

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEMEC - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
ENGENHARIA MECÂNICA

GABRIEL ALVES MARQUES

**APLICAÇÃO DE PERFIS DE ESTRADA NA SIMULAÇÃO DE
SUSPENSÕES VEICULARES: UMA ABORDAGEM BASEADA NA
ISO 8608**

SÃO CARLOS
2024

GABRIEL ALVES MARQUES

**APLICAÇÃO DE PERFIS DE ESTRADA NA SIMULAÇÃO DE
SUSPENSÕES VEICULARES: UMA ABORDAGEM BASEADA NA
ISO 8608**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao DEMec -
Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade
Federal de São Carlos, como requisito parcial para obtenção
do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Mariano Eduardo Moreno

SÃO CARLOS
2024

Dedico este trabalho aos meus amados pais,
Fabio e Margareth, meus irmãos, Lucas e
Rafael, e à minha namorada, Laura.

Agradecimentos

Agradeço a Deus por estar aqui e ter me concedido saúde e paciência para completar este marco na minha vida.

Aos meus pais, Fabio e Margareth, por sempre acreditarem em mim e me apoiarem incondicionalmente. A vocês, que me deram força nos momentos mais desafiadores e me incentivaram a seguir em frente, meu eterno agradecimento.

Aos meus irmãos, Lucas e Rafael, cuja determinação e apoio constante me inspiraram a buscar sempre o melhor e a seguir meus sonhos com coragem e determinação.

À minha namorada, Laura Muriel, que esteve ao meu lado durante toda a minha trajetória na graduação, oferecendo apoio, carinho e sábios conselhos. Sua presença fez toda a diferença nesta jornada.

Aos meus professores, Mariano Eduardo e Vitor Ramos, por seus ensinamentos que foram além das salas de aula. Suas orientações e a maneira inspiradora com que compartilharam o conhecimento acenderam em mim uma paixão genuína pela engenharia, motivando-me a continuar aprendendo e evoluindo.

Aos meus grandes amigos e irmãos que a graduação me presenteou, Felipe Ayosa e Henrique Sacilotte, que sempre estiveram ao meu lado, dando apoio e tornando essa caminhada mais leve e divertida. Sem vocês, esta experiência não teria sido a mesma.

A toda a Equipe Dinamo E-Racing, minha profunda gratidão pelos desafios que enfrentamos juntos e pelas vitórias que conquistamos. Cada obstáculo superado fortaleceu meu compromisso com a engenharia e me proporcionou experiências que levarei para toda a vida.

Aos amigos que encontrei no Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de São Carlos, que, mesmo de passagem, deixaram marcas que jamais serão esquecidas. Obrigado por contribuírem para o meu crescimento pessoal e profissional.

"Engenharia é a arte de organizar e dirigir o uso das forças da natureza para os fins da humanidade." - Henry Gordon Stott



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA - CCEMec/CCET

Rod. Washington Luís km 235 - SP-310, s/n - Bairro Monjolinho, São Carlos/SP, CEP 13565-905

Telefone: (16) 33519703 - <http://www.ufscar.br>

DP-TCC-ADP nº 35/2024/CCEMec/CCET

Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso

Ata da Defesa Pública (GDP-TCC-ADP)

Aos dezessete dias do mês de setembro de 2024, por meio de videoconferência, realizou-se a Defesa Pública do Trabalho de Conclusão de Curso do estudante **Gabriel Alves Marques** do Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de São Carlos – Campus São Carlos, devidamente matriculado na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso, perante a Banca Examinadora, composta pelos Professores **Mariano Eduardo Moreno**, **Sérgio Henrique Evangelista** e **Vitor Ramos Franco**

segundo o estabelecido nas Normas para apresentação de Trabalho de Conclusão do Curso.

Após a apresentação e arguições, a Banca deliberou, segundo os critérios estabelecidos nas normas supracitadas:

Nome do Docente	Função	Nota
Mariano Eduardo Moreno	Orientador	9,0
Sérgio Henrique Evangelista	Membro da Banca 1	9,0
Vitor Ramos Franco	Membro da Banca 2	9,0

Com isso, o Trabalho foi considerado aprovado, com nota final 9,0 .

São Carlos, 17 de setembro de 2024.



Documento assinado eletronicamente por **Mariano Eduardo Moreno, Docente**, em 17/09/2024, às 16:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Vitor Ramos Franco, Docente**, em 17/09/2024, às 16:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Sergio Henrique Evangelista, Docente**, em 17/09/2024, às 16:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufscar.br/autenticacao>, informando o código verificador **1583368** e o código CRC **70DF5FDB**.

Referência: Caso responda a este documento, indicar expressamente o Processo nº 23112.028243/2024-26

SEI nº 1583368

Modelo de Documento: Grad: Defesa TCC: Ata, versão de 02/Agosto/2019

RESUMO

MARQUES, Gabriel. APLICAÇÃO DE PERFIS DE ESTRADA NA SIMULAÇÃO DE SUSPENSÕES VEICULARES: UMA ABORDAGEM BASEADA NA ISO 8608 . 2024. 59 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Engenharia Mecânica, Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2024.

Diante da necessidade da equipe Dinamo E-Racing de uma ferramenta que auxilie no desenvolvimento e simulação do sistema de suspensão, este trabalho tem como objetivo desenvolver um programa capaz de fornecer aos softwares de simulação inputs relacionados às irregularidades do asfalto. Para alcançar esse objetivo, foi utilizado o MATLAB para modelar um sistema de 1/4 de carro e gerar perfis de asfalto aleatórios, baseados na norma ISO 8608, que classifica a rugosidade de pavimentos. Além disso, foi calculada a Densidade Espectral de Potência (PSD), que permite uma análise detalhada das características vibracionais do veículo ao passar por diferentes tipos de pavimento. Este trabalho apresenta o desenvolvimento e a análise de um modelo de simulação para estudar o comportamento dinâmico de um veículo utilizando o modelo de 1/4 de carro, em conformidade com a norma ISO 8608, que classifica a rugosidade de pavimentos. A metodologia adotada inclui a parametrização de diferentes perfis de estrada, gerados para representar condições realistas de rodagem, como as encontradas em competições de Fórmula SAE. O modelo proposto permite a análise da resposta dinâmica do sistema de suspensão, focando na massa não suspensa (roda). Utilizando o MATLAB, foram desenvolvidos algoritmos para a geração de perfis de estrada aleatórios e para a simulação da resposta do modelo de 1/4 de carro. A partir das simulações, verificou-se que os perfis gerados estão em conformidade com as características estipuladas pela classe de rugosidade B da norma ISO 8608. A análise da Densidade Espectral de Potência (PSD) permitiu identificar as frequências críticas que podem causar ressonâncias indesejadas, orientando ajustes no sistema de suspensão para melhorar o desempenho do veículo e a segurança nas condições de competição. Os resultados mostraram que o sistema de suspensão é eficaz em atenuar vibrações de alta frequência. A análise comparativa entre diferentes perfis de estrada da mesma classe indicou uma consistência nas respostas vibracionais, sugerindo que as conclusões deste estudo podem ser generalizadas para outras condições de rodagem semelhantes. Por fim, o estudo propõe a validação futura dos modelos através de testes experimentais com o protótipo em condições reais de competição e a aplicação dos dados de PSD em simulações mais avançadas para otimizar ainda mais o design do sistema de suspensão.

Palavras-chave: Formula SAE, Densidade Espectral de Potência (PSD), Norma ISO 8608, Modelo de 1/4 de carro, Rugosidade de estrada.

ABSTRACT

MARQUES, Gabriel. Final Work Template. 2024. 59 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Engenharia Mecânica, Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2024.

Given the need of the Dinamo E-Racing team for a tool to assist in the development and simulation of the suspension system, this work aims to develop a program capable of providing simulation software with inputs related to road surface irregularities. To achieve this goal, MATLAB was used to model a 1/4 car system and generate random road profiles based on ISO 8608, the standard for road surface roughness classification. Additionally, the Power Spectral Density (PSD) was calculated to provide a detailed analysis of the vehicle's vibrational characteristics as it traverses different types of pavement. This work presents the development and analysis of a simulation model to study the dynamic behavior of a vehicle using a quarter-car model, in accordance with ISO 8608, which classifies pavement roughness. The adopted methodology includes the parameterization of different road profiles, generated to represent realistic driving conditions, such as those encountered in Formula SAE competitions. The proposed model allows for the analysis of the dynamic response of the suspension system, focusing on the unsprung mass (wheel). Using MATLAB, algorithms were developed for generating random road profiles and simulating the response of the quarter-car model. The simulations confirmed that the generated profiles comply with the characteristics specified for roughness class B of the ISO 8608 standard. The Power Spectral Density (PSD) analysis helped identify critical frequencies that could cause undesirable resonances, guiding adjustments in the suspension system to enhance vehicle performance and safety under competitive conditions. The results demonstrated that the suspension system is effective in attenuating high-frequency vibrations. Comparative analysis between different road profiles of the same class indicated consistency in vibrational responses, suggesting that the conclusions of this study can be generalized to other similar driving conditions. Finally, the study proposes future validation of the models through experimental tests with the prototype under real competition conditions and the application of PSD data in more advanced simulations to further optimize the suspension system design.

Keywords: Formula SAE, Power Spectral Density (PSD), ISO 8608 Standard, Quarter-Car Model, Road Roughness.



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA - CCEMec/CCET

Rod. Washington Luís km 235 - SP-310, s/n - Bairro Monjolinho, São Carlos/SP, CEP 13565-905

Telefone: (16) 33519703 - <http://www.ufscar.br>

DP-TCC-FA nº 36/2024/CCEMec/CCET

Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso

Folha Aprovação (GDP-TCC-FA)

FOLHA DE APROVAÇÃO

GABRIEL ALVES MARQUES

APLICAÇÃO DE PERFIS DE ESTRADA NA SIMULAÇÃO DE SUSPENSÕES VEICULARES: UMA ABORDAGEM BASEADA NA ISO 8608

Trabalho de Conclusão de Curso

Universidade Federal de São Carlos – Campus São Carlos

São Carlos, 17 de setembro de 2024

ASSINATURAS E CIÊNCIAS

Cargo/Função	Nome Completo
Orientador	Mariano Eduardo Moreno
Membro da Banca 1	Sérgio Henrique Evangelista
Membro da Banca 2	Vitor Ramos Franco



Documento assinado eletronicamente por **Mariano Eduardo Moreno, Docente**, em 17/09/2024, às 16:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Vitor Ramos Franco, Docente**, em 17/09/2024, às 16:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Sergio Henrique Evangelista, Docente**, em 17/09/2024, às 16:17, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufscar.br/autenticacao>, informando o código verificador **1583369** e o código CRC **DB9B5DD7**.

Referência: Caso responda a este documento, indicar expressamente o Processo nº 23112.028243/2024-26

SEI nº 1583369

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Renderização do protótipo desenvolvido	15
Figura 2 – Esquema de Suspensão	16
Figura 3 – a) Suspensão dependente; b) Suspensão Independente	19
Figura 4 – Mola Helicoidal	20
Figura 5 – Representação esquemática do modelo matemático da mola linear . . .	21
Figura 6 – Amortecedor	21
Figura 7 – Representação esquemática do modelo matemático do amortecedor linear	22
Figura 8 – Tipos de representações matemáticas do pneu	23
Figura 9 – Representação do modelo de 1/4 de carro	26
Figura 10 – Representação do perfil de asfalto	28
Figura 11 – Série de Fourier	28
Figura 12 – Classificação da ISO	32
Figura 13 – Perfis de estrada segundo ISO	33
Figura 14 – DCL da massa suspensa	36
Figura 15 – DCL da massa não suspensa	36
Figura 16 – Comparação entre a PSD do perfil gerado e a PSD definida pela norma ISO 8608 para a Classe B.	44
Figura 17 – PSD do Perfil de Estrada para Classe B no Domínio Espacial	45
Figura 18 – Perfil de Estrada Gerado Aleatoriamente para a Classe de Rugosidade B	46
Figura 19 – Curva típica de Velocidade do Veículo Formula SAE	47
Figura 20 – Perfil de Deslocamento Temporal	48
Figura 21 – Saídas do modelo	49
Figura 22 – Saídas do modelo	50
Figura 23 – PSD em m^2/Hz para a Resposta da Massa Não Suspensa.	51
Figura 24 – PSD em G^2/Hz para a Resposta da Massa Não Suspensa.	52
Figura 25 – Comparação das PSDs das Respostas da Roda para Diferentes Perfis de Classe B.	53
Figura 26 – Curva de caracterização.	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classificação paramétrica para rugosidade de estrada segundo ISO . . .	31
Tabela 2 – Tabela de pontos para caracterização	55

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PSD	<i>Power Spectral Density</i>
SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i>
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
DCL	Diagrama de Corpo Livre
EDO	Equações Diferenciais Ordinárias
RMS	<i>Root mean square</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
ASTM	<i>American Society of Testing and Materials</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

s	Segundos
N	Newton
m	Metros
t	Variável de tempo [s]
F_k	Força de reação da mola [N]
k	Coefficiente de rigidez da mola [N/m]
x	Deslocamento linear [m]
F_B	Força de reação do amortecedor [N]
B	Coefficiente de amortecimento do amortecedor [N*s/m]
\dot{x}	Velocidade linear [m/s]
\ddot{x}	Aceleração [m/s^2]
\dot{y}	Velocidade linear no eixo Y [m/s]
\ddot{y}	Aceleração no eixo Y [m/s^2]
Hz	Heartz
f	Frequência [Hz]
$S_g(\Omega_0)$	Densidade espectral de potência
Ω	Frequência espacial
\mathcal{L}	Laplace
ϕ_i	Fase aleatória
G	Aceleração da gravidade

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	15
1.1 MOTIVAÇÃO	16
1.2 OBJETIVOS	16
2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
2.1 SISTEMA DE SUSPENSÃO	18
2.2 ELEMENTOS DA SUSPENSÃO	19
2.2.1 MOLA	19
2.2.2 AMORTECEDOR	21
2.2.3 PNEU	22
2.3 ESTUDO DA DINÂMICA VEICULAR	23
2.3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA	24
2.3.2 MODELO DE 1/4 DE CARRO	25
2.4 VIBRAÇÕES ALEATÓRIAS	26
2.4.1 ANÁLISE NO DOMÍNIO DO TEMPO	26
2.4.2 SÉRIE DE FOURIER	27
2.4.3 TRANSFORMADA DE FOURIER	28
2.4.4 DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA - PSD	29
2.5 PERFIS DE RUGOSIDADE DE ESTRADA	30
2.6 TRABALHOS RELACIONADOS	32
3 – METODOLOGIA	35
3.1 DESENVOLVIMENTO DO MODELO DE 1/4 DE CARRO	35
3.1.1 MODELAGEM MATEMÁTICA	35
3.1.2 RELAÇÕES MATEMÁTICAS	36
3.1.3 DESENVOLVIMENTO DO MODELO	37
3.2 PARAMETRIZAÇÃO DO PERFIL DE RUGOSIDADE DA ESTRADA	39
3.2.1 GERAÇÃO DE PERFIS DE ESTRADA	41
3.3 APLICAÇÃO DOS PERFIS DE ESTRADA NO MODELO DE 1/4 DE CARRO	42
3.4 ANÁLISE DA DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA (PSD)	43
3.4.1 VALIDAÇÃO DO MODELO DE PARAMETRIZAÇÃO	43
3.4.2 APLICAÇÃO DA ENTRADA NO MODELO	43
3.4.3 ANÁLISE DA PSD E DE FREQUÊNCIA	43
4 – RESULTADOS	45

4.1	PERFIS DE ESTRADA GERADOS	45
4.2	RESPOSTA DO SISTEMA DE 1/4 DE CARRO	48
4.3	ANÁLISE DA PSD	50
4.4	ANÁLISE DE PDS PARA VÁRIOS PERFIS	53
5	– CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO	56
5.1	PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	57
	REFERÊNCIAS	58

1 INTRODUÇÃO

A competição Formula SAE Brasil foi estabelecida em 2004 pela Sociedade de Engenheiros Automotiva (2024) (SAE) com o propósito de desafiar os estudantes de Engenharia de todo o Brasil a desenvolverem protótipos de alta performance no estilo fórmula (Figura 1). Conduzido por uma equipe com estrutura muito semelhante à de uma empresa real, o projeto deve respeitar um regulamento rigoroso. Neste evento, os participantes têm a oportunidade de aplicar na prática os conhecimentos adquiridos ao longo da graduação.

Figura 1 – Renderização do protótipo desenvolvido



Fonte: Autor (2024)

Durante a competição os veículos passam por diversas provas e avaliações, sendo estas de caráter administrativos e técnicos. No escopo das avaliações técnicas, as equipes são classificadas quanto ao projeto estático e dinâmico do carro.

Nesse contexto, o sistema de suspensão (Figura 2), desempenha um papel fundamental no projeto, interligando a massa suspensa, chassi, e a massa não suspensa do veículo, como as rodas. Esse sistema é responsável por amortecer as vibrações resultantes das irregularidades do asfalto, garantindo que as forças geradas pelas imperfeições da estrada sejam adequadamente absorvidas e distribuídas. A eficiência do sistema de suspensão é crucial para reduzir a transmissão de vibrações para o restante dos componentes mecânicos, assegurando assim o conforto e a segurança do veículo. Dada a importância desse sistema, a análise detalhada de seu comportamento sob diferentes perfis de asfalto, através de simulações computacionais, é essencial para o desenvolvimento de suspensões que atendam aos requisitos de desempenho e durabilidade esperados.

aleatórios.

- Construir um modelo matemático de 1/4 de carro para analisar o comportamento dinâmico vertical do sistema de suspensão do veículo.
- Analisar a interação do modelo de 1/4 de carro com os perfis de rugosidade, observando as respostas dinâmicas obtidas e verificando o impacto das irregularidades do asfalto no sistema de suspensão.
- Calcular e interpretar a Densidade Espectral de Potência (PSD) das saídas causadas pelos perfis de rugosidade, permitindo a identificação das frequências mais críticas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, foram discutidos os principais conceitos e abordagens relacionados à modelagem de sistemas de suspensão, à análise vibracional e à caracterização de perfis de rugosidade de estrada. Primeiramente, foram abordadas as diferentes configurações de sistemas de suspensão e os principais elementos que compõem a suspensão veicular. Em seguida, será explorada a modelagem matemática desses sistemas, com destaque para o modelo de 1/4 de carro, e como eles podem ser aplicados no estudo da dinâmica veicular. Além disso, será apresentada a norma ISO 8608, que define os parâmetros de classificação da rugosidade do pavimento, servindo como base para a geração de perfis de estrada realistas. Finalmente, será discutido o conceito de Densidade Espectral de Potência e sua importância na análise de sinais vibracionais e na identificação de frequências críticas que afetam o desempenho do veículo (GILLESPIE, 1992).

2.1 SISTEMA DE SUSPENSÃO

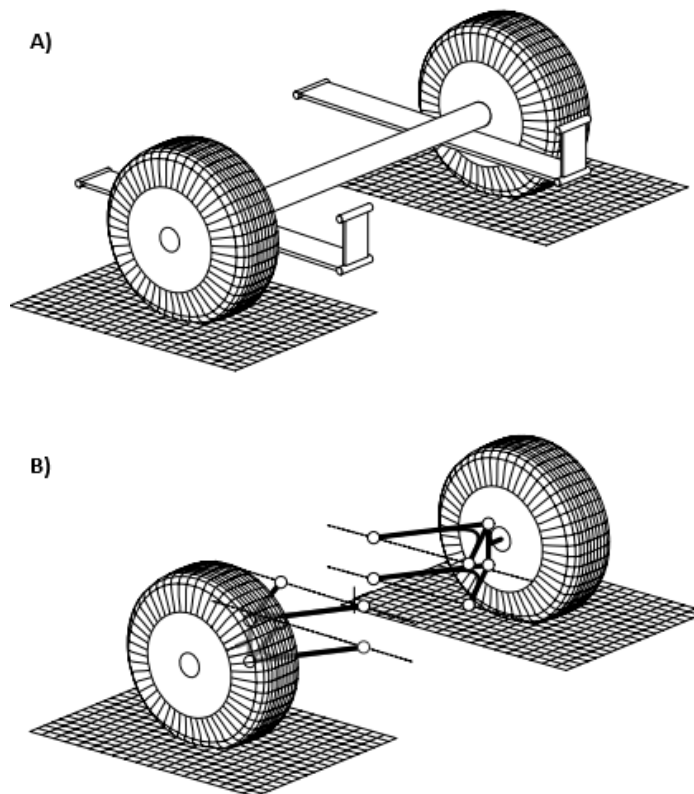
A suspensão é um dos sistemas fundamentais em um carro de corrida, responsável por estabelecer a conexão entre o *chassi* do veículo e as rodas. Sua função primária é permitir o movimento vertical das rodas, compensando as irregularidades da pista. Enquanto em veículos convencionais a suspensão também tem a finalidade de proporcionar conforto aos ocupantes, em carros de corrida, esse aspecto é secundário. O principal objetivo de um carro de corrida é manter a máxima aceleração alcançável com a maior estabilidade possível.

De acordo com Gillespie (1992), algumas das funções mais importantes do sistema de suspensão incluem fornecer amortecimento vertical para manter as rodas em contato com o solo, absorver as forças geradas pelo contato do pneu com a pista e garantir que os pneus permaneçam em contato com o solo com mínimas variações no carregamento. Essas funções são essenciais para otimizar a aderência e o desempenho do veículo durante uma corrida.

Existem duas categorias principais de sistemas de suspensão (JAZAR, 2017): suspensões independentes e de eixo rígido (Figura 3). Nas suspensões dependentes, também conhecidas como de eixo rígido, um eixo sólido interliga as rodas, o que significa que o movimento de uma roda afeta a outra. Por outro lado, nas suspensões independentes, cada roda possui seu próprio eixo, garantindo assim que o movimento de uma roda não influencie no movimento da outra. Essa característica das suspensões independentes proporciona maior controle sobre o comportamento dinâmico do veículo, especialmente em situações de curva e frenagem.

Dentre as diversas opções de suspensão independente, tem-se a configuração Duplo

Figura 3 – a) Suspensão dependente; b) Suspensão Independente



Fonte:(JAZAR, 2017)

A, sistema amplamente utilizado pelas equipes de Formula SAE, consiste em dois braços triangulares em formato de “A”, que são conectados por articulações parafusadas nas mangas de eixo e no chassi do veículo. Essa configuração proporciona uma geometria de suspensão altamente ajustável, permitindo um controle preciso sobre características fundamentais da suspensão.

2.2 ELEMENTOS DA SUSPENSÃO

Os elementos utilizados para modelagem de uma suspensão veicular são: mola, amortecedor e pneu.

2.2.1 MOLA

Em um veículo, as molas desempenham a função de sustentar o peso do carro, absorver as irregularidades do terreno e manter os pneus em contato com o solo. As molas são componentes mecânicos projetados para armazenar e liberar energia mecânica de forma previsível, utilizando as propriedades elásticas dos materiais dos quais são fabricadas. Seu funcionamento é governado pela Lei de Hooke, Equação 1, que estabelece que a força

exercida por uma mola é diretamente proporcional ao seu deslocamento em relação à posição de equilíbrio.

$$f_k = -k \times \Delta x \quad (1)$$

na qual:

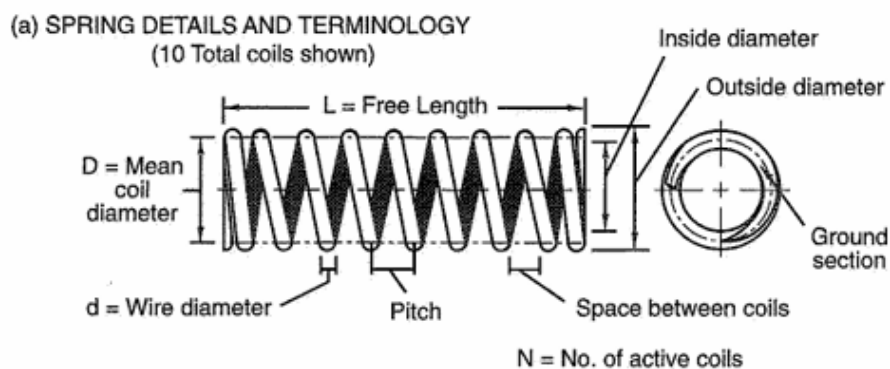
f_k é a força de reação da mola [N];

k é a coeficiente de rigidez da mola [N/m];

Δx é a deslocamento linear [m];

Dentre os tipos de molas utilizadas em veículos automotivos, destacam-se as barras de torção, as molas helicoidais, os feixes de molas e as bolsas de ar. Neste estudo, o foco será nas molas helicoidais, tipicamente empregadas em veículos de Fórmula SAE. As molas helicoidais (Figura 4) podem variar no passo e no diâmetro do arame, o que permite ajustar a constante elástica de acordo com o peso do veículo e o deslocamento da suspensão. Essa flexibilidade oferece uma vantagem significativa em relação a outros tipos de molas, possibilitando um ajuste mais preciso para diferentes condições de condução e necessidades de desempenho.

Figura 4 – Mola Helicoidal



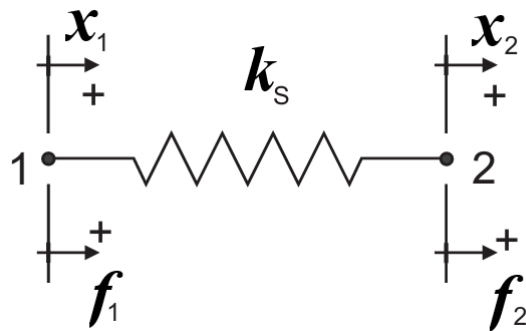
Fonte:(MILLIKEN; MILLIKEN, 1996)(Adaptado)

Segundo Felicio (2010), para a modelagem matemática de uma mola linear ideal, ilustrada pela Figura 5, tem-se as Equações 2 e 3.

$$f_1 = -k_s(x_1 - x_2) \quad (2)$$

$$f_2 = -k_s(x_2 - x_1) \quad (3)$$

Figura 5 – Representação esquemática do modelo matemático da mola linear

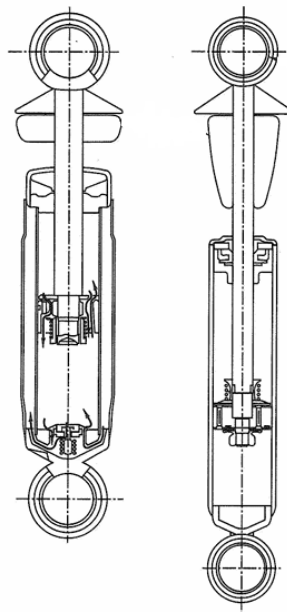


Fonte:(FELICIO, 2010)(Adaptado)

2.2.2 AMORTECEDOR

Os amortecedores (Figura 6) desempenham a amortecer os movimentos de oscilação do sistema de suspensão, dissipando a energia mecânica acumulada durante as oscilações e garantindo que o veículo mantenha a estabilidade e o conforto durante a condução (??). Os amortecedores são componentes hidráulicos ou pneumáticos projetados para absorver e dissipar a energia mecânica das molas, transformando-a em calor, que é então disperso no ambiente. O funcionamento dos amortecedores lineares é regido pela Lei de Newton, Equação 4 que determina que a força resistiva gerada por um amortecedor é proporcional à velocidade relativa de compressão ou extensão do pistão dentro do cilindro.

Figura 6 – Amortecedor



Fonte:(MILLIKEN; MILLIKEN, 1996)(Adaptado)

$$f_B = -B \times \Delta \dot{x} \quad (4)$$

na qual:

f_B é a força de reação do amortecedor [N];

B é a coeficiente de amortecimento do amortecedor [N*s/m];

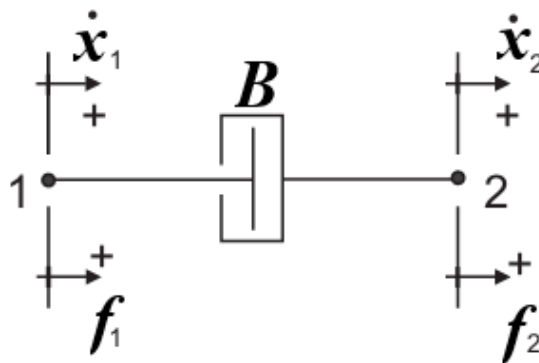
\dot{x} é a velocidade linear [m/s];

Semelhante à molas, a modelagem matemática (Figura 7) de amortecedores lineares descrita por (FELICIO, 2010) é representada pelas Equações 5 e 6.

$$f_1 = -B(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (5)$$

$$f_2 = -B(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \quad (6)$$

Figura 7 – Representação esquemática do modelo matemático do amortecedor linear

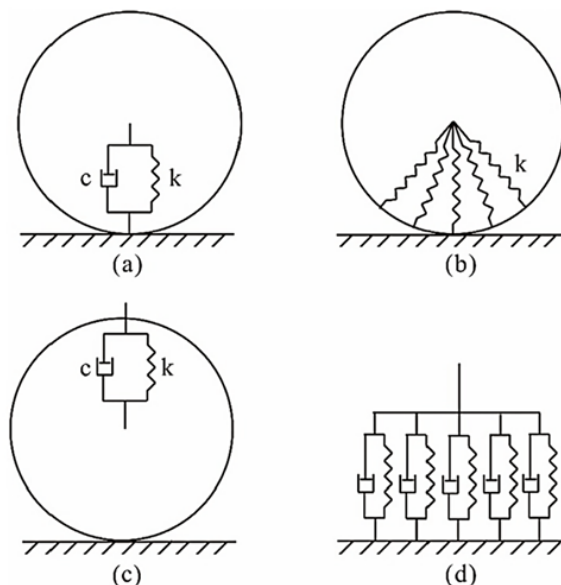


Fonte:(FELICIO, 2010)(Adaptado)

2.2.3 PNEU

Os pneus são responsáveis por absorver e transmitir a energia vinda do solo ao veículo. Segundo Correia e Ferreira (2021) e Brezolin et al. (2014), sua modelagem pode ser aproximada como uma mola extremamente rígida (KASPRZAK; LEWIS; MILLIKEN, 2007) (Equação 1), molas radiais, ou um sistema mola amortecedor em paralelo, como representado na Figura 8.

Figura 8 – Tipos de representações matemáticas do pneu



Fonte:(CORREIA; FERREIRA, 2021)(Adaptado)

2.3 ESTUDO DA DINÂMICA VEICULAR

O estudo da dinâmica vertical de veículos é uma área essencial na engenharia automotiva, pois está diretamente relacionado ao conforto e à segurança dos ocupantes, além de influenciar o desempenho dinâmico e a vida em fadiga do veículo. A dinâmica vertical aborda como o veículo responde às forças externas, como as irregularidades do asfalto, e como essas forças afetam o movimento vertical do veículo, incluindo o comportamento do sistema de suspensão e a interação dos pneus com a estrada.

Existem varias abordagens para realizar os estudos da dinâmica veicular vertical, desde simples modelos com poucos graus de liberdade até modelos mais complexos, que consideram não apenas a dinâmica vertical, mas todos os planos de forças. Inicialmente, modelos como o de 1/4 de carro, que possuem menos graus de liberdade, são desenvolvidos para analisar as reações fundamentais do sistema. Segundo Felicio (2010), estes modelos são eficientes para uma análise preliminar, e a medida que o estudo avança, pode-se e recomenda-se modelos mais sofisticados, que abrangem um número maior de garus de liberdade.

Para Brezolin et al. (2014), a modelagem matemática da dinâmica do sistema se tornou uma ferramenta indispensável, pois através de modelos matemáticos é possível prever o comportamento do veículo sob diferentes condições e situações.

Neste contexto, o estudo em questão utiliza um modelo de 1/4 de carro, uma representação simplificada porém eficaz para analisar a resposta vertical do veículo para diferentes perfis de asfalto.

2.3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

De acordo com Felicio (2010), o processo de modelagem matemática é estruturado em quatro etapas:

1. Definição das hipóteses simplificadoras;
2. Aplicação de leis básicas;
3. Relações entre as variáveis;
4. Validação do modelo.

As hipóteses simplificadoras são um elemento essencial na modelagem, pois permitem que o analista reduza a complexidade do sistema estudado e, conseqüentemente o tempo de análise, facilitando assim a obtenção do modelo de forma mais ágil. Embora tais hipóteses possam resultar em modelos menos precisos, elas são fundamentais para desenvolver os modelos padronizados que já foram amplamente estudados.

Com as hipóteses definidas, na segunda etapa tem-se a aplicação das leis básicas. Para o presente trabalho iremos utilizar a 2ª Lei de Newton (Equação 7) para um corpo rígido de massa m .

$$\sum F = m \times \ddot{x} \quad (7)$$

em que:

- $\sum F$ é a somatória das forças externas que atuam sobre o corpo, na direção x ;
- x é o deslocamento do corpo na direção x ;
- \ddot{x} ou $\frac{d^2x}{dt^2}$ seja é a aceleração do corpo na direção x .

Durante a segunda etapa do processo de modelagem, é essencial construir o Diagrama de Corpo Livre (DCL) para cada componente do sistema. O DCL permite identificar todas as forças atuantes sobre cada corpo, facilitando a compreensão das interações entre as variáveis envolvidas. Com base nos DCLs, é possível formular as equações que descrevem o comportamento dinâmico do sistema e com isso aplicar as equações desenvolvidas na seção 2.2 e obter as Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) que regem o sistema.

Para a resolução das EDOs, é utilizado o método do domínio de Laplace. A Transformada de Laplace converte as EDOs do domínio do tempo para o domínio de Laplace, transformando equações diferenciais em equações algébricas. Após a aplicação da Transformada de Laplace, as equações são resolvidas no domínio de Laplace, e a solução final é obtida aplicando a transformada inversa de Laplace, retornando ao domínio do tempo.

A etapa final é a validação. Nesta etapa, é necessário comparar os dados experimentais, obtidos por meio de testes práticos, com os resultados gerados pelo sistema desenvolvido. Sem a validação adequada, o sistema não pode ser considerado confiável, pois as simplificações adotadas durante a modelagem podem gerar resultados que se

afastam significativamente dos valores reais, sendo a validação essencial para garantir que os resultados das simulações realizadas nos modelos propostos sejam bem representativos.

2.3.2 MODELO DE 1/4 DE CARRO

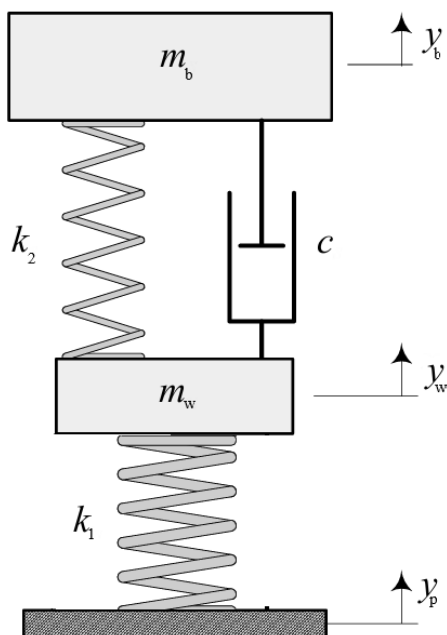
No modelo de 1/4 de carro, o veículo é simplificadaamente representado por duas massas principais: a massa não suspensa, que inclui a roda e parte do sistema de suspensão, como a manga de eixo, cubo e o sistema de freio, conforme ilustrado na Figura 2; e a massa suspensa, que abrange a carroceria do veículo e outros componentes conectados. Esse modelo é considerado simplificado em comparação com o de 7 graus de liberdade (7 GDLs) por não considerar os efeitos da geometria do veículo e por não permitir o estudo de interconexões laterais e longitudinais, que são importantes para analisar a dinâmica completa do veículo, incluindo a rotação, aceleração lateral e comportamento em curvas. No modelo de 1/4 de carro, são analisadas apenas as respostas verticais do sistema, tornando-o uma representação eficaz para estudos preliminares, mas limitado em relação a modelos mais complexos como o de 7 GDLs, que oferece uma visão mais abrangente e detalhada do comportamento dinâmico do veículo em diferentes condições de rodagem (FELICIO, 2010).

O modelo de 1/4 de carro (Figura 9) consiste em isolar uma seção do veículo, representando apenas um quarto do sistema, com o objetivo de simplificar a análise e focar na dinâmica dessa parte específica. Segundo Gillespie (1992), para veículos com distribuição de peso uniforme, os resultados obtidos por meio desse modelo simplificado são bastante próximos dos resultados do modelo completo. Nesse modelo, são considerados dois graus de liberdade (GDLs), correspondentes aos deslocamentos verticais da massa suspensa e da massa não suspensa.

Este tipo de modelagem é utilizado por sua capacidade de simplificar as análises, especialmente nas fases iniciais de desenvolvimento de protótipos. Modelagens simples como essa são necessárias para prever o comportamento do sistema de forma simplificada, permitindo ajustes e otimizações antes de partir para análises mais complexas.

Na Figura 9, y_p é a excitação de entrada, y_u é o deslocamento vertical da massa não suspensa, y_s é o deslocamento vertical da massa suspensa, m_w é a massa não suspensa, m_b é a massa suspensa, k_1 é a rigidez do pneu, k_2 é a rigidez da mola da suspensão e c é o amortecimento do amortecedor da suspensão.

Figura 9 – Representação do modelo de 1/4 de carro



Fonte:(GILLESPIE, 1992)(Adaptado)

2.4 VIBRAÇÕES ALEATÓRIAS

Vibrações aleatórias estão presentes nas mais diversas formas, como escoamentos muito turbulentos, processos de pouso e decolagem, deslocamento no asfalto, etc. Esse tipo de vibração pode ser analisada tanto no domínio da frequência como no domínio do tempo (LALANNE, 2020).

2.4.1 ANÁLISE NO DOMÍNIO DO TEMPO

No domínio do tempo, conforme ALMEIDA e BOTEGA (2022), a probabilidade de que uma função $x(t)$ esteja dentro de um intervalo x , $x + \delta x$ pode ser definida como a porcentagem do tempo total de observação em que os valores da função encontram-se dentro desse intervalo, conforme Equação 8.

$$prob[x < x(t) < x + \delta x] = \sum_i \frac{t_i}{T} \quad (8)$$

na qual T representa o tempo total de observação e t_i o instante de tempo em que a resposta x_i se encontra dentro do valor especificado. Conforme mencionado por ALMEIDA e BOTEGA (2022), ao considerar pequenos intervalos de tempo, a Equação 8 pode ser reformulada na Equação 9.

$$prob(x(t)) = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \sum t_i \right) \right] \quad (9)$$

Uma das abordagens mais comuns para a análise de sinais de vibração é o cálculo do valor quadrático médio ou RMS (do inglês *Root Mean Square*). Trata-se de uma medida estatística utilizada para avaliar a magnitude do sinal em estudo, sendo especialmente útil para sinais com média zero. A definição matemática do RMS é dada pela equação a seguir.

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^{+T} x^2(t) dt} \quad (10)$$

2.4.2 SÉRIE DE FOURIER

A Série de Fourier permite decompor qualquer sinal temporal em uma soma de funções seno e cosseno, cada uma representando uma frequência específica, possibilitando que uma curva de formato arbitrário seja representada matematicamente por meio de uma série de senoides com diferentes comprimentos de onda, amplitudes e fases. Na Figura 10 temos a representação de um veículo sob excitação da rugosidade natural da estrada. Como podemos notar, um perfil típico de estrada não tem relação direta com uma função senoidal simples. De acordo com Felício (2010), a Série de Fourier pode ser expressa pelas seguintes equações:

$$x(t) = \frac{a_0}{T} + \frac{2}{T} \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\pi n}{T} t + b_n \sen \frac{2\pi n}{T} t \right) \quad (11)$$

em que:

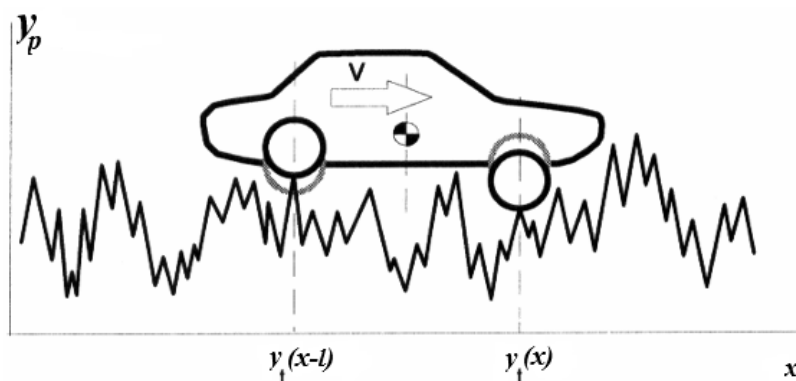
$$a_n = \int_{T/2}^{-T/2} x(t) \cos \left(\frac{2\pi n}{T} t \right) dt, n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

$$b_n = \int_{T/2}^{-T/2} x(t) \sen \left(\frac{2\pi n}{T} t \right) dt, n = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

Por exemplo, ao utilizar uma única senoide cujo comprimento de onda corresponde à extensão do gráfico, a amplitude e a fase são ajustadas para criar uma aproximação inicial da curva, como indicado na situação em que $N = 1$. À medida que o número de termos da série aumenta, a aproximação se torna cada vez mais precisa, capturando os detalhes do sinal original. A forma original do sinal é gradualmente aproximada pela soma de diversas senoides, com parâmetros variados, como ilustrado na Figura 11.

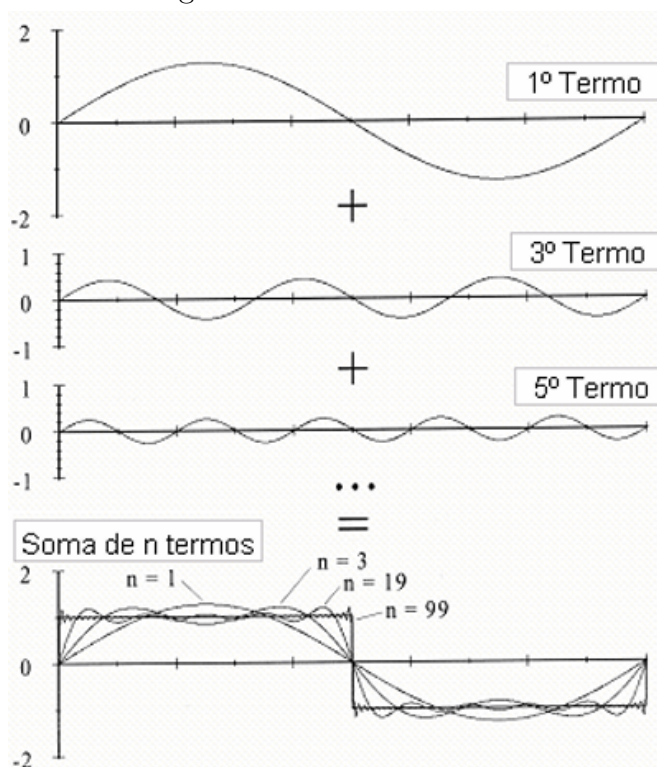
Ao analisar os gráficos, podemos concluir que uma aproximação precisa é alcançada quando utilizamos um grande número de termos na Série de Fourier (por exemplo, $N = 99$). Essa precisão na aproximação demonstra como a soma de múltiplas senoides pode descrever adequadamente um sinal complexo. No entanto, para entender a distribuição

Figura 10 – Representação do perfil de asfalto



Fonte:(GILLESPIE, 1992)(Adaptado)

Figura 11 – Série de Fourier



Fonte:(GILLESPIE, 1992)(Adaptado)

dessas frequências no domínio da frequência, precisamos recorrer à Transformada de Fourier.

2.4.3 TRANSFORMADA DE FOURIER

A Transformada de Fourier é uma ferramenta matemática que transforma um sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência, permitindo observar como as diferentes frequências compõem o sinal original. Quando aplicada de forma a demonstrar

como a variação de um perfil é distribuída sobre uma rede de senoides, essa transformação é denominada Densidade Espectral de Potência (PSD). A função PSD possibilita uma visão detalhada de como a potência de um sinal $x(t)$ está distribuída ao longo das frequências, obtendo informações sobre o comportamento do sinal no domínio da frequência, semelhante ao que as funções de correlação fornecem no domínio do tempo.

Para calcular a Transformada de Fourier de maneira mais eficiente, utilizamos a Transformada Rápida de Fourier discreta através do algoritmo de FFT (*Fast Fourier Transform*), conhecido também como algoritmo de *Cooley-Tukey*, desenvolvido por (COOLEY; TUKEY, 1965). A FFT possibilita reduzir significativamente o tempo de processamento computacional, transformando a complexidade do problema de N^2 para $N \log_2 N$.

2.4.4 DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA - PSD

Após a aplicação da FFT, a PSD é utilizada para a análise de sinais no domínio da frequência. A PSD quantifica a distribuição de energia de um sinal ao longo das diferentes frequências, permitindo uma compreensão detalhada do comportamento vibracional, como a faixa de frequência que possuem maior contribuição para o sinal.

A FFT transforma o sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência, resultando em uma representação frequencial $X(f)$, que carrega informações sobre as amplitudes e fases das componentes de frequência que constituem o sinal original. O próximo passo é o cálculo do espectro de potência, que é obtido ao elevar ao quadrado a magnitude de $X(f)$ fornecendo uma medida da quantidade de energia ou potência associada a cada frequência. Para obter a PSD propriamente dita, o espectro de potência é normalizado em relação à largura de banda da frequência. Isso é feito dividindo o espectro de potência pelo número de pontos na FFT (N) e ajustando-o conforme a resolução em frequência, resultando na Equação 14.

$$PSD(f) = \left(\frac{|X_T(f)|^2}{N} \right) \quad (14)$$

em que:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (15)$$

sendo:

$\overline{|X_T(f)|^2}$ a média quadrática;

$X(f)$ a transformada de Fourier do Sinal $x(t)$;

N Número total da amostragem;

$x(t)$ o sinal do domínio do tempo;

f a frequência;
 j a unidade imaginária;
 t a variável do tempo.

Assim, análise por PSD oferece uma visão de como a potência de um sinal se distribui ao longo das diferentes frequências, possibilitando identificar ressonâncias, através de picos no gráfico, analisar vibrações e compreender outros fenômenos dinâmicos que ocorrem em sistemas mecânicos. Na prática, a PSD é frequentemente calculada utilizando ferramentas computacionais como MATLAB, em que as funções específicas como *pwelch*, que possui este nome por estimar o PSD através do método do periodograma de Welch, são empregadas para calcular a PSD a partir da média de várias FFTs de segmentos do sinal, garantindo uma estimativa precisa e suave.

2.5 PERFIS DE RUGOSIDADE DE ESTRADA

Rugosidade de estrada é um termo utilizado para indicar a qualidade do pavimento, sendo um fator essencial tanto para a manutenção dos veículos quanto para a conservação das vias. De acordo com a *American Society of Testing and Materials* (ASTM), a rugosidade de estrada é definida como "as variações de uma superfície de pavimento em relação a uma superfície verdadeiramente plana, com dimensões características que afetam a dinâmica do veículo, o conforto de condução, as cargas dinâmicas e a drenagem, por exemplo, o perfil longitudinal, o perfil transversal e a inclinação transversal (ASTM International, 2012).

Dentre os diversos fatores cruciais para a simulação virtual de um sistema de suspensão, estão as entradas de simulação deste sistema, que incluem as irregularidades naturais do asfalto ou rugosidade de estrada. Segundo Jazar (2017) para estudar as características da suspensão dos veículos, utilizam-se excitações do solo em diferentes formas, como funções degrau, ondas triangulares ou ondas senoides. No entanto, de acordo com KASHYZADEH (2015) o perfil da superfície do asfalto seria mais prático e realista quando modelado em uma função aleatória, aproximando a análise das condições reais. Dessa forma, a Organização Internacional para Padronização (ISO) propôs uma classificação de rugosidade das estradas (Classe A-H), baseada nas funções de densidade espectral de potência, também conhecidas como PSD que estão apresentadas parametricamente na Tabela 1.

Segundo a classificação da rugosidade da estrada sugerida pela Organização Internacional para Padronização (ISO), as relações entre a função de densidade espectral de potência $S_g(\Omega_0)$ e a frequência espacial Ω para diferentes tipos de estradas podem ser representadas por duas linhas retas com inclinações distintas em uma escala logarítmica. Essas linhas descrevem diferentes intervalos de frequências e são expressas da seguinte forma (MASHHADI; HATAMABAD, 2009):

Tabela 1 – Classificação paramétrica para rugosidade de estrada segundo ISO

Classificação de Estrada	Grau de Rugosidade	$S_g(\Omega_0), 10^{-6}m^2/Ciclos/m$ Média Geométrica
A (Muito Boa)	<8	4
B (Boa)	8 -32	16
C (Mediana)	32 - 128	64
D (Ruim)	128 - 512	256
E (Muito Ruim)	512 - 2048	1024
F	2048 - 8192	2048
G	8192 - 32768	4096
H	Mais de 32768	16384

Fonte: (ISO-8608, 1995).

Para $\Omega \leq \Omega_0 = \frac{1}{2\pi}$ Ciclos/m

$$S_g(\Omega_0) \times \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{N_1} \quad (16)$$

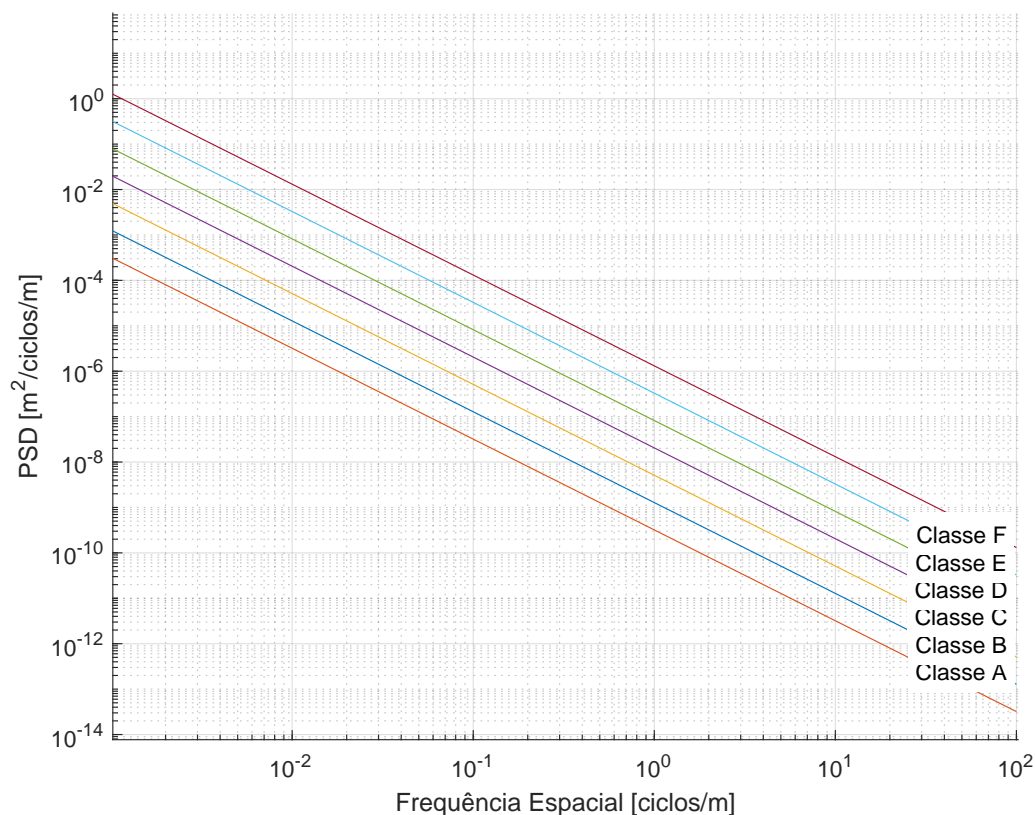
E para $\Omega > \Omega_0 = \frac{1}{2\pi}$ Ciclos/m

$$S_g(\Omega_0) \times \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{N_2} \quad (17)$$

Os valores da densidade espectral de potência $S_g(\Omega_0)$ para a frequência espacial de $\Omega_0 = 1/2\pi$ para diferentes tipos de classificação de estrada estão presentes na Tabela 1. As constantes de N_1 e N_2 são respectivamente 2.0 e 1.5 conforme indicado em ISO-8608 (1995).

A classificação proposta pela norma ISO 8608 é ilustrada na Figura 12. Nesse gráfico, a relação entre a densidade espectral de potência $S(\Omega)$ e a frequência espacial Ω é apresentada para diferentes classes de irregularidade de pavimentos. As curvas no gráfico são aproximadas por duas retas com diferentes inclinações em uma escala log-log, representando como a rugosidade do pavimento varia de acordo com a frequência espacial.

Figura 12 – Classificação da ISO



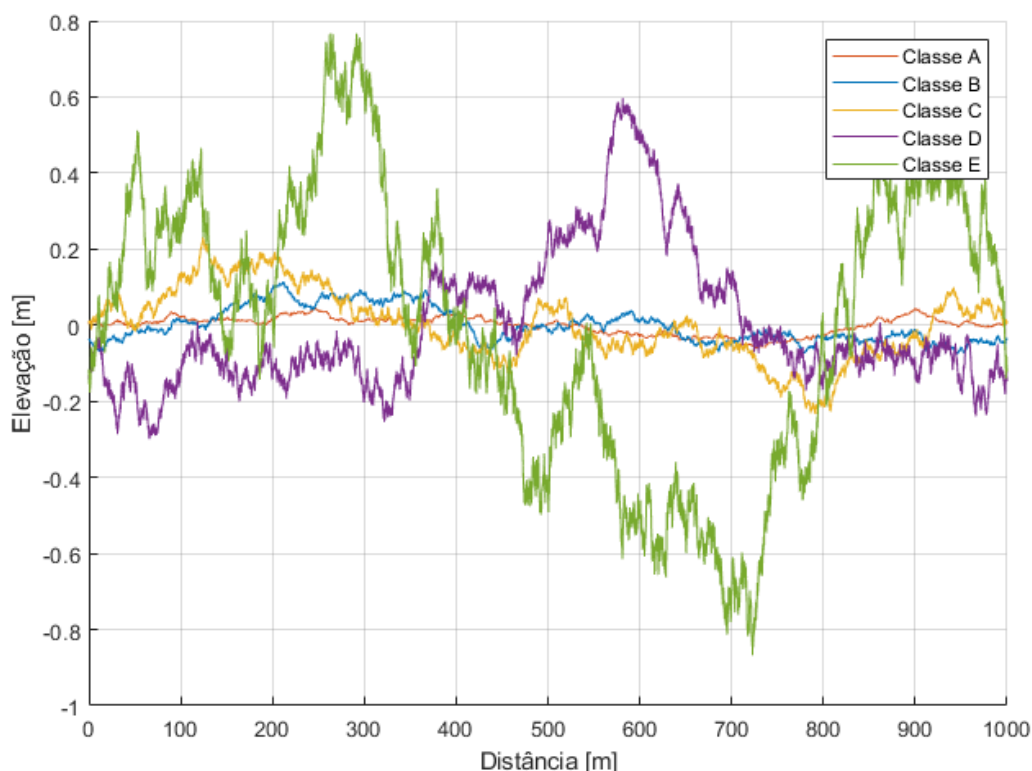
Fonte: Autor (2024)

Os perfis de estrada simulados para algumas das classificações de rugosidade, conforme a norma ISO 8608, são apresentados na Figura 13. Cada curva no gráfico representa um possível perfil de estrada para uma classe específica de irregularidade, possibilitando a compreensão das diferenças entre as classificações. Perfis mais irregulares, característicos de classes com maior rugosidade, apresentam maiores amplitudes e desvios ao longo da distância percorrida, enquanto os perfis de classe mais suave apresentam menores amplitudes e variações.

2.6 TRABALHOS RELACIONADOS

Estudos anteriores têm explorado métodos variados para análise e modelagem de perfis de estrada e sua influência no desempenho de veículos automotivos. Um exemplo importante é o estudo de KASHYZADEH (2015), que aborda a previsão da vida útil à fadiga de componentes automotivos submetidos a vibrações aleatórias, baseando-se na rugosidade do pavimento. O artigo propõe uma metodologia para prever a vida útil dos pacotes de suspensão automotiva utilizando perfis de estrada gerados de acordo com a norma ISO 8608. A abordagem combina a análise da rugosidade da estrada com métodos de simulação que avaliam como as diferentes condições de superfície afetam a durabilidade

Figura 13 – Perfis de estrada segundo ISO



Fonte: Autor (2024)

dos componentes da suspensão. Essa integração de técnicas permite uma análise mais precisa da resposta do veículo às excitações de pavimento e uma estimativa robusta da vida útil à fadiga dos componentes, fornecendo subsídios valiosos para o desenvolvimento de sistemas de suspensão mais resistentes e eficientes.

Outro trabalho relevante é a dissertação de Cunha (2017), que focou na caracterização do perfil de pavimento utilizando métodos experimentais e analíticos para medir e descrever a rugosidade das superfícies de rodagem. Este estudo demonstrou a importância de caracterizar precisamente o perfil do pavimento para avaliações mais realistas do comportamento dos veículos. Cunha aplicou metodologias de medição direta, como a utilização de perfilômetros a laser, e analisou os dados no domínio da frequência para entender como diferentes condições de pavimento afetam o desempenho veicular e o conforto de rodagem. A pesquisa destacou a aplicação da norma ISO 8608 na classificação da rugosidade do pavimento, alinhando-se aos objetivos deste trabalho em desenvolver perfis de pavimento que possam ser utilizados em simulações numéricas para otimização de sistemas de suspensão.

Esses estudos fornecem uma base sólida para a modelagem e análise de sistemas de suspensão automotiva e destacam a importância de integrar a caracterização do perfil de pavimento em simulações numéricas. O presente trabalho busca avançar nesse campo ao desenvolver uma ferramenta que parametriza a norma ISO 8608 para gerar perfis de

rugosidade de asfalto que possam ser utilizados como entrada em sistemas de simulação de suspensão, com o objetivo de identificar frequências críticas e permitir o desenvolvimento do projeto de suspensão para as condições de rodagem das competições de Fórmula SAE.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo, foi detalhado o desenvolvimento da modelagem matemática, implementação do código, os dados utilizados, e as variáveis estudadas para a realização do projeto. A metodologia foi estruturada para primeiramente abordar o desenvolvimento do modelo de 1/4 de carro, essencial para o estudo da dinâmica vertical. Em seguida, será apresentada a parametrização da norma ISO 8608, que define os perfis de rugosidade do asfalto utilizados como entrada no sistema. Finalmente, foram discutidos os cálculos da Densidade Espectral de Potência (PSD), que permitem a análise do comportamento vibracional do sistema de suspensão do veículo.

3.1 DESENVOLVIMENTO DO MODELO DE 1/4 DE CARRO

Para a modelagem matemática, foram definidas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- O sistema parte do equilíbrio, condições iniciais nulas;
- Os amortecedores e molas são puros e lineares;
- As massas são rígidas e possuem valores constantes;
- O sistema é submetido a pequenos deslocamentos;
- O pneu é considerado como uma mola com coeficiente de rigidez alto;
- O sistema possui dois graus de liberdade sendo eles, o deslocamento vertical da massa suspensa e não suspensa;
- Todos os pneus sempre estão em contato com a estrada.

3.1.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

A construção do modelo matemático foi realizada com base nos conceitos discutidos na subseção 2.3.2, juntamente com as relações matemáticas dos elementos descritos na seção 2.2.

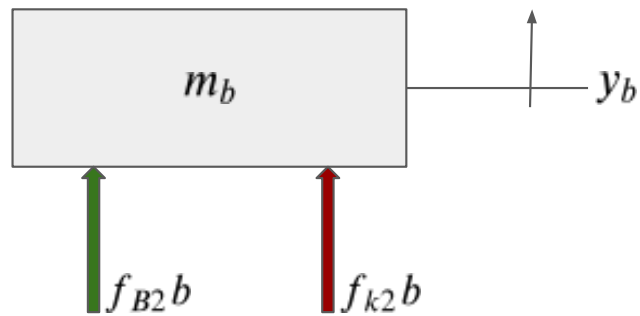
Com isso, foi possível desenvolver um sistema de 2 graus de liberdade com entrada em deslocamento na roda, representado pela Figura 9, na seção 2.3.2. Os diagramas de corpo livre do modelo estão representados nas Figuras 14 e 15.

Através do diagrama de corpo livre podemos aplicar a Equação 7 de somatória das forças para o eixo y , assim temos a Equação 18 para a massa suspensa e a Equação 19:

$$F_{B2}b + F_{k2}b = M_b\ddot{y}_b \quad (18)$$

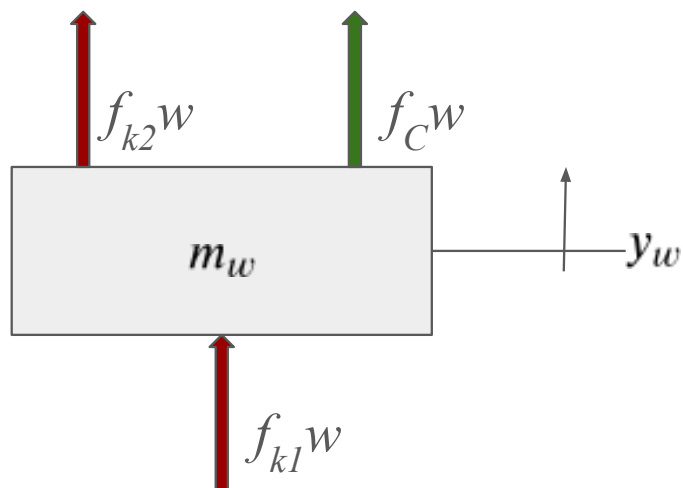
$$F_{B2}w + F_{k2}w + F_{k1}w = M_w\ddot{y}_w \quad (19)$$

Figura 14 – DCL da massa suspensa



Fonte:Autor (2024)

Figura 15 – DCL da massa não suspensa



Fonte:Autor (2024)

3.1.2 RELAÇÕES MATEMÁTICAS

Baseando-se nas relações dos elementos da seção 2.2, com as Equações nas Equações 2 e 3, podemos desenvolver as relações de mola dos diagramas:

$$F_{k2}b = -k_2(y_b - y_w) \quad (20)$$

$$F_{k2}w = -k_2(y_w - y_b) \quad (21)$$

$$F_{k1}w = -k_1(y_w - y_p) \quad (22)$$

De forma análoga, através das Equações 5 e 6 obtém-se as relações dos elementos amortecedores:

$$F_C b = -B_2(\dot{y}_b - \dot{y}_w) \quad (23)$$

$$F_C w = -B_2(\dot{y}_w - \dot{y}_b) \quad (24)$$

3.1.3 DESENVOLVIMENTO DO MODELO

Para dar seguimento ao desenvolvimento do modelo, serão substituídas as equações das forças das molas e dos amortecedores, conforme apresentadas na subseção anterior 3.1.2, nas Equações 18 e 19. Em seguida, aplica-se a Transformada de Laplace para converter as equações diferenciais obtidas para o domínio de Laplace.

Assim, substituindo as Equações 20 e 23 na Equação 18 obtém-se para a massa suspensa:

$$-B_2(\dot{y}_b - \dot{y}_w) - k_2(y_b - y_w) = m_b \ddot{y}_b \quad (25)$$

Substituindo, para a massa não suspensa, as Equações 21, 22 e 24 na Equação 26, tem-se:

$$-B_2(\dot{y}_w - \dot{y}_b) - k_2(y_w - y_b) = m_w \ddot{y}_w \quad (26)$$

As equações desenvolvidas podem ser escritas no modelo matricial:

$$[M] \{\ddot{y}\} + [B] \{\dot{y}\} + [K] \{y\} = [K_i] \{u\} \quad (27)$$

onde:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_w & 0 \\ 0 & m_b \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} B_2 & -B_2 \\ -B_2 & B_2 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$u = \begin{Bmatrix} y_p \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (31)$$

$$[K_i] = \begin{bmatrix} k_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Aplicando a Transformada de Laplace no modelo matricial das equações obtemos a matriz de Função de Transferência, logo:

$$\mathcal{L}[[M] \{\ddot{y}\} + [B] \{\dot{y}\} + [K] \{y\}] = \mathcal{L}[[K_i] \{u\}] \quad (33)$$

Assim, temos:

$$\begin{bmatrix} m_w/k_1 & 0 \\ 0 & m_b \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} B_2/k_1 & -B_2/k_1 \\ -B_2 & B_2 \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} (k_1 + k_2)/k_1 & -k_2/k_1 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_p \\ 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Como mencionado nas hipóteses do modelo, no início da seção 3.1, as condições iniciais do sistema são nulas, assim:

$$[Mat] \begin{Bmatrix} Y_w \\ Y_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y_p \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (35)$$

Em que $[Mat]$ é uma matriz 2x2, cujo os elementos são obtidos através da matriz da Equação 34. Esses elementos descrevem as interações entre as massas suspensa e não suspensa, levando em consideração as forças transmitidas. A seguir, são apresentadas as equações que compõem a matriz $[Mat]$, dividindo os termos da primeira linha por k_1 :

$$Mat_{11} = m_w s^2 + B_2 s + (k_1 + k_2)/k_i \quad (36)$$

$$Mat_{12} = (-B_2/k_i) s - k_2/k_i \quad (37)$$

$$Mat_{21} = -B_2 s - k_2 \quad (38)$$

$$Mat_{22} = m_b s^2 + B_2 s + k_2 \quad (39)$$

Substituindo as Equações 36 a 39 na Equação 35 tem-se:

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_w \\ Y_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y_p \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (40)$$

A matriz $[Mat]$ pode ser resolvida utilizando diferentes métodos numéricos, como a regra de Cramer, que permite encontrar as soluções para sistemas de equações lineares. No entanto, para este projeto, todas as etapas de modelagem, simulação e análise foram realizadas com o auxílio do MATLAB. No contexto da modelagem do sistema de 1/4 de carro, a matriz $[Mat]$ foi invertida no MATLAB para obter a matriz de transferência do sistema. A partir da matriz de transferência obtida, foi possível calcular a resposta do

sistema em termos de deslocamento vertical das massas suspensa ($y_b(t)$) e não suspensa ($y_w(t)$) do veículo, fornecendo o comportamento vibracional do veículo para a entrada de irregularidade de superfície da estrada. As equações que representam o deslocamento das massas, em função do tempo, são expressas por:

$$Y_w(s) = G_{11}(s)U(s) \quad (41)$$

$$Y_b(s) = G_{21}(s)U(s) \quad (42)$$

Em que:

- $G_{11}(s)$ e $G_{21}(s)$ são as funções de transferência obtidas a partir da matriz $[Mat]$ invertida;
- $U(s)$ é o sinal de entrada, no domínio de Laplace, representando a irregularidade da estrada (perfil de rugosidade);
- $Y_w(s)$ e $Y_b(s)$ são os deslocamentos verticais das massas não suspensa e suspensa, respectivamente.

Este modelo matemático serve como base para as simulações subsequentes, que serão realizadas utilizando o MATLAB.

3.2 PARAMETRIZAÇÃO DO PERFIL DE RUGOSIDADE DA ESTRADA

A simulação de sistemas de suspensão veicular requer entradas que representem fielmente as condições de rodagem encontradas na vida real. Essas entradas, conhecidas como rugosidade da estrada, são cruciais para avaliar o comportamento dinâmico do veículo e a eficácia dos componentes de suspensão. Tradicionalmente, para analisar as características dos veículos, as excitações de superfície são modeladas utilizando formas simples, como ondas senoidais, funções de degrau ou ondas triangulares. No entanto, verificou-se que esses modelos simplificados não capturam a complexidade e a variabilidade inerente das condições reais de pavimento. Diante disso, o perfil da superfície da estrada passou a ser representado como uma função aleatória, o que é mais prático e realista para simulações de suspensão.

Para padronizar a representação da rugosidade do pavimento, a Organização Internacional para Padronização (ISO) propôs a norma ISO 8608, que classifica a rugosidade da estrada em diferentes classes (de A a H) com base na PSD, como apresentado na seção 2.5 deste trabalho. Essa classificação permite uma descrição paramétrica da rugosidade da estrada, facilitando a geração de perfis de estrada aleatórios que possam ser utilizados como entradas para modelos de dinâmica veicular, como o modelo de 1/4 de carro. Cada classe de rugosidade representa um nível específico de irregularidade, que influencia diretamente a resposta vibracional do veículo, como apresentado anteriormente nas Tabela 1 e nas Figuras 12 e 13.

Como apresentado na seção 2.5, a norma ISO 8608 define o perfil da superfície da estrada em termos de sua densidade espectral de potência de deslocamento vertical, $S_g(\Omega)$, onde Ω representa a frequência espacial (ciclos por metro). O processo de geração de perfis de estrada aleatórios para simulação é feito utilizando essa função PSD, que descreve como a energia da rugosidade do pavimento é distribuída ao longo de diferentes frequências espaciais.

Para a geração do perfil de estrada inicialmente, definem-se os parâmetros fundamentais como o comprimento do perfil da estrada (L), o número total de pontos de dados (N), a frequência espacial de referência (n_0), e o espectro de potência de referência (C_0) para a classe de rugosidade ISO desejada. Esses parâmetros são determinados com base na classe de rugosidade da estrada (r), que pode variar de 3 a 9 conforme a classificação da ISO. A equação para o espectro de potência de referência é:

$$C_0 = (2^r) \times 10^{-3} \quad (43)$$

Este valor de C_0 é ajustado para refletir a classe de rugosidade, em que classes mais altas representam estradas mais ásperas. No contexto deste trabalho, utilizou-se $r = 4$, correspondente a uma estrada classificada como Classe B. A escolha dessa classe específica de rugosidade baseia-se na caracterização do perfil de asfalto predominante nos locais onde ocorrem as competições de Fórmula SAE no Brasil. Porém é importante destacar que o código desenvolvido permite a simulação de diversas classes de rugosidade de estrada.

Com os parâmetros de entrada definidos, a frequência espacial é calculada utilizando a banda de frequência (dn), que é inversamente proporcional ao comprimento do perfil de estrada (L). Em seguida, para cada componente de frequência, uma fase aleatória (ϕ) é gerada para simular a aleatoriedade natural da superfície da estrada, garantindo que o perfil simulado capture a natureza imprevisível das irregularidades do pavimento:

Seja n uma sequência de valores definida como:

$$n_i = i \cdot dn \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (44)$$

na qual:

- dn é o incremento constante (passo)
- N é o número total de incrementos ou termos da sequência.

Essa sequência n começa em dn e aumenta em passos de tamanho dn , sendo o último termo dado por $N \cdot dn$.

Além disso temos,

$$\phi_i = 2\pi * U_i \quad \text{onde } U_i \sim U(0,1), \quad (45)$$

na qual:

- U_i uma variável aleatória que segue uma distribuição uniforme no intervalo $[0, 1]$;

- $U(0,1)$ denota a distribuição uniforme contínua no intervalo $[0, 1]$;
- N é o número total de componentes de frequência espacial.

Com isso, a amplitude de cada componente de frequência é calculada com base no PSD de deslocamento usando a Equação 46.

$$A_i = \sqrt{dn} * C_0 * \frac{n_0}{n} \quad (46)$$

Essas amplitudes refletem a contribuição de cada frequência espacial para a rugosidade total da estrada.

3.2.1 GERAÇÃO DE PERFIS DE ESTRADA

A partir das amplitudes calculadas para cada componente de frequência, o próximo passo é construir o perfil de estrada aleatório. Esse perfil é construído somando todas as componentes de frequência, cada uma modulada pela sua amplitude e uma fase aleatória, representando o perfil de rugosidade como uma combinação de ondas de diferentes comprimentos. A equação utilizada para modelar o perfil de estrada é dada por:

$$h(x) = \sum_{i=1}^N A_i \cdot \cos(2\pi \cdot n_i \cdot x + \phi_i) \quad (47)$$

em que:

- $h(x)$ é o perfil de elevação da estrada em função da posição x ;
- N é o número total de componentes de frequência espacial consideradas;
- A_i é a amplitude associada à i -ésima frequência espacial n_i , a qual é calculada usando a Equação 46;
- n_i é a i -ésima frequência espacial (em ciclos por metro);
- ϕ_i é a fase aleatória correspondente a cada componente de frequência gerada com a Equação 45.

Para a construção do vetor de perfil de asfalto ao longo dos pontos discretos $x = [x_1, x_2, \dots, x_M]$, a expressão contínua $h(x)$ é avaliada para cada ponto x_j . O vetor do perfil de asfalto resultante, h , é então construído da seguinte forma:

$$h = [h(x_1), h(x_2), \dots, h(x_M)] \quad (48)$$

$$= \left[\sum_{i=1}^N Amp_i \cdot \cos(2\pi \cdot n_i \cdot x_1 + \phi_i), \dots, \sum_{i=1}^N Amp_i \cdot \cos(2\pi \cdot n_i \cdot x_M + \phi_i) \right] \quad (49)$$

em que:

- $h(x_j)$ representa o valor do perfil de asfalto no ponto x_j ;
- x_j é a posição ao longo da estrada na qual o perfil é avaliado;

Assim, o vetor h fornece uma representação discreta do perfil de estrada capturando as irregularidades do pavimento ao longo de uma determinada extensão.

Com a parametrização da ISO 8608 e a geração do perfil de estrada, passa-se à próxima etapa, onde esses perfis são aplicados como entrada no modelo de 1/4 de carro, com o objetivo de simular a resposta dinâmica do sistema.

3.3 APLICAÇÃO DOS PERFIS DE ESTRADA NO MODELO DE 1/4 DE CARRO

Para utilizar o perfil de estrada $h(x)$ como entrada no modelo de 1/4 de carro, é necessário converter o perfil de deslocamento espacial $h(x)$ em uma função temporal $h(t)$. Essa conversão é realizada através de vetores de entrada específicos fornecidos pelo código de simulação, que incluem o vetor de deslocamento ΔS (distância acumulada percorrida pelo veículo), o vetor de tempo ΔT (tempo correspondente a cada deslocamento), e o vetor de velocidade V (velocidade instantânea do veículo ao longo do percurso).

A transformação de $h(x)$ para $h(t)$ é realizada por interpolação, considerando a variação da posição em função do tempo. A relação entre o deslocamento espacial e o temporal é descrita pela equação:

$$h(t) = h(x(t))$$

Onde $x(t)$ representa a posição do veículo ao longo do tempo e é obtida pela integração da velocidade:

$$x(t) = \int_0^t v(t') dt'$$

Dado que a velocidade é fornecida como um vetor discreto, o perfil temporal $h(t)$ é gerado mapeando os pontos de $h(x)$ para os tempos correspondentes em ΔT utilizando técnicas de interpolação. Este processo é implementado no código MATLAB, utilizando os dados disponibilizados pela Equipe Dinamo E-Racing.

Uma vez transformado em uma função temporal, o perfil de estrada $h(t)$ é utilizado como entrada de excitação $u(t)$ no modelo de suspensão de 1/4 de carro. Essa entrada $u(t)$ representa as variações verticais do perfil de rugosidade ao longo do tempo, que influenciam diretamente a resposta dinâmica do sistema de suspensão. Conforme discutido na Seção 3.1.3, as Equações 41 e 42 modelam os deslocamentos das massas suspensa ($y_b(t)$) e não suspensa ($y_w(t)$).

Essas equações matemáticas determinam como o sistema de suspensão reage às variações de $u(t)$, que correspondem às irregularidades da estrada representadas por $h(t)$. O modelo de 1/4 de carro permite, portanto, uma análise da dinâmica vertical do veículo sob diferentes condições de perfil de estrada.

3.4 ANÁLISE DA DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA (PSD)

Com o modelo de 1/4 de carro implementado e as entradas obtidas, o próximo passo é aplicar a análise da PSD ao perfil de estrada gerado. O objetivo inicial é validar o modelo de parametrização comparando o PSD do perfil gerado com os valores especificados pela norma ISO 8608. Em seguida, a PSD será utilizada para analisar a resposta dinâmica do sistema de suspensão, com foco particular na massa não suspensa.

3.4.1 VALIDAÇÃO DO MODELO DE PARAMETRIZAÇÃO

Para validar o modelo de parametrização, é essencial calcular a PSD do perfil de estrada gerado. Utilizando as teorias abordadas no Capítulo 2 e o código MATLAB desenvolvido, o gráfico de PSD obtido do perfil gerado será comparado com os gráficos de classes especificados pela norma ISO 8608 (Figura 16). Essa comparação gráfica é fundamental para verificar se o perfil gerado corresponde aos parâmetros de rugosidade esperados para a classe B, conforme mencionado anteriormente. Ao confirmar que o perfil de estrada gerado está dentro dos limites da classe B de rugosidade, o modelo de parametrização será validado, e as entradas serão aplicadas no modelo de 1/4 de carro.

3.4.2 APLICAÇÃO DA ENTRADA NO MODELO

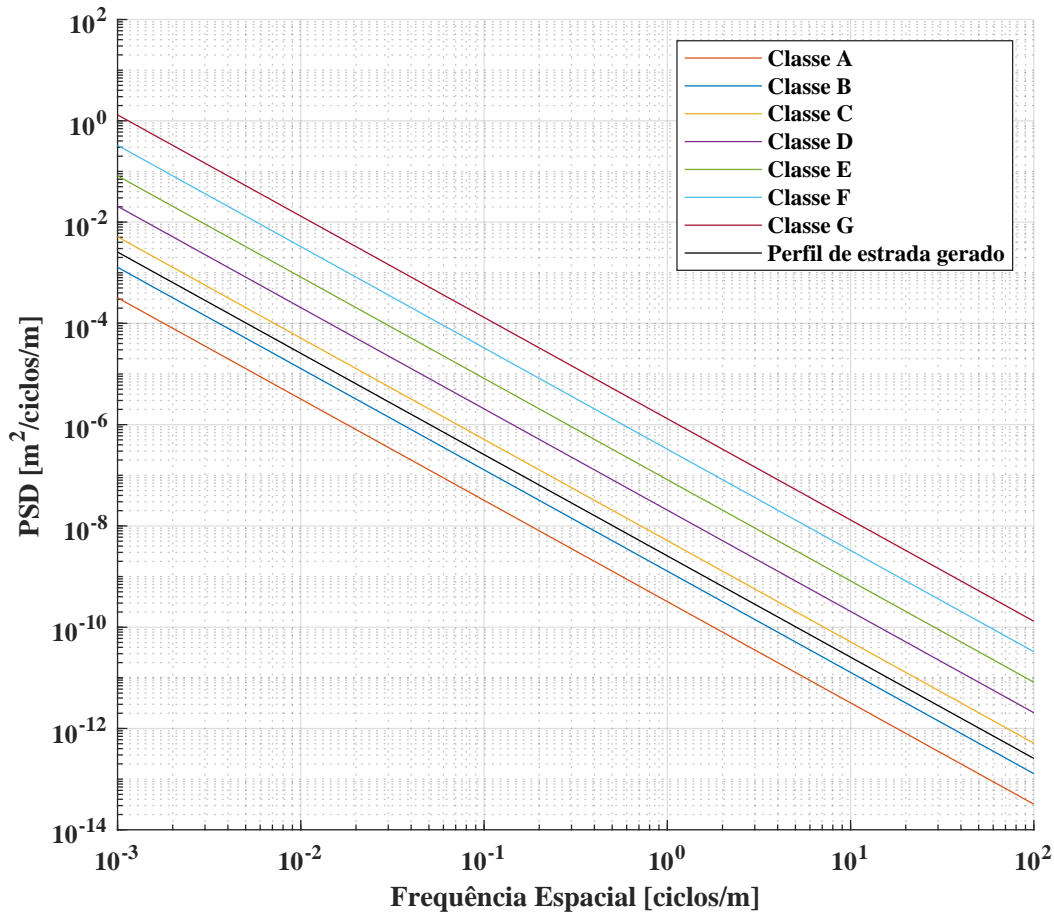
Com o perfil de estrada validado, o próximo passo é utilizá-lo como entrada no modelo de 1/4 de carro. O perfil temporal $h(t)$, obtido anteriormente, é utilizado como entrada de excitação $u(t)$ no modelo de suspensão. Conforme discutido na seção anterior, as equações que descrevem os deslocamentos das massas suspensa ($y_b(t)$) e não suspensa ($y_w(t)$) são resolvidas no MATLAB utilizando $h(t)$ como entrada.

Neste trabalho, o foco da análise é a resposta da massa não suspensa, pois esta parte do sistema de suspensão é diretamente influenciada pelas irregularidades do pavimento. A saída do modelo, representada por $y_w(t)$, indica o deslocamento vertical da massa não suspensa ao longo do tempo. A partir dessa resposta, calculamos a PSD para avaliar o comportamento vibracional do sistema de suspensão sob diferentes condições de estrada e percurso.

3.4.3 ANÁLISE DA PSD E DE FREQUÊNCIA

A análise inicial da PSD é realizada no domínio do deslocamento, sendo expressa em unidades de m^2/Hz . Essa forma de expressão é comum ao se calcular o espectro de potência de um deslocamento no domínio da frequência. Entretanto, para estudos mais específicos de comportamento vibracional e avaliação de fadiga em sistemas de suspensão, é mais relevante converter essa PSD para o domínio da aceleração, expresso em G^2/Hz . Essa conversão permite uma análise mais precisa do impacto das diferentes frequências

Figura 16 – Comparação entre a PSD do perfil gerado e a PSD definida pela norma ISO 8608 para a Classe B.



Fonte: Autor (2024)

de excitação na aceleração da massa não suspensa, um aspecto crítico para entender e analisar o conforto e a durabilidade do veículo.

A conversão de PSD de deslocamento para aceleração é realizada através da seguinte equação:

$$PSD_{acc}(f) = PSD(f) \cdot \frac{(2\pi f)^4}{9.81^2} \quad (50)$$

na qual f representa a frequência, e o termo $(2\pi f)^4$ ajusta a conversão de deslocamento para aceleração, enquanto o divisor 9.81^2 normaliza a aceleração para G^2 (aceleração da gravidade). Essa conversão é essencial para capturar a influência das irregularidades do pavimento nas forças inerciais experimentadas pela massa não suspensa. Ao analisar a PSD em G^2/Hz , torna-se possível identificar quais as faixas de frequência de entrada provocam maior resposta dinâmica, ou seja, que têm potencial para causar ressonância ou amplificar vibrações no sistema de suspensão.

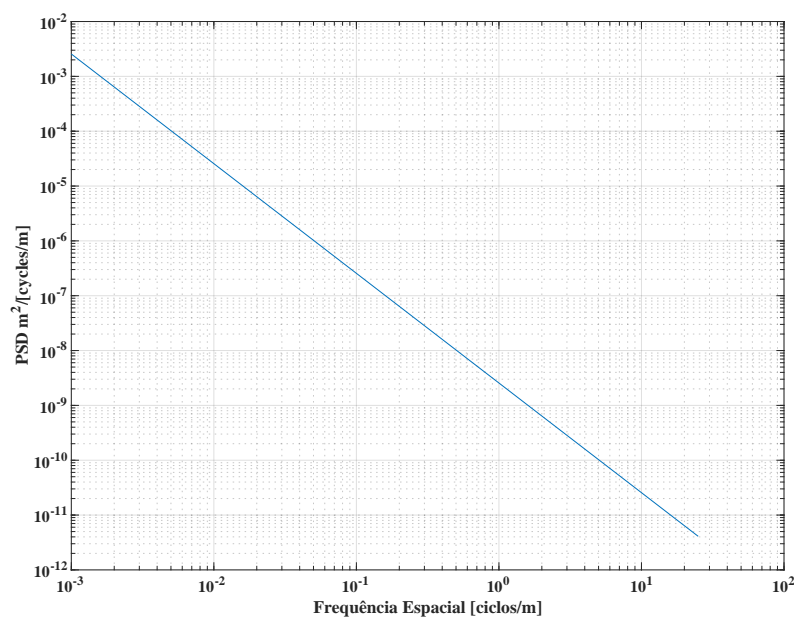
4 RESULTADOS

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos a partir do código desenvolvido com base nos conceitos discutidos na metodologia (Capítulo 3). O código foi construído para parametrizar a norma ISO 8608 e gerar perfis de estrada que servem como entrada para o modelo de 1/4 de carro. A partir das entradas de perfis de estrada, velocidade e deslocamento, obtiveram-se respostas do sistema de suspensão, que foram posteriormente analisadas utilizando a PSD para identificar frequências críticas que afetam o comportamento vibracional do sistema. Os resultados apresentados a seguir fornecem uma visão detalhada de como as irregularidades da estrada influenciam a dinâmica do veículo e oferecem diretrizes para a otimização do sistema de suspensão.

4.1 PERFIS DE ESTRADA GERADOS

Os perfis de estrada gerados pelo código foram construídos de acordo com as especificações da norma ISO 8608, que define diferentes classes de rugosidade para pavimentos, como apresentado na seção 2.5. Para este estudo, focou-se na classe B de rugosidade, que é típica das condições encontradas em autódromos nas competições de Formula SAE, conforme mostrado. A curva de PSD para esta classe de rugosidade é apresentada na Figura 17 que mostra a distribuição da energia de rugosidade em função da frequência espacial.

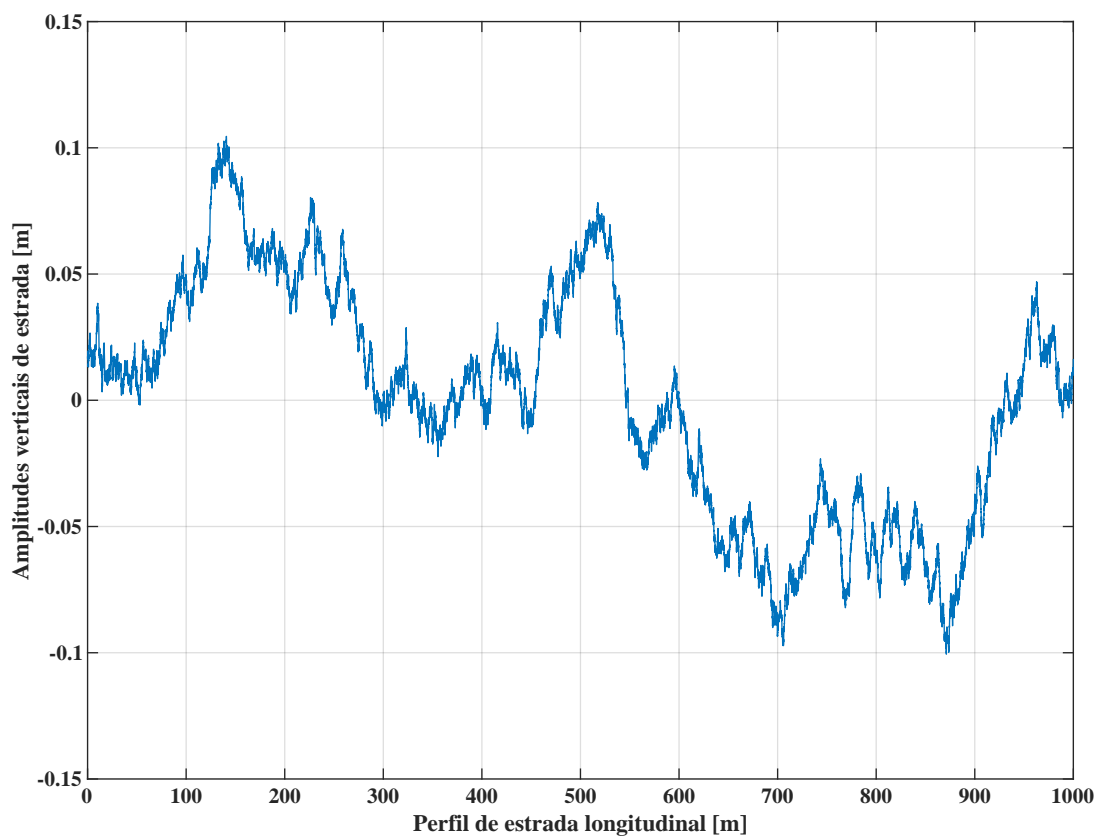
Figura 17 – PSD do Perfil de Estrada para Classe B no Domínio Espacial



Fonte: Autor (2024)

A partir da curva de PSD apresentada, utilizam-se os métodos descritos na seção 3.2 para gerar um perfil de rugosidade de estrada aleatório que respeite as características de energia e frequência da classe B. Este perfil, apresentado na Figura 18, é uma projeção específica de rugosidade de estrada dentro dos parâmetros definidos para a classe B, ao decorrer do traçado de um autódromo de competições de Fórmula SAE.

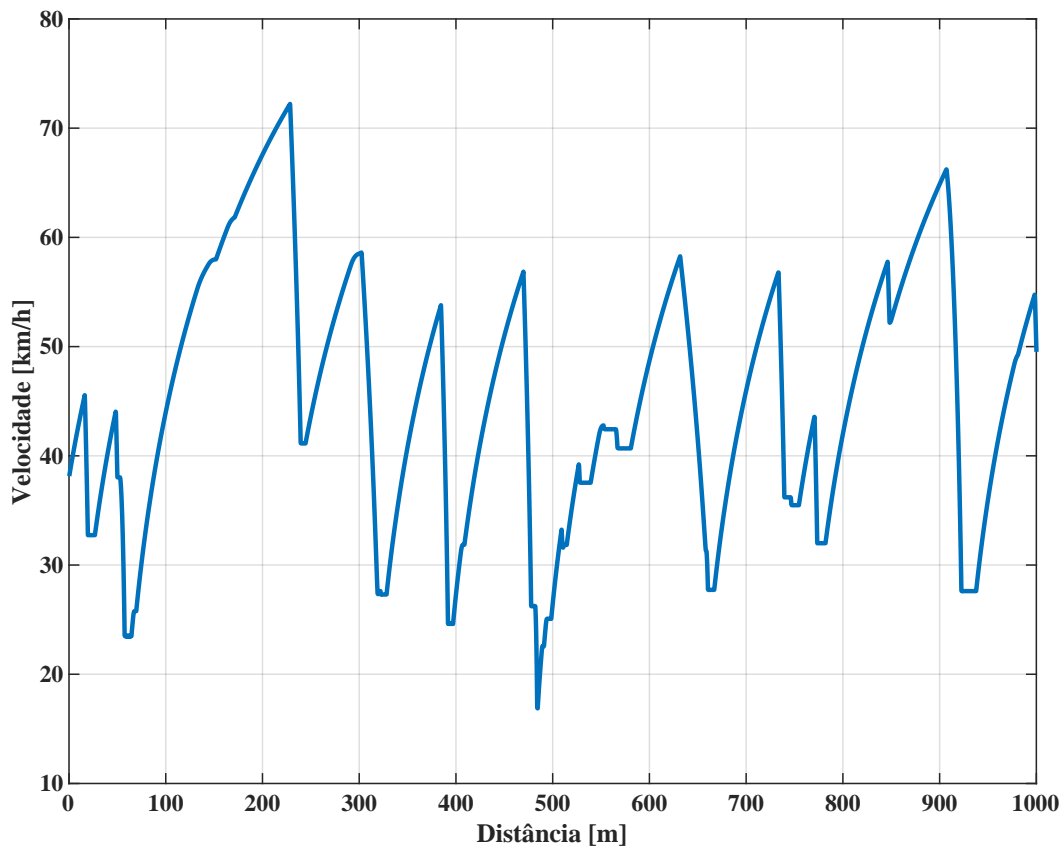
Figura 18 – Perfil de Estrada Gerado Aleatoriamente para a Classe de Rugosidade B



Fonte:Autor (2024)

Para converter o perfil gerado no domínio espacial, $h(x)$, para o domínio temporal, $h(t)$, foram utilizados os dados de velocidade do veículo fornecidos pela equipe Dinamo E-Racing durante um percurso representativo. A curva de velocidade em função da distância percorrida pelo veículo em um teste típico de competição é ilustrada pela Figura 19. Esses dados são considerados fundamentais, já que é pela velocidade instantânea do veículo que se define como o perfil de rugosidade espacial é transformado ao longo do tempo.

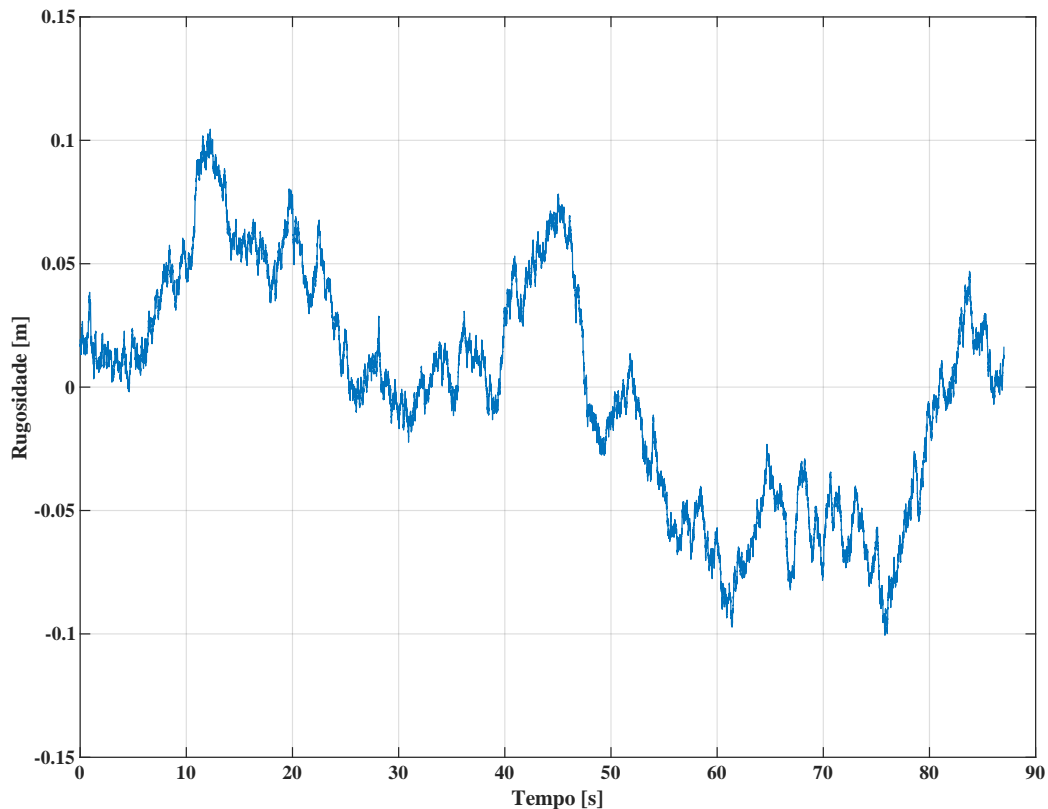
Figura 19 – Curva típica de Velocidade do Veículo Formula SAE



Fonte:Autor (2024)

Com isso, obteve-se o perfil de estrada $h(t)$, resultando em um gráfico de amplitude ao longo do tempo. Esse gráfico é armazenado em um vetor e utilizado como entrada no modelo matemático de 1/4 de carro. O perfil de rugosidade temporal obtido é apresentado na Figura 20.

Figura 20 – Perfil de Deslocamento Temporal



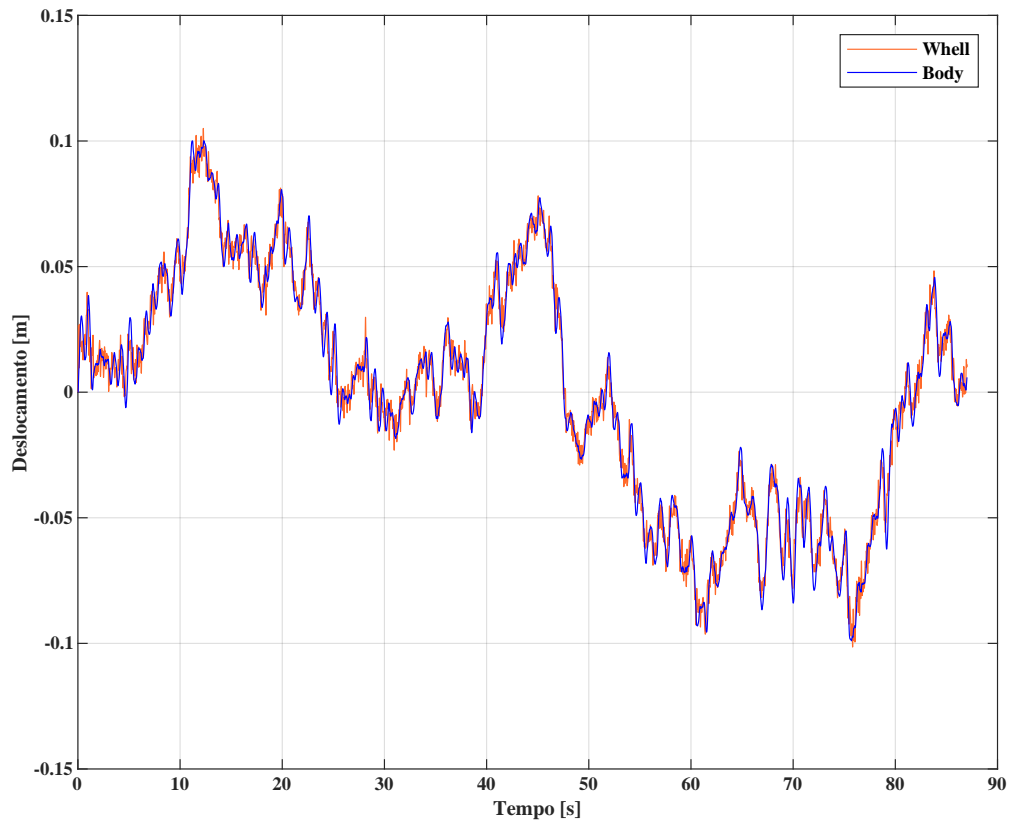
Fonte:Autor (2024)

A análise dos gráficos apresentados nesta seção confirmam que os perfis de rugosidade de estrada gerados estão em conformidade com os critérios estabelecidos pela norma. Com base nas referências bibliográficas discutidas na seção 2, conclui-se que os perfis gerados representam adequadamente as condições de estrada típicas encontradas nas competições de Fórmula SAE.

4.2 RESPOSTA DO SISTEMA DE 1/4 DE CARRO

Com os resultados obtidos na seção 4.1, o próximo passo foi analisar a resposta dinâmica do veículo em questão, especialmente focando na massa não suspensa, utilizando o perfil de estrada, Figura 20, como entrada no sistema. O gráfico de deslocamento da roda (massa não suspensa) e do chassi do veículo (massa suspensa), obtidos a partir da simulação do modelo de 1/4 de carro, é apresentado na Figura 21. Observa-se que a roda, que está em contato direto com o pavimento, responde imediatamente às irregularidades da estrada, como esperado. A curva de deslocamento da roda segue de perto o perfil de entrada $h(t)$, apresentando variações significativas que refletem diretamente a rugosidade do perfil de estrada gerado.

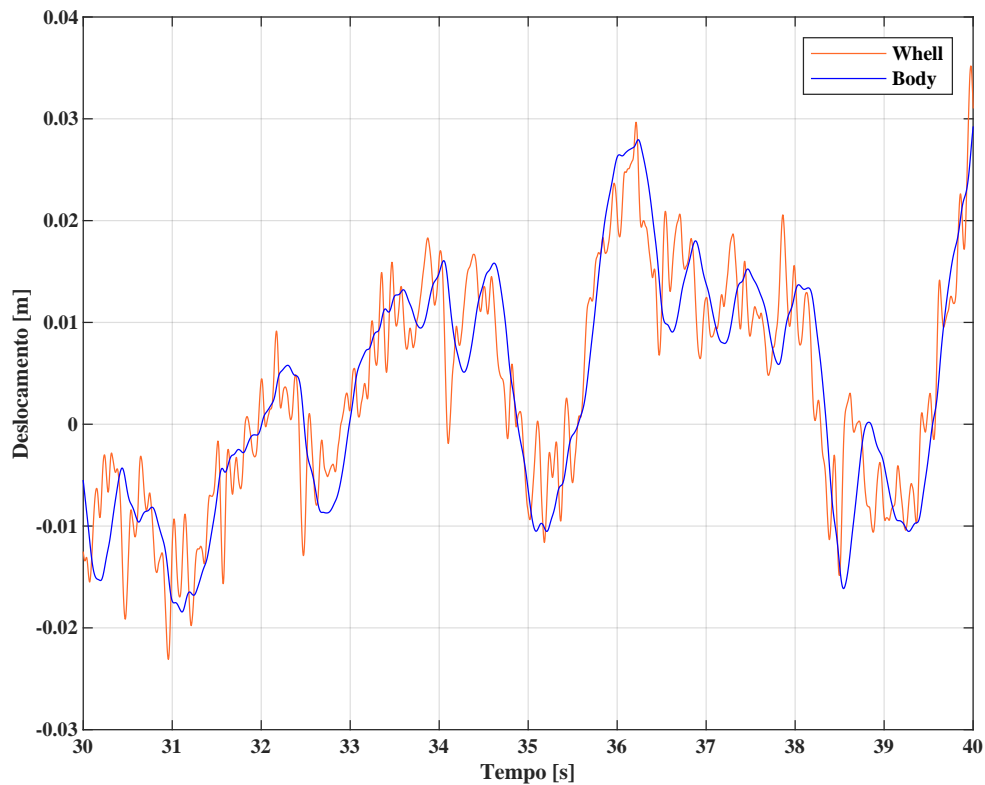
Figura 21 – Saídas do modelo



Fonte: Autor (2024)

Na Figura 22, é apresentado um detalhe da resposta dinâmica do sistema de suspensão, com um zoom do gráfico anterior, para melhor visualização. Assim nota-se que, a carroceria do veículo exibe um comportamento mais suave e amortecido, resultado do papel dos componentes de suspensão, projetados para absorver e dissipar a energia proveniente das irregularidades da estrada, reduzindo a transferência de vibrações para a carroceria. O comportamento amortecido da massa suspensa, observado no gráfico, confirma a eficiência do sistema de suspensão em isolar o veículo da equipe Dinamo E-Racing das imperfeições do pavimento. Por outro lado, o deslocamento da roda, representando a massa não suspensa, acompanha de perto o perfil de entrada, como esperado.

Figura 22 – Saídas do modelo



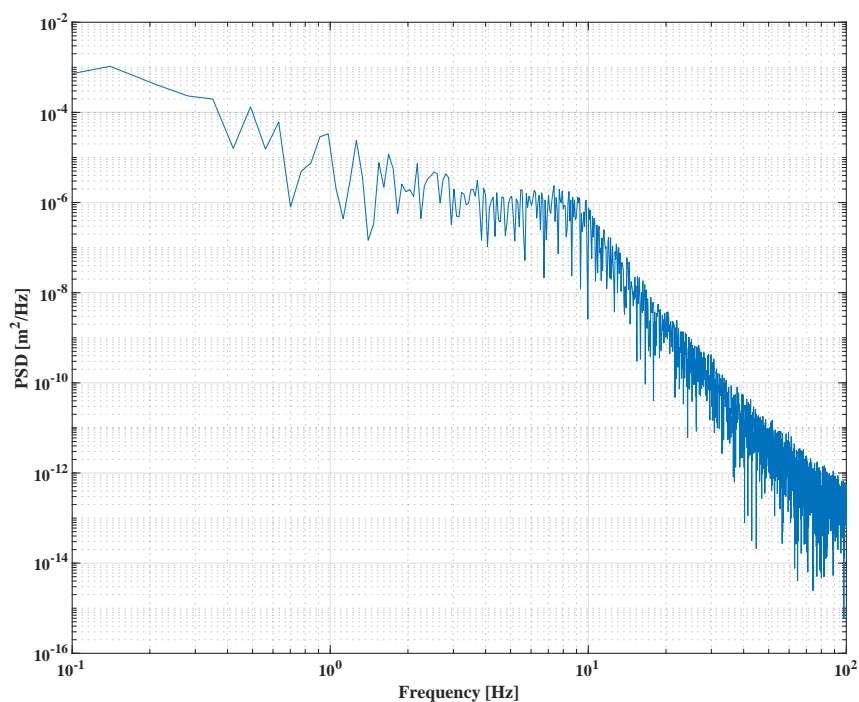
Fonte:Autor (2024)

A próxima etapa é calcular a Densidade Espectral de Potência (PSD) das respostas de deslocamento da roda. A análise da PSD permitirá identificar as frequências críticas que podem causar ressonâncias ou intensificar as forças vibracionais no sistema de suspensão, fornecendo dados importantes para a otimização do desempenho do veículo sob diferentes condições de rodagem.

4.3 ANÁLISE DA PSD

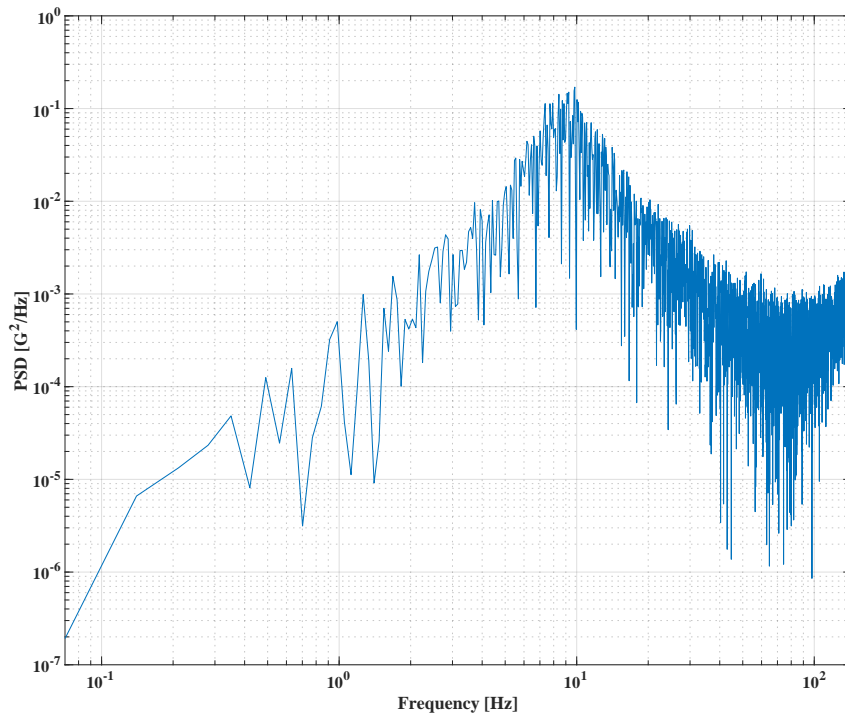
Para uma análise mais aprofundada do comportamento vibracional do sistema de suspensão, calcula-se a PSD do deslocamento vertical da roda, representando a massa não suspensa. Essa escolha é justificada pelo fato de a roda ser a parte do sistema de suspensão mais diretamente afetada pelas irregularidades do pavimento, refletindo as variações mais significativas em resposta às condições da estrada.

Na Figura 23, é apresentado o gráfico de PSD em m^2/Hz para o perfil de rugosidade gerado. Através deste gráfico, torna-se possível observar as frequências presentes no deslocamento da roda, identificando as faixas de frequência mais ativas. Nota-se que, em frequências mais baixas, há uma maior densidade de potência, o que é coerente com a natureza do perfil de estrada, que apresenta variações mais graduais e de longa duração, como uma rampa de elevação suave ao longo do percurso.

Figura 23 – PSD em m^2/Hz para a Resposta da Massa Não Suspensa.

Fonte:Autor (2024)

Para o caso de análises de vibração e fadiga, é mais comum converter a PSD para a unidade de G^2/Hz , o que facilita a avaliação das acelerações que impactam o sistema de suspensão. Aplicando as transformações expostas na seção 3 obtemos a Figura 24 que mostra o gráfico de PSD em G^2/Hz , e permite uma análise mais detalhada das frequências que mais afetam a aceleração da massa não suspensa.

Figura 24 – PSD em G^2/Hz para a Resposta da Massa Não Suspensa.

Fonte: Autor (2024)

A análise da Figura 24 revela que as frequências predominantes que afetam a aceleração da massa não suspensa estão concentradas em torno de 5 a 20 Hz, com um pico significativo na faixa de 8 a 10 Hz. Este comportamento indica que, para a classe de estrada simulada (classe B), estas são as frequências que mais contribuem para o comportamento vibracional da roda. Frequências acima de 10 Hz mostram uma redução na densidade espectral de potência, sugerindo que as vibrações de alta frequência são menos impactantes ou estão sendo eficientemente amortecidas pelo sistema de suspensão.

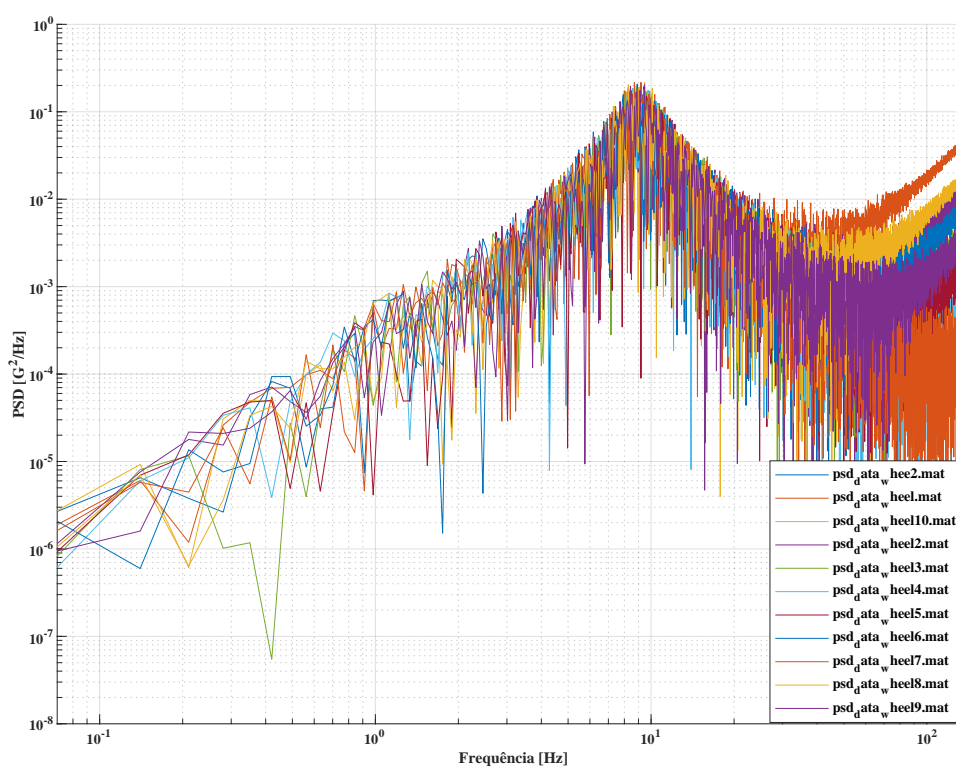
Na faixa de 10 a 100 Hz, a análise mostra uma redução significativa na densidade espectral de potência, como evidenciado no gráfico. Essa redução indica que, para frequências mais altas, a resposta vibracional do sistema de suspensão, especialmente a da roda (massa não suspensa), é menos pronunciada. Isso sugere que o sistema de suspensão está efetivamente atenuando as vibrações de alta frequência, que são tipicamente associadas a irregularidades de menor amplitude e maior frequência no pavimento.

A presença de picos na faixa de 8 a 10 Hz é particularmente importante, pois sugere uma zona de ressonância potencial do sistema de suspensão. A identificação dessas frequências críticas é essencial para o desenvolvimento do sistema de suspensão. Em projetos futuros, ajustes podem ser feitos na configuração do sistema de suspensão, como a escolha de componentes que melhor atenuem essas frequências, ou mesmo na modificação de parâmetros de amortecimento e rigidez para reduzir a amplitude das ressonâncias indesejadas.

4.4 ANÁLISE DE PDS PARA VÁRIOS PERFIS

Finalmente, realizamos uma análise comparativa entre as PSDs de diferentes perfis de estrada, gerados aleatoriamente, mas obedecendo os critérios que permitem classificá-lo como classe B. O gráfico comparativo (Figura 25) permite identificar as frequências predominantes que podem causar ressonâncias no sistema de suspensão. Com base nesta análise, é possível caracterizar uma curva de PSD para simulações futuras em softwares especializados.

Figura 25 – Comparação das PSDs das Respostas da Roda para Diferentes Perfis de Classe B.



Fonte:Autor (2024)

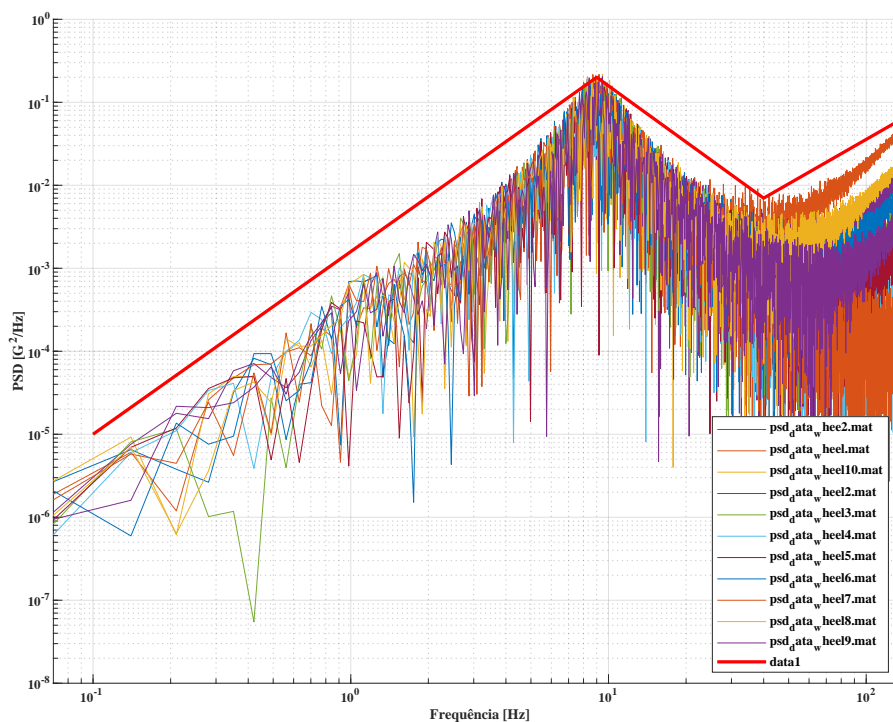
A comparação das Densidades Espectrais de Potência (PSDs) para os diferentes perfis de estrada da classe B, apresentada na Figura 25, destaca a consistência nas respostas vibracionais para perfis aleatórios gerados conforme as especificações da norma ISO 8608. Mesmo com variações entre os perfis, observa-se uma semelhança notável no comportamento geral das curvas, refletindo características comuns, como o formato da curva e a localização dos picos de ressonância. Especificamente, identificam-se dois picos principais: o primeiro, em torno de 9 Hz, e o segundo, em torno de 200 Hz, ambos cruciais para a análise da resposta dinâmica do sistema de suspensão do veículo.

As semelhanças observadas indicam que, apesar das variações aleatórias nos perfis, as respostas vibracionais da roda para perfis da mesma classe são consistentes. Isso permite

generalizar as análises para a classe de rugosidade B e facilita a otimização de projetos de suspensão. Dessa forma, o comportamento vibracional do sistema de suspensão pode ser aplicado a diferentes perfis da mesma classe, tornando as conclusões obtidas válidas para outros perfis similares.

Para o projeto de um veículo com as características estudadas neste trabalho, uma curva que engloba a família de curvas geradas pode ser utilizada como carregamento PSD em análises de elementos finitos, visando avaliar o comportamento estrutural dos componentes da suspensão. Em vez de adotar uma análise transiente, que exige maior esforço computacional, pode-se optar pela análise PSD via superposição modal (Figura 26) uma abordagem que reduz significativamente o custo computacional ao mesmo tempo que preserva a precisão necessária na avaliação das respostas vibracionais do sistema.

Figura 26 – Curva de caracterização.



Fonte:Autor (2024)

Com base na análise do gráfico da Figura 26, foram extraídos pontos críticos para a caracterização da resposta vibracional do sistema de suspensão para a classe de rugosidade B. Na Tabela 2 apresenta-se uma curva que abrange os limites superiores da PSD para diferentes frequências, representando uma generalização da resposta vibracional para a classe B, fornecendo uma representação condensada das frequências e valores de PSD mais críticos que foram observados nos gráficos de comparação.

Tabela 2 – Tabela de pontos para caracterização

Frequência (Hz)	PSD (G²/Hz)
0.1	1.0×10^{-5}
9	2.0×10^{-1}
40	7×10^{-3}
140	6.5×10^{-2}

Fonte: Autor (2024)

A curva caracterizada pelos pontos na tabela é específica para o veículo em questão, pois reflete diretamente a resposta do sistema de suspensão utilizado neste estudo, no caso, o veículo da Dinamo E-Racing com o setup de suspensão adotado. Caso ocorra qualquer alteração no projeto, como a modificação da suspensão ou dos parâmetros dinâmicos do veículo, será necessário refazer as análises e recalcular a curva para obter uma nova tabela de pontos. No entanto, graças à rotina desenvolvida neste trabalho, o processo de ajuste e geração da curva se torna significativamente mais ágil e eficiente, permitindo que futuras modificações sejam implementadas com facilidade nos programas de simulação. Os pontos apresentados na Tabela 2 permitem caracterizar a resposta vibracional do sistema, sendo avaliados com base no valor médio de aceleração para o intervalo considerado. A partir da raiz quadrada da área sob o gráfico de PSD, obtém-se o valor de aceleração RMS, medido em G, para o trecho analisado. Com os dados apresentados, calcula-se uma aceleração RMS de 2,23G no intervalo de 0,1 a 140 Hz, considerando a entrada fornecida pelo perfil de pista Classe B, conforme a norma ISO 8608, atuando na roda do veículo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO

Neste trabalho, desenvolveu-se um modelo de simulação para analisar o comportamento dinâmico de um veículo utilizando um modelo de 1/4 de carro, em conformidade com as especificações da norma ISO 8608 para a classificação de rugosidade de pavimentos. A metodologia apresentada permitiu a parametrização de diferentes perfis de estrada, possibilitando a geração de entradas realistas para o modelo de suspensão. A partir dos equacionamentos desenvolvidos na Seção 3, foram definidas funções de transferência que representam a dinâmica vertical do veículo.

Os resultados obtidos confirmam que os perfis de estrada obtidos estão em conformidade com as características de energia e frequência estipuladas pela norma ISO 8608 para a classe de rugosidade B, validando assim a parametrização implementada no código MATLAB. A análise da resposta do modelo de 1/4 de carro demonstrou que o sistema de suspensão é eficaz na atenuação de vibrações indesejadas, especialmente em condições de alta velocidade, como observou-se nas faixas de alta frequência. A PSD revelou que as frequências críticas, de ressonância, ocorrem em dois momentos, na faixa de 9 Hz e em 140 Hz, assim permitindo ajustes e otimizações no design do sistema de suspensão.

Além disso, a atenuação eficaz dessas vibrações em altas frequências evidencia a capacidade do sistema de suspensão em amenizar excitações de alta frequência, garantindo que apenas as irregularidades nas faixas de ressonância tenham um impacto significativo na dinâmica do veículo. Esse aspecto é particularmente relevante para condições de condução de alta velocidade, como nas competições de Fórmula SAE, onde o controle de vibrações de alta frequência é essencial para a estabilidade, manobrabilidade e vida em fadiga do veículo.

A análise comparativa das PSDs para diferentes perfis de estrada da mesma classe B mostrou que, apesar das variações aleatórias nos perfis gerados, as respostas vibracionais da roda mantêm características consistentes. Isso sugere que as conclusões obtidas a partir de um conjunto de perfis podem ser generalizadas para outros perfis da mesma classe, quando analisado para o mesmo veículo, oferecendo uma ferramenta robusta para a simulação de sistemas de suspensão em diversas condições de rodagem.

O presente trabalho alcançou os objetivos inicialmente estabelecidos, desenvolvendo uma ferramenta para a equipe Dinamo E-Racing, com o intuito de auxiliar no projeto e análise do sistema de suspensão do veículo. A partir da parametrização da norma ISO 8608, foi possível gerar perfis de rugosidade de estrada, em conformidade com a classe B, que foram utilizados como entrada no modelo de 1/4 de carro. A implementação desse modelo permitiu o estudo do comportamento dinâmico da suspensão, com o uso da análise de PSD para identificar frequências de ressonância que afetam o desempenho vibracional. Observou-se também uma consistência nas frequências predominantes entre os

diferentes perfis gerados da mesma classe, sugerindo que os resultados obtidos podem ser generalizados para outros perfis de rugosidade da mesma classe, no contexto de um mesmo veículo. Dessa forma, a metodologia proposta, juntamente com o desenvolvimento no MATLAB, mostrou-se uma ferramenta eficaz para o projeto da suspensão, proporcionando uma base sólida para futuros desenvolvimentos da equipe Dinamo de Fórmula SAE.

5.1 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

- **Validação Experimental do Modelo:** Para aumentar a confiabilidade dos resultados das simulações, recomenda-se a realização de um processo de validação experimental. Esse processo pode envolver a coleta de dados reais do protótipo do veículo da Equipe Dinamo E-Racing em diferentes condições de rodagem, utilizando sensores para medir o perfil de rugosidade do asfalto e a resposta vibracional do veículo. Esses dados experimentais podem ser comparados com os resultados da simulação para ajustar e validar o modelo.
- **Desenvolvimento de um Modelo de 7 Graus de Liberdade (7GDL):** Uma extensão natural deste trabalho seria o desenvolvimento de um modelo mais complexo de 7 graus de liberdade, que represente de forma mais detalhada o comportamento dinâmico do veículo. Este modelo poderia incluir elementos adicionais como o movimento lateral e a rotação do veículo, oferecendo uma representação mais completa e fiel ao comportamento real do veículo sob diferentes condições de rodagem.
- **Aplicação em Softwares de Simulação:** Utilizando a tabela de pontos obtida para a caracterização da PSD, sugere-se que futuros estudos utilizem essa curva como entrada em softwares de simulação avançados, como o Ansys ou similares. Isso permitiria uma análise detalhada da resposta vibracional e de fadiga do veículo, levando em consideração tanto a complexidade do modelo quanto a variedade de perfis de entrada possíveis.
- **Estudo das Vibrações em Múltiplas Direções:** Além das vibrações verticais, sugere-se a análise das vibrações nas direções lateral e longitudinal do veículo. Isso proporcionaria uma visão mais completa do comportamento dinâmico sob diferentes condições de rodagem, como curvas, frenagens e acelerações.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, V. F.; BOTEAGA, T. F. Análise de severidade de perfis de vibrações aleatórias para transporte e implicações práticas na indústria de refrigeração. **Revista da Sociedade Brasileira de Acústica (SOBRAC)**, n. 53, p. 1–17, dez 2022. Citado na página 26.
- ASTM International. **Standard Terminology Relating to Vehicle-Pavement Systems**. Astm e867-06(2012). West Conshohocken, PA: ASTM International, 2012. Citado na página 30.
- AUTOMOTIVA, A. B. de E. **Fórmula SAE Brasil**. 2024. Disponível em: <<https://www.saebrasil.org.br>>. Citado na página 15.
- BREZOLIN, A. P. et al. Modelagem matemática de elementos empregados em suspensões veiculares. **Congresso de Matemática Aplicada e Computacional - CMAC SUL**, Curitiba-PR, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.
- CAR, B. **Race Car Suspension Basics and Design**. 2015. <<https://www.buildyourownracecar.com/race-car-suspension-basics-and-design/2/>>. Acesso em 13 de maio de 2024. Citado na página 16.
- COOLEY, J. W.; TUKEY, J. W. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. **Mathematics of computation**, JSTOR, v. 19, n. 90, p. 297–301, 1965. Citado na página 29.
- CORREIA, D.; FERREIRA, A. Aircrafts on-ground dynamics models and simulation software: State-of-the-art. **Sustainability**, v. 13, p. 9147, 08 2021. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.
- CUNHA, C. J. F. da. **Caracterização do perfil de pavimento**. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)) — Universidade de Brasília, Brasília, 2017. Citado na página 33.
- FELICIO, L. C. **Modelagem da Dinâmica de Sistemas e Estudo da Resposta**. [S.l.]: RiMa Editora, 2010. 568 p. ISBN 978-85-7656-169-9. Citado 6 vezes nas páginas 20, 21, 22, 23, 24 e 25.
- GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. [S.l.]: Society of Automotive Engineers Inc., 1992. Citado 4 vezes nas páginas 18, 25, 26 e 28.
- ISO-8608. **ISO 8608: Mechanical Vibration – Road Surface Profiles – Reporting of Measured Data**. 1995. Geneva. Citado na página 31.
- JAZAR, R. N. **Vehicle Dynamics: Theory and Application**. [S.l.]: Springer, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 18, 19 e 30.
- KASHYZADEH, K. R. Fatigue life prediction of package of suspension automotive under random vibration based on road roughness. **Mediterranean Journal of Modeling and Simulation**, v. 4, p. 37–50, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 32.

KASPRZAK, E.; LEWIS, K.; MILLIKEN, D. Inflation pressure effects in the nondimensional tire model. **SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems**, v. 115, p. 1781–1792, 01 2007. Citado na página 22.

LALANNE, C. **Random Vibration**. [S.l.]: CRC Press, 2020. Citado na página 26.

MASHHADI, B.; HATAMABAD, M. Vehicle motion analysis on the test roads in virtual environments. **Journal of Automobile Engineering and Related Industries**, 2009. Citado na página 30.

MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. **Race Car Vehicle Dynamics**. Great Britain: Society of Automotive Engineers Inc., 1996. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.