

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

Rafael da Silva Diniz

**UM ESTUDO SOBRE A IMPORTÂNCIA DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE
MATEMÁTICA NO DESENVOLVIMENTO DA PRÁTICA DOCENTE NA
EDUCAÇÃO BÁSICA**

Sorocaba/SP

2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Rafael da Silva Diniz

**UM ESTUDO SOBRE A IMPORTÂNCIA DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE
MATEMÁTICA NO DESENVOLVIMENTO DA PRÁTICA DOCENTE NA
EDUCAÇÃO BÁSICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos para obtenção do título de Mestre.

Orientação: Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto

Sorocaba/SP

2025

Diniz, Rafael da Silva

Um Estudo sobre a Importância do Laboratório de Ensino de Matemática no Desenvolvimento da Prática Docente na Educação Básica / Rafael da Silva Diniz -- 2025.
66f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba
Orientador (a): Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto
Banca Examinadora: Profa. Dra. Silvia Maria Simões de Carvalho, Prof. Dr. Ribamar Nogueira da Silva
Bibliografia

1. Laboratório de Ensino de Matemática. 2. Método Científico. 3. Educação Básica. I. Diniz, Rafael da Silva.
II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática
(SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Maria Aparecida de Lourdes Mariano -
CRB/8 6979



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Rafael da Silva Diniz, realizada em 21/02/2025.

Comissão Julgadora:

Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto (UFSCar)

Prof. Dr. Ribamar Nogueira da Silva (FAIT)

Profa. Dra. Sílvia Maria Simões de Carvalho (UFSCar)

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos professores que acreditam na ciência como ferramenta de transformação social e que, com dedicação e empatia, se importam genuinamente com seus alunos. A vocês, que enxergam além das dificuldades e plantam sementes de esperança e conhecimento. Que este trabalho seja um reflexo do impacto que a educação pode ter na construção de um mundo mais justo e humano.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, Pai Criador amoroso, que interruptamente está comigo, e ao Mestre dos Mestres, Jesus, pela graça de realizar o sonho de cursar um Mestrado em uma Universidade Pública.

Agradeço à minha mãe, Márcia, ao meu pai, Silas, às minhas avós, Maria e Zilda, aos meus irmãos, Amanda e Gustavo, pelo amor, apoio e incentivo incondicionais. À minha amiga e tia, Elenira, que exerce com excelência esses dois papéis tão especiais. À minha tia Joseli, cuja presença sempre foi um farol de sabedoria e carinho, e em seu nome estendo minha gratidão a toda a minha família, que foi uma verdadeira fonte de força e inspiração ao longo dessa jornada.

À minha querida orientadora, Professora Doutora Magda da Silva Peixoto, expresso meu profundo carinho, admiração, respeito e gratidão. Sua dedicação, credibilidade e sabedoria foram fundamentais para a realização deste trabalho e para meu crescimento pessoal e acadêmico.

Aos meus amigos Jader, Jonas, Pamela e Talita, por compartilharem comigo momentos de apoio e alegrias, tornando o percurso da vida mais leve e significativo.

De forma especial, agradeço aos profissionais Alex Oliveira, Antonio Gargaro, Heliton Augusto, Mônica Macedo e Thiago Komnicki, cujos trabalhos, dedicação e presença, de forma direta e indireta, forneceram o suporte necessário para a concretização deste estudo

Àqueles que me inspiraram a trilhar o caminho da Matemática, meus professores Fabiano Panis, Adriana Vian (*in memoriam*), Maristel do Nascimento e Sandro Azevedo, minha eterna gratidão por despertarem em mim o amor por essa Ciência.

Agradeço aos professores do Programa de Mestrado da UFSCar, Antônio Venezuela, Ana Mereu, Sadao Massago, Silvia Carvalho, Rogério Pires, Paulo Oliveira e Graciele Silveira, pelo conhecimento compartilhado e pelo exemplo de dedicação à educação e à pesquisa.

Por fim, expresso meu profundo orgulho e gratidão por ter realizado este mestrado em uma Universidade Pública, um espaço que transcende o saber acadêmico para se firmar como símbolo de resistência, igualdade e inclusão. É nesse ambiente, fruto de lutas históricas contra as desigualdades de classe, o racismo e outras formas de opressão, que o conhecimento se une ao compromisso social de promover aceitação, justiça, respeito, transformação e pluralidade.

*“A pessoa conscientizada tem uma compreensão diferente da história e de seu papel nela.
Recusa acomodar-se, mobiliza-se, organiza-se para mudar o mundo” – Paulo Freire*

RESUMO

DINIZ, Rafael da Silva. **Um Estudo sobre a Importância do Laboratório de Ensino de Matemática no Desenvolvimento da Prática Docente na Educação Básica**. 2025. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Exatas – Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba/SP, 2025.

O uso de laboratórios em escolas de Ensino Fundamental e Médio ainda é limitado, mesmo sendo uma abordagem eficaz para implementar metodologias ativas de aprendizagem. Em geral, os espaços destinados à experimentação são mais associados às Ciências da Natureza, deixando outras áreas como a Matemática, com pouca representação nesse contexto. Este trabalho busca refletir sobre o potencial do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) como um ambiente pedagógico que promove a experimentação científica na Educação Básica. A proposta é explorar como o LEM pode incentivar o desenvolvimento de talentos e aptidões em crianças e adolescentes, despertando o interesse pela pesquisa científica e contribuindo para uma aprendizagem mais significativa. Além disso, o estudo considera a importância de alinhar as práticas laboratoriais aos currículos obrigatórios, proporcionando uma formação integral que estimule o pensamento crítico e a construção do conhecimento matemático.

Palavras-chave: Laboratório de Ensino de Matemática. Método Científico. Educação Básica.

ABSTRACT

DINIZ, Rafael da Silva. **A Study on the Importance of the Mathematics Teaching Laboratory in the Development of Teaching Practice in Basic Education.** 2025. Master's Dissertation in Exact Sciences Teaching – Federal University of São Carlos, Sorocaba campus, Sorocaba/SP, 2025.

The use of laboratories in elementary and high schools is still limited, despite being an effective approach to implementing active learning methodologies. In general, spaces dedicated to experimentation are more commonly associated with the Natural Sciences, leaving other fields, such as Mathematics, underrepresented in this context. This study aims to reflect on the potential of the Mathematics Teaching Laboratory (LEM) as a pedagogical environment that fosters scientific experimentation in Basic Education. The objective is to explore how the LEM can encourage the development of talents and skills in children and adolescents, sparking interest in scientific research and contributing to more meaningful learning. Furthermore, the study considers the importance of aligning laboratory practices with mandatory curricula, providing a comprehensive education that stimulates critical thinking and the construction of mathematical knowledge.

Keywords: Mathematics Teaching Laboratory. Scientific Method. Basic Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação geométrica do teorema pitagórico.....	40
Figura 2 – Estrela de cinco vértices inscrita num pentágono, símbolo especial da sociedade pitagórica.....	41
Figura 3 – Representação do monocórdio.....	46
Figura 4 – Ganchos para fixar na tábua e amarra a corda.....	47
Figura 5 – Ganchos para fixar na tábua e amarra a corda.....	48
Figura 6 – Visão lateral do monocórdio.....	49
Figura 7 – Monocórdio pronto.....	51
Figura 8 – Representação das divisões da corda do violão.....	53

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

EFAPE - Escola de Formação e Aperfeiçoamento dos Profissionais da Educação do Estado de São Paulo

ENEM - Enem Exame Nacional do Ensino Médio

LEM - Laboratório de Ensino de Matemática

UFSCar - Universidade Federal de São Carlos

UNESP - Universidade Estadual Paulista

UNIVESP – Universidade Virtual do Estado de São Paulo

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1. O LABORATÓRIO NO ENSINO DE MATEMÁTICA	17
1.1 A DEFINIÇÃO DE LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA.....	19
1.2 A CONCEPÇÃO DE LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA.....	24
2. O PENSAMENTO E MÉTODO CIENTÍFICO NA EDUCAÇÃO BÁSICA	28
3. UMA BREVE REFLEXÃO ACERCA DOS DOCUMENTOS NORTEADORES BNCC E CURRÍCULO PAULISTA	33
4. PLANEJAMENTO DE AULAS DE MATEMÁTICA BASEADA EM EXPERIMENTO LABORATORIAL	37
4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA: PITÁGORICOS.....	38
4.2 OS PITAGÓRICOS E A MATEMATIZAÇÃO DA MÚSICA.....	40
4.3 AS MÉDIAS MATEMÁTICAS E A HARMONIA: UMA DESCOBERTA PITAGÓRICA.....	45
4.4 PROPOSTA DE ATIVIDADE: CONSTRUÇÃO DO MONOCÓRDIO E A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA.....	47
4.5 EXPLORAÇÃO E OBSERVAÇÃO: ANÁLISE DAS PROPORÇÕES NO MONOCÓRDIO.....	52
4.6 REGISTROS E ANÁLISES: REFLEXÕES SOBRE HABILIDADES DESENVOLVIDAS.....	54
5. ALGUMAS REFLEXÕES E PERSPECTIVAS SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA EM LABORATÓRIOS	57
CONSIDERAÇÕES FINAIS	61
REFERÊNCIAS	64

INTRODUÇÃO

Um laboratório é um espaço equipado com instrumentos especializados onde os cientistas, pesquisadores e estudantes realizam experimentos, análises e investigações para estudar fenômenos naturais, testar hipóteses, desenvolver tecnologias ou realizar outras atividades relacionadas à pesquisa e desenvolvimento. Ferreira (2020) traz a definição de laboratório, com sua etimologia do latim medieval, como sendo “sala ou edifício onde se preparam medicamentos ou se fazem pesquisas científicas, exames clínicos etc.”.

Os primeiros laboratórios surgiram durante o Renascimento, principalmente no século XVII, com o avanço do método científico e a ênfase crescente na experimentação controlada e na observação precisa. Um dos primeiros e mais famosos exemplos é o laboratório de química de Robert Boyle, que foi estabelecido em Oxford no século XVII. Boyle é frequentemente considerado o pai da química moderna e seu laboratório desempenhou um papel crucial no desenvolvimento da disciplina (UNESP, 2021). Esses laboratórios foram criados porque os cientistas perceberam a necessidade de ter um espaço dedicado para realizar experimentos controlados e meticulosos, longe das condições variáveis e muitas vezes imprecisas dos ambientes naturais. Além disso, a criação de laboratórios permitiu que os cientistas compartilhassem conhecimentos, técnicas e descobertas de uma maneira mais estruturada e colaborativa. Isso foi fundamental para o avanço da ciência moderna e da metodologia científica. Conforme destacado por Brasileiro (2022), os laboratórios desempenham um papel crucial no desenvolvimento científico e na conexão entre pesquisa e sociedade.

Em dias contemporâneos, a construção do conhecimento é pautada por algumas vertentes pedagógicas como sendo fazer Ciência. Enquanto prepara cidadãos para o mercado de trabalho, a educação também produz conhecimentos científicos em suas atividades escolares, ou seja, a Ciência não se concentra somente em ambientes universitários, mas há a tentativa e movimentos para o despertar, para que a Ciência aconteça desde os primeiros anos da formação escolar dos indivíduos.

Nesse âmbito então, pode-se inserir os projetos de pesquisa na Educação Básica. Laboratórios de pesquisa disponíveis a estudantes e professores, seja na sua concepção literal, enquanto espaço especificamente equipado ou com as adequações ao contexto educacional, são responsáveis a fazer aplicáveis os objetos de conhecimentos conceituados nas exposições das aulas às pesquisas de caráter científico com análises, observações e constatações ou seja, englobando todas as habilidades atribuídas aos pesquisadores. Tratando-se de Metodologias

Ativas de Aprendizagem nessa perspectiva, não são apenas os professores que se apropriam dessas pesquisas, mas os estudantes também participam.

Ao realizar uma pesquisa, o estudante aprende sobre o método científico, as técnicas de um pesquisador e os processos éticos envolvidos. Desse modo, desenvolve capacidade crítica e conseqüentemente é instigado a observar a forma de escrita científica, uma vez que os resultados dos trabalhos podem ser publicados.

Em suma, em aulas com a complementação laboratorial os estudantes têm a oportunidade de discutir de forma prática o que se trata em sala de aula convencional como por exemplo, a constatação de cálculos matemáticos ao estudar o coeficiente de resistência de materiais, o que pode ser testado em experimentos laboratoriais. Esses conhecimentos compartilhados e discutidos possibilitam instigar a realização de outras pesquisas que podem gerar respostas e soluções para necessidades sociais em âmbitos macro, além dos limites da escola.

Oportunizar aos estudantes de Educação Básica o contato ao conhecimento científico por meio de técnicas laboratoriais pode instigá-los a perceber a importância da Ciência e podem visualizar essa proposta de carreira como uma identificação para o seu projeto de vida. Jovens e adolescentes muitas vezes não têm acesso a essas informações em seu cotidiano, e a escola tem esse potencial para mostrar essas possibilidades.

Desde minha graduação em Matemática, concluída em 2015, tenho atuado na área da Educação, inicialmente como Professor Interlocutor de Libras em escolas e, posteriormente, como Mediador de Ensino Presencial na Universidade Virtual do Estado de São Paulo (UNIVESP). Em 2021, ingressei como professor efetivo de Matemática e dos Anos Iniciais nas redes municipais de Nova Campina e Itapeva, assumindo atualmente a função de Coordenador Pedagógico nessa última cidade mencionada. Ao longo de minha trajetória profissional, fui instigado pelo cotidiano escolar a refletir sobre as razões que ainda levam a resultados insatisfatórios no desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes. Paralelamente, a partir das minhas experiências enquanto aluno e professor, observei que a simples confecção de jogos, quando não orientada por objetivos claros voltados ao estímulo de habilidades específicas, tende a não produzir avanços significativos no aprendizado matemático. Diante dessas inquietações, surgiu o interesse em incentivar a introdução da iniciação ao pensamento científico desde a Educação Básica. Esse movimento me levou ao estudo do Laboratório de Ensino de Matemática como uma estratégia para promover a pesquisa na Educação Básica (etapa da Educação que compreende a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio) resultando no presente trabalho de mestrado.

A escolha desse tema então, fundamenta-se no interesse em contribuir para um ensino de Matemática investigativo, alinhado à formação de cidadãos autônomos, críticos e esclarecidos. Nesse contexto, a metodologia do Laboratório de Ensino de Matemática configura-se como uma maneira para os professores estimularem a curiosidade científica e a capacidade analítica desde os primeiros anos escolares. Consideramos que as atividades didáticas devem ser elaboradas com base no rigor científico e selecionadas criteriosamente, sobretudo as de caráter lúdico. Quando desprovidas de um propósito pedagógico claro, podem tornar-se meramente recreativas, sem conexão efetiva com os conteúdos e sem contribuir para o desenvolvimento da argumentação baseada em evidências. Para que sejam verdadeiramente eficazes, acredita-se ser essencial sua integração estratégica ao currículo no processo de ensino. Além disso, também se entende que a criticidade, por si só, não basta para a construção de um pensamento argumentativo sólido. A análise crítica deve estar fundamentada em conhecimento, evidências e repertório teórico, permitindo não apenas a formulação de questionamentos, mas também a sustentação e a refutação de argumentos com embasamento consistente. Entendemos que esse princípio está em consonância com os objetivos da ciência e da pesquisa, e que pode reforçar a importância de sua integração ao ensino da Matemática na Educação Básica.

Assim, a estrutura deste trabalho foi organizada em capítulos. Inicialmente, apresenta-se uma visão geral sobre o laboratório no ensino de Matemática, discutindo sua definição e concepção. O objetivo é compreender como esse espaço e metodologia podem contribuir para o ensino da disciplina e proporcionar um ambiente que estimule a experimentação e a investigação por parte dos estudantes.

Em seguida, explora-se o pensamento e o método científico na Educação Básica, ressaltando sua relevância para o ensino da Matemática. Desse modo, o desenvolvimento do raciocínio investigativo é essencial para que os estudantes possam compreender conceitos matemáticos de forma prática.

Esta pesquisa também se detém sobre os documentos norteadores da educação Matemática, especificamente a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Currículo Paulista. Esses referenciais orientam a organização dos conteúdos e das práticas pedagógicas, buscando garantir uma formação Matemática consistente e alinhada às competências e habilidades esperadas, o que pode vir ao encontro com a proposta de ensino em Laboratório de Ensino de Matemática

O planejamento de aulas baseadas em experimentos laboratoriais é abordado na sequência, destacando a relevância de atividades práticas no ensino de Matemática. Para

ilustrar essa abordagem, apresenta-se a exemplificação de uma prática em laboratório, utilizando o contexto histórico de Pitágoras como fio condutor. Exploram-se suas contribuições para a Matemática e, em especial, sua relação com a musicalidade, evidenciada na matematização da música e na descoberta das médias Matemáticas como fundamento da harmonia.

Uma proposta prática é apresentada com a construção do monocórdio, um instrumento que permite observar relações Matemáticas por meio da música. A atividade envolve a análise de proporções e a reflexão sobre as habilidades desenvolvidas pelos estudantes ao longo do processo. A exploração experimental e os registros resultantes da atividade são discutidos para demonstrar como o uso do laboratório pode potencializar a aprendizagem e fomentar a curiosidade científica.

Por fim, algumas reflexões e perspectivas sobre o ensino de Matemática em laboratórios são levantadas, analisando desafios e possibilidades para sua implementação efetiva no contexto educacional, vindo ao encontro da postura crítica esperada por parte dos estudantes em seus desempenhos acadêmicos. As considerações finais sintetizam os principais achados da pesquisa e apontam caminhos para futuras investigações sobre o tema.

1. O LABORATÓRIO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Práticas laboratoriais no contexto de Educação Básica são atividades experimentais ou práticas realizadas em um ambiente que complementam o ensino teórico. Essas práticas permitem aos estudantes aplicarem os conceitos aprendidos em sala de aula a fim de desenvolver habilidades práticas, a observação de fenômenos de forma direta e experimentar métodos científicos (Lorenzato, 2012).

Esse tipo de abordagem no ensino já é comum em disciplinas como Ciências, Física, Química e Biologia, mas também podem e precisam ser aplicadas em outras áreas, como Tecnologia, Matemática e Engenharia. Essa abordagem propicia a realização de experimentos para entender reações químicas, observar fenômenos físicos ou explorar processos biológicos articulados à Matemática, pois ela fornece as ferramentas necessárias para quantificar, modelar e interpretar esses fenômenos.

Conforme exposto por Lopes e Oliveira (2021), a Matemática é usada no cálculo das proporções entre reagentes e produtos em uma reação química, garantindo que as leis da conservação de massa sejam respeitadas; modelos matemáticos contribuem na descrição da velocidade das reações químicas, permitindo prever como as concentrações dos reagentes e produtos mudam ao longo do tempo; outro mais, as equações Matemáticas, como a constante de equilíbrio, são utilizadas para prever as concentrações das espécies químicas em equilíbrio.

Em se tratando da Física, muitas de suas leis, como a segunda lei de Newton ou a lei de Ohm, são expressas por equações matemáticas que descrevem relações entre diferentes grandezas; já fenômenos como movimento, força, energia e corrente elétrica podem ser descritos e analisados usando funções matemáticas e técnicas de análise de dados (Bonjorno et al., 2021).

Para processos na Biologia, a Matemática é usada para criar modelos que simulam processos biológicos, como crescimento populacional, difusão de substâncias, ou dinâmica de predador-presa. A Estatística é primordial para analisar dados experimentais, como a eficácia de um medicamento ou a variabilidade genética em uma população (Argent-Katwala, 2022).

Dessa forma, a Matemática não só suporta a compreensão e a análise desses processos, mas também permite que sejam feitas previsões e conclusões baseadas em

modelos quantitativos, tornando-a uma ferramenta essencial no estudo das ciências naturais em práticas de laboratórios. Assim, com a Matemática servindo de suporte para outras áreas aplicarem seus argumentos científicos em práticas de laboratório, pensa-se então no inverso: o ensino dos objetos de conhecimento da Matemática baseada em observações em práticas laboratoriais.

Um exemplo dessa aplicabilidade poderia ser o objeto de conhecimento “proporcionalidade”, que pode ser trabalhado no espaço de Laboratório por meio da reprodução prática de fenômenos. Essa abordagem experimental permite fundamentar o ensino do conteúdo, conectando teoria e prática, e favorecendo o desenvolvimento de competências previstas na BNCC, como a resolução de problemas e a aplicação do conhecimento em contextos reais

A prática laboratorial em Matemática nas aulas da Educação Básica tem ao seu alcance estimular e promover o estudo da Matemática enquanto uma ciência, contribuindo para a melhoria da qualidade da educação ao oferecer o estímulo ao pensamento científico. Além disso, essas práticas identificam talentos, incentivando o progresso no interesse pela cultura científica e interesse por cursos universitários, valorizando a formação de futuros pesquisadores e profissionais. Essa abordagem também promove a inclusão social através da difusão do conhecimento matemático.

Assim, questiona-se como aplicar os estudos da Ciência em laboratórios no ensino de Matemática contemplando seus objetos de conhecimentos propostos pelos currículos na Educação Básica.

Para o ensino de Matemática, diversas metodologias e recursos são empregados, destacando o uso de um Laboratório de Matemática, que tem uma natureza visual, e o trabalho com materiais manipuláveis. Esses métodos visam potencializar o ensino de Matemática e desenvolver no aluno o senso crítico, o pensamento criativo e dedutivo, além da capacidade de observação, investigação e interação. O processo de ensino e aprendizagem está em constante desenvolvimento, com intensos debates e estudos voltados para a melhoria da qualidade do ensino, seja na Matemática como nas demais áreas. Como resultado, documentos oficiais nacionais destacam duas questões principais:

A necessidade de reverter o quadro em que a Matemática se configura como um filtro social na seleção dos alunos que vão concluir, ou não, o Ensino Fundamental e a necessidade de proporcionar um ensino de Matemática de melhor qualidade, contribuindo para a formação do cidadão (Brasil, 1998).

Os documentos oficiais ressaltam que o papel da escola transcende aos repasses de conhecimentos apenas, tornando-se essencial criar conexões entre a Matemática teórica e sua aplicação prática nas vivências dos estudantes. Para que essa abordagem seja eficaz, uma alternativa viável é a implementação de metodologias diferenciadas, como o uso de materiais didáticos, notados por alguns autores pela sigla MD.

Os MD podem desempenhar várias funções, conforme o objetivo a que se prestam, e, por isso, o professor deve perguntar-se para que ele deseja utilizar o MD: para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos? São as respostas a essas perguntas que facilitarão a escolha do MD mais conveniente à aula (Lorenzato, 2006).

Sob essa ótica, os materiais didáticos (MD) desempenham um papel crucial em tornar os conteúdos de Matemática acessíveis, diminuindo sua abstração e incentivando a interação ativa dos estudantes. Sua natureza concreta atrai o interesse dos estudantes ao se conectar com suas vivências diárias, facilitando a compreensão e aplicabilidade dos conceitos matemáticos. Assim, é possível considerar esses materiais didáticos como elementos fundamentais de um Laboratório de Ensino de Matemática. A inserção de MD nas aulas de Matemática diretamente implica nas concepções de Laboratório de Ensino de Matemática ou seja, espaço preparado e adequado e conseqüentemente, motivador.

1.1 A DEFINIÇÃO DE LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA

O Laboratório de Ensino de Matemática tem suas raízes no movimento pedagógico da Escola Nova, surgido no final do século XIX, que enfatizava a aprendizagem como um processo ativo, centrado nas experiências do educando. Nesse contexto, conforme apontam Varizo e Civardi (2011), emergiu a noção de que o ensino deveria seguir uma progressão do prático para o teórico, deslocando o foco do ensino para a aprendizagem. A valorização do uso de materiais didáticos e recursos auxiliares por parte dos educadores da época levou à necessidade de implementar laboratórios de Matemática nas escolas de ensino elementar e secundário. Apesar dessa ideia ter ganhado força no início do movimento, foi apenas no final do século XX que os laboratórios começaram a ser amplamente reconhecidos e estruturados. Atualmente, a diversidade de objetivos pedagógicos e concepções do Laboratório de Matemática reflete sua evolução histórica e sua importância como espaço de experimentação, pesquisa e inovação no ensino da disciplina.

Sérgio Lorenzato, como destacado pelo CEMPEM (UNICAMP, 2025), é amplamente reconhecido por sua contribuição significativa ao ensino da Matemática. Sua abordagem inovadora propõe um espaço pedagógico que combina teoria e prática, permitindo que futuros professores de Matemática desenvolvam habilidades essenciais, como a capacidade de planejar e implementar atividades didáticas fundamentadas no uso de materiais manipuláveis e recursos tecnológicos. Por meio de sua atuação na UNICAMP, onde fundou o Laboratório de Ensino de Matemática e cofundou o Centro de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (CEMPEM), Lorenzato influenciou diretamente a formação inicial e continuada de professores, contribuindo para uma educação Matemática mais contextualizada, reflexiva e significativa. Seus trabalhos ressaltam a importância de uma formação docente que integra teoria, prática e inovação, posicionando o LEM como um modelo essencial para o fortalecimento do ensino de Matemática no Brasil.

O Laboratório de Ensino de Matemática configura-se como uma alternativa metodológica significativa, caracterizando-se como um ambiente didático que oferece ferramentas para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Nesse espaço, o professor pode implementar estratégias que promovam a compreensão, a aplicação prática e a dinamização dos objetos de conhecimento matemáticos, estimulando o engajamento intelectual e a disposição investigativa dos estudantes. Por meio da proposição de atividades experimentais e da manipulação de materiais didáticos, sejam eles previamente disponíveis no laboratório ou construídos conjuntamente por educadores e educandos, busca-se atenuar neste espaço as inquietações oriundas de questionamentos propostos pelo docente. Assim, o Laboratório de Ensino de Matemática se torna um espaço que concretiza os conceitos matemáticos, contribuindo para uma aprendizagem significativa e estimulante.

Lorenzato (2012), dentre algumas concepções, define LEM como,

um local da escola reservado preferencialmente não só para aulas regulares de Matemática, mas também para tirar dúvidas de alunos; para professores de Matemática planejarem suas atividades, sejam elas aulas, exposições, olimpíadas, avaliações, entre outras, discutirem seus projetos tendências e inovações um local para criação e desenvolvimento de atividades experimentais inclusive de produção de materiais instrucionais que possam facilitar o aprimoramento da prática pedagógica. (p. 6).

O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) pode ser entendido como um espaço voltado à criação de situações de aprendizagem instigadoras, que apoiam o desenvolvimento de cenários planejados pelo docente. Esse ambiente exige que o professor esteja preparado tanto para lidar com situações previstas quanto para responder a questões inesperadas

levantadas pelos estudantes. Nesse ponto, vê-se também que o LEM se aplica a formação continuada dos professores no exercício de sua função.

O LEM então oportuna o desenvolvimento da capacidade do professor lidar com questões inesperadas feitas por estudantes, demonstrando perspicácia para manejar a situação de forma adequada, seja sabendo a resposta ou não, pode ser definida como “jogo de cintura pedagógico”, uma expressão que sintetiza habilidades de flexibilidade, criatividade e inteligência emocional no contexto educacional. Essa competência, essencial na prática docente, também pode ser entendida como uma manifestação de competência adaptativa, permitindo ao educador ajustar-se a novas situações e encontrar soluções criativas, ou ainda como inteligência pedagógica, que engloba a capacidade de analisar e responder às demandas dos alunos de maneira eficaz e sensível. Ademais, essa habilidade pode ser caracterizada pela fluência didática, marcada pela naturalidade com que o professor enfrenta desafios imprevistos, e pela resiliência docente, que assegura a manutenção do controle e da calma diante de circunstâncias inesperadas, consolidando-se como um pilar do ensino reflexivo e responsivo (Lorenzato, 2012).

Sendo assim, “o LEM, nessa concepção, é uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer e acontecer pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender” (Lorenzato, 2012).

Diante de algumas vertentes acerca da concepção de LEM, tendo maior destaque no que se diz respeito a um espaço no qual trata-se de um ambiente em que se promovem situações e condições propícias para a formulação de problemas, elaboração de hipóteses, análise de resultados e proposição de novas situações e soluções para questões identificadas, incentivando, dessa forma, transformações significativas.

A criação, manutenção e manutenção desse espaço dentro de uma esfera escolar convém ser de uma aspiração grupal, com a participação de todos os agentes da escola para garantir a sua constituição por meio de todas as possíveis contribuições.

Mas, para que tudo aconteça, é preciso que a escola possua professores que acreditem no LEM, que reconheçam a necessidade de a escola possuir seu LEM, que se empenhem na construção dele e que considerem as possibilidades da escola (Lorenzato, 2012).

Lorenzato (2012) também ressalta que é fundamental considerar a quem se destina o LEM quando se pensa na sua construção. Ele diz que o LEM for destinado à crianças na

Educação Infantil, os materiais constituintes devem ser pensados para o apoio do seu desenvolvimento nos processos mentais básicos, como correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão e conservação, além das que favorecem a percepção de espaço, como formas, tamanho, posições, e a noção de distância, dando a noção intuitiva de distância.

Para os anos iniciais do Ensino Fundamental, o apelo ao tátil e visual devem ser muito presentes, mas já se deve também implementar materiais, visando a ampliação de conceitos, descobertas de propriedades, percepção da necessidade de empregar os termos e símbolos matemáticos, percepção e compreensão de algoritmos (Lorenzato, 2012).

Dando procedência aos anos anteriores do Ensino Fundamental, Lorenzato (2012) diz que essas características devem continuar nos anos finais do Ensino Fundamental, com o acréscimo de materiais que desafiam o raciocínio lógico-dedutivo, como paradoxos, ilusões de ótica, na aritmética, geometria, álgebra, trigonometria, estatística etc.

E para o Ensino Médio, o autor traz que podem ser acrescentados artigos de jornais ou revistas, problemas de aplicações Matemática, questões de vestibulares, desafios ao raciocínio topológico ou combinatório, e situações-problema referentes a temas já abordados no Ensino Fundamental, porém que nestes contextos podem ser abordados com uma análise e interpretação mais aprofundadas.

Lorenzato (2012) destaca que há diferentes tipos de LEM, de acordo com seus objetivos e concepções. Ainda assim, ele propôs uma lista de materiais, instrumentos e equipamentos básicos para a constituição de LEM. Em sua lista estão: livros didáticos; livros paradidáticos; livros sobre temas matemáticos; artigos de jornais e revistas; problemas interessantes; questões de vestibulares; registros de episódios da história da Matemática; ilusões de óticas, falácias, sofismas e paradoxos; jogos; quebra-cabeças; figuras; sólidos; modelos estáticos ou dinâmicos; quadros murais ou pôsteres; materiais didáticos industrializados; materiais didáticos produzidos pelos alunos e professores; instrumentos de medidas; transparências, fitas, filmes, softwares; calculadores; computadores; materiais e instrumentos necessários à produção de materiais didáticos.

Diante do que Lorenzato (2012) expos sobre a constituição e construção de LEM, essa elaboração não é um objetivo a curto prazo, pois demanda constante complementação e atualização, adequando às necessidades e ao que se está trabalhando no ensino. Ainda aponta

que o LEM possui limitações didáticas e objeções, como o fato de ter um custo, precisar de materiais que a escola não se dispõe a adquirir; exigir uma formação adequada para os professores, os quais podem apresentar resistência e relutância em adotar essa modalidade de ensino; o autor traz a expressão “uso pelo uso” para a ideia de que é necessário o uso consciente do local e seus equipamentos, para garantir a manutenção e preservação; o LEM não pode ser aplicado a todos os assuntos do programa, expressando que não se pode usar a metodologia de LEM em todas as aulas de Matemática; o LEM não pode ser usado em classe numerosas, enfatizando a dificuldade em se trabalhar com classe com mais de trinta estudantes, podendo ocorrer que alguns deles não tenham a oportunidade de executar as tarefas no laboratório, acabando por serem apenas observadores dos colegas; o LEM exige mais tempo de aula do professor; é mais difícil lecionar utilizando o LEM, pois exigem um desdobramento didático maior do professor; o LEM pode induzir ao aluno a aceitar como verdadeiras as propriedades Matemáticas que lhes foram propiciadas pelo material didático ou gráfico, que de modo resumido, ressalta a importância da constatação e comprovação de veracidade.

A atuação do professor é determinante para o sucesso ou fracasso escolar. Para que os alunos aprendam significativamente, não basta que o professor disponha de um LEM. Tão importante quanto a escola possuir um LEM é o professor saber utilizar corretamente os MDs, pois estes, como outros instrumentos. Tais como o pincel, o revólver, a enxada, a bola, o automóvel o bisturi, o quadro-negro, o batom, o sino, exigem conhecimento específicos de quem os utiliza (Lorenzato, 2012).

Diante do exposto sobre a constituição de LEM e como são as práticas em laboratórios, tem-se como concepção um espaço na escola dedicado a essas práticas. Porém, não se limita a espaço físico. Escolas que não contemplam um ambiente exclusivo para implementação de um LEM podem se adequar e se enquadrar nessa abordagem. Pode-se instalar um laboratório móvel com uma estrutura portátil que oferece recursos e equipamentos necessários para a realização de experimentos e atividades científicas e Matemáticas em diferentes ambientes. Esse tipo de laboratório é projetado para ser transportado com facilidade, permitindo que a prática científica seja levada diretamente aos estudantes, especialmente em locais onde o acesso a laboratórios fixos é limitado ou inexistente. Além disso, sua estrutura portátil possibilita a adaptação a diferentes espaços, como salas de aula, áreas ao ar livre e até mesmo comunidades remotas.

A principal vantagem do laboratório móvel é a democratização do acesso à prática científica, permitindo que estudantes tenham experiências práticas de aprendizagem científica, independentemente da estrutura disponível em suas escolas. Ele oferece uma experiência

imersiva, que não apenas facilita a compreensão dos conteúdos teóricos, mas também estímulo à curiosidade, o pensamento crítico e o método científico ao incentivar os alunos a realizarem investigações e a formular hipóteses e conclusões com base em observações diretas. Em suma, um laboratório móvel é uma ferramenta versátil e inclusiva que busca expandir o alcance da educação científica prática (Santos et al., 2023).

1.2 A CONCEPÇÃO DE LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Os laboratórios portáteis de ciências, concebidos como alternativas práticas e acessíveis aos laboratórios fixos, são compostos por kits compactos que reúnem instrumentos e materiais essenciais para experimentos científicos básicos. Geralmente incluem itens como tubos de ensaio, pipetas, reagentes, lentes de aumento, imãs, entre outros dispositivos que permitem a execução de atividades práticas nas áreas de Biologia, Química e Física, possibilitando a investigação científica em diversos contextos, como salas de aula, espaços abertos ou mesmo em ambientes domésticos. Inspirando-se nesse modelo, é possível conceber um Laboratório de Matemática Portátil, que consistiria em um conjunto de recursos manipuláveis para a exploração de conceitos matemáticos em qualquer espaço.

Esse kit poderia incluir instrumentos como réguas, compassos, transferidores, figuras geométricas tridimensionais, fitas métricas, calculadoras manuais, balanças simples, jogos de construção modular e até mesmo dispositivos eletrônicos, como *tablets* com aplicativos educativos. Além disso, materiais específicos, como cordas para explorar proporções e simetrias, ou monocórdios para relacionar a Matemática com a música, poderiam ser integrados. O Laboratório de Matemática Portátil não apenas viabilizaria a realização de atividades práticas em cenários com infraestrutura limitada, mas também estimularia a aprendizagem investigativa, aproximando os estudantes de uma vivência mais concreta e dinâmica dos conteúdos matemáticos.

Lorenzato (2012) traz que o Laboratório de Ensino de Matemática,

é uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar tanto o aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender (Lorenzato, 2012)

Para definir o Laboratório de Matemática, Benini (2006) faz uma analogia entre os laboratórios de ciências e os de Matemática. Ela os trata como “espaços que possibilitam inovações educacionais através de experimentos realizados pelos alunos sob a supervisão do

professor”. Em relação ao laboratório de Matemática, ela afirma que seu propósito não é gerar novas teorias ou alcançar resultados inéditos na Matemática, mas oferecer aos alunos ferramentas que lhes permitam entender melhor os conceitos matemáticos já existentes, buscando a integração entre teoria e prática (Benini, 2006). Sugere a troca do termo “Laboratório de Matemática” por “Laboratório de Ensino de Matemática”, argumentando que o objetivo é desenvolver estratégias que promovam uma aprendizagem de qualidade no processo de construção do conhecimento dos estudantes, por meio de experimentos, priorizando a prática dos processos de reflexão, comparação, relação e associação (Benini, 2006).

Dessa forma então, entende-se que as práticas laboratoriais em aulas de Matemática, ou qualquer outra disciplina, não está totalmente dependente de possuir um espaço exclusivo para os experimentos, ressaltando que pode haver alguns experimentos que requerem cuidados que especificamente não possam ser oferecidos pela sala de aula convencional, mas considerando as práticas laboratoriais também como podendo ser uma abordagem de ensino, isto expande as possibilidades de promover a concepção de fazer pesquisa e ciência em práticas laboratoriais com as adequações aos recursos espaciais que ambientes escolas oferecem.

Conforme citado por Lorenzato (2012),

a expressão “Laboratório de Matemática é utilizada para representar um lugar, um processo, um procedimento. Com um sentido de lugar, é uma sala estruturada para experimentos matemáticos e atividades práticas. O termo também é utilizado para caracterizar uma abordagem utilizada em sala de aula onde os alunos trabalham de maneira informal, movimentam-se, discutem escolhem seus materiais e métodos e geralmente fazem e descobrem a Matemática por si próprios (Lorenzato, 2012).

A criação de instrumentos e equipamentos para a abordagem em Laboratório de Ensino de Matemática é uma atividade criativa que requer conhecimentos pedagógicos e habilidades práticas. Esse processo começa com a definição dos objetivos pedagógicos, considerando quais conceitos matemáticos se deseja abordar, como Geometria, Álgebra, Estatística. O alinhamento com as competências e habilidades trabalhadas com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os currículos regionais se faz necessário para assegurar a relevância educacional das atividades realizadas no laboratório.

Para cada área da Matemática, é possível planejar instrumentos específicos que facilitem a compreensão e aplicação prática dos conceitos. No caso da Geometria, por exemplo, sólidos geométricos podem ser construídos com materiais simples como papel

cartão, madeira ou até mesmo por meio de impressoras 3D. Na Álgebra, ábacos ou modelos de balança podem ser úteis para representar equações de forma visual e manipulável. Já em proporcionalidade, monocórdios e sistemas de polias podem oferecer uma abordagem prática e investigativa. Para Estatística e Probabilidade, gráficos físicos interativos e roletas permitem realizar experimentos que aproximam os da realidade dos dados e da análise de probabilidades.

A utilização de materiais acessíveis é um dos pilares desse processo. Itens recicláveis como papelão, garrafas plásticas, barbantes e tampas de garrafa são ideais para a construção de instrumentos de baixo custo. Além disso, materiais facilmente encontrados em papelarias, como MDF, EVA e papel milimetrado, podem ser incorporados ao processo. Esse enfoque torna o LEM uma alternativa inclusiva e adaptável à realidade das escolas, especialmente aquelas com recursos limitados.

Outra estratégia relevante é a incorporação de tecnologias no laboratório. Sensores e microcontroladores, como Arduino (plataforma de prototipagem eletrônica de código aberto) ou Raspberry Pi (minicomputador de baixo custo e alta flexibilidade), permitem a criação de instrumentos interativos, como inclinômetros eletrônicos ou simuladores de funções matemáticas. Softwares gratuitos, como o GeoGebra (ferramenta de matemática dinâmica para álgebra, geometria e cálculo), também podem complementar os instrumentos físicos, ampliando as possibilidades pedagógicas e integrando o digital ao analógico.

Os instrumentos táteis e interativos possibilitam a exploração de conceitos de maneira direta. Exemplos incluem pantógrafos para o estudo de transformações geométricas, tangrans para compreensão de áreas e perímetros, e poliedros desmontáveis para análise de volume e faces. Esses instrumentos dinamizam a aula propiciam a aproximação da Matemática aplicada (Lorenzato, 2012).

É essencial testar os instrumentos criados para verificar sua funcionalidade e segurança antes de utilizá-los em sala de aula. Além disso, a documentação detalhada do processo de construção, acompanhada de instruções de uso, contribui para a replicação dos instrumentos por outros educadores, ampliando o impacto pedagógico. Assim, o Laboratório de Ensino de Matemática se afirma como um espaço de aprendizagem ativa. A criatividade aliada à prática pedagógica promove uma abordagem mais acessível, significativa e intelectualmente desafiadora do ensino da Matemática para os estudantes

Turrioni e Perez (2006), fundamentados em Ewbank (1977), expandem a concepção de Laboratório de Matemática ao introduzirem a ideia de "abordagem" para esse contexto. Eles esclarecem que "Laboratório de Matemática" pode representar tanto um espaço físico quanto um processo ou procedimento pedagógico. Como espaço físico, refere-se a uma sala equipada para experimentação e atividades práticas em Matemática. Como abordagem, o termo descreve uma metodologia aplicada em sala de aula, no qual os estudantes interagem informalmente, movimentam-se, dialogam, escolhem materiais e métodos, e exploram os conceitos matemáticos de forma autônoma (Turrioni; Perez, 2006).

Dessa forma, entende-se que as práticas laboratoriais em aulas de Matemática, ou em qualquer outra disciplina, não dependem exclusivamente de um espaço fixo dedicado para os experimentos, mas sim da essência de promover a experimentação e a pesquisa científica como meios de compreender e explicar conceitos matemáticos. Exemplos como os laboratórios portáteis demonstram que a prática investigativa pode ser realizada em contextos diversos, desde que seja sustentada pela intencionalidade pedagógica e pelo uso adequado de recursos. O cerne do trabalho em laboratório reside na instigação ao pensamento crítico, à formulação de hipóteses e à busca por soluções fundamentadas no método científico, possibilitando que os estudantes se tornem protagonistas no processo de aprendizado. Nesse sentido, a experimentação Matemática extrapola os limites físicos de um espaço dedicado, consolidando-se como uma abordagem que valoriza a curiosidade, a criatividade e a resolução de problemas de forma colaborativa e reflexiva.

2. O PENSAMENTO E MÉTODO CIENTÍFICO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

O Método Científico é um processo sistemático e organizado utilizado para investigar fenômenos, adquirir conhecimento e chegar a conclusões fundamentadas em observações e experimentos. Esse método é fundamental na ciência, pois permite que descobertas sejam verificáveis e reproduzíveis, proporcionando credibilidade e validade aos resultados obtidos. Comumente aplicado nas Ciências Naturais, como Física, Química e Biologia, ele também é relevante nas Ciências Sociais e Humanas, e para a Matemática.

A ciência utiliza-se de um método que lhe é próprio, o *método científico*, elemento fundamental do processo do conhecimento realizado pela ciência para diferenciá-la não só do senso comum, mas também das demais modalidades de expressão da subjetividade humana, como a filosofia, a arte, a religião. Trata-se de um conjunto de procedimentos lógicos e de técnicas operacionais que permitem o acesso às relações causais constantes entre os fenômenos (Serverino, 2018, grifo do autor).

O processo começa com a observação de um fenômeno ou problema que desperta curiosidade ou interesse de investigação. A partir dessa observação inicial, formula-se uma pergunta específica com o objetivo de compreender melhor o fenômeno observado. Em seguida, elabora-se uma hipótese, que é uma resposta provisória e testável para essa pergunta. A hipótese propõe uma relação entre as variáveis envolvidas. Severino (2018) traz a definição de hipótese como sendo uma “proposição explicativa provisória de relações entre fenômenos a ser comprovada ou infirmada pela experimentação. E se confirmada, transforma-se na lei”.

Conforme discutido por Souza (1981), após a formulação da hipótese, é necessário projetar e realizar um experimento que permita testá-la. Esse experimento deve ser controlado, repetível e planejado de forma a observar os efeitos das variáveis sobre o fenômeno estudado. Em seguida, os dados coletados durante o experimento são analisados cuidadosamente, a fim de verificar se os resultados sustentam ou contradizem a hipótese inicial.

Com base na análise dos dados, chega-se a uma conclusão que confirma ou refuta a hipótese proposta. Se os dados corroboram a hipótese, ela pode ser considerada válida; caso contrário, é rejeitada ou ajustada para novos testes. Finalmente, é comum que os resultados sejam divulgados para a comunidade científica por meio de artigos, conferências ou outros meios, o que possibilita que outros cientistas revisem e repliquem o experimento, conferindo mais confiabilidade e permitindo o avanço do conhecimento científico (Cenedesi; Vouillat, 2019).

Toda teorização se dá em condições ideais, e somente na prática serão notados e colocados em evidência certos pressupostos que não podem ser identificados apenas teoricamente. Isto é, partir para a prática é como um mergulho no desconhecido. Pesquisa é o que permite a interface interativa entre teoria e prática (D'Ambrosio, 2012).

Esse método, portanto, não é necessariamente linear, uma vez que a conclusão de um experimento pode levar a novas perguntas ou hipóteses, gerando um ciclo contínuo de investigação e aprendizado que caracteriza a busca científica pela compreensão dos fenômenos do mundo.

No meio científico e acadêmico, pesquisa é definida como um processo sistemático de investigação destinado a produzir conhecimento novo ou aprofundar o entendimento sobre um tema específico. Esse processo envolve a formulação de perguntas ou hipóteses e a coleta e análise de dados, que são interpretados de acordo com metodologias rigorosas para garantir a validade dos resultados (Severino, 2018).

Severino (2018) explica que a pesquisa acadêmica pode ser de natureza exploratória, descritiva ou explicativa, dependendo do objetivo. Desde conhecer novos aspectos de um fenômeno, descrever suas características, até explicar relações causais ou correlacionais entre variáveis, esta linha faz parte da pesquisa. Para assegurar a confiabilidade e a transparência, a pesquisa segue uma sequência de passos, como revisão de literatura, definição de metodologia, coleta e análise de dados, discussão e conclusão. Os resultados são frequentemente submetidos a avaliações e são compartilhados com a comunidade científica e acadêmica por meio de publicações, contribuindo para o avanço do conhecimento em diversas áreas. É evidente que a pesquisa e o método científico estão intrinsecamente relacionados e avançam em conjunto.

No contexto acadêmico, o Processo de Iniciação Científica é um programa voltado para a introdução de estudantes ao universo da pesquisa científica, com o objetivo de prepará-los para atividades de investigação. A Iniciação Científica oferece aos alunos de graduação a oportunidade de desenvolver suas habilidades de pesquisa, permitindo que experimentem o processo científico na prática e colaborem com pesquisadores experientes. Esse processo é essencial para despertar o interesse dos estudantes pela ciência, além de promover o desenvolvimento de competências como pensamento crítico, análise de dados e produção acadêmica. Geralmente, a Iniciação Científica é ofertada em universidades, institutos de pesquisa e, em alguns casos, em empresas que investem em inovação (Massi; Queiroz, 2015).

Os autores também trazem que as atividades desenvolvidas na Iniciação Científica envolvem diversas etapas do processo de pesquisa. Primeiramente, o estudante, com o auxílio de um orientador, define um tema de interesse e formula uma hipótese ou uma questão de pesquisa. Em seguida, realiza uma revisão de literatura para compreender o que já foi estudado sobre o tema e identificar lacunas de conhecimento. Após essa etapa, o aluno participa da construção de um plano de pesquisa, que pode incluir experimentos, estudos de campo, ou a análise de dados preexistentes. Durante a fase de desenvolvimento, o estudante coleta e analisa dados, aplicando métodos científicos para testar hipóteses ou responder à pergunta de pesquisa.

Ainda conforme Massi e Queiroz (2015), ao fim do processo, é esperado que o estudante divulgue os resultados de sua pesquisa, seja em congressos acadêmicos, seminários ou por meio da publicação de artigos em periódicos. Além disso, muitos programas de Iniciação Científica requerem que o estudante produza um relatório final ou uma monografia sobre seu trabalho, o que contribui para a formação de um pensamento crítico e sistemático sobre o tema estudado. Assim, a Iniciação Científica não só promove o desenvolvimento pessoal e acadêmico dos estudantes, mas também contribui para o avanço da ciência ao estimular a produção de novos conhecimentos.

Introduzir o incentivo à pesquisa e à Iniciação Científica na Educação Básica é uma estratégia com potencial para desenvolver habilidades investigativas, pensamento crítico e autonomia nos estudantes desde idades mais jovens. Para implementar esse estímulo, as escolas podem adotar práticas que despertam a curiosidade e familiarizam os estudantes com o processo científico, adaptando-o ao nível de compreensão deles e à realidade da Educação Básica, combinando assim ao LEM enquanto abordagem pedagógica.

Um primeiro passo é incluir atividades investigativas de forma educativa com fins de estimulação cognitiva, em que o professor orienta as crianças e jovens a fazer perguntas sobre o mundo ao seu redor e a buscar respostas por meio da observação e da experimentação. Projetos interdisciplinares podem abordar temas do dia a dia dos alunos, como o ciclo da água, as plantas, o ambiente ao redor da escola ou até questões sociais e culturais. Essas atividades podem ser conduzidas em pequenos grupos, promovendo a colaboração e o respeito ao conhecimento do outro.

Estamos entrando na era que se costumam chamar a “sociedade do conhecimento”. A escola não se justifica pela apresentação de conhecimento obsoleto e ultrapassado e muitas vezes morto. Sobretudo ao se falar em Ciências e Tecnologia. Será

essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e nas expectativas da sociedade (D'Ambrosio, 2012)

Outro caminho é criar feiras e mostras de ciências ou semanas da pesquisa dentro da escola, nos quais os estudantes, com o apoio dos professores, escolhem um tema de interesse para explorar. Eles podem realizar pequenas pesquisas, montar experimentos simples e apresentar seus resultados para a comunidade escolar. Esses eventos são fundamentais para aproximar os estudantes da pesquisa científica e ajudam a desenvolver habilidades de comunicação, já que eles devem explicar suas descobertas de forma clara e objetiva na divulgação para a comunidade.

Além disso, o estímulo à leitura e à escrita de textos científicos adaptados, como revistas e livros de divulgação científica voltados para a faixa etária, ajuda os alunos a entenderem como o conhecimento científico é construído e compartilhado. Visitas à museus de Ciência, planetários e centros de pesquisa são experiências que complementam as atividades em sala de aula e motivam os estudantes a perceberem a ciência como parte do cotidiano.

A formação continuada dos professores é importante para apoiar e desenvolver atividades investigativas, promover o aprendizado baseado em projetos de pesquisa. e necessária para que o professor se sinta preparado e seguro para realizar atividades inovadoras. O incentivo à pesquisa na Educação Básica começa com o compromisso da escola em criar um ambiente de curiosidade e respeito pelo conhecimento, no qual os estudantes podem se sentir motivados e capazes de explorar o mundo à sua volta.

Cada indivíduo tem a sua prática. Todo professor, ao iniciar sua carreira, vai fazer na sua sala de aula, basicamente, o que ele viu alguém que impressionou, fazendo. E vai deixar de fazer algo que viu e não aprovou. Essa memória de experiências é impregnada de emocional, mas aí entra também o intuitivo – aqueles indivíduos que são considerados “o professor nato”. Mas sem dúvida o racional, é isto, aquilo que se aprendeu nos cursos, incorpora-se à prática docente. E à medida que vamos exercendo, a crítica sobre ela, mesclada com as observações e reflexões teóricas, vai nos dando elementos para aprimorá-la. Essa nossa prática, por sua vez, vai novamente solicitar e alimentar teorizações que vão, por sua vez, refletir em sua modificação. O elo entre teoria e prática é o que chamamos pesquisa (D'Ambrosio, 2012)

O ensino de Matemática na Educação Básica tem passado por mudanças relevantes, especialmente nas metodologias empregadas pelos docentes. Desde a década de 1980, diversas abordagens, como a Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática, começaram a ganhar destaque no ensino de Matemática. Essas metodologias têm em comum

o foco no aluno como protagonista do processo de ensino, incentivando a construção do conhecimento matemático por meio de situações habituais aos estudantes (D'Ambrosio, 2012).

A partir desse período, os cursos de formação inicial de professores de Matemática passaram a contemplar, em suas ementas, disciplinas voltadas ao uso do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), abordando tanto fundamentos teóricos quanto práticas pedagógicas. Essas disciplinas buscam proporcionar aos futuros professores vivências práticas, apoiar o desenvolvimento de materiais pedagógicos para a sala de aula e fomentar a elaboração de projetos didáticos criativos e desafiadores pelos futuros professores a fim de contribuir para a renovação do ensino de Matemática na Educação Básica.

3. UMA BREVE REFLEXÃO ACERCA DOS DOCUMENTOS NORTEADORES BNCC E CURRÍCULO PAULISTA

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que estabelece as aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo da Educação Básica. Com base nesse documento, é possível organizar o ensino em torno de unidades temáticas que abordam conteúdos específicos, garantindo assim a continuidade e a progressão dos conhecimentos adquiridos pelos discentes. Sendo assim, considera-se refletir sobre a implementação de espaço de aprendizagem e experimentações matemáticas por meio do desenvolvimento e uso de materiais didáticos manipuláveis e de pesquisa numa abordagem fundamentada nas unidades temáticas propostas pela BNCC, tais como números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística.

Também considera-se importante realizar uma reflexão paralela com o chamado Currículo Paulista, que se constitui como uma iniciativa estratégica voltada para a qualificação da Educação Básica no Estado de São Paulo, orientada principalmente para o fortalecimento das aprendizagens dos estudantes. Esse documento abrange, além das diretrizes de ensino, ações voltadas à produção de materiais pedagógicos de apoio, à formação inicial e continuada dos educadores, bem como à estruturação de matrizes de avaliação.

A disponibilização do Currículo Paulista é feita em um portal de fácil acesso na Internet com o intuito de proporcionar aos profissionais da educação, aos estudantes e à comunidade escolar a oportunidade de consultar os dois volumes principais, sendo eles o Currículo Paulista da Educação Infantil e Ensino Fundamental (Volume 1), homologado em agosto de 2019, e o Currículo Paulista do Ensino Médio (Volume 2), homologado em agosto de 2020. Esses documentos foram desenvolvidos em regime colaborativo entre as redes estadual e municipais, contando também com a contribuição de instituições públicas e privadas de Ensino Superior, promovendo, assim, uma integração entre diferentes esferas da educação. Essa iniciativa, ao alinhar as práticas pedagógicas com diretrizes curriculares abrangentes e atualizadas, busca consolidar um padrão de excelência na Educação Básica paulista, favorecendo o desenvolvimento integral dos estudantes e atendendo às demandas contemporâneas da sociedade.

Na perspectiva assumida pelo Currículo Paulista, o ensino deve considerar a necessidade de vincular a escola e a vida, envolvendo todos os componentes curriculares. Por isso, um dos compromissos do Ensino Fundamental no

componente Matemática, é o desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes.

O conceito de Letramento Matemático, conforme proposto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), compreende um conjunto de competências e habilidades essenciais para a formação integral do estudante. Essas competências envolvem a capacidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar de forma matemática, o que favorece a construção de conjecturas e a formulação e resolução de problemas em diferentes contextos. O Letramento Matemático é, portanto, um processo contínuo que se desenvolve ao longo da escolarização, possibilitando aos alunos o uso eficaz de conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas Matemáticas.

Essa abordagem amplia o papel da Matemática na formação escolar, orientando os estudantes a aplicarem seus conhecimentos matemáticos de maneira crítica e contextualizada. Ao desenvolver habilidades de raciocínio lógico e argumentação, os estudantes se tornam mais preparados para enfrentar situações-problema complexas, tanto no ambiente escolar quanto na vida cotidiana. Assim, o Letramento Matemático proposto na BNCC não se limita ao domínio de operações e cálculos, mas abrange uma perspectiva mais ampla, na qual o conhecimento matemático é uma ferramenta para a interpretação e transformação da realidade.

O Currículo Paulista de Matemática organiza as habilidades a serem desenvolvidas no Ensino Fundamental em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística, conforme sugerido pela BNCC. Cada unidade temática é composta por um conjunto de ideias centrais que proporcionam uma visão integrada do conhecimento matemático.

Entre essas ideias, destaca-se a Equivalência, que aparece nos estudos dos números racionais, nas equações, nas áreas, volumes e em outras noções. Ordem é outra ideia fundamental, manifestando-se nos conjuntos numéricos e na construção de algoritmos e procedimentos, como sequências e a organização de dados. A Proporcionalidade envolve o raciocínio analógico e as comparações, como nas frações, razões, proporções, semelhança de figuras e grandezas diretamente proporcionais.

O conceito de Aproximação é associado ao cálculo aproximado e estimativas, práticas frequentemente aplicadas no cotidiano. Já a Variação diz respeito ao entendimento das mudanças, tanto de crescimento quanto de decréscimo, além das taxas de variação em

contextos específicos, como o financeiro. A Interdependência está relacionada ao conceito de função, com ou sem o uso de fórmulas, e à estrutura lógica do tipo “se p, então q”, que é recorrente em expressões matemáticas.

Por fim, a Representação envolve a percepção e representação espacial, incluindo formas geométricas, números, operações e relações de interdependência. Essas ideias-chave atravessam todas as unidades temáticas, criando uma estrutura que orienta o ensino de Matemática de maneira integrada e contextualizada.

O Organizador Curricular do Currículo Paulista para a disciplina de Matemática estrutura-se em torno de unidades temáticas, habilidades e objetos de conhecimento definidos para cada ano do Ensino Fundamental e Médio. Nesse contexto, os objetos de conhecimento representam ora um conceito, ora um procedimento, funcionando como meios para o desenvolvimento das habilidades previstas. Cada objeto de conhecimento está relacionado a uma ou mais habilidades, estabelecendo uma conexão prática entre os conteúdos e o desenvolvimento das competências Matemáticas.

As habilidades especificam o que deve ser ensinado em relação a esses objetos de conhecimento, orientando o professor sobre o foco de cada conteúdo. Os verbos escolhidos para descrever essas habilidades evidenciam os processos cognitivos envolvidos, sendo elementos essenciais para a construção das competências esperadas em Matemática. Dessa forma, o Organizador Curricular não apenas define o que deve ser ensinado, mas também explicita os processos mentais necessários para que os alunos desenvolvam um entendimento profundo e aplicado da Matemática.

Os documentos norteadores da Educação Básica, Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Currículo Paulista, estabelecem metas claras para a formação dos estudantes. Eles visam desenvolver competências e habilidades que promovam uma formação integral, envolvendo tanto o domínio de conteúdos específicos quanto a preparação para a cidadania, a resolução de problemas e a aplicabilidade dos conhecimentos no cotidiano.

A BNCC destaca a importância de os estudantes serem capazes de interpretar, argumentar, analisar criticamente e tomar decisões a partir de dados e problemas reais. O Currículo Paulista segue essa linha, adaptando as competências gerais e específicas da BNCC às particularidades do Estado, incluindo práticas que incentivem a contextualização e o uso de tecnologias.

Entendemos que a abordagem de práticas de Laboratório de Ensino de Matemática seria uma resposta altamente eficaz a essas exigências. O laboratório permite que os estudantes experimentem o conhecimento matemático de forma ativa, aplicando conceitos a situações-problemas e exercitando habilidades como a colaboração, a investigação e o raciocínio crítico. Ao trabalharem em um ambiente que promove a experimentação, ou utilizando como uma abordagem de ensino em sala de aula, os estudantes podem visualizar a Matemática como uma ferramenta prática, não só da abstração, mas também conectando o aprendizado com o mundo ao seu redor. Isso também contribui para o desenvolvimento das competências socioemocionais, uma vez que atividades laboratoriais costumam demandar cooperação e troca de ideias.

Assim, indicamos que a implementação de práticas de Laboratório de Ensino de Matemática se alinha com os objetivos da BNCC e do Currículo Paulista, pois oferece um caminho para que os estudantes adquiram as habilidades esperadas de forma significativa e integrada ao contexto social e cotidiano.

4. PLANEJAMENTO DE AULAS DE MATEMÁTICA BASEADA EM EXPERIMENTO LABORATORIAL

De acordo com Libâneo (1994), o planejamento é “um processo de racionalização, organização e coordenação da ação docente, que articula a atividade escolar com a problemática do contexto social”. Assim, o plano de aula é essencial para prever e organizar as aulas, além de estruturar os objetivos propostos para o processo de ensino. Na mesma linha, Libâneo destaca que “a ação de planejar não se resume ao mero preenchimento de formulários para controle administrativo; trata-se, na verdade, de uma atividade consciente que envolve a previsão das ações político-pedagógicas” (Libâneo, 1994). Portanto, embora o método de planejamento seja crucial para o professor, ele é ainda mais relevante para os agentes envolvidos no processo de aprendizagem.

O processo aprendizagem envolve uma sequência articulada de etapas: preparação e apresentação de objetivos, objetos de conhecimento e atividades; consolidação (com fixação, exercícios, recapitulação e sistematização); aplicação e avaliação. Isso implica que devemos planejar não apenas uma aula, mas um conjunto de aulas.

Na preparação das aulas, o professor revisa os objetivos gerais da disciplina e a sequência de objetos de conhecimento do plano de ensino, considerando também a sequência didática desse plano. Portanto, é importante considerar o nível de preparação inicial dos alunos para aula. O professor deve também pegar o tópico da unidade a ser trabalhado e desdobrá-lo em uma sequência lógica de conceitos, problemas e ideias. Essa organização consiste em agrupar noções básicas em torno de uma ideia central, formando um todo coerente que possibilite ao aluno uma compreensão clara do assunto em questão. Enquanto as noções, conceitos, ideias e problemas são listados, é feita a previsão do tempo necessário para cada um. Nesse momento, essa previsão ainda não é definitiva, pois pode ser ajustada durante a elaboração do desenvolvimento metodológico da aula (Ponte et al., 2015).

Segundo Ponte et al. (2015), o planejamento da aula envolve a definição de objetivos, a organização dos conteúdos e a adaptação ao nível dos alunos. Para cada tópico, o professor deve formular um ou mais objetivos específicos, considerando os resultados esperados em termos de assimilação de conhecimentos e habilidades (fatos, conceitos, ideias, relações, métodos e técnicas de estudo, princípios e atitudes, entre outros). Definir os objetivos é uma tarefa crucial, pois eles orientarão os métodos e procedimentos de ensino e as diferentes formas de avaliação (parciais e finais).

Na perspectiva de práticas feitas na abordagem de LEM, o planejamento das práticas em aula é fundamental para estipulação dos objetivos, previsão do tempo necessário, materiais, consultas a outros profissionais, pedidos de auxílio, previsão de locomoção e de espaços adequados, os cuidados necessários, os recursos humanos para contribuição no andamento das ações.

Este trabalho propõe, de forma sugestiva, que a elaboração de planos de aula fundamentados na prática de Laboratório de Ensino de Matemática seja estruturada em etapas bem delineadas, garantindo um processo de ensino e aprendizagem mais significativos. A proposta inicia-se com a contextualização histórica do tema matemático a ser abordado, permitindo que os estudantes compreendam suas origens e relevância. Em seguida, recomenda-se situar os alunos acerca das definições e conceitos fundamentais relacionados ao assunto em foco, assegurando uma base conceitual sólida para o desenvolvimento das atividades. Além disso, é essencial apresentar os objetivos da aula e as expectativas de aprendizagem, promovendo clareza e alinhamento entre professores e alunos quanto às metas a serem alcançadas.

A sequência didática deve contemplar uma descrição detalhada das ações procedimentais, com a apresentação sistemática dos passos necessários para o desenvolvimento das atividades no laboratório, garantindo organização e fluidez no desenvolvimento das tarefas. Durante a prática, orienta-se que sejam feitas observações criteriosas e registros dos resultados obtidos, incentivando a análise crítica e a reflexão sobre o aprendizado construído. Essa estruturação metodológica busca promover uma aprendizagem contextualizada, investigativa e colaborativa, alinhada às diretrizes educacionais e às necessidades do ensino contemporâneo de Matemática.

A seguir, como exemplificação, apresentamos uma proposta de atividade a ser desenvolvida em um Laboratório de Ensino de Matemática.

4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA: PITAGÓRICOS

A problemática contextualizada é o princípio de uma prática em Laboratório de Ensino de Matemática. Neste trabalho, como exemplo do desenvolvimento passo a passo de uma atividade, abordar-se-á o experimento do monocórdio, associado à escola pitagórica, um grupo de filósofos e matemáticos da Grécia Antiga que se destacou no século VI a.C., especialmente na ilha de Samos (Ferreira, 2020).

A existência de Pitágoras como figura histórica é um tema de debate entre historiadores da matemática. Embora seja frequentemente mencionado como um dos primeiros matemáticos gregos, não há registros escritos deixados por ele, e grande parte do que se sabe sobre sua vida e ensinamentos provém de fontes posteriores, muitas vezes misturando elementos históricos com lendas. Além disso, as contribuições matemáticas atribuídas a ele podem, na realidade, ter sido desenvolvidas coletivamente pela escola pitagórica, sem que seja possível identificar um único autor. Por isso, alguns estudiosos questionam se Pitágoras foi uma pessoa real ou uma construção simbólica que representa o pensamento de sua escola (Roque, 2012).

O monocórdio é um instrumento de corda de origem antiga, utilizado tanto para fins musicais quanto para experimentação, especialmente no estudo das relações matemáticas entre os sons. Seu nome deriva do grego *monos* (um) e *khordé* (corda), refletindo sua estrutura simples: uma única corda esticada sobre uma base, geralmente de madeira, com uma régua ou escala graduada que permite medir divisões precisas da corda. Como introdução, então, à atividade, far-se-á uma contextualização histórica.

Por menos que uma pessoa conheça Matemática, quando falamos de Pitágoras, de imediato vem à mente o famoso *Teorema de Pitágoras*, ou seja, a relação entre os lados e a hipotenusa de um triângulo retângulo. Na realidade, Pitágoras foi o primeiro homem não a criar, mas a conceituar e deduzir esse teorema; embora os babilônios não tenham nos deixado deduções, esta relação já era conhecida por eles cerca de dois mil anos antes, principalmente o arranjo de lados 3, 4 e 5 (Contador, 2011).

A escola pitagórica, fundada no século VI a.C. na cidade de Crotona, Itália, era um centro de estudos que unia filosofia, matemática e espiritualidade. Seus membros, conhecidos como pitagóricos, seguiam um conjunto de ensinamentos que abrangiam tanto aspectos teóricos quanto práticos, promovendo uma vida comunitária baseada em princípios éticos e morais. Os pitagóricos acreditavam que a harmonia do universo poderia ser explicada por relações numéricas, o que levou a significativas contribuições no campo da matemática, como a formulação de propriedades geométricas, o estudo de proporções e as investigações sobre os números irracionais.

Dentro desse contexto, os pitagóricos também exploraram as relações entre matemática e música, investigando a correspondência entre os comprimentos vibrantes das cordas e os intervalos musicais. O monocórdio era um dos instrumentos utilizados para essas

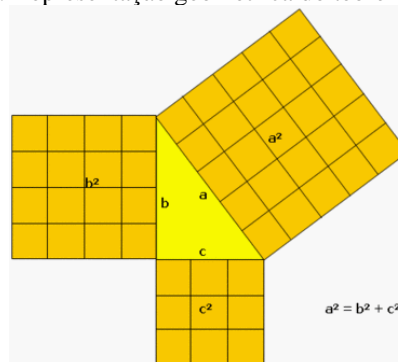
experimentações, permitindo demonstrar que intervalos consonantes, como oitavas, quintas e quartas, correspondem a razões numéricas simples entre os comprimentos das cordas. Essas descobertas fundamentaram princípios que influenciaram tanto a teoria musical quanto o pensamento matemático subsequente.

A escola pitagórica, apesar de seu caráter reservado e das rígidas regras impostas aos seus membros, teve uma influência duradoura na matemática e na filosofia ocidental. Seu legado atravessou os séculos, sendo incorporado e reinterpretado por diferentes pensadores, consolidando a importância do raciocínio matemático na compreensão do mundo. A valorização da razão e da ordem matemática, promovida pelos pitagóricos, continua sendo um princípio fundamental para diversas áreas do conhecimento, incluindo a educação matemática contemporânea (Boywe; Merzbach, 2012).

4.2 OS PITAGÓRICOS E A MATEMATIZAÇÃO DA MÚSICA

A escola pitagórica, um grupo de filósofos e matemáticos da Grécia Antiga, é frequentemente associada ao teorema que relaciona as medidas da hipotenusa e dos catetos em um triângulo retângulo. Esse teorema demonstra que o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos. Embora essa relação já fosse conhecida por civilizações anteriores, como os babilônios, foram os pitagóricos que a sistematizaram e a incorporaram ao pensamento matemático de sua época (Figura 1).

FIGURA 1: Representação geométrica do teorema pitagórico.

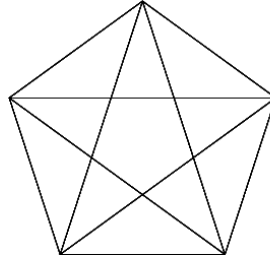


FONTE: Elaborado pelo autor (2024).

Também foi fundador da Escola Pitagórica, uma espécie de sociedade secreta cujo seu lema era “Os Números governam o mundo”. A principal pretensão do grupo era afirmar que nem só os objetos possuem ligação com os números por poderem ser contados e ordenados,

mas os números também era base de todos os fenômenos existentes (Figura 2). Suas disciplinas principais eram a Geometria, a Aritmética, a Astronomia e a Música.

FIGURA 2 - Estrela de cinco vértices inscrita num pentágono, símbolo especial da sociedade pitagórica.



FONTE: Elaborado pelo autor (2024).

Os números racionais serviram aos pitagóricos como interpretação para problemas do domínio da Música. Não se pode afirmar com certeza que tenham sido os pitagóricos a observarem que, ao se vibrar uma corda tensionada, se produz variados sons, mas se deve a eles a primeira teoria sobre o relacionamento entre a Música e a Matemática.

A lenda a seguir ilustra a visão quase mística que envolve Pitágoras e seus estudos sobre a relação entre matemática e música. Embora a veracidade desse relato seja questionável e a descoberta possa ser atribuída aos pitagóricos de forma coletiva, a história reflete a importância que essa escola dava à harmonia numérica e às proporções matemáticas.

Um certo Pitágoras, numa das suas viagens, passou por acaso numa oficina onde se batia numa bigorna com cinco martelos. Espantado pela agradável harmonia que eles produziam, o nosso filósofo aproximou-se e, pensando o inicialmente que a qualidade do som e da harmonia estava nas diferentes mãos, trocou os martelos. Assim feito, cada martelo conservava o som que lhe era próprio. Após ter retirado um que era dissonante, pesou os outros e, coisa admirável, pela graça de Deus, o primeiro pesava doze, o segundo nove, o terceiro oito, o quarto seis de não sei que unidade de peso (D'Arezzo, 1026 *apud* RODRIGUES, 1999).

Então os pitagóricos descobriram que cordas com diferentes comprimentos produziam diferentes sons quando eram esticadas, e quanto maior esse comprimento mais grave eram os sons, e conseqüentemente mais agudas nas de menor comprimento. Ele observou que uma corda vibrando produz uma nota básica, ou som fundamental, e descobriu que o som de uma corda vibrando na metade do seu comprimento é exatamente uma oitava acima (Contador, 2011).

Segundo Ferreira (2020), “oitava” na Música é o intervalo de oito graus entre duas notas do mesmo nome, e define-se como “grau” no mesmo contexto da Música como cada um dos sons que se sucedem numa escala diatônica, que é a sucessão de sons.

Uma oitava entre duas notas do mesmo nome produz uma razão de 2:1 na frequência, por exemplo, em uma oitava superior o número é exatamente o dobro do som fundamental, o mesmo conceito se aplica para os intervalos de quinta, na razão 3:2, e em intervalos de quartas na razão 4:3 (Contador, 2011).

Em Física, define-se “Frequência como o número de ciclos que um sistema com movimento periódico efetua na unidade de tempo e define-se Hertz (símbolo *Hz*) como a Unidade de Medida da Frequência de um fenômeno periódico igual à Frequência de um evento por segundo” (Ferreira, 2006), nessa conjuntura tem-se como Frequência o número de vibrações por segundo produzidas por uma corda e se verifica que sua relação com o comprimento da corda é inversamente proporcional. Pitágoras observou que quando a corda era tocada em $\frac{2}{3}$ de seu comprimento, o som é uma quinta mais alto, e subindo $\frac{3}{4}$ é uma quarta mais alto. Em música, uma quinta é o intervalo entre uma nota musical e outra, que esteja a quatro graus de distância da primeira dentro de uma escala.

Usando a superposição de quintas, e tendo como inverso as quartas, Pitágoras criou sua escala que, na linguagem Matemática moderna, pode ser recriada partindo do intervalo de oitava dado pelas frequências f e $2f$. Tendo o *dó* como a frequência de referência igual a 1, subindo uma quinta a partir do *dó* tem-se $1 + \frac{2}{3} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ obtendo a nota sol, e subindo uma quarta a partir do *dó* tem-se $1 + \frac{3}{4} = 1 \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$ obtendo a nota fá.

Baixando uma quarta a partir do *sol* tem-se o *ré*: $\frac{3}{2} - \frac{3}{4} = \frac{3/2}{4/3} = \frac{9}{8}$. Uma quinta acima do *ré* tem-se o *lá*: $\frac{9}{8} + \frac{2}{3} = \frac{9}{8} \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{16}$. Uma quarta abaixo do *lá* tem-se o *mi*: $\frac{27}{16} - \frac{3}{4} = \frac{27/16}{4/3} = \frac{81}{64}$. Tem-se o *si* a partir de uma quinta acima do *mi*: $\frac{81}{64} + \frac{2}{3} = \frac{81}{64} \cdot \frac{3}{2} = \frac{243}{128}$.

O intervalo entre *fá* e *mi* é dado por $\frac{4/3}{81/64} = \frac{256}{243}$, enquanto que o intervalo entre *mi* e *ré* é dado por $\frac{81/64}{9/8} = \frac{9}{8}$.

Calculando os intervalos entre todas as alturas da escala, obtêm-se somente dois valores, por esse fato dá-se a escala o nome de Escala Diatônica, sendo a fração $\frac{9}{8}$ o tom pitagórico, e $\frac{256}{243}$ o semitom pitagórico.

A Escala Diatônica é composta por 12 notas, sendo cinco semitons e sete tons. Porém, os intervalos da escala não são constantes, e o semitom ao ser multiplicado 12 vezes por ele mesmo não resultava no número 2, como esperava Pitágoras. Então, o matemático grego percebeu que precisava encontrar uma razão correspondente ao intervalo de um semitom que multiplicado 12 vezes a uma frequência inicial correspondente a uma determinada nota, a oitava atingiria ao dobro da frequência inicial, distribuindo assim doze semitons organizados na escala. A essa nova escala foi dado o nome de Escala Temperada.

Assim, encontrou-se a razão $r^{12} = \frac{2}{1} \Rightarrow r = \sqrt[12]{2} \cong 1,05946$, sendo esse o valor do semitom temperado, permitindo generalizar o cálculo para quaisquer intervalos da Escala temperada através da expressão $r_n = \sqrt[12]{2^n}$, onde n é o número de semitons contido no intervalo.

Uma Progressão Geométrica de razão 1,05946 é notada na fórmula obtida, $a_n = \sqrt[12]{2^n}$, onde o primeiro termo é igual a 1 e o último termo, 2.

n	a_n
1	1
2	1,0594
3	1,1224
4	1,2892
5	1,2599
6	1,3348
7	1,4142
8	1,4983
9	1,5874
10	1,6817
11	1,7817

12	1,8877
13	2

Esses 13 termos representam a taxa de crescimento das frequências das notas da escala musical temperada com doze intervalos compondo uma oitava. Agora basta escolher a frequência de uma determinada nota e multiplicá-la pelo fator da tabela para conseguir a frequência de todas as outras notas até a sua oitava acima (Contador, 2011.).

Nesse contexto pode-se calcular a frequência das notas temperadas, tendo como referência a frequência da nota *lá* como 440 Hz. Como por exemplo, pode se calcular a frequência da nota *mi* uma quinta acima (7 semitons) da seguinte forma:

$$f_{mi} = f_{la} \sqrt[12]{2^7} \Rightarrow f_{mi} = 440 \times 1,498 = 659,25 \text{ Hz}$$

$$lá = 440 \times 1 = 440 \text{ Hz}$$

$$lá\# = 440 \times 1,0594 = 466,16 \text{ Hz}$$

$$si = 440 \times 1,1224 = 493,85 \text{ Hz}$$

$$dó = 440 \times 1,1892 = 523,24 \text{ Hz}$$

$$dó\# = 440 \times 1,2599 = 554,35 \text{ Hz}$$

$$ré = 440 \times 1,3348 = 587,31 \text{ Hz}$$

$$mi = 440 \times 1,4983 = 659,25 \text{ Hz}$$

$$fá = 440 \times 1,5874 = 698,45 \text{ Hz}$$

$$fá\# = 440 \times 1,6817 = 739,94 \text{ Hz}$$

$$sol = 440 \times 1,7817 = 783,94 \text{ Hz}$$

$$sol\# = 440 \times 1,8877 = 830,58 \text{ Hz}$$

$$lá = 440 \times 2 = 880 \text{ Hz}$$

O centro de Crotona (Grécia), cidade onde a escola pitagórica teve sua origem, foi destruído por um grupo politicamente rival, e a maioria dos seus membros foi morta, e aqueles que sobreviveram dispersaram-se pela Grécia levando a sua filosofia e o misticismo dos números.

4.3 AS MÉDIAS MATEMÁTICAS E A HARMONIA: UMA DESCOBERTA PITAGÓRICA

As Médias foram outro trabalho desenvolvido pelos pitagóricos. A Média Aritmética entre dois números, compreendido pela soma deles dividida por 2, tem como retorno o número equidistante entre eles. Entre dois números quaisquer a e b diferentes sempre existirá um terceiro entre eles, equidistante de ambos, a esse número dá-se o nome de média aritmética de a e b (Contador, 2011). Já a média geométrica ou média proporcional entre a e b , notada por $\sqrt{a \times b}$, mostra o número equidistante entre a e b , quando estes pertencem a uma série geométrica, ou a uma série em que cada número é o anterior multiplicado por um número ou uma razão constante.

Pitágoras também desenvolveu o estudo de Média Harmônica entre a e b , notada por $M_H = \frac{2 \times a \times b}{a+b}$, tendo este cálculo originado em estudos referentes à Música em um instrumento chamado Monocórdio, ou seja, de uma única corda que se apoiava em cavaletes móveis que ao serem deslocados, dividiam a corda em segmentos na razão que desejava, obtendo relações entre a diferentes vibrações sonoras (Figura 3). Esses sons obtidos por Pitágoras tempos depois permitiu a origem da Lira, Alaúde, Cravo, Órgão, Piano, e ao Violão, dentre outros, e para os instrumentos de sopro que seguem o mesmo princípio, mas utilizam colunas de ar ao invés da corda única (Contador, 2011).

FIGURA 3: Representação do monocórdio.



FONTE: OBMEP, 2015.

Aritmeticamente, tendo dois números inteiros quaisquer a e b , dos quais a média aritmética entre eles é dada por $M = \frac{a+b}{2}$, então chama-se de média harmônica (M_H) o número que forma com a , M e b a proporção nas condições: $\frac{a}{M} = \frac{M_H}{b} \rightarrow M_H = \frac{a \times b}{M} \rightarrow M_H = \frac{a \times b}{\frac{a+b}{2}} \rightarrow M_H = \frac{2 \times a \times b}{a+b}$. Para exemplificar, pode-se estipular valores $a = 12$ e $b = 6$, então: $M = \frac{12+6}{2} = 9$ e $M_H = \frac{2 \times 12 \times 6}{12+6} = 8$.

Morgato (2015) traz as definições das médias, dizendo “uma média de uma lista de números é um valor que pode substituir todos os elementos da lista sem alterar uma certa característica da lista” (p. 162). O autor diz que

“se a característica a soma dos inversos dos elementos da lista, obteremos a média harmônica(simples) dos n elementos positivos x_1, x_2, \dots, x_n é um valor h tal que $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n} = \frac{1}{h} + \frac{1}{h} + \dots + \frac{1}{h} = \frac{n}{h}$.”

Assim então, Morgato (2015) dá a definição de que “a média harmônica (simples) dos n números positivos x_1, x_2, \dots, x_n é definida por $h = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$ ”.

O conceito de média harmônica é amplamente aplicado em diversas situações clássicas que envolvem razões inversas e a necessidade de equilibrar proporções de grandezas relacionadas reciprocamente. Um exemplo comum é no cálculo da velocidade média em trajetos com distâncias iguais, mas velocidades diferentes, em que a média harmônica considera o tempo gasto em cada trecho, proporcionando uma medida mais precisa do deslocamento total. Outro caso frequente é a determinação de resistências equivalentes em circuitos elétricos em paralelo, na qual a relação entre as resistências individuais e a resistência total segue a lógica inversa capturada pela média harmônica. Além disso, esse conceito é aplicado na análise de taxas ou densidades, como na média de rendimentos em investimentos, em que é necessário levar em conta a ponderação inversa de fatores relacionados. A utilização da média harmônica em tais contextos ilustra sua relevância para resolver problemas que não podem ser adequadamente abordados pelas médias aritmética ou geométrica, destacando sua especificidade em modelar situações que dependem de relações proporcionais inversas.

4.4 PROPOSTA DE ATIVIDADE: CONSTRUÇÃO DO MONOCÓRDIO E A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Feita a sensibilização contextual, propor aos estudantes a trabalhar com a criação de um monocórdio, no qual cada grupo terá a oportunidade de explicar de forma argumentativa e crítica os conceitos matemáticos que se pode observar na execução dessa atividade de maneira tal que envolva experimentação ou uma situação do mundo real.

A escrita musical surgiu cerca de 1500 anos depois de Pitágoras, mas deve-se muito a ele. É uma espécie de linguagem Matemática aplicada à Música, determinando a altura das notas, a sua duração, sua intensidade, e o entrelaçamento dos acordes, criando assim a harmonia entre os sons, da mesma maneira que a Ciência moderna usa a linguagem Matemática para estudar e descrever os fenômenos naturais e a relação entre eles. Pitágoras encontrou uma relação básica entre a harmonia musical e Matemática; para quem pregava que os números são a linguagem da Natureza, agora podia dizer que a Música é a voz dos números (Contador, 2011).

Para a execução da tarefa, o professor deve explicar o que será feito, e todos os passos devem ser monitorados e auxiliados por adultos responsáveis, por se tratar de manipulações de ferramentas que podem apresentar algum risco aos estudantes. Mostrar vídeos e fotos pode ser muito eficiente às atividades.

Para a construção do monocórdio, conforme exposto no site da OBMEP (2015) é necessário reunir um conjunto específico de materiais que facilitará a execução das atividades. Em primeiro lugar, uma tábua com dimensões aproximadas de 80 cm de comprimento, 10 cm de largura e 5 cm de espessura será utilizada como base para a montagem do dispositivo. Essa tábua proporciona a estabilidade necessária para suportar os demais componentes durante o experimento (Figura 4).

FIGURA 4: Tábua para construção do monocórdio.



FONTE: Elaborado pelo autor (2025).

Além disso, dois ganchos serão fixados na tábua, servindo como pontos de ancoragem para a corda. Esses ganchos devem ser instalados de maneira que permitam a fácil fixação e desfixação da corda, garantindo assim a flexibilidade nas experiências realizadas (Figura 5).

FIGURA 5: Ganchos para fixar na tábua e amarra a corda.



FONTE: Elaborado pelo autor (2025).

Entre os ganchos, serão posicionadas duas cantoneiras feitas por pedaços de madeiras, que têm a função de manter a corda esticada, assegurando que as medições sejam precisas e consistentes, e serão fixadas com pregos. Um cavalete móvel, que pode ser construído a partir de um toco de madeira será adicionado ao conjunto. Esse cavalete permitirá a alteração da altura da corda, possibilitando experimentos com diferentes tensões e comprimentos. Para a execução do experimento, uma corda, como uma corda de violão, será utilizada, uma vez que oferece as características adequadas para o estudo. Entretanto, conforme a disponibilidade, pode ser substituída por barbante, elástico, linha de pesca, ou similares.

No experimento de construção do monocórdio, no cavalete feito com pedaços de madeira, será colado com cola quente um pedaço de palito de churrasco, que funcionará como o traste. A função do traste neste experimento será delimitar um ponto fixo na corda, que ao ser pressionada contra ele, altera o comprimento da corda vibrante e, assim, modifica a frequência da nota produzida. Esse traste ajudará a demonstrar como a tensão e o comprimento da corda influenciam a altura do som, permitindo a observação de como a nota muda quando a corda é tocada em diferentes pontos, semelhante ao funcionamento do traste de um violão. Este pequeno dispositivo feito com os palitos de churrascos faz com que a corda vibre somente da delimitação deste palito em diante, facilitando a medição da corda (Figura 6).

FIGURA 6: Visão lateral do monocórdio.



FONTE: Elaborado pelo autor (2025).

Por fim, uma régua será incluída no material, facilitando a medição das frações da corda de maneira mais precisa. A utilização da régua permite que os alunos encontrem e compreendam as frações de forma visual e prática, contribuindo para a aprendizagem efetiva dos conceitos envolvidos. Juntos, esses materiais formam um conjunto coerente e funcional que viabiliza a realização das atividades propostas no contexto educacional.

A tensão da corda é um fator crucial para a produção de som no monocórdio. Por este motivo, faz-se importante garantir que a corda esteja bem esticada, pois qualquer frouxidão pode comprometer a qualidade do som produzido. A tensão adequada não apenas favorece uma ressonância clara, mas também é essencial para a realização de experimentos sonoros precisos, já que a frequência do som gerado está diretamente relacionada à tensão da corda.

Segundo Ferreira (2020), frequência é o “número de ciclos que um sistema com movimentos periódicos efetua na unidade de tempo”. Na música, a frequência é a quantidade de vibrações ou oscilações que uma onda sonora realiza por segundo, e é responsável pela altura do som que percebemos. Ela é medida em Hertz (Hz), o que indica o número de ciclos completos de uma onda por segundo. Quanto maior a frequência, o som tende a ser mais agudo, enquanto frequências menores resultam em sons mais graves. Por exemplo, uma frequência de 440 Hz corresponde à nota musical Lá, na afinação padrão, enquanto

frequências mais altas são percebidas como notas mais agudas e as mais baixas como notas mais graves. Nos instrumentos musicais, a frequência está diretamente ligada a características como o comprimento e a tensão das cordas, ou o tamanho e a forma dos tubos de ar, o que influencia o tom da nota produzida.

Uma vez que o monocórdio tenha sido confeccionado, os estudantes devem explorar as diferentes sonoridades que esse instrumento pode oferecer. Para iniciar essa exploração, deve-se posicionar o cavalete móvel sob a corda e pressioná-lo de baixo para cima. Essa ação permite que a corda seja mantida em uma posição elevada, possibilitando uma sonoridade mais clara e definida. Com a outra mão, o estudante pode dedilhar a corda, semelhante ao toque em um violão, produzindo uma variedade de sons.

Ao movimentar o cavalete e pressionar a corda em diferentes pontos, os estudantes poderão observar como a altura do som varia de acordo com a posição escolhida. Essa prática proporciona permite que os estudantes compreendam melhor a relação entre a tensão, o comprimento da corda e a frequência sonora. A exploração sonora no monocórdio, além das aprendizagens dos conceitos físicos relacionados ao som e suas propriedades (como timbre, duração, altura e intensidade) também estimula a criatividade e a curiosidade musical dos alunos, instigando-os a compreender o funcionamento de um violão. Neste momento, eles podem argumentar com propriedade o motivo de existência de casas e trastes em violões, guitarras, e buscar observar como se extrai o som de violinos, instrumento de cordas friccionadas que não possuem marcações com trastes, tal qual os violões. Com a manipulação de um aparelho de afinação de instrumentos musicais, e medidor de frequências, os estudantes podem fazer as anotações das frações de cordas relacionadas à proximidade de afinação com as notas musicais.

Após a construção do monocórdio, conforme as orientações previamente descritas, é necessário proceder com as marcações para identificar as notas musicais ao longo da corda. O ponto de partida é a corda afinada na nota Dó, que corresponde ao comprimento total da corda esticada. A partir desse comprimento inicial, as divisões proporcionais permitirão localizar as demais notas seguindo os princípios harmônicos descritos por Pitágoras.

Primeiramente, para encontrar a oitava acima da nota Dó, divide-se o comprimento total da corda ao meio, ou seja, $1/2$ do comprimento. Por exemplo, se o comprimento total for 80 cm, a marcação para a oitava será feita exatamente no ponto de 40 cm. Esse ponto representa uma relação de frequência de 2:1 em relação ao som fundamental.

Em seguida, para localizar a quinta acima da nota Dó, a divisão da corda deve ser feita em $2/3$ do comprimento total. Usando o mesmo exemplo de 80 cm, a marcação será feita no ponto de $2/3 \times 80 = 53,33\text{cm}$. Essa divisão resulta em uma relação de frequência de 3:2.

A próxima nota é a quarta acima da nota Dó, que corresponde a $3/4$ do comprimento total da corda. Assim, a marcação para a quarta será realizada no ponto $3/4 \times 80 = 60\text{ cm}$. Aqui, a frequência é relacionada por uma proporção de 4:3.

Para identificar a terça maior acima da nota Dó, divide-se o comprimento total da corda em $4/5$. No caso do monocórdio com 80 cm de comprimento, a marcação será feita em $4/5 \times 80 = 64\text{ cm}$. Essa divisão gera uma relação de frequência de 5:4.

Essas divisões podem ser estendidas para localizar outras notas musicais, sempre utilizando frações simples que representam relações harmônicas. Para facilitar o processo, recomenda-se o uso de uma régua para medir os pontos exatos, que podem ser marcados diretamente na tábua do monocórdio (Figura 7). A visualização clara das frações da corda auxilia no entendimento da relação entre o comprimento da corda e a frequência das notas, proporcionando aos alunos uma experiência prática e concreta com os conceitos musicais e matemáticos.

Por fim, é importante lembrar que as tensões da corda devem ser mantidas constantes durante todo o experimento, garantindo que os sons produzidos sejam consistentes e claros.

FIGURA 7: Monocórdio pronto.



FONTE: Elaborado pelo autor (2025).

Dada a atividade prática, com a manipulação de instrumentos de medidas, dentre outros, os estudantes devem fazer os registros para então elaborar um relatório, que pode estar nos moldes de formatação tratados em Metodologias de Trabalhos Científicos e normas técnicas.

4.5 EXPLORAÇÃO E OBSERVAÇÃO: ANÁLISE DAS PROPORÇÕES NO MONOCÓRDIO

Com a orientação do professor, na atividade laboratorial sugerida, os estudantes devem possuir a habilidade de argumentar que Pitágoras encontrou uma relação entre a Matemática e a Harmonia Musical quando verificou que uma corda ao vibrar produz uma nota básica ou notas em intervalos de oitavas (uma oitava entre duas notas de mesmo nome significa que elas estão em razão 2:1 entre si). Os sons harmônicos desta corda são obtidos dividindo-a em números inteiros, como 2, 3, 4, 5 etc. Em divisões não inteiras, o som é destoante e não é considerado agradável de se ouvir.

Os estudantes podem considerar e registrar um ponto fixo na corda denominando-a de “nó”, para facilitar a expressão e entendimento. Quando esse nó é deslocado para exatamente ao meio da corda, obtém-se uma “oitava acima” da nota básica. Uma oitava acima de uma nota significa que está sendo tocada a mesma nota, mas em uma frequência que é o dobro da frequência original. Em termos práticos, isso significa que se uma nota, como um "Dó" em uma determinada posição, a oitava acima do "Dó" será um "Dó" que está duas vezes mais alto em termos de frequência sonora. Nesse conceito, pode-se explorar a ideia de que as oitavas são uma maneira de organizar as notas musicais dentro de um sistema tonal, e que a cada vez que se sobe uma oitava, as frequências das notas aumentam, e a relação entre as notas na mesma família (ou conjunto de oitavas) é sempre a mesma. Por exemplo, se um "Dó" tem uma frequência de 261,63 Hz, o "Dó" uma oitava acima terá uma frequência de 523,25 Hz.

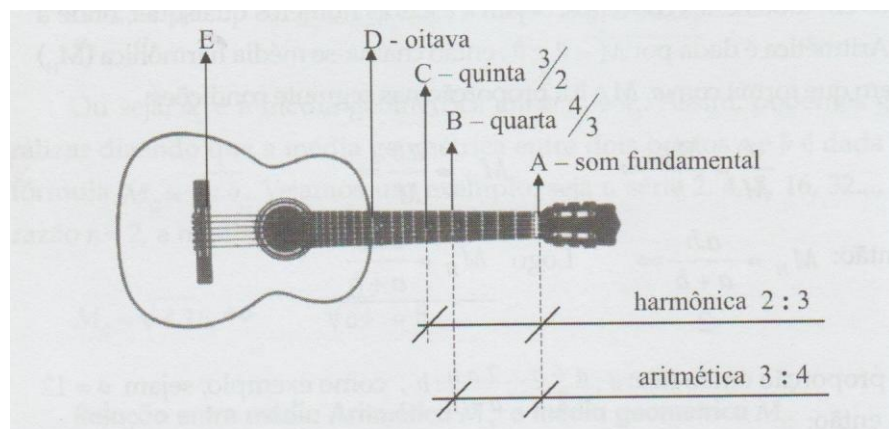
Ao se deslocar o nó ao ponto de um terço do comprimento da corda, obtém-se o que se chama “uma quinta acima desta nota”. Em termos de frequência, a relação entre a nota original e a quinta é importante na formação de acordes. A quinta perfeita, que é a relação que se estabelece ao contar cinco notas, tem uma proporção de frequência de 3:2. Isso significa que, se a nota "Dó" tem uma frequência de aproximadamente 261,63 Hz, a nota "Sol" a uma quinta acima terá uma frequência de aproximadamente 392 Hz. Essas informações próprias da

Física e da Música são complementares ao experimento, e devem ser dadas pelo professor para ilustrar o que os alunos estão constatando por si só na experimentação.

Orientando os alunos também que um quarto do comprimento da corda é chamada de quarta acima desta nota, e que um quinto do comprimento da corda é a chamada terça maior, os alunos estarão preparados para registrar os dados matemáticos por meio da Média Harmônica.

Fazendo as observações no monocórdio tal qual em um violão, toca-se a primeira corda inteira, expressa pelo segmento AE na Figura 8, obtém-se o som fundamental que neste caso é a nota mi; seguindo os cálculos obtidos, se apoiar o dedo no ponto médio da corda, no ponto D da Figura 8, será ressoado um som com o dobro da frequência da corda inteira, uma oitava acima, sendo também uma nota mi, porém uma oitava mais aguda. No ponto C, correspondente a $\frac{3}{2}$ da corda ecoará a nota si. No ponto B, correspondente a $\frac{3}{4}$ da corda obtém-se a nota lá.

FIGURA 8 - Representação das divisões da corda do violão.



FONTE: Contador, 2011.

A experimentação musical com o monocórdio permite aos estudantes uma experiência prática e intuitiva para explorar sons e desenvolver habilidades musicais básicas. A proposta consiste em que os alunos tentem tocar, no monocórdio que construíram, melodias familiares, incentivando a percepção de que é possível criar e reproduzir músicas mesmo com um instrumento rudimentar. Tal atividade estimula a criatividade e auxilia na construção de uma compreensão mais profunda sobre a relação entre comprimento da corda e altura do som, um conceito essencial tanto na física quanto na teoria musical.

Ainda que inicialmente possa parecer difícil tocar melodias reconhecíveis em um monocórdio, essa prática demonstra que, mesmo em um instrumento de uma única corda, é possível explorar intervalos e formar sequências melódicas. O monocórdio, em sua simplicidade, oferece uma abordagem prática para o estudo dos princípios sonoros, como a formação de notas e o efeito das variações de comprimento da corda na frequência do som produzido. Dessa forma, ao manipular o instrumento, os alunos têm a oportunidade de vivenciar na prática conceitos abstratos, como proporções e frequência, que são fundamentais para a compreensão tanto da Matemática quanto da música.

Uma propriedade notável é que, em comprimentos de corda, a soma dos segmentos correspondentes à quinta e à quarta equivale ao comprimento de uma oitava. Em termos de frequência, a multiplicação das frequências da quinta e da quarta resulta na frequência da oitava: $4/3 \times 3/2 = 2$.

As relações apresentadas revelam a conexão entre conceitos matemáticos, como médias e proporções, e a organização dos intervalos musicais, destacando o papel das divisões harmônicas na compreensão da música e das frequências sonoras.

Essas reflexões podem ser ampliadas conforme as observações dos estudantes em suas vivências, como quando veem violonistas utilizando recurso chamado de pestana ou utilizando o acessório conhecido como capotraste.

4.6 REGISTROS E ANÁLISES: REFLEXÕES SOBRE HABILIDADES DESENVOLVIDAS

No Ensino Médio, o conceito de média harmônica é frequentemente negligenciado, sendo raramente abordado de forma consistente no currículo. Em contrapartida, a média aritmética recebe atenção constante desde o Ensino Fundamental, consolidando-se como o padrão de cálculo em problemas cotidianos. Essa disparidade de enfoque cria dificuldades para os estudantes em situações em que a média harmônica é requerida, especialmente em provas de vestibulares, que, por vezes, apresentam questões que induzem ao erro ao explorar o desconhecimento ou a confusão entre esses conceitos.

Um exemplo claro disso ocorreu no vestibular da Universidade Estadual de Londrina (UEL), trazido por conforme detalhado em uma questão disponível no portal Mundo Educação (2025). A questão apresentava o seguinte problema: Um automóvel subiu uma

ladeira a uma velocidade média de 60 km/h e, em seguida, desceu a mesma ladeira a uma velocidade média de 100 km/h. A velocidade média desse veículo no percurso inteiro foi de: (a) 72 km/h; (b) 75 km/h; (c) 78 km/h; (d) 80 km/h; (e) 84 km/h.

Para determinar a velocidade média do automóvel no percurso completo, utilizamos a média harmônica, pois ele percorreu a mesma distância em velocidades diferentes. Nesse caso, a média harmônica é calculada multiplicando as duas velocidades dadas, 60 km/h na subida e 100 km/h na descida, por dois e dividindo o resultado pela soma dessas velocidades. Assim, ao aplicar esse cálculo, obtemos uma velocidade média de 75 km/h para todo o trajeto, correspondendo à alternativa (b).

Um erro comum é somar as velocidades e calcular a média aritmética, o que resultaria em um valor incorreto de 80 km/h, revelando a necessidade de compreender a distinção entre os tipos de médias.

A introdução de atividades práticas, como a construção e exploração de um monocórdio em um Laboratório de Ensino de Matemática, pode contribuir significativamente para o entendimento desses conceitos. No monocórdio, os estudantes trabalham com médias aritmética e harmônica ao analisar as frações da corda e as frequências sonoras correspondentes. Essa abordagem integra diferentes conceitos matemáticos, como proporções, grandezas e escalas, promovendo um aprendizado contextualizado e interdisciplinar. Ademais, a atividade está alinhada às habilidades previstas no Currículo Paulista, como interpretar taxas e índices (EM13MAT104), identificar progressões aritméticas e suas relações (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos, (EM13MAT507), resolver problemas envolvendo grandezas compostas (EM13MAT314) e construir tabelas e gráficos de frequências (EM13MAT406). A atividade proposta também contempla a competência (EM13MAT101), que corresponde a interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvem a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Dessa forma, ao explorar as relações Matemáticas no contexto do monocórdio, os estudantes não apenas ampliam sua compreensão sobre diferentes tipos de médias, mas também desenvolvem habilidades analíticas e críticas essenciais para aplicações futuras. Essa proposta didática possibilita a superação de dificuldades conceituais e prepara os alunos para

enfrentar desafios acadêmicos e práticos, como aqueles encontrados em exames de vestibulares e situações do dia a dia.

5. ALGUMAS REFLEXÕES E PERSPECTIVAS SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA EM LABORATÓRIOS

Pensar nas aulas de Matemática como um espaço com potencial para fomentar a iniciação científica, por meio do aprendizado ativo proporcionado pelas concepções do Laboratório de Ensino de Matemática, fixo ou móvel, alinha-se diretamente às premissas dos documentos norteadores oficiais, que visam formar cidadãos letrados, críticos e autônomos.

Essa abordagem, fundamentada na experimentação e no desenvolvimento de habilidades científicas e Matemáticas, possibilita aos estudantes não apenas ampliar seus conhecimentos, mas também identificar e desenvolver seus talentos e aptidões. Além disso, ao apresentar o universo científico de maneira prática e contextualizada, essa metodologia transforma a sala de aula convencional em um ambiente dinâmico, interativo e diverso, promovendo o engajamento e o protagonismo dos estudantes no processo de aprendizagem.

Segundo Gomes Heck et al. (2012), “a iniciação científica no ensino médio permite uma aproximação dos alunos com o método científico, preparando-os para o ambiente acadêmico”. Assim, a escola desempenha um papel fundamental ao oportunizar aos estudantes o contato com o método científico e o universo acadêmico, promovendo uma aproximação com o campo da pesquisa de forma prática e reflexiva. Essa iniciativa não apenas amplia a compreensão dos jovens sobre o funcionamento da ciência e seus impactos na sociedade, mas também desperta o interesse por áreas que eles talvez não tivessem considerado anteriormente em seus projetos de vida. Ao integrar atividades investigativas ao currículo, a escola cria um ambiente que estimula a curiosidade, o pensamento crítico e a formulação de hipóteses, elementos essenciais para a formação de futuros pesquisadores. Esse contato inicial permite que os estudantes experimentem os processos de construção do conhecimento científico, desenvolvendo competências que transcendem as disciplinas escolares e que são indispensáveis em uma carreira acadêmica. Além disso, ao proporcionar essas experiências, a escola se torna um espaço propulsor de sonhos e aspirações, contribuindo para que os jovens considerem a pesquisa científica como uma possibilidade concreta e valiosa em suas trajetórias profissionais.

A fragilidade do estruturalismo pedagógico dominante, ancorado no que chamamos de mitos da educação atual, é evidente se atentarmos para a queda vertiginosa dos resultados de educação em todo o mundo. A alternativa que propomos é reconhecer que o indivíduo é um todo integral e integrado e que suas práticas cognitivas e organizativas não são desvinculadas do contexto histórico do qual o processo se dá, contexto este em permanente evolução. Isto é evidente na dinâmica que caracteriza a educação para todos ou educação de massa (D'Ambrosio, 2012).

Nesse contexto, o Laboratório de Ensino de Matemática surge como uma abordagem pedagógica essencial para aproximar os estudantes do método científico e do universo acadêmico, ao integrar a criação e a experimentação ao processo de ensino. Por meio de atividades práticas e investigativas, o LEM transforma a sala de aula em um ambiente dinâmico, onde os conceitos matemáticos deixam de ser abstrações isoladas e passam a ser explorados de forma concreta e contextualizada. Esse modelo favorece a interação ativa dos estudantes, incentivando-os a formular hipóteses, realizar experimentos e analisar resultados, aspectos que refletem diretamente as etapas do método científico.

Ao vivenciarem essa experiência, os jovens não apenas desenvolvem habilidades Matemáticas, mas também ampliam sua compreensão sobre o papel da ciência na sociedade e as possibilidades de atuação profissional no campo da pesquisa. Assim, o LEM não apenas enriquece o ensino da Matemática, mas também contribui para que os estudantes vislumbrem uma carreira acadêmica como parte de seus projetos de vida, consolidando a escola como um espaço de formação integral e transformador.

É muito difícil motivar com fatos e situações do mundo atual uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos em virtude dos problemas de então, de uma realidade, de percepções, necessidades e urgências que nos são estranhas. Do ponto de vista de motivação contextualizada, a Matemática que se ensina hoje nas escolas é morta. Poderia ser tratada como um fato histórico (D'Ambrosio, 2012).

D'Ambrósio (2012) traz que “uma percepção da história da Matemática é essencial em qualquer discussão sobre a Matemática e o seu ensino. Sendo assim, a integração do contexto histórico ao ensino de Matemática nos moldes de atividades laboratoriais contribui de forma significativa para a formação integral dos estudantes, permitindo que eles compreendam os conceitos matemáticos como construções humanas intimamente ligadas a diferentes épocas e culturas. Contextualizar matematicamente eventos históricos, como as descobertas de Pitágoras sobre a relação entre as proporções harmônicas e os sons no monocórdio, oferece aos alunos uma perspectiva enriquecedora que conecta a abstração Matemática ao seu desenvolvimento histórico. Essa abordagem não apenas humaniza o ensino da Matemática, tornando-o mais próximo e acessível, mas também demonstra como os desafios enfrentados por matemáticos do passado continuam relevantes e inspiradores no presente. Dessa forma, ao explorar o percurso histórico de conceitos e teorias, os alunos são levados a enxergar a Matemática como uma ciência viva e em constante evolução, o que aumenta seu engajamento e compreensão.

Baseadas nas definições da metodologia científica exposta por Severino (2016), entende-se que a aplicação do método científico nas aulas de Matemática, particularmente em atividades laboratoriais, amplia ainda mais essa perspectiva histórica ao incentivar a experimentação, a formulação de hipóteses e a resolução de problemas de forma estruturada. Ao reproduzir descobertas históricas ou conduzir investigações Matemáticas inspiradas por situações reais, os estudantes vivenciam o processo científico na prática, desenvolvendo pensamento crítico e investigativo. O método científico, nesse contexto, não apenas promove a construção de conhecimento sólido, mas também estimula habilidades fundamentais, como a análise, a argumentação lógica e a comunicação de resultados. Assim, a combinação do contexto histórico com o método científico transforma as aulas de Matemática em espaços de aprendizagem dinâmica e reflexiva, nos quais os estudantes são desafiados a conectar teoria e prática, passado e presente, consolidando a Matemática como uma disciplina que dialoga com múltiplos aspectos do saber humano.

A implementação de práticas laboratoriais em Matemática enfrenta desafios significativos que comprometem a efetivação dessa abordagem em muitas escolas. Entre as dificuldades mais evidentes está a falta de recursos materiais, que limita a aquisição de instrumentos e equipamentos necessários para atividades práticas e investigativas. Além disso, a formação docente insuficiente para o uso de metodologias baseadas em experimentação e o método científico representa uma barreira substancial, uma vez que muitos professores não se sentem preparados para aplicar essas práticas em suas aulas. A dificuldade em integrar atividades laboratoriais ao cotidiano escolar não se deve apenas à resistência à mudança de metodologias, mas também a desafios como a falta de infraestrutura adequada, formação docente específica e tempo disponível para sua aplicação. Soma-se a isso a ausência de espaços adequados, como Laboratórios de Ensino de Matemática, que frequentemente são negligenciados em favor de outras áreas consideradas prioritárias, como ciências e tecnologia. Essa ausência de infraestrutura física e institucional reflete uma perspectiva restrita do potencial transformador das práticas laboratoriais em Matemática, dificultando a transformação da sala de aula em um ambiente dinâmico e interativo. Enfrentar esses desafios exige não apenas investimentos em recursos e formação, mas também uma mudança cultural na valorização de abordagens pedagógicas inovadoras que promovam o engajamento e a aprendizagem significativa dos estudantes (Lorenzato, 2012).

As perspectivas futuras para os Laboratórios de Ensino de Matemática apontam para a necessidade de esforços conjuntos entre instituições de ensino, universidades e gestores

educacionais para ampliar sua implementação e impacto. Um caminho promissor é a formação de parcerias entre escolas e universidades, aproveitando a experiência de Laboratórios de Ensino de Matemática já existentes nos cursos de licenciatura, onde muitos são oferecidos como disciplinas obrigatórias ou optativas. Essas parcerias podem facilitar a transferência de conhecimento, a troca de experiências e o desenvolvimento de materiais didáticos voltados à prática laboratorial. Além disso, investimentos em pesquisas voltadas à eficácia do Laboratórios de Ensino de Matemática na Educação Básica, assim como programas de formação continuada para professores, são essenciais para garantir que os educadores estejam preparados e motivados para aplicar essas metodologias. A implementação do Laboratórios de Ensino de Matemática, mesmo dentro das aulas regulares, requer um desdobramento significativo por parte de professores e coordenadores, que muitas vezes já enfrentam sobrecarga e desmotivação. Contudo, a promoção do pensamento científico e o incentivo ao contato com a pesquisa reforçam a relevância e a viabilidade dessa abordagem no contexto educacional. Com apoio institucional, formação adequada e valorização dessas práticas, o Laboratórios de Ensino de Matemática pode transformar a sala de aula em um ambiente de experimentação, investigação e aprendizagem significativa, contribuindo para formar estudantes mais críticos, criativos e preparados para os desafios da sociedade contemporânea.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A implementação do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) nas práticas pedagógicas pode ampliar significativamente as oportunidades de os estudantes se aproximarem do método científico e do universo acadêmico, contribuindo diretamente para o desenvolvimento de habilidades investigativas e analíticas. Ao integrar a Matemática a um modelo de ensino baseado em criação e experimentação, o Laboratório de Ensino de Matemática não apenas desperta o interesse dos alunos pela pesquisa científica, mas também os engaja ativamente no processo de aprendizagem. Esse modelo de ensino permite que os estudantes vivenciem, na prática, os processos de formulação de hipóteses, coleta de dados, análise e interpretação de resultados, elementos centrais no desenvolvimento de um pensamento crítico e científico. Ao fomentar a curiosidade e a autonomia, o Laboratório de Ensino de Matemática possibilita uma transição natural para a carreira acadêmica, pois os estudantes são convidados a investigar questões Matemáticas de forma prática e criativa. Nesse contexto, a escola se torna um espaço de experimentação e descoberta, essencial para a formação de futuros pesquisadores, especialmente em áreas como a Matemática, em que a experimentação e a teoria se entrelaçam para ampliar as fronteiras do conhecimento.

As considerações finais desta dissertação reforçam a importância do Laboratório de Ensino de Matemática como uma metodologia que transcende a ideia de um espaço físico e se estabelece como uma prática pedagógica capaz de aprimorar a maneira como a Matemática é ensinada. Por meio do ensino investigativo, o Laboratório de Ensino de Matemática promove a curiosidade, o pensamento crítico e a autonomia dos estudantes, proporcionando-lhes oportunidades para vivenciar a Matemática como uma ciência viva, aplicável e em constante diálogo com a realidade. Essa abordagem não apenas enriquece o aprendizado, mas também prepara os alunos para enfrentar desafios do mundo contemporâneo com criatividade e rigor científico.

Assim, além de beneficiar os estudantes, o Laboratório de Ensino de Matemática desempenha um papel crucial na formação de professores, oferecendo-lhes ferramentas e experiências que incentivam uma prática pedagógica mais interdisciplinar e reflexiva. Ao conectar a Matemática com outras áreas do conhecimento e com situações reais – incluindo as relações matemáticas presentes na sociedade –, os educadores são instigados a repensar sua atuação, integrando métodos que dialoguem com os documentos norteadores da educação e promovam o protagonismo dos alunos. Para a implementação do Laboratório de Ensino de

Matemática, sugere-se que escolas e professores iniciem com atividades acessíveis e de baixo custo, como a construção do monocórdio, e gradualmente avancem para projetos mais complexos, consolidando a cultura investigativa e experimental na sala de aula.

A prática de laboratório e a iniciação científica na Educação Básica podem ser compreendidas como estratégias eficazes de inclusão social, na medida em que promovem a democratização do acesso ao conhecimento matemático e possibilitam a vivência de experiências formativas que transcendem os limites da sala de aula tradicional. Ao engajar os estudantes em atividades investigativas e experimentais, essas práticas valorizam diferentes formas de aprendizado, favorecem a equidade educacional e ampliam as oportunidades de desenvolvimento cognitivo e social, contribuindo para a formação de indivíduos críticos e participativos na sociedade.

O desafio atual consiste em engajar a comunidade educacional no processo de reconsideração do ensino da Matemática, abordando-a como uma ciência em constante evolução, aplicada e essencial para a resolução de problemas reais. Essa inovação requer coragem para experimentar, criatividade para transformar e persistência para superar desafios estruturais e culturais. Como inspiração, Pitágoras já dizia que “o número é a medida de todas as coisas”. Essa ideia reflete a conexão intrínseca entre a Matemática e a humanidade, destacando o papel do Laboratório de Ensino de Matemática como um instrumento poderoso para formar estudantes críticos, professores inovadores e cidadãos engajados no avanço do conhecimento científico e na construção de um mundo mais equilibrado e consciente.

A proposta de aulas mediadas pela metodologia de Laboratório de Ensino de Matemática visa promover um ensino das Ciências Exatas que estimule o desenvolvimento do pensamento crítico desde a Educação Básica. O pensamento crítico, frequentemente utilizado como sinônimo da capacidade de avaliar a plausibilidade e a razoabilidade de uma ideia, envolve uma atitude proativa de investigação e questionamento. Esse processo cognitivo permite que o indivíduo verifique a consistência das informações, busque evidências robustas para embasar suas conclusões e tome decisões fundamentadas. A ausência de uma formação sólida nesse tipo de pensamento pode levar à adesão a ideias mal fundamentadas, expondo o indivíduo ao risco de influência por discursos desprovidos de base científica ou por interpretações distorcidas da ciência que sustentam preconceitos e desinformação. Dessa forma, formar indivíduos críticos aprimora sua capacidade de tomar decisões informadas,

também os habilita a identificar e analisar com rigor discursos falaciosos, prevenindo manipulações e enganos.

Pelas reflexões apresentadas neste trabalho, espera-se que elas fomentem a inserção progressiva de situações didático-pedagógicas diversificadas, utilizando o Laboratório de Ensino de Matemática como espaço central para essa prática. Espera-se, ainda, que os professores e professoras da Educação Básica sintam-se motivados a adotar uma postura investigativa e reflexiva sobre os diferentes aspectos da Matemática, promovendo uma formação contínua e gradativa. Essa perspectiva visa proporcionar a atualização de métodos e procedimentos alternativos para o ensino da Matemática, de modo a qualificar as práticas em sala de aula e atender às demandas educacionais contemporâneas.

REFERÊNCIAS

ARGENT-KATWALA, Mary. **O Livro da Biologia**. 1. ed. Rio de Janeiro: Globo Livros, 2022.

BENINI, Marli Balzan Cavalaro. **Laboratório de Ensino de Matemática e Laboratório de Ensino de Ciências: uma comparação**. 2006. 108f. Dissertação (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

BONJORNO, Regina Azenha. BONJORNO, José Roberto. BONJORNO, Valter. RAMOS, Clinton Marcico. **Física Completa**. 2.ed. São Paulo: FTD, 2021.

BOYER, Carl B. MERZBACH, Uta C. **História da Matemática**. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 05 set. 2024.

BRASILEIRO, Anísio. **Ciência e sociedade: a importância dos laboratórios de pesquisa**. *Andifes*, 17 jan. 2022. Disponível em: <https://www.andifes.org.br/2022/01/17/ciencia-e-sociedade-a-importancia-dos-laboratorios-de-pesquisa-por-anisio-brasileiro/>. Acesso em: 1 set. 2024.

CARVALHO, Raphaela Junqueira; APOLÔNIO, Ana Carolina Moraes. **Desenvolvendo o pensamento científico no ensino médio. Interfaces da Educação, Paranaíba**. Disponível em: <https://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/5225/4927> Acesso em: 2 nov. 2024.

CENEDESI JUNIOR, Mario Angelo. VOUILLAT, Silvia Elena. **Metodologia da pesquisa: do tema à publicação dos dados**. *Revista Científica de Humanidades*, 2019. Disponível em: <https://www.rchunitau.com.br/index.php/rch/article/view/976>. Acesso em: 3 set. 2024.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **A Matemática na Arte e na Vida**. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: Da Teoria à Prática**. 23. ed. Campinas: Papyrus, 2012.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Minidicionário da Língua Portuguesa**. 8. ed. Curitiba: PSD Educação, 2020.

GOMES HECK, T. et al. **Iniciação científica no ensino médio: um modelo de aproximação da escola com a universidade por meio do método científico.** Revista Brasileira de Pós-Graduação, 2012. Disponível em: <https://rbpg.capes.gov.br/rbpg/article/view/245>. Acesso em: 2 out. 2024.

HECK, T. Gomes; MASLINKIEWICZ, A.; SANT'HELENA, M. G.; RIVA, L.; LAGRANHA, D.; SENNA, S. M.; DALLACORTE, V. L. C.; GRANGEIRO, M. E.; CURI, R.; BITTENCOURT, P. I. H. de. **Iniciação científica no ensino médio: um modelo de aproximação da escola com a universidade por meio do método científico.** Revista Brasileira de Pós-Graduação, Brasília. Disponível em: <https://rbpg.capes.gov.br/rbpg/article/view/245/235> Acesso em: 2 nov. 2024.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática.** São Paulo: Cortez, 1994.

LOPES, Francisco Antonio Mabson Henrique; OLIVEIRA, Darlei Gutierrez Dantas Bernardo. **Inter-relação Matemática-química: discutindo estequiometria no ENEM.** *Educación Química*, v. 32, n. 3, p. 1-15, 2021. Disponível em: <https://www.revistas.unam.mx/index.php/req/article/view/76653>. Acesso em: 3 ago. 2024.

LORENZATO, Sérgio. **O Laboratório de Ensino da Matemática na Formação de Professores.** 2.ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

MASSI, Luciana; QUEIROZ, Salete Linhares (Orgs.). **Iniciação científica: aspectos históricos, organizacionais e formativos da atividade no ensino superior brasileiro.** São Paulo: Editora UNESP, 2015. 160 p. ISBN 978-85-68334-57-7. Disponível em: <https://static.scielo.org/scielobooks/s3ny4/pdf/massi-9788568334577.pdf>. Acesso em: 3 ago. 2024.

MEURER, S. X., Alexandre Borges, F. HERMANN, W. **O Laboratório de Ensino como espaço formativo para docentes que ensinam Matemática.** *Ensino Em Re-Vista*, 30(Contínua), e005. <https://doi.org/10.14393/ER-v30a2023-5>

OBMEP. **Aplicando a Matemática básica: construção de um monocórdio.** Disponível em: <http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-construcao-de-um-monocordio/>. Acesso em: 12 out. 2024.

PONTE, João Pedro da; QUARESMA, Marisa; PEREIRA, Joana Mata. **É mesmo necessário fazer planos de aula?** *Educação e Matemática*, Lisboa, n. 133, 2015. Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2292>. Acesso em: 05 set. 2024.

RODRIGUES, J. F. **A Matemática e a Música.** *Revista Colóquio/Ciências*, n. 23, 1999. Disponível em: https://cmup.fc.up.pt/cmup/musmat_99.pdf Acesso em: 12 out. 2024.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: Uma Visão Crítica, Desfazendo Mitos e Lendas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SÃO PAULO. **Secretaria da Educação. Currículo Paulista**. Disponível em: <https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/>. Acesso em: 05 set. 2024.

SANTOS, L. F.; SILVA, R. A.; OLIVEIRA, M. C. **Laboratório móvel de ciências: importância e construção-Amazonia/AP**. Cadernos de Educação, Cultura e Sociedade, v. 8, n. 1, p. 45-58, 2023. Disponível em: <https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/2187>. Acesso em: 5 out. 2024.

SEVERINO, Antônio Joaquim Severino. **Metodologia do Trabalho Científico**. 24. ed. São Paulo: Cortez, 2016.

SOUZA, José Alberto de Camargo. **Método científico e processo de investigação clínica**. *Revista Brasileira de Educação Médica*, v. 5, n. 1, p. 5-10, 1981. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbem/a/GGhWVbqms3CWpQx8j3MRHgN/>. Acesso em: 3 ago. 2024.

UNESP. **Evolução histórica da Química. Cursos de Especialização para o quadro do Magistério da SEESP**. São Paulo, 2011. Disponível em: https://acervodigital.unesp.br/bitstream/123456789/40346/6/2ed_qui_m1d1.pdf. Acesso em: 1 set. 2024.

UNICAMP. **Centro de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (CEMPEM). Prof. Dr. Sérgio Lorenzato**. Disponível em: <https://www.cempem.fe.unicamp.br/prof-dr-sergio-lorenzato>. Acesso em: 05 set. 2024.

VARIZO, Zaíra da Cunha Melo; CIVARDI, Jaqueline Araújo. **O Laboratório de Educação Matemática: facetas entre o concebido e o vivido**. In: VARIZO, Zaíra da Cunha Melo; CIVARDI, Jaqueline Araújo (Org). *Olhares e reflexões acerca de concepções e práticas no Laboratório de Educação Matemática*. CRV. Curitiba – PR: CRV, 2011.

SANTOS, L. F.; SILVA, R. A.; OLIVEIRA, M. C. **Laboratório móvel de ciências: importância e construção-Amazonia/AP**. Cadernos de Educação, Cultura e Sociedade, v. 8, n. 1,. Disponível em: <https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/2187>. Acesso em: 5 out. 2024.