



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS



WILSON GIOVANI DE SOUZA

**PESQUISA DE AULA - *LESSON STUDY*:
APRENDIZADOS E CONTRIBUIÇÕES DO
PROFESSOR OBSERVADOR EM UMA
SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE
FRAÇÕES**

SÃO CARLOS
JANEIRO DE 2025

Wilson Giovani de Souza

Pesquisa de Aula - *Lesson Study*: aprendizados e contribuições do Professor Observador em uma sequência didática para o ensino de frações

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, sob orientação da Professora Doutora Prof^a Dr^a Yuriko Yamamoto Baldin - UFSCar.

Universidade Federal de São Carlos
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas

Orientador: Prof^a Dr^a Yuriko Yamamoto Baldin - UFSCar

São Carlos
janeiro de 2025

Souza, Wilson Giovani de

Pesquisa de Aula - Lesson Study: aprendizados e contribuições do professor observador em uma sequência didática para o ensino de frações. / Wilson Giovani de Souza -- 2025.
107f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, São Carlos
Orientador (a): Yuriko Yamamoto Baldin
Banca Examinadora: Maria Alice Veiga Ferreira de Souza, Wladimir Seixas
Bibliografia

1. Ensino de Matemática. 2. Formação de Professores. 3. Pesquisa de Aula. I. Souza, Wilson Giovani de. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática
(SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Arildo Martins - CRB/8 7180

Wilson Giovani de Souza

Pesquisa de Aula - *Lesson Study*: aprendizados e contribuições do Professor Observador em uma sequência didática para o ensino de frações

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, sob orientação da Professora Doutora Prof^a Dr^a Yuriko Yamamoto Baldin - UFSCar.

Trabalho aprovado. São Carlos, 14 de fevereiro de 2025:

**Prof^a Dr^a Yuriko Yamamoto Baldin -
UFSCar**
Orientadora

**Prof^a Dr^a Maria Alice Veiga Ferreira
de Souza - IFES**
Convidado 1

Prof Dr Wladimir Seixas - UFSCar
Convidado 2

São Carlos
janeiro de 2025

Dedico este trabalho à Yasmin, minha companheira há uma década, e agora esposa. Este trabalho representa, simbolicamente, os tantos desafios já superados ao seu lado durante essa década.

Parafrazeando Carlos Drummond de Andrade:

Tinha uma dissertação no meio do casamento
no meio do casamento tinha uma dissertação.

Nunca me esquecerei desse acontecimento
na vida de minhas retinas tão fatigadas.

Tinha um casamento no meio da dissertação
no meio da dissertação tinha um casamento.

Agradecimentos

Aos meus pais e irmãos, minhas raízes, a quem tanto prezo. Pai, mãe, todas as minhas conquistas são suas. Eu tenho fé nas suas preces e sou movido pelo nosso amor. A nossa família é meu maior privilégio.

À minha esposa, Yasmin, pelo apoio, paciência, companheirismo e amor. Os anos passam e você segue sendo minha inspiração e energia.

À UFSCar, que por tantos anos foi minha segunda casa. Árduos caminhos foram percorridos, mas eles levaram à imensa satisfação.

Aos professores e colegas do PPGECE/PROMAT, com os quais vivenciei o processo de se superar para se aperfeiçoar, sempre buscando e compartilhando novos conhecimentos. Admiro cada um de vocês, guerreiros e heróis, e fico honrado em fazer parte dessa comunidade.

À escola, que tão cordialmente me recebeu e apoiou o desenvolvimento desta pesquisa.

À professora colaboradora do grupo de Pesquisa de Aula, Adriana Regina Pereira, por compartilhar comigo suas turmas, sua experiência e conhecimento, com muita paciência e gentileza.

Aos Professores Doutores Maria Alice Veiga Ferreira e Wladimir Seixas, por comporem a banca de avaliação de minha defesa.

E, por último, mas fundamental, à orientadora deste projeto, Prof^a Dr^a Yuriko Yamamoto Baldin. Este trabalho é mais uma gota oriunda da prolífica fonte de suas contribuições ao longo de toda uma vida dedicada à educação.

Muito obrigado!

Não tenho dúvida de que, se fosse preciso dividir os habitantes do mundo entre “sonhadores poéticos” e “pensadores racionais”, quase todos colocariam os matemáticos entre os pensadores racionais. No entanto, não há nada mais sonhador ou poético, nada tão radical, subversivo, e psicodélico quanto a matemática. A matemática é a mais pura das artes, assim como a mais incompreendida.

Paul Lockhart

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de nossa pesquisa sobre o ensino de tópicos de matemática básica, dentro do curso de Mestrado em Ensino de Matemática do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas da UFSCar. A pesquisa se baseou na experiência e nas reflexões do autor em sua participação, ao longo do ano de 2023, nas atividades de um grupo de pesquisa sobre a aplicação da Pesquisa de Aula - *Lesson Study* no ensino de Matemática. O tema do trabalho focou no ensino de frações e suas representações, em turmas de 6º ano de uma escola estadual situada em bairro periférico da cidade de São Carlos - SP. Os resultados são apresentados neste trabalho sob o ponto de vista do Professor Observador, papel desempenhado pelo autor durante a pesquisa. Trata-se de um papel exercido no processo de Pesquisa de Aula pelo pesquisador que não é regente das aulas e sim um colaborador que as observa criticamente, segundo um Plano de Aula elaborado coletivamente em um grupo de estudos, e fundamentado nos princípios da Pesquisa de Aula. O trabalho trouxe as aprendizagens do Professor Observador na aplicação de uma Aula-Pesquisa, um conceito central do processo de uma Pesquisa de Aula. A análise desta aula após sua realização permitiu a elaboração subsequente de uma sequência didática de ensino de frações em nível de 6º ano do Ensino Fundamental. A sequência foi adequada para o contexto em que se realizou a pesquisa, constituindo um resultado do aperfeiçoamento na formação do professor que ensina na Educação Básica. As evidências coletadas através da observação planejada e criteriosa das aulas, trouxeram significados para o papel do Professor Observador em uma Pesquisa de Aula. A investigação permitiu perceber a Pesquisa de Aula como uma alternativa metodológica para o desenvolvimento da prática docente.

Palavras-chave: Pesquisa de Aula, Professor Observador, Ensino de Frações.

Abstract

This paper presents the results of our research on the teaching of basic mathematics topics, within the Master's course in Mathematics Teaching of the Postgraduate Program in Exact Sciences Teaching at UFSCar. The research was based on the author's experience and reflections on his participation, throughout 2023, in the activities of a research group on the application of *Lesson Study* in mathematics teaching. The theme of the work focused on the teaching of fractions and their representations, in 6th grade classes at a state school located in a suburb of the city of São Carlos - SP. The results are presented in this paper from the point of view of the Observer Teacher, a role played by the author during the research. This is a role played in the *Lesson Study* process by the researcher, who is not the teacher of the lessons but a collaborator who critically observes them, according to a lesson plan drawn up collectively in a study group and based on the principles of *Lesson Study*. This work has shown the lessons learned by the Observer Teacher in the application of a Research Lesson, a central concept in the process of *Lesson Study*. The analysis of this lesson after it was carried out allowed for the subsequent development of a didactic sequence for teaching fractions at 6th grade level. The sequence was appropriate for the context in which the research was carried out, and is a result of the improvement in the training of teachers who teach in elementary education. The evidence collected through the planned and careful observation of lessons brought meaning to the role of the Observer Teacher in *Lesson Study*. The research made it possible to see *Lesson Study* as a methodological alternative for developing teaching practice.

Keywords: *Lesson Study*, Observer Teacher, Teaching Fractions.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Sala de aula tradicional no Japão antes da Restauração Meiji (1868) FONTE: (https://en.wikipedia.org/wiki/Education_in_Japan)	19
Figura 2 – Aula com a presença de professores observadores em uma escola pública de Tóquio, Japão, 2014 FONTE: (https://www.apmreports.org)	21
Figura 3 – A formação do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Shulman) FONTE: (FÉLIX, 2010)	23
Figura 4 – Etapas de um ciclo de Pesquisa de Aula, segundo <i>Lesson Study</i> FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	24
Figura 5 – Etapas de um ciclo de Pesquisa de Aula com os papéis dos colaboradores FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	26
Figura 6 – Diagrama de papéis de cada membro do Grupo de Estudos em PA - UFSCar (2023) FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	29
Figura 7 – Percentuais de acertos por conteúdos - Prova Paulista 2º bimestre de 2023 FONTE: https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/	31
Figura 8 – Habilidades da BNCC com frações - 4º ano FONTE: (BRASIL, 2017, p. 291)	34
Figura 9 – Habilidades da BNCC com frações - 5º ano FONTE: (BRASIL, 2017, p. 295)	35
Figura 10 – Habilidades da BNCC com frações - 6º ano FONTE: (BRASIL, 2017, p. 301)	36
Figura 11 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (1) FONTE: https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/	36
Figura 12 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (2) FONTE: https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/	37
Figura 13 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (3) FONTE: https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/	37
Figura 14 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (4) FONTE: https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/	37
Figura 15 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (5) FONTE: https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/	38
Figura 16 – Moldura do Estojo de Frações, com algumas peças de unidades fracionárias e sobreposta pela transparência referente à divisão do todo em “décimos” FONTE: (PEDAGÓGICA, 2024)	42
Figura 17 – Representação de frações equivalentes no Estojo de Frações, com uso da sobreposição das transparências FONTE: (PEDAGÓGICA, 2024)	42
Figura 18 – Plano de aula (1) FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	44

Figura 19 – Plano de aula (2) FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023) . . .	45
Figura 20 – Plano de aula (3) FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023) . . .	46
Figura 21 – Plano de aula (4) FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023) . . .	47
Figura 22 – Roteiro de atividades pós uso do Estojo de Frações FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	49
Figura 23 – Grupo de alunos durante a exploração livre do Estojo de Frações FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	60
Figura 24 – Alunos sobrepondo peças coloridas às transparências FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	65
Figura 25 – Professora Regente questionando a turma sobre o significado da transparência e sua relação com as demais peças do estojo de frações FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	67
Figura 26 – Alunos representando três quartos no Estojo de Frações FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	71
Figura 27 – Atividades de alunos do 6ºB FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	75
Figura 28 – Atividades de alunos do 6ºC FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	76
Figura 29 – Atividades de alunos do 6ºD FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	77
Figura 30 – Alunos trabalhando juntos na dinâmica proposta FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	81
Figura 31 – Sequência Didática apresentada no ICME - 15 (traduzida pelo autor) FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	85
Figura 32 – Folha de atividades de resolução de problemas FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	87
Figura 33 – Aluno faz uso do algoritmo para comparação de frações com denominadores distintos FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	89
Figura 34 – Aluno faz uso de representações pictóricas para comparar as frações FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	89
Figura 35 – Equívoco na adição de frações realizada pelo aluno FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	90
Figura 36 – Resposta com justificativa para a Questão 3 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	91
Figura 37 – Roteiro de exploração do Simulador de Frações (1) FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	94
Figura 38 – Roteiro de exploração do Simulador de Frações (2) FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	95

Figura 39 – Questionário sobre a exploração do Simulador de Frações FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	96
Figura 40 – Uma resposta para a Questão 1 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	97
Figura 41 – Uma resposta para a Questão 2 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	97
Figura 42 – Uma resposta para a Questão 3 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	98
Figura 43 – Uma resposta para a Questão 4 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	98
Figura 44 – Uma resposta para a Questão 5 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	98
Figura 45 – Uma resposta para a Questão 6 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	99
Figura 46 – Uma resposta para as questões 7 e 8 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	99
Figura 47 – Uma resposta para as questões 9 e 10 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	99
Figura 48 – Turma durante a aula com o Simulador de Frações na sala de leitura da escola FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	100
Figura 49 – Jogo acessado livremente pelos alunos ao final da aula FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)	100

Sumário

	Lista de ilustrações	9
1	INTRODUÇÃO	13
2	A PESQUISA DE AULA E O CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DE CONTEÚDO	18
2.1	As Origens da Pesquisa de Aula	18
2.2	A Pesquisa de Aula no Brasil e sua fundamentação no CPC	22
2.3	Aspectos metodológicos da Pesquisa de Aula	27
3	A PESQUISA DE AULA DO GRUPO DE ESTUDOS SOBRE FRAÇÕES	30
3.1	Motivações para a escolha do conteúdo curricular de frações	30
3.2	A pesquisa do material didático - <i>Kyouzai Kenkyu</i>	33
3.3	Escolha do material: Estojo de Frações	40
4	O PAPEL DO PROFESSOR OBSERVADOR NO CICLO DE UMA AULA- PESQUISA	43
4.1	O Plano da Aula-Pesquisa	43
4.1.1	Comentários Analíticos do Professor Observador (CPO) sobre o Plano da Aula-Pesquisa	51
4.2	Observação da Aula-Pesquisa	59
4.3	Reflexões posteriores	78
5	O PAPEL DO PROFESSOR OBSERVADOR NO PROCESSO DE PESQUISA DE AULA	83
5.1	Elaboração colaborativa de sequência didática	83
5.2	Segunda Aula-Pesquisa: Resolução de Problemas - 28/11/2023	86
5.3	Terceira Aula-Pesquisa: Atividade com o Simulador de Frações - 30/11/2023	92
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	101
	REFERÊNCIAS	104

1 Introdução

Esta dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da UFSCar, apresenta os resultados da pesquisa que desenvolvemos sobre o ensino de tópicos do currículo de Matemática da Educação Básica, com interesse na formação continuada de professores dessa disciplina.

Nesta pesquisa, realizamos, ao longo do ano de 2023, um trabalho coletivo, que contou com momentos práticos em aulas de Matemática para turmas de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual, situada em um bairro periférico da cidade de São Carlos - SP. O trabalho foi fundamentado na Pesquisa de Aula - PA (*Lesson Study*), apresentada nesta dissertação como um processo de investigação, no qual explicaremos seus princípios e seus itens essenciais, com destaque para a Aula-Pesquisa, objeto da análise deste trabalho.

Os princípios originais da PA estabelecem um processo metodológico de aperfeiçoamento profissional de professores, no qual docentes da Educação Básica atuam colaborativamente como pesquisadores de sua própria prática profissional. Isso significa desenvolver pesquisas de temas definidos com objetivos educacionais determinados, de forma organizada e estruturada, incluindo a elaboração, aplicação e análise de Planos de aula que favoreçam a aprendizagem dos alunos em relação a esses objetivos educacionais. Tal experiência permite uma reflexão aprofundada sobre itens importantes de um Plano de uma aula que possam contribuir com o alcance dos objetivos determinados para a aprendizagem dos alunos.

Como quadro teórico que corrobora com os princípios da Pesquisa de Aula, no que diz respeito ao desenvolvimento da prática docente tendo como critério a evidente aprendizagem dos alunos, adotamos o tripé de conhecimentos que conjuntamente compõem o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo - CPC, proposto por Shulman (1986) como base para a prática profissional docente.

Da experiência vivenciada ao longo das atividades coletivas de pesquisa do mencionado Grupo de Estudos sobre PA da UFSCar, resultaram dois produtos educacionais, constituídos do Plano de uma Aula-Pesquisa e uma sequência didática desenvolvida a partir da sua análise. Esses produtos educacionais serão disponibilizados no repositório da UFSCar.

A Aula-Pesquisa trata-se de uma aula especial, realizada com a presença de todos os membros do grupo, cada um com seu papel e de acordo com um Plano de autoria coletiva desse grupo, contendo elementos que permitam uma análise posterior pelo próprio

grupo e por outros observadores eventualmente convidados. Portanto, a realização de uma Aula-Pesquisa no processo de PA envolve a regência e a observação, dentro da sala de aula, desse Plano de Aula coletivamente pesquisado e elaborado pelo grupo de estudos.

A perspectiva deste trabalho é a de um autor que não foi regente, mas exerceu o papel de observador da Aula-Pesquisa, o que trata-se de uma experiência inovadora dentro do contexto cultural das escolas brasileiras. Não há hábitos no país de observar aulas com conhecimento prévio de um Plano elaborado coletivamente, desde os seus objetivos gerais e específicos, e com previsão de ações protagonizadas pelos alunos e suas eventuais dificuldades.

O Professor Observador tem a tarefa de auxiliar a análise do Plano elaborado, do qual é co-autor, com foco no alcance dos objetivos desenhados para a aprendizagem dos alunos, sem julgamentos de valor, mas sim com a intenção de coletar evidências que sirvam de avaliação formativa do processo de ensino e aprendizagem.

A estrutura da PA, em que todas as decisões são coletivas, é constituída por um ciclo de fases, a saber:

1. *Escolha do tema curricular a ser trabalhado com os alunos;*
2. *Pesquisa sobre o tema e os materiais didáticos (Kyouzai Kenkyu);*
3. *Planejamento coletivo da Aula-Pesquisa;*
4. *Execução observada da Aula-Pesquisa;*
5. *Reflexão coletiva sobre a Aula-Pesquisa;*
6. *Retomada, incluindo atualizações no Plano que favoreçam a melhoria em sua execução e o alcance dos objetivos de aprendizagem dos alunos, para possíveis novas aplicações ou pensando-se na continuidade da sequência curricular.*

Para entender o que significa elaborar um ciclo de PA que permita, a partir da realização de uma Aula-Pesquisa especial, a coleta de evidências que sustentem a percepção da eficiência de uma aula, é necessária trazer uma preparação dos professores-pesquisadores de uma PA.

Essa preparação começa com uma busca das respostas para as questões: O que ensinar? Por que ensinar? Para que ensinar? e Como ensinar (para que os alunos aprendam)?

A reflexão do grupo de pesquisa de uma PA sobre essas questões baseia a escolha de temas, material de ensino, proposta de tarefas, além da escolha de métodos e estratégias, e leva em consideração o preparo dos estudantes e seus conhecimentos prévios.

Nosso grupo foi composto por três colaboradores que assumiram papéis distintos que se complementam, de acordo com os princípios da Pesquisa de Aula.

- Professora Regente: foi a colega pesquisadora que realizou a execução da Aula-Pesquisa e das demais aulas da sequência didática nas turmas para as quais lecionava;
- Professor Observador: papel exercido pelo autor deste trabalho, que se trata de um pesquisador colaborador que não é regente das aulas, mas que as observa criticamente. Dessa maneira, como Professor Observador, analisei a execução do Plano de Aula-Pesquisa, do qual fui co-autor, tendo também colaborado com todas as etapas que antecedem a execução da Aula-Pesquisa. Após a análise da Aula-Pesquisa, continuei atuando como colaborador nas reflexões coletivas e na elaboração da sequência didática, em que inclui minha função como Professor Observador e co-autor.
- Professora Supervisora: foi a orientadora do presente trabalho, especialista acadêmica com vasta experiência em PA, que orientou os trabalhos do grupo ao longo de todas as suas etapas, tendo também atuado como Professora Observadora da Aula-Pesquisa.

Decidimos escolher como tema para nosso processo de Pesquisa de Aula o conteúdo de frações, com foco em sua nomenclatura e suas representações, por considerarmos que os índices de defasagem na aprendizagem de tal conteúdo, segundo avaliações diagnósticas da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP), corroboram com a percepção de professores e alunos quanto aos desafios de se ensinar e aprender frações. Além disso, são diversas as conexões curriculares com o tema de frações na BNCC que mostram sua relevância para a continuidade curricular dos conteúdos de matemática.

Os resultados da pesquisa realizada por nosso grupo são apresentados neste trabalho sob o ponto de vista do Professor Observador com o objetivo de esclarecer as contribuições do Professor Observador no processo de PA, e de apresentar os aprendizados do autor nesse papel, que evidenciam o desenvolvimento de sua identidade profissional como resultado dessa experiência.

Espera-se com isso contribuir na validação da Pesquisa de Aula como relevante alternativa metodológica para o desenvolvimento da formação continuada de professores, tanto para o Professor Pesquisador que atua como Regente - quanto para o que assume o papel de Observador -, bem como dos leitores interessados em aperfeiçoar sua prática profissional na educação.

Em Baldin, Silva e Félix (2023) os autores expõem o panorama de desenvolvimento da linha de pesquisa em PA no estado de SP, partindo da pesquisa individual do trabalho pioneiro de Félix (2010) até iniciativas de diretorias regionais de educação estadual, para a formação de grupos de estudo com professores em exercício.

A diferença circunstancial de termos conseguido constituir um grupo de estudos em PA dentro do programa de Mestrado Profissional no Enfoque no Ensino de Matemática da UFSCar em 2023, o que não havia sido possível até então, trouxe um pioneirismo ao presente trabalho, por apresentar a perspectiva de um Professor Observador.

Quanto a sua estrutura, a presente dissertação de mestrado se encontra dividida nos capítulos denominados e descritos abaixo:

1. *Introdução*
2. *Pesquisa de Aula e o Conhecimento Pedagógico de Conteúdo*: Aqui fazemos uma breve explanação histórica e conceitual sobre a Pesquisa de Aula como processo de aperfeiçoamento profissional de professores e estabeleceremos a conexão do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo, conforme concebido por Shulman, como quadro teórico de fundamentação para a Pesquisa de Aula no Brasil.
3. *A Pesquisa de Aula sobre frações do grupo de estudos da UFSCar*: Neste capítulo descrevemos o trabalho desenvolvido pelo nosso grupo e apresentado o conteúdo curricular escolhido como tema para o desenvolvimento do nosso trabalho com Pesquisa de Aula. Além disso, justificamos a escolha do material físico denominado Estojo de Frações como resultado da etapa de Pesquisa do Material Didático (*Kyouzai Kenkyu*).
4. *O papel do Professor Observador no ciclo de uma Aula-Pesquisa*: Capítulo responsável por esclarecer como se deu a atuação do autor na fase de planejamento e execução/observação da Aula-Pesquisa, na qual assumiu o papel de Professor Observador, apresentando evidências de sua colaboração e uma análise do papel desempenhado, sob o ponto de vista do próprio Professor Observador. O Plano desta Aula-Pesquisa, de coautoria dos membros do grupo, constitui nosso primeiro produto educacional, a ser disponibilizado no repositório da universidade.
5. *O papel do autor no processo de Pesquisa de Aula*: Capítulo destinado a esclarecer o papel do autor como colaborador ao longo do processo de Pesquisa de Aula como um todo. Apresentará a sua colaboração nas etapas posteriores à Aula-Pesquisa, de reflexão coletiva e retomada, das quais resultou, como segundo produto educacional da pesquisa, uma sequência didática para a promoção da construção de conceitos iniciais sobre frações e suas representações, que também será disponibilizada no repositório.
6. *Considerações Finais*: Nas quais o autor discorre, do ponto de vista pessoal e profissional, sobre a contribuição deste trabalho em sua formação, bem como destaca os desafios encontrados e as expectativas de impacto desta experiência no futuro de sua atuação docente.

7. *Referências Bibliográficas*: Listagem do referencial bibliográfico utilizado para a elaboração do trabalho.

2 A Pesquisa de Aula e o Conhecimento Pedagógico de Conteúdo

2.1 As Origens da Pesquisa de Aula

Neste texto utilizaremos o termo Pesquisa de Aula - PA (do japonês *Jyugyo Kenkyu*, *Jyugyo* = aula, *Kenkyu* = pesquisa, adotando a grafia de Isoda, Stephens et al (2007) como foi introduzido no Brasil pelos trabalhos desenvolvidos no PPGECE - UFSCar, desde 2009 (FELIX, 2010).

Esse conceito, traduzido em inglês e difundido no Ocidente como *Lesson Study*, consiste de um processo de formação continuada de professores, que é prática estabelecida entre os professores do Japão, onde se originou há mais de um século (ISODA et al., 2007) e que vem sendo pesquisado a nível mundial nas últimas décadas como uma proposta de desenvolvimento profissional de professores por meio de investigação sistemática das aulas, que busca dirimir as dificuldades de ensino e aprendizagem escolar, especialmente em Matemática, conforme apontado em (BALDIN, 2010).

Segundo (ISODA, 2010) citado por (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023), as origens da Pesquisa de Aula remontam ao advento de um sistema educacional no Japão, marcado pela instalação do Ministério da Educação em 1873. Sobre o momento histórico que marcou a introdução de um novo paradigma de educação no Japão, temos:

Este estabeleceu o regime de escolas com instalações padronizadas de salas de aula e introduziu a figura do professor para muitos alunos, com esquemas organizados e por anos escolares. A cultura, antes da Restauração Meiji (1868), de ensino individualizado ou para pequenos grupos, de forma personalizada em ambientes de sala de estudos, exigiu uma mudança radical após a instalação do Ministério de Educação em 1873. ((BALDIN; SILVA; FELIX, 2023, p. 138)

Esse processo de transformação em toda a estrutura educacional do Japão, passando pelas metodologias de ensino, pela organização dos espaços educacionais e dos estudantes em sala de aula, bem como pelo propósito da figura do professor, ocorreu, desde o início, como fruto de pesquisa dos próprios professores japoneses sobre o modelo ocidental de aulas expositivas com que passaram a ter contato (SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018).

Tradicionalmente, no Japão, um ambiente de ensino se constituía de um professor em uma sala ensinando vários alunos de diferentes níveis de conhecimento e facilidades de aprendizagem (...) Não havia, nesses ambientes, aulas expositivas de um professor mostrando fatos novos para que os alunos aprendessem todos juntos. (SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018, p. 118)



Figura 1 – Sala de aula tradicional no Japão antes da Restauração Meiji (1868)
FONTE: (https://en.wikipedia.org/wiki/Education_in_Japan)

O contexto histórico em que tal processo de transição se iniciou, e como se originou esse paradigma de pesquisa dos professores japoneses sobre sua prática, foi descrito em (FELIX, 2010), que aponta as características que moldaram o que veio a ser a Pesquisa de Aula.

Com o objetivo de difundir os conhecimentos ocidentais e a metodologia de ensino mais abrangente, o governo contratou professores estrangeiros para lecionar nessas escolas de formação para que, entre outras coisas, ensinem matérias da cultura ocidental e métodos pedagógicos de estilo ocidental, por exemplo, a aula expositiva. [...] Logo, os professores japoneses começaram a assistir às aulas dos professores ocidentais, aprendendo além do conteúdo, a lecionar à moda ocidental, uma vez que esses não ensinavam pelo método da instrução individualizada. Assim, os alunos e futuros professores estudavam o método de ensino buscando uma forma de adaptá-lo ao ensino japonês. (FELIX, 2010, p. 14)

Ou seja, o processo de construção da Pesquisa de Aula começou a ser desenvolvido pelos professores no Japão a partir da introdução de novos modelos de salas de aula escolares, como o usual no mundo ocidental de hoje.

Diante do interesse e da necessidade de aprender a ensinar de acordo com esse modelo, há cerca de 150 anos os japoneses passaram a pesquisar as aulas, no sentido de realizar uma investigação coletiva e sistemática para “compreender melhor a aprendizagem

dos alunos e a utilização de roteiros e materiais didáticos elaborados, conforme os objetivos de aprendizagem estabelecidos pelo currículo” (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023, p. 138).

Conforme apontado em Félix (2010), os professores formados pela escola normal de Tóquio, que apreenderam o método da aula expositiva com os professores estrangeiros, passaram a utilizá-la na regência de aulas em escolas de Ensino Fundamental de todo o país.

Félix (2010) aponta também que, como parte dessa investigação sistemática e coletiva, deu-se início à atividade de observação de aulas. Nessa prática, as aulas eram observadas por outros professores, enquanto um atuava como regente. E esses Professores Observadores não presenciavam as aulas como meros espectadores, mas “faziam observações, anotações e comentários acerca de materiais didáticos e sobre a aula. Depois, tais anotações eram discutidas em sessões de críticas entre os professores participantes” (FELIX, 2010, p. 15).

Assim, o papel dos Professores Observadores era de pesquisadores para contribuírem com as análises críticas na fase pós-aula observada - parte da fase da PA - sem interferirem na regência durante as aulas que observaram.

Portanto, um aspecto fundamental da atuação desses observadores é que

Os professores examinavam atentamente o método expositivo, tecendo críticas e reflexões sobre o caminhar dos conceitos, mas principalmente focavam suas observações sobre o que e como os alunos aprendiam. Assim, desde o início, a observação de uma aula modelo não era contemplativa do procedimento ou de atitudes, mas sim, uma fonte de investigação para a melhoria da compreensão sobre “como ensinar para que um aluno aprenda o máximo. (SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018, p. 118)

Desde então, esse trabalho colaborativo de pesquisa se consolidou na cultura educacional japonesa, sendo parte da prática profissional comum dos professores do Japão até hoje.

Na próxima seção, descrevemos como se introduziu e se adaptou a PA no Brasil, mantendo os princípios originais, conforme realizado em nossa pesquisa.



Figura 2 – Aula com a presença de professores observadores em uma escola pública de Tóquio, Japão, 2014
FONTE: (<https://www.apmreports.org>)

2.2 A Pesquisa de Aula no Brasil e sua fundamentação no CPC

Baldin, Silva e Félix (2023) descrevem a motivação para desenvolver os projetos de PA no Brasil a partir de 2009 como se segue:

No International Congress on Mathematics Education-ICME 9 (ICMI-IMU) de 2000, realizado no Japão, a primeira autora, em contato com os professores e pesquisadores japoneses, teve conhecimento da metodologia *Lesson Study*, ocasião em que foram identificados seus elementos que poderiam impulsionar as pesquisas realizadas no Brasil na direção de reformas curriculares dos cursos de matemática, cujas discussões estavam em curso no país, visando à formação de professores capacitados para as demandas do século XXI. (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023, p. 136)

Considerando que a PA tem como princípio investigar como planejar e executar uma aula em que o aluno aprenda o máximo, o início da PA no Brasil buscou fundamentar o conhecimento do professor que sabe ensinar. No sentido de aperfeiçoar a gama de conhecimentos que devem ser mobilizados pelo professor para proporcionar aos alunos uma aprendizagem que cumpra com os objetivos determinados, a PA no Brasil buscou essa fundamentação no Conhecimento Pedagógico de Conteúdo - CPC (do original *Pedagogical Content Knowledge - PCK*) (SHULMAN, 1986).

O CPC propõe que a prática profissional de um professor mobiliza diferentes tipos de conhecimento, sendo o conhecimento do conteúdo a ser ensinado apenas um deles. Para transmitir tal conhecimento na perspectiva de que ele seja aprendido, não basta que o professor domine o conteúdo específico da matéria, pois outros conhecimentos da sua profissão também são demandados (SHULMAN, 1986). Nas palavras do autor:

Outro tipo de conhecimento do conteúdo é o conhecimento pedagógico do conteúdo, que vai além do conhecimento do assunto em si e abrange o conhecimento da matéria para ensiná-la. [...] incluo as formas mais úteis de apresentação de ideias, as melhores analogias, descrições, exemplos, explicações e demonstrações, em sequência, as formas de apresentar e expor um tema para que outros o entendam. Como não existem maneiras melhores de apresentar, o professor deve lidar com um verdadeiro arsenal de formas alternativas, algumas delas baseadas em pesquisas e outras em experiência prática. (SHULMAN, 1986, p. 7)

Segundo o conceito de CPC, são três os pilares de conhecimentos em que se baseia a prática docente: o Conhecimento (Específico) do Conteúdo, o Conhecimento de Métodos Pedagógicos e o Conhecimento do Contexto de Ensino (SHULMAN, 1986), constituindo o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (CPC). Sobre isso Shulman afirma ainda:

O conhecimento pedagógico do conteúdo também inclui compreender o que torna o aprendizado de determinados temas mais fácil ou mais difícil [...] O estudo de equívocos dos alunos e a maneira como eles influenciam a aprendizagem subsequente é um dos tópicos mais frutíferos na pesquisa

sobre processos cognitivos. Esse conhecimento baseado na investigação, é um elemento importante da compreensão pedagógica das disciplinas e deve estar no centro da nossa definição dos conhecimentos pedagógicos necessários. (SHULMAN, 1986, p. 7)

A composição do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo - CPC, como resultado dessa rede de conhecimentos pode ser esquematizada conforme a figura a seguir.



Figura 3 – A formação do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Shulman)
FONTE: (FÉLIX, 2010)

Desde 2009 a adaptação dos princípios da PA para aulas de Matemática no Brasil é objeto de estudo de uma linha de investigação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas - PPGECE da UFSCar. As investigações realizadas dentro desse Programa de Pós-Graduação se fundamentam no conceito de CPC para desenvolverem o processo de PA, desde o início, quando atuavam nessa linha de investigação apenas um professor pesquisador e sua orientadora (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023). Nos trabalhos sobre PA desenvolvidos neste programa desde então, os princípios adaptados eram enunciados da seguinte maneira:

- a) planejamento cuidadoso de aulas sobre tópicos selecionados dentro do Currículo proposto pela Secretaria de Estado da Educação do Estado de São Paulo, incluindo as considerações sobre as metodologias adotadas, o material didático escolhido, o estabelecimento dos objetivos e o desenvolvimento das atividades, além de conter expectativas sobre o comportamento e as respostas dos alunos à atividade proposta;
- b) execução da aula usando a metodologia de Resolução de Problemas, com participação ativa dos alunos em cada etapa da resolução, desde a compreensão do problema, estabelecimento de estratégias e análise da resolução, estimulando a indagação e descoberta de respostas pelos

alunos; c) seção de revisão após a aula, baseada na observação das atitudes e ações dos alunos e de si próprio durante a aula, anotadas como diário de bordo, e também nas observações registradas por eventuais observadores. (BALDIN, 2010, p. 3)

Embora no trabalho de Félix (2010), não houvesse ainda um grupo de estudos em PA, o caráter coletivo de pesquisa que caracteriza o processo de Pesquisa de Aula impulsionou a disseminação e a criação de vários grupos de estudo sobre PA no Brasil a partir desse trabalho pioneiro. Nesse sentido, deram continuidade à essa linha de pesquisa os estudos de (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023) e recentes eventos de seminários internacionais, como o Seminário Internacional de *Lesson Study* em Ensino de Matemática - SILSEM.¹

Em 2023 houve a formação do grupo de estudos em PA dentro das investigações de trabalho de conclusão de mestrado dos programas PPGECE e Profmat - UFSCar. O presente trabalho é resultado de pesquisas deste grupo, que permitiu aprofundar um olhar inovador sobre o papel de Professor Observador. Conforme adotadas e executadas nos trabalhos desse grupo de estudos, as fases essenciais da PA, de acordo com os princípios originais, são ilustradas na seguinte figura.

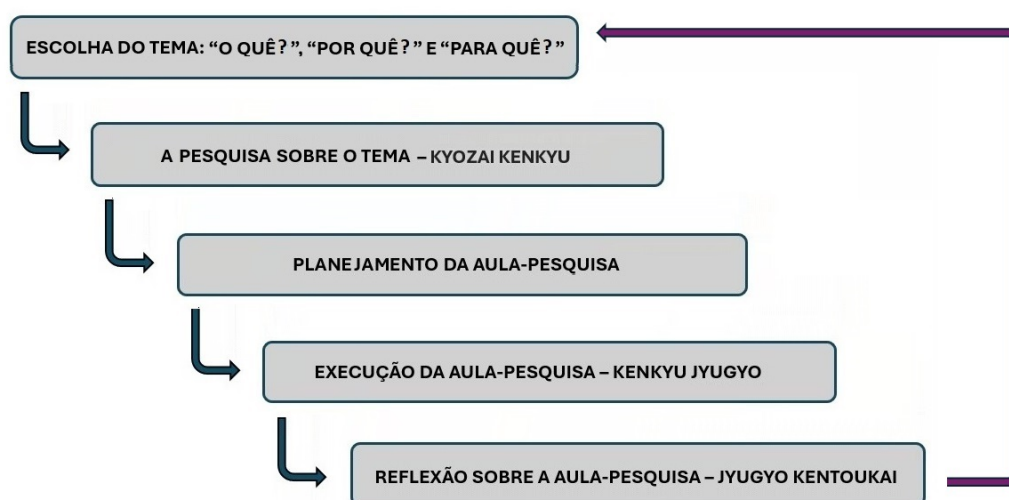


Figura 4 – Etapas de um ciclo de Pesquisa de Aula, segundo *Lesson Study*
FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Os agentes de uma Aula-Pesquisa possuem papéis distintos como pesquisadores do processo de PA. Há o Professor Regente - PR, como o professor do grupo destacado para executar a Aula-Pesquisa, e os demais participantes, que são pesquisadores que atuam como Professores Observadores - PO, observando criticamente a Aula-Pesquisa para

¹ <https://mat.unb.br/index.php/outras-noticias/824-seminario-internacional-de-lesson-study-no-ensino-de-matematica-ensino>

contribuírem analiticamente com as reflexões posteriores. Entre os PO, encontram-se os Professores Supervisores/Orientadores - PS do projeto de PA e os especialistas convidados.

Na Figura 5, identificamos os agentes e seus papéis nas etapas da Pesquisa de Aula desenvolvida pelo nosso grupo.

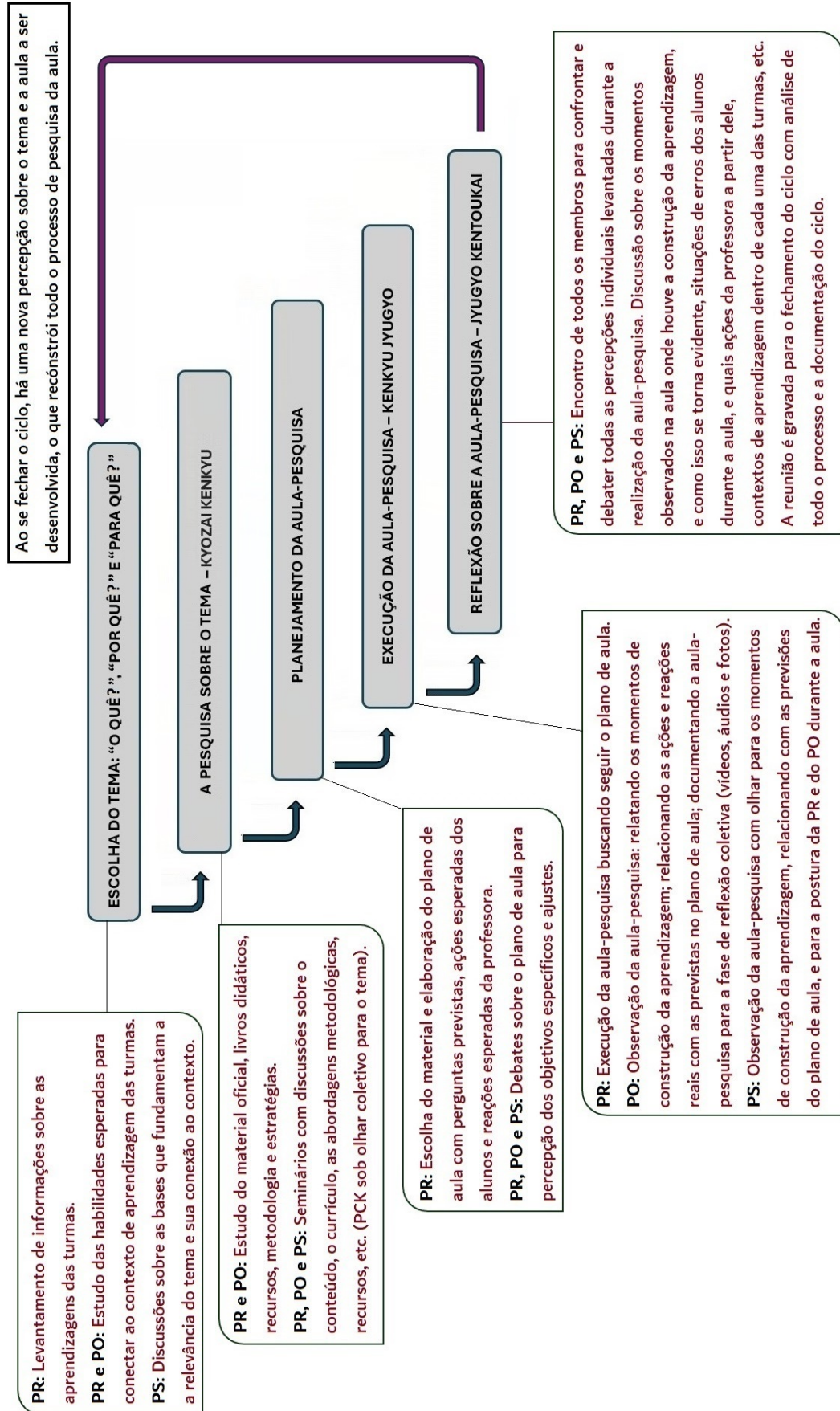


Figura 5 – Etapas de um ciclo de Pesquisa de Aula com os papéis dos colaboradores
 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

2.3 Aspectos metodológicos da Pesquisa de Aula

A Pesquisa de Aula, como concebida originalmente, consiste na pesquisa realizada por grupos de professores sobre a sua própria prática profissional. De acordo com Isoda e colaboradores (2022) a Pesquisa de Aula é uma prática de desenvolvimento profissional docente, conduzida coletivamente pelos professores, na qual o grupo planeja uma aula, e, em seguida, um professor implementa a aula planejada com seus alunos enquanto outros observam e analisam criticamente essa aula. Posteriormente, o grupo se reúne para refletir juntos sobre a experiência de execução da aula planejada.

Nossa PA foi realizada por etapas esquematizadas como na Figura 4 em que a reflexão inicial, a preparação e o planejamento de atividade didática precedem a execução na sala de aula, que é seguida de uma análise coletiva do Plano e da atividade. A sequência dessas etapas também pode ser descrita como a seguir:

1. Escolha de um conteúdo do currículo das turmas em que o trabalho prático será aplicado, de modo que tal conteúdo seja o tema da PA;
2. Estudo do tema escolhido, incluindo a pesquisa documental do currículo, o aprofundamento no conhecimento específico a ser abordado com os alunos e a pesquisa de materiais didáticos e metodologias de ensino (*Kyouzai Kenkyu*);
3. Planejamento da Aula-Pesquisa, no qual se determina o material didático e a estratégia de ensino a ser utilizada na regência da aula e se produz o Plano da Aula-Pesquisa, no qual devem constar as ações coletivamente planejadas para serem executadas pela professora regente e a expectativa de reação dos alunos, com dúvidas, dificuldades e comentários esperados e como tratá-los;
4. Execução observada da Aula-Pesquisa (executada pela professora responsável pela disciplina nas turmas (PR) e observada pelo autor deste trabalho e sua orientadora, participando como PO e PS, respectivamente);
5. Reflexão pós Aula-Pesquisa, na qual o grupo se reúne para trocar impressões e debater sobre a execução/observação da Aula-Pesquisa;
6. Retomada: atualizações no Plano que melhorem sua execução e os resultados na aprendizagem dos alunos, de acordo com os objetivos determinados, para possíveis novas aplicações ou influências na continuidade da sequência curricular.

O fechamento do ciclo de PA, que representaria a Retomada não é uma etapa muito usual, por exemplo, no Japão, mas pode implicar em um novo ciclo, a partir de uma nova Aula-Pesquisa. No processo de PA realizado pelo nosso grupo, foram realizados

quatro ciclos de Aula-Pesquisa (um por turma), com análises e ajustes de um mesmo Plano de Aula.

Essa sequência metodológica de etapas do processo se baseia na busca de respostas às perguntas essenciais do trabalho docente: “O que ensinar?”; “Por que ensinar?”; “Para que ensinar?” e “Como ensinar?”.

Na fase de reflexão inicial é crucial a escolha do tema da PA e o conhecimento (CPC) (SHULMAN, 1986) do grupo sobre este tema dentro do currículo e do contexto escolar onde ocorrerá a atividade didática.

Para a preparação do tema e o planejamento dessa atividade didática especial, planejada para a execução e observação crítica, denominada Aula-Pesquisa, é necessária uma pesquisa do material didático (em japonês, *Kyouzai Kenkyu*) e das estratégias de ensino.

Na nossa pesquisa, o tema escolhido para a primeira Aula-Pesquisa do processo de PA foi frações para o 6º ano do Ensino Fundamental, levando em consideração o contexto das turmas para as quais a professora regente do grupo lecionava. Mais especificamente, focamos em trabalhar com “números fracionários, sua nomenclatura e representação”. Tal escolha foi baseada nas reflexões do grupo sobre a análise dos diagnósticos de aproveitamento de aprendizagem dos alunos em provas oficiais, como o SARESP e a Prova Paulista SEDUC SP (2022).

Considerando o tema escolhido, a análise subsequente do material didático, incluindo o currículo (BALDIN; SILVA; SOUZA, 2022), livros didáticos, apostilas, materiais digitais e concretos, contribuiu para a determinação de como o tema seria abordado na primeira Aula-Pesquisa do processo.

Durante essa experiência coletiva os pesquisadores geram, acumulam e compartilham conhecimento com seus pares, constituindo uma prática investigativa de desenvolvimento profissional. Para isso, a PA se inicia com uma reflexão prévia do conteúdo para o planejamento de uma aula que contenha expectativas da reação participativa dos alunos. Tais participações são registradas como evidências do processo de ensino e aprendizagem, a serem posteriormente analisadas pelo grupo.

Sobre a análise pós Aula-Pesquisa seguimos a orientação de Baldin (2009):

Após a aula, o grupo se reúne para uma avaliação reflexiva e crítica com foco sobre a aprendizagem dos alunos, e a aula é aprimorada para ser executada em outras salas ou turmas, até mesmo em outras escolas. As aulas revisadas constituem, assim, resultado de pesquisa da prática docente, com foco na avaliação da aprendizagem efetiva e participativa dos alunos. (BALDIN, 2010, p. 2)

Como podemos ver, a Pesquisa de Aula contribui para a melhora do ensino pela

troca de experiências entre os pares, que os tiram da zona de conforto de seus 'paradigmas' de ensino e os estimulam a refletir e inovar em sua prática docente. O professor se sente "melhor professor" na medida em que a aprendizagem de seus alunos é mais evidente, através de uma prática investigativa sobre a própria prática docente.

A Figura 6 esquematiza a composição do nosso grupo de estudos em PA.

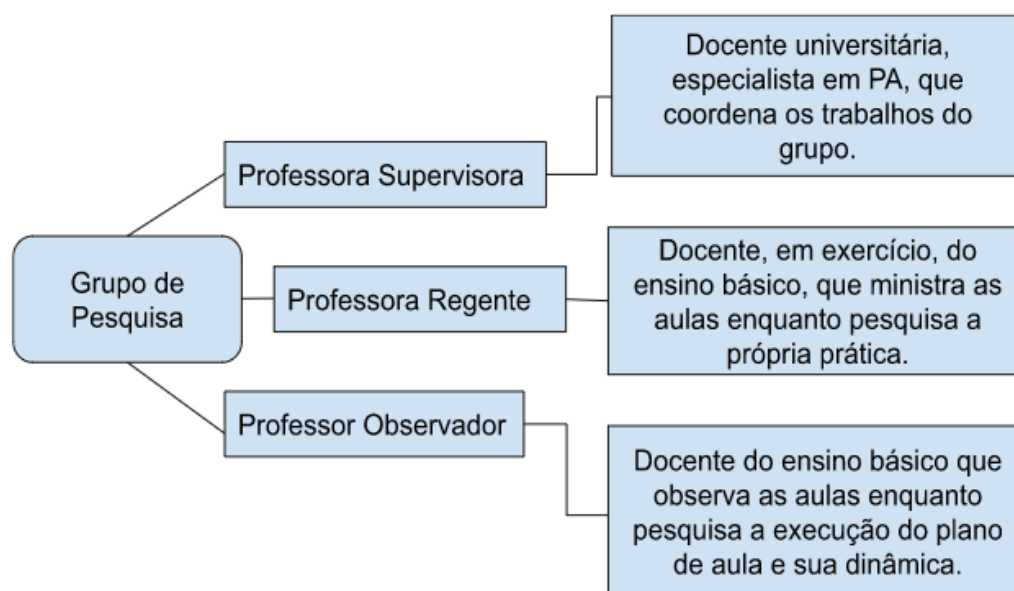


Figura 6 – Diagrama de papéis de cada membro do Grupo de Estudos em PA - UFSCar (2023)

FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

3 A Pesquisa de Aula do grupo de estudos sobre frações

3.1 Motivações para a escolha do conteúdo curricular de frações

Conforme mencionado anteriormente, a professora-pesquisadora que assumiu o papel de Professora Regente em nosso grupo de estudos em PA, tinha, no ano de 2023, turmas de 6^o ano do Ensino Fundamental a si atribuídas na escola em que atuava. Portanto, trabalharíamos com alunos em transição de ciclo escolar pós Pandemia de Covid 19 e precisávamos escolher um tema curricular considerando os conhecimentos prévios dos alunos e as defasagens agravadas por esse contexto.

Fomos motivados a escolher trabalhar com o conteúdo de frações e suas representações, devido aos índices estatísticos que apontam defasagem na aprendizagem de tópicos relacionados a tal conteúdo, de acordo com avaliações diagnósticas externas, elaboradas e aplicadas pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP), como o SARESP e a Prova Paulista. Nas palavras da própria professora das turmas:

Atualmente, os baixos percentuais de acertos em provas externas nas questões envolvendo frações são motivo de preocupação, apontados, inclusive, em formações para professores promovidas pela Diretoria de Ensino. Nesse sentido, observamos os índices de acertos dos nossos alunos, das quatro turmas de sexto ano, em questões da Prova Paulista do segundo bimestre de 2023 (PEREIRA, 2025, p. 32)

Como explicado pela autora, os dados consultados são referentes aos conteúdos previstos para o segundo bimestre daquele ano letivo, por isso incluem outros temas além do considerado em nossa pesquisa. Mas isso nos permite, inclusive, comparar os índices de desempenho em diferentes conteúdos cobrados na Prova Paulista, entre eles, o de frações.

Analisando a tabela podemos notar pelos percentuais de acerto, organizados em ordem crescente que habilidades referentes a conteúdos relacionados a frações estão entre as menos desenvolvidas pelos alunos.

Na Figura 7 podemos ver a tabela com esses resultados, que consta em Pereira (2025), extraída da base de dados da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

DESEMPENHO POR CONTEÚDO

DESCRITORES

CONTEÚDOS

(%) Acertos

7,3%	Figuras Geométricas: Polígonos	Traçar as diagonais de um polígono
7,3%	Fração como parte de um todo. Fração como quociente. Fração de um número natural	Compreender a fração como quociente de dois números naturais
12,9%	Ângulo: noção, usos e medidas	Classificar ângulos de acordo com a medida
12,9%	Quadriláteros e suas características	Identificar características dos quadriláteros
13,7%	Fração: simplificação de frações	Simplificar frações até a forma irredutível
20,2%	Cálculo da área de triângulos	Calcular área de triângulos
21,0%	Comparação de frações. Frações equivalentes	Identificar frações equivalentes
21,8%	Ângulo: noção, usos e medidas	Reconhecer giros de quartos de volta em torno de um ponto
23,4%	Comparação de frações. Frações equivalentes	Comparar frações equivalentes
23,4%	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados	Identificar os vértices de um polígono a pares ordenados
25,8%	Classificação dos triângulos em relação a medida dos lados e ângulos	Classificar triângulos em relação a medida dos lados e ângulos
25,8%	Figuras Geométricas: Polígonos	Identificar figuras geométricas com as características de um polígono. Classificar polígonos em convexos ou côncavos
25,8%	Triângulos: classificação em relação a medida dos lados	Classificar triângulos de acordo com a medida dos lados (equilátero, isósceles ou escaleno)
26,6%	Área de retângulos	Resolver problemas calculando a área de retângulos
27,4%	Fração: fração na reta numérica	Localizar e associar números racionais positivos a pontos da reta numérica
30,6%	Fração como parte de um todo. Leitura e escrita de frações	Ler e escrever frações de acordo com o valor do denominador
33,9%	Fração: fração na reta numérica	Localizar e associar números racionais positivos a pontos da reta numérica
36,3%	Fração como parte de um todo. Fração como quociente. Fração de um número natural	Resolver situações-problema que envolvam cálculo da fração de uma quantidade que resulte em um número natural
37,1%	Fração como parte de um todo	Compreender que a fração representa partes de um todo
42,7%	Potência de base 10 e arredondamento para múltiplos de 10	Realizar estimativas que envolvam múltiplos da potência de base 10

Figura 7 – Percentuais de acertos por conteúdos - Prova Paulista 2º bimestre de 2023

FONTE: <https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/>

Os índices observados nessa tabela nos ajudam a compreender o tópico curricular de frações e as habilidades a ele relacionadas como desafiadores, tanto para alunos quanto para professores, no sentido das dificuldades que fragilizam o processo de ensino e aprendizagem, pois “Esses resultados indicam uma superficialidade na construção do conceito de números fracionários ou uma lacuna de aprendizagem sobre esse tema” (PEREIRA, 2025, p. 32).

Essa análise justifica a decisão de nosso grupo por trabalhar o conteúdo de frações como tema da PA, aproveitando-se do nosso processo de pesquisa como meio de experienciar abordagens diferenciadas para o ensino desse tópico curricular, que carece de especial atenção.

Além disso, também fomos motivados a essa escolha devido às diversas conexões curriculares que podem ser estabelecidas com o tema de frações e conteúdos relacionados, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017):

A unidade temática Números tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática. Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações. (BRASIL, 2017, p. 270)

Assim, a expectativa para essa unidade temática nos Anos Finais do Ensino Fundamental, segundo a BNCC (BRASIL, 2017), é de que os estudantes devem ampliar e aprofundar sua noção de número ao serem colocados diante de problemas em cujas soluções necessitam realizar a transição dos números naturais aos inteiros e racionais, e dos números racionais aos irracionais.

Essa ampliação do campo numérico constitui um aprofundamento na complexidade e na abstração dos conceitos matemáticos envolvidos, logo, os conceitos numéricos previamente trabalhados devem estar fixados para que a continuidade e as conexões curriculares sejam naturais. Daí a importância de que os alunos desenvolvam um conhecimento sólido sobre conceitos relacionados aos números racionais.

3.2 A pesquisa do material didático - *Kyouzai Kenkyu*

Uma vez determinado o tema a ser abordado junto aos alunos durante o processo de Pesquisa de Aula, com as justificativas apontadas na seção anterior, chegamos à etapa de estudar a fundo esse tema, realizando uma “Pesquisa do material didático”, da qual deve resultar, entre outras reflexões e decisões, a escolha de material didático a ser utilizado na Aula-Pesquisa, precedida por uma pesquisa documental do currículo.

A pesquisa do material didático trata-se de uma etapa fundamental ao se iniciar um trabalho com a Pesquisa de Aula, originalmente denominada *Kyouzai Kenkyu*, (ISODA et al., 2007); (BALDIN; PEREIRA; SOUZA, 2024) que consiste na pesquisa e estudo de materiais didáticos a partir da definição do tema curricular a ser abordado, sejam eles documentos, manuais escolares, currículo, materiais concretos, etc.

Essa etapa é realizada de maneira detalhada e crítica, no sentido de ser orientada pela intencionalidade dos professores e suas expectativas em relação à aprendizagem dos alunos, que deve ser evidenciada pela sua relação com os materiais adotados, sejam eles exercícios, problemas, jogos ou objetos manipulativos. Em nosso grupo, a etapa incluiu debates sobre a fundamentação acadêmica do conteúdo, além de pesquisa documental, passando pelo currículo e materiais didáticos adotados pelo sistema estadual de ensino.

Parte inicial da pesquisa documental, essa etapa produziu uma comunicação dos seus resultados, apresentados pela orientadora deste trabalho no 15º **International Congress on Mathematical Education - ICME - 15** (BALDIN; PEREIRA; SOUZA, 2024). Com base nessa etapa da pesquisa documental, foi realizado, posteriormente, o planejamento da Aula-Pesquisa sobre a construção do conceito de “números fracionários”, a nomenclatura de frações e suas representações.

Em relação ao levantamento documental, passamos pelo currículo, cujas referências foram a BNCC, a nível nacional, e o Currículo Paulista, adotado pela SEDUC-SP. Buscamos nessas referências as habilidades relacionadas a “frações e suas representações”, previstas tanto para o 6º ano quanto para os anos iniciais do Ensino Fundamental, pois dentro do contexto de defasagem no tema, sabíamos que os alunos precisavam de nova oportunidade para desenvolver habilidades anteriores ao seu momento cronológico da vida escolar.

Conforme pudemos observar e também é mencionado em Pereira (2025), a introdução do conceito de “fração” ocorre no 4º ano do Ensino Fundamental, e as primeiras atividades a esse respeito consistem de problemas que abordam a partilha em duas ou três partes iguais de lanches entre colegas. Os questionamentos desses problemas demandam que os alunos respondam qual a parte do lanche que cabe a cada colega na partilha e de que maneira essa informação pode ser representada. Ainda que, conforme observado por Pereira (2025):

esses materiais são destinados aos estudantes das escolas estaduais e, portanto, não foram utilizados pela maioria dos nossos alunos, que vieram de escolas municipais. No entanto, esse estudo oferece uma orientação sobre os conhecimentos esperados para o sexto ano. (PEREIRA, 2025, p. 35)

Assim, em nossa busca documental por habilidades sobre “frações e suas representações”, partimos do 4º ano e as habilidades identificadas serão apresentadas a seguir. Uma vez listadas essas habilidades, a partir do 4º ano, analisamos as apostilas adotadas, nos formatos denominados “Caderno do aluno” e “Currículo em Ação”, disponíveis em (SÃO PAULO, 2022a), (SÃO PAULO, 2023b), (SÃO PAULO, 2022b) e (SÃO PAULO, 2023a), a fim de verificar, pelas atividades propostas, quais eram as expectativas em relação às habilidades previstas no currículo.

Recorremos também a consultas aos livros didáticos adotados nos últimos quadriênios do PNLD e para o próximo, a saber: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015), (GAY; SILVA, 2018) e (IEZZI; DOLCE; MACHADO, 2022). Por fim, consultamos ainda os cadernos de questões da Prova Paulista, às quais se referem os índices de desempenho utilizados como motivação para a escolha do tema.

Para cada ano letivo, destacamos a seguir as observações que compartilhamos.

(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.

Figura 8 – Habilidades da BNCC com frações - 4º ano
FONTE: (BRASIL, 2017, p. 291)

Sobre a introdução do conteúdo de frações no 4º ano, por meio das atividades propostas para o desenvolvimento da habilidade acima, Pereira (2025) afirma:

Ao longo dos primeiros problemas propostos, observa-se a construção da nomenclatura das unidades fracionárias a partir da divisão de um objeto em partes iguais e sua relação com a representação simbólica das frações. Embora essa construção esteja prevista para ocorrer desde o quarto ano, questões similares envolvendo a nomenclatura de frações nas avaliações do sexto ano ainda apresentam um alto índice de erros. Nos problemas seguintes, ainda no material do quarto ano do Ensino Fundamental, surge a comparação entre frações com suporte na representação pictórica das mesmas. (PEREIRA, 2025, p. 35)

O currículo do 5º ano já conta com uma quantidade maior de habilidades relativas a frações, mostrando que tal conteúdo terá uma abrangência crescente na transição dos Anos Iniciais para os Anos Finais do Ensino Fundamental. Conforme observado pela colega de pesquisa:

No material do quinto ano, são retomadas: a nomenclatura; a escrita dos números fracionários; a comparação de frações; e a relação entre representações decimais e fracionárias (p. 63 a 84, Caderno do Aluno, 5º ano, 1º semestre de 2023). Além disso, são introduzidas a equivalência de frações (p. 81, Caderno do Aluno, 5º ano, 1º semestre de 2023) e a relação das representações decimais e fracionárias com a porcentagem (p. 66 a 105, Caderno do Aluno, 5º ano, 2º semestre de 2022). (PEREIRA, 2025, p. 36)

(EF05MA02) Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica.

(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.

(EF05MA04) Identificar frações equivalentes.

(EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.

(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros. (EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Figura 9 – Habilidades da BNCC com frações - 5º ano
FONTE: (BRASIL, 2017, p. 295)

A partir dessa análise de como as atividades dos materiais dos alunos propõem o desenvolvimento das habilidades previstas para o 4º e o 5º ano do Ensino Fundamental, pudemos estabelecer um panorama das expectativas quanto ao conteúdo de frações para o 6º ano. De acordo com Pereira (2025):

Através do estudo desse material, foi possível identificar quais os tipos de problemas e conceitos esperados para o sexto ano e refletir sobre quais deveriam ser as etapas de construção desse conhecimento ao longo da sequência didática. (...) destacamos a importância do diagnóstico de aprendizagem das turmas, como parte do planejamento de um ciclo de PA. Para planejar a aula, é necessário partir do que o aluno já sabe, um princípio fundamental dentro da fase de planejamento da *Lesson Study* em seu país de origem. (PEREIRA, 2025, p. 36)

Para corroborar com o que foi verificado nos materiais dos anos anteriores, e compreender a conexão dessas habilidades prévias com as do 6º ano, comparamos a

abordagem dessas habilidades no “Caderno do Aluno” de 4º e 5º ano com o que foi cobrado na Prova Paulista referente ao segundo bimestre do 6º ano. A seguir serão exibidas as habilidades previstas para o próprio 6º ano, seguidas de algumas questões desta avaliação mencionada, sobre frações. Para cada uma das questões, é indicado o percentual de acertos obtido pelas turmas de 6º ano com que trabalhamos.

(EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.

Figura 10 – Habilidades da BNCC com frações - 6º ano
 FONTE: (BRASIL, 2017, p. 301)

7,3%

QUESTÃO 5

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
5	D	2º	(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.	Compreender a fração como quociente de dois números naturais.	Fração como parte de um todo. Fração como quociente. Fração de um número natural.

Um professor ao perguntar aos seus alunos a representação decimal da fração $\frac{2}{5}$, obteve várias respostas. Assinale a alternativa correta.

(A) 5,2
 (B) 4
 (C) 2,5
 (D) 0,4

13,7%

QUESTÃO 10

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
10	A	2º	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.	Simplificar frações até a forma irredutível.	Fração: simplificação de frações.

Qual das frações a seguir representa a forma irredutível da fração $\frac{20}{16}$?

(A) $\frac{5}{4}$
 (B) $\frac{10}{8}$
 (C) $\frac{16}{20}$
 (D) $\frac{40}{32}$

Figura 11 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (1)
 FONTE: <https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/>

23.0%

QUESTÃO 7

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
7	D	2º	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.	Identificar frações equivalentes	Comparação de frações. Frações equivalentes.

Assinale a alternativa em que todas as frações são equivalentes

- (A) $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{6}$
- (B) $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{6}{3}$
- (C) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$
- (D) $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$

23.4%

QUESTÃO 6

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
6	B	2º	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.	Comparar frações equivalentes.	Comparação de frações. Frações equivalentes.

Três amigos, Benê, Lyara e Inês colecionaram as figurinhas da Copa e estavam comparando quem havia colocado mais figurinhas em seus álbuns. Benê colou figurinhas em $\frac{3}{4}$ do álbum, Lyara em $\frac{4}{8}$ e Inês em $\frac{3}{8}$. Podemos afirmar que:

- (A) Lyara colou mais figurinhas.
- (B) Benê colou mais figurinhas.
- (C) Inês colou mais figurinhas.
- (D) Inês e Benê colaram a mesma quantidade de figurinhas.

Figura 12 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (2)

FONTE: <https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/>

27.4%

QUESTÃO 9

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
9	C	2º	(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.	Localizar e associar números racionais positivos a pontos da reta numérica.	Fração: na reta numérica.



A fração $\frac{6}{5}$ está associada a qual ponto na reta numérica a seguir?

- (A) A
- (B) B
- (C) C
- (D) D

30.6%

QUESTÃO 3

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
3	A	2º	(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.	Ler e escrever frações de acordo com o valor do denominador.	Fração como parte de um todo. Leitura e escrita de frações.

Assinale a leitura que corresponde a fração $\frac{7}{15}$

- (A) Sete quinze avos
- (B) Sete quinze décimos
- (C) Quinze sete décimos
- (D) Quinze sete avos

Figura 13 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (3)

FONTE: <https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/>

33.9%

QUESTÃO 8

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
8	B	2º	(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.	Localizar e associar números racionais positivos a pontos da reta numérica.	Fração: na reta numérica.



A fração $\frac{5}{2}$ está representada na reta numérica pelo ponto

- (A) A
- (B) B
- (C) C
- (D) D

36.3%

QUESTÃO 4

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
4	B	2º	(EF06MA09) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.	Resolver situações-problema que envolvam cálculo da fração de uma quantidade que resulte em um número natural.	Fração como parte de um todo. Fração como quociente. Fração de um número natural.

(Portal OBMEP - adaptada) A população de um município é de 160 000 habitantes.

A população da zona rural corresponde a $\frac{2}{5}$ do número de habitantes desse município. Qual é a população da zona rural?

- (A) 32 000
- (B) 64 000
- (C) 400 000
- (D) 800 000

Figura 14 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (4)

FONTE: <https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/>

37.1%

QUESTÃO 2

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
2	C	2º	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.	Compreender que a fração representa partes de um todo.	Fração como parte de um todo.

A figura a seguir é um octógono regular, isto é, um polígono de oito lados com a mesma medida.

A fração que representa a parte pintada deste polígono é

- (A) $\frac{1}{8}$
- (B) $\frac{2}{8}$
- (C) $\frac{3}{8}$
- (D) $\frac{4}{8}$



Figura 15 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (5)

FONTE: <https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/>

Cada uma dessas questões corresponde a um dos descritores indicados na tabela de resultados apresentada na seção anterior, dos quais os percentuais de acertos foram extraídos. Na perspectiva da Professora Regente, da qual compartilhamos, quanto à interpretação desses resultados e suas implicações nas etapas posteriores de nosso processo de PA, temos que:

Fica evidente que a maioria dos estudantes não apresenta o conhecimento esperado, havendo falhas na compreensão da nomenclatura e das representações de frações. A falta de entendimento sobre o conceito em si impede que os alunos realizem ações como comparar, operar e relacionar frações com outras representações. (...) Através do estudo desses materiais e do diagnóstico da aprendizagem dos estudantes sobre frações, destacamos que seria essencial focar, inicialmente, na construção do conceito através da nomenclatura. Ao se apropriar da linguagem na manipulação dos números fracionários, os estudantes poderiam oralizar suas ideias, facilitando a consolidação do conhecimento sobre frações. (PEREIRA, 2025, p. 38)

Além dessa análise documental, nossa pesquisa sobre o tema de frações, escolhido para o desenvolvimento do processo de PA, também incluiu debates sobre o Conhecimento Específico do Conteúdo (SHULMAN, 1986), nos quais revisitamos, de nossos conhecimentos acadêmicos, aqueles que fundamentam a transposição didática para o ensino de frações. Nisso, discutimos sobre a estrutura algébrica dos números racionais e diferentes aspectos da ampliação do campo numérico que fundamentam o ensino de frações.

Os estudantes se familiarizaram com os números naturais desde o início da vida escolar, reconhecendo-os como sendo os números utilizados para contar, o que, por sua vez, é o procedimento matemático mais básico, intuitivo e fundamental que conhecemos. A construção do conceito de “fração” depende da compreensão de uma nova concepção de número, distinta dos números naturais, que é a de “número fracionário”.

Sabemos que o conjunto dos números naturais pode ser construído pela indução finita do processo de adicionar, sucessivamente, uma unidade discreta a partir de seu menor elemento, de acordo com os Axiomas de Peano (1858-1932) (AUGUSTO CÉSAR MORGADO, 2015). Já o conjunto dos números racionais, embora também seja enumerável, pois existe uma bijeção que os relaciona, “um a um”, aos números naturais, não conta com um sucessor único, como os naturais, pois é denso no conjunto dos números reais.

Por isso, embora possamos ordenar e comparar dois números racionais, em termos de declarar qual deles é maior ou menor, não contamos com o conceito de “sucessor”, pois entre dois números racionais quaisquer, sempre existe outro, e na verdade, outros infinitos números racionais.

Daí o salto de abstração e complexidade do conceito de “números fracionários” se comparado aos números naturais, ser decorrente da existência de uma infinidade de

“unidades”, as “unidades fracionárias”, com as quais podemos contar as partes constituintes de um “todo-referência”.

Assim, conforme (BALDIN; PEREIRA; SOUZA, 2024), o ensino de frações constitui um sério desafio diante da ruptura de aprendizagem da matemática entre os Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental, pois coloca os estudantes em contato com um conjunto numérico munido de uma estrutura algébrica própria, com diversidade de representações simbólicas e de significados abstratos, ainda que possam ser relacionados com problemas do mundo real.

O desafio dos professores no processo de ensino e aprendizagem na Educação Básica é realizar a adaptação necessária da linguagem formal da matemática para uma comunicação que faça sentido para os alunos, sem abrir mão da precisão conceitual. Esse trata-se de um desafio no campo do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (SHULMAN, 1986), que nos possibilitou vivenciar e analisar criticamente, ao longo de nossos seminários, o fato de que apenas o conhecimento do conteúdo em si não é suficiente para o ensino, além de inspirar reflexões sobre a realidade escolar e de formação dos professores, pois, muitas vezes, entre os docentes de matemática também há lacunas no conhecimento específico relacionado aos números racionais.

Determinado “O que”, “Por que” e “Para que” ensinar, isto é, definidas e justificadas os conteúdos e as metas de ensino-aprendizagem, de acordo com os documentos norteadores do currículo oficial de Matemática, nos deparamos com o problema de “Como” fazê-lo para que nossos objetivos fossem alcançados.

Esse “problema” norteou as próximas decisões que tínhamos a tomar para elaborarmos o planejamento de uma Aula-Pesquisa no qual o conteúdo escolhido seria iniciado, e que viria a se desdobrar em uma sequência didática com a qual os alunos deveriam construir o conhecimento sobre o conceito de frações, de maneira a agregar sentido e justificar a nomenclatura usual das frações.

Foi aí que chegamos à escolha do material a ser utilizado, incluindo a seleção das atividades, a bibliografia didática e outros materiais manipulativos que pudessem nos auxiliar na construção do conhecimento dos estudantes, fossem em formato digital ou físico.

3.3 Escolha do material: Estojo de Frações

Identificadas as defasagens apontadas na seção anterior, compreendemos a necessidade de solidificar conceitos fundamentais relacionados a frações, partindo do conceito de “unidades fracionárias” até que cada elemento constituinte da nomenclatura de frações fizesse sentido para os alunos.

Além disso, considerando-se o perfil de defasagem e superficialidade dos conhecimentos prévios dos alunos, percebemos que, para chegarmos à aprendizagem almejada para os estudantes, os significados teriam de ser “construídos” pelos próprios alunos a partir de uma abordagem que promovesse o protagonismo desses estudantes.

Assim, chegamos à ideia de utilizar um material físico para conquistar o engajamento necessário a partir da manipulação de objetos que não só chamassem a atenção, apelando para a curiosidade, mas que o fizesse com potencial de construção de significados abstratos a partir de associações intuitivas entre esses objetos, e que pudessem ser realizadas pelos próprios estudantes. Sobre isso, afirma-se que:

A utilização de Materiais Manipulativos é reconhecida como uma alternativa que contribui para a compreensão, a formalização e a abstração de conceitos matemáticos, promovendo situações de ensino nas quais a aprendizagem é desencadeada pela ação dos alunos. (LEMES; CRISTOVAO; GRANDO, 2024, p. 1)

Para isso adotamos como parte essencial de nossa estratégia de ensino o uso do material manipulativo denominado “Estojo de Frações” (PEDAGÓGICA, 2024), que permite que os alunos realizem associações abstratas de informações por meio da manipulação física de peças que se relacionam entre si, constituindo um modelo para a relação parte-todo que uma fração representa.

De acordo com (LORENZATO, 2010), citado por (LEMES; CRISTOVAO; GRANDO, 2024, p. 2): “Quando utilizados de forma adequada, os Materiais Manipulativos mostram-se como possibilidades para que os alunos alcancem a abstração de conceitos matemáticos partindo da experimentação e do manipulável”.

O “Estojo de Frações” constitui um material manipulativo estático cuja estrutura de seus componentes não muda durante a manipulação, mas que oferece oportunidades de observação e exploração ativa dos alunos nas ações mediadas pelo seu uso (LORENZATO, 2010).

Nesse material, uma moldura retangular em baixo relevo, na qual as peças podem se encaixar, representa o “todo” ou “unidade inteira”, enquanto que um conjunto de peças menores, também retangulares, porém coloridas, constituem as “unidades fracionárias” com as quais podem ser representadas diferentes partes do “todo”.

Desse modo, são necessárias para o preenchimento total da moldura, tantas peças iguais quantas forem as “unidades fracionárias” necessárias para totalizar uma “unidade inteira”. Por exemplo: duas peças da unidade fracionária $\frac{1}{2}$ encaixam-se na moldura de modo a preencher o espaço correspondente a 1 unidade inteira. Além disso, para facilitar a compreensão, cada unidade fracionária é identificada e distinguida das demais pela cor, além da largura.

Há ainda, correspondente a cada unidade fracionária disponível, as peças chamadas “transparências”, que consistem em finas placas de acrílico, com o desenho do contorno da moldura do estojo de frações, preenchido por peças de determinada unidade fracionária (que é escrita simbolicamente em cada peça no desenho).

Seu fundo é transparente, para que possa ser sobreposta às peças coloridas encaixadas no estojo, permitindo assim, a comparação de frações e a conferência das representações realizadas, possibilitando ainda, o trabalho com frações equivalentes de forma prática.

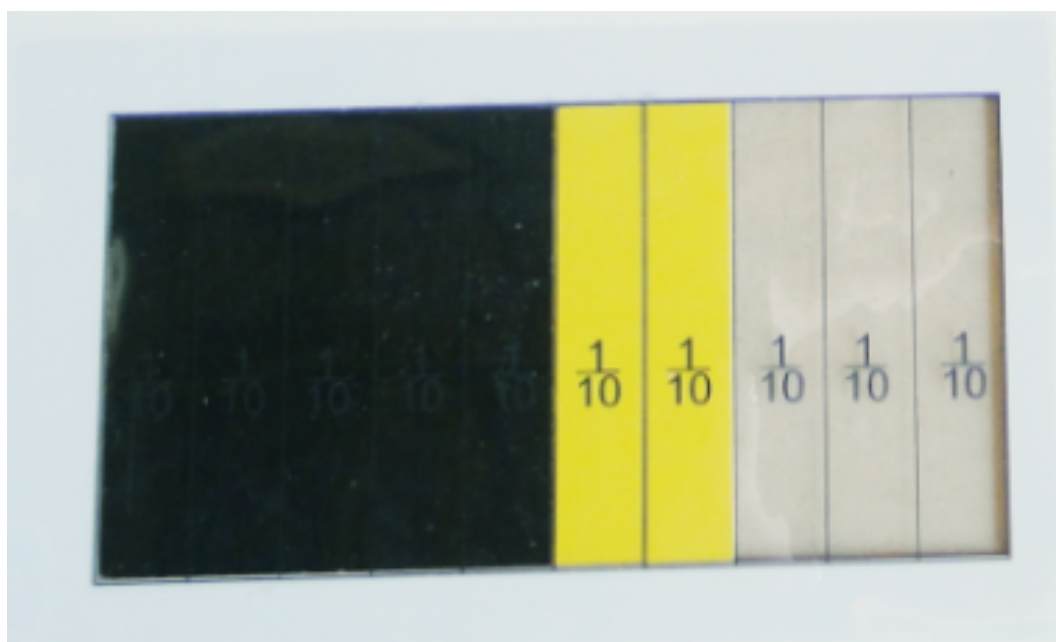


Figura 16 – Moldura do Estojo de Frações, com algumas peças de unidades fracionárias e sobreposta pela transparência referente à divisão do todo em “décimos”
 FONTE: (PEDAGÓGICA, 2024)



Figura 17 – Representação de frações equivalentes no Estojo de Frações, com uso da sobreposição das transparências
 FONTE: (PEDAGÓGICA, 2024)

4 O Papel do Professor Observador no ciclo de uma Aula-Pesquisa

4.1 O Plano da Aula-Pesquisa

Nas próximas seções, discorreremos sobre os objetivos, intencionalidades e expectativas que permeiam um Plano de Aula-Pesquisa e em seguida apresentamos uma análise do Plano de Aula-Pesquisa do nosso projeto, segundo as características descritas. Em outras palavras, realizaremos comentários analíticos de cada etapa do roteiro de aula, relacionando-a com os objetivos específicos, intencionalidades e previsões registradas na fase prévia de estudo para o Planejamento da Aula-Pesquisa, como indicado na Pesquisa do Material (*Kyozai Kenkyu*).

O Plano de Aula resultante desta fase da pesquisa, constitui um produto educacional e objeto de pesquisa dentro da Pesquisa de Aula, para ser avaliado e investigado na fase pós-Aula-Pesquisa. Os elementos do Plano de Aula que foram pesquisados para este trabalho refletem a natureza do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo - CPC (SHULMAN, 1986) como o conhecimento profissional do professor que ensina e são importantes ingredientes para poder avaliar o Plano de Aula quanto à condução didática e à aprendizagem dos alunos.

A organização dos comentários se baseia na terminologia adotada para referir às ações durante a realização das atividades programadas no Plano de Aula, doravante mencionados pelas respectivas siglas abaixo.

Propostas e Perguntas (PP): São as ações orais da Professora Regente ao longo da aula, que incluem os questionamentos e observações direcionados aos alunos para estimular e nortear, em cada etapa da aula, a realização das atividades e a construção do conhecimento desejado por meio delas.

Ações Esperadas dos Alunos (AEA): Como o próprio nome sugere, são ações que representam as expectativas dos autores do Plano de Aula em relação a como os alunos irão interagir com as propostas e perguntas (PP) da Professora Regente. Inclui também uma antecipação de eventuais dúvidas ou dificuldades dos alunos para poder planejar reações da professora regente para atendê-las.

Reações Esperadas da Professora (REP): Estabelecem a continuidade da interação entre os alunos e a Professora Regente, registrando de que modo ela pretende responder a cada ação esperada dos alunos (AEA) que efetivamente venha a ocorrer, incluindo um preparo de estratégias para atender a essas ocorrências. O preparo dos

professores com base no CPC se mostra essencial para planejar e/ou prever as reações.

Desse modo, um roteiro de aula contém uma estrutura de planejamento segundo os princípios de Pesquisa de Aula, que pode ser visualizado de forma mais prática em formato tabelado, que referimos como Tabela de Interações Previstas.

A tabela é composta sequencialmente pelos conteúdos previstos listados e distribuídos cronologicamente dentro do tempo alocado para sua realização na Aula-Pesquisa, e cada etapa é acompanhada por respectivas PP, AEA e REP elaboradas como diálogo planejado entre a Professora Regente e os alunos durante a Aula-Pesquisa.

TEMA: construção do conceito de unidades fracionárias e números fracionários;
CONTEÚDO: fração: conceitos e nomenclaturas; comparação de unidades fracionárias de um todo-referência;
MATERIAIS UTILIZADOS: caderno para anotações; folha impressa (roteiro para investigação do material); estojo de frações; um estojo grande adaptado em E.V.A.; quadro branco;

Figura 18 – Plano de aula (1)
FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

	PROPOSTAS E PERGUNTAS (PP)	AÇÕES ESPERADAS DOS ALUNOS (AEA)	REAÇÕES ESPERADAS DA PROFESSORA (REP)
	- Apresentação da proposta, dos professores observadores e entrega dos estojos de frações, (7 minutos para que explorem o material);	(Não foram planejadas as ações com o início dessa aula - apresentações)	(Não foram planejadas as ações com o início dessa aula - apresentações)
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> PP – 1 AEA – 1,2,3,4,5 </div>	- Gostaria que me contassem o que vocês estão vendo nesse material. Como ele é? O que vocês acham que são cada um desses itens?	- São várias formas geométricas, tem retângulos e quadrados. - São coloridos. Parecem ser figuras geométricas. - Tem algumas folhas transparentes também, marcadas. Alguns materiais estão marcados com frações. - Cada peça tem um tamanho. - Tem uma peça grande que encaixa na caixinha de madeira.	(Não foram planejadas as reações, sendo feita uma nova pergunta)
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> PP – 2 AEA – 1,2,3,4 REP – 1,2 </div>	- Na opinião de vocês, eles se relacionam de alguma forma? (respondam o que acham, não se preocupem de estar certo ou não). Vocês acham que alguns desses materiais “tem a ver” com algum outro que tem no estojo?	- Acho que sim; - Porque sim professora, acho que devem ter alguma ligação, eles têm a mesma “largura”, têm a mesma largura da peça maior também. - Ela encaixa dentro. - As peças da mesma cor têm o mesmo tamanho	- Por quê? - Mais alguma coisa? (Reação coincide com a pergunta seguinte)
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> PP – 3 AEA – 1,2,3 </div>	- O que acontece com as peças de mesma cor, por que será que têm a mesma cor?	- São todas do mesmo tamanho, algumas tem mais, outras menos. - As menores, tem mais peças. - Todas as peças da mesma cor encaixam na caixinha de madeira.	(Aqui não foram previstas reações)
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> PP – 4 AEA – 1,2,3,4,5 REP – 1,2,3 </div>	- O que vocês acham que são essas transparências? Elas têm alguma relação com os outros itens do estojo?	- Tem frações escritas nela; elas têm um retângulo igual ao do apoio. Cada uma delas está dividida em partes de mesmo tamanho. - Não, o retângulo desenhado nela. - Olha professora, essa transparência está dividida em 5 partes e cabem todas as 5 peças certinho da cor verde. - Porque aqui está escrito “1 barra 5” e cabem as cinco peças. - Acho que dá certo, que encaixa.	- As transparências? <i>(Aqui eu acredito que alguns alunos já devem estar tentando colocar as unidades fracionárias coloridas nos desenhos das transparências)</i> - Por quê? - Será que isso acontece com as outras também? <i>(Acredito que a sala irá testar as outras cores, e que alguns alunos vão me dizer que não estão entendendo nada, eu acredito que devo explicar que os outros estão tentando colocar as peças de mesma cor em alguma das transparências e pergunto a esse grupo o que acha disso)</i> - Então me mostra.

Figura 19 – Plano de aula (2)
 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

<p>PP – 5 AEA – 1,2,3,4 REP – 1,2,3</p>	<p>- Peguem a peça preta e tentem colocar na caixa de madeira. O que essa peça tem a ver com esse retângulo no centro da caixa?</p>	<p>- Essa peça é a metade do retângulo. - Que duas peças dessas, duas metades, completam o retângulo. - Sim. - Aqui professora, na transparência 1 sobre 2</p>	<p>- E o que isso significa? - Essas duas peças pretas são iguais? Comparem. - Olhem as transparências, tem alguma em que o desenho encaixa nessas peças?</p>
<p>PP – 6 AEA – 1,2 REP – 1</p>	<p>Isso mesmo, a fração um sobre dois se chama “um meio” e ela representa a metade do “todo-referência”, essa é uma das unidades fracionárias do nosso estojo e o nome dela é um meio, pois duas partes IDÊNTICAS completam o nosso “todo-referência”, que é, nesse caso, este retângulo inteiro. Toda vez que temos uma fração, o mais importante é definirmos quem é a nossa referência, quem é o nosso TODO, ou o nosso INTEIRO. - Peguem a transparência onde o retângulo não aparece dividido. O que está escrito?</p>	<p>(Não foram previstas ações dos alunos para essa explicação) - Um. - Porque é um (retângulo desse) inteiro.</p>	<p>- Por quê?</p>
<p>PP – 7 AEA – 1</p>	<p>- Agora, peguem as peças verde escuro. Qual parte que uma peça dessa representa do todo? Por quê?</p>	<p><i>(Aqui eu acredito que eles vão tentar dizer de alguma forma que é a quinta parte, mas não saberão qual palavra usar).</i> - Professora, é preciso 5 peças dessas para completar o retângulo, então é “quinto”, “1 sobre cinco”, “1 dividido por 5”.</p>	<p>(Não foram previstas reações, sendo a pergunta seguinte ligada com a previsão de resposta dos alunos)</p>
<p>PP – 8 AEA – 1</p>	<p>- De quantas unidades fracionárias dessas eu preciso para completar o todo?</p>	<p>- Cinco.</p>	
<p>PP – 9 AEA – 1,2</p>	<p>- Peguem a transparência em que o todo está dividido em 5 partes, coloquem todas as peças verdes no estojo e coloquem a transparência sobre elas no estojo. Qual fração está escrita em cada uma das partes?</p>	<p>- Um sobre cinco. - <u>Um barra</u> cinco.</p>	
	<p>Então essa unidade fracionária corresponde a um quinto do nosso todo-referência, o nome um quinto, nos diz quantas partes dessas é preciso para completar nosso todo-referência. Contem comigo (vou colocando no estojo de E.V.A: um quinto, dois quintos, três quintos, quatro quintos e cinco quintos). O que estamos estudando aqui são as frações, que é uma forma de representar este inteiro quando é</p>	<p>(Não foram previstas ações dos alunos para essa síntese)</p>	

Figura 20 – Plano de aula (3)
FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

	dividido em partes de mesmo tamanho, e chamamos de unidades fracionárias cada parte dessas, o nome que elas recebem (denominador) está ligado à quantidade delas que se é necessário para completar o nosso todo-referência.		
PP – 10	Gostaria que tentassem representar três quartos no estojo de vocês. Agora gostaria que representassem sete décimos no estojo de vocês	<i>(No momento que colocarei as perguntas, convidarei alguns alunos que estiverem mais dispersos a virem à lousa para representarem no estojo de E.V.A. algumas frações);</i>	
	Nessas frações que representamos agora, o número de cima nos diz quantas unidades fracionárias foram usadas (numerador) e o número de baixo nos diz em quantas partes iguais o todo foi dividido, ou seja, quais unidades fracionárias usamos (denominador)	(Não foram feitas previsões de ações dos alunos)	
PP – 11	Dois representantes de dois grupos serão chamados à frente e pedirei para uma dupla falar uma fração, para que a outra dupla a represente no estojo de E.V.A e na lousa (simbolicamente). Os demais alunos irão representar em seus estojos de frações para comparar com o resultado apresentado.	<i>(Nesse momento eu acredito que podem surgir frações equivalentes. Caso isso venha a acontecer, eu introduzirei a palavra “equivalentes” para frações que representam a mesma parte do todo-referência, porém são diferentes, dizemos de forma diferente, mesmo que representem a mesma parte).</i>	
PP – 12 AEA – 1,2 REP – 1	- Gostaria que pegassem as peças marrom. Quantas destas são necessárias para completar o todo-referência? Qual é a UNIDADE FRACIONÁRIA que ela representa do todo-referência?	- São necessárias 12 peças. - Um sobre 12.	O termo tem origem em <u>octavus</u> (em latim, "oitavo"), que passou a ser escrito <u>oitavos</u> (ai sim para representar uma fração). Desde então, a terminação "avo" passou a ter o uso atual. [NOVA ESCOLA]
PP – 13	Caso ainda dê tempo, (15 minutos) a professora irá entregar aos alunos o roteiro de atividade que terá a nomenclatura das unidades fracionárias e eles deverão completar as frases podendo usar o estojo de frações como suporte, as duas primeiras frases serão montadas com meu estojo e feitas como exemplo na lousa. (essa folha será recolhida para verificar se há validação do aprendizado). O restante da aula será direcionado para que preencham o roteiro e usem o material para compor as frações. <i>(Essa atividade será realizada na aula seguinte, caso não haja esse tempo).</i>	(Para essa sequência não foram previstas ações dos alunos)	

Figura 21 – Plano de aula (4)
 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Os objetivos específicos de cada uma das propostas e perguntas norteadoras são:

PP-1: Alunos: explorarem livremente o material; Professora: observar o estabelecimento espontâneo de relações;

PP-2: Alunos: oralizarem as relações estabelecidas livremente com o material;

PP-3: Direcionar os alunos a encontrar uma relação das unidades fracionárias iguais entre elas;

PP-4: Direcionar os alunos a relacionar as unidades fracionárias com sua representação simbólica e com a divisão do todo-referência; (Resgatar conhecimento de fração como divisão do todo-referência);

PP-5 e 6: Resgatar e organizar o conhecimento sobre o número fracionário um meio e, em seguida, um inteiro, estabelecendo um significado para a representação simbólica a partir da comparação com o todo-referência;

PP-7, 8 e 9: Ampliar essa relação para outras unidades fracionárias e apresentar a nomenclatura a partir do conceito construído com essa relação;

PP-9 e 10: Relacionar a nomenclatura da unidade fracionária “um quinto” com a quantidade delas que completa o todo-referência, dando significado ao denominador da fração que a representa. Relacionar a contagem das unidades fracionárias com o numerador;

PP-10: Estimular os alunos a apresentarem alguns números fracionários com o material físico e estimular o diálogo para adquirirem a linguagem e usarem a nomenclatura.

PP-11: Alterar a dinâmica de aprendizagem para estimular o engajamento e participação de todos; Oferecer uma oportunidade a todos os grupos de propor e representar um número fracionário, utilizando a nomenclatura desenvolvida até o momento;

PP-12: Apresentar a nomenclatura de unidades fracionárias com denominadores maiores que 10;

PP-13: Preencher um roteiro de exercícios para treinarem: a escrita da fração associando o numerador com a quantidade de uma determinada unidade fracionária e o denominador com a unidade fracionária determinada que compõe essa fração; e, a nomenclatura da unidade fracionária a partir da quantidade delas que completa o todo-referência ¹;

¹ Uma limitação do Plano e de sua aplicação foi que não abordamos nestas aulas iniciais com o Estojo de Frações conceitos como: frações impróprias e números mistos, bem como as operações com frações.

da pesquisa.

Nesse contexto, o pesquisador coautor, colaborador da pesquisa, exerce o papel de Professor Observador - PO enquanto a Aula-Pesquisa é realizada por Professor Regente - PR. A designação Comentários Analíticos do Professor Observador (CPO) se refere às análises realizadas pelo autor deste trabalho, que assumiu o papel de Professor Observador da Aula-Pesquisa em questão.

Notamos que a etapa de Observação da Aula-Pesquisa é parte essencial dentro de um ciclo de Pesquisa de Aula, constituindo um elemento importante para sustentar as atividades de investigação reflexiva sobre o Plano de Aula e a aprendizagem dos alunos, após a realização da Aula-Pesquisa. (Isoda et al., 2007; Stigler Hiebert, 1999)

O papel de PO na fase de acompanhamento observado do Plano de Aula, quando ele não é apenas um observador externo mas é coautor do Plano elaborado coletivamente, é distinguido por considerações específicas do seu papel no grupo de pesquisa. Nessas condições, um PO possui condições de realizar críticas, argumentações e conclusões sobre o Plano de Aula em cada etapa da Aula-Pesquisa, de forma mais aprofundada, como parte de seu desenvolvimento profissional dentro da Pesquisa de Aula. Em princípio, um PO poderia ser responsável como PR na execução do Plano de Aula, por ser um coautor.

4.1.1 Comentários Analíticos do Professor Observador (CPO) sobre o Plano da Aula-Pesquisa

A título de organização dos CPO, os objetivos específicos de cada uma das propostas e perguntas norteadoras serão indicados antes dos comentários referentes à respectiva etapa da aula. Porém, não se pretende que os comentários sejam interpretados como restritos àquele objetivo específico, pois eles podem se relacionar entre si para contemplar o objetivo geral da Aula-Pesquisa com o Estojó de Frações, o qual consiste em construir uma base sólida do pensamento numérico fracionário através da exploração do Estojó de Frações onde se estabelecem os conceitos de todo-referência, unidades fracionárias e números fracionários, bem como suas nomenclaturas. Além disso, investigar situações de comparação entre unidades fracionárias e equivalência de números fracionários.

Assim, os CPO não são “engessados” pelos objetivos específicos, os quais serão indicados para estabelecer uma conexão cronológica com o raciocínio dos comentários, considerando-se o fluxo de interações da aula.

PP-1: Alunos: explorarem livremente o material; Professora: observar o estabelecimento espontâneo de relações;

A proposta do Plano é introduzir a aula com uma exploração livre do material utilizado, o Estojó de Frações. Tal introdução trata-se de uma forma de possibilitar aos alunos uma interpretação desse material, prévia às explicações da Professora Regente e, portanto, isenta da atribuição de significados que se deseja realizar junto a eles ao longo da aula.

A intervenção da Professora Regente no início da aula, como podemos ver na Tabela de Interações Previstas, será restrita a perguntar o que eles observam do material e solicitar que o descrevam. Então os alunos têm a oportunidade de observar livremente o material e buscar estabelecer relações entre as peças do estojó de acordo com seus próprios critérios. Assim, eles são, desde o início da aula, ativos no processo de ensino-aprendizagem, construindo o conhecimento, sob orientação da Professora Regente, através da interação com o material concreto.

PP-2: Alunos: oralizarem as relações estabelecidas livremente com o material;

Estabelecendo um fluxo natural para o desenvolvimento da aula, é proposta uma coleta, por meio da expressão oral dos alunos de evidências sobre o que eles pensaram enquanto exploravam o Estojó de Frações. Paralelamente às manifestações orais esperadas dos alunos, deverá ser observada também a própria manipulação que eles realizarem com o material, possivelmente buscando organizar as peças, dispondo-as de certa maneira em suas carteiras.

As intervenções previstas da Professora Regente para essa etapa, ainda são sutis

e limitadas à nortear o pensamento e a articulação do raciocínio dos estudantes, não antecipando conclusões que se pretende obter, posteriormente, dos próprios alunos.

PP-3: Direcionar os alunos a encontrar uma relação das unidades fracionárias iguais entre elas;

Uma transição importante se dá a partir do momento em que a exploração do Estojo de Frações passa a ser direcionada, com maior intervenção da Professora Regente em sua mediação da exploração do material. Contrapondo a liberdade de experimentação dos alunos no início da aula, agora pretende-se orientar, mais criteriosamente, essa experimentação. O que é importante para evitar que os estudantes se percam, sem saber o que fazer em seguida, afinal, a Professora Regente é uma “bússola” que guia os alunos na construção do conhecimento.

Assim, a exploração do Estojo de Frações passa a ser delimitada, de acordo com a intencionalidade de cada nova intervenção da Professora Regente, começando pelo estabelecimento de relações entre as peças coloridas, umas com as outras, e entre as peças coloridas e a moldura do estojo, lembrando que essas peças representam, as unidades fracionárias e o todo-referência, respectivamente.

Da conexão entre as peças do Estojo de Frações, os alunos deverão, posteriormente, deduzir, junto à Professora Regente, as relações entre os conceitos que as peças representam. Para isso, serão introduzidas, em momento oportuno e paulatinamente, as nomenclaturas desses conceitos, por meio das quais os alunos farão a transição da manipulação concreta para as relações entre conceitos abstratos da matemática.

PP-4: Direcionar os alunos a relacionar as unidades fracionárias com sua representação simbólica e com a divisão do todo-referência; (Resgatar conhecimento de fração como divisão do todo-referência)

Dando continuidade natural ao direcionamento pretendido, o foco da aula passa a ser a exploração da relação entre outras peças do Estojo de Frações: as transparências, e entre elas as demais peças. A Professora Regente intervirá com a intenção de nortear a formulação de significado para as transparências e de instigar a reflexão de como as diferentes peças do Estojo de Frações se relacionam entre si.

Dessa forma, os alunos podem percorrer o caminho imaginado na elaboração do Plano de Aula, que deverá levá-los às conclusões que, depois, poderão ser sistematizadas como conhecimentos abstratos solidamente construídos a partir de uma exploração concreta, passando por representações pictóricas (divisão das transparências) e, enfim, chegando à notação simbólica de números fracionários.

Nota-se que o Plano propõe uma exploração do material de forma sistemática e organizada com intencionalidade, pois percorre os passos epistemológicos em que os estudantes se apropriam das informações e constroem seu conhecimento: a partir do

concreto, passando pelo pictórico e, só então, chegando ao abstrato.²

PP-5 e 6: Resgatar e organizar o conhecimento sobre o número fracionário um meio e, em seguida, um inteiro, estabelecendo um significado para a representação simbólica a partir da comparação com o todo-referência;

Outro aspecto importante do Plano de Aula é a proposta de resgatar um conhecimento prévio dos alunos sobre exemplos introdutórios de frações, que são trabalhados desde os anos iniciais, como é o caso da fração “um meio”, a primeira com que os estudantes têm contato nesses anos iniciais de escolarização. Todos reconhecem, de alguma forma, o que significa dividir algo pela metade e o que uma metade significa em comparação com o todo. E é a partir desse resgate de uma noção intuitiva e acessível a todos os alunos, que o conceito de fração poderá ser solidamente construído.

Na sequência, a Professora Regente deverá passar a questionar os alunos sobre uma peça em particular. Até então, a proposta do Plano era que os alunos fossem indagados sobre o conjunto de peças do Estojo de Frações, pedindo a descrição das diversas peças e questionando o que havia em comum e de diferente entre elas e o que as relacionava entre si. Agora, os alunos serão questionados, especificamente, sobre a peça preta. Essa especificidade, considerando o fluxo das perguntas e respostas anteriores, orienta de forma direta e objetiva a atenção dos alunos aos aspectos que a Professora Regente deseja que eles observem e percebam.

Portanto, nesse momento da aula, os alunos já estarão envolvidos em uma linha de raciocínio de exploração do material, que partiu da observação ampla do conjunto todo de peças e vem “afunilando” à medida em que passa pelas particularidades de cada peça, ao mesmo tempo que as relaciona por meio do que é comum. Ou seja, a atividade exploratória do Estojo de Frações coloca os alunos em contato com objetivos fundamentais da matemática, como os de realizar classificações e generalizações.

Os alunos estarão desenvolvendo, sob a orientação da Professora Regente, uma linha de raciocínio dedutivo, pela qual, a partir de aspectos gerais das peças do Estojo de Frações, passarão a tirar conclusões específicas, sobre alguma peça, em particular.

Por exemplo: uma vez observado que peças de mesma cor possuem o mesmo tamanho (são retângulos com as mesmas dimensões), agora os alunos poderão concluir que, em particular, duas peças pretas têm o mesmo tamanho e que, se são necessárias exatamente duas delas para preencher a moldura do estojo, cada peça preenche metade

² A transição do concreto ao abstrato aqui mencionada refere-se à abordagem Concreto>Pictórico>Abstrato (CPA) de Jerome Bruner (TEIXEIRA, 2015), que dá embasamento ao método de Ensino de Matemática popularizado como ‘Método de Singapura’. Nesse método a construção dos conhecimentos matemáticos se dá a partir do contato com objetos tangíveis que estabeleçam relação entre conceitos matemáticos e o entorno físico da convivência do estudante. Em seguida, a manipulação dá lugar a representações pictóricas desses objetos tangíveis, e, por fim, abstraem-se as referências a características físicas do objeto, mantendo-se apenas o conceito matemático e associando-o à sua representação simbólica.

da moldura.

Essa conclusão é o que permitirá, posteriormente, que a Professora Regente sistematize junto aos alunos o conceito de unidade fracionária e o significado da nomenclatura das frações, caracterizando e distinguindo o numerador do denominador. Além disso, para os alunos que se mantiverem engajados com a linha de raciocínio construída, tornar-se-á intuitiva a ideia de replicar conclusões análogas para peças de outras cores (outras unidades fracionárias).

PP-7, 8 e 9: Ampliar essa relação para outras unidades fracionárias e apresentar a nomenclatura a partir do conceito construído com essa relação;

O Plano de Aula mantém uma sequência coerente para se chegar ao objetivo geral da construção dos conceitos envolvidos e da introdução adequada da nomenclatura de frações.

Há um momento da aula destinado à sistematização das conclusões tiradas sobre a caracterização das peças pretas, no qual passam a ser atribuídas denominações às peças de acordo com seu tamanho (identificável pela cor) em comparação com o tamanho da moldura do estojo (“um meio”, por exemplo).

Espera-se estabelecer também a relação do tamanho de uma peça preta com a transparência que se identifica visualmente com ela, pois ao ser sobreposta à peça encaixada na moldura, a transparência correta permite observar a mesma divisão do todo que uma peça colorida realiza ao ser encaixada na moldura, uma vez que ela destaca os contornos da moldura preenchida com determinada quantidade de peças semelhantes, como podemos ver na Figura 17³.

Dessa comparação do tamanho de uma peça com o tamanho da moldura (todo-referência), se estabelece, portanto, a relação de “são necessárias tantas peças iguais, ou, do mesmo tamanho e cor, para preencher a moldura”, de acordo com o número de partes idênticas em que a moldura fica dividida ao ser preenchida por peças de mesma cor. E assim, caracteriza-se uma “unidade fracionária” que recebe um nome (identificado pelo denominador), o qual a distinguirá das demais.

Além disso, as transparências também associam essa divisão em partes iguais com a representação simbólica de fração, impressa em cada uma das partes em que o retângulo (todo-referência) é dividido.

PP-9 e 10: Relacionar a nomenclatura da unidade fracionária “um quinto” com a quantidade delas que completa o todo-referência, dando significado ao denominador da fração que a representa. Relacionar a contagem das unidades fracionárias com o numerador.

³ Vide página 41

Essa relação (de quantas partes iguais são necessárias para preencher o todo) pode ser ampliada para definir, por exemplo, “um quinto” como sendo a unidade fracionária da qual são necessárias cinco peças iguais para preencher a moldura, uma vez que a moldura fica dividida em cinco partes iguais quando preenchida com repetidas peças desse determinado tamanho (e cor). Pensando de modo análogo, pode-se generalizar essa relação que caracteriza o que, na nomenclatura das frações, fica determinado e denotado pelo denominador, qualquer que ele seja.

A partir dessa correspondência entre as diferentes peças, define-se a unidade fracionária “um quinto” e introduz-se a sua notação como a fração unitária $\frac{1}{5}$. O conceito de fração e a nomenclatura adequada deverá ser sistematizada pela Professora Regente como conclusão dessa etapa do diálogo.

Para que os alunos acompanhem o raciocínio da Professora Regente e mantenham-se ativos na construção do conceito, durante a sistematização a professora preencherá o seu Estojo de Frações grande diante da turma, que participará contando cada uma das unidades fracionárias, conforme suas peças representativas são encaixadas na moldura do estojo. Esse procedimento, além de manter o papel ativo dos estudantes, serve também como forma de verificação da compreensão leitora das frações, que ficará evidenciada pela contagem oral a ser solicitada aos alunos.

Em seguida, os alunos serão convidados a manipular o Estojo de Frações com uma finalidade específica. Eles são desafiados a mobilizar as diversas relações trabalhadas até então, entre as peças do Estojo de Frações e entre os conceitos matemáticos por elas representados e a utilizar diferentes linguagens, estabelecendo conexões de equivalência entre diferentes representações do objeto matemático que se está estudando: as frações.

As representações dos números fracionários com o Estojo de Frações, ao serem realizadas pelos próprios alunos, constituem importante evidência da mobilização desses conhecimentos e de que o pensamento matemático está acontecendo.

Essa atividade passa pela interpretação do que foi solicitado, e nesse ponto a Professora Regente pode recorrer a diferentes abordagens: escrever um número fracionário (como $\frac{3}{4}$, por exemplo) na lousa e pedir a sua representação no estojo; ou escrever esse número por extenso (três quartos) ao solicitar a sua representação no estojo; ou ainda, apenas ditar o número fracionário, sem recorrer a uma representação escrita. Essas opções são independentes e podem servir a diferentes exercícios, isto é, a Professora Regente pode usar cada uma delas para solicitar a representação de frações diferentes.

Uma vez interpretada a solicitação da professora, o que no caso significa identificar o número fracionário solicitado, os alunos já estarão mobilizando os conhecimentos construídos, pois essa identificação consiste na “tradução” entre as diferentes representações.

Por exemplo, se a professora solicita a representação de $\frac{3}{4}$, o aluno pode pensar: “A professora quer “quartos”, então tenho que usar as peças de “um quarto”, qual é mesmo a cor delas? Sei que é aquela que precisa de quatro iguais para completar o estojo. Então deve ser... essa aqui. Achei! Mas ela não pediu para completar tudo. Quantas peças eu tenho que colocar mesmo? Ah, ela pediu três quartos, então eu só encaixo três peças. Deve ser assim. Olha, tem um quarto, dois quartos, três quartos. Então tá certo. Pronto!”

Podemos pensar na proposta como uma resolução do problema: representar $\frac{3}{4}$ no Estojo de Frações. Ao resolver esse problema, ainda que rapidamente, o estudante passa pelas etapas de interpretar o enunciado, estabelecer uma estratégia, formular uma resposta e conferi-la. A interpretação consiste, como já foi dito, na identificação mental de qual é a fração solicitada, quais são as suas características. A estratégia pode ser pensada como: “primeiro preciso identificar a peça correta, depois contar quantas peças iguais eu preciso”. A formulação da resposta, por sua vez, é a própria representação em si, isto é, apresentar as peças encaixadas na moldura. Para conferir a sua solução, o aluno pode verificar (pela cor ou tamanho) que está usando as peças adequadas e na quantidade certa, ao contar as unidades fracionárias dispostas na moldura.

Outro aspecto que chama atenção na proposta dessa etapa da aula é a intenção da Professora Regente de convidar determinados alunos a realizarem a atividade em frente à turma, com o Estojo de Frações grande. A intenção é que os alunos escolhidos sejam justamente alguns dentre os mais dispersos, ou seja, que, de outra forma, não participariam da atividade. Assim, a professora inclui esses alunos, que poderiam estar, passivos apenas assistindo, e agora terão oportunidade de, ainda que com suporte da professora e dos colegas, terem acesso, em seu ritmo e dentro de suas limitações, à essência do conhecimento que a aula pretende promover.

PP-11: Alterar a dinâmica de aprendizagem para estimular o engajamento e participação de todos; Oferecer uma oportunidade a todos os grupos de propor e representarem um número fracionário, utilizando a nomenclatura desenvolvida até o momento;

Essa proposta de participação diante da turma é continuada e aprofundada em seguida, na qual a Professora Regente introduzirá a interação entre grupos de alunos que deverão realizar desafios uns dos outros, agregando à atividade um aspecto de ludicidade, potencializando assim um maior engajamento, uma vez que a proposta de se expor diante dos colegas pode ser intimidadora, a princípio.

Os alunos se dividirão em grupos, os quais, sob mediação da professora, trocarão desafios, propondo uns aos outros frações para que sejam representadas no Estojo de Frações. Com isso, espera-se estimular a troca de ideias entre os estudantes, de modo que eles se engajem voluntariamente naquele que deve ser o ponto alto de seu protagonismo na Aula-Pesquisa.

Durante sua mediação, a Professora Regente poderá aproveitar os equívocos cometidos pelos alunos para socializar as devidas correções, assim como sanar dúvidas diante da turma toda, dúvidas essas que podem ser compartilhadas por outros alunos, logo, mais um aspecto importante do potencial dessa etapa é que ela será o momento de realizar um retrospecto da linha de raciocínio desenvolvida ao longo de toda a aula, realizando revisões e aprofundamentos dos conceitos por meio dos exemplos propostos pelos próprios alunos, à medida em que se desafiam entre si.

Desse modo, à medida em que estaremos nos encaminhando ao final da Aula-Pesquisa, estaremos concluindo uma sequência lógica de etapas que culminam em uma retomada, fazendo da aula toda uma experiência de resolução de problema (POLYA, 2006): pretendia-se construir o conceito de “fração”; para isso foi enunciada e interpretada uma proposta de exploração do Estojo de Frações; como estratégia para o desenvolvimento do conhecimento almejado, as peças do Estojo de Frações foram relacionadas entre si, alguns padrões foram identificados e transcritos na linguagem dos conceitos representados pelas peças do Estojo de Frações, assim puderam ser formuladas diversas representações equivalentes para uma mesma fração; e, por fim, esse raciocínio estará sendo retomado ao longo das atividades práticas e escritas (como veremos na etapa final) propostas aos alunos como forma de avaliação.

PP-12: Apresentar a nomenclatura de unidades fracionárias com denominadores maiores que 10;

Uma vez reconhecidas as unidades fracionárias associadas aos denominadores inferiores ou iguais a 10 (que têm, cada uma delas, a sua denominação particular, como “meios”, “terços”, “quartos”, etc.), a proposta passa a ser destacar a denominação dos demais casos, retomando as relações entre as peças do Estojo de Frações, com as quais os estudantes já deverão estar familiarizados, e introduzindo o termo “avos” e o seu uso para facilitar a leitura de frações, sem o inconveniente de memorizar termos específicos para uma quantidade indefinida de denominadores diferentes.

A introdução desse termo deverá chamar a atenção dos estudantes, esclarecendo uma dúvida/dificuldade esperada: “Como se lêem as frações com denominadores maiores?”. É possível que essa venha a ser a última etapa da aula, pois, conforme mencionado na Tabela de Interações Esperadas, a PP 13 só ocorrerá se ainda houver tempo disponível (de, pelo menos, 15 minutos).

PP-13: Preencher um roteiro de exercícios para treinarem: a escrita da fração associando o numerador com a quantidade de uma determinada unidade fracionária e o denominador com a unidade fracionária determinada que compõe essa fração; e, a nomenclatura da unidade fracionária a partir da quantidade delas que completa o todo-referência;

É razoável considerar a possibilidade de que esta etapa acabe tornando-se o início da próxima aula, já fora do contexto de observação enquanto Aula-Pesquisa, pois o tempo é uma variável difícil de ser controlada, principalmente considerando-se os perfis coletivos distintos entre as diversas turmas e os desafios que suas particularidades podem oferecer à gestão do tempo. Em todo caso, dito isso, e esperando-se que, ao menos em alguma das turmas, essa etapa chegue a ser contemplada na duração da Aula-Pesquisa, cabe destacar o seu papel avaliativo enquanto proposta de atividade escrita que deverá mobilizar todo o conhecimento que a Aula-Pesquisa se propôs a desenvolver.

Essa atividade servirá como mais uma importante evidência de aprendizagem, agora em formato escrito, dessa aula, o que nos colocará em contato com outros aspectos a serem avaliados, como a compreensão verbal dos conceitos e a competência de mobilizar o pensamento matemático para representar por escrito as relações parte-todo estabelecidas, fazendo-se uso da nomenclatura e notação adequadas.

Há uma expectativa de que dificuldades sejam encontradas pelos alunos, no sentido de que seja comum incorrerem em imprecisões e confusões em sua expressão escrita, devido inclusive ao pouco tempo de amadurecimento dos conceitos, além de outros fatores relacionados à maturidade linguística dos estudantes no contexto das turmas envolvidas.

4.2 Observação da Aula-Pesquisa

Passaremos agora aos comentários referentes à experiência de observação da Aula-Pesquisa, que será analisada com base nas expectativas registradas no Plano de Aula. Para facilitar a compreensão dos comentários, serão reproduzidos, a seguir, os Objetivos Específicos (OE), as Perguntas e Propostas (PP), Ações Esperadas dos Alunos (AEA) e Reações Esperadas da Professora (REP), na sequência cronológica do Plano da aula. A cada novo OE ao longo da aula, serão intercalados os respectivos Comentários do Professor Observador (CPO). Algumas evidências de observação, mencionadas ao longo dos comentários, serão ilustradas por registros fotográficos realizados pelo autor na ocasião de sua observação da Aula-Pesquisa (14 de setembro de 2023).

OE da PP 1: *Alunos: explorarem livremente o material; Professora: observar o estabelecimento espontâneo de relações;*

PP 1: *Gostaria que me contassem o que vocês estão vendo nesse material. Como ele é? O que vocês acham que são cada um desses itens?*

AEA 1: *São várias formas geométricas, tem retângulos e quadrados.*

AEA 2: *São coloridos. Parecem ser figuras geométricas.*

AEA 3: *Têm algumas folhas transparentes também, marcadas. Alguns materiais estão marcados com os nomes das frações.*

AEA 4: *Cada peça tem um tamanho.*

AEA 5: *Tem uma peça grande que encaixa na caixinha de madeira;*

CPO 1 (O objetivo específico foi atingido? Por que?):

Ao propiciar o contato inicial dos estudantes com o Estojo de Frações, podemos dizer que a proposta de exploração livre do material concreto cumpriu com seu objetivo de introduzir um estabelecimento de relações entre as peças do estojo.

Como evidências desse processo de associação, pudemos observar que os alunos, assim que receberam o material, buscaram classificar e organizar as peças em suas carteiras, de acordo com algum critério adotado por eles próprios, como o tamanho ou a cor das peças, o que demonstra um raciocínio de formação de conjuntos de acordo com características em comum de seus elementos.



Figura 23 – Grupo de alunos durante a exploração livre do Estojo de Frações
FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

CPO 2 (Desafios e dificuldades):

Como ressalva, notamos que parte dos alunos não manipulou o material como desejado, pois alguns não participaram da exploração, ficando apáticos durante a aula. Outros, demonstraram descuido ao manusear as peças, deixando-as cair no chão.

Podemos interpretar esses comportamentos como reflexo de um estranhamento inicial diante de uma atividade diferente do que estão habituados, pois, embora a professora regente faça uso de recursos diversos em sua prática docente, o contato com esse material, era inédito na ocasião, bem como o formato de atividade exploratória, cujo momento inicial é destinado à manipulação e observação livre por parte dos alunos, para que pudessem se familiarizar com as peças que compõem o material, antes de agregar significados matemáticos a elas.

Por outro lado, fatores comportamentais disciplinares também afetaram o engajamento dos alunos com a proposta, pois, como pudemos observar ao longo das aulas, esse descuido com o material foi apenas um dos aspectos indesejados do comportamento de parte dos alunos.

OE da PP 2: *Alunos: oralizarem as relações estabelecidas livremente com o material;*

PP 2: *Na opinião de vocês, eles se relacionam de alguma forma? (respondam o que acham, não se preocupem de estar certo ou não). Vocês acham que alguns desses materiais “tem a ver” com algum outro que tem no estojo?*

AEA 1: *Acho que sim.*

REP 1: *Por quê?*

AEA 2: *Porque sim professora, acho que devem ter alguma ligação, eles têm a mesma “largura”, têm a mesma largura da peça maior também.*

AEA 3: *Ela encaixa dentro.*

REP 2: *Mais alguma coisa?*

AEA 4: *As peças da mesma cor têm o mesmo tamanho.*

CPO 1 (O objetivo específico foi atingido? Por quê?):

Os alunos que interagiram oralmente com a professora regente, demonstraram dificuldade em expressar conceitos matemáticos com os termos adequados, pois, embora suas respostas aos questionamentos da professora regente tenham sugerido que ocorreu a identificação e distinção das peças, de acordo com o formato, tamanho e (ou) cor, a articulação dessas respostas se deu de forma limitada, em termos de vocabulário técnico e de clareza na expressão oral.

Em comparação com o que foi observado durante a aula, as AEA do Plano sugerem uma expressão oral mais clara do que os alunos realmente demonstraram. Os termos em que as AEA foram formuladas refletem o vocabulário dos professores que as elaboraram, mas não necessariamente um vocabulário dos alunos. Por exemplo: os alunos chegam a referir-se a “formas” ou a “figuras”, mas a expressão completa “formas geométricas”, que sugere um domínio conceitual mais elaborado, já não foi comumente verificada.

Além do pouco uso de vocabulário técnico, os alunos mostraram-se inseguros ao realizar a expressão oral de seus raciocínios. Evidenciou-se assim um estranhamento inicial com o formato da aula.

Ainda assim, a participação desses alunos mostrou que, embora inseguros, os alunos sentiram-se “acolhidos”, à medida em que tiveram oportunidade de se arriscar e serem ouvidos e orientados na construção de seu conhecimento. Nesse sentido, a atividade proporcionou que essa oralização do pensamento matemático ocorresse, e, se até então os alunos não estavam habituados a isso, o trabalho manipulativo com material concreto mostrou-se uma oportunidade para os alunos se iniciarem na prática de oralizar seus raciocínios, e, ainda que utilizando-se de uma linguagem informal e simples, eles puderam evidenciar as conexões que estavam estabelecendo entre seus conhecimentos prévios e o material com que foram colocados em contato.

Foi dito, por exemplo, que as peças tinham “o tamanho certo dentro do espaço”, o que sugere, ainda que implicitamente, o estabelecimento de um raciocínio que pode ser interpretado pelos professores. É nesse sentido que podemos afirmar que o objetivo foi cumprido.

CPO 2 (Comentário gerais):

No que diz respeito à matemática, essa dificuldade de oralização do pensamento matemático sugere, além da falta de hábito com esse formato de atividade, uma fragilidade na construção dos conceitos matemáticos e de suas nomenclaturas, além da defasagem em relação aos conteúdos prévios e adjacentes aos introduzidos na aula. Isso já era esperado, considerando que esses alunos concluíram os Anos Iniciais do Ensino Fundamental durante a Pandemia de Covid-19, em condições adversas de aulas remotas às quais não houve, tanto para os alunos quanto para os professores, uma adequação que aproximasse a eficiência do processo de ensino-aprendizagem ao cenário habitual de aulas presenciais.

As limitações na expressão oral dos estudantes também podem estar associadas à ausência do hábito de leitura, assim como a consequente dificuldade de interpretação e expressão. Em casos mais graves, evidencia também lacunas na alfabetização dos alunos, sendo que alguns deles não leem nem escrevem adequadamente ou não interpretam o que lêem, tendo limitada a funcionalidade de sua alfabetização. Porém, cabe mencionar que esse não é o perfil da maioria dos alunos que participaram oralmente das aulas, que, em geral, foram aqueles já reconhecidos como de melhor desempenho escolar.

CPO 3 (Sobre a AEA 4):

Algo que foi comum de se observar quando a professora se propõe a dialogar com os alunos, é que, muitas vezes, eles não respondem diretamente às questões da professora, mas imediatamente concordam com ela ou completam o seu raciocínio quando ela toma a iniciativa de começar a responder suas próprias perguntas ou sugere o levantamento de hipóteses que espera dos alunos.

A AEA 4 é um exemplo disso: os alunos não chegaram a afirmar, por conta própria nesse momento da aula, que “As peças da mesma cor têm o mesmo tamanho”, e nesse caso, na etapa seguinte a professora sugeriu essa conclusão em sua próxima pergunta, e quando necessário, perguntou explicitamente isso, transformando a afirmação prevista no Plano como resposta dos alunos, em uma interrogação que os orientasse a acompanhar esse raciocínio: “As peças da mesma cor têm o mesmo tamanho?”, ao que os alunos que dialogavam com a professora, prontamente concordaram, respondendo ou gesticulando afirmativamente, sem hesitar.

Essa iniciativa da Professora Regente - PR está de acordo com a proposta de (POLYA, 2006) em relação às intervenções que o professor deve tomar ao orientar os alunos durante uma atividade de resolução de problemas, pois, em relação ao auxílio que

o professor deve prestar aos estudantes, sugere-se que o professor faça uma pergunta ou indique um passo do raciocínio que poderia ter ocorrido ao próprio estudante. Então, a prontidão com que os alunos concordam com algumas afirmações da professora regente, pode ser tomada como evidência de que, quando a professora inicia a dedução, eles acompanham o seu raciocínio e chegam à conclusão esperada.

OE da PP 3: *Direcionar os alunos a encontrar uma relação das unidades fracionárias iguais entre elas;*

PP 3: *O que acontece com as peças de mesma cor, por que será que têm a mesma cor?*

AEA 1: *São todas do mesmo tamanho, algumas têm mais, outras menos.*

AEA 2: *As menores, têm mais peças.*

AEA 3: *Todas as peças da mesma cor encaixam na caixinha de madeira.*

CPO:

Nesse momento da aula a professora regente passou a direcionar a exploração do material, à medida em que dialogava com os alunos. Suas perguntas foram ao encontro daquilo que os estudantes estavam realizando durante a exploração livre do material (PP 1), pois quando a professora os questiona sobre qual é o padrão que se identifica pelas cores das peças, os alunos que haviam organizado-as de acordo com os critérios de tamanho ou cor, recorreram à essa classificação para deduzir a relação existente entre essas duas variáveis: tamanho e cor, uma vez que os conjuntos (ou grupos) de peças que foram empilhadas, inicialmente levando-se em consideração apenas as cores, coincide com os conjuntos obtidos ao classificá-las pelo tamanho, e vice-versa. As respostas dos alunos, que foram próximas às previstas nas AEA, evidenciam que eles conseguiram perceber isso.

Assim, o conteúdo da PP3 e o momento em que ela foi realizada foram adequadamente previstos e propícios ao objetivo de direcionar o estabelecimento das relações entre as peças coloridas e o significado matemático por elas simbolizado: o de “unidade fracionária”, de forma natural, dando continuidade ao levantamento de relações que os alunos já haviam iniciado durante a exploração livre do material.

Há também uma conexão direta com a etapa imediatamente anterior, em que, durante a oralização objetivada na PP2, já considerava-se possível que alguns alunos concluíssem que as peças de mesma cor tinham o mesmo tamanho e vice-versa. Se naquele momento tal conclusão ainda não fora explicitamente oralizada pelos alunos, agora, na PP3, em que a professora chama atenção às cores das peças, os estudantes foram eficientemente orientados a chegarem à essa conclusão, conforme comentado no CPO 3 (Sobre a AEA 4 da PP2).

Logo, foi cumprido o objetivo de direcionar o estabelecimento de relações entre

as características em comum que algumas peças têm, o que, posteriormente, reflete-se na construção do conceito matemático de “unidades fracionárias”.

A outra relação que buscou-se direcionar nessa etapa, foi a das “unidades fracionárias” com o “todo-referência”, o que na representação do material concreto seria a relação entre as peças coloridas e o estojo de madeira. E também nesse aspecto, houve indícios orais de que o objetivo foi atingido, pois os alunos responderam, à sua maneira, o que era previsto, usando expressões como “Peças de qualquer cor ou tamanho podem ser encaixadas no estojo”, para se referir ao fato de que, independentemente da cor e do respectivo tamanho das peças, o estojo poderia ser preenchido com uma quantidade inteira de peças semelhantes.

OE da PP 4: *Direcionar os alunos a relacionar as unidades fracionárias com sua representação simbólica e com a divisão do todo-referência; (Resgatar conhecimento de fração como divisão do todo-referência)*

PP4: *O que vocês acham que são essas transparências? Elas têm alguma relação com os outros itens do estojo?*

AEA 1: *Têm frações escritas nelas; elas têm um retângulo igual ao do apoio. Cada uma delas está dividida em partes de mesmo tamanho.*

REP 1: *As transparências?*

AEA 2: *Não, o retângulo desenhado nela.*

REP 2: *Por quê?*

AEA 3: *Olha professora, essa transparência está dividida em 5 partes e cabem todas as 5 peças certinho da cor verde.*

AEA 4: *Porque aqui está escrito “1 barra 5” e cabem cinco peças.*

REP 3: *Será que isso acontece com as outras também?*⁴

AEA 5: *Acho que dá certo, que encaixa.*

REP 4: *Então me mostra.*

⁴ Comentário da PR no Plano de Aula: “Acredito que a sala irá testar as outras cores, e que alguns alunos vão me dizer que não estão entendendo nada, eu acredito que devo explicar que os outros estão tentando colocar as peças de mesma cor em alguma das transparências e pergunto a esse grupo o que acha disso.”



Figura 24 – Alunos sobrepondo peças coloridas às transparências
FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

CPO 1 (O objetivo específico foi atingido? Por quê?):

Dando uma continuidade ao direcionamento da exploração do material, a PR passa a chamar a atenção dos alunos sobre as peças das transparências do estojo de frações. Nessa etapa, era esperado que os alunos fossem conduzidos a relacionar a representação concreta das peças de unidades fracionárias com a representação pictórica impressa em cada transparência (cujo aspecto transparente tem a finalidade de possibilitar a sobreposição às peças coloridas).

O que foi observado é que a associação que os alunos fizeram das transparências com as demais peças dependeu mais da quantidade de partes iguais em que o desenho da transparência era dividido, do que da fração simbólica escrita em cada parte. Ou seja, a princípio a representação simbólica não foi considerada para o estabelecimento da relação.

Ao serem questionados sobre qual seria a relação entre as peças coloridas, a moldura do estojo e as transparências, surgiram respostas como: “as duas (peças coloridas e transparência) mostram o tamanho certo para encaixar no estojo”. Ainda que com limitações linguísticas, (no momento dessa resposta a professora regente comenta “foi difícil de falar, mas deu para entender, não é?”), essas expressões evidenciam um esforço

de organização do pensamento e um processo de conexão entre cada um dos tipos de peças que compõem o estojo de frações, o que prepara os alunos para, posteriormente, estabelecerem as relações entre os significados matemáticos de cada uma das peças.

CPO 2 (Sobre a nota de rodapé da REP 3):

Logo abaixo da REP 3, que contém uma nota de rodapé com comentário deixado pela professora regente no Plano de Aula sobre suas expectativas para esse momento da aula, anexamos uma imagem fotográfica que registra o momento em que um grupo de alunos realizou o procedimento previsto pela professora no Plano: durante o processo de exploração orientada do material concreto, os alunos desse grupo sobrepuseram uma peça de cada cor sobre a região da respectiva transparência em que essa peça se encaixa.

Portanto, conseguimos observar uma evidência da assertividade dessa previsão do Plano de Aula, que evidencia também a efetividade do Estojo de Frações como mediador desse estabelecimento de relações, pois uma vez orientados de forma adequada com uma intencionalidade específica, fica intuitivo para os alunos atenderem à essa intencionalidade enquanto manipulam as peças do estojo.

Outro ganho dessa etapa de exploração direcionada do material, é que evidências visuais da participação dos alunos, como esse registro do que eles concretizaram com o estojo de frações, conseguem avaliar o pensamento matemático dos alunos para além dos limites da linguagem verbal. Ou seja, essa alternativa de avaliação formativa pelas evidências de participação transcende as dificuldades linguísticas já mencionadas e, ainda que não as justifique ou supere, fornece informações que o professor pode levar em consideração sobre o que os alunos estão compreendendo, sem depender da objetividade e clareza com que muitas vezes eles não conseguem se expressar verbalmente, seja oralmente ou por escrito.



Figura 25 – Professora Regente questionando a turma sobre o significado da transparência e sua relação com as demais peças do estojo de frações
FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

OE das PP 5 e 6: *Resgatar e organizar o conhecimento sobre o número fracionário um meio e, em seguida, um inteiro, estabelecendo um significado para a representação simbólica a partir da comparação com o todo-referência;*

PP5: *Peguem a peça preta e tentem colocar na caixa de madeira. O que essa peça tem a ver com esse retângulo no centro da caixa?*

AEA 1: *Essa peça é a metade do retângulo.*

REP 1: *E o que isso significa?*

AEA 2: *Que duas peças dessas, duas metades, completam o retângulo.*

REP 2: *Essas duas peças pretas são iguais? Comparem.*

AEA 3: *Sim.*

REP 3: *Olhem as transparências, tem alguma em que o desenho encaixa nessas peças?*

AEA 4: *Aqui professora, na transparência 1 sobre 2.*

PP 6: *Isso mesmo, a fração um sobre dois se chama “um meio” e ela representa a metade do “todo-referência”, essa é uma das unidades fracionárias do nosso estojo e o nome dela é um meio, pois duas partes IDÊNTICAS completam o nosso “todo-referência”, que é, nesse caso, este retângulo inteiro. Toda vez que temos uma fração, o mais importante*

é definirmos quem é a nossa referência, quem é o nosso TODO, ou o nosso INTEIRO.⁵

Peguem a transparência onde o retângulo não aparece dividido. O que está escrito?

AEA 1: *Um.*

REP 1: *Por que?*

AEA 2: *Porque é um (retângulo desse) inteiro.*

CPO:

As ações da PR ocorreram de acordo com o previsto, adaptadas conforme foi sentida a necessidade para melhor encaminhamento do raciocínio dos alunos. Foi verificado que estava correta a expectativa de que esse caso inicial de fração seria intuitivamente compreendido pelos alunos, pois eles não apresentaram maiores dificuldades em resgatar o conhecimento da noção de “metade” para responder aos questionamentos da professora.

Ao longo de sua sequência de perguntas, a Professora Regente levou os alunos a associar a ideia de “metade” a cada um dos diferentes tipos de peças do Estojo de Frações. Assim, as respostas dos alunos evidenciaram o reconhecimento de que a peça preta representava a unidade fracionária “um meio”; em seguida, em resposta à PR, eles justificaram que eram necessárias duas peças dessa cor para preencher a moldura do estojo.

Na sequência, eles foram orientados a identificar a transparência correspondente e, novamente, justificar a escolha. Ao identificarem a transparência dividida em duas partes iguais, chegaram à associação existente entre a largura da peça colorida e a fração escrita na região correspondente da transparência, percebendo que a transparência adequada para sobrepor uma peça preta, isto é, aquela de que eram necessárias duas unidades para preencher a moldura do estojo, era a que continha o número 2 impresso abaixo da barra na representação simbólica da fração.

Como resultado dessa sequência de procedimentos mediados pelo diálogo dos alunos com a PR, pudemos observar que os alunos amadureceram, naquele momento, seu conhecimento sobre a noção de “metade”, compreendendo o significado do número 2 na representação simbólica de fração, que ocupava a posição do que seria posteriormente definido como denominador.

Por fim, a PR sistematizou essas conclusões finalizando a PP 6. Podemos afirmar que a etapa teve seu objetivo cumprido, pois as deduções necessárias foram realizadas pelos alunos sob orientação da PR e, ainda que eles levem algum tempo para se apropriar dos conceitos e denominações que passam a ser introduzidos, já temos iniciado um processo de estabelecimento de significados que deverão ser “amadurecidos” nas etapas posteriores, nas quais, a partir da generalização da relação parte-todo às diversas unidades fracionárias, se introduzirá a devida nomenclatura.

⁵ Comentário dos autores no Plano de Aula: “Não foram previstas ações dos alunos para essa explicação”.

OE das PP 7, 8 e 9: *Ampliar essa relação para outras unidades fracionárias e apresentar a nomenclatura a partir do conceito construído com essa relação;*

PP 7: *Agora, peguem as peças verde escuro. Qual parte que uma peça dessa representa do todo? Por quê?*⁶

AEA 1: *Professora, é preciso 5 peças dessas para completar o retângulo, então é “quinto”, “um sobre cinco”, “um dividido por cinco”.*⁷

PP 8: *De quantas unidades fracionárias dessas eu preciso para completar o todo?*

AEA 1: *Cinco.*

PP 9: *Peguem a transparência em que o todo está dividido em 5 partes, coloquem todas as peças verdes no estojo e coloquem a transparência sobre elas no estojo. Qual fração está escrita em cada uma das partes?*

AEA 1: *Um sobre cinco.*

AEA 2: *Um barra cinco.*

*Então essa unidade fracionária corresponde a um quinto do nosso todo-referência, o nome um quinto, nos diz quantas partes dessas é preciso para completar nosso todo-referência. Contem comigo (vou colocando no estojo de E.V.A: um quinto, dois quintos, três quintos, quatro quintos e cinco quintos). O que estamos estudando aqui são as frações, que é uma forma de representar este inteiro quando é dividido em partes de mesmo tamanho, e chamamos de unidades fracionárias cada parte dessas, o nome que elas recebem (denominador) está ligado à quantidade delas que se é necessário para completar o nosso todo-referência.*⁸

OE das PP 9 e 10: *Relacionar a nomenclatura da unidade fracionária “um quinto” com a quantidade delas que completa o todo-referência, dando significado ao denominador da fração que a representa. Relacionar a contagem das unidades fracionárias com o numerador.*

CPO:

Nesta etapa da aula, pudemos notar que os alunos buscaram replicar o raciocínio empregado anteriormente, verificando quantas peças iguais eram necessárias para preencher a moldura do estojo, para assim identificar o quanto cada peça representava em relação ao todo. Conforme fora realizado no caso das peças pretas na etapa anterior, os alunos foram orientados pela PR a associar a quantidade de peças necessárias com o símbolo escrito em cada parte em que a respectiva transparência era dividida. Ao que os alunos

⁶ Comentário da PR no Plano de Aula: “Aqui eu acredito que eles vão tentar dizer de alguma forma que é a quinta parte, mas não saberão qual palavra usar.”

⁷ Comentário dos autores no Plano de Aula: “Não foram previstas reações, sendo a pergunta seguinte ligada com a previsão de resposta dos alunos”

⁸ Comentário dos autores no Plano de Aula: “Não foram previstas ações dos alunos para essa síntese”.

acompanharam o raciocínio da professora, mas demonstraram dúvida quanto a maneira correta de se referir àquele símbolo.

Nesse momento, a professora propôs que os estudantes acompanhassem a contagem das peças verdes conforme ela as encaixava na moldura de seu estojo ampliado, mas não contando a quantidade de peças (“um”, “dois”, “três”, etc.) e sim contando as unidades fracionárias, empregando o termo “quinto”. É interessante notar que a professora empregou um procedimento habitual dos estudantes, que é a contagem, porém para contar um ente matemático novo, que são as unidades fracionárias que compõem o todo-referência. Daí as confusões de linguagem na hora de oralizar essa contagem, pois alguns alunos se confundiram, misturando e usando inadequadamente termos como “cinco” e “quinto”.

Os registros audiovisuais realizados evidenciam expressões que alguns alunos utilizaram durante essa contagem das unidades fracionárias, tais como: “um vírgula cinco” e “quinto quintos”. Nota-se também a leitura equivocada da barra da representação simbólica como “vírgula”, evidenciando que, até esse momento, esses alunos não sabiam, ao certo, a maneira correta de realizar essa leitura, porém, acompanhando a contagem da professora, os próprios alunos se corrigiram, repetindo a contagem e frisando que o correto era “cinco quintos”.

Alguns desses equívocos já eram esperados e constavam nas previsões do Plano, conforme apontam comentários dos autores deixados no Plano de Aula. Isso evidencia como essas previsões do Plano refletem um conhecimento do contexto dos alunos e de seus conhecimentos prévios ao ponto de partida da aula. Logo, o hábito de buscar prever as dúvidas valoriza esse conhecimento do contexto e estimula que o professor se atente cada vez mais a ele.

Tais dificuldades de expressão delimitaram um momento da aula no qual houve uma transição do “antes” para o “depois” da construção de significado para o numerador e o denominador na representação simbólica fracionária. Esse significado foi sistematizado pela PR após a contagem das unidades fracionárias, ao longo da etapa seguinte, conforme previsto no Plano.

OE da PP 10: *Estimular os alunos a apresentarem alguns números fracionários com o material concreto e estimular o diálogo para adquirirem a linguagem e usarem a nomenclatura.*

PP 10: *Gostaria que tentassem representar três quartos no estojo de vocês.⁹ Nessas frações que representamos agora, o número de cima nos diz quantas unidades fracionárias foram usadas (numerador) e o número de baixo nos diz em quantas partes*

⁹ Comentário da PR no Plano de Aula: “No momento que colocarei as perguntas, convidarei alguns alunos que estiverem mais dispersos a virem à lousa para representarem no estojo de E.V.A. algumas frações”.

*iguais o todo foi dividido, ou seja, quais unidades fracionárias usamos (denominador).*¹⁰

CPO:

Foi observado que boa parte dos alunos conseguiu realizar a representação solicitada pela PR. Enquanto caminhava pela sala para verificar as participações dos alunos, a professora aproveitava para associar a representação com a leitura, estimulando os alunos a se referirem corretamente ao que estavam representando (“um quarto”, “três quartos”, etc.).

Pudemos notar que, em alguns grupos, os alunos dialogavam entre si e realizavam um raciocínio coletivo para realizar a atividade, cumprindo com a expectativa de socialização do conhecimento e evidenciando engajamento com a proposta. Ocorreram também representações equivocadas, que foram corrigidas pelo próprio grupo de alunos, indicando um processo de evolução do erro até a compreensão.

Além disso, a PR buscou incluir alunos não participativos à atividade, chamando, por exemplo, um aluno para realizar a representação junto à ela diante do quadro, em seu estojo ampliado. Nesse caso, em que o aluno havia se distraído da atividade proposta, a professora norteou o raciocínio do aluno, dando suporte em sua exploração do material e questionando-o até que ele conseguisse realizar a representação de “três quartos” no estojo.



Figura 26 – Alunos representando três quartos no Estojo de Frações
FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

¹⁰ Comentário dos autores no Plano de Aula: “Não foram feitas previsões de ações dos alunos”.

OE da PP 11: *Alterar a dinâmica de aprendizagem para estimular o engajamento e participação de todos; Oferecer uma oportunidade a todos os grupos de proporem e representarem um número fracionário, utilizando a nomenclatura desenvolvida até o momento;*

PP 11: *Dois representantes de dois grupos serão chamados à frente e pedirei para uma dupla falar uma fração, para que a outra dupla a represente no estojo de E.V.A. e na lousa (simbolicamente). Os demais alunos irão representar em seus estojos de frações para comparar com o resultado apresentado.* ¹¹

CPO:

A participação dos alunos em grupos diante da turma propiciou uma experiência mais imersiva na atividade, sendo um momento de protagonismo desses alunos, bem como de maior engajamento do restante da turma, pois a exposição de colegas diante do quadro chama a atenção dos demais. Pudemos observar que a mudança de dinâmica muda também a postura dos alunos. Ainda que haja alguns dispersos e desinteressados, essa dinâmica claramente melhorou o engajamento, de um modo geral, pois alguns se descontraíram ao participar na lousa, enquanto outros prestaram mais atenção pelo diferencial dos colegas participando na frente do quadro.

Ao trocarem desafios, os grupos se alternaram escrevendo frações no quadro, lendo-as e representando-as no estojo de frações ampliado da professora. Durante esse processo, alguns equívocos que ocorreram foram corrigidos entre os próprios alunos, que estavam em posição de avaliar se o outro grupo estava realizando corretamente a sua parte, e, fazendo isso, eles também se auto-avaliavam em relação à sua própria parte do desafio, acatando ou rebatendo às correções dos colegas do outro grupo.

Enquanto isso, o restante da turma, que continuava em seus lugares, acompanhava o raciocínio dos colegas, realizando as representações solicitadas no estojo de frações de seus respectivos grupos. Eles comparavam o que faziam com o que os colegas expunham no quadro e verificavam a correção, de acordo com os comentários dos grupos e da professora, que além de acompanhar a participação dos alunos no quadro, também circulou pela sala prestando auxílio aos demais.

Uma ação da PR que foi adaptada nessa etapa da aula, de uma turma para a outra, de acordo com sugestão da Professora Supervisora - PS, foi a socialização dos erros. A princípio, na primeira turma, os alunos que participavam diante da lousa interagiam entre si, mas não se dirigiam ao restante da turma ao realizar suas propostas de desafio e seus comentários. Nas turmas seguintes a PR os orientou a voltarem-se para a turma,

¹¹ Comentário da PR no Plano de Aula: “Nesse momento eu acredito que podem surgir frações equivalentes. Caso isso venha a acontecer, eu introduzirei a palavra “equivalentes” para frações que representam a mesma parte do todo-referência, porém são diferentes, mesmo que representem a mesma parte”.

interagindo com todos e convidando-os a dialogar sobre a atividade.

OE da PP 12: *Apresentar a nomenclatura de unidades fracionárias com denominadores maiores que 10;*

PP 12: *Gostaria que pegassem as peças marrom. Quantas destas são necessárias para completar o todo-referência? Qual é a unidade fracionária que ela representa do todo-referência?*

AEA 1: *São necessárias 12 peças.*

AEA 2: *Um sobre 12.*

REP: *O termo tem origem em octavus (em latim, “oitavo”), que passou a ser escrito “oit’avos” (aí sim para representar uma fração). Desde então, a terminação “avo” passou a ter o uso atual. [NOVA ESCOLA]*

CPO:

A dinâmica da PP 11 se estendeu até o final da Aula-Pesquisa na primeira turma, não restando tempo para as últimas ações previstas no Plano. Porém, durante a dinâmica os próprios alunos experienciaram a dificuldade de distinguir as peças de “um onze avos” das peças de “um doze avos”, devido à pouca diferença entre suas larguras, o que gerou a confusão durante o desafio de representar “oito onze avos”, pois o grupo tentou usar peças de “doze avos”, verificando em seguida que não eram as peças corretas, pois seria necessária uma peça a mais para preencher o estojo.

Assim, eles perceberam que só a largura das peças não era suficiente para que a escolha estivesse correta, pois, embora pequena, havia uma diferença entre o espaço preenchido por uma peça de “um onze avos” e uma peça de “um doze avos”, logo era mais seguro recorrer à contagem de peças (unidades fracionárias) iguais necessárias para preencher o estojo (todo-referência) como critério para a escolha correta das peças que deveriam utilizar, associando as características das peças manipuladas com os conceitos matemáticos que elas representam.

OE da PP 13: *Preencher um roteiro de exercícios para treinarem: a escrita da fração associando o numerador com a quantidade de uma determinada unidade fracionária e o denominador com a unidade fracionária determinada que compõe essa fração; e, a nomenclatura da unidade fracionária a partir da quantidade delas que completa o todo-referência;*

PP 13: *Caso ainda dê tempo (15 minutos), a professora irá entregar aos alunos o roteiro de atividade que terá a nomenclatura das unidades fracionárias e eles deverão completar as frases podendo usar o estojo de frações como suporte, as duas primeiras frases serão montadas com meu estojo e feitas como exemplo na lousa. (essa folha será recolhida para verificar se há validação do aprendizado). O restante da aula será direcionado para*

que preencham o roteiro e usem o material para compor as frações. (Essa atividade será realizada na aula seguinte, caso não haja esse tempo).¹²

CPO: Conforme já era previsto no Plano, não restou tempo para essa etapa final, na maioria das turmas, e o roteiro de exercícios foi entregue como tarefa para a aula seguinte.

As atividades do roteiro, conforme descritas no OE da PP 13, podem ser distinguidas em:

Escrita da fração associando o numerador com a quantidade de uma determinada unidade fracionária e o denominador com a unidade fracionária determinada que compõe essa fração. A nomenclatura da unidade fracionária a partir da quantidade delas que completa o todo-referência. Conceituação de fração, nas palavras dos alunos.

Apresentaremos a seguir, alguns recortes de roteiros respondidos pelos alunos, dando destaque às evidências de dificuldades e aprendizados que pudemos verificar analisando esse material. Foi comum a associação do conceito de frações e dos elementos presentes em sua representação com o Estojo de Frações e suas peças, algumas vezes apresentando confusões entre o conceito e o objeto, o que nos fez refletir que, talvez, o momento logo após a manipulação do estojo não tenha sido ideal para se pedir aos alunos uma definição do conceito de fração, pois muitos definiram o material e não o conceito. Por outro lado, esse ítem da atividade nos permitiu verificar que a construção do conceito ainda não se consolidou para boa parte dos alunos após essa Aula-Pesquisa, e que seria necessário um processo contínuo para que a compreensão de fato ocorresse.

¹² Comentário dos autores no Plano de Aula: “Para essa sequência não foram previstas ações dos alunos”.

ROTEIRO DE ATIVIDADES – MATEMÁTICA

(A) $\frac{2}{7}$ É 2 UNIDADES DE $\frac{1}{7}$ ✓

(B) $\frac{5}{8}$ É 5 UNIDADES DE $\frac{1}{8}$ ✓

(C) $\frac{2}{12}$ É 2 UNIDADES DE $\frac{1}{12}$ ✓

(D) $\frac{1}{11}$ É 1 UNIDADES DE $\frac{1}{11}$ ✓

(E) $\frac{5}{10}$ É 5 UNIDADES DE $\frac{1}{10}$ ✓

(F) $\frac{9}{9}$ É 9 UNIDADES DE $\frac{1}{9}$ ✓

(G) $\frac{2}{3}$ É 2 UNIDADES DE $\frac{1}{5}$ ✗

1 PARTES DE $\frac{1}{2}$ (LARANJA) FORMAM UM INTEIRO ✓

2 PARTES DE $\frac{1}{2}$ (PRETO) FORMAM UM INTEIRO ✓

3 PARTES DE $\frac{1}{4}$ (CINZA) FORMAM UM INTEIRO ✗

4 PARTES DE $\frac{1}{3}$ (ROSA CLARO) FORMAM UM INTEIRO ✗

5 PARTES DE $\frac{1}{4}$ (VERDE ESCURO) FORMAM UM INTEIRO ✗

6 PARTES DE $\frac{1}{5}$ (LILÁS) FORMAM UM INTEIRO ✓

7 PARTES DE $\frac{1}{6}$ (VERMELHO) FORMAM UM INTEIRO ✗

8 PARTES DE $\frac{1}{4}$ (AZUL ESCURO) FORMAM UM INTEIRO ✗

9 PARTES DE $\frac{1}{8}$ (ROSA ESCURO) FORMAM UM INTEIRO ✗

10 PARTES DE $\frac{1}{4}$ (AMARELO) FORMAM UM INTEIRO ✗

11 PARTES DE $\frac{1}{10}$ (VERDE CLARO) FORMAM UM INTEIRO ✗

12 PARTES DE $\frac{1}{12}$ (MARROM) FORMAM UM INTEIRO ✗

ESCREVA, COM SUAS PALAVRAS, O QUE É FRAÇÃO:

ROTEIRO DE ATIVIDADES – MATEMÁTICA

(A) $\frac{2}{7}$ É 2 UNIDADES DE $\frac{1}{7}$ ✓

(B) $\frac{5}{8}$ É 5 UNIDADES DE $\frac{1}{8}$ ✓

(C) $\frac{2}{12}$ É 2 UNIDADES DE $\frac{1}{12}$ ✓

(D) $\frac{1}{11}$ É 1 UNIDADES DE $\frac{1}{11}$ ✓

(E) $\frac{5}{10}$ É 5 UNIDADES DE $\frac{1}{10}$ ✓

(F) $\frac{9}{9}$ É 9 UNIDADES DE $\frac{1}{9}$ ✓

(G) $\frac{2}{3}$ É 2 UNIDADES DE $\frac{1}{3}$ ✓

1 PARTES DE $\frac{1}{2}$ (LARANJA) FORMAM UM INTEIRO ✓

2 PARTES DE $\frac{1}{2}$ (PRETO) FORMAM UM INTEIRO ✓

3 PARTES DE $\frac{1}{3}$ (CINZA) FORMAM UM INTEIRO ✓

4 PARTES DE $\frac{1}{4}$ (ROSA CLARO) FORMAM UM INTEIRO ✓

5 PARTES DE $\frac{1}{5}$ (VERDE ESCURO) FORMAM UM INTEIRO ✓

6 PARTES DE $\frac{1}{6}$ (LILÁS) FORMAM UM INTEIRO ✓

7 PARTES DE $\frac{1}{7}$ (VERMELHO) FORMAM UM INTEIRO ✓

8 PARTES DE $\frac{1}{8}$ (AZUL ESCURO) FORMAM UM INTEIRO ✓

9 PARTES DE $\frac{1}{9}$ (ROSA ESCURO) FORMAM UM INTEIRO ✓

10 PARTES DE $\frac{1}{10}$ (AMARELO) FORMAM UM INTEIRO ✓

11 PARTES DE $\frac{1}{11}$ (VERDE CLARO) FORMAM UM INTEIRO ✓

12 PARTES DE $\frac{1}{12}$ (MARROM) FORMAM UM INTEIRO ✓

ESCREVA, COM SUAS PALAVRAS, O QUE É FRAÇÃO:

Fração é um conjunto
peças que temos que
separar igualmente pois
todas tem suas cores e
medidas próprias para ter
a sua fração correspondida ✓

Figura 27 – Atividades de alunos do 6ºB
 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Enquanto o primeiro parece associar o número de unidades fracionárias à soma do numerador com o denominador, o segundo aluno apresenta bom aproveitamento da atividade, porém, descreve uma fração em termos das peças do Estojó de Frações, e com dificuldade na articulação da escrita.

Transcrição da parte 3 do 2º roteiro (o 1º não apresentou resposta a esse item):

“Fração é um conjunto de peças que temos que separar igualmente pois todas tem suas cores e medidas próprias para ter a sua fração correspondida.”

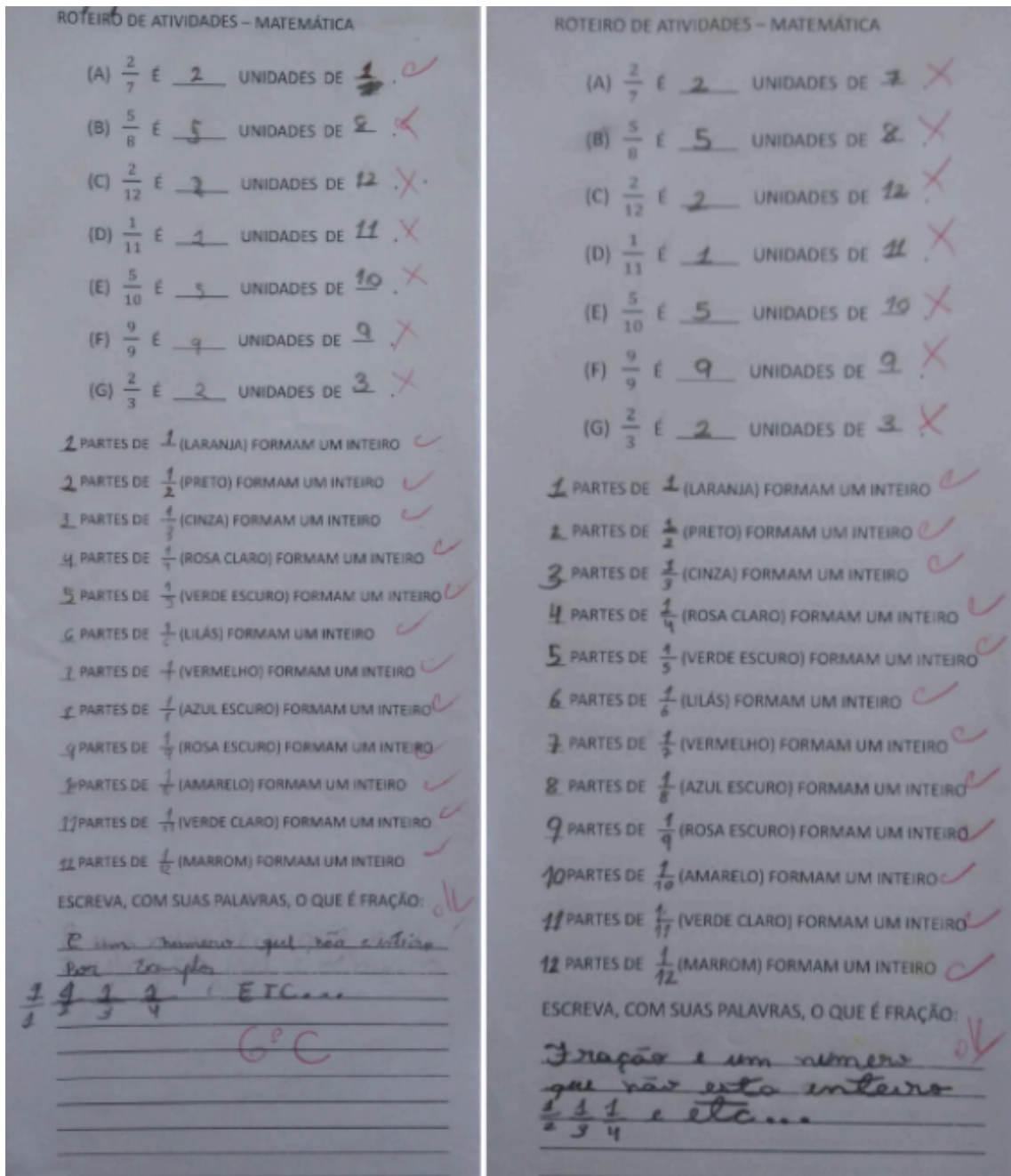


Figura 28 – Atividades de alunos do 6ºC
 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Podemos ver que eles preencheram as lacunas da 1ª parte com numerador e denominador, respectivamente, mas responderam corretamente a 2ª parte.

Transcrição da parte 3 do roteiro:

“É um número que não é inteiro. Por exemplo: $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, etc.”.

Obs.: o primeiro exemplo é um número inteiro, contradizendo a definição apresentada, mostrando que o aluno não tem o conceito bem desenvolvido. A semelhança sugere uma possível cópia de respostas entre os alunos.

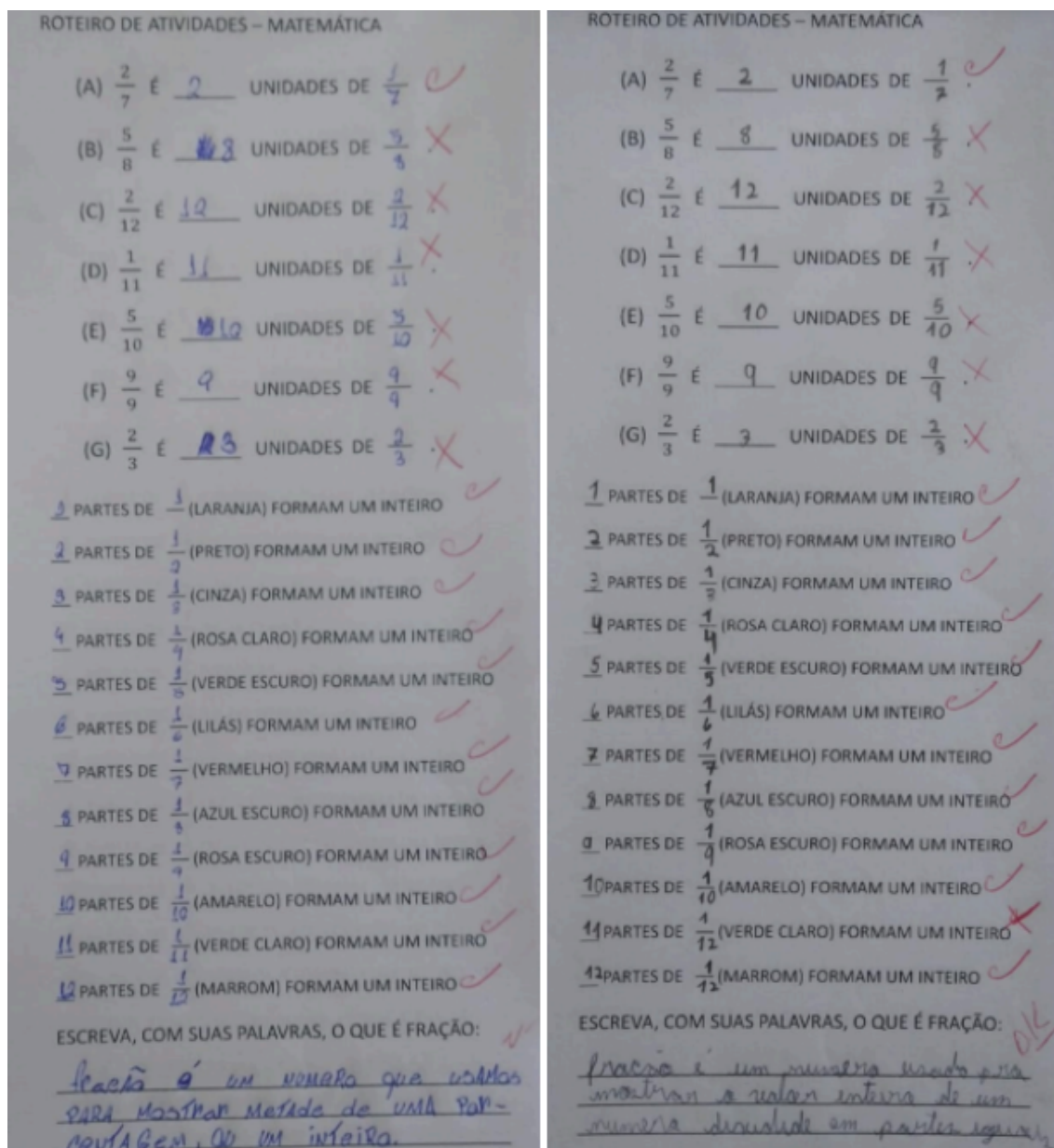


Figura 29 – Atividades de alunos do 6ºD
 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Na 1ª parte copiaram as frações e usaram os denominadores para contar as unidades fracionárias, confundindo os papéis do numerador e do denominador.

Transcrição da parte 3 dos roteiros:

“Fração é um número que usamos para mostrar metade de uma porcentagem, ou inteiro.”

“Fração é um número usado para mostrar o valor inteiro de um número dividido em partes iguais.”

Observa-se confusão nessas definições, com a primeira delas incluindo o termo “porcentagem”, sem conexão clara entre os conceitos.

4.3 Reflexões posteriores

O objetivo do Professor Observador - PO, autor deste trabalho, durante a Aula-Pesquisa foi acompanhar, atentamente, o desenvolvimento das aulas, baseando a sua observação no Plano de Aula elaborado em conjunto com a equipe. A observação foi feita criticamente sobre a execução desse Plano de Aula, com foco na verificação de evidências de aprendizagem dos alunos sobre o conceito de fração (restrito às frações próprias), suas representações e sua nomenclatura, comparando com as expectativas do Plano. Assim, o PO atuou com a intenção de pesquisar a viabilidade do Plano de Aula para que fossem atingidos os objetivos de aprendizagem pelos alunos.

Uma vez tendo participado da elaboração do Plano da Aula-Pesquisa, como coautor, isto coloca o Professor Observador como corresponsável pelo desencadeamento das aulas e seus resultados, sejam eles satisfatórios ou não. Por isso mesmo, seu papel não consiste em realizar crítica pessoal ao trabalho do Professor Regente - PR, e sim na pesquisa da transposição do Plano para a execução da aula. O fato do PO ser coautor do Plano da Aula-Pesquisa reforça que ele compartilha das mesmas intencionalidades e expectativas da PR, em relação aos resultados da Aula-Pesquisa, o que consideramos uma perspectiva de estudo inédita e relevante no contexto da área de pesquisa em Formação de Professores de Matemática no Brasil.

Dessa forma, um cruzamento de nossas percepções com as análises da Professora Regente, disponíveis em seu trabalho, Pereira (2025) se torna um elemento importante neste Projeto de Pesquisa de Aula, dentro do qual, o estudo do tema com seus objetivos de ensino-aprendizagem determinados em consenso, analisado sob perspectivas diferentes: a de quem rege a Aula-Pesquisa e a de quem observa o Plano de Aula em ação na sala de aula, traz elementos enriquecedores para a compreensão do potencial da Pesquisa de Aula na Formação de Professores, inicial e continuada.

O primeiro aspecto da Aula-Pesquisa a chamar atenção foi que a disposição dos alunos em grupos, realizada pela professora, não se refletiu em uma organização comportamental dos alunos, que apresentaram desrespeito aos acordos disciplinares negociados. Isso mostrou como pode ser desafiador aplicar atividades em grupos em turmas compostas por alunos de pouca maturidade, muitos dos quais não levam as atividades propostas a sério e dispersam-se facilmente com interesses paralelos à aula, como discutir com colegas e fazer outros usos do material didático empregado, que não os orientados pela Professora Regente. Conforme descrito em Pereira (2025):

A professora apresentou aos alunos a proposta e os outros professores, e pediu aos alunos que se organizassem em sete grupos de três ou quatro alunos. Cada grupo recebeu um estojo de frações e passou a explorá-lo livremente. O ruído das conversas entre os alunos do grupo estava alto e havia agitação dos estudantes com a situação atípica. (PEREIRA, 2025, p. 48)

Além de evidenciar essa dificuldade em se trabalhar com grupos, esse problema disciplinar nos leva a considerar a necessidade de critério para a montagem dos grupos: a seleção dos alunos que trabalharão juntos deve levar em consideração o que se conhece do comportamento e do rendimento de cada um e se basear na expectativa de que a atividade venha a ser desenvolvida adequadamente. Logo, essa seleção deve dar condições, as melhores possíveis, para que essa expectativa seja atingida. Ainda assim, conflitos ocorrem, pois em nosso caso, a Professora Regente fez, na medida do possível na ocasião, uso desse conhecimento do contexto, incluso na perspectiva adotada do CPC (Shulman, 1986) na hora de montar os grupos, o que não eliminou o problema disciplinar entre eles, porém atenuou as ocorrências indesejáveis, principalmente quando a PR realizou adaptações na formação dos grupos nas próximas turmas, após os problemas identificados na primeira turma em que a Aula-Pesquisa foi aplicada.

Notou-se também que ocorreu, ao longo das aulas, e na transição de uma turma para outra, um processo em que a Professora Regente sentiu-se mais confortável a cada nova execução do Plano de Aula, à medida em que o explorava na prática, pois, já no início, a aula idealizada é confrontada pela realidade da sala de aula e, ainda que previsões tenham sido feitas, esse confronto é desafiador e estressante para o(a) professor(a) que rege a aula. Sobre a regência da Aula-Pesquisa para a primeira turma, a professora regente relata:

A professora iniciou as perguntas previstas conduzindo um diálogo com os alunos. Devido ao estresse da situação, a professora consultou o Plano de Aula impresso algumas vezes para tentar seguir a sequência das perguntas previstas, o que tornou esse diálogo não fluido, sendo que algumas perguntas foram modificadas ligeiramente. No início, poucos alunos respondiam às perguntas feitas pela professora, sendo, na maioria das vezes, os alunos que se destacam em matemática, por se sentirem mais confiantes com a disciplina. (PEREIRA, 2025, p. 48)

Paralelamente à observação da condução da aula, em comparação com a proposta do Plano, o Professor Observador verifica também se as interações dos alunos com a aula evidenciam as expectativas previstas no Plano de Aula, seja com dúvidas e perguntas que já eram esperadas, seja com ações, comentários e respostas pertinentes à proposta do Plano. Assim, o Plano da Aula-Pesquisa é avaliado quanto à sua capacidade de suscitar o engajamento dos estudantes com o conhecimento. E para isso, cada detalhe é importante, desde a escolha dos materiais a serem utilizados e das atividades a serem propostas.

O Estojo de Frações, material que serviu de base para essas Aulas-pesquisa, chamou a atenção dos alunos de diferentes maneiras: parte dos alunos fez o devido uso do material, porém outra parte significativa deles deu indícios de se distraírem da atividade proposta com o próprio material, acabando por apenas manuseá-lo e brincar com o Estojo de Frações. Aqui, destacou-se a impressão de que muitos alunos pareciam não conseguir

prestar atenção à explicação da professora regente ao mesmo tempo em que manuseavam o Estojo de Frações, o que, somado à dificuldade que a atual geração de estudantes apresenta em manter a concentração, pode ter ocasionado o uso inadequado do material para brincadeiras. Nas palavras da PR sobre o comportamento dos alunos:

Durante a realização desta Aula-Pesquisa ocorreram algumas situações de conflito entre alunos, interrompendo a proposta da aula. Além disso, houve manipulação do material com outra finalidade, como empilhar as peças ou brincar com elas, sem o cuidado adequado, gerando uma preocupação por ser material emprestado. Ademais, momentos de desvio de atenção dos alunos, gerando barulho, prejudicou algumas das interações previstas. (PEREIRA, 2025, p. 55)

Pensando nisso, fomos levados a refletir sobre possíveis adaptações: talvez fosse mais viável reduzir o tempo de exploração livre do material e do diálogo inicial, do qual parte dos alunos acabou não participando, e alocar mais tempo destinado à dinâmica em que os grupos se revezam participando diante da turma, já que esse foi o momento de maior protagonismo e engajamento dos alunos e que demandou mais tempo ao final da aula, fazendo com que faltasse tempo para a etapa final de preenchimento do roteiro de atividades. Porém, cada aplicação do Plano de Aula depende do contexto da turma, logo reaplicações poderiam gerar impressões e reflexões diversas.

Apesar dessa distração de alguns alunos, ao circular pela sala durante a observação, notou-se entre os grupos que a proposta foi compreendida pelos mais atentos, pois eles deram indícios de uma exploração adequada do Estojo de Frações, com base nos critérios orientados pela professora regente:

Os alunos tentavam encontrar uma correspondência entre as peças (que representam unidades fracionárias) com o estojo de madeira (que representa o todo-referência). Alguns tentaram encaixar as peças da mesma cor no estojo ou sobrepor às transparências, outros perceberam que o retângulo maior impresso na transparência coincidia com o recorte do estojo de madeira (ambos representam o todo-referência). Nas primeiras perguntas feitas pela professora, os alunos tentaram explicar essas relações encontradas. (PEREIRA, 2025, p. 48)

Houve interações orais com a professora, respondendo às suas perguntas e acompanhando o seu raciocínio, como na contagem de unidades fracionárias ilustradas no Estojo de Frações ampliado disposto em frente ao quadro, diante da turma. Pôde-se observar também alunos realizando a correta leitura ou menção oral às frações, de acordo com os exemplos dados pela professora e o levantamento de hipóteses sobre os significados das peças do estojo de frações, conforme a professora regente provocava tal reflexão, indagando os alunos a esse respeito.

Assim, a condução planejada para a aula busca a participação dos alunos. E essa participação dos estudantes dialoga com o Plano de Aula e exerce influência sobre a sua

execução. A cada turma, ainda que haja dúvidas comuns, surgem perguntas diferentes e interações distintas que estabelecem a necessidade de adaptação para que o Professor Regente possa dar atenção e estímulo ao engajamento da turma com a aula.

As participações dos alunos devem ser notadas pelo Professor Observador como evidências de interação dos estudantes com o conteúdo, interação essa que é parte do processo de aprendizagem. Desse modo, o Professor Observador terá uma percepção do quanto o Plano de Aula oportunizou o protagonismo dos alunos na construção do conhecimento, por meio de atividades e ações planejadas com a intenção de promover evidências do processo de apropriação do conhecimento por parte dos alunos.

O trabalho manipulativo com o Estojo de Frações, proposto no Plano da Aula-Pesquisa, tornou-se mais rico em evidências de desenvolvimento do pensamento matemático relacionado às frações, conforme a professora regente intermediou uma dinâmica de socialização dessa manipulação, de acordo com as associações propostas entre as diferentes representações de uma mesma fração.

A proposta seguinte foi a dinâmica entre os grupos. Dois grupos foram chamados à frente da sala, a professora pediu que um dos grupos escolhesse uma fração e a representasse simbolicamente na lousa, fazendo a leitura da mesma. O outro grupo deveria representar essa fração com o estojo de frações ampliado. Todos os demais grupos deveriam representar no seu estojo de frações, incluindo o grupo que a escolheu. (PEREIRA, 2025, p. 53)



Figura 30 – Alunos trabalhando juntos na dinâmica proposta
FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Como podemos notar, aspectos importantes, contemplados na observação incluem: a troca de conhecimentos por meio de atividades em grupo, eventualmente propostas no Plano de Aula, a socialização de estratégias de resolução de problemas ou de dúvidas, expostas pelos próprios alunos ou pela professora regente e como detalhes na mediação das dinâmicas da aula influenciam no seu transcorrer e nos resultados de aprendizagem. As descrições da professora regente pontuam evidências desses aspectos que puderam ser observadas ao longo da Aula-Pesquisa, principalmente na dinâmica final:

Os grupos foram se alternando durante a realização da dinâmica. Foi observado que os alunos passaram a ler e representar corretamente as frações durante a dinâmica. Em um dos registros, um grupo tenta representar a fração oito onze avos. Inicialmente, pegam as peças que representam “doze avos”, mas ao adicionar no estojo ampliado, percebem a falha e corrigem a representação com as peças corretas. (PEREIRA, 2025, p. 53)

Enfim, cabe ressaltar que, para o Professor Observador, o exercício de buscar contemplar tudo isso em sua atenção ao longo das Aulas-pesquisa é desafiador, porque o cenário de observação é “poluído” por estímulos visuais e sonoros distratores oriundos da própria dinâmica de interação promovida pela aula, ou por problemas disciplinares que se fazem presentes entre os alunos. O Professor Observador precisa “filtrar” esses estímulos para concentrar-se nos aspectos mais relevantes da aula, que são as evidências de que a aprendizagem está ocorrendo.

Por outro lado, a experiência proporciona aprendizagem ao Professor Observador sobre a sua prática profissional, conforme a Pesquisa de Aula se propõe a fazer: desenvolver os profissionais envolvidos, no sentido de aperfeiçoar a capacidade de elaboração, execução e análise crítica de Planos de aula que promovam a aprendizagem dos alunos.

Esse desenvolvimento profissional é intermediado pelas reflexões inspiradas à medida em que o Professor Observador “treina” seu olhar analítico sobre a necessidade de intencionalidade e expectativa para cada aspecto do Plano de Aula, e assim, passa a imaginar, já durante a observação, o que poderia ser ajustado no Plano para aumentar sua eficiência, sempre tendo como critério a coleta de evidências de aprendizagem dos alunos.

5 O papel do Professor Observador no processo de Pesquisa de Aula

5.1 Elaboração colaborativa de sequência didática

Conforme já abordamos, uma vez definido o tópico do currículo a ser trabalhado: “frações”, a elaboração coletiva da sequência didática se deu como desdobramento das aplicações da primeira Aula-Pesquisa, foco deste trabalho, analisada no capítulo anterior. Ela, por sua vez, foi planejada partindo do estudo do material didático (*Kyouzai Kenkyu*), em que foram analisados itens de avaliações externas a respeito de frações, bem como exercícios e problemas presentes nos materiais usuais elaborados e adotados pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, com a finalidade de selecionar questões relevantes e viáveis para o contexto das turmas de 6^o ano com as quais o trabalho viria a ser desenvolvido.

Contexto esse marcado pelo perfil de fragilidade socioeconômica da comunidade dos entornos da unidade escolar, além da defasagem pós-pandemia de Covid-19, que, diga-se de passagem, não é só de aprendizagem, mas também de socialização, em decorrência do necessário afastamento social como medida sanitária adotada durante a pandemia.

De acordo com (BALDIN; PEREIRA; SOUZA, 2024), durante o período da Pandemia de Covid-19 (2020-2022), os alunos do 4.^o/5.^o ano sofreram graves contratemplos, especialmente para os que vivem em bairros socioeconomicamente vulneráveis, com limitadas condições de acesso à Internet e escassez de recursos digitais para o acompanhamento remoto das aulas. E foram justamente alunos nessa situação que acompanhamos durante o ano de 2023, logo após a Pandemia, os quais encontravam-se então no 6^o ano do Ensino Fundamental, isto é, fazendo a transição de ciclo dos anos iniciais para os anos finais, mesmo não tendo vivenciado presencialmente a rotina escolar durante os dois anos precedentes.

Logo, quando falamos na viabilidade das atividades a serem aplicadas junto aos estudantes, levamos em consideração a mencionada defasagem e o momento em que nos encontrávamos. As atividades deveriam ser acessíveis à compreensão dos alunos, e, ao mesmo tempo, relevantes diante da necessidade de dar continuidade à sequência curricular, à medida em que buscava-se recuperar conceitos e habilidades defasadas. Por isso, um critério de planejamento foi: selecionar e, se necessário, adaptar atividades de modo que contemplassem o essencial sobre o conceito de fração enquanto relação parte-todo e que possibilitem a construção de significado para a nomenclatura dos números fracionários.

Desse modo, a sequência didática deveria acompanhar uma cadeia lógica de desenvolvimento dos conhecimentos sobre fração, desde a apropriação do conceito e da nomenclatura, passando pelo significado de relação parte-todo e a compreensão das diferentes representações (simbólica, por extenso e pictórica), a leitura, a compreensão auditiva e a escrita dos números fracionários. Além disso, a equivalência de frações, a comparação de frações, tanto com denominadores comuns quanto com denominadores distintos, a simplificação de frações até sua forma irredutível, as operações aritméticas de adição e subtração de frações e sua aplicação em resolução de problemas, passando por exercícios escritos e atividades digitais gamificadas para verificação de aprendizagem.

Dado o volume de conteúdo para que todos esses aspectos fossem abordados e o ritmo a ser adotado para proporcionar uma aprendizagem efetiva, percebeu-se que seria necessário um período considerável do ano letivo. Para não deixar de lado outros conteúdos previstos, o trabalho com frações seria realizado paralelamente aos demais tópicos curriculares, de modo que a professora responsável retomaria o assunto em diferentes momentos dos bimestres, ao longo, principalmente, do segundo semestre de 2023. Desses momentos, alguns vieram a ser destacados como as aulas componentes da sequência didática sobre frações, que constitui o nosso segundo produto educacional.

Eu estive presente como Professor Observador nos 1º, 6º e 7º dias de aulas que compuseram a sequência didática sobre frações. Nos intervalos precedentes a esses dias de aulas, colaborei junto à Professora Regente e a nossa Supervisora com o planejamento das atividades que seriam aplicadas durante a minha observação. Juntos, discutimos a continuidade da sequência didática levando em consideração o fluxo do conteúdo abordado nas aulas anteriores e selecionamos as atividades seguintes.

No 1º dia da sequência didática, realizamos a Aula-Pesquisa já analisada no capítulo anterior. Nos dias 6 e 7 da sequência, realizamos a segunda e a terceira Aulas-Pesquisa, aplicando resolução de problemas e o uso de um simulador digital de frações, respectivamente. Essas duas Aulas-Pesquisa contaram com a minha presença como observador e serão brevemente descritas e analisadas nas próximas seções.

Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5	Dia 6	Dia 7	Dia 8	Dia 9
AULA-PESQUISA: Estojo de Frações e conceitos básicos.	2ª Aula.	Fixação dos conceitos; introdução das operações.	Comparações e frações equivalentes.	Comparação, forma irreduzível; Operações (adição e subtração).	Segunda AULA-PESQUISA.	AULA-PESQUISA com uso do Software Simulador de Frações Online (Phet Colorado).	Frações de quantidades fornecidas ou medidas de quantidade; unidades de medida.	Aula com software adotado pela rede estadual de SP. Uso de tecnologia.
Conceito de Números Fracionários; Relação Parte-todo; Escrita de frações e seu significado como número.	Sistematização sobre representações de frações; Modelos pictóricos; Exercícios e Resolução de Problemas; Frações equivalentes.	Retomando os significados de cada parte da representação simbólica de um número fracionário; Compreensão auditiva, falada e escrita; Compreensão das primeiras operações.	Comparação de frações, Frações equivalentes; Uso de papel quadriculado.	Comparação de frações, Frações equivalentes; Resolução de problemas com operações.	Resolução de problemas com frações; Atividade em grupos; Aprendizagem ativa, compartilhando, comunicando e validando.	Exercícios revisando o conceito de frações e suas diferentes representações com uso do Software Simulador com avaliação automática.	Resolução de problemas, modelagem com dados numéricos e frações de medidas, Comparação de medidas como números fracionários.	Exercícios e resolução de problemas; Avaliação da aprendizagem.

Figura 31 – Sequência Didática apresentada no ICME - 15 (traduzida pelo autor)
 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

5.2 Segunda Aula-Pesquisa: Resolução de Problemas - 28/11/2023

Para essa segunda Aula-Pesquisa, tivemos como tema “resolução de problemas sobre frações e suas representações”. Nela foram abordados conteúdos como: comparação e adição de frações com denominadores distintos, frações equivalentes e fração de um todo-referência.

A atividade de resolução de problemas aplicada nesse 6º dia da sequência didática, compreendeu, portanto, conteúdos que haviam sido introduzidos pela Professora Regente nas aulas anteriores, como podemos ver na tabela anterior, e tinha como foco contextualizar tais conteúdos em situações-problema que exigissem dos alunos habilidades interpretativas, além de propiciar o compartilhamento, a comunicação e a validação dos conhecimentos construídos até então.

A partir de uma pré-seleção de problemas, iniciamos a fase de planejamento da aula-pesquisa analisando quatro problemas da prova paulista, três problemas do material de orientação do CMSP e três problemas da OBMEP. Durante esta análise, discutimos quais problemas selecionar para a aula através da reflexão sobre “o quê”, “por quê” e “para quê” propor esses problemas, com vistas à intencionalidade de trazer aquele problema, naquele contexto e naquele momento. Em seguida, refletimos sobre “como” propor o problema, com o objetivo de adaptar as questões ao contexto e traçar as perguntas norteadoras para a construção do pensamento matemático intencional. (PEREIRA, 2025, p. 73)

Buscamos, durante esse planejamento coletivo, simplificar a linguagem dos enunciados, considerando que já era prevista a dificuldade interpretativa por parte dos alunos. Na Figura 32 podemos ver a versão final dos problemas adaptados, que constituíram a folha de atividades utilizada na ocasião.

Nome _____ 6º ano _____

MATEMÁTICA – ATIVIDADES DE FRAÇÕES (Profª Adriana)**28/11/2023**

Os amigos Adriana, Marília e Evandro colecionam figurinhas do álbum da copa do mundo. A fração que representa as figurinhas coladas nos álbuns de cada um deles é:

- Adriana: $\frac{2}{3}$ do total de figurinhas do álbum estão coladas.

- Marília: $\frac{4}{9}$ do total de figurinhas do álbum estão coladas.

- Evandro: $\frac{5}{9}$ do total de figurinhas do álbum estão coladas.

QUESTÃO 1 - Como podemos saber quem tem mais figurinhas coladas em seu álbum, Adriana ou Evandro? (JUSTIFIQUE)

QUESTÃO 2 - Adriana e Marília conseguiram trocar suas figurinhas repetidas. Cada uma delas conseguiu colar mais $\frac{2}{9}$ do total de figurinhas em seus álbuns. Qual fração do álbum delas está com figurinhas coladas? (JUSTIFIQUE)

QUESTÃO 3 - Como Evandro tinha $\frac{5}{9}$ do total de figurinhas do álbum já coladas, então, ficou faltando $\frac{4}{9}$ do álbum para ele completar.

Qual fração dos álbuns de Adriana e de Marília falta colar figurinhas? (JUSTIFIQUE)

Figura 32 – Folha de atividades de resolução de problemas

FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Foram dados os nomes de alguns professores das turmas às personagens do enunciado da atividade, como uma forma descontraída de criar um engajamento com os alunos. A atividade se iniciou com instruções introdutórias da Professora Regente, seguida da distribuição de uma folha de atividades, conforme a da figura anterior, para cada aluno.

A Professora Regente buscou evitar intervenções, estimulando a autonomia dos alunos diante do desafio de mobilizar seus conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores para aplicá-los na resolução dos problemas. Assim como na primeira Aula-Pesquisa, essa atividade de resolução de problemas contou com uma tabela de previsões em relação a dúvidas dos alunos e intervenções da PR.

Quanto a essas expectativas do Plano de Aula, pudemos observar que, mesmo os alunos tendo realizado, nas aulas anteriores, atividades em que exercitaram as habilidades cobradas nesta resolução de problemas, como a comparação de frações e a operação de adição, o domínio procedimental que os alunos exercitaram nessas aulas não foi o suficiente para que grande parte deles fosse capaz de aplicar tais procedimentos na resolução de problemas, porque, supomos, muitos alunos apresentam baixa autonomia na leitura e interpretação de texto. Há alunos que não são plenamente alfabetizados e outros que leem mas não interpretam o conteúdo dos enunciados, o que os impede de avançar para as etapas seguintes da resolução de problemas.

Os registros das respostas dos alunos evidenciam que há uma comum dificuldade de expressão escrita entre eles, que, em vários casos, compromete a análise de seu pensamento matemático, uma vez que parte dos alunos desenvolvem raciocínios válidos, mas não conseguem registrar corretamente suas ideias e elaborar justificativas. Apesar da menor quantidade há também alunos que executam incorretamente as operações matemáticas. Dentre os erros técnicos, alguns são recorrentes, sendo que a comparação das atividades sugere um possível compartilhamento de respostas entre os alunos.

Outro problema identificado em relação aos registros foram falhas de organização que os tornam incorretos ou confusos. A mais comum foi o alinhamento de diferentes operações independentes em uma mesma sequência de igualdades ou a troca do sinal de igualdade por um único traço, aparentemente associado à divisão sequencial de operações realizadas.

Por outro lado, vários alunos demonstraram o uso adequado do algoritmo apresentado pela professora para realizar a comparação entre frações com denominadores distintos. Podemos ver em seus registros escritos que eles multiplicaram o numerador e o denominador de uma fração pelo denominador da outra, obtendo frações equivalentes às originais, porém com denominador comum, facilitando a comparação entre elas, que passa a depender apenas dos numeradores.

Na Figura 33 o aluno conclui corretamente, por meio desse procedimento, que Adriana, que possui $\frac{2}{3}$ do álbum com figurinhas coladas, tem mais figurinhas coladas do que Evandro, que completou $\frac{5}{9}$ do seu álbum, pois $\frac{2}{3} = \frac{18}{27} > \frac{15}{27} = \frac{5}{9}$.

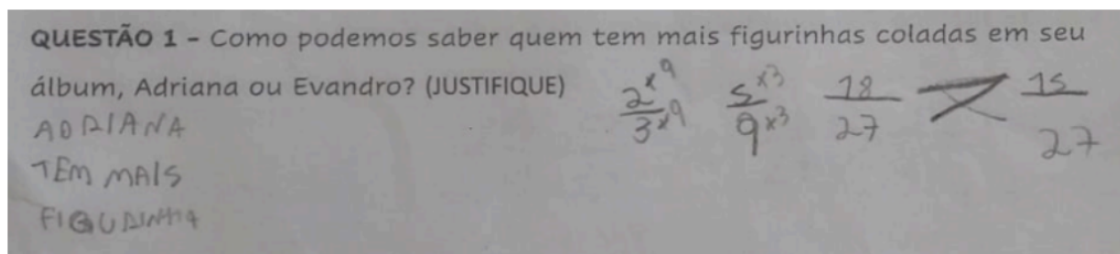


Figura 33 – Aluno faz uso do algoritmo para comparação de frações com denominadores distintos

FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Alguns outros alunos utilizaram as representações pictóricas das frações envolvidas para responder a essa mesma questão, como podemos ver na Figura 34.

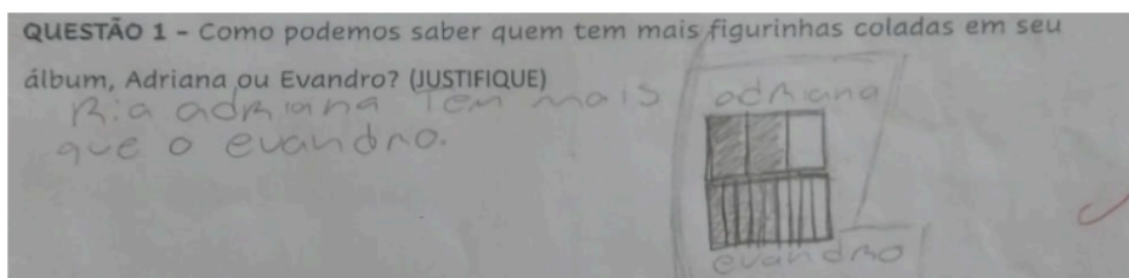


Figura 34 – Aluno faz uso de representações pictóricas para comparar as frações

FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Podemos observar em sua resposta para a Questão 1 que o aluno compara, lado a lado, as barras representativas de cada fração, fazendo coincidir, adequadamente, a largura de $\frac{1}{3}$ da primeira barra com a largura de $\frac{3}{9}$ da segunda barra, verificando que $\frac{2}{3} = \frac{6}{9} > \frac{5}{9}$.

Esse procedimento evidencia a compreensão obtida das aulas anteriores, em que a Professora Regente trabalhou com os alunos esse recurso das representações pictóricas utilizando papel quadriculado.

Um erro recorrente entre os alunos foi que alguns deles efetuaram incorretamente a operação de adição de frações, tendo operado a adição de numerador com numerador e denominador com denominador. Trata-se de um equívoco comum ao se trabalhar a adição de frações, mas fundamental para evidenciar fragilidade na construção do conceito de número fracionário e que não houve a compreensão de que se está somando partes de um todo.

O fato de o problema envolver frações com denominadores distintos aumenta a sua dificuldade para os alunos, que precisam, antes de efetuar a adição, igualar os denominadores, empregando algum algoritmo para encontrar frações equivalentes às

originais, porém com denominadores comuns. Os registros dos alunos evidenciam os diferentes níveis em que tal conhecimento, que já havia sido introduzido nas aulas anteriores, foi apropriado, dando à resolução de problemas um caráter de avaliação formativa do que vinha sendo trabalhado até a ocasião.

Na Figura 35 vemos um exemplo do equívoco mencionado sobre a operação de adição de frações.

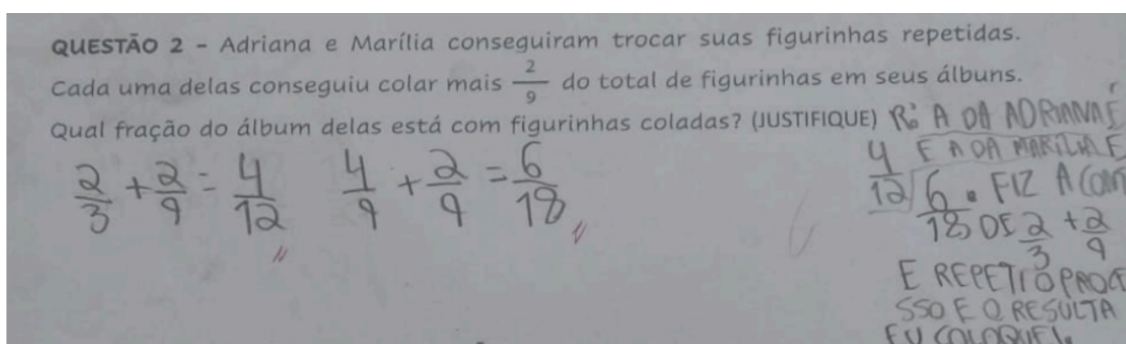


Figura 35 – Equívoco na adição de frações realizada pelo aluno
FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Apesar do erro operacional, houve a correta interpretação de que era necessário realizar adições para determinar a informação pedida. Além disso, as frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{9}$ foram corretamente utilizadas, pois representam as frações do álbum de figurinhas que cada personagem já tinha completado. O aluno também registrou por escrito a sua resposta final.

Ou seja, esse aluno realizou corretamente várias etapas do processo de resolução do problema e, ainda que sua resposta final esteja incorreta, devido ao erro operacional na adição, ao avaliarmos a sua produção escrita, devemos levar em consideração os procedimentos que evidenciam que houve um pensamento matemático desenvolvido pelo aluno.

Na Figura 36 vemos que o aluno expressou bem sua justificativa na resposta da Questão 3, embora os valores estejam parcialmente corretos devido a confusões na execução da soma de frações.

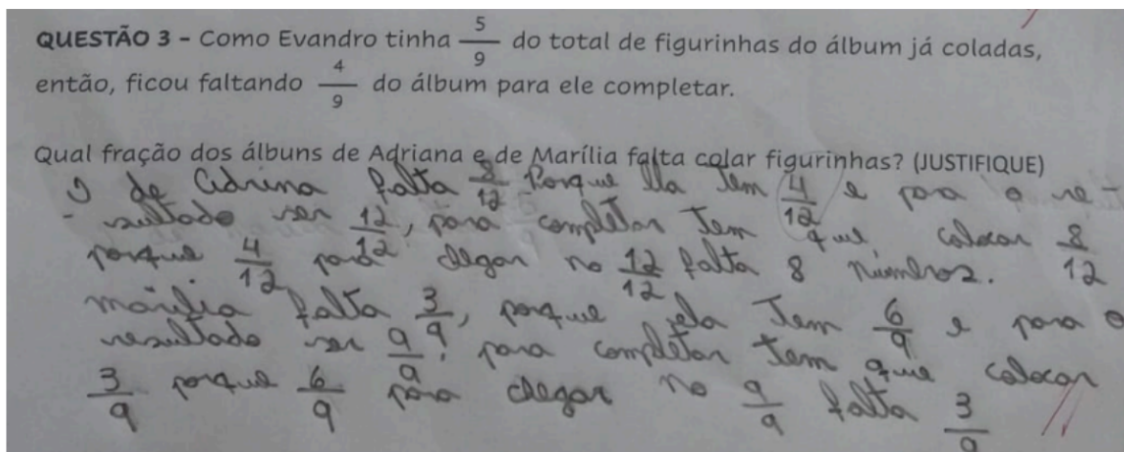


Figura 36 – Resposta com justificativa para a Questão 3

FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Se considerarmos que, na Questão 2, houve uma atualização nas frações de figurinhas coladas de Adriana e Marília, após a troca e figurinhas repetidas, de fato, para Marília falta colar $\frac{3}{9}$ das figurinhas do seu álbum, porque ela completou $\frac{6}{9}$ de seu álbum após trocar as suas figurinhas repetidas.

Já a conclusão do aluno sobre as figurinhas faltantes para Adriana completar seu álbum, não faz sentido, embora o cálculo esteja correto, porque Adriana não tinha $\frac{4}{12}$ de seu álbum completo, conforme afirmado pelo aluno. A confusão pode ter ocorrido porque Adriana tinha, no início do enunciado, antes da primeira questão, $\frac{2}{3}$ de seu álbum completo, isto é, $\frac{8}{12}$. Nesse caso faltaria $\frac{4}{12}$ e o aluno pode ter invertido essas informações em sua resposta.

De qualquer modo, o registro desse aluno, entre mais alguns outros, nos fez notar uma falha na elaboração da Questão 3, porque seu enunciado ficou ambíguo, não explicitando quais frações deveriam ser consideradas como ponto de partida. Apenas o exemplo dado, em que Evandro tinha $\frac{5}{9}$ do total de figurinhas já coladas, sugere que sejam consideradas as frações originais do enunciado.

Por outro lado, os alunos foram induzidos, após a Questão 2, a considerar as novas frações de figurinhas coladas nos álbuns de Adriana e Marília, após a troca de figurinhas repetidas, pois as questões, por partirem de um mesmo enunciado, sugerem uma ordem cronológica entre os eventos enunciados em cada questão, formando uma pequena história, na qual os valores se atualizam após essa troca de figurinhas repetidas.

Em sua busca por estimular a autonomia dos alunos, evitando muitas intervenções para não interrompê-los ou adiantar informações, a Professora Regente optou por tirar dúvidas individualmente. Essa estratégia atende ao objetivo de não fornecer a todos os alunos informações pontuais solicitadas individualmente, mas abre mão do potencial de socialização das dúvidas no momento em que elas surgem.

O Plano da aula previa uma sistematização das respostas no final da aula, com a participação de alguns alunos diante da turma, porém, observamos que devido à diversidade de ritmos em que os alunos desenvolveram a atividade, parte deles ficou para trás e não conseguiu concluir antes da sistematização, ou se desmotivou e ficou apenas aguardando a correção.

Uma alternativa possível seria realizar a correção item a item, socializando as dúvidas referentes a cada etapa da atividade, antes de dar continuidade, propiciando que mais alunos acompanhassem o desenvolvimento da aula e tirassem proveito dessa socialização para continuar.

Essas e outras observações foram posteriormente discutidas pelo nosso grupo de estudos em PA. A Professora Regente destaca em seu trabalho o seguinte exemplo:

Uma observação destacada pelos membros do grupo de PA durante a fase de reflexão coletiva sobre a Aula-Pesquisa, foi que ao escolher o problema, não se considerou que o conceito estava sendo expandido para fração de uma quantidade discreta. Embora a quantidade de figurinhas não tenha sido explicitamente mencionada no problema, cuja solução envolve conhecimentos procedimentais já adquiridos, até o momento, o conceito de fração havia sido explorado apenas em situações com quantidades contínuas, onde um inteiro representava o todo-referência. (PEREIRA, 2025, p. 76)

5.3 Terceira Aula-Pesquisa: Atividade com o Simulador de Frações - 30/11/2023

Esta aula foi originalmente proposta por mim, como uma alternativa de abordagem para diversificar os formatos das aulas que iriam compor a sequência didática sobre frações. A ideia inicial foi discutida pelo grupo de estudos em PA, de modo a determinarmos em que momento da sequência ela se encaixaria. A proposta foi coletivamente adaptada, tendo suas questões ajustadas e incluindo acréscimos sugeridos pela Professora Regente.

Determinamos que a atividade seria aplicada como a terceira Aula-Pesquisa, no 7º dia de aulas da sequência didática, logo após a Aula-Pesquisa com resolução de problemas, analisada na seção anterior. Estive presente como observador da aplicação dessa terceira Aula-Pesquisa nas aulas do dia 30 de novembro de 2023. A Professora Regente também aplicou o Plano dessa aula na turma restante, no dia seguinte, em que eu não estava. Portanto, as análises seguintes são referentes ao primeiro dia de aplicação, sob o ponto de vista de minha observação.

As aulas foram realizadas na sala de leitura da escola, um ambiente acolhedor e descontraído, com pufes e mesas coloridas e em diferentes formatos, onde os alunos se acomodaram conforme suas preferências. O foco da aula foi o uso do recurso digital,

denominado Simulador de Frações, disponível no site Phet Interactive Simulations, da Universidade do Colorado (PHET, 2024). Para acessá-lo, os alunos receberam tablets e a Professora Regente projetou o conteúdo a ser utilizado na TV da sala, para orientar os alunos durante a atividade.

A atividade consistiu na exploração guiada do simulador, com o objetivo de que os alunos interpretassem os comandos do simulador, relacionando os aspectos que variavam de acordo com os comandos realizados. Aspectos esses que eram referentes às representações simbólica e pictórica de frações. Nas palavras da Professora Regente:

O objetivo desta aula foi consolidar a relação entre as representações simbólica e pictórica de uma fração através de um jogo, além disso, desenvolver a autoconfiança dos alunos na representação de frações, uma vez que o jogo proporciona verificação imediata das respostas. O Plano de Aula e a folha de atividades foram alterados e adaptados pela professora regente a partir das discussões no grupo de PA. As perguntas da folha de atividades foram quase todas mantidas do Plano original, sendo inseridas mais duas questões. (PEREIRA, 2025, p. 76)

Esperava-se conseguir associar, junto aos alunos:

- Numerador $\langle \rangle$ Número de partes coloridas da figura $\langle \rangle$ Parte destacada de um todo $\langle \rangle$ “Numerar” as “unidades de medida por contagem” do respectivo todo-referência.
- Denominador $\langle \rangle$ Número de partes iguais em que a figura é dividida $\langle \rangle$ Todo-referência $\langle \rangle$ “Denomina” a fração formada de acordo com o todo-referência e a contagem das “unidades fracionárias”.

Como forma de avaliar as associações realizadas pelos alunos, cada um deles preencheu um questionário sobre a exploração do simulador. Esse questionário foi distribuído no início da aula e respondido durante a exploração, com a mediação da professora. Após a aplicação desta atividade, foi realizada uma correção coletiva das respostas dos alunos, confirmando suas hipóteses e sistematizando os significados de “numerador”, “denominador” e da notação fracionária formada por esses números em relação ao que ela pode representar.

Ao final da aula, o questionário foi recolhido e os alunos foram orientados a acessar um jogo, disponível no próprio simulador, onde eles puderam se descontraír testando seus conhecimentos sobre a correspondência entre diferentes representações de uma mesma fração, o que conquistou ótimo engajamento de todos, que se ajudavam e desafiavam uns aos outros, demonstrando se divertirem com o fechamento lúdico da aula.

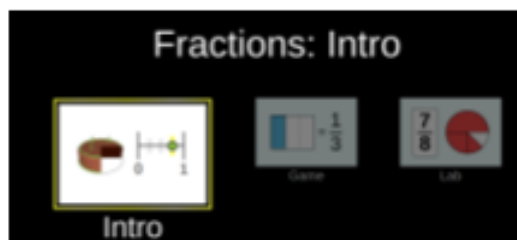
A seguir, nas Figuras 37-39, vemos o Roteiro de exploração do Simulador de Frações, com as intencionalidades de cada etapa, seguido do questionário avaliativo com as respostas esperadas, que foi respondido pelos alunos na ocasião.

Roteiro de exploração do Simulador de Frações:

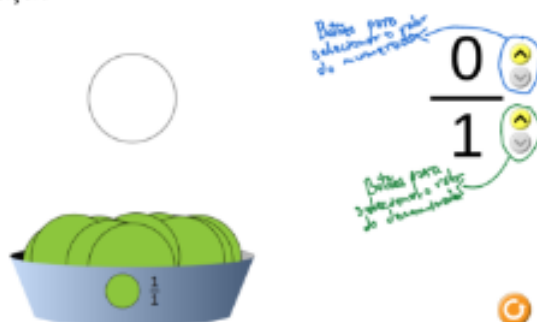
1. Acessar o link

https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-intro/latest/fractions-intro_all.html

2. Clicar no modo "Intro"



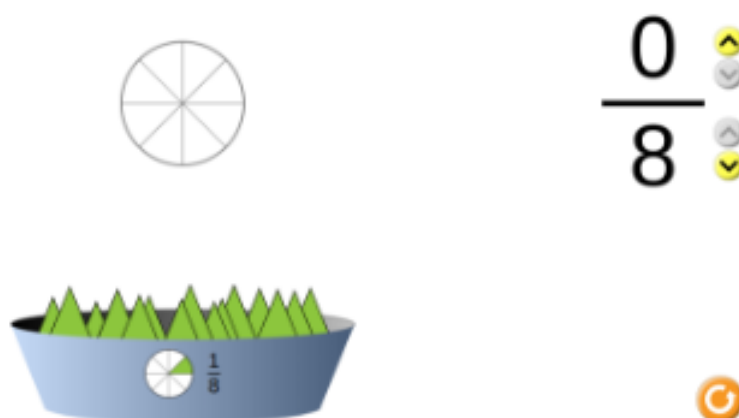
3. Vamos utilizar os botões à direita da tela. Os dois de cima controlam o valor do numerador da fração e os dois de baixo controlam o valor do denominador. A imagem à esquerda automaticamente se atualiza para representar pictoricamente a fração formada. A intenção é que os alunos explorem, sob orientação do professor, esses controles e respondam a um questionário que verificará o levantamento de hipóteses sobre a observação de padrões identificados sobre a relação da imagem com a fração.



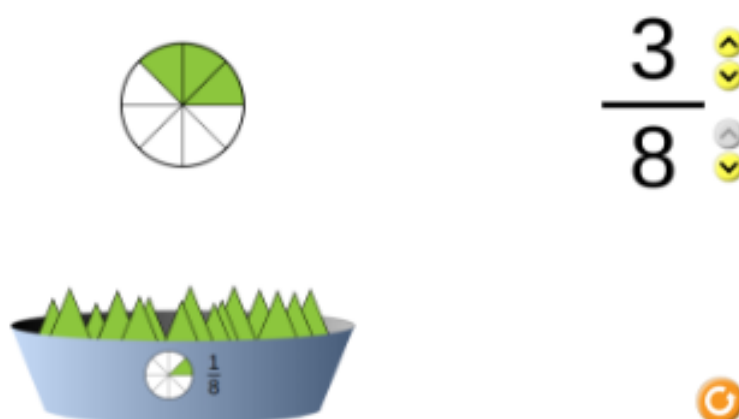
4. Inicialmente, os alunos deverão variar apenas o valor do denominador, aumentando-o até o limite do simulador (valor 8) e observando o que acontece com a imagem. Eles serão induzidos pela exploração do simulador junto às perguntas do questionário, a concluir qual é o papel desses botões em relação à figura, e consequentemente, a apropriar-se do significado a ser atribuído ao conceito de "denominador" (ou lembrá-lo, visto que o conceito já fora trabalhado previamente).

Figura 37 – Roteiro de exploração do Simulador de Frações (1)

FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)



5. Em seguida, os alunos serão orientados a manter o valor 8 para o denominador e passar a variar o valor do numerador, com os botões superiores. Novamente eles serão induzidos a chegar às suas próprias hipóteses sobre o significado do numerador, tendo observado o padrão de relação entre o valor selecionado e a respectiva imagem.



6. Por fim, os alunos serão orientados a variar ambos os valores, do numerador e do denominador, observando o que acontece com a figura a cada variação. Enquanto isso, o questionário os orientará a rever suas hipóteses e confirmá-las junto ao professor.

Figura 38 – Roteiro de exploração do Simulador de Frações (2)
 FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Questionário

Etapa 1: variando o “denominador”.

1. O que acontece com o número **abaixo da barra** da fração quando clicamos no botão de “seta para cima” ao lado desse número?

Resposta esperada: “O número aumenta de 1 em 1 a cada clique.”

2. O que acontece com a figura no centro da tela quando clicamos neste botão?

Resposta esperada: “Aumenta de 1 em 1 a cada clique a quantidade de partes iguais em que a figura fica cortada.”

3. Há alguma relação entre o número **abaixo da barra** da fração e a figura? Qual?

Resposta esperada: “Esse número é o mesmo da quantidade de partes iguais em que a figura está cortada.”

Etapa 2: variando o “numerador”.

4. O que acontece com o número **acima da barra** da fração quando clicamos no botão de “seta para cima” ao lado desse número?

Resposta esperada: “O número aumenta de 1 em 1 a cada clique.”

5. O que acontece com a figura no centro da tela quando clicamos neste botão?

Resposta esperada: “Aumenta de 1 em 1 a cada clique a quantidade de partes coloridas da figura.”

6. Há alguma relação entre o número **acima da barra** da fração e a figura? Qual?

Resposta esperada: “Esse número é o mesmo da quantidade de partes coloridas da figura.”

Etapa 3: Represente a fração $\frac{3}{8}$ e responda às questões abaixo:

7. Escreva como se lê essa fração:

Resposta esperada: “Três oitavos.”

8. Na figura formada, o que representa o número acima da barra? E o que representa o número abaixo da barra?

Resposta esperada: “O número de cima representa quantas partes da figura estão coloridas. O número de baixo em quantas partes iguais ela está dividida.”

9. Clique no ícone  e responda:

Como a fração $\frac{3}{8}$ é representada nessa figura?

Resposta esperada: “A fração é representada por um medidor dividido em 8 partes iguais, com 3 partes cheias (de água, por exemplo)”

10. Clique no ícone  e responda:

Como a fração $\frac{3}{8}$ é representada nessa figura?

Resposta esperada: “A fração é representada por uma régua que divide entre o 0 e o 1 em 8 partes iguais e tem um ponto marcando onde chega 3 partes.”

Figura 39 – Questionário sobre a exploração do Simulador de Frações

FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Na correção do questionário dessa atividade, um destaque foi o fato de praticamente todos os alunos de todas as turmas terem escrito corretamente como se lê a fração $\frac{3}{8}$ (com uma única exceção, onde o aluno respondeu “oito terços”). O que evidenciou a consolidação da compreensão leitora e da escrita de frações, trabalhadas ao longo de toda a sequência didática, desde a sua introdução na primeira Aula-Pesquisa. Também pareceu, em geral, bem consolidada a associação das nomenclaturas “numerador” e “denominador” às respectivas posições que ocupam na representação simbólica de uma fração.

Outro fator que chamou atenção foi a limitação da expressão escrita dos alunos como a dificuldade mais comum, o que já havíamos observado nas atividades anteriores da sequência didática, inclusive em casos onde os alunos aparentavam ter uma compreensão maior do que aquela que foram capazes de expressar por escrito.

No que diz respeito à compreensão geral da atividade, a maior parte dos alunos registrou indícios de uma compreensão parcial dos conhecimentos envolvidos. Já os alunos que evidenciaram tanto compreender quanto se expressar muito bem, são exceções.

A seguir, concluiremos esta seção apresentando alguns exemplos de respostas dos alunos ao questionário, que comentaremos brevemente.

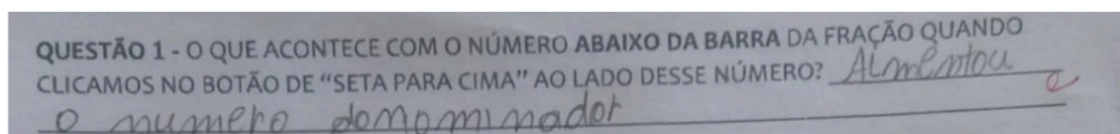


Figura 40 – Uma resposta para a Questão 1
FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

A resposta acima evidencia o uso correto do termo “denominador” para se referir ao número abaixo da barra na representação simbólica da fração. A resposta está de acordo com o esperado, pois as primeiras questões são referentes às variações observadas no denominador conforme o aluno clicava nos botões correspondentes do simulador.

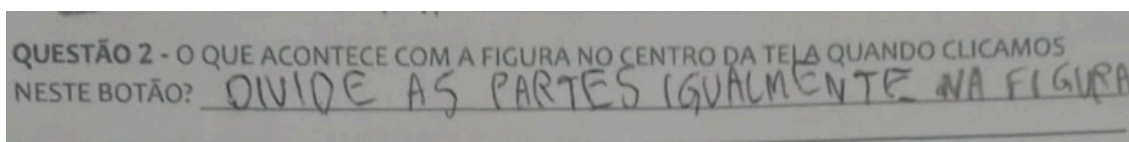


Figura 41 – Uma resposta para a Questão 2
FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Ainda se referindo à variação do denominador, mas agora em relação ao que ocorria na figura correspondente, temos nesta resposta uma evidência da correta associação do denominador com a divisão da figura em partes iguais. Faltou a referência à quantidade dessas partes iguais em que a figura ficava dividida, que aumentava conforme o uso do botão. De qualquer modo, é uma resposta satisfatória pela compreensão que evidencia.

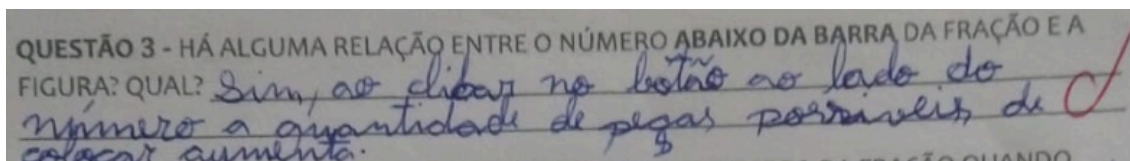


Figura 42 – Uma resposta para a Questão 3

FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Aqui, vemos uma resposta satisfatória sobre a relação que a Questão 3 buscava verificar sobre a variação, tanto do denominador quanto do número de partes iguais em que a figura ficava dividida, como consequência da ação de clicar no referido botão.

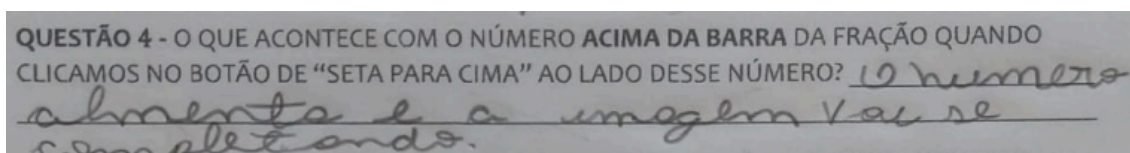


Figura 43 – Uma resposta para a Questão 4

FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Nesta resposta à Questão 4, que era a primeira questão referentes à variação do numerador da fração, nota-se que o aluno se “adiantou”, mencionando também o que acontecia com a figura, sendo que a questão focava apenas na representação simbólica. Mas a resposta evidencia a compreensão da relação entre o aumento do numerador na representação simbólica e o “completamento” da figura.

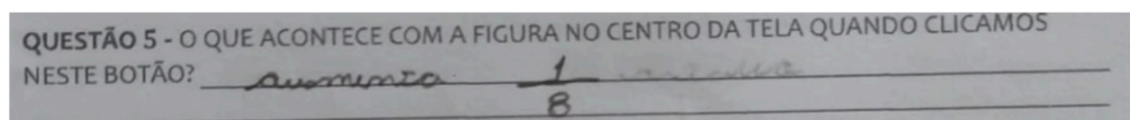


Figura 44 – Uma resposta para a Questão 5

FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

A Questão 5 também encontra-se na etapa do questionário referente à variação do numerador da fração, logo a resposta acima evidencia a compreensão de que cada clique naquele botão acrescentava uma unidade fracionária, mas não menciona o que era esperado, que era o fato de que uma parte a mais da figura ficava colorida. Essa era, na verdade, a resposta esperada para a questão anterior, logo o aluno não distinguiu uma questão da outra, interpretando ambos os enunciados como equivalentes. Por outro lado, houve o uso correto da representação simbólica de “um oitavo”, que, de fato, era a unidade fracionária presente na ocasião, pois o denominador fixado era 8.

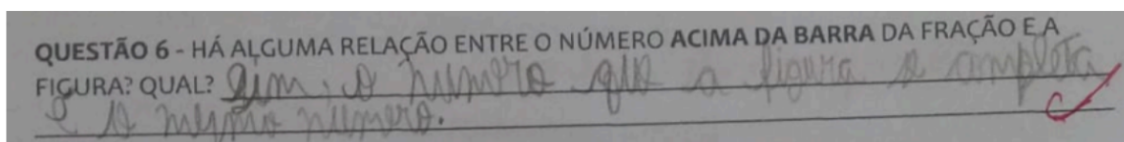


Figura 45 – Uma resposta para a Questão 6
FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Podemos notar nessa resposta da Questão 6, que houve a correta associação entre a variação do numerador da fração e a variação da quantidade de partes coloridas na figura, o que foi registrado pelo aluno, dentro dos limites de sua expressão escrita. Essa expressão limitada, mas que ainda evidencia a compreensão esperada, foi comum a muitos alunos, conforme já comentado.

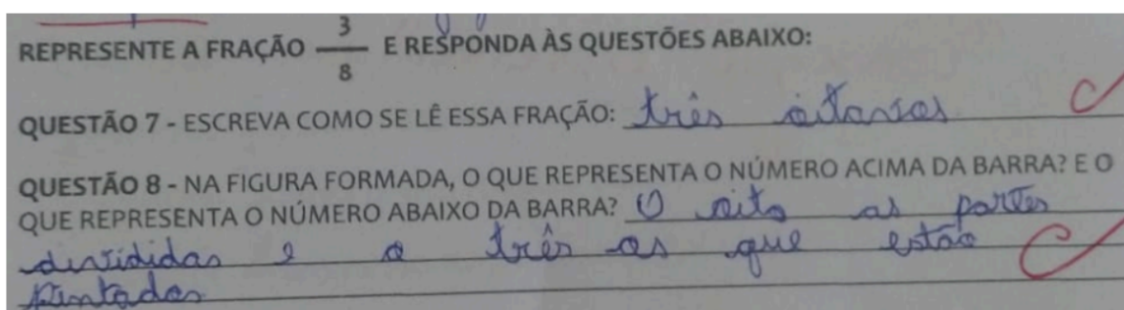


Figura 46 – Uma resposta para as questões 7 e 8
FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Nas respostas acima, das questões 7 e 8, de um mesmo aluno, podemos observar uma boa expressão escrita na elaboração da resposta 8, o que não foi comum entre os alunos, além da correta escrita por extenso da leitura da fração, como resposta à questão 7, que, por sua vez, foi observada quase que unanimemente, evidenciando que praticamente todos os alunos consolidaram a leitura correta de frações como essa.

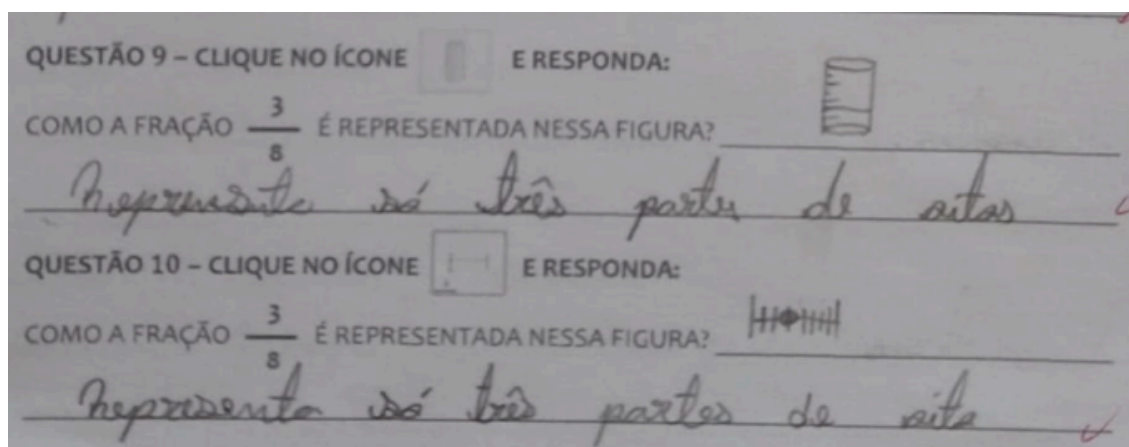


Figura 47 – Uma resposta para as questões 9 e 10
FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Nestas respostas, de um mesmo aluno, para as questões 9 e 10, vemos que o aluno percebeu que os ícones selecionados no Simulador alteraram apenas o formato da figura, mas eram equivalentes, por representar a mesma fração. O aluno evidencia essa compreensão escrevendo a mesma resposta para ambas as questões. Embora não fossem as respostas esperadas, que previam descrições das figuras e de como a fração simbólica se relacionava com elas, são evidências de que o aluno identificou um padrão.



Figura 48 – Turma durante a aula com o Simulador de Frações na sala de leitura da escola

FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

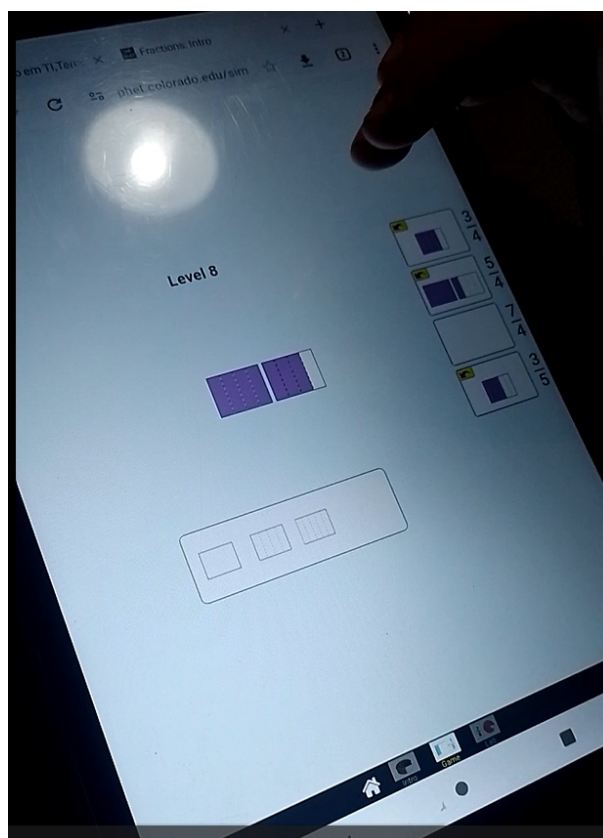


Figura 49 – Jogo acessado livremente pelos alunos ao final da aula

FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

6 Considerações Finais

Na experiência de pesquisa que resultou no presente trabalho, atuei como Professor Observador e Colaborador no processo de Pesquisa de Aula - PA, isento das responsabilidades da professora regente quanto às burocracias de sua posição de responsável pelas turmas e às expectativas institucionais e familiares quanto ao desempenho dos alunos. Isso porque a Professora Regente era tanto uma pesquisadora com objetivos acadêmicos, quanto uma docente atuando profissionalmente na escola e tendo de responder pelos resultados de seus alunos. Enquanto a Professora Regente tinha de preocupar-se com os prazos e as pressões de cumprir o currículo, ao mesmo tempo em que buscava proporcionar uma aprendizagem significativa aos estudantes, aproveitando-se de sua atuação profissional como laboratório para sua pesquisa, eu, enquanto Professor Observador, me encontrava em uma posição que me permitia preocupar-se apenas com o desenvolvimento da pesquisa em si.

Ao longo desta experiência, compreendi que a necessidade do professor ser um pesquisador de sua própria prática surge da demanda por mobilizar todos os conhecimentos que compõem o Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (SHULMAN, 1986) de modo que se incorporem em termos práticos, resultando na aprendizagem dos alunos. Isso se reflete na perspectiva de Professor Observador neste trabalho, que foi a de um profissional em construção, que, estando no início de sua carreira docente, teve no seu envolvimento com essa experiência de pesquisa a oportunidade de “moldar-se” profissionalmente de acordo com os princípios essenciais da Pesquisa de Aula.

Dada a dificuldade de executar uma prática e avaliá-la em tempo real, o trabalho coletivo no qual a aula é observada por pares que são coautores do Plano de Aula, apresenta-se como uma alternativa que auxilia o Professor Regente da aula, uma vez que alguém estará focado em levantar evidências de como, e até que ponto, a aula consolidou o que foi planejado, sob a perspectiva de um olhar externo à própria regência e por isso atento a detalhes que eventualmente escapem ao que o regente pode perceber por si só enquanto executa a aula. Assim, o Professor Observador colabora com o Professor Regente para que possam, juntos, atingir uma percepção mais ampla e profunda de como a Aula-Pesquisa consolidou o planejamento. Por outro lado, o Professor Observador aprende com o Professor Regente, uma vez que a observação analítica das aulas aumentará o seu repertório de experiências, apurando o olhar crítico que se fará presente também em suas próprias regências de aula ao longo de seu futuro profissional.

Aprendi que há diversas dimensões a serem observadas em uma aula, que vão desde a gestão do tempo e do comportamento da turma, até as dúvidas manifestadas

pelos alunos, que foram ou não previstas, bem como as intervenções realizadas pelo Professor Regente. Em qualquer uma dessas dimensões, a análise e os registros do Professor Observador não devem ser meramente descritivos, e sim analiticamente críticos, no sentido de sustentar cada ação e resultado por uma justificativa lógica diante da realidade da sala de aula e da intencionalidade com que o planejamento foi elaborado. As evidências de aprendizagem observadas e registradas ao longo da execução da Aula-Pesquisa são comparadas às expectativas do Plano de Aula e confrontadas também pelas reflexões posteriores, de modo que essas expectativas possam ser reformuladas com base nessa experiência e tomadas como novo ponto de partida para um possível ciclo seguinte de Pesquisa de Aula.

Vivenciei, durante a pesquisa, um ambiente de trabalho colaborativo onde havia o interesse e a dedicação de todos os envolvidos com uma finalidade em comum, isto é, um ambiente de rica troca de ideias e importantes reflexões que pontuam a prática docente dos profissionais envolvidos em 'antes' e 'depois' dessa experiência colaborativa. As reflexões oriundas desse trabalho colaborativo em Pesquisa de Aula tendem a romper paradigmas e ampliar horizontes, de modo que ele seja, de fato, um trabalho multiplicador da postura investigativa de um professor pesquisador da sua prática e assim, as produções acadêmicas resultantes possam difundir a Pesquisa de Aula como promissora fonte de desenvolvimento profissional e pessoal dos docentes. O benefício desse trabalho coletivo pressupõe sinergia entre os profissionais envolvidos, enquanto profissionais que compartilham da mesma visão a respeito de sua prática, isto é, dificilmente será produtivo o trabalho colaborativo onde não haja respeito, apreço e admiração mútua entre os colaboradores. Deve haver em comum um ideal de educação, em sentido amplo, no qual todos os colaboradores acreditem. Ou seja, eles devem partilhar de iguais crenças e valores no que diz respeito à sua atuação profissional, uma vez que o fruto de seus esforços será um trabalho em comum, que deve propiciar a todos, confiança e satisfação.

Por fim, a realização deste trabalho com o processo de Pesquisa de Aula contribuiu, em caráter de formação continuada, para minha aprendizagem do conhecimento pedagógico de conteúdo - CPC que permite atingir a efetiva aprendizagem dos alunos. A mobilização do CPC incluiu o amadurecimento de minha percepção do conteúdo curricular de frações como importante elo entre ideias fundamentais da matemática e a compreensão das dificuldades que tal conteúdo representa aos estudantes. Essa compreensão passou pela percepção das influências do contexto social dos alunos e da sala de aula no processo de ensino-aprendizagem, e também de como a aplicação de diferentes métodos didáticos, planejados com intencionalidade e previsibilidade, permite criar caminhos para alcançar os objetivos de aprendizagem. Isso me levou a entender que a Pesquisa de Aula propicia aos professores espaços de pesquisa que desenvolvem uma visão holística sobre sua prática docente, em que se busca maximizar de forma contínua a aprendizagem de seus alunos.

Entendemos que uma contribuição de nosso trabalho seja a disseminação dessa compreensão pessoal adquirida sobre a Pesquisa de Aula como alternativa para promover melhorias no processo de ensino-aprendizagem de Matemática na Educação Básica. Como fizemos uso de materiais emprestados e em quantidade escassa, nossa abordagem com o Estojo de Frações restringiu-se à construção do conceito de "fração própria", mas o uso desse material conta com um potencial maior de exploração didática, podendo se estender à construção de conceitos como "frações impróprias", além do estabelecimento de comparações de frações e a realização de operações aritméticas com frações. Assim, o uso do Estojo de Frações pode dar margem a uma ampla gama de pesquisas sobre o ensino de frações que resultem em produtos educacionais, como sequências didáticas, por exemplo.

A Pesquisa de Aula, por sua vez, tem muito a se desenvolver no Brasil, seja por meio de outras investigações sobre o papel do Professor Observador, seja popularizando a cultura do trabalho colaborativo entre os professores. As possibilidades de aplicação e geração de resultados seriam ampliadas se fossem desenvolvidas políticas públicas voltadas à formação continuada de professores através da Pesquisa de Aula. Enquanto campo de investigação, a Pesquisa de Aula se apresenta também como uma importante "ponte" de conexão entre a Academia e a Sala de Aula, uma vez compreendida como campo de pesquisa sobre a prática docente e voltada para o seu contínuo desenvolvimento. Tais aspectos sugerem algumas direções às futuras investigações na área.

Referências

- ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática 6**: Edição Renovada. 4^aed. São Paulo, SP: Editora do Brasil, 2015. 6^o ano E.F., p. 288. (PNLD 2017 a 2019).
- AUGUSTO CÉSAR MORGADO, Paulo Cezar Pinto Carvalho. **Matemática Discreta**. [S.l.]: SBM, 2015. Disponível em:
<<https://loja.sbm.org.br/matematica-discreta.html>>. Acesso em: 13 jan. 2025.
- BALDIN, Y. Y. O significado da introdução da Metodologia Japonesa de Lesson Study nos Cursos de Capacitação de Professores de Matemática no Brasil. In: XVIII Encontro Anual da SBPN e Simpósio Brasil-Japão 2009. São Paulo, SP: Associação Brasil-Japão de Pesquisadores - SBPN. Anais[...], 2010. P. 1–5.
- BALDIN, Y. Y.; SILVA, A. F.; FELIX, T. F. Introdução dos Princípios da Lesson Study no Brasil: primeiros passos e grupos de estudo. **Revista Paradigma**, Maracay, v. XLIV, n. 2, p. 131–158, 2023. Disponível em:
<<https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/1415>>. Acesso em: 18 dez. 2024.
- BALDIN, Y. Y.; SILVA, A. F. da; SOUZA, M. A. V. F. de. Desafios e diversidade de iniciativas para a implementação de Lesson Study com foco na formação continuada de professores de matemática. **Educação Matemática Em Revista**, Rio Grande do Sul, v. 1, n. 23, p. 149–159, 2022. Disponível em:
<<https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/EMR-RS/article/view/3114/2119>>. Acesso em: 18 dez. 2024.
- BALDIN, Y.Y.; PEREIRA, A.R.; SOUZA, W.G. de. A Lesson Study project to develop active learning classes for the topic of fractions in the basic school curriculum. In: 15TH International Congress on Mathematical Education. Sydney, Australia: Anais do ICME-15, 2024. P. 1–5. Disponível em: <<https://icme15-c10000.eorganiser.com.au/data/clients/1/773/submissions/173737/abstract.pdf>>. Acesso em: 21 dez. 2024.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2024.
- FELIX, T. **Pesquisando a melhoria de aulas de matemática seguindo a proposta curricular do estado de São Paulo, com a metodologia da pesquisa de aulas (Lesson Study)**. 2010. F. 150. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP. Disponível em:
<<https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/4412>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

GAY, M. R. G.; SILVA, W. R. (Ed.). **Araribá Mais Matemática 6º ano**. 1ª ed. São Paulo, SP: Editora Moderna, 2018. 6º ano E. F., p. 312. (PNLD 2020 a 2023).

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e Realidade: 6º ano**. 10ª ed. São Paulo, SP: Editora Saraiva, 2022. 6º ano E. F., p. 320. (PNLD 2024 a 2027).

ISODA, M. Japanese theories for lesson study in mathematics education: A case of problem solving approach. **Proceedings of the 5th East Asia Regional Conference on Mathematics Education**, v. 1, n. 5, pp. 176–181, nov. 2010. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/255647628_Content_Knowledge_for_Teaching_What_Makes_It_Special>. Acesso em: 10 jan. 2025.

ISODA, M. et al. **Japanese Lesson Study in Mathematics: Its Impact, Diversity and Potential for Educational Improvement**. [S.l.]: Singapore: World Scientific, 2007.

LEMES, J. C.; CRISTOVAO, E. M. da; GRANDO, R. C. Características e Possibilidades Pedagógicas de Materiais Manipulativos e Jogos no Ensino da Matemática. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 38, n. 23, p. 1–23, 2024. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/bolema/a/4pcBK8nK94m4n7zkw4gf4bw/?format=pdf&lang=pt>>. Acesso em: 10 jan. 2025.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. [S.l.]: Autores Associados, 2010. Disponível em: <<https://www.autoresassociados.com.br/produto/para-aprender-matematica/>>. Acesso em: 10 jan. 2025.

PEDAGÓGICA, JM. [S.l.: s.n.]. Estojo de Frações. Disponível em: <<https://jmpedagogica.com.br/loja/estojo-de-fracoes-pequeno/>>. Acesso em: 26 dez. 2024.

PEREIRA, A. **O impacto da Pesquisa de Aula (Lesson Study) no desenvolvimento profissional do professor e na aprendizagem de frações de alunos do sexto ano**. 2025. F. 92. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP. Disponível em: <<https://repositorio.ufscar.br/>>.

PEREIRA, A.R.; SOUZA, W.G. de; BALDIN, Y.Y. **Acervo documental compartilhado do grupo de Pesquisa de Aula**. [S.l.: s.n.], 2023.

PHET, Interactive Simulations. [S.l.: s.n.]. Fractions: Intro. Disponível em: <<https://phet.colorado.edu/en/simulations/fractions-intro>>. Acesso em: 27 dez. 2024.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas**. [S.l.]: Editora Interciência, 2006. Disponível em: <<https://www.editorainterciencia.com.br/index.asp?pg=prodDetalhado.asp&idprod=2>>. Acesso em: 13 jan. 2025.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação. **Aprender Sempre - 6º ano do Ensino Fundamental: Língua Portuguesa e Matemática**. São Paulo, SP: Secretaria da Educação, SEDUC, SP, 2023. v. 1. Disponível em:

<https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2023/02/WEB_AS_6ano_LP-MAT_estudante_vol1-1.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2024.

_____. **Currículo em Ação - 4º ano do Ensino Fundamental: EMAI – EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL & TECNOLOGIA E INOVAÇÃO**. São Paulo, SP: Secretaria da Educação, SEDUC, SP, 2022. v. 2. Disponível em:

<https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2022/06/EF_4ANO_EMAI-TEC_V2.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2024.

_____. **Currículo em Ação - 5º ano do Ensino Fundamental: EMAI – EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL & TECNOLOGIA E INOVAÇÃO**. São Paulo, SP: Secretaria da Educação, SEDUC, SP, 2022. v. 2. Disponível em:

<https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2022/06/EF_5ANO_EMAI-TEC_miolo.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2024.

_____. São Paulo, SP: Secretaria da Educação, SEDUC, SP, 2023. 1º semestre. Disponível em:

<https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2023/01/EF5AI_5ano_1sem_estudante_EMAI-TEC_web.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2024.

SHULMAN, L.S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4–14, fev. 1986. Disponível em:

<http://depts.washington.edu/comgrnd/ccli/papers/shulman_ThoseWhoUnderstandKnowledgeGrowthTeaching_1986-jy.pdf>. Acesso em: 18 dez. 2024.

SOUZA, M. A. V. F.; WROBEL, J. S.; BALDIN, Y. Y. Lesson Study como Meio para a Formação Inicial e Continuada de Professores de Matemática – Entrevista com Yuriko Yamamoto Baldin. **Boletim Gepem**, n. 73, p. 115–130, 2018. Disponível em:

<<http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2018.020>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

TEIXEIRA, Ricardo Emanuel Cunha. Ensino da Matemática: o método de Singapura. **Atlântico Expresso**, Gráfica Açoreana, Lda., p. 17–17, 2015.