

Thales Martins Batista Pereira

**DETECÇÃO HETERÓDINA DO CAMPO ELÉTRICO DA LUZ
TRANSMITIDA POR AMOSTRAS ATÔMICAS**

São Carlos
2025

Universidade Federal de São Carlos

Thales Martins Batista Pereira

**DETECÇÃO HETERÓDINA DO CAMPO ELÉTRICO DA LUZ
TRANSMITIDA POR AMOSTRAS ATÔMICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao curso de Bacharelado
em Física do Departamento de Física
da Universidade Federal de São Car-
los como requisito para obtenção do
título de bacharel em Física.

Orientador: prof. Raul C. Teixeira.

São Carlos

2025

*Dedico este trabalho a Deus,
minha família e amigos.*

"Gravity explains the motion of the planets, but it cannot explain who set the planets in motion. God governs all things and knows all that is or can be done."

Sir. Isaac Newton

AGRADECIMENTOS

Neste momento, gostaria de expressar minha profunda gratidão à todos(as) aqueles(as) que me acompanharam ao decorrer dos quatro últimos (longos) anos, reconhecendo seu companheirismo e amizade, me dando coragem e paciência para enfrentar os desafios e perseverar em minha jornada acadêmica. À todos vocês, meu muito obrigado!

Em primeiro lugar, sou grato a Deus pois, até aqui, Tua destra tem me sustentado, permitindo que pudesse chegar até aqui e contemplar o universo criado por Tuas mãos. 'Mediante a palavra do Senhor foram feitos os céus, e os corpos celestes, pelo sopro de sua boca.' - Salmos 33:6.

Agradeço à minha família, meus pais Cláudio e Lidianne, minha irmã Julia e à minha namorada Marcela, que me apoiaram desde o princípio com seu amor incondicional, me amparando nas dificuldades inevitáveis neste período que envolve tantas mudanças e situações novas. Vocês são minha base, e eu amo muito vocês!

Agradeço à todos companheiros(as) de laboratório: Philippe, Márcia, Pedro, Cláudio, Gustavo, Matheus, Ana, Pablo e Dalila. Cada um de vocês contribuíram consideravelmente para minha formação como físico experimental, e jamais me esquecerei de frases como: "Primeiro a posição, depois o ângulo", "A cavidade está escaneando mesmo? Será que o piezo queimou?" e "Já foi na oficina ver se a peça ficou pronta?". Especialmente, agradeço ao meu orientador, prof. Dr. Raul Celistrino Teixeira, que sempre me incentivou a ser um estudante/pesquisador melhor, sempre esteve disposto a transmitir seu conhecimento, sabendo (incrivelmente) demonstrar qualquer relação física ao vivo! Expresso minha mais profunda admiração e gratidão!

Agradeço aos amigos da 'velha guarda', João Marcelo, Vinícius, Raul e Bruno, especialmente pelos momentos de nostalgia no Discord. Não posso deixar de agradecer às amizades feitas ao longo da graduação. Navarro e Ciuffa, morar com vocês foi, definitivamente, uma experiência. Thiago Teixeira, Nicolas Cenedesi, Felipe Brambila, Daniel Coelho, Luan Pereira, Eron Trindade e Gabriel Barone, obrigado pelos momentos de diversão: "InJoy hoje?", "Valorant?", "Jogo do Corinthians hoje, hein?". Agradeço muito à vocês e a tantos outros que fizeram parte do meu dia a dia em São Carlos.

Finalmente, expresso minha gratidão e respeito aos professores do Departamento de Física da Universidade Federal de São Carlos, por toda sabedoria compartilhada. Particularmente, aos professores Dr. Maycon Motta, Dr. Adenilson J. Chiquito, Dr. Raphael Santarelli e Dr. Romain Pierre M. Bachelard, sua dedicação e orientação transformaram minha jornada acadêmica em uma experiência inesquecível.

RESUMO

Este trabalho apresenta a técnica de detecção heteródina de campos elétricos luminosos, um método de fotodetecção capaz de mensurar tanto a amplitude quanto a fase de um campo eletromagnético. Aplicada ao contexto da interação radiação-matéria, o estudo desta técnica de fotodetecção permite a caracterização completa do campo elétrico da luz transmitida coerentemente por uma nuvem de átomos frios. Assim, após apresentar a Lei de Beer-Lambert, que rege o comportamento da intensidade de luz transmitida coerentemente por amostras atômicas, e os princípios da técnica de detecção heteródina, detalha-se a construção do aparato experimental, explicitando as particularidades dos circuitos óptico e eletrônico, bem como a demodulação computacional realizada em linguagem Python com a finalidade de tratar os resultados experimentais. Por fim, como principais resultados deste trabalho, é efetuada uma etapa de calibração do sistema, capaz de detectar potências luminosas da ordem de picoWatts. Além disso, com a demodulação digital, a obtenção de fase se dá com precisão satisfatória. Por fim, com o objetivo de investigar a transmissão por amostras atômicas, o aparato foi utilizado para captura da amplitude do sinal transmitido por uma amostra líquida.

PALAVRAS-CHAVE: interação luz-matéria, átomos frios, detecção heteródina.

ABSTRACT

This work presents the heterodyne detection technique for light electric fields, a photodetection method capable of measuring both the amplitude and phase of an electromagnetic field. Applied to the context of light-matter interaction, the study of this photodetection technique allows the complete characterization of the electric field of light coherently transmitted by a cloud of cold atoms. Thus, after presenting the Beer-Lambert Law, which governs the behavior of light intensity coherently transmitted by atomic samples, and the principles behind the heterodyne detection technique, the construction of the experimental setup is detailed, explaining the particularities of the optical and electronic circuits, as well the digital demodulation carried out in `Python` language in order to treat the experimental data. Finally, as the main results of this work, a system calibration stage is carried out, capable of detecting light powers in the order of picoWatts. Furthermore, with digital demodulation, phase acquisition occurs with satisfactory precision. Finally, with the aim of investigating transmission through atomic samples, the system was used to capture the amplitude of the signal transmitted by a liquid sample.

KEY-WORDS: light-matter interaction, cold atoms, heterodyne detection.

SUMÁRIO

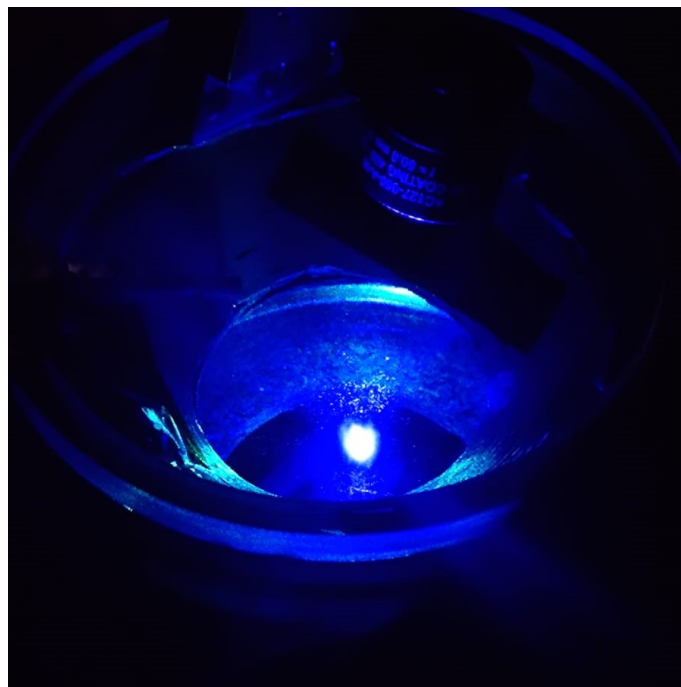
1	Introdução	8
2	Fundamentação teórica	11
2.1	Lei de Beer-Lambert	11
2.2	Transmissão coerente e incoerente de luz	12
2.3	Fundamentos da Detecção Heteródina	13
3	Aparato experimental de Detecção Heteródina	16
3.1	Circuito óptico	16
3.2	Circuito eletrônico	17
3.2.1	Fotodetector Balanceado ThorLabs PDB425A	18
3.2.2	Pré-demodulação eletrônica	19
3.3	Demodulação digital	21
4	Resultados e discussões	24
4.1	Calibração do sistema	24
4.2	Obtenção da fase relativa	26
4.3	Medidas através de amostras atômicas	28
5	Considerações finais	31
5.1	Perspectivas futuras	31
	Bibliografia	31
	Anexos	34
	Anexo A - Código Python de demodulação digital do sinal de batimento	34

1. INTRODUÇÃO

Nossa percepção do mundo macroscópico é dominada por luz e matéria. Sendo assim, a interação entre luz e matéria é um fenômeno extremamente geral e presente na natureza. A emergência de arcos-íris, as cores vívidas no céu durante o nascer e pôr do sol e a opacidade das nuvens são apenas alguns exemplos resultantes do efeito da propagação e espalhamento de luz através de diversos tipos de meios materiais.

Ao longo do século XX, com o advento da mecânica quântica, o estudo da interação entre luz e um único átomo permitiu com que fossem melhor compreendidos os fenômenos de emissão, absorção e espalhamento de luz. Entretanto, ao levar em conta assembleias atômicas o problema evolui de forma complicada já que, além dos fenômenos mencionados acima, nota-se a emergência de interações coletivas [1], presentes em contextos experimentais como: átomos no interior de uma cavidade óptica, átomos de Rydberg e, como no caso de nosso experimento, na interação entre radiação coerente e átomos frios de Estrôncio no regime denso.

Figura 1: Câmara de ciência onde os átomos de ^{88}Sr são aprisionados. Além disso, é possível visualizar a Armadilha Magneto-Óptica realizada na transição 461 nm (azul) do átomo de ^{88}Sr .



Fonte: Elaborada pelo autor.

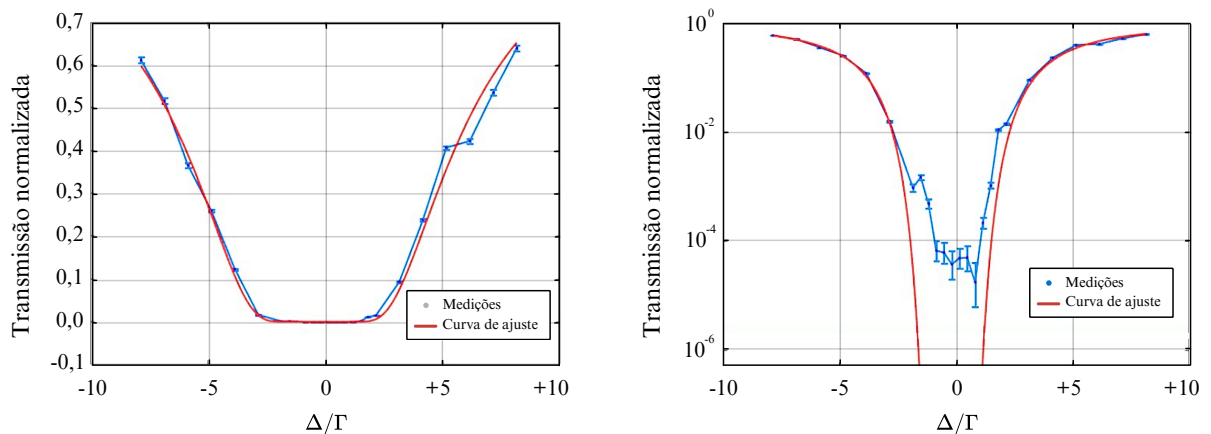
Em nosso experimento lidamos com uma amostra de Estrôncio, metal alcalino-terroso de número atômico 38 e dois elétrons de valência. Mais especificamente, empregamos a espécie ^{88}Sr , isótopo bosônico do Sr, de momento magnético nulo em seu estado fundamental. Atingido o regime denso, esta amostra pode apresentar densidade espacial da ordem de $\rho\lambda^3 \gtrsim 10$, sendo $\lambda = 461$ nm o comprimento de onda da radiação

incidente sobre a nuvem atômica. Em virtude das altas densidades espaciais atingidas no regime denso, a intensidade da luz transmitida sofre modificações consideráveis em relação ao regime diluído.

Nossa nuvem atômica possui um raio de $11 \mu\text{m}$ nas direções transversas, de forma que para sondar somente uma região de densidade transversalmente uniforme, enviamos sobre os átomos um feixe laser gaussiano de cintura igual a $3,4 \mu\text{m}$. Levando em conta um coeficiente de absorção nulo da nuvem atômica e a conservação de energia no sistema, a intensidade da luz após passagem pela nuvem (composta da luz transmitida pela amostra sem ser espalhada e pela luz de fato espalhada), integrada em todas as direções, deve ser igual à intensidade total incidida na amostra. Logo, a rápida atenuação da intensidade da luz transmitida a torna indetectável em meio à intensidade da luz espalhada pela nuvem, o que torna impossível a medida da intensidade de luz transmitida pela nuvem para nuvens atômicas densas.

Uma medida real da transmissão de um feixe pouco intenso em função da dessintonia Δ do feixe laser (ver Figura 2) mostra que, evidentemente, próximo à ressonância atômica, a transmissão é consideravelmente aumentada em relação ao esperado pela lei de Beer-Lambert, em razão da presença de luz espalhada na direção detectada. Sendo assim, devido a esta intensa saturação da transmissão luminosa, a medida da profundidade óptica da nuvem, em ressonância, é impedida.

Figura 2: Transmissão pela amostra atômica densa em função da dessintonia do feixe laser. À esquerda e direita, vemos os mesmos dados, mas mostrados em escala vertical linear e logarítmica, respectivamente. A curva vermelha é um ajuste da lei de Beer-Lambert aos pontos experimentais de alta dessintonia.



Fonte: adaptada de [2].

Portanto, nota-se a impossibilidade, a princípio, de se distinguir a luz espalhada e a luz transmitida coerentemente pelos átomos. A solução para este problema reside no fato de que a intensidade da luz pode ser medida através do valor médio da amplitude do campo elétrico correspondente. A luz transmitida pela nuvem carrega consigo uma relação de fase bem definida com a luz laser incidida na amostra, por isso chamada de

transmissão coerente, ao passo que, a luz espalhada pela nuvem possui, em cada realização experimental, fase aleatória em dada direção, por isto é chamada também de transmissão incoerente. Desta forma, após sucessivas realizações experimentais, espera-se que o campo elétrico da luz transmitida incoerentemente tenha valor médio nulo, enquanto que o campo elétrico da luz transmitida coerentemente permanecerá para ser detectado.

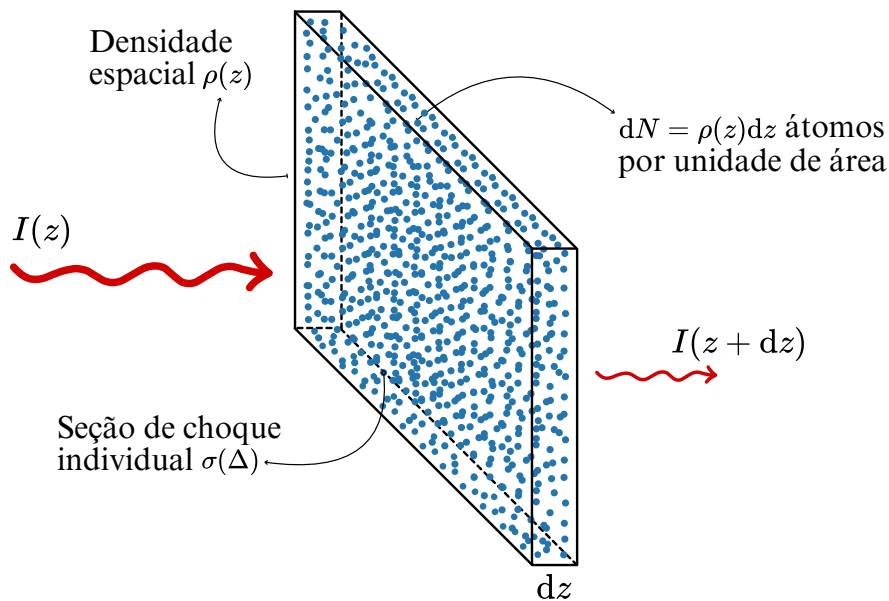
Em contrapartida, um esquema de detecção heteródina é um método de fotodetecção capaz de mensurar tanto a amplitude quanto a fase de um campo eletromagnético. Assim, através da construção e caracterização de um aparato de detecção heteródina do campo elétrico, é possível obter informações exclusivamente da luz transmitida coerentemente pela amostra fria, o que abre portas para a obtenção de outras grandezas físicas, como a profundidade óptica da amostra, e o índice de refração da nuvem atômica.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. LEI DE BEER-LAMBERT

Considere a situação idealizada em que uma onda plana incide sobre uma amostra atômica limitada na direção de propagação da luz, (parametrizada por z) mas transversalmente ilimitada e uniforme, de modo que sua densidade espacial seja tal que $\rho = \rho(z)$. Confinamos a análise a uma região do volume da amostra atômica de espessura dz , admitindo que cada átomo da amostra interaja de maneira independente com a radiação incidente, cada um com seção de choque individual $\sigma(\Delta)$ em que Δ é chamada de dessintonia da luz em relação à transição atômica.

Figura 3: Radiação de intensidade total I_0 incide sobre amostra atômica de densidade espacial $\rho(z)$ contida em um volume de espessura finita dz . Cada átomo possui seção de choque $\sigma(\Delta)$ e absorve radiação de forma independente de forma que a intensidade transmitida pela amostra seja atenuada segundo a Lei de Beer-Lambert.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Se a intensidade da luz que incide em dada região da amostra é caracterizada por $I(z)$, cada átomo absorve uma potência $\sigma(\Delta)I(z)$. Desta forma, de modo a conservar a energia total do sistema, a intensidade após passagem por $\rho(z)dz$ átomos por unidade de área da amostra, $I(z + dz)$, se relaciona com a intensidade $I(z)$ por:

$$I(z + dz) = I(z) - \rho(z)\sigma(\Delta)I(z)dz \quad (1)$$

em outras palavras: a intensidade transmitida pela amostra atômica deve ser igual à intensidade incidente subtraída pela intensidade total absorvida pelos $dN = \rho(z)dz$ átomos por unidade de área.

Assim, reconhecendo $I(z + dz) - I(z) \equiv dI$, teremos:

$$\frac{dI}{I(z)} = -\sigma(\Delta)\rho(z)dz \quad (2)$$

e por integração direta resulta, portanto, a célebre **Lei de Beer-Lambert** [3]:

$$I(z) = I_0 e^{-b(z)} \quad (3)$$

em que I_0 é o módulo da intensidade incidente na amostra, e $b(z)$ a chamada *profundidade óptica* da nuvem atômica, que descreve quão opaca a amostra é para a luz incidente, definida como:

$$b(z) = \sigma(\Delta) \int \rho(z) dz \quad (4)$$

com Δ a *dessintonia da luz* em relação à ressonância atômica, $\rho(z)$ a densidade espacial da amostra, $\sigma(\Delta)$ a seção de choque de espalhamento atômica (supondo apenas processos de emissão espontânea e os átomos como sendo sistemas de dois níveis), por sua vez, dada por [4]:

$$\sigma(\Delta) = \sigma_0 / (1 + 4\Delta^2 / \Gamma^2) \quad (5)$$

sendo $\sigma_0 = 3\lambda^2/2\pi$ a seção de choque de espalhamento na condição de ressonância atômica: $\Delta = 0$ e Γ a chamada largura natural de transição, mais comumente caracterizada pelo inverso do tempo típico de decaimento na respectiva transição.

2.2. TRANSMISSÃO COERENTE E INCOERENTE DE LUZ

No regime em que o espalhamento e a absorção de luz sejam processos lineares (ou seja, proporcionais à intensidade incidente), a *transmissão relativa* $T(z)$ através de uma amostra material será dada por:

$$T(z) = \frac{I(z)}{I_0} = \frac{\langle \mathbf{E}^2(z) \rangle}{\mathbf{E}_0^2} \quad (6)$$

de forma que este coeficiente dependa de dois fatores: da rápida atenuação do feixe luminoso incidente segundo a Lei de Beer-Lambert e do espalhamento múltiplo de luz na direção do feixe incidente. Consequentemente, os coeficientes lineares de espalhamento/absorção não são suficientes para explicar a transmissão em termos da intensidade, uma vez que a difusão de luz dentro da amostra deve ser, explicitamente, levada em conta pois descreve a probabilidade dos fótons espalhados voltarem a se propagar na direção da luz incidente. A luz que retorna ao modo inicial, por difusão, apresenta uma distribuição aleatória de caminhos ópticos, de forma que sua fase é uma variável aleatória que apresenta média zero sobre todas as configurações. Dessa forma, a chamada **transmissão**

coerente:

$$T_{\text{coh}}(z) = \frac{\langle \mathbf{E}(z) \rangle^2}{\mathbf{E}_0^2} \quad (7)$$

não captura esta luz transmitida por difusão, chamada **transmissão incoerente:** $T_{\text{incoh}} + T_{\text{coh}} = T(z)$ como requer a conservação de energia. Diante do que foi exposto, é evidente que apenas a luz transmitida coerentemente por uma amostra atômica é regida pela Lei de Beer-Lambert, de modo que:

$$T_{\text{coh}}(z) = e^{-b(z)} \rightarrow b(z) = -\ln[T_{\text{coh}}(z)] \quad (8)$$

A lei de Beer-Lambert é válida se os átomos interagem de maneira independente com a radiação, processo característico do **regime diluído**. No entanto, no **regime denso**, em que $\rho\lambda^3 \gtrsim 1$ (o que corresponde a uma situação em que há mais de um átomo por volume cúbico de aresta igual ao comprimento de onda da luz incidente!), a interação efetiva entre átomos vizinhos é corrigida em virtude dos efeitos coletivos emergentes. A transmissão coerente, então, carrega informações sobre tais modificações e sua obtenção, portanto, é de alto interesse experimental. Portanto, de modo a estender o regime de parâmetros para os quais se pode tanto caracterizar a profundidade óptica da amostra atômica, quanto verificar modificações na Lei de Beer-Lambert (devidas aos efeitos coletivos de interação), torna-se necessária a caracterização completa do campo elétrico da luz transmitida coerentemente pela assembleia atômica, ou seja, obter informações sobre sua fase e amplitude.

2.3. FUNDAMENTOS DA DETECÇÃO HETERÓDINA

A técnica de detecção heteródina (*heterodyne detection*), às vezes chamada detecção coerente (*coherent detection*), possui origem no campo das ondas de rádio e micro-ondas [5], entretanto, a chegada dos lasers de diodo na década de 1960 facilitou o emprego desta técnica em frequências ópticas, tornando-se extremamente vantajosa na obtenção de informações em experimentos de física atômica, além de ser empregada em comunicações de fibra óptica e medições de largura de linha de lasers [6], tornando-se uma impressionante técnica de detecção. Assim, neste momento apresenta-se os fundamentos de um esquema de detecção heteródina, técnica de detecção luminosa capaz de caracterizar completamente um campo luminoso, fornecendo informações tanto sobre sua amplitude quanto sobre sua fase.

Essencialmente, o esquema de detecção luminosa em questão possui forte semelhança a um interferômetro de Mach-Zehnder. Nele, há a sobreposição de um campo luminoso de amplitude, fase e frequência estabilizadas, (denotado *Local Oscillator, LO*) com um campo fraco (denominado *Signal, S*), de frequência distinta ao *Local Oscillator*. Uma

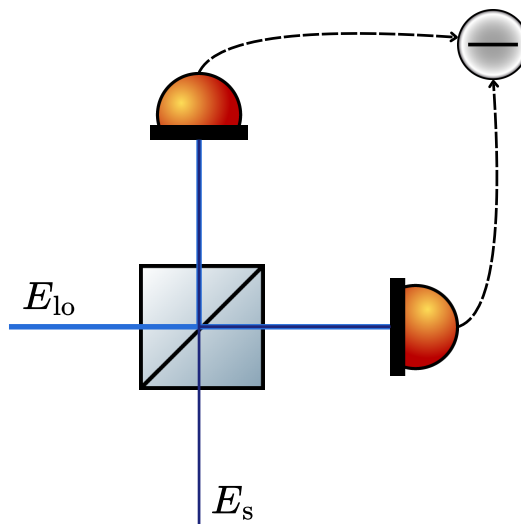
alternativa à técnica de detecção heteródina é chamada detecção homódina (*homodyne detection*), em que *Local Oscillator* e *Signal* possuem mesma frequência.

Assumindo que ambos os feixes exibem mesma polarização, a dependência temporal da magnitude dos campos elétricos complexos pode ser escrita como:

$$E_{lo}(t) = \epsilon_{lo}e^{i\omega_{lo}t} \quad , \quad E_s(t) = \epsilon_s e^{i(\omega_s t + \phi(t))} \quad (9)$$

em que ϵ_{lo} , ϵ_s são as amplitudes reais dos sinais *Local Oscillator* e *Signal* respectivamente, e ω_{lo} , ω_s suas respectivas frequências. A fase relativa entre os dois sinais é denotada por $\phi(t)$, e buscamos extraí-la, juntamente com a amplitude do sinal, por meio da detecção heteródina.

Figura 4: Esquema de um sistema típico de detecção heteródina: *Local Oscillator* e *Signal* são sobrepostos a partir de um divisor de feixe 50:50 de forma que intensidades iguais são incididas nos fotodiodos do fotodetector balanceado.



Fonte: adaptada de [7].

Para a coleta dos sinais, faz-se o uso de um fotodetector balanceado: neste dispositivo, os sinais coletados por dois fotodiodos conectados em série são subtraídos, e a fotocorrente resultante é convertida em voltagem por meio de um amplificador de transimpedância (*Transimpedance Amplifier*, TIA). Assim, se os sinais interferem em um divisor de luz 50:50, de forma que cada fotodiodo recebe igual intensidade luminosa, as fotocorrentes individuais em cada fotodiodo podem ser escritas por:

$$i_{\pm} = i_{lo} + i_s \pm 2\sqrt{i_{lo}i_s} \cos(|\omega_{lo} - \omega_s|t + \phi(t)) \quad (10)$$

e portanto, a fotocorrente resultante da subtração ($i_T = i_+ - i_-$) é:

$$i_T = 4\sqrt{i_{lo}i_s} \cos(|\omega_{lo} - \omega_s|t + \phi(t)) \quad (11)$$

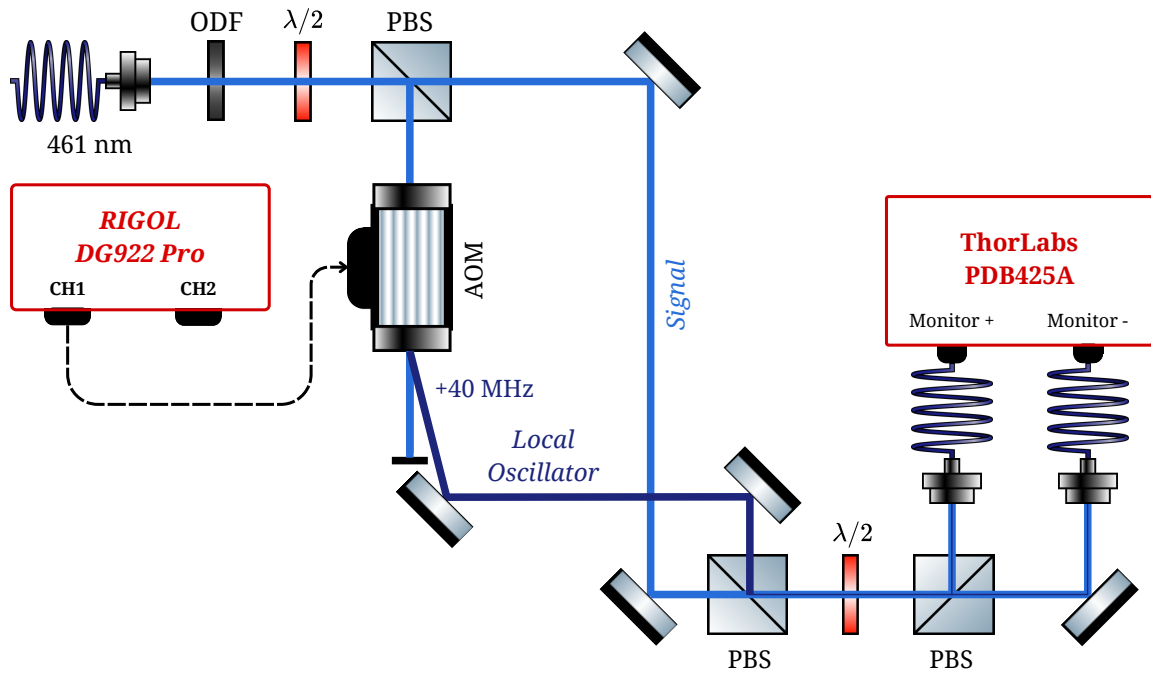
Desta forma, nota-se que o aparato de detecção heteródina da luz permite medir pequenos campos luminosos, uma vez que o sinal S é fortemente amplificado pela utilização de um forte sinal LO. O sinal de saída, já convertido em voltagem pelo *balanced photoreceiver* é pré-demodulado eletronicamente e posteriormente demodulado digitalmente de modo a obter a amplitude e fase $\phi(t)$ do sinal desejado.

3. APARATO EXPERIMENTAL DE DETECÇÃO HETERÓDINA

3.1. CIRCUITO ÓPTICO

Uma configuração típica de um sistema de detecção heteródina é realizada combinando os feixes *Signal* e *Local Oscillator*, de mesma polarização, através de um divisor de feixe 50:50 e então usar um fotodetector balanceado para coletar os sinais luminosos [8]. Na prática, esta implementação é modificada, de modo que o divisor de feixe 50:50 é substituído por divisores de feixes polarizadores e lâminas de meio comprimento de onda, de modo a controlar a intensidade de ambos os sinais.

Figura 5: Circuito óptico para construção e caracterização do sistema de detecção heteródina: testes com sinal derivado de luz laser.

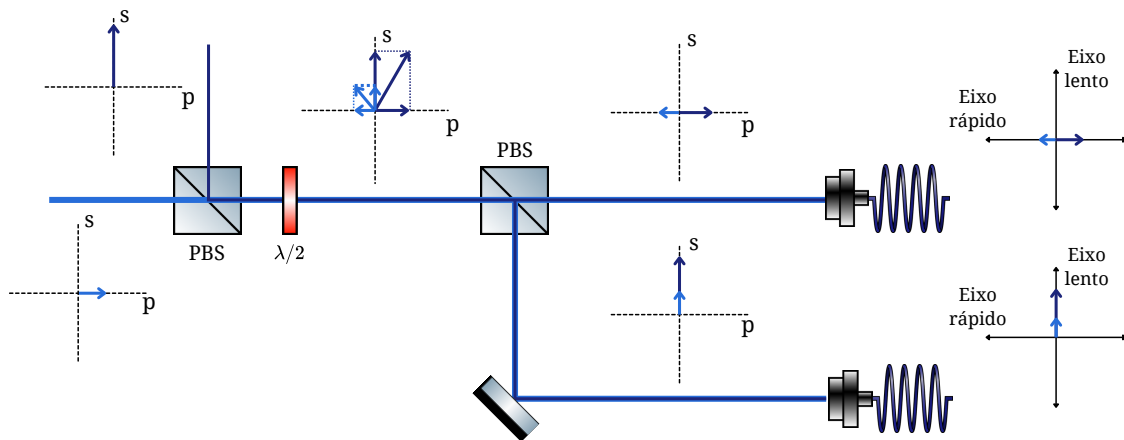


Fonte: Elaborada pelo autor.

A construção do circuito óptico referente ao aparato é realizada empregando-se luz laser de comprimento de onda de 461 nm, ou seja, aquele correspondente à principal transição atômica do átomo de ^{88}Sr (ver Figura 5). A utilização de filtros de densidade óptica (*Optical Density Filter*, ODF) se faz necessária para a calibração do sistema experimental, através da medida de potências luminosas extremamente baixas assim como há de se esperar para a luz transmitida por uma nuvem atômica densa (além do fato de que, como será detalhado adiante, o fotodetector balanceado empregado neste trabalho possui potência de saturação da ordem de $75 \mu\text{W}$ no comprimento de onda em questão), seguida da utilização de uma lâmina de meio comprimento de onda de modo a controlar a potên-

cia em cada sinal luminoso. Desta forma, ambos os sinais, tanto *Local Oscillator* como *Signal*, são derivados do próprio laser, segmentados a partir de um *polarizing beamsplitter* (PBS). Assim, nesta etapa, os feixes possuem polarizações perpendiculares. Além disso, o feixe LO tem sua frequência acrescida de 40 MHz após passagem por um modulador acusto-óptico (*acousto-optical modulator*, AOM), manufaturado pela IntraAction corp., modelo AOM-402AF1, cujo sinal de radiofrequência responsável pela modulação é gerado pelo *Waveform Generator* RIGOL DG922 Pro.

Figura 6: Propagação das polarizações no circuito óptico do aparato de detecção heteródina em questão.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A etapa a seguir é crucial para a obtenção da melhor sobreposição dos feixes luminosos, e portanto na obtenção de um satisfatório sinal eletrônico de batimento. Os feixes são combinados em *polarizing beamsplitter* ainda sem interferirem efetivamente, e então ambos têm seu eixo de polarização rotacionado após passagem por uma lâmina de meio comprimento de onda, de tal forma que cada feixe de luz tenha uma componente de polarização horizontal e uma componente vertical. Portanto, os feixes combinados incidem sobre outro *polarizing beamsplitter* visando segregar as componentes perpendiculares dos sinais, de maneira que as componentes horizontais do campo elétrico de cada feixe sofram interferência, e o mesmo ocorrendo com as componentes verticais de polarização (ver Figura 6). Assim, as saídas do segundo PBS serão então coletadas por fibras mantenedoras de polarização e então instaladas às entradas (*Monitor +* e *Monitor -*) do fotodetector balanceado, subtraindo os sinais e fornecendo o sinal eletrônico de batimento responsável pela obtenção completa das quadraturas do campo luminoso, como descrito na seção anterior.

3.2. CIRCUITO ELETRÔNICO

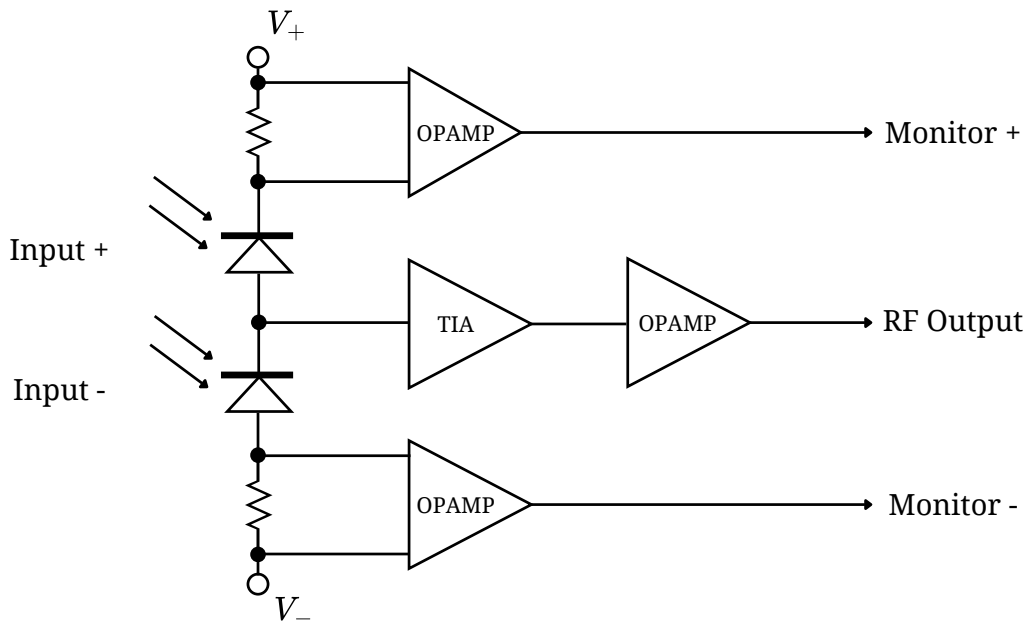
Uma vez obtido o sinal eletrônico de batimento entre os feixes *Signal* e *Local Oscillator*, este precisa ser pré-demodulado eletronicamente mediante um sinal de referência

bem estabelecido, de modo a obter a amplitude do feixe *Signal*, bem como a fase relativa entre os feixes luminosos. Além disso, a frequência do sinal de batimento (centrada em 40 MHz) implica na necessidade de um grande número de pontos na aquisição de dados. Assim, é de suma importância um bom entendimento da eletrônica construída para a pré-demodulação do sinal eletrônico obtido pelo fotodetector balanceado.

3.2.1. FOTODETECTOR BALANCEADO THORLABS PDB425A

Possivelmente o principal componente eletrônico deste trabalho, o Fotodetector Balanceado PDB425A, fabricado pela ThorLabs, Inc., capaz de operar no espectro de 320 nm a 1000 nm. Este dispositivo consiste, essencialmente, de dois fotodiodos de Silício conectados em série, três amplificadores operacionais (*Operational Amplifier*, OPAMP) e um amplificador de transimpedância (*Transimpedance Amplifier*, TIA), responsáveis pela amplificação e conversão das fotocorrentes em tensão elétrica (ver Figura 7).

Figura 7: Diagrama funcional da eletrônica do fotodetector balanceado ThorLabs PDB425A.



Fonte: adaptada de [9].

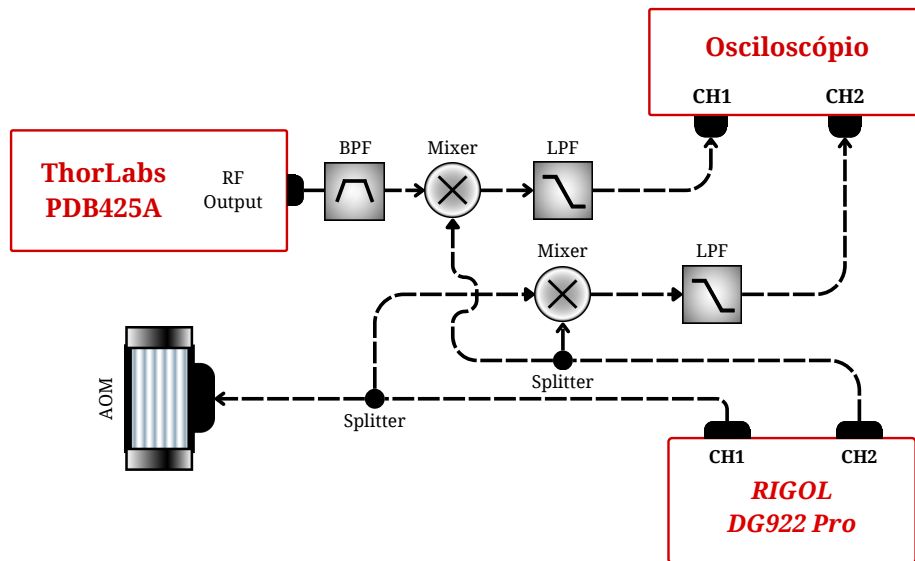
A saída principal, *RF Output*, é proporcional à diferença entre as fotocorrentes individuais em cada fotodiodo, ou seja, proporcional à diferença entre os sinais luminosos que incidem em cada entrada óptica, sejam *Input +* e *Input -* (cada uma com adaptadores FC para acoplamento de fibras ópticas, que acomodam fibras monomodo e multimodo, tanto com conectores FC/PC quanto FC/APC). A potência máxima que cada fotodiodo suporta é de 20 mW, sendo que a potência de saturação é de 27 μ W para um comprimento de onda de 820 nm, mas de aproximadamente 75 μ W para o comprimento de onda em

questão, de 461 nm. As saídas *Monitor +* e *Monitor -* permitem examinar individualmente o sinal eletrônico proveniente de cada fotodiodo, sendo que tais saídas possuem impedância de 220 Ω , largura de banda de 1 MHz e potência de saturação de 1 mW. Todas estas informações são de extrema relevância para que o fotodetector balanceado performe de maneira satisfatória e forneça um sinal de batimento de qualidade.

3.2.2. PRÉ-DEMODULAÇÃO ELETRÔNICA

Agora, no que diz respeito ao circuito eletrônico responsável pela pré-demodulação do sinal de batimento, sua construção se dá conforme diagramado na Figura 8. O processo de pré-demodulação eletrônica do sinal de batimento, que reduz sua alta frequência de 40 MHz para frequências da ordem de kHz, é chamada *down-mixing* ou ainda de *downconversion*.

Figura 8: Circuito eletrônico encarregado da pré-demodulação eletrônica do sinal eletrônico de batimento.



Fonte: Elaborada pelo autor.

O sinal eletrônico resultante do fotodetector balanceado, em sua saída *RF Output*, pode ser escrito por (desconsiderando-se termos ruidosos, após passagem por um *band-pass filter* Mini-Circuits SBP-35B+, 24-46 MHz):

$$X(t) = A \cos(40 \text{ MHz} \cdot t + \phi_s(t)) \quad (12)$$

em que ϕ_1 é a constante de fase do respectivo sinal.

Adicionalmente, introduz-se um sinal eletrônico de referência utilizando um gerador estável de frequências, neste caso o *Waveform Generator* RIGOL DG922 Pro [10]. Este sinal, gerado em um dos dois canais de saída do dispositivo, é produzido com frequência

ω e fase ϕ_1 , tal que a diferença $\Omega \equiv 40 \text{ MHz} - \omega$ seja da ordem de algumas dezenas ou centenas de kHz, a fim de realizar o processo de *down-mixing* do sinal eletrônico de batimento. Assim, a forma funcional deste sinal se escreve por:

$$Y(t) = B\cos(\omega \cdot t + \phi_1) \quad (13)$$

sendo que neste trabalho adotou-se $\omega = 39,975 \text{ MHz}$, de forma que o sinal pré-demodulado possua frequência de 25 kHz , e amplitude de $175 \text{ mV}_{\text{pp}}$.

No outro canal de saída do gerador de frequências é produzido o sinal eletrônico de 40 MHz direcionado ao modulador acusto-óptico (apesar de ser dividido a fim de criar um sinal de referência de fase como será discutido adiante) que acrescenta 40 MHz à frequência do *Local Oscillator*, cuja forma funcional é:

$$Z(t) = C\cos(40 \text{ MHz} \cdot t + \phi_2) \quad (14)$$

cuja amplitude C , para o AOM em questão, é adotada como $C = 635 \text{ mV}_{\text{pp}}$ que maximiza a potência luminosa na ordem $+1$ de difração no AOM. Vale ressaltar que, nas saídas de ambos os canais do gerador de frequências, são conectados *splitters* (Mini-Circuits Z99SC-62-S+, $0.5\text{-}600 \text{ MHz}$) que dividem os sinais $Y(t)$ e $Z(t)$ em duas partes iguais. Desta forma, ambos canais do gerador de frequências são mesclados entre si, com uso de um *mixer* de frequências (Mini-Circuits ZFM-3+, $0.04\text{-}400 \text{ MHz}$), retornando o produto dos sinais:

$$Y(t)Z(t) = \frac{BC}{8} (\cos((40\text{MHz} - \omega)t + (\phi_2 - \phi_1)) + \cos((40\text{MHz} + \omega)t + (\phi_1 + \phi_2))) \quad (15)$$

e, após este sinal passar por um filtro passa-baixa (ThorLabs EF124, $\text{DC}\text{-}50 \text{ kHz}$) de frequência de corte suficiente para que o termo de frequência $(40 + \omega) \text{ MHz}$ seja filtrado, restará o sinal eletrônico de referência (lembrando que $\Omega \equiv 40 \text{ MHz} - \omega$):

$$X_{\text{ref}}(t) = \frac{BC}{8} \cos(\Omega t + (\phi_2 - \phi_1)) \equiv A_{\text{ref}} \cos(\Omega t + \phi_r) \quad (16)$$

que será a referência de fase no processo de pré-demodulação eletrônica (uma vez que há uma relação coerente entre as fases ϕ_1 e ϕ_2 , com $\phi_r \equiv \phi_2 - \phi_1$).

De maneira semelhante, os sinais $X(t)$ e $Z(t)$ serão mesclados e o sinal resultante também passará por um filtro passa-baixa, resultando no sinal de batimento pré-demodulado $X_{\text{beat}}(t)$:

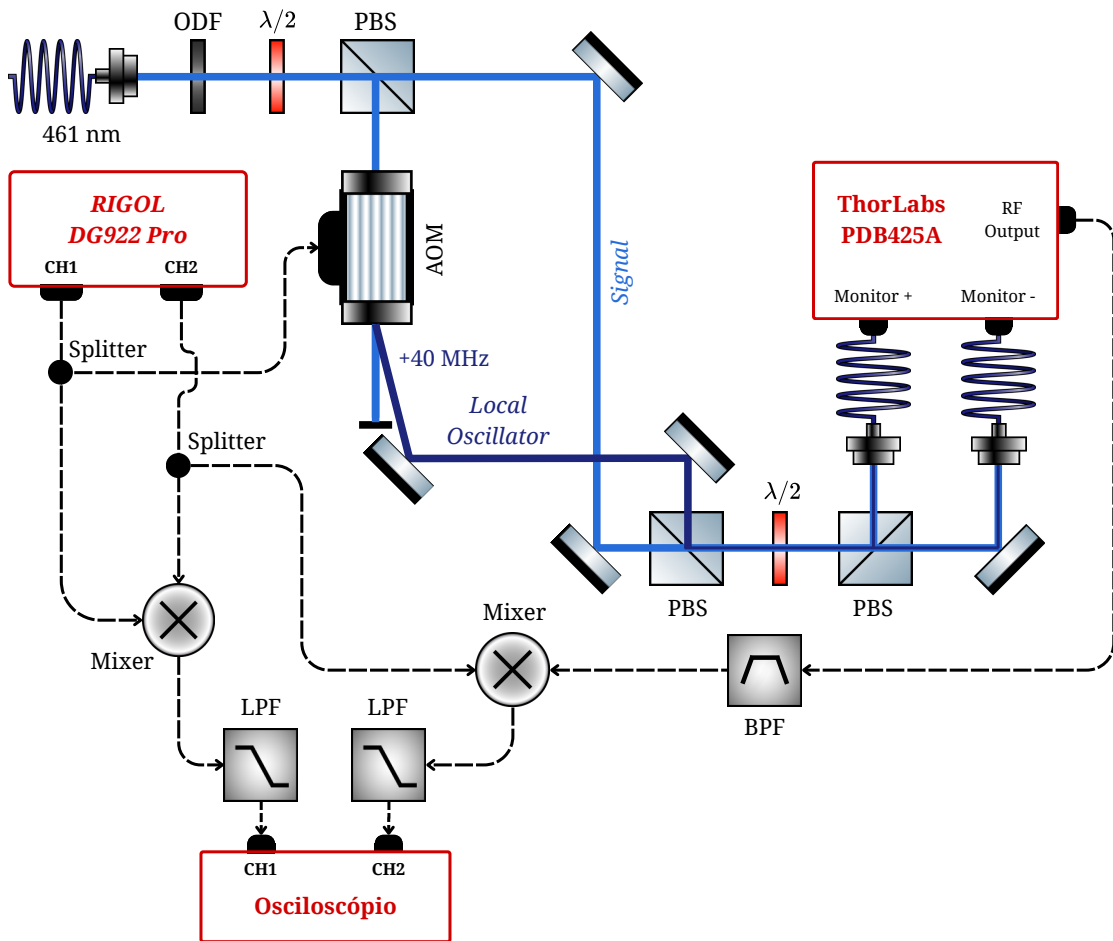
$$X_{\text{beat}}(t) = \frac{AC}{8} \cos(\Omega t + (\phi_2 + \phi(t))) \equiv A_{\text{sig}} \cos(\Omega t + \phi_s(t)) \quad (17)$$

que carrega a amplitude e fase relativa $\phi_s(t)$ do feixe *Signal* em relação ao *Local Oscillator*,

porém em frequências menores da ordem de kHz.

A fim de uma melhor compreensão do aparato de detecção heteródina como um todo, a Figura 9 mostra tanto o circuito óptico, quanto o circuito eletrônico operando paralelamente.

Figura 9: Circuitos óptico e eletrônico do aparato de detecção heteródina esquematizados em conjunto.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Portanto, como resultado da pré-demodulação eletrônica do sinal de batimento, os sinais $X_{\text{ref}}(t)$ e $X_{\text{beat}}(t)$ são observados em um osciloscópio e salvos para agora serem tratados digitalmente em um programa em linguagem Python de programação.

3.3. DEMODULAÇÃO DIGITAL

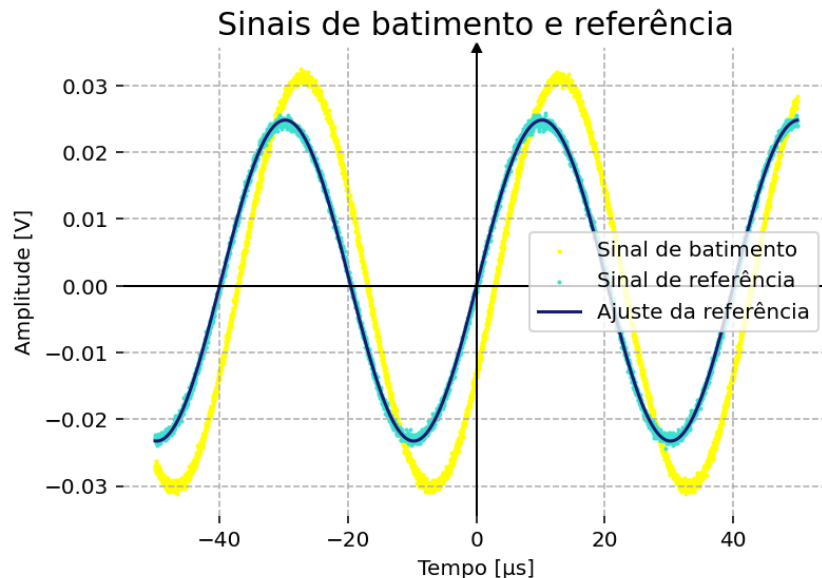
Nesta última etapa, a amplitude e a fase relativa dos sinais $X_{\text{ref}}(t)$ e $X_{\text{beat}}(t)$ são obtidos computacionalmente utilizando-se da linguagem Python. Assim, os sinais $X_{\text{ref}}(t)$ e $X_{\text{beat}}(t)$ são coletados em formato .csv, com o critério de que os dados salvos contenham pelo menos 25 oscilações de cada sinal, o que equivale a salvar 1 ms de ambos os sinais, visto suas frequências de 25 kHz.

Essencialmente, uma vez que o sinal de referência $X_{\text{ref}}(t)$ pode ser considerado um sinal de espectro puro (de frequência única de 25kHz), a demodulação digital consiste em uma transformada de Fourier discreta do sinal de batimento $X_{\text{beat}}(t)$ e, como consequência disso, termos ruidosos são eliminados neste processo. De forma prática, o código desenvolvido em linguagem Python se resume a realizar esta transformada de Fourier discreta variando-se a grade temporal do sinal de referência. Portanto, pode-se obter um sinal demodulado digitalmente, livre de ruídos e que carrega a fase relativa entre os sinais luminosos. Matematicamente, se é realizado um deslocamento Δt na grade temporal do sinal de referência, de forma a adiantá-lo em relação ao sinal de batimento, o sinal transformado $A(\Delta t)$ é obtido segundo à equação:

$$A(\Delta t) = \int_{-N\Delta t/2}^{N\Delta t/2} X_{\text{beat}}(t)X_{\text{ref}}(t - \Delta t)dt \quad (18)$$

de forma que, quando os sinais se encontrarem em fase, esta espécie de 'média do produto' dos sinais deve retornar um valor máximo correspondente a $A_m = A_{\text{ref}}A_{\text{sig}}N/2$ em que o fator $N/2$ se deve às N médias temporais de um sinal cossenoidal ao quadrado (lembrando que $\langle \cos^2(\cdot \cdot \cdot) \rangle = 1/2$). Este valor máximo A_m é utilizado para a normalização da amplitude do sinal.

Figura 10: Dados brutos coletados de um osciloscópio, exibindo os sinais de batimento e referência em um intervalo temporal de 100 μs . Através do ajuste do sinal de referência, obteve-se os parâmetros: $A_{\text{ref}}=0,02403$; $\Omega=0,02499$ MHz e $\phi_r=-1.61020$.

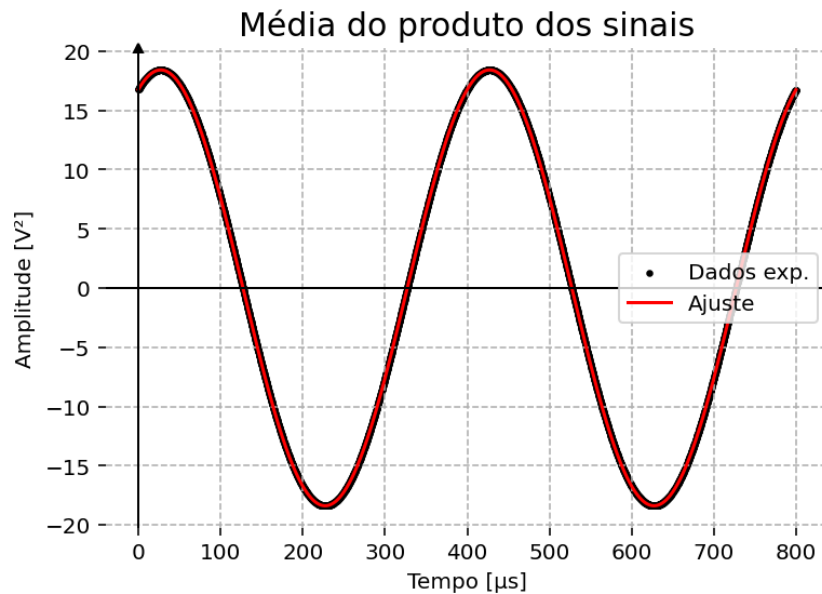


Fonte: Elaborada pelo autor.

Um exemplo de aplicação do código pode ser visto na Figura 10, em que apresenta-se os dados brutos, coletados do osciloscópio, a curva correspondente à média do produto dos dois sinais para cada deslocamento da grade temporal do sinal de referência (ver Figura 11), neste exemplo, foram realizados 4000 deslocamentos do sinal de referência (ver

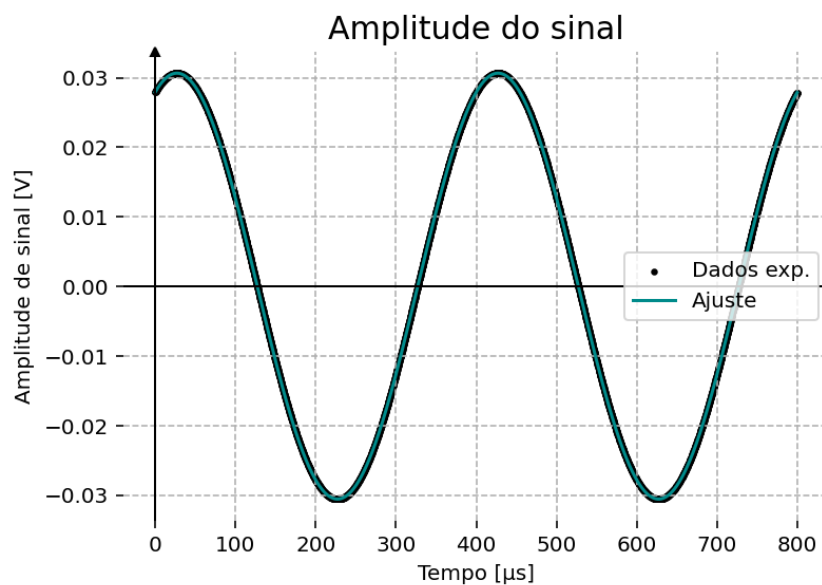
Apêndice A), e por último, a curva que carrega a fase relativa entre os sinais luminosos com amplitude normalizada de modo a obter a amplitude do sinal isoladamente (ver Figura 12).

Figura 11: Curva da média do produto dos sinais para 4000 deslocamentos do sinal de referência. Através do ajuste desta curva, obteve-se os parâmetros: $A_m=18,40410$; $\Omega=24,99999$ kHz e $\phi_m=-0,42685$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 12: Curva do sinal normalizado pela amplitude da média para 4000 deslocamentos do sinal de referência. Através do ajuste desta curva, obteve-se os parâmetros: $A_{sig}=0,03062 \cdot 10^{-5}$; $\Omega=24,99999$ kHz e $\phi_m=-0,42685$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com o sistema devidamente construído, deu-se início a operação do mesmo, executando uma etapa de calibração usando um conjunto filtros de densidade neutra e um analisador de espectros (Rhode & Schwarz, HMS-X). Em seguida, com o código escrito em linguagem Python, obtém-se a fase relativa entre os feixes luminosos. Por fim, é estudada a transmissão de luz por uma amostra líquida, uma mistura de água e leite, observando a transmissão em função da concentração de leite na amostra e discutindo os resultados obtidos.

4.1. CALIBRAÇÃO DO SISTEMA

Com o intuito de investigar o comportamento do sistema para baixas potências luminosas, nesta etapa de calibração utilizou-se um kit de filtros de densidade neutra ThorLabs NEK02. A potência luminosa é reduzida por um fator 10^{OD} ao passar por um filtro de densidade óptica OD, de forma que o coeficiente de transmissão T do filtro seja escrito por:

$$T = 10^{-\text{OD}} \quad (19)$$

Neste sentido, empregamos o analisador de espectros Rhode & Schwarz, modelo HMS-X para observar a amplitude do sinal de batimento de 40 MHz - ou seja, não pré-demodulado eletronicamente. Portanto, se a amplitude do sinal fornecido pela saída RF Output é da forma (ver Equação 11):

$$V_{\text{RF}} \propto \sqrt{\mathcal{P}_s} \quad (20)$$

e a potência observada no analisador de espectros $\mathcal{P}_{\text{spec}}$ obedece à relação:

$$\mathcal{P}_{\text{spec}} [\text{W}] = \frac{(V_{\text{RF}})^2}{R} \quad (21)$$

em que R é a impedância de entrada do analisador, então isto significa que a potência observada no analisador de espectros $\mathcal{P}_{\text{spec}}$ se relaciona com a potência luminosa \mathcal{P}_s de maneira linear:

$$\mathcal{P}_{\text{spec}}[\text{W}] \propto \mathcal{P}_s \quad (22)$$

Portanto, uma curva de $\mathcal{P}_{\text{spec}}[\text{W}]$ em função de \mathcal{P}_s em escala log-log deve satisfazer (a menos de uma constante aditiva A):

$$\log(\mathcal{P}_{\text{spec}}[\text{W}]) = A + B \log(\mathcal{P}_s) \quad (23)$$

com, idealmente, $B = 1$.

E assim foi feito utilizando o kit de densidades ópticas, medindo e construindo experimentalmente a relação de $\mathcal{P}_{\text{spec}}[\text{W}]$ em função da potência do feixe de sinal \mathcal{P}_s , que foi colocada em escala log-log após converter a potência do analisador de espectros de unidades dBm para W segundo a relação:

$$\mathcal{P}_{\text{spec}}[\text{W}] = \frac{10^{\mathcal{P}_{\text{spec}}[\text{dBm}]/10}}{1000} \quad (24)$$

e, portanto, através de um ajuste linear (ver Figura 13), foram obtidos os parâmetros $A = 6.37135$ e $B = 1.03530$, de forma que o parâmetro B concorda em cerca de 96,5% com o valor esperado da unidade!

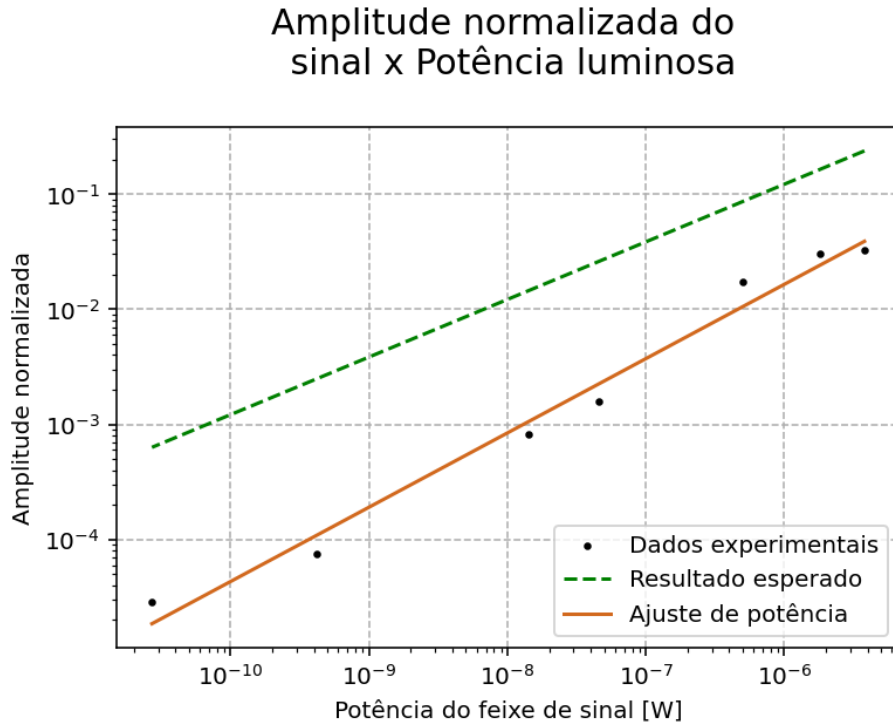
Figura 13: Potência no analisador de espectros $\mathcal{P}_{\text{spec}}[\text{W}]$ em função da potência luminosa \mathcal{P}_s do feixe de sinal, em escala log-log.



O mesmo procedimento foi realizado com a amplitude do sinal, mas agora espera-se que a amplitude A_{sig} (que foi normalizada computacionalmente pela amplitude da média do produto $A_m = A_{\text{ref}} A_{\text{sig}} N/2$) seja proporcional à raiz quadrada da potência luminosa \mathcal{P}_s do feixe de sinal, de forma que agora, idealmente, $B = 1/2$. No ajuste linear (ver Figura 14), desta vez, foram obtidos os parâmetros $A = 4.79940$ e $B = 0.64488$. Apesar do expoente B concordar em cerca de 77,5% com o valor esperado de $B = 0.5$, a discrepância se deve ao fato inesperado de que o *mixer* de frequências utilizado para a pré-demodulação eletrônica se mostrou um componente não linear, muito ao contrário do que se esperava. Desta forma, a amplitude do sinal já 'mixado' não é proporcional às amplitudes dos sinais

de entrada, de forma que agora não mais $V_{\text{RF}} \propto \sqrt{\mathcal{P}_s}$. Este inconveniente aparecerá novamente na medição da transmissão em função da concentração de leite da amostra líquida colocada à frente do feixe de sinal.

Figura 14: Amplitude do sinal em função da potência luminosa \mathcal{P}_s do feixe de sinal.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Entretanto, apesar da não linearidade da amplitude de saída do *mixer* de frequências, há algo muito positivo que pode ser extraído nesta etapa de calibração, que é o fato de que o aparato de detecção heteródina construído é sensível às potências luminosas extremamente baixas, da ordem de picoWatts ($1\text{pW} = 10^{-12}\text{ W}$). Assim, o aparato demonstrou um comportamento satisfatório ao lidar com potências baixas e, com ainda mais potência de *Local Oscillator*, espera-se que o tratamento de potências ainda menores, da ordem de femtoWatts como esperado pela transmissão da nuvem fria de Estrôncio, seja possível.

4.2. OBTENÇÃO DA FASE RELATIVA

A obtenção da fase relativa entre os sinais luminosos *Signal* e *Local Oscillator* é feita com base na curva da média do produto dos sinais eletrônicos de batimento e referência. Como discutido, esta média terá valor máximo quando os feixes estiverem em fase. Assim, a partir de um ajuste cossenoidal, é possível obter a fase ϕ_m da curva da média do produto. Portanto, se o sinal de referência é da forma da Equação 17:

$$X_{\text{beat}}(t) = A_{\text{sig}} \cos(\Omega t + \phi_s(t)) \quad (25)$$

e o sinal de referência é da forma funcional:

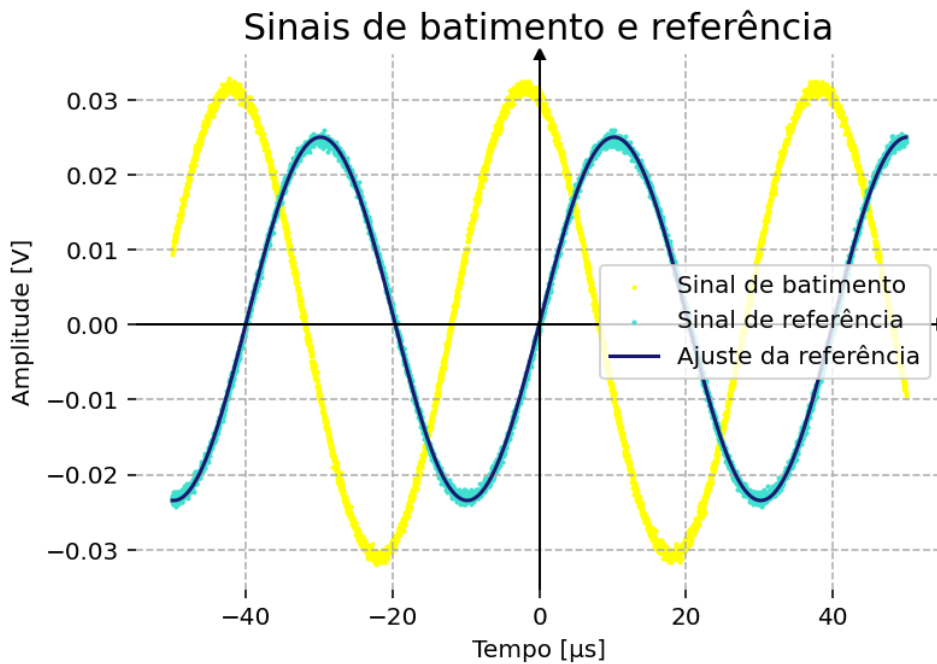
$$X_{\text{ref}}(t) = A_{\text{ref}}\cos(\Omega t + \phi_r) \quad (26)$$

consideramos que a função de ajuste seja da forma: $A_m\cos(\Omega t + \phi_m)$ e, portanto, a fase relativa $\Delta\phi$ entre os sinais é obtida diretamente pela fase ϕ_m , esta última obtida através ajuste cossenoidal sobre a curva da média do produto entre os sinais.

$$\Delta\phi \equiv \phi_s(t) - \phi_r = \phi_m \quad (27)$$

Nesta convenção, a fase relativa $\Delta\phi$ se encontra no intervalo $[-\pi, 0]$ se o sinal de batimento se encontra atrasado em relação ao sinal de referência. Por outro lado, se $\Delta\phi$ está no intervalo $[0, \pi]$ então o sinal de batimento está adiantado em relação à referência. Como um exemplo de obtenção de fase, considere os sinais de batimento e referência da Figura 15.

Figura 15: Exemplo de sinais de batimento e referência para obtenção da fase relativa entre os feixes luminosos correspondentes.



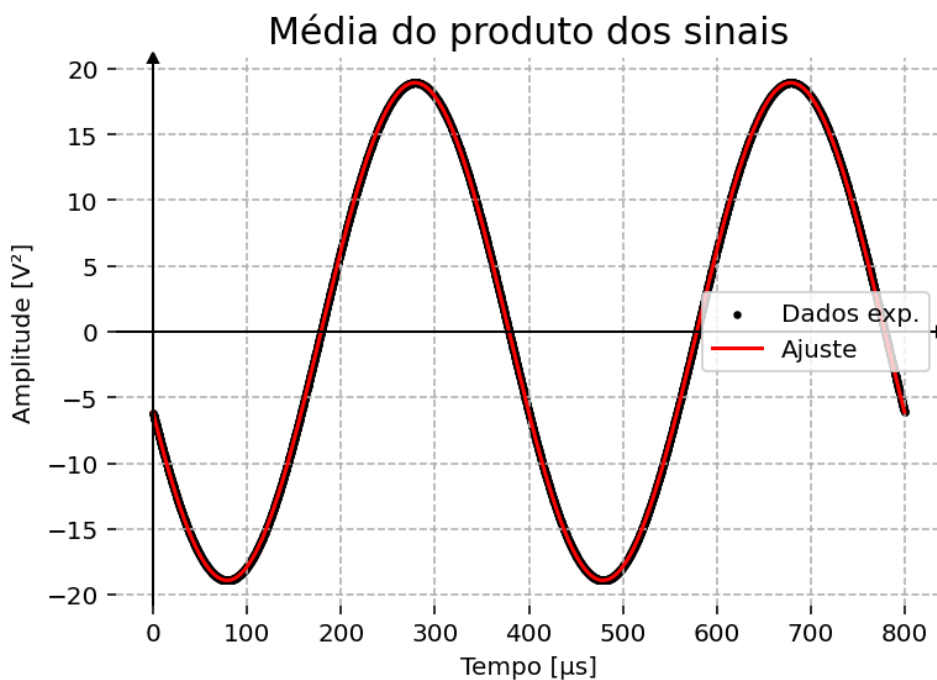
Fonte: Elaborada pelo autor.

Feita a média do produto entre os sinais para 4000 deslocamentos da grade temporal do sinal de referência (ver Figura 16), obtém-se os parâmetros de ajuste $A_m = 18,92135$; $\Omega = 24,99998$ kHz e $\phi_m = 1,90414$. Portanto, a fase relativa $\Delta\phi$ entre os sinais luminosos *Signal* e *Local Oscillator* é facilmente calculada, neste caso, por:

$$\Delta\phi = \phi_m = 1,90414 \quad (28)$$

que pode ser medida em graus por, aproximadamente, $\Delta\phi \approx 109,10^\circ$ que visualmente concorda com o deslocamento de fase entre os sinais da Figura 15, reforçado pelo fato de que o sinal de batimento se mostra adiantado em relação ao sinal de referência. Ainda sobre a fase, vale ressaltar que esta se mostra extremamente sensível a, principalmente, fatores mecânicos (vibrações do ar, impactos sobre a mesa óptica e elementos ópticos do circuito etc.), se mostrando estável em intervalos de tempo menores que o minuto.

Figura 16: Curva da média do produto considerando os sinais de exemplo da Figura 15.



Fonte: Elaborada pelo autor.

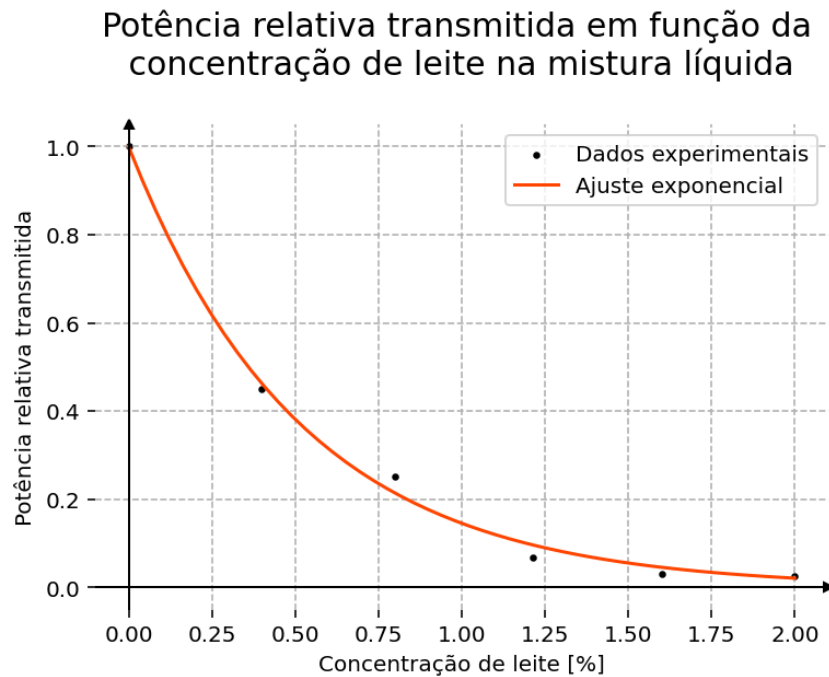
4.3. MEDIDAS ATRAVÉS DE AMOSTRAS ATÔMICAS

Por fim, o comportamento do sistema foi estudado a partir da transmissão do feixe de sinal por uma amostra líquida, uma mistura de água e leite.

Iniciou-se a tomada de dados colocando-se apenas água à frente do feixe de sinal (um tubo de ensaio com aproximadamente 4 mL de volume). Posteriormente, com um volume inicial de 498 mL de água, adicionou-se 2 mL de leite, retirando-se 4 mL da mistura para ser colocada à frente do feixe luminoso. Repetiu-se este procedimento, acrescentando-se 2 mL de leite e retirando-se 4 mL da mistura para que o feixe de sinal seja transmitido por ela. Em cada realização, verifica-se a potência transmitida e a amplitude do sinal de batimento antes e depois da inserção da amostra no caminho óptico do feixe de sinal.

A curva de potência relativa transmitida em função da concentração de leite na amostra é exibida na Figura 17. Já em relação à transmissão relativa da amplitude do sinal, sua dependência com a concentração de leite na amostra é exibida na Figura 18.

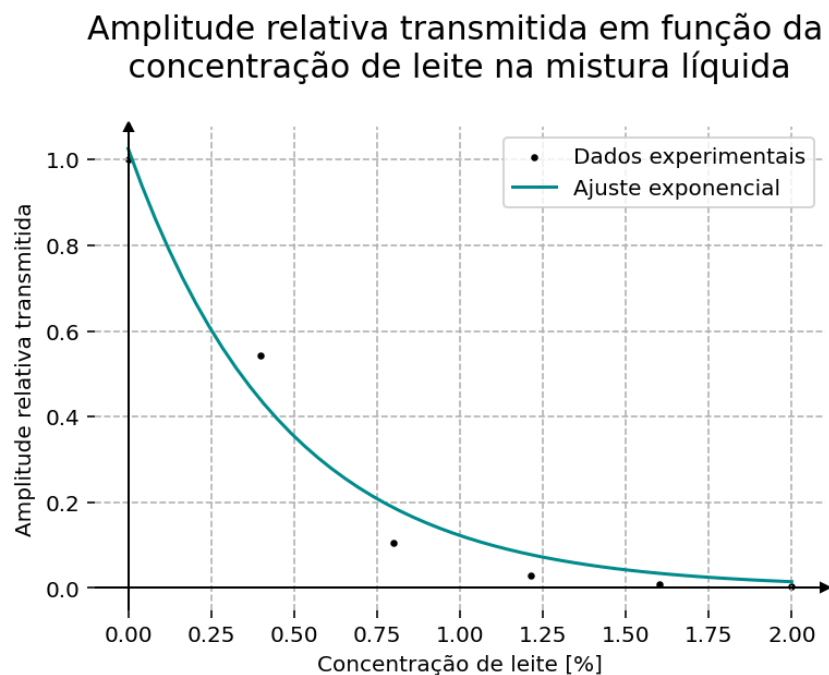
Figura 17: Potência relativa transmitida pela amostra líquida em função da concentração de leite.



Fonte: Elaborada pelo autor.

É bem verdade que a curva da Figura 18 se assemelha muito à atenuação exponencial do coeficiente de transmissão pela amostra predita pela Lei de Beer-Lambert.

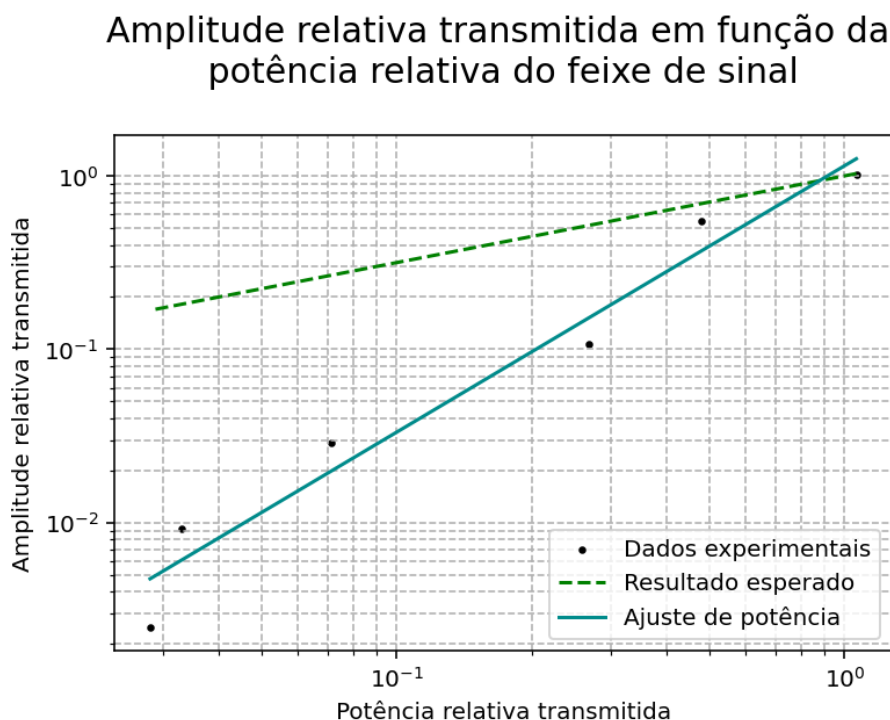
Figura 18: Amplitude relativa do sinal em função da concentração de leite na amostra à frente do feixe de sinal.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Entretanto, voltamos ao fato inesperado de que o *mixer* de frequências usado não fornece um sinal com amplitude proporcional à qualquer uma das amplitudes de entrada, de forma que o fator de decaimento exponencial do coeficiente de transmissão não é aquele previsto pela Lei de Beer-Lambert. Para provar este fato, uma curva da amplitude relativa em função da potência relativa do feixe de sinal foi construída (ver Figura 19), analogamente à curva feita na etapa de calibração com as densidades ópticas.

Figura 19: Amplitude relativa transmitida em função da potência relativa transmitida pela amostra, em escala di-logarítmica. Parâmetros do ajuste linear $A + Bx$: $A=0,13390$; $B = 1,53597$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Assim como no caso das densidades ópticas, o valor de coeficiente angular esperado era de $B = 0,5$, entretanto foi obtido $B = 1,53597$, mostrando, mais uma vez, que a amplitude do sinal de saída do *mixer* não é proporcional à raiz quadrada da potência luminosa do feixe laser. Por fim, isto sugere que a obtenção da amplitude do sinal deve ser feita com o sinal de batimento não pré-demodulado eletronicamente.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização deste trabalho foi desafiadora, mas extremamente proveitosa. Apesar do comportamento totalmente inesperado do *mixer* de frequências utilizado na pré-demodulação eletrônica do sinal de batimento, a construção do sistema de detecção heteródina, tanto em relação aos circuitos óptico e eletrônico, se deu de maneira satisfatória, com uma boa compreensão das etapas envolvidas no processo. Além disso, o programa escrito em linguagem Python se mostrou extremamente eficiente não somente na obtenção de amplitudes correspondentes a feixes de potências luminosas extremamente baixas, mas também na obtenção da fase relativa entre os feixes *Local Oscillator* e *Signal*, mas pelo comportamento não linear do *mixer* de frequências, concluímos que a amplitude do sinal deve ser extraída do sinal de batimento 'bruto', ou seja, que não foi pré-demodulado eletronicamente.

Na etapa de calibração, explorando o comportamento do sistema conforme atenua-se fortemente o feixe de sinal, o sistema de mostrou muitíssimo capaz de detectar potências luminosas da ordem de picoWatts com precisão adequada. Vale ressaltar que o limite inferior de detecção do sistema é limitado pela potência de saturação do fotodetector balanceado, de aproximadamente $75 \mu\text{W}$, indicando que, se a utilização de potências de *Local Oscillator* da ordem de mW for possível, o sistema poderá detectar potências ainda menores, de algumas dezenas de femtoWatts!

5.1. PERSPECTIVAS FUTURAS

O aparato de detecção heteródina deverá ser aplicado ao contexto da interação entre radiação e átomos frios de Estrôncio, explorando as modificações decorrentes dos efeitos coletivos de interação emergentes do regime denso. Ao ser implementado no experimento principal, o sistema de detecção heteródina deve permitir a obtenção da fase e amplitude do campo elétrico da luz transmitida coerentemente pelos átomos, conseqüentemente, o sistema deve permitir mensurar a profundidade óptica da amostra em ressonância (relacionada à parte imaginária do índice de refração), e da dispersão causada pela nuvem (relacionada à parte real do índice de refração), adentrando em uma física cujos limites ainda não são bem estabelecidos [12].

REFERÊNCIAS

- [1] Pellegrino, J., et al. **Observation of suppression of light scattering induced by dipole-dipole interactions in a cold-atom ensemble**. 2014, Physical review letters, 113(13), 133602.
- [2] FERNANDEZ, Marcia Frometa, et al. **Coherent transmission of light through a dense cloud of cold atoms**. 2023, Anais. Castelldefels: Institute of Photonic Sciences - ICFO, 2023. Disponível em: https://yao2023.icfo.eu/wp-content/uploads/2023/06/YA02023_program_digital_09June_compressed.pdf. Acesso em: 19 jan. 2025.
- [3] FOOT, Christopher J. **Atomic physics**. OUP Oxford, 2004.
- [4] GRYNBERG, Gilbert et al. **Introduction to Quantum Optics**. p. 92., Cambridge University Press, 2010.
- [5] D. R. Paschotta. **Optical Heterodyne Detection**. https://www.rp-photonics.com/optical_heterodyne_detection.html. Acesso em: 08 jan. 2025.
- [6] ZHAO, Zhongan et al. **Narrow laser-linewidth measurement using short delay self-heterodyne interferometry**. Optics Express, v. 30, n. 17, p. 30600-30610, 2022.
- [7] RAO, Sahana. **Balanced Heterodyne Detection Scheme for Sensitive Light Detection on a Strongly Coupled Atom-Cavity System**. Orientador: Prof. Dr. Andreas Hemmerich. 2023. 64 p. Master thesis (Physikalisches Institut) - Karlsruhe Institute of Technology, Physikalisches Institut, 2022. Not published, not available online.
- [8] LI, Xiangliang. **Emergent structures and dynamics in a quantum gas with cavity-mediated long-range interactions**. Orientador: Prof. Dr. Tilman Esslinger. 2022. 154 p.(Doctoral dissertation, ETH Zurich). Zurich, 2021.
- [9] Datasheet PDB425A. **Balanced Amplified Photodetectors PDB4x5 Series - Operation Manual**. ThorLabs. Disponível em: <https://www.thorlabs.com/drawings/14f5a85030a85e84-CBEA5770-F197-48FA-1D0965FCED1A0D21/PDB425A-Manual.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2025.
- [10] Datasheet Waveform Generator RIGOL DG922 Pro. **Function/Arbitrary Waveform Generator**. Rigol. Disponível em: <https://rigolshop.eu/downloadable/download/attachment/id/49397/>. Acesso em: 19 jan. 2025.

-
- [11] SCPI Programmers Manual. **R&S HMS-X | Spectrum Analyzer**.
https://www.batronix.com/files/Rohde-&-Schwarz/Spectrum-Analyser/HMS-X/HMS-X_ProgrammingManual_en.pdf. Acesso em 28 jan. 2025.
- [12] ANDREOLI, F. et al. **Maximum Refractive Index of an Atomic Medium**.
Physical Review X, v. 11, n. 1, 9 fev. 2021.

ANEXOS

ANEXO A - CÓDIGO PYTHON DE DEMODULAÇÃO DIGITAL DO SINAL DE BATIMENTO

```
import csv
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

time = []; Channel1 = []; Channel2 = []

#Leitura do arquivo .csv:
with open('dens01', newline='') as csvfile:
    spamreader = csv.reader(csvfile, delimiter=',')
    for row in spamreader:
        time.append(row[0])
        Channel1.append(row[1])
        Channel2.append(row[2])

#Armazenamento em arrays:
t=np.zeros(len(time)-1); C1=np.zeros(len(Channel1)-1);
C2=np.zeros(len(Channel2)-1)

for j in range(1,len(time)):
    t[j-1] = float(time[j])
    C1[j-1] = float(Channel1[j])
    C2[j-1] = float(Channel2[j])
time_step = (t[1] - t[0])

#Média do produto dos sinais:
number_shifts = 4000; result = np.zeros(number_shifts)
for j in range(number_shifts):
    result[j] = np.sum(C1 * np.roll(C2,j))
#Grade de tempo da transformada:
shifting_time = range(number_shifts)*time_step
#Função de ajuste:
def cosine(x, B, A, freq, phase):
    return B + A * np.cos(2 * np.pi * freq * x + phase)
```