

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

**AVALIAÇÃO DO PODER DE TESTES DE RAIZ
UNITÁRIA EM SÉRIES TEMPORAIS AR(1) DE
DIFERENTES COMPRIMENTOS**

Thiago Reis de Sousa

Trabalho de Conclusão de Curso

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

Avaliação do Poder de Testes de Raiz Unitária em Séries
Temporais AR(1) de Diferentes Comprimentos

Thiago Reis de Sousa

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Maria Sílvia de Assis Moura

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como parte dos requisitos para obtenção do
título de Bacharel em Estatística.

São Carlos
Setembro de 2024

FEDERAL UNIVERSITY OF SÃO CARLOS
EXACT AND TECHNOLOGY SCIENCES CENTER
DEPARTMENT OF STATISTICS

Assessment of the Power of Unit Root Tests
in AR(1) Time Series of Varying Lengths

Thiago Reis de Sousa

Advisor: Prof. Dr. Maria Silvia de Assis Moura

Bachelors dissertation submitted to the Department of Statistics, Federal University of São Carlos - DEs-UFSCar, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Bachelor in Statistics.

São Carlos
August 2024

Thiago Reis de Sousa

Avaliação do Poder de Testes de Raiz Unitária em Séries
Temporais AR(1) de Diferentes Comprimentos

Este exemplar corresponde à redação final do trabalho de conclusão de curso devidamente corrigido e defendido por nome do(a) aluno(a) e aprovado pela banca examinadora.

Aprovado em dia de mês de ano

Banca Examinadora:

- Prof^ª. Dr^ª. Maria Sílvia de Assis Moura. (Orientadora)
- Prof^ª. Dr^ª. Vera Lucia Damasceno Tomazella.
- Prof. Dr. Márcio Luis Lanfredi Viola

A todas as pessoas negras e/ou pobres que tiveram seu direito de acesso à universidade pública negado.

Agradecimentos

“Agradeço aos meus pais, Nicolau e Fátima, pelo afeto, educação e sustento concedidos ao longo da minha vida; à minha companheira Débora; às minhas irmãs Fabiana e Fernanda; às minhas tias Ceíça e Dalva; aos meus primos Wilson, Vanessa e Rafael; aos meus sobrinhos Heitor, Gabi, Henry, Felipe e Niara; às pessoas amigas; ao meu gastroenterologista Dr. Daniel; à minha psicóloga Janaína; à minha treinadora Jéssica; à minha nutricionista Isabela; a todos os professores que tive; e, por fim, mas não menos importante, à minha orientadora, Prof^a. Dr^a. Maria Sílvia, pelos aprendizados, conselhos, risadas e exortações.”

“Dura caminhada pela estrada escura.”

(Gilberto Gil)

Resumo

O estudo de séries temporais é essencial em diversas áreas, como economia e ciências sociais, pois ajuda a entender e prever fenômenos ao longo do tempo. Um aspecto crucial é a estacionariedade das séries, que pode ser afetada por raízes unitárias, comprometendo a eficácia dos métodos estatísticos. Neste trabalho, focamos na avaliação comparativa dos testes de raiz unitária Dickey-Fuller Aumentado (ADF), Phillips-Perron (PP) e Dickey-Fuller Generalized Least Squares (DF-GLS), utilizando séries de diferentes comprimentos de um processo AR(1). A análise visa fornecer recomendações sobre a escolha de testes frente às condições específicas de cada estudo. O esforço contribui para aprimorar a seleção de ferramentas analíticas adequadas, elevando a precisão das pesquisas envolvendo séries temporais, ao investigar o impacto do tamanho das séries na eficácia dos testes. Os resultados mostram que, com base no critério de avaliação da eficácia estatística, quanto maior a série, melhor o desempenho dos testes, proporcionando maior confiabilidade nas conclusões.

Palavras-chave: *Teste de raiz unitária, Dickey-Fuller-Aumentado, Phillips-Perron, ADF-GLS, simulação, séries temporais.*

Abstract

The study of time series is essential in various fields, such as economics and social sciences, as it aids in understanding and predicting phenomena over time. A crucial aspect is the stationarity of the series, which can be affected by unit roots, compromising the effectiveness of statistical methods. In this work, we focus on the comparative evaluation of the Augmented Dickey-Fuller (ADF), Phillips-Perron (PP), and Dickey-Fuller Generalized Least Squares (DF-GLS) unit root tests, using simulations on series of different lengths. The analysis aims to provide recommendations on the choice of tests given the specific conditions of each study. This effort contributes to enhancing the selection of appropriate analytical tools, thereby increasing the accuracy of research involving time series by investigating the impact of series length on the effectiveness of the tests.

Keywords: *Unit root test, Augmented Dickey-Fuller, Phillips-Perron, ADF-GLS, simulation, time series.*

Lista de Figuras

4.1	Desempenho do poder do teste de ADF	41
4.2	Desempenho do poder do teste de PP.	42
4.3	Desempenho do poder do teste de DF-GLS.	43
4.4	Desempenho do poder dos testes de raiz unitária aplicados a séries de comprimento com 25 observações.	44
4.5	Desempenho do poder dos testes de raiz unitária aplicados a séries de comprimento com 50 observações.	45
4.6	Desempenho dos testes de raiz unitária aplicado a séries de comprimento com 100 observações.	46
4.7	Desempenho dos testes de raiz unitária aplicado a séries de comprimento com 500 observações.	47

Sumário

1	Introdução	23
2	Objetivo	25
3	Metodologia	27
3.1	Série Temporal	27
3.2	Passeio Aleatório	28
3.3	Estacionariedade	28
3.4	Ruído Branco	29
3.5	Séries Temporais Integradas de Ordem d	30
3.6	Processo Autorregressivo	30
3.7	Polinômio Característico	31
3.8	Condições para Estacionariedade em Modelos ARIMA	32
3.8.1	Estacionariedade dos Termos AR e MA	32
3.8.2	Diferenciação (d)	32
3.8.3	Componente MA	32
3.9	Raiz Unitária	33
3.10	Poder do Teste	34
3.11	Testes de Dickey-Fuller e Dickey-Fuller Aumentado	34
3.12	Teste de Phillips-Perron	36
3.13	Teste DF-GLS	37
4	Estudo de simulações	39
4.1	Simulação	40
4.2	Comparação do poder do teste de raiz unitária	40
4.2.1	Teste ADF	40
4.2.2	Teste de PP	42

4.2.3	Teste de DF-GLS	43
4.3	Comparação de desempenho de testes com comprimento de série fixado . .	44
4.3.1	Séries temporais muito curtas $T = 25$	44
4.3.2	Séries temporais de comprimento médio a longo $T = 50$	45
4.3.3	Séries temporais longas $T = 100$	45
4.3.4	Séries temporais longas $T = 500$	46
5	Conclusão	49
	Referências Bibliográficas	51
A	Código em R para elaborar desempenho dos testes de raízes unitárias	53

Capítulo 1

Introdução

O estudo de séries temporais é fundamental em diversas áreas do conhecimento, como economia, finanças, meteorologia e ciências sociais, onde a análise de dados coletados ao longo do tempo é crucial para a previsão e entendimento dos fenômenos subjacentes. A identificação de padrões temporais, como tendências e sazonalidades, é essencial para desenvolver modelos preditivos precisos. Contudo, a presença de uma raiz unitária em uma série temporal pode comprometer a sua estacionariedade, uma propriedade desejável para a aplicação de muitos métodos estatísticos. Assim, avaliar e garantir a estacionariedade das séries temporais é um passo crítico no processo de modelagem.

A motivação para este trabalho reside na necessidade de selecionar e aplicar corretamente testes de raiz unitária a séries temporais para determinar a presença ou ausência de raízes unitárias. Testes importantes, como o Dickey-Fuller Aumentado (ADF), o Phillips-Perron (PP) e o Dickey-Fuller Generalized Least Squares (ADF-GLS), são amplamente utilizados para esse fim. No entanto, suas eficácias variam dependendo de fatores como o tamanho da série temporal e a estrutura dos dados, o que destaca a importância de compreender suas vantagens e limitações.

A literatura existente fornece uma base sólida de conhecimento sobre testes de raiz unitária. Estudos como os de [Dickey e Fuller \(1979\)](#) introduziram técnicas fundamentais que foram posteriormente ampliadas e refinadas. [Phillips e Perron \(1988\)](#) propuseram métodos não-paramétricos para lidar com a autocorrelação e heterocedasticidade, enquanto [Elliott *et al.* \(1996\)](#) desenvolveram o teste ADF-GLS para aumentar o poder de detecção de estacionariedade. Pesquisas mais recentes, como [Pesaran \(2015\)](#) e [Zivot e Wang \(2006\)](#), destacam limitações dos testes tradicionais, sugerindo a necessidade de abordagens complementares.

À luz do cenário discutido, esta análise oferece suporte valioso tanto para os pesquisadores quanto para os analistas de séries temporais, auxiliando na seleção adequada dos testes de raiz unitária conforme o contexto e os dados disponíveis. Este trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 1, introduzimos o tema, detalhando os objetivos e motivações do estudo; o Capítulo 2 aborda a fundamentação teórica, apresentando conceitos essenciais de séries temporais e definindo os testes de raiz unitária; no Capítulo 3, explicamos a metodologia aplicada nas simulações e os critérios de comparação utilizados; o Capítulo 4 discute os resultados das simulações realizadas, comparando o desempenho dos diferentes testes analisados; finalmente, no Capítulo 5, apresentamos as conclusões, oferecendo recomendações práticas com base nos achados da investigação.

Capítulo 2

Objetivo

O objetivo deste trabalho é avaliar de forma comparativa o desempenho do poder dos testes de raiz unitária ADF, PP e ADF-GLS em modelos AR(1) de diferentes comprimentos, utilizando simulações para analisar a eficácia dos testes em diversas condições. O intuito é fornecer recomendações sobre a seleção apropriada de testes conforme o contexto da pesquisa, contribuindo para uma maior precisão nos estudos de séries temporais.

Capítulo 3

Metodologia

Este capítulo aborda a análise de testes de raiz unitária em séries temporais, com foco nas suas características e limitações. Inicialmente, define-se a série temporal e a importância da estacionariedade. São discutidos conceitos fundamentais, como passeio aleatório, ruído branco e séries integradas de ordem (d). O capítulo apresenta testes de raiz unitária, incluindo o Dickey-Fuller, Dickey-Fuller Aumentado, Phillips-Perron e DF-GLS, detalhando suas hipóteses nulas e metodologias. Destaca-se o DF-GLS como uma melhoria do ADF em amostras pequenas, além de mencionar as limitações de todos os testes, especialmente em séries curtas e em processos (AR(1)) com parâmetros próximos de um. Por fim, sublinha-se a complexidade e a dificuldade de aplicação de testes mais avançados na prática.

3.1 Série Temporal

No contexto da análise de séries temporais, [Shumway e Stoffer \(2017\)](#) definem uma série temporal como uma sequência de indexadas no tempo. Essas observações devem ser medidas em intervalos iguais de tempo, como dias, meses ou anos, e refletem a variável de interesse em diferentes pontos no tempo.

Definição 3.1 *{Série Temporal}*

Uma série temporal $\{X_t\}$ é uma sequência de variáveis aleatórias X_t medidos em momentos t , $t = 1, 2, 3, \dots$, específicos ao longo do tempo. Formalmente, uma série temporal pode ser representada como:

$$\{X_t : t \in \mathbb{T}\},$$

em que \mathbb{T} representa o conjunto de tempos no qual as observações foram feitas. Em muitos casos práticos, \mathbb{T} é o conjunto dos números inteiros $\{0, 1, 2, \dots, T\}$.

3.2 Passeio Aleatório

Segundo [Morettin e Tolo \(2006\)](#), um passeio aleatório é um modelo estocástico fundamental utilizado para descrever a evolução de uma série temporal ao longo do tempo.

Definição 3.2 {Passeio Aleatório}

Um passeio aleatório é um processo estocástico no qual o valor atual da série temporal X_t é igual ao valor anterior X_{t-1} mais um termo de erro e_t . Formalmente, um passeio aleatório é representado como:

$$X_t = X_{t-1} + e_t,$$

em que e_t é ruído branco com média zero e variância constante. O termo de erro e_t é frequentemente assumido como tendo distribuição normal $e_t \sim N(0, \sigma^2)$.

Outra forma de escrever o passeio aleatório é usando a notação de diferença:

$$\Delta X_t = e_t,$$

em que $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$ é a primeira diferença da série temporal.

Um passeio aleatório é um exemplo de série temporal não estacionária, pois sua variância aumenta com o tempo e não possui tendência a retornar a uma média constante.

3.3 Estacionariedade

No contexto da análise de séries temporais, a noção de estacionariedade é fundamental para a modelagem e previsão. Adotando a definição apresentada em [Box et al. \(2015\)](#), uma série temporal $\{X_t\}$ é dita ser estacionária se suas propriedades estatísticas são constantes ao longo do tempo. Mais formalmente, podemos distinguir dois principais tipos de estacionariedade: forte e fraca.

Definição 3.3 (Estacionariedade Forte - estritamente estacionária)

Uma série temporal $\{X_t\}$, $t = 1, 2, \dots$, é estritamente estacionária se a distribuição conjunta de qualquer conjunto de variáveis $X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_k}$ é a mesma que a distribuição conjunta de $X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \dots, X_{t_k+h}$ para todo deslocamento h e qualquer conjunto de tempos t_1, t_2, \dots, t_k . Formalmente, $\{X_t\}$ é estritamente estacionária se:

$$(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_k}) \stackrel{d}{=} (X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \dots, X_{t_k+h})$$

para todo inteiro h e qualquer $k \geq 1$, em que $\stackrel{d}{=}$ denota igualdade em distribuição.

Definição 3.4 (Estacionariedade Fraca - estacionária em média e covariância)

Uma série temporal $\{X_t\}$, $t = 1, 2, \dots$, é fracamente estacionária (ou estacionária em média e covariância) se satisfaz as seguintes condições:

1. $\mathbb{E}[X_t] = \mu$, para todo t . Ou seja, a média da série é constante ao longo do tempo;
2. $\text{Var}(X_t) = \sigma^2 < \infty$, para todo t . Ou seja, a variância da série é constante e finita ao longo do tempo;
3. $\text{Cov}(X_t, X_{t+h}) = \gamma(h)$, para todo t e qualquer deslocamento h , em que $\gamma(h)$ é uma função somente da diferença h e não dos tempos específicos t e $t + h$.

3.4 Ruído Branco

Box *et al.* (2015) afirmam que um ruído branco é um processo estocástico fundamental usado em muitas análises estatísticas e econométricas.

Definição 3.5 (Ruído Branco)

Um processo estocástico $\{e_t\}$ é dito ser um ruído branco se satisfaz as seguintes condições:

1. $\mathbb{E}[e_t] = 0$, para todo t . Ou seja, o processo tem média zero.
2. $\text{Var}(e_t) = \sigma^2 < \infty$, para todo t . Ou seja, o processo tem variância constante e finita.
3. $\text{Cov}(e_t, e_{t+h}) = 0$, para todo t e para qualquer $h \neq 0$. Ou seja, não há correlação serial entre os termos do processo.

3.5 Séries Temporais Integradas de Ordem d

Há séries temporais que apresentam tendência e se tornam estacionárias após diferenciações, daí são chamadas séries integradas. Seja d o número de diferenças necessárias para as séries serem estacionárias.

Definição 3.6 (Série Temporal Integrada de Ordem d)

Uma série temporal $\{X_t\}$ é integrada de ordem d , denotada como $I(d)$, se após diferenciar a série d vezes, ela se torna uma série estacionária. Formalmente, temos:

$$\Delta^d X_t = (1 - B)^d X_t,$$

é uma série estacionária, em que B é o operador defasagem, isto é, $BX_t = X_{t-1}$, e Δ é o operador de diferença, isto é, $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$. De modo mais explícito:

$$\Delta^d X_t = (X_t - X_{t-1}) - (X_{t-1} - X_{t-2}) + \cdots + (-1)^d X_{t-d},$$

é estacionária.

Em outras palavras, uma série temporal X_t é $I(d)$ se suas diferenças de ordem d são estacionárias, que significa:

$$X_t \sim I(d) \Leftrightarrow \Delta^d X_t \sim I(0),$$

em que $\Delta^d X_t$ representa a série diferenciada d vezes e $I(0)$ indica que a série resultante é estacionária.

Essa definição é fundamental para a compreensão de processos autorregressivos integrados de médias móveis (ARIMA), em que a ordem de integração d é uma parte essencial do modelo.

3.6 Processo Autorregressivo

A ideia básica de um processo autorregressivo é que o valor atual de uma série temporal pode ser explicado como uma função linear dos valores passados da mesma série temporal e um termo de erro.

Definição 3.7 (Processo Autorregressivo) *Um processo Autorregressivo de ordem p , $p = 1, 2, \dots$, denotado por $AR(p)$, é dado pela seguinte equação:*

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t,$$

em que:

- X_t é o valor da série temporal no tempo t , $t = 1, 2, \dots$
- $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ são os parâmetros do modelo que dependem das observações passadas;
- ϵ_t é um termo de erro, normalmente assumido como ruído branco, ou seja, $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ (média zero e variância constante).

3.7 Polinômio Característico

Um polinômio característico para um processo auto-regressivo (AR) de ordem p é dado pela expressão:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p,$$

em que B é o operador defasagem e $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ são os coeficientes do modelo AR. As raízes do polinômio característico, que satisfazem a equação $\phi(B) = 0$, determinam a estacionaridade do processo.

Se todas as raízes do polinômio característico estiverem fora do círculo unitário no plano complexo, o processo é estacionário.

Para um processo AR(1) definido por $X_t = \phi_1 X_{t-1} + \epsilon_t$, o polinômio característico é:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B.$$

Para um processo AR(2) definido por $X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \epsilon_t$, o polinômio característico é:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2.$$

3.8 Condições para Estacionariedade em Modelos ARIMA

Em um modelo ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average), a estacionariedade é uma condição fundamental para a validade das previsões. Um modelo ARIMA é geralmente denotado como $ARIMA(p, d, q)$, onde:

- **p**: é a ordem do termo autorregressivo (AR).
- **d**: é o número de diferenciações necessárias para tornar a série estacionária (Integrated).
- **q**: é a ordem do termo de média móvel (MA).

A seguir, detalhamos as principais condições para que um modelo ARIMA seja estacionário:

3.8.1 Estacionariedade dos Termos AR e MA

O componente autorregressivo (AR) deve ser estacionário. Para um modelo $AR(p)$, essa condição é atendida se todas as raízes do polinômio característico

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

estiverem fora do círculo unitário no plano complexo. Isso significa que as raízes devem ter magnitudes maiores que 1. Se qualquer raiz estiver dentro do círculo unitário, o modelo AR não será estacionário.

3.8.2 Diferenciação (d)

O parâmetro d mede quantas vezes a série precisa ser diferenciada para alcançar a estacionariedade. Se d for maior que 0, isso indica que a série original não é estacionária e precisa ser transformada para remover tendências ou sazonalidades. A diferenciação transforma a série original em uma série estacionária. Uma vez que a série tenha sido diferenciada d vezes, o componente resultante deve ser estacionário.

3.8.3 Componente MA

O componente de média móvel (MA) também deve ser considerado; no entanto, ele geralmente não apresenta a mesma complexidade em relação à estacionariedade quanto

o termo AR. Um modelo MA(q) é estocástico e não depende de condições externas para ser estacionário, pois o valor atual depende apenas dos erros passados. O importante aqui é que a combinação dos componentes AR e MA em um modelo ARIMA leve a um comportamento estacionário no conjunto.

3.9 Raiz Unitária

Shumway e Stoffer (2017) definem que uma raiz unitária é uma característica de um processo estocástico cujo o polinômio característico associado tem uma raiz igual a um. Isso implica que o processo possui uma tendência a seguir um comportamento de passeio aleatório, tornando-o não estacionário.

Exemplo de Raiz Unitária: Uma série temporal $\{X_t\}$ possui uma raiz unitária se pode ser descrita por um processo em que $|\rho| < 1$. Considere um processo autorregressivo de ordem 1 (AR(1)):

$$X_t = \rho X_{t-1} + \epsilon_t,$$

onde ϵ_t é um ruído branco. Se $\rho = 1$, o processo é dito ter uma raiz unitária. Neste caso, o processo pode ser escrito como:

$$X_t = X_{t-1} + \epsilon_t,$$

ou, equivalentemente,

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = \epsilon_t,$$

em que ΔX_t é a diferença de primeira ordem da série $\{X_t\}$ e ϵ_t é um ruído branco com média zero e variância constante. Uma série com uma raiz unitária é não-estacionária e seus choques têm efeitos permanentes ao longo do tempo.

3.10 Poder do Teste

Cohen (1988) define o poder do teste como a probabilidade de um teste estatístico rejeitar a hipótese nula quando a hipótese alternativa é verdadeira. Cohen aponta que um poder de teste adequado é essencial para assegurar que estudos de pesquisa possuam uma alta probabilidade de detectar efeitos significativos, se eles existirem de fato.

Definição 3.8 (Poder do Teste)

O poder de um teste estatístico é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula H_0 quando ela é falsa. Mais formalmente, o poder do teste é dado por:

$$\text{Poder} = P(\text{Rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é falsa}),$$

em que P denota probabilidade. O poder do teste é complementado pelos conceitos de erro tipo I (rejeitar H_0 quando H_0 é verdadeira) e erro tipo II (não rejeitar H_0 quando H_0 é falsa).

Para um teste com nível de significância α , o poder é influenciado pelo tamanho da amostra, pela magnitude do efeito, e pela variabilidade dos dados.

O conceito de poder do teste é crucial na avaliação do desempenho dos testes de raízes unitárias. Testes de raízes unitárias, como o Teste de Dickey-Fuller, são utilizados para verificar a presença de uma raiz unitária em séries temporais. O poder do teste em testes de raízes unitárias indica a capacidade do teste em detectar corretamente a não-estacionariedade quando esta realmente está presente.

Avaliar o poder do teste nessas situações é fundamental para garantir que os testes estatísticos forneçam resultados confiáveis e sejam adequados para a análise de séries temporais.

3.11 Testes de Dickey-Fuller e Dickey-Fuller Aumentado

O teste Dickey-Fuller [Dickey e Fuller \(1979\)](#), DF, é um dos testes de raiz unitária mais conhecidos e amplamente utilizados. Ele é baseado no modelo de processo autoregressivo

de primeira ordem [Box e Jenkins \(1970\)](#):

$$x_t = \rho x_{t-1} + \epsilon_t, \quad (3.9)$$

em que ρ é o parâmetro de autoregressão, ϵ_t é o componente não sistemático do modelo que atende às características do processo de ruído branco. A hipótese nula é $\rho = 1$, ou seja, o processo contém uma raiz unitária e, portanto, não é estacionário, sendo denotado como $I(1)$. A hipótese alternativa é $\rho < 1$, ou seja, o processo não contém uma raiz unitária e é estacionário, $I(0)$.

Para calcular a estatística do teste DF, usamos uma equação que obtemos se subtraímos x_{t-1} de ambos os lados da Equação (3.9):

$$x_t - x_{t-1} = (\rho - 1)x_{t-1} + \epsilon_t, \quad (3.10)$$

Substituindo $\delta = \rho - 1$, temos que $\rho = 1$ leva a $\delta = 0$. A estatística de teste é definida como:

$$\tau = \frac{\hat{\delta}}{\text{se}(\hat{\delta})}, \quad (3.11)$$

em que $\hat{\delta}$ é uma estimativa de mínimos quadrados de δ e $\text{se}(\hat{\delta})$ é a estimativa de seu erro padrão. Sob a hipótese nula, essa estatística de teste segue a distribuição Dickey-Fuller, cujos valores críticos foram obtidos por simulação e foram tabulados em [Dickey \(1976\)](#) e [Fuller \(1976\)](#). Desta forma, ao testarmos $\delta = 0$, estamos verificando a existência $\rho = 1$, o que significa que a série é não-estacionária

O modelo (3.9) pode ser expandido por uma constante ou uma tendência linear:

$$x_t = \alpha + \rho x_{t-1} + \epsilon_t, \quad (3.12)$$

$$x_t = \alpha + \beta t + \rho x_{t-1} + \epsilon_t. \quad (3.13)$$

No caso em que um componente não sistemático nos modelos DF é autocorrelacionado, o chamado teste Dickey-Fuller aumentado é construído (Dickey, Fuller, 1981). O modelo (3.9) é então transformado como:

$$\Delta x_t = \delta x_{t-1} + \sum_{i=1}^p \gamma_i \Delta x_{t-i} + \epsilon_t, \quad (3.14)$$

e a seguinte equação é usada para calcular a estatística do teste ADF:

$$\tau = \frac{\hat{\delta}}{\text{se}(\hat{\delta})}. \quad (3.15)$$

Um problema prático deste teste é a escolha das defasagens p . Os próximos passos são os mesmos do teste DF. [Schwert \(1989\)](#) sugere escolher a defasagem máxima $p_{\max} = 12(T/100)^{1/4}$, porque se p for muito baixo, o teste será afetado pela autocorrelação e, se p for muito alto, o poder do teste será reduzido. O modelo (3.14) também pode ser expandido por uma constante ou tendência linear. Então, testes baseados no seguinte modelo são usados:

$$\Delta x_t = \delta x_{t-1} + \sum_{i=1}^p \gamma_i \Delta x_{t-i} + \eta_t + \epsilon_t, \quad (3.16)$$

em que η_t , para $p = 0, 1$, contém as partes determinísticas dos modelos mencionados acima.

A distribuição limite das estatísticas de teste é idêntica à distribuição das estatísticas do teste DF e para $T \rightarrow \infty$ é tabulada em [Dickey \(1976\)](#) e [MacKinnon \(1991\)](#).

3.12 Teste de Phillips-Perron

Na verificação de raiz unitária de séries temporais geradas pelo processo com componente não sistemático autocorrelacionado e heterocedástico, frequentemente há um problema na seleção do lag p no modelo de regressão. [Phillips e Perron \(1988\)](#) lidaram com esse problema e, ao invés de descrever a estrutura de autocorrelação do processo gerador pelos modelos de autocorrelação correspondentes, eles utilizaram o teste de Dickey-Fuller padrão com estatísticas de teste modificadas não-parametricamente.

Este teste também é baseado nos modelos (3.9), (3.12) e (3.13) com a diferença que a tendência linear no último modelo é substituída por uma variável de tempo centralizada.

No entanto, os próximos passos diferem dos testes de Dickey-Fuller. Este teste não usa as equações diferenciadas para o cálculo das estatísticas de teste, mas deriva diretamente das Equações (3.9), (3.12) e (3.13).

As estatísticas de teste Z para o modelo com uma constante são escritas da seguinte forma ([Pesaran, 2015](#)):

$$Z_\alpha = t_{DF} - \frac{\hat{\gamma}}{\hat{s}_T}, \quad (3.17)$$

$$Z_t = t_{DF} - \frac{\hat{\gamma}}{\hat{s}_T \sqrt{T}}, \quad (3.18)$$

em que:

$$\hat{\gamma} = \frac{1}{T} \sum_{t=2}^T \hat{\epsilon}_t \hat{\epsilon}_{t-1},$$

t_{DF} é a estatística de teste do teste DF, s_T^2 é o estimador OLS da variância do componente não sistemático, $\hat{\gamma}$ é o estimador de máxima verossimilhança da covariância do componente não sistemático.

Se ϵ_t não for autocorrelacionado, então $\hat{s} = s_T$, a distribuição limite das estatísticas de teste t não depende dos parâmetros autorregressivos do processo ϵ_t . As estatísticas de teste Z são conseqüentemente reduzidas para as estatísticas de teste t_{DF} . O teste de Dickey-Fuller é, portanto, um caso especial dos testes não-paramétricos.

3.13 Teste DF-GLS

O teste DF-GLS (Augmented Dickey-Fuller Generalized Least Squares) foi desenvolvido por Elliott *et al.* (1996) como uma melhoria do teste ADF tradicional. O principal objetivo deste teste é aumentar o poder estatístico do teste de Dickey-Fuller aumentado, especialmente, em amostras pequenas. O teste ADF convencional pode ser ineficiente quando há tendências determinísticas nos dados, tornando os resultados menos confiáveis. Para superar essa limitação, o teste DF-GLS incorpora uma pré-transformação dos dados através de mínimos quadrados generalizados (GLS).

No procedimento do DF-GLS, os dados são primeiramente transformados para remover tendências determinísticas. Essa transformação é realizada ajustando a série temporal original x_t usando os coeficientes $\hat{\theta}$ obtidos de uma regressão OLS sobre as variáveis de tendência Z_t , que podem incluir uma constante e uma tendência linear:

$$x_t^* = x_t - \hat{\theta} \cdot Z_t \quad (3.19)$$

Com os dados transformados, estima-se uma regressão similar ao ADF tradicional, mas agora aplicada sobre as diferenças dos dados transformados. A fórmula para a regressão DF-GLS é:

$$\Delta x_t^* = \alpha x_{t-1}^* + \sum_{i=1}^k \beta_i \Delta x_{t-i}^* + \epsilon_t, \quad (3.20)$$

em que $\Delta x_t^* = x_t^* - x_{t-1}^*$ representa a primeira diferença dos dados transformados, enquanto k denota o número de defasagens incluídas para lidar com a autocorrelação serial nos resíduos. A estatística de teste deriva do parâmetro α , que é central para avaliar a presença de raiz unitária.

Finalmente, as hipóteses do teste DF-GLS são definidas como:

- $H_0 : \alpha = 0$ (indicando que a série possui uma raiz unitária);
- $H_1 : \alpha < 0$ (indicando que a série é estacionária).

O uso do DF-GLS aumenta a precisão na detecção de estacionaridade, especialmente quando comparado com o método de Dickey-Fuller original, devido à maneira mais eficaz com que as tendências determinísticas são tratadas.

Capítulo 4

Estudo de simulações

[Pesaran \(2015\)](#) e [Zivot e Wang \(2006\)](#) destacam que todos os testes de raiz unitária mencionados neste trabalho possuem uma limitação relacionada ao tamanho da série temporal analisada. No caso do teste ADF, [Dickey e Fuller \(1979\)](#) já estavam conscientes dessa questão desde o início. A descrição dos outros testes mencionados sugere que eles buscam corrigir as desvantagens do teste ADF relacionadas a essa questão.

O teste de Phillips-Perron é uma alternativa bastante comum ao ADF. Sua principal vantagem é ser um teste não-paramétrico, o que significa que não é preciso especificar o modelo e o parâmetro defasado na regressão do teste. Contudo, o teste PP baseia-se em teoria assintótica, ou seja, foi desenvolvido para identificar raízes unitárias em séries temporais longas, neste trabalho consideramos séries com mais de 500 observações como longas, o que nem sempre acontece na prática. Segundo [Pesaran \(2015\)](#), testes PP e ADF são considerados assintoticamente equivalentes.

[Pesaran \(2015\)](#) e [Zivot e Wang \(2006\)](#) apontam também outro problema que surge quando o parâmetro no processo $AR(1)$ está próximo de um. Nesse cenário, ambos os testes apresentam baixo poder de teste, o que leva a não rejeição de uma hipótese nula inválida. Ou seja, de acordo com a Definição 3.6, a série temporal é classificada como não estacionária do tipo $I(1)$, quando na verdade é estacionária do tipo $I(0)$, tornando a hipótese alternativa aplicável. De acordo com [Caner e Killian \(2001\)](#). Além disso, o poder do teste diminui quando uma tendência determinística linear é incluída no modelo de regressão do teste. Em contraste, o testes DF-GLS deveria resolver esse problema. No entanto, a complexidade em sua construção e a ausência de suporte em softwares estatísticos e econométricos dificultam sua utilização prática.

4.1 Simulação

Simulamos séries temporais utilizando um processo autorregressivo estacionário AR(1) sem constante, na forma $x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t$, em que $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$, para valores positivos do parâmetro ρ , ou seja, $\rho = 0.01, 0.02, \dots, 0.99$, que atendem à condição de estacionaridade do processo. Foram escolhidos 4 tamanhos de séries temporais, $T = 25, 50, 100$ e 500 .

No segundo passo, os testes de raiz unitária definidos em (3.11), (3.12) e (3.13) foram aplicados a essas séries temporais. Na Definição 3.8, o critério de comparação de sua eficácia é o poder do teste. Este critério é uma das características fundamentais observadas no teste de hipóteses estatísticas.

Na avaliação dos resultados, observamos em quantos casos um teste rejeita a hipótese nula $H_0 : \rho = 1$. Para obter o poder do teste, somamos os casos de rejeição e os dividimos pelo número de ensaios do teste.

Todos os testes foram conduzidos em um nível de significância de 5%. O estudo de simulação foi realizado usando o software estatístico R.

4.2 Comparação do poder do teste de raiz unitária

4.2.1 Teste ADF

A Figura 4.1 apresenta indícios de que o poder do teste para ADF é particularmente baixo no caso em que o parâmetro está próximo de 1.

Para séries temporais muito curtas, $T = 25$, o poder do teste diminui de maneira lenta em relação ao valor do parâmetro ρ . Ainda em relação a $T = 25$, como é evidente na Figura 4.1, o teste não é capaz de comprovar a estacionaridade mesmo para baixos valores de ρ , pois o valor máximo de poder do teste alcançado não ultrapassou 25%.

O desempenho do teste apresenta melhoras para séries temporais de comprimento $T = 50$, no entanto, ainda apresenta patamares baixos de poder do teste. Novamente, o poder do teste de ADF diminui gradualmente para valores mais altos desse parâmetro. No caso de séries temporais de comprimento $T = 100$, o poder do teste aumenta; aproxima-se de 1 até o valor $\rho = 0.05$ e então começa a diminuir. Parece claro que o poder do teste aumenta juntamente com o aumento do comprimento da série temporal, mas mesmo no caso de séries temporais com 500 observações, que identificam de forma única a estacionaridade para $\rho < 0.88$, seu Poder de Teste cai drasticamente para valores mais

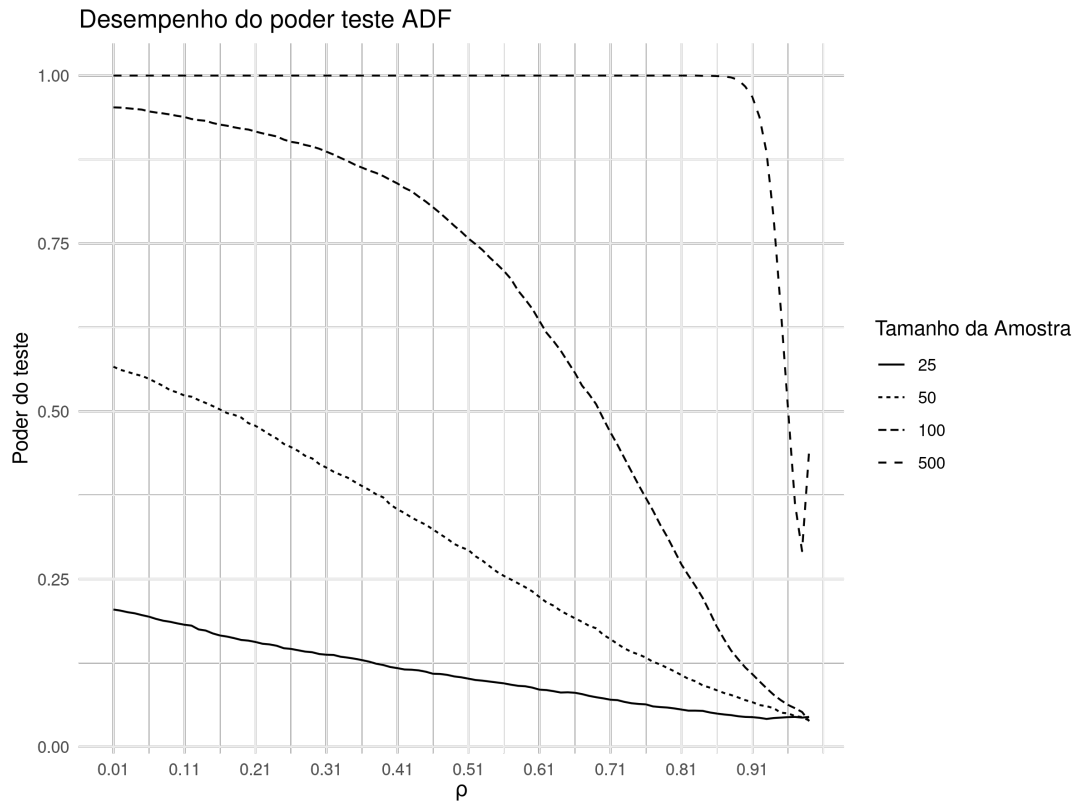


Figura 4.1: Desempenho do poder do teste de ADF

altos do parâmetro ρ .

4.2.2 Teste de PP

De acordo com a Seção 3.12, PP trata-se de um teste não paramétrico e esta característica justifica uma vantagem de desempenho quando comparado ao teste ADF.

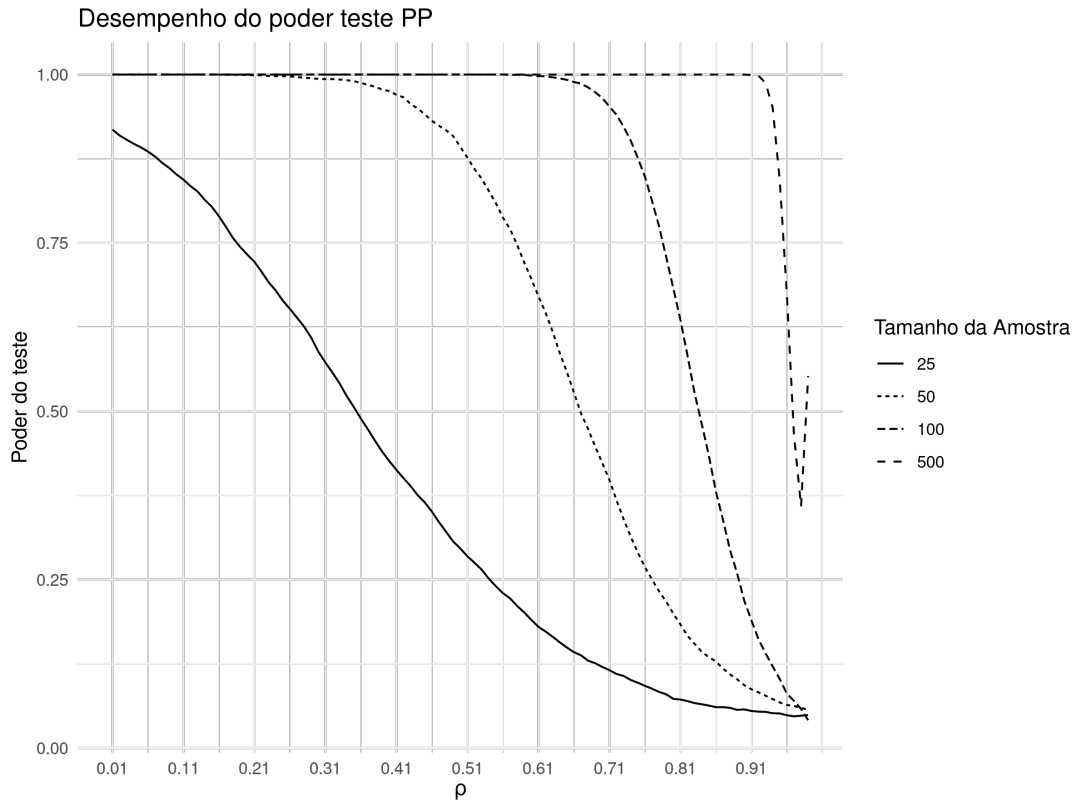


Figura 4.2: Desempenho do poder do teste de PP.

Na Figura 4.2, quando as séries temporais possuem comprimento $T = 25$, o poder do teste alcança patamares superiores, quando comparado ao ADF. No entanto, os resultados são bons apenas para os menores valores do parâmetro em que o poder do teste para $\rho < 0.06$ está acima de 80%. Para $T = 50$, o teste atinge 1 no caso de valores $\rho < 0.31$ e então diminui rapidamente. Quando a série temporal tem comprimento $T = 100$, o poder do teste consegue manter-se igual a 1 para mais valores de ρ . Especificamente, atinge o valor máximo para $\rho < 0.65$ e somente após este valor o poder começa a declinar. O teste torna-se muito confiável no caso de comprimentos $T = 500$. No entanto, similarmente ao teste ADF, a potência do teste declina rapidamente para valores de ρ próximos de 1.

4.2.3 Teste de DF-GLS

Na Figura 4.3, o teste DF-GLS apresenta aumento de poder de teste com o incremento do número de observações.

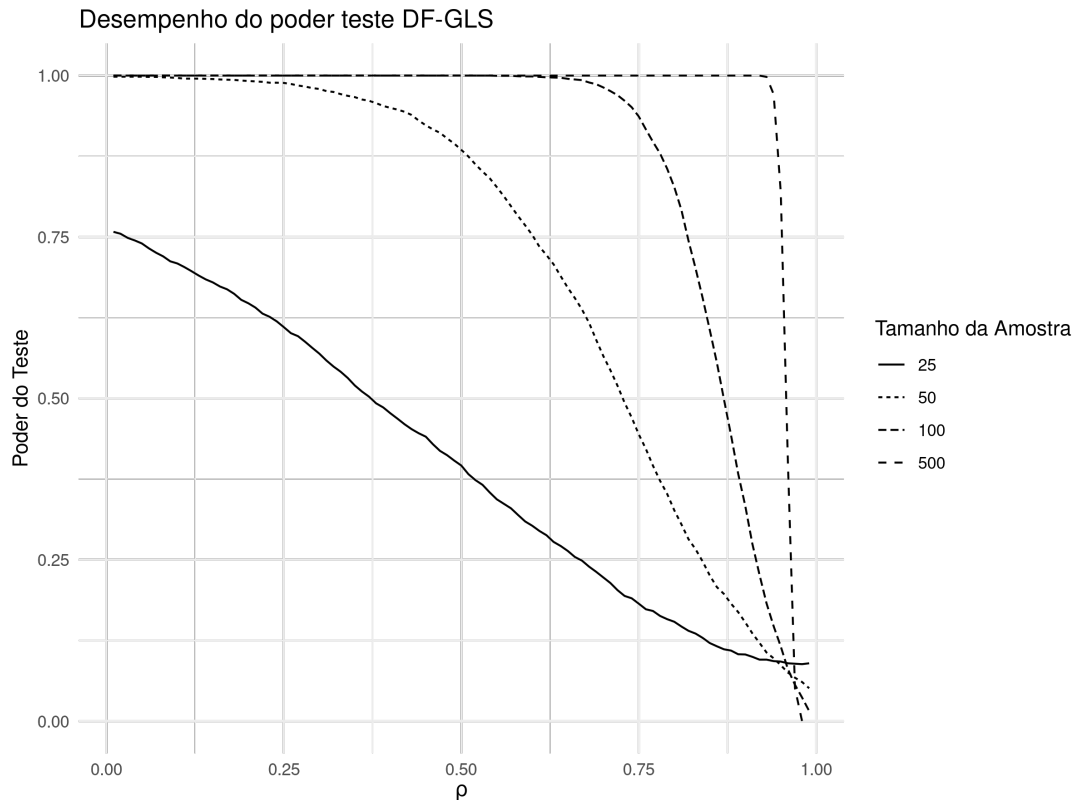


Figura 4.3: Desempenho do poder do teste de DF-GLS.

Para $T = 25$, o poder do teste não consegue alcançar valor igual 1, portanto, para este comprimento de série, o teste não apresenta bom desempenho. Por outro lado, o poder do teste aumenta com o crescimento do comprimento da série temporal. Quando $T = 50$, o poder atinge valor próximo a 1 para $0.12 < \rho$, com o aumento do valor do parâmetro, o poder reduz. No caso de comprimentos $T = 100$, o poder do teste é excelente para $0.01 < \rho < 0.62$, e, então, começa a cair novamente. Para séries temporais de comprimento $T = 500$, podemos observar uma maior capacidade de rejeitar a hipótese nula da raiz unitária também para valores mais altos do parâmetro ρ , o poder do teste aproxima-se de 1, mesmo para valores em torno de $\rho = 0.9$, embora, decline acentuadamente após este valor.

4.3 Comparação de desempenho de testes com comprimento de série fixado

Nesta seção, comparamos os testes individuais de acordo com sua capacidade de determinar a presença de raiz unitária ou estacionaridade para diferentes comprimentos de séries temporais.

4.3.1 Séries temporais muito curtas $T = 25$

Primeiramente, foram comparados os testes para séries temporais de comprimento $T = 25$.

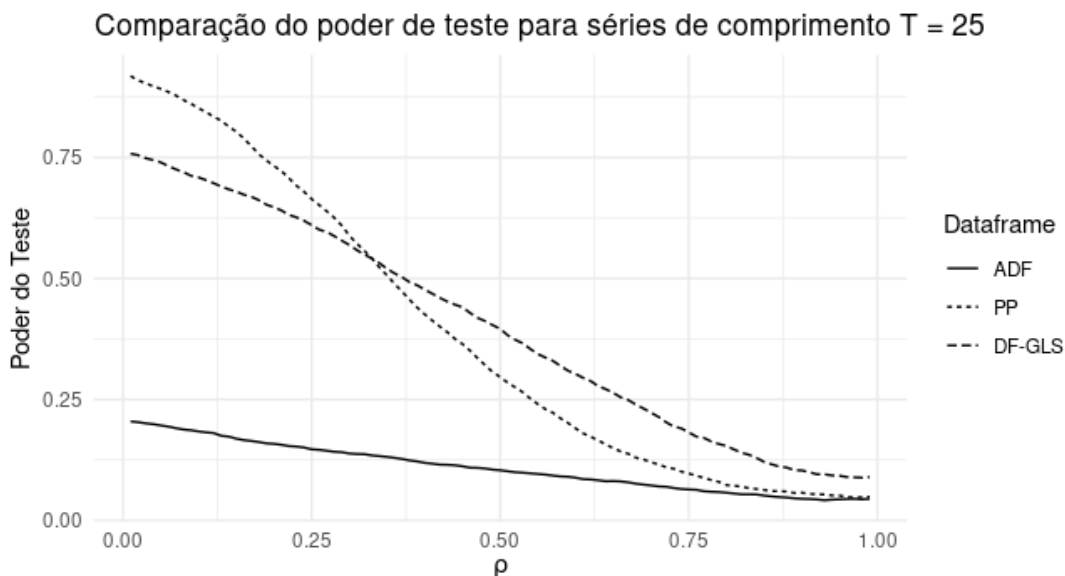


Figura 4.4: Desempenho do poder dos testes de raiz unitária aplicados a séries de comprimento com 25 observações.

Conforme evidenciado na Figura 4.4, o poder da maioria dos testes aparenta ser bastante baixa. Para $\rho < 0.82$, a ordem dos testes com base em seu poder é a seguinte: PP, DF-GLS e ADF, sendo que o poder de ADF é bastante reduzido. No intervalo de $0.25 < \rho < 0.50$, as funções de poder do teste se cruzam e, para valores mais elevados desse parâmetro, a ordem dos testes é: DF-GLS, PP, ADF.

4.3.2 Séries temporais de comprimento médio a longo $T = 50$

A Figura 4.5 apresenta a potência dos testes para ($T = 50$). Para este comprimento, alguns dos testes alcançam valores próximos de 1, como é o caso dos testes ADF e PP.

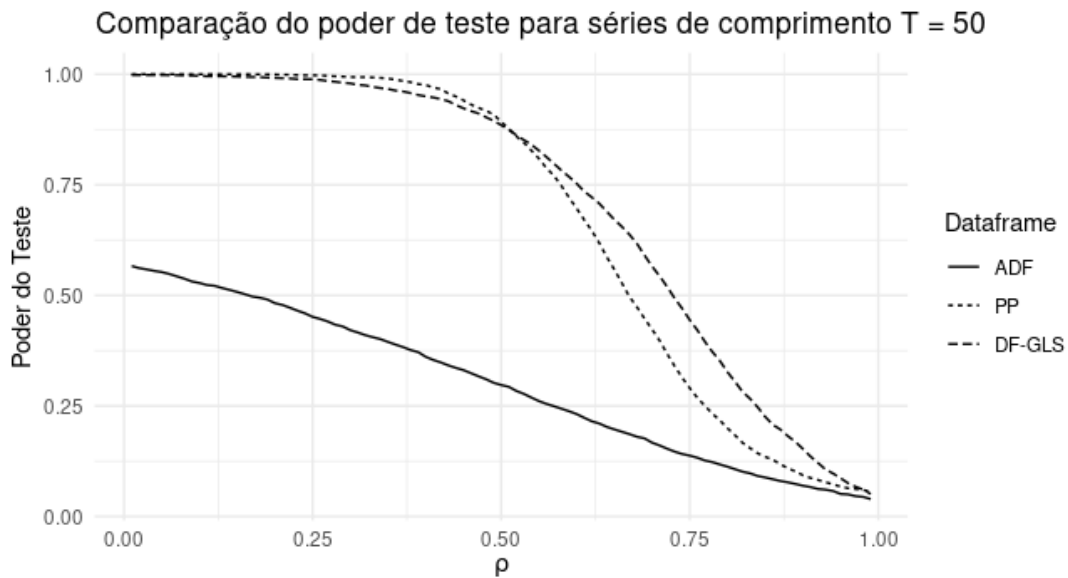


Figura 4.5: Desempenho do poder dos testes de raiz unitária aplicados a séries de comprimento com 50 observa es.

As fun es de poder dos testes de PP e DF-GLS são muito semelhantes e declinam rapidamente a partir do valor do parâmetro $\rho = 0.5$. Inicialmente, melhores resultados são alcançados pelo teste PP, mas a ordem se inverte em $\rho = 0.5$, com o teste DF-GLS apresentando resultados ligeiramente superiores. Dentre todos os testes, o que apresentou pior desempenho em todo domínio de ρ foi ADF, não atingindo 70%. Para valores mais elevados do parâmetro ρ , a ordem dos testes  : DF-GLS, PP, ADF. A ordem é a mesma que para $T = 25$.

4.3.3 Séries temporais longas $T = 100$

Na Figura 4.6 assim como para os comprimentos menores, também neste caso os testes PP e DF-GLS alcançam os melhores resultados para pequenos valores do parâmetro ρ . O poder de ambos os testes é igual a 1 para $\rho < 0.62$. Após esse ponto, ocorre um declínio acentuado.

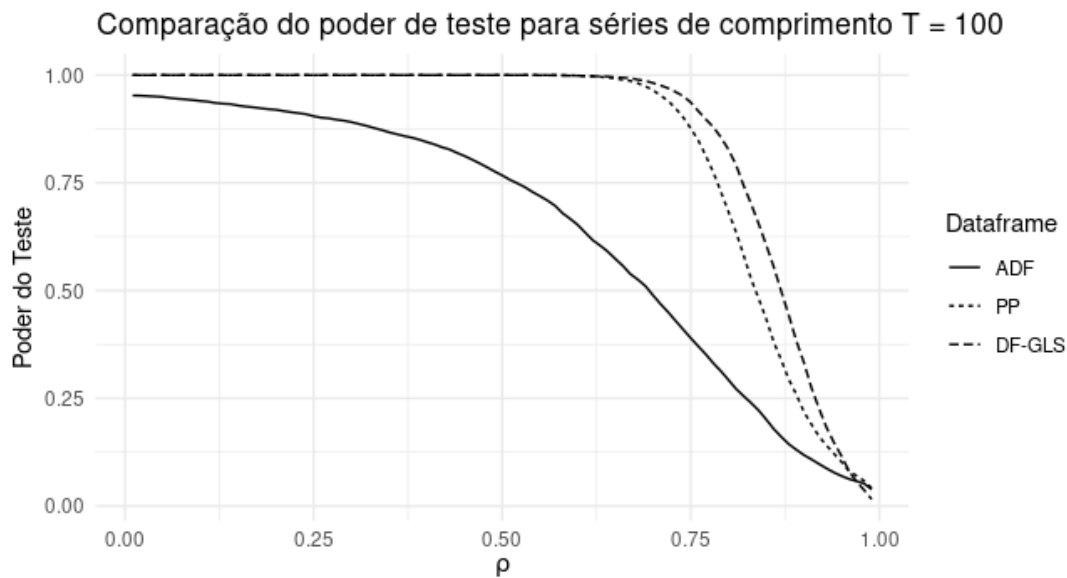


Figura 4.6: Desempenho dos testes de raiz unitária aplicado a séries de comprimento com 100 observações.

Também é importante constatar a elevação do patamar do poder do teste de ADF com o aumento de observações da série, quando comparado a séries menores ($T = 25$ e $T = 50$).

4.3.4 Séries temporais longas $T = 500$

Na Figura 4.7 há evidências de que os resultados de todos os testes para séries temporais de comprimento $T = 500$ são muito bons, pois o poder do teste é igual a 1 para valores de $\rho = 1$.

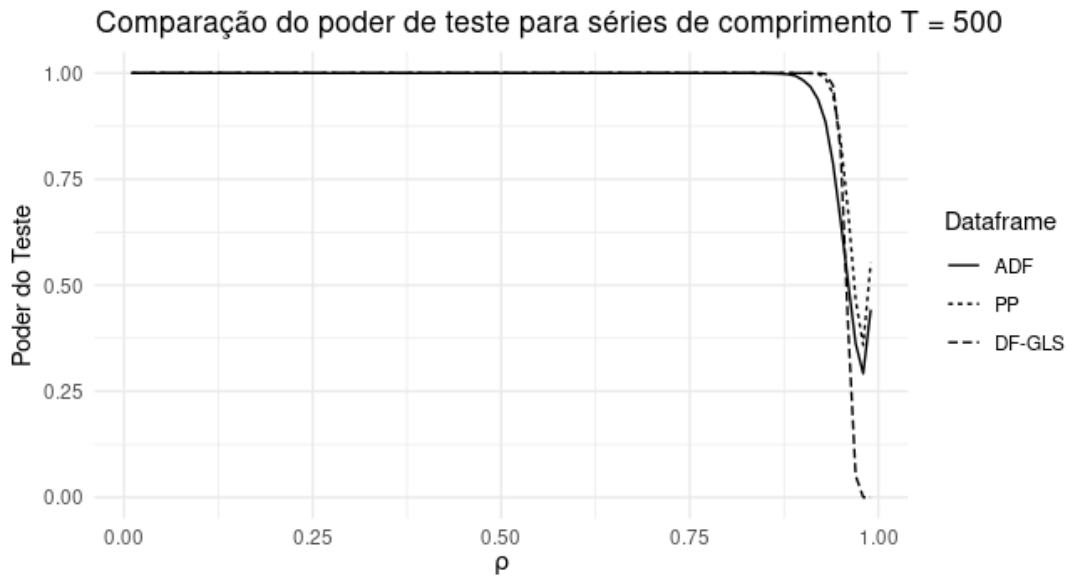


Figura 4.7: Desempenho dos testes de raiz unitária aplicado a séries de comprimento com 500 observações.

As funções de poder têm uma forma bastante similar. Diferenciam-se para valores de $\rho > 0.98$.

Capítulo 5

Conclusão

O objetivo deste trabalho foi avaliar o desempenho de diferentes testes de raiz unitária em séries temporais gerados em um processo $AR(1)$, com foco nos testes Dickey-Fuller-Aumentado (ADF), Phillips-Perron (PP) e Dickey-Fuller Generalized Least Squares (DF-GLS). Esses testes foram analisados quanto à sua capacidade de identificar corretamente a presença ou ausência de raiz unitária em séries temporais de diferentes comprimentos.

Conforme detalhado no Capítulo 3, cada teste possui características específicas que determinam sua aplicabilidade e eficácia. O teste ADF baseia-se em um modelo autoregressivo, enquanto o teste PP ajusta estatísticas de teste de forma não paramétrica para lidar com autocorrelações e heterocedasticidade. Já os DF-GLS utiliza transformação por mínimos quadrados generalizados para aumentar sua potência.

Na etapa de simulação, geramos séries temporais por meio de um processo autoregressivo estacionário $AR(1)$. Este modelo foi escolhido para criar diferentes condições de teste aplicando parâmetros ρ variáveis, de modo a analisar a manutenção de estacionariedade nas séries.

Os resultados apresentados em 4.2, relacionados aos baixos patamares de poder de teste atingidos, oferecem indícios de que, para pequenas séries temporais $T = 25$, nenhum teste apresentou bom desempenho, pois em nenhum valor de ρ atingiu-se poder de teste igual a 1.

Na comparação de desempenho com comprimento de série fixado, o teste PP manteve desempenho consistente, sendo superado pelo DF-GLS em séries mais longas, tamanhos com 100 e 500 observações. O teste ADF, inicialmente, apresentou menor potência, mas melhorou com o aumento do comprimento da série, especialmente para $T = 500$.

Em síntese, conforme o número de observações da série temporal aumenta, a perfor-

mance dos testes melhora significativamente. O teste DF-GLS mostrou-se superior em séries mais extensas, seguido pelo PP. A ordem dos testes com melhor desempenho em séries temporais longas foi: DF-GLS, PP e ADF. Essa análise fornece aprendizados valiosos para a escolha adequada de testes de raiz unitária conforme o contexto da pesquisa e o tamanho das observações disponíveis.

Com base nos resultados e na análise realizada, é possível fazer recomendações específicas para a escolha dos testes de raiz unitária dependendo do tamanho das séries temporais. Para séries curtas, com ($T = 25$), recomenda-se cautela ao utilizar qualquer um dos testes, pois nenhum demonstrou um desempenho satisfatório, atingindo poder de teste igual a 1 em qualquer configuração de ρ . Para tamanhos intermediários, como ($T = 100$), o teste Phillips-Perron (PP) se destacou pela consistência de seus resultados, embora o teste DF-GLS tenha começado a mostrar melhor desempenho. Assim, para séries desse tamanho, o PP deve ser preferido, mas com uma consideração atenta de que o DF-GLS pode ser uma alternativa viável se a potência for incrementada em simulações adicionais. Por fim, para séries longas, especialmente com ($T = 500$), a recomendação é utilizar o teste DF-GLS, que comprovou ser o mais eficaz, superando o teste PP. O teste ADF, embora inicialmente menos potente, também se mostrou mais robusto à medida que o comprimento da série aumentou, por isso, pode ser considerado em análises adicionais onde o foco está em séries de tamanho maior, desde que se esteja ciente de suas limitações iniciais. O entendimento das características de cada teste em relação ao tamanho da série é crucial para garantir a robustez e a validade das conclusões obtidas.

Referências Bibliográficas

- Box, G. E. e Jenkins, G. M. (1970). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Holden-Day.
- Box, G. E., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C. e Ljung, G. M. (2015). *Time series analysis: forecasting and control*. John Wiley & Sons.
- Cohen, J. (1988). *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences*. Routledge.
- Dickey, D. A. (1976). *Estimation and Hypothesis Testing in Nonstationary Time Series*. Tese de doutorado, Iowa State University.
- Dickey, D. A. e Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, **74**(366a), 427–431.
- Elliott, G., Rothenberg, T. J. e Stock, J. H. (1996). Efficient tests for an autoregressive unit root. *Econometrica*, **64**(4), 813–836.
- Fuller, W. A. (1976). *Introduction to Statistical Time Series*. John Wiley Sons, New York.
- Morettin, P. A. e Tolo, C. M. C. (2006). *Análise de Séries Temporais*. EDUSP.
- Pesaran, M. H. (2015). *Time Series and Panel Data Econometrics*. Oxford University Press.
- Phillips, P. C. B. e Perron, P. (1988). Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, **75**(2), 335–346.
- Schwert, G. W. (1989). Tests for unit roots: A monte carlo investigation. *Journal of Business & Economic Statistics*, **7**(2), 147–159.

Shumway, R. H. e Stoffer, D. S. (2017). *Time Series Analysis and Its Applications: With R Examples*. Springer.

Zivot, E. e Wang, J. (2006). Modelling financial time series with s-plus. Em *Modelling Financial Time Series with S-PLUS*, páginas 1–39. Springer.

Apêndice A

Código em R para elaborar desempenho dos testes de raízes unitárias

```
# Carregando bibliotecas necessárias
library(tseries) # Usada para testes de raiz unitária, como o ADF
library(urca)    # Fornece funções adicionais para testes de raiz unitária, como o
library(ggplot2) # Usada para criar gráficos sofisticados

# Função para simular uma série temporal AR(1)
simular_AR1 = function(parametro_modelo, tamanho_serie, semente, tendencia = TRUE)
  set.seed(semente) # Define uma semente para ter reprodutibilidade
  y = numeric(tamanho_serie) # Cria um vetor numérico para armazenar a série tempo
  epsilon = rnorm(tamanho_serie) # Gera ruído branco

# Loop para gerar a série usando o modelo AR(1)
for (t in 2:tamanho_serie) {
  if (tendencia){
    y[t] = 0.01 * t + parametro_modelo * y[t-1] + epsilon[t] # Com tendência
  } else {
    y[t] = parametro_modelo * y[t-1] + epsilon[t] # Sem tendência
  }
}
```

```
    return(y)
  }

# Função para executar experimentos de simulação
experimento = function(ensaios, nome_teste = 'ADF', tendencia = c(TRUE, FALSE)) {

  # Gera vetor de parâmetros para o modelo AR(1)
  primeiro_phi = 0.01
  ultimo_phi   = 0.99
  phi = unique(sort(seq(primeiro_phi, ultimo_phi, by = 0.01))) # Valores de phi de 0.01

  tamanhos_series = sort(c(25, 50, 100, 500)) # Diferentes tamanhos de série

  # Matriz para armazenar o número total de rejeições da hipótese nula
  total_rejeicoes <- matrix(0, nrow = length(phi), ncol = length(tamanhos_series))

  linha = 1
  for (valor_phi in phi) {
    coluna = 1
    for (tamanho in tamanhos_series) {

      rejeicoes = 0 # Contador de rejeições para este parâmetro e tamanho

      for (ensaio in 1:ensaios) {

        # Simulação da série temporal
        serie = simular_AR1(parametro_modelo = valor_phi,
                           tamanho_serie = tamanho,
                           semente = ensaio)

        # Realiza o teste definido em nome_teste
        if (nome_teste == 'ADF' | nome_teste == 'PP'){
```

```
# Teste de Dickey-Fuller Aumentado
if (nome_teste == 'ADF'){
  resultado_teste = adf.test(serie)
  pvalor = resultado_teste$p.value
}

# Teste de Phillips-Perron
else if (nome_teste == 'PP'){
  resultado_teste = PP.test(serie)
  pvalor = resultado_teste$p.value
}

# Verifica se o p-valor é menor que 0.05 para rejeitar a hipótese nula
if (pvalor < 0.05) {
  rejeicoes = rejeicoes + 1
}
}

# Teste de DF-GLS
if (nome_teste == 'DF-GLS'){
  resultado_teste = ur.ers(serie,
                           type = "DF-GLS",
                           model = 'constant',
                           lag.max = 1)

# Valor da estatística do teste
  statistic_value <- resultado_teste@teststat

# Valores críticos
  critical_values <- resultado_teste@cval

# Compara o valor estatístico com o valor crítico
  if (statistic_value < critical_values[2]) {
```

```
        rejeicoes = rejeicoes + 1
    }
}

# Armazena o número de rejeições na matriz
total_rejeicoes[linha, coluna] = rejeicoes
coluna = coluna + 1
}
linha = linha + 1
}

# Calcula o poder dos testes
poder = total_rejeicoes / ensaios

return(poder)
}

# Função para gerar gráficos de poder dos testes
grafico_poder_tamanhos_amostrais = function(teste, nome_teste = c('ADF', 'PP', 'DF-GLS'))

# Criação do dataframe para o gráfico
dados <- data
```