

Universidade Federal de São Carlos – UFSCar
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia – CCET
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PPGEMec

Erick Migani

**Previsão da evolução da resistência de um aço em uma
sequência de passes durante a laminação a quente utilizando
lógica fuzzy**



São Carlos
2025

Erick Migani

**Previsão da evolução da resistência de um aço em uma
sequência de passes durante a laminação a quente utilizando
lógica fuzzy**

Dissertação de mestrado apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica da Universidade Federal de
São Carlos, para obtenção do título de Mestre
em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Oscar Balancin

São Carlos

2025

*

Erick Migani

Previsão da evolução da resistência de um aço em uma sequência de passes durante a laminação a quente utilizando lógica fuzzy/ Erick Migani. – São Carlos, 2025-116p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Oscar Balancin

Dissertação de mestrado – Universidade Federal de São Carlos – UFSCar
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia – CCET
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PPGEMec, 2025.

1. laminação a quente. 2. aço microligado ao nióbio. 3. lógica fuzzy. 4. fuzzy tipo árvore. 5. tensão média equivalente. 6. força de laminação. I. Orientador.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Érick Migani, realizada em 27/11/2025.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Oscar Balancin (UFSCar)

Profa. Dra. Wanda Aparecida Machado Hoffmann (UFSCar)

Prof. Dr. José Benedito Marcomini (USP)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Dedico este trabalho a minha esposa Amanda Silva e aos meus
filhos Felipe Silva Migani e Mateus Silva Migani

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer em primeiro lugar a Deus, por me conceder saúde e sabedoria para seguir sempre em frente.

Aos meus pais, Elmo e Ana Lucia, pela minha vida e pelo apoio na minha formação intelectual, com a qual consegui chegar até aqui.

À minha família, em especial à minha esposa Amanda e aos meus filhos, pelo amor, compreensão e incentivo incondicional. Vocês são minha base e motivação diária.

Ao meu tio Daniel, que sempre esteve ao meu lado e me apoiou, sendo para mim uma verdadeira inspiração e um exemplo a ser seguido.

Ao meu avô José Migani (in memoriam), pelos ensinamentos e conselhos sobre a vida, que continuam guiando minhas escolhas mesmo após sua partida.

Ao meu orientador Prof. Dr. Oscar Balancin, pela oportunidade e todos os conhecimentos compartilhados. Aos meus professores da Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UFSCAR.

Agradeço a CAPES pelo apoio a este trabalho.

*"Nossa maior fraqueza está em desistir. A maneira mais certa de ter sucesso é sempre tentar
mais uma vez."*

Thomas Edison

RESUMO

A previsão da tensão de escoamento e da força de laminação em aços durante o processo de laminação a quente constitui um desafio recorrente na siderurgia moderna, uma vez que envolve fenômenos termomecânicos complexos, como recristalização, acúmulo de deformação e precipitação de carbonitretos. Modelos empíricos clássicos, embora amplamente utilizados, apresentam limitações para representar o comportamento não linear da tensão média equivalente (TME) e da força aplicada em condições industriais reais. Neste contexto, o presente trabalho apresenta o desenvolvimento de um modelo de previsão baseado em lógica fuzzy, estruturado na forma de árvore (*Fuzzy Inference System Tree* – FIST), para estimar a TME e a força de laminação durante o processo de laminação a quente de chapas grossas de um aço microligado ao nióbio. O estudo utilizou dados industriais provenientes de uma usina siderúrgica, considerando quatro espessuras finais (12, 16, 20 e 30 mm), processadas em oito passes sucessivos de acabamento. O modelo fuzzy foi implementado no MATLAB, empregando funções de pertinência triangulares, regras do tipo Sugeno e treinamento supervisionado utilizando o algoritmo de otimização enxame de partículas (*Particle Swarm Optimization* – PSO) e busca por padrões (*Pattern Search*). Os resultados foram comparados a modelos empíricos consagrados, como os de Misaka e Poliak, evidenciando que o FIST apresentou melhor desempenho preditivo, sobretudo em condições de acúmulo de deformações e abaixo da temperatura de não recristalização (T_{nr}). A análise crítica dos resultados mostrou que o modelo fuzzy é capaz de capturar não linearidades do processo e integrar mecanismos metalúrgicos como recristalização dinâmica (DRX), estática (SRX) e metadinâmica (MDRX), mantendo elevada interpretabilidade. A aplicação do FIST constitui uma alternativa promissora para previsão da TME e da força de laminação em processos industriais de chapas grossas, contribuindo para o ajuste de parâmetros operacionais e melhoria das propriedades finais do aço.

Palavras-chave: Laminação a quente. Aço microligado ao nióbio. Lógica fuzzy. Fuzzy tipo árvore. Tensão média equivalente. Força de laminação.

ABSTRACT

The prediction of flow stress and rolling force in steels during the hot rolling process remains a recurrent challenge in modern steelmaking, as it involves complex thermomechanical phenomena such as recrystallization, strain accumulation, and carbonitride precipitation. Classical empirical models, although widely used, show limitations in representing the nonlinear behavior of the mean flow stress (MFS) and the applied rolling force under real industrial conditions. In this context, the present work introduces the development of a prediction model based on fuzzy logic, structured in a tree format (Fuzzy Inference System Tree – FIST), to estimate the MFS and rolling force during the hot rolling of a niobium microalloyed steel plates. The study used industrial data obtained from a steel plant, considering four final thicknesses (12, 16, 20, and 30 mm), processed in eight successive finishing passes. The fuzzy model was implemented in MATLAB, employing triangular membership functions, Sugeno-type rules, and supervised training using the Particle Swarm Optimization (PSO) and Pattern Search algorithms. The results were compared with well-established empirical models, such as those proposed by Misaka and Poliak, showing that the FIST achieved superior predictive performance, especially under conditions of strain accumulation and below the non-recrystallization temperature (T_{nr}). A critical analysis of the results demonstrated that the fuzzy model can capture the nonlinearities of the process and integrate metallurgical mechanisms such as dynamic (DRX), static (SRX), and metadynamic (MDRX) recrystallization while maintaining high interpretability. The application of the FIST model represents a promising alternative for predicting MFS and rolling force in industrial plate rolling processes, contributing to the optimization of operational parameters and the improvement of final steel properties.

Keywords: Hot rolling. Niobium microalloyed steel. Fuzzy logic. Fuzzy Tree. Mean flow stress. Rolling force.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação do processo de laminação	22
Figura 2 – Representação esquemática do ciclo termomecânico imposto em uma sequência de passes realizadas com múltiplas deformações em resfriamento contínuo. Curvas de escoamento plástico de um aço com as múltiplas deformações em resfriamento contínuo	23
Figura 3 – Evolução da tensão média equivalente durante a laminação de chapas grossas	25
Figura 4 – Evolução da tensão média equivalente em função do inverso da temperatura em uma sequência de passes em resfriamento contínuo	28
Figura 5 – Comparação entre o valor previsto e o valor medido da tensão média equivalente para o aço RR76, 12 mm.	30
Figura 6 – Função de associação booleana: uma pessoa é considerada alta ou não alta, com valor de pertinência $\mu = 1$ ou $\mu = 0$, respectivamente.	31
Figura 7 – Função contínua de pertinência fuzzy: uma pessoa pode ser parcialmente alta, com valor intermediário de pertinência, como $\mu = 0.95$ ou $\mu = 0.30$	32
Figura 8 – Principais tipos de funções de pertinência fuzzy: (a) Triangular, (b) Trapezoidal, (c) Gaussiana, (d) Sino Generalizado, (e) Sigmoidal, (f) Formato π	34
Figura 9 – Sistema de inferência Fuzzy	37
Figura 10 – Estrutura do FIS tipo Sugeno	38
Figura 11 – Representação esquemática da arquitetura de rede da ANFIS	38
Figura 12 – Arquiteturas do sistema fuzzy tipo árvore: (a) Incremental, (b) Agregado, (c) Cascata.	41
Figura 13 – Representação esquemática do ciclo termomecânico imposto em uma sequência de passes realizadas com múltiplas deformações em resfriamento contínuo	45
Figura 14 – Geometria da laminação de chapas	49
Figura 15 – Dados agrupados por passe	52
Figura 16 – Sistema de inferência fuzzy para o primeiro passe	53
Figura 17 – Sistema de inferência fuzzy do passe 2 ao 8	54
Figura 18 – Representação das funções de associação da temperatura no primeiro passe (MF)	55
Figura 19 – Representação das funções de associação da deformação no primeiro passe (MF)	56
Figura 20 – Representação das funções de associação da taxa de deformação no primeiro passe (MF)	56
Figura 21 – Estrutura geral do sistema de inferência fuzzy do tipo Sugeno (FIS 1)	58
Figura 22 – Representação esquemática da arquitetura de rede interna do FIS 1	59

Figura 23 – Evolução termomecânica do processo de laminação de acabamento representada em função dos FIS	61
Figura 24 – Representação esquemática do modelo incremental do FIST para um processo de laminação de chapas a quente	62
Figura 25 – Dados experimentais e calculados pelo modelo fuzzy tipo árvore (FIST) . .	66
Figura 26 – Comparação por chapa dos dados calculados e reais - Tensão	67
Figura 27 – Comparação por chapa dos dados calculados e reais - Força	68
Figura 28 – Raiz do erro quadrático médio para tensão - RMSE	69
Figura 29 – Raiz do erro quadrático médio para força - RMSE	70
Figura 30 – Dados experimentais e calculados pelo modelo fuzzy tipo árvore (FIST) . .	71
Figura 31 – Comparação por chapa dos dados calculados e reais - Tensão	72
Figura 32 – Comparação por chapa dos dados calculados e reais - Força	73
Figura 33 – Raiz do erro quadrático médio para tensão - RMSE	74
Figura 34 – Raiz do erro quadrático médio para força - RMSE	75
Figura 35 – Resultados do modelo fuzzy (FIST) para chapa de 16mm: (a) Tensão/Deformação; (b) Tensão/Espessura; (c) Força/Deformação; (d) Força/Espessura .	76
Figura 36 – Resultados do modelo fuzzy (FIST) $TME \times (1000/T)$ inverso da temperatura	81
Figura 37 – Comparação entre o valor previsto e o valor medido da TME para chapa de 12mm: a) Gráfico $TME \times (1000/T)$; b) Erro relativo (%).	83
Figura 38 – Dadaos experimentais sem os dados da chapa de 16mm	114
Figura 39 – Dadaos calculados e experimentais sem os dados da chapa de 16mm	116

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação entre os sistemas de inferência fuzzy Mamdani e Sugeno	36
Tabela 2 – Composição química do aço microligado	45
Tabela 3 – Dados experimentais para as diferentes espessuras finais	47
Tabela 4 – Dados experimentais e tensão média equivalente calculada pelo modelo de Sims para as diferentes espessuras finais	50
Tabela 5 – Valores de σ_0 obtidos para cada passe de laminação, considerando as temperaturas correspondentes	51
Tabela 6 – RMSE (MPa) por passe na previsão da tensão média equivalente	78
Tabela 7 – RMSE (toneladas) por passe na previsão da força de laminação	78
Tabela 8 – RMSE (MPa) por passe na previsão da tensão média equivalente da chapa de 16 mm	79
Tabela 9 – RMSE (toneladas) por passe na previsão da força de laminação da chapa de 16 mm	79
Tabela 10 – RMSE (MPa) por passe na previsão da tensão média equivalente	84

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANFIS	Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (Sistema Neuro-Fuzzy Adaptativo)
DRX	Recristalização Dinâmica
FIS	Fuzzy Inference System (Sistema de Inferência Fuzzy)
FIST	Fuzzy Inference System Tree (Sistema de Inferência Fuzzy em Árvore)
FLC	Fuzzy Logic Controller (Controlador Lógico Fuzzy)
HSLA	High Strength Low Alloy (Aço microligado de alta resistência)
MDRX	Recristalização Metadinâmica
MF	Membership Function (Função de Pertinência)
MOM	Mean of Maximum (Média dos Máximos)
PSO	Particle Swarm Optimization (Otimização Enxame de Partículas)
RMSE	Root Mean Square Error (Erro Médio Quadrático da Raiz)
SOM	Smallest of Maximum (Menor dos Máximos)
SRX	Recristalização Estática
TME	Tensão Média Equivalente

LISTA DE SÍMBOLOS

x_i	Variável de entrada i do sistema fuzzy
A_i, B_i, C_i	Conjuntos fuzzy associados às variáveis de entrada
Π	Operador de produto (cálculo do grau de ativação da regra)
N	Operador de normalização dos pesos das regras
w_i	Grau de disparo (peso) da i -ésima regra fuzzy
\bar{w}_i	Peso normalizado da i -ésima regra fuzzy
f_i	Função conseqüente linear associada à i -ésima regra
Σ	Operador de soma ponderada (defuzzificação do modelo Sugeno)
f	Saída final do sistema fuzzy (variável de saída)
P	Força de laminação (N)
σ_0	Tensão de escoamento da austenita recristalizada (MPa)
ε	Deformação verdadeira
$\dot{\varepsilon}$	Taxa de deformação verdadeira (s^{-1})
T	Temperatura absoluta (K)
R	Raio do cilindro de trabalho (mm)
H	Espessura inicial da chapa (mm)
h	Espessura final da chapa (mm)
w	Largura da chapa (mm)
Q	Fator geométrico de correção (adimensional)
Δt	Tempo entre passes (s)
n	Número de observações
y_{real}	Valor experimental
y_{previsto}	Valor previsto pelo modelo
μ	Grau de pertinência de um elemento a um conjunto fuzzy (adimensional)

α	Expoente de sensibilidade à deformação (adimensional)
β	Expoente de sensibilidade à taxa de deformação (adimensional)
γ	Coefficiente de sensibilidade ao teor de nióbio (adimensional)
δ	Coefficiente de sensibilidade ao teor de titânio (adimensional)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
2.1	Laminação	22
2.1.1	Laminação a quente	23
2.1.2	Laminação de chapas grossas	24
2.1.2.1	Fenômenos atuantes durante a deformação plástica a quente	25
2.2	Tensão de escoamento da austenita recristalizada (σ_0)	26
2.3	Evolução da tensão média equivalente durante uma sequência de passes em resfriamento contínuo	27
2.4	Modelos empíricos de previsão da tensão média equivalente (TME)	28
2.5	Fundamentos da lógica fuzzy	31
2.5.1	Funções de pertinência	32
2.5.2	Tipos de inferência fuzzy: Mamdani e Sugeno	34
2.5.3	Fuzzificação e defuzzificação em sistemas fuzzy	36
2.6	Sistema inferência Fuzzy (FIS)	37
2.7	Sistema fuzzy tipo árvore	40
2.8	Aplicações da lógica fuzzy em processos de conformação	41
2.8.1	Lacunas identificadas na literatura	43
3	MATERIAIS E MÉTODOS	45
3.1	Material	45
3.2	Laminação a quente	45
3.2.1	Aquecimento e solubilização dos elementos de liga	46
3.2.2	Laminação de desbaste	46
3.2.3	Laminação de acabamento	46
3.3	Cálculo da tensão média equivalente	48
3.4	Cálculo da tensão de escoamento da austenita recristalizada	51
3.5	Procedimentos experimentais	51
3.5.1	Preparação dos dados para o sistema de inferência fuzzy (FIS)	51
3.5.2	Construção e configuração do sistema de inferência fuzzy (FIS)	53
3.5.2.1	Tipo de sistema fuzzy adotado	53
3.5.2.2	Estrutura dos FIS por passe	53
3.5.2.3	Funções de pertinência	55
3.5.2.4	Regra Se-Então	56
3.5.2.5	Arquitetura interna do FIS	57

3.5.3	Implementação do modelo fuzzy tipo árvore (FIST)	60
3.5.3.1	Estrutura incremental	60
3.5.3.2	Treinando o FIST	63
3.5.3.3	Ajustando treinamento do FIST	63
3.5.4	Avaliação do modelo	63
3.5.4.1	Métricas de desempenho do modelo	63
4	RESULTADOS	65
4.1	Desempenho do modelo FIST considerando variáveis de entrada: temperatura, deformação, taxa de deformação e intervalo entre os passes . . .	65
4.1.1	Tensão média equivalente (TME)	66
4.1.2	Força de laminação	67
4.1.3	Raiz do erro quadrático médio (RMSE)	68
4.1.3.1	RMSE: Tensão média equivalente (TME)	68
4.1.3.2	RMSE: Força de laminação	69
4.2	Desempenho do modelo FIST considerando variáveis de entrada: temperatura, espessura, taxa de deformação e intervalo entre os passes	70
4.2.1	Tensão média equivalente (TME)	71
4.2.2	Força de laminação	72
4.2.3	Raiz do erro quadrático médio (RMSE)	73
4.2.3.1	RMSE: Tensão média equivalente (TME)	73
4.2.3.2	RMSE: Força de laminação	74
4.3	Validação do modelo fuzzy (FIST)	75
5	DISCUSSÃO	77
5.1	Análise geral do desempenho do modelo FIST	77
5.2	Influência das variáveis de entrada: deformação versus espessura	78
5.3	Validação cruzada do modelo fuzzy (FIST) para a chapa de 16 mm . . .	79
5.4	Interpretação metalúrgica dos resultados	80
5.5	Comparação do modelo fuzzy (FIST) com os modelos da literatura . . .	82
6	CONCLUSÃO	85
6.1	Trabalhos futuros	85
	REFERÊNCIAS	87
	APÊNDICE A – CONSTRUÇÃO DO SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY TIPO ÁRVORE (FIST) PARA PREVER A TENSÃO (TME)	90
A.1	Dados industriais utilizados no treinamento do FIST	90

A.2	Construção do sistema FIST	91
A.3	Conexão e organização dos FIS	96
A.4	Aprendizado das regras	97
A.5	Avaliação do sistema FIST	97
A.6	Cálculo da raiz do erro quadrático médio (RMSE)	98
A.7	Resultados calculados pelo sistema FIST	98
A.8	Ajuste de todos os parâmetros do sistema fuzzy	100
A.9	Avaliação do sistema FIST ajustado	100
A.10	Cálculo da raiz do erro quadrático médio (RMSE)	101
A.11	Resultados calculados pelo sistema FIST	101
	 APÊNDICE B – CONSTRUÇÃO DO SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY TIPO ÁRVORE (FIST) PARA PREVER A FORÇA	 104
	 APÊNDICE C – CONSTRUÇÃO DO SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY TIPO ÁRVORE (FIST) PARA PREVER A TENSÃO (TME), UTILIZANDO A ESPESSURA NO LUGAR DA DEFORMAÇÃO	 107
	 APÊNDICE D – CONSTRUÇÃO DO SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY TIPO ÁRVORE (FIST) PARA PREVER A FORÇA, UTILIZANDO A ESPESSURA NO LUGAR DA DEFORMAÇÃO	 110
	 APÊNDICE E – CONSTRUÇÃO DO SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY (FIST) SEM OS DADOS DA CHAPA DE 16 MM	 113
E.1	Dados industriais utilizados no treinamento do FIST	113
E.2	Construção do sistema FIST	114
E.3	Inserir dados de entrada da chapa de 16mm	114
E.4	Predição da TME da chapa de 16mm	115
E.4.1	Comparação da TME calculada e medida da chapa de 16mm	115

1 INTRODUÇÃO

A indústria siderúrgica desempenha papel estratégico no desenvolvimento econômico e tecnológico, fornecendo materiais essenciais a setores como construção civil, transporte, energia e bens de consumo. Entre os processos de conformação mecânica, a laminação a quente de chapas grossas se destaca por possibilitar elevada produtividade, associada ao controle dimensional e à obtenção de propriedades mecânicas adequadas às exigências de aplicação.

Do ponto de vista da engenharia mecânica, a laminação a quente caracteriza-se pela deformação plástica da austenita em regime não isotérmico e sob múltiplos passes, com forte acoplamento entre transferência de calor, condições de contato ferramenta/material e evolução microestrutural. Em cada passe, parâmetros como temperatura, deformação, taxa de deformação, tempo entre passes e espessura da chapa determinam o comportamento do material e, conseqüentemente, grandezas tecnológicas como a tensão média equivalente (TME) e a força de laminação.

Sob a ótica metalúrgica, o refinamento de grão do aço microligado ao nióbio durante a laminação resulta da interação entre precipitação e recristalização, cuja cinética depende das condições termomecânicas do processo. A precipitação de NbC/Nb(C,N) retarda a recristalização e aumenta o acúmulo de deformação, deslocando os limites de atuação da recristalização dinâmica (DRX), metadinâmica (MDRX) e estática (SRX). Como consequência, a previsão da tensão média equivalente (TME) e da força de laminação requer modelos capazes de considerar interações não lineares e dependentes da história de deformação.

Nesse contexto, diversos modelos empíricos têm sido propostos para descrever a resistência à deformação em processos de laminação a quente. Entre eles, destacam-se as equações de Misaka e Yoshimoto (1967) e as formulações de Poliak e Jonas (1996). Embora úteis em faixas específicas de aplicação, esses modelos apresentam limitações quando utilizados em condições industriais complexas, devido à simplificação de suas formulações e à dificuldade em representar adequadamente fenômenos metalúrgicos interdependentes. Tais limitações tornam-se ainda mais evidentes em aços microligados ao nióbio, cuja resposta é fortemente influenciada pela interação entre mecanismos de encruamento, recristalização e precipitação. Pequenas variações de parâmetros como temperatura, deformação, tempo entre passes e taxa de deformação podem provocar mudanças expressivas na TME e na força de laminação, comprometendo a generalização de equações empíricas clássicas.

Diante disso, abordagens baseadas em inteligência artificial, especialmente os sistemas de inferência fuzzy, surgem como alternativas promissoras. Esses modelos permitem lidar com incertezas e capturar relações complexas entre variáveis de entrada e saída, mantendo a interpretabilidade dos resultados. Alguns trabalhos já exploraram a lógica fuzzy em contextos

de laminação e processamento termomecânico. Sheta et al. (2009) aplicaram modelos fuzzy do tipo Takagi-Sugeno para prever força, torque e temperatura em uma planta industrial de laminação a quente, alcançando resultados superiores aos de modelos empíricos convencionais e redes neurais rasas. Mais recentemente, Li et al. (2022) desenvolveram um modelo híbrido para previsão da força de laminação em processos de laminação a frio, combinando redes neurais fuzzy do tipo Takagi-Sugeno com modelos analíticos, o que resultou em ganhos significativos em precisão e robustez. Esses estudos reforçam o potencial da lógica fuzzy como ferramenta preditiva em processos complexos.

Entretanto, observa-se que tais aplicações não contemplam arquiteturas hierárquicas fuzzy do tipo árvore, tampouco a construção de modelos específicos voltados à previsão da TME e da força de laminação em múltiplos passes de chapas grossas. Essa lacuna evidencia a oportunidade de aplicar o modelo fuzzy tipo árvore incremental proposto neste trabalho, capaz de integrar variáveis termomecânicas e fornecer, além de previsões mais robustas, uma interpretação metalúrgica detalhada das regiões de atuação dos mecanismos de encruamento e recristalização.

A previsão confiável da tensão média equivalente e da força de laminação é fundamental para o controle do processo de laminação a quente, uma vez que esses parâmetros determinam a potência necessária, a integridade dos equipamentos e a qualidade final das chapas produzidas. Erros na estimativa dessas grandezas podem resultar em falhas no ajuste da sequência de passes (isto é, a sequência programada de reduções de espessura ao longo dos passes), aumento do consumo energético, redução da vida útil dos cilindros e comprometimento das propriedades mecânicas do produto.

Objetivo geral

Desenvolver e avaliar modelos de inferência fuzzy em arquitetura hierárquica (árvore fuzzy) para a previsão da tensão média equivalente (TME) e da força de laminação durante o processo de laminação a quente de chapas grossas de aço microligado ao nióbio, utilizando dados industriais de um laminador de chapas grossas.

Objetivos específicos

- Implementar modelos fuzzy considerando variáveis de entrada termomecânicas, como temperatura, deformação, taxa de deformação, tempo entre passes e espessura da chapa.
- Construir diferentes configurações de modelos, variando a escolha da variável de saída (TME ou força de laminação) e das variáveis de entrada (deformação ou espessura), avaliando sua influência no desempenho preditivo.
- Comparar os resultados obtidos pelos modelos fuzzy com equações empíricas clássicas disponíveis na literatura, como as de Misaka (1967) e Poliak e Jonas (1996), identificando

vantagens e limitações de cada abordagem.

- Investigar os efeitos da ausência de dados representativos em determinadas condições, como no caso das chapas de 16 mm, sobre a robustez e a capacidade de generalização do modelo fuzzy.
- Fornecer interpretação metalúrgica dos resultados, empregando o gráfico da $TME \times 1/T$, para identificar as regiões de atuação dos mecanismos de acúmulo de deformação, DRX, MDRX e SRX.
- Validar os modelos desenvolvidos por meio da análise da raiz do erro quadrático médio (RMSE) e da comparação entre os valores previstos e os dados industriais reais.

Metodologia resumida

A pesquisa foi conduzida a partir de dados industriais obtidos em um laminador de chapas grossas, referentes ao processo de acabamento de aços microligados ao nióbio. Esses dados englobam variáveis termomecânicas relevantes, como temperatura, deformação, taxa de deformação, tempo entre passes e espessura da chapa, para diferentes condições de espessura final (12 mm, 16 mm, 20 mm e 30 mm), processadas em oito passes sucessivos de laminação a quente.

Com base nesse conjunto de informações, foram construídos modelos *fuzzy tipo árvore* incrementais implementados no software MATLAB. Diferentes configurações foram avaliadas, considerando como variáveis de saída tanto a TME quanto a força de laminação. Além disso, foram investigadas variações no conjunto de entradas, utilizando deformação ou espessura da chapa como parâmetros alternativos.

O desempenho dos modelos foi validado pela comparação entre os valores previstos e os dados industriais reais, com avaliação da raiz do erro quadrático médio (RMSE). Complementarmente, explorou-se a interpretabilidade das regras *fuzzy*, cujas previsões foram analisadas por meio do gráfico $TME \times 1/T$, permitindo relacionar diferentes etapas do processamento aos mecanismos metalúrgicos atuantes, como acúmulo de deformação, DRX, MDRX e SRX.

Estrutura do trabalho

Este trabalho está organizado em seis capítulos, além dos apêndices:

- **Capítulo 1 – Introdução:** apresenta a contextualização do tema, a delimitação do problema, a justificativa, os objetivos e a metodologia resumida, situando o leitor quanto à relevância e ao propósito da pesquisa.
- **Capítulo 2 – Revisão bibliográfica:** reúne os principais conceitos teóricos e trabalhos relacionados à laminação a quente, aos mecanismos metalúrgicos de recristalização e en-

cruamento, aos modelos empíricos clássicos de previsão da resistência à deformação, bem como aos fundamentos da lógica fuzzy e suas aplicações em processos de conformação.

- **Capítulo 3 – Materiais e métodos:** descreve em detalhe os dados industriais utilizados, as variáveis de entrada e saída consideradas, a implementação dos modelos fuzzy tipo árvore no MATLAB e os procedimentos de validação adotados.
- **Capítulo 4 – Resultados:** apresenta os valores previstos pelos modelos comparando-os com os dados industriais, destacando os desempenhos obtidos para diferentes configurações de entradas e saídas.
- **Capítulo 5 – Discussão:** analisa criticamente os resultados, explorando as implicações metalúrgicas e tecnológicas das previsões realizadas, bem como as vantagens e limitações da abordagem fuzzy em relação aos modelos empíricos tradicionais.
- **Capítulo 6 – Conclusão:** sintetiza os principais achados da pesquisa, destaca as contribuições científicas e tecnológicas e sugere perspectivas para trabalhos futuros.

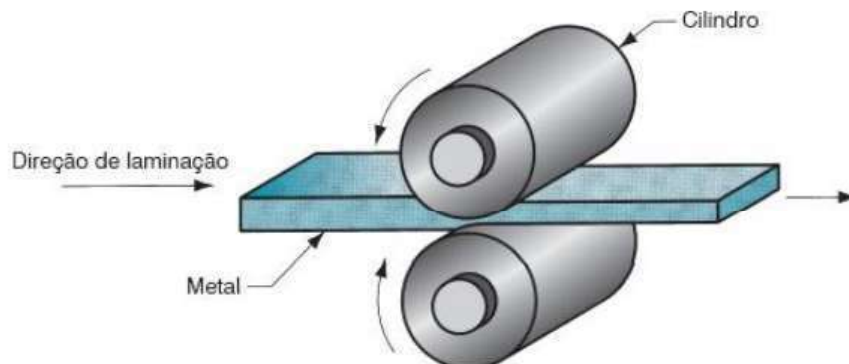
Os apêndices reúnem informações complementares, incluindo trechos de código MATLAB, regras fuzzy detalhadas e análises adicionais que subsidiam o desenvolvimento e a validação dos modelos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Laminação

A laminação é um dos processos mais tradicionais e amplamente utilizados na conformação mecânica de metais, sendo especialmente relevante na indústria siderúrgica para a produção de chapas, tiras, perfis e barras. Esse processo consiste na redução da espessura de um material metálico por meio de sua passagem entre dois cilindros que giram em sentidos opostos, conforme ilustrado na Figura 1. A principal finalidade da laminação é promover deformação plástica controlada, permitindo a obtenção de produtos com boa precisão dimensional e propriedades mecânicas aprimoradas (GROOVER, 2000). Durante o processo, o material metálico é introduzido entre os cilindros, que exercem compressão contínua sobre sua espessura, provocando o escoamento do metal na direção do movimento dos cilindros, conhecida como direção de laminação. Como mostra a Figura 1, o material sofre deformação à medida que avança entre os cilindros, resultando em uma diminuição gradual de sua espessura e um alongamento na direção longitudinal. A eficiência desse processo está relacionada não apenas à capacidade de reduzir a seção transversal, mas também à possibilidade de controlar a microestrutura do material, principalmente quando o processo ocorre em temperaturas elevadas.

Figura 1 – Representação do processo de laminação



Fonte: GROOVER,2000

Segundo Groover (2000), a laminação é considerada uma das mais relevantes operações de conformação de metais, sendo responsável por grande parte da produção de materiais metálicos no mundo. Além disso, a escolha dos parâmetros de operação, como temperatura, deformação, velocidade de laminação, tempo de espera entre passes e condições de atrito entre os cilindros e o material, influencia diretamente na qualidade do produto final e nos mecanismos metalúrgicos envolvidos.

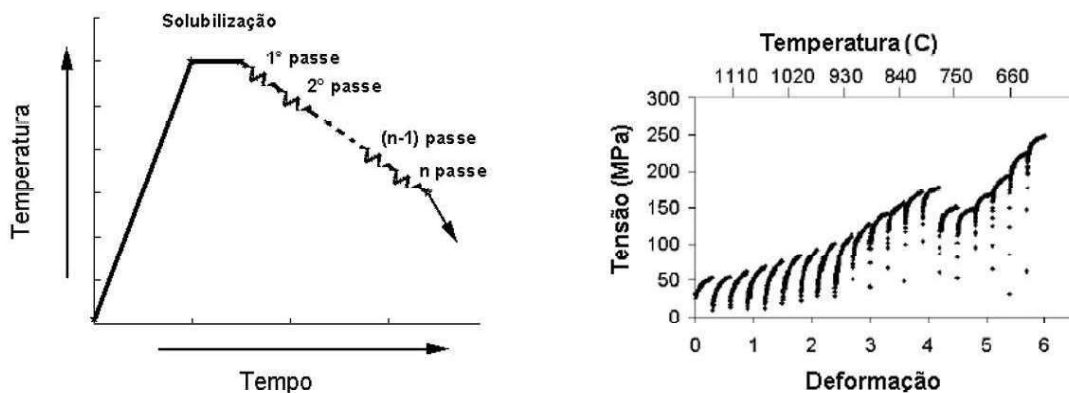
2.1.1 Laminação a quente

A laminação a quente é um processo de conformação mecânica realizado em temperaturas superiores à temperatura de recristalização do material, sendo amplamente utilizado na indústria siderúrgica para a produção de placas, chapas e bobinas. A escolha desse tipo de laminação é a elevada ductilidade do material e sua baixa resistência em altas temperaturas, o que permite a realização de grandes reduções de espessura com menor esforço de laminação, além de facilitar a recristalização dinâmica e a homogeneização microestrutural (GROOVER, 2000; DIETER, 1986).

O processo de laminação a quente de aços inicia-se com o aquecimento do lingote ou placa em fornos industriais até temperaturas próximas de 1200°C, promovendo a solubilização dos precipitados e a homogeneização da microestrutura. Após o aquecimento, o material é conduzido aos cilindros de laminação, onde passa por múltiplos passes sucessivos, nos quais ocorre a redução gradual da espessura e o aumento da deformação.

A Figura 2, localizada à esquerda, representa de forma esquemática, a variação da temperatura do material com o tempo, durante o processo de laminação a quente. Inicialmente, observa-se a etapa de aquecimento, onde o material atinge a condição de solubilização. Em seguida, ocorrem os diversos passes de laminação, nos quais há uma queda progressiva da temperatura devido ao contato com os cilindros e à exposição ao ambiente. Essa perda térmica entre os passes é um fator crítico, pois influencia diretamente nos mecanismos metalúrgicos que ocorrem, como a recuperação e a recristalização, responsáveis pela restauração das propriedades mecânicas do material (SICILIANO, 2013).

Figura 2 – Representação esquemática do ciclo termomecânico imposto em uma sequência de passes realizadas com múltiplas deformações em resfriamento contínuo. Curvas de escoamento plástico de um aço com as múltiplas deformações em resfriamento contínuo



Fonte: (SOUSA, 1996)

Complementarmente, a Figura 2, localizada à direita, apresenta a evolução da tensão em função da deformação em uma sequência de passes realizados em escala de laboratório

simulando um processamento industrial em resfriamento contínuo. Nota-se que, à medida que o material é deformado, há um aumento progressivo da tensão de escoamento, evidenciando a queda de temperatura e o acúmulo de deformações. No entanto, observa-se uma queda abrupta da tensão na curva referente a 750°C. Essa queda está associada à transformação de fase da austenita para ferrita — uma mudança microestrutural que reduz significativamente a resistência à deformação do material, já que a ferrita apresenta menor tensão de escoamento (SOUSA, 1996).

A laminação a quente não é apenas um processo geométrico de redução de espessura, mas também um processo termomecânico complexo, no qual a temperatura, a deformação, a taxa de deformação, o tempo entre passes e a composição química do aço influenciam diretamente a microestrutura e, conseqüentemente, as propriedades mecânicas finais do produto laminado.

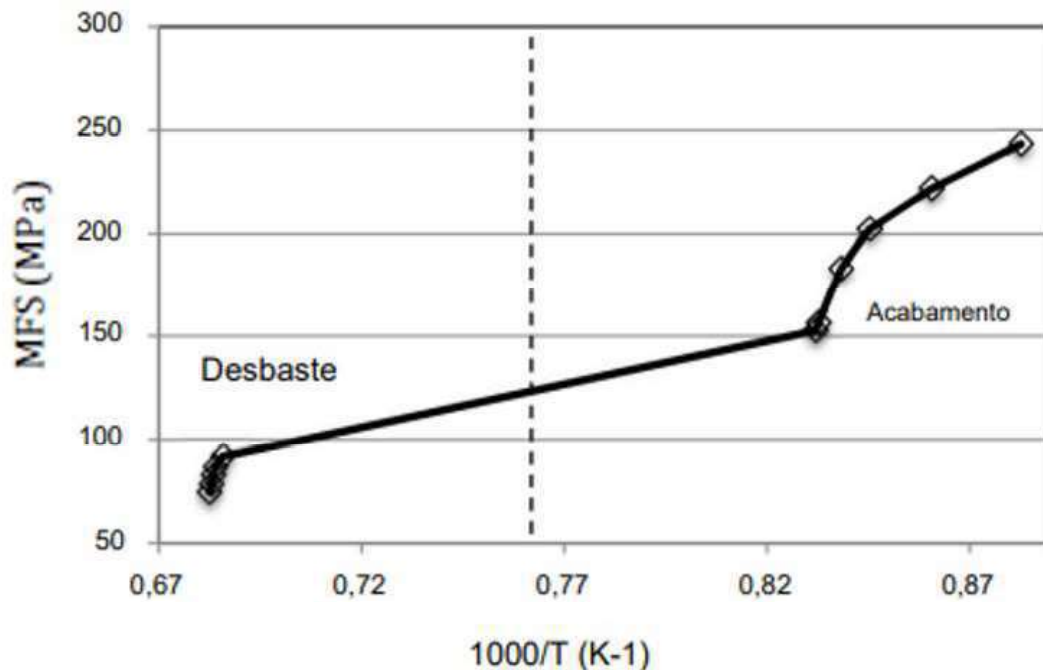
2.1.2 Laminação de chapas grossas

A laminação a quente pode ser aplicada a diferentes tipos de produtos metálicos, como tiras, barras, perfis e chapas. Dentre esses, a laminação de chapas grossas ocupa um papel estratégico na indústria siderúrgica, sendo empregada na fabricação de materiais para construção naval, equipamentos industriais, estruturas metálicas e setores de energia. Essa aplicação requer controle rigoroso das propriedades mecânicas e microestruturais ao longo do processo, o que torna seu estudo relevante do ponto de vista técnico e científico (WANG et al., 2016).

A laminação de chapas grossas normalmente é realizada em dois estágios principais: desbaste (*roughing*) e acabamento (*finishing*). Na etapa de desbaste, o lingote ou a placa são submetidos a grandes reduções de espessura, sendo o objetivo principal a obtenção de uma forma básica adequada para o acabamento posterior. Já na etapa de acabamento, são aplicadas deformações adicionais mais controladas, com foco em atingir as dimensões finais da chapa e controlar a microestrutura. Cada uma dessas etapas é realizada em diferentes condições de temperatura e taxa de deformação, o que influencia diretamente na tensão média equivalente do material (TME) e, por conseqüência, na força de laminação e nas propriedades do produto final.

A Figura 3 apresenta a evolução da tensão média equivalente (TME), também denominada na literatura como (*Mean Flow Stress-MFS*), em função do inverso da temperatura ($1000/T$) durante o processo de laminação de chapas grossas, evidenciando a transição entre as etapas de desbaste e acabamento. Observa-se que, durante o desbaste, realizado em temperaturas mais elevadas (lado esquerdo do gráfico), a TME apresenta valores relativamente baixos, devido à maior mobilidade atômica e à ocorrência de mecanismos de restauração. À medida que o material é processado em temperaturas mais baixas, típicas da etapa de acabamento, ocorre um aumento acentuado da TME, indicando maior resistência à deformação. Esse comportamento está associado à menor contribuição de mecanismos de restauração, à queda da temperatura e ao maior acúmulo de deformações (SICILIANO, 2013).

Figura 3 – Evolução da tensão média equivalente durante a laminação de chapas grossas



Fonte: (SICILIANO, 2013)

A curva $TME \times 1000/T$ pode ser utilizada como ferramenta de interpretação e diagnóstico do comportamento do material durante a laminação de chapas grossas (SICILIANO; JONAS, 2000). Este diagrama permite investigar quais são os fenômenos termomecânicos que ocorrem ao longo de um processo de laminação e, assim, otimizar a seleção dos parâmetros operacionais, como a temperatura de entrada, a sequência dos passes e os tempos entre deformações.

2.1.2.1 Fenômenos atuantes durante a deformação plástica a quente

Dentre os principais fenômenos metalúrgicos que influenciam a resistência à deformação durante a laminação a quente, destacam-se:

- **Encruamento (Work Hardening):** resulta do acúmulo de discordâncias durante a deformação plástica, elevando a resistência do material. Quando os mecanismos de restauração são ineficazes ou inexistentes, o encruamento domina, promovendo o aumento contínuo da TME (ROBERTS, 1983).
- **Recuperação Estática:** ocorre após a deformação, durante o intervalo entre passes. Trata-se de um processo termicamente ativado que promove a aniquilação parcial de discordâncias, reduzindo a energia interna do material. Embora não forme novos grãos, como na recristalização, a recuperação estática contribui para o alívio parcial do encruamento. Sua eficácia depende da temperatura e do tempo de repouso (HUMPHREYS; HATHERLY, 2004).

- **Recuperação Dinâmica:** é um mecanismo de restauração que ocorre simultaneamente à deformação plástica, em temperaturas elevadas. Nesse processo, as discordâncias são reorganizadas em estruturas estáveis, como subgrãos, reduzindo a densidade de defeitos sem formação de novos grãos. A recuperação dinâmica é mais comum em metais com alta energia de falha de empilhamento, como o alumínio, mas também ocorre em aços, especialmente nos estágios iniciais da laminação, quando a deformação ainda não atinge o valor crítico para ativar a DRX. Sua atuação leva a uma estabilização gradual da tensão de escoamento (DOHERTY et al., 1997; HUMPHREYS; HATHERLY, 2004).
- **Recristalização Estática (SRX – Static Recrystallization):** ocorre após a deformação, durante o tempo entre passes, e é favorecida por temperaturas elevadas e intervalos suficientemente longos. Esse processo resulta na nucleação e crescimento de novos grãos livres de deformação, reduzindo a densidade de discordâncias e, conseqüentemente, a tensão de escoamento (SICILIANO; JONAS, 2000).
- **Recristalização Dinâmica (DRX – Dynamic Recrystallization):** acontece simultaneamente à deformação, durante o próprio passe de laminação, em temperaturas suficientemente altas. Caracteriza-se pela formação contínua de novos grãos, que substituem os grãos deformados. A DRX leva à queda da tensão e melhora a ductilidade do material (DOHERTY et al., 1997).
- **Recristalização Metadinâmica (MDRX – Metadynamic Recrystallization):** ocorre após a deformação nos núcleos de DRX que ainda não cresceram totalmente. É um processo rápido, comum em laminação com intervalos curtos entre passes, e permite uma rápida restauração microestrutural em materiais previamente submetidos à DRX (CHO; KANG; JONAS, 2001).
- **Precipitação:** refere-se ao processo de formação de partículas finamente dispersas, como carbonetos, nitretos ou carbonitretos, que ocorre durante o resfriamento do material ou até mesmo simultaneamente à deformação plástica em altas temperaturas. Essas partículas secundárias se precipitam na matriz metálica, nos contornos de grão ou no interior dos grãos, atuando como obstáculos ao movimento das discordâncias. Esse impedimento à mobilidade das discordâncias, reduz a taxa de recristalização e contribui para o aumento da resistência mecânica do material, uma vez que ele se torna menos suscetível à restauração microestrutural e ao rearranjo interno de suas discordâncias (ZHU; CHEN; JONAS, 2001).

2.2 Tensão de escoamento da austenita recristalizada (σ_0)

A tensão de escoamento plástico da austenita recristalizada estaticamente, usualmente representada por (σ_0), é uma grandeza utilizada no estudo do comportamento termomecânico de aços durante processos de conformação a quente, especialmente em condições onde ocorrem fenômenos de acúmulo de deformação, de recristalização dinâmica (DRX) e metadinâmica

(MDRX) e de precipitação. Este valor da tensão de escoamento da austenita completamente recristalizada varia com a temperatura de processamento, aumentando conforme a temperatura decresce (DIMATTEO; VANNUCCI; COLLA, 2013). Para a austenita não deformada esta relação é dada pela expressão:

$$\sigma_0 = -189 + 312 \cdot \frac{1000}{T} \quad (1)$$

sendo T a temperatura absoluta.

O valor de σ_0 pode ser utilizado, por exemplo, como parâmetro de referência na análise da tensão média equivalente durante a laminação, uma vez que sua comparação com os valores de TME permite inferir a atuação ou não dos mecanismos de endurecimento e de amaciamento microestrutural.

2.3 Evolução da tensão média equivalente durante uma sequência de passes em resfriamento contínuo

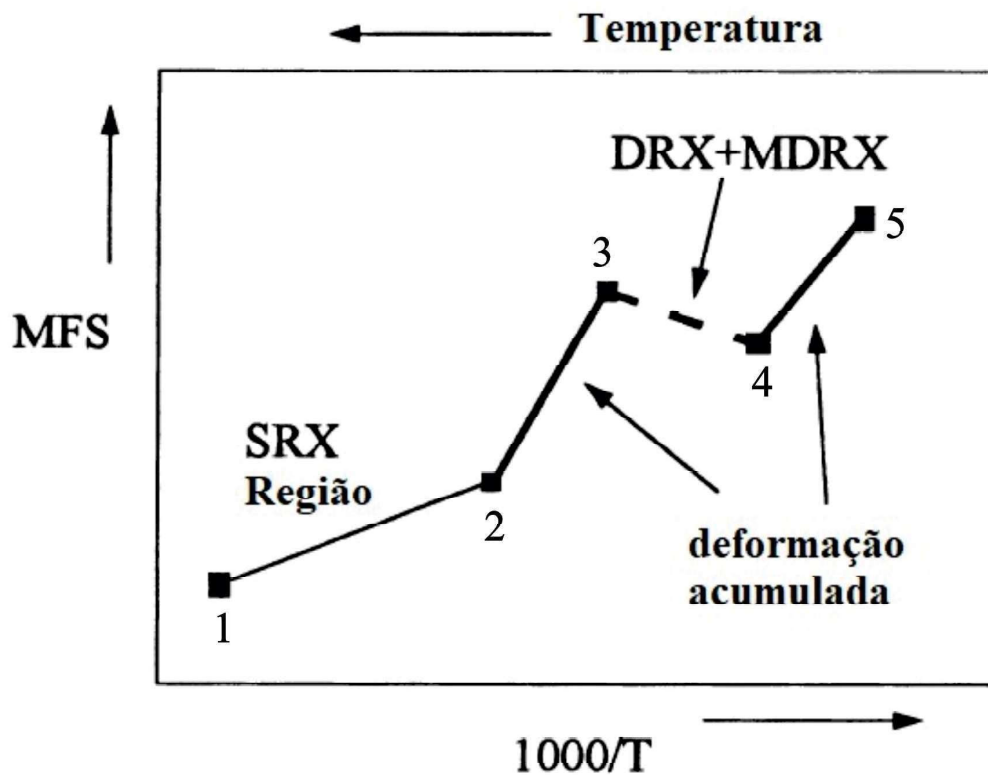
A TME depende fortemente da temperatura, da deformação, da taxa de deformação, do tempo entre passes, da composição química e, principalmente, dos fenômenos microestruturais que ocorrem durante o processo. De acordo com Siciliano e Jonas (2000) uma ferramenta eficaz para interpretar essas interações é o gráfico da tensão média equivalente em função do inverso da temperatura ($1/T$), conforme apresentado na Figura 4. Essa representação permite compreender a atuação de diferentes mecanismos metalúrgicos ao longo da laminação a quente, como a recristalização estática (SRX), a recristalização dinâmica (DRX), a recristalização metadinâmica (MDRX), o acúmulo de deformações e o endurecimento por precipitação.

A seguir é analisado o exemplo da sequência de passes de laminação apresentado na Figura 4, em que ocorrem vários mecanismos de endurecimento e de amaciamento. Na região 1–2 do gráfico, observa-se um leve aumento da TME. Esse comportamento é típico da recristalização estática (SRX), que ocorre entre os passes quando há tempo suficiente e temperatura elevada para que os grãos deformados sejam substituídos por novos grãos isentos de deformação. Nesse estágio, a tensão não aumenta significativamente, pois a microestrutura está sendo continuamente restaurada.

Portanto do passe 2 para o passe 3, há um aumento mais acentuado da TME com a queda de temperatura. Isso indica o acúmulo de deformação, resultado da redução da eficiência dos processos de restauração e da menor atuação da SRX entre os passes. A elevação da TME nessa faixa está associada ao aumento da densidade de discordâncias e à formação de subestruturas internas, características típicas do encruamento.

Entre os passes 3 e 4, observa-se uma redução na tensão média equivalente, mesmo com a continuidade da deformação e a queda da temperatura, o que sugere a ocorrência da

Figura 4 – Evolução da tensão média equivalente em função do inverso da temperatura em uma sequência de passes em resfriamento contínuo



Fonte: (SICILIANO; JONAS, 2000)

recristalização dinâmica (DRX), seguida pela recristalização metadinâmica (MDRX). A DRX ocorre durante o passe de laminação e é favorecida pela superação de uma deformação crítica (ϵ_c), resultante do acúmulo de deformações, promovendo a nucleação de novos grãos livres de discordâncias. Por sua vez, a MDRX ocorre após o passe, durante os intervalos entre deformações, e é favorecida por tempos interpasses curtos, que permitem a rápida recristalização da estrutura previamente deformada (DOHERTY et al., 1997; SICILIANO; JONAS, 2000).

Do passe 4 para o 5, observa-se novamente um aumento da TME. Esse comportamento pode estar relacionado ao acúmulo de deformação ou à atuação de precipitação de partículas de carbonetos ou nitretos formadas durante o resfriamento, que dificultam o movimento de discordâncias, elevando a resistência à deformação. Além disso, a menor eficiência dos mecanismos de recristalização nessa faixa térmica intensifica o encruamento e contribui para o endurecimento do material (ZHU; CHEN; JONAS, 2001; SICILIANO; JONAS, 2000).

2.4 Modelos empíricos de previsão da tensão média equivalente (TME)

A previsão da tensão média equivalente durante a laminação a quente é fundamental para o controle da força de laminação, do consumo de energia e da qualidade do produto final.

Diversos modelos empíricos foram propostos ao longo das últimas décadas para estimar a tensão média equivalente com base em parâmetros termomecânicos, como temperatura, deformação, taxa de deformação e composição química do aço. Entre os modelos mais tradicionais destaca-se a equação de Misaka (1967–1968), desenvolvida originalmente para aços carbono-manganês (C-Mn). Essa equação considera como variáveis principais o teor de carbono, a temperatura absoluta (em Kelvin), a deformação e a taxa de deformação, sendo expressa como:

$$\text{MFS}_{\text{Misaka}} = \exp \left(0.126 - 1.75[C] + 0.594[C]^2 + \frac{2.851 + 2.968[C] - 1.120[C]^2}{T} \right) \varepsilon^\alpha \dot{\varepsilon}_s^\beta \quad (2)$$

onde ε é a deformação, $\dot{\varepsilon}_s$ é a taxa de deformação e T a temperatura absoluta.

Essa formulação apresenta aplicabilidade restrita a condições onde a restauração ocorre plenamente, não considerando explicitamente os efeitos de elementos de liga como Nb, Ti ou Mo. Por essa razão, sua acurácia é limitada quando aplicada a aços microligados modernos ou a regimes de laminação onde há acúmulo de deformação entre os passes (DIMATTEO; VANNUCCI; COLLA, 2013).

Com o intuito de superar essas limitações, diversos autores propuseram modificações à estrutura da equação original. Dimatteo, Vannucci e Colla (2013) mencionam modelos que incorporam os efeitos de elementos como Nb, Mn e Mo, enquanto Siciliano et al. (1996) propuseram uma modificação que inclui explicitamente os teores de Nb e Mn na previsão da tensão média equivalente, ampliando a aplicabilidade da equação de Misaka a aços microligados. Ainda assim, esses modelos apresentaram erros médios de previsão mais elevados em comparação à equação de Poliak e Jonas (1996), especialmente nas condições em que não ocorre recristalização completa. A equação de Poliak e Jonas (1996) representa um avanço significativo por incluir de forma explícita os efeitos dos elementos microligantes por meio de um fator multiplicativo aplicado à equação base de Misaka. A equação é expressa como:

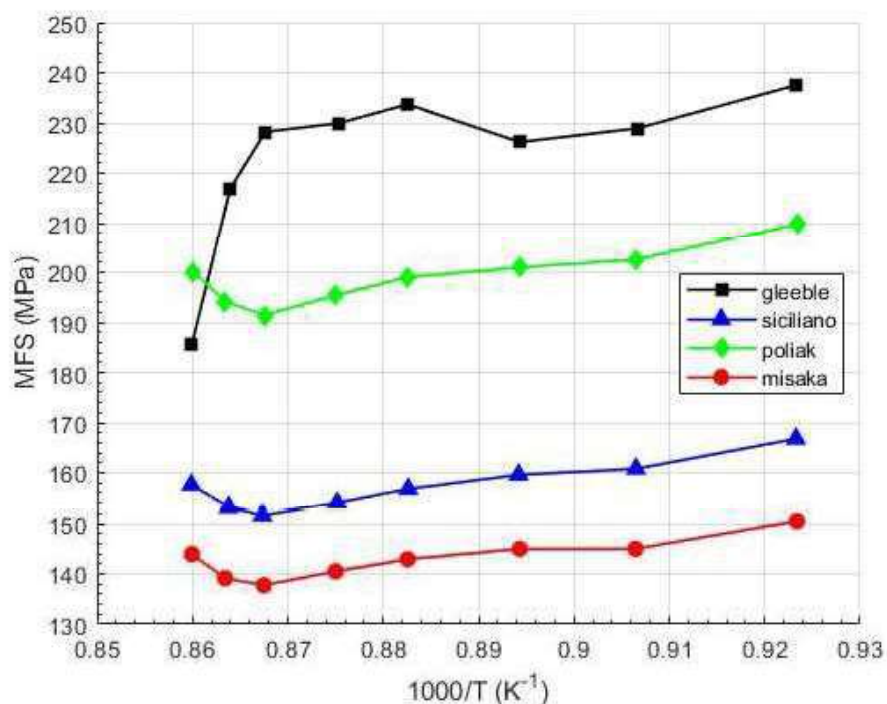
$$\text{MFS}_{\text{Poliak}} = \text{MFS}_{\text{Misaka}} (1.09 + 0.056[\text{Mn}] + \gamma[\text{Nb}] + \delta[\text{Ti}] + 0.056[\text{Al}] + 0.1[\text{Mo}]) \quad (3)$$

em que os coeficientes γ e δ são ajustados empiricamente para refletir a influência dos respectivos elementos de liga.

Embora represente um avanço em relação às equações anteriores, a formulação de Poliak, assim como as demais, ainda apresenta restrições importantes quando aplicada a condições de laminação industrial. Essa limitação pode ser observada na Figura 5, a qual apresenta a comparação entre os valores experimentais da tensão média equivalente, obtidos por meio de simulação física validada com dados reais, e as previsões fornecidas por diferentes equações empíricas. Nota-se que os modelos de Misaka, Siciliano e mesmo o de Poliak não conseguem

reproduzir o aumento progressivo da tensão média equivalente ao longo dos passes de laminação, subestimando os resultados experimentais em até 40 MPa. Esse desvio ocorre porque tais equações assumem condições de recristalização completa e não incorporam o acúmulo de deformação entre passes. Assim, apesar de a equação de Poliak apresentar melhor desempenho por incluir elementos microligantes, sua formulação ainda carece de termos capazes de representar a evolução metalúrgica complexa observada no processo real (DIMATTEO; VANNUCCI; COLLA, 2013).

Figura 5 – Comparação entre o valor previsto e o valor medido da tensão média equivalente para o aço RR76, 12 mm.



Fonte: Adaptado(DIMATTEO; VANNUCCI; COLLA, 2013)

Com o objetivo de reduzir os desvios observados, Dimatteo, Vannucci e Colla (2013) realizaram a otimização dos parâmetros da equação de Poliak utilizando métodos numéricos, como o Gauss–Newton e algoritmos genéticos (GA). O modelo resultante, denominado GA Poliak Extended, apresentou diminuição significativa no erro médio na predição da tensão, demonstrando a viabilidade de técnicas de ajuste híbridas para melhorar o desempenho de equações empíricas tradicionais. Contudo, é importante destacar que tal otimização atua apenas no ajuste dos coeficientes do modelo, sem modificar sua estrutura fundamental. Dessa forma, a ausência de termos que representem explicitamente o acúmulo de deformação entre passes permanece como uma limitação conceitual, fazendo com que, mesmo otimizados, esses modelos não capturem de maneira adequada a evolução real da tensão média equivalente ao longo da laminação.

Neste contexto, a literatura demonstra que, embora as otimizações numéricas reduzam os

erros médios, a limitação estrutural dos modelos empíricos persiste. Essa constatação evidencia a necessidade de abordagens mais flexíveis, capazes de representar as não linearidades do processo e capturar, de forma mais abrangente, a influência dos parâmetros termomecânicos e microestruturais na evolução da tensão.

2.5 Fundamentos da lógica fuzzy

A lógica fuzzy, também conhecida como lógica nebulosa ou difusa, foi introduzida por Lotfi A. Zadeh em 1965 como uma generalização da lógica clássica para lidar com a incerteza e a imprecisão inerentes a muitos sistemas reais, especialmente aqueles que envolvem raciocínio humano subjetivo e informações qualitativas. A proposta de Zadeh surgiu a partir da necessidade de representar computacionalmente o raciocínio aproximado, característico de processos cognitivos humanos, e que não pode ser adequadamente descrito por valores binários ou lógicos tradicionais (ZADEH, 1965).

Diferentemente da lógica booleana, na qual uma proposição somente pode assumir os valores verdadeiro (1) ou falso (0), a lógica fuzzy permite que uma proposição pertença parcialmente a um conjunto, com graus de pertinência variando entre 0 e 1. Essa diferença é ilustrada na Figura 6, onde a função de pertinência na lógica clássica assume um valor abrupto (discreto), enquanto na lógica fuzzy Figura 7, a transição ocorre de forma contínua e gradual.

Figura 6 – Função de associação booleana: uma pessoa é considerada alta ou não alta, com valor de pertinência $\mu = 1$ ou $\mu = 0$, respectivamente.

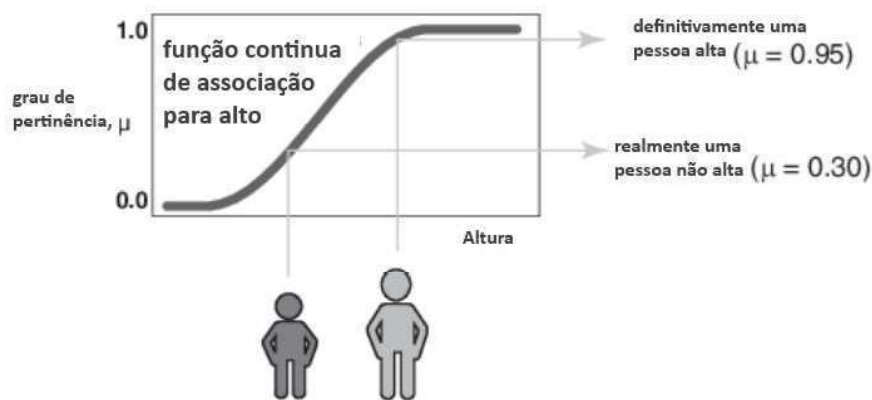


Fonte: (INC., 2022)

Segundo Ross (2004), Klir e Yuan (1995), essa abordagem possibilita a modelagem de sistemas complexos nos quais os limites entre categorias não são claramente definidos, como “alta temperatura”, “deformação moderada” ou “resistência elevada”.

Conforme Jang, Sun e Mizutani (1997), um conjunto fuzzy é caracterizado por uma função de pertinência (*membership function*), que associa a cada elemento um grau de pertencimento

Figura 7 – Função contínua de pertinência fuzzy: uma pessoa pode ser parcialmente alta, com valor intermediário de pertinência, como $\mu = 0.95$ ou $\mu = 0.30$.



Fonte: (INC., 2022)

ao conjunto. As funções de pertinência podem assumir diferentes formas, como triangulares, trapezoidais ou gaussianas, e sua escolha depende da natureza do problema e do conhecimento do especialista. A flexibilidade na definição desses conjuntos é uma das principais vantagens da lógica fuzzy, permitindo a incorporação de conhecimento empírico e heurístico em modelos computacionais.

Além disso, a lógica fuzzy introduz operadores de conjunção (AND), disjunção (OR) e negação (NOT) adaptados aos conjuntos fuzzy. Esses operadores são definidos por funções matemáticas conhecidas como t-normas e t-conormas, sendo a função mínimo geralmente utilizada como operador de conjunção, e a função máximo como disjunção (KLIR; YUAN, 1995). Esses operadores possibilitam a construção de regras do tipo “SE...ENTÃO...”, que formam a base de sistemas de inferência fuzzy aplicados em controle, previsão e tomada de decisão.

Conforme Zimmermann (2001), a utilização da lógica fuzzy tem se expandido significativamente em diversas áreas da engenharia e da ciência, em razão de sua capacidade de representar conhecimento incerto de forma estruturada e interpretável. Particularmente em sistemas complexos e não lineares, onde é difícil obter modelos matemáticos precisos, a lógica fuzzy se destaca por oferecer uma estrutura flexível baseada em conhecimento linguístico ou dados experimentais.

2.5.1 Funções de pertinência

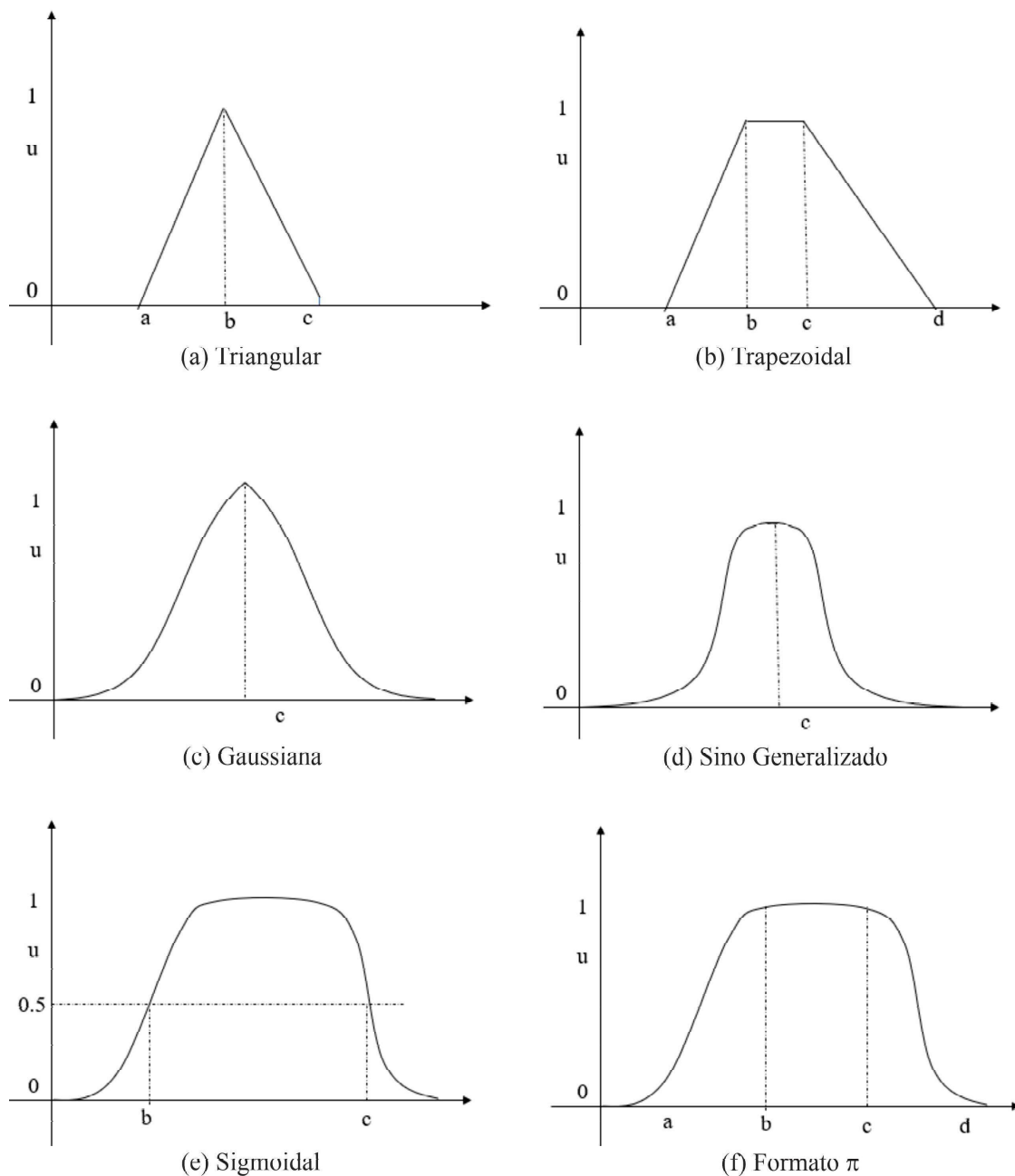
No contexto da lógica fuzzy, as funções de pertinência (ou *membership functions*) desempenham um papel essencial na representação do grau com que um determinado elemento pertence a um conjunto fuzzy. Formalmente, uma função de pertinência $\mu_A(x)$ associa a cada elemento x , pertencente a um universo de discurso X , um valor real no intervalo $[0, 1]$, indicando o grau de pertencimento ao conjunto fuzzy A (KLIR; YUAN, 1995).

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\} \quad (4)$$

Essas funções são fundamentais na modelagem de variáveis linguísticas, pois estabelecem a interface entre os dados quantitativos do mundo real e os conjuntos fuzzy qualitativos usados em sistemas baseados em regras. A escolha da forma da função de pertinência pode influenciar significativamente o comportamento do sistema fuzzy, afetando a inferência, a interpolação e a robustez do modelo (JANG; SUN; MIZUTANI, 1997; ROSS, 2004).

Existem diversas formas de funções de pertinência, cada uma com características e aplicações distintas. A Figura 8 apresenta as principais funções utilizadas na literatura:

- **Função Triangular.** A função triangular é uma das formas mais simples e amplamente utilizadas. Ela é definida por três parâmetros (a, b, c) que determinam a base e o pico do triângulo. Sua simplicidade favorece a interpretação e a implementação computacional, sendo ideal em aplicações onde o conhecimento do especialista é limitado ou os dados são escassos (ROSS, 2004).
- **Função Trapezoidal.** Semelhante à triangular, mas com um platô no topo, a função trapezoidal é definida por quatro parâmetros (a, b, c, d) e permite representar regiões com valor de pertinência constante, sendo útil para categorias bem definidas (ZIMMERMANN, 2001).
- **Função Gaussiana.** A função gaussiana possui uma forma suave e contínua, definida por dois parâmetros: o centro e o desvio padrão. Ela é útil para modelar variáveis contínuas com distribuição semelhante à normal, apresentando suavidade nas transições entre conjuntos (JANG; SUN; MIZUTANI, 1997).
- **Função Sino Generalizado.** Essa função possui uma forma de sino mais ajustável do que a gaussiana e é definida por três parâmetros (a, b, c) . Ela é recomendada para situações onde se deseja maior controle sobre a largura e a forma da curva (RUTKOWSKI, 2004).
- **Função Sigmoidal.** A função sigmoidal é utilizada para representar crescimento ou decaimento suaves e assimétricos. Seu formato em “S” é ideal para variáveis que se comportam de forma limiar, como crescimento populacional ou variações de temperatura (ROSS, 2004).
- **Função em Formato π .** A função em formato π combina duas sigmóides para formar uma curva semelhante à função trapezoidal, mas com transições suaves. É útil para representar zonas de transição gradual entre categorias (ZIMMERMANN, 2001).

Figura 8 – Principais tipos de funções de pertinência fuzzy: (a) Triangular, (b) Trapezoidal, (c) Gaussiana, (d) Sino Generalizado, (e) Sigmoidal, (f) Formato π 

Fonte: (WU; XU, 2021)

2.5.2 Tipos de inferência fuzzy: Mamdani e Sugeno

Os sistemas de inferência fuzzy (FIS – *Fuzzy Inference Systems*) são estruturas baseadas na lógica fuzzy desenvolvida por Zadeh (1965), que permitem lidar com incertezas e subjetividades ao modelar o conhecimento humano por meio de regras linguísticas. Essas regras do tipo “SE... ENTÃO...” relacionam variáveis de entrada e saída com base em conjuntos fuzzy e funções de pertinência, sendo amplamente aplicadas em controle de processos, modelagem e previsão de sistemas complexos (ROSS, 2004; KLIR; YUAN, 1995). Entre os tipos mais consolidados

de FIS destacam-se os métodos propostos por Mamdani e Sugeno, cada um com características distintas quanto à representação das regras e ao tratamento da saída.

O modelo de Mamdani, desenvolvido por Mamdani e Assilian (1975), foi um dos primeiros sistemas fuzzy implementados com sucesso em aplicações práticas. Nesse tipo de inferência, tanto os antecedentes quanto os consequentes das regras são representados por conjuntos fuzzy. Após o processo de agregação das regras ativadas, a saída do sistema também é um conjunto fuzzy, o qual precisa ser convertido em um valor numérico por meio de técnicas de desfuzzificação, como o método do centróide. Esse modelo destaca-se por sua elevada interpretabilidade, sendo particularmente adequado para aplicações em que o conhecimento do especialista precisa ser incorporado de forma clara e transparente (ROSS, 2004).

Por outro lado, o modelo de Sugeno, proposto por Takagi e Sugeno (1985), introduz uma abordagem mais voltada para a precisão numérica. Nesse caso, enquanto os antecedentes continuam sendo fuzzy, os consequentes são expressos por funções matemáticas das variáveis de entrada, geralmente lineares ou constantes. A forma típica de uma regra nesse modelo é:

$$\text{SE } x_1 \text{ é } A \text{ e } x_2 \text{ é } B, \text{ ENTÃO } y = f(x_1, x_2) \quad (5)$$

onde x_1 e x_2 representam variáveis de entrada associadas aos conjuntos fuzzy A e B , respectivamente. Quando ambas as condições são atendidas, a saída y é calculada por meio de uma função matemática $f(x_1, x_2)$, a qual pode assumir forma linear ou constante. Esse modelo possibilita que sistemas de controle realizem inferências precisas com base em regras lógico-linguísticas, sendo amplamente empregado em contextos de engenharia e automação industrial, principalmente em razão de sua elevada eficiência computacional (TAKAGI; SUGENO, 1985; ROSS, 2004).

A principal diferença entre os modelos Mamdani e Sugeno reside na forma do consequente: fuzzy no primeiro e funcional no segundo. Essa distinção afeta diretamente aspectos como a complexidade computacional, a facilidade de treinamento automático e a capacidade de integração com técnicas numéricas (JANG; SUN; MIZUTANI, 1997). Enquanto o modelo de Mamdani é amplamente utilizado em sistemas onde a interpretabilidade e transparência são essenciais, como no controle de processos manuais ou em sistemas especialistas, o modelo de Sugeno é mais apropriado para aplicações que demandam alta precisão e desempenho computacional, como previsão de séries temporais, modelagem de sistemas dinâmicos e controle adaptativo. As diferenças entre os dois modelos estão resumidas na Tabela 1, a qual apresenta uma comparação dos principais critérios que distinguem os sistemas de inferência Mamdani e Sugeno.

Dessa forma, a escolha entre Mamdani e Sugeno depende diretamente da natureza do problema e dos objetivos do sistema fuzzy. Quando a compreensão e validação das regras por especialistas humanos é prioritária, Mamdani se mostra mais adequado. Em contrapartida,

Tabela 1 – Comparação entre os sistemas de inferência fuzzy Mamdani e Sugeno

Critério	Mamdani	Sugeno
Tipo de consequente	Conjunto fuzzy	Função matemática (geralmente linear ou constante)
Defuzzificação	Necessária (ex.: centróide, MOM, SOM)	Não necessária (saída já é numérica)
Complexidade computacional	Maior (devido à defuzzificação e manipulação de fuzzy)	Menor (processo direto e mais eficiente)
Interpretabilidade	Alta (regras linguísticas completas e intuitivas)	Moderada (funções dificultam compreensão sem treinamento)
Interação com aprendizado	Limitada	Facilitada (ANFIS, redes neurais, otimização)
Precisão da saída	Boa, mas dependente do método de defuzzificação	Alta, especialmente com dados numéricos contínuos
Aplicações típicas	Sistemas especialistas, controle manual, diagnóstico	Previsão, controle adaptativo, simulação em tempo real

Fonte: Adaptado de Hamam e Georganas (2008)

quando se busca desempenho, integração com métodos de aprendizado de máquina ou aplicações em tempo real, o modelo de Sugeno é geralmente preferido (ROSS, 2004; KLIR; YUAN, 1995; JANG; SUN; MIZUTANI, 1997).

2.5.3 Fuzzificação e defuzzificação em sistemas fuzzy

Em um Sistema de Inferência Fuzzy (FIS), a primeira etapa do processamento é a fuzzificação, na qual os valores de entrada, geralmente numéricos, são convertidos em graus de pertinência aos conjuntos fuzzy previamente definidos. Essa operação é realizada por meio das funções de pertinência, que mapeiam cada valor do universo de discurso em um intervalo contínuo entre 0 e 1 (KLIR; YUAN, 1995). Por exemplo, uma temperatura de 850 °C pode ter grau de pertinência 0,8 ao conjunto “Alta” e 0,2 ao conjunto “Muito Alta”, permitindo que múltiplas regras sejam ativadas simultaneamente.

Após a aplicação das regras fuzzy e do mecanismo de inferência, obtém-se uma saída fuzzy que, em modelos do tipo Mamdani, exige uma etapa adicional chamada defuzzificação. Essa etapa converte o conjunto fuzzy de saída em um valor numérico único, geralmente utilizando o método do centro de gravidade ou outros métodos, como média dos máximos (MOM, *mean of maxima*) e menor dos máximos (SOM, *smallest of maxima*) (ROSS, 2004).

No entanto, no modelo Sugeno, utilizado neste trabalho, a saída de cada regra é uma função matemática das entradas, e não um conjunto fuzzy. Assim, a saída final do sistema é obtida por uma média ponderada das saídas das regras ativadas, eliminando a necessidade da defuzzificação (TAKAGI; SUGENO, 1985; JANG; SUN; MIZUTANI, 1997). Isso confere ao modelo maior eficiência computacional e facilita a integração com métodos de aprendizado de

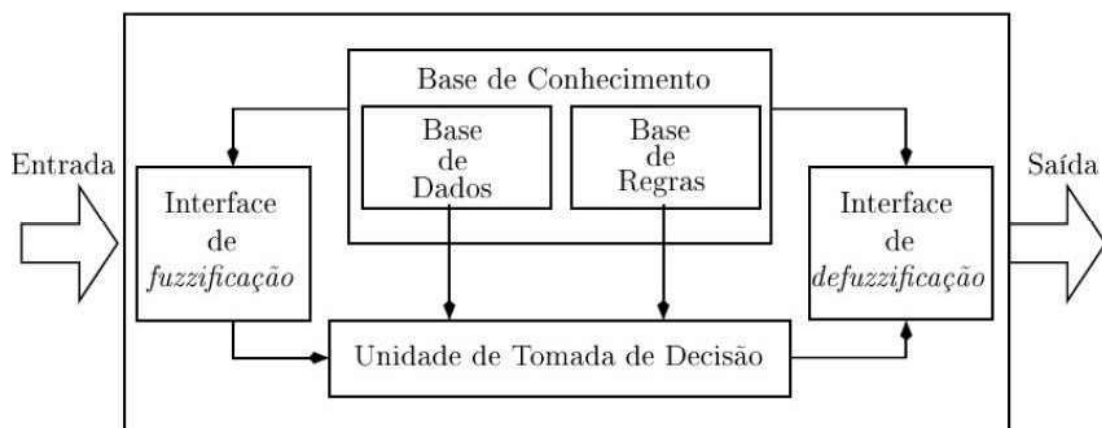
máquina.

2.6 Sistema inferência Fuzzy (FIS)

Os sistemas de inferência fuzzy apresentam a vantagem de exigir menor volume de dados para modelagem em comparação às redes neurais artificiais (RNA). Isso se deve ao fato de que o FIS incorpora conhecimento especialista por meio de regras linguísticas e funções de pertinência, reduzindo a necessidade de aprendizado puramente estatístico (JR.; BALANCIN, 2022; JANG, 1993). Enquanto as RNAs dependem de grandes conjuntos de dados para ajustar um grande número de parâmetros, partindo de uma estrutura puramente matemática e não interpretável, o FIS já dispõe de uma base compreensível que define o comportamento do sistema. Essa característica torna os modelos fuzzy especialmente adequados para problemas industriais com dados limitados ou de difícil aquisição.

A estrutura geral de um FIS é apresentada na Figura 9. O sistema é composto por quatro blocos principais: a interface de fuzzificação, a base de conhecimento, a unidade de inferência e a interface de defuzzificação. A interface de fuzzificação converte as variáveis de entrada em valores linguísticos fuzzy, conforme as funções de pertinência definidas na base de dados. A base de conhecimento é formada pela base de dados, que armazena as funções de pertinência e os parâmetros das variáveis fuzzy, e pela base de regras, que contém o conjunto de regras linguísticas do tipo (Se Então), descrevendo o comportamento do sistema. A unidade de inferência combina as informações fuzzificadas e aplica o mecanismo de inferência fuzzy, como os métodos de Mamdani ou Sugeno, para obter conclusões intermediárias. Por fim, a interface de defuzzificação converte o resultado fuzzy em um valor numérico que representa a saída final do sistema. Dessa forma, o FIS processa informações imprecisas e as transforma em resultados quantitativos, possibilitando a modelagem de sistemas complexos de forma interpretável e robusta.

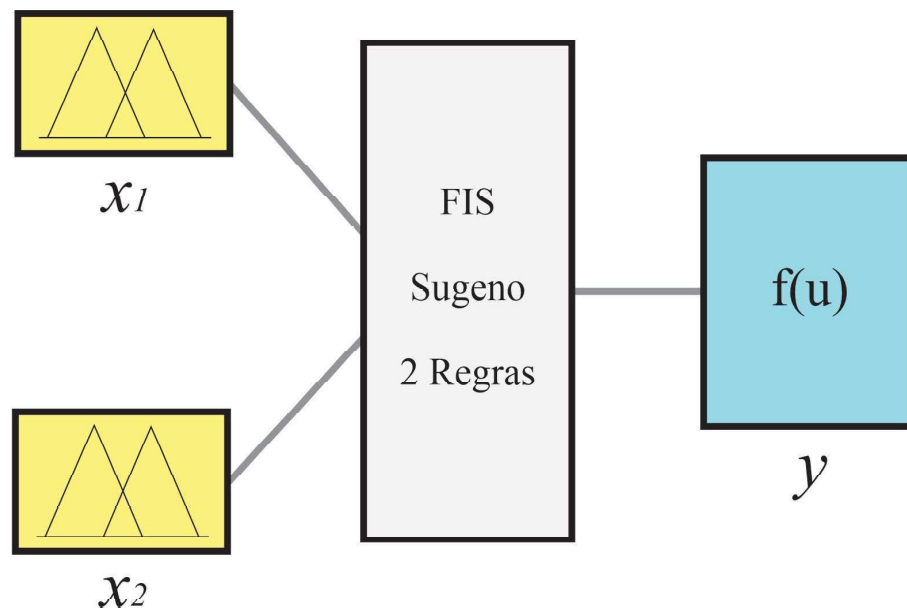
Figura 9 – Sistema de inferência Fuzzy



Fonte: (JANG, 1993)

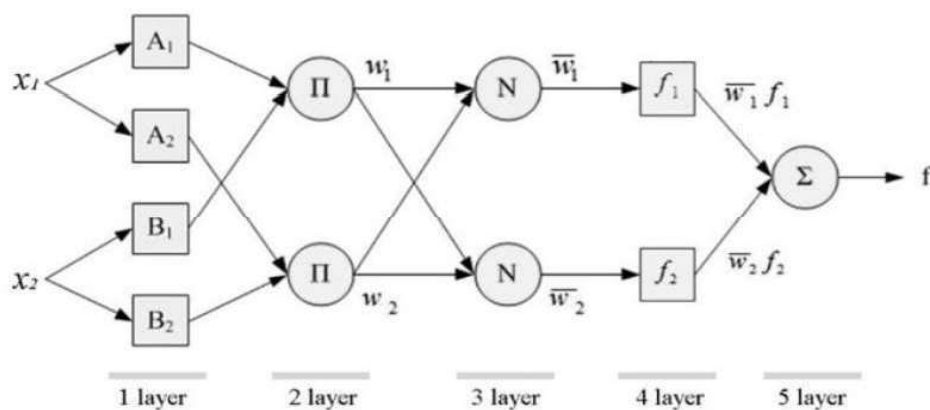
Compreendida a estrutura geral de um sistema de inferência fuzzy, torna-se pertinente analisar com maior detalhamento o funcionamento interno do modelo. A Figura 10 apresenta a estrutura geral de um FIS do tipo Sugeno, composto por duas variáveis de entrada (x_1 e x_2) e duas regras. O diagrama evidencia o fluxo global de informações do modelo, desde a etapa de fuzzificação das entradas até a obtenção da saída $y = f(u)$, resultante da combinação ponderada das funções consequentes. Esse modelo é amplamente empregado em aplicações de modelagem e previsão devido à sua capacidade de representar relações não lineares com elevada interpretabilidade e eficiência computacional.

Figura 10 – Estrutura do FIS tipo Sugeno



Fonte: Adaptado(INC., 2022)

Figura 11 – Representação esquemática da arquitetura de rede da ANFIS



Fonte: (JR.; BALANCIN, 2022)

Por sua vez, a Figura 11 ilustra a estrutura interna de um sistema de inferência Fuzzy do tipo Sugeno, com base na representação proposta por Jang (1993), na qual o processo de inferência fuzzy é descrito em forma de rede adaptativa. Embora o modelo original apresentado pelo autor tenha sido denominado *Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System* (ANFIS), a arquitetura representada é funcionalmente equivalente a um FIS Sugeno convencional, permitindo compreender de maneira detalhada as etapas internas de processamento do sistema.

Nessa representação, o FIS é composto por cinco camadas interligadas, cada uma correspondendo a uma etapa específica do processo de inferência:

1. **Fuzzificação:** os valores de entrada são convertidos em graus de pertinência por meio das funções de pertinência associadas a cada conjunto fuzzy:

$$\mu_{A_i}(x_1) \quad \text{e} \quad \mu_{B_i}(x_2) \quad (6)$$

2. **Cálculo do peso das regras:** os pesos (w_i) são obtidos pela combinação dos graus de pertinência dos antecedentes, conforme:

$$w_i = \mu_{A_i}(x_1) \times \mu_{B_i}(x_2) \quad (7)$$

3. **Normalização dos pesos:** os pesos normalizados (\bar{w}_i) são calculados pela razão entre o peso individual e a soma total dos pesos:

$$\bar{w}_i = \frac{w_i}{\sum_i w_i} \quad (8)$$

4. **Cálculo das saídas consequentes:** as saídas de cada regra são expressas por funções lineares do tipo:

$$f_i = p_i x_1 + q_i x_2 + r_i \quad (9)$$

em que p_i e q_i representam os coeficientes lineares associados às variáveis de entrada x_1 e x_2 , respectivamente, e r_i corresponde ao termo constante da função consequente. Esses parâmetros definem o comportamento linear local de cada regra fuzzy e são ajustados de modo a minimizar o erro entre os valores previstos e os dados experimentais.

5. **Agregação das saídas ponderadas:** a saída final do sistema (f) é obtida pela soma ponderada das saídas das regras normalizadas:

$$f = \sum_i \bar{w}_i f_i \quad (10)$$

Dessa forma, observa-se que o funcionamento interno de um FIS Sugeno pode ser representado como uma estrutura de rede, em que cada camada executa uma operação específica do processo de inferência fuzzy. Essa representação, originalmente empregada por Jang (1993) para fins de aprendizado adaptativo, também é amplamente utilizada na literatura para descrever de forma clara e sistemática a organização funcional interna de sistemas fuzzy, mesmo quando não se aplica qualquer mecanismo de treinamento de rede.

2.7 Sistema fuzzy tipo árvore

O fuzzy tipo árvore é uma arquitetura hierárquica composta por múltiplos sistemas de inferência fuzzy (FIS – *Fuzzy Inference Systems*), dispostos em níveis organizados de maneira incremental, agregada ou em cascata, conforme a necessidade de modelagem do problema. Essa abordagem foi proposta inicialmente por Raju, Zhou e Kisner (1991) como uma alternativa para lidar com problemas de alta dimensionalidade, nos quais o uso de um único FIS convencional se torna inviável em razão da explosão combinatória do número de regras exigidas. O fuzzy tipo árvore busca contornar essa limitação ao dividir o problema em subproblemas menores, modelados por FIS independentes que são interligados de forma hierárquica (RAJU; ZHOU; KISNER, 1991; JANG; SUN; MIZUTANI, 1997).

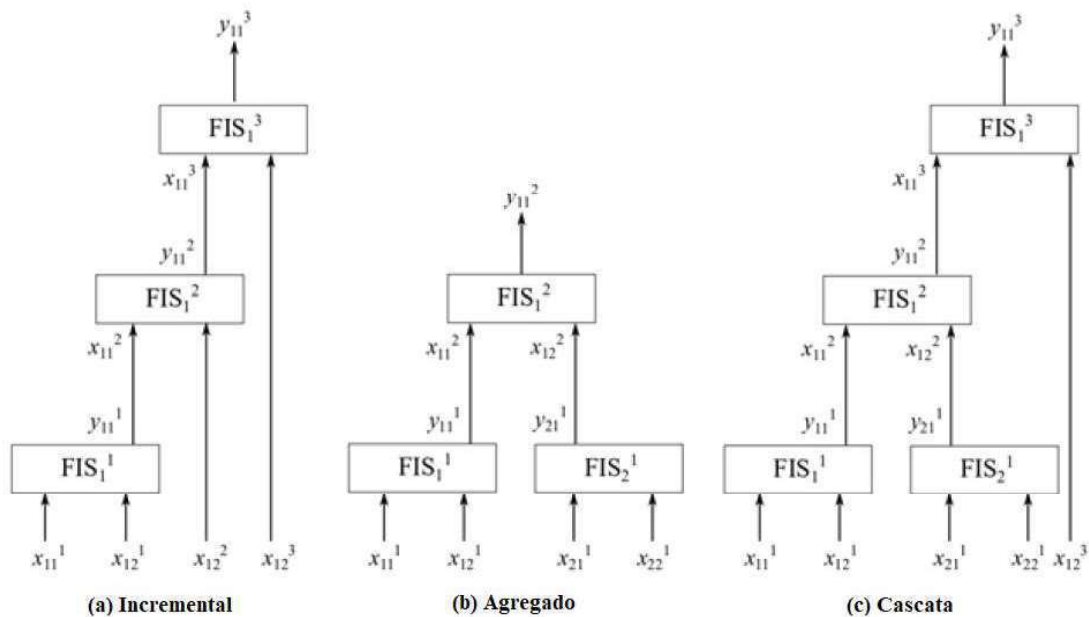
Essa estratégia é particularmente útil quando se deseja modelar sistemas com um grande número de variáveis de entrada, mantendo a interpretabilidade, a modularidade e a eficiência computacional. Ao invés de criar uma única superfície de saída baseada em todas as variáveis, a abordagem em árvore permite reduzir a complexidade computacional, promover reutilização de regras e facilitar o treinamento local dos blocos fuzzy (RUTKOWSKI, 2004). Assim, o fuzzy tipo árvore tem sido amplamente utilizado em problemas de previsão, controle adaptativo, modelagem de sistemas não lineares e aplicações em engenharia, especialmente em contextos onde os dados apresentam estrutura hierárquica ou modular. A Figura 12 apresenta as três principais formas de organização do fuzzy tipo árvore: incremental, agregada e em cascata.

Na arquitetura incremental Figura 12-a, a saída de um FIS de nível inferior alimenta o FIS de nível superior, enquanto algumas variáveis de entrada originais também podem ser transmitidas diretamente aos níveis seguintes. Isso permite uma combinação gradual de variáveis e inferências, ideal para sistemas com dependências sequenciais ou onde há construção progressiva do conhecimento.

Na estrutura agregada Figura 12-b, dois ou mais FIS no nível inicial processam subconjuntos distintos das variáveis de entrada. Suas saídas são então combinadas por um FIS superior, responsável pela inferência final. Essa abordagem é útil para modelar sistemas paralelos, onde diferentes subsistemas ou domínios atuam de forma independente, mas contribuem para um mesmo resultado global (RUTKOWSKI, 2004).

Já na arquitetura em cascata Figura 12-c, a saída de um FIS é utilizada como entrada para outro, criando uma cadeia de inferência sucessiva. Essa estrutura é eficaz em problemas que exigem refinamento sucessivo da saída, como em sistemas de controle multiestágio ou quando se deseja incorporar processamento sequencial de decisões.

Figura 12 – Arquiteturas do sistema fuzzy tipo árvore: (a) Incremental, (b) Agregado, (c) Cascata.



Fonte: (INC., 2022)

Entre as vantagens do fuzzy tipo árvore destacam-se:

- Redução do número total de regras, especialmente em sistemas com muitas variáveis de entrada;
- Facilidade de manutenção e interpretação, por meio de blocos modulares;
- Possibilidade de treinamento separado para cada FIS, o que permite estratégias de aprendizado local e atualização incremental;
- Desempenho mais estável em problemas de alta dimensionalidade, devido à modularização do sistema em blocos de inferência com menor complexidade individual (RAJU; ZHOU; KISNER, 1991; JANG; SUN; MIZUTANI, 1997).

No entanto, o uso do fuzzy tipo árvore requer atenção quanto ao acoplamento entre os níveis, pois erros de um FIS intermediário podem se propagar ao longo da estrutura. Além disso, a seleção da arquitetura (incremental, agregada ou cascata) deve considerar o comportamento do sistema em estudo e a disponibilidade de dados para treinamento em cada nível.

2.8 Aplicações da lógica fuzzy em processos de conformação

Dentre as aplicações da lógica fuzzy em processos de conformação mecânica, destaca-se o trabalho de Datta e Banerjee (2005), que propuseram modelos baseados em sistemas de inferência fuzzy (FIS – *Fuzzy Inference Systems*) para correlacionar variáveis composicionais e

de processamento com a resistência mecânica de aços microligados de alta resistência (HSLA). O estudo utilizou tanto os sistemas do tipo Mamdani quanto do tipo Sugeno para prever o limite de escoamento (*yield strength*) a partir de múltiplas variáveis de entrada, incluindo elementos de liga como nióbio, titânio, boro, cobre, níquel e molibdênio, além de parâmetros do processo de laminação termomecanicamente controlada (TMCP), como temperatura de reaquecimento da placa, deformações em diferentes faixas térmicas, temperatura final de laminação e taxa de resfriamento.

Os autores desenvolveram cinco modelos fuzzy (FIS-I a FIS-V), cada um com diferentes combinações de entradas, visando investigar tanto os efeitos individuais quanto os sinérgicos entre os elementos e condições de processo. Os resultados mostraram que os sistemas fuzzy foram capazes de capturar, com fidelidade qualitativa, comportamentos metalúrgicos complexos, como o efeito de endurecimento por precipitação e o refinamento de grão, bem como interações sinérgicas entre elementos como Nb-B e Ti-B. No entanto, os modelos apresentaram apenas precisão moderada na previsão quantitativa dos valores de tensão de escoamento, principalmente nos casos em que um grande número de variáveis foi considerado simultaneamente, como no modelo FIS-V. Ainda assim, a abordagem fuzzy demonstrou ser eficaz para interpretar as relações não lineares e multivariadas típicas de processos de conformação, oferecendo uma alternativa robusta frente à modelagem clássica baseada exclusivamente em equações determinísticas. Os autores destacam que a limitação observada na capacidade preditiva poderia ser mitigada por meio da incorporação de métodos adaptativos, como os sistemas neuro-fuzzy, capazes de otimizar automaticamente as regras e funções de pertinência com base em dados experimentais (DATTA; BANERJEE, 2005).

Outro exemplo relevante de aplicação da lógica fuzzy em processos de conformação é apresentado por Li et al. (2022), que desenvolveram um modelo híbrido para previsão da força de laminação em processos de laminação a frio, combinando um modelo analítico clássico com uma rede neural fuzzy do tipo Takagi–Sugeno (T-S FNN). O diferencial do estudo está na inclusão de variáveis do processo de laminação a quente, como temperatura final de laminação e de bobinamento, considerando sua influência sobre a microestrutura do aço e, conseqüentemente, sobre a força necessária na etapa a frio. Os autores propuseram três formas de integração entre os modelos, sendo que a estratégia em que o valor calculado pelo modelo analítico é usado como entrada adicional do sistema fuzzy apresentou o melhor desempenho. Os testes foram realizados com dados industriais reais e mostraram que o modelo combinado melhora significativamente a precisão da previsão em comparação com os modelos individuais. O estudo evidencia que a integração entre modelos baseados em conhecimento físico e técnicas fuzzy pode oferecer maior robustez e aplicabilidade na previsão de variáveis críticas em processos de conformação (LI et al., 2022).

Complementando essas abordagens voltadas à modelagem preditiva, algumas pesquisas têm explorado o uso da lógica fuzzy como ferramenta de controle em tempo real. É o caso

do trabalho de Jung e Im (1999), que desenvolveram um algoritmo de controle fuzzy para a previsão e estabilização da tensão entre as cadeiras em processos de laminação contínua. O controle preciso da tensão entre as cadeiras é fundamental para garantir a integridade da tira e a estabilidade dimensional do produto final, sendo desafiador devido à natureza dinâmica e não linear do processo. No modelo proposto, duas variáveis de entrada são utilizadas: o erro entre a tensão real e a desejada, e a variação desse erro. Essas entradas alimentam um sistema fuzzy responsável por ajustar a velocidade da segunda cadeira, com o objetivo de manter a tensão dentro de limites aceitáveis. O controlador emprega funções de pertinência triangulares e defuzzificação pelo centro de gravidade. As simulações realizadas demonstraram que o algoritmo fuzzy apresenta desempenho superior ao de controladores convencionais, com resposta mais rápida e menor oscilação diante de perturbações operacionais. Esse estudo evidencia o potencial da lógica fuzzy não apenas para previsão de propriedades, mas também para controle ativo em processos industriais, oferecendo soluções robustas frente às incertezas e flutuações típicas da laminação contínua (JUNG; IM, 1999).

2.8.1 Lacunas identificadas na literatura

A literatura apresenta diferentes abordagens para previsão de variáveis críticas em processos de laminação, como força de laminação, tensão da tira e propriedades mecânicas intermediárias. Modelos analíticos clássicos vêm sendo amplamente utilizados, assim como técnicas de inteligência computacional, especialmente redes neurais e sistemas fuzzy. Trabalhos recentes demonstraram o potencial de modelos híbridos, combinando conhecimento físico com métodos fuzzy do tipo Sugeno, especialmente em aplicações voltadas à previsão da força de laminação em processos a frio, com dados industriais reais e múltiplas variáveis de entrada. No entanto, esses estudos não abordam diretamente a previsão da tensão média equivalente, nem consideram os efeitos metalúrgicos acumulativos ao longo de múltiplos passes.

Em relação à laminação a quente, há trabalhos voltados ao controle da tensão entre cadeiras por meio de sistemas fuzzy, com bons resultados em termos de estabilidade do processo. Embora relevantes para o controle dinâmico, essas aplicações não têm como foco a previsão da TME, tampouco integram os efeitos da sequência de deformações sobre o comportamento termomecânico da austenita. Além disso, a maioria das modelagens encontradas utiliza estruturas fuzzy genéricas ou modelos do tipo caixa-preta, com baixa interpretabilidade e aplicabilidade limitada quando extrapolados a novos domínios operacionais.

Outro aspecto importante é a escassez de trabalhos que enfoquem especificamente os aços microligados ao nióbio. Esses materiais apresentam características metalúrgicas particulares, como a atuação simultânea de recristalização dinâmica, metadinâmica e endurecimento por precipitação, que afetam diretamente a evolução da TME ao longo do processo. Apesar de bem descritos na literatura metalúrgica, esses mecanismos ainda são pouco incorporados em modelos fuzzy treinados com dados industriais, especialmente em sequências de múltiplos passes.

Diante dessas lacunas, torna-se relevante o desenvolvimento de um modelo preditivo baseado em lógica fuzzy interpretável, aplicado à previsão da TME em aços microligados ao nióbio, considerando a sequência completa de passes da laminação a quente de chapas grossas. Neste contexto, propõe-se o uso do sistema de inferência fuzzy do tipo árvore, uma abordagem ainda não explorada na literatura para essa finalidade, que permite capturar as não linearidades e incertezas do processo, ao mesmo tempo em que mantém a transparência e interpretabilidade do sistema de inferência.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Material

O material utilizado neste trabalho foi um aço microligado ao nióbio, cuja composição química está apresentada na Tabela 2.

Tabela 2 – Composição química do aço microligado

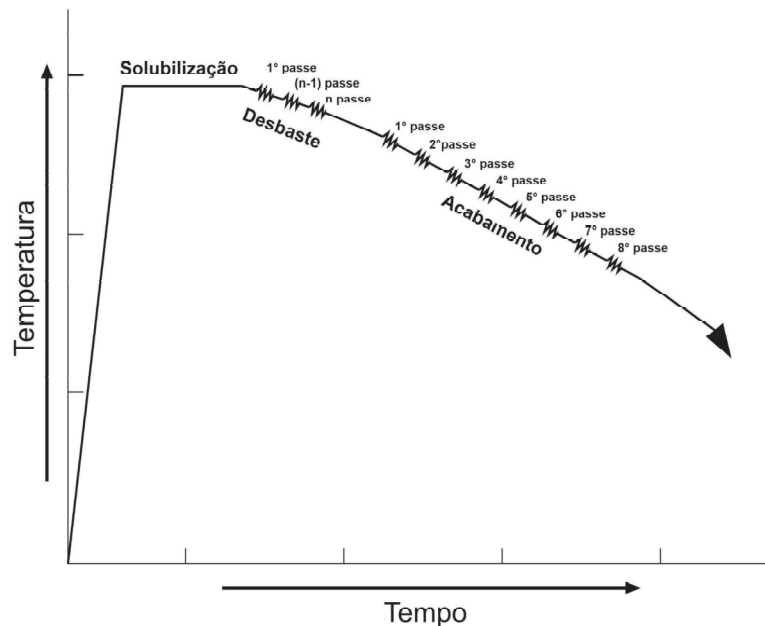
C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Mo	Cu	V	Al	Ti	B	Nb
0,08	1,542	0,3	0,0165	0,004	0,027	0,011	0,003	0,012	0,007	0,036	0,019	0,0001	0,041

Fonte: Adaptado(DIMATTEO; VANNUCCI; COLLA, 2013)

3.2 Laminação a quente

A laminação a quente de chapas grossas foi realizado em uma siderúrgica localizada em Taranto, na Itália, que gerou os dados utilizados neste trabalho. Os procedimentos estão descritos no artigo de Dimatteo, Vannucci e Colla (2013). A Figura 13 ilustra, de forma esquemática, a evolução da temperatura ao longo do tempo durante o processamento termomecânico de laminação a quente.

Figura 13 – Representação esquemática do ciclo termomecânico imposto em uma sequência de passes realizadas com múltiplas deformações em resfriamento contínuo



Fonte: O Autor

3.2.1 Aquecimento e solubilização dos elementos de liga

O processamento teve início com o reaquecimento dos lingotes do aço em fornos industriais até a temperatura de 1.120°C. Segundo os autores Dimatteo, Vannucci e Colla (2013), esse aquecimento visava a solubilização do nióbio (Nb) na matriz austenítica e a precipitação do Ti como TiN, evitando o crescimento exagerado dos grãos de austenita.

3.2.2 Laminação de desbaste

Após o reaquecimento, o material passou pelo laminador de desbaste, onde ocorreu reduções significativas de espessura. Essa etapa foi responsável por transformar o lingote em uma chapa intermediária e homogênea, com temperatura e estrutura adequadas para a fase de acabamento. As deformações nesta fase são elevadas. A evolução térmica e o comportamento plástico do material são os fatores controladores da eficiência do processamento. O controle microestrutural não é o principal foco desta etapa.

3.2.3 Laminação de acabamento

Na etapa de acabamento, o material foi submetido a uma sequência de oito passes de laminação com reduções graduais de espessura, sob condições cuidadosamente controladas de temperatura, deformação e tempo entre passes. Essa fase é essencial para a obtenção de propriedades finais adequadas do material, como tenacidade, resistência mecânica e comportamento à fratura.

Neste estudo, foram analisadas quatro condições distintas de laminação, caracterizadas por diferentes espessuras iniciais até atingir as espessuras finais desejadas, conforme segue:

Espessura inicial: 37.5 mm → Espessura final: 12 mm

Espessura inicial: 52.5 mm → Espessura final: 16 mm

Espessura inicial: 67.0 mm → Espessura final: 20 mm

Espessura inicial: 102.0 mm → Espessura final: 30 mm

Em todos os casos, as reduções foram realizadas em oito passes consecutivos.

A Tabela 3 apresenta os valores dos parâmetros de processamento utilizados neste trabalho para a laminação de acabamento para as quatro espessuras finais das chapas (12 mm, 16 mm, 20 mm e 30 mm). Observa-se que, durante essa etapa, as temperaturas variaram entre 890°C a 800°C. Essas temperaturas são significativamente menores que as observadas na laminação de desbaste, cuja temperatura de início do processo é de 1.120°C, utilizada após o reaquecimento dos lingotes. Tal diferença evidencia a importância da etapa de acabamento no controle termomecânico do material, uma vez que temperaturas menores favorecem acúmulo de deformação, especialmente abaixo da temperatura de não recristalização ($T_{nr} \approx 950^\circ\text{C}$).

Tabela 3 – Dados experimentais para as diferentes espessuras finais

Espessura final (mm)	Passe	T(°C)	Espessura (mm)	ϵ	Taxa de deformação (1/s)	Intervalo entre passes (s)	Força (t)
12	1	890	37,5	0,25	11,3	8,6	4.947
	2	885	30,4	0,21	11,7	9,1	4.129
	3	880	25,1	0,19	12,4	9,8	3.655
	4	870	21	0,18	13,1	10,5	3.405
	5	860	17,8	0,17	13,8	11,3	3.175
	6	845	15,3	0,15	14,3	12,0	2.990
	7	830	13,5	0,13	13,9	12,8	2.623
	8	810	12	0,12	14,3	13,2	2.577
16	1	870	52,5	0,20	8,7	8,4	4.979
	2	865	43	0,20	9,6	9,0	4.701
	3	860	35,5	0,19	10,4	9,6	4.306
	4	850	29,7	0,18	11,0	10,2	3.998
	5	840	25	0,17	11,8	11,0	3.823
	6	835	21,2	0,16	12,6	11,9	3.587
	7	825	18,1	0,16	13,4	12,8	3.430
	8	810	16	0,12	12,7	13,2	2.880
20	1	860	67	0,18	7,3	8,4	5.153
	2	855	56	0,18	8,1	8,8	4.890
	3	850	47	0,18	8,7	9,4	5.544
	4	840	39,5	0,18	9,5	10,0	4.410
	5	830	33,2	0,17	10,3	10,7	4.308
	6	825	28	0,17	11,1	11,6	4.158
	7	810	23,7	0,17	12,0	12,6	4.017
	8	800	20	0,17	13,2	13,2	3.998
30	1	860	102	0,16	5,7	8,3	5.637
	2	855	86	0,17	6,4	8,8	5.475
	3	850	72	0,18	7,1	9,3	5.289
	4	840	60	0,18	7,8	10,0	5.218
	5	830	50	0,18	8,6	10,7	5.066
	6	820	42	0,17	9,2	11,6	4.782
	7	810	35,5	0,17	9,8	12,6	4.553
	8	800	30	0,17	10,7	13,2	4.458

Fonte: (DIMATTEO; VANNUCCI; COLLA, 2013)

3.3 Cálculo da tensão média equivalente

A determinação da tensão média equivalente (Mean Flow Stress - MFS) a partir dos dados industriais foi realizada utilizando a equação de Sims (1954). Essa metodologia permite converter os valores de força de laminação em tensão média equivalente, levando em consideração as dimensões da chapa e os parâmetros operacionais de cada passe.

A equação utilizada foi:

$$P = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{MFS} \cdot w \cdot Q \cdot \sqrt{R \cdot (H - h)} \quad (11)$$

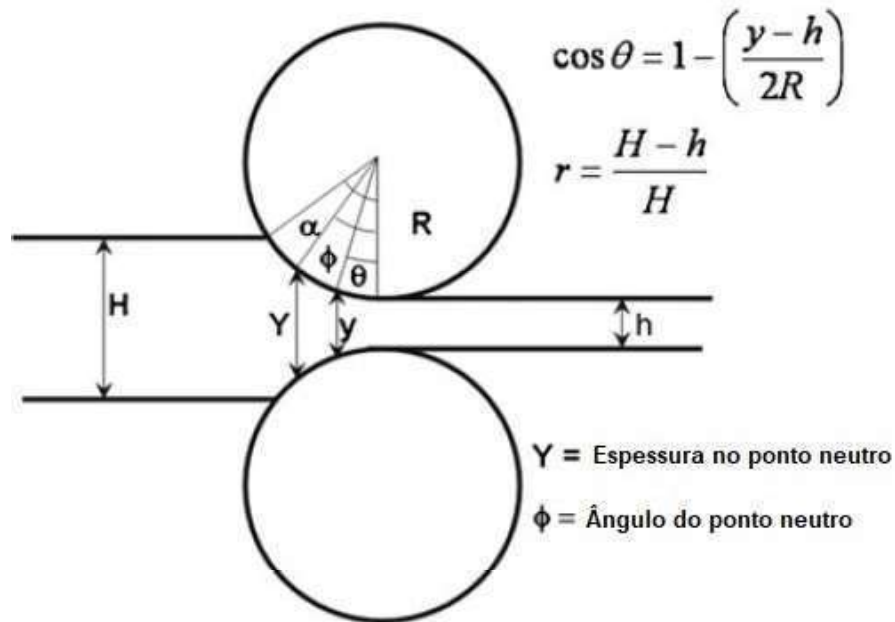
Sendo:

- P : força de laminação, expressa em newtons (N);
- MFS: tensão média equivalente (Mean Flow Stress), em megapascal (MPa);
- w : largura da chapa, em milímetros (mm);
- R : raio do cilindro de trabalho, em milímetros (mm);
- H : espessura inicial da chapa, em milímetros (mm);
- h : espessura final da chapa, em milímetros (mm);
- Q : fator geométrico de correção, dependente da geometria de contato e da magnitude da deformação.

O fator Q é uma função da razão entre a deformação e a geometria da região de deformação, podendo ser determinado empiricamente ou por meio de correlações específicas. O uso desse modelo permite obter a tensão média equivalente a partir da força registrada em cada passe, possibilitando a modelagem do comportamento termomecânico do aço ao longo da sequência de passes.

A Figura 14 ilustra a configuração geométrica da zona de deformação durante a laminação. O esquema evidencia a interação entre os cilindros de trabalho e a chapa, destacando as principais variáveis envolvidas, como o raio dos cilindros, a espessura da chapa antes e depois da redução, e o ângulo neutro. Essa representação é essencial para a aplicação da equação de Sims, que modela a força de laminação com base em considerações geométricas e na distribuição de tensões ao longo da zona de contato. A compreensão dessa geometria permite associar a redução de espessura ao esforço mecânico necessário, oferecendo subsídios para a previsão e o controle do processo.

Figura 14 – Geometria da laminação de chapas



Fonte: (DIMATTEO; VANNUCCI; COLLA, 2013)

Após os cálculos da tensão média equivalente realizados com base no modelo de Sims, os resultados foram incorporados à Tabela 3, que agora contempla essa informação adicional. Essa modificação permite uma visualização consolidada dos dados experimentais juntamente com os valores estimados da tensão média de escoamento. A Tabela 4 apresenta essa versão atualizada, incluindo a nova coluna correspondente a tensão média equivalente (TME) (MPa), calculada conforme a equação de Sims.

Tabela 4 – Dados experimentais e tensão média equivalente calculada pelo modelo de Sims para as diferentes espessuras finais

Espessura final (mm)	Passe	T(°C)	Espessura (mm)	ϵ	Taxa de deformação (1/s)	Intervalo entre passes (s)	Força (t)	TME (MPa) – Sims
12	1	890	37,5	0,25	11,3	8,6	4.947	184
	2	885	30,4	0,21	11,7	9,1	4.129	216
	3	880	25,1	0,19	12,4	9,8	3.655	227,6
	4	870	21	0,18	13,1	10,5	3.405	228,7
	5	860	17,8	0,17	13,8	11,3	3.175	232,9
	6	845	15,3	0,15	14,3	12,0	2.990	224,3
	7	830	13,5	0,13	13,9	12,8	2.623	228,4
	8	810	12	0,12	14,3	13,2	2.577	237,2
16	1	870	52,5	0,20	8,7	8,4	4.979	177,6
	2	865	43	0,20	9,6	9,0	4.701	208,9
	3	860	35,5	0,19	10,4	9,6	4.306	230,9
	4	850	29,7	0,18	11,0	10,2	3.998	230,4
	5	840	25	0,17	11,8	11,0	3.823	237,3
	6	835	21,2	0,16	12,6	11,9	3.587	238
	7	825	18,1	0,16	13,4	12,8	3.430	251,9
	8	810	16	0,12	12,7	13,2	2.880	248,3
20	1	860	67	0,18	7,3	8,4	5.153	160,6
	2	855	56	0,18	8,1	8,8	4.890	197,3
	3	850	47	0,18	8,7	9,4	5.544	233,6
	4	840	39,5	0,18	9,5	10,0	4.410	237
	5	830	33,2	0,17	10,3	10,7	4.308	244,3
	6	825	28	0,17	11,1	11,6	4.158	236,9
	7	810	23,7	0,17	12,0	12,6	4.017	244,9
	8	800	20	0,17	13,2	13,2	3.998	271,1
30	1	860	102	0,16	5,7	8,3	5.637	178
	2	855	86	0,17	6,4	8,8	5.475	241
	3	850	72	0,18	7,1	9,3	5.289	248,7
	4	840	60	0,18	7,8	10,0	5.218	267,6
	5	830	50	0,18	8,6	10,7	5.066	246,3
	6	820	42	0,17	9,2	11,6	4.782	245,1
	7	810	35,5	0,17	9,8	12,6	4.553	260,5
	8	800	30	0,17	10,7	13,2	4.458	249,2

Fonte: Adaptado(DIMATTEO; VANNUCCI; COLLA, 2013)

3.4 Cálculo da tensão de escoamento da austenita recristalizada

As tensões de escoamento da austenita totalmente recristalizada (σ_0) foram determinadas a partir da equação empírica proposta por Dimatteo, Vannucci e Colla (2013), equação 1, desenvolvida especificamente para aços microligados.

A utilização dessa equação justifica-se pois a mesma representa o limite inferior da resistência do material, correspondente ao estado de austenita totalmente recristalizada. Dessa forma, ela serve como referência metalúrgica fundamental para a análise dos resultados obtidos.

Tabela 5 – Valores de σ_0 obtidos para cada passe de laminação, considerando as temperaturas correspondentes

Passe	12 mm		16 mm		20 mm		30 mm	
	T (K)	σ_0 (MPa)	T (K)	σ_0 (MPa)	T (K)	σ_0 (MPa)	T (K)	σ_0 (MPa)
1	1163	79,24	1143	83,93	1133	86,34	1133	86,34
2	1158	80,40	1138	85,13	1128	87,56	1128	87,56
3	1153	81,56	1133	86,34	1123	88,80	1123	88,80
4	1143	83,93	1123	88,80	1113	91,30	1113	91,30
5	1133	86,34	1113	91,30	1103	93,83	1113	93,83
6	1118	90,03	1108	92,55	1098	95,12	1093	96,41
7	1103	93,83	1098	95,12	1083	99,05	1083	99,05
8	1083	99,05	1083	99,05	1073	101,73	1073	101,73

Fonte: O Autor

3.5 Procedimentos experimentais

Esta seção descreve as etapas realizadas para a organização e processamento dos dados experimentais, bem como a construção, implementação e avaliação do modelo de inferência fuzzy em estrutura de árvore (FIST) desenvolvido para a previsão da tensão média equivalente e da força de laminação no processo de laminação a quente de chapas grossas de aço microligado ao nióbio.

3.5.1 Preparação dos dados para o sistema de inferência fuzzy (FIS)

Com base nos dados apresentados na Tabela 4, procedeu-se à segmentação por passe, com o objetivo de organizá-los adequadamente para inserção no sistema de inferência fuzzy. Os dados foram previamente organizados em uma planilha (PasSch6) no software Excel. Considerando que cada sistema de inferência fuzzy (FIS) corresponde a um passe de laminação, foram definidos oito FIS ao todo. Assim, os parâmetros operacionais, como temperatura, deformação, taxa de deformação, intervalo entre passes e tensão média equivalente, foram distribuídos de acordo com os respectivos passes, conforme ilustrado na Figura 15.

Figura 15 – Dados agrupados por passe

Intervalo de dados do primeiro passe						Intervalo de dados do segundo passe					
Entrada				Saída		Entrada				Saída	
T1	ϵ_1	$\dot{\epsilon}_1$	Δt_1	TME1		T2	ϵ_2	$\dot{\epsilon}_2$	Δt_2	TME1	TME2
890	0.25	11.3		184.0		885	0.21	11.7	8.6	184.0	216.0
870	0.20	8.7		177.6		865	0.20	9.6	8.4	177.6	208.9
860	0.18	7.3		160.6		855	0.18	8.1	8.4	160.6	197.3
860	0.16	5.7		178.0		855	0.17	6.4	8.3	178.0	241.0
Intervalo de dados do terceiro passe						Intervalo de dados do quarto passe					
Entrada				Saída		Entrada				Saída	
T3	ϵ_3	$\dot{\epsilon}_3$	Δt_3	TME2	TME3	T4	ϵ_4	$\dot{\epsilon}_4$	Δt_4	TME3	TME4
880	0.19	12.4	9.1	216.0	227.6	870	0.18	13.1	9.8	227.6	228.7
860	0.19	10.4	9.0	208.9	230.9	850	0.18	11.0	9.6	230.9	230.4
850	0.18	8.7	8.8	197.3	233.6	840	0.18	9.5	9.4	233.6	237.0
850	0.18	7.1	8.8	241.0	248.7	840	0.18	9.5	9.3	248.7	267.6
Intervalo de dados do quinto passe						Intervalo de dados do sexto passe					
Entrada				Saída		Entrada				Saída	
T5	ϵ_5	$\dot{\epsilon}_5$	Δt_5	TME4	TME5	T6	ϵ_6	$\dot{\epsilon}_6$	Δt_6	TME5	TME6
860	0.17	13.8	10.5	228.7	232.9	845	0.15	14.3	11.3	232.9	224.3
840	0.17	11.8	10.2	230.4	237.3	835	0.16	12.6	11.0	237.3	238.0
830	0.17	10.3	10.0	237.0	244.3	820	0.17	11.1	10.7	244.3	236.9
830	0.18	8.6	10.0	267.6	246.3	820	0.17	9.2	10.7	246.3	245.1
Intervalo de dados do sétimo passe						Intervalo de dados do oitavo passe					
Entrada				Saída		Entrada				Saída	
T7	ϵ_7	$\dot{\epsilon}_7$	Δt_7	TME6	TME7	T8	ϵ_8	$\dot{\epsilon}_8$	Δt_8	TME7	TME8
830	0.13	13.9	12.0	224.3	228.4	810	0.12	14.3	12.8	228.4	237.2
825	0.16	13.4	11.9	238.0	251.9	810	0.12	12.7	12.8	251.9	248.3
810	0.17	12.0	11.6	236.9	244.9	800	0.17	13.2	12.6	244.9	271.1
810	0.17	9.8	11.6	245.1	260.5	800	0.17	10.7	12.6	260.5	249.2

Fonte: O Autor

Observa-se que, no primeiro passe, foram considerados três parâmetros de entrada: temperatura, deformação e taxa de deformação, e uma variável de saída, correspondente à resistência imposta pelo material. Ressalta-se que, nesse primeiro estágio, apenas essas três variáveis de entrada estão presentes. A partir do segundo passe, além dos parâmetros mencionados, incluem-se o intervalo de tempo entre passes e a resistência do material obtida no passe anterior como entradas adicionais. Dessa forma, do segundo ao oitavo passe, cada sistema de inferência fuzzy é alimentado por cinco variáveis de entrada e uma variável de saída.

Com a etapa de segmentação concluída, os dados organizados por passe foram inseridos no software MATLAB com o objetivo de construir os respectivos sistemas de inferência fuzzy. Optou-se pela utilização do MATLAB devido à sua flexibilidade e eficiência na implementação de algoritmos numéricos, além de oferecer um ambiente apropriado para o desenvolvimento de sistemas personalizados. Os procedimentos de inserção de dados no MATLAB são apresentados

no Apêndice A, seção A.1. A partir desses dados organizados para cada passe de laminação, foram definidas as funções de pertinência, o operador lógico difuso, e as regras do tipo “Se-Então” para a construção de cada FIS.

3.5.2 Construção e configuração do sistema de inferência fuzzy (FIS)

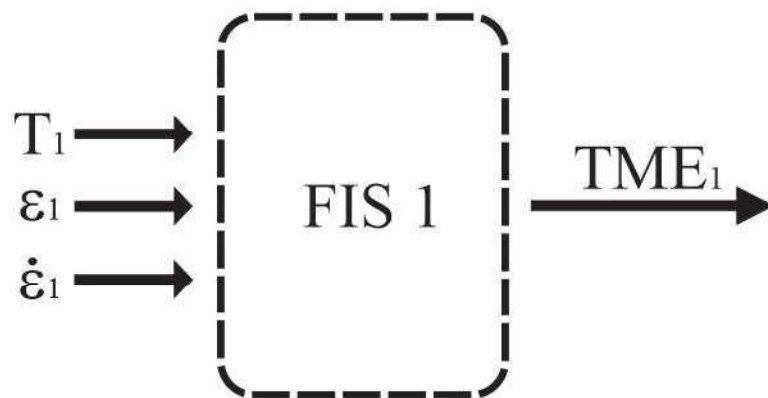
3.5.2.1 Tipo de sistema fuzzy adotado

No contexto da modelagem fuzzy, diversos modelos de inferência podem ser empregados, sendo os de Mamdani e o de Sugeno os mais utilizados. Neste trabalho, optou-se pelo modelo de Sugeno (1985) por sua simplicidade estrutural, eficiência computacional e adequação a aplicações que exigem respostas numéricas precisas.

3.5.2.2 Estrutura dos FIS por passe

A Figura 16 ilustra a estrutura do FIS desenvolvido para o primeiro passe do processo de laminação, o qual recebe como variáveis de entrada a temperatura (T_1), a deformação (ϵ_1) e a taxa de deformação ($\dot{\epsilon}_1$), fornecendo como saída a tensão média equivalente (TME_1) correspondente a essa etapa.

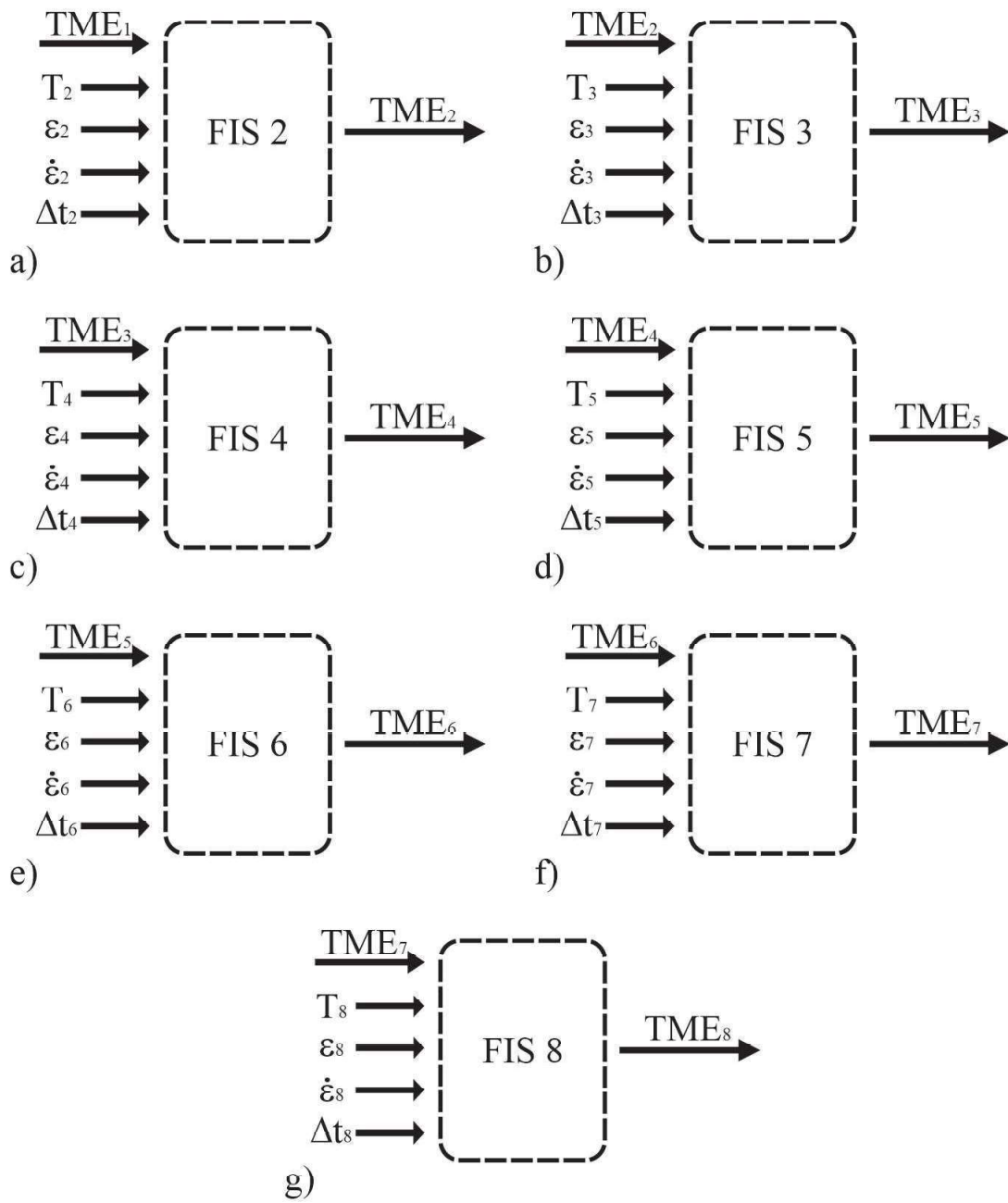
Figura 16 – Sistema de inferência fuzzy para o primeiro passe



Fonte: O Autor

Já a Figura 17 apresenta a estrutura dos FIS subsequentes, desenvolvidos para os passes do segundo ao oitavo do processo de laminação. Nesses estágios, o sistema incorpora duas variáveis adicionais de entrada: o intervalo de tempo entre passes (Δt) e a tensão média equivalente do passe anterior (TME_{n-1}), permitindo ao modelo considerar a evolução termomecânica do material ao longo do processo.

Figura 17 – Sistema de inferência fuzzy do passe 2 ao 8



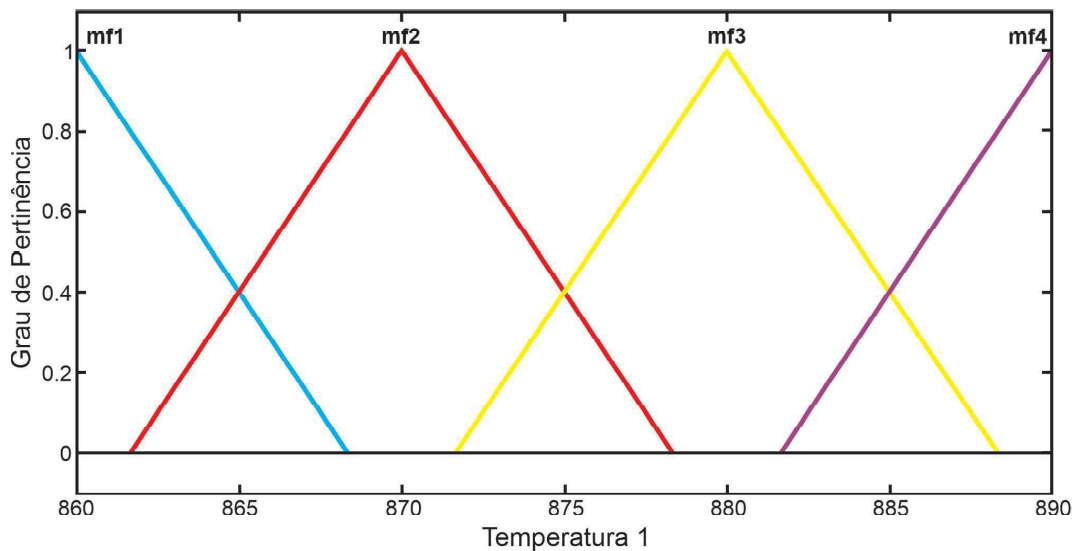
Fonte: O Autor

3.5.2.3 Funções de pertinência

Para a modelagem das variáveis de entrada (temperatura, deformação, taxa de deformação e tempo entre passes) foram adotadas funções de pertinência triangulares, escolhidas pela simplicidade de parametrização, compatibilidade com o consequente linear do modelo Sugeno e pela boa interpretabilidade (JANG; SUN; MIZUTANI, 1997). Conforme destacado por Ross (2004) e Klir e Yuan (1995), funções triangulares são particularmente eficazes em contextos de limitação de dados experimentais ou quando a construção do modelo fuzzy depende fortemente de conhecimento heurístico. Além disso, por apresentarem forma linear e simétrica, essas funções permitem representar com clareza os limites e o valor mais representativo de cada conjunto fuzzy, favorecendo a validação das regras fuzzy, a análise dos resultados e a representação de dados distribuídos em intervalos bem definidos, possibilitando transições lineares entre os níveis linguísticos.

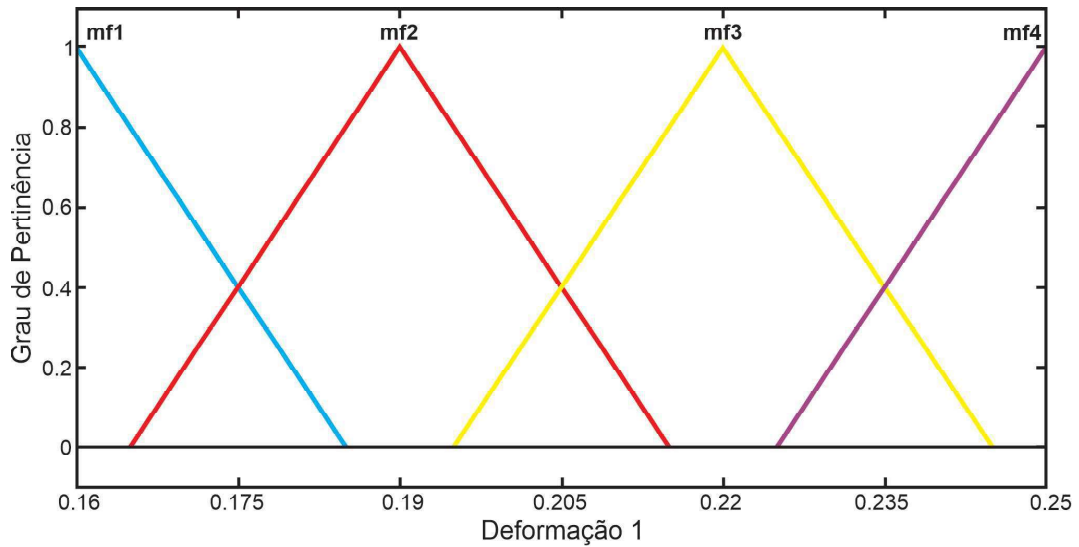
Exemplo: para a temperatura no primeiro passe, foram definidas quatro funções de pertinência correspondentes a faixas específicas (12, 16, 20 e 30 mm), cobrindo o intervalo de 860 °C a 890 °C (Figura 18). O mesmo procedimento foi aplicado às variáveis deformação (Figura 19) e taxa de deformação (Figura 20), e replicado para todas as variáveis de entrada dos oito passes.

Figura 18 – Representação das funções de associação da temperatura no primeiro passe (MF)



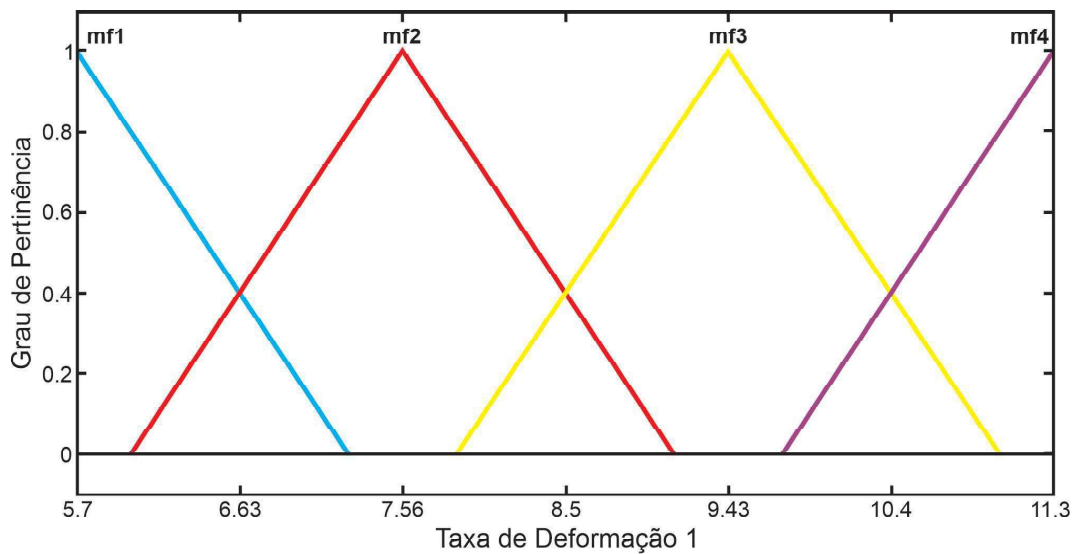
Fonte: O Autor

Figura 19 – Representação das funções de associação da deformação no primeiro passe (MF)



Fonte: Autor

Figura 20 – Representação das funções de associação da taxa de deformação no primeiro passe (MF)



Fonte: Autor

3.5.2.4 Regra Se-Então

A etapa seguinte consistiu na definição das regras fuzzy que relacionam as funções de pertinência das variáveis de entrada com a variável de saída. Para exemplificar, o trecho de código apresentado a seguir corresponde à implementação realizada para o primeiro passe do processo de laminação, utilizando a estrutura de comandos do MATLAB para organizar as condições em forma de regras do tipo “SE... ENTÃO...”.

```

rules1 = [...
"Temperature1 == mf4 & Strain1 == mf4 & StrainRate1 == mf4 =>
    Stress1 == mf4";...
"Temperature1 == mf2 & Strain1 == mf3 & StrainRate1 == mf3 =>
    Stress1 == mf2";...
"Temperature1 == mf1 & Strain1 == mf2 & StrainRate1 == mf2 =>
    Stress1 == mf2";...
"Temperature1 == mf1 & Strain1 == mf1 & StrainRate1 == mf1 =>
    Stress1 == mf3";...
];

fis1 = addRule(fis1, rules1);

```

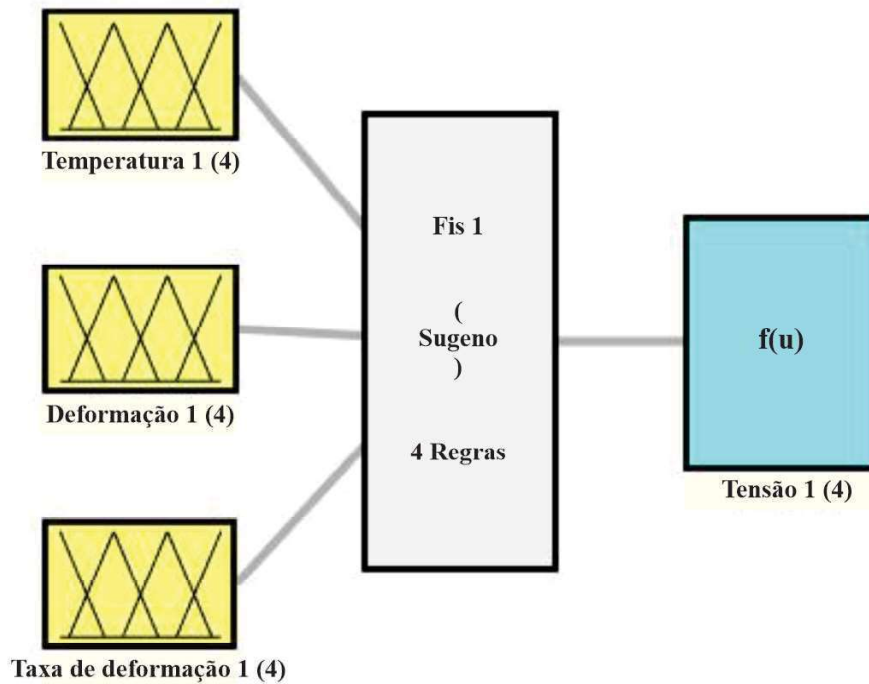
No código, a interpretação linguística da primeira regra é: *Se a temperatura pertence ao conjunto fuzzy mf4, e a deformação pertence ao conjunto fuzzy mf4, e a taxa de deformação pertence ao conjunto fuzzy mf4, então a tensão pertence ao conjunto fuzzy mf4*. As demais regras seguem o mesmo padrão lógico de construção, diferenciando-se apenas pela combinação dos conjuntos fuzzy (mf1, mf2, mf3 e mf4) atribuídos às variáveis de entrada e à variável de saída. Por fim, o comando `addRule` é responsável por inserir esse conjunto de regras no sistema fuzzy, tornando-as ativas no processo de inferência. A lista completa das regras encontra-se no Apêndice A, Seção A.2.

3.5.2.5 Arquitetura interna do FIS

Após a construção de cada sistema de inferência fuzzy, com base nas funções de pertinência, no modelo de inferência e no conjunto de regras estabelecido, foi possível visualizar sua configuração e compreender o modo como as variáveis de entrada são processadas até a geração das saídas. A Figura 21 apresenta a estrutura geral do FIS 1, correspondente ao primeiro passe de deformação, que serviu de base para a modelagem dos demais estágios do processo. Ademais, os códigos correspondentes às etapas de construção dos FIS encontram-se disponibilizados no Apêndice A, Seção A2, possibilitando a reprodução detalhada da modelagem desenvolvida.

Nesse modelo, as variáveis de entrada (Temperatura 1, Deformação 1 e Taxa de deformação 1) são avaliadas pelas respectivas funções de pertinência e processadas pelas regras fuzzy definidas na base de conhecimento. Cada combinação de antecedentes ativa uma regra do tipo Sugeno, cujo consequente é representado por uma função linear $f(u)$. A saída resultante, denominada Tensão 1, é obtida por meio da média ponderada das respostas consequentes, permitindo representar matematicamente o comportamento termomecânico do material no primeiro passe de laminação.

Figura 21 – Estrutura geral do sistema de inferência fuzzy do tipo Sugeno (FIS 1)



Fonte: O Autor

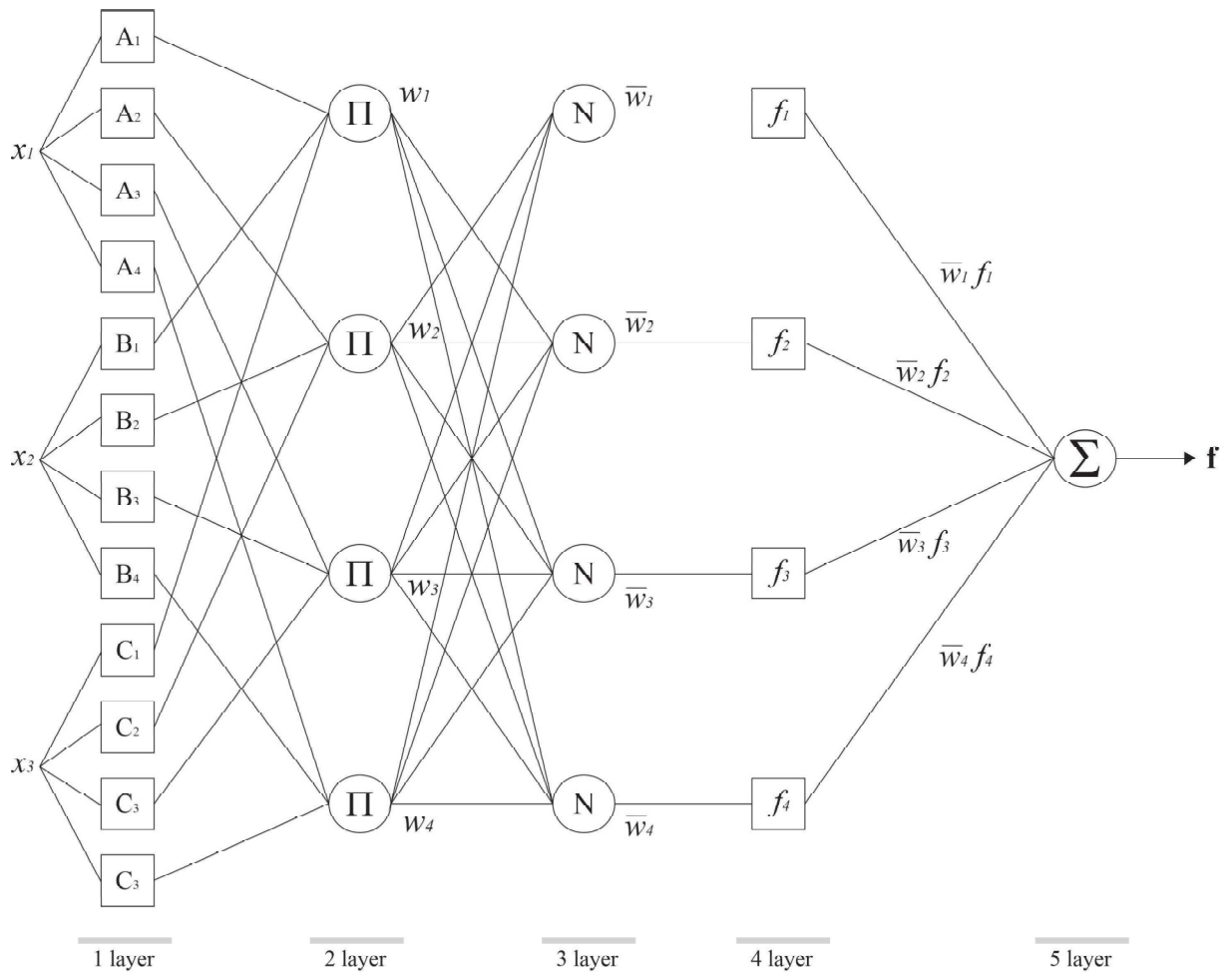
A Figura 22 complementa essa estrutura, detalhando a arquitetura de rede interna do FIS 1 e o fluxo de processamento realizado no interior do modelo fuzzy. Nessa representação, observa-se a organização em cinco camadas, que descrevem o processo de inferência do tipo Sugeno. As variáveis de entrada correspondem à Temperatura 1 (x_1), Deformação 1 (x_2) e Taxa de deformação 1 (x_3). Cada uma delas é associada a quatro funções de pertinência triangulares (A, B e C), totalizando doze funções fuzzy. Essa divisão foi adotada em função das quatro espessuras de chapas analisadas, de modo que cada conjunto de pertinência representa uma condição distinta de processamento. Na primeira camada, essas funções realizam a fuzzificação das variáveis de entrada, convertendo seus valores numéricos em graus de pertinência. Essa etapa traduz as informações contínuas em valores linguísticos, permitindo que as variáveis assumam simultaneamente diferentes níveis de associação a conjuntos fuzzy adjacentes.

Na segunda camada, cada nó representa uma regra fuzzy, conforme descrito na Seção 3.5.2.4 (*Regra Se-Então*). Nessa etapa, os graus de pertinência das variáveis de entrada são combinados por meio de uma operação de conjunção fuzzy, geralmente expressa pela aplicação de uma norma T (como o produto algébrico ou o mínimo). O valor resultante corresponde ao grau de ativação da regra diante das condições de processo analisadas e é interpretado como o peso da regra (w_i), indicando sua contribuição relativa para a saída final. Essa camada, portanto, é responsável por traduzir o comportamento linguístico das regras em sinais numéricos ponderados

que alimentam as etapas seguintes do modelo.

Em seguida, na terceira camada, ocorre a normalização dos pesos das regras (\bar{w}_i), garantindo que a soma total das ativações seja igual a um. Essa operação é fundamental para equilibrar a influência entre as diferentes regras, especialmente em condições de sobreposição entre conjuntos fuzzy. Dessa forma, cada regra passa a representar uma fração proporcional do comportamento global do sistema, mantendo a coerência entre o número de ativações e a amplitude de variação das entradas.

Figura 22 – Representação esquemática da arquitetura de rede interna do FIS 1



Fonte: O Autor

A quarta camada é responsável pelas funções consequentes, que descrevem o comportamento linear local do modelo para cada regra ativada, conforme expresso na Equação 9. Nessa etapa, os parâmetros p_i , q_i e r_i são ajustados de modo a relacionar quantitativamente as variáveis de entrada (temperatura, deformação e taxa de deformação) com a variável de saída (tensão). Essa camada atua como uma aproximação local da relação termomecânica observada, permitindo ao modelo capturar variações sutis de comportamento entre as diferentes condições de processo.

Por fim, a quinta camada realiza a agregação ponderada das saídas consequentes, combinando os resultados obtidos em cada regra de acordo com seus pesos normalizados. O valor final

resultante representa a Tensão 1, correspondente à resposta global do sistema para o primeiro passe de deformação. Nesse contexto, como o modelo foi aplicado às quatro espessuras de chapas analisadas (12, 16, 20 e 30 mm), a Tensão 1 assume quatro valores distintos, cada um associado à respectiva condição de processamento. Essa etapa sintetiza o raciocínio fuzzy em um valor numérico único para cada condição, integrando a influência conjunta das regras e preservando a natureza interpretável do modelo. Portanto, a Figura 22 mostra o funcionamento interno do FIS, no qual as variáveis de entrada são processadas pelas regras fuzzy e combinadas para gerar a saída correspondente. A partir dessa configuração inicial, os demais passes foram estruturados de forma análoga, incorporando progressivamente novas variáveis que refletem a evolução do processo de laminação.

Para o segundo passe, a estrutura foi expandida com a inclusão de duas novas variáveis de entrada: o tempo entre passes e a tensão de saída gerada pelo FIS do passe anterior. Essa lógica foi mantida nos demais estágios, totalizando oito FIS conectados sequencialmente. Essa abordagem incremental possibilitou representar a evolução da tensão média equivalente ao longo do processo de laminação, considerando a influência cumulativa das variáveis térmicas e mecânicas em cada passe.

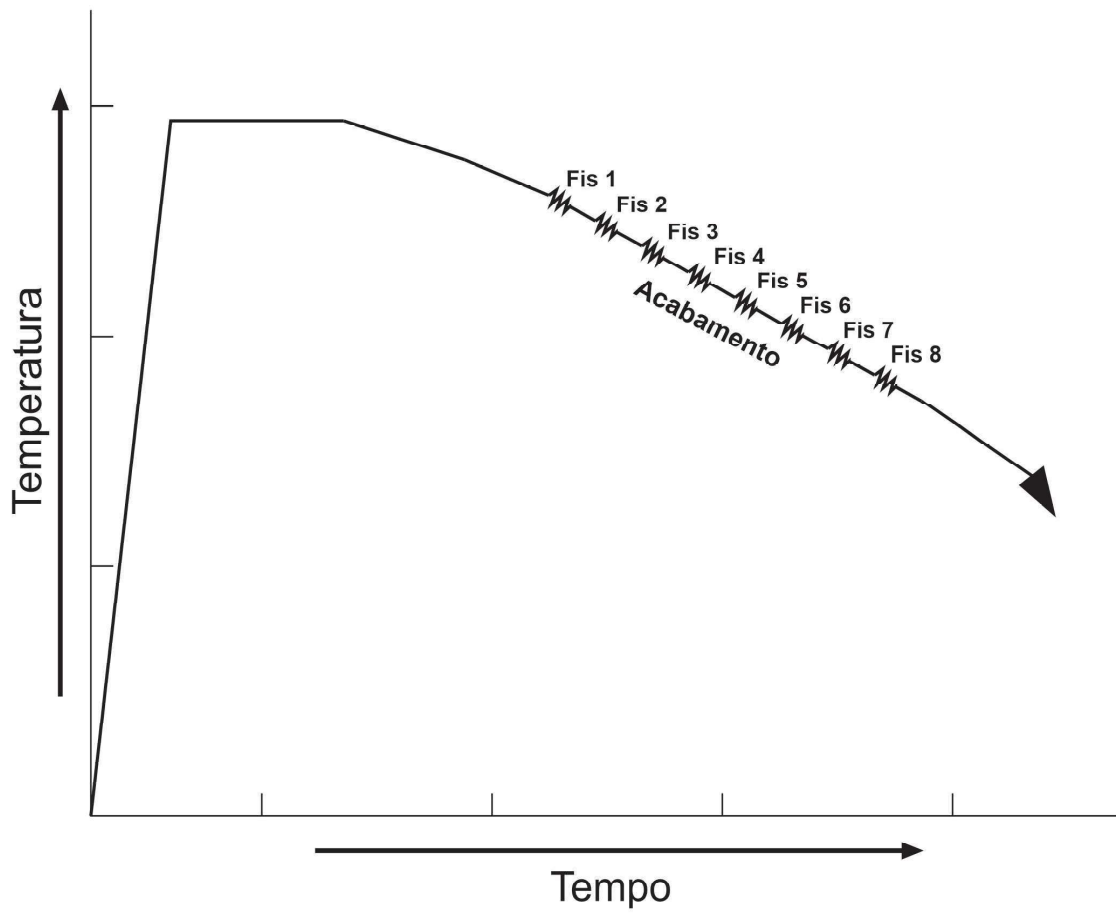
3.5.3 Implementação do modelo fuzzy tipo árvore (FIST)

3.5.3.1 Estrutura incremental

Três arranjos principais de FIST são comuns: cascata, agregado e incremental. Neste trabalho, adotou-se o modelo incremental, no qual cada FIS subsequente incorpora novas entradas e recebe também a saída do FIS anterior. Após a construção dos oito FIS, tornou-se necessária a conexão entre eles para viabilizar o encadeamento do modelo. Essa integração foi realizada por meio da estrutura incremental, cujo código de implementação encontra-se disponibilizado no Apêndice A, Seção A.3, permitindo a reprodução e compreensão detalhada do processo de interligação entre os sistemas.

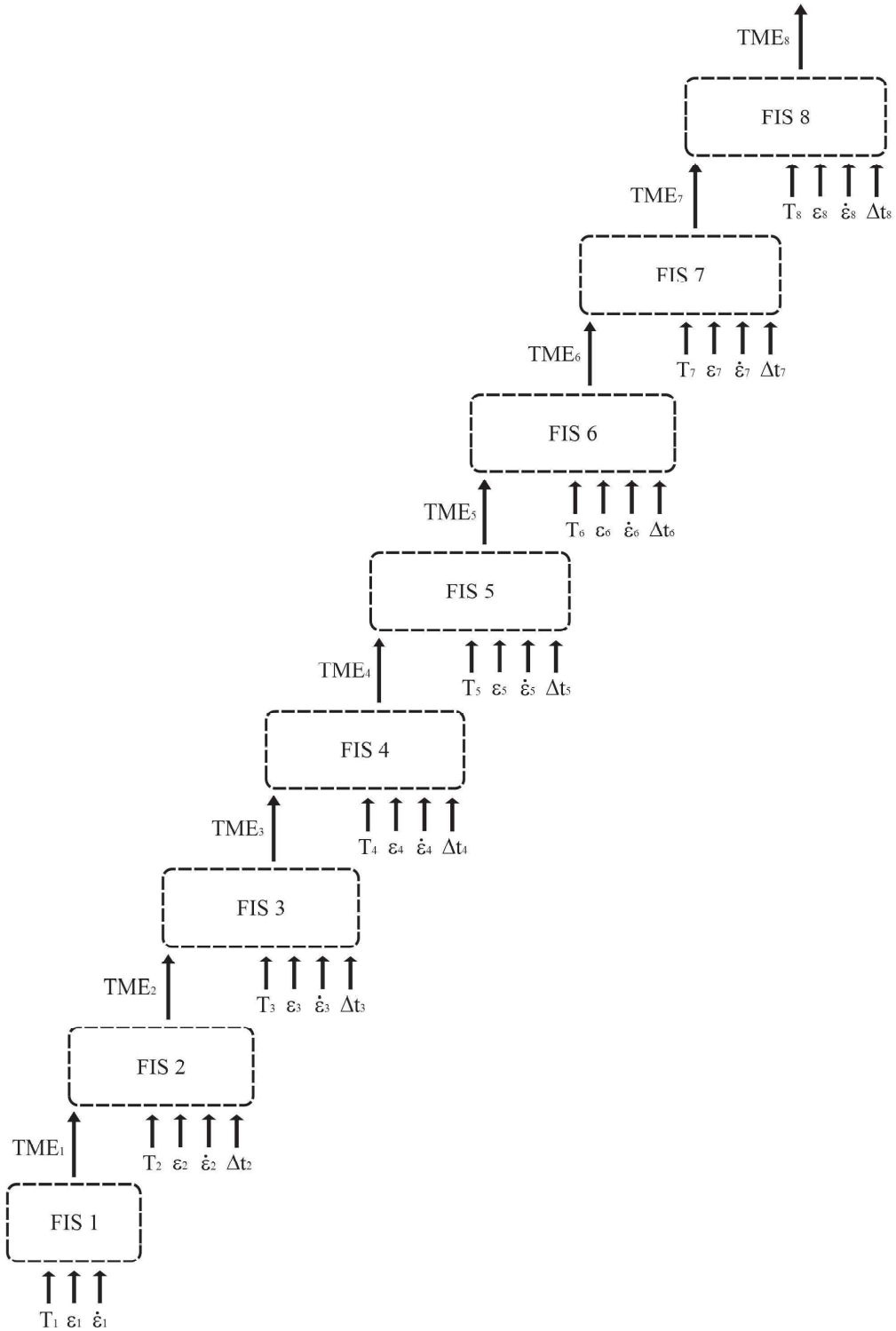
Essa abordagem possibilita que o modelo capture a evolução termomecânica do material, incorporando parâmetros como temperatura, deformação, taxa de deformação, tempo entre passes e TME do passe anterior. A Figura 24 apresenta o esquema de encadeamento incremental, enquanto a Figura 23 mostra a evolução da temperatura ao longo do tempo para os oito passes.

Figura 23 – Evolução termomecânica do processo de laminação de acabamento representada em função dos FIS



Fonte: O Autor

Figura 24 – Representação esquemática do modelo incremental do FIST para um processo de laminação de chapas a quente



Fonte: O Autor

3.5.3.2 Treinando o FIST

Com o modelos fuzzy tipo árvore (FIST) totalmente estruturado, procedeu-se ao treinamento utilizando a função `tunefis` do MATLAB, configurada com `tunefisOptions` para empregar o algoritmo Particle Swarm Optimization (PSO) em modo supervisionado (learning). Foram consideradas até 32 regras, correspondentes à segmentação em quatro faixas de espessura final por oito passes. As opções `UseParallel = true` e `MaxIterations = 50` foram habilitadas para otimizar o tempo de processamento. A ordenação das entradas e saídas foi baseada no conjunto de dados `PasSch6`. Os códigos referentes a essa etapa de treinamento encontram-se disponibilizados no Apêndice A, Seção A.4, possibilitando a reprodução detalhada dos procedimentos realizados.

3.5.3.3 Ajustando treinamento do FIST

Além do PSO, aplicou-se o método Pattern Search para refinar os parâmetros ajustáveis, abrangendo as funções de pertinência e os consequentes das regras. A reprodutibilidade foi garantida pela fixação da semente do gerador aleatório. Os códigos utilizados encontram-se descritos no Apêndice A, Seção A.8

3.5.4 Avaliação do modelo

Concluídas as etapas de estruturação, treinamento e ajustes adicionais, procedeu-se à avaliação do FIST, a fim de verificar o desempenho do modelo frente aos dados experimentais e de validação. Essa etapa, fundamental para assegurar a confiabilidade e a aplicabilidade da abordagem proposta, encontra-se detalhada no Apêndice A, Seção A.9, onde são apresentados os códigos utilizados e os procedimentos adotados para a análise de desempenho do sistema.

3.5.4.1 Métricas de desempenho do modelo

A avaliação do desempenho do modelo de inferência fuzzy incremental (FIST) proposto neste trabalho foi realizada por meio de uma métrica amplamente utilizada na literatura para problemas de regressão e previsão: Raiz do erro quadrático médio (Root Mean Square Error – RMSE). O RMSE mede o desvio médio das previsões em relação aos valores reais, penalizando mais fortemente erros maiores. Essa métrica é expressa em unidades absolutas da variável prevista, sendo adequada para aplicações onde grandes desvios devem ser minimizados (CHAI; DRAGICEVIC, 2021). Os códigos utilizados para a realização do cálculo do RMSE encontram-se disponibilizados no Apêndice A, Seção A.10, permitindo a reprodutibilidade desta etapa.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(y_i^{\text{real}} - y_i^{\text{previsto}} \right)^2} \quad (12)$$

em que:

- n é o número total de observações (neste caso, os passes de laminação);

- y_i^{real} representa o valor da tensão média equivalente obtida a partir dos dados industriais para o i -ésimo passe;
- y_i^{previsto} é o valor previsto pelo modelo para o mesmo passe.

A métrica foi aplicada para comparar os valores previstos pelo modelo fuzzy incremental aos valores obtidos experimentalmente a partir de dados industriais da tensão média equivalente (TME) e da força de laminação, ao longo de uma sequência de oito passes de laminação a quente. Dessa forma, foi possível avaliar a precisão do modelo, possibilitando uma análise crítica de sua capacidade preditiva.

4 RESULTADOS

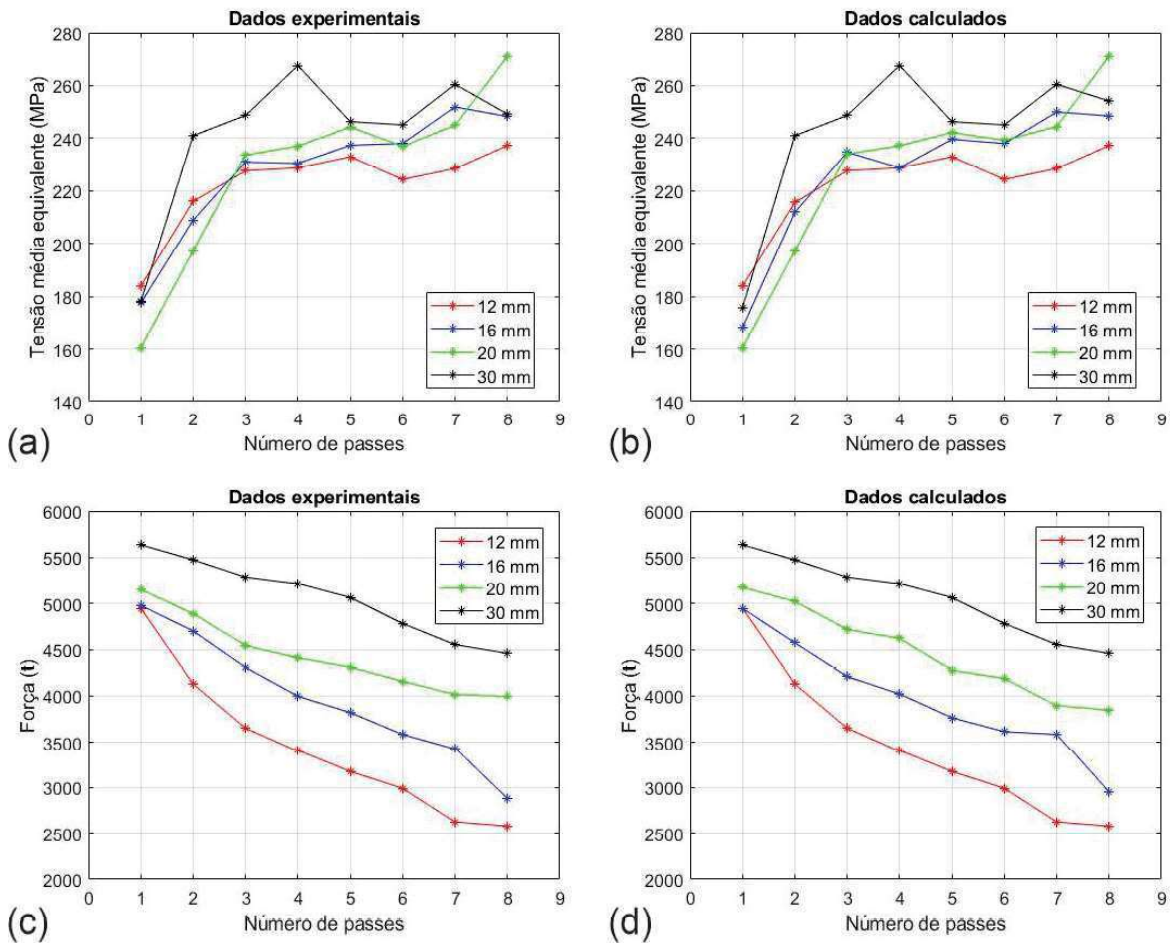
4.1 Desempenho do modelo FIST considerando variáveis de entrada: temperatura, deformação, taxa de deformação e intervalo entre os passes

Os dados apresentados na Tabela 4 foram convertidos em curvas de tensão média equivalente em função do número de passes, conforme ilustrado na Figura 25(a). Tais curvas foram elaboradas para cada sequência de passes, independentemente dos valores de deformação, taxa de deformação, temperatura e tempo entre passes. Observa-se, nessa figura, uma tendência de aumento da tensão média equivalente para chapas com maiores espessuras. De modo geral, a tensão aumenta à medida que o processo de laminação evolui. Inicialmente, verifica-se um incremento acentuado da tensão, que tende a se atenuar ao longo das etapas subsequentes. Em determinados passes, no entanto, ocorrem reduções pontuais na tensão, como exemplificado no quinto passe da chapa com espessura final de 30 mm e no sexto passe da chapa de 12 mm.

A Figura 25(c) apresenta os dados da Tabela 4 convertidos em força de laminação em função do número de passes. Nota-se que as chapas com maiores espessuras exigem forças superiores durante o processo. Observa-se ainda que, no primeiro passe, as chapas de 12 mm e 16 mm apresentam valores de força semelhantes, embora essa proximidade se desfça ao longo do processo, com o aumento da diferença entre elas. De forma geral, verifica-se que, para todas as espessuras de chapas analisadas, a força de laminação tende a diminuir ao longo dos oito passes.

Os resultados previstos pelo modelo fuzzy (FIST) estão representados na Figura 25(b), no que se refere à TME, e na Figura 25(d), para a força de laminação. Em ambas as representações, observa-se que o modelo apresentou bom desempenho, reproduzindo comportamentos semelhantes aos obtidos experimentalmente. A Figura 25(b) evidencia, por exemplo, que o modelo foi capaz de prever variações mais acentuadas de tensão, como o pico observado no quarto passe da chapa de 30 mm e no último passe da chapa de 20 mm, seguindo a mesma tendência observada nos dados experimentais. Isso demonstra a robustez do modelo proposto. De maneira análoga, a Figura 25(d) revela uma variação significativa na força de laminação entre o primeiro e o segundo passes da chapa de 12 mm, bem como entre o sétimo e o oitavo passes da chapa de 16 mm. Nas demais etapas, a força decresce de forma mais gradual. Essa correspondência entre os resultados experimentais e os previstos pelo modelo reforça a sua capacidade de representar com precisão o comportamento observado no processo real.

Figura 25 – Dados experimentais e calculados pelo modelo fuzzy tipo árvore (FIST)



Fonte: O Autor

4.1.1 Tensão média equivalente (TME)

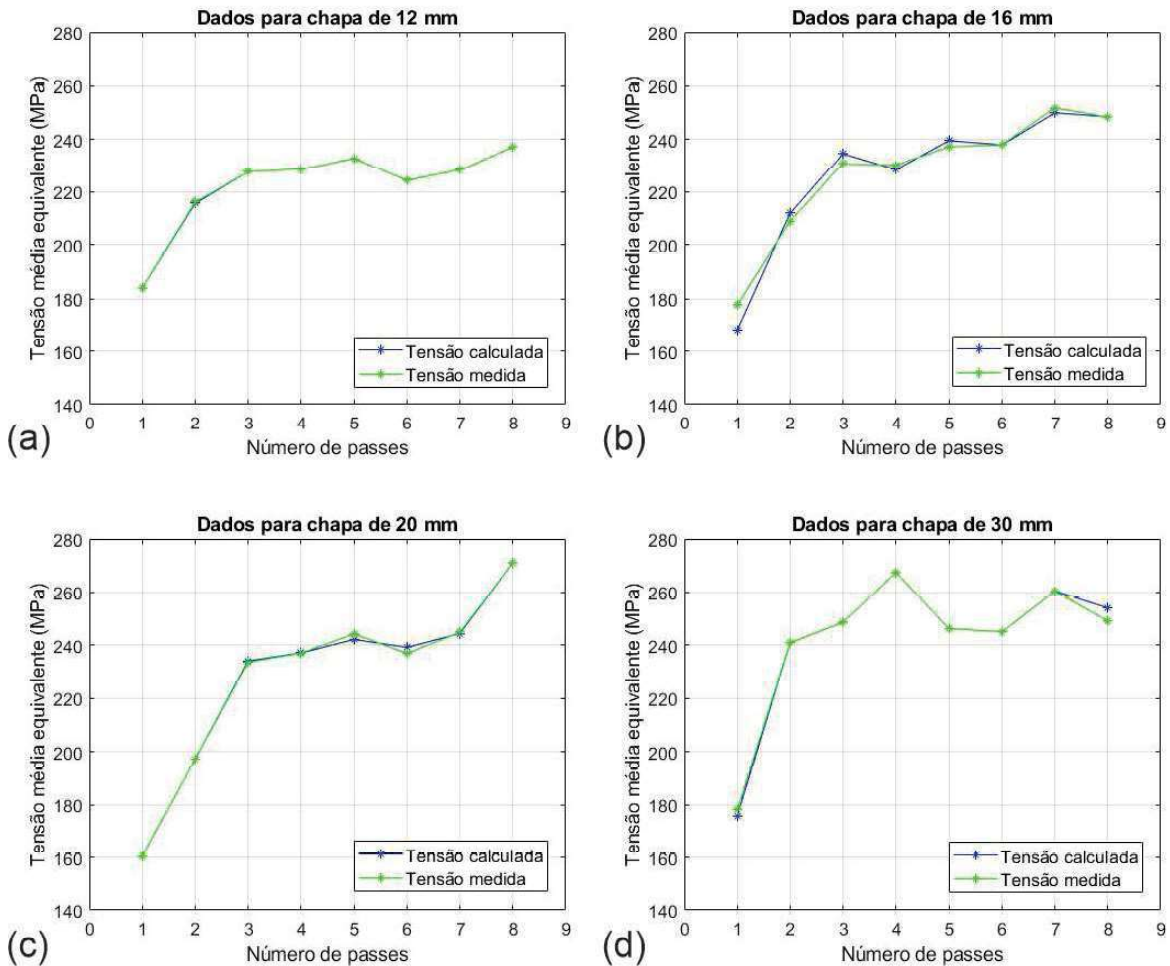
Ao se comparar os gráficos apresentados na Figura 25, constata-se a presença de pequenas variações entre os valores calculados pelo modelo e os dados experimentais. No entanto, essa comparação direta apresenta certas limitações visuais. Para uma análise mais precisa e individualizada por chapa, foi elaborada a Figura 26, a qual permite uma avaliação mais detalhada entre os resultados previstos pelo modelo e os valores experimentais.

Verifica-se que a chapa com espessura final de 12 mm apresentou excelente concordância entre os dados, com uma leve discrepância no segundo passe. Contudo, essa diferença é tão sutil que pode ser considerada desprezível. No caso da chapa de 16 mm, observam-se variações mais expressivas, destacando-se o primeiro passe, onde ocorreu o maior desvio, da ordem de 10 MPa. Nos demais passes, a diferença entre os valores calculados e experimentais manteve-se próxima de 4 MPa. Destaca-se ainda que, no sexto e sétimo passes, não houve diferença entre os valores obtidos pelo modelo fuzzy e os dados reais.

A chapa de 20 mm apresentou desvios de baixa magnitude, sendo os mais relevantes

registrados no quinto e sexto passes, com diferenças em torno de 3 MPa. Por fim, a chapa de 30 mm demonstrou discrepâncias apenas no primeiro e último passe, com variação de aproximadamente 3 MPa no primeiro passe e 5 MPa no oitavo passe.

Figura 26 – Comparação por chapa dos dados calculados e reais - Tensão



Fonte: O Autor

4.1.2 Força de laminação

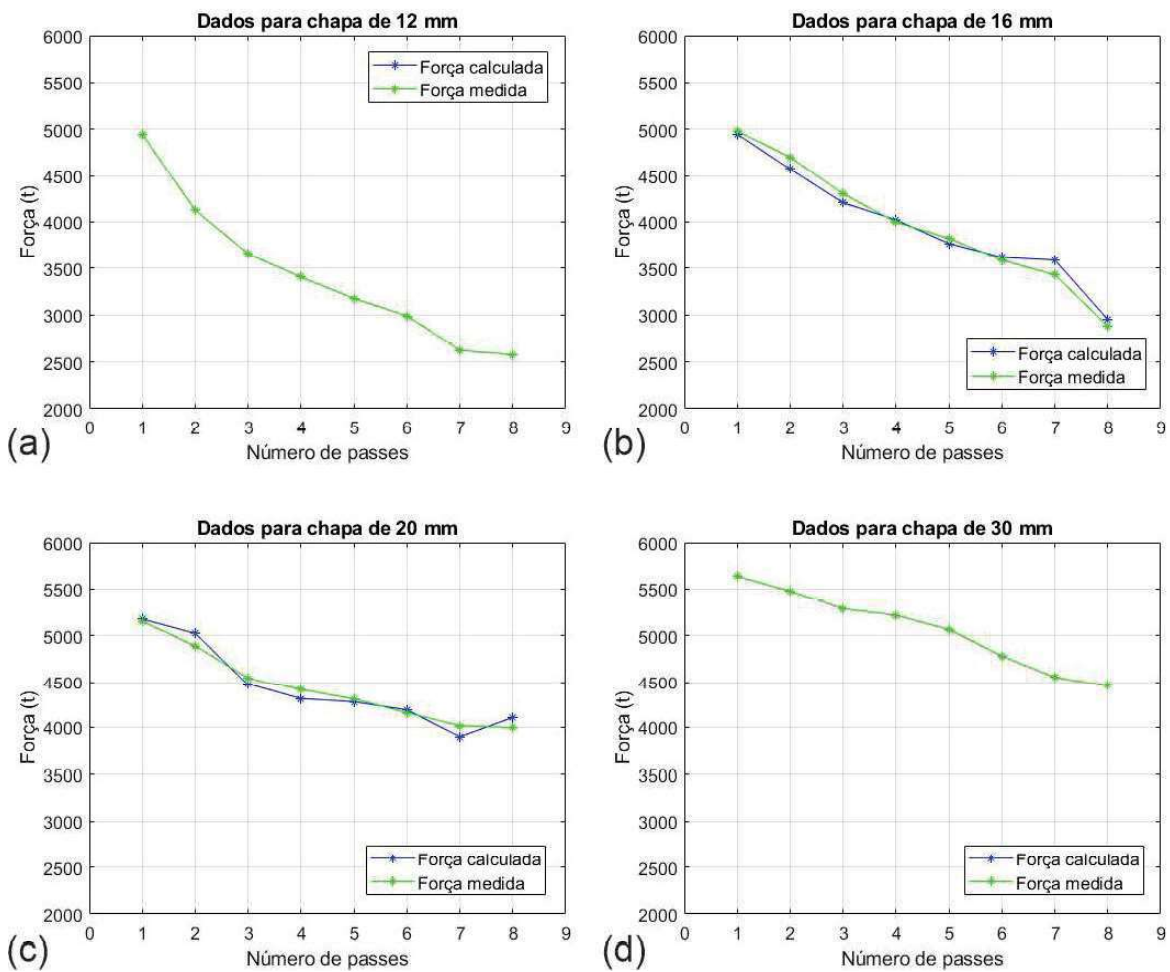
A Figura 27 apresenta os resultados da força de laminação discriminados por chapa. Observa-se que, para a chapa com espessura final de 12 mm, não foram identificadas discrepâncias entre os valores previstos pelo modelo e os dados experimentais, indicando um desempenho satisfatório do modelo. Por outro lado, a chapa de 16 mm apresentou variações perceptíveis entre os valores calculados e os medidos, sendo o maior desvio registrado no sétimo passe, com uma diferença de aproximadamente 160 toneladas. A segunda maior discrepância ocorreu no segundo passe, em torno de 120 toneladas, enquanto a menor foi observada no quarto passe, com cerca de 20 toneladas.

No caso da chapa de 20 mm, a maior divergência foi verificada no segundo passe, com uma diferença de aproximadamente 135 toneladas, seguida pelo sétimo passe, com cerca de 120

toneladas. A menor diferença ocorreu no primeiro passe, em torno de 24 toneladas. Já para a chapa de 30 mm, não foram observadas diferenças entre os valores previstos pelo modelo fuzzy e os dados experimentais, demonstrando elevada precisão na estimativa da força de laminação.

De maneira geral, constata-se que o modelo apresentou melhor desempenho preditivo para as chapas com espessuras extremas (12 mm e 30 mm), enquanto as maiores divergências entre os dados calculados e experimentais concentraram-se nas chapas intermediárias, de 16 mm e 20 mm.

Figura 27 – Comparação por chapa dos dados calculados e reais - Força



Fonte: O Autor

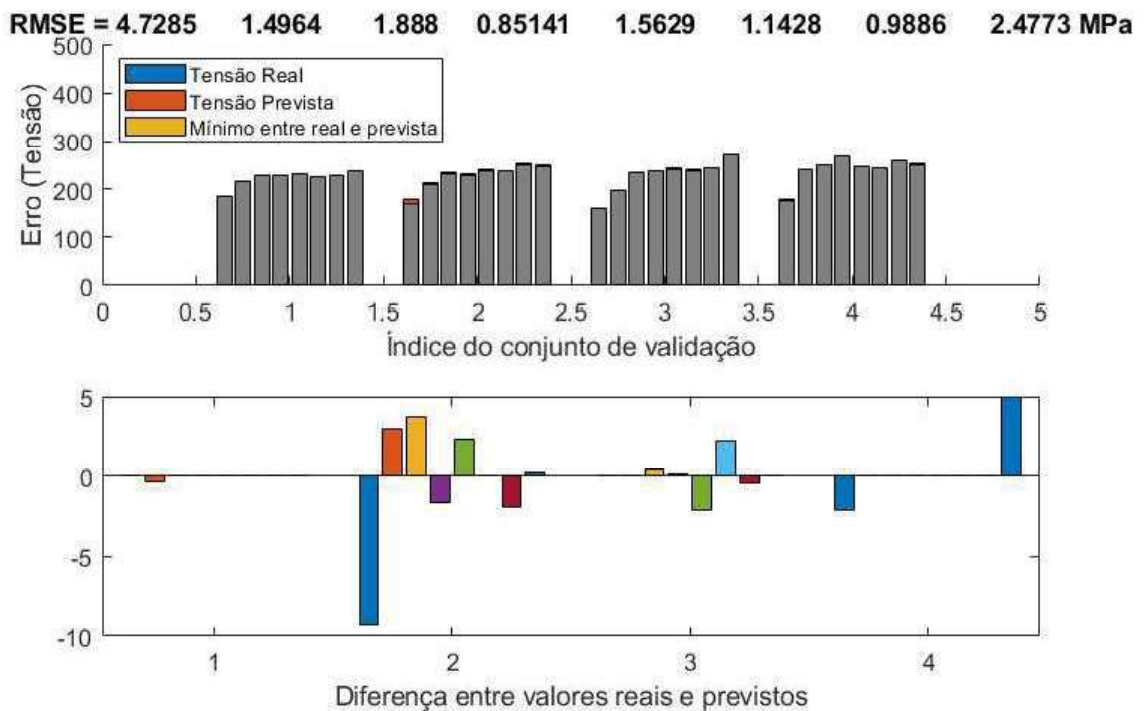
4.1.3 Raiz do erro quadrático médio (RMSE)

4.1.3.1 RMSE: Tensão média equivalente (TME)

Com o objetivo de avaliar o desempenho dos modelos na previsão tanto da tensão média equivalente quanto da força de laminação, foi utilizado a raiz do erro quadrático médio. A Figura 28 apresenta os valores de RMSE referentes à tensão média equivalente ao longo das oito sequências de passes para todas as chapas analisadas.

Observa-se que o maior valor de erro ocorreu no primeiro passe, influenciado principalmente pela chapa de 16 mm, que apresentou a maior discrepância entre os valores calculados e experimentais, com diferença próxima de 10 MPa. Em contrapartida, o menor valor de RMSE foi registrado no quarto passe, com erro de apenas 0,85 MPa, evidenciando elevada precisão do modelo nesse estágio do processo. Considerando a média dos erros ao longo dos oito passes, obteve-se um RMSE médio de 1,89 MPa.

Figura 28 – Raiz do erro quadrático médio para tensão - RMSE

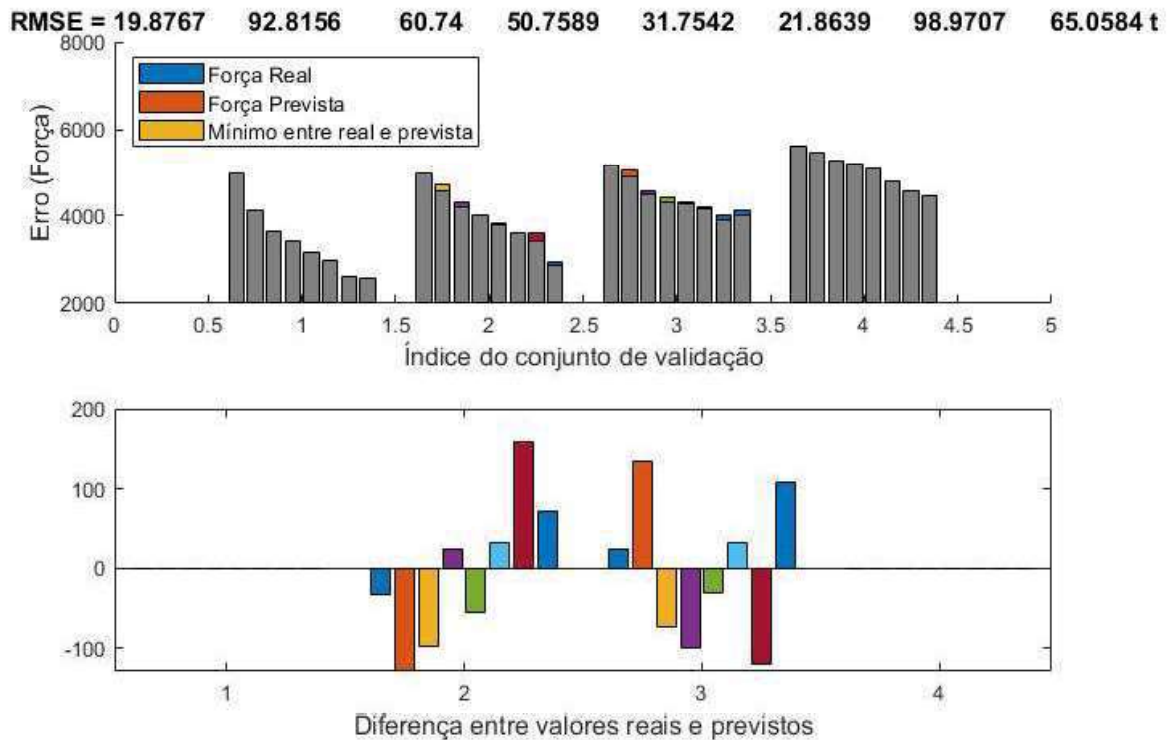


Fonte: O Autor

4.1.3.2 RMSE: Força de laminação

A Figura 29 apresenta os valores do RMSE para a força de laminação, expressos em toneladas. Observa-se que o maior erro foi registrado no sétimo passe, com valor de 98,97 toneladas, resultado atribuído às maiores discrepâncias observadas nesse mesmo passe para as chapas de 16 mm e 20 mm. Por outro lado, o menor erro ocorreu no primeiro passe, com RMSE de 19,87 toneladas. Considerando a média dos erros ao longo dos oito passes analisados, obteve-se um RMSE médio de 55,22 toneladas.

Figura 29 – Raiz do erro quadrático médio para força - RMSE



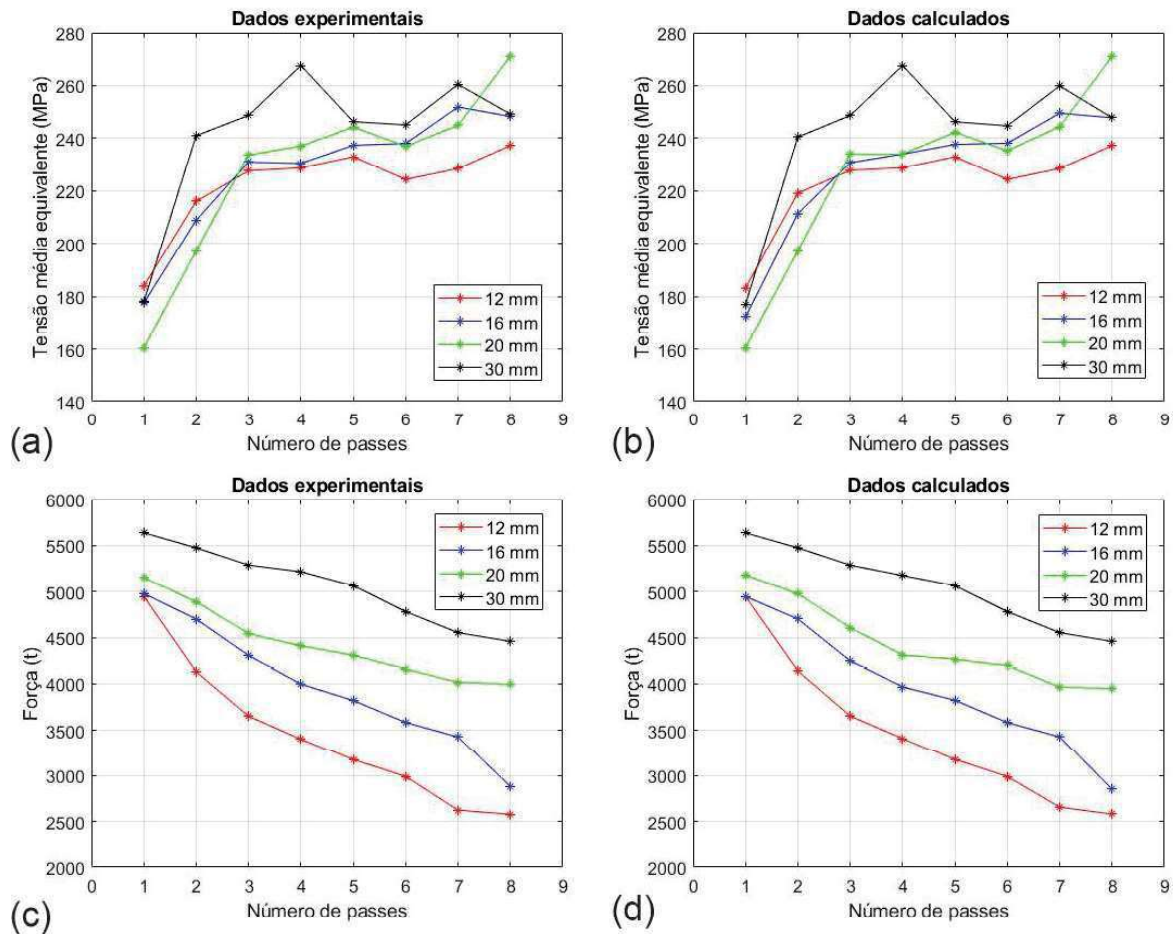
Fonte: O Autor

4.2 Desempenho do modelo FIST considerando variáveis de entrada: temperatura, espessura, taxa de deformação e intervalo entre os passes

A mesma abordagem utilizada anteriormente para a previsão da TME e da força de laminação foi reaplicada, porém, com uma modificação em uma variável de entrada utilizada no treinamento do modelo fuzzy. Nesta nova etapa, considerou-se a espessura da chapa em cada passe como variável de entrada, em substituição à deformação. Tal escolha se justifica pelo fato de que, na prática industrial, a medição da espessura da chapa é mais simples e direta, ao passo que a determinação da deformação requer cálculos adicionais que dependem, justamente, das espessuras inicial e final do material.

A Figura 30 apresenta os resultados obtidos com o modelo FIST após esse novo treinamento. Verifica-se que o modelo continua apresentando desempenho satisfatório, uma vez que tanto as curvas de tensão em função do número de passes quanto as curvas de força de laminação seguem a mesma tendência observada nos dados experimentais, confirmando a adequação do método adotado.

Figura 30 – Dados experimentais e calculados pelo modelo fuzzy tipo árvore (FIST)



Fonte: O Autor

4.2.1 Tensão média equivalente (TME)

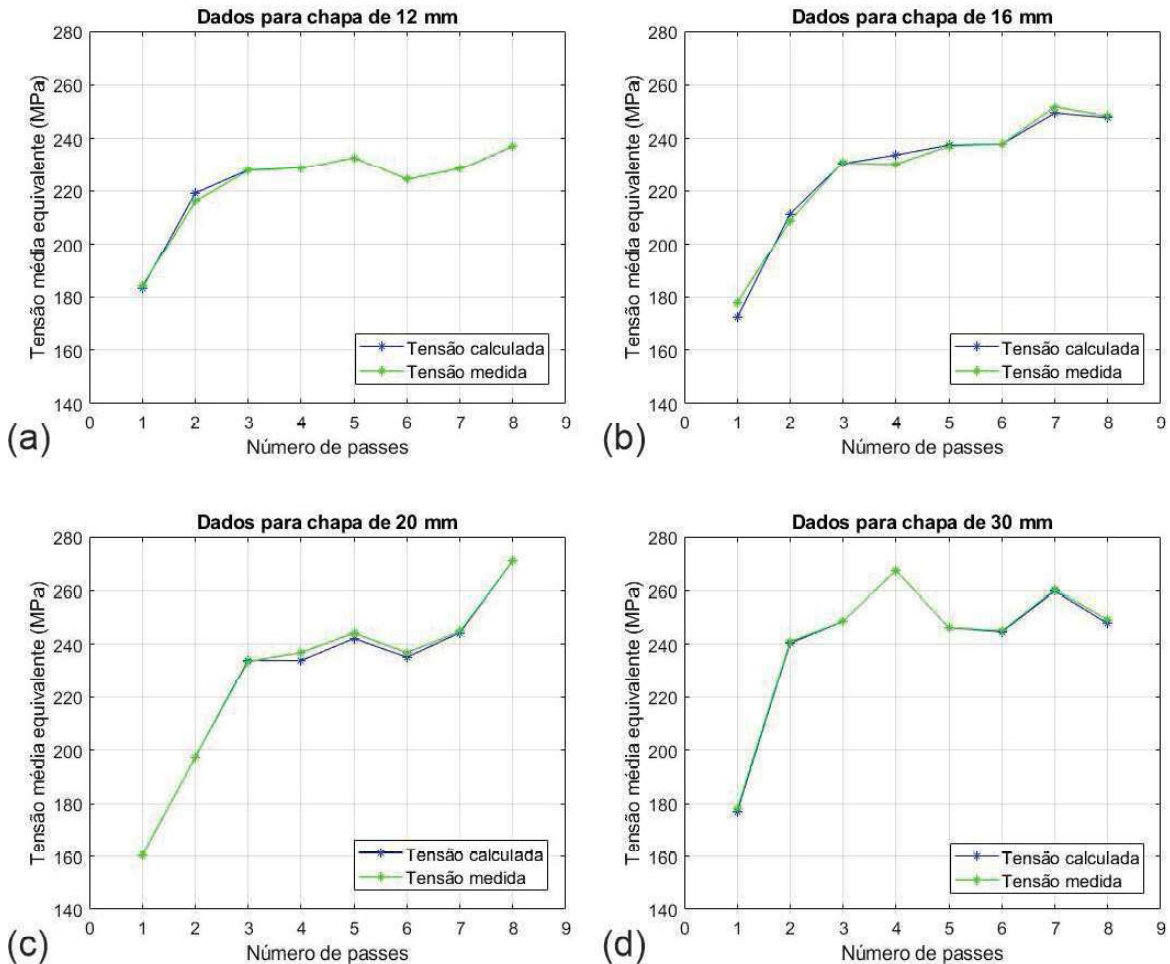
A Figura 31 apresenta uma comparação individualizada entre os resultados calculados pelo novo modelo fuzzy, treinado com a espessura da chapa como uma das variáveis de entrada, e os dados experimentais. Observa-se que, para a chapa de 12 mm, ocorreu um pequeno desvio entre os valores de tensão calculados e medidos, da ordem de aproximadamente 3 MPa no segundo passe. Nos demais sete passes, o modelo demonstrou elevada precisão, reproduzindo adequadamente os valores experimentais.

No caso da chapa de 16 mm, é possível identificar divergências em um maior número de passes. A maior discrepância foi registrada no primeiro passe, com diferença próxima de 5 MPa. No segundo e no quarto passes, as diferenças variaram entre 2 e 4 MPa, enquanto nos demais passes os desvios foram mínimos, considerados irrelevantes do ponto de vista prático.

Para a chapa de 20 mm, a maior diferença entre os valores calculados e experimentais foi de aproximadamente 2,5 MPa. As demais variações foram ainda menores, concentrando-se, principalmente, entre o terceiro e o sétimo passe.

Por fim, a chapa de 30 mm não apresentou divergências significativas entre os dados previstos e os reais. As maiores diferenças ocorreram nas extremidades da sequência de passes, no primeiro e no oitavo passe, ambas em torno de 1,5 MPa.

Figura 31 – Comparação por chapa dos dados calculados e reais - Tensão



Fonte: O Autor

4.2.2 Força de laminação

A Figura 32 apresenta os resultados obtidos pelo novo modelo fuzzy, treinado com a variável espessura, para a previsão da força de laminação. Observa-se que, para a chapa de 12 mm, as diferenças entre os valores calculados e os experimentais foram pequenas, sendo a maior discrepância registrada no sétimo passe, com valor aproximado de 32 toneladas.

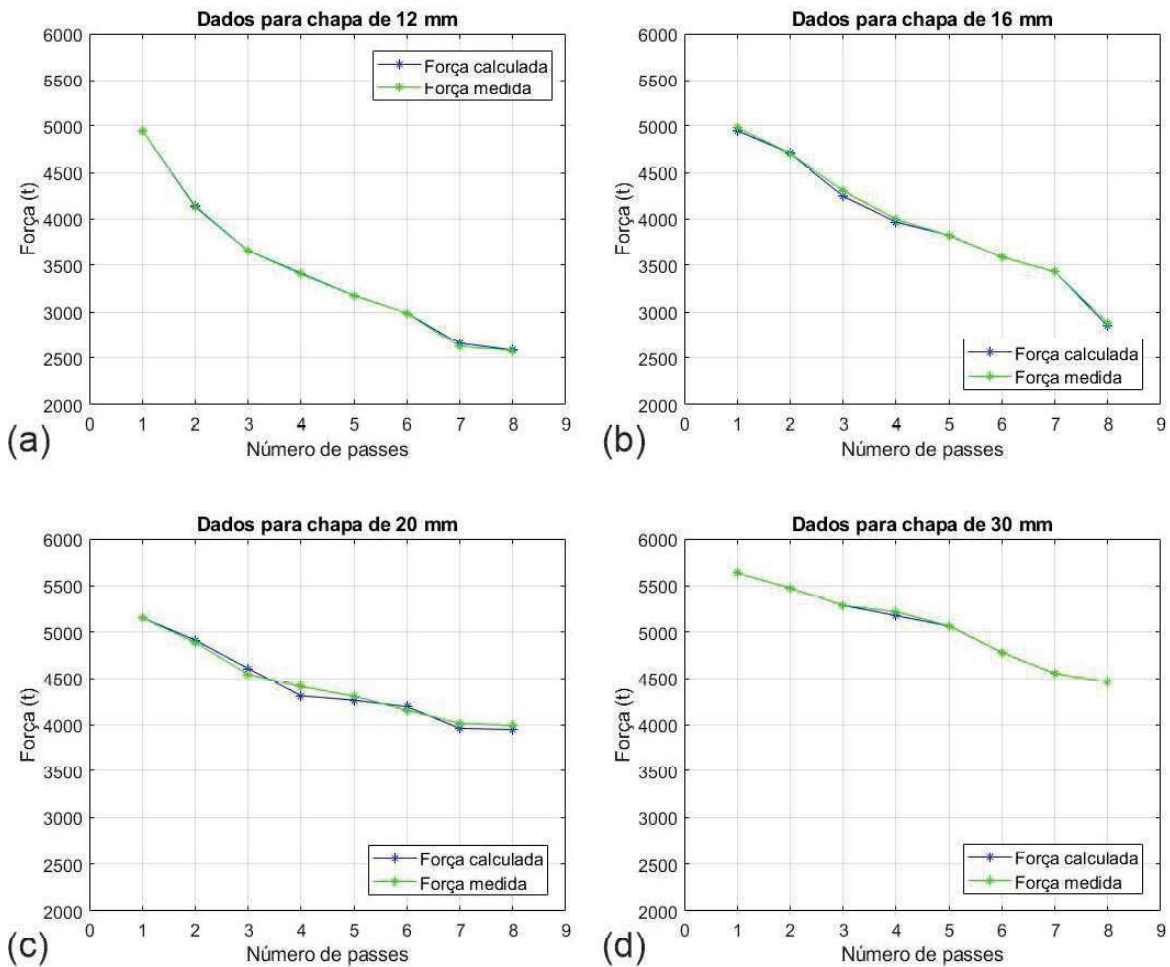
A chapa de 16 mm também apresentou desempenho satisfatório na previsão da força, com o maior desvio observado no terceiro passe, em torno de 60 toneladas. No primeiro e no quarto passes, as diferenças ficaram próximas de 30 toneladas.

Em contrapartida, a chapa de 20 mm apresentou divergências mais expressivas, com a maior diferença no quarto passe, atingindo aproximadamente 100 toneladas. Nos demais passes,

as discrepâncias variaram entre 20 e 64 toneladas, sendo que, no primeiro passe, a diferença entre os valores calculado e experimental foi praticamente inexistente.

Por fim, a chapa de 30 mm apresentou um leve desvio no quarto passe, em torno de 40 toneladas, enquanto os demais passes não apresentaram diferenças significativas entre os valores previstos e os dados medidos experimentalmente.

Figura 32 – Comparação por chapa dos dados calculados e reais - Força



Fonte: O Autor

4.2.3 Raiz do erro quadrático médio (RMSE)

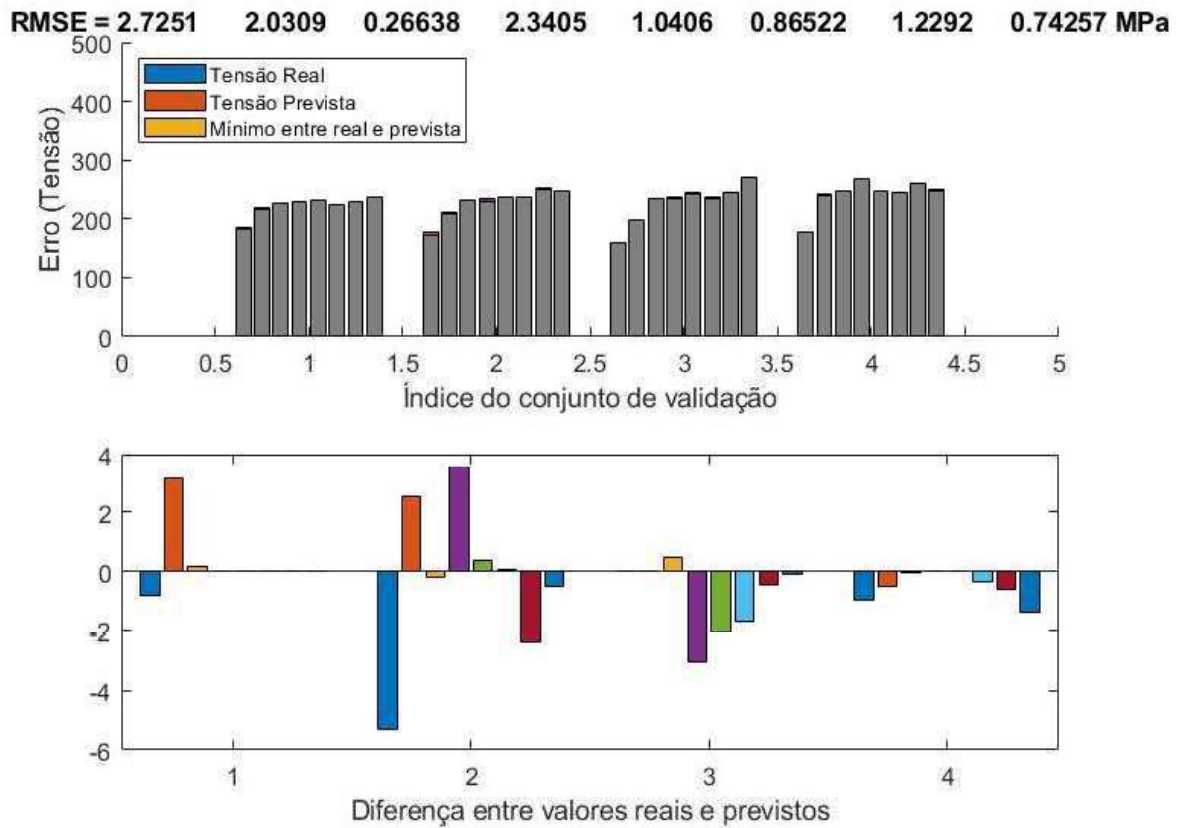
4.2.3.1 RMSE: Tensão média equivalente (TME)

A Figura 33 apresenta os valores do RMSE obtidos pelo modelo fuzzy utilizado para a previsão da tensão média equivalente, tendo a espessura da chapa como uma das variáveis de entrada no treinamento. São exibidos os erros correspondentes aos oito passes para os quatro conjuntos de chapas analisados.

Observa-se que o maior valor de RMSE foi registrado no primeiro passe, atingindo 2,72 MPa, enquanto o menor erro ocorreu no terceiro passe, com valor de 0,27 MPa. Verifica-se que a

principal contribuição para o maior erro médio no primeiro passe foi a divergência observada na chapa de 16 mm, que apresentou a maior discrepância entre os valores calculados e experimentais nesse estágio do processo. Considerando a média dos erros ao longo dos oito passes, o modelo apresentou um RMSE médio de 1,39 MPa, indicando bom desempenho geral na previsão da tensão com base na espessura como variável de entrada.

Figura 33 – Raiz do erro quadrático médio para tensão - RMSE

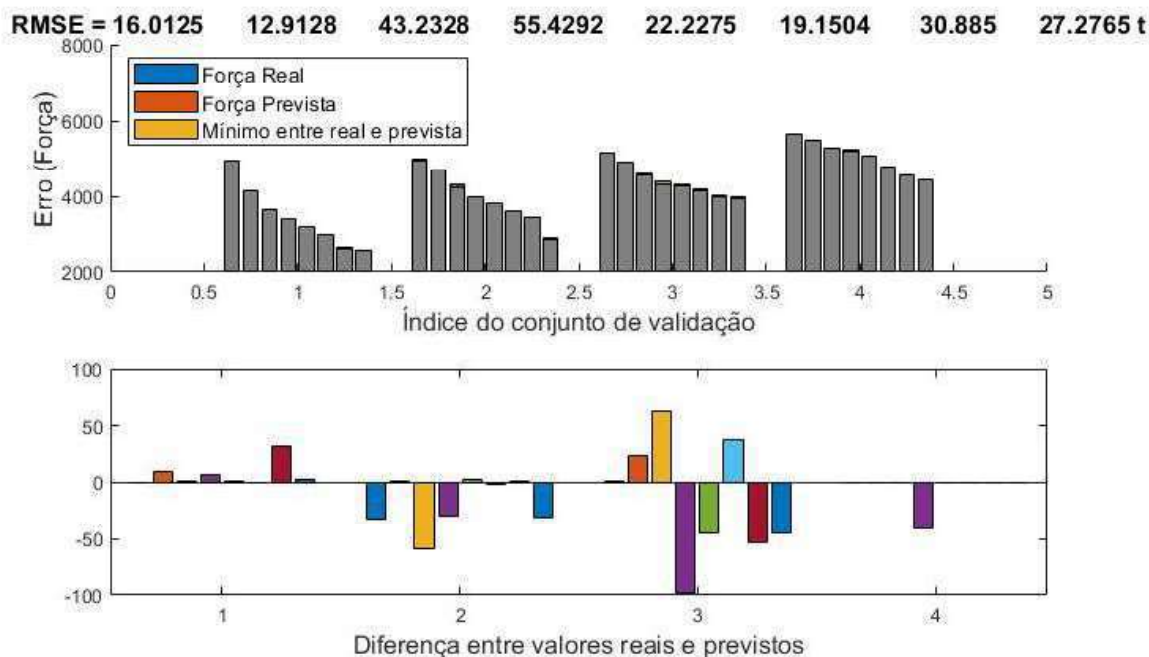


Fonte: O Autor

4.2.3.2 RMSE: Força de laminação

A Figura 34 apresenta os valores da raiz do erro quadrático médio (RMSE) obtidos pelo modelo fuzzy (FIST) na previsão da força de laminação, considerando a espessura da chapa como uma das variáveis de entrada no treinamento. Verifica-se que o maior valor de erro ocorreu no quarto passe, com RMSE de 55,43 toneladas, enquanto o menor erro foi registrado no segundo passe, com valor de 12,9 toneladas. A elevação do erro no quarto passe deve-se, principalmente, à discrepância mais acentuada observada entre os valores calculados e experimentais para a chapa de 20 mm nesse estágio do processo. Considerando a média dos valores de RMSE ao longo dos oito passes, obteve-se um erro médio de 28,38 toneladas, evidenciando um desempenho satisfatório do modelo.

Figura 34 – Raiz do erro quadrático médio para força - RMSE



Fonte: O Autor

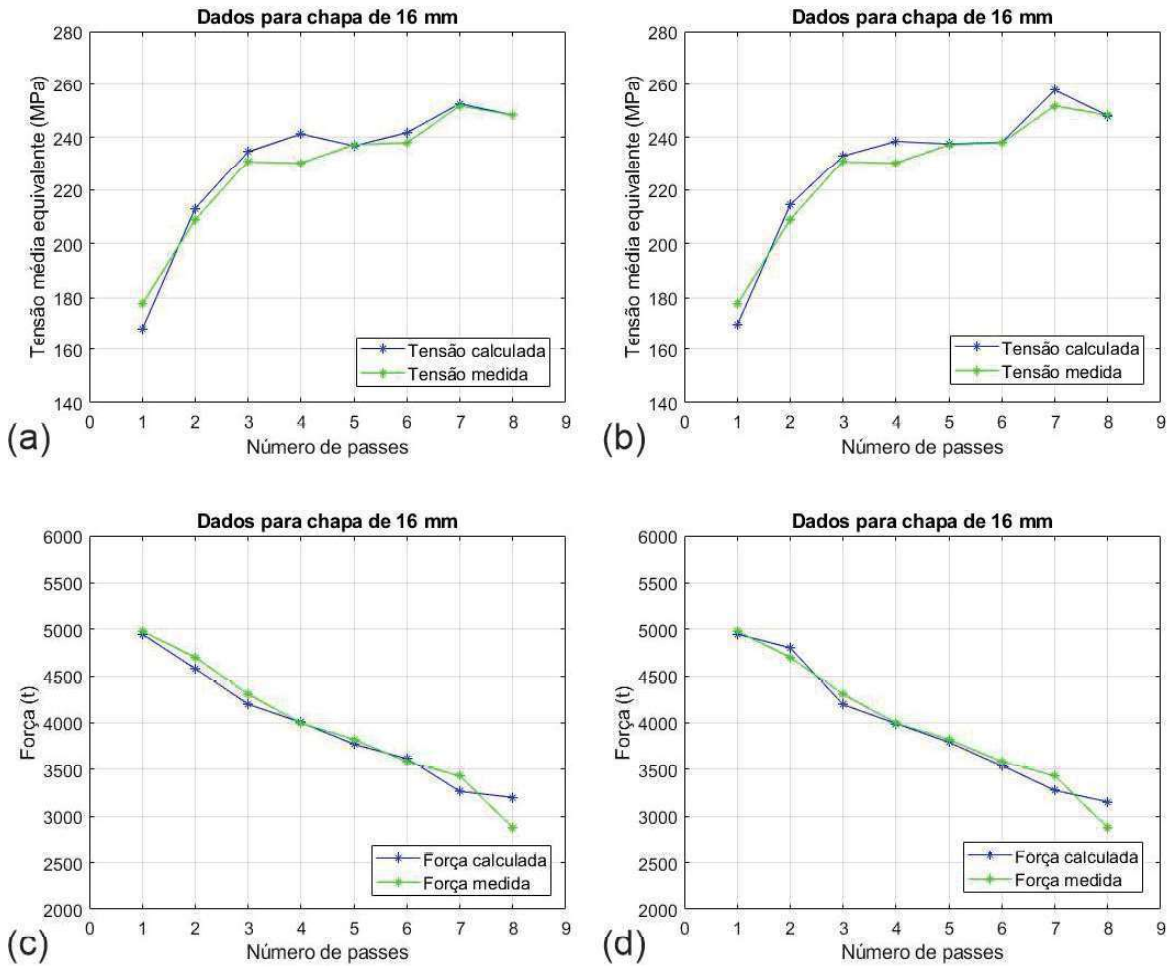
4.3 Validação do modelo fuzzy (FIST)

Conforme apresentado, é possível afirmar que o modelo fuzzy atendeu de maneira satisfatória às expectativas, tanto na previsão da tensão média equivalente quanto na previsão da força de laminação. Contudo, todos os modelos anteriores foram treinados com o conjunto completo de dados disponíveis na Tabela 4. Para avaliar a capacidade de generalização do modelo, foi desenvolvido um novo modelo fuzzy utilizando apenas os dados de três chapas: 12 mm, 20 mm e 30 mm. Os dados da chapa de 16 mm foram intencionalmente excluídos do processo de treinamento. A lógica e a estrutura dos modelos anteriores foram mantidas, sendo modificadas apenas as entradas e saídas relativas à chapa de 16 mm.

A Figura 35 apresenta os resultados obtidos pelo modelo FIST na previsão da tensão média equivalente e da força de laminação para a chapa de 16 mm, cujos dados não foram utilizados durante o processo de treinamento. Observa-se que, mesmo com essa exclusão, o modelo foi capaz de prever com boa precisão os valores de tensão e força para ambas as abordagens, considerando tanto a deformação quanto a espessura como variáveis de entrada.

Verifica-se uma divergência mais expressiva no quarto passe, no caso da tensão, e no oitavo passe, no caso da força de laminação. Ainda assim, de maneira geral, a diferença entre os valores previstos pelo modelo e os dados experimentais permaneceu baixa, indicando a robustez e a capacidade preditiva do sistema mesmo diante de novos dados não utilizados no treinamento.

Figura 35 – Resultados do modelo fuzzy (FIST) para chapa de 16mm: (a) Tensão/Deformação; (b) Tensão/Espessura; (c) Força/Deformação; (d) Força/Espessura



Fonte: O Autor

5 DISCUSSÃO

5.1 Análise geral do desempenho do modelo FIST

Os resultados apresentados no capítulo anterior demonstram que o modelo de inferência fuzzy tipo árvore foi eficaz na previsão da tensão média equivalente e da força de laminação durante o processo de laminação a quente de chapas grossas. Tal constatação se aplica tanto à abordagem tradicional, que utiliza a deformação como variável de entrada, quanto à abordagem alternativa, que emprega a espessura da chapa.

Em ambas as configurações analisadas, o modelo fuzzy apresentou desempenho superior para as chapas de 12 mm e 30 mm, enquanto os maiores desvios foram observados para as chapas de espessuras intermediárias, de 16 mm e 20 mm. Esse comportamento pode ser atribuído à forma como os dados foram distribuídos em relação às funções de pertinência. No caso das chapas de 12 mm e 30 mm, os valores de entrada coincidiram com os centros das funções, resultando em grau de pertinência máximo ($\mu = 1$) e garantindo a ativação plena das regras mais representativas do sistema. Em contrapartida, para as chapas intermediárias, os valores de deformação ou espessura não se alinharam exatamente com os centros das funções de pertinência, o que reduziu a força de disparo das regras correspondentes e aumentou a sobreposição entre funções adjacentes. Como consequência, o modelo apresentou pequenas divergências entre os valores previstos e experimentais.

Esse resultado evidencia a sensibilidade do sistema fuzzy à distribuição dos dados no espaço de entrada e reforça a necessidade de um ajuste cuidadoso dos parâmetros das funções de pertinência, de modo a contemplar não apenas os extremos do intervalo analisado, mas também as regiões intermediárias, onde se verificaram os maiores desvios.

Do ponto de vista do processo de laminação, observa-se ainda que chapas mais espessas tendem a apresentar valores de TME mais elevados em função do trabalho redundante. Esse efeito decorre das deformações não homogêneas ao longo da espessura, acentuadas pelo atrito nos cilindros de laminação e pela distribuição não uniforme das deformações entre a superfície e o centro do material. Parte da energia aplicada, portanto, não é convertida em deformação homogênea, mas em deformações redundantes, o que eleva a tensão média aparente necessária para a laminação de chapas mais espessas (DIETER, 1986; ROBERTS, 1983).

Assim, os resultados demonstram que o modelo fuzzy tipo árvore foi capaz de identificar adequadamente as tensões médias equivalentes tanto para as chapas mais finas quanto para as chapas mais espessas, refletindo a influência conjunta da distribuição dos dados no espaço de entrada e dos fenômenos físicos associados ao processo de laminação.

5.2 Influência das variáveis de entrada: deformação versus espessura

A escolha das variáveis de entrada exerce influência direta no desempenho dos modelos fuzzy tipo árvore. Conforme apresentado nas Tabelas 6 e 7, tanto a deformação quanto a espessura foram capazes de representar satisfatoriamente a evolução da TME e da força de laminação, porém com diferenças em termos de acurácia e estabilidade dos resultados.

Na previsão da TME, o modelo baseado na deformação apresentou a raiz do erro quadrático médio (RMSE) de 1,89 MPa, enquanto o modelo que utilizou a espessura obteve um valor inferior, de 1,39 MPa. Ambos os resultados evidenciam a boa capacidade do sistema fuzzy em capturar o comportamento do material, mas a utilização da espessura como entrada se mostrou mais robusta, reduzindo o erro em praticamente todos os passes.

A diferença entre as duas abordagens foi ainda mais pronunciada na previsão da força de laminação. O modelo baseado na deformação resultou em RMSE médio de 55,22 toneladas, com forte oscilação entre passes e desvios elevados, especialmente no segundo e oitavo passes. Por outro lado, o modelo que utilizou a espessura como variável de entrada apresentou RMSE médio de 28,38 toneladas, praticamente metade do valor obtido com deformação, além de exibir menor variabilidade entre os passes.

Tabela 6 – RMSE (MPa) por passe na previsão da tensão média equivalente

	Passe 1	Passe 2	Passe 3	Passe 4	Passe 5	Passe 6	Passe 7	Passe 8	Média
Deformação	4,72	1,49	1,89	0,85	1,56	1,14	0,98	2,47	1,89
Espessura	2,72	2,03	2,67	2,34	1,04	0,86	1,23	0,74	1,39

Fonte: O Autor

Tabela 7 – RMSE (toneladas) por passe na previsão da força de laminação

	Passe 1	Passe 2	Passe 3	Passe 4	Passe 5	Passe 6	Passe 7	Passe 8	Média
Deformação	19,87	92,81	60,74	50,75	31,75	21,80	98,97	65,05	55,22
Espessura	16,01	12,91	43,23	55,42	22,22	19,15	30,88	27,27	28,38

Fonte: O Autor

A literatura fornece argumentos que ajudam a explicar esse comportamento. A força de laminação é classicamente descrita como função da tensão média equivalente multiplicada pela área de contato projetada, na qual a espessura da chapa aparece de forma explícita como parâmetro geométrico fundamental (CHEN; LI; LIU, 2014). Dessa forma, quando a espessura é utilizada como variável de entrada, o modelo fuzzy já incorpora implicitamente essa dependência estrutural, o que justifica a maior acurácia observada.

Outro fator a ser considerado é a capacidade de generalização do sistema fuzzy. A deformação apresenta menor dispersão de valores dentro de cada passe, favorecendo a sobreposição entre funções de pertinência e aumentando a ambiguidade na ativação das regras. A espessura, por sua vez, evolui de maneira monotônica e previsível ao longo do processo, o que permite uma

distribuição mais equilibrada das funções de pertinência e, conseqüentemente, maior consistência nas predições.

Portanto, pode-se concluir que a deformação é mais adequada quando o objetivo é descrever o estado instantâneo do material e investigar mecanismos metalúrgicos em escala local. A espessura, por outro lado, mostrou-se mais eficiente para aplicações industriais voltadas à previsão operacional da força de laminação, conciliando facilidade de medição com maior estabilidade dos resultados. Essa constatação está em consonância com trabalhos anteriores que destacam a importância de alinhar a escolha das variáveis de entrada com o propósito da modelagem (DIMATTEO; VANNUCCI; COLLA, 2013; SICILIANO, 2013).

5.3 Validação cruzada do modelo fuzzy (FIST) para a chapa de 16 mm

Com o objetivo de avaliar a capacidade de generalização do modelo fuzzy tipo árvore (FIST), foi realizada uma validação cruzada na qual os dados da chapa de 16 mm foram excluídos do conjunto de treinamento. Em seguida, o modelo treinado apenas com as chapas de 12, 20 e 30 mm foi utilizado para prever a tensão média equivalente e a força de laminação da chapa de 16 mm.

Os resultados, apresentados nas Tabelas 8 e 9, indicam que o modelo manteve desempenho satisfatório, embora com perda de precisão em comparação ao cenário em que os dados de 16 mm foram incluídos no treinamento. Para a previsão da TME, o RMSE aumentou de 3,87 MPa (com dados) para 5,64 MPa (sem dados), correspondendo a um acréscimo de aproximadamente 45%. Esse resultado evidencia que, embora o modelo tenha sido capaz de reproduzir de forma coerente o comportamento da TME ao longo dos passes, a ausência de dados intermediários comprometeu a interpolação fuzzy e reduziu a acurácia.

Tabela 8 – RMSE (MPa) por passe na previsão da tensão média equivalente da chapa de 16 mm

	Passe 1	Passe 2	Passe 3	Passe 4	Passe 5	Passe 6	Passe 7	Passe 8	Média
Com dados	9,21	2,96	3,75	1,70	2,30	0,02	1,92	0,21	3,87
Sem dados	9,36	4,16	3,76	10,93	0,44	3,82	0,73	0,02	5,64

Fonte: O Autor

Tabela 9 – RMSE (toneladas) por passe na previsão da força de laminação da chapa de 16 mm

	Passe 1	Passe 2	Passe 3	Passe 4	Passe 5	Passe 6	Passe 7	Passe 8	Média
Com dados	32	129	98	24	56	30	158	71	87,95
Sem dados	32	122	107	8	50	32	165	322	142,24

Fonte: O Autor

No caso da força de laminação, a diferença foi ainda mais expressiva: o RMSE passou de 87,95 toneladas para 142,24 toneladas, representando aumento superior a 60%. Essa sensibi-

lidade maior pode ser explicada por dois fatores principais. Em primeiro lugar, a força é uma variável mais complexa, pois reflete não apenas a resistência média do material, mas também os efeitos geométricos e tribológicos do processo, como a redução de espessura em cada passe, o comprimento do arco de contato e as condições de atrito, fatores já amplamente reconhecidos na literatura como fontes adicionais de variabilidade (ROBERTS, 1983; CHEN; LI; LIU, 2014; SICILIANO, 2013).

Em segundo lugar, mesmo quando prevista diretamente pelo modelo fuzzy, a força tende a acumular incertezas maiores do que a TME. Nesse sentido, a ausência de dados representativos em regiões intermediárias do espaço de entrada, como os dados da espessura de 16 mm, ampliou os desvios preditivos (SHETA et al., 2009). Dessa forma, a validação cruzada demonstra que o modelo fuzzy tipo árvore possui capacidade de generalização, sendo capaz de prever tanto a TME quanto a força de laminação em condições não utilizadas no treinamento. Contudo, os resultados também revelam que a precisão é mais afetada na força, devido à sua maior complexidade e sensibilidade à representatividade dos dados.

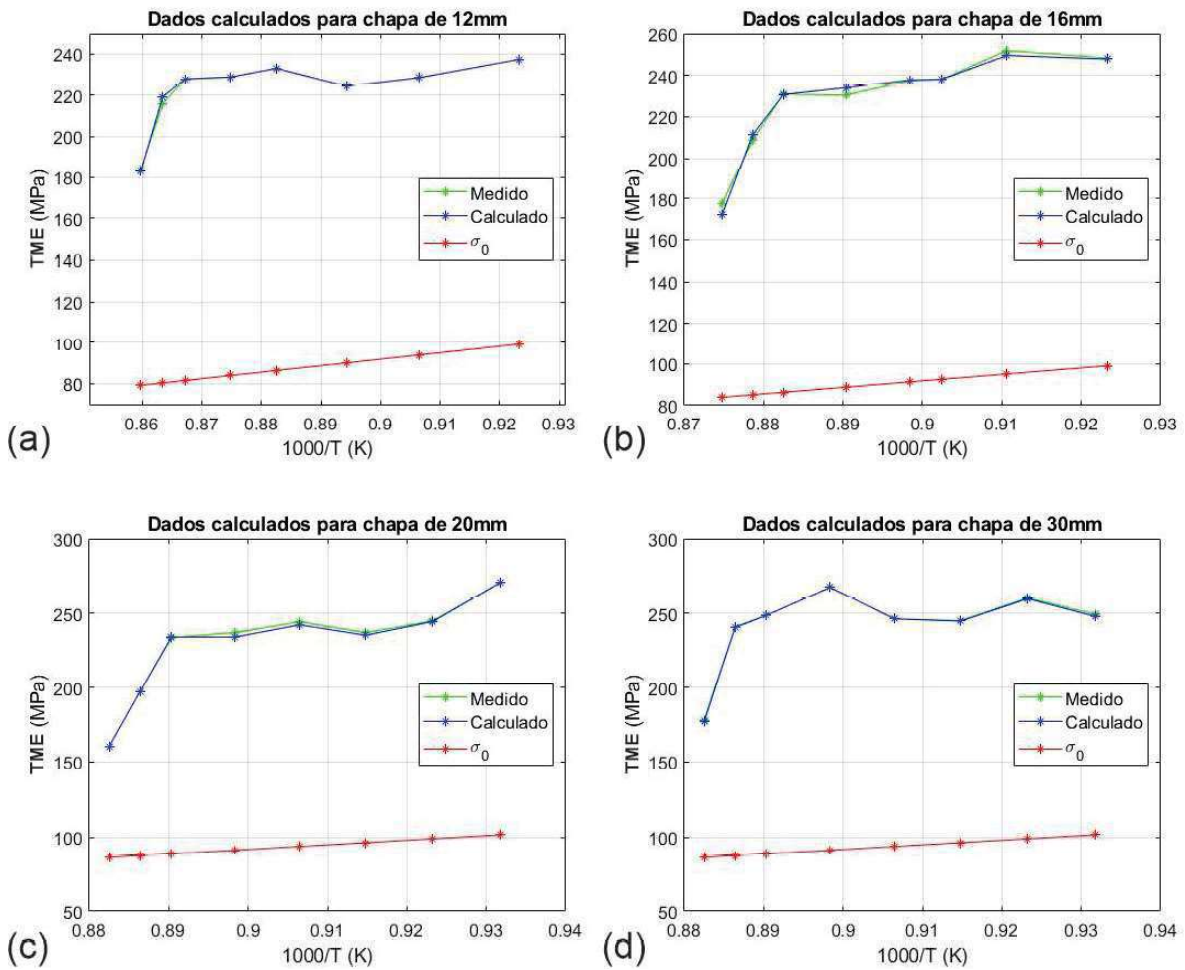
Esses achados reforçam a necessidade de expandir a base experimental, especialmente em espessuras intermediárias, e de explorar ajustes adaptativos das funções de pertinência, de modo a reduzir os efeitos da ausência de determinadas condições de laminação no conjunto de treinamento e aumentar a confiabilidade do modelo em aplicações industriais.

5.4 Interpretação metalúrgica dos resultados

Conforme descrito por Siciliano e Jonas (2000), a análise da tensão média equivalente em função do inverso da temperatura absoluta ($1000/T$) ajuda a identificar os fenômenos metalúrgicos predominantes durante a deformação a quente. A Figura 36 apresenta valores da tensão prevista pelo modelo FIST, da tensão experimental obtida e da tensão correspondente à austenita recristalizada (σ_0). Observa-se que a σ_0 exibe um comportamento linear crescente, refletindo a queda progressiva da temperatura ao longo dos sucessivos passes de laminação. A comparação entre a inclinação da curva $TME \times 1000/T$ e a inclinação da curva $\sigma_0 \times 1000/T$ fornece informações adicionais sobre os mecanismos atuantes. Quando ambas apresentam inclinações semelhantes, pode-se inferir que a variação da TME é controlada predominantemente pela queda de temperatura, sem ocorrência significativa de acúmulo de deformação ou amaciamento adicional. Por outro lado, desvios na inclinação da curva de TME em relação à de σ_0 indicam a atuação de mecanismos restauradores ou, alternativamente, o acúmulo progressivo de deformações. Essa análise, portanto, permite distinguir entre regimes de endurecimento e de amaciamento do material ao longo da sequência de passes.

Em todos os casos analisados, a tensão no primeiro passe é inferior às subsequentes, o que pode ser atribuído à ausência de deformações acumuladas no material. A partir do segundo passe, há um incremento acentuado da TME, evidenciando o acúmulo de deformação. Esse comportamento está relacionado à insuficiência de tempo entre os passes para a ocorrência de

Figura 36 – Resultados do modelo fuzzy (FIST) TME x (1000/T) inverso da temperatura



Fonte: O Autor

mecanismos restauradores, como a recristalização estática (SRX). A tendência de elevação da TME se estende até o terceiro passe, indicando acúmulo progressivo de deformações. Para as espessuras finais de 12mm, 16mm e 20mm, observa-se uma estabilização da curva TMEx1000/T a partir do terceiro passe, sugerindo a predominância de mecanismos de amaciamento. Neste ponto, a referência deve ser a inclinação da curva $\sigma_0 \times 1000/T$. Inclinação iguais indicam que o efeito predominante é a queda de temperatura.

No caso da chapa de 30mm, a TME continua a crescer até o quarto passe, indicando predomínio do acúmulo de deformações. Entretanto, a partir do quinto passe, há uma mudança na inclinação da curva, com redução da TME, sugerindo o início da DRX, e talvez a atuação da recristalização metadinâmica (MDRX) nos intervalos entre passes subsequentes. Essa inflexão indica que a deformação crítica foi atingida, possibilitando a nucleação e formação de novos grãos. A queda mais pronunciada de tensão observada exclusivamente na chapa de 30mm pode ser explicada pelas menores deformações aplicadas nos passes iniciais, que retardaram a atuação dos mecanismos de amaciamento, favorecendo sua ativação em estágios posteriores devido ao acúmulo de deformações entre passes anteriores. Nas chapas de menor espessura, os mecanismos

de recristalização atuaram de forma fracionária em estágios anteriores do processo, promovendo maior estabilização da TME.

As chapas de 12mm e 20mm também evidenciam uma queda na TME entre o quinto e sexto passes, embora menos acentuada, indicando a atuação da DRX com redução parcial da deformação acumulada. Em todos os casos, a TME volta a subir entre o sexto e o sétimo passe, fenômeno atribuído à queda de temperatura.

Para as chapas de 16mm e 30mm, verifica-se nova redução da TME do sétimo para o último passe, sugerindo o restabelecimento dos mecanismos de amaciamento. Em contrapartida, a chapa de 20mm apresenta aumento da TME nesse mesmo intervalo, indicando predominância do acúmulo de deformação.

De maneira geral, os primeiros passes promovem acúmulo de deformações. A partir dos passes intermediários, observa-se estabilização da TME, indicativa da atuação parcial dos mecanismos restauradores. A elevação da tensão entre o sexto e o sétimo passe está relacionada à redução da temperatura. A manutenção da TME acima da tensão da austenita recristalizada ao longo de todo o processo é característica do amaciamento sempre fracionário não havendo restauração completa. Esse regime favorece a formação de grãos de austenita alongados (pancake), cuja elevada densidade de discordâncias e contornos favorece a nucleação de grãos finos de ferrita durante a transformação de fase, resultando em maiores resistência mecânica e tenacidade.

É relevante destacar que o modelo fuzzy não apenas previu com precisão as tensões, mas também forneceu subsídios valiosos para interpretar os fenômenos metalúrgicos predominantes em cada estágio do processo. A inclinação da curva $TME \times 1000/T$ fornecida pelo modelo permitiu inferir os mecanismos atuantes. Assim, o modelo contribuiu significativamente para a compreensão e o controle da laminação de chapas grossas a quente.

5.5 Comparação do modelo fuzzy (FIST) com os modelos da literatura

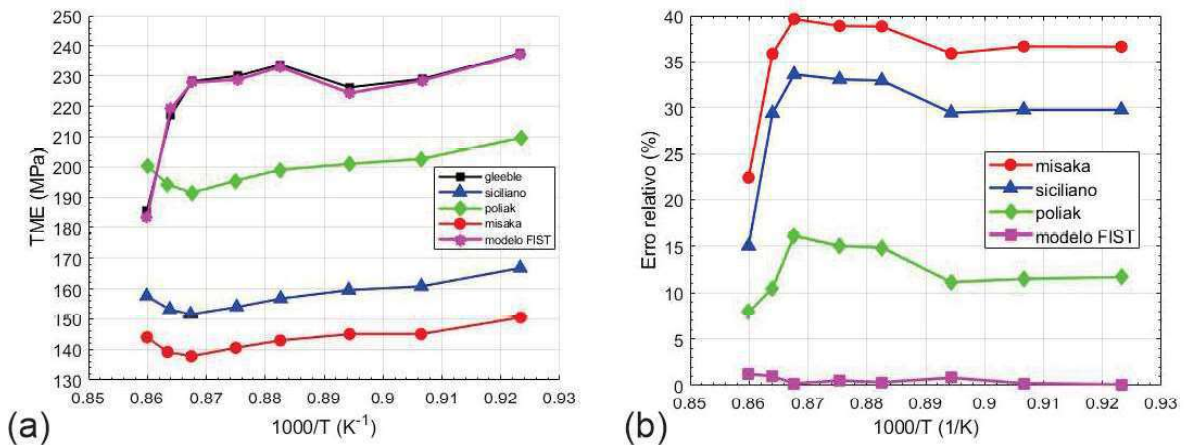
A análise comparativa entre os modelos empíricos clássicos e o modelo fuzzy tipo árvore (FIST) evidencia diferenças conceituais importantes na previsão da TME durante a laminação a quente. Conforme evidenciado na revisão bibliográfica, equações como as de Misaka, Siciliano e Poliak foram amplamente aplicadas, mas todas partem da suposição de que cada passe de laminação ocorre de forma independente, pressupondo restauração completa após cada redução. Essa simplificação, embora conveniente, conduz à subestimação sistemática da TME em condições industriais mais complexas.

Os resultados obtidos confirmam essas limitações. Como pode ser observado na Figura 37 (b), as equações de Misaka e Siciliano apresentaram erros relativos de até 40% e 35%, respectivamente, enquanto a equação de Poliak reduziu parcialmente esse desvio, mantendo erros médios em torno de 10–15%. Em contraste, o modelo FIST apresentou erros consistentemente inferiores a 2% em toda a faixa de temperaturas avaliada, demonstrando desempenho significativamente

superior.

O ponto central que explica a superioridade do modelo fuzzy está em sua construção incremental. Enquanto os modelos empíricos consideram apenas variáveis instantâneas de cada passe (temperatura, deformação, taxa de deformação, composição química), tratando-os como eventos isolados, o FIST carrega em sua estrutura a memória do processo. Cada previsão incorpora implicitamente o histórico termomecânico anterior, permitindo que o modelo capture os efeitos cumulativos da deformação ao longo da sequência de passes. Essa diferença se torna ainda mais evidente na Figura 37 (a), em que se observa que o FIST reproduziu de forma quase sobreposta os valores experimentais, enquanto as equações empíricas falham ao subestimar a TME, especialmente na região que evidencia maiores acúmulos de deformações.

Figura 37 – Comparação entre o valor previsto e o valor medido da TME para chapa de 12mm: a) Gráfico TME x (1000/T); b) Erro relativo (%).



Fonte: O Autor

Outro aspecto relevante observado na Figura 37 (a) é que, embora a equação de Poliak apresente desempenho superior às de Misaka e Siciliano, aproximando-se mais dos valores experimentais, sua limitação estrutural se evidencia na forma da curva prevista, pois o modelo não é capaz de reproduzir de maneira consistente a tendência experimental. Em determinadas regiões, como entre o sexto e o oitavo passe, a inclinação da curva calculada coincide parcialmente com a experimental, mas nos demais passes observa-se discrepância significativa no comportamento evolutivo da TME. Isso demonstra que a simples redução dos erros não é suficiente; é necessário que o modelo acompanhe adequadamente a evolução da curva, incluindo suas variações e inclinações ao longo da sequência de passes. Nesse sentido, o modelo FIST mostrou-se capaz de reproduzir tanto os valores absolutos quanto a tendência experimental, reforçando sua superioridade em relação às formulações empíricas.

A consistência dessa melhoria pode ser observada de forma quantitativa na Tabela 10, que apresenta os valores da raiz do erro quadrático médio (RMSE) para cada passe de laminação, considerando todas as espessuras finais avaliadas (12, 16, 20 e 30 mm). Nota-se que o modelo de

Poliak otimizado por algoritmo genético (GA) apresenta erro médio de 17,5 MPa, com valores elevados nos primeiros e últimos passes, sendo o primeiro passe com um RMSE de 49,7 MPa. Esse comportamento pode ser explicado pelas condições típicas do início da laminação a quente, em que o material ainda se encontra em temperaturas elevadas e não há deformação acumulada significativa, tampouco recristalização parcial associada a passes sucessivos. Nessas condições, a formulação empírica de Poliak, derivada de curvas de escoamento obtidas em matriz austenítica contendo microligantes como Nb e Ti, resulta em superestimativa da TME no primeiro passe.

Em contrapartida, o modelo FIST apresentou valores de RMSE muito inferiores, variando entre 0,85 e 4,72, com média de apenas 1,89. Esse resultado confirma que a superioridade do modelo fuzzy não se restringe a uma condição específica, mas se mantém em todo o conjunto de dados industriais utilizados.

Tabela 10 – RMSE (MPa) por passe na previsão da tensão média equivalente

	TME1	TME2	TME3	TME4	TME5	TME6	TME7	TME8	Média
Modelo Poliak	49.7	10.1	12.0	11.2	8.0	15.0	17.8	16.5	17.5
Modelo FIST	4.72	1.49	1.89	0.85	1.56	1.14	0.98	2.47	1.89

Fonte: O Autor

Esse comportamento evidencia que a abordagem fuzzy não apenas reduz erros de previsão, mas o faz de forma robusta e consistente em diferentes espessuras e sequências de passes. A capacidade de carregar o histórico termomecânico em cada etapa permite que o FIST descreva adequadamente a evolução da TME em condições reais de laminação, algo que permanece inacessível às equações empíricas, mesmo quando otimizadas numericamente.

Do ponto de vista tecnológico, a melhoria na previsão da TME traz benefícios diretos ao controle da força de laminação. Estimativas mais confiáveis reduzem o risco de sobrecarga nos cilindros, possibilitam o uso mais racional da energia e contribuem para prolongar a vida útil dos equipamentos. Além disso, favorecem o controle microestrutural, permitindo a obtenção de chapas com grãos mais finos e propriedades mecânicas mais homogêneas.

Por fim, cabe destacar que, embora métodos de otimização como Gauss–Newton e algoritmos genéticos reduzam parcialmente os erros médios das equações empíricas, tais técnicas não alteram sua estrutura fundamental. A ausência de termos capazes de representar explicitamente o acúmulo de deformação permanece como limitação conceitual. Nesse sentido, o modelo FIST se apresenta não apenas como uma alternativa mais precisa, mas como uma abordagem conceitualmente mais adequada à realidade física do processo de laminação a quente de aços microligados. Ressalta-se, ainda, o caráter inédito da aplicação de uma arquitetura incremental do tipo árvore para a previsão da TME em múltiplos passes, o que configura uma contribuição original deste trabalho à literatura da área.

6 CONCLUSÃO

Os resultados obtidos neste trabalho permitem destacar as seguintes conclusões:

1. O FIST apresentou elevada capacidade preditiva, reproduzindo com precisão o comportamento da TME e da força de laminação ao longo dos oito passes.
2. O desempenho do modelo foi superior para as chapas de espessuras extremas (12 mm e 30 mm), enquanto as chapas intermediárias (16 mm e 20 mm) apresentaram maiores desvios.
3. A utilização da espessura como variável de entrada, em substituição à deformação, resultou em maior estabilidade e menor erro médio, especialmente na previsão da força de laminação. O RMSE médio da força reduziu de 55,22 toneladas (modelo com deformação) para 28,38 toneladas (modelo com espessura).
4. A exclusão dos dados da chapa de 16 mm no treinamento evidenciou a capacidade de generalização do modelo, que foi capaz de prever tanto a TME quanto a força para essa espessura não utilizada.
5. A análise das curvas $TME \times (1000/T)$ obtidas pelo modelo fuzzy possibilitou identificar os mecanismos metalúrgicos atuantes durante o processo, como acúmulo de deformação, recristalização dinâmica (DRX), recristalização metadinâmica (MDRX).
6. A comparação com o modelo de Poliak, otimizado por Dimatteo et al. (2013), demonstrou a superioridade do FIST, que obteve erros médios significativamente menores (1,89 MPa contra 17,5 MPa).
7. O FIST apresentou a capacidade de considerar o histórico termomecânico entre passes, transportando a deformação acumulada e aumentando a precisão preditiva frente aos modelos clássicos.

6.1 Trabalhos futuros

Embora os resultados obtidos nesta dissertação evidenciem a viabilidade da utilização de modelos fuzzy tipo árvore incrementais para a previsão da tensão média equivalente e da força de laminação em aços, diversas possibilidades de continuidade podem ser exploradas em estudos futuros.

1. Ampliação da base de dados: Uma das principais limitações do presente trabalho está relacionada à disponibilidade de dados industriais, restrita a um conjunto específico de espessuras de chapas grossas e condições de processo. A ampliação dessa base de dados, incluindo diferentes

faixas de temperatura, taxas de deformação, tempos entre passes e condições de laminação, permitiria aumentar a robustez do modelo fuzzy tipo árvore, favorecendo sua capacidade de generalização. Além disso, a incorporação de dados provenientes de diferentes plantas industriais, poderia contribuir para a validação cruzada em cenários mais variados.

2. Extensão para diferentes ligas e produtos: O presente trabalho concentrou-se em um aço microligado ao nióbio processados por laminação de chapas grossas. Estudos futuros poderiam avaliar a aplicabilidade da metodologia fuzzy tipo árvore em diferentes ligas, bem como em outros produtos siderúrgicos, incluindo chapas finas ou laminados longos. Essa extensão permitiria verificar a generalização da metodologia proposta em diferentes contextos industriais.

3. Integração em sistemas de controle industrial: Uma perspectiva de grande relevância tecnológica consiste na aplicação do modelo fuzzy tipo árvore em sistemas de controle e automação de processos industriais. A utilização dos resultados preditivos em tempo real poderia apoiar ajustes dinâmicos da sequência de passes, favorecendo maior estabilidade dimensional, redução do consumo energético e aumento da vida útil dos cilindros. A implementação prática dessa integração exigiria adaptações do modelo para operação em ambiente industrial, mas representaria um avanço significativo em direção ao uso aplicado da metodologia proposta.

REFERÊNCIAS

- CHAI, T.; DRAGICEVIC, S. An introduction to basic concepts and applications of rmse and mape. *Environmental Modelling & Software*, v. 136, p. 104954, 2021. Citado na página 63.
- CHEN, S.; LI, W.; LIU, X. Calculation of rolling pressure distribution and force based on improved karman equation for hot strip mill. *International Journal of Mechanical Sciences*, v. 89, p. 256–263, 2014. ISSN 0020-7403. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020740314003142>>. Citado 2 vezes nas páginas 78 e 80.
- CHO, S. H.; KANG, K. B.; JONAS, J. J. Modeling of metadynamic recrystallization in low carbon microalloyed steels. *ISIJ International*, v. 41, n. 1, p. 63–69, 2001. Citado na página 26.
- DATTA, S.; BANERJEE, P. K. Modeling of yield strength of hsla steels using fuzzy inference systems. *Journal of Materials Processing Technology*, Elsevier, v. 160, n. 2, p. 167–174, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.
- DIETER, G. E. *Mechanical Metallurgy*. 3rd. ed. London: McGraw-Hill, 1986. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 77.
- DIMATTEO, A.; VANNUCCI, M.; COLLA, V. Prediction of hot deformation resistance during processing of microalloyed steels in plate rolling process. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Springer, v. 66, p. 1511–1521, 2013. Citado 10 vezes nas páginas 27, 29, 30, 45, 46, 47, 49, 50, 51 e 79.
- DOHERTY, R. D. et al. Current issues in recrystallization: a review. *Materials Science and Engineering A*, v. 238, p. 219–274, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.
- GROOVER, M. P. *Introdução aos processos de fabricação*. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.
- HAMAM, Y.; GEORGANAS, N. D. A comparison of mamdani and sugeno fuzzy inference systems for evaluating the quality of experience of haptic-audio-visual applications. In: *2008 IEEE International Workshop on Haptic Audio Visual Environments and Games*. Ottawa, Canada: IEEE, 2008. p. 87–92. Citado na página 36.
- HUMPHREYS, F. J.; HATHERLY, M. *Recrystallization and Related Annealing Phenomena*. 2nd. ed. Oxford: Elsevier, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- INC., T. M. *MATLAB version: 9.13.0 (R2022b)*. Natick, Massachusetts, United States: The MathWorks Inc., 2022. Disponível em: <<https://www.mathworks.com>>. Citado 4 vezes nas páginas 31, 32, 38 e 41.
- JANG, J.-S. R. Anfis: Adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, IEEE, v. 23, n. 3, p. 665–685, 1993. ISSN 0018-9472. Citado na página 37.
- JANG, J.-S. R.; SUN, C.-T.; MIZUTANI, E. *Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1997. Citado 7 vezes nas páginas 31, 33, 35, 36, 40, 41 e 55.

- JR., L. C.; BALANCIN, O. Artificial intelligence applied to predict the flow stress of a super duplex stainless steel during hot deformation. *Materials Research*, SciELO Brasil, v. 25, p. e20220075, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1980-5373-MR-2022-0075>>. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.
- JUNG, J. H.; IM, Y. T. Application of fuzzy logic control for interstand tension in tandem cold rolling mills. *Journal of Materials Processing Technology*, Elsevier, v. 94, n. 2-3, p. 166–172, 1999. Citado na página 43.
- KLIR, G.; YUAN, B. *Fuzzy sets and fuzzy logic*. [S.l.]: Prentice hall New Jersey, 1995. v. 4. Citado 5 vezes nas páginas 31, 32, 34, 36 e 55.
- LI, Z. et al. Hybrid analytical and fuzzy neural network model for rolling force prediction in cold rolling considering hot rolling conditions. *Journal of Manufacturing Processes*, Elsevier, v. 82, p. 690–702, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 42.
- MAMDANI, E. H.; ASSILIAN, S. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal of Man-Machine Studies*, v. 7, n. 1, p. 1–13, 1975. Citado na página 35.
- MISAKA, Y.; YOSHIMOTO, T. Formulation of mean resistance of deformation of plain carbon steel at elevated temperature. *Journal of the Japan Society for Technology of Plasticity*, v. 1968, n. 8, p. 414–422, 1967. Citado na página 18.
- POLIAK, E. I.; JONAS, J. J. Critical strain for dynamic recrystallization in variable strain rate hot deformation. *Acta Materialia*, v. 44, n. 1, p. 127–136, 1996. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 29.
- RAJU, G. V. S.; ZHOU, J.; KISNER, R. A. Hierarchical fuzzy control. *International Journal of Control*, Taylor & Francis, v. 54, n. 5, p. 1201–1216, 1991. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.
- ROBERTS, W. L. *Hot Rolling of Steel*. New York: Marcel Dekker, 1983. Citado 3 vezes nas páginas 25, 77 e 80.
- ROSS, T. J. *Fuzzy Logic with Engineering Applications*. 2nd. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2004. ISBN 978-0-470-86075-5. Citado 6 vezes nas páginas 31, 33, 34, 35, 36 e 55.
- RUTKOWSKI, L. *Computational Intelligence: Methods and Techniques*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2004. ISBN 978-3-540-21120-3. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 40.
- SHETA, A. et al. Modeling of hot rolling industrial process using fuzzy logic. In: *Proceedings of the International Conference on CAINE*. [S.l.: s.n.], 2009. Available at <https://www.researchgate.net/publication/220922921_Modeling_of_Hot_Rolling_Industrial_Process_Using_Fuzzy_Logic>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 80.
- SICILIANO, F. Mathematical modelling of hot rolling: A practical tool to improve rolling schedules and steel properties. *Materials Science Forum*, Trans Tech Publications, v. 762, p. 210–217, 2013. Citado 5 vezes nas páginas 23, 24, 25, 79 e 80.
- SICILIANO, F. et al. Mathematical modeling of microstructure and flow stress during the hot strip rolling of microalloyed steels. *ISIJ International*, v. 36, n. 12, p. 1500–1506, 1996. Citado na página 29.

SICILIANO, F. J.; JONAS, J. J. Mathematical modeling of the hot strip rolling of microalloyed nb, multiply-alloyed cr-mo, and plain c-mn steels. *Metallurgical and Materials Transactions A*, Springer, v. 31, n. 2, p. 511–530, 2000. Citado 5 vezes nas páginas 25, 26, 27, 28 e 80.

SOUSA, R. C. *Estudo dos efeitos dos parâmetros de processamento na temperatura de não recristalização (T_{nr}) de um aço médio carbono microligado ao vanádio*. Tese (Tese (Doutorado em Ciência e Engenharia de Materiais)) — Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), São Carlos, 1996. 109 f. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.

TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, IEEE, n. 1, p. 116–132, 1985. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.

WANG, H. Y. et al. Analysis of ultra-heavy plate rolling force based on thickness temperature gradient elements and experiment simulations. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, SAGE Publications, v. 0, n. 0, p. 1–17, 2016. Citado na página 24.

WU, H.; XU, Z. Fuzzy logic in decision support: Methods, applications and future trends. *International journal of computers, communications control*, Agora University of Oradea, Oradea, v. 16, n. 1, 2021. ISSN 1841-9836. Citado na página 34.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, v. 8, n. 3, p. 338–353, 1965. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 34.

ZHU, K.; CHEN, F.; JONAS, J. J. Effect of strain-induced precipitation on the static recrystallization of nb-containing steels. *Acta Materialia*, v. 49, n. 17, p. 3561–3572, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.

ZIMMERMANN, H.-J. *Fuzzy Set Theory and Its Applications*. 4th. ed. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 33.

APÊNDICE A – CONSTRUÇÃO DO SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY TIPO ÁRVORE (FIST) PARA PREVER A TENSÃO (TME)

Neste apêndice são apresentados os códigos desenvolvidos em ambiente MATLAB para a construção e implementação do sistema de inferência fuzzy do tipo *Fuzzy Inference System Tree* (FIS Tree). O objetivo principal desses códigos é modelar o comportamento termomecânico do aço microligado durante o processo de laminação a quente, a partir de dados industriais.

O FIS tipo árvore foi estruturado de forma incremental, considerando múltiplos passes de laminação, cada um representado por um subconjunto de regras fuzzy. As variáveis de entrada utilizadas no sistema foram:

- **Temperatura (°C):** condição térmica do material a cada passe;
- **Deformação (ϵ):** deformação verdadeira acumulada em cada etapa;
- **Taxa de deformação ($\dot{\epsilon}$):** relacionada à velocidade de laminação;
- **Tempo entre passes (Δt):** intervalo de tempo entre dois passes consecutivos;
- **Tensão média de escoamento (MFS, MPa):** variável de saída que representa a resistência à deformação da austenita.

Os códigos aqui reunidos englobam desde a etapa de definição das funções de pertinência e geração das regras fuzzy, até a fase de simulação, validação e análise dos resultados.

A.1 Dados industriais utilizados no treinamento do FIST

```
load PasSch6.txt
dataRange = [min(PasSch6(:,1:39))' max(PasSch6(:,1:39))'];
X = PasSch6(:,1:31);
Y = PasSch6(:,32:39);

figure(1);
plot(Y(1,:), '-r*');
hold on
plot(Y(2,:), '-b*');
hold on
plot(Y(3,:), '-g*');
hold on
plot(Y(4,:), '-k*');
```

```

title('Dados experimentais', 'FontSize', 16, 'FontWeight', 'bold');
ylabel('Tensao media de escoamento (MPa)', 'FontSize', 14);
xlabel('Numero de passes', 'FontSize', 14);
legend(["12 mm" "16 mm" "20 mm" "30 mm"], 'FontSize', 12, 'Location',
    'best');
set(gca, 'FontSize', 12); % Aumenta as marcas dos eixos (ticks)
axis([0 9 140 280]);
grid on

```

A.2 Construção do sistema FIST

```

fis1 = sugfis('Name', 'fis1');
fis1 = addInput(fis1, dataRange(1, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "Temperature1");
fis1 = addInput(fis1, dataRange(2, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "Strain1");
fis1 = addInput(fis1, dataRange(3, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "StrainRate1");
fis1 = addOutput(fis1, dataRange(32, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "Stress1");

rules1 = [...
"Temperature1 == mf4 & Strain1 == mf4 & StrainRate1 == mf4 =>
    Stress1 == mf4";...
"Temperature1 == mf2 & Strain1 == mf3 & StrainRate1 == mf3 =>
    Stress1 == mf2";...
"Temperature1 == mf1 & Strain1 == mf2 & StrainRate1 == mf2 =>
    Stress1 == mf1";...
"Temperature1 == mf1 & Strain1 == mf1 & StrainRate1 == mf1 =>
    Stress1 == mf3";...
];

fis1 = addRule(fis1, rules1);

%.....

fis2 = sugfis('Name', 'fis2');
fis2 = addInput(fis2, dataRange(32, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "Stress1");
;
fis2 = addInput(fis2, dataRange(4, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "Temperature2");
fis2 = addInput(fis2, dataRange(5, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "Strain2");

```

```

fis2 = addInput(fis2,dataRange(6, : ),'NumMfs',4,'Name',"
    StrainRate2");
fis2 = addInput(fis2,dataRange(7, : ),'NumMfs',4,'Name',"
    InterPassTime2");
fis2 = addOutput(fis2,dataRange(33, : ),'NumMfs',4,'Name',"Stress2
    ");

rules2 = [...
"Stress1 == mf4 & InterPassTime2 == mf4 & Temperature2 == mf4 &
    Strain2 == mf4 & StrainRate2 == mf4 => Stress2 == mf3";...
"Stress1 == mf2 & InterPassTime2 == mf2 & Temperature2 == mf2 &
    Strain2 == mf3 & StrainRate2 == mf3 => Stress2 == mf2";...
"Stress1 == mf1 & InterPassTime2 == mf2 & Temperature2 == mf1 &
    Strain2 == mf2 & StrainRate2 == mf2 => Stress2 == mf1";...
"Stress1 == mf3 & InterPassTime2 == mf1 & Temperature2 == mf1 &
    Strain2 == mf1 & StrainRate2 == mf1 => Stress2 == mf4";...
];

fis2 = addRule(fis2,rules2);

%.....

fis3 = sugfis('Name','fis3');
fis3 = addInput(fis3,dataRange(33, : ),'NumMfs',4,'Name',"Stress2")
    ;
fis3 = addInput(fis3,dataRange(8, : ),'NumMfs',4,'Name',"
    Temperature3");
fis3 = addInput(fis3,dataRange(9, : ),'NumMfs',4,'Name',"Strain3");
fis3 = addInput(fis3,dataRange(10, : ),'NumMfs',4,'Name',"
    StrainRate3");
fis3 = addInput(fis3,dataRange(11, : ),'NumMfs',4,'Name',"
    InterPassTime3");
fis3 = addOutput(fis3,dataRange(34, : ),'NumMfs',4,'Name',"Stress3
    ");

rules3 = [...
"Stress2 == mf3 & InterPassTime3 == mf4 & Temperature3 == mf4 &
    Strain3 == mf4 & StrainRate3 == mf4 => Stress3 == mf1";...
"Stress2 == mf2 & InterPassTime3 == mf3 & Temperature3 == mf2 &
    Strain3 == mf4 & StrainRate3 == mf3 => Stress3 == mf2";...
"Stress2 == mf1 & InterPassTime3 == mf1 & Temperature3 == mf1 &
    Strain3 == mf1 & StrainRate3 == mf2 => Stress3 == mf3";...

```

```

"Stress2 == mf4 & InterPassTime3 == mf1 & Temperature3 == mf1 &
  Strain3 == mf1 & StrainRate3 == mf1 => Stress3 == mf4";...
];

fis3 = addRule(fis3, rules3);

%.....

fis4 = sugfis('Name', 'fis4');
fis4 = addInput(fis4, dataRange(34, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "Stress3")
;
fis4 = addInput(fis4, dataRange(12, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "
  Temperature4");
fis4 = addInput(fis4, dataRange(13, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "Strain4")
;
fis4 = addInput(fis4, dataRange(14, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "
  StrainRate4");
fis4 = addInput(fis4, dataRange(15, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "
  InterPassTime4");
fis4 = addOutput(fis4, dataRange(35, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "Stress4
  ");

rules4 = [...
"Stress3 == mf1 & InterPassTime4 == mf4 & Temperature4 == mf4 &
  Strain4 == mf4 & StrainRate4 == mf4 => Stress4 == mf1";...
"Stress3 == mf2 & InterPassTime4 == mf3 & Temperature4 == mf2 &
  Strain4 == mf4 & StrainRate4 == mf2 => Stress4 == mf2";...
"Stress3 == mf3 & InterPassTime4 == mf2 & Temperature4 == mf1 &
  Strain4 == mf4 & StrainRate4 == mf1 => Stress4 == mf3";...
"Stress3 == mf4 & InterPassTime4 == mf1 & Temperature4 == mf1 &
  Strain4 == mf1 & StrainRate4 == mf1 => Stress4 == mf4";...
];

fis4 = addRule(fis4, rules4);

%.....

fis5 = sugfis('Name', 'fis5');
fis5 = addInput(fis5, dataRange(35, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "Stress4")
;
fis5 = addInput(fis5, dataRange(16, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "
  Temperature5");

```

```

fis5 = addInput(fis5,dataRange(17, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "Strain5")
;
fis5 = addInput(fis5,dataRange(18, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "
    StrainRate5");
fis5 = addInput(fis5,dataRange(19, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "
    InterPassTime5");
fis5 = addOutput(fis5,dataRange(36, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "Stress5
    ");

rules5 = [...
"Stress4 == mf1 & InterPassTime5 == mf4 & Temperature5 == mf4 &
    Strain5 == mf1 & StrainRate5 == mf4 => Stress5 == mf1";...
"Stress4 == mf2 & InterPassTime5 == mf2 & Temperature5 == mf2 &
    Strain5 == mf1 & StrainRate5 == mf3 => Stress5 == mf2";...
"Stress4 == mf3 & InterPassTime5 == mf1 & Temperature5 == mf1 &
    Strain5 == mf1 & StrainRate5 == mf2 => Stress5 == mf3";...
"Stress4 == mf4 & InterPassTime5 == mf1 & Temperature5 == mf1 &
    Strain5 == mf4 & StrainRate5 == mf1 => Stress5 == mf4";...
];

fis5 = addRule(fis5,rules5);

%.....

fis6 = sugfis('Name', 'fis6');
fis6 = addInput(fis6,dataRange(36, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "Stress5")
;
fis6 = addInput(fis6,dataRange(20, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "
    Temperature6");
fis6 = addInput(fis6,dataRange(21, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "Strain6")
;
fis6 = addInput(fis6,dataRange(22, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "
    StrainRate6");
fis6 = addInput(fis6,dataRange(23, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "
    InterPassTime6");
fis6 = addOutput(fis6,dataRange(37, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "Stress6
    ");

rules6 = [...
"Stress5 == mf1 & InterPassTime6 == mf4 & Temperature6 == mf4 &
    Strain6 == mf1 & StrainRate6 == mf4 => Stress6 == mf1";...
"Stress5 == mf2 & InterPassTime6 == mf3 & Temperature6 == mf3 &

```

```

    Strain6 == mf3 & StrainRate6 == mf3 => Stress6 == mf3";...
"Stress5 == mf3 & InterPassTime6 == mf1 & Temperature6 == mf1 &
    Strain6 == mf4 & StrainRate6 == mf2 => Stress6 == mf2";...
"Stress5 == mf4 & InterPassTime6 == mf1 & Temperature6 == mf1 &
    Strain6 == mf4 & StrainRate6 == mf1 => Stress6 == mf4";...
];

fis6 = addRule(fis6, rules6);

%.....

fis7 = sugfis('Name', 'fis7');
fis7 = addInput(fis7, dataRange(37, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "Stress6")
;
fis7 = addInput(fis7, dataRange(24, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "
    Temperature7");
fis7 = addInput(fis7, dataRange(25, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "Strain7")
;
fis7 = addInput(fis7, dataRange(26, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "
    StrainRate7");
fis7 = addInput(fis7, dataRange(27, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "
    InterPassTime7");
fis7 = addOutput(fis7, dataRange(38, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "Stress7
    ");

rules7 = [...
"Stress6 == mf1 & InterPassTime7 == mf4 & Temperature7 == mf4 &
    Strain7 == mf1 & StrainRate7 == mf4 => Stress7 == mf1";...
"Stress6 == mf3 & InterPassTime7 == mf3 & Temperature7 == mf3 &
    Strain7 == mf3 & StrainRate7 == mf3 => Stress7 == mf3";...
"Stress6 == mf2 & InterPassTime7 == mf1 & Temperature7 == mf1 &
    Strain7 == mf4 & StrainRate7 == mf2 => Stress7 == mf2";...
"Stress6 == mf4 & InterPassTime7 == mf1 & Temperature7 == mf1 &
    Strain7 == mf4 & StrainRate7 == mf1 => Stress7 == mf4";...
];

fis7 = addRule(fis7, rules7);

%.....

fis8 = sugfis('Name', 'fis8');
fis8 = addInput(fis8, dataRange(38, :), 'NumMFs', 4, 'Name', "Stress7")

```

```

;
fis8 = addInput(fis8,dataRange(28, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "
    Temperature8");
fis8 = addInput(fis8,dataRange(29, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "Strain8")
;
fis8 = addInput(fis8,dataRange(30, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "
    StrainRate8");
fis8 = addInput(fis8,dataRange(31, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "
    InterPassTime8");
fis8 = addOutput(fis8,dataRange(39, : ), 'NumMFs',4, 'Name', "Stress8
    ");

rules8 = [...
"Stress7 == mf1 & InterPassTime8 == mf4 & Temperature8 == mf4 &
    Strain8 == mf1 & StrainRate8 == mf4 => Stress8 == mf1";...
"Stress7 == mf3 & InterPassTime8 == mf4 & Temperature8 == mf4 &
    Strain8 == mf1 & StrainRate8 == mf2 => Stress8 == mf2";...
"Stress7 == mf2 & InterPassTime8 == mf1 & Temperature8 == mf1 &
    Strain8 == mf4 & StrainRate8 == mf3 => Stress8 == mf4";...
"Stress7 == mf4 & InterPassTime8 == mf1 & Temperature8 == mf1 &
    Strain8 == mf4 & StrainRate8 == mf1 => Stress8 == mf3";...
];

fis8 = addRule(fis8, rules8);

```

A.3 Conexão e organização dos FIS

```

con1 = ["fis1/Stress1" "fis2/Stress1"];
con2 = ["fis2/Stress2" "fis3/Stress2"];
con3 = ["fis3/Stress3" "fis4/Stress3"];
con4 = ["fis4/Stress4" "fis5/Stress4"];
con5 = ["fis5/Stress5" "fis6/Stress5"];
con6 = ["fis6/Stress6" "fis7/Stress6"];
con7 = ["fis7/Stress7" "fis8/Stress7"];

fisT = fistree([fis1 fis2 fis3 fis4 fis5 fis6 fis7 fis8], ...
    [con1; con2; con3; con4; con5; con6; con7]);

fisT.Outputs(end) = "fis1/Stress1";
fisT.Outputs(end+1) = "fis2/Stress2";
fisT.Outputs(end+1) = "fis3/Stress3";
fisT.Outputs(end+1) = "fis4/Stress4";

```

```

fisT.Outputs(end+1) = "fis5/Stress5";
fisT.Outputs(end+1) = "fis6/Stress6";
fisT.Outputs(end+1) = "fis7/Stress7";
fisT.Outputs(end+1) = "fis8/Stress8";

```

```

% figure(1);
plotfis(fisT);

```

A.4 Aprendizado das regras

```

[in,out,rule] = getTunableSettings(fisT);
options = tunefisOptions('Method','particleswarm', ...
    'OptimizationType','learning','NumMaxRules',32);

options.UseParallel = true;
options.MethodOptions.MaxIterations = 50;
rng('default');

inputOrders1 = [1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
    21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31];
orderedX1 = X(:,inputOrders1);
Y = PasSch6(:,[32 33 34 35 36 37 38 39]);

runtunefis = true;
if runtunefis
    fisTout1 = tunefis(fisT,[in;out;rule],orderedX1,Y,options);
end

% The learning process produces a set of new rules for the FIS tree
.
fprintf("Total number of rules = %d\n", numel([fisTout1.FIS.Rules])
);

```

A.5 Avaliação do sistema FIST

```

opt = evalfisOptions("EmptyOutputFuzzySetMessage","none", ...
    "NoRuleFiredMessage","none","outOfRangeInputValueMessage","
    none");

actY1 = evalfis(fisTout1,orderedX1,opt);

```

A.6 Cálculo da raiz do erro quadrático médio (RMSE)

```
% calculate RMSE
del = actY1 - Y;
rmse1 = sqrt(mean(del.^2));

figure
subplot(2,1,1)
hold on
bar(actY1)
bar(Y)
bar(min(actY1,Y), 'FaceColor', [0.5 0.5 0.5])
hold off
axis([0 5 0 500])
xlabel("Índice do conjunto de validacao", 'FontSize', 12)
ylabel("Erro (Tensao)", 'FontSize', 12)
legend(["Tensao Real" "Tensao Prevista" "Mínimo entre real e
prevista"], ...
'Location', 'NorthWest', 'FontSize', 10)
title("RMSE = " + num2str(rmse1) + " MPa", 'FontSize', 12)

subplot(2,1,2)
bar(actY1 - Y)
xlabel("Diferença entre valores reais e previstos", 'FontSize', 12)
```

A.7 Resultados calculados pelo sistema FIST

```
% Data of outputs = Calculated Data (fisTout1)
plot(actY1(1,:), '-r*');
hold on
plot(actY1(2,:), '-b*');
hold on
plot(actY1(3,:), '-g*');
hold on
plot(actY1(4,:), '-k*');
title('Dados calculados', 'FontSize', 16, 'FontWeight', 'bold');
ylabel('Tensao media de escoamento (MPa)', 'FontSize', 14);
xlabel('Numero de passes', 'FontSize', 14);
legend(["12 mm" "16 mm" "20 mm" "30 mm"], 'FontSize', 12, 'Location
', 'best');
set(gca, 'FontSize', 12); % Aumenta as marcas dos eixos (ticks)
axis([0 9 140 280]);
```

```
grid on

% Measured and Calculated Stresses for 12mm (fisTout1).
figure(1);
plot(actY1(1,:), '-b*');
hold on
plot(Y(1,:), '-g*');
title('Dados para chapa de 12 mm', 'FontSize', 16, 'FontWeight', '
    bold');
ylabel('Tensao media de escoamento (MPa)', 'FontSize', 14);
xlabel('Numero de passes', 'FontSize', 14);
legend(["Tensao calculada" "Tensao medida"], 'FontSize', 12, '
    Location', 'best');
axis([0 9 140 280]);
set(gca, 'FontSize', 12); % Aumenta as marcas dos eixos (ticks)
grid on

% Measured and Calculated Stresses for 16mm (fisTout1).
figure(2);
plot(actY1(2,:), '-b*');
hold on
plot(Y(2,:), '-g*');
title('Dados para chapa de 16 mm', 'FontSize', 16, 'FontWeight', '
    bold');
ylabel('Tensao media de escoamento (MPa)', 'FontSize', 14);
xlabel('Numero de passes', 'FontSize', 14);
legend(["Tensao calculada" "Tensao medida"], 'FontSize', 12, '
    Location', 'best');
axis([0 9 140 280]);
set(gca, 'FontSize', 12); % Aumenta as marcas dos eixos (ticks)
grid on

% Measured and Calculated Stresses for 20mm (fisTout1).
figure(3);
plot(actY1(3,:), '-b*');
hold on
plot(Y(3,:), '-g*');
title('Dados para chapa de 20 mm', 'FontSize', 16, 'FontWeight', '
    bold');
ylabel('Tensao media de escoamento (MPa)', 'FontSize', 14);
xlabel('Numero de passes', 'FontSize', 14);
legend(["Tensao calculada" "Tensao medida"], 'FontSize', 12, '
    Location', 'best');
```

```

    Location', 'best');
axis([0 9 140 280]);
set(gca, 'FontSize', 12); % Aumenta as marcas dos eixos (ticks)
grid on

% Measured and Calculated Stresses for 30mm (fisTout1).
figure(4);
plot(actY1(4,:), '-b*');
hold on
plot(Y(4,:), '-g*');
title('Dados para chapa de 30 mm', 'FontSize', 16, 'FontWeight', '
    bold');
ylabel('Tensao media de escoamento (MPa)', 'FontSize', 14);
xlabel('Numero de passes', 'FontSize', 14);
legend(["Tensao calculada" "Tensao medida"], 'FontSize', 12, '
    Location', 'best');
axis([0 9 140 280]);
set(gca, 'FontSize', 12); % Aumenta as marcas dos eixos (ticks)
grid on

```

A.8 Ajuste de todos os parâmetros do sistema fuzzy

```

[in,out,rule] = getTunableSettings(fisTout1);
options.OptimizationType = 'tuning';
options.Method = 'patternsearch';
options.MethodOptions.MaxIterations = 10;
rng('default');

if runtunefis
    fisTout2 = tunefis(fisTout1,[in;out;rule],orderedX1,Y,options);
end

% The learning process produces a set of new rules for the FIS tree
.
fprintf("Total number of rules = %d\n", numel([fisTout2.FIS.Rules])
);

```

A.9 Avaliação do sistema FIST ajustado

```

%EvaluateFIS
opt = evalfisOptions("EmptyOutputFuzzySetMessage","none", ...

```

```
"NoRuleFiredMessage", "none", "outOfRangeInputValueMessage", "
  none");
```

```
actY2 = evalfis(fisTout2, orderedX1, opt);
```

A.10 Cálculo da raiz do erro quadrático médio (RMSE)

```
del = actY2 - Y;
```

```
rmse2 = sqrt(mean(del.^2));
```

```
figure
```

```
subplot(2,1,1)
```

```
hold on
```

```
bar(actY2)
```

```
bar(Y)
```

```
bar(min(actY2, Y), 'FaceColor', [0.5 0.5 0.5])
```

```
hold off
```

```
axis([0 5 0 500])
```

```
xlabel("Indice do conjunto de validacao", 'FontSize', 12)
```

```
ylabel("Erro (Tensao)", 'FontSize', 12)
```

```
legend(["Tensao Real" "Tensao Prevista" "Minimo entre real e
  prevista"], ...
```

```
    'Location', 'NorthWest', 'FontSize', 10)
```

```
title("RMSE = " + num2str(rmse2) + " MPa", 'FontSize', 12)
```

```
set(gca, 'FontSize', 12) % Ajusta os ticks
```

```
subplot(2,1,2)
```

```
bar(actY2 - Y)
```

```
xlabel("Diferenca entre valores reais e previstos", 'FontSize', 12)
```

```
set(gca, 'FontSize', 12) % Ajusta os ticks
```

A.11 Resultados calculados pelo sistema FIST

```
% Data of outputs = Calculated Data (fisTout2)
```

```
plot(actY2(1,:), '-r*');
```

```
hold on
```

```
plot(actY2(2,:), '-b*');
```

```
hold on
```

```
plot(actY2(3,:), '-g*');
```

```
hold on
```

```
plot(actY2(4,:), '-k*');
```

```
title('Dados calculados', 'FontSize', 16, 'FontWeight', 'bold');
```

```
ylabel('Tensao media de escoamento (MPa)', 'FontSize', 14);
xlabel('Numero de passes', 'FontSize', 14);
legend(["12 mm" "16 mm" "20 mm" "30 mm"], 'FontSize', 12, 'Location', 'best');
set(gca, 'FontSize', 12); % Aumenta as marcas dos eixos (ticks)
axis([0 9 140 280]);
grid on

% Measured and Calculated Stresses for 12mm (fisTout2).
figure(1);
plot(actY2(1,:), '-b*');
hold on
plot(Y(1,:), '-g*');
title('Dados para chapa de 12 mm', 'FontSize', 16, 'FontWeight', 'bold');
ylabel('Tensao media de escoamento (MPa)', 'FontSize', 14);
xlabel('Numero de passes', 'FontSize', 14);
legend(["Tensao calculada" "Tensao medida"], 'FontSize', 12, 'Location', 'best');
axis([0 9 140 280]);
set(gca, 'FontSize', 12); % Aumenta as marcas dos eixos (ticks)
grid on

% Measured and Calculated Stresses for 16mm (fisTout2).
figure(2);
plot(actY2(2,:), '-b*');
hold on
plot(Y(2,:), '-g*');
title('Dados para chapa de 16 mm', 'FontSize', 16, 'FontWeight', 'bold');
ylabel('Tensao media de escoamento (MPa)', 'FontSize', 14);
xlabel('Numero de passes', 'FontSize', 14);
legend(["Tensao calculada" "Tensao medida"], 'FontSize', 12, 'Location', 'best');
axis([0 9 140 280]);
set(gca, 'FontSize', 12); % Aumenta as marcas dos eixos (ticks)
grid on

% Measured and Calculated Stresses for 20mm (fisTout2).
figure(3);
plot(actY2(3,:), '-b*');
hold on
```

```
plot(Y(3,:), '-g*');
title('Dados para chapa de 20 mm', 'FontSize', 16, 'FontWeight', '
    bold');
ylabel('Tensao media de escoamento (MPa)', 'FontSize', 14);
xlabel('Numero de passes', 'FontSize', 14);
legend(["Tensao calculada" "Tensao medida"], 'FontSize', 12, '
    Location', 'best');
axis([0 9 140 280]);
set(gca, 'FontSize', 12); % Aumenta as marcas dos eixos (ticks)
grid on

% Measured and Calculated Stresses for 30mm (fisTout2).
figure(4);
plot(actY2(4,:), '-b*');
hold on
plot(Y(4,:), '-g*');
title('Dados para chapa de 30 mm', 'FontSize', 16, 'FontWeight', '
    bold');
ylabel('Tensao media de escoamento (MPa)', 'FontSize', 14);
xlabel('Numero de passes', 'FontSize', 14);
legend(["Tensao calculada" "Tensao medida"], 'FontSize', 12, '
    Location', 'best');
axis([0 9 140 280]);
set(gca, 'FontSize', 12); % Aumenta as marcas dos eixos (ticks)
grid on
```

APÊNDICE B – CONSTRUÇÃO DO SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY TIPO ÁRVORE (FIST) PARA PREVER A FORÇA

A construção do sistema fuzzy tipo árvore apresentada neste apêndice segue a mesma lógica descrita no Apêndice A, diferenciando-se apenas pela variável de saída, que neste caso corresponde à força de laminação.

Dessa forma, os trechos de código não alterados são idênticos aos já apresentados no Apêndice A, sendo aqui destacados apenas os blocos modificados.

```
rules1 = [...
"Temperature1 == mf4 & Strain1 == mf4 & StrainRate1 == mf4 =>
  Force1 == mf1";...
"Temperature1 == mf2 & Strain1 == mf2 & StrainRate1 == mf3 =>
  Force1 == mf1";...
"Temperature1 == mf1 & Strain1 == mf2 & StrainRate1 == mf2 =>
  Force1 == mf2";...
"Temperature1 == mf1 & Strain1 == mf1 & StrainRate1 == mf1 =>
  Force1 == mf4";...
];
```

```
rules2 = [...
"Force1 == mf1 & InterPassTime2 == mf4 & Temperature2 == mf4 &
  Strain2 == mf4 & StrainRate2 == mf4 => Force2 == mf1";...
"Force1 == mf1 & InterPassTime2 == mf2 & Temperature2 == mf2 &
  Strain2 == mf3 & StrainRate2 == mf3 => Force2 == mf2";...
"Force1 == mf2 & InterPassTime2 == mf2 & Temperature2 == mf1 &
  Strain2 == mf2 & StrainRate2 == mf2 => Force2 == mf3";...
"Force1 == mf4 & InterPassTime2 == mf1 & Temperature2 == mf1 &
  Strain2 == mf1 & StrainRate2 == mf1 => Force2 == mf4";...
];
```

```
rules3 = [...
"Force2 == mf1 & InterPassTime3 == mf4 & Temperature3 == mf4 &
  Strain3 == mf4 & StrainRate3 == mf4 => Force3 == mf1";...
"Force2 == mf2 & InterPassTime3 == mf3 & Temperature3 == mf2 &
  Strain3 == mf4 & StrainRate3 == mf3 => Force3 == mf2";...
"Force2 == mf3 & InterPassTime3 == mf1 & Temperature3 == mf1 &
  Strain3 == mf1 & StrainRate3 == mf2 => Force3 == mf3";...
"Force2 == mf4 & InterPassTime3 == mf1 & Temperature3 == mf1 &
  Strain3 == mf1 & StrainRate3 == mf1 => Force3 == mf4";...
];
```

```
];
```

```
rules4 = [...
```

```
"Force3 == mf1 & InterPassTime4 == mf4 & Temperature4 == mf4 &  
  Strain4 == mf4 & StrainRate4 == mf4 => Force4 == mf1";...
```

```
"Force3 == mf2 & InterPassTime4 == mf3 & Temperature4 == mf2 &  
  Strain4 == mf4 & StrainRate4 == mf2 => Force4 == mf2";...
```

```
"Force3 == mf3 & InterPassTime4 == mf2 & Temperature4 == mf1 &  
  Strain4 == mf4 & StrainRate4 == mf1 => Force4 == mf3";...
```

```
"Force3 == mf4 & InterPassTime4 == mf1 & Temperature4 == mf1 &  
  Strain4 == mf1 & StrainRate4 == mf1 => Force4 == mf4";...
```

```
];
```

```
rules5 = [...
```

```
"Force4 == mf1 & InterPassTime5 == mf4 & Temperature5 == mf4 &  
  Strain5 == mf1 & StrainRate5 == mf4 => Force5 == mf1";...
```

```
"Force4 == mf2 & InterPassTime5 == mf2 & Temperature5 == mf2 &  
  Strain5 == mf1 & StrainRate5 == mf3 => Force5 == mf2";...
```

```
"Force4 == mf3 & InterPassTime5 == mf1 & Temperature5 == mf1 &  
  Strain5 == mf1 & StrainRate5 == mf2 => Force5 == mf3";...
```

```
"Force4 == mf4 & InterPassTime5 == mf1 & Temperature5 == mf1 &  
  Strain5 == mf4 & StrainRate5 == mf1 => Force5 == mf4";...
```

```
];
```

```
rules6 = [...
```

```
"Force5 == mf1 & InterPassTime6 == mf4 & Temperature6 == mf4 &  
  Strain6 == mf1 & StrainRate6 == mf4 => Force6 == mf1";...
```

```
"Force5 == mf2 & InterPassTime6 == mf3 & Temperature6 == mf3 &  
  Strain6 == mf3 & StrainRate6 == mf3 => Force6 == mf2";...
```

```
"Force5 == mf3 & InterPassTime6 == mf1 & Temperature6 == mf1 &  
  Strain6 == mf4 & StrainRate6 == mf2 => Force6 == mf3";...
```

```
"Force5 == mf4 & InterPassTime6 == mf1 & Temperature6 == mf1 &  
  Strain6 == mf4 & StrainRate6 == mf1 => Force6 == mf4";...
```

```
];
```

```
rules7 = [...
```

```
"Force6 == mf1 & InterPassTime7 == mf4 & Temperature7 == mf4 &  
  Strain7 == mf1 & StrainRate7 == mf4 => Force7 == mf1";...
```

```
"Force6 == mf2 & InterPassTime7 == mf3 & Temperature7 == mf3 &  
  Strain7 == mf3 & StrainRate7 == mf3 => Force7 == mf2";...
```

```
"Force6 == mf3 & InterPassTime7 == mf1 & Temperature7 == mf1 &  
  Strain7 == mf4 & StrainRate7 == mf2 => Force7 == mf3";...
```

```
"Force6 == mf4 & InterPassTime7 == mf1 & Temperature7 == mf1 &
  Strain7 == mf4 & StrainRate7 == mf1 => Force7 == mf4";...
];

rules8 = [...
"Force7 == mf1 & InterPassTime8 == mf4 & Temperature8 == mf4 &
  Strain8 == mf1 & StrainRate8 == mf4 => Force8 == mf1";...
"Force7 == mf2 & InterPassTime8 == mf4 & Temperature8 == mf4 &
  Strain8 == mf1 & StrainRate8 == mf2 => Force8 == mf2";...
"Force7 == mf3 & InterPassTime8 == mf1 & Temperature8 == mf1 &
  Strain8 == mf4 & StrainRate8 == mf3 => Force8 == mf3";...
"Force7 == mf4 & InterPassTime8 == mf1 & Temperature8 == mf1 &
  Strain8 == mf4 & StrainRate8 == mf1 => Force8 == mf4";...
];
```

APÊNDICE C – CONSTRUÇÃO DO SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY TIPO ÁRVORE (FIST) PARA PREVER A TENSÃO (TME), UTILIZANDO A ESPESSURA NO LUGAR DA DEFORMAÇÃO

A construção do sistema fuzzy apresentada neste apêndice segue a mesma lógica descrita no Apêndice A, diferenciando-se apenas pela variável de entrada. Enquanto no Apêndice A a deformação (ϵ) foi considerada como parâmetro de entrada, neste caso a variável utilizada corresponde à espessura da chapa.

```
rules1 = [...
"Temperature1 == mf4 & Thickness1 == mf1 & StrainRate1 == mf4 =>
    Stress1 == mf4";...
"Temperature1 == mf2 & Thickness1 == mf2 & StrainRate1 == mf3 =>
    Stress1 == mf2";...
"Temperature1 == mf1 & Thickness1 == mf3 & StrainRate1 == mf2 =>
    Stress1 == mf1";...
"Temperature1 == mf1 & Thickness1 == mf4 & StrainRate1 == mf1 =>
    Stress1 == mf3";...
];
```

```
rules2 = [...
"Stress1 == mf4 & InterPassTime2 == mf4 & Temperature2 == mf4 &
    Thickness2 == mf1 & StrainRate2 == mf4 => Stress2 == mf3";...
"Stress1 == mf2 & InterPassTime2 == mf2 & Temperature2 == mf2 &
    Thickness2 == mf2 & StrainRate2 == mf3 => Stress2 == mf2";...
"Stress1 == mf1 & InterPassTime2 == mf2 & Temperature2 == mf1 &
    Thickness2 == mf3 & StrainRate2 == mf2 => Stress2 == mf1";...
"Stress1 == mf3 & InterPassTime2 == mf1 & Temperature2 == mf1 &
    Thickness2 == mf4 & StrainRate2 == mf1 => Stress2 == mf4";...
];
```

```
rules3 = [...
"Stress2 == mf3 & InterPassTime3 == mf4 & Temperature3 == mf4 &
    Thickness3 == mf1 & StrainRate3 == mf4 => Stress3 == mf1";...
"Stress2 == mf2 & InterPassTime3 == mf3 & Temperature3 == mf2 &
    Thickness3 == mf2 & StrainRate3 == mf3 => Stress3 == mf2";...
"Stress2 == mf1 & InterPassTime3 == mf1 & Temperature3 == mf1 &
    Thickness3 == mf3 & StrainRate3 == mf2 => Stress3 == mf3";...
"Stress2 == mf4 & InterPassTime3 == mf1 & Temperature3 == mf1 &
    Thickness3 == mf4 & StrainRate3 == mf1 => Stress3 == mf4";...
];
```

```
];
```

```
rules4 = [...
```

```
"Stress3 == mf1 & InterPassTime4 == mf4 & Temperature4 == mf4 &  
  Thickness4 == mf1 & StrainRate4 == mf4 => Stress4 == mf1";...
```

```
"Stress3 == mf2 & InterPassTime4 == mf3 & Temperature4 == mf2 &  
  Thickness4 == mf2 & StrainRate4 == mf2 => Stress4 == mf2";...
```

```
"Stress3 == mf3 & InterPassTime4 == mf2 & Temperature4 == mf1 &  
  Thickness4 == mf3 & StrainRate4 == mf1 => Stress4 == mf3";...
```

```
"Stress3 == mf4 & InterPassTime4 == mf1 & Temperature4 == mf1 &  
  Thickness4 == mf4 & StrainRate4 == mf1 => Stress4 == mf4";...
```

```
];
```

```
rules5 = [...
```

```
"Stress4 == mf1 & InterPassTime5 == mf4 & Temperature5 == mf4 &  
  Thickness5 == mf1 & StrainRate5 == mf4 => Stress5 == mf1";...
```

```
"Stress4 == mf2 & InterPassTime5 == mf2 & Temperature5 == mf2 &  
  Thickness5 == mf2 & StrainRate5 == mf3 => Stress5 == mf2";...
```

```
"Stress4 == mf3 & InterPassTime5 == mf1 & Temperature5 == mf1 &  
  Thickness5 == mf3 & StrainRate5 == mf2 => Stress5 == mf3";...
```

```
"Stress4 == mf4 & InterPassTime5 == mf1 & Temperature5 == mf1 &  
  Thickness5 == mf4 & StrainRate5 == mf1 => Stress5 == mf4";...
```

```
];
```

```
rules6 = [...
```

```
"Stress5 == mf1 & InterPassTime6 == mf4 & Temperature6 == mf4 &  
  Thickness6 == mf1 & StrainRate6 == mf4 => Stress6 == mf1";...
```

```
"Stress5 == mf2 & InterPassTime6 == mf3 & Temperature6 == mf3 &  
  Thickness6 == mf2 & StrainRate6 == mf3 => Stress6 == mf3";...
```

```
"Stress5 == mf3 & InterPassTime6 == mf1 & Temperature6 == mf1 &  
  Thickness6 == mf3 & StrainRate6 == mf2 => Stress6 == mf2";...
```

```
"Stress5 == mf4 & InterPassTime6 == mf1 & Temperature6 == mf1 &  
  Thickness6 == mf4 & StrainRate6 == mf1 => Stress6 == mf4";...
```

```
];
```

```
rules7 = [...
```

```
"Stress6 == mf1 & InterPassTime7 == mf4 & Temperature7 == mf4 &  
  Thickness7 == mf1 & StrainRate7 == mf4 => Stress7 == mf1";...
```

```
"Stress6 == mf3 & InterPassTime7 == mf3 & Temperature7 == mf3 &  
  Thickness7 == mf2 & StrainRate7 == mf3 => Stress7 == mf3";...
```

```
"Stress6 == mf2 & InterPassTime7 == mf1 & Temperature7 == mf1 &  
  Thickness7 == mf3 & StrainRate7 == mf2 => Stress7 == mf2";...
```

```
"Stress6 == mf4 & InterPassTime7 == mf1 & Temperature7 == mf1 &  
    Thickness7 == mf4 & StrainRate7 == mf1 => Stress7 == mf4";...  
];
```

```
rules8 = [...  
"Stress7 == mf1 & InterPassTime8 == mf4 & Temperature8 == mf4 &  
    Thickness8 == mf1 & StrainRate8 == mf4 => Stress8 == mf1";...  
"Stress7 == mf3 & InterPassTime8 == mf4 & Temperature8 == mf4 &  
    Thickness8 == mf2 & StrainRate8 == mf2 => Stress8 == mf2";...  
"Stress7 == mf2 & InterPassTime8 == mf1 & Temperature8 == mf1 &  
    Thickness8 == mf3 & StrainRate8 == mf3 => Stress8 == mf4";...  
"Stress7 == mf4 & InterPassTime8 == mf1 & Temperature8 == mf1 &  
    Thickness8 == mf4 & StrainRate8 == mf1 => Stress8 == mf3";...  
];
```

APÊNDICE D – CONSTRUÇÃO DO SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY TIPO ÁRVORE (FIST) PARA PREVER A FORÇA, UTILIZANDO A ESPESSURA NO LUGAR DA DEFORMAÇÃO

A construção do sistema fuzzy tipo árvore apresentada neste apêndice segue a mesma lógica descrita no Apêndices A, diferenciando-se, entretanto, pelas variáveis utilizadas. Neste caso, a variável de entrada considerada corresponde à espessura da chapa (thickness), em substituição à deformação (ϵ), e a variável de saída corresponde à força de laminação (Force), em lugar da tensão média de escoamento (MFS). Assim, os trechos de código que permanecem inalterados não são aqui reproduzidos. São destacados apenas os blocos modificados.

```
rules1 = [...
"Temperature1 == mf4 & Thickness1 == mf1 & StrainRate1 == mf4 =>
    Force1 == mf1";...
"Temperature1 == mf2 & Thickness1 == mf2 & StrainRate1 == mf3 =>
    Force1 == mf1";...
"Temperature1 == mf1 & Thickness1 == mf3 & StrainRate1 == mf2 =>
    Force1 == mf2";...
"Temperature1 == mf1 & Thickness1 == mf4 & StrainRate1 == mf1 =>
    Force1 == mf4";...
];
```

```
rules2 = [...
"Force1 == mf1 & InterPassTime2 == mf4 & Temperature2 == mf4 &
    Thickness2 == mf1 & StrainRate2 == mf4 => Force2 == mf1";...
"Force1 == mf1 & InterPassTime2 == mf2 & Temperature2 == mf2 &
    Thickness2 == mf2 & StrainRate2 == mf3 => Force2 == mf2";...
"Force1 == mf2 & InterPassTime2 == mf2 & Temperature2 == mf1 &
    Thickness2 == mf3 & StrainRate2 == mf2 => Force2 == mf3";...
"Force1 == mf4 & InterPassTime2 == mf1 & Temperature2 == mf1 &
    Thickness2 == mf4 & StrainRate2 == mf1 => Force2 == mf4";...
];
```

```
rules3 = [...
"Force2 == mf1 & InterPassTime3 == mf4 & Temperature3 == mf4 &
    Thickness3 == mf1 & StrainRate3 == mf4 => Force3 == mf1";...
"Force2 == mf2 & InterPassTime3 == mf3 & Temperature3 == mf2 &
    Thickness3 == mf2 & StrainRate3 == mf3 => Force3 == mf2";...
"Force2 == mf3 & InterPassTime3 == mf1 & Temperature3 == mf1 &
    Thickness3 == mf3 & StrainRate3 == mf2 => Force3 == mf3";...
```

```
"Force2 == mf4 & InterPassTime3 == mf1 & Temperature3 == mf1 &
  Thickness3 == mf4 & StrainRate3 == mf1 => Force3 == mf4";...
];
```

```
rules4 = [...
"Force3 == mf1 & InterPassTime4 == mf4 & Temperature4 == mf4 &
  Thickness4 == mf1 & StrainRate4 == mf4 => Force4 == mf1";...
"Force3 == mf2 & InterPassTime4 == mf3 & Temperature4 == mf2 &
  Thickness4 == mf2 & StrainRate4 == mf2 => Force4 == mf2";...
"Force3 == mf3 & InterPassTime4 == mf2 & Temperature4 == mf1 &
  Thickness4 == mf3 & StrainRate4 == mf1 => Force4 == mf3";...
"Force3 == mf4 & InterPassTime4 == mf1 & Temperature4 == mf1 &
  Thickness4 == mf4 & StrainRate4 == mf1 => Force4 == mf4";...
];
```

```
rules5 = [...
"Force4 == mf1 & InterPassTime5 == mf4 & Temperature5 == mf4 &
  Thickness5 == mf1 & StrainRate5 == mf4 => Force5 == mf1";...
"Force4 == mf2 & InterPassTime5 == mf2 & Temperature5 == mf2 &
  Thickness5 == mf2 & StrainRate5 == mf3 => Force5 == mf2";...
"Force4 == mf3 & InterPassTime5 == mf1 & Temperature5 == mf1 &
  Thickness5 == mf3 & StrainRate5 == mf2 => Force5 == mf3";...
"Force4 == mf4 & InterPassTime5 == mf1 & Temperature5 == mf1 &
  Thickness5 == mf4 & StrainRate5 == mf1 => Force5 == mf4";...
];
```

```
rules6 = [...
"Force5 == mf1 & InterPassTime6 == mf4 & Temperature6 == mf4 &
  Thickness6 == mf1 & StrainRate6 == mf4 => Force6 == mf1";...
"Force5 == mf2 & InterPassTime6 == mf3 & Temperature6 == mf3 &
  Thickness6 == mf2 & StrainRate6 == mf3 => Force6 == mf2";...
"Force5 == mf3 & InterPassTime6 == mf1 & Temperature6 == mf1 &
  Thickness6 == mf3 & StrainRate6 == mf2 => Force6 == mf3";...
"Force5 == mf4 & InterPassTime6 == mf1 & Temperature6 == mf1 &
  Thickness6 == mf4 & StrainRate6 == mf1 => Force6 == mf4";...
];
```

```
rules7 = [...
"Force6 == mf1 & InterPassTime7 == mf4 & Temperature7 == mf4 &
  Thickness7 == mf1 & StrainRate7 == mf4 => Force7 == mf1";...
"Force6 == mf2 & InterPassTime7 == mf3 & Temperature7 == mf3 &
  Thickness7 == mf2 & StrainRate7 == mf3 => Force7 == mf2";...
```

```
"Force6 == mf3 & InterPassTime7 == mf1 & Temperature7 == mf1 &
  Thickness7 == mf3 & StrainRate7 == mf2 => Force7 == mf3";...
"Force6 == mf4 & InterPassTime7 == mf1 & Temperature7 == mf1 &
  Thickness7 == mf4 & StrainRate7 == mf1 => Force7 == mf4";...
];

rules8 = [...
"Force7 == mf1 & InterPassTime8 == mf4 & Temperature8 == mf4 &
  Thickness8 == mf1 & StrainRate8 == mf4 => Force8 == mf1";...
"Force7 == mf2 & InterPassTime8 == mf4 & Temperature8 == mf4 &
  Thickness8 == mf2 & StrainRate8 == mf2 => Force8 == mf2";...
"Force7 == mf3 & InterPassTime8 == mf1 & Temperature8 == mf1 &
  Thickness8 == mf3 & StrainRate8 == mf3 => Force8 == mf3";...
"Force7 == mf4 & InterPassTime8 == mf1 & Temperature8 == mf1 &
  Thickness8 == mf4 & StrainRate8 == mf1 => Force8 == mf4";...
];
```

APÊNDICE E – CONSTRUÇÃO DO SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY (FIST) SEM OS DADOS DA CHAPA DE 16 MM

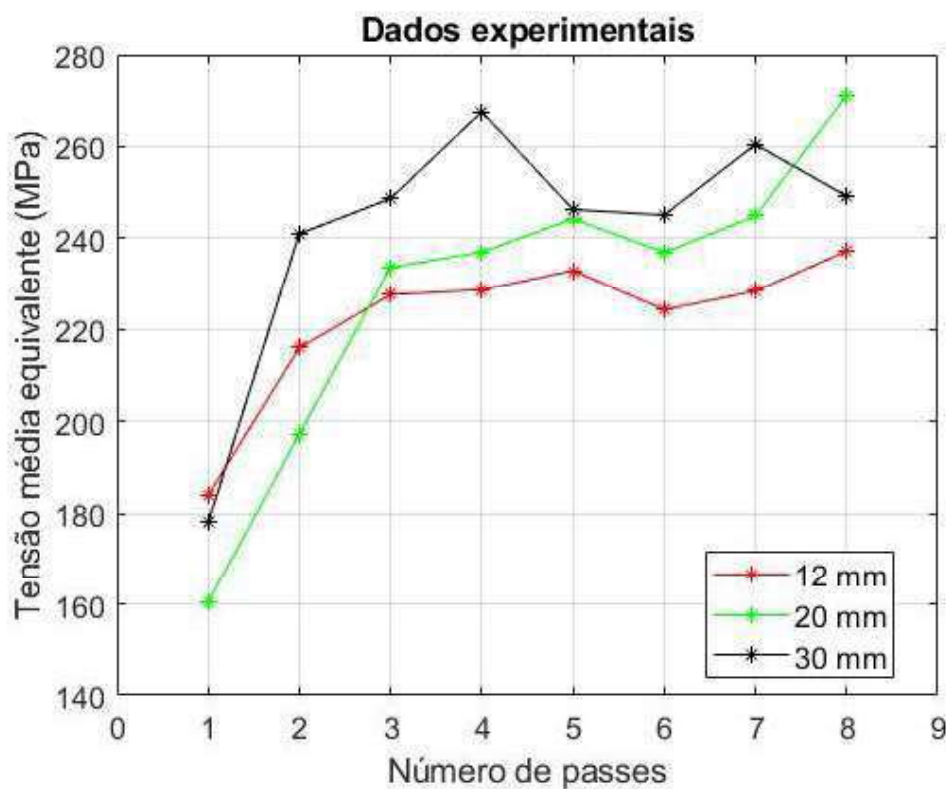
Neste apêndice são apresentados os códigos referentes à geração do modelo FIST considerando a exclusão dos dados da chapa de 16 mm. Uma vez que a metodologia adotada segue os mesmos procedimentos descritos nos apêndices anteriores, são detalhadas apenas as etapas que sofreram modificações específicas em relação à estrutura previamente apresentada.

E.1 Dados industriais utilizados no treinamento do FIST

```
load PasSch6.txt
dataRange = [min(PasSch6( : ,1:39))' max(PasSch6( : ,1:39))'];
X = PasSch6( : ,1:31);
Y = PasSch6( : ,32:39);

figure(1);
plot(Y(1, :), '-r*');
hold on
plot(Y(2, :), '-g*');
hold on
plot(Y(3, :), '-k*');
title('Dados experimentais', 'FontSize', 16, 'FontWeight', 'bold');
ylabel('Tensao media de escoamento (MPa)', 'FontSize', 14, '
    Interpreter', 'none');
xlabel('Numero de passes', 'FontSize', 14, 'Interpreter', 'none');
legend(["12mm" "20mm" "30mm"], 'FontSize', 12, 'Location', 'best');
set(gca, 'FontSize', 12); % Aumenta as marcas dos eixos (ticks)
axis([0 9 140 280]);
grid on
```

Figura 38 – Dados experimentais sem os dados da chapa de 16mm



Fonte: O Autor

E.2 Construção do sistema FIST

A construção de cada sistema de inferência fuzzy (FIS) segue a mesma metodologia apresentada no Apêndice A, destinada à previsão da tensão média equivalente (TME). Para a previsão da força de laminação, entretanto, torna-se necessária a modificação das regras, conforme descrito no Apêndice B. Já para a alteração das variáveis de entrada, especificamente a substituição da deformação pela espessura, devem ser consideradas as regras apresentadas nos Apêndices C e D.

E.3 Inserir dados de entrada da chapa de 16mm

Após a construção do modelo FIST e seu treinamento com a exclusão dos dados referentes à chapa de 16 mm, torna-se necessário fornecer ao sistema os dados de entrada correspondentes, de modo a permitir a previsão da tensão média equivalente (TME).

```
load PasSch6in.txt
newPlate = PasSch6in(1 , 1:31);
inputOrders1 = 1:31;
newX = newPlate(inputOrders1);
```

E.4 Predição da TME da chapa de 16mm

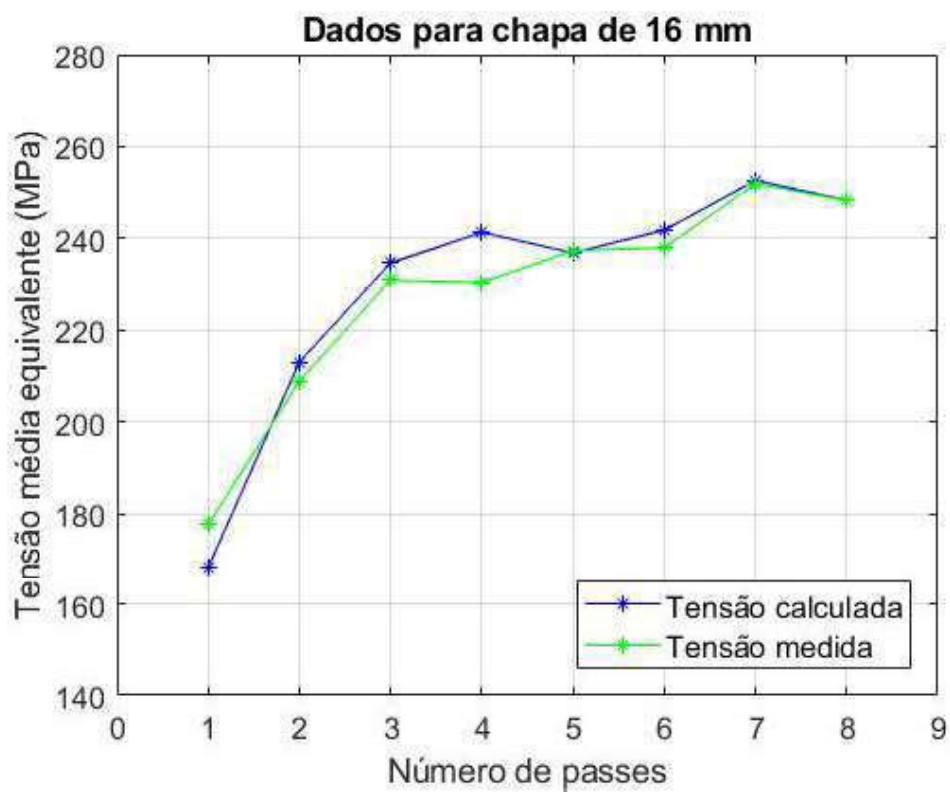
```
predStress = evalfis(fisTout1 , newX);
```

E.4.1 Comparação da TME calculada e medida da chapa de 16mm

```
load PasSch6out.txt
expStress = PasSch6out(1 , 1:8);

figure(4);
plot(predStress(1, : ), '-b*');
hold on
plot(expStress(1, : ), '-g*');
title('Dados para chapa de 16 mm', 'FontSize', 16, 'FontWeight', 'bold')
;
ylabel('Tensao media de escoamento (MPa)', 'FontSize', 14, 'Interpreter',
, 'none');
xlabel('Numero de passes', 'FontSize', 14, 'Interpreter', 'none');
legend(["Tensao calculada" "Tensao medida"], 'FontSize', 12, 'Location',
'best', 'Interpreter', 'none');
axis([0 9 140 280]);
set(gca, 'FontSize', 12);
grid on
```

Figura 39 – Dados calculados e experimentais sem os dados da chapa de 16mm



Fonte: O Autor