

Pedro Luís Yendo Fujiwara

Estudo de Avanço e Atraso de Luz em Chip Integrado Utilizando Moléculas Fotônicas

São Carlos
2025

Pedro Luís Yendo Fujiwara

Estudo de Avanço e Atraso de Luz em Chip Integrado Utilizando Moléculas Fotônicas

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientação: Prof. Dr. Luís Alberto Mijam Barêa

RESUMO

A fotônica integrada permite a miniaturização e eficiência no processamento óptico de informações em chips. Para aprimorar o avanço e atraso da luz sem aumentar a área ocupada pelos componentes, este trabalho propõe o uso de Moléculas Fotônicas (PMs), compostas por microcavidades na forma de anéis acoplados internamente a um anel externo. Investigamos uma PM com um anel externo de $20\ \mu\text{m}$ e um interno de $5\ \mu\text{m}$, fabricados em Silício-sobre-isolante (*Silicon on Insulator*, SOI), analisando seu espectro e impacto nos tempos de avanço e atraso da luz. Simulações numéricas baseadas em dados extraídos de uma PM fabricada demonstram que a estrutura proposta é capaz de atingir atrasos de grupo de até 120 ps (luz lenta) e avanços da ordem de 70 ps (luz rápida), com otimização que alcança até 143,60 ps e 100,19 ps respectivamente. Esses valores são compatíveis com aplicações como buffers ópticos, modulação de fase e compensação de dispersão.

Palavras-chave: Fotônica Integrada, Moléculas Fotônicas, Luz Lenta e Rápida, Guias de Onda, Silício-sobre-isolante.

SUMÁRIO

Sumário

INTRODUÇÃO	1
Metodologia	1
Itz rápida e devagar	4
Resultados	5
Conclusão	9
Referências	9

Estudo de Avanço e Atraso de Luz em Chip Integrado Utilizando Moléculas Fotônicas

Estudante: Pedro Luís Yendo Fujiwara

*Departamento de Engenharia Elétrica - DEE
Universidade Federal de São Carlos - UFSCar
São Carlos, SP*

Orientador: Luís Alberto Mijam Barêa

*Departamento de Engenharia Elétrica - DEE
Universidade Federal de São Carlos - UFSCar
São Carlos, SP*

Resumo—A fotônica integrada permite a miniaturização e eficiência no processamento óptico de informações em chips. Para aprimorar o avanço e atraso da luz sem aumentar a área ocupada pelos componentes, este trabalho propõe o uso de Moléculas Fotônicas (PMs), compostas por microcavidades na forma de anéis acoplados internamente a um anel externo. Investigamos uma PM com um anel externo de $20\ \mu\text{m}$ e um interno de $5\ \mu\text{m}$, fabricados em Silício-sobre-isolante (*Silicon on Insulator*, SOI), analisando seu espectro e impacto nos tempos de avanço e atraso da luz. Simulações numéricas baseadas em dados extraídos de uma PM fabricada, demonstram que a estrutura proposta é capaz de atingir atrasos de grupo de até 120 ps (luz lenta) e avanços da ordem de 70 ps (luz rápida), valores compatíveis com aplicações como buffers ópticos, modulação de fase e compensação de dispersão. Comparações com dispositivos de maior porte presentes na literatura reforçam que as PMs oferecem excelente eficiência espectral e significativa redução de área ocupada, otimizando o desempenho de circuitos fotônicos integrados. Adicionalmente, após um estudo dos coeficientes de acoplamento t_1 e t_2 foi possível realizar uma otimização que permitiu ampliar esses efeitos, alcançando atrasos de até 143,60 ps e avanços de até 100,19 ps.

I. INTRODUÇÃO

A fotônica integrada é uma área emergente que visa a integração de componentes ópticos, como lasers, moduladores e filtros, em um único chip, permitindo a manipulação eficiente da luz. Essa tecnologia tem sido fundamental para superar desafios em telecomunicações, como a miniaturização de dispositivos e a redução do consumo de energia. As tecnologias voltadas para telecomunicação desempenham um papel crucial na infraestrutura global, permitindo a transmissão rápida e eficiente de informações. Com a crescente demanda por maior largura de banda e menor latência, a necessidade de soluções inovadoras para o controle da propagação da luz dentro dos circuitos fotônicos tornou-se essencial. Nesse contexto, o conceito de luz rápida e devagar é fundamental, pois permite o ajuste dinâmico da velocidade de grupo da luz, possibilitando aplicações avançadas em processamento de sinais e redes ópticas [1].

A capacidade de controlar a velocidade de propagação da luz — promovendo avanço (luz rápida) ou atraso (luz lenta) — é particularmente desejável em aplicações como buffers ópticos, sincronização de pacotes, modulação de fase e compensação de dispersão cromática. Quanto maior o valor de atraso ou avanço obtido, mais eficaz o dispositivo será na manipulação temporal dos sinais ópticos, sem necessidade de elementos ativos ou materiais não-lineares. Além

disso, valores elevados de atraso de grupo estão diretamente associados à possibilidade de armazenamento de sinais, enquanto os avanços podem ser utilizados em compensações e reconfigurações rápidas de caminho óptico, otimizando o desempenho de redes integradas.

Um avanço significativo nesse campo ocorreu com o desenvolvimento de microcavidades ópticas de silício, capazes de armazenar e controlar a luz em espaços extremamente reduzidos. Essas estruturas desempenham um papel essencial na melhora de tecnologias de comunicação óptica, especialmente na sintonização do avanço e atraso da luz dentro do chip. Entretanto, um dos desafios enfrentados nessa abordagem é a necessidade de múltiplas cavidades acopladas para otimizar os tempos de avanço e atraso da luz [1].

Para superar essa limitação, este trabalho propõe e investiga o uso de Moléculas Fotônicas, que são microcavidades em forma de anéis eletromagneticamente acopladas, capazes de explorar a região interna dos anéis para o acoplamento. Essa configuração reduz significativamente a área necessária para integração e permite uma engenharia espectral avançada, aumentando o número de ressonâncias sem impactar o tamanho do chip. Com isso, busca-se aprimorar o avanço e o atraso da luz em chips integrados de forma eficiente, promovendo a independência entre parâmetros críticos como fator de qualidade (Q), espaçamento espectral livre (FSR) e raio das cavidades (R) [1].

Nesse contexto, este estudo baseou-se em uma PM composta por dois ressonadores em anel: um externo de $20\ \mu\text{m}$ acoplado a um guia de onda e um interno de $5\ \mu\text{m}$, ambos fabricados em uma plataforma de SOI. O espectro dessa estrutura será analisado com técnicas de simulação capazes de investigar seu impacto nos tempos de avanço e atraso da luz. Além disso, os resultados obtidos serão comparados com dispositivos maiores já descritos na literatura, com o intuito de demonstrar que a PM estudada oferece excelente eficiência espectral e significativa redução de área, consolidando-se como uma solução promissora para a otimização do desempenho de chips fotônicos integrados.

II. METODOLOGIA

O presente trabalho realiza o estudo estrutural de uma molécula fotônica (PM) já fabricada, composta por dois anéis ressonantes acoplados em uma plataforma Silício-Sobre-Isolante (SOI) compatível com tecnologia CMOS. Para validar

o modelo teórico desenvolvido, foram utilizados dados experimentais obtidos a partir de um dispositivo fabricado em uma foundry no exterior e caracterizado em laboratórios parceiros da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).

Os dados experimentais, incluindo o fator de extinção (*Extinction Factor*, FE), o espaçamento espectral livre (*Free Spectral Range*, FSR) e a largura à meia altura das ressonâncias ($\Delta\lambda_{FWHM}$), foram essenciais para ajustar os resultados simulados às medições reais. Para isso, aplicou-se o Método da Matriz de Transferência (*Transfer-Matrix Method*, TMM) às microcavidades acopladas, possibilitando a análise correta do comportamento óptico do sistema em diferentes condições, partindo de uma base experimental concreta.

O desenvolvimento computacional envolveu a criação de um código em Python que permitiu realizar o ajuste fino entre a resposta espectral teórica e a resposta experimental do dispositivo. Este fitting foi alcançado pela manipulação dos parâmetros de índice efetivo de refração (N_{eff}), fase (ϕ), responsável por alinhar os picos simulados aos experimentais, atenuação da amplitude interna em cada cavidade (A), tempo de percurso da onda por uma volta na cavidade (T) e fator de transmissão (t). Os parâmetros fixos considerados foram o intervalo espectral de 1.536 nm a 1.544 nm, o raio externo de $20\ \mu\text{m}$ e o raio interno de $5\ \mu\text{m}$, além da velocidade da luz no vácuo, $c = 3 \times 10^{14}\ \text{nm/s}$.

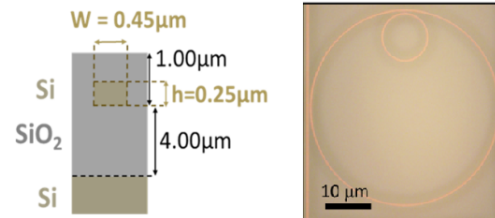
Através da variação controlada desses parâmetros, foi possível alcançar um fitting preciso das respostas espectrais, permitindo extrair os fatores de acoplamento e atenuação do sistema, bem como prever os tempos de atraso e avanço — fenômenos conhecidos como *slow light* e *fast light* — que essa molécula fotônica possibilita. Assim, o modelo teórico validado com dados experimentais demonstra a eficácia do dispositivo em aplicações de manipulação do atraso de grupo em sistemas ópticos integrados.

A. Dispositivo

O dispositivo utilizado foi fabricado em uma *foundry* no exterior em uma plataforma SOI, mostrada na Figura 1, e possuem arquiteturas diferentes, que permitem combinar as cavidades e investigá-las quando estão acopladas diretamente em um guia de onda ou formando uma PM. O dispositivo de interesse nesse trabalho é constituído de um anel externo, com raio $20\ \mu\text{m}$, acoplado em um guia de onda, contendo em seu interior um segundo anel, com raio de $5\ \mu\text{m}$. As distâncias de acoplamento entre o guia de onda e a cavidade externa e entre as cavidades são iguais a $200\ \text{nm}$.

Esse dispositivo foi escolhido devido à sua alta compatibilidade com tecnologias Semicondutor de Óxido Metálico Complementar (*Complementary Metal-Oxide-Semiconductor*, CMOS), o que permite uma integração eficiente com circuitos eletrônicos convencionais. Além disso, a plataforma SOI proporciona um alto índice de refração, permitindo um maior confinamento luz e reduzindo as perdas de propagação. A fabricação desse dispositivo ocorre em instituições especializadas no exterior, utilizando técnicas avançadas de litografia e processos de deposição controlados para garantir a precisão estrutural necessária.

Figura 1: Esquema da plataforma de silício-sobre-isolante, com descrição das camadas de materiais e dimensões do guia de onda, acompanhado de imagem de microscopia óptica da molécula fotônica utilizada neste trabalho.



Fonte: Novas arquiteturas fotônicas para redução da dependência do Fator de Qualidade e Fator de Extinção à erros de nanofabricação em cavidades ópticas [2]

Outro fator determinante para a eficiência do controle temporal da luz no dispositivo é o aumento do *fator de qualidade* (Q) das ressonâncias, o qual representa a razão entre a energia armazenada na cavidade e a energia dissipada por ciclo de oscilação. Esse parâmetro está diretamente relacionado ao tempo de confinamento dos fótons na estrutura, sendo essencial para alcançar efeitos expressivos de avanço e atraso de grupo.

Fisicamente, o fator Q está associado à largura espectral da ressonância: quanto maior o Q , mais estreita é a largura de linha, indicando menor perda de energia e maior tempo de vida fotônico. Em ressonadores convencionais, o valor de Q é limitado principalmente pelas perdas por espalhamento, que aumentam com a redução do raio do anel ressonante, e pelas perdas de acoplamento com o guia de onda.

Além disso, o fator de qualidade apresenta uma relação direta com o raio do anel (R), conforme a equação:

$$Q = \frac{2\pi R n_g F}{\lambda} \quad (1)$$

onde n_g é o índice de grupo do modo óptico, F é a finesse da cavidade e λ é o comprimento de onda da ressonância. Essa relação evidencia que, para aumentar Q , é necessário também aumentar R , o que normalmente compromete a compactação do dispositivo.

No entanto, com o uso de Moléculas Fotônicas (PMs), é possível romper essa limitação. Ao acoplar anéis menores na região interna de um anel externo, cria-se uma nova distribuição de modos ópticos que permite elevar o fator de qualidade sem ampliar o tamanho do dispositivo. Isso ocorre porque o acoplamento interno favorece a formação de modos com menor perda e maior confinamento, possibilitando a obtenção de ressonâncias com alto Q em áreas reduzidas. Dessa forma, torna-se viável realizar uma engenharia espectral refinada e eficiente, sem sacrificar o desempenho óptico do sistema.

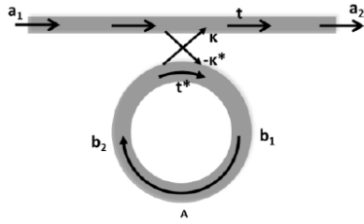
B. Desenvolvimento Matemático

Para compreender o funcionamento de dispositivos ópticos compostos por um anel externo e um interno, acoplados a um guia de onda, é fundamental estabelecer as equações básicas

que descrevem o comportamento espectral do sistema. O acoplamento entre o guia e o ressonador é tratado como ideal, ou seja, sem perdas, e não depende do mecanismo específico de acoplamento adotado. Conforme ilustrado na Figura 2, a propagação da onda no guia de entrada excita um único modo unidirecional dentro do ressonador, cuja amplitude complexa do campo eletromagnético incidente é denotada por a_1 . Parte dessa energia é acoplada ao ressonador, sendo descrita por b_1 , enquanto o restante segue transmitido pelo guia de onda. O coeficiente de transmissão t representa a fração da potência que permanece no guia.

Ao percorrer a cavidade ressonante, a amplitude b_1 sofre uma atenuação A e um deslocamento de fase η , resultando em uma nova amplitude b_2 . Esta última, ao retornar à região de acoplamento, tem parte de sua energia acoplada novamente ao guia, enquanto o restante permanece circulando na cavidade. Os coeficientes K quantificam a eficiência do acoplamento bidirecional entre guia e ressonador. A conservação de energia assegura que a potência transmitida pelo guia de onda e a potência recapturada sejam complementares, sendo a saída do guia representada por a_2 .

Figura 2: Representação esquemática de um ressonador acoplado a um guia de onda.



Fonte: Adaptado de estudos sobre arquiteturas fotônicas.

A análise do sistema se baseia no regime estacionário, assumindo que o tempo de duração do pulso incidente (t_p) é significativamente superior ao tempo necessário para uma volta completa dentro da cavidade (t_v). Isso permite expressar as amplitudes de entrada e saída do guia em termos de uma matriz de acoplamento:

$$\begin{bmatrix} a_2 & b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t & k & -k^* & t^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & b_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

onde as amplitudes a_j e b_j foram normalizadas para que seus módulos quadráticos representem a potência modal. Considerando que o acoplamento não introduz perdas no sistema, a conservação de potência impõe a relação:

$$|a_1|^2 + |b_2|^2 = |a_2|^2 + |b_1|^2 \quad (3)$$

Consequentemente, a matriz de acoplamento deve ser unitária, garantindo que:

$$|k|^2 + |t|^2 = 1 \quad (4)$$

Dentro da cavidade, a evolução de b_2 é descrita por uma atenuação real A e um fator de fase η , de modo que:

$$b_2 = Ae^{i\eta}b_1 \quad (5)$$

O deslocamento de fase η está relacionado ao comprimento de onda pela expressão $\eta = \frac{\omega L}{c}$, onde $L = 2\pi R$ é o perímetro do ressonador. O fator de atenuação A , que leva em conta perdas de propagação e acoplamento, é expresso em termos do coeficiente de atenuação α pela relação:

$$A = e^{-\alpha L} \quad (6)$$

Para um campo normalizado de entrada ($|a_1|^2 = 1$), as expressões para as amplitudes transmitida e refletida pelo guia são:

$$a_2 = \frac{-A + te^{-i\eta}}{-At + e^{-i\eta}} \quad (7)$$

$$b_2 = \frac{-AK^*}{-At + e^{-i\eta}} \quad (8)$$

A potência transmitida pelo guia de onda é, portanto:

$$|a_2|^2 = \frac{A^2 + |t|^2 - 2A|t| \cos(\eta + \delta_t)}{1 + A^2 + |t|^2 - 2A|t| \cos(\eta + \delta_t)} \quad (9)$$

Enquanto a potência armazenada na cavidade assume a forma:

$$|b_2|^2 = \frac{A^2(1 - |t|^2)}{1 + A^2 + |t|^2 - 2A|t| \cos(\eta + \delta_t)} \quad (10)$$

No caso específico de cálculo em uma ressonância ($\eta + \delta_t = m2\pi$, para m inteiro), as expressões anteriores se simplificam para:

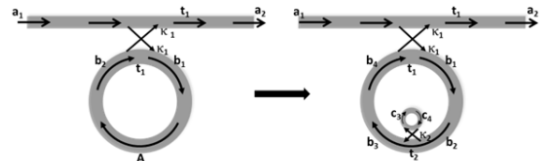
$$|a_2|^2 = \frac{(A - |t|)^2}{(1 - A|t|)^2} \quad (11)$$

$$|b_2|^2 = \frac{A^2(1 - |t|^2)}{(1 - A|t|)^2} \quad (12)$$

A condição de acoplamento crítico ocorre quando $A = t$, implicando em potência transmitida nula e total confinamento de energia na cavidade. Em termos de acoplamento, o sistema pode ser classificado em três regimes distintos: subcrítico ($t > A$), crítico ($t = A$) e supercrítico ($t < A$), afetando diretamente a distribuição de potência entre o guia e a cavidade.

Expandindo a análise para um sistema de duas cavidades acopladas, como ilustrado na Figura 3, é necessário incorporar novos coeficientes de acoplamento e transmissão para as interações adicionais.

Figura 3: Configuração esquemática da mudança de um sistema com uma cavidade para outro com duas cavidades acopladas.



Fonte: Adaptado de estudos sobre arquiteturas fotônicas.

Neste caso, a matriz de acoplamento do guia para a primeira cavidade é representada por:

$$\begin{bmatrix} a_2 & b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 & ik_1 & ik_1 & t_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & b_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Já para a interação entre a cavidade interna e a externa, a matriz correspondente é:

$$\begin{bmatrix} b_3 & c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_2 & ik_2 & ik_2 & t_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_4 & c_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

A equação resultante para a resposta espectral do sistema de duas cavidades é dada por:

$$a_2 = \frac{t_1(1 - t_2 A_2 e^{i\omega 2}) - A_1 e^{i\omega 1}(t_2 - A_2 e^{i\omega T_2})}{(1 - t_2 A_2 e^{i\omega T_2}) - t_1 A_1 e^{i\omega T_1}(t_2 - A_2 e^{i\omega 2})} \quad (15)$$

Essa equação permite analisar detalhadamente o comportamento óptico na saída do dispositivo de interesse desse trabalho, viabilizando ajustes na engenharia espectral para aplicações avançadas em fotônica.

C. Simulação Computacional e Ajuste dos Dados Experimentais

Para realizar o ajuste das curvas experimentais com os resultados teóricos obtidos pelo modelo de duas cavidades acopladas, foi desenvolvido um código em linguagem *Python*, utilizando bibliotecas como *NumPy*, *Pandas*, *SciPy* e *Matplotlib*. Este código tem como objetivo comparar os dados experimentais do espectro de transmissão com os resultados obtidos via simulação, permitindo um ajuste fino dos parâmetros físicos envolvidos.

Inicialmente, os dados experimentais de transmissão foram carregados a partir de uma planilha do Excel, que continha os valores de comprimento de onda (λ) e a respectiva potência medida na saída do dispositivo. Esses dados foram interpolados por uma função cúbica contínua, de modo a permitir a comparação direta com a curva simulada.

O modelo de simulação implementado considera o comportamento óptico de duas cavidades ressonantes acopladas, conforme descrito na equação 15. Para isso, define-se uma função `cavidade2`, que recebe como parâmetros os coeficientes de atenuação (A_1 , A_2) e transmissão (t_1 , t_2), os índices efetivos de refração ($n_{\text{eff}1}$, $n_{\text{eff}2}$), e os deslocamentos de fase (ϕ_1 , ϕ_2), onde os subíndices 1 e 2 se referem às cavidades externa e interna, respectivamente. Com base nesses parâmetros, são calculados os termos de transmissão e fase ao longo do espectro de comprimento de onda definido no intervalo de 1,536 nm a 1,544 nm. Essa faixa espectral foi escolhida pois os resultados experimentais demonstraram nesse intervalo a presença de duas ressonâncias da cavidade externa e uma ressonância da cavidade interna, como será demonstrado na próxima seção.

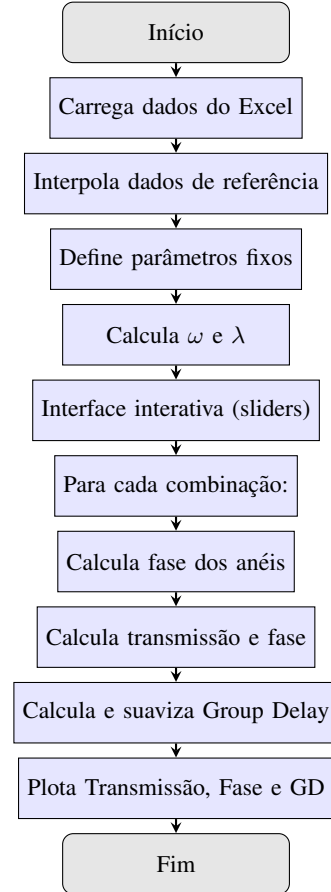
Dentro da função, os comprimentos das cavidades (L_1 e L_2) são calculados a partir dos raios de 20 μm e 5 μm , respectivamente. Em seguida, obtém-se a resposta espectral do sistema por meio de uma expressão analítica para a amplitude complexa de saída, levando em consideração os múltiplos acoplamentos internos. O valor absoluto ao quadrado da amplitude fornecida corresponde à curva de transmissão.

Além disso, a fase da resposta é utilizada para calcular o atraso de grupo (*Group Delay*, GD), através da derivada da fase com relação à frequência angular (ω). Essa grandeza permite observar os efeitos de *slow* e *fast light* no sistema. Para evitar oscilações não físicas na região de interesse, uma função sigmoide é aplicada como suavização, eliminando variações abruptas na derivada.

Por fim, o código realiza a sobreposição da curva simulada com os dados experimentais, permitindo uma visualização clara do ajuste realizado. Três picos específicos do gráfico de atraso de grupo são destacados, correspondendo aos efeitos ópticos desejados no projeto da cavidade: aceleração e atraso da luz.

A estrutura lógica de funcionamento do código está representada no fluxograma da Figura 4. Esse diagrama resume as principais etapas do processamento, desde a importação dos dados até a visualização dos resultados simulados.

Figura 4: Fluxograma das etapas de execução do código de simulação e ajuste do espectro.



III. LUZ RÁPIDA E DEVAGAR

O conceito de *luz rápida* e *luz devagar* refere-se à manipulação da velocidade de grupo da luz em meios fotônicos, permitindo que a propagação de pulsos ópticos seja controlada, ou seja, acelerada ou retardada, conforme desejado. Em uma PM, a velocidade de grupo refere-se à

velocidade com que um pacote de onda (um pulso de luz) se propaga através do sistema ressonante formado pelos anéis acoplados. Nesse sistema, a manipulação da velocidade de grupo ocorre devido à dispersão do meio, que pode ser normal ou anômala, influenciando a relação entre a velocidade de fase e a velocidade de grupo da onda eletromagnética. Em regiões de dispersão normal, a velocidade de grupo tende a ser menor, o que pode levar à *luz devagar*, enquanto que em regiões de dispersão anômala, a velocidade de grupo pode ultrapassar a velocidade de fase ou até assumir valores negativos, dando origem ao fenômeno da *luz rápida*.

Nas estruturas ressonantes utilizadas em dispositivos fotônicos integrados, como as PMs, essas propriedades podem ser exploradas de maneira controlada. A presença de cavidades internas acopladas a um anel externo altera significativamente o perfil de dispersão do sistema. Na PM estudada nesta monografia, o anel interno contribui para a modificação da dispersão de grupo, criando regiões espectrais onde a velocidade de grupo pode ser reduzida ou aumentada de forma precisa. Isso se deve à hibridização dos modos ópticos, provocada pelo acoplamento entre os ressonadores, o que leva ao surgimento de ressonâncias degeneradas (dupletos, tripletos, etc.), cujas separações espectrais são ajustáveis em função dos parâmetros geométricos e do acoplamento entre os anéis.

Esses efeitos tornam possível a engenharia espectral do dispositivo, viabilizando, por exemplo, a criação de janelas de *luz devagar*, úteis para o armazenamento temporário de informações ópticas, ou de *luz rápida*, que pode ser empregada na compensação de atrasos em redes fotônicas. Em especial, a modulação da velocidade de grupo é fundamental para o desenvolvimento de dispositivos como buffers fotônicos, linhas de atraso sintonizáveis, filtros com resposta temporal controlada e sistemas de sincronização de pacotes ópticos em arquiteturas de comunicação óptica de alta velocidade. A capacidade de controlar o tempo de grupo de forma tão compacta e eficiente representa um avanço significativo, especialmente quando comparada às abordagens convencionais que exigiriam cavidades de grandes dimensões ou consumo elevado de energia para alcançar desempenhos equivalentes [1].

A. Cálculo do Group Delay

O atraso de grupo (*Group Delay*, τ_g) é uma métrica essencial para caracterizar a dispersão de fase em sistemas ópticos, representando o tempo que um pacote de onda leva para atravessar o dispositivo. Conforme definido na literatura especializada (e.g., [1]), ele é a derivada negativa da fase em relação à frequência angular:

$$\tau_g(\omega) = -\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} \quad (16)$$

onde:

- $\tau_g(\omega)$ é o *Group Delay*, em segundos;
- $\phi(\omega)$ é a fase da função de transferência complexa do sistema;
- $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi c}{\lambda}$ é a frequência angular, com c sendo a velocidade da luz no vácuo e λ o comprimento de onda.

No código desenvolvido para este trabalho, a função de transferência complexa do sistema é calculada e seu argumento (fase) é extraído. Assim, a fase $\phi(\omega)$ é explicitamente representada por $\angle H(\omega)$, onde $H(\omega)$ é a resposta complexa do sistema às diferentes frequências. Para o cálculo numérico da derivada, é utilizada a função `np.gradient` (do pacote NumPy) sobre a fase. É crucial que a fase seja "desembrulhada" (`np.unwrap`) antes da derivação para garantir sua continuidade e, assim, a precisão do resultado. O valor obtido, em segundos, é então convertido para picosegundos (ps) através da multiplicação por 10^{12} para maior conveniência na análise de sistemas fotônicos. Portanto, a expressão implementada para o cálculo do *Group Delay* é:

$$\tau_g(\omega) = -\frac{d}{d\omega} [\angle H(\omega)] \cdot 10^{12} \quad (\text{ps}) \quad (17)$$

A função de transferência $H(\omega)$, por sua vez, é definida com base em um modelo de duas cavidades acopladas (dois anéis), considerando os parâmetros de acoplamento (t_1, t_2), perdas (A_1, A_2), índices efetivos ($n_{\text{eff}1}, n_{\text{eff}2}$), comprimentos das cavidades (L_1, L_2), e as fases iniciais ϕ_1 e ϕ_2 acumuladas em cada percurso, tal como descrito anteriormente na equação 15.

Esse tratamento permite prever o comportamento teórico do sistema, cuja resposta espectral está de acordo com os dados experimentais medidos, especialmente em regiões onde se observa variações acentuadas do atraso de grupo, como nas proximidades das ressonâncias.

IV. RESULTADOS

A. Caracterização dos Valores Experimentais

Para a validação do modelo proposto e a extração de parâmetros físicos coerentes, foi utilizada uma curva experimental de transmissão adquirida a partir do dispositivo proposto neste trabalho. Essa curva representa a resposta espectral de uma PM composta por dois ressonadores em anel, dispostos conforme especificado na Seção II-A. Os dados experimentais foram obtidos previamente e organizados em uma planilha no formato `xlsx`, sendo posteriormente carregados no ambiente de simulação por meio da biblioteca `pandas` do Python.

A coluna contendo os comprimentos de onda (λ) e a potência normalizada medida (referente à transmissão óptica) foi processada para gerar uma referência contínua. Para tal, aplicou-se interpolação por splines cúbicas, uma técnica que constrói uma curva suave e contínua que passa pelos pontos de dados discretos, utilizando a biblioteca `scipy`. Isso permitiu uma comparação direta com os resultados teóricos obtidos via simulação. Essa curva experimental serviu, portanto, como padrão para o ajuste fino dos parâmetros do modelo, permitindo avaliar a fidelidade da simulação em relação ao comportamento real do dispositivo. O procedimento de ajuste foi conduzido com o auxílio de controles deslizantes interativos (*sliders*), desenvolvidos com a biblioteca `ipywidgets`, permitindo a variação contínua de parâmetros como os coeficientes de transmissão (t_1, t_2), perdas circulantes (A_1, A_2), índices efetivos ($n_{\text{eff}1}, n_{\text{eff}2}$) e fases acumuladas (ϕ_1, ϕ_2). Tais

ajustes foram aplicados ao modelo teórico, formulado com base no TMM, conforme descrito na Seção II-B.

Além da curva de transmissão, o modelo também fornece, de forma simultânea, as respostas espectrais de fase e de *group delay*, permitindo uma análise completa do comportamento dinâmico do sistema. Com isso, foi possível identificar os principais picos de atraso e avanço temporal, destacando as regiões espectrais onde os efeitos de luz lenta e luz rápida se manifestam com maior intensidade. Os valores máximos de *group delay* foram automaticamente detectados e destacados no gráfico final, viabilizando a comparação direta com os valores reportados na literatura e reforçando a relevância da estrutura proposta neste trabalho.

B. Cálculo da Fase, Atraso de Grupo e Atraso com Base no Modelo Teórico

Com o objetivo de comparar o comportamento experimental de Pêndulos Multi-Articulados (PMs) com dois anéis acoplados ao nosso modelo teórico, utilizamos uma abordagem baseada na análise da resposta espectral complexa da estrutura. Essa resposta é convenientemente descrita por uma função de transmissão $T(\omega)$, que, no nosso contexto, atua como a função de transferência do sistema. A partir de $T(\omega)$, é possível extrair diretamente a fase e, conseqüentemente, calcular o atraso de grupo, parâmetros cruciais para compreender o comportamento dinâmico e ressonante da nossa estrutura e validar o modelo teórico.

Fase: A fase $\phi(\omega)$ de uma cavidade ressonante pode ser obtida a partir do argumento da função de transmissão complexa $T(\omega)$, dada por:

$$\phi(\omega) = \arg(T(\omega)) \quad (18)$$

Contudo, como a fase obtida através da função $\arg(\cdot)$ apresenta descontinuidades de 2π (devido ao salto de $-\pi$ para π), aplica-se o procedimento de *unwrapping* para remover essas descontinuidades e obter uma fase contínua. No código Python utilizado, esse processo é realizado com a função `np.unwrap()`, gerando um gráfico suave e contínuo da fase ao longo do comprimento de onda.

Atraso de Grupo (Group Delay): O atraso de grupo $GD(\omega)$ está relacionado à derivada da fase em relação à frequência angular ω e representa o tempo que um pacote de onda leva para atravessar a estrutura, sendo calculado por:

$$GD(\omega) = -\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} \quad (19)$$

No código, essa derivada é obtida numericamente utilizando a função `np.gradient()` aplicada à fase contínua. A multiplicação pelo fator 10^{12} converte o atraso de grupo de segundos para picosegundos (ps), unidade usualmente empregada para dispositivos fotônicos:

$$GD(\omega), [\text{ps}] = -\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} \times 10^{12} \quad (20)$$

Tratamento do Atraso Negativo: Em certas regiões espectrais, devido a efeitos de dispersão anômala e artefatos numéricos, o atraso de grupo pode assumir valores negativos, que não possuem interpretação física direta para aplicações práticas. Para contornar esse problema, foi aplicada uma função sigmoide que suaviza a transição nessas regiões, penalizando os valores negativos:

$$GD_{\text{suavizado}} = GD \cdot (1 - S) - |GD| \cdot S \quad (21)$$

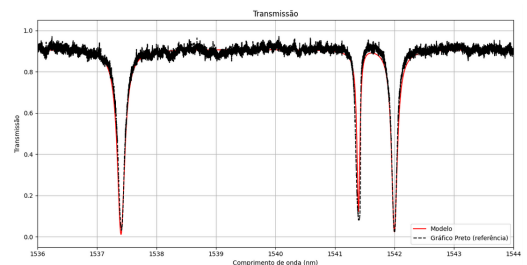
onde S representa a função sigmoide definida em torno do intervalo espectral indesejado. Essa técnica permite preservar a continuidade e suprimir regiões com comportamento não físico sem comprometer os dados relevantes para análise.

Interpretação: A análise da fase e do atraso de grupo é fundamental para identificar regiões de *luz rápida* e *luz devagar*. Regiões onde o atraso de grupo é positivo e elevado indicam propagação de *luz devagar*, sugerindo acúmulo de energia na cavidade. Por outro lado, regiões com redução abrupta da fase e valores baixos ou negativos de GD sugerem *luz rápida*, fenômeno diretamente relacionado à dispersão anômala. Essa caracterização espectral permite avaliar a aplicabilidade do dispositivo em funções como armazenamento óptico, buffers fotônicos e controle temporal de sinais modulados.

C. Análise das Respostas Espectrais: Transmissão, Fase e Atraso de Grupo

A Figura 5 apresenta o espectro de transmissão da PM em função do comprimento de onda. Nota-se a sobreposição entre a curva obtida por simulação numérica (em vermelho) e os dados experimentais de referência (em preto pontilhado), evidenciando a boa concordância e a precisão do ajuste dos parâmetros do modelo realizado por meio do TMM. Os mínimos no espectro, correspondentes às ressonâncias, indicam os comprimentos de onda nos quais a luz é eficientemente confinada nas cavidades. Observa-se a presença de duas ressonâncias com maior largura de linha, atribuídas à cavidade externa, e uma ressonância com largura de linha menor, associada à cavidade interna. Esta última está situada entre as duas ressonâncias da cavidade externa, iniciando um acoplamento mais pronunciado com a ressonância externa próxima a 1542 nm, dando início à formação de um duplete de ressonâncias.

Figura 5: Espectro de transmissão da PM: simulação (vermelho) e dados experimentais (preto pontilhado).

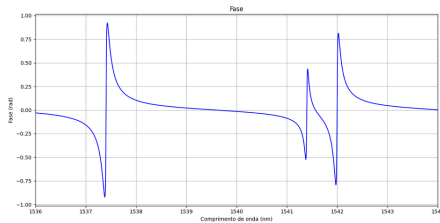


Fonte: Autoria própria

A Figura 6 apresenta a variação da fase ($\phi(\omega)$ ou $\angle H(\omega)$) da função de transferência complexa do sistema em função

do comprimento de onda. Esta curva é obtida diretamente do argumento da resposta complexa da simulação. A inclinação dessa curva de fase é diretamente proporcional ao Atraso de Grupo, como será detalhado a seguir.

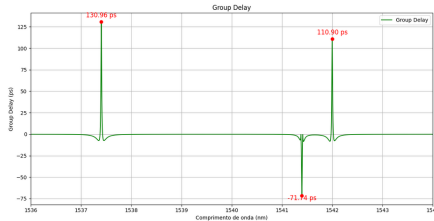
Figura 6: Fase da PM em função do comprimento de onda.



Fonte: Autoria própria

Por fim, a Figura 7 demonstra o Atraso de Grupo (Group Delay, τ_g) do dispositivo, expresso em picosegundos (ps). Calculado como a derivada negativa da fase em relação à frequência angular ($\tau_g(\omega) = -d\phi(\omega)/d\omega$), este gráfico é fundamental para identificar as regiões de luz lenta (caracterizadas por picos positivos de τ_g , indicando um atraso do pulso óptico) e luz rápida (associadas a vales ou picos negativos acentuados, que sugerem um avanço do pulso ou a presença de dispersão anômala). Os pontos destacados em vermelho no gráfico indicam os picos de maior valor absoluto, representando os efeitos mais proeminentes de aceleração e atraso da luz. É importante mencionar que, para maior robustez da análise e evitar oscilações não físicas, regiões com atraso negativo foram suavizadas.

Figura 7: Atraso de grupo calculado para a PM, destacando as regiões de luz lenta e rápida associadas às ressonâncias das cavidades.



Fonte: Autoria própria

Em conjunto, estas figuras fornecem uma caracterização abrangente do comportamento dispersivo do dispositivo, permitindo a validação do modelo teórico e a análise das aplicações potenciais da PM compacta na manipulação temporal da luz.

D. Relação dos coeficientes de transmissão t_1 e t_2 no atraso de grupo

O resultado da seção anterior provou quais os valores de atraso e avanço esperados para a PM fabricada. No entanto, a resposta do avanço ou atraso de grupo em sistemas com cavidades acopladas é altamente sensível aos coeficientes de transmissão t_1 e t_2 , os quais controlam os acoplamentos externo e interno da estrutura, respectivamente. Para analisar

o impacto da modificação desses coeficientes no controle da luz, foram utilizadas simulações interativas que permitiram modificar esses parâmetros e observar, em tempo real, os efeitos sobre os valores das ressonâncias no gráfico de atraso de grupo.

As Tabelas I e II apresentam os três maiores valores absolutos de ressonância identificados a partir da resposta do atraso de grupo, para diferentes valores de t_2 (mantendo t_1 constante) e de t_1 (mantendo t_2 constante), respectivamente. Ressalta-se que as ressonâncias selecionadas estão compreendidas no intervalo de 1536 nm a 1544 nm, pois correspondem à mesma faixa de comprimentos de onda utilizada nos dados experimentais de transmissão que serviram de base para o ajuste do modelo teórico. As ressonâncias 1 e 3 correspondem às relacionadas com a cavidade externa (sendo a 3 a de maior comprimento de onda) e a ressonância 2 corresponde à ressonância da cavidade interna.

A análise mostra que o aumento de t_2 está associado a um crescimento nos valores das ressonâncias do atraso de grupo. Isso se manifesta em cada ressonância com picos de Group Delay mais acentuados e estreitos, indicando um atraso mais significativo para cada comprimento de onda ressonante. Esse comportamento reflete um acoplamento mais fraco com o anel interno, o que favorece maior confinamento da luz e, conseqüentemente, maior acúmulo de fase e intensificação dos efeitos de dispersão.

Por outro lado, o aumento de t_1 implica em um acoplamento mais fraco entre o guia de onda de entrada/saída e a primeira cavidade. Isso tende a reduzir a magnitude dos picos do atraso de grupo observados em cada ressonância. Um valor mais elevado de t_1 resulta em menor inserção de energia na cavidade, o que leva a uma resposta espectral de transmissão mais suavizada (com menor profundidade de ressonância) e, por conseqüência, a picos de atraso de grupo menos pronunciados (de menor valor).

Conclui-se, portanto, que os coeficientes de transmissão t_1 e t_2 exercem influências distintas e significativas sobre os valores de pico do atraso de grupo em cada ressonância, conforme detalhado nas Tabelas I e II. A análise quantitativa revela que:

- O aumento de t_2 modifica os valores do atraso de grupo nas ressonâncias (Tabela I). Para as ressonâncias 1 e 3, observa-se um crescimento dos valores de pico, enquanto a magnitude da ressonância negativa (ressonância 2) é atenuada. Visualmente nos espectros de transmissão (Figura 8), isso pode se manifestar como um deslocamento das ressonâncias, mas mantendo suas definições bem estabelecidas. Esse comportamento reflete um acoplamento mais fraco com o anel interno, impactando o confinamento da luz e, conseqüentemente, o acúmulo de fase.
- O aumento de t_1 consistentemente reduz a magnitude dos picos do atraso de grupo em todas as ressonâncias (Tabela II). Como esse parâmetro controla o acoplamento com a entrada e saída do sistema, um valor mais elevado de t_1 implica menor inserção de energia na cavidade principal. Isso resulta em picos de atraso de grupo menos pronunciados (de menor valor), embora as ressonâncias

no espectro de transmissão (Figura 9) possam apresentar-se mais finas.

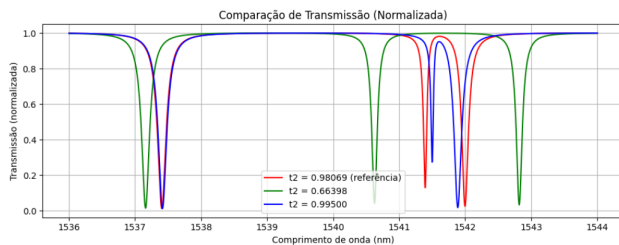
Essa compreensão é fundamental para o projeto e a otimização de dispositivos fotônicos que operam com manipulação da dispersão, como filtros ópticos, retardadores de pulso e sensores baseados em microcavidades. Para ilustrar essas influências, foram gerados dois gráficos comparativos, normalizados, que evidenciam as variações no espectro de transmissão em função de diferentes valores de t_1 e t_2 . A Figura 8 apresenta o impacto da alteração de t_2 , enquanto a Figura 9 mostra os efeitos associados à variação de t_1 . Os valores utilizados foram selecionados de modo a preservar a forma geral do espectro, permitindo observar mudanças relevantes sem descaracterizar o comportamento original da curva de transmissão.

Tabela I: Variação no Group Delay para t_1 fixo em 0.90926

t_2	Ressonância 1	Ressonância 2	Ressonância 3
0.66398	125.26	-99.49	104.90
0.75744	127.04	-96.01	103.85
0.80935	127.94	-93.47	103.51
0.86128	128.91	-91.15	103.41
0.94434	130.74	-83.94	105.89
0.98069	131.42	-72.35	111.46
0.99500	129.34	-46.10	118.15

Fonte: autoria própria.

Figura 8: Comparação da resposta espectral da PM para valores diferentes de t_2 , mantendo t_1 fixo.



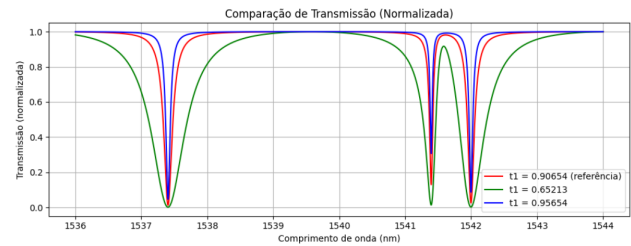
Fonte: Autoria própria

Tabela II: Variação no Group Delay para t_2 fixo em 0.98069

t_1	Ressonância 1	Ressonância 2	Ressonância 3
0.65213	143.60	-100.19	126.99
0.70405	142.18	-97.79	125.86
0.76636	141.25	-93.77	123.89
0.83386	138.45	-86.89	120.26
0.87539	135.34	-80.10	116.32
0.90654	131.42	-72.35	111.46
0.95654	115.94	-50.57	93.46

Fonte: autoria própria.

Figura 9: Comparação da resposta espectral da PM para valores diferentes de t_1 , mantendo t_2 fixo.



Fonte: Autoria própria

E. Comparação com outros dispositivos da literatura

A literatura demonstra de forma consistente o uso de ressonadores em anel como elementos fundamentais para a manipulação controlada do atraso de grupo, viabilizando a geração de luz lenta (*slow light*) e luz rápida (*fast light*). Esses dispositivos se destacam pela elevada compatibilidade com plataformas de fotônica integrada em silício, combinando baixa perda de propagação e altos fatores de qualidade, características essenciais para aplicações em comunicações ópticas e processamento de sinais.

Por outro lado, muitas das geometrias reportadas, embora eficazes no controle do tempo de grupo, apresentam áreas ocupadas relativamente elevadas, tipicamente entre $7850 \mu\text{m}^2$ e $9750 \mu\text{m}^2$. Tais estruturas alcançam atrasos da ordem de 166 ps para luz lenta e avanços de até 114 ps para luz rápida, conforme resumido na Tabela III. Essa limitação de compacidade impõe desafios para a integração em sistemas de maior densidade, uma vez que a área ocupada chega a ser cerca de **5,6 vezes maior** que a do dispositivo proposto neste trabalho.

Neste contexto, a abordagem desenvolvida neste estudo, baseada em uma molécula fotônica formada por dois anéis acoplados de diferentes dimensões, explora de forma eficiente o acoplamento evanescente para a engenharia espectral dos modos híbridos em uma área significativamente reduzida, estimada em aproximadamente $1764 \mu\text{m}^2$. Essa configuração representa uma redução superior a **77 %** em relação à menor área reportada entre as arquiteturas convencionais ($7850 \mu\text{m}^2$), e superior a **81 %** em relação às maiores ($9750 \mu\text{m}^2$), mantendo desempenho competitivo na manipulação do atraso e avanço de grupo.

Para efeito de comparação, a área dos dispositivos analisados foi estimada a partir de suas topologias geométricas. No caso da molécula fotônica aqui desenvolvida, a área total foi aproximada por L^2 , com $L = 2R + 4w$, resultando em $1764 \mu\text{m}^2$, considerando um raio externo de $20 \mu\text{m}$ e largura de guia de $0,5 \mu\text{m}$. Para a estrutura em cascata com refletor de Sagnac descrita por Le et al. [3], composta por dois anéis de $10 \mu\text{m}$ e um MMI linearmente disposto, a área estimada é de aproximadamente $2400 \mu\text{m}^2$, ainda **36 % maior** que a solução aqui proposta.

Essa expressiva compactação demonstra a eficiência da configuração desenvolvida, sem comprometer a capacidade de manipulação do atraso e avanço de grupo. Simulações

numéricas validadas por dados experimentais indicam que a molécula fotônica é capaz de alcançar, para um conjunto inicial de parâmetros, atrasos de grupo de até 120 ps para luz lenta e avanços próximos de 70 ps para luz rápida — valores que correspondem a aproximadamente **72 % do maior atraso** já reportado na literatura (166 ps) e a **61 % do maior avanço** registrado (114 ps), ocupando apenas cerca de **23 % da área** dessas arquiteturas convencionais.

Tabela III: Comparação entre dispositivos da literatura e a molécula fotônica proposta, destacando atraso e avanço máximos de grupo e a respectiva área ocupada, evidenciando a compactação e o desempenho competitivo da abordagem desenvolvida.

Artigo	Área ocupada (μm^2)	Atraso (ps)	Avanço (ps)
Cascade microring [3]	2400	20	43
Group Delay Enhancement [4]	7850	166	114
Continuous Slow and Fast Light [5]	9750	35	–
Este trabalho	1764	120	70

Fonte: autoria própria.

Adicionalmente, ao investigar o impacto da variação dos coeficientes de acoplamento t_1 e t_2 , mantendo $t_2 = 0,98069$ fixo e reduzindo t_1 para 0,65213, os resultados indicaram que a molécula fotônica pode alcançar atrasos de grupo de até **143,60 ps** para luz lenta e avanços de até **-100,19 ps** para luz rápida. Esses novos valores representam aproximadamente **86 % do maior atraso** (166 ps) e **88 % do maior avanço** (114 ps) reportados na literatura, ainda mantendo uma área cerca de **77 % menor** em relação à geometria que apresentou os maiores valores na Tabela III.

Essa otimização adicional reforça a flexibilidade da molécula fotônica proposta, permitindo ajustar os parâmetros para obter atrasos e avanços próximos aos limites máximos já alcançados, sem abrir mão da alta compactação e da compatibilidade com processos CMOS. Tais características evidenciam o potencial desta abordagem para aplicações como compensação de dispersão, buffers ópticos integrados e modulação de fase, conciliando eficiência espectral, dimensões reduzidas e robustez tecnológica.

V. CONCLUSÃO

Os resultados apresentados neste trabalho demonstram que a disposição proposta dos anéis ressonantes, um anel interno de 5, μm acoplado internamente a um anel externo de 20, μm , permite um controle preciso dos efeitos de *slow light* e *fast light* em uma área extremamente compacta. A estrutura, cuja resposta espectral foi validada experimentalmente, alcançou atrasos de grupo de até 120, ps e avanços de até 70, ps com a configuração inicial, valores comparáveis ou superiores aos obtidos em dispositivos significativamente maiores reportados na literatura. Além disso, ao otimizar os coeficientes de acoplamento, a PM apresentou atrasos de até 143,60, ps e avanços de até 100,19, ps, mantendo sua alta compactação.

A topologia baseada em PMs revelou-se eficaz na manipulação da velocidade de propagação da luz sem a necessidade de materiais ativos ou efeitos não lineares, explorando apenas o acoplamento evanescente entre microcavidades integradas em plataforma SOI. A expressiva redução da área ocupada, inferior a 1,800, μm^2 , com reduções superiores a 77% em relação às geometrias convencionais, reforça o potencial da abordagem para aplicações em circuitos fotônicos integrados de alta densidade, como buffers ópticos, compensadores de dispersão, moduladores de fase e infraestruturas de comunicação óptica em data centers, onde a manipulação precisa da velocidade da luz é fundamental para garantir sincronização, largura de banda eficiente e baixa latência.

Conclui-se, portanto, que a estratégia de engenharia espectral adotada neste trabalho não apenas preserva a eficiência funcional dos dispositivos ópticos integrados, mas também representa um avanço significativo em direção à miniaturização e à plena compatibilidade com tecnologias CMOS comerciais, evidenciando sua aplicabilidade prática em sistemas fotônicos avançados e de próxima geração.

REFERÊNCIAS

- [1] L. A. M. Barêa, *Moléculas fotônicas para aplicações em engenharia espectral e processamento de sinais ópticos*. PhD thesis, Universidade de Campinas, 2014.
- [2] B. R. F. de Souza, “Novas arquiteturas fotônicas para redução da dependência do fator de qualidade e fator de extinção à erros de nanofabricação em cavidades ópticas,” 2023.
- [3] D.-T. Le, M.-C. Nguyen, and T.-T. Le, “Fast and slow light enhancement using cascaded microring resonators with the sagnac reflector,” 2017.
- [4] B. Babaghorbani and H. Kaatuzian, “Group delay enhancement for slow and fast light in silicon microring resonator structures,” *International Journal of Optics and Applications*, vol. 7, no. 2, pp. 37–41, 2017.
- [5] H. Shahoei, D.-X. Xu, J. H. Schmid, and J. Yao, “Continuous slow and fast light generation using a silicon-on-insulator microring resonator incorporating a multimode interference coupler,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 32, no. 22, pp. 3677–3682, 2014.