

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

JOÃO PAULO RODRIGUES

**AVALIAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A SIMULAÇÃO  
DO ESCOAMENTO ÁGUA – AR NA FLOTAÇÃO POR AR  
DISSOLVIDO UTILIZANDO FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL**

São Carlos  
2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

JOÃO PAULO RODRIGUES

**AVALIAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A SIMULAÇÃO  
DO ESCOAMENTO ÁGUA – AR NA FLOTAÇÃO POR AR  
DISSOLVIDO UTILIZANDO FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, para obtenção do título de mestre em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Béttega

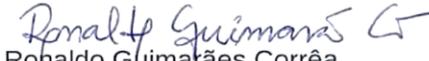
São Carlos  
2018

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE JOÃO PAULO RODRIGUES APRESENTADA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS, EM 21 DE FEVEREIRO DE 2018.

BANCA EXAMINADORA:

  
Rodrigo Béttega  
**Orientador, UFSCar**

  
Claudio Roberto Duarte  
**UFU**

  
Ronaldo Guimarães Corrêa  
**UFSCar**

*À minha família,*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus pela fé, paciência e sabedoria para seguir sempre em frente.

Agradeço a meus pais, Claudemir e Sandra, e meus irmãos Luiz Felipe e Gabriela por todo apoio, confiança e por cada esforço realizado que me permitiram alcançar e superar mais essa fase de minha vida.

Agradeço ao meu orientador Rodrigo Béttega por toda paciência, amizade, ensinamentos, compreensão e confiança passados a cada conversa e a cada desafio que surgiu no decorrer deste trabalho.

Agradeço à minha namorada Renata por toda paciência, apoio, confiança e companhia em mais essa conquista.

Agradeço aos meus amigos (os de longa data e às amigadas que nasceram nesse meu retorno a São Carlos) por todo apoio, convivência, risadas, descontrações e sugestões que me ajudaram muito a concluir este trabalho.

Agradeço a todos os colegas de laboratório, funcionários e professores do Centro de Secagem – DEQ UFSCar pelos ensinamentos e convivência nesses anos de UFSCar.

Agradeço à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo suporte financeiro.

## RESUMO

A preocupação com o futuro da água no planeta tem aumentado nos últimos anos, principalmente pela recente crise hídrica sofrida em todo o país. Um ponto que se deve salientar é que a preocupação deve abranger todo o ciclo, iniciando na proteção de nascentes e chegando ao maior controle no descarte de efluentes em corpos d'água. No contexto da busca por práticas mais eficientes no tratamento de águas residuárias, pode-se dizer que, atualmente, há duas diferentes estratégias: a primeira é o desenvolvimento de novos processos; e a segunda é a retomada de estudos na aplicação e otimização de operações clássicas da indústria, antes com pouca, ou nenhuma, aplicação na área de tratamento de água. A operação de flotação por ar dissolvido (FAD) é um exemplo disto, e tem seu potencial para tratamento de água confirmado na literatura. Ela é caracterizada por utilizar microbolhas de ar para a remoção de partículas suspensas em misturas líquidas e já se apresentou como uma operação útil para etapas de tratamento, entretanto, com elevado custo de operação. No estudo de escoamentos em equipamentos de engenharia a técnica de fluidodinâmica computacional (CFD- *Computational Fluid Dynamic*) vem se destacando. Utilizando CFD, as equações de conservação de quantidade de movimento, energia e massa são resolvidas a fim de se descrever a fluidodinâmica do processo. Esta técnica pode auxiliar na análise e obtenção de informações sobre configurações construtivas do equipamento, parâmetros de aumento de escala e condições de operação otimizadas. Neste trabalho, o *software* Ansys *Fluent 14.5* foi utilizado para a simulação CFD do processo de FAD em tanque horizontal, buscando-se ajustar um modelo matemático (conjunto de equações) e um procedimento numérico representativo com base em dados experimentais da literatura. Inicialmente, para a definição da malha computacional aplicou-se o teste GCI, capaz de quantificar o erro de discretização de malha. Em seguida, buscou-se comparar diferentes modelos multifásicos que consideram a abordagem Euler – Euler através do comportamento qualitativo para os diâmetros de 30-50-70  $\mu\text{m}$ . Com o diâmetro de 50  $\mu\text{m}$  verificou-se a influência dos modelos de turbulência, de arrasto e condições de contorno para a superfície do tanque utilizados pela literatura para representar o processo FAD. Após o ajuste do modelo fluidodinâmico, inseriram-se as equações de balanço populacional (EBP) para a distribuição de tamanho de microbolha e influência de modelos que descrevem os fenômenos de interação de coalescência (modelo turbulento e o de Luo) e quebra (modelo de Luo) na estrutura do escoamento e distribuição de ar, observando-se a maior influência do fenômeno de coalescência.

**Palavras-chave:** FAD. Flotação. CFD. Balanço Populacional. Distribuição Diâmetros de Bolha.

## ABSTRACT

### **TITLE: Evaluation of Mathematical Models for the Simulation of Water - Air Flow in Dissolved Air Flotation using Computational Fluid Dynamics**

The concern with the future of water on the planet has increased in past years, mainly due to the recent water crisis suffered throughout the country. The dissolved air flotation (DAF) operation is an example of the resumption of studies in the application and optimization of classic industry operations and has its potential for water treatment confirmed in the literature. It is characterized by using air microbubbles for the removal of suspended particles in liquid mixtures and has already been presented as an useful operation for treatment steps, however, with a high operating cost. In the study of flows in equipment, the Computational Fluid Dynamic (CFD) technique has been highlighted. This technique can aid in analyzing and obtaining information on constructive equipment configurations, scaling parameters and optimized operating conditions. In this work, the Ansys Fluent 14.5 software was used for the CFD simulation of the DAF process in horizontal tank, seeking to fit a representative mathematical model (set of equations) and numerical procedure based on experimental data from the literature. Initially, for the definition of the computational mesh, the GCI test was applied, capable of quantifying the mesh discretization error. Then, different multiphase models that consider the Euler-Euler approach were compared through the qualitative behavior for the diameters of 30-50-70  $\mu\text{m}$ . With the diameter of 50  $\mu\text{m}$ , the influence of the turbulence, trawling and contour conditions for the tank surface used by the literature to represent the FAD process was verified. After adjusting the fluid dynamics model, the population balance equations (EBP) for the microbubble size distribution was applied and the influence of models describing the phenomena interaction like coalescence (turbulent and Luo model) and breakage (Luo model) in the structure of the air flow and air distribution was verified. A greater influence of the coalescence phenomenon was observed.

**Keywords:** DAF. Flotation. CFD. Population Balance Equation. Distribution Bubble Diameters.

## LISTAS DE FIGURAS, TABELAS E QUADROS e ABREVIATURAS E SIGLAS

### LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 – Representação do processo FAD com reciclo pressurizado. a) Início da operação FAD e contato das microbolhas com sólidos suspensos. b) Operação FAD no estado estacionário com formação dos agregados sólidos-ar. .... 21
- Figura 2 – Evolução do sistema FAD. a) sistema até os anos 1960, b) anos entre 1960 e 1970, c) anos 1980 e d) anos 1990 até atuais. .... 23
- Figura 3 – Flotação por ar dissolvido: a) duas zonas características. b) Vista superior do tanque com indicação das áreas utilizadas nas definições envolvidas. .... 24
- Figura 4 – Representação dos modelos Discretos. a) Princípio do modelo Discreto Homogêneo. b) Princípio do modelo Discreto Não –Homogêneo. .... 48
- Figura 5 – Geometria do tanque flutuador simulado (todas as cotas indicadas estão em milímetros). a) vista isométrica b) vista entrada- plano YZ. c) vista lateral- plano YX. d) vista saída- plano YZ. e) Vista inferior. .... 53
- Figura 6 – Fluxograma representativo das etapas e simulações realizadas neste trabalho. 60
- Figura 7 – Localização das linhas referentes à análise dos resultados. a) Linha  $x = 1050$  mm para distribuição de ar. b) Linha 1, Linha 2 e Linha 3 para análise da média de fração volumétrica da fase ar. .... 62
- Figura 8 – Paralelo entre Figura 4 ( seção 4.2.5.1) e fases e classes utilizadas nas simulações com EBP's. .... 67
- Figura 9 – Malha menos refinada. a) Vista isométrica. b) Vista Lateral e Detalhes. .... 71
- Figura 10 - Distribuição de ar em função da altura do tanque na posição  $x=1050$ mm e plano central. a) Euler b) Mixture. .... 72
- Figura 11 - Contornos fração volumétrica de ar para simulações modelos Euler x Mixture. 74
- Figura 12 - Vetores velocidade fase água para simulações modelo Euler x *Mixture*. .... 75
- Figura 13 - Vetores velocidade para o modelo Euler e diâmetro de bolha de  $50\mu\text{m}$ . a) Figura adaptada de CHEN et al. (2016). b) Simulação E-d50-UD-ske-wall. .... 77
- Figura 14 - Distribuição de ar para diferentes condições de contorno. a) Representação na forma gráfica. b) Mapa de contorno de fração volumétrica de ar para condição de contorno Wall sem atrito. c) Mapa de contorno de fração volumétrica de ar para condição de contorno Degassing. .... 78
- Figura 15 - Distribuição de ar para comparação de Modelos de Turbulência. a) Representação na forma gráfica. b) Mapa de contorno de fração volumétrica de ar para modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  standard. c) Mapa de contorno de fração volumétrica de ar para modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  realizável. .... 79
- Figura 16 - Distribuição de ar para diferentes modelos de arrasto. a) Representação na forma gráfica. b) Mapa de contorno de fração volumétrica de ar para modelo Universal Drag. c) Mapa de contorno de fração volumétrica de ar para modelo Schiller-Naumann81
- Figura 17 - Distribuição de ar nas simulações EBP na posição  $x=1050$ mm. a) Fase ar1. b) Fase ar2. c) Fase ar total ..... 84
- Figura 18 - Contornos de fração volumétrica de ar1 para simulações EBP. a) EBP-sem\_interação. b) EBP-quebra. c) EBP-agreg. d) EBP-agreg- Luo. e) EBP-agreg-quebra. .... 85

Figura 19 - Contornos de fração volumétrica de ar <sub>2</sub> para simulações EBP. a) EBP-sem_interação. b) EBP-quebra. c) EBP-agreg. d) EBP-agreg- Luo. e) EBP-agreg-quebra. ....	86
Figura 20 - Vetores velocidade fase água para simulações PBE. a) EBP-sem_interação, b) EBP-quebra, c) EBP-agreg. d) EBP-agreg- Luo. e) EBP-agreg-quebra. ....	88
Figura 21: Vetor velocidade escoamento água no interior do flotorador .....	90
Figura 22 - Contornos fração volumétrica de ar para simulações do Quadro 12 (simulações de 1 a 6). ....	99
Figura 23 - Contornos fração volumétrica de ar para simulações do Quadro 12 (simulações de 7 a 11). ....	100
Figura 24 – Vetores velocidade da fase água para simulações do Quadro 12 (itens de 1 a 6). ....	101
Figura 25 – Vetores velocidade da fase água para simulações do Quadro 12 (itens de 7 a 11). ....	102

### LISTA DE TABELAS E QUADROS

Tabela 1 – Frações de ar adotadas nas simulações com EBP. ....	66
Tabela 2 – Total de elementos e tamanho característico das malhas utilizadas no GCI. ...	70
Tabela 3 – Resultados das simulações do teste de malha. ....	70
Tabela 4 – Valores calculados de GCI. ....	71
Tabela 5 – Resultados de fração volumétrica média de ar nas linhas 1 a 3 para simulações que comparam modelo multifásico Euler x Mixture. ....	76
Tabela 6 – Resultados de fração volumétrica média de ar nas linhas 1 a 3 para simulações que comparam condição de contorno Wall sem atrito (simulação 5) e Degassing (simulação 7). ....	78
Tabela 7 – Resultados de fração volumétrica média de ar nas linhas 1 a 3 para simulações que comparam modelo de turbulência $\kappa$ - $\epsilon$ standard. (simulação 7) e modelo $\kappa$ - $\epsilon$ realizable (simulação 8). ....	79
Tabela 8 – Resultados de fração volumétrica média de ar nas linhas 1 a 3 para simulações que comparam modelo de arrasto Universal Drag (simulação 8) e modelo Schiller-Naumann (simulação 9). ....	81
Tabela 9 – Resultados de fração volumétrica média de ar nas linhas 1 a 3 para simulações que utilizam EBP. ....	87
Quadro 1 – Estudos disponíveis no campo de modelos numéricos para flotação. Adaptado de BONDELIND (2012 apud PINTO, 2013). ....	32
Quadro 2 – Detalhes de trabalhos recentes aplicando CFD à FAD. ....	33
Quadro 3 – Informações construtivas do tanque flotorador. ....	54
Quadro 4 – Modelos e parâmetros numéricos das simulações realizadas. ....	63
Quadro 5 – Dados operacionais e condições de contorno. ....	63
Quadro 6 – Códigos e características das simulações realizadas. ....	64
Quadro 7 – Distribuição de tamanho de microbolhas na FAD. ....	65
Quadro 8 – Modelos e parâmetros numéricos das simulações EBP realizadas. ....	67

Quadro 9 – Dados operacionais e condições de contorno. ....	68
Quadro 10 – Códigos e características das simulações realizadas com EBP (Equações de Balanço Populacional).....	68
Quadro 11– Modelos recomendados e adotados para simulações com EBP. ....	82
Quadro 12 – Códigos e características das simulações além das apresentadas no Quadro 6.98	

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

$\alpha$	Parâmetro para resposta assintótica	(%)
$\alpha_q$	Fração volumétrica da fase q	(%)
$\varepsilon$	Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta	(J/kg)
$\varepsilon_{(i+1,i)}$	Diferença das respostas simuladas malha i+1 e i	(kg)
$e_a^{ji}$	Erro relativo entre malhas j e i	(%)
$\kappa$	Energia cinética turbulenta	(J/kg)
$\rho_q$	Massa específica da fase q	(kg/m <sup>3</sup> )
$\hat{\rho}_q$	Massa específica da mistura	(kg/m <sup>3</sup> )
$\tau_p$	Tempo de relaxação particulada (ou fase dispersa)	(s)
$C_D$	Coefficiente de arrasto	(-)
$d_{32i}$	Diâmetro médio de Sauter para fase i	(m)
DAF	<i>Dissolved Air Flotation</i>	(-)
DPM	<i>Discrete Phase Model</i>	(-)
EBP	Equações de Balanço Populacional	(-)
f	Função de arrasto	(-)
FAD	Flotação por Ar Dissolvido	(-)
$f_{bi}$	Fração de massa pertencente ao intervalo b na fase secundária i	(%)
$f_i$	Resposta da malha i	(kg)
$f_{ext}^{ji}$	Resposta extrapolada em relação às malhas i e j	(kg)
$\vec{F}_{vm,q}$	Força de massa virtual da fase q	(kg.m/s <sup>2</sup> )
$\vec{F}_{lift,q}$	Força de ascensão da fase q	(kg.m/s <sup>2</sup> )
$\vec{F}_q$	Força de campo na fase q	(kg.m/s <sup>2</sup> )
$F_s$	Fator de segurança do método GCI	(-)
$\vec{g}$	Aceleração da gravidade	(m/s <sup>2</sup> )
Gb	Termo de geração de energia cinética turbulenta devido ao empuxo.	(J/s)
GCI	<i>Grid Convergence Index</i>	(-)
GCI <sub>21</sub>	Erro de discretização referente a malha 1	(%)
GCI <sub>3</sub>	Erro de discretização referente a malha 3	(%)
GCI <sub>32</sub>	Erro de discretização referente a malha 2	(%)
G $\kappa$	Termo de geração de energia cinética turbulenta devido ao gradiente de velocidades médias.	(J/s)

$h_i$	Tamanho representativo da malha i	(m)
$L_b$	Diâmetro médio do intervalo b na fase secundária i	(m)
$M$	Número de intervalo por fase secundária	(-)
$\dot{m}_{pq}$	Transferência de massa da fase p para a fase q	(kg/s)
$n$	Número de fases presente no escoamento	(-)
$N$	Número de fases secundárias presentes no escoamento	(-)
$N_b$	fração mássica pertencente ao intervalo b para a fase secundária i	(%)
$N_i$	Número de elementos da malha i	(-)
$p$	Ordem aparente	(-)
$PBE$	<i>Populational Balance Equations</i>	(-)
$Q$	Vazão do processo	(m <sup>3</sup> /h)
$Q_r$	Vazão do processo	(m <sup>3</sup> /h)
$R$	Razão de reciclo	(%)
$r_{(i+1,i)}$	Razão de refinamento entre as malhas i+1 e i	(kg)
$\vec{R}_{gl}$	Força de interação entre as fases gasosa com a aquosa	(kg.m/s <sup>2</sup> )
$Re$	Número de Reynolds relativo para as fases primárias e secundária	(-)
$s$	Função sinal (x)	(-)
$S_{bi}$	Termo de geração total de massa do intervalo b para a fase secundária i	(kg)
$S_i$	Termo de geração total de massa para a fase secundária i	(kg)
$S_q$	Termo de geração de massa para determinada fase q	(kg)
$SS$	Sólidos suspensos	(-)
$S_\epsilon$	Termo fonte em $\epsilon$	(J/s)
$S_\kappa$	Termo fonte em $\kappa$	(J/s)
$TAS_{ZC}$	Taxa de aplicação superficial Zona de Contato	(-)
$TAS_{ZS}$	Taxa de aplicação superficial Zona de Separação	(-)
$\vec{v}_q$	Vetor velocidade da fase q	(m/s)
$V_q$	Volume total da fase q	(m <sup>3</sup> )
$Y_M$	Termo que representa a contribuição da flutuação da dilatação em situação de escoamentos turbulentos compressíveis na taxa total de dissipação de energia.	(J/s)

## SUMÁRIO

<b>RESUMO .....</b>	<b>6</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>7</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>8</b>
<b>LISTA DE TABELAS E QUADROS.....</b>	<b>9</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....</b>	<b>11</b>
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
<b>2. OBJETIVOS .....</b>	<b>18</b>
<b>3. REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>19</b>
<b>3.1. Flotação .....</b>	<b>19</b>
3.1.1. Princípios do processo .....	19
3.1.2. Mecanismos de flotação e definições .....	19
<b>3.2. Processo FAD (Flotação por Ar Dissolvido) para tratamento de água .....</b>	<b>20</b>
3.2.1. História e evolução do processo FAD .....	22
3.2.2. Zonas envolvidas no processo FAD .....	24
3.2.3. Flotação por Ar Dissolvido versus Sedimentação no tratamento de água.....	25
3.2.4. FAD aplicada ao tratamento de água .....	26
<b>3.3. A ferramenta CFD.....</b>	<b>27</b>
3.3.1. Definição da geometria (volume de controle) .....	27
3.3.2. Geração da malha computacional .....	28
3.3.3. Pré-processamento .....	28
3.3.4. Processamento .....	28
3.3.5. Pós-processamento.....	28
<b>3.4. CFD como ferramenta para estudos do processo FAD.....</b>	<b>29</b>
3.4.1. Aplicação das Equações de Balanço Populacional (EBP ou, em inglês, PBE – <i>Population Balance Equations</i> ) .....	33
<b>4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>36</b>
<b>4.1. Tipos de abordagens matemáticas .....</b>	<b>36</b>

4.1.1.	Euler – Lagrange.....	36
4.1.2.	Euler - Euler.....	36
<b>4.2.</b>	<b>Equacionamento para o escoamento bifásico ÁGUA – AR.....</b>	<b>37</b>
4.2.1.	Conservação da Massa – Equação da Continuidade.....	38
4.2.2.	Conservação de Quantidade de Movimento .....	38
4.2.3.	Arrasto entre Fases.....	40
4.2.4.	Turbulência .....	42
4.2.5.	Equações de Balanço Populacional (EBP) .....	46
4.2.6.	Modelos de Coalescência e Quebra .....	50
4.2.7.	Condições de Contorno <i>Wall</i> sem atrito e <i>Degassing</i> .....	50
<b>5.</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS.....</b>	<b>52</b>
<b>5.1.</b>	<b><i>Software ANSYS FLUENT</i>® 14.5 e <i>GAMBIT</i> 2.4.6 .....</b>	<b>52</b>
<b>5.2.</b>	<b>Hardware.....</b>	<b>52</b>
<b>5.3.</b>	<b>Geometria do Flotador .....</b>	<b>52</b>
<b>5.4.</b>	<b>Teste GCI (<i>Grid Convergence Index</i>) – Independência de malha .....</b>	<b>54</b>
5.4.1.	Determinação do tamanho representativo da malha (h): .....	55
5.4.2.	Escolha de três configurações de malha e obtenção da resposta simulada.....	55
5.4.3.	Cálculo da ordem aparente (p) do método.....	56
5.4.4.	Cálculo da resposta extrapolada ( $f_{ext}$ ) .....	56
5.4.5.	Cálculo dos erros relativos e erros relativos extrapolados.....	56
5.4.6.	Cálculo do $GCI_{21}$ , $GCI_{32}$ e $GCI_3$ .....	57
5.4.7.	Intervalo de resposta assintótica .....	57
5.4.8.	Simulações para o Teste GCI.....	58
<b>5.5.</b>	<b>Simulações Numéricas.....</b>	<b>58</b>
5.5.1.	Malha Computacional.....	59
5.5.2.	Análise dos Resultados das Simulações .....	61
5.5.3.	Determinação do Modelo Matemático e Simulação Branco .....	61

5.5.4.	Simulações Numéricas com aplicação das Equações de Balanço Populacional (EBP)	65
<b>6.</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>70</b>
<b>6.1.</b>	<b>Teste de Malhas</b>	<b>70</b>
<b>6.2.</b>	<b>Determinação do modelo matemático</b>	<b>72</b>
6.2.1.	Modelo Euler x <i>Mixture</i>	72
6.2.2.	Influência das Condições de Contorno: <i>Wall Frictionless</i> x <i>Degassing</i>	77
6.2.3.	Influência dos Modelos de Turbulência e Arrasto	79
6.2.4.	Modelo matemático definido	82
<b>6.3.</b>	<b>Simulações com Equações de Balanço Populacional</b>	<b>82</b>
<b>6.4.</b>	<b>Simulação Branco</b>	<b>89</b>
<b>7.</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>91</b>
<b>8.</b>	<b>SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS</b>	<b>92</b>
<b>9.</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>93</b>
	<b>APÊNDICE A</b>	<b>98</b>

## 1. INTRODUÇÃO

No Brasil, assim como em outros países, órgãos dedicados a questões ambientais encaram com mais afinco a preocupação com a escassez e tratamento da água. O foco concentra-se em todo o ciclo da água, abrangendo desde a preservação das fontes existentes, passando por novos processos de descontaminação até chegar ao controle dos efluentes descartados em corpos d'água. Com essa preocupação e necessidade mundial, novos processos surgem e práticas tradicionais são revistas buscando evoluir no aspecto tecnológico.

Um processo que visa a contribuir com melhorias no tratamento de água (tanto para consumo humano quanto para reuso de águas industriais) é a flotação por ar dissolvido (FAD). Tradicionalmente, a flotação é usada na mineração. O uso para tratamento de águas residuárias iniciou-se com a remoção de sólidos suspensos (SS) como fibras e outros sólidos de baixa densidade, passando pela concentração de lodo ativado e produtos químicos floculados, chegando à prática de remoção de óleos e graxas (SHAMMAS e BENNETT, 2010). Além desta aplicação tradicional, outra aplicação encontra-se no tratamento de água potável, iniciado na década de 1960 na Suécia e Finlândia e também, com estudos na Namíbia e África do Sul e, a partir dos anos 70, difundiu-se pela Inglaterra, Holanda e Estados Unidos (EDZWALD, 2010).

Atualmente, as indústrias visam ao desenvolvimento de processos otimizados dos pontos de vista energético, econômico e ambiental. Aliando esta necessidade atual com os estudos existentes sobre FAD, acredita-se que ela pode se tornar um processo de grande importância e aplicação na área de tratamento de águas residuárias.

Por outro lado, existem vários obstáculos para garantir a melhor aplicação e dimensionamento do sistema FAD. No trabalho de EDZWALD (2010) são citados os principais desafios para aplicação e obtenção de melhorias da FAD no tratamento de água potável, destacando-se os seguintes: a otimização da relação geração de microbolhas e energia necessária, aperfeiçoamentos sobre interação bolha-bolha e bolha-sólido e modelagem das zonas de contato e separação.

Uma ferramenta que vem sendo amplamente empregada na engenharia é a fluidodinâmica computacional (CFD em inglês -*Computational Fluid Dynamics*). Trata-se da aplicação de métodos computacionais para a resolução das equações de conservação de quantidade de movimento, energia e massa, possibilitando a obtenção de informações detalhadas sobre problemas de escoamento onde a experimentação é limitada ou possui custos elevados. Assim, é possível gerar conhecimento sobre o escoamento em equipamentos industriais com um menor número de experimentos e para geometrias generalizadas.

Tendo em vista os desafios inerentes a FAD e as vantagens apresentadas pela ferramenta CFD, conclui-se que a união de ambas - FAD e CFD - é promissora para o desenvolvimento e entendimento do processo, especialmente no projeto do equipamento para a operação de flotação por ar dissolvido e na análise dos parâmetros operacionais do equipamento.

Baseado neste contexto, no presente trabalho foram realizadas simulações transientes de um escoamento bifásico água - ar de modo a representar o comportamento fluidodinâmico no interior de um tanque horizontal de flotação por ar dissolvido. As simulações foram realizadas no *software Ansys Fluent 14.5* com auxílio do *Gambit 2.4.6* para a construção das malhas. Foram considerados diferentes modelos multifásicos, modelos de turbulência, arrasto, condições de contorno e diâmetro de bolhas para que as respostas pudessem ser avaliadas e comparadas com dados da literatura, e, assim, chegar a um conjunto de equações para a formulação de um modelo matemático (conjunto de equações) que melhor representasse o comportamento fluidodinâmico do sistema. Em seguida à esta definição do modelo, inseriram-se as equações de balanço populacional (EBP) para descrever a distribuição de bolhas e avaliou-se o efeito dos modelos de interação entre elas.

## 2. OBJETIVOS

Este trabalho teve como objetivo principal a aplicação da ferramenta CFD em escoamento bifásico (água- ar) a fim de representar o processo FAD (flotação por ar dissolvido) e, assim, determinar um modelo para a simulação do escoamento no interior do tanque flotador horizontal.

Para tal fim, cumpriu-se as seguintes etapas:

- Construção de malha computacional com aplicação do método GCI para estimativa do erro de discretização de malha e escolha da mesma;
- Análise da influência do modelo multifásico adotado;
- Análise da influência da condição de contorno na superfície do equipamento;
- Análise da influência do modelo de turbulência adotado;
- Análise da influência do modelo de arrasto adotado;
- Aplicação de equações de balanço populacional para representar a distribuição de tamanho de microbolhas;
- Análise da influência dos modelos para interações de coalescência e quebra de microbolhas.

### 3. REVISÃO DA LITERATURA

#### 3.1. FLOTAÇÃO

##### 3.1.1. Princípios do processo

A operação de flotação utiliza a diferença de densidade, hidrofobicidade, tensão superficial e ângulo de contato entre o meio líquido, sólido suspenso, bolha e o aglomerado bolha-partícula. O mecanismo da flotação pode ser resumido em quatro etapas: geração de bolhas, contato entre bolhas e partículas ou gotas suspensas na água de alimentação, ligação entre bolha-partícula e ascensão do aglomerado até a superfície do flotor (SHAMMAS; BENNETT, 2010).

##### 3.1.2. Mecanismos de flotação e definições

Segundo EDZWALD e HAARHOFF (2011), a operação de flotação é classificada de acordo com a maneira em que as bolhas são formadas, sendo caracterizados três diferentes mecanismos citados a seguir:

- Flotação por Ar Disperso (ou Induzido): as bolhas são produzidas de forma mecânica por meio da passagem de ar em difusores porosos ou por aeração via impelidores ou turbinas. Uma característica importante é a produção de bolhas de maiores diâmetros (0,5 a 2mm – MATIS; ZOUBOULIS, 1995 apud EDZWALD e HAARHOFF, 2011).
- Flotação Eletrolítica ou Eletro flotação: as bolhas de oxigênio ou hidrogênio são geradas no interior do líquido por meio da eletrólise da água no interior do tanque;
- Flotação por Ar Dissolvido (FAD): o gás é liberado a partir de uma corrente pressurizada de água (efluente) e supersaturada de ar. Assim, as bolhas são formadas devido ao diferencial de pressão existente entre a corrente pressurizada e o líquido no interior do tanque. O processo de formação de bolhas, devido ao gradiente de pressão, pode ser realizado das seguintes maneiras:
  - *FAD à vácuo*: neste processo, a corrente efluente é supersaturada à pressão atmosférica e o flotor opera sob vácuo. Devido a um conjunto de desvantagens, tais como sofisticação no projeto e operação na formação de vácuo e diminuição na concentração do oxigênio dissolvido na água de abastecimento, este processo não é comumente aplicado.

- *FAD pressurizada com injeção direta de ar*: a corrente total, ou parcial, de efluente a ser tratado recebe injeção direta de ar. A corrente contendo ar injetado é direcionada para a zona de contato do flotador (as diferentes zonas são explicadas na seção 3.2.2).
- *FAD pressurizada com saturadores*: o efluente é pressurizado na presença de ar até se alcançar concentrações próximas a saturação. Após isso, é injetado no tanque flotador por meio de bocais ou válvulas para ocorrer a despressurização e, conseqüentemente, a formação das microbolhas.

### 3.2. PROCESSO FAD (FLOTAÇÃO POR AR DISSOLVIDO) PARA TRATAMENTO DE ÁGUA

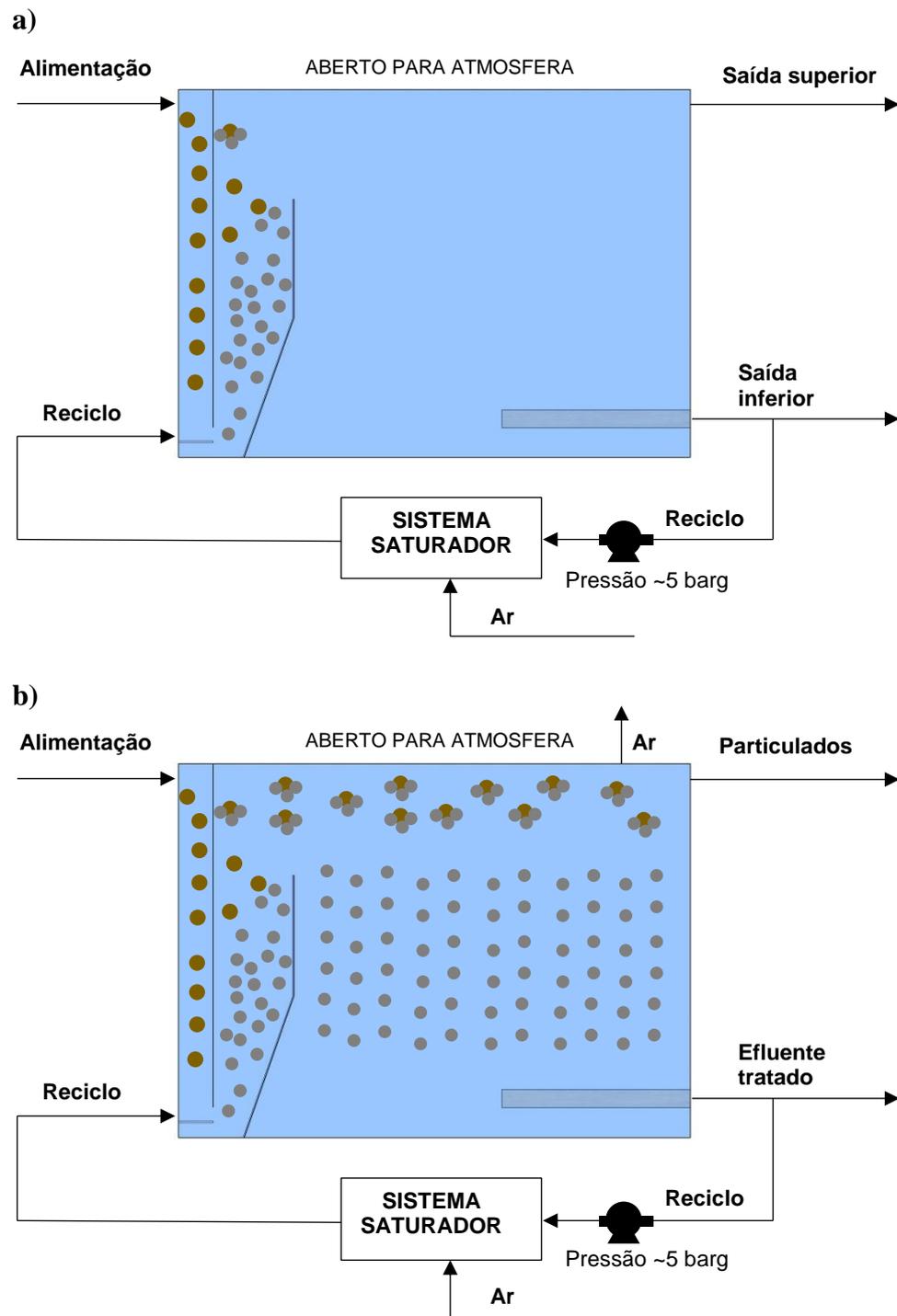
O processo FAD (em inglês, DAF – *Dissolved Air Flotation*), como mencionado anteriormente, é caracterizado pela entrada no tanque de flotação de uma corrente de efluente a ser tratada e também de uma corrente de reciclo pressurizada, sendo que essa diferença de pressão entre a corrente de reciclo e o tanque (atmosférico) é a responsável pela formação das microbolhas, fundamentais para a performance do sistema. Uma representação do processo, indicando as diferentes regiões no interior do flotador pode ser vista na Figura 1, ressaltando que as posições de entrada e a configuração da saída podem variar. O sistema saturador, que consiste no sistema responsável por efetuar a pressurização da corrente desejada no processo, também pode variar de uma configuração para outra, possuindo pressurização total do reciclo, parcial ou integral da corrente de alimentação. Esse sistema saturador pode empregar ejetores, bomba multifásica ou vaso saturador. Mais detalhes sobre cada região estão expostos na seção 3.2.2.

Na Figura 1(a) pode-se observar o início da operação de flotação por ar dissolvido: há a entrada de efluentes contendo as partículas sólidas suspensas, a saída superior e a saída inferior, sendo esta última reciclada através da passagem do efluente por uma bomba e, em seguida, para o sistema saturador de ar (onde ocorre a saturação da corrente pressurizada). Após isso, ele retorna ao tanque de flotação e formam-se as microbolhas devido a diferença de pressão (corrente reciclo e tanque atmosférico aberto).

A Figura 1(b) representa o instante em que as microbolhas se encontram com os sólidos suspensos, formando os agregados com densidades menores que a do meio líquido. Os agregados são direcionados para a parte superior do tanque onde são recolhidos. Em relação às microbolhas, uma fração encontra-se livre (sem formar agregados) e é eliminada pela superfície

aberta; uma fração permanece no interior do tanque e a outra restante pertence ao escape de microbolhas pela saída inferior do equipamento juntamente com o efluente tratado.

Figura 1 – Representação do processo FAD com reciclo pressurizado. a) Início da operação FAD e contato das microbolhas com sólidos suspensos. b) Operação FAD no estado estacionário com formação dos agregados sólidos-ar.



Fonte: Autor (2018).

Segundo SHAMMAS e BENNETT (2010), a operação FAD é afetada por diversos fatores combinados, como: entrada de gás, razão gás/sólidos, distribuição do tamanho e dispersão das bolhas, razão de reciclo, tempo de residência, carga hidráulica e propriedades do fluido tais como tensão superficial, concentrações do material dissolvido e suspenso, dosagem química realizada nas etapas anteriores à FAD (coagulação e floculação), pH e temperatura.

Nas seções seguintes encontram-se maiores detalhes do processo FAD, alvo deste trabalho, e o estado da arte sobre o tema flotação aplicada ao tratamento tanto de água potável quanto águas residuárias.

### **3.2.1. História e evolução do processo FAD**

Segundo EDZWALD e HAARHOFF (2011), a utilização da flotação como processo de separação iniciou-se na Inglaterra em 1860, onde William Haynes descobriu a afinidade de pequenas partículas ao se aderirem à superfície de gotas de óleo. Após isso, em 1877 na Alemanha, os irmãos Adolph e August verificaram a capacidade de se aumentar a velocidade do processo de separação com injeção de ar e empregaram esta técnica para a separação de grafite de uma corrente de efluente.

Até o início do século XX, diversas patentes foram registradas com foco na formação das bolhas de ar. A nova tecnologia começou a despertar interesse da indústria da mineração, sendo, portanto, o início do desenvolvimento da técnica de flotação por ar disperso (ou induzido) que é utilizada até os dias de hoje.

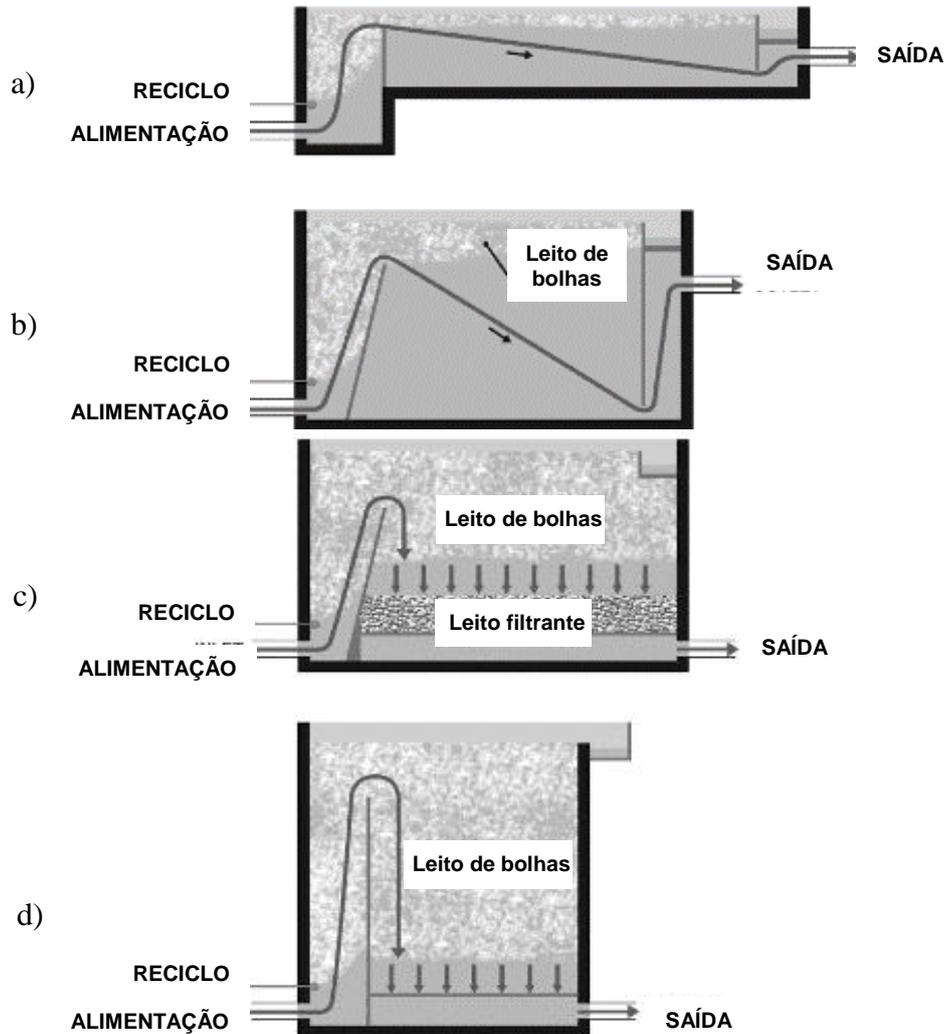
A estratégia, e patente, de pressurizar a corrente de alimentação, fazendo um processo semelhante ao atual, foi adotada por Nils Petersen, no início dos anos 1920 na Noruega, para o processo de recuperação de fibras na indústria de papel. O processo foi modificado pelo sueco Karl Sveen com adição de produtos químicos que melhoraram o processo de separação, obtendo-se o processo Sveen-Petersen.

No início da utilização do processo de flotação por ar dissolvido, nos anos 1960 a 1980, projetos e operação das plantas existentes eram baseados na experiência das pessoas envolvidas e caracterizados pelo uso de baixas cargas hidráulicas (conceito relacionado à vazão de alimentação e área superficial para flotação).

Com o aumento de estudos na área e busca por maiores informações e entendimento das etapas do processo foi possível propor outras configurações do equipamento, aumentar carga hidráulica e melhorar o processo de formação de bolhas. A Figura 2 representa a evolução do processo de FAD dos anos 1960 até 1990 (arranjo utilizado atualmente). A Figura

2(a), refere-se ao arranjo de FAD utilizada até os anos 1960: nota-se uma configuração mais horizontal, estreita e pequena profundidade, a carga hidráulica era menor que 5 m/h e não se encontravam muitas bolhas na zona de separação.

Figura 2 – Evolução do sistema FAD. a) sistema até os anos 1960, b) anos entre 1960 e 1970, c) anos 1980 e d) anos 1990 até atuais.



Fonte: Extraído de (NIEUWENHUIJZEN; GRAAF, 2011).

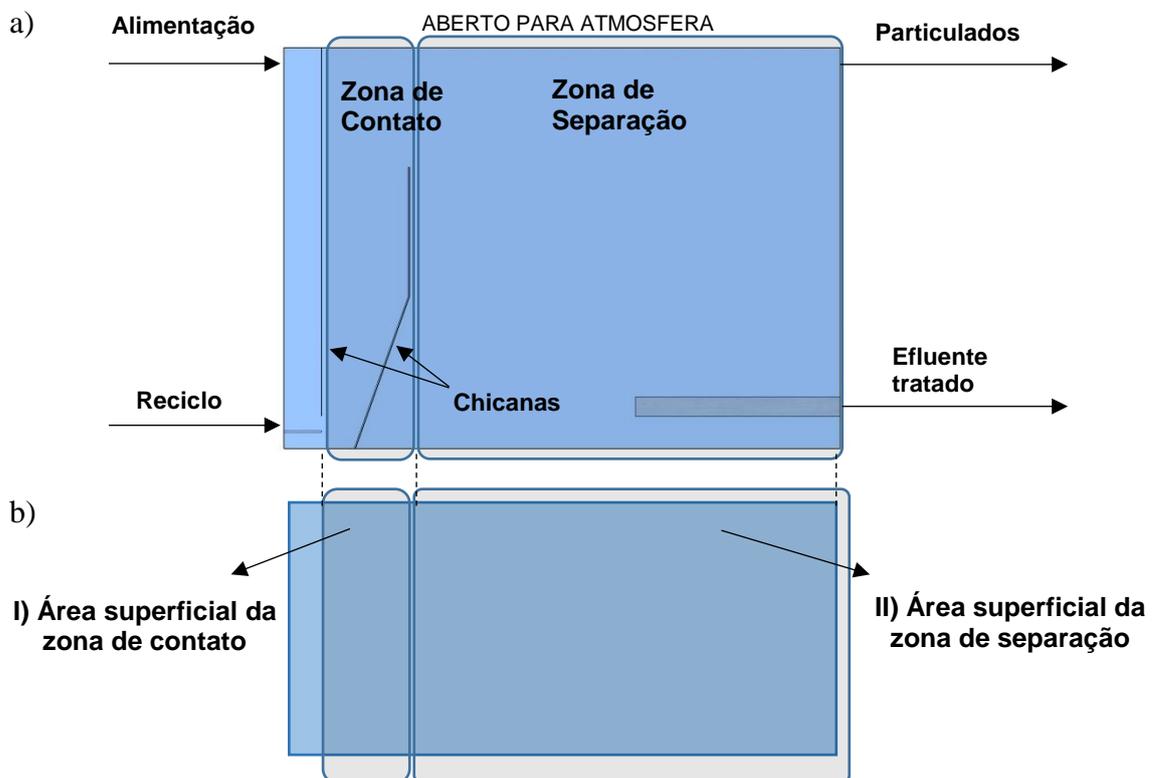
A Figura 2(b) representa o arranjo do sistema encontrado nos anos entre 1960 e 1970: observam-se uma diminuição no comprimento, maior profundidade, aumento na carga hidráulica (5 – 7 m/h) e também se observa maior concentração de bolhas na zona de separação. A Figura 2(c) indica esquematização da FAD usada nos anos 1980: começou-se a considerar um sistema híbrido que contemplasse flotação e filtração; alguns destaques desse sistema são o aumento da carga hidráulica, maior leito de bolhas na zona de separação e consideração de

fluxo horizontal e vertical na zona de separação. A Figura 2(d) representa os sistemas de flotação utilizados desde 1990 até anos atuais: observam-se a eliminação do sistema híbrido, um aumento na profundidade do tanque e a manutenção dos dois sentidos de escoamento na zona de separação (NIEUWENHUIJZEN; GRAAF, 2011).

### 3.2.2. Zonas envolvidas no processo FAD

O tanque de flotação do processo FAD (também denominado reator), segundo mencionado por EDZWALD (2010), é dividido em duas zonas distintas denominadas Zona de Contato e Zona de Separação, como pode ser visto na Figura 3(a). A primeira região é caracterizada pelo contato entre as partículas a serem removidas e as microbolhas formadas. Assim, há a probabilidade de colisão e ligação entre elas, de modo a formarem os agregados bolha-partícula que seguem para a zona seguinte. Na segunda região, ocorre a subida das microbolhas livres e agregados para a superfície, onde são removidas e o efluente clarificado é retirado na parte inferior do reator. Detalhes mais específicos sobre cada região podem ser encontrados na referência EDZWALD e HAARHOFF (2011).

Figura 3 – Flotação por ar dissolvido: a) duas zonas características. b) Vista superior do tanque com indicação das áreas utilizadas nas definições envolvidas.



Tendo em vista as diferentes regiões presentes no equipamento do processo de flotação por ar dissolvido, tem-se a necessidade de apresentar algumas definições importantes e úteis para melhor entendimento das variáveis e parâmetros envolvidos nessa operação unitária chamada FAD. Abaixo estão explicitadas algumas delas.

- *Área superficial total do flotor*: Definida pela soma da área superficial da zona de contato com a superficial da zona de separação, ou seja, área I mais área II representadas na Figura 3(b);
- *Carga hidráulica*: Definida pela razão entre a vazão volumétrica total de alimentação e a área superficial total do flotor;
- *Tempo de detenção (residência)*: razão entre volume do flotor e a vazão de entrada;
- *Carga hidráulica da zona de contato (Taxa de aplicação superficial da zona de contato -  $TAS_{ZC}$ )*: razão entre vazão de entrada mais o reciclo e a área superficial da zona de contato;
- *Carga hidráulica da zona de separação (Taxa de aplicação superficial da zona de separação -  $TAS_{Zs}$ )*: razão entre vazão de entrada mais o reciclo e a área superficial da zona de separação;
- *Velocidade de escoamento cruzado (cross-flow velocity)*: definido pela velocidade do fluido na interface da zona de contato com a zona de separação, ou seja, velocidade acima de chicana (EDZWALD, 2010);
- *% Reciclo (R)*: razão entre a vazão da corrente reciclada ( $Q_r$ ) e a vazão de saída do processo ( $Q$ ).

### 3.2.3. Flotação por Ar Dissolvido versus Sedimentação no tratamento de água

Para o tratamento de água, uma questão que surge é a justificativa para o uso da flotação em substituição da sedimentação. Em meio a esse questionamento, EDZWALD e HAARHOFF (2011) mencionam vantagens do processo FAD comparado à sedimentação tradicional para tratamento de água. Dentre elas, é possível destacar: facilidade em remover partículas menores (uma dificuldade para sedimentação devido ao maior consumo de floculantes), menor área requerida para novas instalações e maior flexibilidade para expansões e adaptações para aumentar a capacidade de sistemas existentes (*retrofit*) (PINTO, 2013).

Desvantagens associadas à FAD são o maior consumo de energia elétrica (WANG *et al*, 2005 apud SHAMMAS e BENNETT, 2010) e uma maior complexidade do

processo. Isso se deve, principalmente, ao processo “externo” de saturação (dependente da temperatura e pressão adotada para reciclo) e compressão da corrente de reciclo. Este é importante para garantir que a formação de microbolhas no interior do flotador ocorra conforme esperado, já que elas são consideradas cruciais para garantir eficiência de remoção de particulados. Este maior gasto energético, se analisado isoladamente, poderia comprometer a viabilidade do processo. Porém, este custo pode ser compensado pelo alto custo de implantação do sistema por sedimentação (maior demanda de área, fundações civis entre outros itens associados à construção do sistema).

#### 3.2.4. FAD aplicada ao tratamento de água

Estudos na área de flotação para tratamento de água, em grande parte, focam na determinação da influência dos parâmetros no processo global. Com esse objetivo, na literatura é possível encontrar trabalhos analisando a influência do processo de floculação (antecedente a flotação), tensão superficial, diâmetro de bolhas, alternativas ao processo de saturação (tanque saturador, uso de Venturi ou bomba multifásica) e modelos que descrevam o comportamento fluidodinâmico do sistema. Nesta seção, buscam-se destacar alguns trabalhos experimentais em FAD de modo a se fazer uma ligação com a ferramenta CFD na seção seguinte.

LUNDH *et al.* (2000) realizaram estudos experimentais para análise da fluidodinâmica da zona de separação. Com o uso da metodologia de medição de velocidades chamada ADV (*Acoustic Doppler Velocimeter*), foi possível determinar a velocidade local da água em uma planta-piloto de FAD. Pelos resultados experimentais, observou-se a formação de um escoamento horizontal estratificado na superfície, sendo caracterizado por uma corrente de encontro com a parede oposta à entrada e um fluxo de retorno, no sentido parede até a chicana. Esse comportamento foi observado com cargas hidráulicas entre 10 – 15 m/h com reciclo de 10%.

A influência da configuração da zona de contato na estrutura do escoamento na planta-piloto de FAD foi verificada por LUNDH *et al.* (2002) e analisada através de diferentes comprimentos e alturas da zona de contato, alterando a altura e inclinação da chicana. Também foi utilizada a metodologia ADV para determinação das velocidades na região central do equipamento. Com as análises efetuadas, os autores recomendaram um valor de superfície hidráulica igual a 65 m/h na zona de contato e velocidade de escoamento cruzado (*cross-flow velocity*) de 37 m/h.

REALI e PATRIZZI (2007 *apud* PINTO, 2013) analisaram a influência da taxa de aplicação superficial (TAS<sub>zc</sub>) e do tempo de contato da Zona de Contato na eficiência de

remoção de turbidez e cor e na estrutura de escoamento. Com o uso da metodologia ADV, determinaram-se vetores de velocidade e estes foram considerados “de mistura” quando os vetores apresentam turbulência ou recirculação e “de escoamento tipo *plug-flow*” quando os vetores estavam igualmente distribuídos através da seção. Concluíram que maiores  $TAS_{zc}$  induziram escoamentos mais tendenciosos a *plug-flow* (embora com considerável mistura) e maiores eficiências de remoção de cor e turbidez.

### 3.3. A FERRAMENTA CFD

A sigla CFD (do inglês, *Computational Fluid Dynamics*) pode ser definida como um conjunto de técnicas numéricas aplicadas na solução de equações que representam a fluidodinâmica de um determinado escoamento, possibilitando simulações computacionais do escoamento com finalidade de se obter e analisar detalhes do mesmo. As informações obtidas são produzidas através da resolução numérica das equações diferenciais parciais que descrevem a transferência de quantidade de movimento, calor e massa de modo a respeitar o princípio da conservação de tais grandezas.

A ferramenta CFD está cada vez mais frequente em estudos de engenharia devido a uma série de vantagens, tais como agilidade e menor custo associado à sua execução. Também, torna possível investigar a influência de parâmetros geométricos, comportamento do processo, variáveis e detalhes construtivos com mais clareza, rapidez e de modo econômico visto que, uma vez verificado o modelo adotado na simulação, não há necessidade de alta gama de experimentos. De forma similar, pode-se usá-la na etapa de otimização de equipamentos e processos.

Embora apresente muitas vantagens, deve-se salientar que o uso da prática CFD para sistemas de alta complexidade na engenharia em geral não possibilita a descrição fiel do comportamento real, já que é composta de modelos matemáticos que aproximam a realidade, elaborados por meio de hipóteses e considerações. Além disso, deve-se levar em consideração a existência dos erros associados ao cálculo iterativo, inerentes a todos os métodos numéricos e computacionais e a precisão da máquina. Como descrito por RODRIGUEZ (2015), a técnica CFD é composta de cinco etapas fundamentais, detalhadas nas seções 3.3.1 a 3.3.5.

#### 3.3.1. Definição da geometria (volume de controle)

Definir a geometria do domínio do sistema é o ponto de partida para o uso da ferramenta CFD. Nesta etapa realiza-se, por meio de ferramentas de desenho computacionais,

a representação virtual do domínio real que será estudado. Destaca-se que o grau de detalhamento e complexidade do desenho (formatos que fogem dos padrões geométricos básicos – triângulos, quadriláteros, círculos e polígonos regulares) implicam em maiores esforços computacionais (requisitos de *hardware* e *software*) e, conseqüentemente, maior tempo de processamento para se obter a solução do sistema.

### 3.3.2. Geração da malha computacional

Malha computacional é o nome dado ao domínio do sistema após ser subdividido em células computacionais, que são os pequenos elementos de volume formados entre os nós da malha. Outra definição envolvida é a de nó de uma malha, que é caracterizado pela intersecção entre as linhas de subdivisão da malha.

Ela pode ser classificada em estruturada ou não-estruturada. A primeira classificação corresponde às malhas que apresentam padrão definido previamente em sua construção, tendo vantagem na otimização dos cálculos posteriores, pois os nós são facilmente endereçados. A segunda não possui padrão regular, requisitando maior esforço computacional, porém são mais versáteis no caso de geometrias irregulares.

### 3.3.3. Pré-processamento

A etapa de pré-processamento é caracterizada pela definição dos modelos que serão aplicados na resolução, juntamente com valores de parâmetros, propriedades físicas, condições iniciais e de contorno. No final desta etapa, gera-se um arquivo contendo todas as informações sobre o sistema.

### 3.3.4. Processamento

A etapa de processamento é a responsável por ler as informações definidas na etapa antecedente e iniciar a resolução das equações envolvidas. O processo de resolução é iterativo e, dependendo da complexidade do que é analisado e nível dos recursos computacionais disponibilizados, pode-se demorar de minutos a meses para atingir a solução que satisfaça as condições apresentadas e critério de parada desejado.

### 3.3.5. Pós-processamento

Após atingir-se a solução do problema, segue-se para a etapa de pós-processamento, que é caracterizada pela interpretação da resposta. Dessa forma, podem-se

exibir os resultados de maneira gráfica, mapas de contorno, campos vetoriais, animações representando avanço com o tempo entre outras formas disponíveis no *software* utilizado.

### 3.4. CFD COMO FERRAMENTA PARA ESTUDOS DO PROCESSO FAD

Devido à importância e possíveis novas aplicações do processo de flotação, pesquisas têm sido realizadas com o intuito de compreender cada vez mais os seus princípios. Diversos trabalhos da literatura vêm objetivando a busca de modelos matemáticos que descrevam a zona de contato e zona de separação, bem como possibilitem descrever a influência dos parâmetros construtivos do equipamento e suas condições otimizadas para projeto e operação.

Um caminho para se chegar a um melhor entendimento da flotação passa pela caracterização do escoamento no interior do equipamento. Para isso, utilizam-se metodologias experimentais como a coleta de dados por meio de sondas LDV (*Laser Doppler Velocimeter*) ou ADV (*Acoustic Doppler Velocimeter*). Todavia, tais métodos apresentam dificuldades em se avaliar todo o domínio do campo de velocidades sem influenciar no escoamento, principalmente o ADV pois necessita ser introduzido dentro do equipamento (medidas intrusivas). Neste contexto, os estudos voltados para a Fluidodinâmica Computacional aplicada ao processo FAD são cada vez mais frequentes (BONDELIND, 2012 apud PINTO, 2013).

Na literatura encontram-se estudos envolvendo CFD para representar o comportamento fluidodinâmico de uma determinada operação em diferentes frentes. No caso do processo FAD, verificam-se estudos de CFD considerando aproximações simplificadas, considerando geometria bidimensional e diâmetro único de bolha, bem como estudos mais detalhados em sistemas mais complexos com geometria tridimensional, trifásicos, distribuição de diâmetros por meio de equações de balanço populacional (EBP ou, em inglês, *PBE-Populational Balance Equations*), entre outras considerações. Maiores detalhes sobre estes trabalhos são apresentados a seguir.

O artigo de TA *et al* (2001) é um importante marco na área de CFD aplicado ao processo FAD. Os autores realizaram simulação bifásica água – ar representando o processo em escala real (tanque com dimensões iguais a 9,75 x 8,30 x 2,15m - C x L x A). A abordagem utilizada foi a Euler – Euler em 3D para a simulação do escoamento bifásico. Com o resultado da simulação, foram incluídas partículas na modelagem em dispersão Lagrangiana, a fim de prever remoção, quebra e sedimentação das partículas inseridas. O escoamento simulado foi comparado qualitativamente com o real e também foram realizadas medidas de velocidade

através da sonda ADV. Os resultados indicaram ser possível simular um sistema bifásico de FAD com aplicação da ferramenta CFD. Também mostram que o modelo usado para prever dados sobre remoção de sólidos entre outras características necessita ser modificado. E por fim, observou-se discrepância entre as medidas de velocidade na posição de escoamentos circulantes verticais. O trabalho é considerado referência para estudos subsequentes que relacionam CFD com FAD.

Para comparar a simulação bidimensional com tridimensional (2D comparada a 3D), BONDELIND *et al.* (2010a) confrontaram os valores de velocidade obtidos com ambas as simulações e com dados experimentais. Observaram que as simulações em 2D são representativas para a zona de separação, exibindo o comportamento de fluxo estratificado conforme mencionado por LUNDH *et al.* (2000); porém, apresentam dificuldades em representar a zona de contato de um sistema bifásico. As simulações 3D representaram bem o comportamento do fluxo estratificado e observou-se dependência sensível com a distribuição de bolhas na zona de contato. Outra conclusão deste trabalho é o cuidado necessário ao se comparar dados experimentais com os valores simulados porque este apresenta oscilações nas medidas no decorrer do tempo e isso dificulta a comparação na simulação transiente.

BONDELIND *et al.* (2010b) utilizaram a abordagem Euler-Lagrange para simular o escoamento de um sistema binário água – ar representando o processo FAD. As simulações foram realizadas no *Ansys Fluent 6.3*. Os autores discutem quais as melhores opções para representar o processo FAD, como por exemplo, geometrias em 2D ou 3D, regime estacionário ou transiente, a melhor representação dos bocais de entradas e saídas do tanque, diâmetro de bolha e modelo de turbulência. Neste trabalho há sugestão de utilizar o regime transiente.

A estratégia de representar um sistema FAD em 2D pode ser exemplificada pelo trabalho de EMMANOUIL *et al.* (2011) em que os autores partem de um sistema real de flotação com mau funcionamento e buscam, com uso do *software FLUENT 6.1*, representar o problema e analisar as influências que o tipo de abordagem da simulação, modelo de turbulência e condições de contorno na superfície do tanque afetam a resposta simulada. As simulações bifásicas água - ar avaliadas em diferentes condições indicaram a representatividade da abordagem Euler-Euler (modelo *Mixture*) e da condição de contorno do tipo parede na superfície considerando o sistema real. Uma terceira fase foi adicionada na simulação (partículas sólidas suspensas), juntamente com um modelo probabilístico, definido por KOH *et al.* (2000) e KOH e SCHWARZ (2003), para determinar a taxa de remoção de partículas e testar os modelos de turbulência, sendo utilizada a recuperação de sólidos como variável de

comparação. Em relação a este último ponto do trabalho, que se trata de simulações trifásicas, os resultados mostraram que o modelo de turbulência  $k-\omega$  apresentou melhor valor de recuperação.

RIBEIRO (2012) aplicou a ferramenta CFD para simular um sistema de flotação por ar dissolvido em coluna aplicado à mineração, mais especificamente ao tratamento de água oleosa e beneficiamento de minério fosfático fino, comparando simulação com dados experimentais. Para as simulações, foram considerados o modelo de turbulência  $\kappa-\epsilon$  standard, modelo de arrasto Schiller-Naumann e para a superfície superior da coluna, aplicou-se a condição de contorno de pressão atmosférica. Dentre os resultados obtidos, pode-se destacar a obtenção de bons resultados simulados de *hold ups* de ar quando comparado com dados experimentais.

No trabalho de PINTO (2013), um dos estudos pioneiros na utilização da ferramenta CFD aplicada à FAD para tratamento de água para abastecimento, foi realizada a verificação do potencial de utilização da ferramenta computacional CFD, através do *software* CFX 13.0, para representação do escoamento em uma unidade piloto de flotação por ar dissolvido de grande porte, comparando com dados experimentais e analisando diferentes condições de simulação e variações na geometria do flotador. Conclui-se que as simulações com superfície livre foram capazes de reproduzir melhor a turbulência próxima à superfície d'água. A ressalva é que elas não descreveram, satisfatoriamente, a concentração de microbolhas no meio líquido.

No Quadro 1, adaptado do trabalho de PINTO (2013), são exibidos diferentes trabalhos com utilização de CFD aplicado ao processo FAD focado no tratamento de água.

Um trabalho recente na área de CFD que busca uma maior compreensão da fluidodinâmica do processo FAD é o realizado por CHEN *et al.* (2016). Os autores apresentam comparações para os resultados de simulações obtidos com as duas abordagens, Euleriana e Lagrangiana, com dados experimentais obtidos por LUNDH *et al.* (2000). Neste trabalho conclui-se que a abordagem Euleriana foi representativa para se alcançar o comportamento verificado experimentalmente. A partir deste modelo, os autores estudaram o comportamento fluidodinâmico da mistura água – ar com diferentes diâmetros de bolhas de ar (30  $\mu\text{m}$ , 40  $\mu\text{m}$ , 50  $\mu\text{m}$ , 60  $\mu\text{m}$  e 70  $\mu\text{m}$ ). A conclusão foi que bolhas de 30  $\mu\text{m}$  a 50  $\mu\text{m}$  afetam a formação de um escoamento estratificado (caracterizado por vetores velocidade paralelos a superfície do tanque) conforme mencionado por LUNDH *et al.* (2000); diâmetros acima de 50  $\mu\text{m}$  não apresentaram grande impacto para a formação dessa estrutura de escoamento. Em relação a

distribuição de ar, bolhas menores proporcionaram uma maior altura da região com microbolhas (formação da chamada “white water zone”).

Quadro 1 – Estudos disponíveis no campo de modelos numéricos para flotação. Adaptado de BONDELIND (2012 apud PINTO, 2013).

Referência	Software		Escala <sup>a</sup>		Dimensão			Turbulência <sup>b</sup>			Fases <sup>c</sup>		
	CFX	Fluent	Real	Piloto	2D	3D Estreito	3D	Laminar	κ-ε	κ-ω	Monofásico	Bifásico	Trifásico
Ta et al (1996)				v								E	
Ta; Brignal (1997)				v									
Fawcett (1997)*												E	
Crossley et al. (1999)												L	
Hague et al. (2001b)*				v									
Hague et al. (2001a)				v					2			E	
Ta et al. (2001)			v						2			E	L
Kwon et al. (2006)			v						3			E	
Guimet et al. (2007)				v					4			E	
Emmanouil et al. (2007)												LME	
Kostoglou et al. (2007)													M
Amato; Wicks (2009)			v						1			E	
Bondelind et al. (2010b)				v								L	
Bondelind et al. (2010a)				v								L	
Emmanouil et al. (2011)												LE	M
Lakghomi et al. (2012)				v								M	
Bondelind et al. (2012)				v									LE
Pinto (2013)				v								LE	
Lakghomi et al. (2015)				v									M
Park et al. (2015)													
Chen et al. (2016)				v								E	
Altero (2016)				v								E	

(\*) Modelo de turbulência não declarado

(\*\*) Dimensões não declaradas

(a) Escala: (v) Validação com dados experimentais

(b) Turbulência: (1) RNG κ-ε; Para o ar: (2) Laminar e κ-ε, (3) Equação Zero, (4) Teoria de Tchen,

(c) Fases: (L) Modelo Eulerian-Lagrangian, (M) Modelo de Mistura, (E) Modelo Eulerian-Eulerian.

Fonte: Quadro adaptado de PINTO (2013) e atualizado após BONDELIND et al. (2012).

Com os trabalhos apresentados no Quadro 1, pode-se observar os seguintes pontos interessantes: predominância na utilização do software *Ansys Fluent* para simular a flotação por ar dissolvido, predominância também do modelo de turbulência κ-ε, tratamento bifásico da FAD e; por fim, a adoção da geometria 3D adotada em trabalhos recentes.

Maiores detalhes sobre as características dos trabalhos recentes aplicados à FAD e CFD estão apresentados no Quadro 2. Nele é possível observar os seguintes pontos: embora o modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  seja adotado na maioria dos trabalhos, não há um consenso sobre qual das suas variantes é melhor recomendada; essa característica é repetida quando se observa o tipo de abordagem e modelo multifásico, encontrando-se trabalhos com abordagem Euler-Lagrange e Euler-Euler, sendo que para este último, há uso do modelo Euler e também do modelo de mistura de fases; finalmente, observa-se a inclusão das equações de balanço populacional para representar a distribuição dos diâmetros de microbolhas envolvidas na FAD.

Quadro 2 – Detalhes de trabalhos recentes aplicando CFD à FAD.

Referência	Software		Escala <sup>a</sup>		Dimensão			Turbulência <sup>b</sup>			Fases <sup>c</sup>			Multifásico <sup>d</sup>		$\kappa$ - $\epsilon$		PBE	
	CFX	Fluent	Real	Piloto	2D	3D Estreito	3D	Laminar	$\kappa$ - $\epsilon$	$\kappa$ - $\omega$	Monofásico	Bifásico	Trifásico	Euler	Euler-Lagrange	Mixture	Standard	Realizable	
Amato; Wicks (2009)			v						1			E							
Bondelind <i>et al.</i> (2010b)				v								L							
Bondelind <i>et al.</i> (2010a)				v								L							
Emmanouil <i>et al.</i> (2011)												LE	M						
Lakghomi <i>et al.</i> (2012)				v								M							
Pinto (2013)				v					*			LE					*	*	
Lakghomi <i>et al.</i> (2015)				v									M						
Park <i>et al.</i> (2015)																			
Chen <i>et al.</i> (2016)				v								E							
Altero (2016)				v								E							

(\*) Modelo de turbulência não declarado

(\*\*) Dimensões não declaradas

(a) Escala: (v) Validação com dados experimentais

(b) Turbulência: (1) RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ ; Para o ar: (2) Laminar e  $\kappa$ - $\epsilon$ , (3) Equação Zero, (4) Teoria de Tchen,

(c) Fases: (L) Modelo Eulerian-Lagrangian, (M) Modelo de Mistura, (E) Modelo Eulerian-Eulerian.

Fonte: Quadro adaptado de PINTO (2013) e atualizado após BONDELIND *et al.* (2010b).

Este último quadro também indica que ainda há pouca informação sobre a aplicação do balanço populacional à flotação por ar dissolvido em simulações CFD.

### 3.4.1. Aplicação das Equações de Balanço Populacional (EBP ou, em inglês, PBE – Population Balance Equations)

Na literatura, é possível encontrar alguns trabalhos que aplicam modelos de balanço populacional para a distribuição de tamanho de bolhas.

LAKGHOMI *et al.* (2012) analisaram a importância do escoamento horizontal estratificado na zona de separação para a remoção de partículas. Para isso, simularam um tanque FAD em 2D aplicando Balanço Populacional Discreto Homogêneo, com duas distribuições diferentes: uma contendo bolhas menores e outra com bolhas maiores. Elas foram simuladas separadamente, sendo que para ambas, variou-se a concentração de ar na entrada do processo. A geometria utilizada foi baseada em LUNDH *et al.* (2001) e os principais modelos utilizados foram: modelo multifásico *Mixture*,  $\kappa$ - $\epsilon$  *standard* para turbulência. A condição de contorno na superfície do tanque foi de simetria com tensão de cisalhamento nulo com a implementação, via função externa, de remoção da fase ar. Os resultados indicaram que ao se aumentar a fração volumétrica de ar, a remoção de bolhas também aumenta devido ao fenômeno de agregação das bolhas, indicando, portanto, que este fenômeno deve ser considerado na simulação FAD via CFD.

Em outro trabalho, LAKGHOMI *et al.* (2015) utilizaram como base os mesmos modelos, conclusões e métodos de simulação do estudo anterior de LAKGHOMI *et al.* (2012) e implementaram modelos para incluir a fase de partículas sólidas do processo FAD, comparando o modelo analítico com a simulação CFD. Neste trabalho também analisam a influência da fração volumétrica de ar na remoção das partículas sólidas e carga hidráulica adotada e na determinação dos tamanhos ótimo de partícula sólida e diâmetro de bolha. Os resultados indicaram que o modelo analítico (que contemplou todas as fases – ar, água, sólido e agregados – da FAD) apresentou tendências similares ao modelo CFD. Também concluíram que a presença do escoamento estratificado aumenta a remoção de sólidos, o tamanho ótimo de microbolha depende da fração volumétrica de ar adotada e do diâmetro da partícula sólida e maiores frações de ar são necessárias para se alcançar a mesma remoção em cargas hidráulicas maiores. Porém constatou-se haver um valor limite que, se ultrapassado, a remoção diminui.

ALTERO (2016) realizou simulações do processo FAD em escala piloto. A geometria adotada foi 3D com o modelo multifásico Euleriano, apresentando algumas características: estado estacionário, modelo de turbulência  $\kappa$ - $\epsilon$  *realizable*, condição de contorno *Degassing* (permeável à passagem de ar na superfície do tanque) para a superfície do tanque. Em relação aos diâmetros de bolhas, foram realizadas simulações com diâmetros discretos (um determinado diâmetro, sem distribuição por faixas de tamanho) e também se utilizou a distribuição de diâmetros encontrada por MORUZZI (2005). Para simulações com balanço populacional, testaram-se dois modelos, o Discreto Homogêneo e o Discreto Não-Homogêneo, sendo que para cada modelo, simulou-se as condições de ausência, ou presença, dos fenômenos de quebra e agregação de bolhas. As curvas de distribuição dos tempos de residência também

foram obtidas. Os resultados, de modo geral, foram capazes de representar o escoamento no interior do tanque de flotação. Porém, em relação às simulações que utilizaram balanço populacional, observou-se que ao considerar interações de agregação e quebra, a fração volumétrica de ar foi praticamente constante ao longo da zona de separação, obtendo comportamento diferente do esperado.

## 4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 4.1. TIPOS DE ABORDAGENS MATEMÁTICAS

Como foi mencionado na seção 3.3, a ferramenta CFD - *Computational Fluid Dynamics* - é baseada na resolução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia utilizando um conjunto de técnicas numéricas e cálculos computacionais para se chegar a resposta desejada.

O problema em que se deseja obter a resposta fluidodinâmica pode ser modelado conforme duas abordagens principais: Euler-Euler e a Euler-Lagrange, sendo que, resumidamente, a primeira é caracterizada pela hipótese do contínuo para cada fase envolvida. Já para a segunda abordagem, uma vez conhecido o comportamento da fase primária envolvida na análise, cada partícula das demais fases são descritas individualmente, obtendo assim, a trajetória de cada partícula do sistema.

#### 4.1.1. Euler – Lagrange

Na abordagem Euler-Lagrange (Lagrangiana), a fase fluida é tratada como contínua através da resolução das equações de Navier-Stokes e a fase dispersa é tratada como discreta, ou seja, descrevem-se todas as características referente ao escoamento de cada partícula e considera-se que cada uma delas é capaz de trocar quantidade de movimento (momento), energia e massa com a fase fluida (ANSYS, 2013a). Essa abordagem tem como limitação o grande esforço computacional embutido para a obtenção das soluções. Devido a isto, ela é prioritariamente aplicada quando a fase particulada é considerada diluída ou em casos de escoamento de partículas isoladas.

#### 4.1.2. Euler - Euler

Na abordagem Euleriana, as diferentes fases do sistema são tratadas matematicamente como contínuas interpenetrantes. Como não pode ocorrer a consideração de que um dado volume é ocupado somente por uma determinada fase, surge-se o conceito de fração volumétrica de uma determinada fase. Esse conceito é assumido como função contínua no espaço e no tempo e assume-se que a somatória das frações seja igual a um.

As equações de conservação de quantidade de movimento, energia e massa de cada fase são modificadas de modo a obter um grupo de equações similares para todas as fases. (ANSYS, 2013a).

Na literatura, para o sistema binário em estudo, encontram-se trabalhos sobre a simulação com abordagem Euleriana comparada a Lagrangiana. Devido ao maior número de equações geradas por esta última, um maior custo computacional é requerido para obter resultados semelhantes aos determinados pela abordagem Euleriana. Como exemplo dessa comparação, podem-se citar os trabalhos de EMMANOUIL *et al.* (2011) que realizaram simulações com os modelos DPM (*Discrete Phase Model*, a qual é considerada uma abordagem Lagrangiana), Euler e Mistura (duas abordagens Eulerianas) e concluíram que, para o caso simulado contendo bolhas grandes, o modelo DPM deve ser aplicado com atenção, visto que as bolhas aparentaram ficar presas na região de escoamentos circulares. Outro trabalho é o de CHEN *et al.* (2016) que simularam as duas abordagens e usaram o perfil de velocidade obtido e a distribuição de ar como critério de análise, concluindo que a modelagem Euleriana promoveu melhores resultados na representação da concentração de ar no interior do tanque de FAD.

Isto posto, este trabalho se ateve à abordagem Euleriana, utilizando, portanto, os modelos Euler e Mistura nas simulações realizadas.

#### 4.2. EQUACIONAMENTO PARA O ESCOAMENTO BIFÁSICO ÁGUA – AR

Como mencionado na Seção 4.1.2 a abordagem adotada no trabalho foi a Euleriana. Nesta abordagem é aplicado o conceito de fração volumétrica de fase ( $\alpha_q$ ) definida pela equação 14. Na sequência, faz-se uma apresentação dos modelos baseada nas referências ANSYS (2013a, b).

$$V_q = \int_V \alpha_q \cdot dV \quad (1)$$

onde:  $V_q$  é o volume total da fase  $q$

A relação entre as frações volumétricas das  $n$  fases deve satisfazer a equação 15:

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (2)$$

A parcela da massa específica da mistura pela qual a fase  $q$  é responsável (densidade efetiva da fase  $q$ ) é calculada conforme a Equação 16, sendo  $\rho_q$  a massa específica da fase  $q$ .

$$\hat{\rho}_q = \alpha_q \cdot \rho \quad (3)$$

#### 4.2.1. Conservação da Massa – Equação da Continuidade

A Equação da Continuidade de cada uma das fases é modificada e faz-se uso da definição de  $\alpha_q$  apresentada anteriormente. A seguir tem-se sua forma geral (Equação 17) e as duas equações simplificadas para as duas fases de interesse (Equações 18 e 19).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \cdot \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \cdot \rho_q \cdot \vec{v}_q) = \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) + S_q \quad (4)$$

Considerando q = fase líquida (l) ou fase gasosa (g), tem-se:

$\vec{v}_q$  – velocidade da fase q

$\dot{m}_{pq}$  – transferência de massa da fase p para a fase q

$\dot{m}_{qp}$  – transferência de massa da fase q para a fase p

$S_q$  – termo de geração de massa para a fase q

N – número de fases presente no escoamento

Neste trabalho, a modelagem foi realizada para o sistema binário ar – água. Sendo assim, define-se que o subscrito g se refere à fase gasosa (ar) e l à fase aquosa. No modelo utilizado, desprezou-se a transferência de massa entre as fases gasosa e aquosa e não foi considerado nenhuma geração ou consumo de massa no interior do equipamento. Dessa forma, as equações da continuidade para cada uma das fases são dadas por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \cdot \rho_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \cdot \rho_l \cdot \vec{v}_l) = 0 \text{ (fase aquosa)} \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \cdot \rho_g) + \nabla \cdot (\alpha_g \cdot \rho_g \cdot \vec{v}_g) = 0 \text{ (fase gasosa)} \quad (6)$$

#### 4.2.2. Conservação de Quantidade de Movimento

As equações de conservação de quantidade de movimento utilizando o conceito de  $\alpha_q$ , para a fase água e ar (sem transferência de massa entre as fases), são as seguintes (CHEN *et al.*, 2016):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \cdot \rho_l \cdot \vec{v}_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \cdot \rho_l \cdot \vec{v}_l \cdot \vec{v}_l) = -\alpha_l \cdot \nabla P + \nabla \cdot \vec{\tau}_l + \alpha_l \cdot \rho_l \cdot \vec{g} + \vec{R}_{gl} + \vec{F}_l + \vec{F}_{lift,l} + \vec{F}_{vm,l} \quad (7)$$

(fase aquosa)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \cdot \rho_g \cdot \vec{v}_g) + \nabla \cdot (\alpha_g \cdot \rho_g \cdot \vec{v}_g \cdot \vec{v}_g) = -\alpha_g \cdot \nabla P + \nabla \cdot \vec{\tau}_g + \alpha_g \cdot \rho_g \cdot \vec{g} - \vec{R}_{gl} + \vec{F}_g + \vec{F}_{lift,g} + \vec{F}_{vm,g} \quad (8)$$

(fase gasosa)

Considerando  $q$  igual à fase  $l$  ou fase  $g$ , tem-se:

$\nabla P$  – gradiente de pressão

$\nabla \cdot \bar{\tau}_q$  – tensor das tensões da fase  $q$

$\alpha_q \cdot \rho_q \cdot \vec{g}$  – termo gravitacional da fase  $q$

$\vec{R}_{gl}$  – força de interação entre as fases gasosa e aquosa

$\vec{F}_q$  – força de campo na fase  $q$

$\vec{F}_{lift,q}$  – força de ascensão da fase  $q$

$\vec{F}_{vm,q}$  – força de massa virtual da fase  $q$

Nas equações 20 e 21, os dois termos do lado esquerdo são, respectivamente, a taxa global de acúmulo de quantidade de movimento e a transferência de momento por convecção em cada fase.

No lado direito das equações, é importante destacar que a força resultante que atua em cada uma das fases é dividida, de acordo com sua característica, em quatro componentes principais: força de campo, de ascensão, de massa virtual (essas três são dependentes do meio em que a fase  $q$  está inserida) e força de interação entre as fases.

Para a modelagem da flotação, considera-se que os diâmetros das bolhas do processo são pequenos (menores que 100  $\mu\text{m}$ ). Dessa forma, a força de ascensão pode ser desprezada quando comparada às demais forças envolvidas (CHEN *et al.*, 2016).

A força de massa virtual sobre as partículas é o efeito do encontro das partículas acelerando com a inércia da fase primária. Para a fase  $l$  ela pode ser descrita pela Equação 22 (para a fase  $g$  é análogo, alterando somente a ordem das derivadas materiais). Essa grandeza é mais significativa quando a densidade da fase secundária (bolhas de ar) é muito menor que a da fase primária. Embora seja considerada interessante para escoamentos envolvendo bolhas, ela não foi adotada nas simulações deste trabalho (simulações preliminares foram realizadas e não se observou diferença significativa no escoamento quando se considerou essa força na modelagem). Dessa forma, optou-se focar nas forças de arrasto entre as fases (STRÖM *et al.* 2013).

$$\vec{F}_{vm,l} = 0,5 \cdot \alpha_g \cdot \rho_l \cdot \left( \frac{D \vec{v}_l}{Dt} - \frac{D \vec{v}_g}{Dt} \right) \quad (9)$$

O termo  $\frac{D\vec{v}_q}{Dt}$  representa a derivada material em uma dada fase  $q$  genérica (“l” ou “g”), sendo:

$$\frac{D\vec{v}_q}{Dt} = \frac{\partial \vec{v}_q}{\partial t} + \vec{v}_q \cdot \nabla \vec{v}_q \quad (10)$$

Assim, tem-se que:

$$\vec{F}_{vm,l} = -\vec{F}_{vm,g} \quad (11)$$

A força de interação entre fases deve satisfazer a relação:  $\vec{R}_{gl} = -\vec{R}_{lg}$ . Sendo que essa é calculada pela Equação 25.

$$\vec{R}_{gl} = K_{gl} \cdot (\vec{v}_g - \vec{v}_l) \quad (12)$$

onde:  $K_{gl}$  é o coeficiente de troca de momento entre as fases, que será definido na Seção 4.2.3.

#### 4.2.3. Arrasto entre Fases

Para o processo de flotação, analisa-se o coeficiente de troca de momento ( $K_{gl}$ ) entre dois fluidos, considerando que a fase gasosa está dispersa na fase aquosa (mais abundante). Com essa abordagem,  $K_{gl}$  é expresso pela Equação 26 (CHEN *et al.*, 2016).

$$K_{gl} = \frac{\alpha_g \cdot \alpha_l \cdot \rho_{gl} \cdot f}{\tau_p} \quad (13)$$

$$f = \frac{C_D \cdot Re}{24} \quad (14)$$

onde:  $\tau_p$ : tempo de relaxação particulada

f – função de arrasto

$C_D$  – coeficiente de arrasto

Re – Número de Reynolds relativo para as fases primárias e secundária

Para a determinação do coeficiente de arrasto, são apresentados dois modelos utilizados neste trabalho: o de Schiller-Naumann e o modelo *Universal Drag*. As definições do tempo de relaxação particulada, do coeficiente de arrasto e do Reynolds relativo estão apresentadas em cada um dos modelos considerados.

#### 4.2.3.1. Modelo de Schiller-Naumann

O modelo Schiller-Naumann, proposto por SCHILLER e NAUMANN (1935), é o modelo padrão no *software Ansys Fluent* para análise da interação entre fases por ser o modelo mais aplicado nos casos de escoamento fluido-fluido. Suas principais equações seguem abaixo.

$$\tau_p = \frac{\rho_g \cdot d_g^2}{18 \cdot \mu_l} \quad (15)$$

$$Re = \frac{\rho_l \cdot |\vec{v}_g - \vec{v}_l| \cdot d_g}{\mu_l} \quad (16)$$

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re} \cdot (1 + 0,15 \cdot Re^{0,687}) & Re \leq 1000 \\ 0,44 & Re > 1000 \end{cases} \quad (17)$$

Sendo que o tempo de relaxação da fase dispersa ( $\tau_p$ ) representa o tempo para a partícula que se movimenta em um meio fluido se ajustar a uma eventual alteração nas forças externas atuantes no sistema (PEÇANHA, 2014).  $C_D$  é coeficiente de arrasto aplicado na Equação 27 para o cálculo da função de arrasto e, em seguida, obtenção do coeficiente de troca de quantidade de movimento entre as fases. Para o modelo de arrasto Schiller-Naumann, o número de Reynolds relativo para as fases primárias e secundária é calculado utilizando as velocidades de cada fase e considera a viscosidade dinâmica ( $\mu_l$ ) e a densidade ( $\rho_l$ ) da fase primária (líquida) e o diâmetro da fase gasosa ( $d_g$ ).

#### 4.2.3.2. Universal Drag (Lei de Arrasto Universal)

O modelo Lei de Arrasto Universal para Bolha-Líquido (KOLEV, 2005) foi adotado no trabalho de CHEN *et al.* (2016) e, segundo ANSYS (2013a), é o modelo mais recomendado para escoamento contendo bolhas e gotas como fase secundária, onde o comprimento característico do sistema é muito maior que o diâmetro da fase secundária. No processo de flotação simulado, assume-se que as bolhas de ar são perfeitamente esféricas e as condições satisfazem a aplicação desse modelo de arrasto. Desse modo, as principais equações envolvidas são as seguintes (ANSYS, 2013a).

$$\tau_p = \frac{\rho_g \cdot d_g^2}{18 \cdot \mu_e} \quad (18)$$

$$\mu_e = \frac{\mu_l}{1 - \alpha_g} \quad (19)$$

$$Re = \frac{\rho_l \cdot |\vec{v}_l - \vec{v}_g| \cdot d_g}{\mu_e} \quad (20)$$

$$C_D = \frac{24}{Re} \cdot (1 + 0,1 \cdot Re^{0,75}) \quad (21)$$

onde:  $\mu_e$  – viscosidade efetiva para mistura bolha-líquido;  
 $Re$  – Número de Reynolds relativo para as fases primária e secundária;  
 $C_D$  – coeficiente de arrasto.

Nota-se que há semelhança com o modelo apresentado anteriormente (Schiller-Naumann), porém com uma diferença importante. Além de uma equação diferente para se calcular o coeficiente de arrasto ( $C_D$ ), usa-se a viscosidade dinâmica efetiva no cálculo do tempo de relaxação da partícula e no número de Reynolds relativo.

#### 4.2.4. Turbulência

Para a aplicação da turbulência nas simulações, foi adotada a aproximação das flutuações turbulentas do escoamento por um valor médio, originando as equações conhecidas por “Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)”. Nesta abordagem, a velocidade instantânea da fase  $i$  é decomposta em duas componentes de velocidade: velocidade média ( $\bar{v}$ ) e um valor de flutuação ( $v'_i$ ), conforme apresentado na equação 35 (LOPES, 2012).

$$v_i = \bar{v} + v'_i \quad (22)$$

Neste trabalho, para resolver a inserção da turbulência no escoamento, foi considerado o modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  de turbulência. Ele foi proposto por LAUNDER e SPALDING (1972) e pertence a uma classe de modelos que utiliza um comprimento turbulento e uma escala de tempo para resolver duas equações separadas de transporte.

Nessa abordagem, utilizam-se duas equações de transporte para se determinar o termo da energia cinética turbulenta ( $\kappa$ ) e o da taxa de dissipação de energia cinética turbulenta ( $\epsilon$ ). Dentre as variações possíveis, considerou-se apenas os modelos  $\kappa$ - $\epsilon$  *standard* e  $\kappa$ - $\epsilon$  *realizable*. Ambos têm formas similares na modelagem, com equações de transporte para a determinação de  $\kappa$  e de  $\epsilon$ . Porém, pode-se citar as seguintes diferenças (ANSYS, 2013a):

- Diferença na forma de calcular a viscosidade turbulenta;

- A forma como o número de Prandtl turbulento afeta a difusão turbulenta de  $\kappa$  e  $\varepsilon$ ;
- Diferença nos termos de geração e consumo na equação de  $\varepsilon$ .

Nas duas próximas sessões, apresentam-se os detalhes de cada um dos dois modelos considerados.

#### 4.2.4.1. Modelo $\kappa$ - $\varepsilon$ *standard*

Como mencionado pelos autores LAUNDER e SPALDING (1972), o modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  é baseado em equações de transporte para a energia cinética turbulenta ( $\kappa$ ) e taxa de dissipação turbulenta ( $\varepsilon$ ). Maiores detalhes podem ser vistos na referência LAUNDER e SPALDING (1972).

Uma consideração importante neste modelo é que ele assume um regime totalmente turbulento, negligenciando o efeito da viscosidade molecular (propriedade do fluido) e considerando somente a viscosidade turbulenta (propriedade do escoamento que depende do estado de turbulência - DE SOUZA et al., 2011). Com isso, outros modelos de turbulência se baseiam no  $\kappa$ - $\varepsilon$  *standard* e buscam modificá-lo a fim de aumentar seu desempenho e faixa de aplicabilidade em escoamentos turbulentos de baixos números de Reynolds.

As equações referentes ao modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  *standard* encontram-se nas Equações 36 a 38 (ANSYS, 2013a).

$$\frac{\partial(\rho \cdot \kappa)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot \kappa \cdot v_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \cdot \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + G_\kappa + G_b - \rho \cdot \varepsilon - Y_M + S_\kappa \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \cdot \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot \varepsilon \cdot v_i)}{\partial x_i} \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] - C_{1\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon}{\kappa} \cdot (G_\kappa + C_{3\varepsilon} \cdot G_b) - C_{2\varepsilon} \cdot \rho \cdot \frac{\varepsilon^2}{\kappa} + S_\varepsilon \end{aligned} \quad (24)$$

$$\mu_t = \rho \cdot C_\mu \cdot \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \quad (25)$$

Tendo, então, os seguintes termos:

$G_\kappa$  – termo de geração de energia cinética turbulenta devido ao gradiente de velocidades médias. É detalhado na Equação 53;

$G_b$  – termo de geração de energia cinética turbulenta devido ao empuxo. Presente quando há campo gravitacional diferente de zero e gradiente de temperatura.

Como o sistema estudado é isotérmico, este termo pode ser desprezado.

$Y_M$  – termo que representa a contribuição da flutuação da dilatação em situação de escoamentos turbulentos compressíveis na taxa total de dissipação de energia. Sendo desconsiderado neste trabalho, visto que se trata de escoamento de água com baixa concentração de ar, assumindo-se, portanto, a hipótese de fluido incompressível.

$S_\kappa$  e  $S_\varepsilon$  – Termos fonte que, neste trabalho, adotaram-se nulos.

Sendo que  $C_{1\varepsilon}$ ,  $C_{2\varepsilon}$  e  $C_\mu$  são constantes e  $\sigma_\kappa$  e  $\sigma_\varepsilon$  representam o número de Prandtl turbulento para  $\kappa$  e  $\varepsilon$ . O padrão do *software Ansys Fluent* é adotado. Os valores são os seguintes:

$$C_{1\varepsilon} = 1,44, C_{2\varepsilon} = 1,92, C_\mu = 0,09, \sigma_\kappa = 1,00 \text{ e } \sigma_\varepsilon = 1,30$$

#### 4.2.4.2. Modelo $\kappa$ - $\varepsilon$ realizable

O modelo de turbulência  $\kappa$ - $\varepsilon$  *realizable* foi criado com a intenção de melhorar a performance do modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  *standard*, visto que este faz considerações bem definidas quanto ao regime de escoamento válido na modelagem. Os dois importantes pontos de diferença são: diferença na formulação da viscosidade turbulenta e modificação na equação da taxa de dissipação ( $\varepsilon$ ), que é derivada de uma equação exata para o transporte das flutuações médias quadráticas de vorticidade.

O equacionamento do modelo de turbulência  $\kappa$ - $\varepsilon$  *realizable* é descrito nas Equações 39 a 52. (ANSYS, 2013a).

$$\frac{\partial(\rho \cdot \kappa)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot \kappa \cdot v_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \cdot \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + G_\kappa + G_b - \rho \cdot \varepsilon - Y_M + S_\kappa \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \cdot \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot \varepsilon \cdot v_j)}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho \cdot C_{1\varepsilon} \cdot S_\varepsilon - \rho \cdot C_{2\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon^2}{\kappa + \sqrt{\nu \cdot \varepsilon}} \\ &+ C_{1\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon}{\kappa} \cdot C_{3\varepsilon} \cdot G_b + S_\varepsilon. \end{aligned} \quad (27)$$

$$C_{1\varepsilon} = \max \left[ 0,43; \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \eta = S \cdot \frac{\kappa}{\varepsilon} \quad (28)$$

$$S = \sqrt{2 \cdot S_{ij} \cdot S_{ij}} \quad (29)$$

$$\mu_t = \rho \cdot C_\mu \cdot \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \quad (30)$$

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_S \cdot \frac{\kappa \cdot U^*}{\varepsilon}} \quad (31)$$

$$U^* \equiv \sqrt{S_{ij} \cdot S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij} \cdot \tilde{\Omega}_{ij}} \quad (32)$$

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ij}\omega_\kappa \quad (33)$$

Por padrão do *software Ansys* e, portanto, neste trabalho, o termo  $-2\varepsilon_{ij}\omega_\kappa$  é nulo, pois representa um termo de rotação extra que não é compatível com casos envolvendo malha deslizante ou múltiplas armações de referência.

$$\Omega_{ij} = \overline{\Omega_{ij}} - \varepsilon_{ij}\omega_\kappa \quad (34)$$

$$A_S = \sqrt{6} \cos \theta \quad (35)$$

$$\theta = \frac{1}{3} \cos^{-1}(\sqrt{6}W) \quad (36)$$

$$W = \frac{S_{ij} \cdot S_{ik} S_{ki}}{\tilde{S}^3} \quad (37)$$

$$\tilde{S} = \sqrt{S_{ij} \cdot S_{ij}} \quad (38)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) \quad (39)$$

Tendo, então, os seguintes termos:

$G_\kappa$  – termo de geração de energia cinética turbulenta devido ao gradiente de velocidades medias. É detalhado na Equação 53;

$G_b$  – termo de geração de energia cinética turbulenta devido ao empuxo. Presente quando há campo gravitacional diferente de zero e gradiente de temperatura.

Como o sistema estudado é isotérmico, este termo pode ser desprezado.

$Y_M$  – termo que representa a contribuição da flutuação da dilatação em situação de escoamentos turbulentos compressíveis na taxa total de dissipação de energia. Sendo desconsiderado neste trabalho, visto que se trata de escoamento de água com baixa concentração de ar, assumindo-se, portanto, a hipótese de fluido incompressível.

$S_\kappa$  e  $S_\varepsilon$  – Termos fonte definidos no *software*, sendo que, neste trabalho, adotaram-se nulos.

$\overline{\Omega_{ij}}$  – média do tensor de taxa de rotação em um movimento em relação a uma posição de referência com velocidade angular  $\omega_\kappa$ .

$\omega_\kappa$  – velocidade angular;

Sendo que  $C_{1\varepsilon}$ ,  $C_{2\varepsilon}$ ,  $C_\mu$  e  $A_0$  são constantes e  $\sigma_\kappa$  e  $\sigma_\varepsilon$  representam os números de Prandtl turbulento para  $\kappa$  e  $\varepsilon$ , respectivamente. Todas elas usam o default do *software Ansys Fluent*. Os valores são os seguintes:

$$C_{1\varepsilon} = 1,44; C_2 = 1,9; A_0 = 4,04; \sigma_\kappa = 1,0 \text{ e } \sigma_\varepsilon = 1,2$$

A Equação 53 abaixo representa o termo de geração de energia cinética turbulenta devido ao gradiente de velocidades medias ( $G_\kappa$ ). Salientando que esta é idêntica para os modelos de turbulência  $\kappa$ - $\varepsilon$  *standard* e  $\kappa$ - $\varepsilon$  *realizable*.

$$G_\kappa = \mu_t \cdot S^2 \quad (40)$$

#### 4.2.5. Equações de Balanço Populacional (EBP)

As equações de balanço populacional surgem para incorporar ao modelo fluidodinâmico a distribuição de tamanho de microbolhas da fase gasosa. Desta forma é possível avaliar a influência dessa distribuição no comportamento fluidodinâmico, além dos demais fenômenos de transferência de energia e massa para o sistema multifásico.

O balanço populacional pode ser aplicado a partir de abordagens distintas: Modelo Discreto Homogêneo e Modelo Discreto Não-Homogêneo. Ambas as abordagens são descritas com maior detalhamento nas seções seguintes. No presente trabalho, seguindo-se a indicação de ALTERO (2016) e devido ao menor custo computacional envolvido, optou pelo Modelo Discreto Não-homogêneo.

O modelo Discreto é caracterizado pela discretização da população de partículas em um número finito de intervalos de tamanho e, após isso, obtém-se uma função contínua que

descreve a distribuição de tamanho das partículas em questão. Esse modelo apresenta como vantagens a sua robustez e a obtenção direta de uma função de distribuição de tamanho e a aplica diretamente no cálculo. Este modelo discreto é útil quando cada um dos intervalos de diâmetros (classes) é conhecido e definido experimentalmente. Como desvantagem, há o custo operacional elevado quando o número de intervalos existentes é grande e, dependendo da distribuição, é necessário um grande número de classes para sua aplicação.

#### 4.2.5.1. Modelo Discreto Homogêneo e Não Homogêneo

Comparando-se os modelos Discreto Homogêneo com o Não-Homogêneo, tem-se que a principal diferença está no fato do primeiro considerar que todas as classes (definidas pelo intervalo entre o menor e maior diâmetro) são pertencentes a uma mesma fase secundária, ou seja, todas as partículas estão sujeitas ao mesmo momento. Dessa forma, o modelo Discreto Não- Homogêneo tem a característica de possibilitar que diferentes classes possuam diferentes velocidades de fase, ou seja, pode-se acrescentar mais de uma fase secundária, indicando diferentes velocidades para cada uma. Isso permite que uma mesma classe de partículas esteja presente em diferentes fases secundárias, como pode ser visto nas Equações 54 a 57. Outro ponto importante é que não se usa somente um diâmetro médio de Sauter para representar toda a distribuição de tamanho de microbolhas, ou seja, separando a fase ar em duas fases, uma com bolhas menores e outra com bolhas maiores, são utilizados dois diâmetros médios de Sauter no acoplamento com as equações de conservação de quantidade de movimento para representar toda a distribuição de tamanho de microbolhas.

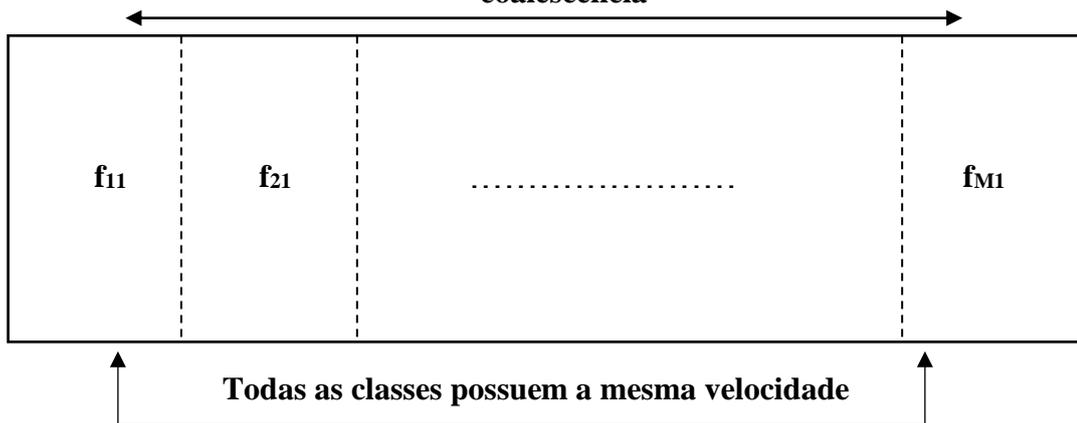
Os princípios envolvidos em cada um dos modelos são representados na Figura 4, adaptada de ANSYS (2013b). Na Figura 4(a) é mostrado que cada classe, indicada por sua respectiva fração ( $f_i$ ) só pode migrar para as demais classes por meio de interações de quebra ou coalescência, por exemplo, para uma microbolha pertencente à classe 1 (menor diâmetro) alcançar a classe 3, são necessárias interações de coalescência para aumentar seu diâmetro e assim ser transferida para outra classe (intervalo que contemple o novo tamanho). Também, neste exemplo, tem-se que as microbolhas pertencem a uma mesma fase e, conseqüentemente, possuem a mesma velocidade.

Na Figura 4(b) pode-se observar uma importante característica do modelo Discreto Não- Homogêneo que é a possibilidade de aplicar EBP para diferentes fases ( $S_i$ ), cada uma com sua velocidade  $U_{pi}$ . Para melhor compreensão, admita-se que uma microbolha  $f_{21}$  (pertence à classe 2 da fase secundária  $S_1$  e velocidade  $U_{p1}$ ) coalesça de modo a pertencer à classe 5. Com esse aumento de tamanho, sua velocidade pode ser alterada para  $U_{p3}$ , dessa forma,

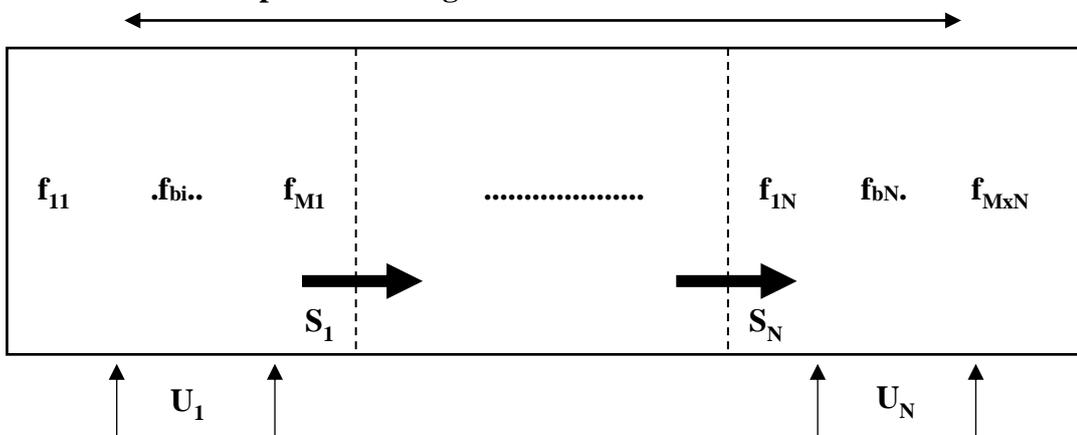
ela é capaz de ser transferida para a fase  $S_3$  que apresenta essa velocidade e ser considerada, portanto, como pertencente à fração  $f_{53}$ .

Figura 4 – Representação dos modelos Discretos. a) Princípio do modelo Discreto Homogêneo. b) Princípio do modelo Discreto Não –Homogêneo.

a) **Classes interagem umas com as outras por meio dos fenômenos de quebra e coalescência**



b) **Classes podem interagir e atravessar cada uma das fases.**



Fonte: Adaptado de ANSYS (2013b).

Na Figura 4, cada símbolo equivale (para  $i=1..N$ ):

$N$  – número de fases secundárias;

$M$  – número de intervalos (classes)

$f_{bi}$  – fração referente à classe  $b$  para uma dada fase  $i$ ;

$S_i$  – fase  $i$ ;

$U_i$  – velocidade da fase  $i$

Explicando separadamente alguns termos apresentados, tem-se:

- $N$  – *número de fases secundárias*: indica o total de fases secundárias envolvidas na simulação;
- $M$  – *número de intervalos (classes)*: um intervalo, ou classe, equivale a uma determinada faixa de tamanho que caracteriza tal classe. Portanto, o número de intervalos indica o total de faixas de tamanho que são considerados na simulação;
- $f_{bi}$  – *fração referente à classe  $b$  para uma dada fase  $i$* : indica uma faixa específica de tamanho, sendo que os subíndices a definem e a localizam dentro da simulação;
- $S_i$  – *fase  $i$* : indica uma das  $N$  fases envolvidas na simulação;
- $U_i$  – *velocidade da fase  $i$* : indica a velocidade de determinada fase envolvida na simulação.

Dada esta breve explicação sobre o modelo utilizado, segue a equação de transporte para uma fração discreta  $f_{bi}$  (adaptado de ANSYS, 2013b):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_i \cdot \rho_i \cdot f_{bi}) + \nabla \cdot (f_{bi} \cdot \alpha_i \cdot \rho_i \cdot \vec{v}_i) = S_{bi} \quad (41)$$

$$S_i = \sum_{b=1}^M S_{bi} \quad (42)$$

$$\sum_{i=1}^N S_i = 0 \quad (43)$$

$$\sum_{b=1}^M f_{bi} = 1 \quad (44)$$

Sendo cada termo:

$f_{bi}$  – fração de massa pertencente ao intervalo  $b$  para a fase secundária  $i$ ;

$S_i$  – termo de geração total de massa para a fase secundária  $i$ ;

$S_{bi}$  – termo de geração total de massa do intervalo  $b$  para a fase secundária  $i$ ;

$N$  – número de fases secundárias presentes no escoamento;

$M$  – número de intervalo por fase secundária.

O acoplamento das equações de balanço populacional (que modelam as fases secundárias) às equações de conservação de quantidade de movimento é realizado por meio do uso do diâmetro médio de Sauter ( $d_{32}$ ). Assim, este é responsável por representar a partícula da fase secundária na continuidade dos cálculos fluidodinâmicos. Com isso, ao se a separação de

bolhas pequenas e grandes em fases distintas, há a consideração de dois diâmetros diferentes que são aplicados às equações de conservação de quantidade de movimento. A definição do diâmetro médio de Sauter é apresentada na Equação 58.

$$d_{32i} = \frac{\sum N_b \cdot L_b^3}{\sum N_b \cdot L_b^2} \quad (45)$$

onde:  $N_b$  – fração de massa pertencente ao intervalo  $b$  para a fase secundária  $i$ ;

$L_b$  – diâmetro médio do intervalo  $b$  na fase secundária  $i$ .

#### 4.2.6. Modelos de Coalescência e Quebra

A coalescência é o fenômeno caracterizado pela formação de uma microbolha a partir de duas outras com diâmetros menores. E o fenômeno de quebra modela a formação de novas microbolhas menores a partir de bolhas com maiores diâmetros.

Neste trabalho foram testados dois modelos para a coalescência: modelo Turbulento e o modelo de Luo (LUO, 1993); e um para a quebra sendo adotado o modelo de Luo (LUO; SVENDSEN, 1996). Maiores detalhes podem ser vistos na referência ANSYS (2013b).

#### 4.2.7. Condições de Contorno *Wall* sem atrito e *Degassing*

Um ponto importante para a simulação da operação FAD é definir corretamente as condições de contorno na malha utilizada. Por se tratar de um escoamento multifásico, é necessário definir condições que satisfaçam todas as fases. Quando o assunto é simulação da FAD, a superfície do tanque (área superficial total composta pela soma das áreas apresentadas na Figura 3(b)) é que necessita de mais atenção para se definir a condição de contorno. Na literatura há trabalhos que mencionam a aplicação da condição de parede sem atrito, ou em inglês *Wall frictionless (sem atrito)*, por exemplo, EMMANOUIL *et al.* (2011) e CHEN *et al.* (2016). Quando esta condição é aplicada, há trabalhos que implementam funções que modificam esta condição e permitem a passagem para a fase ar, visto que, originalmente, a condição parede não permite a passagem de nenhuma das fases.

A condição *Degassing* é uma condição de contorno já implementada na versão 14.5 do Ansys *Fluent* e ela interpreta a superfície do flotor como permeável somente a passagem de ar, e para a fase água ela é interpretada como parede. Essa condição pode ser encontrada no trabalho de ALTERO (2016).

Neste trabalho, buscou-se observar a influência de considerar, ou não, a saída de ar através da superfície do tanque. Para isso, duas condições de contorno são testadas sem implementar nenhuma função externa que modifique as condições presentes no *software*: a condição *Wall* sem atrito e a condição *Degassing*.

## 5. MATERIAIS E MÉTODOS

### 5.1. SOFTWARE ANSYS FLUENT ® 14.5 E GAMBIT 2.4.6

O *software Ansys Fluent* 14.5 foi utilizado para as simulações CFD. A escolha baseou-se na sua grande utilização e aplicação na literatura relacionada a CFD e a situações-problema ligados à indústria. O *software Gambit* 2.4.6 foi utilizado para a geração das malhas computacionais necessárias para o trabalho. Este *software* apresenta ferramentas para a construção da geometria e da malha computacional, juntamente com a alocação das condições de contorno que podem ser exportadas e utilizadas no *Fluent*, para, então, ser aplicada a metodologia de resolução das equações.

### 5.2. HARDWARE

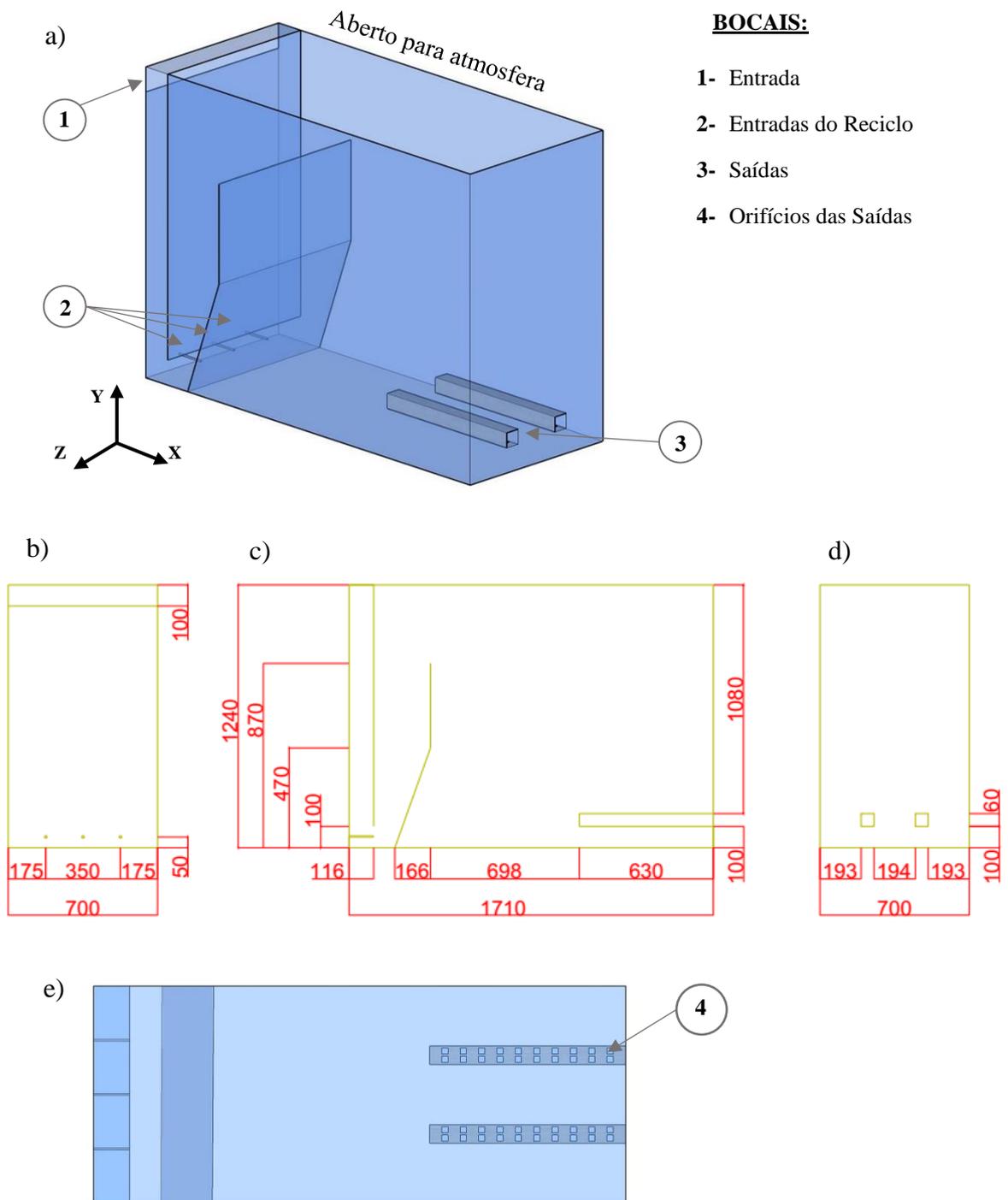
As simulações foram realizadas nos computadores presentes no Centro de Secagem – UFSCar, cujas especificações são as seguintes:

- I) Sistema operacional: Windows 7 Professional SP1 - 64 bits, processador Intel Xeon X5482 – 2 processadores – 3,2 GHz e 3,19 GHz, 16 GB de memória RAM e placa de vídeo NVIDIA Quadro FX1700.
- II) Sistema operacional: Windows 7 Professional SP1 - 64 bits, processador Intel i7-6700K – 4,0 GHz, 16 GB de memória RAM e placa de vídeo NVIDIA GeForce GTX 750 Ti
- III) Sistema operacional: Windows 10 Home - 64 bits, processador Intel i5-3450– 3,1 GHz, 8 GB de memória RAM e placa de vídeo AMD RADEON HD 7500 Series.
- IV) Sistema operacional: Windows 10 Pro - 64 bits, processador Intel i7-7700K– 4,2 GHz, 16 GB de memória RAM e placa de vídeo NVIDIA GeForce GTX 1050 Ti.

### 5.3. GEOMETRIA DO FLOTADOR

A descrição da geometria do tanque usado para a simulação do escoamento bifásico encontra-se na Figura 5 e no Quadro 3 e foi baseada na geometria de BONDELIND *et al.* (2010a) e CHEN *et al.* (2016), onde ambos estudaram flotores de geometria equivalente.

Figura 5 – Geometria do tanque flutuador simulado (todas as cotas indicadas estão em milímetros). a) vista isométrica b) vista entrada- plano YZ. c) vista lateral- plano YX. d) vista saída- plano YZ. e) Vista inferior.



Fonte: Autor (2018).

Quadro 3 – Informações construtivas do tanque flutador.

Descrição/ Dimensões	Valores
Volume total (m <sup>3</sup> )	1,5
Tanque (C x L x A - mm)	1710 x 700 x 1240
Entrada (mm)	700 x 100
Total de entradas de reciclo	3
Entrada de reciclo (mm)	ϕ 5
Número de saídas	2
Coletores de saída – perfil quadrado (mm)	60 x 630
Número de saídas em cada coletor (n <sup>o</sup> de furos em cada coletor)	20
Medida da aresta das saídas quadrangulares no coletor (mm)	20

Fonte: Autor (2018).

A geometria apresentada na Figura 5(a) indica os bocais presentes no processo FAD estudado neste trabalho. A alimentação, contendo somente água na vazão de 0,00278 m<sup>3</sup>/s, entra no equipamento por meio do bocal retangular 1. A corrente de reciclo, contendo água e ar com fração volumétrica de ar de 5,5% e vazão total de 0,000145 m<sup>3</sup>/s, entra pelos três bicos injetores representados pelo item 2. A saída do equipamento consiste de dois tubos de perfis quadrados de 60 cm de lado e em cada tubo de saída há 20 orifícios quadrados, sendo que cada orifício possui área de 400 cm<sup>2</sup>, vide Figura 5(e). São nestes orifícios que foram aplicadas a condição de contorno *Pressure\_outlet*. Os detalhes construtivos do tanque podem ser observados na Figura 5(b), 5(c) e 5(d). Dessa forma, adotando as definições apresentadas na seção 3.2.2, tem-se que o processo FAD simulado foi de carga hidráulica próxima a 8,5 m/h.

Observa-se que a simulação não emprega diferença de pressão na corrente de reciclo e alimentação, conforme ocorre experimentalmente, para ocorrer a formação das microbolhas. Na condição de contorno de entrada de reciclo já é considerada uma fração volumétrica de ar predeterminada com valor de 5,5%.

#### 5.4. TESTE GCI (*GRID CONVERGENCE INDEX*) – INDEPENDÊNCIA DE MALHA

O método *Grid Convergence Index* (GCI) foi desenvolvido por ROACHE (1994) e está fundamentado na metodologia denominada Extrapolação de Richardson. Ela está relacionada a determinação de uma solução mais precisa a partir de soluções obtidas via discretização do domínio (extrapolação para se obter a resposta exata) (ROACHE, 1994).

O GCI consiste em analisar as soluções encontradas em diferentes refinamentos de malha numérica e, a partir de cálculos específicos, comparar o valor da resposta extrapolada obtida a partir da resposta de cada malha e, assim, encontrar o erro percentual referente a cada malha. O procedimento é descrito por CELIK *et al.* (2008). Uma justificativa para se utilizar esse método para a análise de independência de malha é o fato do mesmo possibilitar a associação de um valor numérico de erro às diferentes malhas testadas e assim quantificar a necessidade, ou não, do refinamento da malha para uma determinada solução numérica. Como exemplo de aplicação do GCI na literatura, tem-se o trabalho de ELSAYED e LACOR (2011) que aplicaram este teste para seleção da malha utilizada nas simulações de ciclones.

#### 5.4.1. Determinação do tamanho representativo da malha (h):

O tamanho representativo da malha é uma medida que equivale a uma dimensão característica da malha, assumindo-se que todas as células da mesma possuem geometrias uniformes e regulares (quadrados para caso de malhas 2D e cubos para malhas 3D). No caso deste trabalho, onde foram realizadas simulações de geometria 3D, a grandeza h representa a aresta de uma célula cúbica considerando que todas as células da malha possuem tal geometria. Sua definição para domínio computacional de três dimensões é dada pela Equação 1, onde  $N_i$  é o número total de elementos e  $\Delta V_i$  equivale ao volume de cada célula computacional na malha i.

$$h_i = \left[ \frac{1}{N_i} \cdot \sum_{i=1}^{N_i} (\Delta V_i) \right]^{\frac{1}{3}} \quad (46)$$

#### 5.4.2. Escolha de três configurações de malha e obtenção da resposta simulada

O teste é baseado na resposta de três refinamentos de malhas. Elas são identificadas através de seus tamanhos representativos com os subscritos 1, 2 e 3, representando, respectivamente, a malha refinada, a média e a grosseira (menos refinada). A resposta de interesse obtida pela simulação em cada uma das malhas é denominada  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ , obedecendo o critério para identificação dos  $h_i$ 's.

Um parâmetro relacionado à seleção das malhas é a razão de refinamento ( $r(i+1),i$ ) definida pela razão entre  $h(i+1)/h_i$ . Uma recomendação de CELIK *et al.* (2008) é que as razões de refinamento sejam maiores que 1,3 - valor baseado na experiência do autor. Outro ponto importante é que o refinamento deve ser realizado de modo sistemático, ou seja, manter

as mesmas características em todas as malhas. Por exemplo, se a malha inicial é estruturada, deve-se manter a mesma característica das células nas demais malhas analisadas.

Calculadas as razões de refinamento  $(r_{21} = \frac{h_2}{h_1}$  e  $r_{32} = \frac{h_3}{h_2})$ , segue-se para o cálculo da ordem aparente do método.

#### 5.4.3. Cálculo da ordem aparente (p) do método

A ordem aparente (p) é calculada por meio das Equações 2 – 5 abaixo.

$$p = \frac{1}{\ln(r_{21})} \left| \ln \left| \frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right| \right| + q(p) \quad (47)$$

$$q(p) = \ln \left( \frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s} \right) \quad (48)$$

$$s = \text{sinal} \left( \frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right) \quad (49)$$

$$\text{sinal}(x) = \begin{cases} -1, & \text{para } x < 0 \\ 0, & \text{para } x = 0 \\ 1, & \text{para } x > 0 \end{cases} \quad (50)$$

$$\text{onde: } x = \frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}}$$

Onde,  $\varepsilon_{32} = f_3 - f_2$  e  $\varepsilon_{21} = f_2 - f_1$  são as diferenças das respostas simuladas.

#### 5.4.4. Cálculo da resposta extrapolada ( $f_{ext}$ )

As respostas extrapoladas derivam da Extrapolação de Richardson para quando o tamanho característico da malha tende a zero ( $h \rightarrow 0$ ). Os valores são determinados com o uso dos valores das respostas simuladas das três malhas avaliadas de acordo com as Equações 6 e 7.

$$f_{ext}^{21} = \frac{r_{21}^p \cdot f_1 - f_2}{r_{21}^p - 1} \quad (51)$$

$$f_{ext}^{32} = \frac{r_{32}^p \cdot f_2 - f_3}{r_{32}^p - 1} \quad (52)$$

#### 5.4.5. Cálculo dos erros relativos e erros relativos extrapolados

Considerando as três malhas analisadas, o erro relativo entre malhas 1 e 2 ( $e_a^{21}$ ) é dado pela Equação 8 e o erro relativo extrapolado ( $e_{ext}^{21}$ ), associado a resposta simulada com

a resposta extrapolada, é fornecido pela Equação 9. Os erros relacionados às malhas 2 e 3 são obtidos de modo análogo.

$$e_a^{21} = \left| \frac{f_1 - f_2}{f_1} \right| \quad (53)$$

$$e_{ext}^{21} = \left| \frac{f_{ext}^{21} - f_1}{f_{ext}^{21}} \right| \quad (54)$$

#### 5.4.6. Cálculo do $GCI_{21}$ , $GCI_{32}$ e $GCI_3$

Segundo ROACHE (1994), os valores de  $GCI_{21}$  e  $GCI_{32}$ , erros referentes a discretização da malha refinada (1) e média (2), respectivamente, são obtidos através das Equações 10 e 11 e o valor do  $GCI_3$ , erro referente à discretização da malha menos refinada, é determinado pela Equação 12.

$$GCI_{21} = F_s \cdot \frac{e_a^{21}}{(r_{21}^p - 1)} \quad (55)$$

$$GCI_{32} = F_s \cdot \frac{e_a^{32}}{(r_{32}^p - 1)} \quad (56)$$

$$GCI_3 = F_s \cdot \frac{e_a^{32} \cdot r_{32}^p}{(r_{32}^p - 1)} \quad (57)$$

Nas equações 10-12,  $F_s$  representa um fator de segurança que multiplica o termo de erro com erro relativo mencionado anteriormente. Os valores recomendados são de  $F_s=1,25$  quando se utiliza três refinamentos de malhas, e  $F_s= 3$  quando se utiliza duas malhas (SLATER, 2008). Como mencionado por SCHWER (2008), o fator de segurança deve ser entendido como um intervalo de 95% de confiança no erro relativo estimado.

Ressaltam-se que os valores de  $GCI_{21}$  e  $GCI_{32}$  representam o erro de discretização da malha mais refinada na comparação duas a duas. Ou seja, o  $GCI_{21}$  representa o erro da malha 1 (refinada) e  $GCI_{32}$ , o da malha 2 (média). Assim, a solução numérica convergida ( $f_i$ ) obtida para cada malha está no intervalo [ $f_i \cdot (1 - GCI_i)$ ;  $f_i \cdot (1 + GCI_i)$ ] com nível de confiança de 95%, onde  $GCI_i$  é o erro de discretização da malha em que se obteve a resposta  $f_i$ .

#### 5.4.7. Intervalo de resposta assintótica

Um ponto que deve ser analisado quando se aplica essa metodologia de estimativa de erro é analisar quão perto as respostas encontradas estão do valor assintótico

(resposta esperada para refinamento tendendo a zero, ou seja, resposta independente do refinamento da malha adotada).

Segundo ELSAYED e LACOR (2011), essa análise pode ser feita por meio de um parâmetro  $\alpha$  representado pela razão expressa na Equação 13 e indica o quão próximas do valor assintótico estão as respostas simuladas. Assim, quando  $\alpha$  está mais próximo de 1, a solução encontrada está mais próxima da resposta assintótica.

$$\alpha = \frac{r_{32}^p \cdot GCI_{12}}{GCI_{23}} \quad (58)$$

#### 5.4.8. Simulações para o Teste GCI

Portanto, o procedimento utilizado para a análise da sensibilidade da malha é o Teste GCI. O refinamento das três diferentes malhas (Refinada, Média e Menos Refinada) foi baseado na recomendação de CELIK *et al.* (2008) e as características de cada malha construída podem ser vistas na Tabela 2 no Capítulo de Resultados (seção 6.1). As simulações adotadas para o teste de malha seguiram os mesmos parâmetros que são apresentados no Quadro 5. A variável resposta escolhida foi a massa total de ar no interior do tanque de flotação (*Total Mass-Weighted Integral Volume fraction - air*) devido ao fato de ser uma variável global do sistema e importante para a FAD. Portanto, a análise GCI foi realizada considerando a massa total de ar no interior do tanque como parâmetro alvo. Análises preliminares dos resultados indicaram que esta variável seria a mais adequada para a análise de malha do processo FAD pelo fato de se tratar de uma resposta global, amortecendo variações existentes nas respostas locais.

As principais características das simulações adotadas para o teste de malha podem ser melhor verificadas na seção 5.5.

### 5.5. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

As simulações realizadas neste trabalho seguiram o seguinte roteiro (BÉTTEGA, 2009):

- 1º. MALHA COMPUTACIONAL:** malhas de diferentes configurações foram geradas para verificar, dentre as testadas, qual a melhor geometria e tamanho de célula, disposição e configuração para a utilização na simulação. Estes testes foram realizados aplicando estas malhas a um mesmo modelo matemático, verificando a característica da resposta e aplicando o método GCI – *Grid Convergence Index* - para teste de independência de malha. Com a aplicação dessa metodologia, buscou-se

chegar a uma malha adequada com melhor relação entre o total de células computacionais e o tempo de processamento para convergência dos resultados.

- 2°. **SELEÇÃO DOS PARÂMETROS:** após seleção da malha, os parâmetros da simulação e valores para o contorno (entradas das correntes e composição de ar) foram adotados conforme encontrados na literatura (CHEN *et al.*, 2016).
- 3°. **SIMULAÇÕES:** todas foram realizadas em regime transiente até se alcançar uma condição de tempo simulado na qual seja possível considerar a operação em regime estacionário com pequenas oscilações nas respostas. O tempo de escoamento real considerado para as simulações foi de 1000 s (CHEN *et al.*, 2016), valor encontrado na literatura e que representa um tempo mínimo para considerar comportamento estacionário no sistema real. Ele equivale a dois tempos de retenção hidráulica (LAKGHOMI *et al.*, 2012), ou tempo de residência, calculado pela razão entre volume de operação e vazão de alimentação.
- 4°. **RESULTADOS:** após o término da simulação, os resultados foram avaliados por meio de construção de gráficos e perfis gerados no próprio *software Fluent 14.5* ou exportando os dados em formato ASCII para tratamento e análise em outro *software*. Maiores detalhes sobre as análises dos resultados adotadas neste trabalho estão descritos na seção 5.5.2.

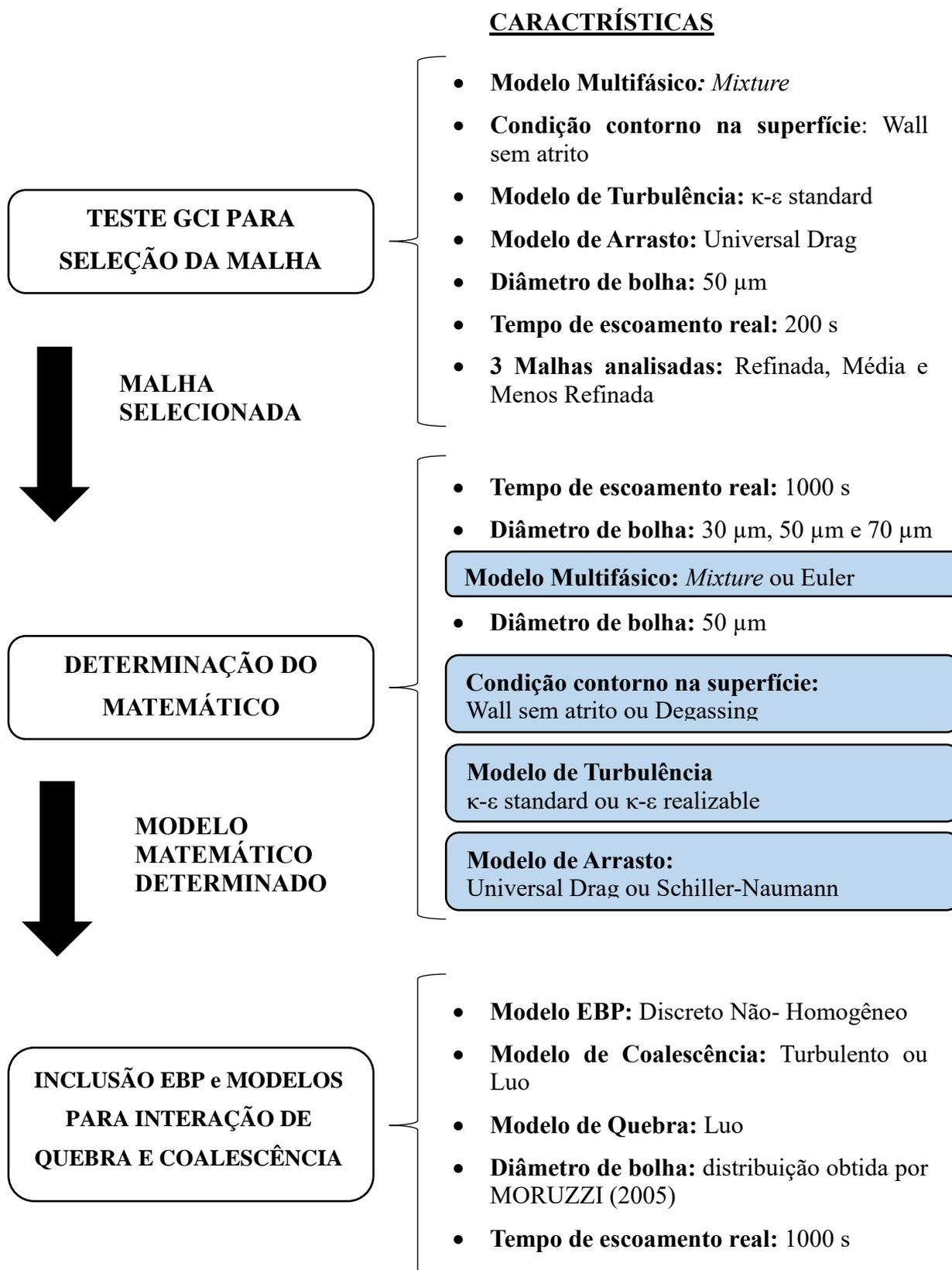
De modo resumido, na Figura 6 tem-se um fluxograma representando as principais características das etapas de simulações realizadas neste trabalho.

### 5.5.1. Malha Computacional

Na construção da malha, o domínio computacional foi subdividido em volumes menores de modo a se obter o maior predomínio de células hexaédricas na malha final e assim garantir uma maior estabilidade da solução numérica. A busca por esse tipo de célula está no fato de que as propriedades que relacionam propriedades da malha com estabilidade e minimização de erros numéricos e se baseiam nas medidas da célula. Como exemplo de tais propriedades têm-se: a razão de aspecto (em inglês, *aspect ratio* que representa a razão entre a maior e menor aresta) e *skewness* (está relacionado ao desvio do vetor formado pelo centro do volume vizinho com o centro da face da célula).

Nas regiões próximas a entrada da corrente de reciclo e a região de saída, adotaram-se células tetraédricas. Em relação ao espaçamento médio, para cada malha construída, buscou-se um valor próximo ao tamanho característico ( $h$ ) calculado pelo GCI.

Figura 6 – Fluxograma representativo das etapas e simulações realizadas neste trabalho.



### 5.5.2. Análise dos Resultados das Simulações

Neste trabalho, os resultados das simulações realizadas foram analisados de acordo com os seguintes pontos: 1) Análise qualitativa dos mapas de contorno de fase ar e vetores velocidade da fase água, 2) Distribuição da fração volumétrica da fase ar na posição  $x=1050$  mm do plano de simetria axial  $yz$  do flotor representada via gráfico cuja abcissa contém a fração volumétrica de ar (em mL ar / L) e a ordenada representa a altura do tanque (em metros), sendo que os dados de fração foram obtidos após o tempo real de simulação igual a 1000 s, 3) Média de fração volumétrica da fase ar em três diferentes linhas localizadas no plano axial  $yz$  e alturas iguais a 340 mm, 640 mm e 940 mm. As linhas foram consideradas pelo fato de serem obtidas as frações volumétricas da fase de modo mais direto, garantindo a posição fixada de início e término de cada linha. Foi testada a opção de analisar a média em um plano, porém, com essa estratégia não se pode definir os seus limites, o que impediu a análise somente na zona de separação. Para melhor compreensão, na Figura 7 tem-se a representação do plano de simetria axial  $yz$  do flotor com a indicação das linhas consideradas na análise dos resultados.

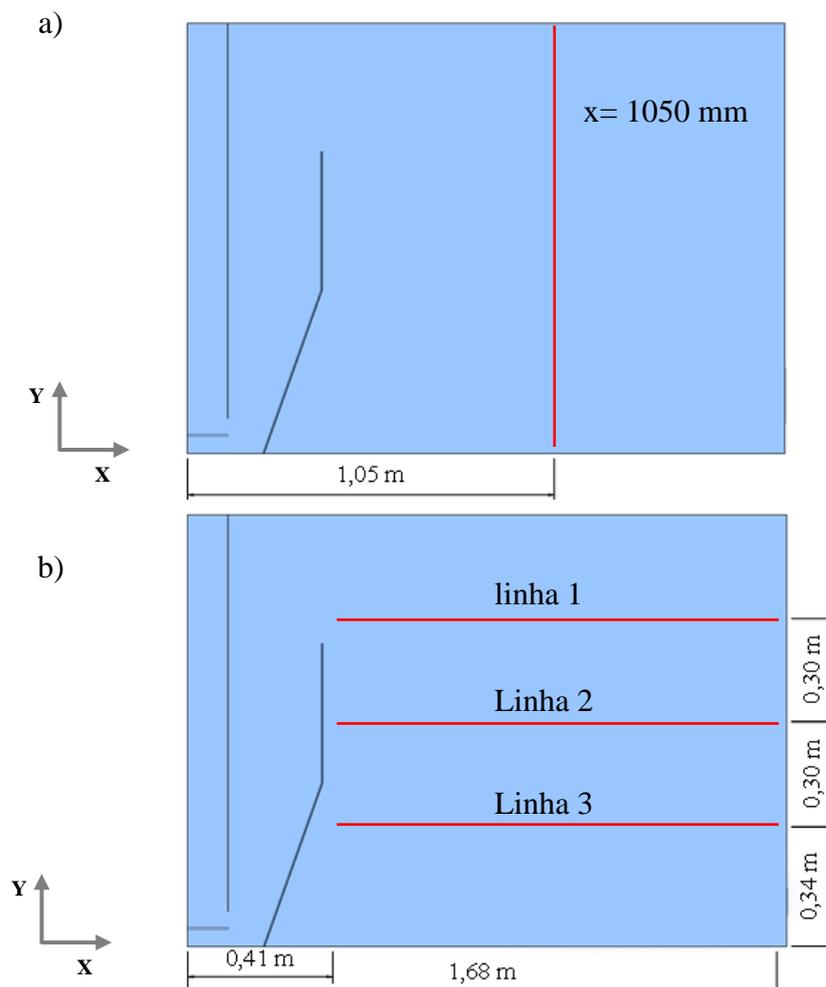
### 5.5.3. Determinação do Modelo Matemático e Simulação Branco

Como mencionado por HEJAZIAN *et al.* (2014), o modelo *Mixture* considera a combinação da fase contínua e dispersa. Assim, o equacionamento é análogo a um sistema homogêneo. O balanço das forças de arrasto e forças de campo é responsável pela representação do deslizamento da fase dispersa. Também, considera-se um equilíbrio local onde a fase dispersa sempre se movimenta com sua velocidade terminal em relação a fase contínua.

Já para o modelo multifásico Euler, o equacionamento baseia-se na resolução das equações da continuidade, momento e energia para cada uma das fases envolvidas. A variável responsável por associar o equacionamento das fases envolvidas é a fração volumétrica. O equacionamento de cada modelo está descrito detalhadamente em ANSYS (2013a).

Com relação aos modelos de turbulência e arrasto empregados, utilizaram-se os modelos  $\kappa$ - $\epsilon$  *standard* e *realizable*; *Schiller-Naumann* e *Universal drag*, respectivamente, como mencionado no Quadro 4. A adoção destes modelos para testes seguiu recomendação de diferentes artigos da literatura.

Figura 7 – Localização das linhas referentes à análise dos resultados. a) Linha  $x=1050$  mm para distribuição de ar. b) Linha 1, Linha 2 e Linha 3 para análise da média de fração volumétrica da fase ar.



Fonte: Autor (2018).

Nos Quadro 4 e Quadro 5 encontram-se informações das condições avaliadas nas simulações deste trabalho, testes estes realizados objetivando a determinação de um modelo mais adequado para a simulação do processo de flotação. Inicialmente, em estudo preliminar, fixaram-se os modelos  $\kappa$ - $\epsilon$  *standard* e *Universal Drag* com condição *Wall frictionless* na superfície e variaram-se os diâmetros de bolha e modelo multifásico para observar os efeitos destas variações sobre a resposta simulada. Em seguida, fixaram-se o modelo Euler e diâmetro de 50  $\mu\text{m}$  para se observar a influência do modelo de turbulência, arrasto e a condição de contorno na superfície, buscando desta forma mapear o melhor equacionamento para a composição do modelo matemático.

Quadro 4 – Modelos e parâmetros numéricos das simulações realizadas.

Informação	Condição usada
Modelo multifásico abordagem Euler- Euler	1) modelo <i>Mixture</i> 2) modelo Euler (ambas nomenclaturas do <i>software</i> )
Modelo turbulência	1) $\kappa$ - $\varepsilon$ <i>standard</i> 2) $\kappa$ - $\varepsilon$ <i>realizable</i>
Modelo de interação entre fases	1) <i>Schiller-Naumann</i> 2) <i>Universal Drag</i>
Gravidade	9,81 m/s <sup>2</sup>
Tensão superficial	0,072 N/m
Interpolação para Eq. Momento	2ª Ordem Upwind
Interpolação para Eq. Fração Volumétrica	1ª Ordem Upwind
Interpolação para Eq. Energia Cinética Turbulenta	2ª Ordem Upwind
Interpolação para Eq. Taxa Dissipação Cinética	2ª Ordem Upwind
<i>Time step</i>	10 <sup>-2</sup> s
Malha adotada	Tridimensional
Tempo simulado	1000 s

Fonte: Autor (2018).

Quadro 5 – Dados operacionais e condições de contorno.

Especificação	Tipo e condição de contorno	
Entrada – água	<i>Velocity_inlet</i>	0,0397 m/s
Entrada reciclo – água e ar	<i>Velocity_inlet</i>	2,46 m/s
Entrada reciclo – razão de ar	-	0,055
Diâmetros de bolha	-	1) 30 $\mu$ m 2) 50 $\mu$ m 3) 70 $\mu$ m
Saídas – perfurações nos coletores	<i>Pressure_outlet</i>	-
Paredes e chicanas do tanque	<i>Wall</i>	-
Superfície do tanque	1) <i>Wall – sem atrito</i> 2) <i>Degassing</i>	-

Fonte: Autor (2018).

Considerando as diferentes variações para o estudo efetuado nesta etapa do trabalho, no Quadro 6 é apresentada uma listagem das simulações realizadas codificadas que serão discutidas na seção de resultados, assumindo os diferentes diâmetros de bolha e modelos de cada teste. A listagem completa, contendo todos os testes realizados neste trabalho, pode ser

verificada no Apêndice A. De modo geral, nesta etapa, a estratégia usada foi determinar a influência da escolha dos modelos para, então, seguir com as simulações envolvendo distribuição de diâmetros, apresentada na seção seguinte. Assim, analisou-se a influência dos modelos multifásicos Euler e *Mixture* (ambos pertencem à abordagem Euler – Euler), mantendo a condição de contorno, modelos de turbulência e arrasto constante para os dois casos. Definido o modelo multifásico, seguiu-se para a análise da condição de contorno na superfície do tanque. Por fim, definido o contorno, analisou-se a influência dos modelos de turbulência, para então concluir com a análise do modelo de arrasto.

Quadro 6 – Códigos e características das simulações realizadas.

#	Código da Simulação	Modelo Multifásico	Diâmetro de bolha	Modelo de Arrasto	Modelo de Turbulência	Condição de Contorno na Superfície
1	M-d30-UD-ske-wall	Mixture	30 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ standard	Wall frictionless
2	M-d50-UD-ske-wall	Mixture	50 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ standard	Wall frictionless
3	M-d70-UD-ske-wall	Mixture	70 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ standard	Wall frictionless
4	E-d30-UD-ske-wall	Euler	30 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ standard	Wall frictionless
5	E-d50-UD-ske-wall	Euler	50 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ standard	Wall frictionless
6	E-d70-UD-ske-wall	Euler	70 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ standard	Wall frictionless
7	E-d50-UD-ske-deg	Euler	50 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ standard	Degassing
8	E-d50-UD-rke-deg	Euler	50 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ realizable	Degassing
9	E-d50-SN-rke-deg	Euler	50 $\mu\text{m}$	Schiller-Naumann	$\kappa\text{-}\varepsilon$ realizable	Degassing
10	Branco (somente água)	-	-	-	$\kappa\text{-}\varepsilon$ realizable	Wall frictionless

Fonte: Autor (2018).

A simulação 10 (Branco) foi realizada para analisar a influência da adição de ar no interior do flutador. As principais características adotadas na simulação foram as já apresentadas nos Quadro 4, Quadro 5 e Quadro 6 aplicáveis para escoamento monofásico. Ou seja, não é necessário, por exemplo, escolher entre os modelos Euler ou *Mixture*, nem modelo

de interação entre fases e diâmetro das microbolhas. Dessa forma, consideraram-se o modelo de turbulência  $\kappa$ - $\epsilon$  *realizable* e a condição de contorno na superfície foi *Wall* sem atrito (parede sem atrito).

#### 5.5.4. Simulações Numéricas com aplicação das Equações de Balanço Populacional (EBP)

As simulações com aplicação das equações de balanço populacional foram realizadas a partir do módulo presente no Ansys *Fluent* 14.5, sendo que o modelo utilizado foi o Discreto Não-Homogêneo.

Inicialmente, buscou-se comparar a ação dos fenômenos de coalescência e quebra de bolhas na fluidodinâmica do processo de flotação. Em seguida, analisou-se a influência do balanço populacional através da comparação da simulação com diâmetro único.

Para as simulações com equações de balanço populacional, utilizaram-se como referência os trabalhos de LEHR *et al.* (2002) e ALTERO (2016), que recomendam a utilização de duas fases secundárias para o modelo Discreto Não-Homogêneo, sendo uma contendo as bolhas menores e outra as bolhas de maior diâmetro. A concentração de ar na corrente de reciclo foi adotada igual a 5,5% (CHEN *et al.*, 2016). A distribuição de tamanho das microbolhas considerada neste trabalho está apresentada no Quadro 7 e foi obtida, experimentalmente, por MORUZZI (2005) e adotada no trabalho de ALTERO (2016).

Quadro 7 – Distribuição de tamanho de microbolhas na FAD.

Diâmetro ( $d_i$ ) - $\mu\text{m}$	Frequência ( $N_i$ )
10	20,0%
20	23,5%
30	20,0%
40	17,5%
50	10,3%
60	5,2%
70	2,0%
80	1,0%
90	0,4%
100	0,1%

Fonte: Adaptado de Altero (2016).

Seguindo a recomendação de separar as microbolhas em duas fases secundárias (ar1 e ar2), optou-se por considerar as de 10 a 40  $\mu\text{m}$  pertencentes a fase de microbolhas pequenas (ar1) e as de 50 a 100  $\mu\text{m}$  pertencentes a fase de bolhas grandes (ar2). Além disso, considerou-se que cada fase ar foi dividida em dois intervalos cada uma. Assim, ponderando as frequências de cada diâmetro dos intervalos considerados em suas respectivas fases, tem-se os valores apresentados na Tabela 1, juntamente com a fração volumétrica calculada para cada intervalo.

*Tabela 1 – Frações de ar adotadas nas simulações com EBP.*

Fase	Faixa total ( $\mu\text{m}$ )	% Total de cada fase	Fração volumétrica de cada fase	Intervalo usado ( $\mu\text{m}$ )	% acumulada	% na fase	Fração volumétrica na entrada de reciclo
ar1	10 - 40	81,0%	0,04455	10 - 20	43,50%	53,70%	0,023925
				30 - 40	37,50%	46,30%	0,020625
ar2	50 - 100	19,0%	0,01045	50 - 70	17,50%	92,11%	0,009625
				80 - 100	1,50%	7,89%	0,000825
<b>ar1 + ar2</b>	<b>10 - 100</b>	<b>100%</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>0,055000</b>

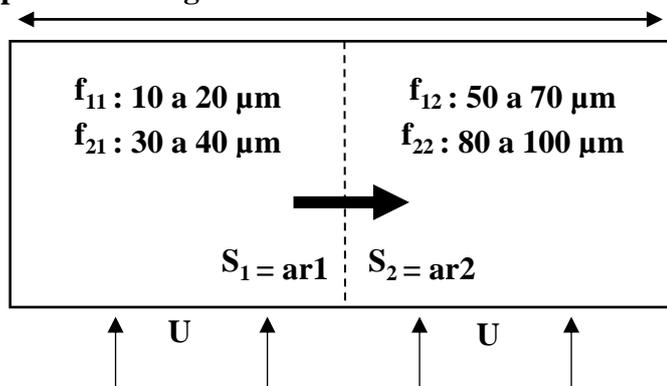
Fonte: Autor (2018).

Pode-se observar que tanto a fase ar1 quanto a fase ar2 contém dois intervalos (ar1: 10 a 20  $\mu\text{m}$  e 30 a 40  $\mu\text{m}$ ; ar2: 50 a 70  $\mu\text{m}$  e 80 a 100  $\mu\text{m}$ ). A coluna “% Total de cada fase” foi obtida pela soma das frações do Quadro 7 dos respectivos diâmetros e o valor obtido foi utilizado para cálculo da “Fração volumétrica de cada Fase”. Para a determinação da coluna “% na fase” ponderou-se a “% acumulada” com “% Total de cada fase”, obtendo assim a fração volumétrica de cada intervalo na sua respectiva fase.

Para melhor compreensão sobre as fases envolvidas, juntamente com suas classes, a Figura 8 faz um paralelo com a Figura 4 apresentada na seção 4.2.5.1. Assim, tem-se que as fases secundárias são ar1 e ar2 com suas respectivas classes (conforme descritas na Tabela 1) e velocidades de cada fase no interior do flotor ( $U_1$  e  $U_2$ ).

Figura 8 – Paralelo entre Figura 4 ( seção 4.2.5.1) e fases e classes utilizadas nas simulações com EBP's.

Classes podem interagir e atravessar cada uma das fases ar1 e ar2.



Fonte: Autor (2018).

As principais características das simulações com as EBP estão representadas nos Quadro 8 e Quadro 9.

Quadro 8 – Modelos e parâmetros numéricos das simulações EBP realizadas.

Informação	Condição usada
Modelo multifásico com abordagem Euler - Euler	Euler (nomenclatura do <i>software</i> )
Modelo turbulência	$\kappa$ - $\varepsilon$ <i>realizable</i>
Modelo equações balanço populacional	Modelo Discreto Não-Homogêneo
Fenômenos envolvidos	1) Coalescência: modelo turbulento e modelo de Luo 2) Quebra: modelo de Luo
Modelo de interação entre fases	<i>Universal Drag</i>
Gravidade	9,81 m/s <sup>2</sup>
Tensão superficial	0,072 N/m
Interpolação para Eq. Momento	2ª Ordem Upwind
Interpolação para Eq. Fração Volumétrica	1ª Ordem Upwind
Interpolação para Eq. Energia Cinética Turbulenta	2ª Ordem Upwind
Interpolação para Eq. Taxa Dissipação Cinética	2ª Ordem Upwind
<i>Time step</i>	10 <sup>-2</sup> s
Malha adotada	Tridimensional
Tempo simulado	1000 s

Fonte: Autor (2018).

Quadro 9 – Dados operacionais e condições de contorno.

<b>Especificação</b>	<b>Condição de contorno</b>	
Entrada – água	<i>Velocity_inlet</i>	0,0397 m/s
Entrada reciclo – água e ar	<i>Velocity_inlet</i>	2,46 m/s
Entrada reciclo – razão total de ar	-	Total de ar1+ ar2: 0,05500 Total Fase ar1: 0,04455 Total Fase ar2: 0,01045
Saídas – perfurações nos coletores	<i>Pressure_outlet</i>	-
Paredes e chicanas do tanque	<i>Wall</i>	-
Superfície do tanque	<i>Degassing</i>	-
Diâmetros de bolha	-	Fase ar1: 10 a 20 $\mu\text{m}$ – 53,7% 30 a 40 $\mu\text{m}$ – 46,3% Fase ar2: 50 a 70 $\mu\text{m}$ – 92,1% 80 a 100 $\mu\text{m}$ – 7,9%

Fonte: Autor (2018).

As simulações realizadas com a aplicação das equações de balanço populacional estão listadas no Quadro 10. Foram testadas três diferentes situações a fim de se observar a influência dos fenômenos de coalescência e quebra de bolhas no comportamento fluidodinâmico do tanque de FAD analisado.

Quadro 10 – Códigos e características das simulações realizadas com EBP (Equações de Balanço Populacional).

<b>#</b>	<b>Código da Simulação</b>	<b>Interação</b>	<b>Coalescência</b>	<b>Quebra</b>
<b>1</b>	EBP-sem_interação	Não	Não	Não
<b>2</b>	EBP-quebra	Sim	Não	Sim
<b>3</b>	EBP-agreg	Sim	Sim	Não
<b>4</b>	EBP-agreg-Luo	Sim	Sim	Não
<b>5</b>	EBP-agreg-quebra	Sim	Sim	Sim

Fonte: Autor (2018).

Para facilitar a compreensão do Quadro 10, tem-se dois exemplos. O primeiro exemplo é a simulação 3 que, conforme descrito no Quadro 10, apresenta interação entre as bolhas, sendo somente o modelo de coalescência considerado, não considerando modelo de

quebra de bolhas. No caso da simulação 5, tem-se que foram consideradas as interações de coalescência e quebra.

## 6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 6.1. TESTE DE MALHAS

Com a aplicação do método GCI, construíram-se três diferentes malhas – Refinada, Média e Menos Refinada - com diferentes números de elementos baseados na razão recomendada na descrição do método, sendo apresentados na Tabela 2. O tamanho característico é determinado pela aplicação da Equação 1 e representa o valor da aresta da célula computacional supondo que estas fossem todas cúbicas e idênticas. Vale ressaltar que o tamanho característico das células computacionais é maior que o máximo diâmetro de bolha utilizado neste trabalho (100  $\mu\text{m}$ ).

*Tabela 2 – Total de elementos e tamanho característico das malhas utilizadas no GCI.*

<b>Malha</b>	<b>Nº de Elementos</b>	<b>Tamanho característico das células (m)</b>
<b>1- Refinada</b>	4.059.723	0,007
<b>2- Média</b>	1.857.146	0,009
<b>3- Menos Refinada</b>	848.880	0,012

Fonte: Autor (2018).

Após serem realizadas as simulações nas três malhas testadas, analisou-se a variável resposta massa total de ar no interior do tanque no tempo de 200 s (tempo considerado apenas para comparação das respostas buscando uma redução do tempo de simulação). O resultado para cada malha, juntamente com o tempo de simulação encontram-se na Tabela 3. Os valores de GCI calculados e o valor da resposta assintótica encontram-se na Tabela 4.

*Tabela 3 – Resultados das simulações do teste de malha.*

<b>Malha</b>	<b>Resposta (kg)</b>	<b>Tempo de simulação</b>
<b>1- Refinada</b>	0,76015	80,4 h
<b>2- Média</b>	0,75939	35,3 h
<b>3- Menos Refinada</b>	0,7900	18,7 h

Fonte: Autor (2018).

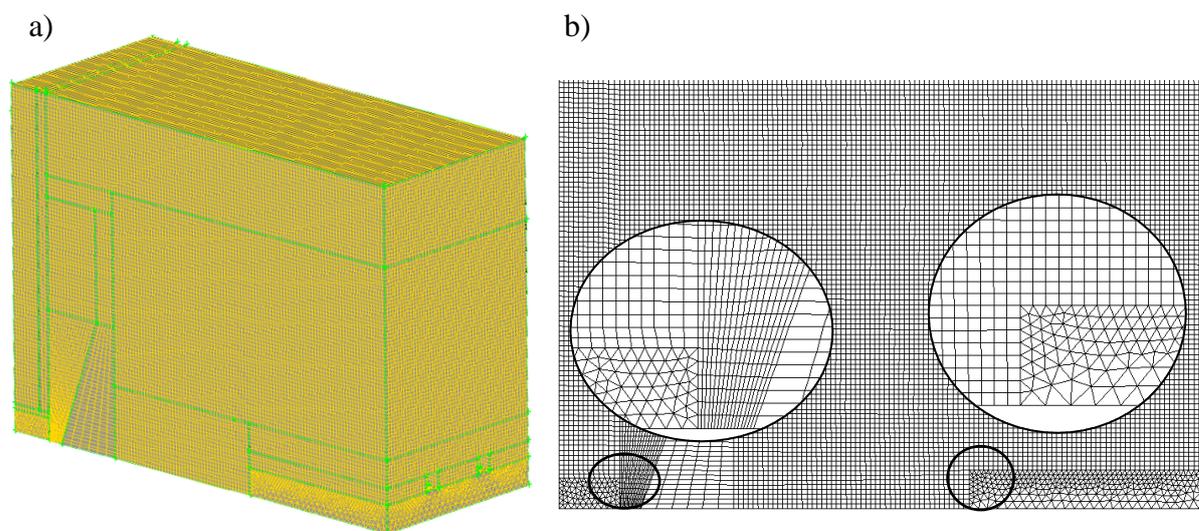
Tabela 4 – Valores calculados de GCI.

Malha	GCI (%)
1- Refinada	0,0031
2- Média	0,13
3- Menos Refinada	5,17

Fonte: Autor (2018).

Analisando os resultados, é possível observar que os refinamentos adotados para aplicação do teste foram satisfatórios visto que o parâmetro  $\alpha$  calculado foi 100,1%, valor próximo a 100%, conforme esperado e indicado pelo método. Em relação aos valores de GCI para cada malha, observa-se que os erros de discretização são baixos. Aliando este fato ao valor de resposta assintótica, não há necessidade de refinar ainda mais a malha para realizar a escolha. Outro ponto importante que deve ser analisado para a seleção, além do erro de discretização calculado, é o tempo de simulação. Ele é reflexo do esforço computacional crescente conforme aumenta-se o número de células da malha. Assim, devido a um baixo tempo de simulação e pequeno erro embutido na malha, definiu-se a malha 3, denominada inicialmente de Grosseira (Menos Refinada), para continuidade das simulações. Sua representação encontra-se na Figura 9, onde pode-se observar detalhes da malha em regiões próximas aos recintos e saídas. Os valores de razão de aspecto e de *skewness* (*EquiAngle Skew* do GAMBIT) para os piores elementos da malha foram 4,10 e 0,85, respectivamente.

Figura 9 – Malha menos refinada. a) Vista isométrica. b) Vista Lateral e Detalhes.



Fonte: Autor (2018).

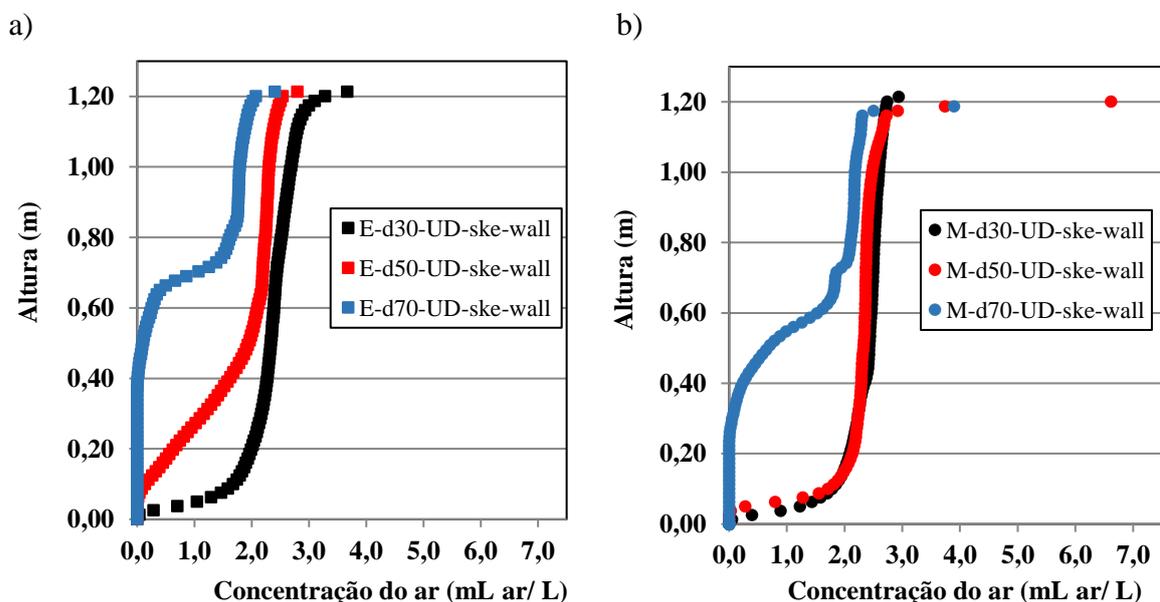
## 6.2. DETERMINAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

### 6.2.1. Modelo Euler x *Mixture*

Simularam-se os diferentes modelos multifásicos mantendo o modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  *standard e Universal Drag* para observar a influência do modelo adotado. Considerando os resultados obtidos a partir do modelo multifásico Euler, a Figura 10(a) ilustra o perfil de fração volumétrica de ar em função da altura do tanque na posição  $x=1050$  mm (no plano central do tanque linha vermelha da Figura 11) e os mapas de contorno de fração volumétrica e vetores velocidade da fase água são apresentados nas Figura 11 e Figura 12(a), Figura 12(b) e Figura 12(c), analisados na posição central (eixo longitudinal do tanque).

Os resultados das simulações com o modelo multifásico *Mixture* para a fração volumétrica de ar são apresentados na Figura 10(b), enquanto que os mapas de contorno de fração volumétrica e vetores velocidade para cada diâmetro encontram-se nas Figura 11 e Figura 12(d), Figura 12(e) e Figura 12(f).

Figura 10 - Distribuição de ar em função da altura do tanque na posição  $x=1050$ mm e plano central. a) Euler b) *Mixture*.



Fonte: Autor (2018).

Comparando-se as Figura 10(a) e Figura 10(b), pode-se observar que, em relação a fração volumétrica em função da altura, não houve influência do modelo utilizado para o caso de microbolhas de  $30 \mu\text{m}$ , indicando que o modelo *Mixture* poderia ser aplicado sem diferenças significativas neste resultado em relação ao modelo de Euler, mais completo e portanto de maior

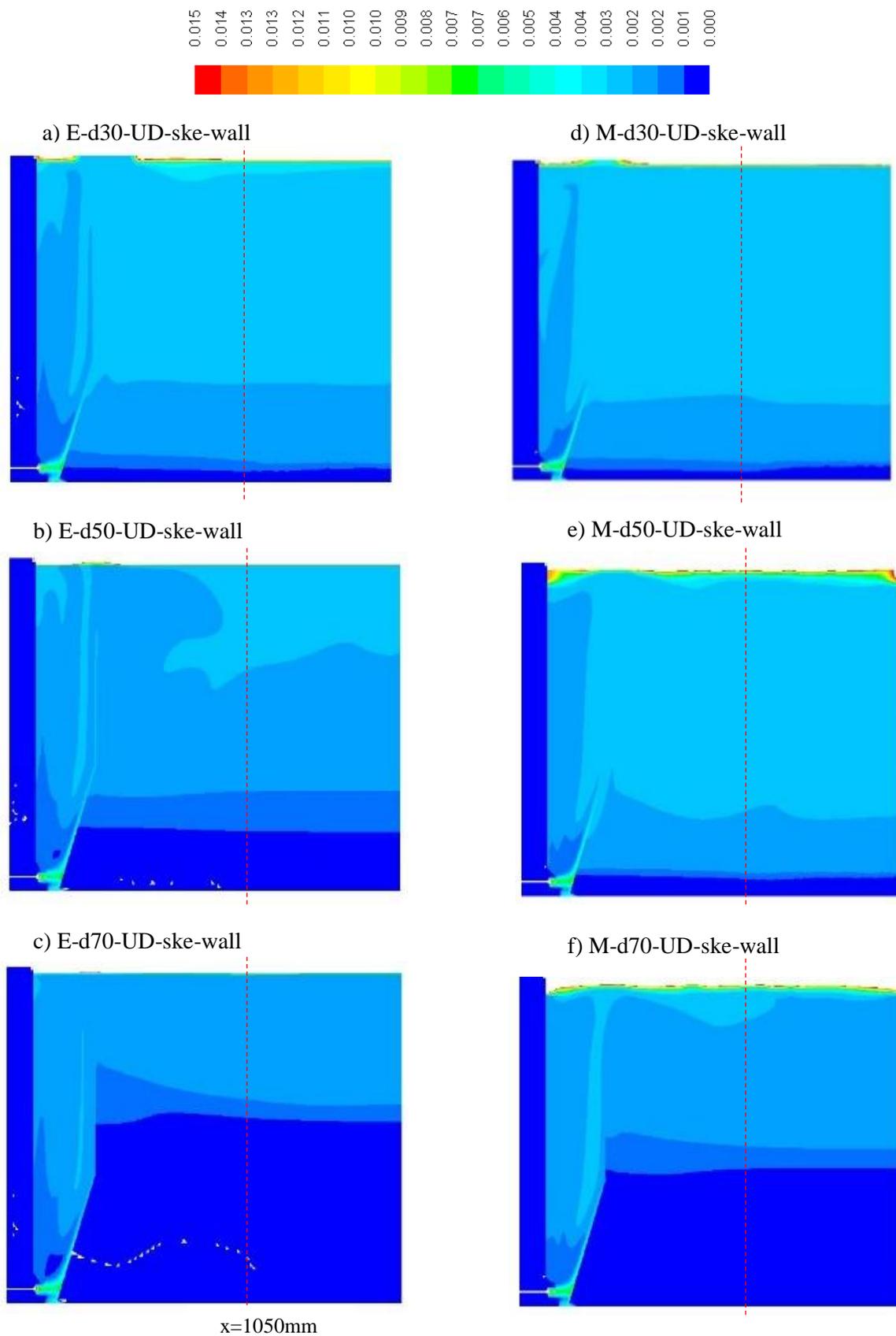
complexidade e custo computacional. Porém, ao se aumentar o diâmetro das microbolhas para 50 e 70  $\mu\text{m}$ , observa-se maiores concentrações de ar quando o modelo Euler é aplicado.

Quando se analisa a influência do tamanho de bolha no interior do tanque, espera-se uma maior distribuição vertical de ar no tanque conforme diminui-se o diâmetro das microbolhas devido a uma menor força de empuxo que age nas bolhas. Assim, menor é a velocidade de ascensão, ocasionando maior homogeneidade na distribuição, ou seja, a camada de microbolhas (*white zone*) é maior quanto menor é o diâmetro das bolhas.

Ao se observar os contornos de fração volumétrica de ar para cada modelo simulado na Figura 11, verifica-se que, para o modelo *Mixture*, os comportamentos da fração volumétrica de ar para microbolhas de 30 e 50 $\mu\text{m}$  foram muito semelhantes, visto que a “*white zone*” apresenta o mesmo comportamento nos dois casos mostrados na Figura 11(d) e Figura 11(e).

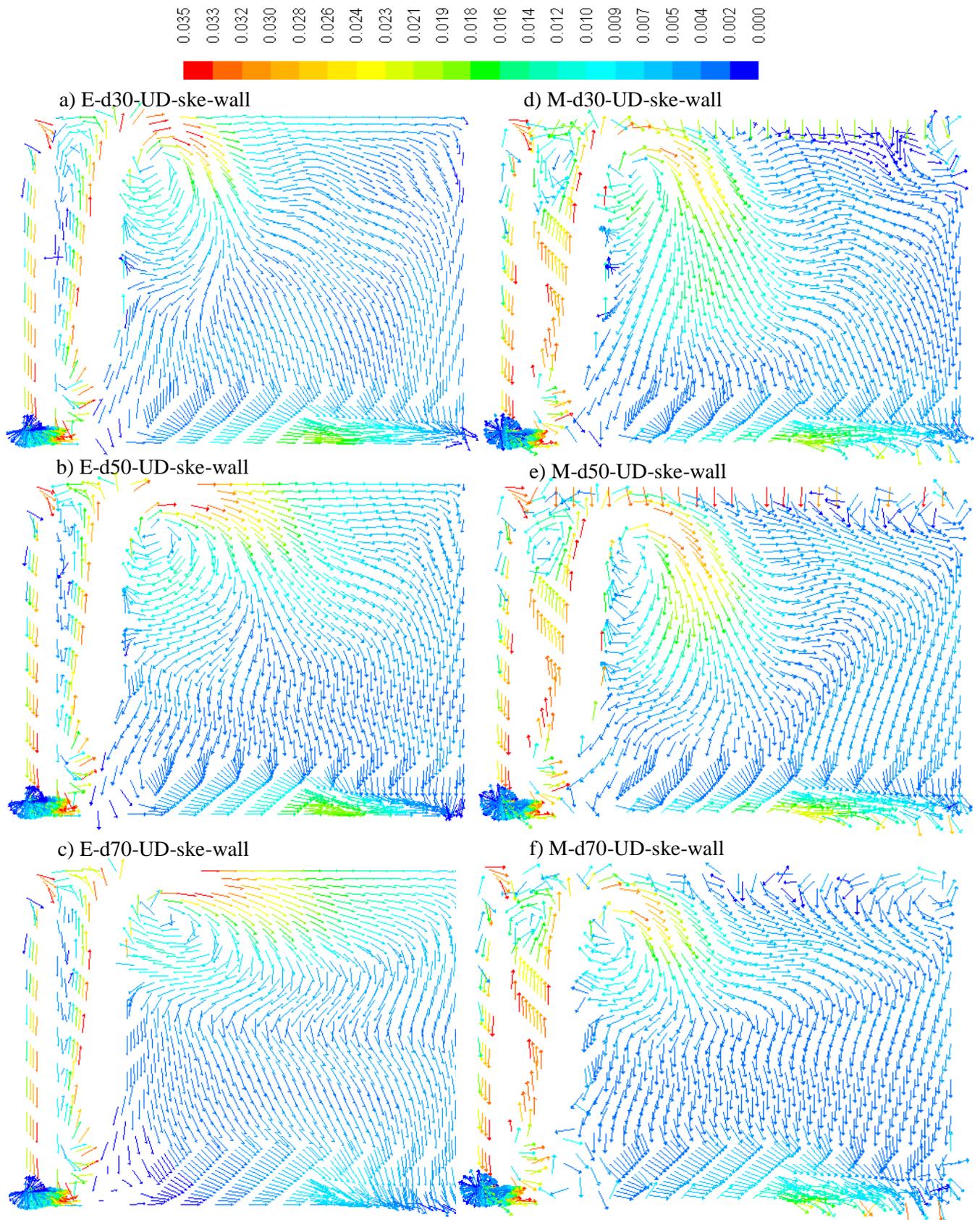
Outro ponto que deve ser observado é a diferença dos vetores velocidade da fase água na superfície do equipamento, conforme apresentado na Figura 12. Para a simulação Euler, o comportamento para os três diâmetros está conforme esperado, ou seja, pode-se verificar a existência de uma camada de escoamento estratificada e abaixo, um escoamento próximo ao pistonado verticalmente (EDZWALD, 2010). Entretanto, para *Mixture*, conforme apresentados nas Figura 12(d), Figura 12(e) e Figura 12(f), observa-se um escoamento mais direcionado para o centro do tanque, descaracterizando a estrutura estratificada e *plug-flow* vertical.

Figura 11 - Contornos fração volumétrica de ar para simulações modelos Euler x Mixture.



Fonte: Autor (2018).

Figura 12 - Vetores velocidade fase água para simulações modelo Euler x *Mixture*.



Fonte: Autor (2018).

A análise da influência do modelo multifásico também foi realizada por meio dos valores médios de fração volumétrica de ar em três linhas horizontais localizadas a diferentes alturas do plano central do equipamento. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 5, juntamente com o cálculo da diferença relativa entre as respostas encontradas com modelo Euler e *Mixture* para cada diâmetro considerado.

Tabela 5 – Resultados de fração volumétrica média de ar nas linhas 1 a 3 para simulações que comparam modelo multifásico Euler x *Mixture*.

#	Código da Simulação	Média da fração volumétrica de ar nas linhas (v/v)		
		Linha1	Linha2	Linha3
Diâmetro 30 $\mu\text{m}$	4 E-d30-UD-ske-wall	$2,63 \cdot 10^{-03}$	$2,42 \cdot 10^{-03}$	$2,22 \cdot 10^{-03}$
	1 M-d30-UD-ske-wall	$2,51 \cdot 10^{-03}$	$2,45 \cdot 10^{-03}$	$2,30 \cdot 10^{-03}$
	<b>Diferença relativa entre 4 e 1</b>	<b>4,60%</b>	<b>-1,15%</b>	<b>-3,34%</b>
Diâmetro 50 $\mu\text{m}$	5 E-d50-UD-ske-wall	$2,23 \cdot 10^{-03}$	$2,15 \cdot 10^{-03}$	$1,41 \cdot 10^{-03}$
	2 M-d50-UD-ske-wall	$2,38 \cdot 10^{-03}$	$2,33 \cdot 10^{-03}$	$2,27 \cdot 10^{-03}$
	<b>Diferença relativa entre 5 e 2</b>	<b>-6,78%</b>	<b>-8,18%</b>	<b>-60,41%</b>
Diâmetro 70 $\mu\text{m}$	6 E-d70-UD-ske-wall	$1,75 \cdot 10^{-03}$	$4,33 \cdot 10^{-04}$	$8,86 \cdot 10^{-06}$
	3 M-d70-UD-ske-wall	$2,13 \cdot 10^{-03}$	$1,72 \cdot 10^{-03}$	$8,78 \cdot 10^{-05}$
	<b>Diferença relativa entre 6 e 3</b>	<b>-21,54%</b>	<b>-296,40%</b>	<b>-890,74%</b>

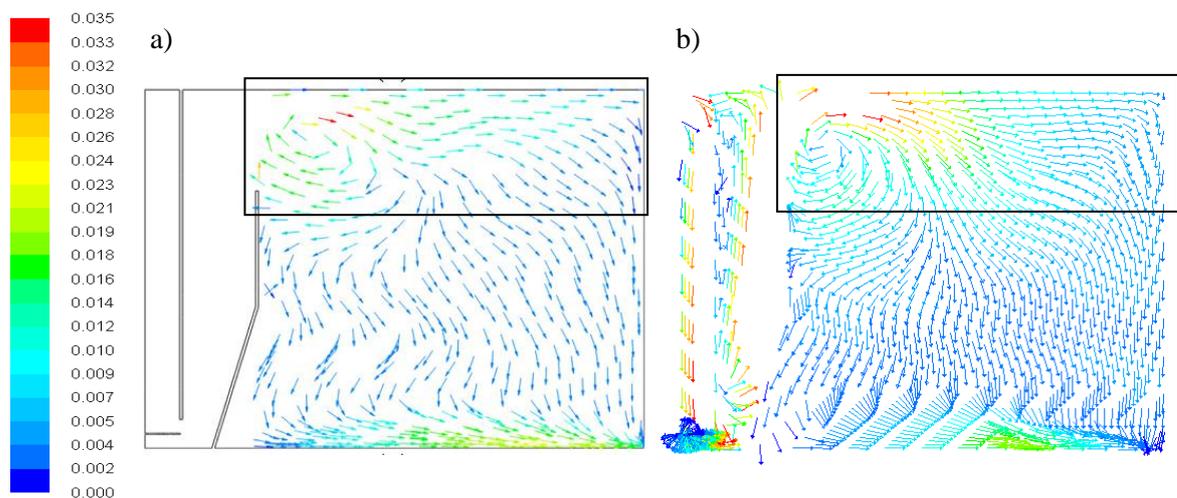
Fonte: Autor (2018).

As diferenças relativas calculadas indicam, com exceção da Linha 1 para diâmetro de 30  $\mu\text{m}$ , que o modelo *Mixture* obtém maiores frações de ar do que o modelo Euler nas posições consideradas. Conforme indicado pelos mapas de contorno da Figura 11, observa-se também que as linhas localizadas em posições inferiores (linha 2 e linha 3 localizadas a altura de 0,64m e 0,34 respectivamente) apresentam maiores diferenças relativas entre as respostas obtidas pelo modelo Euler e *Mixture*.

Portanto, a comparação entre os dois modelos multifásicos, Euler e *Mixture*, foi realizada e demonstrou que esta última abordagem com modelo de turbulência  $\kappa\text{-}\epsilon$  *standard* apresentou discrepância no comportamento esperado na distribuição de ar, principalmente para os maiores diâmetros simulados (50 e 70  $\mu\text{m}$ ).

Comparando-se os vetores velocidade da água obtidos pelo modelo Euler com os apresentados por CHEN *et al.* (2016), que utilizou condições de simulação semelhantes às aplicadas neste trabalho (modelo Euler, turbulência  $\kappa$ - $\varepsilon$  e *Universal Drag*) e comparou o comportamento dos vetores velocidade da água com resultados experimentais, nota-se a reprodutibilidade das características do escoamento. Isto pode ser comprovado comparando a Figura 12(b) - indicada na Figura 13(b) - com a Figura 13(a), onde se mostra o resultado deste trabalho e o de CHEN *et al.* (2016), respectivamente, para o diâmetro de 50  $\mu\text{m}$ . Observa-se que o comportamento de escoamento estratificado na superfície do tanque obtido neste trabalho é análogo ao obtido na literatura. Outros dois pontos semelhantes são o comportamento “*plug-flow*” e maiores vorticidades na região logo após a chicana (região destacada pelo retângulo). Assim, conclui-se que os resultados estão coerentes com o obtido na literatura.

Figura 13 - Vetores velocidade para o modelo Euler e diâmetro de bolha de 50 $\mu\text{m}$ . a) Figura adaptada de CHEN *et al.* (2016). b) Simulação E-d50-UD-ske-wall.



Fonte: Autor (2018).

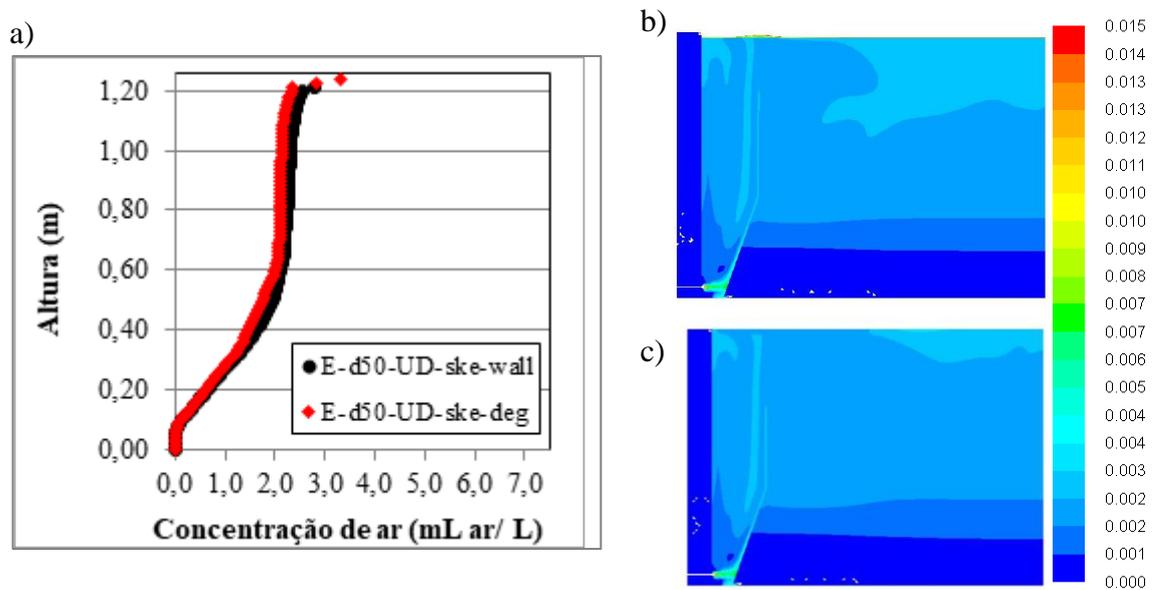
Portanto, devido à limitação encontrada para maiores diâmetros de microbolhas, o modelo multifásico indicado é o Euler. Desta forma, dando continuidade às simulações para analisar a influência dos demais modelos, considerou-se apenas o modelo Euler e diâmetro de 50  $\mu\text{m}$ . Os resultados seguintes são discutidos com base na análise da distribuição vertical de ar no plano central do tanque na posição  $x=1050\text{mm}$ , análogo ao apresentado na Figura 10.

### 6.2.2. Influência das Condições de Contorno: *Wall Frictionless* x *Degassing*

Além da abordagem Euler, adotada em todas as comparações, manteve-se o modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  *standard* e *Universal Drag* a fim de se observar a influência das duas condições de

contorno analisadas: *Wall sem atrito* e *Degassing*. A resposta está apresentada na Figura 14 e os valores médios de fração volumétrica de ar em cada uma das linhas horizontais consideradas na seção 5.5.2 são apresentados na Tabela 6.

Figura 14 - Distribuição de ar para diferentes condições de contorno. a) Representação na forma gráfica. b) Mapa de contorno de fração volumétrica de ar para condição de contorno *Wall sem atrito*. c) Mapa de contorno de fração volumétrica de ar para condição de contorno *Degassing*.



Fonte: Autor (2018).

Tabela 6 – Resultados de fração volumétrica média de ar nas linhas 1 a 3 para simulações que comparam condição de contorno *Wall sem atrito* (simulação 5) e *Degassing* (simulação 7).

Código da Simulação	Média da fração volumétrica de ar nas linhas (v/v . 10 <sup>3</sup> )		
	Linha1	Linha2	Linha3
5 E-d50-UD-ske-wall	2,23	2,15	1,41
7 E-d50-UD-ske-deg	2,11	2,01	1,27
<b>Diferença relativa entre 5 e 7</b>	<b>5,53%</b>	<b>6,60%</b>	<b>10,15%</b>

Fonte: Autor (2018).

Pode-se verificar que há pequena variação entre os resultados das duas condições - Figura 14(a). Porém, observando o contorno da fração volumétrica de ar - Figura 14(b) e (c)- e a Tabela 6, é possível encontrar diferenças no comportamento das respostas, principalmente

na média das frações de ar que apresentam menores valores quando é usada a condição de contorno *Degassing*. Deve-se salientar que o tempo simulado adotado foi de 1000 s. Dessa forma, em maiores tempos, espera-se que com a condição *Wall frictionless* pura (sem acrescentar função externa responsável pela retirada de ar na superfície do tanque), o tanque possua uma concentração de ar além do esperado. Já com a condição *Degassing*, verificou-se uma maior facilidade de simulação e menor custo computacional, visto que não há necessidade de nenhuma função externa.

Isso ocorre porque a condição *Degassing* permite somente a passagem da fase dispersa (bolhas de ar), impedindo a passagem da fase contínua primária. Ou seja, para a fase primária a condição de contorno está definida como parede sem deslizamento e assim a mesma não ultrapassa os limites do domínio. Já a fase secundária dispersa considera o contorno como uma saída do volume de controle.

Pelas considerações adotadas na condição *Degassing*, pode-se dizer que ela representa mais fielmente o sistema real, sendo recomendada e escolhida para ser usada na simulação do processo FAD, conclusão também mencionada por ALTERO (2016).

### 6.2.3. Influência dos Modelos de Turbulência e Arrasto

Devido aos pontos favoráveis à condição *Degassing*, seguiu-se com ela para a comparação entre resultados com os modelos de turbulência  $\kappa\text{-}\varepsilon$  *standard* e  $\kappa\text{-}\varepsilon$  *realizable*. Os resultados das simulações encontram-se na Tabela 7e na Figura 15.

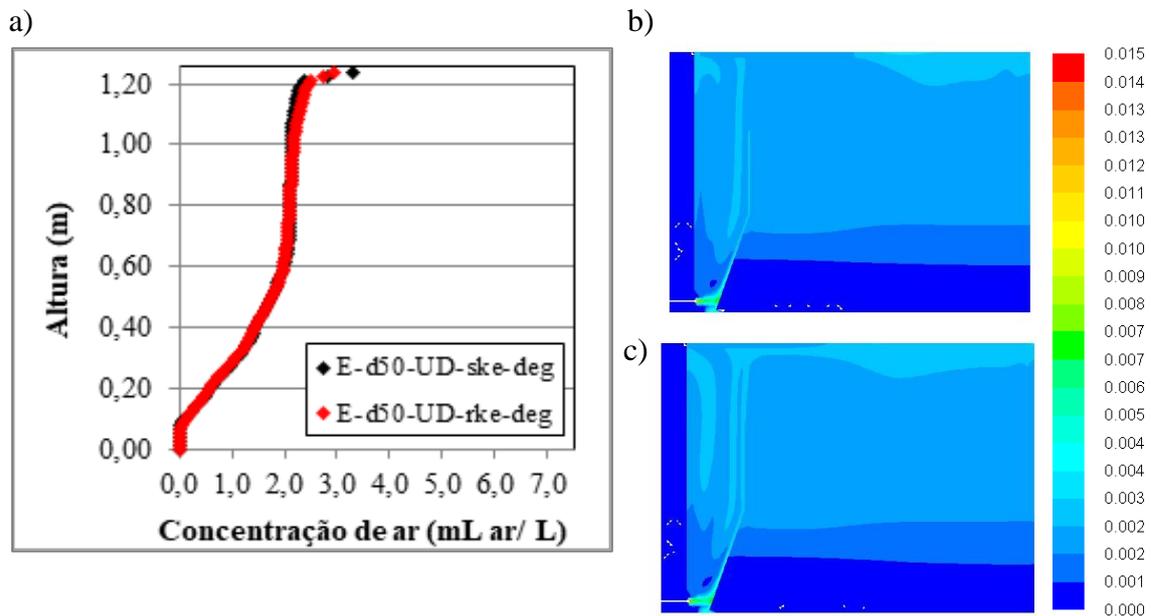
Tabela 7 – Resultados de fração volumétrica média de ar nas linhas 1 a 3 para simulações que comparam modelo de turbulência  $\kappa\text{-}\varepsilon$  *standard*. (simulação 7) e modelo  $\kappa\text{-}\varepsilon$  *realizable* (simulação 8).

Código da Simulação	Média da fração volumétrica de ar nas linhas (v/v . 10 <sup>3</sup> )		
	Linha1	Linha2	Linha3
7 E-d50-UD-ske-deg	2,11	2,01	1,27
8 E-d50-UD-rke-deg	2,10	2,00	1,25
<b>Diferença relativa entre 7 e 8</b>	<b>0,29%</b>	<b>0,26%</b>	<b>1,90%</b>

Fonte: Autor (2018).

Figura 15 - Distribuição de ar para comparação de Modelos de Turbulência. a) Representação na forma gráfica. b) Mapa de contorno de fração volumétrica de ar para

modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  standard. c) Mapa de contorno de fração volumétrica de ar para modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  realizable.



Fonte: Autor (2018).

Verifica-se que na posição definida ( $x=1050\text{mm}$ ) e nos valores contidos na Tabela 7 há pequenos desvios entre os resultados apresentados com os dois modelos, observando maior discrepâncias na superfície do tanque quando se comparam os contornos de fração volumétrica de ar das Figura 15(b) e Figura 15(c). PARK *et al.* (2015) analisaram os efeitos dos diferentes modelos de turbulência na distribuição de microbolhas no processo FAD e concluíram que o modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  standard, embora aplicado em vários trabalhos na literatura, não é recomendado para o processo FAD devido às baixas velocidades (baixo número de Reynolds) envolvidas, e isso contraria a sua hipótese de altos números de Reynolds para a sua aplicação. Assim, baseando-se nos resultados obtidos e nas observações da literatura, considera-se o modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  realizable o mais recomendado para as simulações hidrodinâmicas do tanque de flotação nas condições avaliadas neste trabalho que envolvem regiões de alta e baixa turbulência, ou seja, valores de Reynolds maiores e menores.

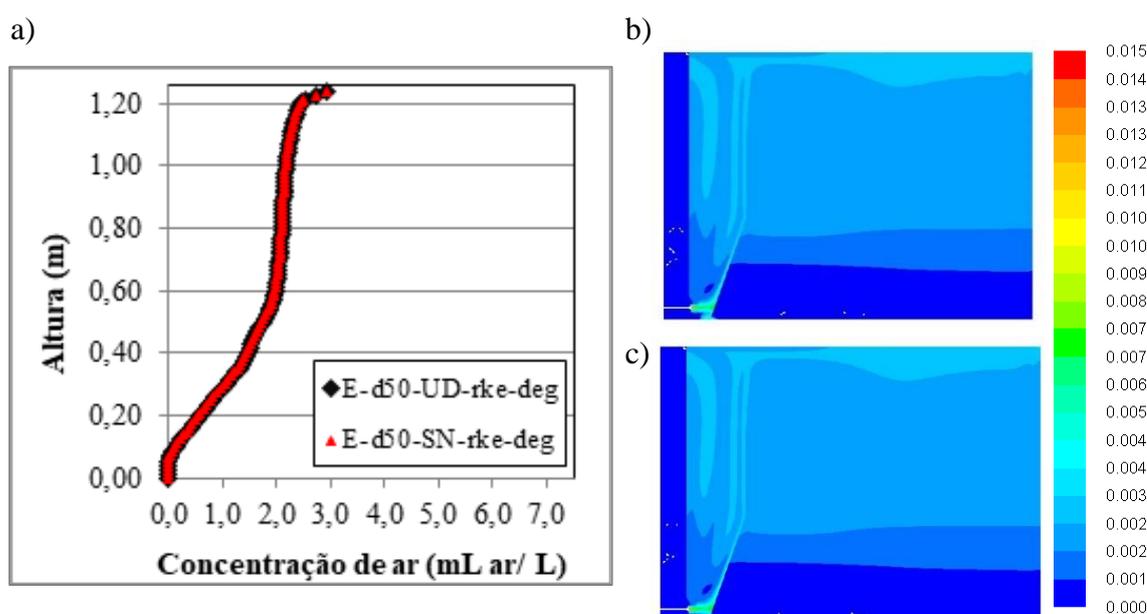
Na Tabela 8 contém os valores médios de fração volumétrica de ar calculados nas linhas 1 a 3 e na Figura 16 é apresentada a distribuição de ar simulada com o intuito de avaliar os efeitos dos modelos *Universal Drag* x *Schiller-Naumann* para o arrasto entre fases.

Tabela 8 – Resultados de fração volumétrica média de ar nas linhas 1 a 3 para simulações que comparam modelo de arrasto Universal Drag (simulação 8) e modelo Schiller-Naumann (simulação 9).

Código da Simulação	Média da fração volumétrica de ar nas linhas (v/v . 10 <sup>3</sup> )		
	Linha1	Linha2	Linha3
8 E-d50-UD-rke-deg	2,10	2,00	1,25
9 E-d50-SN-rke-deg	2,09	2,00	1,21
<b>Diferença relativa entre 8 e 9</b>	<b>0,39%</b>	<b>0,40%</b>	<b>2,85%</b>

Fonte: Autor (2018).

Figura 16 - Distribuição de ar para diferentes modelos de arrasto. a) Representação na forma gráfica. b) Mapa de contorno de fração volumétrica de ar para modelo Universal Drag. c) Mapa de contorno de fração volumétrica de ar para modelo Schiller-Naumann



Fonte: Autor (2018).

Analisando as duas simulações, pode-se observar que na Tabela 8 e Figura 16(a) as respostas são coincidentes. E as Figura 16(b) e (c) também apresentam grande similaridade. Desvios podem ser observados na Tabela 8, porém seus baixos valores indicam que o efeito de diferentes modelos de arrasto, nas condições avaliadas, não foi pronunciado, mesmo havendo a recomendação em ANSYS (2013a), para a aplicação do modelo *Universal drag*. A justificativa para este comportamento semelhante entre os modelos ocorre devido aos baixos valores de velocidade, e conseqüentemente, aos baixos números de Reynolds que implicam em

coeficientes de arrasto próximos em cada um dos dois modelos analisados. Porém, mesmo com o efeito não pronunciado, optou-se por seguir as simulações com o modelo *Universal Drag*.

#### 6.2.4. Modelo matemático definido

Após todas as comparações descritas e apresentadas nos resultados anteriores, pode-se definir e recomendar os modelos apresentados no Quadro 11. Esses modelos foram aplicados para as simulações com a inclusão das EBP, a fim de buscar uma representação mais fiel com a operação real, contemplando fenômenos de coalescência e quebra de bolhas.

*Quadro 11– Modelos recomendados e adotados para simulações com EBP.*

Item analisado	Modelo recomendado
Modelo multifásico	Euler-Euler (Euler)
Condição de contorno na superfície do flotor	<i>Degassing</i>
Modelo de turbulência	<i><math>\kappa</math>-<math>\epsilon</math> realizable</i>
Modelo de arrasto	<i>Universal Drag</i>

Fonte: Autor (2018).

### 6.3. SIMULAÇÕES COM EQUAÇÕES DE BALANÇO POPULACIONAL

Com os modelos definidos na seção anterior, mencionados no Quadro 11, realizaram-se simulações com aplicação das Equações de Balanço Populacional (EBP).

As simulações apresentadas buscaram mostrar a influência dos fenômenos de coalescência (testou-se o modelo turbulento e modelo de Luo para a união de bolhas menores formando bolhas de maiores diâmetros) e quebra de microbolhas (considerando quebra binária em que uma se quebra e origina duas bolhas de diâmetros menores) na estrutura do escoamento e na distribuição de ar no interior do flotor.

Conforme descrito na seção 5.5.4, a fração volumétrica de ar adotada nas simulações anteriores (5,5%) foi dividida em duas fases de ar denominadas ar1 e ar2, sendo que a primeira contém bolhas de menores diâmetros (abaixo de 50  $\mu\text{m}$ ) e a segunda, microbolhas maiores (de 50 a 100  $\mu\text{m}$ ). A distribuição dos diâmetros e respectivas frações de ar estão indicadas na Tabela 1 (apresentada na seção 5.5.4).

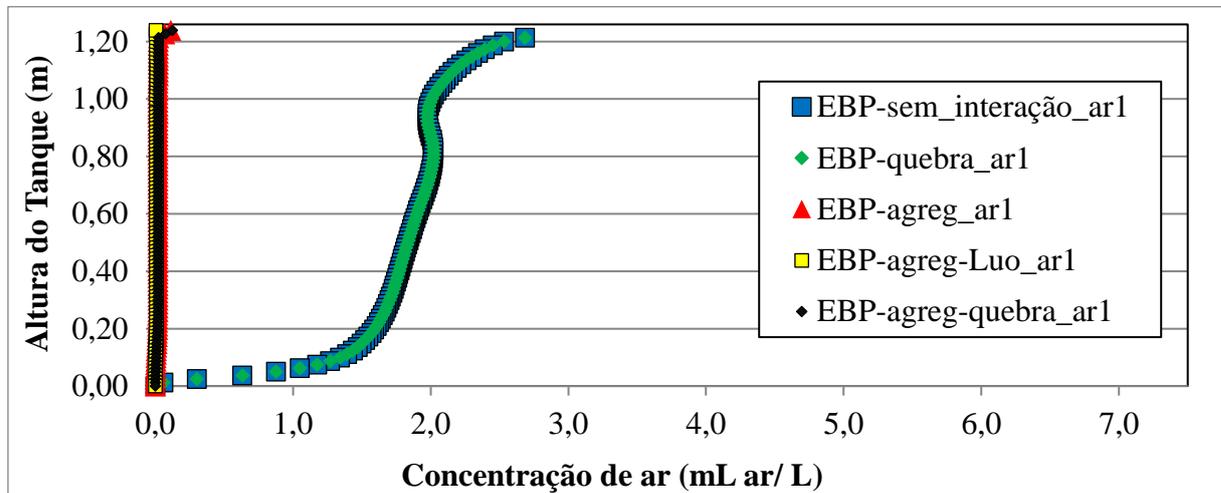
A análise dos resultados está conforme indicada na seção 5.5.2, sendo, portanto, verificada a concentração de ar em cada uma das fases na posição  $x=1050$  mm no plano central do tanque, mapas de contorno de fração volumétrica de ar, vetores velocidade da fase água e valores médios de fração volumétrica de ar em três linhas com diferentes cotas de altura, todas as análises no plano central.

A distribuição de ar na posição axial  $x = 1050$  mm em cada uma das simulações com EBP é mostrada na Figura 17. As frações referentes a fase ar1 e ar2 (conforme detalhado no Quadro 9) estão separadas na Figura 17(a) e Figura 17(b); e a distribuição total (soma da fração volumétrica de ar1 e ar2) de ar está apresentado na Figura 17(c).

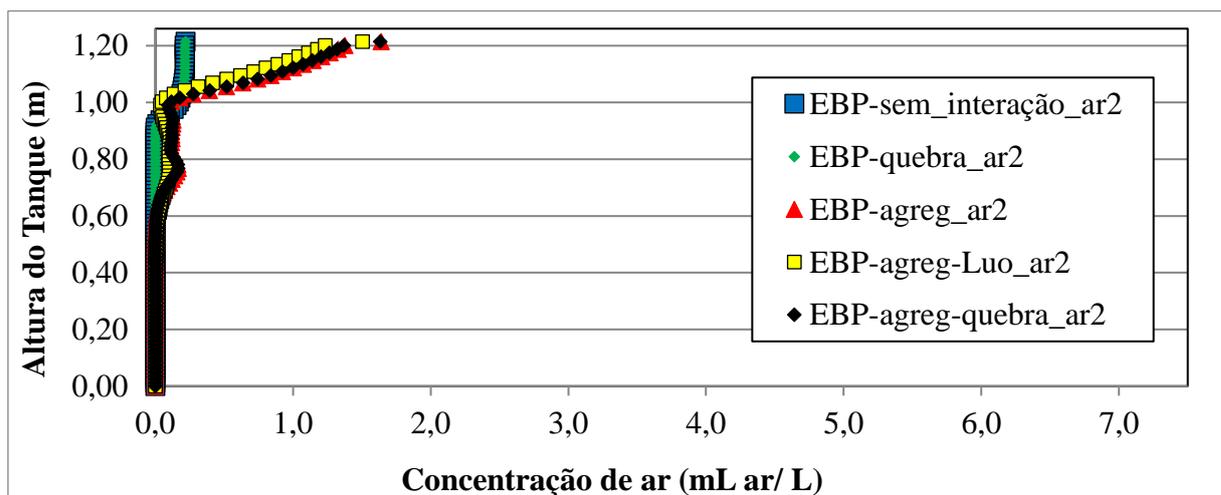
Pode-se observar que o comportamento sem interação é semelhante ao se considerar somente quebra, e as três simulações que contemplaram a coalescência de bolhas apresentaram comportamento análogo na distribuição de ar. O que se observa nestas simulações é que ocorre uma maior concentração de ar na fase ar2, ou seja, de bolhas maiores. Esse comportamento (bolhas maiores sendo formadas e saindo do equipamento) não é esperado fisicamente, visto que no sistema real há uma distribuição de microbolhas em todo o tanque, ou seja, tem-se a formação da *white zone*.

Figura 17 - Distribuição de ar nas simulações EBP na posição  $x=1050\text{mm}$ . a) Fase ar1. b) Fase ar2. c) Fase ar total

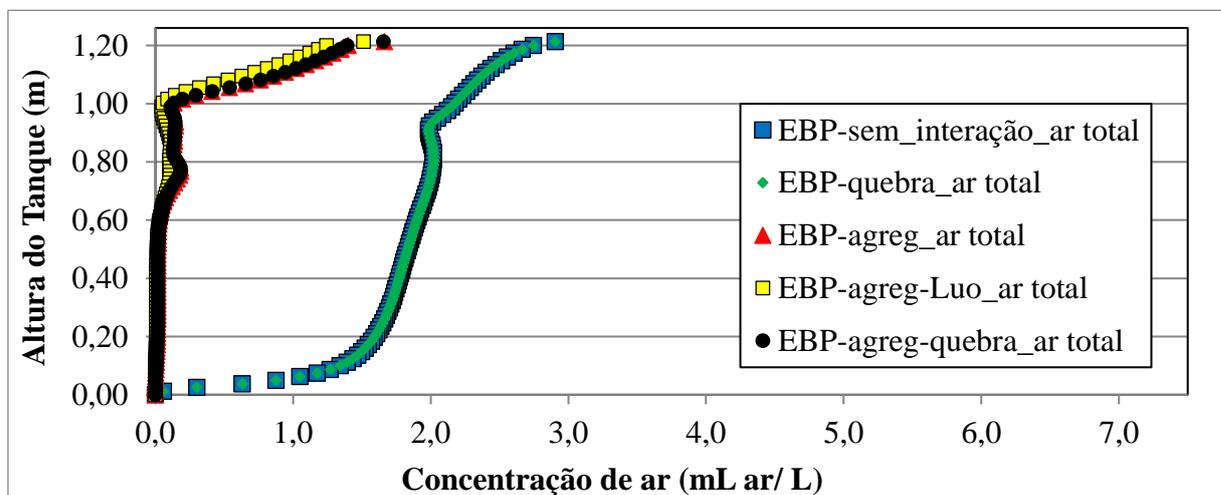
a)



b)



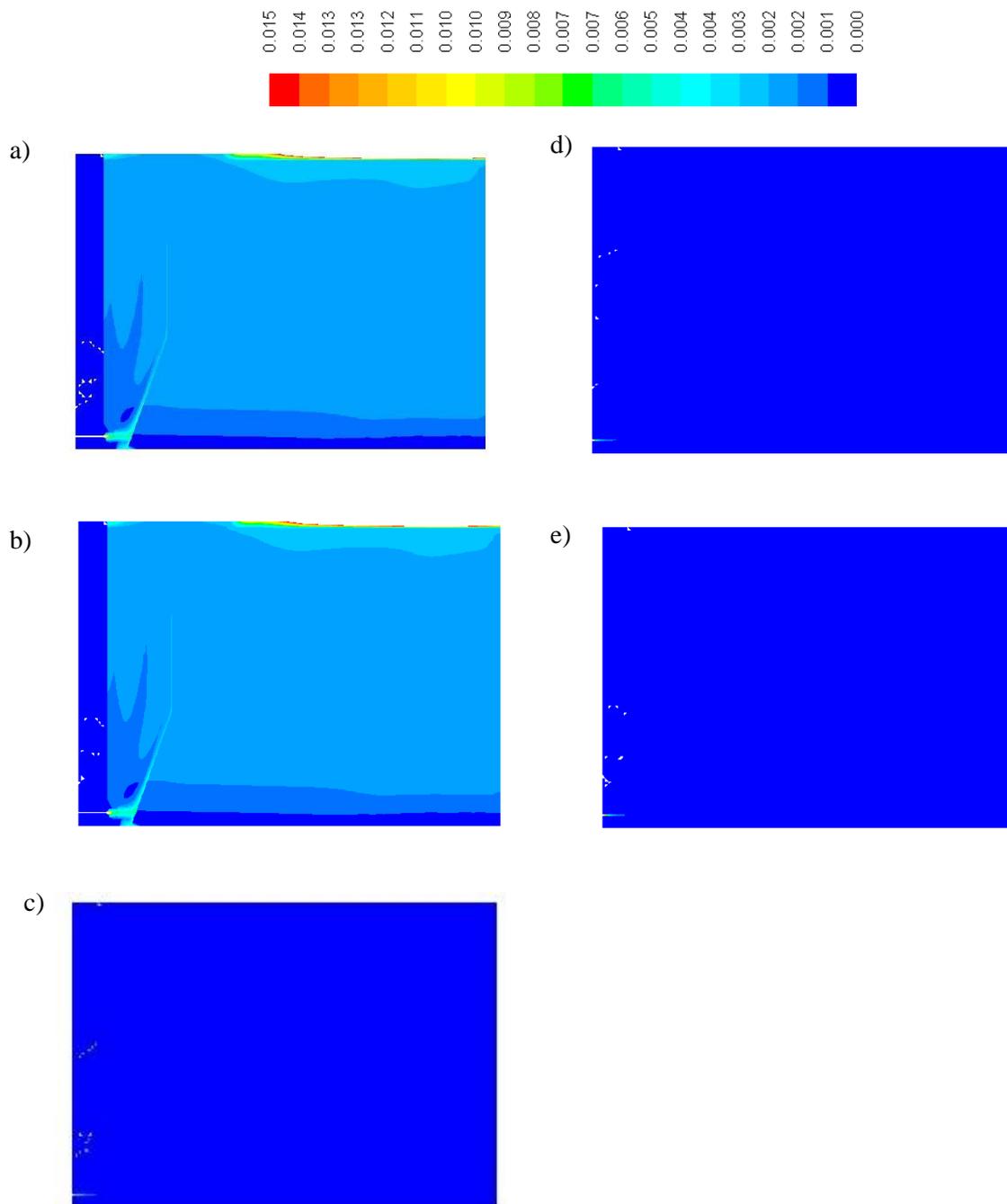
c)



Fonte: Autor (2018).

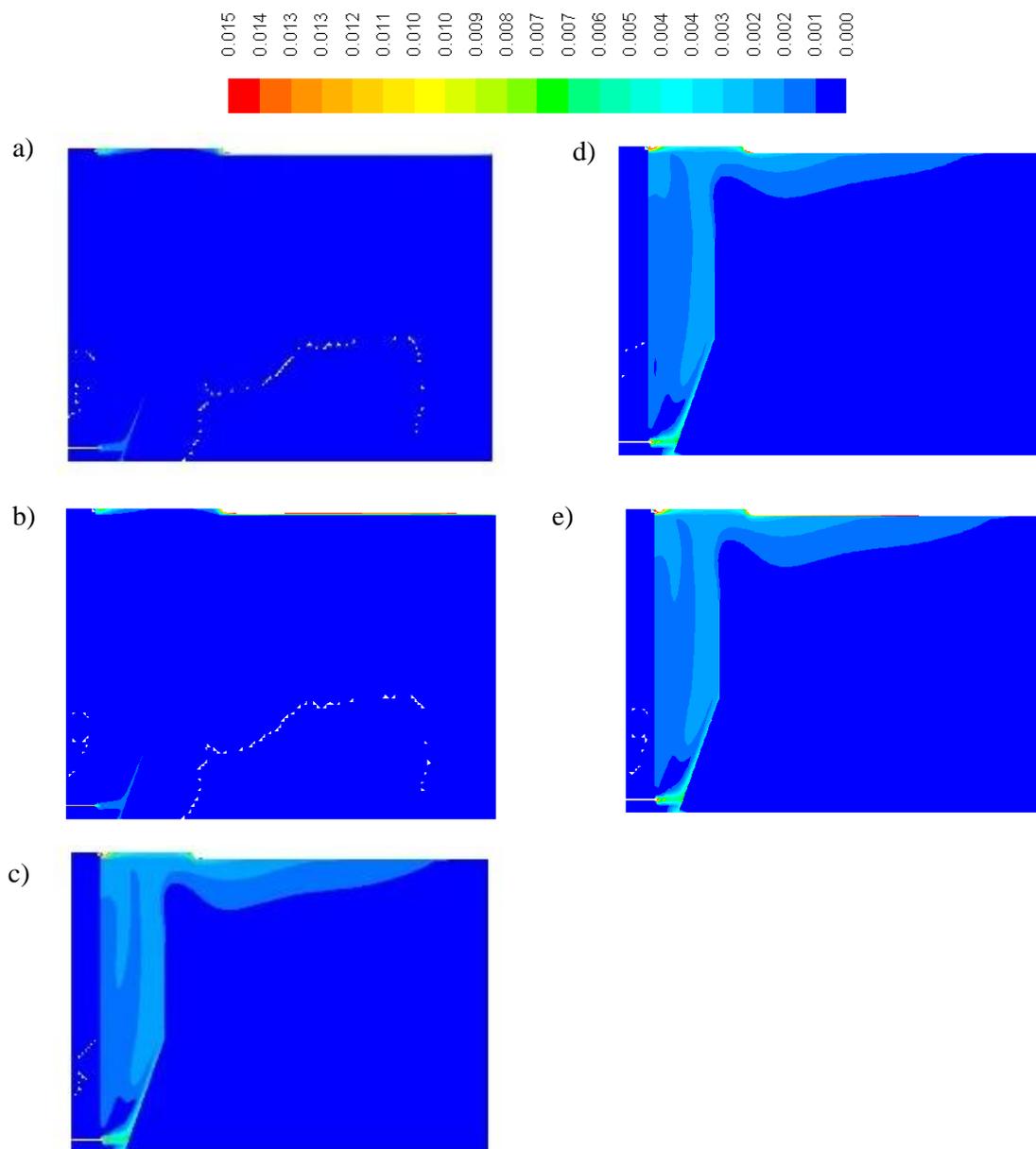
Nas Figura 18 e Figura 19 têm-se os mapas de contorno de fração volumétrica das fases ar1 e ar2, respectivamente.

Figura 18 - Contornos de fração volumétrica de ar1 para simulações EBP. a) EBP-sem\_interação. b) EBP-quebra. c) EBP-agreg. d) EBP-agreg- Luo. e) EBP-agreg-quebra.



Fonte: Autor (2018).

Figura 19 - Contornos de fração volumétrica de ar2 para simulações EBP. a) EBP-sem\_interação. b) EBP-quebra. c) EBP-agreg. d) EBP-agreg- Luo. e) EBP-agreg-quebra.



Fonte: Autor (2018).

Adotando-se o método de análise mencionado na seção 5.5.2, tem-se a Tabela 9 que apresenta as médias de fração volumétrica de ar em cada fase secundária (ar1 e ar2) nas linhas 1 a 3 posicionadas a diferentes alturas no plano central do flutador.

Tabela 9 – Resultados de fração volumétrica média de ar nas linhas 1 a 3 para simulações que utilizam EBP.

Código da Simulação	Média da fração volumétrica de ar nas linhas (v/v) – 1000 s					
	Fase ar1			Fase ar2		
	Linha1	Linha2	Linha3	Linha1	Linha2	Linha3
1 EBP-sem interação	$1,95 \cdot 10^{-03}$	$1,88 \cdot 10^{-03}$	$1,75 \cdot 10^{-03}$	$1,55E^{-04}$	$7,55 \cdot 10^{-09}$	$4,10 \cdot 10^{-11}$
2 EBP-quebra	$1,95 \cdot 10^{-03}$	$1,88 \cdot 10^{-03}$	$1,75 \cdot 10^{-03}$	$1,55 \cdot 10^{-04}$	$6,00 \cdot 10^{-09}$	$5,44 \cdot 10^{-11}$
3 EBP-agreg	$1,87 \cdot 10^{-05}$	$1,71 \cdot 10^{-05}$	$1,64 \cdot 10^{-05}$	$5,59 \cdot 10^{-05}$	$4,15 \cdot 10^{-06}$	$4,24 \cdot 10^{-07}$
4 EBP-agreg-Luo	$7,23 \cdot 10^{-06}$	$6,73 \cdot 10^{-06}$	$6,20 \cdot 10^{-06}$	$6,39 \cdot 10^{-05}$	$4,30 \cdot 10^{-05}$	$1,30 \cdot 10^{-06}$
5 EBP-agreg-quebra	$1,92 \cdot 10^{-05}$	$1,81 \cdot 10^{-05}$	$1,71 \cdot 10^{-05}$	$1,32 \cdot 10^{-04}$	$2,73 \cdot 10^{-05}$	$1,83 \cdot 10^{-07}$

Fonte: Autor (2018).

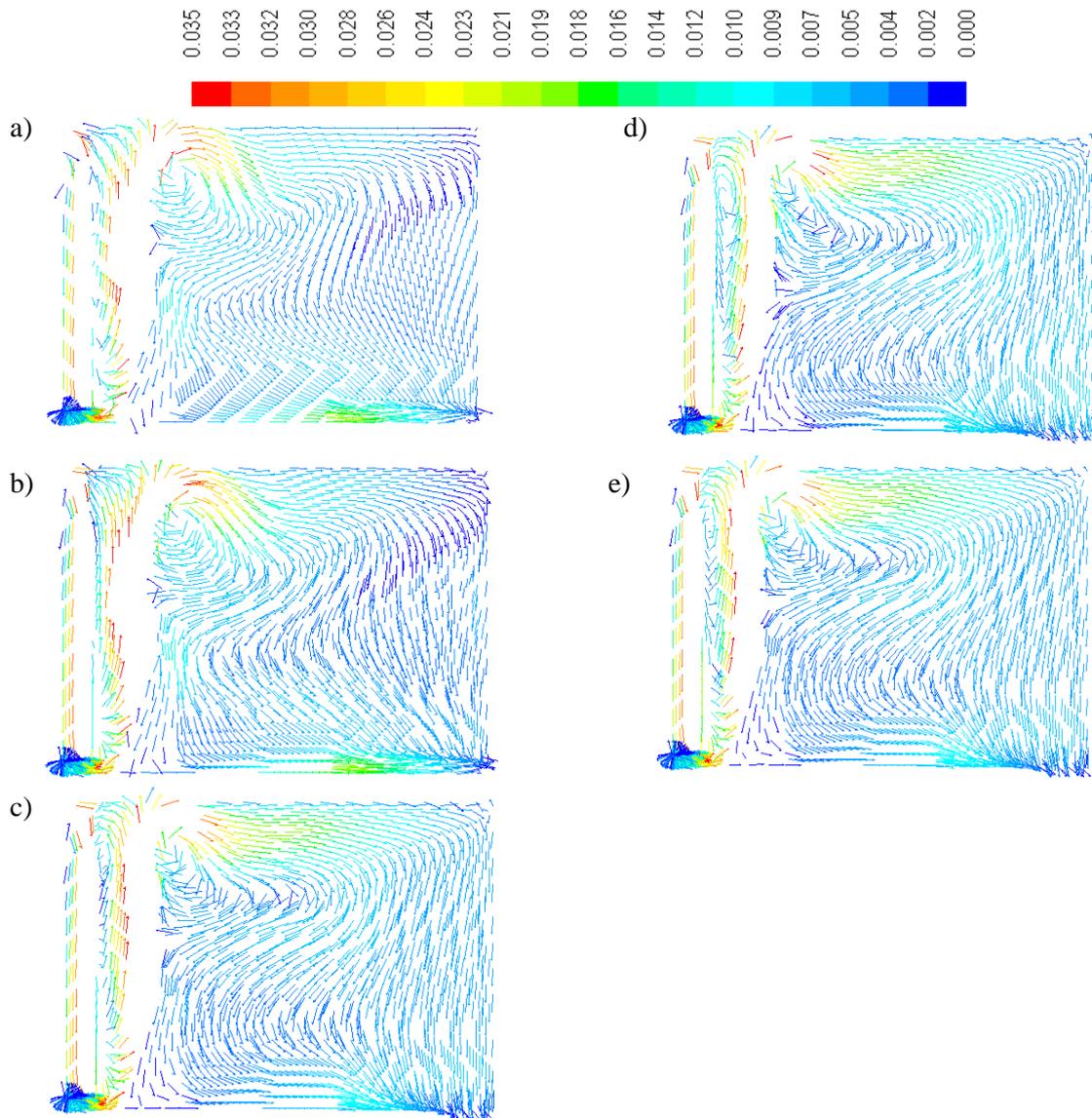
Observando as Figura 18 e Figura 19, pode ser esclarecido o comentário referente à Figura 17. Ou seja, quando se considera a interação de coalescência (dois modelos testados) tem-se o predomínio deste fenômeno, acarretando a formação de bolhas maiores (fase ar2) que se direcionam até a superfície do equipamento, não formando a *white zone*.

Os valores médios de fração volumétrica de ar1 e ar2 nas três linhas consideradas estão presentes na Tabela 9 e reforçam a conclusão anterior, já que as frações volumétricas de ar são maiores na linha 1 (linha mais próxima da superfície) das simulações que consideram coalescência. Há indicação de que as bolhas menores presentes na fase ar1 coalescem-se formando bolhas maiores e estas migram para a fase ar2 (ressaltando que esta migração de fases é possível devido a aplicação do modelo Discreto Não-Homogêneo - vide seção 4.2.5.1). Dessa forma, esse aumento no tamanho das bolhas ocasiona aumento na velocidade de ascensão e, consequentemente, uma maior vazão de saída dessas bolhas na superfície do tanque de FAD.

Comparando-se as simulações 3, 4 e 5 (ambas consideram coalescência), observa-se, inicialmente, que o fenômeno de quebra tem pequena influência nos valores de concentração de ar; sobre os modelos Turbulento (simulação 4) e de Luo (simulação 5) para coalescência nota-se um comportamento interessante ao aplicar o último modelo: embora a concentração de ar1 diminua nas três linhas, a fração volumétrica de ar2 aumenta nas linhas 2 e 3, indicando uma maior distribuição de bolhas maiores no interior do flotor.

Os vetores velocidade da fase água encontram-se na Figura 20. É possível verificar o comportamento estratificado na horizontal e “*plug-flow*” vertical nas Figura 20(a), (b) e (c).

Figura 20 - Vetores velocidade fase água para simulações PBE. a) EBP-sem\_interação, b) EBP-quebra, c) EBP-agreg, d) EBP-agreg- Luo. e) EBP-agreg-quebra.



Fonte: Autor (2018).

Também, um ponto de comparação está na Figura 20(c) e (d), em que ambas simulações consideram diferentes modelos para coalescência. Observa-se que embora a distribuição da fase ar2 seja próxima conforme apresentada na Figura 19(c) e (d), os vetores velocidade da fase água apresentam grande diferença de comportamento para o tempo

considerado. E finalmente, observando a Figura 20(c) e (e), nota-se que a adição do modelo de quebra de Luo adotado não impactou em diferenças nos vetores velocidade da fase água.

Em relação ao fato de considerar, ou não as interações nas fases secundárias, pode-se notar que o comportamento da fração volumétrica de ar sofre impacto negativo quando se considera os modelos de coalescência testados, já que a concentração de ar deixa de ser distribuída por toda a altura do tanque e passa a ocupar somente a superfície, o que não condiz com o esperado fisicamente. E também há maiores velocidades quando essas interações são adotadas. Isso pode ser justificado pelo aumento no tamanho das bolhas provocado pelo fenômeno de coalescência.

Portanto, com a aplicação das EBP nas simulações, pode-se observar a predominância do efeito da coalescência quando ela está presente e representada tanto pelo modelo Turbulento quanto pelo modelo de Luo. Isso indica que um melhor modelo deve ser considerado e analisado. Assim, melhores modelos definidos permitirão que as simulações da FAD adotando sistema trifásico tenham foco na compreensão e definição de modelos para as interações incluindo a fase sólida, ou seja, interações do tipo bolha-sólido e sólido-sólido.

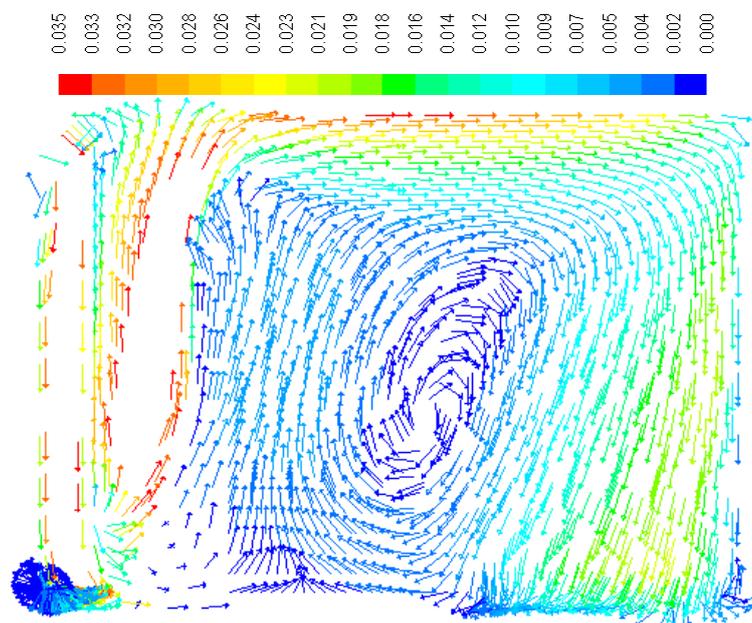
#### 6.4. SIMULAÇÃO BRANCO

Para ser analisada a influência da presença de ar no interior do tanque de flotação, simulou-se o escoamento monofásico de água desconsiderando a presença de ar no reciclo. Na Figura 21 estão representados os vetores velocidade no plano de simetria axial do flotador após 1000 s de simulação.

Analisando os vetores velocidade da fase água da Figura 21, pode-se observar dois pontos importantes: primeiro, há maiores velocidades no interior do equipamento, principalmente próximo à superfície e às paredes do tanque; o segundo ponto é a presença de recirculação na zona de separação, descaracterizando o escoamento vertical tipo “*plug flow*” que foi notado nas simulações tanto da seção 6.2 quanto da 6.3, ou seja, seções que consideram entrada de ar.

Dessa forma, comparando os resultados apresentados na simulação monofásica de água com as simulações que contemplaram a injeção de ar, pode-se observar que a adição de ar altera consideravelmente todo o escoamento do tanque, atenuando as velocidades da fase água. Essa redução de velocidade contribui para maior ordenamento do escoamento na zona de separação.

Figura 21: Vetor velocidade escoamento água no interior do flutador



Fonte: Autor (2018).

## 7. CONCLUSÕES

O GCI foi aplicado e pode-se obter satisfatoriamente os erros referentes à discretização de cada uma das malhas e, juntamente com a comparação do tempo de simulação, definiu-se a malha menos refinada como suficiente para a realização das simulações.

A comparação entre os dois modelos multifásicos, Euler e *Mixture*, concluiu que o modelo *Mixture* não apresentou resultados próximos aos do modelo Euler (principalmente para os dois maiores diâmetros testados – 50  $\mu\text{m}$  e 70  $\mu\text{m}$ ). Considerando a abordagem de Euler, a condição de contorno *Degassing* se mostrou importante na simulação do processo FAD, representando de forma mais adequada a exaustão do ar pelo topo do flotor.

Com relação aos modelos de turbulência, mostrou-se que o modelo  $\kappa\text{-}\varepsilon$  *realizable* melhor representa o escoamento quando comparado com o modelo  $\kappa\text{-}\varepsilon$  *standard*, pois este apresenta dificuldade em representar escoamentos turbulentos com baixos números de Reynolds, isto devido às hipóteses para elaboração do modelo.

Os modelos definidos por meio de diâmetro único de microbolhas foram usados nas simulações com as equações de balanço populacional, com ou sem interações. Com os resultados obtidos, pode-se observar, qualitativamente, que nos vetores velocidade para 1000 s ocorreu a presença de escoamento estratificado horizontal próximo à superfície do tanque e o escoamento vertical (“*plug flow*”) no interior de tanque. Porém, os resultados das simulações indicaram um comportamento não esperado em relação a fração volumétrica de ar: as microbolhas não se distribuíram pela altura da zona de separação (formação da “*white zone*”) quando os modelos de coalescência testados foram considerados na simulação. Assim, concluiu-se que os modelos considerados não representam as interações, principalmente a coalescência, das microbolhas na flotação por ar dissolvido.

**8. SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS**

Com os resultados e conclusões obtidos neste trabalho (modelo recomendado para simulação da operação FAD com diâmetro constante de microbolha ou distribuição populacional de tamanhos), sugerem-se os seguintes pontos para trabalhos futuros:

1. Comparação balanço populacional x diâmetro único: com esta comparação, poderá ser observada a influência na hidrodinâmica e distribuição de ar no interior do tanque de FAD ao se considerar a distribuição de tamanhos ou adotar o diâmetro médio de Sauter da distribuição;
2. Alterações geométricas no equipamento: promover alterações geométricas do tanque e comparar resultados com a literatura;
3. Simulações trifásicas (água – ar – sólidos): acrescentar a fase sólidos insolúveis nas simulações, estudar os fenômenos de agregação bolha-sólido e sólido-sólido e considerar um parâmetro de desempenho do equipamento, por exemplo, remoção de sólido.

## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALTERO, H. R. **Representação da estrutura de escoamento bifásico água/ar em unidade de flotação com emprego de CFD.** [s.l.] 109 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Hidráulica e Saneamento. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, 2016.
- AMATO, T.; WICKS, J. The practical application of computational fluid dynamics to dissolved air flotation, water treatment plant operation, design and development. **Journal of Water Supply: Research and Technology**, v. 58, n. 1, p. 65–73, 2009.
- ANSYS, I. **ANSYS Fluent Theory Guide - Release 15.0.** [s.l.] ANSYS, Inc., 2013a.
- ANSYS, I. **ANSYS Fluent Population Balance Module Manual- Release 15.0.** [s.l.] ANSYS, Inc., 2013b.
- BÉTTEGA, R. **Contribuições ao estudo da fluidodinâmica em leitos de jorro utilizando-se CFD.** [s.l.] 153 f. Tese de Doutorado em Engenharia Química. Departamento de Engenharia Química. Universidade Federal de São Carlos, 2009.
- BONDELIND, M.; SASIC, S.; KOSTOGLU, M.; BERGDAHL, L.; PETTERSSON, T. JR. Single- and two-phase numerical models of Dissolved Air Flotation: Comparison of 2D and 3D simulations. **Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects**, v. 365, n. 1–3, p. 137–144, 2010a.
- BONDELIND, M.; SASIC, S.; PETTERSSON, T. JR.; KARAPANTSIOS, T. D.; KOSTOGLU, M.; BERGDAHL, L. Setting Up a Numerical Model of a DAF Tank: Turbulence, Geometry, and Bubble Size. **Journal of Environmental Engineering-Asce**, v. 136, n. 12, p. 1424–1434, 2010b.
- BONDELIND, M.; STRÖM, H.; SASIC, S.; BERGDAHL, L. Eulerian modelling of the formation and flow of aggregates in Dissolved Air Flotation. **Conference on Modelling Fluid Flow (CMFF'12): The 15th International Conference on Fluid Flow Technologies, Budapest, Hungary**, 2012.
- CELIK, I. B.; GHIA, U.; ROACHE, P. J.; FREITAS, C. J.; COLEMAN, H.; RAAD, P.E. I. Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications. **Journal of Fluids Engineering**, v. 130, n. 7, p. 78001/1-78001/4, 2008.
- CHEN, A.; WANG, Z.; YANG, J. Influence of bubble size on the fluid dynamic behavior of a

- DAF tank: A 3D numerical investigation. **Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects**, 2016.
- CROSSLEY, I. A.; ROKJER, D.; KIM, J. Optimizing the DAF process utilizing two phase 3D CFD modeling. **Proc. AWWA Chicago, Illinois**, p. 35–41, 1999.
- DE SOUZA, J. F. A.; DE OLIVEIRA, L. R.; DE AZEVEDO, J. L. L.; SOARES, I. D.; MATA, M. Uma revisão sobre a turbulência e sua modelagem. **Revista Brasileira de Geofísica**, v. 29, n. 1, p. 21–41, 2011.
- EDZWALD, J. K. Review: Dissolved air flotation and me. **Water Research**, v. 44, n. 7, p. 2077–2106, 2010.
- EDZWALD, J. K.; HAARHOFF, J. **Dissolved air flotation for water clarification**. 1. ed. [s.l.] The McGraw-Hill Companies, Inc., 2011.
- ELSAYED, K.; LACOR, C. Numerical modeling of the flow field and performance in cyclones of different cone-tip diameters. **Computers and Fluids**, v. 51, n. 1, p. 48–59, 2011.
- EMMANOUIL, V.; SKAPERDAS, E. P.; KARAPANTSIOS, T. D.; MATIS, K. A. Two-phase simulations of an off-nominally operating dissolved-air flotation tank. **International Journal of Environment and Pollution**, v. 30, n. 2, p. 213–230, 2007.
- EMMANOUIL, V. A.; KARAPANTSIOS, T. D.; MATIS, K. A. Two- and three-phase simulations of an ill-functioning dissolved-air flotation tank. **International Journal of Environment and Waste Management**, v. 8, n. 1986, p. 215, 2011.
- FAWCETT, N. S. J. The hydraulics of flotation tanks: computational modelling. **Dissolved air flotation, Proceedings of the Int. Conf. Chartered Institute of Water and Environmental Management, London**, p. 51–71, 1997.
- GUIMET, V.; BROUTIN, C.; VION, P.; GLUCINA, K. CFD modeling of high-rate dissolved air flotation. **Proceedings of The 5th International Conference on Flotation in Water and Wastewater Systems, Seoul South Korea**, p. 113–119, 2007.
- HAGUE, J.; TA, C. T.; BIGGS, M. J.; SATTARY, J. A. Small scale model for CFD validation in DAF application. **Water Science and Technology**, v. 43, n. 8, p. 167–173, 1 abr. 2001a.
- HAGUE, J.; TA, C. T.; BIGGS, M. J. Dense Micro-bubble flow system CFD modeling and experimental validation. **4th international conference of multiphase flow, ICMF**, 2001b.
- HEJAZIAN, M.; MORAVEJI, M. K.; BEHESHTI, A. Comparative study of Euler and mixture

- models for turbulent flow of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluid inside a horizontal tube. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 52, p. 152–158, 2014.
- KOH, P. T. L.; MANICKAM, M.; SCHWARZ, M. P. CFD Simulation of bubble-particle collisions in mineral flotation cells. **Minerals Engineering**, v. 13, n. 14, p. 1455–1463, 2000.
- KOH, P. T. L.; SCHWARZ, M. P. CFD modelling of bubble-particle collision rates and efficiencies in a flotation cell. **Minerals Engineering**, v. 16, n. 11, p. 1055–1059, 2003.
- KOLEV, N. I. **Multiphase Flow Dynamics 2: Thermal and Mechanical Interactions**. 2. ed. Berlim: Springer, 2005.
- KOSTOGLU, M.; KARAPANTSIOS, T. D.; MATIS, K. A. CFD model for the design of large scale flotation tanks for water and wastewater treatment. **Industrial & Engineering chemical research**, v. 46, p. 6590–6599, 2007.
- KWON, S. B.; PARK, N. S.; LEE, S. J.; AHN, H. W.; WANG, C. K. Examining the effect of length/width ratio on the hydro-dynamic behaviour in a DAF system using CFD and ADV techniques. **Water Science and Technology**, v. 53, n. 7, p. 141–149, 2006.
- LAKGHOMI, B.; LAWRYSHYN, Y.; HOFMANN, R. Importance of flow stratification and bubble aggregation in the separation zone of a dissolved air flotation tank. **Water Research**, v. 46, n. 14, p. 4468–4476, 2012.
- LAKGHOMI, B.; LAWRYSHYN, Y.; HOFMANN, R. A model of particle removal in a dissolved air flotation tank: Importance of stratified flow and bubble size. **Water Research**, v. 68, p. 262–272, 2015.
- LAUNDER, B. E.; SPALDING, D. B. **Lectures in Mathematical Models of Turbulence**. [s.l.] Academic Press, London, England, 1972.
- LEHR, F.; MILLIES, M.; MEWES, D. Bubble-size distributions and flow fields in bubble columns. **AIChE Journal**, v. 48, n. 11, p. 2426–2443, 2002.
- LOPES, G. C. **Estudo computacional da dinâmica do escoamento reativo em risers industriais de FCC**. [s.l.] 129 f. Tese de Doutorado em Engenharia Química. Faculdade de Engenharia Química. Universidade Estadual de Campinas, 2012.
- LUNDH, M.; JÖNSSON, L.; DAHLQUIST, J. Experimental studies of the fluid dynamics in the separation zone in dissolved air flotation. **Water Research**, v. 34, n. 1, p. 21–30, 2000.

- LUNDH, M.; JÖNSSON, L.; DAHLQUIST, J. The flow structure in the separation zone of a DAF pilot plant and the relation with bubble concentration. **Water Science and Technology**, v. 43, n. 8, p. 185–194, 2001.
- LUNDH, M.; JÖNSSON, L.; DAHLQUIST, J. The influence of contact zone configuration on the flow structure in a dissolved air flotation pilot plant. **Water Research**, v. 36, n. 6, p. 1585–1595, 2002.
- LUO, H. **Coalescence, Breakup and Liquid Circulation in Bubble Column Reactors**. [s.l.] 201 f. PhD thesis from the Norwegian Institute of Technology. Trondheim, Norway, 1993.
- LUO, H.; SVENDSEN, H. F. Theoretical Model for Drop and Bubble Breakup in Turbulent Dispersions. **AIChE Journal**, v. 42, n. 5, p. 1225–1233, 1996.
- MATIS, K. A.; ZOUBOULIS, A. I. An overview of the process. In: **in K. A. Matis (ed.) Flotation Science and Engineering**. [s.l.] Marcel Dekker, Inc., New York, 1995.
- MORUZZI, R. B. **Avaliação da Influência da Distribuição de Tamanho de Partículas e do Binômio Velocidade/Tempo de Detenção na Zona de Reação no Desempenho da Flotação com Utilização de Sonda Ultrassônica e Técnica de Análise por Imagem**. [s.l.] 240 f. Tese de doutorado apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos: EESC – USP, 2005.
- NIEUWENHUIJZEN, A. VAN; GRAAF, J. VAN DER. **Handbook on Particle Separation Processes**. 1. ed. London, UK: IWA Publisher, 2011.
- PARK, M. A.; LEE, K. H.; CHUNG, J. D. Effects of Turbulence Models on Micro-bubble Distribution in Dissolved Air Flotation Process for Water Treatment. **The Asian Conference on Sustainability, Energy, and the Environment 2015**, 2015.
- PEÇANHA, R. P. **Sistemas particulados: operações unitárias envolvendo partículas e fluidos**. 1. ed. Rio de Janeiro, Brasil: Elsevier Editora Ltda., 2014.
- PINTO, S. I. G. **Emprego da ferramenta CFD para representação da estrutura de escoamento de uma unidade de flotação em escala piloto tratando água para abastecimento**. [s.l.] 159 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Hidráulica e Saneamento. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, 2013.
- REALI, M. A. P.; PATRIZZI, L. J. **The Influence of the Contact Zone Configuration on the Efficiency of a DAF Pilot Plant**. The 5th International Conference on Flotation in Water and Wastewater Systems, Seoul, Korea, 2007: [s.n.].

- RIBEIRO, J. A. **Contribuição ao estudo experimental e em CFD da fluidodinâmica de colunas de bolhas com aplicações na separação de misturas oleosas e processamento mineral por ar dissolvido.** [s.l.] 267 f. Tese de Doutorado em Engenharia Química. Faculdade de Engenharia Química. Universidade Federal de Uberlândia, 2012.
- ROACHE, P. J. Perspective: A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies. **Journal of Fluids Engineering**, v. 116, n. 3, p. 405–413, 1994.
- RODRIGUEZ, G. Y. **Avaliação de parâmetros globais de desempenho de biorreatores pneumáticos através de Fluidodinâmica Computacional.** [s.l.] 97 f. Tese de Doutorado em Engenharia Química. Departamento de Engenharia Química. Universidade Federal de São Carlos, 2015.
- SCHILLER, L.; NAUMANN, Z. A drag coefficient correlation. **Z. Ver. Deutsch. Ing.**, v. 77, p. 318–320, 1935.
- SCHWER, L. E. Is your mesh refined enough? Estimating Discretization Error using GCI. **7th LS-DYNA Anwenderforum**, v. 1, n. 1, p. 45–54, 2008.
- SHAMMAS, N. K.; BENNETT, G. . **Principles of Air Flotation Technology.** In: WANG, L.K.; SHAMMAS, N.K.; SELKE, W.A.; AULENBACH, D.B. **Handbook of Environmental Engineering, Flotation Technology.** 1. ed. New York City, USA: New York: Humana Press, ap. 1, p. 1-15, 2010.
- SLATER, J. . Examining spatial (grid) convergence. <http://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/tutorial/spatconv.html> acessado 25/05/2017, 2008.
- STRÖM, H.; BONDELIND, M.; SASIC, S. A novel hybrid scheme for making feasible numerical investigations of industrial three-phase flows with aggregation. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, v. 52, n. 29, p. 10022–10027, 2013.
- TA, C. T.; BECKLEY, J.; EADES, A. A multiphase CFD model of DAF process. **Water Science and Technology**, v. 43, n. 8, p. 153–157, 2001.
- WANG, L. K.; FAHEY, E. M.; WU, Z. Dissolved air flotation. In: WANG, L.K., Hung, Y.T., Shammass,N.K. (eds.) **Physicochemical treatment processes.** Totowa, Humana Press, Inc. p. 431–500, 2005.

## APÊNDICE A

Neste Apêndice A, estão apresentadas as simulações realizadas. No Quadro 12 são apresentados os códigos de cada uma das simulações, juntamente com suas principais características.

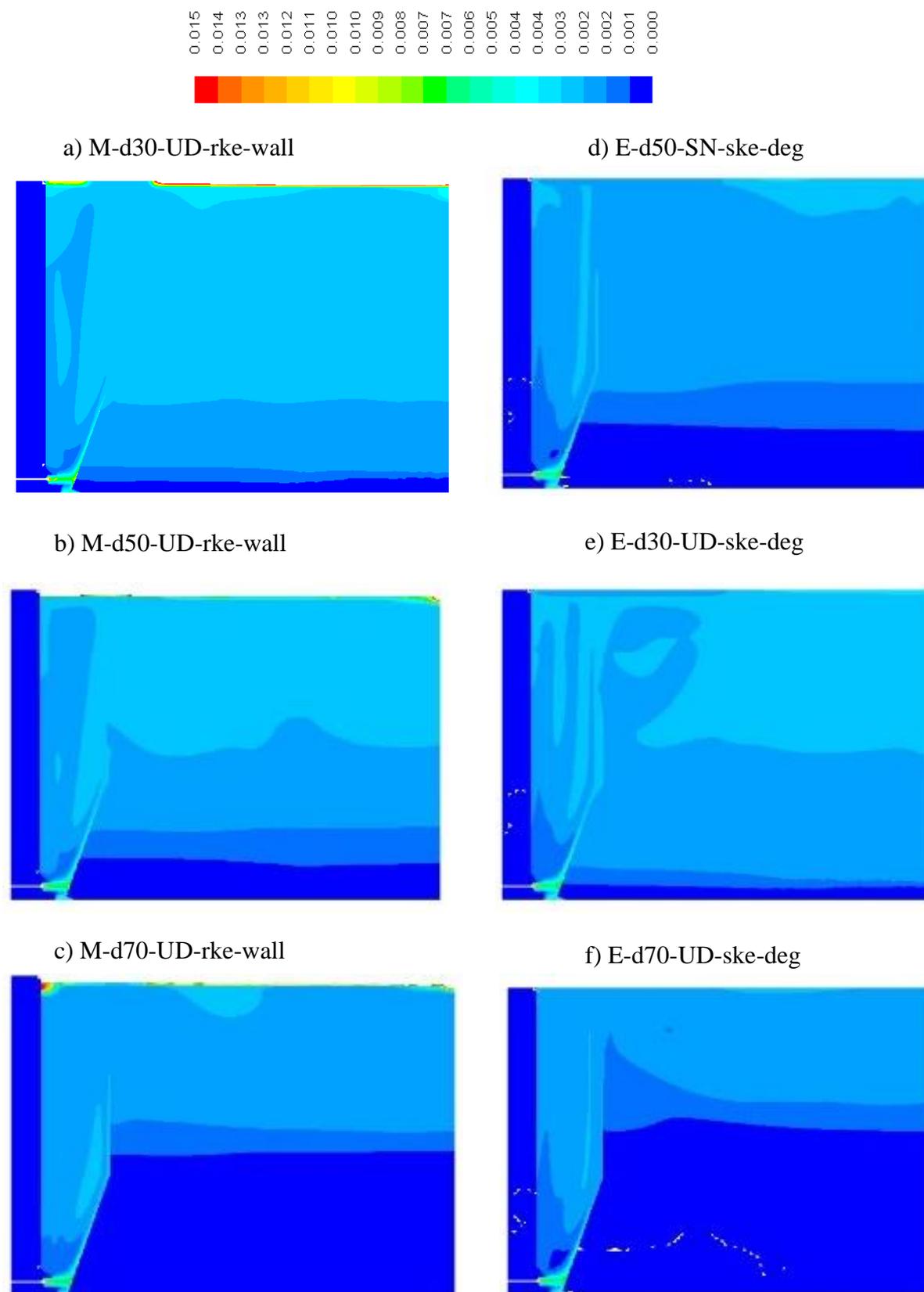
Quadro 12 – Códigos e características das simulações além das apresentadas no Quadro 6.

#	Código da Simulação	Modelo Multifásico	Diâmetro de bolha	Modelo de Arrasto	Modelo de Turbulência	Condição de Contorno na Superfície
1	M-d30-UD-rke-wall	Mixture	30 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ realizable	Wall frictionless
2	M-d50-UD-rke-wall	Mixture	50 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ realizable	Wall frictionless
3	M-d70-UD-rke-wall	Mixture	70 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ realizable	Wall frictionless
4	E-d50-SN-ske-deg	Euler	50 $\mu\text{m}$	Schiller-Naumann	$\kappa\text{-}\varepsilon$ standard	Degassing
5	E-d30-UD-ske-deg	Euler	50 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ standard	Degassing
6	E-d70-UD-ske-deg	Euler	70 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ standard	Degassing
7	E-d30-UD-rke-wall	Euler	30 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ realizable	Wall frictionless
8	E-d50-UD-rke-wall	Euler	50 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ realizable	Wall frictionless
9	E-d70-UD-rke-wall	Euler	70 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ realizable	Wall frictionless
10	E-d30-UD-rke-deg	Euler	30 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ realizable	Degassing
11	E-d70-UD-rke-deg	Euler	70 $\mu\text{m}$	Universal Drag	$\kappa\text{-}\varepsilon$ realizable	Degassing

Fonte: Autor (2018).

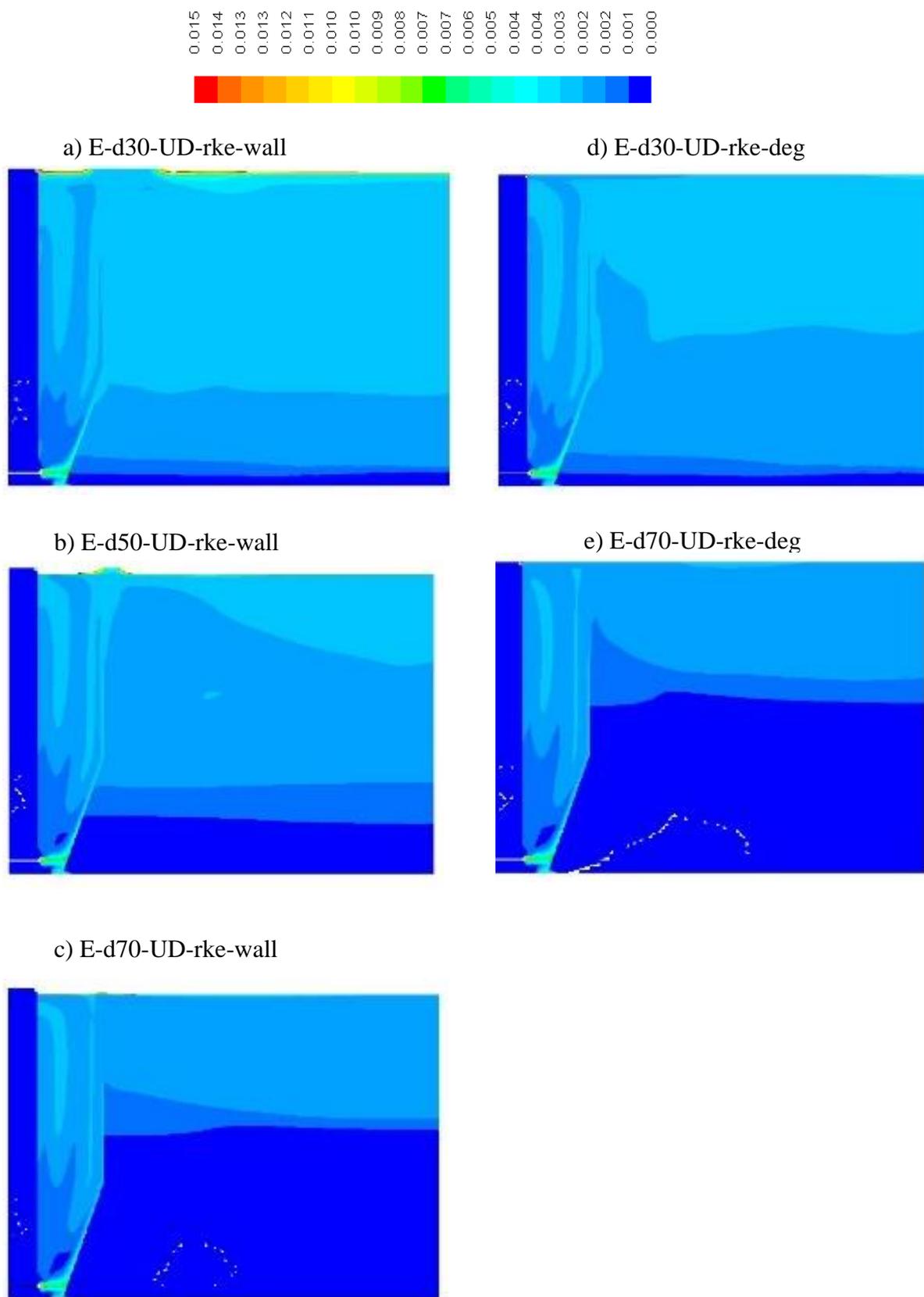
As representações dos mapas de contorno da fração volumétrica de ar encontram-se nas Figura 22 e Figura 23; e vetores velocidade da água, nas Figura 24 e Figura 25.

Figura 22 - Contornos fração volumétrica de ar para simulações do Quadro 12 (simulações de 1 a 6).



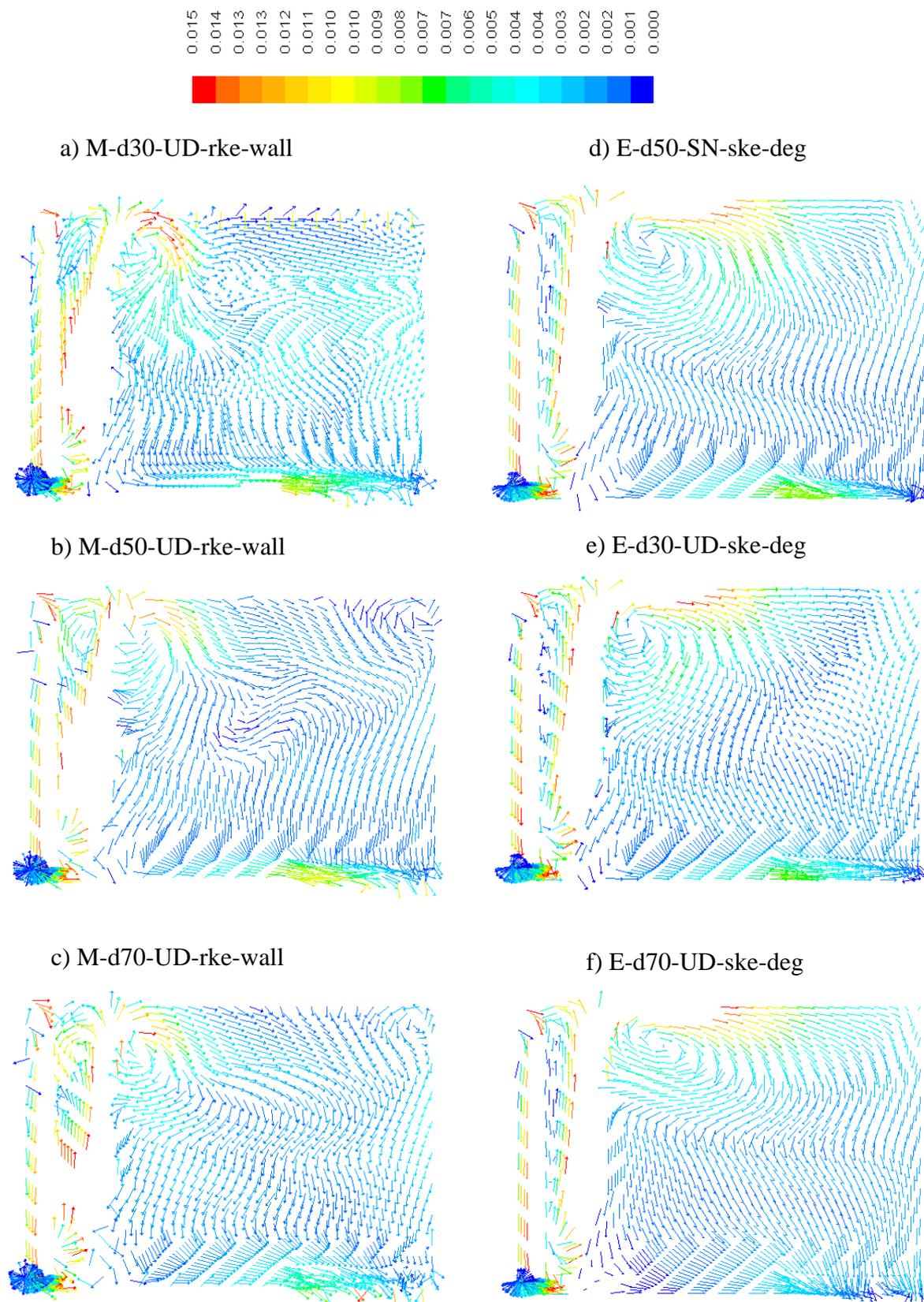
Fonte: Autor (2018).

Figura 23 - Contornos fração volumétrica de ar para simulações do Quadro 12 (simulações de 7 a 11).



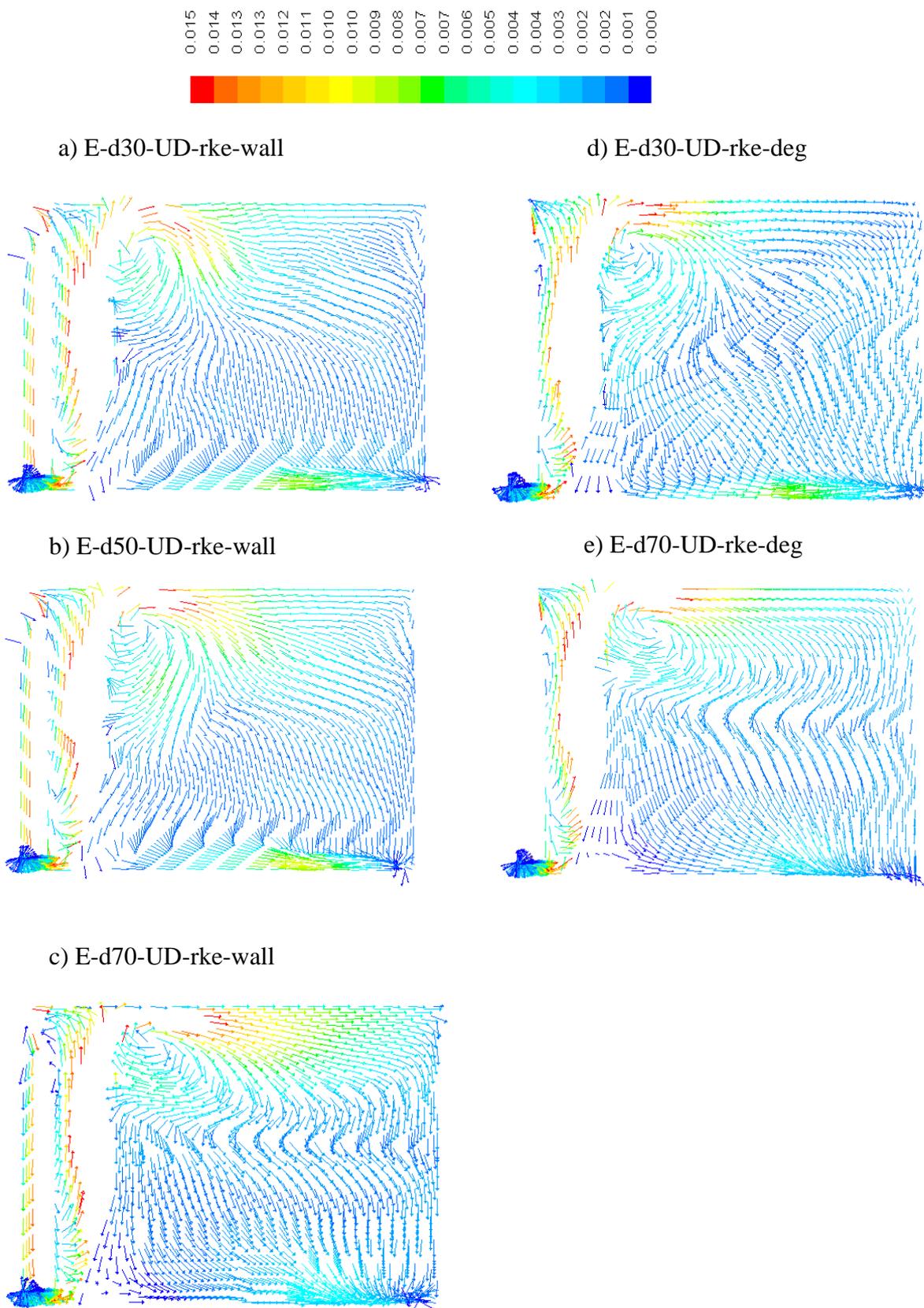
Fonte: Autor (2018).

Figura 24 – Vetores velocidade da fase água para simulações do Quadro 12 (itens de 1 a 6).



Fonte: Autor (2018).

Figura 25 – Vetores velocidade da fase água para simulações do Quadro 12 (itens de 7 a 11).



Fonte: Autor (2018).