UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

GILSOM MOTA

UMA ABORDAGEM SOBRE O TRATAMENTO DE TERMOS SUBJETIVOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

SOROCABA, SP
SETEMBRO DE 2025

Gilsom Mota

Uma abordagem sobre o tratamento de termos subjetivos no ensino de Matemática na Educação Básica

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre(a) Profissional em Ensino de Ciências Exatas, sob orientação da Professora Doutora Magda da Silva Peixoto.

Universidade Federal de São Carlos
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Orientadora: Magda da Silva Peixoto

Sorocaba, SP
Setembro de 2025

Gilsom, Mota

Uma abordagem sobre o tratamento de termos subjetivos no ensino de Matemática na educação básica / Mota Gilsom -- 2025.
78f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba
Orientador (a): Magda da Silva Peixoto
Banca Examinadora: Magda da Silva Peixoto, Luiza Amália Pinto, Silvia Maria Simões de Carvalho
Bibliografia

1. Educação Básica. 2. Lógica Fuzzy. 3. Python. I. Gilsom, Mota. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática (SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Maria Aparecida de Lourdes Mariano - CRB/8 6979

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Gilsom Mota, realizada em 30/09/2025.

Comissão Julgadora:

Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto (UFSCar)

Profa. Dra. Luiza Amália Pinto (UNESP)

Profa. Dra. Silvia Maria Simões de Carvalho (UFSCar)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

Dedico este trabalho a todos que acreditam nos sonhos, enfrentam desafios com coragem e seguem firmes na busca por conhecimento e transformação.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, fonte de toda sabedoria, força e inspiração. Sem a Sua presença constante em minha vida, este trabalho não seria possível. A Ele entrego toda a honra e a glória por cada conquista alcançada.

Agradeço aos professores, que com paciência, dedicação e compromisso, contribuíram para a minha formação acadêmica e pessoal. Cada ensinamento foi fundamental para a construção deste percurso.

Às professoras Drª Silvia Maria Simões de Carvalho e Drª Luiza Amália Pinto por terem aceito participar de minha banca examinadora e pelas valiosas contribuições.

Estendo minha gratidão aos meus colegas de trabalho — Leandro, Gaby, Aline, Angelita, Patrícia, Bruna, Carime — pela amizade, apoio e incentivo nos momentos de desafio. A convivência e o companheirismo de vocês tornaram essa jornada mais leve e significativa.

Agradeço também ao meu pastor Higor por suas palavras de fé, encorajamento e por me lembrar sempre da importância de confiar nos planos de Deus.

À Universidade Federal de São Carlos, instituição que possibilitou a realização deste mestrado.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), por contribuir com minha formação.

E, por fim, deixo registrado meu carinho especial à minha orientadora, Profª Drª Magda da Silva Peixoto, que com sabedoria e sensibilidade, me acompanhou nesta trajetória, inspirando-me a acreditar no processo e nas pequenas conquistas — como aquela bela lição da história do coelhinho, que guardarei para sempre.

A todos vocês, minha eterna gratidão.

A dissertação de mestre do jovem Coelho

Num dia ensolarado, o coelho, com seu notebook, sentava-se concentrado em seu trabalho. Uma raposa, passando por ali, viu aquele coelho tão absorto que não resistiu à tentação de se aproximar. Curiosa, ela perguntou:

R - Coelhinho, o que você está fazendo aí tão concentrado?

C - Estou escrevendo minha dissertação, disse o coelho, sem desviar o olhar.

R - E qual é o tema da sua dissertação?

C - Provo que os coelhos são predadores naturais de outros animais, até das raposas! A raposa, surpresa, respondeu com um sorriso irônico:

R - Ora, isso é impossível! Nós, raposas, é que somos predadores dos coelhos!

C - Se quiser, posso te mostrar a prova experimental. Vamos até minha toca?

Eles seguem para a toca. Pouco tempo depois, ouvem-se sons inusitados, seguidos de um silêncio profundo. O coelho retorna, sereno, e retoma seu trabalho como se nada tivesse acontecido. Meia hora depois, um lobo aparece, atraído pela cena do coelho tão distraído, mas também curioso com a concentração do pequeno animal.

L - O que você está fazendo tão concentrado, coelhinho?

C - Minha dissertação, que demonstra que os coelhos são predadores naturais, até de lobos.

O lobo ri da ideia e responde:

L - Coelhinho, você está brincando! Nós, lobos, somos os predadores dos coelhos!

C - Se quiser, posso mostrar a prova. Vamos até minha toca?

Ambos seguem para a toca. Novamente, sons misteriosos surgem, seguidos de um silêncio. O coelho retorna sozinho, com a mesma calma, e continua escrevendo. Ao redor da toca, uma cena inusitada se desenha. O coelho, com a orientação e a confiança adquiridas em sua jornada, mantém sua serenidade, sem se deixar abalar pelos desafios.

Moral da história:

- *Não importa quão inusitado ou desafiador seja o tema de seu trabalho.*
- *Não importa se você não tem todas as respostas de imediato.*
- *O que realmente importa é contar com a orientação certa para conduzir o processo com sabedoria, perseverança e equilíbrio.*

Autor desconhecido.

Resumo

Neste trabalho apresentamos uma pesquisa realizada em sala de aula com o objetivo de tratar questões subjetivas por meio da Lógica Fuzzy com alunos do oitavo e nono anos do Ensino Fundamental Anos Finais. Iniciamos com o estudo dos conceitos básicos da Teoria dos Conjuntos Fuzzy, como definições e operações entre conjuntos. Em seguida, propomos uma sequência didática aos alunos, por meio de um questionário e de uma aula ministrada pelo autor. Os resultados da pesquisa são apresentados e, se por um lado indicaram a dificuldade dos alunos com o raciocínio fuzzy, por outro lado, demonstraram o interesse e o papel da Lógica Fuzzy, e portanto, da Matemática na abordagem de problemas do nosso cotidiano.

Palavras-chave: conjuntos fuzzy, subjetivo, ensino.

Abstract

In this paper, we present classroom research conducted to address subjective issues using Fuzzy Logic with 8th grade and 9th grade students. We begin by studying the basic concepts of Fuzzy Set Theory, such as definitions and operations between sets. We then propose a teaching sequence for the students, using a questionnaire and a lesson taught by the author. The research results are presented and, while they indicate students' difficulties with fuzzy reasoning, they also clarify the interest and role of Fuzzy Logic, and therefore, Mathematics, in addressing everyday problems.
Keywords: fuzzy sets, subjetive, education.

Lista de Figuras

Sumário

Capítulo 1

Introdução

A evolução tecnológica tem transformado os métodos de ensino e aprendizagem, exigindo abordagens inovadoras para despertar o interesse dos estudantes e facilitar a compreensão de conceitos complexos. Na Educação Básica, o ensino da Matemática frequentemente enfrenta desafios relacionados à motivação e à aplicação prática do conhecimento, dificultando o engajamento dos alunos. Nesse contexto, a integração de tecnologias modernas proporcionam uma experiência mais interativa e contextualizada, promovendo a resolução de problemas matemáticos de maneira dinâmica e eficaz.

Sou professor efetivo de Matemática no Ensino Fundamental Anos Finais, na cidade de Cerquilho, onde resido. Nesse ambiente, percebi que a visão da Matemática como "chata" muitas vezes nasce da forma como ela é ensinada, e não da disciplina em si. Desde então, tenho me dedicado a apresentá-la de forma mais dinâmica e conectada à realidade dos alunos, utilizando ferramentas como a programação para torná-la mais acessível e envolvente. Cursei Análise e Desenvolvimento de Sistemas, onde descobri a linguagem de programação Python, que expandiu minha visão e me permitiu enxergar a Matemática de maneira mais prática e interativa. Em 2023, ingressei no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da UFSCar, Campus Sorocaba. Nesse período, fui apresentado à Lógica Fuzzy, um conceito que revolucionou minha forma de enxergar a Matemática e a tomada de decisões em cenários imprecisos. A ideia de introduzir termos subjetivos da Lógica Fuzzy no ensino me empolgou, pois percebi que esse conhecimento poderia ajudar os alunos a lidarem com problemas reais de forma mais estruturada e analítica.

Este trabalho de pesquisa busca introduzir noções de Lógica Fuzzy, como termos incertos, subjetivos e imprecisos, associadas ao uso do Python, desmistificando a ideia de que a Matemática é apenas exata e inflexível. Ao trazer essa abordagem para os estudantes, espero que eles possam enxergar a Matemática como uma ferramenta fundamental para compreender e modelar a complexidade do mundo ao seu redor.

A Lógica Fuzzy, desenvolvida por Lotfi Zadeh em 1965, caracteriza-se por trabalhar com incertezas e situações que não podem ser expressas de forma binária, como verdadeiro ou falso. Sua aplicação na educação oferece um novo horizonte para a análise de problemas abertos, permitindo aos alunos lidarem com dados imprecisos e desenvolver raciocínios mais flexíveis. Aliada ao Python, uma linguagem de programação acessível e amplamente utilizada, o docente pode criar modelos computacionais que simulem situações do mundo real, promovendo a interdisciplinaridade e a inovação em atividades no ensino.

O ensino tradicional da Matemática, frequentemente focado em fórmulas e memorização, pode afastar os estudantes da aplicabilidade prática do conhecimento. Nesse sentido, estratégias que incluem ferramentas tecnológicas e conceitos como a Lógica Fuzzy contribuem para reverter esse cenário, estimulando o pensamento crítico, a resolução criativa de problemas e o desenvolvimento de competências digitais — habilidades essenciais para o século XXI.

Iniciativas de ensino que integram programação e conceitos matemáticos estão alinhadas às demandas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que enfatiza o desenvolvimento de competências gerais, como a resolução de problemas e o uso de tecnologias digitais. A Teoria dos Conjuntos Fuzzy tem sido uma ferramenta com fundamentação teórica para se estudar quantitativamente fenômenos onde aspectos de gradualidades (e, portanto de qualidades) são julgados fundamentais para seu modelamento matemático.

Os conceitos e técnicas da Teoria dos Conjuntos Fuzzy têm se mostrado capazes de incorporar subjetividades a partir de proposições incertas, ou seja, o raciocínio aproximado. Termos com “em torno de”, “quase”, “aproximadamente” foram estudados por meio de uma sequência didática com alunos do Ensino Fundamental Anos Finais de uma escola pública municipal. A pesquisa também explora estratégias pedagógicas para a implementação efetiva dessa interdisciplinaridade na sala de aula.

Ainda, a iniciativa desta proposta busca atender as metas globais dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) 4 de educação de qualidade da Organização das Nações Unidas (ONU) [ONU BR, 2015].

Este trabalho está estruturado da seguinte forma:

- Capítulo 1: Apresenta a introdução ao tema, destacando a motivação, o problema de pesquisa e a justificativa para a investigação.

- Capítulo 2: Corresponde à fundamentação teórica, são apresentados os conceitos fundamentais da Lógica Fuzzy, incluindo definições, exemplos e operações básicas, além das características da linguagem Python e seu potencial no ensino de Matemática.
- Capítulo 3: Detalha os materiais e métodos utilizados na pesquisa, bem como os procedimentos adotados.
- Em seguida, são apresentados e discutidos os resultados obtidos, seguidos pelas considerações finais, que sintetizam as principais contribuições do estudo, apontam suas limitações e sugerem possíveis direções para pesquisas futuras.

Assim, este estudo visa contribuir significativamente para o avanço das práticas pedagógicas na Educação Básica, promovendo a integração de tecnologias digitais e conceitos matemáticos inovadores, e construindo pontes entre teoria, tecnologia e prática educativa, com vistas ao desenvolvimento pleno dos estudantes.

Capítulo 2

Fundamentação teórica

Neste capítulo são apresentados conceitos preliminares para o desenvolvimento da presente pesquisa.

2.1 Definição de conjuntos fuzzy

Nesta seção, as principais referências adotadas foram BARROS E BASSANEZI (2001, 2010, 2015), BELUCCI (2009), KLIR AND YUAN (1995), JAFELICE, BARROS E BASSANEZI (2012), NICOLETTI AND CAMARGO (2011), LUNETTA (2023), PEDRYCZ, W.; GOMIDE (1998), PEIXOTO, (2005), PISSINI (2019), SANTA'ANNA (2017), SILVA (2023), ZADEH (1965).

É possível nos depararmos com uma grande dificuldade em se falar a respeito de certeza ou incerteza. Ao procurarmos no dicionário o significado da palavra incerteza, encontraremos termos como subjetividade, imprecisão, dúvida, indecisão, ambiguidade.

A Teoria dos Conjuntos Fuzzy surgiu a partir de desafios no qual a propriedade que define o conjunto é incerta, imprecisa ou subjetiva. Foi introduzida pelo matemático Lofti Asker Zadeh.

ZADEH (1965) resumiu os conceitos dos conjuntos fuzzy, solucionando e revolucionando o assunto com a criação de sistemas fuzzy.

A proposta de Zadeh foi flexibilizar a pertinência de elementos aos conjuntos criando a ideia de grau de pertinência. Dessa forma, um elemento poderia pertencer parcialmente a um dado conjunto. Sua formalização matemática, baseia-se no fato de que qualquer conjunto pode ser caracterizado por uma função característica definida por um conjunto universo U e $A \subseteq U$. Tal função, cujo domínio é U e a imagem está contida no conjunto $\{0,1\}$ indica quando um elemento $x \in U$ pertence ou não a A.

Porém, existem casos em que a pertinência entre os elementos desse conjunto não é precisa. Diante disso, surge um subconjunto fuzzy, através da ampliação do conjunto imagem da função característica que passa então a ser todo o intervalo [0,1].

Definição 2.1. Seja U um conjunto clássico. Um subconjunto fuzzy F de U é descrito por uma função

$$\varphi_F : U \longrightarrow [0,1],$$

a qual é chamada de função de pertinência do subconjunto fuzzy F.

O valor $\varphi_F(x) \in [0,1]$ expressa o grau com que o elemento $x \in U$ pertence ao conjunto fuzzy F. Em particular, os extremos $\varphi_F(x) = 1$ e $\varphi_F(x) = 0$ correspondem, respectivamente, a pertinência plena e não pertinência do elemento x ao conjunto F.

A concepção de subconjunto fuzzy pode ser entendida como uma generalização da noção de conjunto clássico, uma vez que, ao ampliar o contradomínio da função característica de $\{0,1\}$ para o intervalo $[0,1]$, obtém-se uma função de pertinência. Nesse contexto, um conjunto clássico pode ser interpretado como um caso particular de conjunto fuzzy.

As funções de pertinência mais comuns são as triangulares e trapezoidais que serão definidos a seguir:

Definição 2.2. Qualquer função de pertinência triangular pode ser caracterizada por três parâmetros: a, u e b, como mostra a expressão geral:

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq a \\ \frac{x-a}{u-a}, & \text{se } a < x \leq u \\ \frac{x-b}{u-b}, & \text{se } u < x \leq b \\ 0, & \text{se } x > b \end{cases}.$$

O gráfico da função de pertinência triangular tem o formato de um triângulo, que tem como base o intervalo $[a,b]$ e como único vértice fora desta base, o ponto $(u,1)$.

Exemplo 2.3. Consideremos o subconjunto A dos números reais "próximos de 3". Temos, então:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \; x \text{ é próximo de } 3\}$$

Como vimos anteriormente, neste caso, teríamos uma resposta incerta, pois não sabemos até que ponto um número é considerado próximo de 3. Vamos então definir, a função $\varphi_A : \mathbb{R} \to [0,1]$, que associa cada x real a um valor próximo ao 3, como:

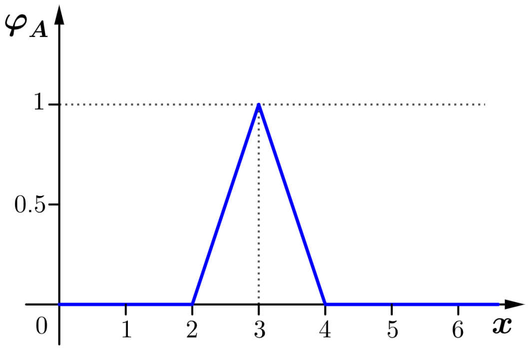
$$\varphi_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 2 \\ x-2, & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \\ 4-x, & \text{se } 3 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{se } x > 4 \end{cases}$$

Cuja a representação gráfica está apresentada pela Figura 2.3:

Podemos observar que $\varphi_A\,(3{,}5) = 0{,}5$ e $\varphi_A\,(4{,}5) = 0$. Dizemos então que $x = 3{,}5$ está próximo de 3, com grau de pertinência 0,5, e que $x = 4{,}5$ não é próximo de 3, pois tem grau de pertinência 0.

Definição 2.4. As funções de pertinência que apresentam o contorno trapezoidal podem ser caracterizadas por quatro parâmetros: a, b, c e d, como mostra a expressão geral:

Figura 1: Gráfico da função do tipo triangular do Exemplo 2.3.



$$\varphi_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } a \leq x < b \\ 1, & \text{se } b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{se } c < x \leq d \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} .$$

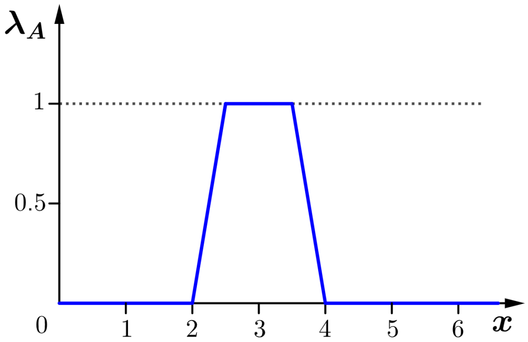
.

Exemplo 2.5. Retomando o exemplo 2.3 , o subconjunto A dos números reais "próximos de 3", neste caso, temos que também poderia ser representado pela função de pertinência trapezoidal:

$$\lambda_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 2 \\ 2x-4, & \text{se } 2 < x \leq 2{,}5 \\ 1, & \text{se } 2{,}5 < x \leq 3{,}5 \\ 8-2x, & \text{se } 3{,}5 < x \leq 4 \\ 0, & \text{se } x > 4 \end{cases} ,$$

dada pela Figura 2.

Figura 2: Gráfico da função do tipo trapezoidal do Exemplo 2.5.



Note que a caracterização de proximidade é subjetiva e depende da escolha da função de pertinência (ou seja, ser próximo de 3 é subjetivo). A subjetividade está na escolha do raio de uma vizinhança pré-determinada de 3, e essa função pode ser representada de maneiras diferentes, dependendo de como se quer avaliar o termo "próximo".

2.1.1 Operações com subconjuntos fuzzy

Agora, estudaremos as operações básicas entre conjuntos fuzzy: união e intersecção.

Sejam A e B dois subconjuntos fuzzy de U com funções de pertinência indicadas por φ_A e φ_B, respectivamente.

Definição 2.6. A união entre A e B é o subconjunto fuzzy de U cuja função de pertinência é dada por:

$$\varphi_{A\cup B}(x) = \max\{\varphi_A(x),\varphi_B(x)\}, \ \forall x \in U.$$

Definição 2.7. A intersecção entre A e B é o subconjunto fuzzy de U cuja função de pertinência é dada por:

$$\varphi_{A\cap B}(x) = min\{\varphi_A(x),\varphi_B(x)\} \ \forall x \in U.$$

Exemplo 2.8. (SANT'ANNA, 2017) Considere os subconjuntos fuzzy A e B com as suas respectivas funções de pertinência:

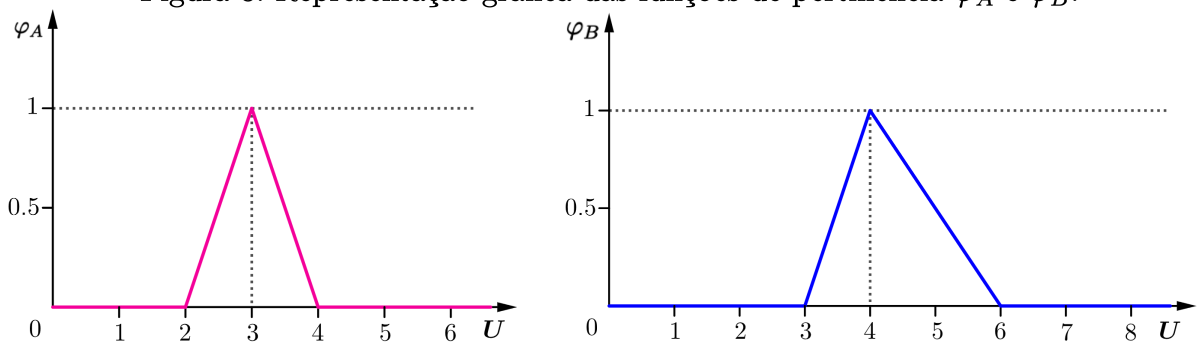
$$\varphi_A(x) = \begin{cases} (1-|x-3|), & \text{se } 2 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{se } x \notin [2{,}4] \end{cases},$$

$$\varphi_B(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 3 \\ x-3, & \text{se } 3 < x \leq 4 \\ \frac{6-x}{2}, & \text{se } 4 < x \leq 6 \\ 0, & \text{se } x > 6 \end{cases},$$

representadas graficamente na Figura 3. As representações gráficas das operações de união, intersecção e complemento das funções de pertinência φ_A e φ_B estão representadas nas Figuras 4 e 5.

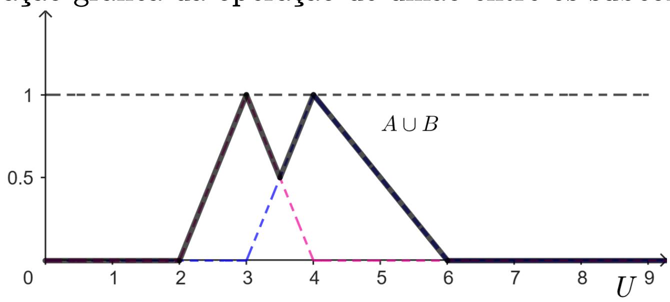
Este trabalho de pesquisa busca introduzir tratamento de termos incertos, subjetivos e imprecisos, associadas ao uso do Python.

Figura 3: Representação gráfica das funções de pertinência φ_A e φ_B.



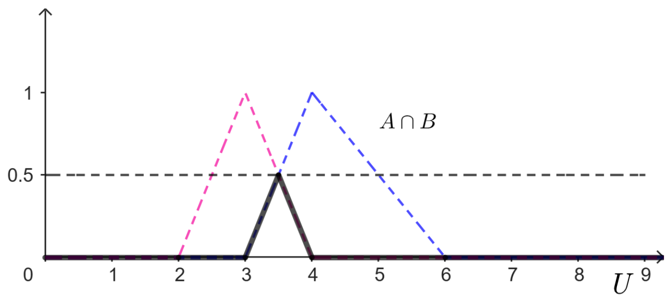
Fonte: SANT'ANNA (2017).

Figura 4: Representação gráfica da operação de união entre os subconjuntos fuzzy A e B.



Fonte: SANT'ANNA (2017).

Figura 5: Representação gráfica da operação de intersecção entre os subconjuntos fuzzy A e B.



Fonte: SANT'ANNA (2017).

2.2 Linguagem de programação Python no ensino de Matemática

Python é uma linguagem de programação amplamente reconhecida por sua simplicidade, versatilidade e eficiência, sendo considerada uma das mais acessíveis para iniciantes e, ao mesmo tempo, poderosa para usuários avançados. Desde sua criação por Guido van Rossum em 1991, Python tem se destacado pela sintaxe clara e pelo suporte a uma ampla gama de bibliotecas, que facilitam a implementação de soluções em diversas áreas, como ciência de dados, inteligência artificial, automação e, mais recentemente, educação.

No ensino de Matemática, Python oferece ferramentas práticas e intuitivas para explorar conceitos complexos de forma visual e interativa, promovendo um aprendizado mais dinâmico e significativo (MARCONDES, 2018).

O Manim é uma biblioteca gratuita do Python, criada por Grant Sanderson, mantenedor do projeto *3blue1brown*. Capaz de produzir uma grande variedade de animações envolvendo fórmulas, manipulações algébricas, gráficos e objetos geométricos, o Manim tem possibilitado apresentar conteúdos matemáticos visualmente atrativos que vão desde a demonstração geométrica do teorema de Pitágoras até a explicação do que são séries de Fourier e o uso da Matemática na teoria de erros usada em Física experimental. Além disso, o Manim atualmente possui uma comunidade ativa que mantém o sítio https://www.manim.community/ com documentação, tutoriais e exemplos (KISHIMOTO E COLUTI, 2023).

Uma das principais características de Python que favorece seu uso no ensino é a facilidade com que permite manipular dados e realizar cálculos matemáticos. A linguagem possui bibliotecas como NumPy, para operações matemáticas de alto desempenho; Matplotlib e Seaborn, para visualização de dados; e SymPy, para álgebra simbólica. Essas ferramentas tornam possível representar graficamente funções, realizar cálculos simbólicos e resolver equações, aproximando os estudantes de aplicações práticas da Matemática. Por exemplo, o uso dessas bibliotecas permite que os alunos simulem situações do mundo real, como o comportamento de funções em problemas financeiros ou a análise de variações em fenômenos físicos (MARCONDES, 2018).

Python também se destaca como uma ferramenta inclusiva, acessível tanto para professores quanto para alunos, independentemente de sua experiência prévia em programação. Sua curva de aprendizado suave permite que educadores de diferentes áreas se familiarizem rapidamente com os conceitos básicos da linguagem e explorem suas aplicações pedagógicas. No caso do ensino de Matemática, os professores podem criar exemplos que vão desde cálculos simples, como a resolução de equações lineares, até a implementação de modelos matemáticos mais avançados, como regressões lineares ou sistemas fuzzy.

Por fim, o uso de Python no ensino de Matemática promove não apenas a compreensão dos conteúdos curriculares, mas também o desenvolvimento de habilidades digitais essenciais no século XXI. Ao trabalhar com Python, os estudantes aprendem conceitos fundamentais de lógica de programação e resolução de problemas, competências que têm valor crescente no mercado de trabalho. Além disso, a linguagem proporciona um ambiente onde o erro é visto como parte do aprendizado, incentivando os alunos a explorarem, experimentarem e corrigirem suas soluções. Essa abordagem fomenta o pensamento crítico e a criatividade, preparando os estudantes para desafios tanto acadêmicos quanto profissionais (CASTILLO E SÁNCHEZ, 2023)

O aspecto visual é outro ponto forte de Python, especialmente no ensino de conceitos abstratos. Bibliotecas como Matplotlib e Plotly permitem criar gráficos interativos e animações, que tornam mais fácil para os alunos visualizarem padrões e tendências nos dados. Por exemplo, no estudo de funções matemáticas, os alunos podem usar Python para criar gráficos tridimensionais que mostram como as variáveis se relacionam em um espaço tridimensional. Isso é particularmente útil para temas como geometria analítica e cálculo multivariado, que muitas vezes são difíceis de entender apenas com representações estáticas (CHIZZOLINI, 2023).

> Dentre os principais aspectos positivos, destaca-se o fato de possibilitar construir conhecimento relacionado ao pensamento computacional, pois tanto a matemática pode ser enriquecida com aspectos do pensamento computacional quanto este, pode ser enriquecido com aspectos da matemática (PEREIRA; LOGORI-FILHO; PEREIRA, 2022, p. 106).

Python também desempenha um papel importante no desenvolvimento do pensamento computacional, uma habilidade essencial para o século XXI. Ao aprender a programar em Python, os alunos desenvolvem habilidades de resolução de problemas, como decomposição de tarefas, reconhecimento de padrões e abstração. Essas competências são transferíveis para diversas áreas do conhecimento, tornando o aprendizado mais abrangente e significativo. Além disso, a programação em Python oferece aos alunos a oportunidade de aplicar os conceitos matemáticos aprendidos em sala de aula de maneira prática, criando seus próprios programas e algoritmos para resolver problemas (BARBOSA; MALTEMPI, 2020).

> A Base Nacional Comum Curricular publicada em 2018 fundamenta toda a Educação Básica no conceito de competências, incluindo também de forma expressa as tecnologias digitais como elementos fundamentais no ecossistema escolar (BRASIL, 2018). Além disso, introduz um elemento relativamente novo e desconhecido, que vem sendo enfatizado no contexto educacional mundial apenas a partir de 2006: o Pensamento Computacional (PC). O contexto em que este termo é inserido no Ensino Fundamental sugere que o PC consiste numa competência e/ou habilidade a ser desenvolvida durante processos de ensino de conteúdos da matemática ((BARBOSA; MALTEMPI, 2020) p. 749).

Por fim, o uso de Python no ensino de Matemática pode contribuir para a democratização do acesso à tecnologia e ao conhecimento computacional. Como uma linguagem de código aberto, Python é gratuito e amplamente acessível, o que permite que escolas e estudantes utilizem a ferramenta sem custos adicionais. Essa característica é particularmente importante em contextos educacionais com recursos limitados, onde o acesso a tecnologias pode ser um desafio. Assim, Python não só enriquece o ensino de Matemática, mas também promove a inclusão digital, preparando os alunos para um futuro em que a tecnologia desempenhará um papel cada vez mais central em suas vidas acadêmicas e profissionais. Essa abordagem integrada e inovadora promete contribuir significativamente para a modernização do ensino de Matemática na Educação Básica, utilizando a Lógica Fuzzy e Python como ferramentas de transformação, ou seja, a pesquisa também explora estratégias pedagógicas para a implementação efetiva dessa interdisciplinaridade na sala de aula, utilizando o Python para elaboração de um Quiz [1].

[1] Um quiz refere-se a um teste curto de conhecimento, normalmente com cerca de 10 questões, com formatos de perguntas que geralmente incluem múltipla escolha, preenchimento de lacunas, verdadeiro ou falso e resposta curta.

Capítulo 3

Atividade na sala de aula

A metodologia adotada para este estudo é de abordagem exploratória, com ênfase na pesquisa bibliográfica e na elaboração de um plano de aula voltado para a introdução da Lógica Fuzzy no ensino de Matemática na Educação Básica.

> Cada vez mais a escola se vê diante do desafio de buscar novos caminhos para cumprir o papel que dela se espera, enquanto agente fundamental da formação de novas gerações e enquanto produtora do conhecimento. Há tempos, as exigências da sociedade não são mais satisfeitas apenas pelo acúmulo de informações, desencadeando na questão: o que a escola pode fazer para organizar um contexto sólido de aprendizagem, que prepare o aluno para utilizar, com autonomia, os conhecimentos de que se apropria? A tentativa da resposta leva a pensar no quadro de referências que embasam uma proposta de currículo e nas finalidades do ensino da Matemática. (SANT'ANNA, 2017)

A pesquisa bibliográfica desempenha um papel central na construção do referencial teórico deste estudo. Ela permitirá o levantamento e a análise das principais contribuições acadêmicas sobre a Lógica Fuzzy, suas aplicações na educação e, mais especificamente, seu uso no ensino de Matemática. A revisão da literatura se concentrará em fontes que abordam tanto os aspectos teóricos da Lógica Fuzzy quanto os resultados de pesquisas anteriores que exploraram a sua implementação educacional.

Assim como em SPINA (2013), um dos objetivos principais desse trabalho é contrapor a crença de exatidão da Matemática Clássica com os resultados provenientes da lógica subjetiva, utilizando conceitos apropriados para estudantes do oitavo ano do Ensino Fundamental Anos Finais.

Em seguida, foi elaborada uma proposta de plano de aula focado na implementação da Lógica Fuzzy no ensino de Matemática, voltado para o Ensino Fundamental Anos Finais. O plano de ensino será construído com o objetivo de auxiliar os professores a integrar essa metodologia de forma gradual e acessível, considerando a realidade das escolas e as limitações de infraestrutura, formação de professores e recursos pedagógicos. Destacamos ainda que o plano de aula atende a BNCC, conforme pode ser observado na Figura 6.

Figura 6: Quadro com os conteúdos programáticos para o 8º e 9º anos.

Código BNCC	**Habilidade**	**Relação com a Lógica Fuzzy**
(EF08MA06)	Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo de medidas de grandezas proporcionais, utilizando estratégias pessoais ou algoritmos.	A pesquisa desafia a noção de exatidão. O conceito de **"aproximado"** demonstra como um mesmo valor ou proporção pode ser interpretado e mensurado com diferentes graus de pertinência em contextos reais.
(EF08MA24)	Analisar e comparar diferentes estratégias de resolução de um mesmo problema, considerando a adequação, a eficiência e a plausibilidade dos resultados.	O Quiz Fuzzy valida que múltiplas respostas podem ser plausíveis, cada uma com um diferente grau de pertinência (μ). Isso estimula a análise crítica sobre a validade das escolhas em oposição à lógica binária tradicional (certo/errado).
(EF09MA18)	Resolver e elaborar problemas que envolvam informações imprecisas ou incompletas, utilizando raciocínio lógico-matemático.	Esta habilidade sintetiza o espírito da Lógica Fuzzy na Educação Básica, pois exige que o aluno utilize o raciocínio para modelar e lidar com a imprecisão inerente aos fenômenos do cotidiano.

Fonte: Adaptado de BRASIL (2015).

O plano de aula incluirá atividades práticas, exemplos do cotidiano e exercícios interativos que possam ser realizados tanto em sala de aula quanto fora dela, utilizando a ferramenta como o Python para programação pelo docente. O plano também incluirá estratégias de avaliação flexíveis, que permitam aos professores avaliar o aprendizado dos alunos de acordo com os princípios da Lógica Fuzzy, que lida com incertezas e aproximações, ao invés de respostas exatas.

Embora o foco principal da pesquisa seja teórico, o plano de ensino proposto será submetido a uma análise preliminar através de uma aplicação piloto. A aplicação ocorrerá em escolas que voluntariamente se dispuserem a participar do estudo. Durante esse processo, será possível avaliar a eficácia das atividades propostas, a receptividade dos alunos à metodologia e os desafios enfrentados durante a implementação.

A análise dos resultados será feita com base nas observações obtidas durante a aplicação do plano de aula, complementadas pelos feedbacks dos alunos. Foram observados aspectos como a compreensão dos alunos sobre a Lógica Fuzzy, a eficácia das atividades e a motivação dos estudantes ao aprender conceitos matemáticos de uma forma inovadora. A discussão também levará em conta os desafios técnicos e pedagógicos encontrados pelo professor-pesquisador, a receptividade dos alunos à nova abordagem e as possíveis soluções para os problemas identificados durante a implementação.

Por fim, a pesquisa buscou identificar as melhores práticas para integrar a Lógica Fuzzy no ensino de Matemática e fornecer recomendações para a implementação bem-sucedida dessa metodologia nas escolas da Educação Básica. Os resultados serão utilizados para aprimorar o plano de aula e propor estratégias de disseminação da Lógica Fuzzy como ferramenta pedagógica eficaz no contexto educacional.

3.1 Metodologia

Na perspectiva de buscar possibilidades de respostas às questões levantadas, sobre o tema de nossa investigação, cujo eixo principal é o reconhecimento do valor e do papel da Teoria dos Conjuntos Fuzzy, organizamos nossa pesquisa de acordo com os seguintes aspectos relativos à coleta e ao tratamento de dados:

1. Coleta de Dados
    - Aplicação inicial de um questionário = avaliação diagnóstica.
    - Introdução de termos subjetivos a partir de uma leitura preliminar das questões iniciais.
    - Aplicação do questionário.
2. Tratamento dos Dados
    - Leitura das respostas iniciais e finais de cada aluno.

A pesquisa foi realizada com alunos de quatro classes da escola municipal EMEF Prof. João Toledo localizada na cidade de Cerquilho/SP.

A instituição de ensino do Ensino Fundamental Anos Finais funciona em dois turnos: manhã e tarde. Estão matriculados 600 alunos divididos em 22 salas; das quais duas turmas são de oitavo ano e 2 do nono ano do Ensino Fundamental Anos Finais, totalizando 92 alunos, tendo o autor como professor de Matemática. A maioria dos alunos são disciplinados e assíduos nas aulas, apresentam interesse em sua aprendizagem e possuem relativa dificuldade com os conteúdos matemáticos.

Nossa pesquisa foi dividida em quatro encontros com os alunos. O plano de aula elaborado teve como tema introdução de conceitos subjetivos e incertos, como "aproximadamente", "em torno de", "quase", "perto de", e identificar a diferença entre exato e preciso.

Primeiramente, a pesquisa constituiu-se, da aplicação de um questionário composto por dez questões por meio de um quiz, elaborado no Python, que visava as ideias e conceitos presentes no pensamento fuzzy. Nessa etapa, o objetivo era a compreensão das concepções prévias dos alunos voltadas para a percepção da subjetividade na construção do pensamento matemático. Logo, nesse primeiro contato com os alunos nosso foco era envolvê-los e mobilizá-los para nosso objetivo. Diante disso, antes da realização do Quiz não foi falado nada acerca do assunto; os alunos ficaram livres para responder aquilo que sabiam. Nossa expectativa era que os alunos reconhecessem e utilizassem termos e ideias desse pensamento.

3.2 Plano de aula

Nível de Ensino: Ensino Fundamental Anos Finais.

Série: 8º e 9º anos.

Tempo Previsto: 4 aulas.

Tema da Aula: Conjuntos Fuzzy.

Objetivos: Introdução de conceitos subjetivos.

Objetivo Específico: Trabalhar com termos que tenham mesmo significado, além de termos como "aproximadamente", "em torno de", "quase", "perto de", "acima de", identificar a diferença entre exato e preciso.

Conteúdos Conceituais: Conjunto fuzzy

Conteúdos Atitudinais: O aluno deve ser capaz de identificar e registrar um conjunto fuzzy.

Estratégias: Apresentar aos alunos exemplos do emprego de termos subjetivos, bem como seus significados; trabalhar com a linguagem conjuntista.

Metodologia: No encontro seguinte a aplicação do questionário realizar uma apresentação da Teoria dos Conjuntos Fuzzy aos alunos, bem como seu surgimento (parte histórica), de uma forma bem simples e suscinta. Exposição de exemplos.

Recursos Didáticos: Recurso computacional, datashow e lousa.

Avaliação: Questionário e depoimentos sobre as aulas.

3.2.1 Diário da Aplicação do Quiz

Objetivo: Analisar a diferença nas respostas dos alunos a um quiz, antes e depois de uma breve exposição ao conceito.

Participantes: Um total de 92 alunos, divididos entre os anos: 8º ano (Manhã): Turmas B e C; 9º ano (Tarde): Turmas D e E.

Instrumento: Um quiz com 10 questões (Ver Apêndice 1), elaborado pelo autor, utilizando o Python.

Fase 1: Aplicação Pré-Intervenção 1. O quiz foi apresentado aos 92 alunos. 2. Nesta etapa, os alunos responderam às questões sem conhecimento prévio sobre Lógica Fuzzy. As respostas refletiram a lógica booleana tradicional (certo/errado, sim/não). 3. As respostas foram coletadas para a primeira análise.

Fase 2: Intervenção Educacional 1. Após a primeira rodada de respostas, o conceito de Lógica Fuzzy foi introduzido aos alunos. 2. Foi explicado que a Lógica Fuzzy é mais flexível que a lógica booleana, aceitando graus de verdade (e não apenas “verdadeiro” ou “falso”). 3. Os alunos foram incentivados a repensar suas respostas iniciais com base nessa nova perspectiva.

Fase 3: Aplicação Pós-Intervenção 1. Os alunos responderam ao mesmo quiz novamente. 2. A mudança observada nas respostas demonstrou a capacidade dos alunos de absorverem o novo conceito. 3. Os dados desta segunda rodada foram coletados para comparação com as respostas iniciais.

3.3 Resultados e discussão

Comparando o "antes e depois" mostrou uma grande mudança nas respostas, evidenciada por gráficos de barras para cada questão.

Dados da 1ª aplicação do Quiz.

A primeira aplicação do Quiz demonstrou uma tendência clara e esperada: a grande maioria dos alunos utilizou a lógica booleana clássica para responder. Eles buscaram uma única resposta "correta"' ou a mais próxima de uma verdade absoluta, o que fica evidente pelas porcentagens de alternativa assinalada para quase todas as questões. Ou seja, que a lógica binária é a base do pensamento dos alunos ao lidarem com conceitos de "quase", "perto" e "em torno", exatamente o que sua pesquisa busca observar:

- Questões 1, 2, 3 e 4 (sobre "Perto de 5"'): Essas questões exploram a percepção subjetiva de proximidade. Embora a matemática booleana defina o que é "mais próximo", termos como "próximo", "em torno" e "quase" não têm um valor único e absoluto. Para a Lógica Fuzzy, todas as alternativas (a, b, c) podem ter um grau de pertinência. A alta concentração de respostas em uma única alternativa (por exemplo, 57,6% em 5,09 para a Q1 e 82,61% em 4,9 para a Q3) mostra a busca por uma resposta definitiva, o que nossa intervenção buscou mudar.
- Questões 5, 6, 7 e 10 (Conceitos Subjetivos): Essas perguntas tratam de conceitos que são inerentemente subjetivos e dependem do contexto: "frio" , "muito pequeno", "bom desempenho" e "velocidade alta". As respostas dos alunos na primeira aplicação se concentraram na alternativa que representa a definição mais comum ou absoluta desses termos (e.g., 10^oC para "frio"). A resposta "Depende" (opção "d"), indica que a verdade não é única.
- Questão 8 ("Quase Cheio"): Este é um exemplo clássico de Lógica Fuzzy em um contexto de volume. A percepção de "quase cheio" não se limita a um único valor, mesmo que 270ml seja o mais próximo de 300ml. A Lógica Fuzzy permite que 250ml ou até 200ml também sejam considerados "quase cheios", mas com diferentes graus de pertinência.
- Questão 9 ("Metade de 10"): Esta pergunta serve como a base de controle. "Metade de 10" é um conceito matemático absoluto, sem espaço para interpretação subjetiva. A esmagadora porcentagem de 96,74% para a resposta "5" traz a lógica binária para verdades matemáticas.

Resultados da Primeira Aplicação:

1. Qual o valor próximo de 5?

a) 5,1

b) 4,9

c) 5,09

d) todas as alternativas

a: 8 respostas → 8,7%

b: 10 respostas → 10,9%

c: 53 respostas → 57,6%

d: 21 respostas → 22,8%

2. Qual o valor em torno de 5?

a) 5,1

b) 4,9

c) 5,09

d) todas as alternativas

a: 22 respostas → 23,9%

b: 50 respostas → 54,3%

c: 12 respostas → 13,1%

d: 8 respostas → 8,7%

3. Quanto é quase 5?

a) 5,1

b) 4,9

c) 5,09

d) todas as alternativas

a: 4 respostas → 4,35%

b: 76 respostas → 82,61%

c: 6 respostas → 6,52%

d: 6 respostas → 6,52%

4. Qual deste números é mais próximo de 5?

a) 5,1

b) 4,9

c) 5,09

d) todas as alternativas

a: 12 respostas → 13,1%

b: 8 respostas → 8,77%

c: 62 respostas → 67,4%

d: 10 respostas → 10,9%

5. Qual temperatura pode ser considerada fria?

a) 20^oC

b) 15^oC

c) 10^oC

d) Depende da região

a: 0 respostas → 0,00%

b: 0 respostas → 0,00%

c: 86 respostas → 93,5%

d: 6 respostas → 6,5%

6. Qual número parece “muito pequeno”?

a) 0,1

b) 1

c) 10

d) Depende

a: 87 respostas → 94,6%

b: 0 respostas → 0,00%

c: 0 respostas → 0,00%

d: 5 respostas → 5,4%

7. Qual nota pode representar um “bom desempenho”?

a) 7

b) 8

c) 9

d) Todas as alternativas anteriores

a: 0 respostas → 0,00%

b: 7 respostas → 7,6%

c: 76 respostas → 82,6%

d: 9 respostas → 9,8%

8. Qual desses valores está “quase cheio” em um copo de 300 ml?

a) 200 ml

b) 250 ml

c) 270 ml

d) Todas as alternativas anteriores

a: 5 respostas → 5,4%

b: 4 respostas → 4,3%

c: 76 respostas → 82,6%

d: 7 respostas → 7,6%

9. Qual é a “metade de 10”?

a) 5

b) 5,5

c) 4,5

d) 2

a: 89 respostas → 96,74%

b: 3 respostas → 3,26%

c: 0 respostas → 0,00%

d: 0 respostas → 0,00%

10. Qual é uma velocidade “alta”?

a) 30 km/h

b) 60 km/h

c) 90 km/h

d) Depende do limite de velocidade da via

a: 0 respostas → 0,00%

b: 0 respostas → 0,00%

c: 88 respostas → 95,7%

d: 4 respostas → 4,3%

Resultados da segunda aplicação do Quiz (após intervenção)

1. Pergunta: Qual o valor próximo de 5?

a) 5,1

b) 4,9

c) 5,09

d) todas as alternativas

Resposta esperada: d) todas as alternativas, porque todas têm algum grau de proximidade com 5, embora 5,09 tenha maior grau de pertinência.

A: 8 respostas → 8,7%

B: 3 respostas → 3,3%

C: 30 respostas → 32,6%

D: 51 respostas → 55,4%

2. Pergunta: Qual o valor em torno de 5?

a) 5,1

b) 4,9

c) 5,09

d) todas as alternativas

Resposta esperada: d) todas as alternativas, porque todas têm algum grau de proximidade com 5, embora 5,09 tenha maior grau de pertinência.

A: 13 respostas → 14,1%

B: 9 respostas → 9,8%

C: 7 respostas → 7,6%

D: 63 respostas → 68,5%

3. Quanto é quase 5?

a) 5,1

b) 4,9

c) 5,09

d) todas as alternativas

Resposta esperada: d) todas as alternativas, porque todas têm algum grau de proximidade com 5, embora 5,09 tenha maior grau de pertinência.

A: 3 respostas → 3,3%

B: 4 respostas → 4,3%

C 10 respostas → 10,9%

D: 75 respostas → 81,5%

4. Qual deste números é mais próximo de 5?

a) 5,1

b) 4,9

c) 5,09

d) todas as alternativas

Resposta esperada: c), porque todas têm algum grau de proximidade com 5, mas 5,09 tenha maior grau de pertinência.

A: 22 respostas → 23,91%

B: 18 respostas → 19,57%

C: 34 respostas → 36,96%

D: 18 respostas → 19,57%

5. Qual temperatura pode ser considerada fria?

a) 20^oC

b) 15^oC

c) 10^oC

d) Depende da região

Resposta: d. Por exemplo, a sensação de frio é diferente em Cuiabá e Lisboa

A: 0 respostas $\rightarrow$ 0,00%

B: 0 respostas $\rightarrow$ 0,00%

C: 6 respostas $\rightarrow$ 6,52%

D: 86 respostas $\rightarrow$ 93,48%

6. Qual número parece "muito pequeno"?

a) 0,1

b) 1

c) 10

d) Depende

Resposta esperada: d. Por exemplo, um fio de cabelo na cabeça é um número muito pequeno, mas na sopa é absurdamente grande.

A: 13 respostas $\rightarrow$ 14,1%

B: 0 respostas $\rightarrow$ 0,00%

C: 0 respostas $\rightarrow$ 0,00%

D: 79 respostas $\rightarrow$ 85,9%

7. Qual nota pode representar um "bom desempenho"?

a) 7

b) 8

c) 9

d) Todas as alternativas anteriores

Resposta esperada: d, Depende do critério do professor

A: 0 respostas $\rightarrow$ 0,00%

B: 2 respostas $\rightarrow$ 2,17%

C: 28 respostas $\rightarrow$ 30,43%

D: 62 respostas $\rightarrow$ 67,39%

8. Qual desses valores está "quase cheio" em um copo de 300ml?

a) 200ml

b) 250ml

c) 270ml

d) Todas as alternativas anteriores

Resposta esperada: d, pois todas são verdadeiras, apenas com diferentes graus de pertinência.

A: 0 respostas → 0,00%

B: 4 respostas → 4,35%

C: 18 respostas → 19,57%

D: 70 respostas → 76,08%

9. Qual é a “metade de 10”?

a) 5

b) 5,5

c) 4,5

d) 2

Resposta esperada: a, pois 10 dividido por 2 é igual a 5.

A: 92 respostas → 100%

B: 0 respostas → 0,00%

C: 0 respostas → 0,00%

D: 0 respostas → 0,00%

10. Qual é uma velocidade “alta”? a) 30 km/h

b) 60 km/h

c) 90 km/h

d) Depende do limite de velocidade da via

Resposta: d, de fato, pois 30 km/h á alta para uma via com limite de 20 km/h, mas não é para uma com limite de 120km/h.

A: 0 respostas → 0,00%

B: 0 respostas → 0,00%

C: 11 respostas → 11,96%

D: 81 respostas → 88,04%

Análise Comparativa: Antes e Depois da Lógica Fuzzy

A comparação dos resultados entre a primeira e a segunda aplicações mostra uma mudança significativa e consistente no padrão de raciocínio dos alunos e podem ser observadas nas Figuras 7 a 17.

Figura 7: Questão 1: alternativas assinaladas

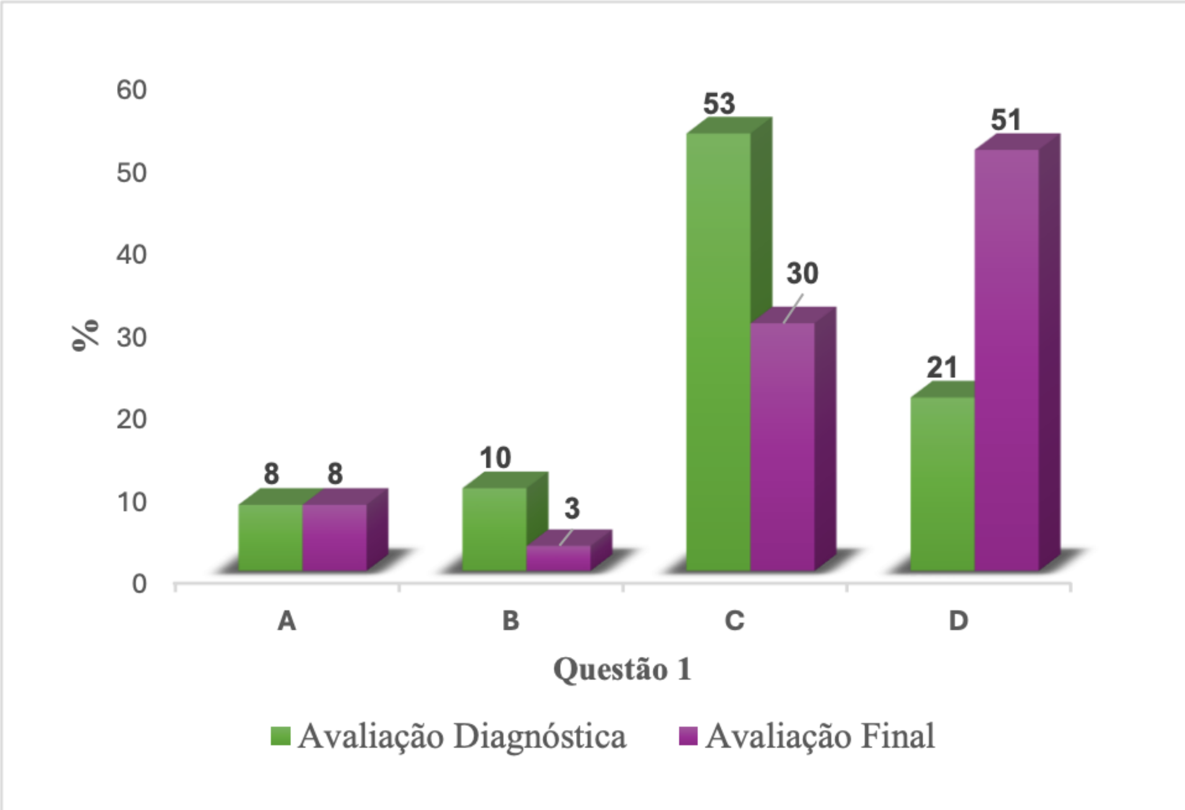


Figura 8: Questão 2: alternativas assinaladas

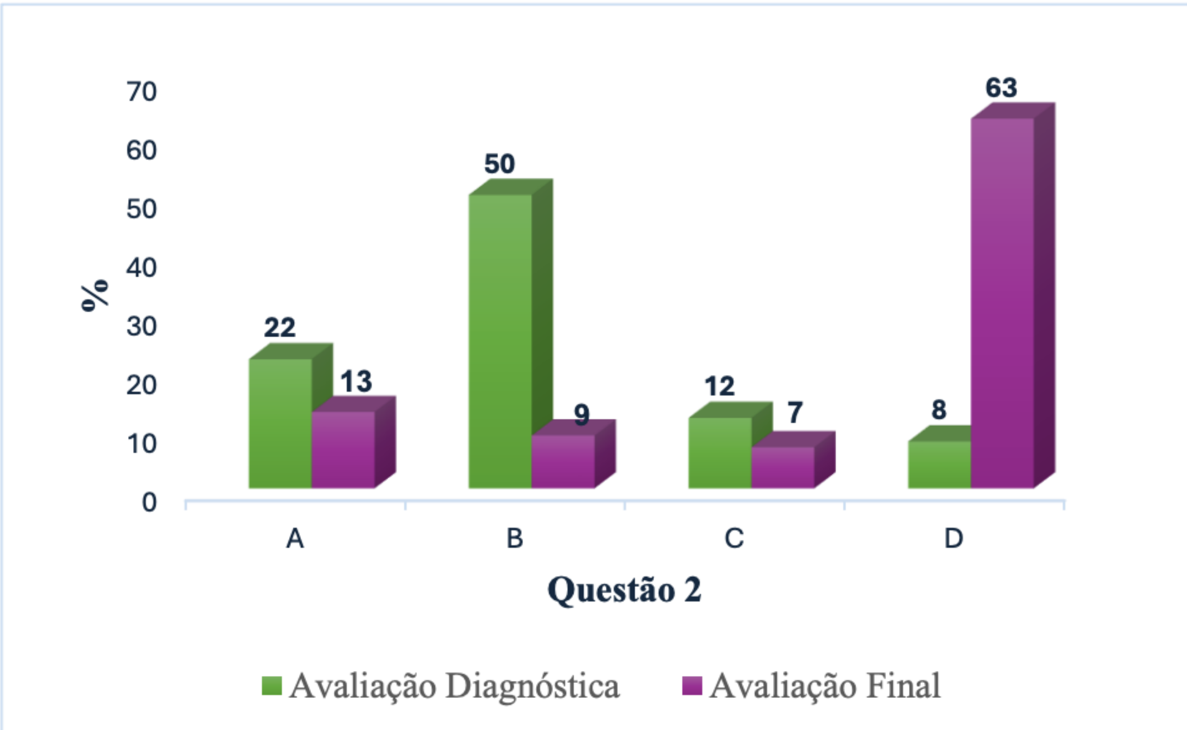


Figura 9: Questão 3: alternativas assinaladas

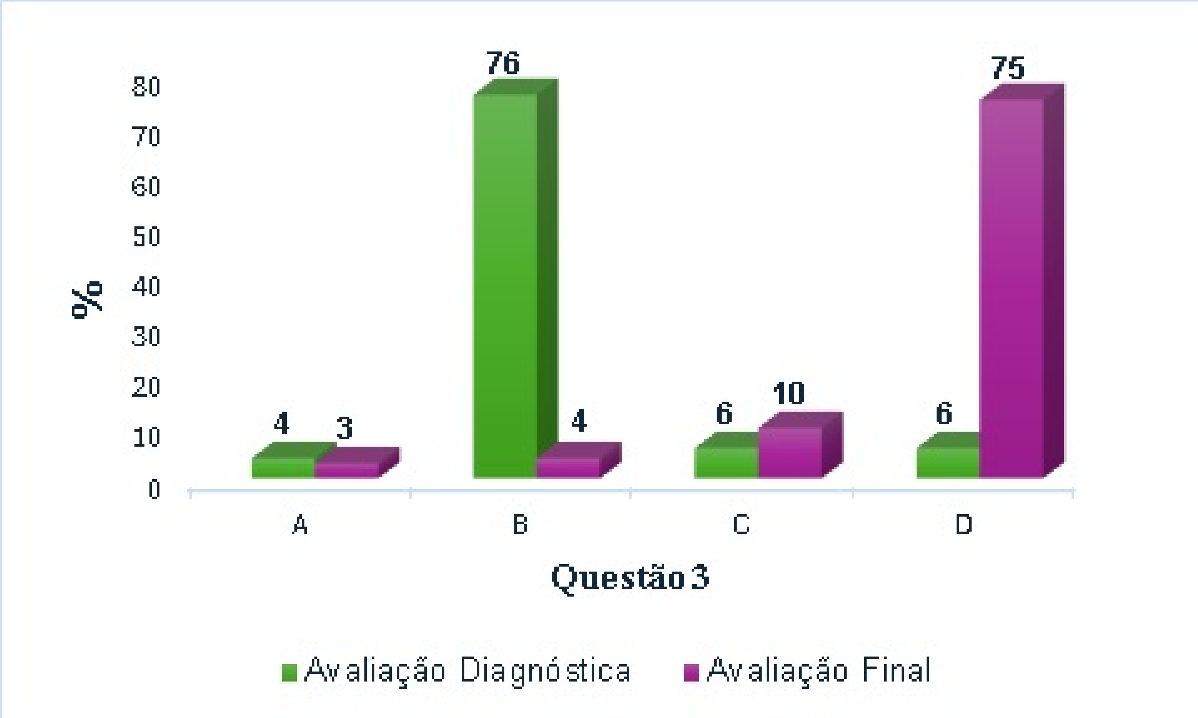


Figura 10: Questão 4: alternativas assinaladas

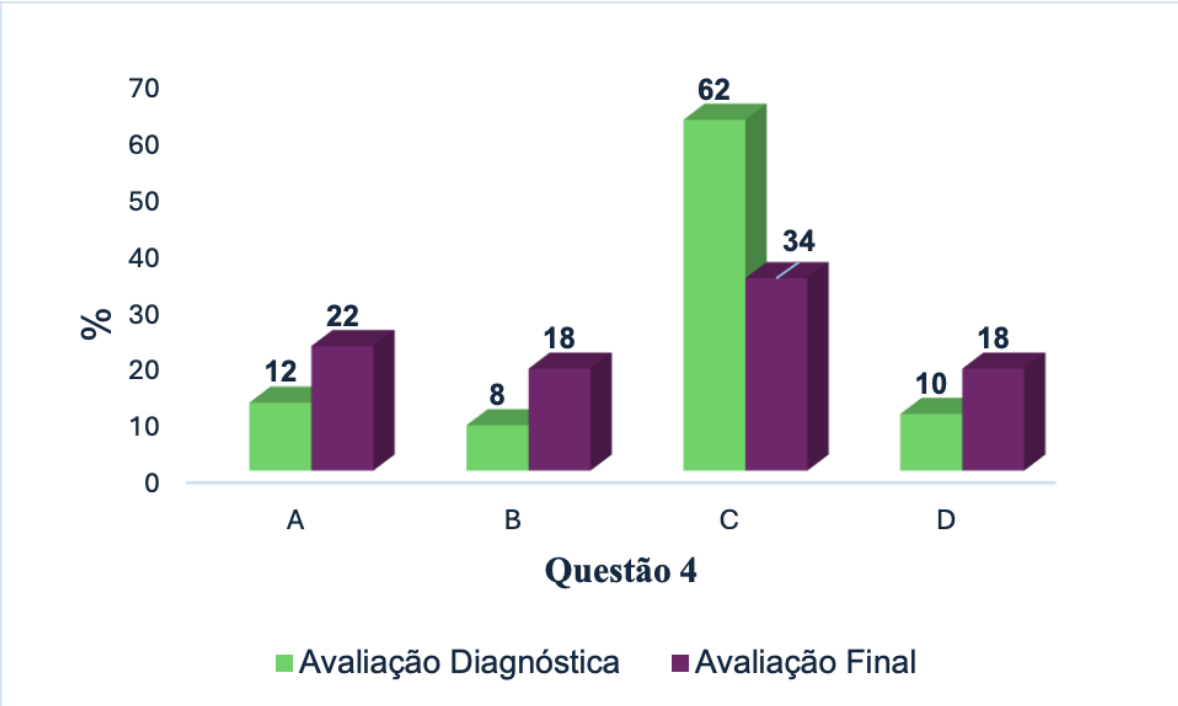


Figura 11: Questão 5: alternativas assinaladas

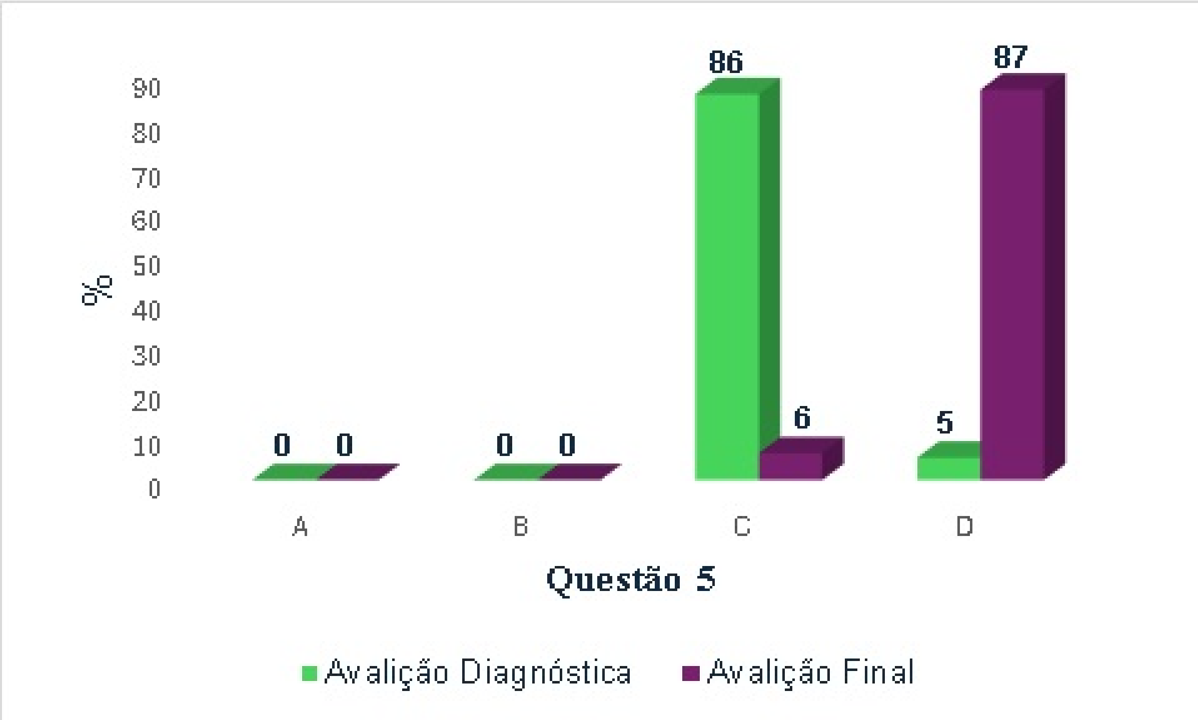


Figura 12: Questão 6: alternativas assinaladas

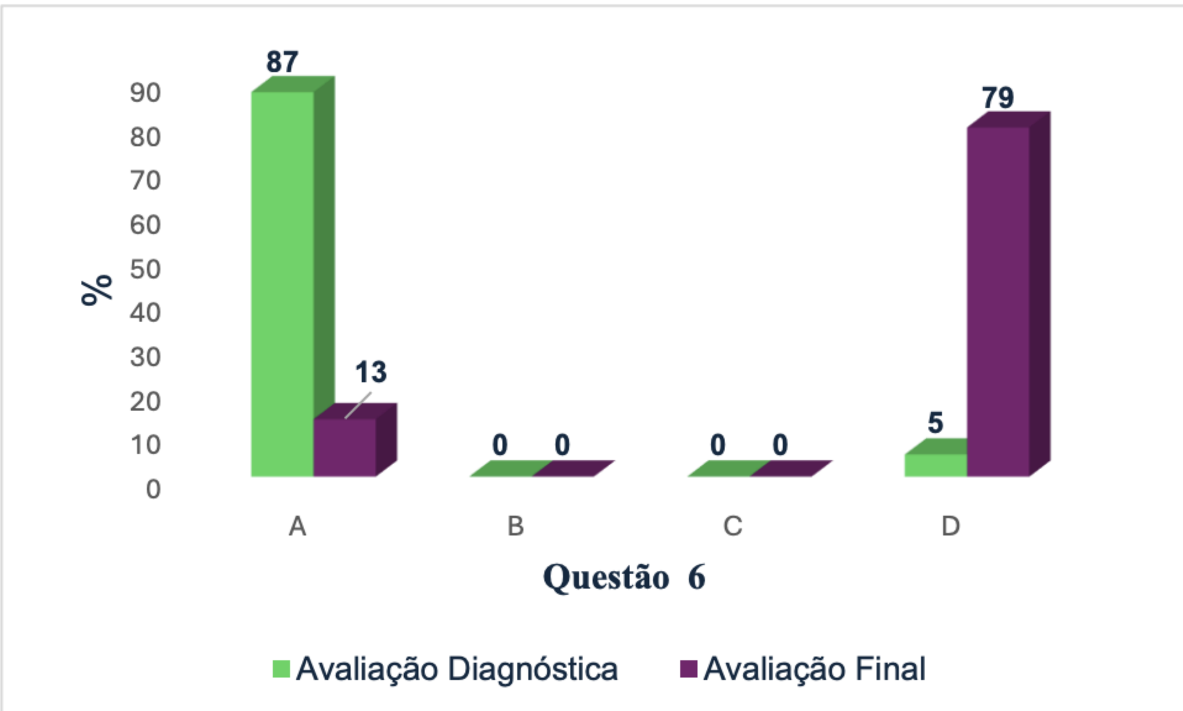


Figura 13: Questão 7: alternativas assinaladas

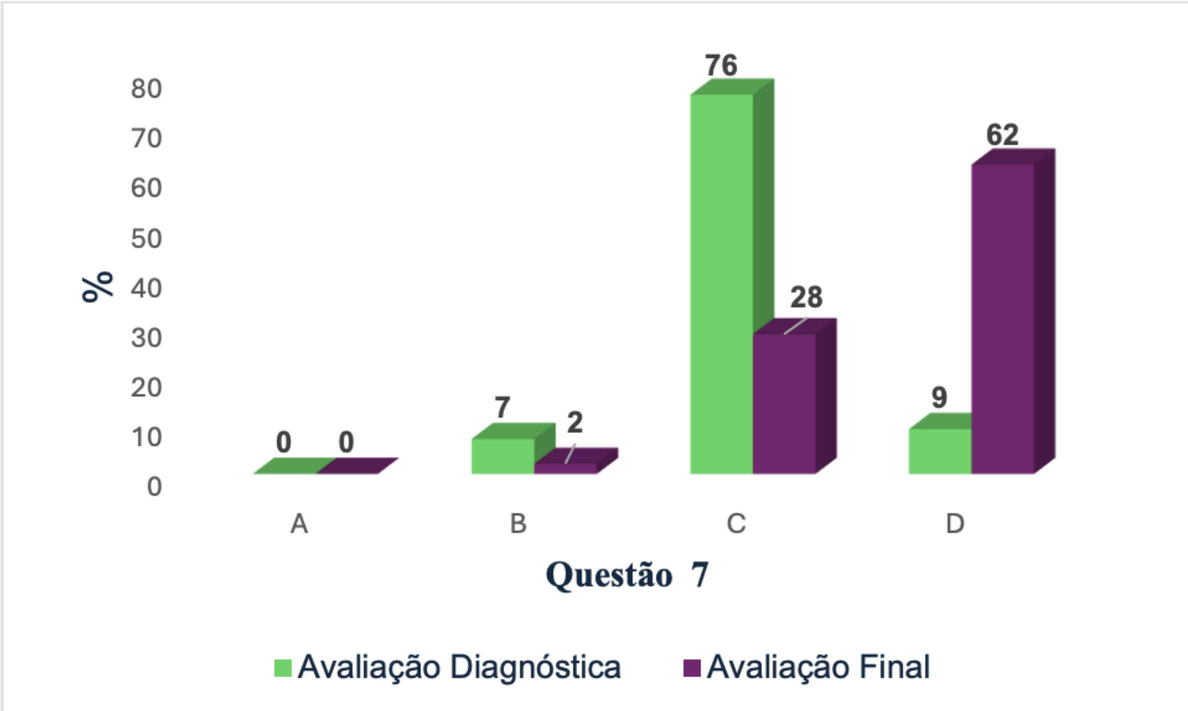


Figura 14: Questão 8: alternativas assinaladas

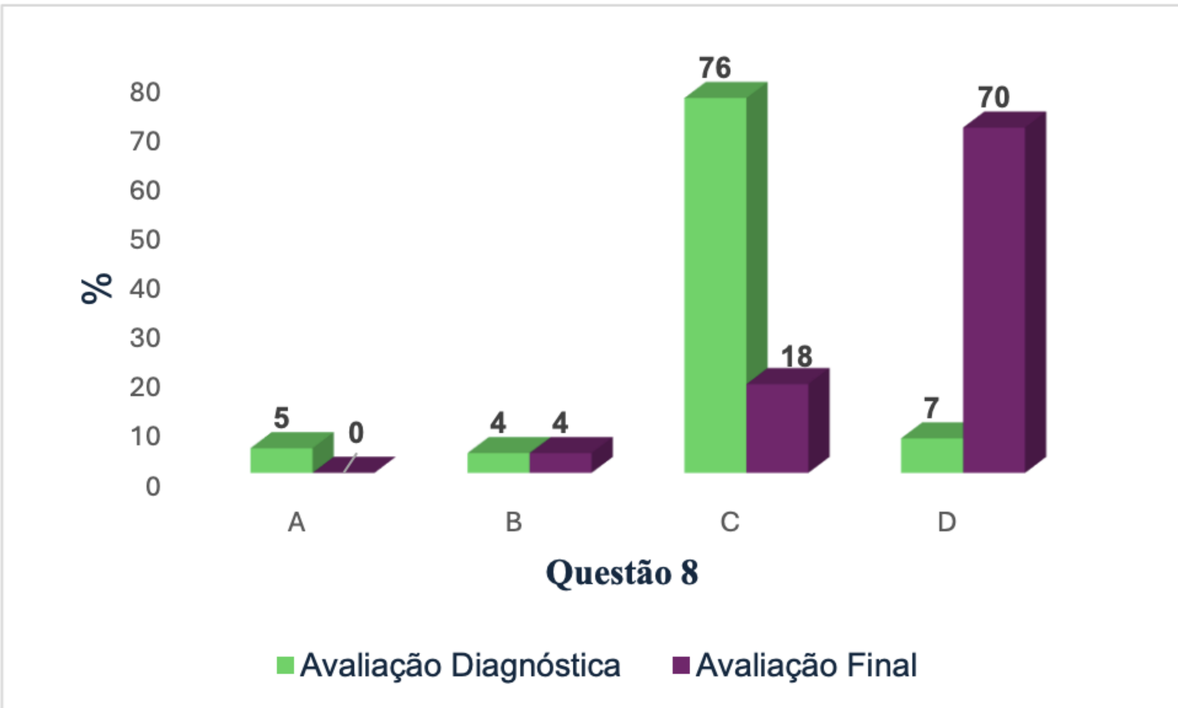


Figura 15: Questão 9: alternativas assinaladas

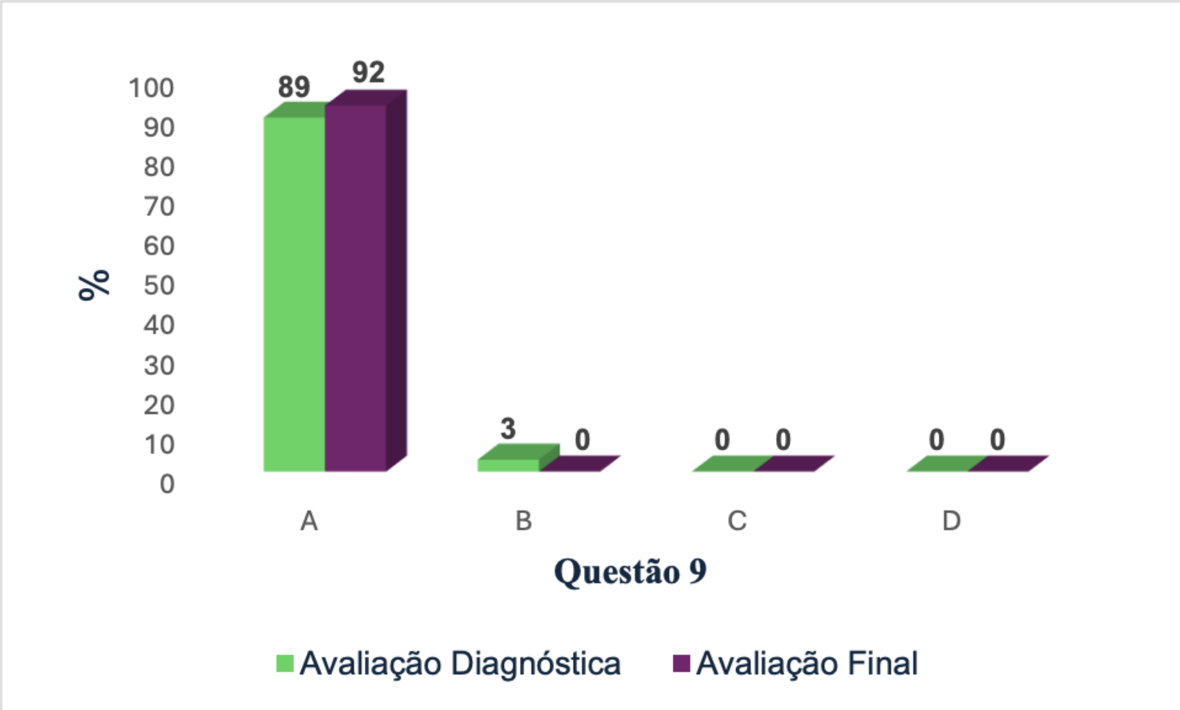


Figura 16: Questão 10: alternativas assinaladas

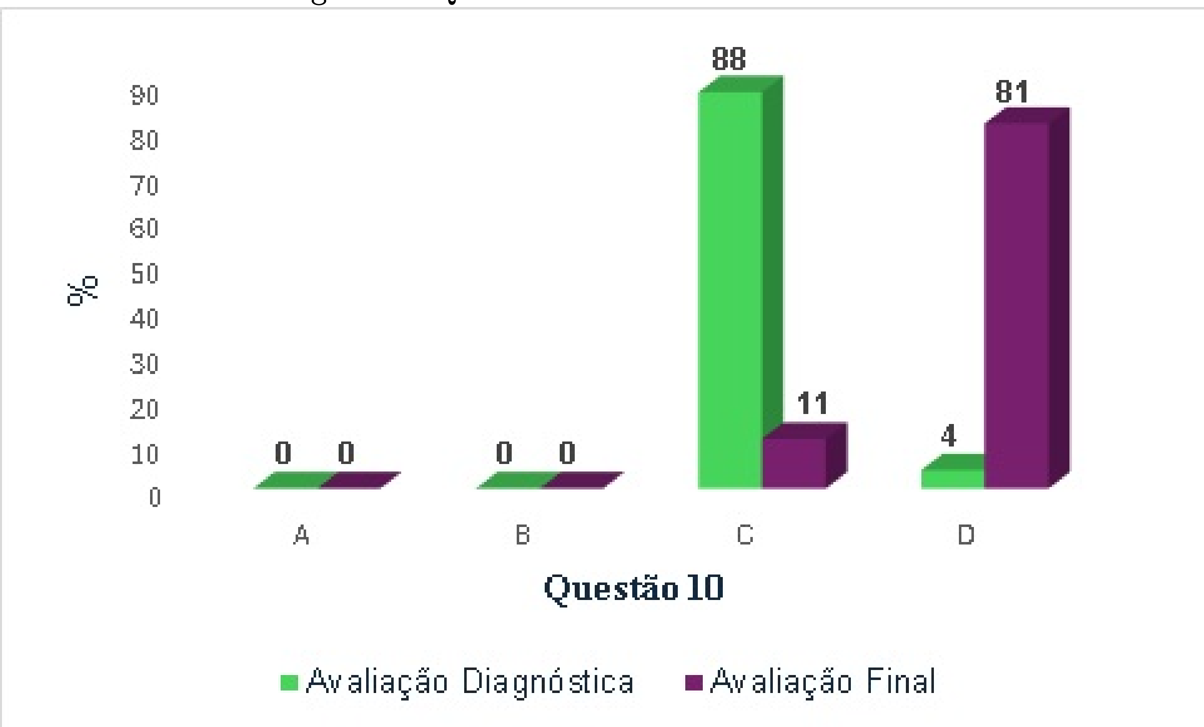
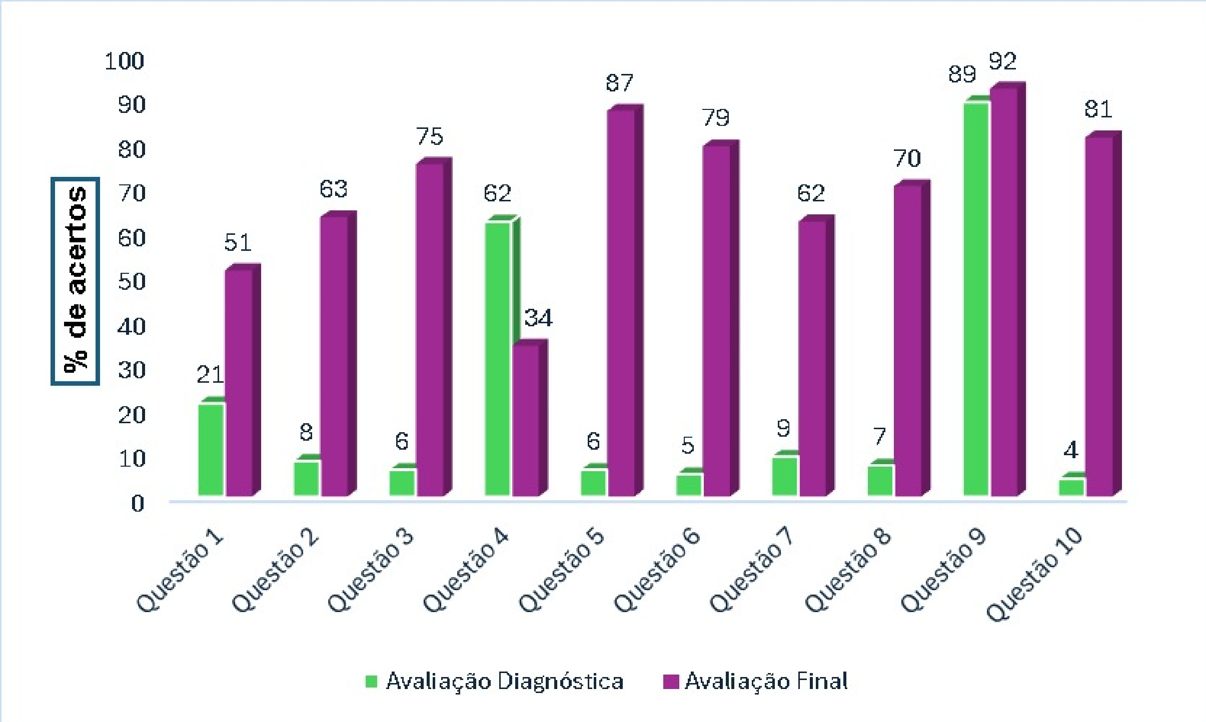


Figura 17: Acertos



3.3.1 Análise estatística

As respostas corretas em cada uma das 10 questões, entre a primeira e a segunda aplicações são os dois momentos do estudo. As distribuições conjuntas de cada questão nos instantes um e dois podem ser observados na Figura 18.

Para comparar a distribuição dos 10 questões nas primeira e a segunda aplicações, foi utilizado o teste de McNemar por meio do qual foram obtidos os valores de p. O teste de McNemar é um teste de associação, não paramétrico e pode ser aplicado em amostra simples pareada, com escalas nominais de dois valores possíveis (AGRESTI, 1990). Ficaram estabelecidos como estatisticamente significativos 9 das 10 questões avaliados, com $p < 0{,}05$. Apenas a Questão 9 não apresentou resultado significativo, pois não apresentava incerteza ("metade de 10")

3.3.2 Conclusões

Após essa leitura preliminar das respostas obtidas pelos alunos, podemos observar que a maioria dos alunos não está familiarizada com a subjetividade inerente aos termos apresentados. Sendo assim, destacamos a relevância em se iniciar um estudo que os leve

Figura 18: Resultados das questões 1 a 10 nas primeira e a segunda aplicações e valores do teste de McNemar

Questões	Quis Fuzzy	Total na Categoria S	χ2 Calculado	Valor (Significância)	Interpretação
Q1	"Próximo de 5" (D)	Antes: 21 → Depois: 51	28,03	$p<0,0001$	Altamente Significativo
Q2	"Em torno de 5" (D)	Antes: 8 → Depois: 63	53,02	$p<0,0001$	Altamente Significativo
Q3	"Quase 5" (D)	Antes: 6 → Depois: 75	66,97	$p<0,0001$	Altamente Significativo
Q4	"Mais próximo de 5" (D)	Antes: 10 → Depois: 18	6,12	$p<0,05$	Significativo
Q5	"Temperatura fria" (D)	Antes: 5 → Depois: 87	80,01	$p<0,0001$	Extremamente Significativo
Q6	"Muito pequeno" (D)	Antes: 5 → Depois: 79	72,01	$p<0,0001$	Extremamente Significativo
Q7	"Bom desempenho" (D)	Antes: 9 → Depois: 62	51,01	$p<0,0001$	Altamente Significativo
Q8	"Quase Cheio" (D)	Antes: 7 → Depois: 70	61,02	$p<0,0001$	Altamente Significativo
Q9	"Metade de 10" (A)	Antes: 89 → Depois: 92	1,33	$p>0,05$	NÃO Significativo
Q10	"Velocidade alta" (D)	Antes: 4 → Depois: 81	75,01	$p<0,0001$	Extremamente Significativo

a uma compreensão significativa do estudo proposto.

Por meio dessa atividade, acreditamos que ultrapassamos uma das inúmeras barreiras para conseguir fazer com que os alunos criem seu próprio senso crítico.

Outro aspecto positivo de nossa pesquisa foi a maneira como a aula se desenvolveu, com a efetiva participação de maneira colaborativa por parte dos alunos e seu interesse, fazendo com que se apropriassem do conhecimento oferecido, tornando-se reais protagonistas de seu aprendizado, algo cada vez mais raro e difícil de acontecer nos dias de hoje.

Os resultados indicam novas possibilidades de trabalhar a Matemática em sala de aula:

1. Desafia a Rigidez do Pensamento Matemático: A principal importância do trabalho é mostrar que os alunos podem pensar Matemática de formas diferentes do ensino mais tradicional que mostra a matemática como uma disciplina puramente exata. Ao mostrar que os alunos podem absorver e aplicar conceitos de lógica não-binária, a pesquisa aponta para um potencial inexplorado no desenvolvimento do raciocínio crítico e flexível.

2. Demonstra a Relevância da Matemática no Cotidiano: A abordagem fuzzy conecta a teoria matemática a problemas reais e ambíguos do dia a dia, como a percepção de “distância” ou “qualidade”. Isso torna a Matemática mais acessível e interessante, mostrando que ela é uma ferramenta viva para entender o mundo, e não apenas um conjunto de regras abstratas.

3. Valoriza a Subjetividade no Processo de Ensino-Aprendizagem: O experimento valida a importância de reconhecer e trabalhar com a subjetividade, um aspecto fundamental da cognição humana. A Lógica Fuzzy não ignora a intuição dos alunos, mas a utiliza como ponto de partida para um raciocínio lógico. Essa abordagem faz com que a Matemática se conecte com o que eles já pensam, aumentando seu engajamento e confiança na disciplina.

Capítulo 4

Considerações Finais

A principal ideia desta pesquisa foi concluir que a Lógica Fuzzy pode ser uma ferramenta eficaz para ensinar Matemática, pois ela ajuda os alunos a entender e a lidar com a falta de precisão que existe em muitas palavras que usamos no dia a dia, buscando a viabilidade e a eficácia de introduzir conceitos da Lógica Fuzzy na Educação Básica como uma ferramenta para abordar a subjetividade inerente a termos do cotidiano.

Outro fator relevante é a presença da tecnologia no nosso cotidiano, inclusive escolar. A ideia é utilizá-la como aliada no ensino de Matemática. Para isto, utilizamos a linguagem de programação Python para elaboração de um quiz, por ser de fácil interface e acesso livre.

O presente trabalho iniciou-se com estudo de conceitos de conjuntos fuzzy e operações.

Em seguida, realizamos uma pesquisa em sala de aula, com o objetivo de introduzir e "tratar" termos subjetivos, via conceitos apropriados para alunos de oitavo e nono anos do Ensino Fundamental Anos Finais de uma escola pública. O plano de aula foi elaborado por três fases.

Na primeira, foi aplicado um quiz de 10 perguntas para entender como eles pensam sobre conceitos como "perto" ou "bom desempenho". Nessa etapa, os alunos responderam sem nenhuma intervenção do autor. O resultado inicial confirmou nossa expectativa: as respostas eram quase sempre baseadas em uma lógica simples de "certo ou errado", a lógica binária.

Em seguida, na segunda fase, foi apresentada uma nova ideia: a de que nem tudo precisa ser apenas "sim" ou "não". Explicamos o conceito de que as coisas podem ter um grau de "verdade", mostrando que o "quase" ou o "mais ou menos" também são válidos.

Depois dessa conversa, eles refizeram o quiz. As respostas mudaram radicalmente, o que evidenciou que os discentes assimilaram a nova ideia e conseguiram aplicá-la. Assim, é possível transformar a maneira como os alunos aprendem Matemática.

A terceira e última fase foi a reaplicação do mesmo quiz. Os resultados foram notavelmente diferentes. O que se observou não foi apenas uma pequena alteração, mas uma mudança significativa no padrão de respostas. As questões com alternativas fixas (“próximo de 5”, “quase cheio”) viram um aumento significativo nas respostas que consideravam a multiplicidade de “verdades ”, enquanto as questões com a alternativa “depende” (como “temperatura fria” e “velocidade alta”) tiveram um crescimento expressivo nessa opção.

O caso mais emblemático e que serviu como ponto de controle para a pesquisa foi a Questão 9, que abordava a “metade de 10". O fato de as respostas permanecerem praticamente inalteradas (de 96,74% para 100% na opção correta, “5") traz que os alunos não confundiram a Lógica Fuzzy com a Matemática clássica. Os discentes apresentara capacidade de discernir entre verdades absolutas e conceitos subjetivos, aplicando a ferramenta correta para cada contexto.

A presente pesquisa serve como um ponto de partida para investigações mais aprofundadas e pode ser expandida em diversas direções, contribuindo para a área de Educação Matemática.

1. Desenvolvimento de um Ambiente de Aprendizagem Interativo: O quiz utilizado foi uma ferramenta didática eficaz. Futuras pesquisas poderiam focar em como capacitar professores para introduzir a Lógica Fuzzy em suas aulas, criando materiais didáticos e metodologias que facilitem essa transição do pensamento binário para o subjetivo.

2. Estudo Longitudinal: Seria valioso replicar o estudo com um acompanhamento mais longo para verificar se a mudança no raciocínio dos alunos se mantém e se os conceitos de Lógica Fuzzy são internalizados a ponto de se tornarem uma nova forma de pensar sobre a incerteza. Isso poderia ser feito ao longo de um semestre letivo, com a aplicação de diferentes atividades e quizes.

3. Expansão para Outros Níveis de Ensino: A pesquisa se concentrou no Ensino Fundamental Anos Finais, mas os conceitos de Lógica Fuzzy podem ser adaptados para outros níveis. No Ensino Médio, poderiam ser exploradas as operações entre conjuntos fuzzy (união, intersecção) e sua aplicação em problemas mais complexos. Para os anos iniciais do Ensino Fundamental, o conceito pode ser introduzido de forma mais lúdica, através de jogos e brincadeiras que exploram a gradação e a variação.

Em conclusão, esta pesquisa não é apenas um estudo sobre o ensino de um conceito matemático, mas uma reflexão sobre como podemos modernizar e humanizar a Matemática, tornando-a mais relevante e menos intimidadora para os alunos. O experimento demonstra, de forma inequívoca, que a Lógica Fuzzy é uma ferramenta pedagógica poderosa, capaz de expandir os horizontes do pensamento dos estudantes, de forma crítica, e prepará-los para um mundo cada vez mais complexo e ambíguo.

Referências

AGRESTI, A. Categorical data analysis. New York: Wiley, 1990.

BARROS, L. C. e BASSANEZI, R. C. Introdução à teoria fuzzy: aplicações em biomatemática. Congresso Latino Americano de Biomatemática, Campinas/SP, p. 1–46, 2001.

BARROS, L. C. e BASSANEZI, R. C *Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática.* IMECC-UNICAMP, Campinas/SP. 2010.

BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática. Campinas/SP, 2015.

BARBOSA, L. L. S.; MALTEMPI, M. V. *Matemática, Pensamento Computacional e BNCC: desafios e potencialidades dos projetos de ensino e das tecnologias na formação inicial de professores. Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática.* v. 3, n. 3, 2020.

PEREIRA, B. A.; LIGORI-FILHO, M. R.; PEREIRA, S. A. *Educação Matemática e linguagens de programação: um levantamento de artigos sobre a Educação Básica.* Ensino da Matemática em Debate, v. 9, n. 3, p. 94–116, 2022.

BELUCCI, D. P. *Sistemas Baseados em Regras Fuzzy e Aplicações.* Dissertação de Mestrado. UFABC - Santo André, 2009.

CASTILO, L. E SÁNCHEZ, I.C. *Uso de Python no ensino de matemática: PyGGB e MANIM.* ReTEM-Revista Tocantinense de Educação Matemática 1, 2023.

CHIZZOLINI, J. D. A. *Estudo comparativo de bibliotecas Python para visualização de dados: matplotlib e seaborn*, 2023.

JAFELICE R. S. M.; BARROS, L. C. e BASSANEZI, R. C. *Teoria dos Conjuntos Fuzzy com Aplicações.* Notas em Matemática Aplicada. São Carlos/SP: SBMAC. 2012.

KISHIMOTO, E. S. S.; COLUCI, V. R. *Animações para o ensino de matemática usando o Manim-Python.* Professor de Matemática online, 2023.

KLIR, G. J.; YUAN, B. Fuzzy sets and fuzzy logic: Theory and Applications. [S.l.]:

Prentice Hall, 1995.

LUNETTA, C. *Um modelo matemático via sistema baseado em regras fuzzy para avaliação do processo ensino-aprendizagem.* Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2023.

MARCONDES, G.A.B. *Matemática com Python: Um Guia Prático*, Editora Novatec Editora, 2018

NICOLETTI, M. C.; CAMARGO, H. A. *Fundamentos da Teoria de Conjuntos Fuzzy.* Série Apontamentos. São Carlos: EdUFSCar, 2011.

PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F. An introduction to fuzzy sets: analysis and design. The Mit, Press, 1998.

PEIXOTO M. S. *Sistemas Dinâmicos e Controladores Fuzzy:* Um estudo da dispersão da morte súbita dos citros em São Paulo. Tese de Doutorado. IMECC-UNICAMP, Campinas/SP, 2005.

PISSINI, M. M. *Um estudo fuzzy para propor um modelo matemático como auxílio ao diagnóstico médico das faringotonsilites.* Dissertação de Mestrado. UFSCar - Sorocaba, 2019.

SANT'ANNA, C. S. *Teoria dos conjuntos fuzzy: da simulação ao letramento para alunos do Ensino Médio.* Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2017.

SILVA, G. C. T. *Uma abordagem fuzzy para o desempenho escolar no processo ensino-aprendizagem.* Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) – UFSCar - Sorocaba, 2023.

SPINA, C. O. C. Uma abordagem da lógica fuzzy no ensino médio. [S.l.], 2013.

ZADEH, L. A. *Fuzzy sets. Information and Control*, 8:338-353, 1965.

APÊNDICE A — O QUIZ

Figura 19: Questão 1

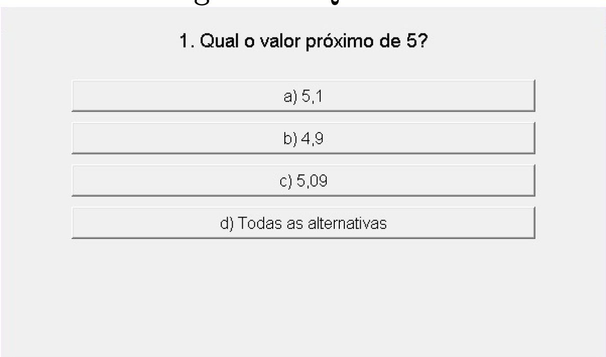


Figura 20: Questão 2

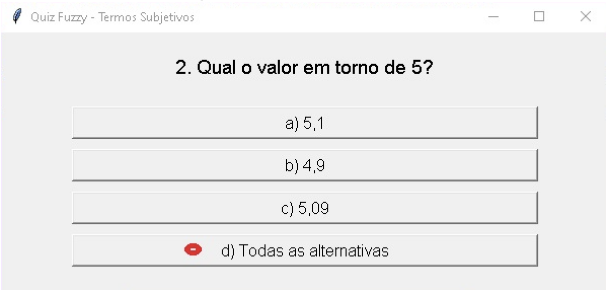


Figura 21: Questão 3

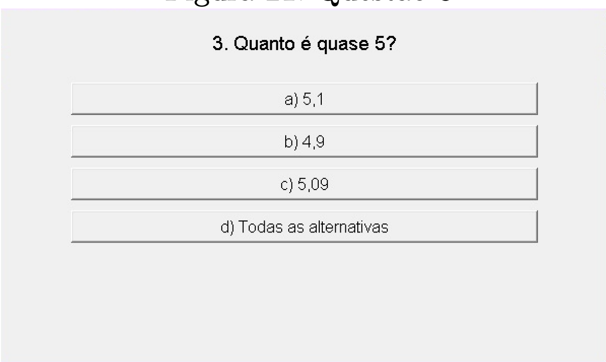


Figura 22: Questão 4

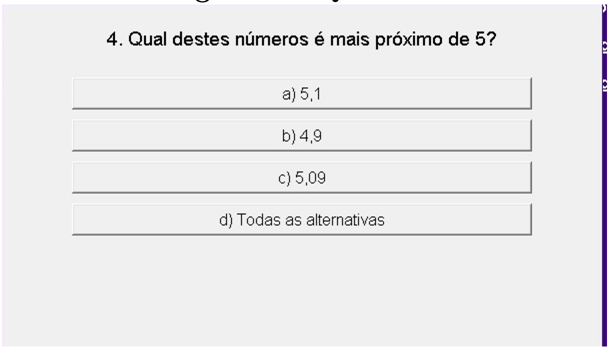


Figura 23: Questão 5

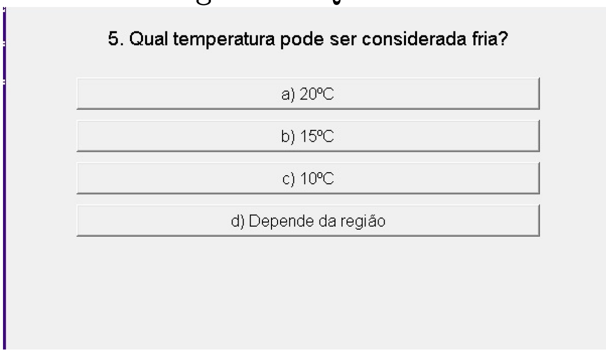


Figura 24: Questão 6

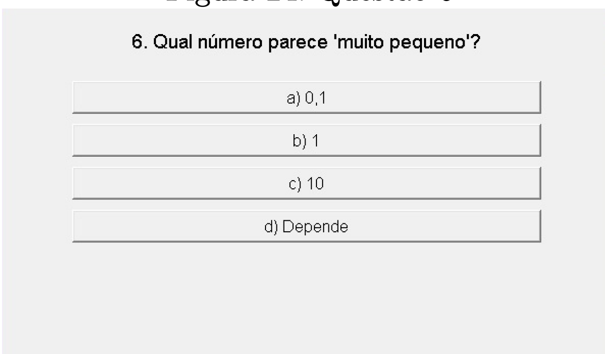


Figura 25: Questão 7

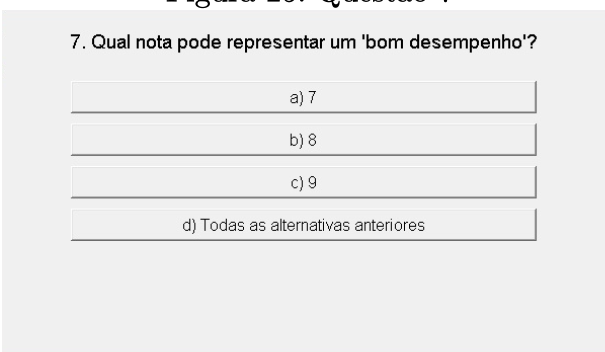


Figura 26: Questão 8

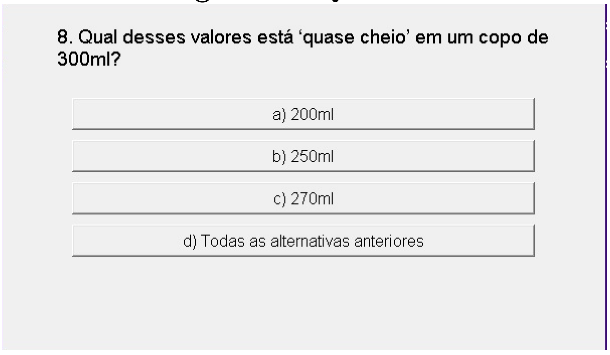


Figura 27: Questão 9

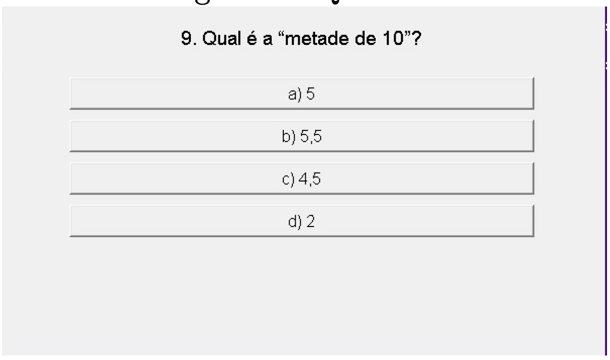
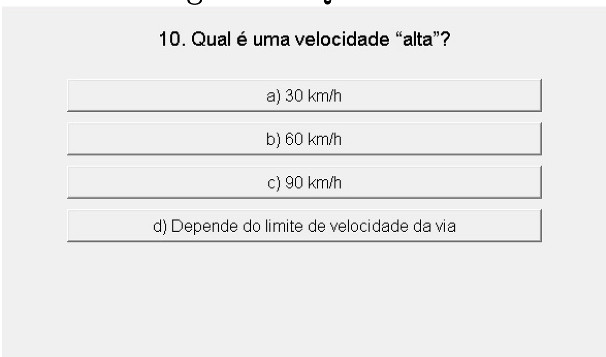


Figura 28: Questão 10



APÊNDICE B — ALGORITMO DO QUIZ

```
Pseudocódigo – Algoritmo do Quiz
FUNÇÃO PRINCIPAL: QUIZ_FUZZY
INICIAR lista PONTUAÇÕES ← VAZIA
MOSTRAR MENSAGEM DE BOAS-VINDAS
PARA cada QUESTÃO em LISTA_DE_PERGUNTAS:
EXIBIR QUESTÃO
EXIBIR ALTERNATIVAS
RESPOSTA ← LER ESCOLHA DO USUÁRIO
(JUSTIFICATIVA) ← ALTERNATIVA ESCOLHIDA
ADICIONAR mu à PONTUAÇÕES
EXIBIR JUSTIFICATIVA
FIM PARA
RESULTADO ← AVALIAR_RESULTADO(PONTUAÇÕES)
EXIBIR RESULTADO FINAL
FIM FUNÇÃO
FUNÇÃO AVALIAR_RESULTADO(PONTUAÇÕES):
MÉDIA ← SOMA(PONTUAÇÕES) / TAMANHO(PONTUAÇÕES)
SE MÉDIA ≥ 0,85
RETORNAR “Excelente”
SENÃO SE MÉDIA ≥ 0,65
RETORNAR “Muito Bom”
SENÃO SE MÉDIA ≥ 0,40
RETORNAR “Razoável”
SENÃO
```

RETORNAR "Baixo"
FIM SE
FIM FUNÇÃO