



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

Leonardo Arruda Lima

**ESTUDO DA DINÂMICA DO ESCOAMENTO EM LEITOS DE LAMA
PARA APLICAÇÃO EM REATORES DE FISCHER-TROPSCH**

São Carlos/SP

2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

ESTUDO DA DINÂMICA DO ESCOAMENTO EM LEITOS DE LAMA
PARA APLICAÇÃO EM REATORES DE FISCHER-TROPSCH

Leonardo Arruda Lima

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química (PPGEQ), da UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Orientadora: Dra. Gabriela Cantarelli Lopes

São Carlos/SP

2025



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Leonardo Arruda Lima, realizada em 25/07/2025.

Comissão Julgadora:

Profa. Dra. Gabriela Cantarelli Lopes (UFSCar)

Prof. Dr. Dirceu Noriler (UNICAMP)

Prof. Dr. Thiago Faggion de Pádua (UFSCar)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química.

Agradecimentos

Aos meus pais, por terem me dado muito mais do que receberam. Pelo amor e apoio constantes, mas, principalmente, pelo exemplo de caráter e pela base que me proporcionaram.

À minha irmã Laura, pela presença, pelas palavras de incentivo e por estar sempre por perto, mesmo nos silêncios.

À professora Gabriela Cantarelli Lopes, pela orientação atenciosa, pela paciência em cada etapa, pelos conselhos e pela confiança depositada desde o primeiro dia de trabalho.

Aos colegas e amigos do Departamento de Engenharia Química, pela parceria, pelas conversas e cafés que aliviaram a rotina, e pelos bons momentos compartilhados, em especial àqueles do laboratório da professora Gabriela: Welberth, Karla, Ricardo e Liliane.

Aos amigos de fora do departamento que me acompanharam e apoiaram nesse processo, em especial: Cláudio, Cícero, Iandra, Milena e Victor.

À Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, pela oportunidade e pela estrutura fornecida para a realização deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Este projeto teve o apoio financeiro da ANP, FAPESP (Projeto #2024/10494-5 e MCTI através da bolsa de mestrado concedida pelo programa PRH 39.1 DEQ/UFSCar.

Resumo

A busca por soluções sustentáveis e mais eficientes, como a produção de combustíveis sustentáveis de aviação, tem impulsionado o estudo de reatores multifásicos, entre os quais se destacam os reatores de leito de lama. Nesse cenário, a fluidodinâmica computacional tem se consolidado como uma ferramenta para investigar o comportamento fluidodinâmico de sistemas gás-líquido-sólido e apoiar o desenvolvimento de estratégias de otimização desses processos. Inicialmente, foi realizada uma análise numérica da dinâmica do escoamento em uma coluna de bolhas operando em regime bifásico, sob velocidades superficiais de 0,05, 0,10 e 0,30 m/s, avaliando-se o impacto de diferentes forças interfásicas e parâmetros de ruptura de bolhas sobre a distribuição de gás no sistema. No regime bifásico, observou-se que a escolha dos coeficientes de arrasto e sustentação influencia significativamente a retenção global e local de gás. A calibração dos parâmetros de ruptura ($We_{cr} = 3$, $C_g = 0,673$) permitiu reproduzir o aumento do diâmetro médio de Sauter com a altura da coluna. Em seguida, avaliou-se o impacto da adição de partículas de vidro com diâmetro de 250 μm ao sistema, por meio da modelagem Euleriana, em duas concentrações distintas (10% e 20% vol.). A presença da fase sólida reduziu a retenção global de gás, efeito associado à formação de um escoamento núcleo-anular. No entanto, diferentemente dos dados experimentais de referência, as simulações indicaram uma redução no diâmetro médio das bolhas com o aumento da concentração de sólidos, devido à intensificação dos fenômenos de quebra. Os resultados obtidos evidenciam o papel da modelagem das forças interfásicas e dos parâmetros de ruptura na previsão da fluidodinâmica em colunas de bolhas, além de revelar que a adição de partículas modifica a dinâmica do escoamento e reduz a retenção de gás.

Palavras-chave: Escoamento multifásico; Forças interfásicas; Fluidodinâmica computacional; Leito de lama.

ABSTRACT

The search for more sustainable and efficient solutions, such as the production of sustainable aviation fuels, has driven the study of multiphase reactors, among which slurry bubble column reactors stand out. In this context, computational fluid dynamics has emerged as a valuable tool for investigating the hydrodynamic behavior of gas–liquid–solid systems and supporting the development of optimization strategies for these processes. Initially, a numerical analysis of the flow dynamics in a bubble column operating in a gas–liquid regime was performed at superficial gas velocities of 0.05, 0.10, and 0.30 m/s, assessing the impact of different interfacial forces and bubble breakup parameters on gas distribution. In the two-phase regime, it was observed that the choice of drag and lift coefficients significantly influenced the global and local gas holdup. The calibration of the breakup parameters ($We_{cr} = 3$, $C_g = 0.673$) allowed reproducing the increase in Sauter mean diameter with column height. Subsequently, the impact of adding glass particles with a diameter of 250 μm was evaluated using an Eulerian modeling approach, at two different concentrations (10% and 20% vol.). The presence of the solid phase reduced the global gas holdup, an effect associated with the formation of a core–annular flow pattern. However, unlike the reference experimental data, the simulations showed a decrease in the mean bubble diameter with increasing solid concentration, due to intensified breakup phenomena. The results highlight the role of interfacial force modeling and breakup parameters in predicting the hydrodynamics of bubble columns and reveal that the addition of particles modifies the flow dynamics and reduces gas retention.

Keywords: Multiphase flow; Interfacial forces; Computational fluid dynamics; Slurry bed.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Número de publicações relacionadas com colunas de bolhas e leito de lama	4
Figura 2 – Representação de um reator de leito de lama.	8
Figura 3 – Mapa de regime de escoamento em função da velocidade superficial do gás e diâmetro do reator	11
Figura 4 – Geometria da coluna experimental de Tyagi e Buwa (2017a)	16
Figura 5 – Evolução temporal da fração volumétrica de gás para o caso DT-LT-W3-C0,67-P10.	19
Figura 6 – Esquema das interações entre as fases em sistemas gás-líquido-sólido.	24
Figura 7 – (A) Visão Frontal (B) Visão Lateral (C) Entrada (D) Saída	38
Figura 8 – Frações volumétricas globais média de gás para o sistema bifásico, considerando apenas a força de arrasto	39
Figura 9 – Frações volumétricas locais médias de gás para o sistema bifásico, considerando apenas a força de arrasto	40
Figura 10 – Fração volumétrica global média de gás para o sistema bifásico, considerando as forças de arrasto e sustentação	41
Figura 11 – Fração volumétrica local média de gás para o sistema bifásico, considerando as forças de arrasto e sustentação	42
Figura 12 – Perfis de fração volumétrica de gás, velocidade do gás e diâmetro de bolha para $We_{cr} = 0,23$ a partir da média do tempo.	44
Figura 13 – Fração volumétrica global de gás para diferentes valores de We_{cr} com força de arrasto e coeficiente de sustentação constante.	45
Figura 14 – Fração volumétrica global de gás para diferentes valores de We_{cr} com força de arrasto e coeficiente de sustentação de Tomiyama.	46
Figura 15 – Média dos diâmetros médios de Sauter e respectivos desvios padrão com força de arrasto e coeficiente de sustentação nas diferentes velocidades superficiais.	47

Figura 16 – Média dos diâmetros médios de Sauter e respectivos desvios padrão com força de arrasto e coeficiente de sustentação de Tomiyama nas diferentes velocidades superficiais.	47
Figura 17 – Fração volumétrica local média de gás para diferentes valores de We_{cr} com força de arrasto e coeficiente de sustentação constante.	49
Figura 18 – Fração volumétrica local média de gás para diferentes valores de We_{cr} com força de arrasto e coeficiente de sustentação de Tomiyama.	50
Figura 19 – Perfis de velocidade média do gás para $We_{cr} = 0,23$ e $We_{cr} = 3$	51
Figura 20 – Distribuição do diâmetro médio de Sauter ao longo da altura da coluna para diferentes valores de We_{cr}	51
Figura 21 – Fração volumétrica global média de gás para $We_{cr} = 3$ com $C_g = 2$ e $C_g = 0,673$	53
Figura 22 – Diâmetro médio de Sauter e desvios padrão para $We_{cr} = 3$ com $C_g = 2$ e $C_g = 0,673$ nas três velocidades superficiais avaliadas.	53
Figura 23 – Fração volumétrica local obtidas com as forças de arrasto e coeficiente de sustentação constante para $We_{cr} = 3$ e C_g iguais a 2 e 0,673 nas três velocidades.	54
Figura 24 – Fração volumétrica local obtidas com as forças de arrasto e coeficiente de sustentação constante para $We_{cr} = 3$ e C_g iguais a 2 e 0,673 nas velocidades 0,05 m/s, 0,10 m/s e 0,30 m/s.	55
Figura 25 – Distribuição do diâmetro médio de Sauter ao longo da altura da coluna para $C_g = 2$ e $C_g = 0,673$	55
Figura 26 – Comparação da fração volumétrica global da coluna de bolhas gás-liquido e gás-liquido-partícula para diferentes velocidade.	56
Figura 27 – Comparação da fração volumétrica local de gás nas condições bifásica (P00) e trifásicas (P10) para diferentes velocidades superficiais do gás.	57
Figura 28 – Comparação da fração volumétrica local de gás nas condições bifásica (P00) e trifásicas (P20) para diferentes velocidades superficiais do gás.	58
Figura 29 – Média do diâmetro médio de Sauter e desvios padrão para a coluna de bolhas e o leito de lama.	59
Figura 30 – Perfis de fração volumétrica de gás, velocidade do gás e diâmetro médio de Sauter para diferentes concentrações de sólidos.	60

Figura 31 – Fração volumétrica local de partículas para diferentes concentrações de sólidos (10 e 20 vol.%)	61
Figura 32 – Perfis de velocidade média do gás para diferentes concentrações de sólidos (10 e 20 vol.%)	62
Figura 33 – Componente y da velocidade média das partículas sólidas	63

Lista de tabelas

Tabela 1 – Casos simulados com a descrição das variáveis	17
Tabela 2 – Condições de contorno e parâmetros numéricos adotados nas simulações	19
Tabela 3 – Condições de operação e propriedades físicas das fases utilizadas nas simulações.	19
Tabela 4 – Detalhes das três resoluções de malha utilizadas no estudo de indepen- dência de malha.	35
Tabela 5 – Parâmetros para a retenção global de gás calculados pelo procedimento GCI.	36
Tabela 6 – Parâmetros para a retenção local de gás calculados pelo procedimento GCI a uma altura de 0,270 m.	37
Tabela 7 – Parâmetros para a retenção local de gás calculados pelo procedimento GCI a uma altura de 0,765 m.	37

Lista de símbolos

A_{ij}^D	Área interfacial entre as fases líquida e gasosa
Bd_o	Número de Bond com base no diâmetro do orifício, dado por $Bd_o = \frac{\rho_L g d_o^2}{\sigma}$
C	Constante de calibração do modelo de coalescência
C_D	Coefficiente de arrasto
$C_{D,lg}$	Coefficiente de arrasto gás-líquido
$C_{D,sphere}$	Coefficiente de arrasto para bolha esférica
$C_{D,distorted}$	Coefficiente de arrasto para bolha deformada
$C_{D,cap}$	Coefficiente de arrasto para bolha em forma de chapéu
C_μ	Constante do modelo $k-\varepsilon$ ($C_\mu = 0,09$)
C_g	Constante de calibração para a taxa de ruptura
C_L	Coefficiente de sustentação
$C_{L,lg}$	Coefficiente de sustentação
C_t	Coefficiente de resposta à turbulência
C_t^*	Coefficiente ajustado de resposta à turbulência
C_{TD}	Coefficiente de dispersão turbulenta
C_{VM}	Coefficiente de massa virtual
C_{WL}	Coefficiente de lubrificação de parede
C_{ε_1}	Constante do modelo $k-\varepsilon$ ($C_{\varepsilon_1} = 1.44$)
C_{ε_2}	Constante do modelo $k-\varepsilon$ ($C_{\varepsilon_2} = 1.92$)
C_{W1}	Constante do modelo de lubrificação de parede

C_{W2}	Constante do modelo de lubrificação de parede
d_b	Diâmetro da bolha
d_{30}	Diâmetro médio ponderado pelo volume
d_{32}	Diâmetro de Sauter
d_{cr}	Diâmetro crítico de ruptura
d_{eq}	Diâmetro médio equivalente
d_h	Diâmetro hidráulico
d_o	Diâmetro do orifício, em milímetros (mm)
EO	Número de Eötvös
F_{cl}	Coefficiente de calibração da coalescência
Fr	Número de Froude, definido como $Fr = \frac{u_{so}^2}{d_o g}$
$f(\alpha_g)$	Função de ajuste do coeficiente de resposta à turbulência em função da fração de gás
Ga	Número de Galileu, calculado por $Ga = \frac{\rho_L^2 d_o^3 g}{\mu_L^2}$
K_{br}	Taxa de ruptura de bolhas
k_g	Energia cinética turbulenta da fase gasosa
k_l	Energia cinética turbulenta da fase líquida
k_i	Energia cinética turbulenta da fase i
k_{coll}	Coefficiente da taxa de colisão
l_e	Comprimento de escala turbulento
L_k	Escala de comprimento de Kolmogorov
M_γ	Momento da distribuição de tamanho das bolhas
n_s	Número de partículas por unidade de volume

P_i	Produção de energia cinética turbulenta da fase i
P_{cl}	Probabilidade de coalescência
p	Pressão
Pr_{t-g}	Número de Prandtl turbulento da fase gasosa
Re_b	Número de Reynolds da bolha
Re_t	Número de Reynolds turbulento
S_0	Densidade numérica das bolhas
S_2	Concentração de área interfacial
S_3	Fração de vazios
S_{12}	Área de colisão entre bolhas
S_γ	Quantidade volumétrica conservada relacionada ao momento da distribuição do tamanho das bolhas
s_{br}	Termo fonte de ruptura de bolhas
s_{cl}	Termo fonte de coalescência de bolhas
t	Tempo
$t_{contact}$	Tempo de contato entre bolhas
$t_{rupture}$	Tempo necessário para ruptura do filme líquido entre bolhas
u_{rel}	Diferença de velocidade entre as bolhas
v	Velocidade relativa de aproximação entre bolhas
We	Número de Weber
We_{cr}	Número de Weber crítico
y_{wall}	Distância da parede
α_i	Fração de volume da fase i

β	Parâmetro adimensional do modelo de Behzadi, Issa e Rusche (2004)
ε_i	Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta da fase i
μ_i	Viscosidade dinâmica da fase i
$\mu_{t,i}$	Viscosidade turbulenta da fase i
$\mu_{t,g}$	Viscosidade turbulenta da fase gasosa
$\mu_{t,l}$	Viscosidade turbulenta da fase líquida
ν	Viscosidade cinemática da fase contínua
σ_k	Número de Prandtl turbulento para k
σ_ε	Número de Prandtl turbulento para ε
$F_{i,j}$	Força de interação entre as fases i e j
$F_{D,lg}$	Força de arrasto gás-líquido
$F_{L,lg}$	Força de sustentação gás-líquido
$F_{WL,lg}$	Força de lubrificação de parede
$F_{VM,lg}$	Força de massa virtual gás-líquido
$F_{TD,lg}$	Força de dispersão turbulenta gás-líquido
\mathbf{g}	Vetor aceleração gravitacional
\mathbf{u}_i	Vetor velocidade da fase i
$\boldsymbol{\tau}_i$	Tensor de tensões viscosas da fase i
$ \mathbf{u}'_l $	Intensidade das flutuações da velocidade na fase líquida
∇	Operador nabla (gradiente, divergente ou rotacional)

Sumário

1	FOLHA DE APROVAÇÃO	ii
2	INTRODUÇÃO	1
3	OBJETIVOS	5
3.1	Objetivo Geral	5
3.2	Objetivos Específicos	5
4	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
4.1	Síntese de Fischer-Tropsch	6
4.2	Comportamento fluidodinâmico de reatores de leito de lama	7
4.3	Regimes de Escoamento	10
4.4	Abordagens usadas na Modelagem de leito de lama	11
5	PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL	15
5.1	Casos Simulados	15
5.2	Definição das Condições de Contorno e Parâmetros de Simulação	18
6	MODELAGEM MATEMÁTICA	20
6.1	Equações de Transporte	20
6.2	Modelos de Turbulência	21
6.3	Forças Interfaciais	24
6.3.1	Força de Arrasto Gás-Líquido	25
6.3.2	Força de Arrasto Sólido-Líquido	27
6.3.3	Força de Sustentação Gás-Líquido	27
6.4	Modelo de balanço populacional	28
6.4.1	Modelo de ruptura de bolhas	30
6.4.2	Modelo de coalescência de bolhas	32
7	RESULTADOS E DISCUSSÕES	35
7.1	Teste de Malha	35
7.2	Efeito das Forças Interfaciais no Escoamento Gás-Líquido	37

7.2.1	Força de arrasto	37
7.2.2	Força de Sustentação	40
7.3	Efeito do Modelo de Ruptura de Bolhas no escoamento Gás-Líquido	44
7.4	Efeito da Adição de Partículas	56
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	64
	REFERÊNCIAS	66

2 Introdução

O ritmo de crescimento do aquecimento global tem se acelerado, sendo os dois últimos anos os mais quentes desde o século XIX, como consequência da emissão de gases de efeito estufa (GEE) provenientes de atividades humanas, tais como a queima de combustíveis fósseis e as queimadas em florestas e áreas verdes (PIVETTA, 2025).

Entre os diversos setores que contribuem para essas emissões, está o setor de aviação. Embora os aviões permitam o transporte rápido de centenas de pessoas e suas bagagens, esse meio consome grandes quantidades de combustível, tendo como principal fonte energética o querosene de aviação (FERNANDES, 2020).

Para reduzir suas emissões, o setor tem investido em inovações tecnológicas, no desenvolvimento de aeronaves mais eficientes e na otimização das operações (JONES, 2024). Apesar desses investimentos, é necessária a descarbonização do setor aéreo, com a adoção de combustíveis sintéticos à base de hidrogênio, cuja participação, inferior a 1% em 2022, está projetada para atingir 37% até 2050 (IEA, 2023). Esse cenário oferece ao Brasil a oportunidade de se posicionar como protagonista na produção de combustíveis sustentáveis de aviação (SAF), seja pela experiência consolidada na produção de biocombustíveis, seja pela ampla disponibilidade de biomassa no país (JONES, 2024).

Nesse contexto, o Brasil aderiu ao programa CORSIA (Carbon Offsetting and Reduction Scheme for International Aviation) desde sua fase inicial de monitoramento, tendo iniciado o reporte das emissões internacionais de CO₂ em 2019. A Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC) é a entidade responsável por regulamentar e fiscalizar o cumprimento do programa em território nacional. A partir de 2027, os operadores brasileiros deverão compensar as emissões que excedam os níveis médios estabelecidos, podendo fazê-lo por meio da aquisição de créditos de carbono ou da utilização de combustíveis sustentáveis de aviação (ANAC, 2019).

A produção desses combustíveis pode ser viabilizada por diferentes sistemas produtivos, sendo os mais promissores aqueles que utilizam reatores de Fischer-Tropsch (FT), por permitirem uma produção descentralizada, próxima dos aeroportos (ZAPAROLLI, 2022). Nesse contexto, a síntese de FT surge como uma alternativa promissora para a

produção de SAF, convertendo o gás de síntese em combustível líquido por meio de uma reação catalítica, na qual a distribuição final dos produtos depende da composição dos reagentes e da disponibilidade de catalisadores no processo (STEYNBERG, 2004). A sustentabilidade ambiental do processo, no entanto, depende diretamente da origem da matéria-prima rica em carbono utilizada para a geração do gás de síntese, que é uma mistura de hidrogênio (H_2) e monóxido de carbono (CO) (ZAPAROLLI, 2022).

Diferentes tipos de reatores **podem ser** empregados na síntese de Fischer-Tropsch (FT), incluindo os de leito fluidizado, leito fluidizado circulante, tubular de leito fixo e leito de lama. Os reatores **do tipo** leito de lama destacam-se por apresentarem baixa resistência interna à transferência de massa, sistema eficiente de remoção de calor e maior produtividade em relação aos reatores de leito fixo, atribuída à melhor utilização do catalisador e à maior temperatura média no interior do reator (AIL; DASAPPA, 2016).

Nos reatores de leito de lama, o gás de síntese é introduzido na parte inferior, passando pelo distribuidor até entrar em contato com uma mistura de catalisador e cera, onde ocorre a reação. Apesar da estrutura e operação simples desses reatores, a fluidodinâmica multifásica é marcada por fenômenos complexos, como coalescência e quebra de bolhas, turbulência induzida, vórtices líquidos e células de circulação (AN et al., 2024). Em comparação com sistemas gás-líquido, os escoamentos gás-líquido-sólido apresentam um comportamento ainda mais desafiador, devido não apenas à presença das partículas sólidas, mas também às suas propriedades físicas, que afetam diretamente os mecanismos de formação de bolhas e sua distribuição espacial no reator (YANG et al., 2022).

Embora os reatores de leito de lama tenham sido desenvolvidos por volta de 1953, ainda apresentam oportunidades associadas ao custo. Jones (2024) destaca que a produção de SAF enfrenta desafios tanto em relação aos elevados custos, que podem ser de três a cinco vezes superiores aos do querosene de aviação, quanto à limitação da capacidade produtiva frente à demanda. Além disso, esse processo enfrenta desafios adicionais, como os custos relacionados à desativação do catalisador, à formação indesejada de metano e à necessidade de separação entre produtos e catalisadores (TAGOMORI, 2017; SILVA, 2023).

Nesse contexto, técnicas numéricas de fluidodinâmica computacional (CFD) têm

sido amplamente empregadas para estudar a fluidização trifásica em reatores de leito de lama, com foco na análise da fluidodinâmica das fases, que influencia diretamente os processos de transferência de calor e massa (SU et al., 2020). Com o avanço do poder computacional e o aprofundamento da compreensão das relações constitutivas em sistemas multifásicos complexos, a CFD consolidou-se como uma ferramenta essencial para o projeto e o dimensionamento de reatores (PAN et al., 2016).

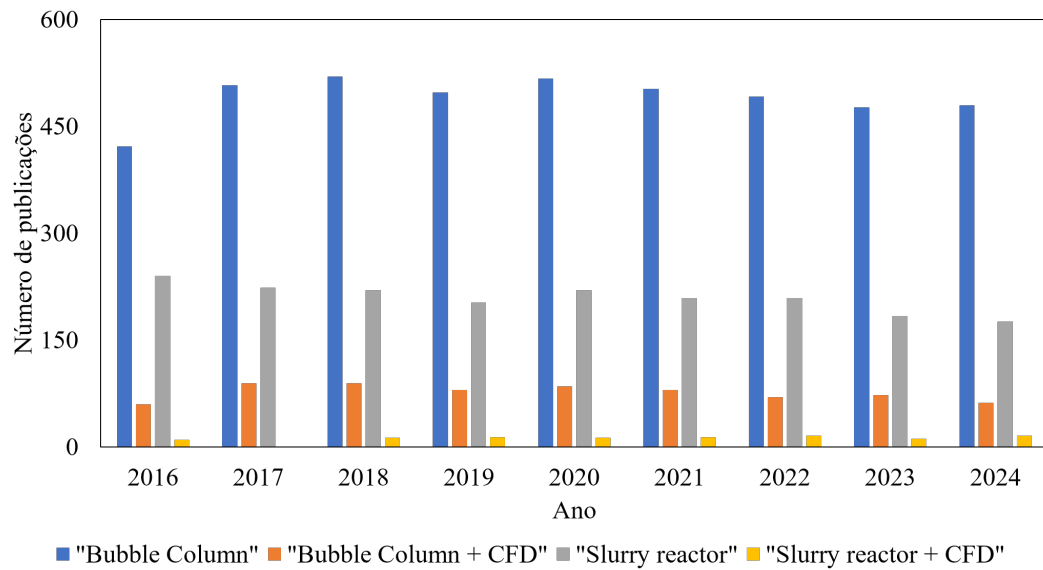
Diferentes abordagens podem ser utilizadas para representar o escoamento trifásico. A precisão dos modelos aplicados às simulações desses sistemas está intimamente relacionada às equações de conservação e às forças de interação entre as fases, como arrasto e sustentação (TEIMOURI et al., 2022). Além disso, diferentes estratégias são adotadas para o tratamento das fases durante a simulação, sendo a escolha determinada pela escala de análise, o que afeta significativamente o custo computacional (PAN et al., 2016).

Apesar dos avanços obtidos nos estudos de escoamentos multifásicos, dados de The Clarivate Analytics Web Of Science (2025) indicam que o número de publicações voltadas para reatores de leito de lama ainda é significativamente inferior quando comparado às colunas de bolhas, conforme ilustrado na Figura 1. Observa-se que, ao longo dos últimos anos, o volume de trabalhos envolvendo colunas de bolhas supera consistentemente 400 publicações anuais, enquanto os estudos sobre reatores de leito de lama permanecem abaixo de 250 publicações por ano. No caso das pesquisas que utilizam fluidodinâmica computacional, a diferença é ainda mais expressiva, com menos de 100 publicações anuais para colunas de bolhas e menos de 25 para reatores de leito de lama.

Esse panorama evidencia uma menor disponibilidade de estudos numéricos voltados a sistemas trifásicos. Conforme destacado por An et al. (2024), embora importantes avanços tenham sido alcançados na modelagem de escoamentos multifásicos, a quantificação da influência das partículas e a identificação dos mecanismos dominantes sob diferentes condições operacionais ainda representam desafios relevantes para a melhoria da precisão das simulações desses reatores.

Considerando a complexidade dos escoamentos trifásicos em reatores de leito de lama, levanta-se a hipótese de que a presença da fase sólida altera significativamente a dinâmica do escoamento, modificando os perfis de velocidade e a distribuição da fração volumétrica de gás. Acredita-se também que a escolha dos modelos de forças interfásicas,

Figura 1 – Número de publicações relacionadas com colunas de bolhas e leito de lama



Fonte: Adaptado de The Clarivate Analytics Web Of Science (2025).

como arrasto e sustentação, bem como dos parâmetros associados à quebra de bolhas, exerce influência direta sobre a representação numérica desses sistemas.

Diante desse panorama, torna-se necessário ampliar as investigações voltadas à modelagem de reatores gás-líquido-sólido, especialmente por meio de simulações numéricas, com o intuito de aprofundar a compreensão dos processos fluidodinâmicos e contribuir para o aprimoramento da eficiência desses sistemas.

3 Objetivos

3.1 Objetivo Geral

Este trabalho teve como objetivo aprofundar a compreensão da dinâmica do escoamento trifásico em reatores de leito de lama por meio da aplicação da abordagem de três fluidos, com ênfase na seleção e avaliação de modelos de forças interfásicas para a interação entre as fases líquida e gasosa e nos parâmetros de quebra de bolhas. Busca-se, por meio de simulações numéricas utilizando o pacote comercial de CFD *Star-CCM+* (versão 2410), reproduzir com maior fidelidade os fenômenos fluidodinâmicos observados experimentalmente em sistemas reais.

3.2 Objetivos Específicos

Considerando o escopo do trabalho e o objetivo geral apresentado, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- Avaliar o impacto das forças interfásicas, em especial as forças de arrasto e de sustentação, na fluidodinâmica do escoamento gás-líquido;
- Investigar a influência dos parâmetros de ruptura na distribuição de diâmetros das bolhas ao longo da coluna e seu efeito sobre a dinâmica das fases;
- Analisar os efeitos da adição de partículas sólidas nas concentrações de 10% e 20% em volume sobre a fluidodinâmica do sistema.

4 Revisão Bibliográfica

Neste capítulo é apresentada uma revisão dos conceitos importantes para o entendimento do trabalho e os trabalhos relacionados com o tema.

4.1 Síntese de Fischer-Tropsch

A síntese de Fischer-Tropsch fornece uma alternativa para converter fontes de carbono, como gás natural, carvão, biomassa e resíduos municipais, em combustíveis líquidos e compostos químicos de alto valor agregado. O carvão e a biomassa podem ser transformados via gaseificação, enquanto o gás natural pode ser convertido em gás de síntese por meio de reforma (BASHA et al., 2015).

Na síntese Fischer-Tropsch, o gás de síntese reage na presença de um catalisador heterogêneo, sendo os catalisadores à base de ferro e cobalto os mais utilizados em escala industrial (WOOD; NWAHOA; TOWLER, 2012). Durante esse processo, formam-se dióxido de carbono e água como subprodutos, juntamente com os hidrocarbonetos líquidos. Além disso, a reação desejada para a obtenção de combustíveis líquidos compete com reações paralelas, como a formação de metano, álcoois, propano e butano (STEYNBERG, 2004). Para evitar a reação de metanação, a síntese é conduzida a temperaturas inferiores a 300 °C, em pressões entre 2 e 3 MPa, utilizando-se catalisadores de cobalto, geralmente em reatores que favorecem o crescimento de cadeias longas de hidrocarbonetos (WOOD; NWAHOA; TOWLER, 2012).

Steynberg et al. (2004) classificam os reatores utilizados na síntese Fischer-Tropsch em duas categorias, denominadas reatores de alta temperatura (HTFT) e de baixa temperatura (LTFT). As principais diferenças apresentadas estão relacionadas às condições operacionais, ao tipo de catalisador empregado e aos produtos desejados. Os processos HTFT operam em temperaturas em torno de 320 °C e pressões próximas de 2,5 MPa, utilizando catalisadores à base de ferro. Já os processos LTFT empregam catalisadores de cobalto e operam a temperaturas entre 220 °C e 240 °C, com pressões variando de 2,0 a 2,5 MPa. Quanto aos produtos obtidos, os processos HTFT têm eficiência de conversão superior a 85%, produzindo combustíveis como gasolina e diesel, enquanto os

processos LTFT têm eficiência de conversão próxima de 60% e geram produtos como diesel, combustível de aviação e nafta, praticamente isentos de enxofre e aromáticos (WOOD; NWAHOHA; TOWLER, 2012).

No que se refere à configuração dos reatores, também são observadas distinções relevantes. Os processos HTFT tendem a ser conduzidos em reatores de leito fluidizado circulante ou em leito fluidizado convencional. Já os processos LTFT utilizam reatores de leito de lama ou reatores de leito fixo multitubular, sendo os reatores de leito de lama reconhecidos por proporcionarem temperaturas ideais para a formação de cadeias carbônicas maiores, além de apresentarem projeto simplificado e eficiente transferência de calor (LECKEL, 2009). No entanto, os reatores de leito de lama exigem uma etapa subsequente para a separação de partículas finas dos produtos líquidos (BASHA et al., 2015).

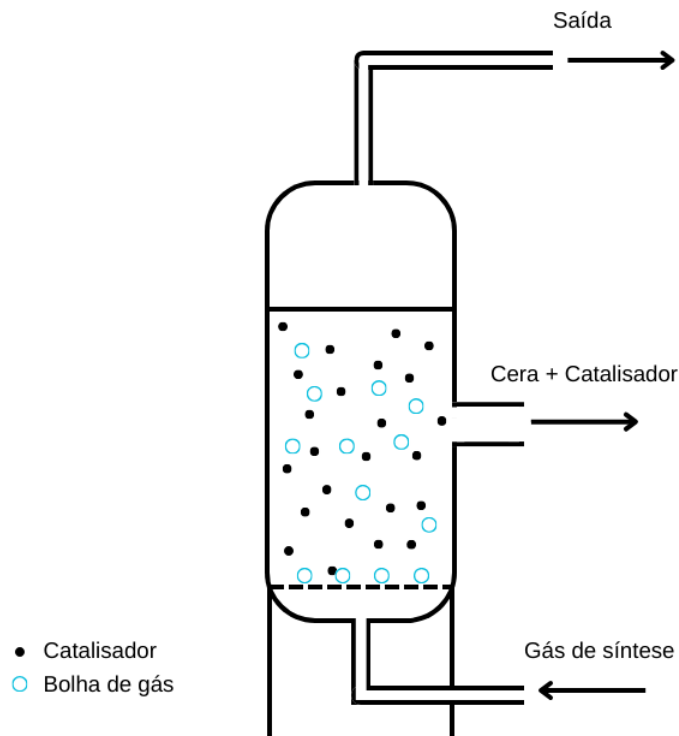
4.2 Comportamento fluidodinâmico de reatores de leito de lama

Nos reatores de leito de lama, o gás é introduzido pela parte inferior, passando pelo distribuidor até entrar em contato com a lama, conforme ilustrado na Figura 2. Na parte superior, localiza-se a saída da fase gasosa, enquanto a retirada da cera é realizada na região central do reator.

Diferentemente das colunas de bolhas, cujo desempenho pode ser influenciado por distintos padrões de escoamento, caracterizados por variações na distribuição do tamanho das bolhas, na fração de gás e no campo de velocidades médias, a presença adicional de partículas sólidas em sistemas trifásicos introduz uma fluidodinâmica ainda mais complexa (AN et al., 2024).

Diante disso, estudos experimentais têm buscado compreender como as partículas sólidas afetam o regime de escoamento em colunas trifásicas. Trabalhos anteriores (MOTA; VICENTE; TEIXEIRA, 2011; MENA et al., 2005) investigaram os impactos da presença de partículas sobre a transição de regime, indicando que a adição da fase sólida influencia a mudança do regime homogêneo para o heterogêneo. Mena et al. (2005) demonstraram que, em baixas concentrações de sólidos ($C_s < 0,03$), o regime homogêneo tende a se manter, podendo inclusive favorecer o aumento da fração de gás. No entanto, concentrações mais elevadas ($C_s > 0,03$) promovem a desestabilização do regime homogêneo, reduzindo a fração

Figura 2 – Representação de um reator de leito de lama.



Fonte: Autor, 2025

de gás, especialmente em maiores velocidades superficiais. Os autores realizaram ainda uma análise dos possíveis mecanismos físicos responsáveis por essa transição, associando esse comportamento ao aumento da viscosidade efetiva, às colisões entre bolhas e partículas e à intensificação da coalescência.

Além de influenciar a faixa de transição entre regimes de escoamento, a presença de partículas sólidas também afeta significativamente a concentração de gás no sistema. Tyagi e Buwa (2017a) investigaram o efeito da adição de esferas de vidro, em diferentes concentrações, sobre a fração de gás em um reator com seção transversal retangular, observando que tanto a fração global de gás quanto a proporção de bolhas menores foram reduzidas com a adição de 5% em volume de partículas sólidas. Essa diminuição foi atribuída ao aumento da taxa de coalescência entre bolhas, favorecida pela maior viscosidade aparente da suspensão (TYAGI; BUWA, 2017a).

De forma complementar, Mena et al. (2005) demonstraram que a fração de gás aumenta quando a concentração de partículas varia entre 1% e 3% em volume, passando a diminuir com concentrações mais elevadas. Por sua vez, An et al. (2024) apontaram que a

presença de partículas sólidas está associada à redução da fração média de gás, embora uma leve elevação inicial possa ocorrer quando se utilizam partículas pequenas e leves.

Efeitos associados à dinâmica local do escoamento foram reportados na literatura como forma de compreender o comportamento do sistema. Milivojevic, Pavlou e Bugarski (2012) investigaram o efeito de parâmetros como a vazão de ar (velocidade superficial do gás) e a carga de sólidos sobre a velocidade do líquido em sistemas ar-água com esferas de alginato. Os autores observaram que o aumento da vazão de ar levou ao aumento da velocidade do líquido, enquanto a adição de sólidos passou a provocar sua redução. Ainda segundo os autores (MILIVOJEVIC; PAVLOU; BUGARSKI, 2012), à medida que a concentração de sólidos aumenta, a viscosidade aparente da suspensão também se eleva, favorecendo a coalescência de bolhas. Nesse sentido, a concentração de sólidos afeta diretamente os fenômenos de coalescência e quebra de bolhas (HORRI et al., 2012).

Nesse contexto, além da coalescência, a quebra de bolhas também é fortemente afetada pela presença de partículas, que causam alterações no campo turbulento. De acordo com (HAN; LUO; LIU, 2011), as colisões entre bolhas e os redemoinhos turbulentos do fluido circundante constituem o principal mecanismo de quebra de bolhas em sistemas gás-líquido. Em sistemas trifásicos gás-líquido-sólido, a presença de partículas sólidas influencia esse processo tanto por interações diretas com as bolhas quanto por efeitos indiretos, ao modificar propriedades físicas e as características turbulentas da fase de polpa (AN et al., 2024). Gandhi, Prakash e Bergougnou (1999) investigaram a quebra de bolhas em leito de lama na presença de um inibidor de coalescência. Seus resultados experimentais indicaram uma redução significativa na fração de gás com o aumento da concentração de sólidos em elevadas velocidades superficiais de gás. Esse comportamento foi atribuído à diminuição da taxa de ruptura de bolhas, provocada pela atenuação do campo turbulento em decorrência da adição de partículas sólidas.

É interessante destacar que o movimento das bolhas também impacta significativamente a distribuição das partículas no interior do leito. Li et al. (2022) estudaram o efeito da ascensão das bolhas em sistemas trifásicos e demonstraram que a separação do escoamento na região posterior das bolhas leva à formação de uma estrutura vorticiosa conhecida como *wake*. Essa região, geralmente livre de partículas em sua porção inicial, desempenha um papel fundamental na redistribuição da suspensão e na alteração das frações volumétricas locais. O *wake* intensifica o escoamento descendente da suspensão ao

redor da bolha, promovendo a redução da velocidade intersticial do líquido e contribuindo para a contração do leito fluidizado.

4.3 Regimes de Escoamento

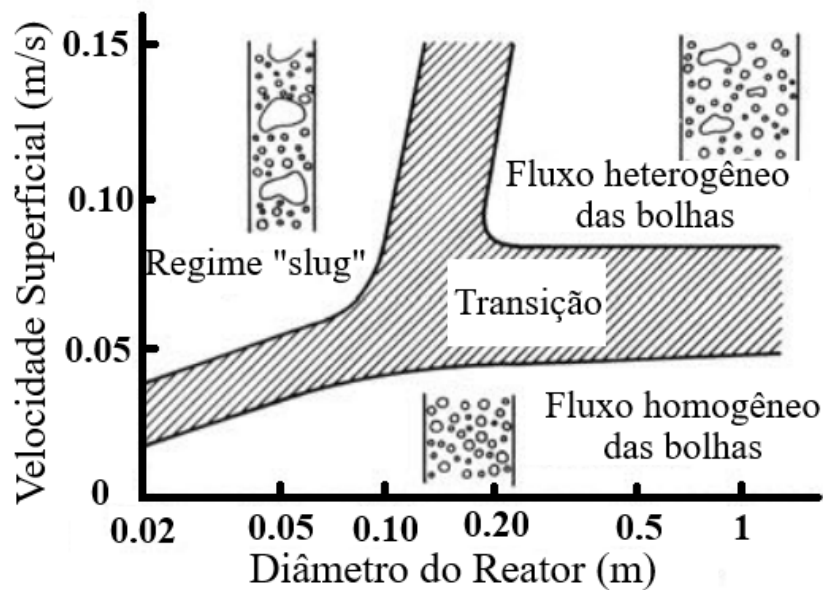
Assim como nos escoamentos gás-líquido convencionais, o regime de escoamento em reatores de leito de lama pode ser classificado como homogêneo, do tipo slug ou heterogêneo. No regime de fluxo homogêneo, a mistura é composta por bolhas com uma distribuição de tamanho estreita, dispersas de forma relativamente uniforme ao longo da seção transversal do reator. À medida que a velocidade do gás aumenta, essa distribuição uniforme se desfaz devido à intensificação da coalescência, resultando em um escoamento altamente turbulento. No regime de fluxo heterogêneo ou turbulento, grandes bolhas se formam e ascendem rapidamente. O fluxo circulante gerado pode ser tão intenso que bolhas menores, típicas do regime homogêneo, são arrastadas para regiões próximas às paredes da coluna (SHAH et al., 1982).

Em colunas de pequeno diâmetro, o regime de fluxo do tipo slug ocorre para altas taxas de injeção de gás. Nesse caso, grandes bolhas, confinadas pelas paredes do reator, assumem uma forma alongada característica (ZEHNER; KRAUM, 2000).

A Figura 3 ilustra os diferentes regimes de escoamento gás-líquido em função da relação entre a velocidade superficial do gás e o diâmetro do reator, apresentando um mapa de transição entre os regimes.

O diâmetro das bolhas no interior do reator é uma variável fundamental, pois influencia diretamente o comportamento do escoamento. Bolhas maiores tendem a atravessar o reator sem recirculação, enquanto bolhas menores são mais suscetíveis a trajetórias recirculantes. Dessa forma, os reatores de leito de lama são usualmente operados no regime turbulento-agitado, considerado o mais eficiente para esses sistemas. Esse regime contribui para a homogeneização do escoamento, favorece a distribuição dos catalisadores sólidos e melhora a taxa de reação, sendo essencial para a otimização do desempenho do reator (VANDU; KRISHNA, 2004).

Figura 3 – Mapa de regime de escoamento em função da velocidade superficial do gás e diâmetro do reator



Fonte: Adaptado de Shah et al. (1982), 2025

4.4 Abordagens usadas na Modelagem de leito de lama

O avanço dos recursos computacionais, aliado ao aprofundamento do conhecimento sobre os comportamentos constitutivos de sistemas multifásicos, consolidou a fluidodinâmica computacional (CFD) como uma ferramenta essencial nas etapas de projeto, análise e dimensionamento de reatores multifásicos (AN et al., 2024). Diferentes estratégias de modelagem têm sido adotadas para representar o comportamento hidrodinâmico em sistemas trifásicos, variando conforme a escala do sistema e a concentração de partículas, incluindo abordagens baseadas em dois fluidos pseudo-homogêneos, três fluidos ou na combinação de dois fluidos com o método de partículas discretas (DPM) (PAN et al., 2016).

Na abordagem de dois fluidos pseudo-homogêneos (FENG et al., 2005; WANG et al., 2014; AN; GUAN; YANG, 2020), a fase sólida e a líquida são consideradas como uma única suspensão pseudo-homogênea, com densidade e viscosidade variáveis ajustadas de acordo com a carga de partículas. Feng et al. (2005) investigaram experimental e numericamente a fração de gás e as velocidades do gás e do líquido em uma coluna de bolhas trifásica contendo gás, líquido e nanopartículas de TiO_2 . Como as partículas eram nanométricas e a concentração era inferior a 3%, os autores consideraram a suspensão

líquido–nanopartícula como uma única fase contínua na abordagem Euleriana, o que resultou em previsões satisfatórias da fluidodinâmica local do sistema. An, Guan e Yang (2020) também adotaram essa modelagem em um sistema gás–líquido–sólido, avaliando os efeitos da redução do tempo de drenagem do filme líquido e da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta sobre o comportamento das bolhas. Embora a redução do tempo de drenagem tenha levado ao aumento do diâmetro médio das bolhas e à diminuição da fração global de gás, os autores observaram que os valores simulados não refletiam com precisão o comportamento das bolhas menores. No entanto, ao incorporar um fator de atenuação para a dissipação turbulenta, o modelo apresentou boa concordância com os dados experimentais, reforçando a relevância da abordagem pseudo-homogênea quando associada a correções físicas adequadas. Essa abordagem é indicada para sistemas com partículas muito pequenas, baixa concentração sólida, uniformemente distribuídas na fase líquida e com baixa velocidade relativa em relação ao líquido (PAN et al., 2016).

Por outro lado, na abordagem de três fluidos (SU et al., 2020; HAMIDIPOUR; CHEN; LARACHI, 2012; ZHOU; YANG; LI, 2017), o modelo Euleriano é aplicado a cada uma das três fases, tratadas como contínuos interpenetrantes que interagem em todo o domínio computacional. Su et al. (2020) utilizaram essa abordagem juntamente com o modelo de balanço populacional (PBM) para descrever a fase gasosa, incorporando uma correção no modelo de arrasto entre as fases gás e líquida, de modo a considerar a influência da presença de partículas sólidas. A abordagem apresentou boa concordância com dados experimentais, evidenciando que o aumento na carga de partículas favorece a coalescência, gerando bolhas maiores, com maior velocidade de ascensão e conseqüente redução da fração de gás no reator. As simulações também indicaram um padrão de escoamento menos uniforme com o aumento da velocidade superficial de gás, caracterizado por fluxo ascendente mais intenso no centro e descendente nas regiões próximas à parede. Zhou, Yang e Li (2017) propuseram uma modificação no modelo de arrasto convencional para sistemas ar–água, adicionando um termo corretivo que considerasse a redução da velocidade de ascensão das bolhas em função da presença de partículas sólidas (esferas de vidro). Esse modelo ajustado foi aplicado na simulação de reatores de leito de lama sob diferentes regimes de escoamento, apresentando boa capacidade de prever a diminuição da fração de gás observada experimentalmente. Contudo, os autores destacam que o modelo não contempla adequadamente a influência do diâmetro inicial das bolhas, comprometendo a

representação precisa da dinâmica interfacial nesses sistemas. O modelo de três fluidos tem ganhado destaque na simulação de reatores trifásicos em escala industrial por representar adequadamente cada fase do sistema, embora requeira diversos fechamentos empíricos e uma relação constitutiva para a fase sólida (PAN et al., 2016).

Já na abordagem de dois fluidos com o método DPM (WEN; LEI; HUANG, 2005; WEN et al., 2001), o movimento das partículas é descrito em coordenadas Lagrangianas, enquanto as fases gasosa e líquida são tratadas em coordenadas Eulerianas. Wen et al. (2001) adotaram um modelo matemático baseado na abordagem Euleriana-Euleriana-Lagrangiana para simular o comportamento local do escoamento em sistemas trifásicos gás-líquido-sólido. A formulação combina o Modelo de Dois Fluidos para as fases contínuas (gás e líquido) com o Método dos Elementos Discretos (DEM) para descrever a trajetória das partículas sólidas. Os resultados obtidos para a fração volumétrica local de gás, a fração de sólidos e a velocidade axial do líquido apresentaram boa concordância com dados experimentais da literatura. No entanto, essa abordagem apresenta alta demanda computacional, sendo mais adequada para sistemas com baixa concentração de partículas ou de menor escala (PAN et al., 2016).

Outra técnica reportada na literatura é a utilização combinada do método Volume of Fluid (VOF) com o método de partículas discretas, para modelar, respectivamente, as fases gasosa e sólida. Xu, Liu e Tang (2013) investigaram os efeitos da presença de uma baixa concentração de partículas sólidas sobre o comportamento de borbulhamento em escoamentos gás-líquido-sólido, tratando as fases gasosa e líquida por meio de um rastreamento da interface gás-líquido via VOF, enquanto as partículas foram modeladas na abordagem Lagrangiana. Os resultados indicaram que a presença de sólidos leva à formação de bolhas de maior diâmetro e menor velocidade de ascensão em comparação ao sistema bifásico. Verificou-se ainda que o ângulo de contato do bico exerce forte influência no processo de formação das bolhas, enquanto a viscosidade e a velocidade superficial do líquido apresentaram efeitos pouco significativos. As simulações também mostraram boa capacidade de representar o arrasto de partículas pelas bolhas, embora o modelo seja mais adequado para sistemas com baixa fração volumétrica de sólidos, sendo necessária a evolução de estratégias numéricas para lidar com concentrações mais elevadas.

Há também estratégias que adotam uma formulação Lagrangiana para a fase gasosa. No trabalho de Zhang e Ahmadi (2005), o escoamento da fase líquida é modelado na

abordagem Euleriana, enquanto os movimentos das bolhas e partículas são avaliados por meio da análise de trajetórias Lagrangianas. Os autores assumem que as bolhas permanecem esféricas e consideram as interações bidirecionais entre bolha-líquido e partícula-líquido. As simulações indicam que as características transitórias do escoamento trifásico em uma coluna são dominadas por vórtices alternados e dependentes do tempo. A pluma de bolhas apresenta um comportamento oscilatório, enquanto as partículas tendem a se concentrar fora dos vórtices. Além disso, as velocidades de subida das bolhas são muito maiores que as das fases líquida e sólida.

5 Procedimento Computacional

Este capítulo apresenta o procedimento computacional adotado, detalhando a sequência de etapas necessárias para a resolução do problema por meio de simulações em fluidodinâmica computacional (CFD).

O primeiro passo consistiu na construção da geometria, definindo a região de interesse por meio da delimitação das superfícies de contorno e das regiões de escoamento. Nessa etapa, foram também estabelecidas as condições de contorno, os modelos físicos utilizados e as propriedades das fases envolvidas.

Na sequência, realizou-se o processamento dos dados, no qual as equações diferenciais foram discretizadas sobre os volumes de controle e resolvidas de forma iterativa. Por fim, na etapa de pós-processamento, os resultados numéricos obtidos foram analisados com o objetivo de interpretar o comportamento fluidodinâmico do sistema.

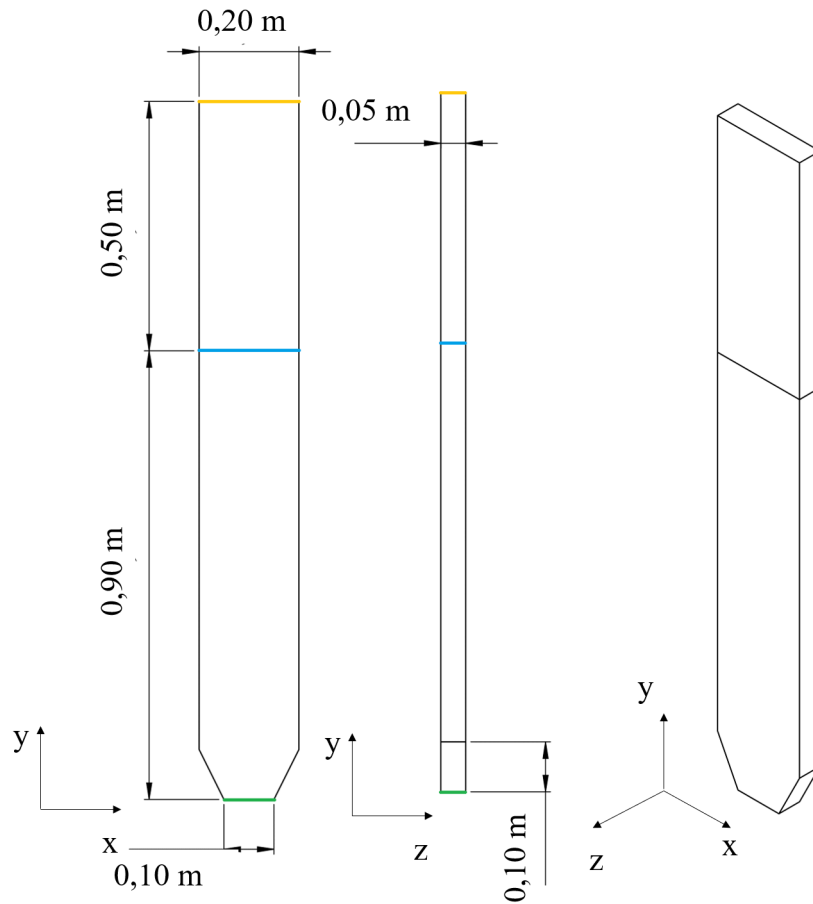
O *software* comercial *Star-CCM+*, versão 2410, foi utilizado para a geração da geometria e da malha, bem como para o pré e pós-processamento dos dados.

5.1 Casos Simulados

A coluna analisada possui seção transversal retangular e dimensões apresentadas na Figura 4, sendo **uma coluna tridimensional** baseada na configuração experimental utilizada por Tyagi e Buwa (2017a). Inicialmente, a coluna está preenchida com a mistura líquido-sólido (lama) até uma altura de 0,90 m (linhas azuis na Figura 4). A fase gasosa (ar) entra no domínio computacional pela base da coluna (linhas verdes na Figura 4), com velocidades superficiais de 0,05, 0,10 e 0,30 m/s. Essas três velocidades foram consideradas nas simulações. A região em amarelo na Figura 4 indica a saída da coluna.

No experimento de Tyagi e Buwa (2017a), o ar foi introduzido por meio de um aspersor de 0,10 m \times 0,05 m, contendo 50 orifícios uniformemente distribuídos com diâmetro de 1 mm, localizado na parte inferior da coluna. Para representar essa entrada nas simulações, como simplificação, o ar foi injetado uniformemente pela superfície de entrada, com bolhas apresentando diâmetro médio de Sauter **constante** igual a 7 mm, **sem**

Figura 4 – Geometria da coluna experimental de Tyagi e Buwa (2017a)



Fonte: Autor, 2025

aplicação de distribuição de diâmetros na condição de entrada. Esse valor foi estimado com base na correlação proposta por Jamialahmadi et al. (2001), Equação 5.1, a qual permite calcular o tamanho das bolhas a partir das propriedades físicas da fase líquida e do diâmetro dos orifícios. Além disso, os valores obtidos estão em concordância com os resultados apresentados por Cerri et al. (2010) em um sistema gás-líquido com velocidade superficial de 0,05 m/s.

$$\frac{d_b}{d_o} = \left[\frac{5,0}{Bd_o^{1,08}} + \frac{9,261 Fr^{0,36}}{Ga^{0,39}} + 2,147 Fr^{0,51} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (5.1)$$

onde d_b é o diâmetro da bolha, d_o é o diâmetro do orifício, Bd_o é o número de Bond com base no diâmetro do orifício, Fr é o número de Froude e Ga é o número de Galileu.

Os perfis experimentais de fração volumétrica local foram obtidos por Tyagi e

Buwa (2017a) em duas alturas distintas: 0,765 m e 0,270 m, ambas medidas no centro da coluna ($z = 0,025$ m). Nas simulações, o cálculo da retenção global de gás foi realizado por meio da média em um volume criado no interior do reator, onde a fração volumétrica de gás era inferior a 0,9, de forma a excluir a região superior da coluna, onde há apenas gás. A retenção local de gás e as velocidades do gás, por sua vez, foram avaliadas em linhas horizontais, posicionadas nas alturas de 0,270 m e 0,765 m, coincidindo com os elementos da malha.

Inicialmente, foram realizadas simulações sem partículas (coluna de bolhas), com o objetivo de avaliar a influência da força de arrasto, da força de sustentação e dos parâmetros do modelo de quebra de bolhas sobre a fluidodinâmica das fases no sistema gás-líquido. Em seguida, foram adicionadas partículas em concentrações de 10% e 20% em volume. Todos os casos foram simulados para velocidades superficiais do gás iguais a 0,05, 0,10 e 0,30 m/s, totalizando 29 simulações. Na Tabela 1, são apresentadas as nomenclaturas dos casos, definidas da seguinte forma: **D** indica o coeficiente de arrasto adotado; **L**, o coeficiente de sustentação; **W** e **C** referem-se, respectivamente, aos parâmetros We_{cr} e C_g do modelo de ruptura; e **P** representa a fração volumétrica de partículas adicionada ao sistema.

Tabela 1 – Casos simulados com a descrição das variáveis

Siglas dos casos	Coef. de arrasto	Coef. de sustentação	We_{cr}	C_g	$C_s(\%)$
DIZ-W0,23-C2	Ishii-Zuber	–	0, 23	2	–
DT-W0,23-C2	Tomiyama	–	0, 23	2	–
DT-LC-W0,23-C2	Tomiyama	–0, 2	0, 23	2	–
DT-LT-W0,23-C2	Tomiyama	Tomiyama	0, 23	2	–
DT-LC-W1-C2	Tomiyama	–0, 2	1	2	–
DT-LC-W3-C2	Tomiyama	–0, 2	3	2	–
DT-LC-W5-C2	Tomiyama	–0, 2	5	2	–
DT-LT-W1-C2	Tomiyama	Tomiyama	1	2	–
DT-LT-W3-C2	Tomiyama	Tomiyama	3	2	–
DT-LT-W5-C2	Tomiyama	Tomiyama	5	2	–
DT-LT-W3-C0,67	Tomiyama	Tomiyama	3	0, 67	–
DT-LT-W3-C0,67-P10	Tomiyama	Tomiyama	3	0, 67	10
DT-LT-W3-C0,67-P20	Tomiyama	Tomiyama	3	0, 67	20

Fonte: Autor, 2025

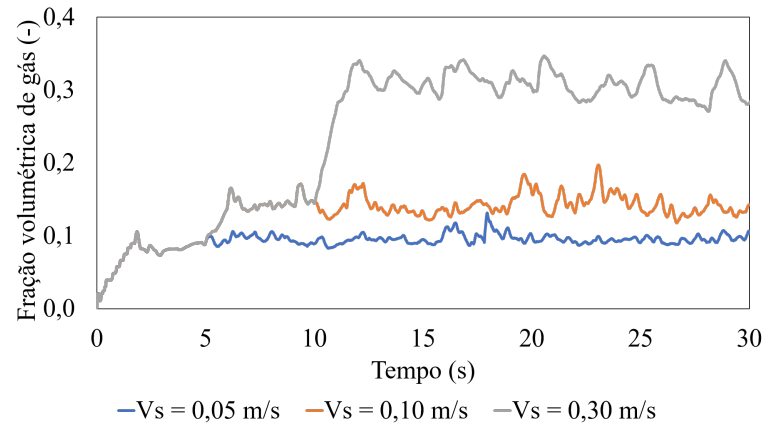
5.2 Definição das Condições de Contorno e Parâmetros de Simulação

Todas as simulações numéricas foram realizadas no pacote comercial Simcenter™ Star-CCM+™ 2410, que utiliza o método dos volumes finitos para a discretização das equações de conservação e de fechamento. Os termos convectivos e transientes foram aproximados por meio dos esquemas de segunda ordem (*second-order upwind*) e implícito de primeira ordem (*first-order implicit*), respectivamente. Para o mapeamento de variáveis entre as células da malha, adotou-se o método de interpolação do Vizinho Mais Próximo (*Nearest Neighbor*). Um critério de convergência de 10^{-5} foi especificado para todas as equações resolvidas.

Foi adotado um passo de tempo de 10^{-3} s para os casos sem partículas e de 10^{-4} s para os casos com partículas, com um tempo físico total de 30 s para todas as simulações. Esses passos de tempo garante que o número de Courant permaneça inferior a 1 em todo o domínio computacional. Observou-se que, após os 3 primeiros segundos, a coluna de bolhas deixou de apresentar movimento ascendente significativo, e a retenção global de gás se estabilizou. Nos casos sem partículas, a velocidade superficial foi definida no início da simulação e mantida constante ao longo de todo o processo. Já nos casos com partículas, a velocidade superficial do gás foi inicialmente fixada em 0,05 m/s, sendo aumentada para 0,10 m/s após 5 s e, em seguida, para 0,15 m/s aos 10 s, promovendo uma transição gradual. A Figura 5 ilustra a evolução da expansão do leito para o caso DT-LT-W3-C0,67-P10. Com base nessa observação, as variáveis de escoamento foram determinadas pela média dos resultados obtidos entre 15 s e 30 s de simulação.

Para todos os casos simulados, foram mantidas as mesmas condições de contorno e propriedades dos fluidos, conforme apresentado na Tabela 2. A pressão relativa na saída (linhas amarelas na Figura 4) foi fixada como atmosférica para a fase gasosa, sendo essa superfície considerada impermeável à fase líquida. Adotou-se condição de não deslizamento (*no-slip*) em todas as paredes do reator para as fases gasosa e líquida, enquanto se considerou condição de deslizamento para as partículas. Na Tabela 3 são apresentadas as condições de operação, juntamente com as propriedades das fases utilizadas nas simulações. Para todos os casos simulados, as propriedades das fases foram mantidas constantes.

Figura 5 – Evolução temporal da fração volumétrica de gás para o caso DT-LT-W3-C0,67-P10.



Fonte: Autor, 2025

Tabela 2 – Condições de contorno e parâmetros numéricos adotados nas simulações

Altura inicial de líquido	0,90 m
Condição na saída	pressão atmosférica
Número máximo de iterações por passo de tempo	25
Passo de tempo	$1,0 \times 10^{-3}$ s (sem partículas) $1,0 \times 10^{-4}$ s (com partículas)
Condição nas paredes	Não deslizamento para gás e líquido Deslizamento para a fase sólida
Tempo de simulação	30,0 s

Fonte: Autor, 2025

Tabela 3 – Condições de operação e propriedades físicas das fases utilizadas nas simulações.

Densidade do gás (ρ_G)	$1,225$ kg/m ³
Viscosidade do gás (μ_G)	$1,78 \times 10^{-5}$ Pa · s
Densidade do líquido (ρ_L)	998 kg/m ³
Viscosidade do líquido (μ_L)	$1,0 \times 10^{-3}$ Pa · s
Densidade da partícula (ρ_P)	2400 kg/m ³
Diâmetro da partícula (d_S)	250 μ m
Velocidade superficial do gás (V_s)	0,05, 0,10 e 0,30 m/s
Fração de sólidos (C_S)	0, 10 e 20 % vol.

Fonte: Autor, 2025

6 Modelagem Matemática

Este capítulo apresenta as equações do modelo matemático empregado nas simulações numéricas. Adotou-se a abordagem de três fluidos, na qual o modelo Euleriano é aplicado a cada uma das três fases, que são tratadas como meios contínuos interpenetrantes, interagindo em todo o domínio computacional. O objetivo é estabelecer uma formulação para representar os fenômenos associados ao escoamento.

6.1 Equações de Transporte

O escoamento foi descrito utilizando a abordagem Euleriana para todas as fases, considerando a fase líquida como contínua e as fases gasosa e sólida como dispersa. Essa escolha deve-se ao menor custo computacional em comparação com a abordagem Lagrangiana. Além disso, os fenômenos de transferência de calor e massa entre as fases não foram considerados. Nessa abordagem, as equações de conservação de massa (Equação 6.1) e de momento (Equação 6.2) são resolvidas em cada célula da malha computacional.

$$\frac{\partial (\alpha_i \rho_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_i \rho_i \mathbf{u}_i) = 0 \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial (\alpha_i \rho_i \mathbf{u}_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_i \rho_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i) = -\alpha_i \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_i + \alpha_i \rho_i \mathbf{g} + \mathbf{F}_{i,j} \quad (6.2)$$

onde α_i , ρ_i , \mathbf{u}_i , $\boldsymbol{\tau}_i$ e $\mathbf{F}_{i,j}$ representam, respectivamente, a fração volumétrica, a densidade, a velocidade, o tensor de tensão e a troca de força entre as fases i e j . Já p representa a pressão e \mathbf{g} a aceleração gravitacional.

A precisão das simulações também depende da correta definição das equações de fechamento para as forças de interação entre fases e da descrição da turbulência, uma vez que essas influenciam diretamente os resultados de modelos multiescala aplicados a sistemas de fluidização trifásicos.

6.2 Modelos de Turbulência

A modelagem da turbulência em escoamentos multifásicos pode ser abordada por diferentes metodologias, dependendo do nível de detalhe e do custo computacional desejado. As três principais categorias de modelos são RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*), LES (*Large Eddy Simulation*) e DNS (*Direct Numerical Simulation*). O modelo RANS busca resolver apenas as médias das equações de *Navier-Stokes*, enquanto os efeitos turbulentos são modelados por equações adicionais. Já a abordagem LES resolve explicitamente as grandes estruturas turbulentas e modela apenas as menores escalas, oferecendo maior precisão, porém a um custo computacional mais elevado. O DNS, por sua vez, resolve diretamente todas as escalas do escoamento, sem necessidade de modelagem, mas em aplicações em grande escala necessita de altíssima demanda computacional (SOUZA et al., 2011).

Dentro da abordagem RANS, existem diferentes submodelos para representar a turbulência. Entre eles, destacam-se os modelos baseados na hipótese de Boussinesq, que relacionam as tensões de Reynolds ao gradiente médio de velocidade. Esses modelos incluem desde formulações simplificadas, como o modelo de uma equação, até os modelos mais comuns de duas equações, como o $k-\varepsilon$ e o $k-\omega$, que introduzem variáveis auxiliares para estimar a energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação. Para escoamentos altamente anisotrópicos, onde as tensões de Reynolds não podem ser representadas por uma relação linear com a deformação média do escoamento, utiliza-se o Reynolds Stress Model (RSM), que resolve transportes adicionais para cada componente da tensão turbulenta (ALFONSI, 2009).

A ascensão das bolhas a partir da base do leito induz turbulência na fase líquida devido às interações com o fluido. Ekambara e Dhotre (2010) avaliaram diferentes modelos de turbulência, incluindo $k-\varepsilon$, $k-\omega$, RNG $k-\varepsilon$, RSM e LES. Os resultados indicaram que o modelo $k-\varepsilon$ apresentou a melhor concordância com os dados experimentais, além de demandar menor custo computacional, tornando-se uma escolha adequada para modelagem da turbulência em escoamentos gás-líquido. Portanto, o modelo de turbulência $k-\varepsilon$ foi utilizado para descrever a turbulência apenas na fase líquida.

Nesse contexto, as equações de transporte da energia cinética turbulenta (k) e da taxa de dissipação (ε) são descritas a seguir:

$$\frac{\partial(\alpha_l \rho_l k_l)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \mathbf{u}_l k_l) = \nabla \cdot [\alpha_l (\mu_l + \frac{\mu_{t,l}}{\sigma_k}) \nabla k_l] + \alpha_l (P_l - \rho_l \varepsilon_l) \quad (6.3)$$

$$\frac{\partial(\alpha_l \rho_l \varepsilon_l)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \mathbf{u}_l \varepsilon_l) = \nabla \cdot [\alpha_l (\mu_l + \frac{\mu_{t,l}}{\sigma_\varepsilon}) \nabla \varepsilon_l] + \alpha_l \frac{\varepsilon_l}{k_l} (C_{\varepsilon_1} P_l - C_{\varepsilon_2} \rho_l \varepsilon_l) \quad (6.4)$$

Utilizando a hipótese de Boussinesq, a viscosidade turbulenta é somada à viscosidade molecular para formar a viscosidade efetiva, que é empregada nas equações de transporte. A viscosidade turbulenta é determinada pela seguinte equação:

$$\mu_{t,l} = \rho_l C_\mu \frac{k_l^2}{\varepsilon_l} \quad (6.5)$$

onde μ_l representa a viscosidade dinâmica, $\mu_{t,l}$ a viscosidade turbulenta, P_l a produção de energia cinética turbulenta da fase, σ_ε e σ_k correspondem aos números de Prandtl turbulento, assumindo valores de 1,2 e 1, respectivamente. Os parâmetros C_{ε_1} , C_{ε_2} e C_μ são constantes empíricas do modelo k - ε , assumindo valores de 1,44, 1,92 e 0,09, respectivamente.

A dispersão turbulenta da fase gasosa não foi determinada utilizando um modelo específico para esta fase, mas sim derivada da turbulência da fase contínua. Essa abordagem é válida para fluxos bifásicos dispersos, pois, em sistemas ar-água, a baixa razão de densidade torna as tensões de Reynolds na fase gasosa desprezíveis em comparação com a fase líquida (COLOMBO; FAIRWEATHER, 2015). Um modelo de resposta à turbulência é utilizado para estimar as flutuações de velocidade na fase dispersa, conforme apresentado na Eq. 6.6:

$$\mu_{t,g} = \frac{\rho_g}{\rho_l} C_t (\alpha_g)^2 \mu_{t,l} \quad (6.6)$$

onde C_t representa o coeficiente de resposta à turbulência, determinado pelo modelo de Behzadi, Issa e Rusche (2004) e definido na Equação (6.7).

$$C_t(\alpha_g) = 1 + (C_t^* - 1)^{f(\alpha_g)} \quad (6.7)$$

A relação entre a viscosidade turbulenta da fase gasosa e a da fase líquida depende da razão de densidade entre as fases e da resposta da fase gasosa ao campo turbulento

da fase líquida. Para determinar essa resposta, utiliza-se a Equação (6.8), que define o coeficiente C_t^* .

$$C_t^* = \frac{3 + \beta}{1 + \beta + 2\left(\frac{\rho_g}{\rho_l}\right)} \quad (6.8)$$

onde β é um termo que depende das características do escoamento, conforme definido na Equação (6.9).

$$\beta = \frac{2A_{ij}^D l_e^2}{\alpha_g \mu_l Re_t} \quad (6.9)$$

onde A_{ij}^D representa a área interfacial entre as fases líquida e gasosa, indicando a área de contato por unidade de volume entre as fases dispersa e contínua. O comprimento de escala turbulenta l_e , utilizado para calcular o número de Reynolds turbulento Re_t , é dado pela Equação 6.10. Já o número de Reynolds turbulento, por sua vez, é definido pela Equação 6.11.

$$l_e = C_\mu \frac{k_l^{3/2}}{\varepsilon_l} \quad (6.10)$$

$$Re_t = \frac{l_e |\mathbf{u}'_l|}{u_l} \quad (6.11)$$

onde a flutuação da velocidade da fase líquida pode ser expressa pela Equação 6.12.

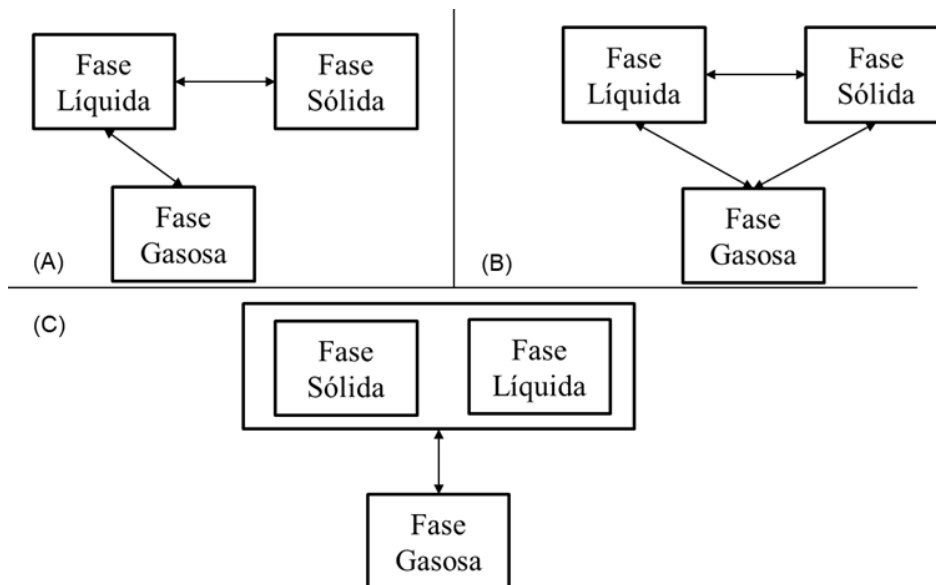
$$|\mathbf{u}'_l| = \sqrt{\frac{2}{3} k_l} \quad (6.12)$$

Como o modelo de turbulência não foi aplicado à fase sólida, essa foi considerada não turbulenta. Dessa forma, foi necessário garantir o fechamento do termo viscoso na equação de quantidade de movimento dessa fase. Para isso, utilizou-se a abordagem de *pseudo-solid viscosity*, disponível no Simcenter STAR-CCM+. Como a fase sólida é descrita como Euleriana, tratada como um meio contínuo interpenetrante, é necessária a presença de um termo viscoso para essa fase. Adotou-se, portanto, uma viscosidade constante igual a $1,0 \times 10^{-6}$ Pa · s. É importante destacar que essa abordagem não considera interações entre partículas, como colisões ou tensões friccionais. Estabelecido esse fechamento para a fase sólida, a etapa seguinte envolveu a definição das forças interfaciais.

6.3 Forças Interfaciais

Li et al. (2022) descrevem três diferentes abordagens de fechamento que podem ser adotadas para representar a troca de quantidade de movimento entre as fases em um sistema gás-líquido-sólido, conforme ilustrado na Figura 6. No primeiro modelo (Fig. 6 (A)), consideram-se apenas as interações gás-líquido e líquido-sólido, negligenciando-se a interação direta gás-sólido, sob a justificativa de que as partículas estão recobertas por uma película líquida, o que impediria o contato direto com as bolhas. Na segunda abordagem (Fig. 6 (B)), inclui-se explicitamente a força de arrasto gás-sólido, tornando a formulação mais abrangente; no entanto, essa inclusão pode superestimar a interação direta entre gás e partícula e, ao mesmo tempo, subestimar os efeitos da sedimentação. Já o terceiro modelo (Fig. 6 (C)) é aplicado no caso de dois fluidos pseudo-homogêneos, em que a fase líquida e as partículas sólidas são tratadas como uma única fase contínua, o que simplifica a modelagem ao custo de menor resolução das interações individuais.

Figura 6 – Esquema das interações entre as fases em sistemas gás-líquido-sólido.



Fonte: Autor, 2025.

Na modelagem desenvolvida, foram consideradas as interações gás-líquido e sólido-líquido, além da influência dos mecanismos de coalescência e quebra de bolhas, que impactam diretamente a distribuição de tamanhos de bolhas e a dinâmica do escoamento. Entre as forças interfaciais atuantes, incluíram-se a força de arrasto e a força de sustentação nas interações gás-líquido, enquanto apenas a força de arrasto foi aplicada nas interações sólido-líquido.

Hooshyar et al. (2013) investigaram experimentalmente o efeito da presença de partículas na ascensão de uma bolha de gás em uma suspensão líquido-sólido, observando que, para partículas pequenas (com diâmetros de 78 μm e 587 μm), a colisão direta entre bolhas e partículas é pouco provável. Como, no presente estudo, o diâmetro das partículas adotadas (250 μm) é inferior ao maior valor testado por Hooshyar et al. (2013), considerou-se que o contato direto entre bolhas e partículas também seria desprezível. Assim, foram incluídas apenas as forças de arrasto gás-líquido e líquido-partícula, desconsiderando-se o arrasto direto entre gás e partículas sólidas. Além disso, nos casos com 10% e 20% de sólidos, não foram consideradas interações entre partículas.

6.3.1 Força de Arrasto Gás-Líquido

A força de arrasto é uma interação viscosa exercida pela fase contínua sobre a fase dispersa (como bolhas, gotas ou partículas), cuja magnitude depende da geometria das partículas, das propriedades do escoamento e da velocidade relativa entre as fases, influenciando significativamente a fluidodinâmica do sistema (KHAN et al., 2020; CLIFT; GRACE; WEBER, 2005). Essa força impacta diretamente o padrão de escoamento, uma vez que a dinâmica do regime de bolhas depende majoritariamente da velocidade das bolhas e, conseqüentemente, da intensidade da força de arrasto (KHAN et al., 2020).

A troca de momento gerada pela força de arrasto entre o gás e o líquido, ($\mathbf{F}_{D,lg}$), é calculada pela Equação 6.22:

$$\mathbf{F}_{D,lg} = \frac{3}{4} \frac{C_{D,lg}}{d_b} \alpha_g \rho_l |\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_g| (\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_g) \quad (6.13)$$

onde $C_{D,lg}$ é o coeficiente de arrasto gás-líquido, e d_b é o diâmetro da bolha. Diversos modelos foram propostos na literatura para calcular esse coeficiente de arrasto. O modelo de Ishii e Zuber (1979) (Equação 6.14), amplamente utilizado em estudos numéricos (PAREKH; RZEHAKE, 2018; CHEN et al., 2019; LIAO et al., 2019; KIM; PARK, 2019), diferencia as formas das bolhas e os regimes de fluxo com base nos números de Reynolds (Re_b) e Eötvös (EO), parâmetros adimensionais estabelecidos nas Equações 6.18 e 6.19, respectivamente.

$$C_D = \max \left[\min \left(C_{D,\text{elipse}}, C_{D,\text{cap}} \right), C_{D,\text{esfera}} \right] \quad (6.14)$$

onde,

$$C_{D,\text{sphere}} = \frac{24}{Re_b} \left(1 + 0,1 Re_b^{0,75} \right) \quad (6.15)$$

$$C_{D,\text{distorted}} = \frac{2}{3} \sqrt{Eo} \left(\frac{1 + 17,67(1 - \alpha_g)^{9/7}}{18,67(1 - \alpha_g)^{3/2}} \right)^2 \quad (6.16)$$

$$C_{D,\text{cap}} = \frac{8}{3} (1 - \alpha_g)^2 \quad (6.17)$$

$$Re_b = \frac{\rho_l |\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_g| d_b}{\mu_l} \quad (6.18)$$

$$Eo = \frac{g d_b^2 (\rho_l - \rho_g)}{\sigma} \quad (6.19)$$

Por sua vez, o modelo de Tomiyama et al. (1998) (Equação 6.20), também amplamente adotado na literatura (KREPPER; RZEHAK; LUCAS, 2018; SUGRUE et al., 2017; RZEHAK et al., 2017; ZIEGENHEIN; RZEHAK; LUCAS, 2015; MA et al., 2015), fornece uma correlação geral para o coeficiente de arrasto, considerando a influência dos números de Reynolds (Re_b) e Eötvös (Eo).

$$C_D = \max \left[\frac{24}{Re_b} \left(1 + 0,15 Re_b^{0,687} \right), \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4} \right] \quad (6.20)$$

As correlações propostas para os coeficientes de arrasto são formuladas para baixas frações de gás em líquidos em repouso. No entanto, no regime heterogêneo, a redução da distância entre as bolhas intensifica a interação entre suas camadas limite, modificando a força de arrasto e resultando na superestimação da fração global de gás (GEMELLO et al., 2018). Para evitar esse efeito, foi aplicado o fator de correção proposto por Simonnet et al. (2007), Equação 6.21, onde C'_D é o coeficiente corrigido.

$$\frac{C'_D}{C_D} = \alpha_l \left[\alpha_l^{25} + \left(4,8 \frac{1 - \alpha_l}{\alpha_l} \right)^{25} \right]^{-2/25} \quad (6.21)$$

Ambos os modelos foram escolhidos devido à sua aplicação na literatura e por fornecerem valores próximos aos dados experimentais em diferentes regimes de escoamento.

Os resultados das simulações permitiram avaliar qual das correlações melhor representa o comportamento hidrodinâmico do sistema gás-líquido.

6.3.2 Força de Arrasto Sólido-Líquido

A troca de momento gerada pela força de arrasto entre o sólido e o líquido, ($\mathbf{F}_{D,ls}$), é calculada pela Equação 6.23:

$$\mathbf{F}_{D,ls} = \frac{3}{4} \frac{C_{D,ls}}{d_s} \alpha_s \rho_l |\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_s| (\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_s) \quad (6.22)$$

onde $C_{D,ls}$ é o coeficiente de arrasto líquido-sólido. O modelo de Schiller-Nauman (SCHILLER; NAUMANN, 1933) (Equação 6.23) foi utilizado para o cálculo desse coeficiente, uma vez que apresentou melhor desempenho em comparação com o modelo de Gidaspow (1994), conforme indicado por (LI; ZHONG, 2015; SU et al., 2020).

$$C_{D,ls} = \begin{cases} \frac{24}{\text{Re}_s} (1 + 0,15 \text{Re}_s^{0,687}), & \text{Re}_s \leq 1000 \\ 0,44, & \text{Re}_s > 1000 \end{cases} \quad (6.23)$$

onde Re_s é o número de Reynolds da fase particulada, calculado por:

$$\text{Re}_s = \frac{\rho_l d_s |\vec{u}_l - \vec{u}_s|}{\mu_l} \quad (6.24)$$

6.3.3 Força de Sustentação Gás-Líquido

A força de sustentação $\mathbf{F}_{L,lg}$ influencia a distribuição radial das bolhas devido ao gradiente de pressão gerado pelo escoamento do fluido contínuo. Esse efeito ocorre porque, à medida que as bolhas se deslocam no meio líquido, a diferença na velocidade relativa entre as fases gera uma variação de pressão ao longo da superfície da bolha. Esse gradiente de pressão induz um movimento transversal, direcionando as bolhas para a região central ou para as paredes da coluna, dependendo do coeficiente de sustentação adotado (KHAN et al., 2020). Essa força foi formulada para descrever a migração transversal de bolhas esféricas e é expressa de acordo com a Equação 6.25.

$$\mathbf{F}_{L,lg} = -C_{L,lg} \alpha_g \rho_l [\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_l] \times (\nabla \times \mathbf{u}_l) \quad (6.25)$$

onde $C_{L,lg}$ é o coeficiente de sustentação. Diferentes abordagens são adotadas na literatura para determinar esse coeficiente. Algumas pesquisas utilizam valores fixos, como -0,2 ou 0,025 (SUGRUE et al., 2017; EKAMBARA et al., 2008), enquanto outras aplicam modelos empíricos, como o de Tomiyama (1998), amplamente empregado na predição da sustentação em sistemas gás-líquido:

$$C_L = \begin{cases} \min \left[0, 288 \tanh(0, 121 Re_b), f(Eo_d) \right], & Eo_d < 4 \\ f(Eo_d), & 4 \leq Eo_d \leq 10 \\ -0, 27, & Eo_d > 10 \end{cases} \quad (6.26)$$

onde $f(Eo_d)$ representa uma função dependente do número adimensional de Eötvös Eo_d .

$$f(Eo_d) = 0, 00105 Eo_d^3 - 0, 0159 Eo_d^2 - 0, 0204 Eo_d + 0, 474 \quad (6.27)$$

$$Eo_d = \frac{g(\rho_l - \rho_g)d_h^2}{\sigma} \quad (6.28)$$

O diâmetro hidráulico da bolhas (d_h) é obtido como uma função do número de Eötvös, conforme expressado em:

$$d_h = d_b \sqrt[3]{1 + 0, 163 Eo^{0,757}} \quad (6.29)$$

De acordo com Tomiyama et al. (2002), valores negativos de $C_{L,lg}$ tendem a direcionar as bolhas para o centro da coluna, estabelecendo um caminho preferencial de escoamento. Portanto, neste estudo, foi adotado um valor constante de $C_{L,lg} = -0,2$, com base em dados experimentais de Tyagi e Buwa (2017a). Além disso, aplicou-se a correlação proposta por Tomiyama (1998) para o coeficiente de sustentação, a qual varia com o diâmetro das bolhas e considera mudanças no regime de escoamento, com o objetivo de avaliar sua influência e comparar seu desempenho em relação ao valor constante.

6.4 Modelo de balanço populacional

A fase gasosa é dispersa na forma de bolhas com diferentes tamanhos na entrada da coluna. À medida que ascendem no reator, essas bolhas interagem por meio de coalescência

e ruptura, fenômenos que se intensificam nos regimes de transição e heterogêneo.

Para descrever a evolução da população de bolhas durante esses processos, foi adotado o modelo S-Gamma (LO; ZHANG, 2009; LO; RAO, 2007), que considera uma distribuição log-normal dos tamanhos das bolhas. Esse modelo permite simplificar a representação da população de bolhas, evitando a necessidade de subdividir o espectro de tamanhos em várias classes. Em vez disso, a distribuição pode ser caracterizada por um conjunto limitado de parâmetros (COLOMBO; FAIRWEATHER, 2016). Esse modelo define uma quantidade volumétrica conservada (S_γ) relacionada ao momento da distribuição do tamanho das bolhas (M_γ) por meio da seguinte Equação 6.30

$$S_\gamma = n_s M_\gamma = n_s \int_0^\infty d_b^\gamma P(d_b) d(d_b) \quad (6.30)$$

onde n_s é o número de partículas por unidade de volume. O parâmetro γ denota a ordem do momento (e.g., 0, 2 ou 3), definindo características específicas da distribuição do tamanho das bolhas. O momento de ordem zero corresponde à densidade numérica das bolhas (n_s), enquanto S_2 e S_3 estão intimamente relacionados à concentração de área interfacial (a_i) e à fração de vazios, conforme as Equações 6.31, 6.32 e 6.33.

$$S_0 = n_s \quad (6.31)$$

$$S_2 = n_s \int_0^\infty d_b^2 P(d_b) d(d_b) = \frac{a_i}{\pi} \quad (6.32)$$

$$S_3 = n_s \int_0^\infty d_b^3 P(d_b) d(d_b) = \frac{6\alpha}{\pi} \quad (6.33)$$

Partindo da definição de momentos, é possível determinar o diâmetro médio das bolhas utilizando o diâmetro de Sauter (d_{32}) ou o diâmetro médio ponderado pelo volume (d_{30}), conforme descrito pelas Equações 6.34 e 6.35. Em sistemas homogêneos, ambos os diâmetros convergem para o mesmo valor. Já em sistemas com uma ampla distribuição de tamanhos, essas medidas apresentam diferenças significativas.

$$d_{32} = \frac{S_3}{S_2} = \frac{6\alpha}{\pi} \frac{1}{S_2} \quad (6.34)$$

$$d_{30} = \left(\frac{S_3}{S_0}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{6\alpha}{\pi S_0}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (6.35)$$

O fechamento do modelo S-Gamma é realizado assumindo que a função de distribuição de tamanhos de bolhas $P(d_b)$ segue uma forma log-normal, caracterizada pela média logarítmica μ_g e pelo desvio-padrão logarítmico σ_g . Esses parâmetros permitem calcular qualquer momento S_γ a partir dos momentos resolvidos (S_0 , S_2 e S_3).

No presente trabalho, μ_g e σ_g não foram definidos explicitamente pelo usuário, sendo calculados internamente pelo *software* Star-CCM+ a partir dos momentos transportados (S_0 , S_2 e S_3) e dos limites de diâmetro especificados no modelo, fixados como diâmetro mínimo de $1,0 \times 10^{-6}$ m e diâmetro máximo de 70 mm. A reconstrução de $P(d_b)$ é realizada assumindo uma distribuição log-normal truncada nesse intervalo, e as integrais necessárias ao cálculo dos momentos intermediários são avaliadas por meio de quadratura numérica com cinco pontos.

Quando esse modelo é combinado com uma abordagem Euleriana-Euleriana-Euleriana, que resolve a fração volumétrica, o terceiro momento S_3 é determinado diretamente. Conseqüentemente, são necessários apenas dois momentos adicionais, S_0 e S_2 , para caracterizar a distribuição do tamanho das bolhas. Para cada um desses momentos, deve ser resolvida uma equação de transporte, conforme apresentado na Equação 6.36.

$$\frac{\partial S_\gamma}{\partial t} + \nabla \cdot (S_\gamma \mathbf{u}_g) = s_{br} + s_{cl} \quad (6.36)$$

Na Equação 6.36, a velocidade do ar é fornecida pelas equações de transporte das fases, e s_{br} e s_{cl} representam os termos fonte que contabilizam, respectivamente, os efeitos de ruptura e coalescência das bolhas na equação do momento γ -ésimo. **Esses termos serão detalhados nas seções a seguir.**

6.4.1 Modelo de ruptura de bolhas

A quebra de uma bolha ocorre quando seu diâmetro ultrapassa o valor crítico (d_{cr}), definido como o diâmetro máximo estável da bolha. A ruptura pode ocorrer tanto em escoamentos laminares quanto turbulentos, desde que as bolhas sejam maiores que a escala de comprimento de Kolmogorov (L_K) (Equação 6.37). Nessa condição, a fragmentação das

bolhas é dominada por forças de cisalhamento viscoso. Já bolhas maiores estão sujeitas à ruptura inercial, causada por forças dinâmicas e flutuações de pressão presentes em escoamentos turbulentos (LO; ZHANG, 2009).

$$L_K = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon_l} \right)^{1/4} \quad (6.37)$$

sendo ν a viscosidade cinemática da fase contínua.

Em escoamentos turbulentos com $d_{cr} < L_K$, o termo fonte de ruptura é dado pela soma dos termos para os regimes viscoso ($d_{cr} < d < L_K$) e inercial ($d > L_K$), conforme descrito pela Equação 6.38.

$$s_{br} = s_{br,v} + s_{br,i} \quad (6.38)$$

O termo fonte de ruptura em sua forma genérica é dado por:

$$s_{br} = d^\gamma \left(N_f(d)^{3-\gamma} - \frac{1}{\tau_{br}(d)} \right) nP(d) \int_0^\infty d(d) d(d). \quad (6.39)$$

O inverso do tempo de ruptura, $1/\tau_{br}$, representa a taxa de ruptura, K_{br} . N_f é o número de bolhas filhas de diâmetro d_f resultantes da ruptura de uma bolha de diâmetro d . Neste estudo, considera-se apenas a ruptura binária, na qual as bolhas se fragmentam em duas partes de tamanho igual, ou seja, $N_f(d) = 2$.

Neste estudo, apenas a ruptura inercial foi considerada, pois a coluna de bolhas opera em escoamento turbulento, e esse mecanismo de fragmentação ocorre para bolhas maiores que a escala de comprimento de Kolmogorov. **O critério de ruptura é formulado em termos do número de Weber (Equação 6.40), definido com base em parâmetros turbulentos que representam a intensidade das flutuações de velocidade no escoamento.**

$$We = \frac{\rho_l \varepsilon_l^{2/3} d_b^{5/3}}{2\sigma} \quad (6.40)$$

onde ρ_l é a densidade da fase líquida, ε_l é a taxa de dissipação de energia turbulenta na fase líquida, d_b é o diâmetro da bolha e σ é a tensão superficial na interface gás-líquido. O número de Weber é uma razão adimensional entre as forças inerciais, associadas à

deformação da interface, e as forças de tensão superficial que atuam sobre uma bolha, gota ou interface fluida (ETCHELLS, 1987).

A taxa de ruptura adotada no *software* segue a equação estruturada pelo modelo de Tsouris e Tavlarides (1994), que prevê a diminuição exponencial da probabilidade de fragmentação à medida que o diâmetro da bolha aumenta. A Equação 6.41 é usada para o cálculo da taxa de ruptura:

$$K_{br} = C_g \frac{(\varepsilon_l d_b)^{1/3}}{d_b} f\left(\frac{We_{cr}}{We}\right) \quad (6.41)$$

onde We_{cr} é o número de Weber crítico, que relaciona as forças inerciais com as forças de tensão superficial na interface entre dois fluidos, e C_g é uma constante de calibração usada para ajustar a escala de tempo da quebra. O número We_{cr} corresponde ao valor limite do número de Weber, a partir do qual a bolha deixa de permanecer estável e se rompe, devido à predominância das forças inerciais sobre a tensão superficial. Valores menores de We_{cr} favorecem a fragmentação das bolhas (LAU et al., 2014).

Fisicamente, o número de Weber representa a razão entre as forças que promovem a deformação da bolha (associadas à inércia ou à turbulência do escoamento) e as forças de tensão superficial que atuam para manter sua integridade. Quando o número de Weber excede um valor crítico (We_{cr}), as forças de deformação tornam-se dominantes, favorecendo a ruptura da bolha.

Foram adotados os valores $We_{cr} = 0,23$ e $C_g = 2$ nas simulações iniciais. Além desses valores de referência, foram avaliados neste estudo os valores de We_{cr} iguais a 1, 3 e 5, com base na revisão de Lau et al. (2014). Também foi considerado o valor de $C_g = 0,673$, conforme adotado por Martínez-Bazán et al. (2010).

6.4.2 Modelo de coalescência de bolhas

Durante a colisão de duas bolhas, ocorre uma interação temporária, na qual a película da fase contínua entre elas se reduz. Caso essa película atinja uma espessura crítica antes do término da interação, a coalescência ocorre (LO; ZHANG, 2009). O termo fonte de coalescência s_{cl} é definido como:

$$s_{cl} = F_{cl} \left(\frac{2\gamma}{3} - 2 \right) \left(\frac{6\alpha_d}{\pi} \right)^2 k_{coll} u_{rel} P_{cl}(d_{eq}) d_{eq}^{\gamma-4} \quad (6.42)$$

onde F_{cl} é o coeficiente de calibração, k_{coll} representa o coeficiente da taxa de colisão, P_{cl} é a probabilidade de coalescência em uma colisão, u_{rel} corresponde à diferença de velocidade entre as bolhas e d_{eq} é o diâmetro médio equivalente. Os valores desses parâmetros dependem do regime de colisão predominante, influenciado pelas condições do escoamento.

Essa equação quantifica a taxa de coalescência, considerando a distribuição de tamanhos de bolhas, as taxas de colisão e a probabilidade de fusão. A taxa de colisão turbulenta é relevante apenas para a coalescência em regime turbulento e resulta do produto entre a taxa de colisão e a eficiência de coalescência.

A taxa de colisão representa o volume percorrido por uma bolha em movimento por unidade de tempo e é definida de acordo com a Equação 6.43.

$$h(d_1, d_2) = S_{12}v \quad (6.43)$$

onde S_{12} é a área de colisão entre as bolhas, dada pela Equação 6.44.

$$S_{12} = \frac{\pi}{4}(d_1 + d_2)^2 \quad (6.44)$$

Já a velocidade relativa de aproximação v é estimada pela Equação 6.45.

$$v = \left(\frac{\epsilon_f(d_1 + d_2)}{2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (6.45)$$

Esse modelo permite estimar a frequência de colisões entre bolhas no meio turbulento, influenciando diretamente a taxa de coalescência.

No modelo de eficiência de coalescência de Luo (1995), a fusão das bolhas ocorre quando o tempo de contato $t_{contact}$ excede o tempo necessário para a ruptura do filme líquido que as separa $t_{rupture}$. A eficiência de coalescência é expressa como:

$$P_{cl} = \exp \left(-C \frac{t_{rupture}}{t_{contact}} \right) \quad (6.46)$$

onde C é a constante de calibração do modelo. Valores elevados de C reduzem a probabilidade de coalescência, enquanto valores menores indicam uma maior tendência à fusão das bolhas após a colisão. Foi adotado o valor de $C = 0,69805$ nas simulações.

7 Resultados e Discussões

7.1 Teste de Malha

Para que as simulações numéricas forneçam resultados confiáveis, além da escolha adequada do modelo, é fundamental garantir que a discretização espacial seja precisa.

Para definir a malha ideal, foi realizado um teste de independência de malha seguindo o procedimento do *Grid Convergence Index* (GCI), conforme proposto por Roache (1994). Esse método quantifica a incerteza associada à discretização, permitindo estimar o quão distantes as soluções numéricas estão do valor assintótico (ROACHE, 1997).

Para isso, foram avaliadas como variáveis de resposta (ϕ) a fração global de gás (ε_g) e as frações médias de gás ao longo de linhas horizontais centrais, localizadas nas alturas de 0,270 m ($\varepsilon_{g,L1}$) e 0,765 m ($\varepsilon_{g,L2}$) acima da entrada. Esses valores foram calculados para três diferentes densidades de malha, cujas resoluções estão detalhadas na Tabela 4.

Tabela 4 – Detalhes das três resoluções de malha utilizadas no estudo de independência de malha.

Resolução da malha	Número de células (Largura \times Profundidade \times Altura)
Fina (i=1)	$12 \times 5 \times 163$
Média (i=2)	$6 \times 5 \times 82$
Grossa (i=3)	$3 \times 5 \times 42$

Para todas as malhas, o tamanho médio das células excede o diâmetro das bolhas, o que garante o cálculo preciso de grandezas médias por fase (como fração volumétrica e velocidade) e das forças interfásicas (ABDULRAHMAN, 2024). Nessas simulações, foi utilizada uma velocidade superficial do gás de 0,10 m/s na entrada, aplicando-se os modelos de força de arrasto e de sustentação propostos por Tomiyama (TOMIYAMA et al., 1998; TOMIYAMA, 1998) (caso DT-LT-W023-C2 da Tabela 1).

O valor exato da variável de resposta foi estimado por extrapolação de Richardson (ROACHE, 1994), conforme a seguinte equação:

$$\phi_{\text{exact}} = \phi_1 + \frac{\phi_1 - \phi_2}{r^p - 1} \quad (7.1)$$

onde r é a taxa de refino (igual a 1,6) e p é a ordem de convergência, calculada por:

$$p = \frac{\ln \left[\frac{\phi_3 - \phi_2}{\phi_2 - \phi_1} \right]}{\ln(r)} \quad (7.2)$$

De acordo com Roache (1994), a solução está na faixa assintótica de convergência quando o parâmetro α , definido pela Equação 7.3, se aproxima de 1:

$$\alpha = \frac{GCI_{2,3}}{r^p \cdot GCI_{1,2}} \quad (7.3)$$

onde $GCI_{1,2}$ e $GCI_{2,3}$ são os índices de convergência para as malhas fina e grossa, respectivamente, e são calculados por:

$$GCI_{1,2} = \frac{1,25}{r^p - 1} \left| \frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi_1} \right| \quad (7.4)$$

$$GCI_{2,3} = \frac{1,25}{r^p - 1} \left| \frac{\phi_2 - \phi_3}{\phi_2} \right| \quad (7.5)$$

Os parâmetros obtidos pelo método do GCI são apresentados nas Tabelas 5, 6 e 7, para ε_g , $\varepsilon_{g,L1}$ e $\varepsilon_{g,L2}$, respectivamente. As ordens de convergência obtidas para os diferentes parâmetros variaram entre 5,125 e 5,746, indicando que as soluções obtidas para os diferentes níveis de malha são próximas. Para todas as variáveis analisadas, os valores de α permaneceram dentro da faixa assintótica (próximos de 1) roache1994, e os valores do índice de convergência de malha (GCI) entre as malhas fina e intermediária foram inferiores a 0,2%, indicando que a malha mais refinada fornece uma solução suficientemente convergida.

Como refinamentos adicionais não trariam melhorias significativas na precisão numérica, a malha refinada (Fig. 7) foi utilizada nas simulações subsequentes.

Tabela 5 – Parâmetros para a retenção global de gás calculados pelo procedimento GCI .

	ϕ	p	ϕ_{exact}	$GCI_{i,i+1}$	α
Refinada (i=1)	0,2439			0,09%	
Intermediária (i=2)	0,2456	5,125	0,2437	0,94%	0,9932
Grosseira (i=3)	0,2630				

Tabela 6 – Parâmetros para a retenção local de gás calculados pelo procedimento GCI a uma altura de 0,270 m.

	ϕ	p	ϕ_{exact}	$GCI_{i,i+1}$	α
Refinada (i=1)	0,2273			0,18%	
Intermediária (i=2)	0,2241	5,265	0,2276	1,98%	1,0144
Grosseira (i=3)	0,1883				

Tabela 7 – Parâmetros para a retenção local de gás calculados pelo procedimento GCI a uma altura de 0,765 m.

	ϕ	p	ϕ_{exact}	$GCI_{i,i+1}$	α
Refinada (i=1)	0,2453			0,03%	
Intermediária (i=2)	0,2461	5,746	0,2452	0,47%	0,9965
Grosseira (i=3)	0,2580				

A Figura 7 ilustra a malha hexaédrica utilizadas nas simulações. Na Fig. 7(C), a região em vermelho representa a entrada da coluna, enquanto na Fig. 7(D) está indicada a saída.

7.2 Efeito das Forças Interfaciais no Escoamento Gás-Líquido

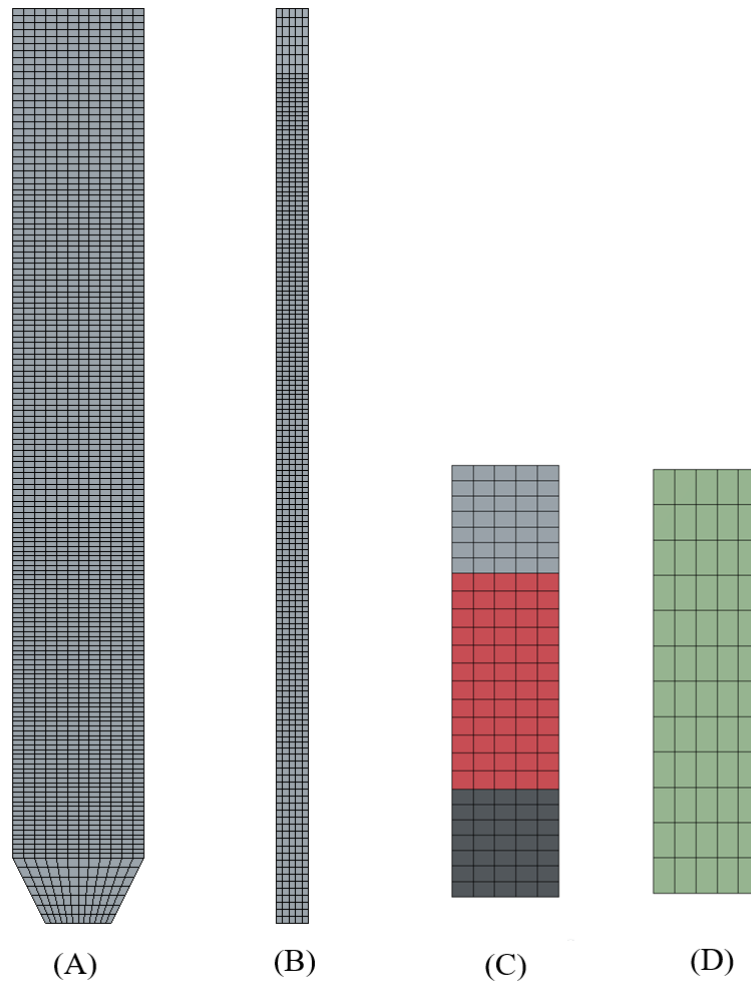
7.2.1 Força de arrasto

A força de arrasto representa a interação entre a bolha e o líquido, atuando no sentido oposto ao movimento relativo entre as fases. Assim, ela pode tanto desacelerar quanto acelerar a bolha, dependendo das velocidades relativas entre as fases, influenciando significativamente sua velocidade de ascensão (KHAN et al., 2020). Portanto, a modelagem adequada dessa força é essencial para garantir a precisão das simulações numéricas.

Inicialmente, os resultados das simulações foram avaliados para o sistema bifásico (gás-líquido), considerando apenas a força de arrasto, utilizando os modelos de Ishii e Zuber (1979) e Tomiyama et al. (1998), ambos amplamente aplicados em simulações de fluxos borbulhantes e considerados mais adequados para bolhas com maiores diâmetros e formatos variados (KHAN et al., 2020).

Os casos DT-W0,23-C2 e DIZ-W0,23-C2 foram avaliados nas três diferentes velocidades superficiais. A Figura 8 apresenta as retenções globais de gás obtidas experimental-

Figura 7 – (A) Visão Frontal (B) Visão Lateral (C) Entrada (D) Saída

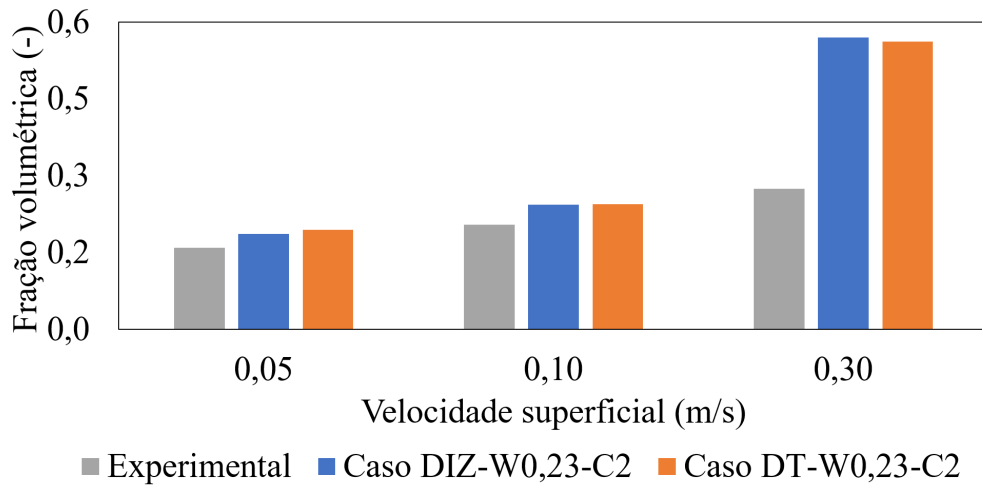


Fonte: Autor, 2025

mente por Tyagi e Buwa (2017a), juntamente com os resultados médios das simulações numéricas. Observa-se que, à medida que a velocidade superficial do gás aumenta, a retenção global também cresce em todos os casos. Para velocidades de até 0,10 m/s, as diferenças entre os valores experimentais e simulados foram inferiores a 21%. No entanto, para a velocidade de 0,30 m/s, as discrepâncias ultrapassaram 100%.

Além das diferenças na retenção global de gás, o perfil local de fração volumétrica não reproduziu integralmente o comportamento experimental para as diferentes velocidades. Na Figura 9, é possível observar a fração volumétrica local de gás média nas diferentes velocidades, obtida em linhas horizontais centrais ($z = 0,025m$) nas alturas de 0,270 m (Fig. 9 (a)) e 0,765 m (Fig. 9 (b)). Enquanto a retenção global de gás se desvia significativamente dos dados experimentais apenas na velocidade de 0,30 m/s, a

Figura 8 – Frações volumétricas globais média de gás para o sistema bifásico, considerando apenas a força de arrasto



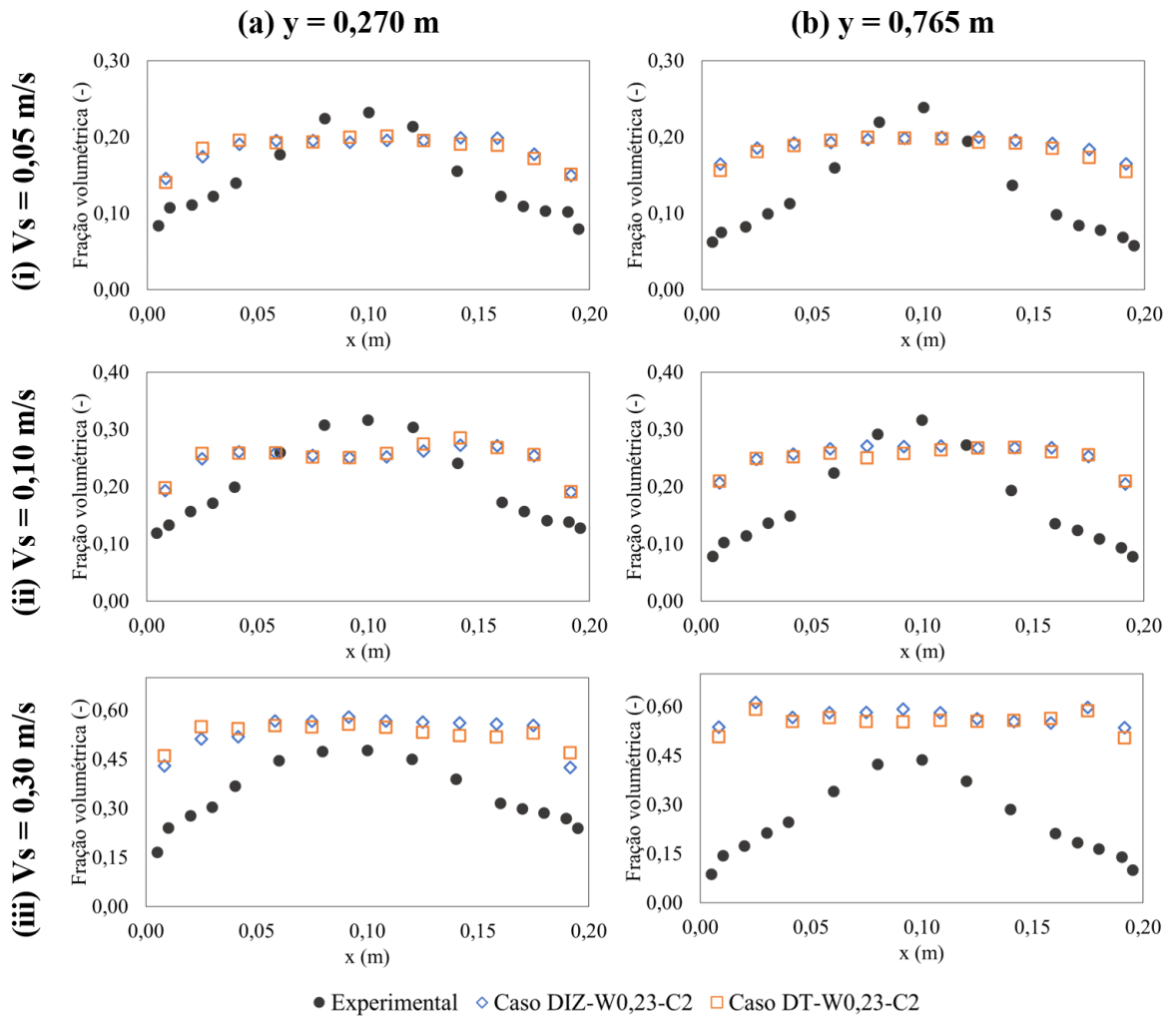
Fonte: Autor, 2025

retenção local média não apresenta um perfil comparável aos dados experimentais, mesmo em velocidades mais baixas. Para velocidades inferiores a 0,1 m/s (situações (i) e (ii) na Figura 9), a retenção de gás foi subestimada na região central e superestimada nas proximidades das paredes, especialmente no topo da coluna, com diferenças relativas superiores a 25%. Já para a velocidade superficial de 0,30 m/s (situação (iii) na Figura 9), a retenção de gás foi superestimada ao longo de toda a coluna, refletindo diretamente na retenção global.

Observa-se, que na parte superior da coluna (Fig. 9 (b)(i)–(b)(iii)), a fração volumétrica média de gás tende a se estabilizar, atingindo valores praticamente constantes e próximos à retenção global. As discrepâncias observadas em relação aos dados experimentais podem ser atribuídas à ausência de forças interfásicas laterais no modelo, como a força de sustentação e a força de dispersão turbulenta (JIN; XIONG; CHENG, 2019).

Como não foram observadas diferenças significativas entre os resultados obtidos com os dois modelos de coeficiente de arrasto, as simulações apresentadas nas seções seguintes utilizaram o modelo de Tomiyama para o cálculo da força de arrasto. Essa escolha se justifica pelo fato de esse modelo ser mais apropriado para escoamentos com números de Reynolds moderados a elevados, conforme relatado por Khan et al. (2020).

Figura 9 – Frações volumétricas locais médias de gás para o sistema bifásico, considerando apenas a força de arrasto



Fonte: Autor, 2025

7.2.2 Força de Sustentação

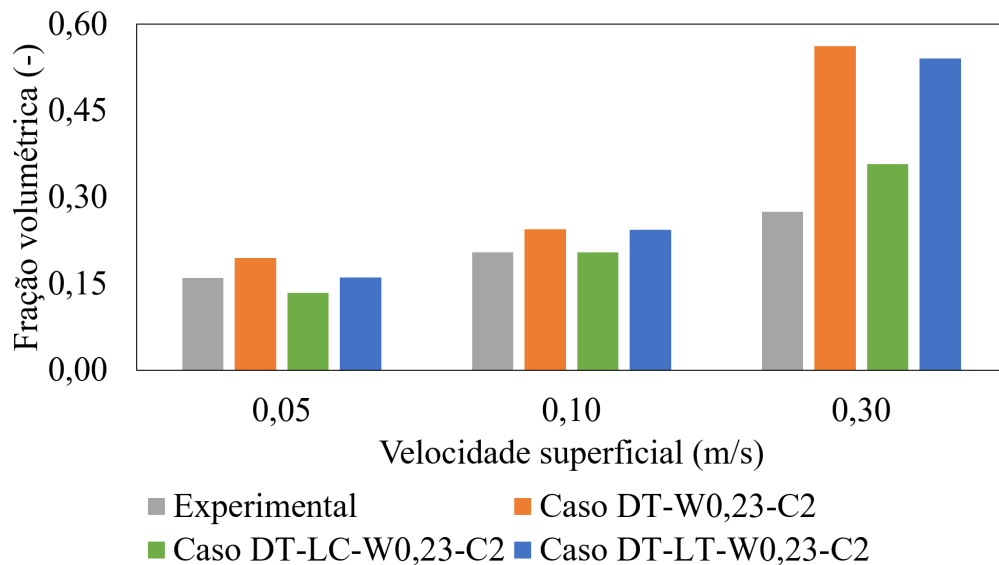
Após a avaliação dos dois modelos para o coeficiente de arrasto, foram considerados dois coeficientes distintos para a força de sustentação. Essa força atua perpendicularmente ao movimento relativo entre uma partícula e o fluido circundante, sendo resultado da não uniformidade no campo de escoamento, como a presença de gradientes de velocidade ao redor das bolhas.

Nas simulações apresentadas nesta seção, o coeficiente de sustentação foi assumido como constante, com valor igual a $-0,2$ (caso DT-LC-W0,23-C2), ou calculado com base no modelo proposto por Tomiyama (1998) (caso DT-LT-W0,23-C2), amplamente adotado na literatura. A escolha do coeficiente constante negativo justifica-se por sua capacidade

de representar a migração das bolhas em direção ao centro da coluna, comportamento compatível com os dados experimentais obtidos por Tyagi e Buwa (2017a).

A Figura 10 apresenta os valores das retenções globais médias de gás obtidos com ambos os coeficientes de sustentação. Observa-se que, ao incluir a força de sustentação, há uma redução nas discrepâncias entre os valores simulados e experimentais da retenção global de gás quando se adota um coeficiente constante e negativo em todas as velocidades superficiais (caso DT-LC-W0,23-C2). Essa redução é particularmente significativa para a velocidade superficial de 0,30 m/s, na qual o uso de um coeficiente de sustentação constante (caso DT-LC-W0,23-C2) reduz a discrepância para 30%, enquanto o modelo de Tomiyama (caso DT-LT-W0,23-C2) apresenta uma diferença de 97% em relação aos dados experimentais.

Figura 10 – Fração volumétrica global média de gás para o sistema bifásico, considerando as forças de arrasto e sustentação

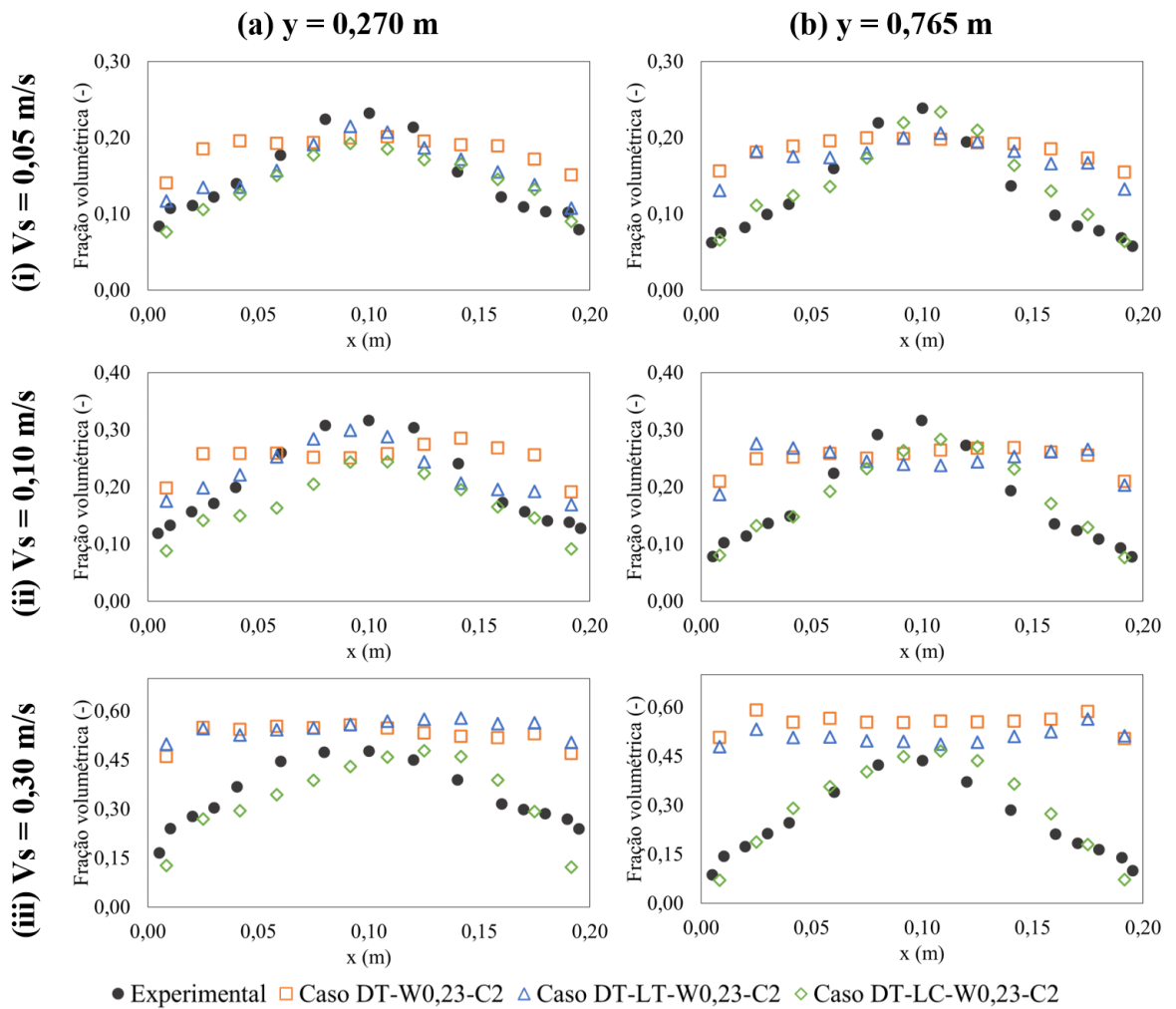


Fonte: Autor, 2025

A Figura 11 apresenta as frações volumétricas locais médias de gás considerando a utilização do coeficiente de sustentação constante de $-0,2$ e do modelo de Tomiyama (1998). Os resultados indicam que a adoção de valores negativos para o coeficiente de sustentação promoveu o escoamento de gás predominantemente pela região central da coluna, comportamento mais próximo dos dados experimentais. De modo geral, a diferença relativa entre os dados experimentais e o caso DT-LC-W0,23-C2 é expressivamente menor do que a observada nos casos DT-W0,23-C2 e DT-LT-W0,23-C2.

Ao se empregar o modelo de Tomiyama (1998) para o coeficiente de sustentação, a discrepância próxima às paredes é maior, alcançando valores aproximadamente duas vezes superiores aos dados experimentais na região superior (Fig. 11-(b)). Esse comportamento pode ser atribuído aos valores positivos do coeficiente de sustentação fornecidos pelo modelo de Tomiyama (1998) para bolhas menores, os quais direcionam parte do gás em direção às paredes.

Figura 11 – Fração volumétrica local média de gás para o sistema bifásico, considerando as forças de arrasto e sustentação



Fonte: Autor, 2025

A Figura 12 apresenta os campos médios no tempo de fração volumétrica de gás, velocidade do gás e diâmetro médio de Sauter no plano central da coluna, considerando regiões com fração de gás igual ou inferior a 0,9. Conforme mencionado anteriormente, a adoção de um valor constante e negativo para o coeficiente de sustentação direciona

as bolhas para o centro da coluna, independentemente de seu tamanho. Isso resulta em uma maior retenção de gás na região central, como observado na Figura 12(a)(i) para todas as velocidades superficiais. Por outro lado, ao utilizar o modelo proposto por Tomiyama (1998), a distribuição da fração de gás torna-se mais uniforme ao longo do eixo x (Figura 12(a)(ii)).

Observa-se também que os diâmetros médios das bolhas obtidos nas simulações se aproximam de 5,8 mm (Figura 12(c)(ii)), valor no qual o coeficiente de sustentação muda de sinal no sistema ar-água, segundo Tomiyama (1998). Bolhas menores que esse valor são empurradas para as paredes devido ao coeficiente positivo, enquanto bolhas maiores são direcionadas para o centro da coluna em função do coeficiente negativo. Nota-se ainda que, no caso DT-LT-W0,23-C2, a base da coluna apresenta diâmetros maiores, o que faz com que as bolhas migrem para o centro da coluna e resultem em valores mais próximos dos dados experimentais, conforme indicado nas Figuras 11(a)(i) e (a)(ii).

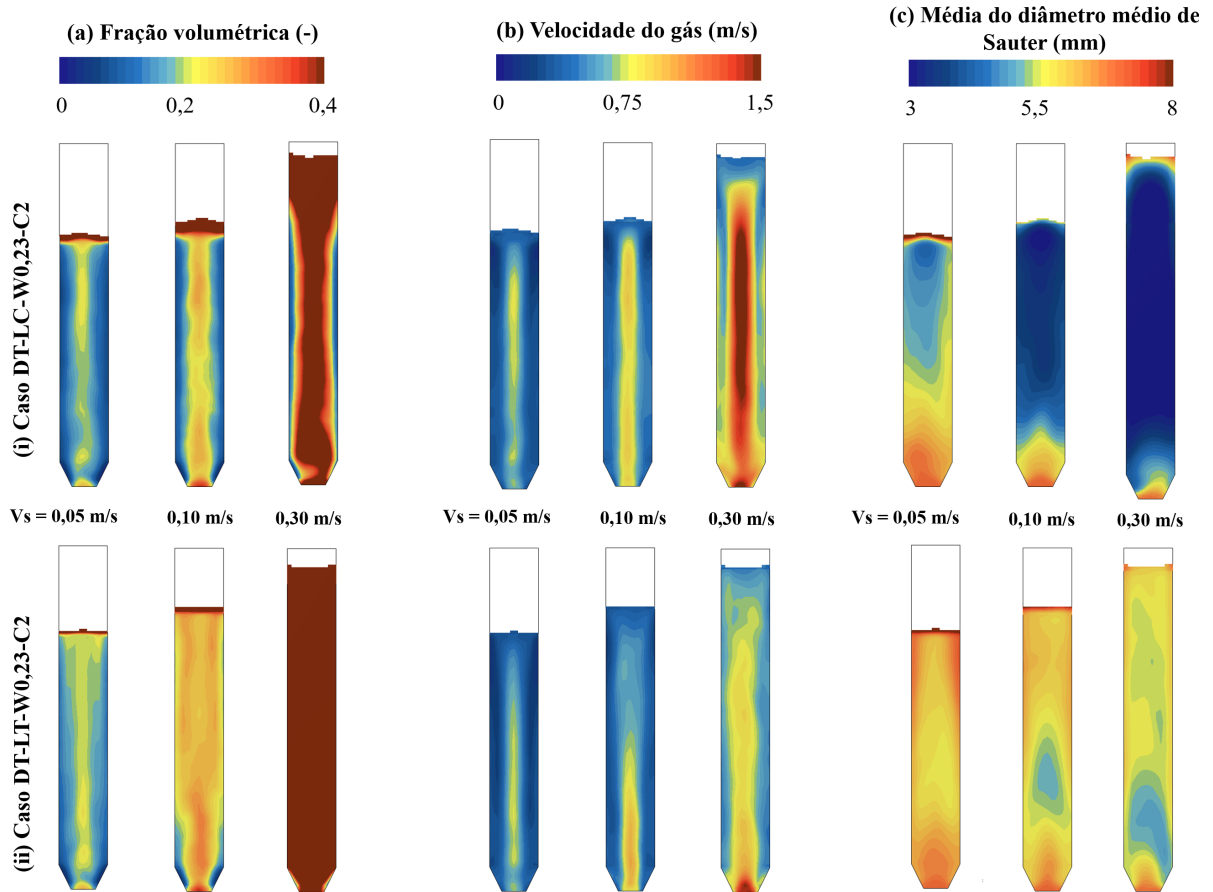
Os campos de velocidade do gás refletem diretamente a distribuição espacial das bolhas. Nas Figuras 12(b)(i) e 12(b)(ii), verifica-se que, no caso DT-LC-W0,23-C2, há maiores gradientes de velocidade, com escoamento mais intenso no centro da coluna. Já no caso DT-LT-W0,23-C2, a velocidade apresenta perfil mais homogêneo, atribuído à maior dispersão radial das bolhas. Nota-se também que, na base da coluna, os campos de velocidade estão mais intensos, indicando maior ocorrência de quebra de bolhas nessa região.

Como os fenômenos de coalescência e ruptura são influenciados pelos campos de velocidade, os maiores gradientes no caso DT-LC-W0,23-C2 promovem mais quebras, gerando bolhas menores (Figura 12(c)(i)). Em contrapartida, o perfil mais suave do caso DT-LT-W0,23-C2 favorece a manutenção de bolhas maiores. Além disso, verifica-se que o aumento da velocidade superficial do gás leva à redução do diâmetro médio das bolhas, devido à intensificação dos efeitos da dispersão turbulenta.

Esses resultados estão alinhados com o estudo de Lasheras et al. (2002), que demonstraram que a frequência de ruptura cresce com a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta (ε), resultando na formação de bolhas menores. No presente trabalho, observou-se que os casos DT-LC-W0,23-C2 apresentaram taxas médias de dissipação de energia significativamente maiores do que os casos DT-LT-W0,23-C2, o que intensifica os

mecanismos de ruptura e leva à formação de bolhas menores.

Figura 12 – Perfis de fração volumétrica de gás, velocidade do gás e diâmetro de bolha para $We_{cr} = 0,23$ a partir da média do tempo.

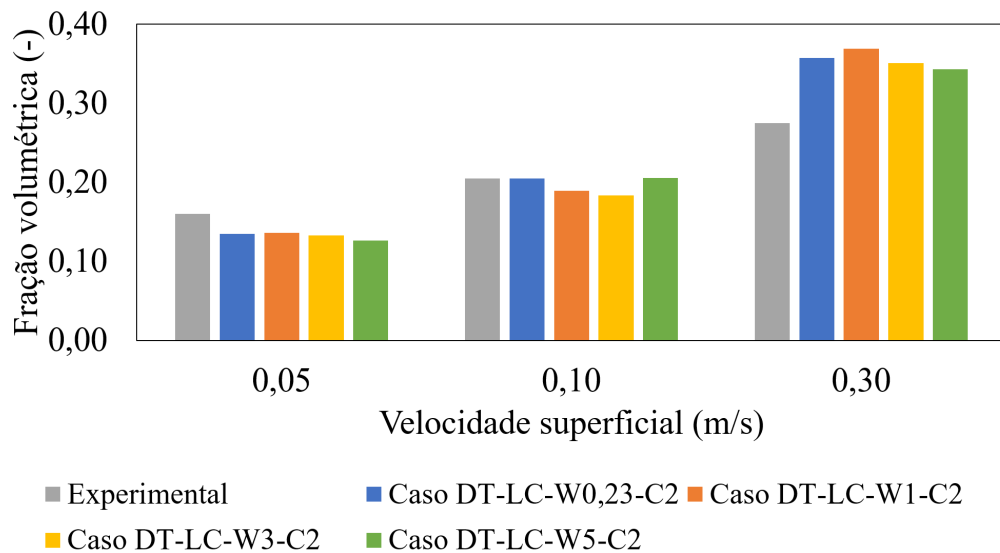


7.3 Efeito do Modelo de Ruptura de Bolhas no escoamento Gás-Líquido

Além da influência das forças interfásicas, é fundamental uma descrição adequada da distribuição dos diâmetros das bolhas ao longo do escoamento. Inicialmente, avaliou-se o impacto do número de Weber crítico (We_{cr}), um parâmetro da Eq. 6.41, sobre a fração volumétrica de gás (global e local) e a distribuição dos diâmetros das bolhas. Valores mais elevados de We_{cr} tendem a gerar bolhas maiores, devido à redução na frequência de ruptura das bolhas. Para investigar a influência desse parâmetro nos resultados, foram realizadas simulações com as configurações descritas anteriormente, adotando-se valores de $We_{cr} = 1, 3$ e 5 .

A Figura 13 apresenta as frações volumétricas globais médias de gás para os casos com coeficiente de sustentação constante ($C_L = -0,2$) e diferentes valores do número de Weber crítico ($We_{cr} = 0,23, 1, 3$ e 5). Observa-se que, para as três velocidades superficiais avaliadas, os resultados obtidos não apresentam variações significativas com a alteração do We_{cr} , sendo as diferenças inferiores a 5%, 12% e 7% para as velocidades superficiais de 0,05, 0,10 e 0,30 m/s, respectivamente. Essa baixa sensibilidade ao We_{cr} pode ser atribuída à ação da força de sustentação constante, que tende a concentrar as bolhas na região central da coluna, minimizando os efeitos das variações no diâmetro das bolhas.

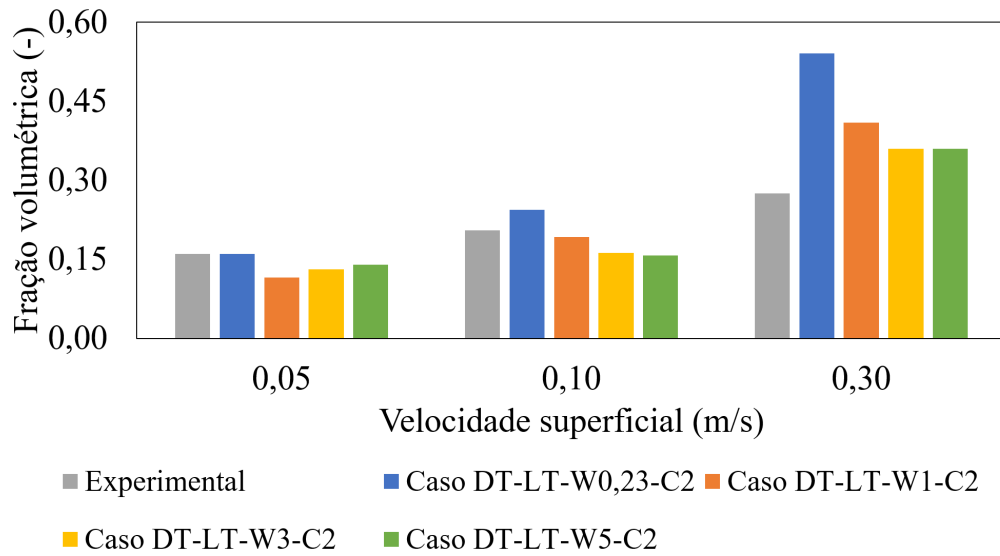
Figura 13 – Fração volumétrica global de gás para diferentes valores de We_{cr} com força de arrasto e coeficiente de sustentação constante.



Fonte: Autor, 2025

Já a Figura 14 apresenta os resultados para os casos em que se utilizou o modelo de Tomiyama (1998) para o cálculo do coeficiente de sustentação. Nessa configuração, os efeitos do número de Weber crítico (We_{cr}) são mais pronunciados. A variação da fração volumétrica global de gás alcançou até 28%, 21% e 33% para as velocidades superficiais de 0,05, 0,10 e 0,30 m/s, respectivamente. Esses resultados evidenciam uma maior sensibilidade do modelo de Tomiyama (1998) à distribuição dos diâmetros de bolhas promovida pela alteração de We_{cr} . Ainda assim, para as velocidades de 0,10 m/s e 0,30 m/s, os casos com $We_{cr} = 3$ e $We_{cr} = 5$ apresentaram valores mais próximos dos dados experimentais, indicando melhor desempenho dessas configurações na previsão da retenção global de gás.

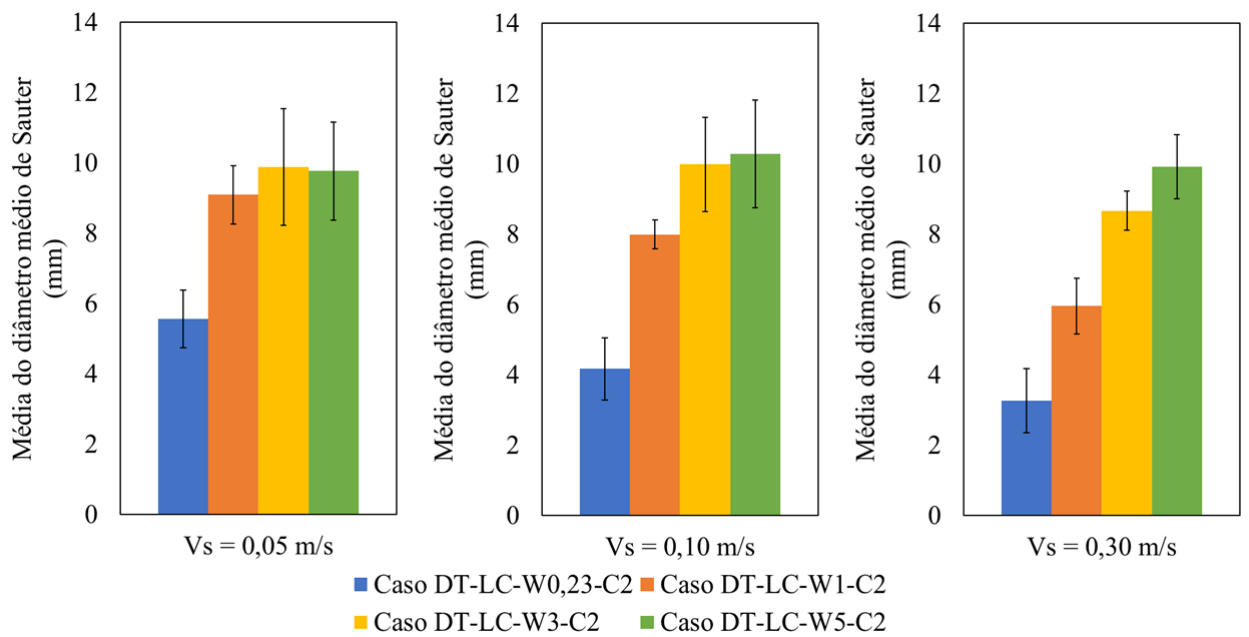
Figura 14 – Fração volumétrica global de gás para diferentes valores de We_{cr} com força de arrasto e coeficiente de sustentação de Tomiyama.



Fonte: Autor, 2025

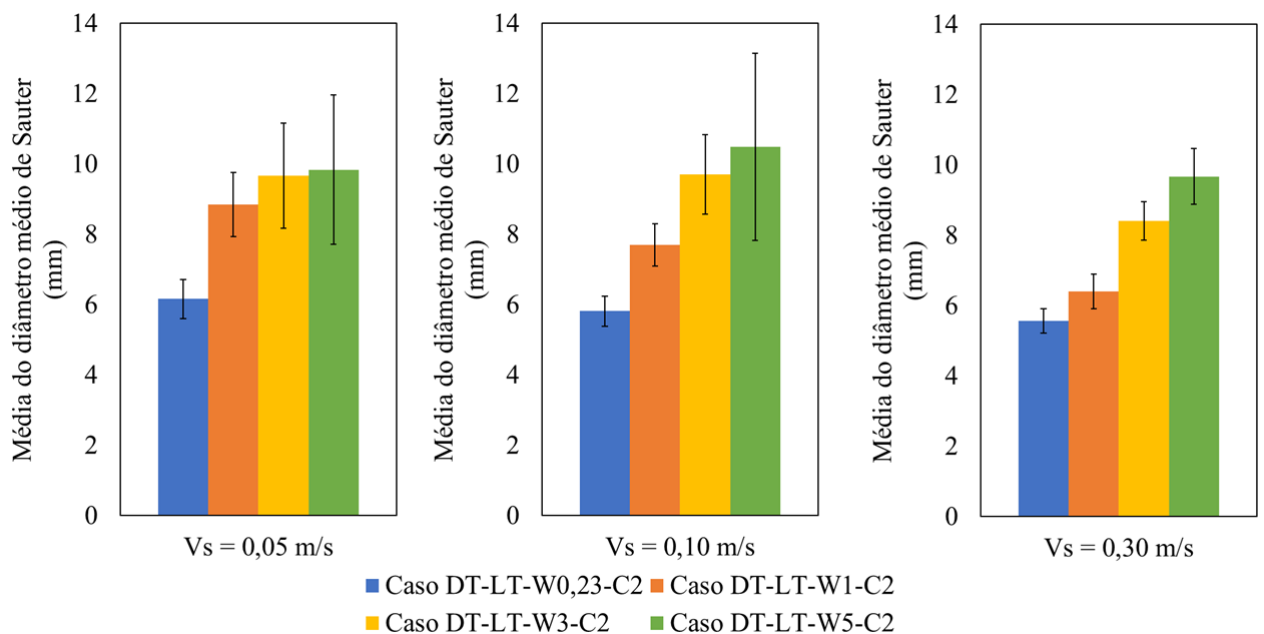
Essa diferença está associada à distribuição dos diâmetros das bolhas no sistema. As Figuras 15 e 16 apresentam os valores médios dos diâmetros médios de Sauter e seus respectivos desvios padrão para cada condição avaliada, considerando, respectivamente, os modelos de sustentação constante e o modelo proposto por Tomiyama (1998). Observa-se que, para os casos com $We_{cr} = 0,23$, os diâmetros médios das bolhas são menores em todas as velocidades superficiais analisadas. Um aumento no valor de We_{cr} resulta na formação de bolhas maiores, independentemente do modelo de coeficiente de sustentação adotado. Esse comportamento é consistente com os resultados reportados por Lau et al. (2014), que demonstraram que a redução de We_{cr} intensifica a fragmentação de bolhas, aumentando a frequência de quebra e, conseqüentemente, a concentração de bolhas menores no escoamento.

Figura 15 – Média dos diâmetros médios de Sauter e respectivos desvios padrão com força de arrasto e coeficiente de sustentação nas diferentes velocidades superficiais.



Fonte: Autor, 2025

Figura 16 – Média dos diâmetros médios de Sauter e respectivos desvios padrão com força de arrasto e coeficiente de sustentação de Tomiyama nas diferentes velocidades superficiais.



Fonte: Autor, 2025

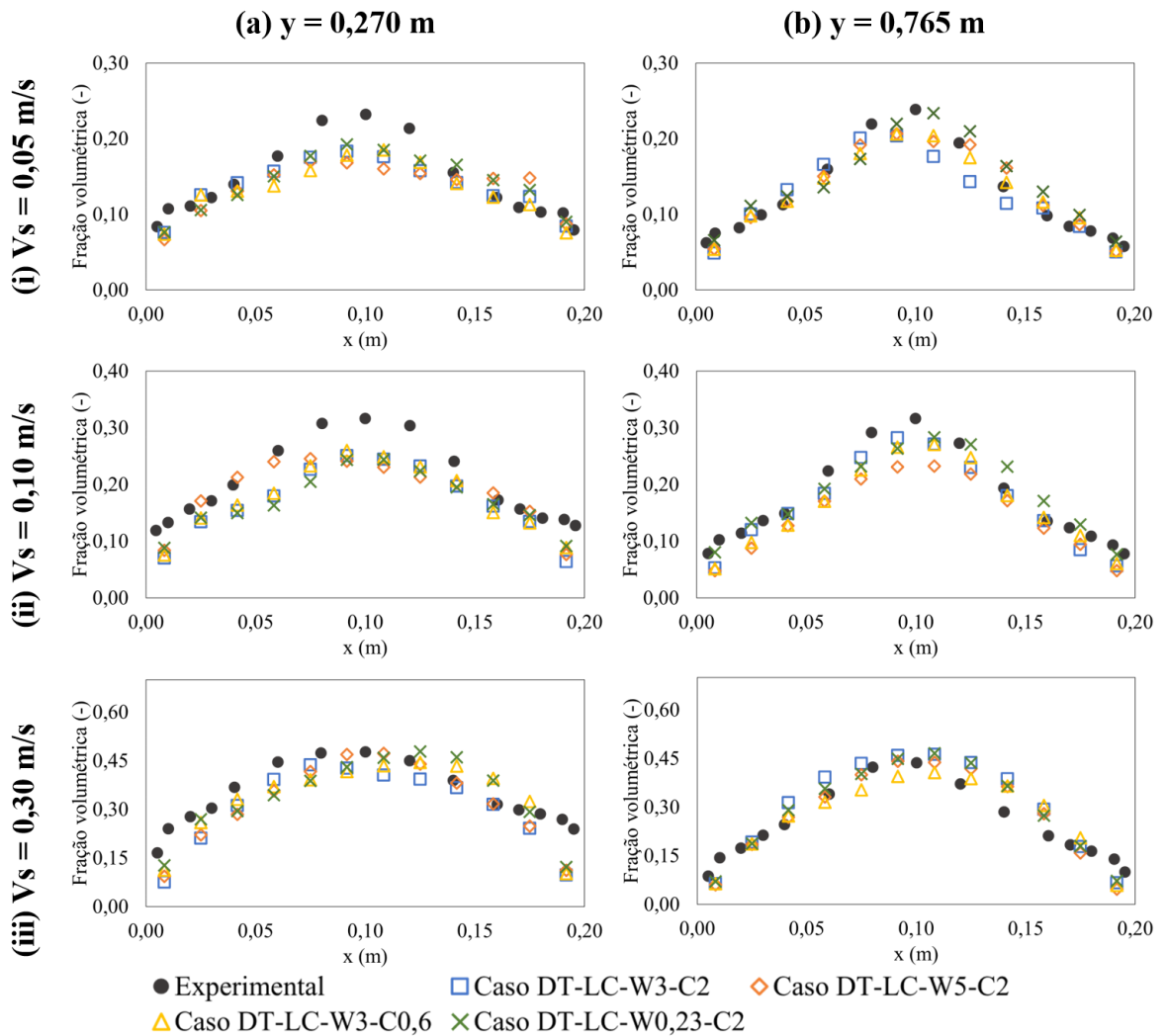
Para os casos DT-LC-W0,23-C2, DT-LC-W1-C2, DT-LC-W3-C2 e DT-LC-W5-C2, as frações volumétricas locais médias de gás são bastante semelhantes. Esse comportamento se deve ao uso de um valor constante e negativo para o coeficiente de sustentação, o qual induz o movimento das bolhas em direção ao centro da coluna, conforme evidenciado nas Figuras 17(A) e 17(B), independentemente do diâmetro das bolhas. Um padrão similar é observado nos casos DT-LT-W1-C2, DT-LT-W3-C2 e DT-LT-W5-C2, nos quais os diâmetros médios das bolhas superam o valor crítico de 5,8 mm, estabelecido por Tomiyama et al. (2002). Acima desse limite, o coeficiente de sustentação também assume valores negativos, promovendo o acúmulo de bolhas na região central da coluna e, conseqüentemente, elevando a concentração de gás nessa região, conforme indicado nas Figuras 18(A) e 18(B).

Por outro lado, no caso DT-LT-W0,23-C2, os menores diâmetros médios de bolhas, próximos ao valor crítico de 5,8 mm, fazem com que o coeficiente de sustentação varie entre valores negativos e positivos ao longo do escoamento. Isso resulta em uma redistribuição das bolhas, promovendo um perfil mais uniforme de fração volumétrica de gás, como pode ser observado nas Figuras 17(A) e 18(B). De modo geral, os casos que utilizam o coeficiente de sustentação constante e negativo apresentam comportamentos semelhantes entre si, enquanto o modelo de Tomiyama (1998) introduz variações mais significativas, sendo o caso DT-LT-W0,23-C2 o que mais se destaca pela diferença em relação aos demais, especialmente na região superior da coluna.

Além de afetar a fração volumétrica de gás, o diâmetro das bolhas também exerce influência significativa sobre o perfil de velocidade da fase gasosa. Esse efeito é ilustrado na Figura 19(A) e (B), que apresenta os perfis de velocidade do gás em duas alturas ao longo da coluna (0,27 m e 0,765 m), considerando as três velocidades superficiais avaliadas e os valores de We_{cr} iguais a 0,23 e 3.

Para os casos em que se adotou um coeficiente de sustentação constante e negativo igual a $-0,2$, os resultados são bastante semelhantes entre si, apresentando perfis de velocidade mais acentuados no centro da coluna devido à maior concentração de bolhas nessa região. Quando o modelo de Tomiyama (1998) é utilizado para estimar $C_{L,g}$ com $We_{cr} = 3$, os perfis de velocidade também exibem maiores valores no centro da coluna, comportamento semelhante ao observado nos casos DT-LC-W0,23-C2 e DT-LC-W3-C2. Esse resultado está associado à menor taxa de quebra de bolhas no caso DT-LT-W3-

Figura 17 – Fração volumétrica local média de gás para diferentes valores de We_{cr} com força de arrasto e coeficiente de sustentação constante.



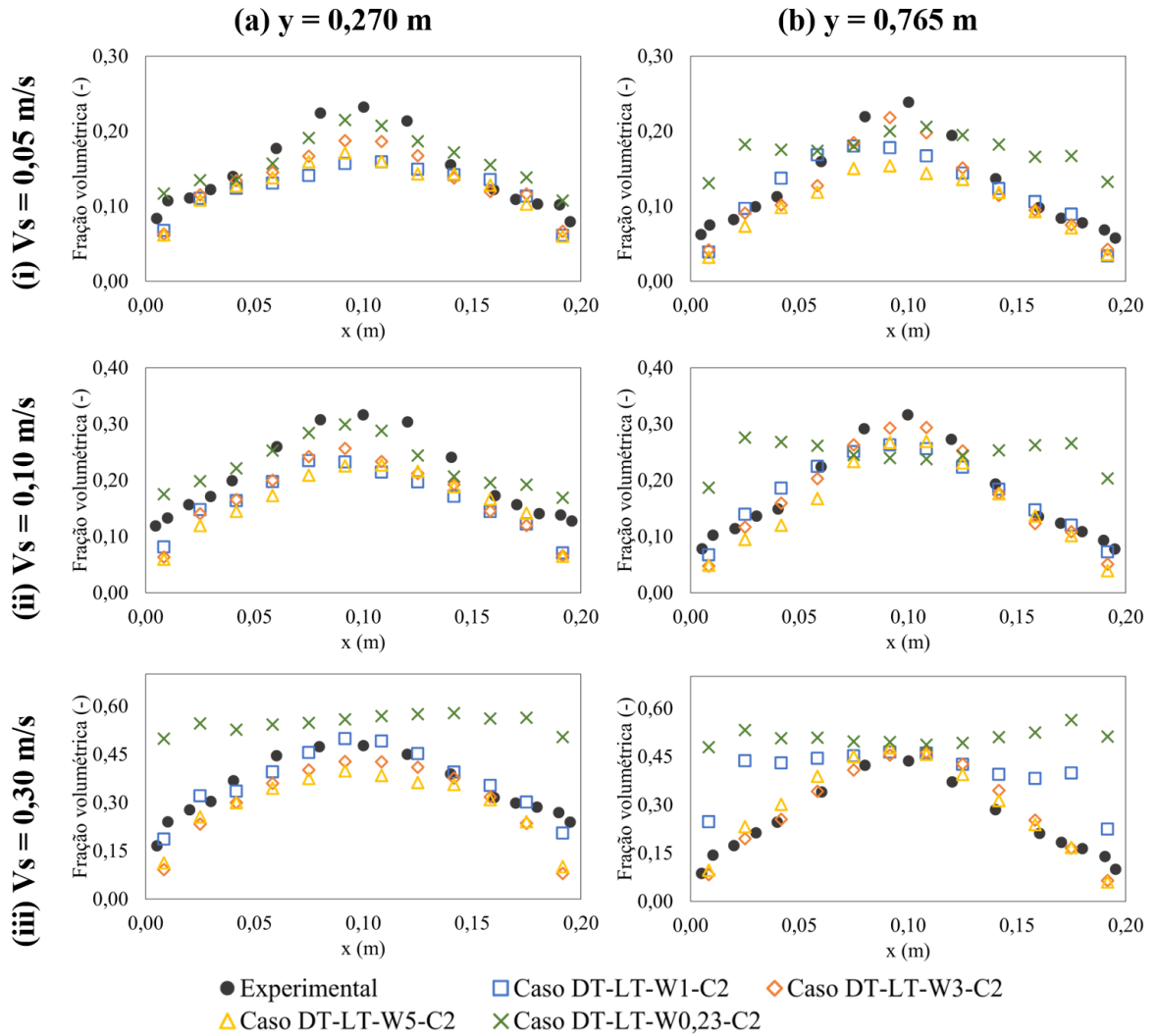
Fonte: Autor, 2025

C2; como consequência, bolhas maiores se acumulam na região central, intensificando a velocidade de ascensão, conforme discutido anteriormente.

Por outro lado, para $We_{cr} = 0,23$ (caso DT-LT-W0,23-C2), bolhas menores são geradas e, como consequência, sua distribuição espacial torna-se mais uniforme, resultando em um perfil de velocidade mais plano. Esse comportamento é particularmente evidente para as velocidades superficiais de gás de 0,10 m/s e 0,30 m/s, nas quais bolhas ainda menores são observadas devido à intensificação dos efeitos turbulentos e ao aumento da frequência de quebra.

A Figura 20 apresenta a variação da média do diâmetro médio de Sauter ao longo

Figura 18 – Fração volumétrica local média de gás para diferentes valores de We_{cr} com força de arrasto e coeficiente de sustentação de Tomiyama.



Fonte: Autor, 2025

da altura da coluna para os casos DT-LC-W0,23-C2, DT-LT-W0,23-C2, DT-LC-W3-C2 e DT-LT-W3-C2. Para $We_{cr} = 3$, observa-se que os fenômenos de quebra são menos intensos, resultando em bolhas maiores ao longo de toda a altura da coluna. Por outro lado, nos casos com $We_{cr} = 0,23$, nota-se uma redução progressiva do diâmetro das bolhas com o aumento da altura, evidenciando a atuação mais significativa dos mecanismos de ruptura — especialmente quando se utiliza o coeficiente de sustentação constante. Essa diferença na distribuição dos diâmetros afeta diretamente os perfis de velocidade discutidos anteriormente, promovendo um escoamento mais concentrado no centro da coluna nos casos com bolhas maiores (DT-LT-W3-C2) e uma maior dispersão no caso DT-LT-W0,23-C2.

Figura 19 – Perfis de velocidade média do gás para $We_{cr} = 0,23$ e $We_{cr} = 3$.

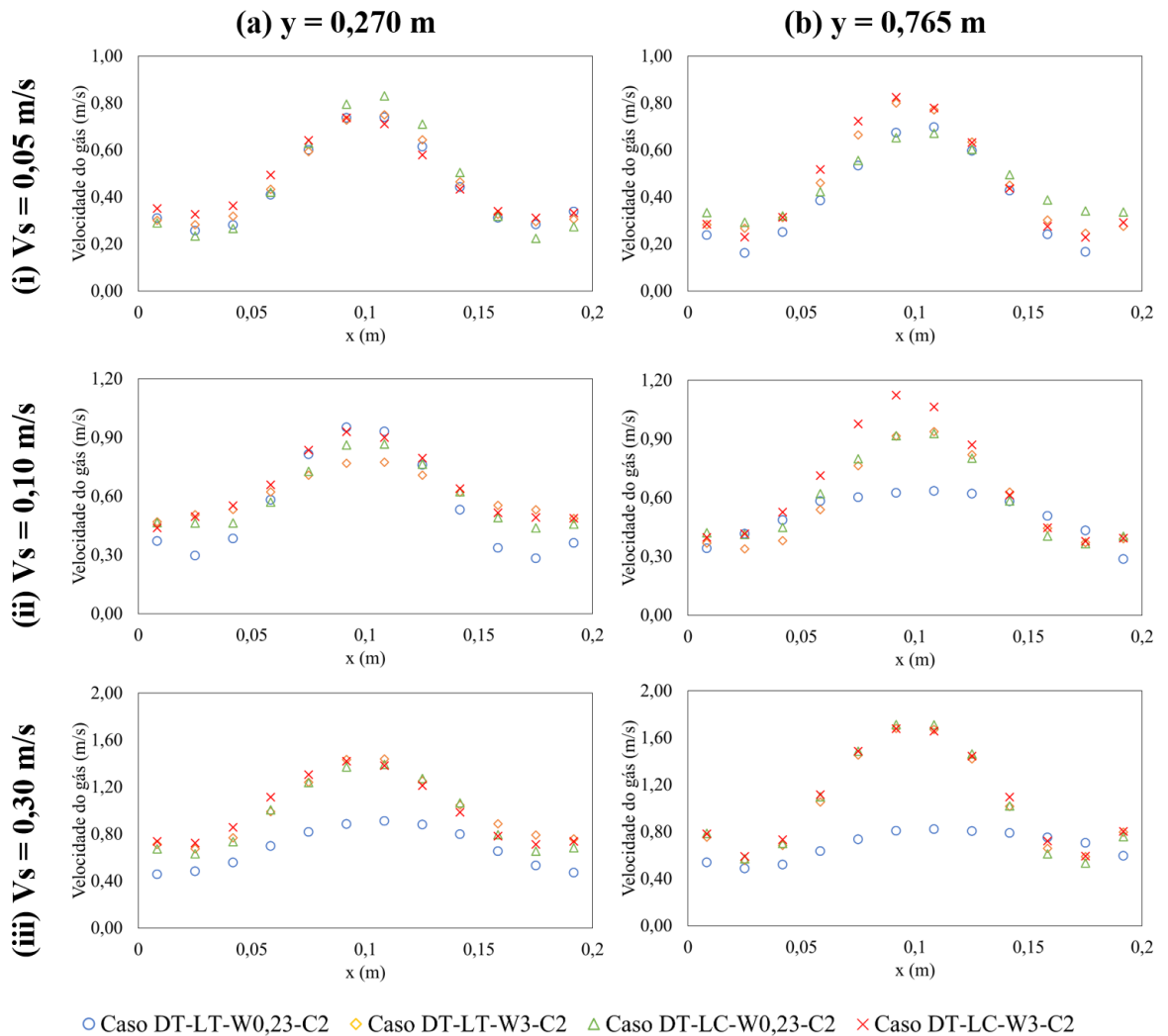
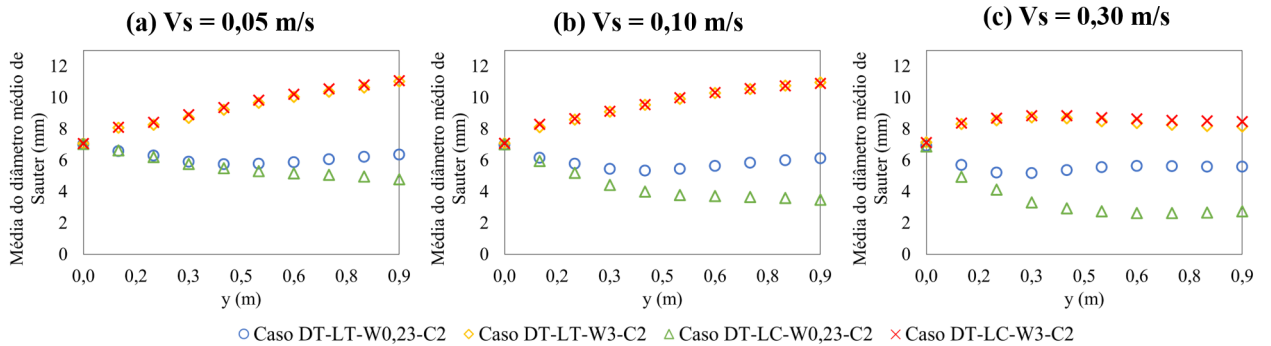


Figura 20 – Distribuição do diâmetro médio de Sauter ao longo da altura da coluna para diferentes valores de We_{cr} .



Após a avaliação do impacto do número de Weber crítico na retenção de gás e na distribuição dos diâmetros das bolhas, optou-se por adotar o valor de $We_{cr} = 3$ e o modelo de Tomiyama (1998) para o coeficiente de sustentação nas simulações

subsequentes. Essa escolha se justifica pelos resultados obtidos, uma vez que os casos com $We_{cr} < 3$ apresentaram uma redução mais significativa no diâmetro médio das bolhas ao longo da altura da coluna e um coeficiente de sustentação constante não representara o impacto do diâmetro das bolhas na distribuição local e global de gás. Por outro lado, o valor de $We_{cr} = 3$ apresentou um comportamento mais compatível com as observações experimentais de Tyagi e Buwa (2017a), que indicaram que o diâmetro médio das bolhas tende a aumentar com a altura da coluna.

Além do impacto do valor de We_{cr} , também foi avaliado o efeito da constante C_g , um parâmetro de calibração utilizado para ajustar a escala de tempo de ruptura na Eq. 6.41, sobre a fração volumétrica de gás (global e local) e a distribuição dos diâmetros das bolhas. Foram utilizados o valor de 2 e o valor de 0,673, adotado por Martínez-Bazán et al. (2010) em um sistema gás-liquido.

A Figura 21 apresenta as frações volumétricas globais médias de gás para os casos que utilizam o coeficiente de sustentação proposto por Tomiyama et al. (1998), com valores de C_g iguais a 2 e 0,673. Observa-se que, para as três velocidades superficiais avaliadas, os resultados obtidos não apresentam variações significativas entre si, com diferenças de 4%, 17% e 9%, respectivamente. Além disso, destaca-se que, em todos os casos, a discrepância em relação aos dados experimentais permaneceu inferior a 31%.

As pequenas diferenças observadas nas frações volumétricas de gás simuladas estão relacionadas à distribuição dos diâmetros das bolhas no sistema. As Figuras 22 apresentam os valores médios do diâmetro médio de Sauter, acompanhados de seus respectivos desvios padrão, para cada condição avaliada. Observa-se que os valores obtidos são próximos entre si, com diferenças inferiores a 16%, valor correspondente à condição com velocidade superficial de 0,30 m/s.

Além disso, observa-se um aumento na média do diâmetro médio de Sauter ao se passar de 0,05 para 0,10 m/s, principalmente ao se utilizar o valor de $C_g = 0,673$. Já na maior velocidade superficial, observa-se uma diminuição no diâmetro médio em ambos os casos, sendo essa redução menos expressiva quando $C_g = 0,673$.

Figura 21 – Fração volumétrica global média de gás para $We_{cr} = 3$ com $C_g = 2$ e $C_g = 0,673$.

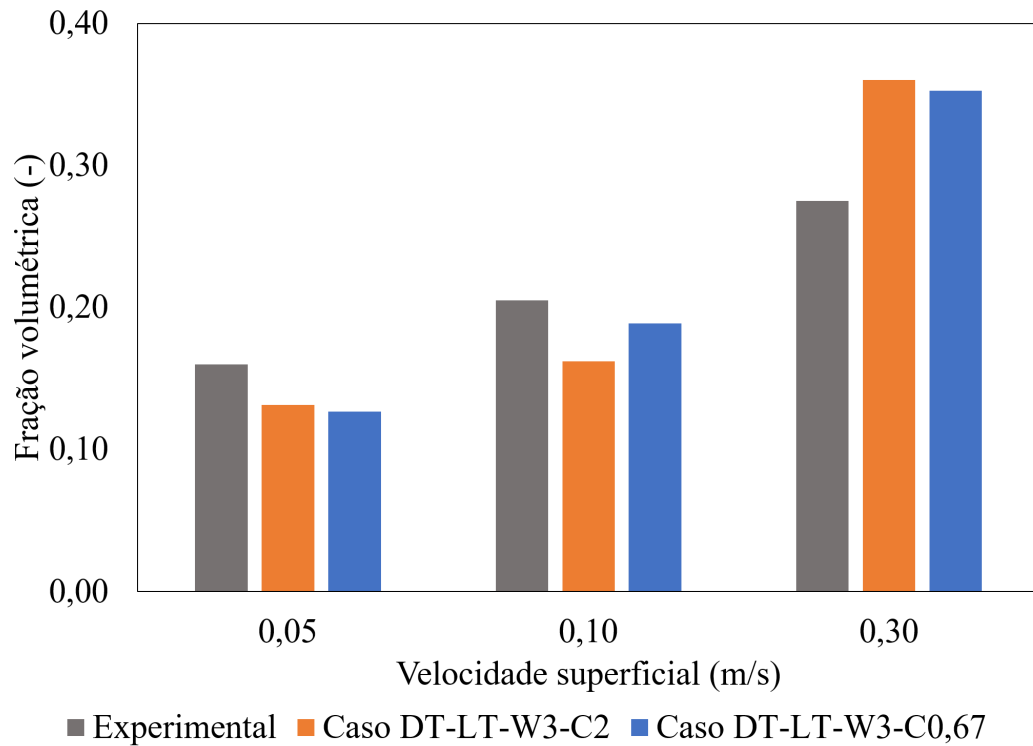
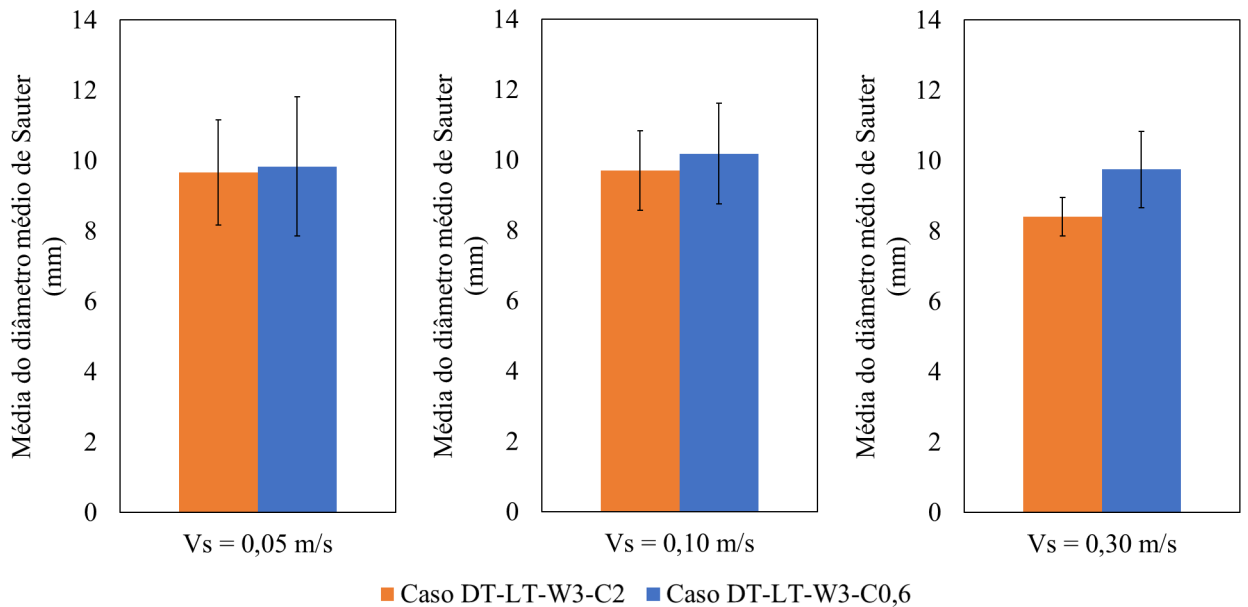


Figura 22 – Diâmetro médio de Sauter e desvios padrão para $We_{cr} = 3$ com $C_g = 2$ e $C_g = 0,673$ nas três velocidades superficiais avaliadas.

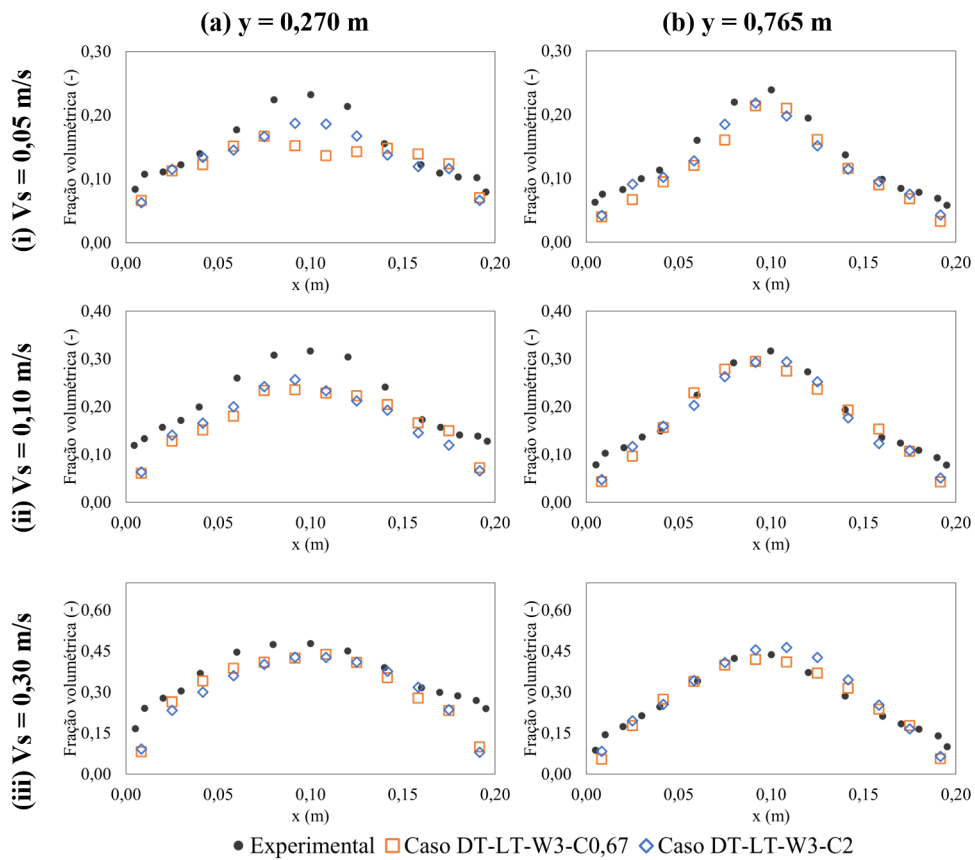


Fonte: Autor, 2025

Já a Figura 23 apresenta as frações volumétricas locais de gás para os casos DT-LT-

W3-C2 e DT-LT-W3-C0,6. Como as bolhas apresentam diâmetros maiores que 5,8 mm, a distribuição local de gás são próximas entre si. Assim como o perfil de velocidade, que é apresentado na Figura 24, onde os resultados são bastante semelhantes entre si, apresentando perfis de velocidade mais acentuados no centro da coluna devido à maior concentração de bolhas nessa região.

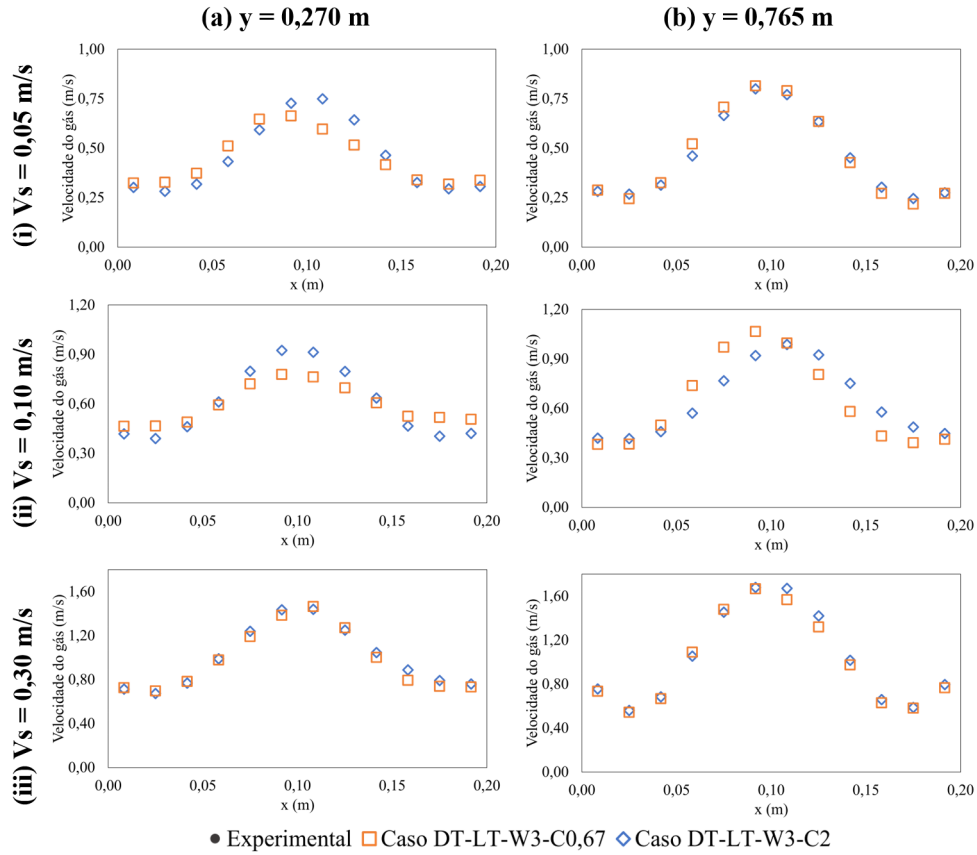
Figura 23 – Fração volumétrica local obtidas com as forças de arrasto e coeficiente de sustentação constante para $We_{cr} = 3$ e C_g iguais a 2 e 0,673 nas três velocidades.



Fonte: Autor, 2025

A Figura 25 apresenta a variação do diâmetro médio de Sauter ao longo da altura da coluna para os casos DT-LT-W3-C2 e DT-LT-W3-C0,6. Para $C_g = 0,673$, observa-se que os diâmetros médios de Sauter são levemente maiores nas velocidades de 0,10 e 0,30 m/s (Figuras 25(b)–(c)), indicando que os fenômenos de quebra são menos intensos, principalmente na parte superior da coluna. Por outro lado, nos casos com $C_g = 2$, nota-se um aumento seguido de uma redução do diâmetro médio de Sauter ao longo da altura para a velocidade de 0,30 m/s (Figura 25(c)), evidenciando a atuação mais significativa

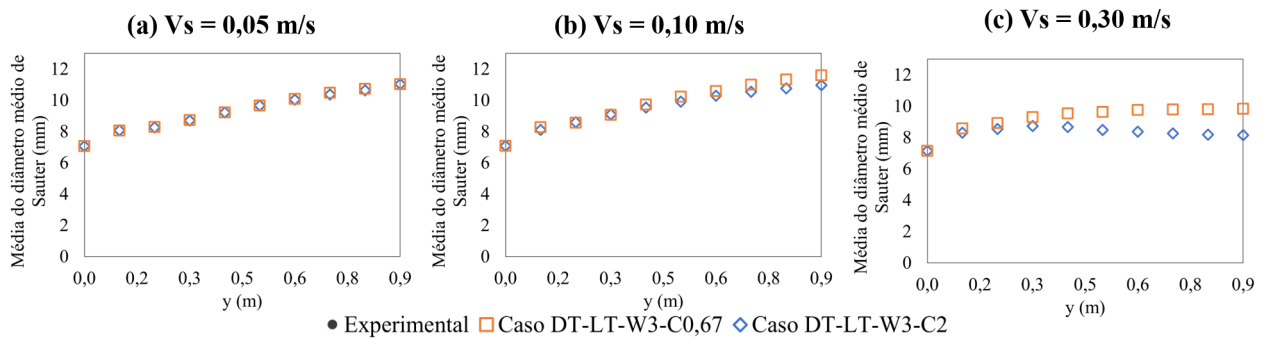
Figura 24 – Fração volumétrica local obtidas com as forças de arrasto e coeficiente de sustentação constante para $We_{cr} = 3$ e C_g iguais a 2 e 0,673 nas velocidades 0,05 m/s, 0,10 m/s e 0,30 m/s.



Fonte: Autor, 2025

dos mecanismos de ruptura nessa condição.

Figura 25 – Distribuição do diâmetro médio de Sauter ao longo da altura da coluna para $C_g = 2$ e $C_g = 0,673$.



A partir dos resultados obtidos, é possível observar que o valor de We_{cr} impacta de forma mais significativa a distribuição dos diâmetros médios de Sauter do que a constante C_g . Quanto maior o valor de We_{cr} , menor é o efeito dos mecanismos de ruptura das

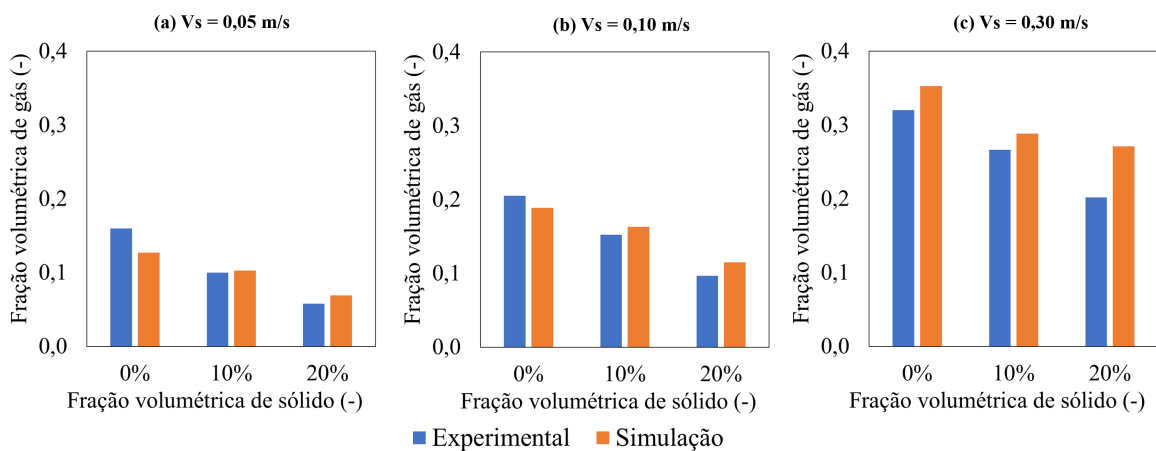
bolhas, e a utilização de $C_g = 0,673$ evitou a redução do diâmetro médio de Sauter ao longo da altura da coluna. Diante disso, optou-se por avaliar o impacto da concentração de partículas utilizando o caso DT-LT-W3-C0,67.

7.4 Efeito da Adição de Partículas

Os parâmetros fluidodinâmicos, como a fração de gás, o comportamento das bolhas e a distribuição de partículas, desempenham papéis importantes no adequado projeto e análise de reatores de leito de lama. Neste contexto, foram investigados os efeitos da adição de carga de partículas (10 e 20 vol.%) sobre a fluidodinâmica do escoamento gás, líquido e partículas.

A Figura 26 apresenta os valores da frações volumétricas globais médias de gás obtidos nas simulações do escoamento trifásico em diferentes velocidades superficiais, juntamente com os dados experimentais de Tyagi e Buwa (2017a) e os resultados das simulações da coluna de bolhas (sem partículas). Observa-se que a adição de partículas reduz a fração volumétrica global de gás **para uma mesma velocidade superficial, devido à menor dispersão da fase gasosa no interior da coluna**. No entanto, essa redução é relativamente menor nas simulações, especialmente quando comparada à variação observada experimentalmente, que chega pode ser aproximadamente o dobro da prevista numericamente.

Figura 26 – Comparação da fração volumétrica global da coluna de bolhas gás-líquido e gás-líquido-partícula para diferentes velocidade.



Fonte: Autor, 2025

Para a comparação entre 0 e 10 vol.% de partículas, os dados experimentais

indicam reduções de 38%, 26% e 17% nas frações volumétricas globais médias de gás para as velocidades superficiais de 0,05, 0,10 e 0,30 m/s, respectivamente, enquanto nas simulações essas reduções foram de 19%, 14% e 6%. Já na comparação entre 10 e 20 vol.%, os dados experimentais indicam reduções de 42%, 37% e 18% nas mesmas velocidades, enquanto nas simulações essas reduções foram de 33%, 30% e 6%.

A análise da fração volumétrica local reforça os efeitos identificados nos dados globais, demonstrando que a adição de partículas também impacta os perfis locais de gás. A Figura 27 e 28 apresenta os valores obtidos experimentalmente por Tyagi e Buwa (2017a) e por meio das simulações numéricas. Nos dados experimentais (Experimental-P00, Experimental-P10 e Experimental-P20), observa-se uma redução da fração local de gás com o aumento da concentração de sólidos. Nas simulações, embora também ocorra uma diminuição, a variação é consideravelmente mais discreta quando comparada aos resultados experimentais.

Figura 27 – Comparação da fração volumétrica local de gás nas condições bifásica (P00) e trifásicas (P10) para diferentes velocidades superficiais do gás.

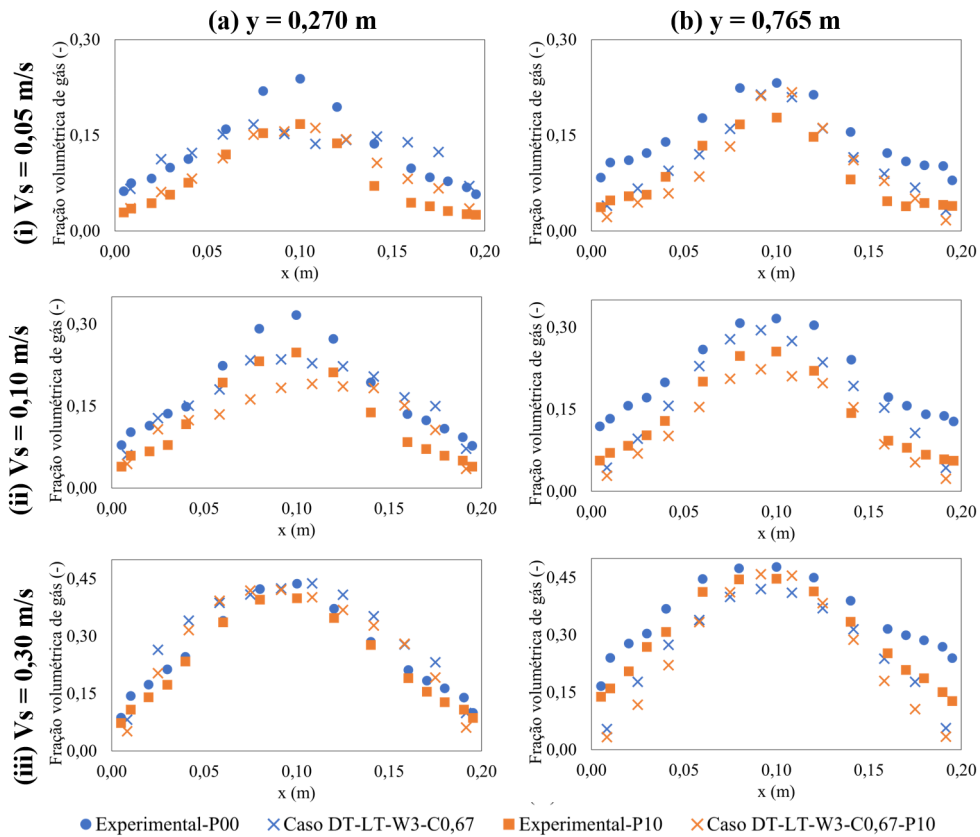
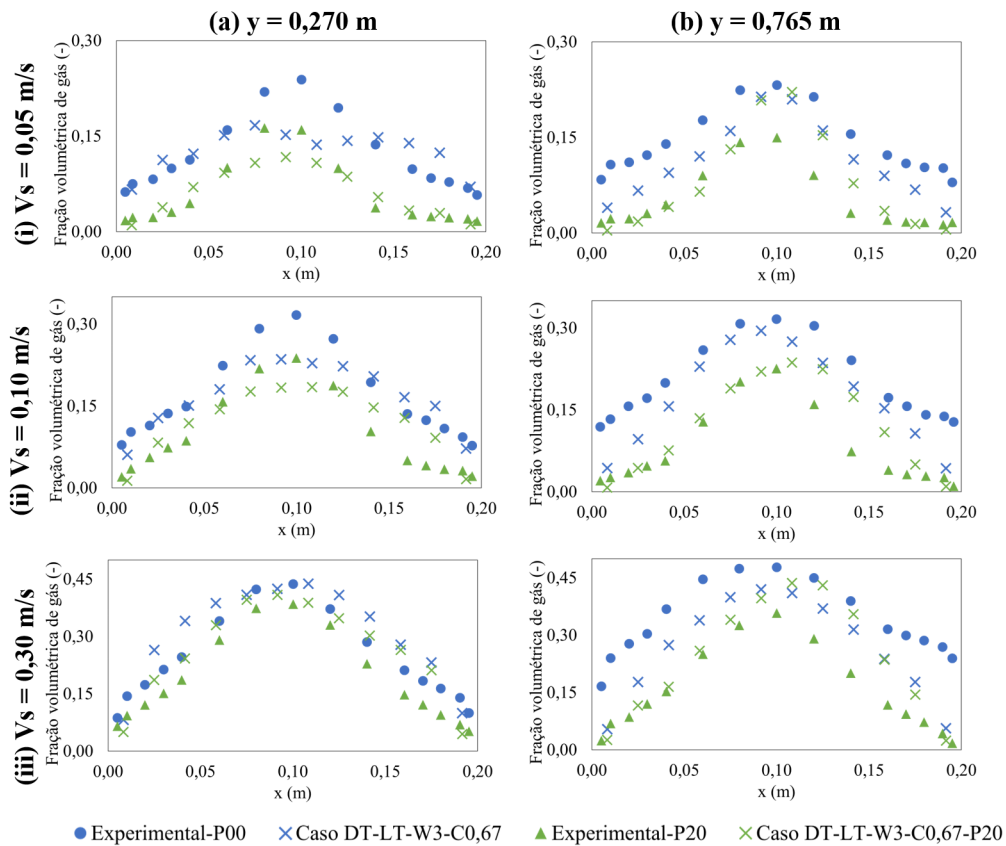


Figura 28 – Comparação da fração volumétrica local de gás nas condições bifásicas (P00) e trifásicas (P20) para diferentes velocidades superficiais do gás.



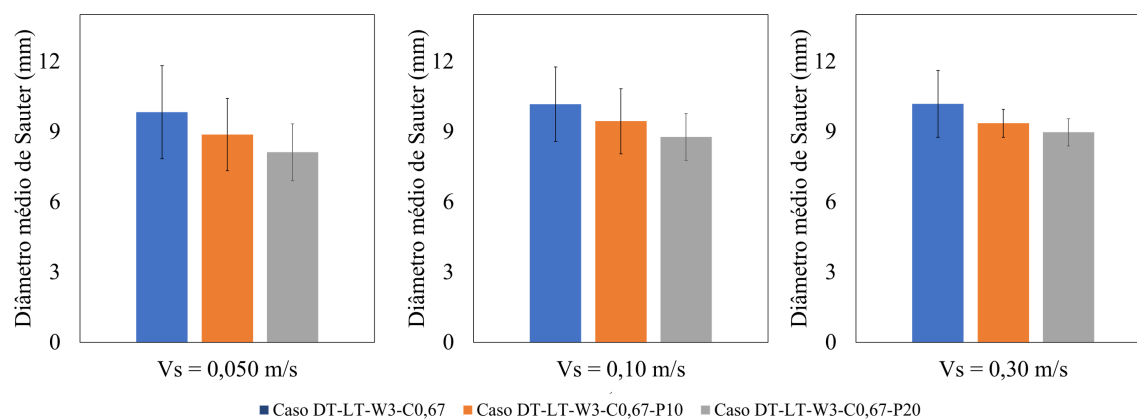
Fonte: Autor, 2025

Os dados experimentais apresentados por Tyagi e Buwa (2017a) mostram que o aumento da concentração de sólidos resulta na diminuição da fração volumétrica global de gás. Esse comportamento é atribuído à formação de bolhas maiores, o que reduz a dispersão do gás no meio. Além disso, observou-se uma queda na fração de bolhas pequenas e um aumento na ocorrência de bolhas maiores, favorecendo a coalescência e contribuindo para a redução da fração gasosa. Nas simulações numéricas, embora a troca de quantidade de movimento entre as partículas e a fase gasosa não seja explicitamente considerada, o acoplamento entre as fases sólida e líquida altera o campo de velocidades do líquido e, de forma indireta, afeta a dinâmica da fase gasosa. Como resultado, observou-se uma redução da fração volumétrica global de gás com o aumento da concentração de sólidos.

Diferentemente do observado experimentalmente, a Figura 29 mostra que a adição de partículas levou à diminuição dos valores médios do diâmetro médio de Sauter, indicando que, nas simulações, a presença de sólidos inibiu o crescimento das bolhas em vez de

favorecer sua coalescência.

Figura 29 – Média do diâmetro médio de Sauter e desvios padrão para a coluna de bolhas e o leito de lama.



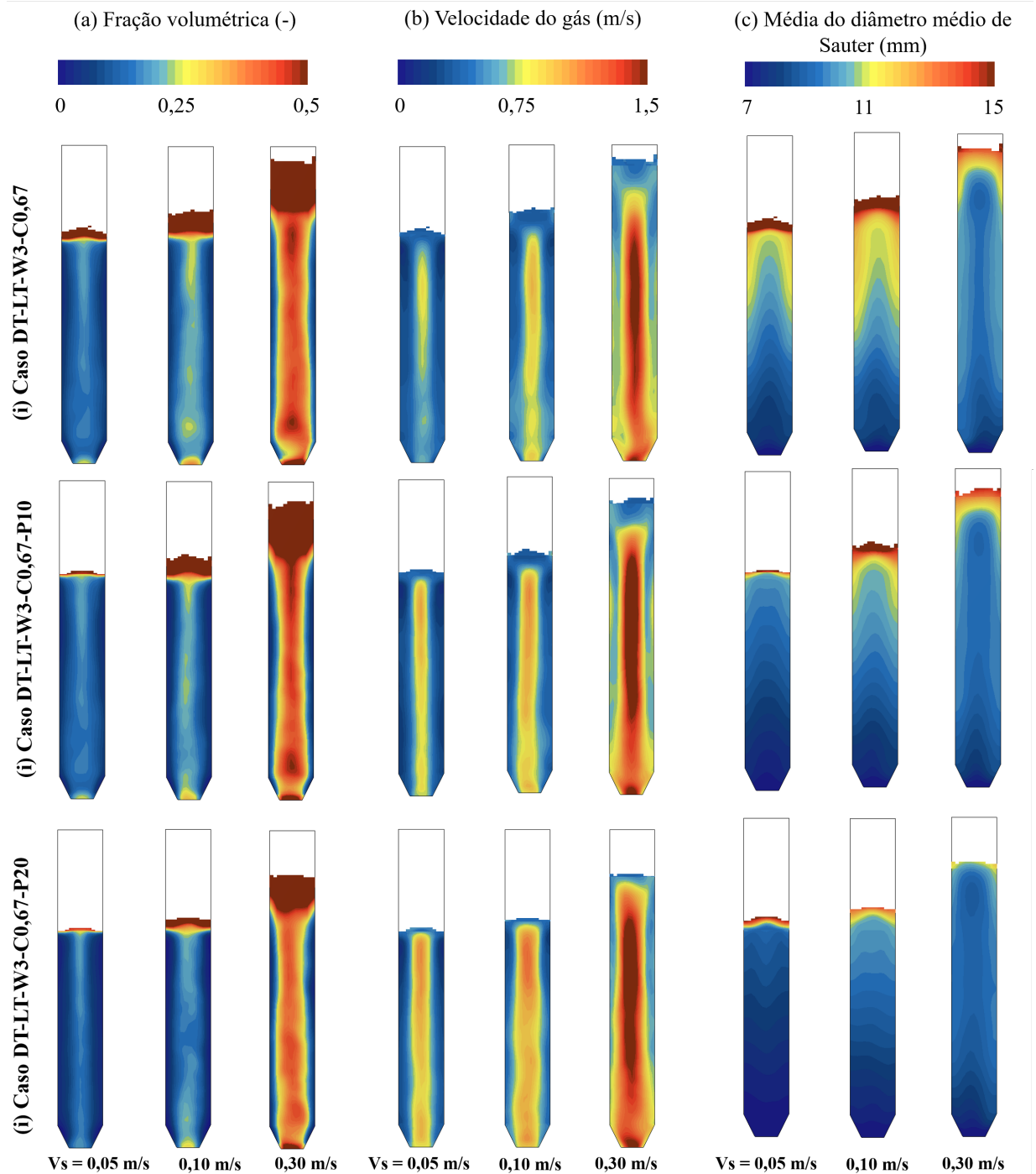
Fonte: Autor, 2025

Esse comportamento pode ser explicado pelo impacto dos campos de velocidade do gás sobre a distribuição de tamanhos das bolhas. Em todos os casos, a média do diâmetro médio de Sauter permaneceu acima de 7 mm, indicando uma tendência das bolhas migrarem para a região central do escoamento. No entanto, observou-se uma redução nesse valor associada ao aumento da velocidade do gás no centro da coluna, efeito provocado pelo acúmulo de partículas próximo às paredes. A Figura 30 apresenta a fração volumétrica média local de gás (Fig. 30(a)), a velocidade média do gás (Fig. 30(b)) e o diâmetro médio de Sauter (Fig. 30(c)).

Observa-se que a fração volumétrica local média de gás não apresenta variações significativas entre os diferentes casos simulados. No entanto, o perfil de velocidade média do gás exibe diferenças mais pronunciadas, especialmente na região central da coluna. Em todos os casos avaliados, a adição de partículas resultou em um aumento da velocidade nessa região. A concentração de partículas próxima as paredes, aumenta a velocidade na região central e, conseqüentemente a taxa de dispersão da energia cinética turbulenta, fazendo com que as bolhas quebrem e fiquem menores. Outros fatores, como a alteração dos mecanismos de ruptura e coalescência, bem como a taxa de dissipação de energia turbulenta, também influenciam a distribuição de gás na coluna (AN; GUAN; YANG, 2020).

A Figura 31 apresenta as frações volumétrica média local de sólidos, considerando

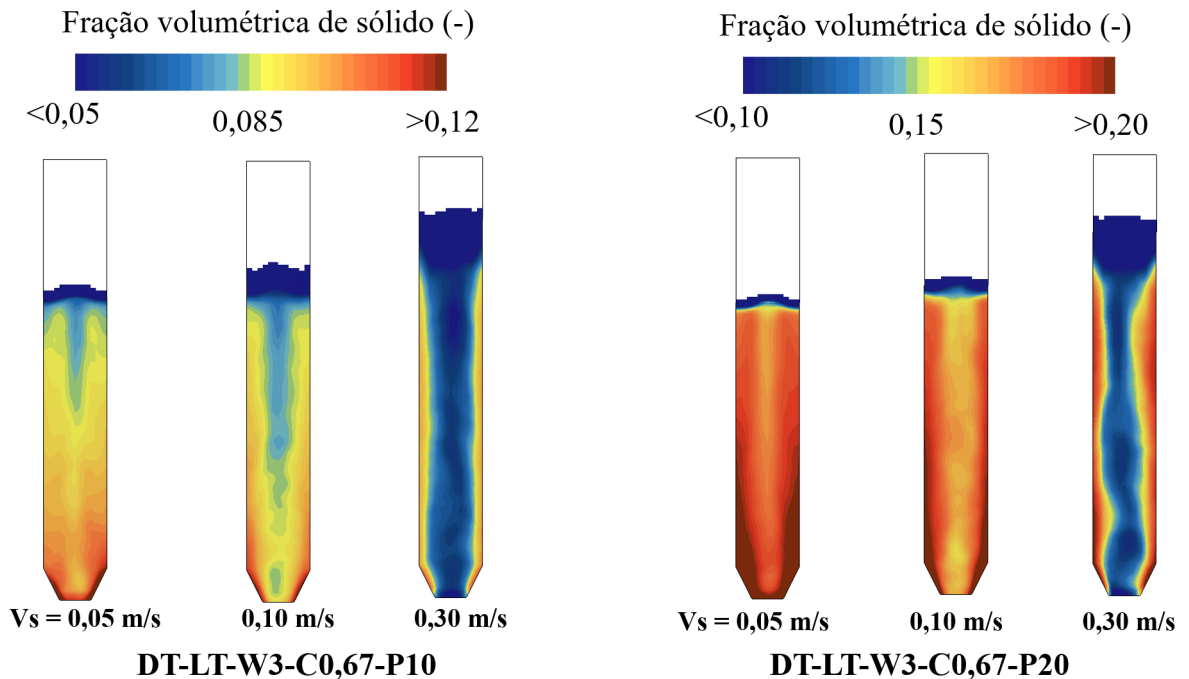
Figura 30 – Perfis de fração volumétrica de gás, velocidade do gás e diâmetro médio de Sauter para diferentes concentrações de sólidos.



Fonte: Autor, 2025

diferentes velocidades superficiais. Observa-se maior concentração de partículas próximo às paredes. Além disso, verifica-se uma menor uniformidade no perfil local da fração sólida à medida que a velocidade superficial do gás aumenta.

Figura 31 – Fração volumétrica local de partículas para diferentes concentrações de sólidos (10 e 20 vol.%)



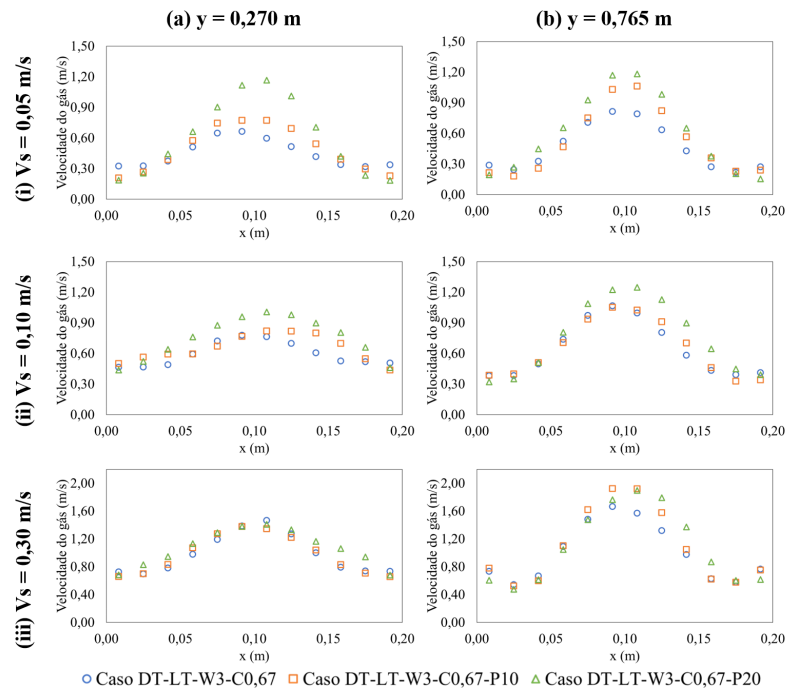
Fonte: Autor, 2025

A Figura 32 ilustra os perfis de velocidade do gás obtidos nas simulações, comparando duas alturas da coluna (0,270 e 0,765 m). Com exceção da velocidade superficial de 0,30 m/s, verifica-se que a velocidade na região central é mais elevada para a concentração de partículas de 20 vol.%, indicando que a presença de sólidos influencia significativamente o comportamento fluidodinâmico do sistema.

Esse comportamento pode ser associado à estrutura de escoamento da fase sólida observada nas simulações, que apresentou um padrão do tipo núcleo-anular. Segundo Su et al. (2020), esse padrão é caracterizado pela ascensão preferencial das partículas na região central da coluna, onde a fração volumétrica de sólido é menor, e pela sua descida nas proximidades das paredes, onde essa fração se eleva. Os autores também apontaram que a presença de partículas modifica o campo de turbulência, impulsionando as partículas em direção às zonas periféricas, o que favorece a redistribuição e mistura da fase sólida.

A Figura 33 apresenta a velocidade média da componente y das partículas sólidas.

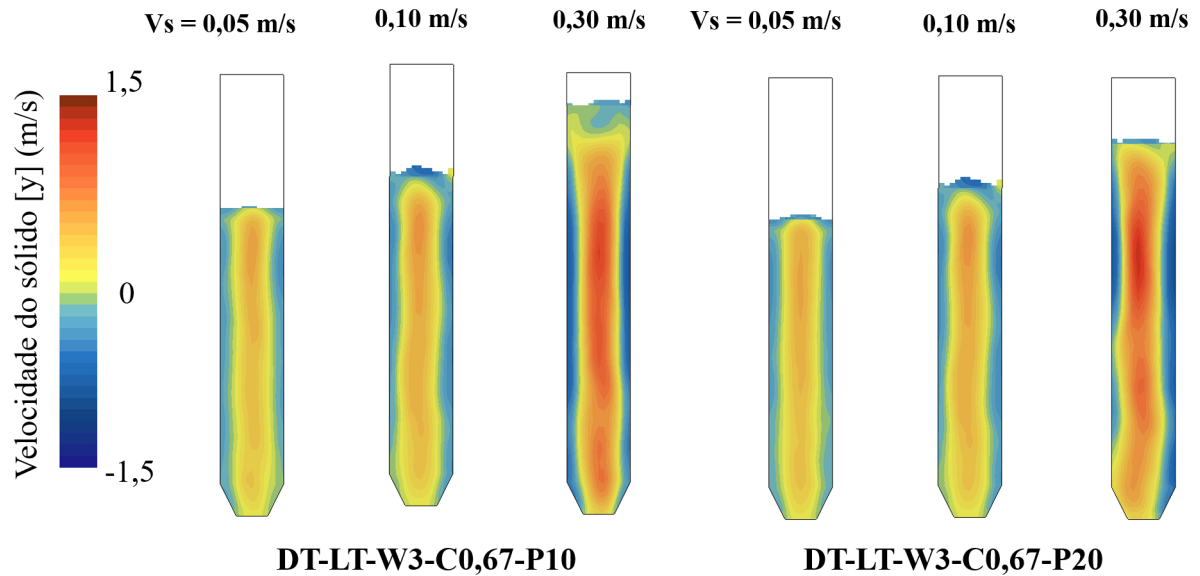
Figura 32 – Perfis de velocidade média do gás para diferentes concentrações de sólidos (10 e 20 vol.%)



Fonte: Autor, 2025

Em todos os casos, observa-se que a velocidade da fase sólida é negativa próxima a parede, indicando escoamento descendente. Esse comportamento reforça a configuração de escoamento do tipo núcleo-anular apresentada anteriormente, com descida de partículas nas bordas e recirculação associada ao fluxo ascendente do gás no centro.

Figura 33 – Componente y da velocidade média das partículas sólidas



Fonte: Autor, 2025

É importante destacar que a formulação Euleriana assume que os fluidos representam um meio interpenetrante contínuo, e que a interação entre as fases define o comportamento hidrodinâmico do sistema. Esse conceito também se aplica à fase particulada. No entanto, a descrição precisa das interações entre partículas torna o sistema consideravelmente mais complexo. O tensor de tensões da fase sólida na equação de quantidade de movimento pode ser modelado por três abordagens principais: (a) constante empírica; (b) modelo ; e (c) Teoria Cinética dos Fluidos Granulares (KTGF). A utilização de uma constante empírica para o cálculo da viscosidade da fase sólida é adequada em sistemas diluídos, com partículas bem dispersas e de tamanho inferior ao das bolhas, sendo uma alternativa simples e amplamente empregada quando o foco está nos efeitos interfásicos. Contudo, essa abordagem não representa adequadamente o comportamento reológico da fase sólida, como aglomeração, sedimentação ou formação de regiões com alto empacotamento (SYED et al., 2018). Essa limitação pode influenciar os resultados obtidos nas simulações, especialmente no que se refere aos perfis hidrodinâmicos apresentados.

8 Considerações Finais

Neste estudo, foi analisada a fluidodinâmica de uma coluna de bolhas por meio de diferentes abordagens para a modelagem das forças interfásicas e da distribuição do diâmetro das bolhas. Na comparação entre os coeficientes de arrasto de Ishii-Zuber e Tomiyama não revelou diferenças significativas entre eles. Já a inclusão da força de sustentação, seja por meio de um valor constante $(-0,2)$ ou do modelo de Tomiyama, contribuiu para uma melhor redistribuição da fase gasosa, reduzindo a subestimação da fração volumétrica de gás na região central da coluna.

Além disso, a análise da distribuição do diâmetro médio das bolhas evidenciou que os parâmetros de ruptura influenciam diretamente tanto a retenção global de gás quanto a distribuição espacial das bolhas. Os resultados indicaram que modelos sem ajustes nos parâmetros tendem a superestimar a retenção global, principalmente em velocidades mais elevadas, devido à intensificação dos fenômenos de ruptura. Por outro lado, a calibração dos parâmetros para $We_{cr} = 3$ e $C_g = 0,673$ possibilitou a obtenção de um perfil crescente de diâmetro médio de Sauter ao longo da altura da coluna, refletindo a redução da taxa de ruptura nas regiões superiores.

A adição de partículas ao sistema impactou significativamente a fluidodinâmica, promovendo a redução da retenção global de gás. Essa redução foi atribuída à formação de um escoamento do tipo núcleo-anular, no qual as partículas ascendem preferencialmente na região central da coluna e retornam pelas proximidades das paredes, favorecendo o escoamento da fase gasosa no centro da coluna. Além disso, ao contrário do observado experimentalmente por Tyagi e Buwa (2017a), as simulações indicaram uma redução no diâmetro médio das bolhas com o aumento da concentração de sólidos. Esse comportamento foi associado ao aumento da velocidade da fase gasosa na região central, que intensifica a fragmentação das bolhas.

Com isso, observa-se que os efeitos da adição de partículas sobre o tamanho das bolhas não foram capturados pelas simulações. Em estudos numéricos com adição de partículas, Su et al. (2020) observaram que essa distribuição tende a se ampliar com o aumento da concentração de sólidos, com a presença simultânea de um maior

número de bolhas pequenas e o surgimento de bolhas maiores. Para representar esse comportamento, os autores adotaram uma distribuição bimodal de tamanhos de bolhas. De forma complementar, An, Guan e Yang (2020) destacaram que o aumento na eficiência de coalescência (Eq. 5.46) promove a redução da fração de bolhas pequenas e o crescimento da fração de bolhas maiores no sistema. Assim, destaca-se a necessidade de ajustes nos modelos de coalescência e ruptura para sistemas trifásicos, de forma a melhor representar os efeitos da fase sólida sobre o comportamento das bolhas.

Além disso, a interação entre partículas e bolhas em escoamentos trifásicos é bastante complexa, sendo influenciada por características como diâmetro, porosidade e molhabilidade das partículas, conforme destacado por An, Guan e Yang (2020). Por isso, é importante também considerar a modelagem da força de interação entre as fases sólida e gasosa, cuja contribuição pode variar significativamente a depender da natureza físico-química das partículas envolvidas.

Referências

- ABDULRAHMAN, M. W. Modeling gas holdup in a multiphase oxygen slurry bubble column reactor for Cu-Cl hydrogen production using CFD. *Results in Engineering*, v. 24, p. 102955, 2024.
- AIL, S. S.; DASAPPA, S. Biomass to liquid transportation fuel via fischer tropsch synthesis—technology review and current scenario. *Renewable and sustainable energy reviews*, Elsevier, v. 58, p. 267–286, 2016.
- ALFONSI, G. Reynolds-averaged navier–stokes equations for turbulence modeling. 2009.
- AN, M.; GAO, J.; WANG, T.; LI, X. Particle effects on the hydrodynamics in slurry bubble column reactors: A review from multiscale mechanisms. *Particuology*, Elsevier, 2024.
- AN, M.; GUAN, X.; YANG, N. Modeling the effects of solid particles in cfd-pbm simulation of slurry bubble columns. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 223, p. 115743, 2020.
- ANAC. *Agência Nacional de Aviação Civil: CORSIA*. Brasil: Agência Nacional de Aviação Civil (Anac), 2019. Acesso em: 22 junho. 2025. Disponível em: <<https://www.gov.br/anac/pt-br/assuntos/meio-ambiente/corsia>>.
- BASHA, O. M.; SEHABIAGUE, L.; ABDEL-WAHAB, A.; MORSI, B. I. Fischer–tropsch synthesis in slurry bubble column reactors: experimental investigations and modeling—a review. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, De Gruyter, v. 13, n. 3, p. 201–288, 2015.
- BEHZADI, A.; ISSA, R.; RUSCHE, H. Modelling of dispersed bubble and droplet flow at high phase fractions. *Chemical Engineering Science*, v. 59, n. 4, p. 759–770, 2004. ISSN 0009-2509.
- CERRI, M. O.; BALDACIN, J. C.; CRUZ, A. J.; HOKKA, C. O.; BADINO, A. C. Prediction of mean bubble size in pneumatic reactors. *Biochemical Engineering Journal*, Elsevier, v. 53, n. 1, p. 12–17, 2010.
- CHEN, Q.; PODILA, K.; RAO, Y.; BOWDEN, R.; YANG, S. Assessment of CFD for unheated gas-liquid flows with high void fraction. *Nuclear Engineering and Design*, Elsevier, v. 341, p. 346–359, 2019.
- CLIFT, R.; GRACE, J. R.; WEBER, M. E. Bubbles, drops, and particles. Courier Corporation, 2005.
- COLOMBO, M.; FAIRWEATHER, M. Multiphase turbulence in bubbly flows: RANS simulations. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 77, p. 222–243, 2015. ISSN 0301-9322.
- COLOMBO, M.; FAIRWEATHER, M. Rans simulation of bubble coalescence and break-up in bubbly two-phase flows. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 146, p. 207–225, 2016.

- EKAMBARA, K.; DHOTRE, M. T. CFD simulation of bubble column. *Nuclear Engineering and Design*, v. 240, n. 5, p. 963–969, 2010.
- EKAMBARA, K.; SANDERS, R.; NANDAKUMAR, K.; MASLIYAH, J. CFD simulation of bubbly two-phase flow in horizontal pipes. *Chemical Engineering Journal*, Elsevier, v. 144, n. 2, p. 277–288, 2008.
- ETCHELLES, A. Bubble size in horizontal pipelines. *AIChE journal*, v. 33, n. 4, p. 663, 1987.
- FENG, W.; WEN, J.; FAN, J.; YUAN, Q.; JIA, X.; SUN, Y. Local hydrodynamics of gas–liquid–nanoparticles three-phase fluidization. *Chemical engineering science*, Elsevier, v. 60, n. 24, p. 6887–6898, 2005.
- FERNANDES, D. A. A aviação comercial como agente de poluição ambiental: Influências no direito à vida humana saudável. *Revista Direito & Paz*, v. 1, n. 42, p. 4–20, 2020.
- GANDHI, B.; PRAKASH, A.; BERGOUGNOU, M. Hydrodynamic behavior of slurry bubble column at high solids concentrations. *Powder Technology*, Elsevier, v. 103, n. 2, p. 80–94, 1999.
- GEMELLO, L.; CAPPELLO, V.; AUGIER, F.; MARCHISIO, D.; PLAIS, C. CFD-based scale-up of hydrodynamics and mixing in bubble columns. *Chemical Engineering Research and Design*, v. 136, p. 846–858, 2018.
- GIDASPOW, D. *Multiphase flow and fluidization: continuum and kinetic theory descriptions*. [S.l.]: Academic press, 1994.
- HAMIDIPOUR, M.; CHEN, J.; LARACHI, F. Cfd study on hydrodynamics in three-phase fluidized beds—application of turbulence models and experimental validation. *Chemical engineering science*, Elsevier, v. 78, p. 167–180, 2012.
- HAN, L.; LUO, H.; LIU, Y. A theoretical model for droplet breakup in turbulent dispersions. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 66, n. 4, p. 766–776, 2011.
- HOOSHYAR, N.; OMMEN, J. R. V.; HAMERSMA, P. J.; SUNDARESAN, S.; MUDDE, R. F. Dynamics of single rising bubbles in neutrally buoyant liquid-solid suspensions. *Physical review letters*, APS, v. 110, n. 24, p. 244501, 2013.
- HORRI, B. A.; DONG, D.; SELOMULYA, C.; WANG, H. Rheological behaviour of nio/ysz slurries for drying-free casting. *Powder Technology*, Elsevier, v. 223, p. 116–122, 2012.
- IEA. *CO₂ emissions in aviation in the Net Zero Scenario, 2000-2030*. Paris: International Energy Agency (IEA), 2023. Acesso em: 22 jan. 2025. Disponível em: <<https://www.iea.org/data-and-statistics/charts/co2-emissions-in-aviation-in-the-net-zero-scenario-2000-2030>>.
- ISHII, M.; ZUBER, N. Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows. *AIChE Journal*, Wiley Online Library, v. 25, n. 5, p. 843–855, 1979.

- JAMIALAHMADI, M.; ZEHTABAN, M.; MÜLLER-STEINHAGEN, H.; SARRAFI, A.; SMITH, J. Study of bubble formation under constant flow conditions. *Chemical Engineering Research and Design*, Elsevier, v. 79, n. 5, p. 523–532, 2001.
- JIN, D.; XIONG, J.; CHENG, X. Investigation on interphase force modeling for vertical and inclined upward adiabatic bubbly flow. *Nuclear Engineering and Design*, Elsevier, v. 350, p. 43–57, 2019.
- JONES, F. Brasil se prepara para produzir combustível sustentável de aviação. *Revista Pesquisa FAPESP*, n. 337, p. xx–yy, 2024. Acesso em: 26 jun. 2025. Disponível em: <<https://revistapesquisa.fapesp.br/brasil-se-prepara-para-produzir-combustivel-sustentavel-de-aviacao/>>.
- KHAN, I.; WANG, M.; ZHANG, Y.; TIAN, W.; SU, G.; QIU, S. Two-phase bubbly flow simulation using CFD method: A review of models for interfacial forces. *Progress in Nuclear Energy*, v. 125, p. 103360, 2020. ISSN 0149-1970.
- KIM, Y.; PARK, H. Upward bubbly flows in a square pipe with a sudden expansion: Bubble dispersion and reattachment length. *International Journal of Multiphase Flow*, Elsevier, v. 118, p. 254–269, 2019.
- KREPPER, E.; RZEHAKE, R.; LUCAS, D. Validation of a closure model framework for turbulent bubbly two-phase flow in different flow situations. *Nuclear Engineering and Design*, Elsevier, v. 340, p. 388–404, 2018.
- LASHERAS, J. C.; EASTWOOD, C.; MARTINEZ-BAZÁN, C.; MONTAÑES, J. L. A review of statistical models for the break-up of an immiscible fluid immersed into a fully developed turbulent flow. *International Journal of Multiphase Flow*, Elsevier, v. 28, n. 2, p. 247–278, 2002.
- LAU, Y.; BAI, W.; DEEN, N.; KUIPERS, J. Numerical study of bubble break-up in bubbly flows using a deterministic euler–lagrange framework. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 108, p. 9–22, 2014.
- LECKEL, D. Diesel production from fischer-tropsch: the past, the present, and new concepts. *Energy & Fuels*, ACS Publications, v. 23, n. 5, p. 2342–2358, 2009.
- LI, L.; ZHAO, Y.; LIAN, W.; HAN, C.; LIU, Y.; LI, P.; ZHANG, Q.; HUANG, W. Insight into the effect of particle density and size on the hydrodynamics of a particular slurry bubble column reactor by cfd-pbm approach. *Powder Technology*, Elsevier, v. 400, p. 117264, 2022.
- LI, W.; ZHONG, W. Cfd simulation of hydrodynamics of gas–liquid–solid three-phase bubble column. *Powder Technology*, Elsevier, v. 286, p. 766–788, 2015.
- LI, X.; HAO, Y.; ZHAO, P.; FAN, M.; SONG, S. Simulation study on the phase holdup characteristics of the gas–liquid–solid mini-fluidized beds with bubbling flow. *Chemical Engineering Journal*, Elsevier, v. 427, p. 131488, 2022.
- LIAO, Y.; MA, T.; KREPPER, E.; LUCAS, D.; FRÖHLICH, J. Application of a novel model for bubble-induced turbulence to bubbly flows in containers and vertical pipes. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 202, p. 55–69, 2019.

LO, S.; RAO, P. Modelling of droplet breakup and coalescence in an oil-water pipeline. In: *6th International Conference on Multiphase Flow, ICMF*. [S.l.: s.n.], 2007. v. 2007.

LO, S.; ZHANG, D. Modelling of break-up and coalescence in bubbly two-phase flow. *The Journal of Computational Multiphase Flows*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 1, n. 1, p. 23–38, 2009.

LUO, H. Coalescence, breakup and liquid circulation in bubble column reactors. 1995.

MA, T.; ZIEGENHEIN, T.; LUCAS, D.; KREPPER, E.; FRÖHLICH, J. Euler-Euler large eddy simulations for dispersed turbulent bubbly flows. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Elsevier, v. 56, p. 51–59, 2015.

MARTÍNEZ-BAZÁN, C.; RODRÍGUEZ-RODRÍGUEZ, J.; DEANE, G.; MONTAÑES, J. L.; LASHERAS, J. C. Considerations on bubble fragmentation models. *Journal of fluid mechanics*, Cambridge University Press, v. 661, p. 159–177, 2010.

MENA, P.; RUZICKA, M.; ROCHA, F.; TEIXEIRA, J.; DRAHOŠ, J. Effect of solids on homogeneous–heterogeneous flow regime transition in bubble columns. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 60, n. 22, p. 6013–6026, 2005.

MILIVOJEVIC, M.; PAVLOU, S.; BUGARSKI, B. Liquid velocity in a high-solids-loading three-phase external-loop airlift reactor. *Journal of Chemical Technology & Biotechnology*, Wiley Online Library, v. 87, n. 11, p. 1529–1540, 2012.

MOTA, A.; VICENTE, A. A.; TEIXEIRA, J. Effect of spent grains on flow regime transition in bubble column. *Chemical engineering science*, Elsevier, v. 66, n. 14, p. 3350–3357, 2011.

PAN, H.; CHEN, X.-Z.; LIANG, X.-F.; ZHU, L.-T.; LUO, Z.-H. Cfd simulations of gas–liquid–solid flow in fluidized bed reactors—a review. *Powder Technology*, Elsevier, v. 299, p. 235–258, 2016.

PAREKH, J.; RZEHAK, R. Euler-Euler multiphase CFD-simulation with full Reynolds stress model and anisotropic bubble-induced turbulence. *International Journal of Multiphase Flow*, Elsevier, v. 99, p. 231–245, 2018.

PIVETTA, M. Calor recorde em 2024. *Revista Pesquisa FAPESP*, n. 348, p. xx–yy, 2025. Acesso em: 26 jun. 2025. Disponível em: <[ROACHE, P. J. Perspective: A method for uniform reporting of grid refinement studies. *Journal of Fluids Engineering*, v. 116, n. 3, p. 405–413, 1994.](https://revistapesquisa.fapesp.br/2024-foi-o-primeiro-ano-com-aquecimento-global-acima-de-15-c/#:~:text=Ao%20longo%20do%20ano%20passado,%C2%BAC%2C%20nas%20contas%20da%20WMO.>></p></div><div data-bbox=)

ROACHE, P. J. Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, v. 29, p. 123–160, 1997.

RZEHAK, R.; ZIEGENHEIN, T.; KRIEBITZSCH, S.; KREPPER, E.; LUCAS, D. Unified modeling of bubbly flows in pipes, bubble columns, and airlift columns. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 157, p. 147–158, 2017.

SCHILLER, L.; NAUMANN, Z. Über die grundlegenden berechnungen bei der schwerkraftaufbereitung. *Z. Vereines Deutscher Inge.*, v. 77, p. 318–321, 1933.

- SHAH, Y.; KELKAR, B. G.; GODBOLE, S.; DECKWER, W.-D. Design parameters estimations for bubble column reactors. *AIChE journal*, Wiley Online Library, v. 28, n. 3, p. 353–379, 1982.
- SILVA, R. K. C. d. Estudo tecnológico da síntese de fischer tropsch. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2023.
- SIMONNET, M.; GENTRIC, C.; OLMOS, E.; MIDOUX, N. Experimental determination of the drag coefficient in a swarm of bubbles. *Chemical Engineering Science*, v. 62, n. 3, p. 858–866, 2007.
- SOUZA, J. F. A. d.; OLIVEIRA, L. R. d.; AZEVEDO, J. L. L. d.; SOARES, I. D.; MATA, M. M. Uma revisão sobre a turbulência e sua modelagem. *Revista Brasileira de Geofísica*, SciELO Brasil, v. 29, p. 21–41, 2011.
- STEYNBERG, A. Introduction to fischer-tropsch technology. In: *Studies in surface science and catalysis*. [S.l.]: Elsevier, 2004. v. 152, p. 1–63.
- STEYNBERG, A.; DRY, M.; DAVIS, B.; BREMAN, B. Fischer-tropsch reactors. *Studies in surface science and catalysis*, Elsevier, v. 152, p. 64–195, 2004.
- SU, W.; SHI, X.; WU, Y.; GAO, J.; LAN, X. Simulation on the effect of particle on flow hydrodynamics in a slurry bed. *Powder Technology*, Elsevier, v. 361, p. 1006–1020, 2020.
- SUGRUE, R.; MAGOLAN, B.; LUBCHENKO, N.; BAGLIETTO, E. Assessment of a simplified set of momentum closure relations for low volume fraction regimes in Star-CCM+ and OpenFOAM. *Annals of Nuclear Energy*, Elsevier, v. 110, p. 79–87, 2017.
- SYED, A. H.; BOULET, M.; MELCHIORI, T.; LAVOIE, J.-M. Cfd simulation of a slurry bubble column: Effect of population balance kernels. *Computers & Fluids*, Elsevier, v. 175, p. 167–179, 2018.
- TAGOMORI, I. S. Potencial técnico e econômico para a produção de fischer-tropsch diesel a partir de biomassa (ft-btl) associada à captura de carbono no brasil. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2017.
- TEIMOURI, Z.; BORUGADDA, V. B.; DALAI, A. K.; ABATZOGLOU, N. Application of computational fluid dynamics for modeling of fischer-tropsch synthesis as a sustainable energy resource in different reactor configurations: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier, v. 160, p. 112287, 2022.
- THE CLARIVATE ANALYTICS WEB OF SCIENCE. *Publication selected from Web Of Science Core Collection*, Url = <https://clarivate.com/academia-government/scientific-and-academic-research/research-discovery-and-referencing/web-of-science/>,. 2025. Acessado em: 10 fev. 2025.
- TOMIYAMA, A. Struggle with computational bubble dynamics. *Multiphase Science and Technology*, v. 10, n. 4, p. 369–405, 1998.
- TOMIYAMA, A.; KATAOKA, I.; ZUN, I.; SAKAGUCHI, T. Drag coefficients of single bubbles under normal and micro gravity conditions. *JSME International Journal Series B Fluids and Thermal Engineering*, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 41, n. 2, p. 472–479, 1998.

TOMIYAMA, A.; TAMAI, H.; ZUN, I.; HOSOKAWA, S. Transverse migration of single bubbles in simple shear flows. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 57, n. 11, p. 1849–1858, 2002.

TSOURIS, C.; TAVLARIDES, L. Breakage and coalescence models for drops in turbulent dispersions. *AIChE Journal*, Wiley Online Library, v. 40, n. 3, p. 395–406, 1994.

TYAGI, P.; BUWA, V. V. Dense gas–liquid–solid flow in a slurry bubble column: Measurements of dynamic characteristics, gas volume fraction and bubble size distribution. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 173, p. 346–362, 2017a.

VANDU, C.; KRISHNA, R. Volumetric mass transfer coefficients in slurry bubble columns operating in the churn-turbulent flow regime. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, Elsevier, v. 43, n. 8, p. 987–995, 2004.

WANG, S.; SUN, J.; YANG, Q.; ZHAO, Y.; GAO, J.; LIU, Y. Numerical simulation of flow behavior of particles in an inverse liquid–solid fluidized bed. *Powder technology*, Elsevier, v. 261, p. 14–21, 2014.

WEN, J.; HUANG, L.; ZHOU, H.; YU, B.; HU, Z. Modeling and simulation of gas-liquid-solid three-phase turbulent flow based on e/e/l model. *JOURNAL OF CHEMICAL INDUSTRY AND ENGINEERING-CHINA-*, CHEM INDUSTRY & ENG SOC OF CHINA, v. 52, n. 4, p. 343–348, 2001.

WEN, J.; LEI, P.; HUANG, L. Modeling and simulation of gas-liquid-solid three-phase fluidization. *Chemical Engineering Communications*, Taylor & Francis, v. 192, n. 7, p. 941–955, 2005.

WOOD, D. A.; NWAHOHA, C.; TOWLER, B. F. Gas-to-liquids (gtl): A review of an industry offering several routes for monetizing natural gas. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, Elsevier, v. 9, p. 196–208, 2012.

XU, Y.; LIU, M.; TANG, C. Three-dimensional cfd–vof–dpm simulations of effects of low-holdup particles on single-nozzle bubbling behavior in gas–liquid–solid systems. *Chemical engineering journal*, Elsevier, v. 222, p. 292–306, 2013.

YANG, H.; CHEN, A.; GENG, S.; CHENG, J.; GAO, F.; HUANG, Q.; YANG, C. Influences of fluid physical properties, solid particles, and operating conditions on the hydrodynamics in slurry reactors. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, Elsevier, v. 44, p. 51–71, 2022.

ZAPAROLLI, D. Combustível de aviação pode ser produzido a partir a partir de co2. *Revista Pesquisa FAPESP*, n. 317, p. xx–yy, 2022. Acesso em: 26 jun. 2025. Disponível em: <<https://revistapesquisa.fapesp.br/combustivel-de-aviacao-pode-ser-produzido-a-partir-de-co2/>>.

ZEHNER, P.; KRAUM, M. Bubble columns. *Fluid Dynamics*, v. 10, p. 3, 2000.

ZHANG, X.; AHMADI, G. Eulerian–lagrangian simulations of liquid–gas–solid flows in three-phase slurry reactors. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 60, n. 18, p. 5089–5104, 2005.

ZHOU, R.; YANG, N.; LI, J. Cfd simulation of gas-liquid-solid flow in slurry bubble columns with emms drag model. *Powder Technology*, Elsevier, v. 314, p. 466–479, 2017.

ZIEGENHEIN, T.; RZEHAKE, R.; LUCAS, D. Transient simulation for large scale flow in bubble columns. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 122, p. 1–13, 2015.