,40	-14,38	1.062,80	44	26
113	20	5	5	8	2	7.729,78	1.650,00	13.945,00	23.324,78	41,23	-	1.181,43	33	12
114	20	5	5	8	2	3.647,80	1.900,00	12.605,00	18.152,80	37,64	-10,69	1.269,65	41	23
115	20	5	5	8	2	4.416,86	1.750,00	12.425,00	18.591,86	33,09	-	888,44	41	30
116	20	5	5	8	3	6.947,80	1.900,00	11.565,00	20.412,80	30,79	-7,42	1.322,85	40	33
117	20	5	5	8	3	5.775,43	1.825,00	14.745,00	22.345,43	40,15	-	2.665,60	35	19
118	20	5	5	8	3	6.092,77	1.925,00	14.655,00	22.672,77	31,69	-10,55	1.003,14	43	32
119	20	5	5	8	3	4.713,58	2.125,00	14.630,00	21.468,58	24,95	-0,12	819,54	33	19
120	20	5	5	8	3	7.284,82	2.025,00	13.155,00	22.464,82	37,46	-5,74	823,26	26	17
Média						3.641,32	1.356,88	13.229,25	18.227,45	31,16	-5,00	835,25	38	23

Tabela D.18: Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com custos de roteamento altos – $n = 20$ clientes.

D.4 Resultados da heurística de decomposição para o cenário com um maior número de itens

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{V} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
1	10	5	10	2	6.442,28	2.850,00	1.878,00	11.170,28	46,53	-	3.565,97	41	40
2	10	5	10	2	7.389,16	2.500,00	1.910,00	11.799,16	46,70	4,60	3.140,32	44	31
3	10	5	10	2	6.314,84	3.000,00	3.475,00	12.789,84	43,50	1,67	1.615,55	37	32
4	10	5	10	2	5.539,89	3.000,00	3.085,00	11.624,89	51,36	-	2.208,39	27	1
5	10	5	10	2	6.525,71	3.550,00	1.954,00	12.029,71	43,13	-	2.897,93	47	43
6	10	5	10	3	5.871,83	2.600,00	2.012,00	10.483,83	47,62	-	3.092,53	35	30
7	10	5	10	3	6.219,24	3.450,00	1.970,00	11.639,24	46,82	-	2.424,46	39	36
8	10	5	10	3	6.017,20	2.775,00	2.083,00	10.875,20	42,89	-	2.759,82	36	34
9	10	5	10	3	5.793,63	3.375,00	1.609,00	10.777,63	45,60	-2,55	2.866,90	32	31
10	10	5	10	3	6.240,02	2.200,00	2.735,00	11.175,02	41,56	3,82	1.640,37	29	10
Média					6.235,38	2.930,00	2.271,10	11.436,48	45,57	1,89	2.621,22	37	29

Tabela D.19: Resultados da heurística de decomposição para o cenário com $n = 10$ clientes e $|\mathcal{C}| = 10$ itens.

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{V} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
11	10	5	15	2	6.819,14	5.225,00	2.408,00	14.452,14	46,73	-3,25	12.882,52	40	30
12	10	5	15	2	6.998,88	5.425,00	2.292,00	14.715,88	48,31	2,16	3.807,81	26	8
13	10	5	15	2	7.401,84	5.000,00	1.992,00	14.393,84	48,36	-	6.430,20	45	43
14	10	5	15	2	9.011,83	4.175,00	1.923,00	15.109,83	45,42	-1,01	5.640,86	34	26
15	10	5	15	2	7.344,79	3.875,00	3.080,00	14.299,79	45,46	2,28	4.851,95	32	23
16	10	5	15	3	11.933,15	3.875,00	2.905,00	18.713,15	43,99	5,01	4.361,39	32	12
17	10	5	15	3	7.302,36	5.400,00	2.645,00	15.347,36	44,61	-0,89	5.818,00	38	24
18	10	5	15	3	8.421,06	5.775,00	2.701,00	16.897,06	43,76	-	7.705,11	36	22
19	10	5	15	3	8.823,25	4.275,00	2.560,00	15.658,25	46,24	0,64	4.903,86	40	12
20	10	5	15	3	7.834,83	5.525,00	2.365,00	15.724,83	43,08	-6,27	5.002,78	33	24
Média					8.189,11	4.855,00	2.487,10	15.531,21	45,60	-0,17	6.140,45	36	22

Tabela D.20: Resultados da heurística de decomposição para o cenário com $n = 10$ clientes e $|\mathcal{C}| = 15$ itens.

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{V} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
21	15	5	10	2	9.311,20	3.675,00	2.676,00	15.662,20	45,33	-	3.554,14	27	9
22	15	5	10	2	9.357,19	3.475,00	3.534,00	16.366,19	40,41	-	4.112,94	32	6
23	15	5	10	2	7.481,03	4.200,00	3.054,00	14.735,03	45,91	-	4.534,41	45	25
24	15	5	10	2	12.080,27	2.925,00	3.454,00	18.459,27	47,54	-	2.690,38	28	2
25	15	5	10	2	7.924,10	4.175,00	2.223,00	14.322,10	41,95	-	5.604,56	45	33
26	15	5	10	3	7.671,36	3.525,00	2.491,00	13.687,36	45,18	-	3.238,03	27	11
27	15	5	10	3	7.874,26	4.400,00	3.272,00	15.546,26	42,23	-	3.000,76	32	11
28	15	5	10	3	8.535,59	3.675,00	2.929,00	15.139,59	42,49	-	5.031,96	33	20
29	15	5	10	3	6.299,02	3.925,00	2.345,00	12.569,02	44,97	-	5.634,99	47	41
30	15	5	10	3	6.181,87	2.875,00	2.634,00	11.690,87	48,18	-	4.566,32	45	27
Média					8.271,59	3.685,00	2.861,20	14.817,79	44,42	-	4.196,85	36	19

Tabela D.21: Resultados da heurística de decomposição para o cenário com $n = 15$ clientes e $|\mathcal{C}| = 10$ itens.

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{V} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
31	15	5	15	2	12.889,61	6.325,00	2.988,00	22.202,61	42,25	-	6.897,02	28	12
32	15	5	15	2	11.539,92	5.875,00	3.320,00	20.734,92	43,01	-	10.177,35	39	9
33	15	5	15	2	10.642,48	5.375,00	3.317,00	19.334,48	45,56	-	6.595,33	30	11
34	15	5	15	2	16.439,21	4.450,00	2.199,00	23.088,21	44,09	-	11.604,66	30	11
35	15	5	15	2	12.125,31	4.725,00	2.750,00	19.600,31	45,31	-	10.332,40	29	9
36	15	5	15	3	11.080,67	5.700,00	2.991,00	19.771,67	44,48	-	14.027,42	30	12
37	15	5	15	3	12.206,47	5.000,00	3.506,00	20.712,47	45,89	-	9.428,30	30	10
38	15	5	15	3	11.537,23	4.675,00	3.030,00	19.242,23	48,80	-	5.940,61	27	5
39	15	5	15	3	12.427,20	6.350,00	2.452,00	21.229,20	42,41	-	15.571,92	32	20
40	15	5	15	3	9.239,52	5.700,00	2.936,00	17.875,52	42,08	-	9.984,25	37	25
Média					12.012,76	5.417,50	2.948,90	20.379,16	44,39	-	10.055,93	31	12

Tabela D.22: Resultados da heurística de decomposição para o cenário com $n = 15$ clientes e $|\mathcal{C}| = 15$ itens.

D.5 Resultados da heurística de decomposição para o cenário com único veículo

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
1	5	2	3	5	6.199,36	5.192,00	991,00	12.382,36	0,00	0,00	33,14	29	29
2	5	2	3	5	11.543,51	3.927,00	1.070,00	16.540,51	0,00	0,00	52,76	26	23
3	5	2	3	5	7.910,74	5.052,00	1.886,00	14.848,74	0,00	0,00	45,82	32	32
4	5	2	3	5	10.381,76	5.887,00	2.045,00	18.313,76	0,00	0,00	57,40	26	26
5	5	2	3	5	16.705,50	4.198,00	1.453,00	22.356,50	0,00	0,00	35,33	26	21
6	5	2	5	5	20.995,35	8.474,00	941,00	30.410,35	0,00	0,00	112,76	27	23
7	5	2	5	5	18.035,13	7.822,00	1.249,00	27.106,13	0,00	0,00	88,90	26	14
8	5	2	5	5	19.125,54	7.799,00	1.708,00	28.632,54	0,00	0,00	58,22	26	14
9	5	2	5	5	23.236,33	12.005,00	1.553,00	36.794,33	0,00	0,00	136,93	30	27
10	5	2	5	5	30.547,04	12.635,00	1.298,00	44.480,04	0,00	0,00	147,25	32	26
11	5	3	3	5	21.851,10	9.180,00	1.220,00	32.251,10	0,00	0,00	102,59	27	27
12	5	3	3	5	19.723,26	7.882,00	1.361,00	28.966,26	0,00	0,00	114,70	27	27
13	5	3	3	5	17.825,43	6.418,00	1.292,00	25.535,43	0,00	0,00	100,67	26	14
14	5	3	3	5	19.151,15	8.188,00	1.184,00	28.523,15	0,00	0,00	79,73	27	27
15	5	3	3	5	11.866,33	7.016,00	2.127,00	21.009,33	0,00	0,00	115,12	26	26
16	5	3	5	5	33.108,32	12.819,00	1.712,00	47.639,32	0,00	0,00	163,82	27	27
17	5	3	5	5	26.158,20	8.171,00	1.539,00	35.868,20	0,00	0,00	140,43	26	18
18	5	3	5	5	32.265,40	12.781,00	1.280,00	46.326,40	0,00	0,00	161,39	26	26
19	5	3	5	5	24.939,10	12.632,00	2.647,00	40.218,10	0,00	0,00	136,55	26	26
20	5	3	5	5	19.112,27	7.686,00	1.738,00	28.536,27	0,00	0,00	156,21	28	19
Média					19.534,04	8.288,20	1.514,70	29.336,94	0,00	0,00	101,99	27	24

Tabela D.23: Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para o cenário com único veículo - $n = 5$ clientes.

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
21	10	2	3	5	23.351,90	7.074,00	2.047,00	32.472,90	0,00	0,00	277,34	37	19
22	10	2	3	5	24.290,20	7.914,00	2.285,00	34.489,20	0,30	0,30	171,86	29	18
23	10	2	3	5	26.734,80	10.496,00	2.362,00	39.592,80	0,00	0,00	482,76	42	13
24	10	2	3	5	20.960,50	6.620,00	2.262,00	29.842,50	1,36	1,38	217,86	38	25
25	10	2	3	5	20.845,00	8.094,00	2.070,00	31.009,00	0,00	0,00	403,60	32	11
26	10	2	5	5	29.328,90	12.957,00	2.380,00	44.665,90	0,00	0,00	440,61	33	9
27	10	2	5	5	33.030,10	11.456,00	3.492,00	47.978,10	0,93	0,94	408,77	29	2
28	10	2	5	5	27.936,20	10.616,00	2.591,00	41.143,20	1,72	0,21	449,69	32	6
29	10	2	5	5	29.223,70	11.122,00	2.817,00	43.162,70	0,97	0,98	393,97	27	8
30	10	2	5	5	38.369,70	11.989,00	2.520,00	52.878,70	0,00	0,00	344,69	26	5
31	10	3	3	5	38.111,90	11.262,00	2.527,00	51.900,90	1,24	0,10	528,04	28	8
32	10	3	3	5	27.711,90	10.408,00	2.148,00	40.267,90	0,63	0,63	543,57	29	13
33	10	3	3	5	18.993,00	6.290,00	2.534,00	27.817,00	0,91	0,92	413,97	27	11
34	10	3	3	5	25.728,10	13.312,00	3.301,00	42.341,10	1,89	0,14	652,01	34	13
35	10	3	3	5	27.545,50	9.308,00	3.280,00	40.133,50	1,85	0,53	542,50	27	1
36	10	3	5	5	41.304,50	11.145,00	2.088,00	54.537,50	0,49	0,07	889,99	34	7
37	10	3	5	5	40.946,90	14.002,00	2.297,00	57.245,90	0,17	0,17	705,05	36	11
38	10	3	5	5	30.928,40	11.162,00	2.781,00	44.871,40	1,13	1,14	683,92	33	11
39	10	3	5	5	50.544,70	16.171,00	2.403,00	69.118,70	1,14	0,23	995,84	40	17
40	10	3	5	5	41.392,40	14.134,00	2.318,00	57.844,40	0,64	-0,02	1.031,44	43	9
Média					30.863,92	10.776,60	2.525,15	44.165,67	0,77	0,39	528,87	33	11

Tabela D.24: Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para o cenário com único veículo - $n = 10$ clientes.

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
41	15	2	3	5	29.431,30	23.640,00	3.671,00	56.742,30	3,78	0,41	615,78	37	33
42	15	2	3	5	36.237,60	9.672,00	2.919,00	48.828,60	2,87	0,02	1.234,45	33	13
43	15	2	3	5	31.020,40	9.782,00	2.962,00	43.764,40	3,22	0,93	526,69	32	13
44	15	2	3	5	29.156,80	10.892,00	2.432,00	42.480,80	1,79	0,19	822,36	35	16
45	15	2	3	5	30.135,00	8.768,00	3.340,00	42.243,00	3,64	2,22	427,99	27	2
46	15	2	5	5	47.771,30	25.032,00	3.420,00	76.223,30	2,52	0,39	1.070,49	32	3
47	15	2	5	5	61.361,00	28.208,00	3.819,00	93.388,00	3,14	-2,64	828,43	27	4
48	15	2	5	5	46.012,00	15.980,00	3.924,00	65.916,00	4,51	1,05	960,74	27	2
49	15	2	5	5	43.454,30	17.433,00	2.772,00	63.659,30	1,74	-0,06	1.092,15	31	8
50	15	2	5	5	52.945,50	18.653,00	3.186,00	74.784,50	3,03	0,43	997,27	28	2
51	15	3	3	5	31.613,26	19.580,00	4.697,00	55.890,26	3,72	-2,10	566,33	30	1
52	15	3	3	5	27.584,20	16.041,00	3.359,00	46.984,20	4,01	-0,72	965,13	33	31
53	15	3	3	5	42.916,10	17.652,00	3.944,00	64.512,10	6,84	1,78	614,34	30	2
54	15	3	3	5	21.857,10	6.896,00	2.827,00	31.580,10	3,10	0,41	952,42	31	10
55	15	3	3	5	22.489,80	6.728,00	3.005,00	32.222,80	3,31	0,56	764,89	27	9
56	15	3	5	5	87.496,18	25.324,00	3.349,00	116.169,18	8,12	-	651,70	29	1
57	15	3	5	5	68.938,16	21.677,00	3.062,00	93.677,16	4,02	-	323,10	30	5
58	15	3	5	5	57.644,49	17.598,00	2.694,00	77.936,49	3,51	0,27	690,14	34	10
59	15	3	5	5	71.556,20	20.382,00	3.167,00	95.105,20	8,29	-	267,74	27	3
60	15	3	5	5	43.681,70	22.944,00	3.644,00	70.269,70	3,82	0,49	1.334,82	26	4
Média					44.165,12	17.144,10	3.309,65	64.618,87	3,95	0,21	785,35	30	9

Tabela D.25: Resultados computacionais detalhados da heurística de decomposição para o cenário com único veículo - $n = 15$ clientes.

D.6 Resultados da heurística de decomposição para o cenário com entregas fracionadas

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	$ \mathcal{V} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
1	10	3	3	8	2	1.641,10	775,00	1.691,00	4.107,10	26,30	0,38	885,60	28	16
2	10	3	3	8	2	1.005,16	725,00	2.215,00	3.945,16	24,69	5,68	774,00	30	18
3	10	3	3	8	2	848,03	750,00	1.875,00	3.473,03	28,12	0,64	954,00	30	29
4	10	3	3	8	2	987,08	925,00	1.999,00	3.911,08	5,31	3,00	831,60	28	15
5	10	3	3	8	2	1.243,04	650,00	1.904,00	3.797,04	25,67	-0,68	856,80	32	18
6	10	3	3	8	3	1.258,14	725,00	2.151,00	4.134,14	7,88	1,51	856,80	31	26
7	10	3	3	8	3	1.183,24	375,00	2.304,00	3.862,24	23,20	2,29	813,60	36	29
8	10	3	3	8	3	1.662,78	800,00	2.375,00	4.837,78	27,06	4,32	522,00	29	12
9	10	3	3	8	3	905,94	450,00	2.370,00	3.725,94	19,23	-0,64	684,00	32	23
10	10	3	3	8	3	1.119,23	675,00	2.455,00	4.249,23	17,56	0,10	655,20	31	19
11	10	3	5	8	2	2.384,69	825,00	2.143,00	5.352,69	33,52	3,99	1.170,00	36	25
12	10	3	5	8	2	2.679,67	1.475,00	2.796,00	6.950,67	44,22	3,58	1.141,20	31	18
13	10	3	5	8	2	3.168,30	1.475,00	2.619,00	7.262,30	42,59	7,46	1.180,80	32	18
14	10	3	5	8	2	1.880,08	1.125,00	2.894,00	5.899,08	35,03	1,39	1.054,80	34	22
15	10	3	5	8	2	1.658,30	800,00	1.907,00	4.365,30	18,62	3,22	838,80	27	24
16	10	3	5	8	3	2.382,89	1.150,00	3.118,00	6.650,89	45,25	1,94	1.213,20	39	31
17	10	3	5	8	3	2.101,51	1.075,00	2.168,00	5.344,51	32,77	5,12	680,40	34	19
18	10	3	5	8	3	2.317,79	1.125,00	2.080,00	5.522,79	29,40	1,16	993,60	30	23
19	10	3	5	8	3	3.391,71	1.675,00	2.876,00	7.942,71	36,64	5,96	766,80	32	15
20	10	3	5	8	3	2.401,63	1.125,00	1.866,00	5.392,63	36,90	3,06	1.069,20	29	29
21	10	5	3	8	2	2.053,35	800,00	2.676,00	5.529,35	29,69	2,21	1.332,00	27	12
22	10	5	3	8	2	1.390,29	475,00	2.107,00	3.972,29	29,76	0,63	1.213,20	31	23
23	10	5	3	8	2	1.757,96	650,00	2.201,00	4.608,96	24,04	4,61	2.444,40	33	27
24	10	5	3	8	2	1.839,63	400,00	2.655,00	4.894,63	36,31	-1,32	1.609,20	29	15
25	10	5	3	8	2	1.136,23	700,00	2.433,00	4.269,23	36,06	3,28	2.084,40	29	16
26	10	5	3	8	3	1.251,10	1.225,00	2.377,00	4.853,10	14,83	4,60	1.206,00	27	15
27	10	5	3	8	3	1.575,69	750,00	2.047,00	4.372,69	32,55	2,43	1.890,00	31	18
28	10	5	3	8	3	1.967,24	950,00	2.803,00	5.720,24	26,61	2,57	1.299,60	30	20
29	10	5	3	8	3	1.589,82	1.000,00	1.903,00	4.492,82	23,62	-0,58	1.846,80	31	26
30	10	5	3	8	3	1.738,88	925,00	2.236,00	4.899,88	26,47	0,57	1.702,80	32	27
31	10	5	5	8	2	3.322,28	1.550,00	2.569,00	7.441,28	38,45	4,07	2.768,40	33	28
32	10	5	5	8	2	3.837,30	1.300,00	2.260,00	7.397,30	43,78	0,22	2.332,80	35	25
33	10	5	5	8	2	3.372,45	2.100,00	2.675,00	8.147,45	47,83	3,89	2.426,40	28	23
34	10	5	5	8	2	2.680,20	1.625,00	1.782,00	6.087,20	38,90	-2,01	3.772,80	37	35
35	10	5	5	8	2	3.563,69	1.825,00	2.260,00	7.648,69	34,78	2,84	2.462,40	33	18
36	10	5	5	8	3	3.624,50	1.375,00	2.501,00	7.500,50	36,11	4,78	993,60	29	17
37	10	5	5	8	3	3.701,93	1.275,00	2.445,00	7.421,93	42,82	6,53	1.332,00	29	2
38	10	5	5	8	3	3.369,42	1.725,00	2.370,00	7.464,42	35,40	1,42	2.350,80	36	19
39	10	5	5	8	3	2.109,61	1.300,00	2.464,00	5.873,61	37,68	3,74	1.609,20	29	23
40	10	5	5	8	3	2.919,54	1.700,00	2.344,00	6.963,54	40,06	7,76	1.681,20	26	22
Média						2.125,54	1.058,75	2.322,85	5.507,14	30,89	2,64	1.407,51	31	21

Tabela D.26: Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com entregas fracionadas – $n = 10$ clientes.

Exemplar	n	$ P $	$ C $	$ T $	$ V $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
41	15	3	3	8	2	989,08	325,00	2.644,00	3.958,08	43,89	1,41	1.206,00	39	15
42	15	3	3	8	2	2.069,78	475,00	3.194,00	5.738,78	35,19	4,14	1.609,20	30	12
43	15	3	3	8	2	1.610,14	900,00	2.269,00	4.779,14	39,55	2,39	2.253,60	38	26
44	15	3	3	8	2	2.394,80	650,00	2.775,00	5.819,80	37,80	4,03	1.720,80	29	12
45	15	3	3	8	2	1.983,96	900,00	2.228,00	5.111,96	40,04	2,45	2.505,60	33	22
46	15	3	3	8	3	1.799,75	850,00	2.676,00	5.325,75	43,72	-	1.425,60	30	19
47	15	3	3	8	3	2.015,99	725,00	2.673,00	5.413,99	38,60	1,48	1.972,80	36	17
48	15	3	3	8	3	2.011,31	700,00	3.212,00	5.923,31	27,48	3,77	1.864,80	29	14
49	15	3	3	8	3	2.274,71	950,00	2.834,00	6.058,71	39,88	3,79	1.666,80	30	14
50	15	3	3	8	3	1.715,76	750,00	2.308,00	4.773,76	30,28	1,59	1.537,20	30	14
51	15	3	5	8	2	2.916,78	1.500,00	3.447,00	7.863,78	49,87	-	2.185,20	28	12
52	15	3	5	8	2	2.121,48	950,00	2.814,00	5.885,48	51,35	-	3.114,00	30	17
53	15	3	5	8	2	1.680,60	850,00	2.414,00	4.944,60	45,72	0,80	1.584,00	41	21
54	15	3	5	8	2	2.083,28	1.150,00	2.593,00	5.826,28	41,47	3,80	2.469,60	36	12
55	15	3	5	8	2	2.531,97	1.175,00	2.223,00	5.929,97	35,62	2,47	1.371,60	40	28
56	15	3	5	8	3	3.278,31	1.350,00	2.579,00	7.207,31	34,60	-0,45	1.522,80	27	22
57	15	3	5	8	3	3.012,53	1.350,00	2.998,00	7.360,53	43,46	-0,26	2.091,60	28	8
58	15	3	5	8	3	2.724,40	1.475,00	2.845,00	7.044,40	38,08	5,10	1.947,60	30	16
59	15	3	5	8	3	2.586,61	1.450,00	2.299,00	6.335,61	41,31	-0,75	1.972,80	28	13
60	15	3	5	8	3	2.027,14	1.025,00	2.957,00	6.009,14	47,36	-	2.815,20	29	4
61	15	5	3	8	2	2.227,83	1.125,00	2.899,00	6.251,83	37,54	2,38	4.006,80	30	12
62	15	5	3	8	2	1.816,30	675,00	2.611,00	5.102,30	34,76	-	4.572,00	35	15
63	15	5	3	8	2	2.339,40	925,00	2.519,00	5.783,40	26,61	0,83	3.812,40	30	15
64	15	5	3	8	2	3.120,90	1.175,00	2.396,00	6.691,90	23,26	-0,35	2.901,60	31	8
65	15	5	3	8	2	2.638,61	1.100,00	2.871,00	6.609,61	35,84	3,18	3.434,40	28	7
66	15	5	3	8	3	2.350,66	975,00	2.820,00	6.145,66	43,07	-1,44	5.331,60	34	11
67	15	5	3	8	3	2.674,35	900,00	2.340,00	5.914,35	35,31	0,15	3.783,60	33	18
68	15	5	3	8	3	2.477,44	725,00	2.330,00	5.532,44	23,34	-1,93	3.607,20	28	12
69	15	5	3	8	3	1.022,72	600,00	2.605,00	4.227,72	25,99	-0,34	2.912,40	27	17
70	15	5	3	8	3	1.912,99	775,00	1.890,00	4.577,99	24,06	0,00	3.870,00	27	17
71	15	5	5	8	2	3.816,24	1.675,00	2.777,00	8.268,24	41,65	-	3.394,80	28	17
72	15	5	5	8	2	4.479,92	1.200,00	2.284,00	7.963,92	37,37	3,47	5.659,20	33	21
73	15	5	5	8	2	3.652,42	1.450,00	3.120,00	8.222,42	43,70	3,10	5.601,60	39	23
74	15	5	5	8	2	3.738,12	1.675,00	2.606,00	8.019,12	37,26	2,42	4.953,60	28	13
75	15	5	5	8	2	3.470,35	1.900,00	2.550,00	7.920,35	44,01	-	8.348,40	26	7
76	15	5	5	8	3	2.124,16	1.600,00	2.209,00	5.933,16	38,33	-4,87	4.888,80	31	13
77	15	5	5	8	3	3.684,71	1.750,00	2.474,00	7.908,71	38,28	-4,39	5.734,80	28	16
78	15	5	5	8	3	4.178,95	2.075,00	2.492,00	8.745,95	41,47	-4,23	4.676,40	28	13
79	15	5	5	8	3	4.030,05	1.725,00	2.776,00	8.531,05	42,22	3,13	2.250,00	27	11
80	15	5	5	8	3	4.009,34	1.375,00	2.274,00	7.658,34	44,72	-1,39	5.565,60	28	20
Média						2.589,85	1.122,50	2.620,63	6.332,97	38,10	1,07	3.203,55	31	15

Tabela D.27: Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com entregas fracionadas – $n = 15$ clientes.

Exemplar	n	$ \mathcal{P} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	$ \mathcal{V} $	Estocagem	Preparação	Roteamento	UB	Gap(%)	Dev(%)	CPU(s)	#Iter	#Feas.
81	20	3	3	8	2	2.429,92	1.075,00	2.819,00	6.323,92	27,37	1,07	2.178,00	27	6
82	20	3	3	8	2	2.489,34	750,00	2.523,00	5.762,34	29,09	-	3.204,00	34	19
83	20	3	3	8	2	2.302,65	825,00	2.279,00	5.406,65	35,28	2,13	3.110,40	27	14
84	20	3	3	8	2	1.741,80	750,00	2.881,00	5.372,80	36,10	-	5.558,40	29	4
85	20	3	3	8	2	2.283,79	975,00	2.545,00	5.803,79	28,43	4,43	3.211,20	30	10
86	20	3	3	8	3	2.591,55	1.000,00	2.686,00	6.277,55	23,72	-	3.204,00	28	11
87	20	3	3	8	3	2.408,58	1.075,00	2.799,00	6.282,58	35,49	1,62	3.344,40	30	17
88	20	3	3	8	3	1.808,97	1.075,00	2.568,00	5.451,97	24,78	-3,27	3.488,40	41	13
89	20	3	3	8	3	1.969,57	675,00	2.413,00	5.057,57	28,40	-2,63	5.331,60	29	16
90	20	3	3	8	3	2.197,64	950,00	3.120,00	6.267,64	33,12	-	3.434,40	26	2
91	20	3	5	8	2	3.659,71	1.125,00	3.027,00	7.811,71	38,82	-	2.728,80	27	13
92	20	3	5	8	2	3.194,77	1.525,00	2.212,00	6.931,77	41,04	-	6.426,00	27	14
93	20	3	5	8	2	2.719,15	1.525,00	2.705,00	6.949,15	37,61	-	3.880,80	28	14
94	20	3	5	8	2	2.678,64	1.250,00	3.332,00	7.260,64	43,21	-	3.250,80	28	4
95	20	3	5	8	2	3.563,63	1.500,00	2.743,00	7.806,63	32,91	-1,41	4.989,60	40	21
96	20	3	5	8	3	4.544,75	1.775,00	2.593,00	8.912,75	34,97	-2,99	3.290,40	27	8
97	20	3	5	8	3	3.206,72	1.750,00	2.825,00	7.781,72	45,32	-	7.326,00	28	12
98	20	3	5	8	3	4.300,28	1.675,00	3.258,00	9.233,28	41,38	-	4.579,20	27	9
99	20	3	5	8	3	3.152,24	1.725,00	3.681,00	8.558,24	52,23	-	2.937,60	28	16
100	20	3	5	8	3	4.053,75	1.250,00	2.633,00	7.936,75	40,47	-	5.756,40	29	11
101	20	5	3	8	2	2.839,30	1.025,00	2.526,00	6.390,30	28,17	-	8.100,00	27	10
102	20	5	3	8	2	4.143,54	1.075,00	2.804,00	8.022,54	38,86	-	9.680,40	27	6
103	20	5	3	8	2	2.641,01	1.025,00	2.504,00	6.170,01	29,68	-	8.794,80	36	10
104	20	5	3	8	2	3.111,55	1.100,00	2.546,00	6.757,55	37,88	-	11.728,80	29	8
105	20	5	3	8	2	2.369,17	1.225,00	2.591,00	6.185,17	40,87	-	10.425,60	27	3
106	20	5	3	8	3	3.585,28	950,00	2.843,00	7.378,28	32,56	-	10.558,80	28	7
107	20	5	3	8	3	2.197,06	775,00	2.326,00	5.298,06	42,72	-	5.493,60	29	8
108	20	5	3	8	3	2.713,88	1.175,00	2.799,00	6.687,88	29,95	-	7.668,00	29	7
109	20	5	3	8	3	2.614,98	700,00	3.073,00	6.387,98	39,39	-	8.791,20	31	9
110	20	5	3	8	3	3.438,54	1.050,00	2.721,00	7.209,54	35,46	-	7.221,60	30	8
111	20	5	5	8	2	4.862,25	1.950,00	2.500,00	9.312,25	37,41	-	23.209,20	44	25
112	20	5	5	8	2	6.356,46	1.700,00	3.331,00	11.387,50	41,32	-	9.601,20	33	7
113	20	5	5	8	2	7.455,03	1.625,00	2.828,00	11.908,00	36,07	-	11.041,20	28	13
114	20	5	5	8	2	3.534,53	1.950,00	2.660,00	8.144,53	42,98	-	6.822,00	30	21
115	20	5	5	8	2	4.384,60	1.850,00	2.872,00	9.106,60	39,38	-	8.787,60	30	13
116	20	5	5	8	3	6.620,66	1.950,00	2.611,00	11.181,70	37,21	-	16.452,00	32	14
117	20	5	5	8	3	5.161,67	2.425,00	2.949,00	10.535,70	41,52	-	24.440,40	31	14
118	20	5	5	8	3	5.957,87	1.975,00	3.057,00	10.989,90	35,95	-	5.893,20	30	4
119	20	5	5	8	3	4.680,81	2.000,00	3.110,00	9.790,81	38,04	-	9.298,80	33	9
120	20	5	5	8	3	7.000,55	1.950,00	2.667,00	11.617,50	40,05	-	10.540,80	32	10
Média						3.574,15	1.343,13	2.774,00	7.691,28	36,38	-0,13		30	11

Tabela D.28: Resultados computacionais da heurística de decomposição para o cenário com entregas fracionadas – $n = 20$ clientes.