

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIA EXATAS E DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA**

Gabriel Amaral de Oliveira

**OTIMIZAÇÃO DE CUSTO DA CADEIA DE MOVIMENTAÇÃO INTERNA  
DE SUCO INTEGRAL DE LARANJA NÃO CONCENTRADO UTILIZANDO  
PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA**

São Carlos,  
2025

Gabriel Amaral de Oliveira

**OTIMIZAÇÃO DE CUSTO DA CADEIA DE MOVIMENTAÇÃO  
INTERNA DE SUCO INTEGRAL DE LARANJA NÃO  
CONCENTRADO UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR  
INTEIRA MISTA**

Trabalho de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia Química da Universidade Federal de São Carlos para obtenção do Bacharelado em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Dr. Felipe Fernando Furlan

São Carlos,  
2025

OTIMIZAÇÃO DE CUSTO DA CADEIA DE MOVIMENTAÇÃO INTERNA DE SUÇO INTEGRAL DE LARANJA NÃO CONCENTRADO UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA.

Gabriel Amaral de Oliveira

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Química pela Universidade Federal de São Carlos.

Aprovado em: 14/02/2025.

**BANCA EXAMINADORA**

---

**Orientador**

Felipe Fernando Furlan

Universidade Federal de São Carlos

---

**Membro da banca**

Christian de Oliveira Martins

Universidade Federal de São Carlos

---

**Membro da banca**

João Paulo Silva Queiroz

Universidade Federal de São Carlos

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço aos meus pais, Maritânia e Itamar, por sempre serem exemplos e sinônimos de força, persistência e dedicação para mim. Que sempre me ajudaram, dando conselhos e, principalmente, sendo meu porto seguro, proporcionando auxílio e segurança nos momentos mais difíceis. E, acima de tudo, por nunca permitirem que eu desistisse e sempre me apoiasse na busca dos meus sonhos.

Aos meus irmãos, Isabella e Lucas, e minha irmã de 4 patas, Luna, *in memoriam*, que sempre foram motivos de várias risadas descontraídas, além de todos os conselhos que me deram ao decorrer da vida.

Às minhas avós, Albina e Ana, *in memoriam*, meus avôs Orlando, *in memoriam*, e Armando por sempre acreditarem em mim e proporcionarem momentos inesquecíveis.

Aos meus amigos(as), aos Gabriel's e à minha namorada, Isabelle Talarico, que sempre me apoiaram e me deram forças para enfrentar os desafios da graduação e da vida, sem nunca me deixar abaixar a cabeça.

Ao meu orientador, Dr. Felipe Fernando Furlan, que me acompanhou desde o segundo ano de graduação, guiou e ajudou com o tema do trabalho e com as dificuldades enfrentadas durante o projeto.

E ao Luiz Castro, Clayton e Sabrina por me ajudarem a desenvolver o tema e aprofundar no assunto de otimização.

“Você é o único representante do  
seu sonho”

Emicida

## RESUMO

Atualmente, o Brasil é um dos maiores produtores e fornecedores de suco de laranja do mundo, tendo como principal produto de exportação o suco NFC (*Not From Concentrate*). As exportações de suco de laranja chegam a gerar uma receita anual de US\$1,5 bilhão a US\$2,5 bilhões para o Brasil, sendo os principais destinos a União Europeia, os Estados Unidos e países asiáticos. Porém, a produção de laranja vem sendo impactada pelo Greening, considerada a doença mais destrutiva da citricultura mundial, e por condições climáticas extremas que impactam negativamente o desenvolvimento dos frutos, gerando escassez de matéria-prima e afetando a qualidade e o volume produto final, suco de laranja. Diante da dificuldade de atendimento da demanda e especificação e em face a toda essa dinâmica atual no mercado de suco de laranja, este trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo matemático de pesquisa operacional que minimize os custos da movimentação de suco de laranja não concentrado (NFC) das plantas industriais ao Terminal Portuário, utilizando programação linear inteira-mista (PLIM). Os modelos foram desenvolvidos empregando a biblioteca Pyomo do Python e resolvidas empregando o pacote de otimização Gurobi®. Definiu-se a função objetivo do problema sendo a soma dos custos da cadeia logística e dos pasteurizadores e para solução utilizou-se o método *Branch and cut* aplicando variações ao sistema, como: diferença entre a melhor solução inteira e solução não inteira atual, ou seja, o *MIPGap* (*Mixed- Integer Programming Gap*) e alterações na frota de carretas utilizadas, que permitiu a obtenção de resultados otimizados, gerando economias de até R\$ 10,6 milhões e R\$6,8 milhões comparando os cenários de 10 e 5 % de *MIPGap*, respectivamente, ao cenários com 1% de *MIPGap*, e mostrou-se que o cenário somente com carretas próprias gerava mais custos, em torno de R\$6,2 milhões, devido ao ritmo de entrega. O simulador respeitou todas as restrições impostas ao sistema, além das capacidades.

**PALAVRAS-CHAVES:** Suco de laranja, Pesquisa operacional, Programação linear, Otimização, *Branch and cut*.

## ABSTRACT

Currently, Brazil is one of the world's largest producers and suppliers of orange juice, with its main export product being NFC (Not From Concentrate) juice. Orange juice exports generate annual revenues ranging from US\$1.5 billion to US\$2.5 billion for the country, with the primary markets being the European Union, the United States, and Asian countries. However, orange production has been impacted by Greening, considered the most destructive disease in global citrus farming, along with extreme weather conditions that negatively affect fruit development, leading to raw material shortages and affecting the quality and volume of the final product—orange juice. In light of the challenges in meeting demand and product specifications, and considering the current dynamics of the orange juice market, this study aims to develop a mathematical model in operations research to minimize the transportation costs of non-concentrated orange juice (NFC) from industrial plants to the Port Terminal using Mixed-Integer Linear Programming (MILP). The models were developed using the Pyomo library in Python and solved with the Gurobi® optimization package. The objective function was defined as the sum of logistics chain costs and pasteurizer expenses. The solution approach employed the Branch and Cut method, with variations applied to the system, including changes to the upper limit between the feasible solution found and the optimal limit (MIPGap - Mixed-Integer Programming Gap) and modifications to the fleet of trucks used. This approach enabled the achievement of optimized results, yielding savings of up to R\$10.6 million and R\$6.8 million when comparing scenarios with MIPGaps of 10% and 5%, respectively, to the 1% MIPGap scenario. Additionally, the scenario utilizing only company-owned trucks resulted in higher costs—around R\$6.2 million—due to slower delivery rates. The simulator adhered to all system-imposed constraints, including capacity limits.

**KEYWORDS:** Orange juice, Operational research, Linear programming, Optimization, Branch and Cut.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fluxograma de produtos e subprodutos da laranja.....	5
Figura 2 - Processo padrão do desenvolvimento de um modelo de pesquisa operacional.....	12
Figura 3 - Planejamento da Safra de laranja.....	19
Figura 4 - Limite de bateria do estudo.....	22
Figura 5 - Dados de entrada e de saída do otimizador.....	31
Figura 6 - Comparação do estoque projetado e atendimento demanda do Terminal Portuário T com os MIPGap de 1, 5 e 10%.....	35
Figura 7 - Volumes e limite de recebimento de produto no Terminal Portuário T com MIPGap 1%.....	36
Figura 8 - Volume recebido no Terminal Portuário T com MIPGap de 5%.....	36
Figura 9 - Volume recebido no Terminal Portuário T com MIPGap de 10%.....	36
Figura 10 - Número de pasteurizadores operando no Terminal Portuário T com MIPGap 1%.....	38
Figura 11 - Número de pasteurizadores operando no Terminal Portuário T com MIPGap 5%.....	38
Figura 12 - Número de pasteurizadores operando no Terminal Portuário T com MIPGap 10%.....	38
Figura 13 - Comparação do estoque Projetado e Capacidade da Planta A para os MIPGap de 1, 5 e 10%.....	39
Figura 14 - Volumes movimentados e limite de movimentação da Planta A com MIPGap 1%.....	40
Figura 15 - Volumes movimentados e limite de movimentação da Planta A com MIPGap 5%.....	40
Figura 16 - Volumes movimentados e limite de movimentação da Planta A com MIPGap 10%.....	41
Figura 17 - Comparação do estoque Projetado e Capacidade da Planta B com MIPGap de 1, 5 e 10%.....	42
Figura 18 - Volumes movimentados e limite de movimentação da Planta B com MIPGap 1%.....	43
Figura 19 - Volumes movimentados e limite de movimentação da Planta B com MIPGap 5%.....	43
Figura 20 - Volumes movimentados e limite de movimentação da Planta B com MIPGap 10%.....	44
Figura 21 - Curva de movimentação da Planta C.....	45
Figura 22 - Frota de carretas próprias utilizadas com MIPGap 1%.....	46
Figura 23 - Frota de carretas contratadas utilizadas com MIPGap 1%.....	46
Figura 24 - Frota de carretas próprias utilizadas com MIPGap 5%.....	46
Figura 25 - Frota de carretas contratadas utilizadas com MIPGap 5%.....	46
Figura 26 - Frota de carretas próprias utilizadas com MIPGap 10%.....	47
Figura 27 - Frota de carretas contratadas utilizadas com MIPGap 10%.....	47
Figura 28 - Estoque projetado, capacidade e demanda do Terminal Portuário T com	

MIPGap 1%.....	50
Figura 29 - Número de pasteurizadores operando no Terminal Portuário T com MIPGap 1%.....	50
Figura 30 - Frota de carretas próprias utilizadas com MIPGap 1%.....	50
Figura 31 - Frota de carretas contratadas utilizadas com MIPGap 1%.....	51
Figura 32 - Atendimento a demanda somente com frota de carretas próprias.....	51
Figura 33 - Quantidade de carretas próprias utilizadas por dia.....	51
Figura 34 - Quantidades de pasteurizadores utilizados por dia com somente frota de carretas próprias.....	52

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros de qualidade exigidos pela legislação para o suco de laranja.....	5
Tabela 2 - Aplicações de pesquisa Operacional.....	11
Tabela 3 - Considerações iniciais e restrições para as plantas de processamento para Safra 23/24 estudada.....	33
Tabela 4 - Considerações iniciais e restrições para o Terminal Portuário.....	33
Tabela 5 - Custos logísticos para cada planta.....	34
Tabela 6 - Comparação de movimentação de volumes de plantas de extração para o Terminal Portuário T.....	48
Tabela 7 - Custo total de cada cenário.....	49
Tabela 8 - Custos para os cenários com carretas de empresas terceiras e sem carretas de empresas terceiras.....	52

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ATF	<i>Aseptic Tank Farms</i>
B&B	<i>Branch-and-Bound</i>
B&C	<i>Branch-and-Cut</i>
CIP	<i>Clean in Place</i>
CPP	<i>Citrus Pulp Pellets</i>
FCOJ	<i>Frozen Concentrate Oranje Juice</i>
LI	Limite inferior
LS	Limite Superior
Max	Maximização
Min	Minimização
MIPGap	<i>Mixed- Integer Programming Gap</i>
MPS	<i>Aseptic Tank Farms</i>
MRP	Limite Inferior
NFC	Not From Concentrate
PLI	Programação Linear Inteira
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PLIT	Programação Linear Inteira Total
PO	Pesquisa Operacional
UB	<i>UpperBound</i>
WESOS	<i>Water Extracted Soluble Orange Solids</i>

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>2. OBJETIVO.....</b>	<b>3</b>
2.1. OBJETIVO GERAL.....	3
2.2. OBJETIVO ESPECÍFICO.....	3
<b>3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>4</b>
3.1. SUCO DE LARANJA.....	4
3.1.2. Cadeia de produção de suco de laranja não concentrado (NFC).....	6
3.1.2.1. Recebimento, seleção, classificação e armazenamento da matéria prima.....	6
3.1.2.2. Extração e clarificação.....	7
3.1.2.3. Pasteurização do produto.....	7
3.1.2.4. Armazenamento.....	8
3.1.2.5. Transporte de suco de laranja granel.....	9
3.2. PESQUISA OPERACIONAL.....	9
3.3. OTIMIZAÇÃO.....	13
3.3.1. Programação linear.....	13
3.3.1.1. Programação linear inteira.....	15
3.3.1.2. Programação linear inteira mista.....	16
3.3.1.3. Mixed integer programming gap (MIPGap).....	17
3.4. PLANEJAMENTO DAS NECESSIDADES DE MATERIAIS (MRP).....	18
3.4.1. MRP da safra de processamento de laranja.....	19
3.5. TRABALHOS RELACIONADOS.....	19
<b>4. METODOLOGIA.....</b>	<b>22</b>
4.1. DESCRIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO.....	22
4.2. MAPEAMENTO DAS PLANTAS.....	23
4.2.1. Planta A.....	23
4.2.2. Planta B.....	23
4.2.3. Planta C.....	24
4.2.4. Terminal Portuário T.....	24
4.3. CADEIA LOGÍSTICA.....	24
4.4. CUSTOS.....	25
4.4.1. Custos logísticos.....	25
4.4.2. Custos de pasteurizadores no Terminal Portuário T.....	27
4.5. MODELAGEM MATEMÁTICA.....	27
4.5.1. Função objetivo.....	27
4.5.2. Restrições.....	28
4.5.3. Dados de entrada e saída.....	30
4.6. FERRAMENTAS PARA SIMULAÇÃO.....	31
4.7. ESTUDO DE CASO.....	32
<b>5. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>34</b>
5.1. VARIAÇÃO DE MIPGAP.....	34

5.1.1. Estoque e recebimento de produto no Terminal Portuário T.....	34
5.1.2. Pasteurizadores.....	37
5.1.3. Plantas de processamento.....	39
5.1.4. Cadeia logística.....	45
5.1.5. Comparação de resultados.....	48
5.2. COMPOSIÇÃO DA FROTA.....	49
<b>6. CONCLUSÃO E SUGESTÕES.....</b>	<b>53</b>
6.1. CONCLUSÃO.....	53
6.2. SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS.....	54
<b>7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>55</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Atualmente o maior produtor mundial de laranjas é o Brasil, o qual possui uma produção de, aproximadamente, 307 milhões de caixas de 40,8 kg, contabilizado na safra de 2023/2024, tendo como as principais regiões produtoras o cinturão citrícola de São Paulo e o Triângulo/Sudeste mineiro (Forbes, 2023). Grande parte da produção de laranja no Brasil é destinada para a produção de suco de laranja, sendo ele concentrado (FCOJ) ou não concentrado (NFC). Estima-se que na safra 23/24, 70% da produção de laranja nacional foram encaminhadas para produção de suco de laranja. (USDA, 2024).

Com 97% da produção nacional destinada ao mercado externo e apenas 3% consumido internamente (Neves et al, 2014). O país responde por aproximadamente 80% do suco de laranja comercializado globalmente. Os principais destinos do suco brasileiro são a União Europeia, responsável por 57% das exportações, os Estados Unidos, que recebem 30%, e países asiáticos, com 9%. As exportações geram uma receita anual entre US\$1,5 bilhão e US\$2,5 bilhões para o Brasil (Neves, 2024).

Embora o Brasil atenda a uma grande parcela do mercado mundial e seja o maior produtor de laranja e suco de laranja, as regiões produtoras têm enfrentado desafios significativos devido a fatores adversos. Entre os principais problemas, destaca-se o Greening, considerada a doença mais destrutiva da citricultura mundial (Bové, 2006; Gottwald et al., 2007). Além disso, as condições climáticas extremas, como longos períodos de seca e altas temperaturas, agravam a situação, impactando negativamente o desenvolvimento dos frutos. Esses fatores resultam na redução do tamanho das laranjas, queda prematura dos frutos e alteração nas características do suco de laranja, tornando-o mais ácido, de cor mais clara e com notas amargas (Fundecitrus, 2024).

Devido a esses fatores que impactam severamente a produção de laranja, a oferta de matéria-prima sofreu uma redução significativa. Essa escassez, aliada à menor produtividade dos pomares afetados pela doença, resultou em uma pressão substancial nos preços, que aumentaram em até 40% (IstoÉ, 2023). Além disso, a qualidade dos frutos também é impactada negativamente pela combinação desses

fatores, o que agrava ainda mais a dificuldade de manter uma produção que atenda tanto à demanda quanto aos padrões de qualidade exigidos pelo mercado (CitrusBR, 2024).

Diante dos desafios na produção e oscilação da demanda, a redução de custos tornou-se essencial para aumentar a margem de lucro do produto final. Isso se torna ainda mais relevante considerando o aumento significativo dos custos operacionais, como os custos logísticos, devido ao grande volume de suco de laranja que precisa ser transportado das plantas de extração, localizadas, principalmente, no interior de São Paulo, até os terminais portuários, e relacionado ao aumento no custos dos combustíveis e pedágios. Esse transporte é realizado, predominantemente, pelo modal rodoviário, utilizando caminhões-tanque que precisam manter um rígido controle de temperatura para garantir a qualidade do produto (Oliveira et al, 2009).

Devido aos altos custos logísticos e ao grande volume de produtos movimentados, é fundamental que as empresas desenvolvam e implementem estratégias gerenciais de produção que utilizem técnicas e ferramentas mais eficazes. A Pesquisa Operacional (PO) se destaca nesse contexto, permitindo a otimização de recursos e a redução de custos. Com isso, as empresas podem melhorar sua eficiência operacional, além de aprimorar a análise e a solução de problemas decisórios. Essa abordagem contribui significativamente para aumentar a competitividade no mercado, garantindo adaptabilidade às flutuações de mercado (Arenales, 2015).

Dado o desafio de gerar o *material requirements planning* (MRP), que é o planejamento que gerencia a produção, controle de estoques e movimentações, minimizando custos de movimentação do suco NFC das plantas até o terminal portuário, este projeto propõe a criação de um modelo matemático específico. O modelo definirá restrições e variáveis que caracterizam o sistema, com o objetivo de minimizar os custos operacionais.

## 2. OBJETIVO

### 2.1. OBJETIVO GERAL

O objetivo deste projeto é minimizar os custos relacionados à movimentação do suco NFC das plantas no interior do Brasil até o terminal portuário, respeitando as restrições de cadeia de suprimentos considerando a produção, a demanda e a gestão de inventário. O trabalho presente alcança este objetivo utilizando técnicas de programação linear com Python<sup>®</sup>, Pyomo<sup>®</sup> e Gurobi Optimizer<sup>®</sup>.

### 2.2. OBJETIVO ESPECÍFICO

- Mapeamento e análise técnica de processos de produção e logístico;
- Levantamento de dados industriais técnicos e de custo para construção do modelo;
- Construção do modelo da cadeia logística do processo;
- Construção do modelo de operação de pasteurizadores;
- Otimização do processo de movimentação de suco de laranja não concentrado a granel em diferentes cenários.

### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1. SUCO DE LARANJA

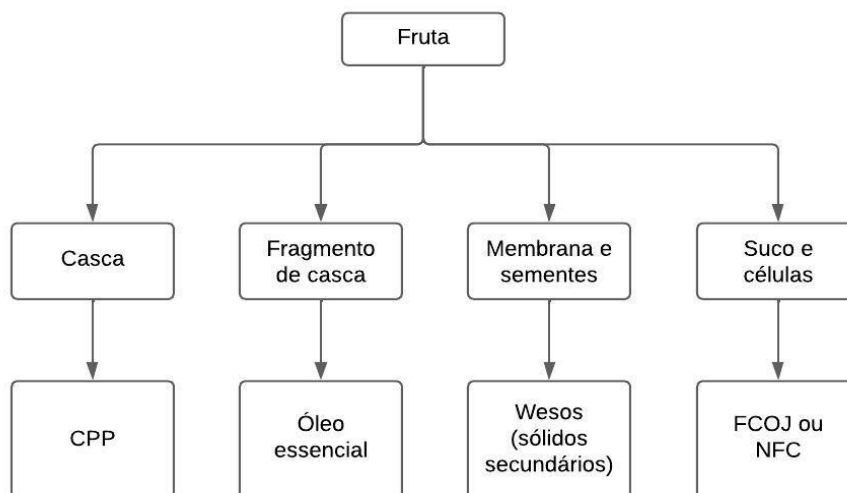
##### 3.1.1. Definição

O suco de laranja é definido como bebida não fermentada, não concentrada e não diluída, submetida a tratamento para assegurar qualidade e conservação até o momento do consumo, sendo proibido a adição de aromas e corantes artificiais. Este é obtido a partir do processamento da laranja madura e sã, a qual não pode conter substâncias estranhas à fruta excetuadas na legislação específica (Gonçalves, 2019).

O suco de laranja é apresentado de duas formas ao consumidor final, sendo eles: o suco não concentrado ou integral (*Not From Concentrate* - NFC) que é caracterizado pela não adição de açúcares e na sua concentração natural e o suco concentrado congelado (*Frozen Concentrate Orange Juice* - FCOJ) caracterizado pela remoção de parte da água natural, parcialmente desidratado, que, também, pode ser reconstituído posteriormente, com a adição de água depois da concentração, porém este precisa atender os mesmos parâmetros de qualidade do suco integral. Além destes dois tipos, pode-se encontrar néctares e refrescos, que são considerados basicamente uma laranjada, pois possuem a adição de açúcar e necessitam possuir mais de 30% de suco de laranja em sua composição. Vale ressaltar que néctares e refrescos são considerados outra modalidade de suco (CITRUSBR, 2009).

A partir da extração, é possível obter os produtos principais, mencionados acima, e também produtos secundários, como *Frozen Cells*, que são células de laranja congeladas e que, após o processo de extração, podem ser separadas e armazenadas para uso em outras etapas da cadeia de produção ou em produtos derivados. Outro produto secundário é o WESOS (*Water Extracted Soluble Orange Solids*), que são sólidos solúveis de laranja extraídos com água, concentrados em nutrientes e compostos solúveis da fruta, usados como aditivos para enriquecer o sabor e o valor nutricional de outros produtos. Por fim, o CPP (*Citrus Pulp Pellets*) que é a polpa cítrica peletizada, resultante do processamento de resíduos da polpa de laranja, utilizada principalmente como ingrediente de ração animal devido ao seu alto teor de fibras e nutrientes (Kharfan, 2014). A laranja é 100% utilizada e cada produto e subproduto vem de partes da laranja, como demonstrado na Figura 1.

Figura 1 -Fluxograma de produtos e subprodutos da laranja



Fonte: Adaptado de Kharfan (2014)

De acordo com a Instrução Normativa n. 01, de 07 de janeiro de 2000, do Ministério da Agricultura e do Abastecimento que regulamenta os padrões de identidade e qualidade para polpa de diferentes frutas e suco de frutas, define-se que o suco de laranja deverá possuir cor amarela, aroma e sabor próprio, além de possuir as composições apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros de qualidade exigidos pela legislação para o suco de laranja

Parâmetros	Mínimo	Máximo
Sólidos solúveis em °Brix, a 20°C	10,50	-
Relação de sólidos solúveis em brix/acidez em g/100g de ácido cítrico anidro	7,00	-
Ácido ascórbico (mg/100mg)	25,00	-
Açúcares totais naturais de laranja (g/100g)	-	13,00
Óleo essencial de laranja (%v/v)	-	0,035

Fonte: Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento, 2023

### **3.1.2. Cadeia de produção de suco de laranja não concentrado (NFC)**

#### **3.1.2.1. Recebimento, seleção, classificação e armazenamento da matéria prima**

De acordo com Yamanaka (2005), após a colheita, as laranjas são transportadas a granel por carretas até as plantas de extração, geralmente localizadas a uma distância entre 100 e 150 km das fazendas, buscando equilibrar qualidade e custo (Ramos, 2002). Ao chegar ao pátio das plantas de processamento, são coletadas amostras de cada lote e produtor para análises de qualidade, como teor de Brix, índice de acidez total e ratio (relação entre o Brix e a acidez da fruta).

Posterior à coleta de amostras, as carretas são posicionadas em rampas hidráulicas, que se inclinam para despejar as laranjas nas esteiras rolantes. Nessas esteiras, as frutas passam por uma pré-seleção automatizada com critérios como tamanho, presença de danos na casca (causados por cortes ou picadas de insetos) e maturação adequada. Concluído esse processo, as laranjas são direcionadas para silos de estocagem, onde são segregadas de acordo com as qualidades da fruta, o que contribui para otimizar a qualidade do produto final (Yamanaka, 2005).

Na próxima etapa do processo, as laranjas que antes estavam armazenadas nos silos são levadas por esteiras até a mesa de lavagem, para que haja eliminação da sujidade da casca, onde passara por duas etapas de lavagem a primeira sendo utilizada água clorada, seguido de enxágue de água sem aditivos e posteriormente entram na máquina de lavagem que possuem escovas rotativas e jatos de água de alta pressão. Sequente ao processo de lavagem, a matéria-prima é levada para mesa de seleção onde é feita a inspeção visual, determinando quais laranjas estão aptas a continuar no processo e quais estão impróprias, podres e defeituosas que posteriormente serão direcionadas à produção de CPP (Andrade, 2018).

Macrer (1993) enfatiza que, além de remover frutas impróprias, podres ou danificadas, é essencial que as laranjas selecionadas possuam diâmetros adequados às máquinas extratoras para evitar danos ao equipamento. Além disso, elas devem estar no ponto ideal de maturação para garantir o máximo rendimento e aproveitamento dos sólidos, otimizando a qualidade do suco extraído.

### 3.1.2.2. Extração e clarificação

A etapa de extração, que é posterior ao processo de lavagem e seleção, consiste em extrair o suco de laranja a partir de uma máquina que impõe pressão mecânica na fruta espremendo-a e assim evitando que o bagaço, óleo e outros componentes entrem em contato com o suco e altere sabor e cor. Esta etapa é a mais importante do processo, já que determina o rendimento e qualidade do suco (Tetra Pak, 2017).

O processo de extração do suco ocorre em diversas etapas específicas. Primeiramente, a laranja é posicionada no copo inferior da extratora. Em seguida, o copo superior desce, pressionando a fruta contra um cortador que perfura a laranja, criando uma abertura para que o suco passe sem contato com a casca. A pressão aplicada pelo copo superior faz com que o suco escoe para um tubo coador, que retém membranas e sementes, direcionando-as para a saída central do equipamento. As cascas são expulsas por uma abertura anular, separando os resíduos do suco de maneira eficiente (Tetra Pak, 2017).

Após a extração, o suco de laranja apresenta inicialmente um teor de polpa elevado, entre 20% e 25%. Para reduzir essa concentração, o suco é processado em um *finisher*, que utiliza um eixo helicoidal para pressioná-lo contra um filtro cilíndrico, ajustando a polpa para cerca de 12%. Em seguida, o suco passa por um processo de centrifugação, que separa os sólidos do líquido, reduzindo o teor de polpa para aproximadamente 4%, o nível recomendado para atender aos padrões de qualidade e consumo (Tetra Pak, 2017).

### 3.1.2.3. Pasteurização do produto

As características e as qualidades do suco de laranja são influenciadas principalmente por fatores microbiológicos, enzimáticos, químicos e físicos que podem causar mudança em características nutricionais, cor, aroma, consistência e turbidez. Cada fator possui características diferentes e atuam de forma diversa no produto final.

As principais bactérias associadas ao processo de deterioração do suco de laranja são os gêneros *Lactobacillus* e *Leuconostoc*, que, ao metabolizam os açúcares

presentes no suco, produzem ácido láctico, dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) e diacetil, causando alterações sensoriais indesejáveis, como sabor desagradável e odor intenso. Embora essas bactérias apresentem baixa resistência térmica e possam ser eliminadas por tratamentos térmicos adequados, leveduras, que têm maior resistência térmica, também podem causar deterioração, mas ainda são controláveis por tratamentos térmicos apropriados. Além disso, fungos, naturalmente associados às frutas, podem se desenvolver em condições de pH inadequadas, mas também têm baixa resistência térmica e podem ser eliminados durante o processamento (Corrêa, 1999).

Para garantir a inativação eficaz dos microrganismos que comprometem a qualidade, as características sensoriais e a integridade do suco de laranja, é fundamental implementar operações que assegurem a eliminação desses agentes contaminantes. Esses processos devem não apenas inativar os microrganismos, mas também preservar a segurança do produto, prolongar sua vida útil nas prateleiras e minimizar os impactos sensoriais no produto final (Gut, 2012). O processo utilizado para alcançar a prevenção de tais fatores que modificam a qualidade e as características do suco de laranja, é a pasteurização, tratamento térmico que é responsável por destruir e degradar microrganismos resistente ao meio ácido do suco (bactérias lácticas, fungos e leveduras), microrganismos esses que são incapazes de sobreviver a altas temperaturas, o que permite que a pasteurização os elimine de forma eficaz. Além disso, esse processo ajuda a minimizar reações de oxidação, preservando a qualidade do suco (Venturini Filho, 2005).

Adicionalmente ao método de pasteurização é necessário que haja o extremo controle acerca das práticas de higienização da linha de produção, minimizando a ocorrência de contaminação por microrganismos termorresistentes (Venturini Filho, 2005).

#### 3.1.2.4. Armazenamento

O suco de laranja NFC é armazenado em tanques assépticos de aço inoxidável, conhecidos como *Aseptic Tank Farms* (ATF). Esses tanques garantem um armazenamento asséptico, com controle rigoroso de temperatura para assegurar a qualidade do suco. Além disso, o processo inclui monitoramento contínuo por meio de amostras, que são analisadas em laboratórios para verificar os parâmetros de

qualidade. O armazenamento de FCOJ é feito a temperaturas negativas e mantido em tanques de aço inoxidável localizados em câmaras frias, assegurando a preservação de suas características e sua integridade (Fonseca; Santos, 2019).

#### 3.1.2.5. Transporte de suco de laranja granel

Todo o processo logístico de movimentação do suco de laranja das plantas extratoras até o porto é desenvolvido com foco no controle de qualidade, maior conservação das características do suco e principalmente possíveis contaminações. Para ter esse controle rígido e assegurar a qualidade, foram desenvolvidos caminhões tanques, que transportam tanto o suco de laranja NFC quanto FCOJ, assegurando que o suco fique congelado e resfriados, mantendo o interior do tanque entre -8 a -10 °C , por longos períodos, além de possuir adaptações que permitem o descarregamento rápido e seguro, sem contatos manuais (Oliveira, 2009).

Após a chegada dos caminhões contendo suco de laranja ao terminal portuário, o produto é pasteurizado e armazenado em *Aseptic Tank Farms* (ATF's) localizados no terminal. Esses tanques possuem as mesmas características dos utilizados nas plantas extratoras, garantindo o armazenamento asséptico e o controle adequado de temperatura. Com o navio atracado no cais, o suco é transferido por meio de sucodutos, dutos projetados especificamente para o transporte de suco. Esses dutos possuem isolamento térmico para evitar perdas de calor, válvulas que previnem a contaminação por agentes externos e controles rigorosos de pressão e fluxo (Fonseca; Santos, 2019).

### 3.2. PESQUISA OPERACIONAL

A origem da pesquisa operacional remonta a várias décadas, quando surgiram as primeiras tentativas de aplicar uma abordagem científica à gestão organizacional. Essas tentativas visavam resolver um problema gerado pela Revolução Industrial, que trouxe um crescimento rápido e uma maior complexidade nas organizações. Um dos principais desafios foi a tendência das diversas unidades de uma organização se tornarem ilhas autônomas, com seus próprios objetivos e sistemas de valor. Essa autonomia resultou em conflitos, pois o que beneficiava uma unidade poderia ser prejudicial a outra. Além disso, o aumento da complexidade e da especialização

dificultou a alocação eficiente de recursos disponíveis para as diversas atividades da organização como um todo. Esses problemas e a necessidade de encontrar soluções eficazes criaram as condições para o surgimento da pesquisa operacional (PO) (Hillier, 2013).

O início definitivo da atividade de pesquisa operacional (PO) foi na Segunda Guerra Mundial, com a necessidade premente de se alocar de forma eficiente os escassos recursos para as diversas operações militares e atividades internas. Devido a essa necessidade de alocação de recursos militares, houve a premência de trazer uma abordagem científica na gestão de operações por parte de generais e comandantes e assim os comandos militares britânico e norte-americano convocaram grande números de cientistas para aprofundar e desenvolver de forma estratégica a alocação de recursos para as operações militares. Após o final da Segunda Guerra Mundial, a pesquisa operacional despertou interesse da indústria, à medida que o “boom” do setor industrial pós-guerra iria se desenvolvendo e os problemas que afetam o setor na revolução industrial foram ganhando notoriedade novamente. Assim, em meados dos anos 50 aplicava-se PO em vários setores, como: comercial, industrial e governamental (Taha, 2008).

O avanço da pesquisa operacional pode ser justificada por dois fatores que contribuíram para o crescimento desse método científico, sendo eles: o progresso substancial em questões de melhorias das técnicas da PO, como a criação do método simplex, desenvolvido por George Dantzig em 1947, e a revolução computacional que deu maior capacidade para o grande volume de processamento de cálculos para o tratamento eficiente dos problemas complexos de PO (Hillier, 2013).

Ao longo dos anos, a Pesquisa Operacional foi amplamente utilizada em diversos setores da indústria, gerando uma variedade de benefícios que vão além do ganho financeiro. Entre esses benefícios, destacam-se melhorias nos serviços prestados, maior eficiência no gerenciamento da cadeia de suprimentos e otimização de formulação e entregas de produtos (Hillier, 2013).

A Tabela 2, apresenta outros exemplos de organizações que implementaram métodos de PO para otimizar processos, resultando em economias anuais significativas.

Tabela 2 - Aplicações de pesquisa Operacional

Organização	Aplicação	Economia Anual (US\$)
Citgo Petroleum Corp.	Otimizar operações de refinarias e o abastecimento, a distribuição e o marketing de produtos	70 milhões
San Francisco Police Department	Programar e empregar de forma otimizada os patrulheiros por meio de um sistema computadorizado	11 milhões
Força de defesa da África do Sul	Redesenhar, de forma otimizada, o tamanho e o formato das força de defesa e seus sistemas de armamentos	1,1 bilhão

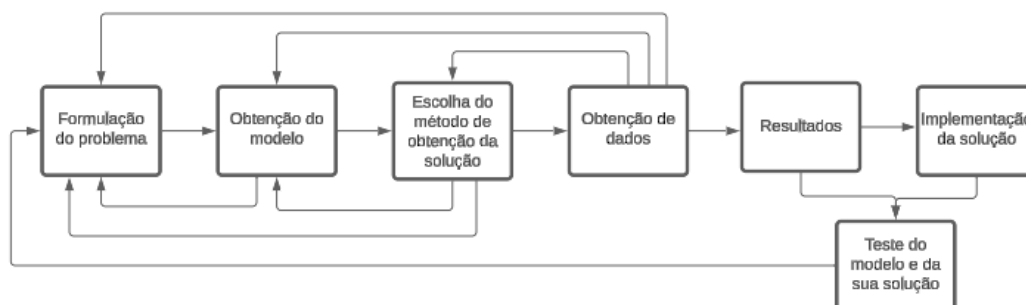
Fonte: Adaptado de Hillier, Frederick S., 2013

A pesquisa operacional sempre busca encontrar a solução ótima de um problemas, mas, vale ressaltar que, a solução ótima refere-se ao ponto de vista matemático, já que muitas das vezes é inviável a consideração de todas as variáveis, especialmente de natureza comportamental. Mesmo obtendo a solução ótima do modelo/problema faz-se necessário análise de viabilidade para sua implementação, tendo em vista variáveis que foram desconsideradas no modelo (Moreira, 2010).

Moreira (2010), cita a existência de dois grupos de variáveis para chegar-se a uma solução, sendo ela ótima. O primeiro grupo refere-se às variáveis controláveis, conhecidas como variáveis de decisão, que podem ser manipuladas por quem está resolvendo o problema e cujo valor depende do modelo. Segundo grupo é designado por variáveis não controláveis, que são impostas pela própria situação do problema, pelas restrições ou pelas características das organizações analisadas.

Para a aplicação de técnicas de pesquisa operacional, existe um processo padrão entre as etapas de elaboração, desenvolvimento e resolução de um modelo nesta área. Marins (2019) subdivide em 5 etapas a resolução de modelos de pesquisa operacional, demonstradas no fluxograma da Figura 2.

Figura 2 - Processo padrão do desenvolvimento de um modelo de pesquisa operacional



Fonte: Adaptado MARINS, 2019

De acordo com Lopes (2010), o desenvolvimento de um modelo de pesquisa operacional, segue as seguintes etapas.

**Identificação do problema:** é necessário que haja alinhamento e que o responsável pela PO consiga extrair informações exatas sobre o problema que o decisor está enfrentando.

**Mapeamento de processo e levantamento de dados:** etapa em que conhece-se o processo, suas variáveis e restrições, e define-se dados determinísticos (conhecidos com certeza) ou probabilísticos (se conhece a distribuição de probabilidade deles).

**Modelagem do problema:** a partir do mapeamento e levantamento de dados, modela-se matematicamente o problema.

**Otimização:** após a modelagem faz-se busca da solução do modelo, a partir de ferramentas de programação linear (PL).

**Validação:** valida-se os resultados com o decisor, verificando se eles são factíveis de implementação, partindo para análise de resultados e sensibilidade do modelo, etapa que testa alterações para verificar que ponto pequenas alterações nos dados do problemas modificam o resultado.

**Implementação:** por fim a implementação do modelo, utilizando os dados gerados.

### 3.3. OTIMIZAÇÃO

De acordo com Luenberger (2008), otimização é um conceito totalmente interligado à análise de muitos problemas complexos de alocação ou decisão. Esse conceito aborda problemas que envolvem a seleção de valores para um número de variáveis inter-relacionadas, concentrando a atenção em um único objetivo, projetado para quantificar o desempenho e medir a qualidade da decisão. Esse objetivo muitas vezes visa maximizar ou minimizar variáveis de decisão, sujeito a restrições que limitam a seleção dos valores dessas variáveis.

Se a constituição de um problema puder ser isolada e caracterizada por um objetivo — seja lucro ou prejuízo em um ambiente de negócios, velocidade ou distância em um problema físico, retorno esperado no ambiente de investimentos arriscados ou bem-estar social no contexto de planejamento governamental —, a otimização pode fornecer um quadro adequado para análise. No entanto, mesmo com o problema caracterizado e isolado, é raro conseguir prever e representar todas as complexidades das interações entre variáveis, restrições e objetivos adequados. Diante de um problema complexo de decisão, é necessário considerar a formulação da otimização apenas como uma aproximação (Luenberger, 2008).

#### 3.3.1. Programação linear

Hillier e Lieberman (2013) descrevem a programação linear (PL) como sendo o planejamento de atividades para obtenção de um resultado ótimo, ou seja, que atinja o melhor objetivo especificado, tendo em vista o modelo matemático, entre todas as alternativas viáveis.

Para Marins (2019), a programação linear (PL) busca fundamentalmente encontrar a solução ótima para problemas que tenham modelos representados por expressões lineares. O principal objetivo da PL consiste na maximização ou minimização de uma função linear, denominada função objetivo, respeitando-se um sistema linear de igualdades e desigualdades, que recebem o nome de restrições do modelo.

Para definir a função objetivo, é essencial determinar o propósito central do problema, que deve ser singular e claro. Esse objetivo será representado por uma

função matemática que poderá ser maximizada ou minimizada, dependendo da natureza do problema a ser resolvido (Caixeta-Filho, 2004).

A função objetivo será composta por variáveis de decisão, que deverão ser definidas a partir do objetivo do problema, para que a expressão possa ser matematicamente especificada e assume-se que essas variáveis possam assumir somente valores positivos. As variáveis de decisão situadas na função objetivo estarão sujeitas a restrições que são as limitações do processo e da operação (Caixeta-filho, 2004).

As restrições de processo delimitam a região especificada como conjunto viável, sendo nesta encontrada a melhor das soluções viáveis, ou seja, maximiza ou minimiza a função objetivo, denominando-se solução ótima (Marins, 2019).

Os problemas de PL podem ser modelados a partir de uma forma-padrão, que considera a função objetivo além do conjunto de restrições (Loesch, Hein, 2008), como demonstrado a seguir:

$$\{Max, Min\} Z = \sum_{i=1}^n c_i x_i \quad \text{Equação (1)}$$

Sujeito a:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \{=, \leq, \geq\} b_1 \quad \text{Equação (2)}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \{=, \leq, \geq\} b_2 \quad \text{Equação (3)}$$

.  
.  
.

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \{=, \leq, \geq\} b_m \quad \text{Equação (4)}$$

Sendo:

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad \text{Equação (5)}$$

Tendo em vista que pode-se interpretar o modelo da seguinte forma:

Em resumo, a Equação (1) representa a função objetivo, Equação (2), (3) e (4) representam as restrições apresentadas pelo sistema e a Equação (05) refere-se a

não-negatividade das variáveis. A seguir destrincha-se cada um dos parâmetros apresentados na forma-padrão de PL.

A função objetivo define a meta que se quer alcançar, podendo ela ser maximização da função ( $\{Max Z\}$ ) ou minimização ( $\{Min Z\}$ );

As variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , são o conjunto de variáveis de decisão do modelo;

O conjunto de parâmetro  $c_n$  são os coeficientes da função objetivo;

Os coeficientes  $a_{ij}$  são coeficientes das variáveis nas equações que delimitam o sistema, ou seja, as restrições do problema;

Os parâmetro  $b_j$  são termos independentes das funções restritivas.

#### 3.3.1.1. Programação linear inteira

Os problemas de Programação Linear Inteira (PLI) são problemas de programação matemática que possuem função objetivo e restrições lineares; porém, suas variáveis de decisão podem assumir somente valores inteiros, enquanto a PL pode assumir qualquer valor real. A PLI pode assumir dois tipos básicos: Programação Linear Inteira Total (PLIT), que garante que todas as variáveis de decisão pertencem ao conjunto de números inteiros; ou Programação Linear Inteira Mista (PLIM), caracterizada pela presença de variáveis que estão dentro do conjunto de números inteiros, mas que também possuem variáveis contínuas (Lachtermacher, 2004).

Existem vários métodos para resolver problemas que envolvem PLI, e estes métodos são classificados em três categorias: Métodos de Planos de Corte, que operam adicionando restrições de corte ao problema original, sendo um exemplo o algoritmo de Gomory; Métodos Enumerativos, que exploram exaustivamente o espaço de soluções por meio da divisão do problema em subproblemas, tendo como exemplo o algoritmo *Branch-and-Bound* (B&B) e *Branch-and-Cut* (B&C); Métodos Iterativos e Heurísticos, que buscam soluções aproximadas ou iterativas, não garantindo a solução ótima em todos os casos, mas fornecendo soluções viáveis com menor custo computacional, como os métodos de Geração de Colunas e de Pontos Anteriores (Florentino, 1990; Gomory, 1958; Land, 1960; Karmarkar, 1984).

### 3.3.1.2. Programação linear inteira mista

A programação linear inteira mista (PLIM) pode ser compreendida como um dos possíveis casos de programação linear, tendo em vista que é necessário que exista variáveis inteiras e contínuas que satisfaçam as restrições lineares de igualdade e desigualdade. Estas variáveis podem assumir valores inteiros que representam a indivisibilidade das mesmas, e podem ser exemplificadas como: número de veículos carregados com suco de laranja em um período, número de veículos montados em um determinado período, sempre com valores inteiros (Meira, 2015).

Normalmente os problemas que envolvem PLIM são complexos e relativamente grandes. Para que seja possível a resolução é necessário o uso de algoritmos, sendo o B&B o mais utilizado para esse tipo de problema, cuja ideia principal é dividir o conjunto de soluções viáveis em subconjuntos sem intersecção, calcular limites superiores e inferiores para o valor ótimo da função objetivo em cada subconjunto e eliminar alguns subconjuntos de acordo com regras pré-estabelecidas (Lachtermacher, 2004).

Menco (2006), define três passos principais que o algoritmo *B&B* utiliza para resolução de problemas de otimização, sendo eles:

1. **Aproximação primária:** Ignora-se as restrições e resolve-se o problema de programação linear resultante. Se a solução ótima encontrada for integral, ou seja, se os valores ótimos das variáveis de decisão forem todos números inteiros, então o problema está resolvido e o algoritmo termina. Caso não, o valor ótimo encontrado anteriormente transforma-se em um valor limitante inferior (LI), em casos de maximização, e limitante superior (LS), em casos de minimização, para o valor ótimo do problema com as restrições de integralidade.
2. **Branching:** Caso na primeira aproximação uma das variáveis possuir valor não inteiro, sendo essa variável  $x_j^*$ , então  $i_1 \leq x_j^* \leq i_2$ , tendo em vista que  $i_1$  e  $i_2$  são números inteiros não negativos consecutivos. Devido a este ponto, cria-se dois novos problemas acrescentando-se ao problema original as restrições  $i_1 \leq x_j^*$  e  $x_j^* \geq i_2$ , respectivamente. Chamado de *Branching*,

elimina-se a solução corrente de  $x_j^*$  não inteiro, mas preserva todas as possíveis soluções viáveis inteiras do problema original. Se, posteriormente, após a primeira aproximação, mais de uma variável não for inteira, recomenda-se escolher para a ramificação aquela cuja parte fracionária esteja mais próxima de 0,5 .

3. **Bounding:** a etapa de branching prossegue até a primeira aproximação que apresente solução inteira. O valor da função objetivo corresponde à solução inteira, tornando-se um limitante inferior (LI) para maximização ou um limitante superior (LS) para minimização, em relação ao valor ótimo do problema original. Todos os problemas cujas primeiras aproximações, integrais ou não, apresentarem valores inferiores ao limitante inferior são descartados. O limitante inferior é atualizado sempre que uma solução exibir solução inteira com valor de  $z$  (decisão) maior. O algoritmo *Branch-and-Bound* termina quando não existirem mais problemas a serem ramificados.

Outro método amplamente utilizado na literatura é o *Branch-and-Cut* (B&C), uma extensão do B&B que se mostra mais eficiente para resolver problemas de otimização linear. Assim como o B&B, o método B&C utiliza o princípio de construção de uma árvore de subproblemas derivados do problema original. No entanto, a principal diferença entre os dois está na etapa de corte (cut) (Wolsey, 1998).

No B&C, se a solução ótima de um nó (subproblema) não for inteira, sabe-se que esse nó não pode contribuir para a solução ótima do problema original. Consequentemente, ele é eliminado da árvore, evitando a exploração de soluções derivadas deste subproblema. Essa etapa de corte torna o processo mais eficiente, reduzindo significativamente o espaço de busca e o esforço computacional necessário para encontrar a solução ótima (Wolsey, 1998).

### 3.3.1.3. *Mixed integer programming gap* (MIPGap)

O *MIPGap* é um parâmetro que controla a qualidade mínima da solução encontrada. Ou seja, estabelece um limite aceitável entre a solução viável encontrada e o limite ótimo. Assim, ao definir um valor para o intervalo, o solver buscará uma

solução cuja diferença percentual entre o valor final dela e o limite inferior seja menor que o intervalo definido (Miltenberger, 2024).

Esse parâmetro permite testar diferenças entre a solução viável encontrada e a solução ótima, havendo possibilidade de ter soluções muito próximas da solução totalmente otimizada, porém quanto menor for a diferença percentual mais da máquina o solver irá exigir, além de longos períodos de processamento buscando a solução ótima.

#### 3.4. PLANEJAMENTO DAS NECESSIDADES DE MATERIAIS (MRP)

O planejamento das necessidades de materiais (MRP) é uma forma de assegurar que haverá disponibilidade de bens quando for necessário, ou seja, que exista produtos de acordo com a demanda. O MRP tem como objetivo atender requisitos de demandas sempre mantendo estoque em seu nível mínimo e programando a disponibilidade desses bens quando planejado, de acordo com as estratégias da empresa (Lutosa, 2008).

Para que haja eficiência no modelo é necessário que sejam calculadas as necessidades líquidas, que consiste em tentar estimar a quantidade necessária nos momentos necessários para cumprir os prazos de entrega e formar o menor estoque possível. De acordo com estas premissas estima-se a equação básica do MRP, demonstrado pela Equação (6) (Correa, 2009).

$$NL = NB - RP - ED \quad \text{Equação (6)}$$

Onde:

NL são necessidades líquidas no início do período;

NB são as necessidades brutas durante o período;

RP são quantidades que deverão estar disponíveis no começo do período dos recebimentos programados e ordens em andamento;

ED são os estoques disponíveis dos itens em questão.

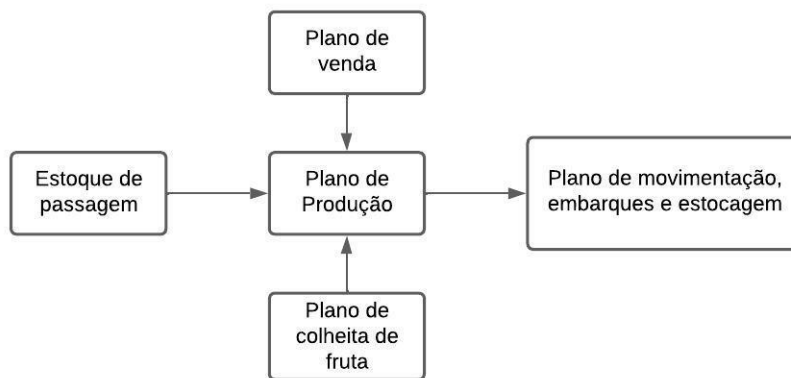
Existem premissas que são imprescindíveis para o cálculo do MRP, são eles: Programa Mestre de Produção (MPS), estoques disponíveis e a lista de materiais do produto. Sem estes pontos não é possível a elaboração do MRP visando o período fiscal inteiro (Corrêa, 2009).

Ressalta-se que o Programa Mestre de Produção (MPS) tem como origem a demanda do mercado, ou seja, determina-se o MPS de acordo com a disponibilidade de estoque de produtos acabados, vendas acordadas, pedidos já feitos e tempo de produção (Lutosa, 2009).

### 3.4.1. MRP da safra de processamento de laranja

O MRP da safra de processamento de laranja, ou seja, o planejamento anual, considera diversos aspectos até chegar à etapa de movimentação, envolvendo várias áreas da empresa, como compradores de matéria-prima, vendas do produto final, produção, logística e qualidade. Analisa-se simultaneamente os estoques de passagem, os volumes remanescentes da safra anterior, o pré-plano de vendas, o plano de colheita/recebimento de frutas e o plano de produção. Com base nessas informações, elabora-se o plano de movimentação, estocagem e embarque de produtos (Munhoz, 2001). O esquema é mostrado na Figura 3.

Figura 3 - Planejamento da Safra de laranja



Fonte: Autor

## 3.5. TRABALHOS RELACIONADOS

Na literatura existem diversos trabalhos que abordam a otimização linear na indústria, sendo considerado um campo vasto de pesquisa com exemplares mostrados abaixo.

Gomes (2019) apresenta um modelo de roteirização de veículos para o transporte de cargas de materiais de construção civil, com o objetivo de desenvolver

uma modelagem computacional que permita reduzir os custos logísticos. O projeto propõe um modelo que prevê rotas otimizadas para as entregas, visando diretamente a redução desses custos. Todo o processo é realizado utilizando a ferramenta computacional Solver do Microsoft Excel®. O estudo resultou na conclusão da inviabilidade econômica da rota usada pela empresa, que além de propor um modelo novo reduziu 48% os custos e 47% a distância logística de transporte.

Junqueira (2006) aplica-se métodos de otimização linear para otimizar o planejamento estratégico de produção, estocagem, e transporte de sementes de milho, tendo como objetivo reduzir custo de produção, logístico e fiscais e sujeito a restrições, como: programação de colheita, capacidade das plantas, e demanda dos clientes. Neste trabalho utilizou-se a linguagem de programação GAMS. Junqueira conclui que a incorporação de custos fiscais na função objetivo resultou em interferência nas variáveis de decisão e proporcionou redução de custos no planejamento de produção e logístico, aumentando a competitividade da empresa produtora de sementes.

No mesmo intuito de apoiar decisões estratégicas e o planejamento agregado, como mencionado no trabalho de Junqueira (2006), Munhoz (2009) emprega técnicas de programação linear, programação por metas, otimização robusta e linguagem de modelagem algébrica, além de aplicativos de última geração para a otimização do planejamento agregado da produção de suco de laranja concentrado. O estudo considera o planejamento da colheita da fruta, as curvas de maturação, os processos de blendagem de diferentes tipos de sucos para atender às especificações do produto final e aborda conceitos como mistura, além do planejamento de produção com múltiplos produtos, estágios e períodos. Munhoz conclui que com o aumento da proteção contra a violação das restrições com parâmetros incertos, também há aumento no custo total da solução, permitindo a análise objetiva do *trade-off* entre robustez e qualidade de solução.

João (2021) buscou minimizar os custos logísticos envolvidos na movimentação de soja e milho, considerando a produção nacional total, as demandas dos mercados interno e externo, e as alternativas de infraestrutura logística disponíveis. O modelo é proposto como programação linear e programação linear inteira mista, incorporando restrições e cenários relacionados ao aumento da

capacidade de embarque nos destinos, à capacidade operacional dos terminais de transbordo e à capacidade estática de armazenamento. Todo o modelo resultou em reduções de custos logísticos, além de trazer cenários que mostravam paradas de utilização de certos terminais para minimização de custos.

Schenekemberg (2019) apresenta um problema de roteirização e estoques com múltiplos depósitos e entregas fracionadas, que resume-se ao modelo de sistemas de estoque gerenciado pelo fornecedor com entregas sendo realizadas a partir de múltiplos depósitos e os clientes podendo ser atendidos múltiplas vezes em um mesmo período. O modelo é resolvido a partir do método *Branch-and-cut* e reportou-se resultados que reduziram *upper bounds* (UB) e provando a otimalidade para uma instância em aberto.

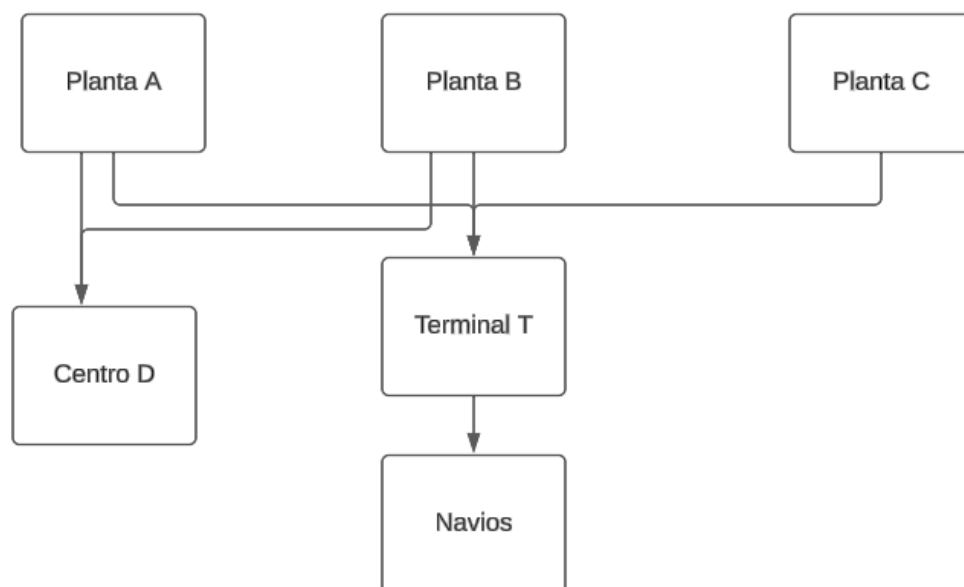
## 4. METODOLOGIA

### 4.1. DESCRIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

A empresa em estudo possui três plantas de processamento de suco de laranja e um terminal portuário, que serão definidos como Planta A, Planta B, Planta C e Terminal Portuário T. Cada uma delas possui diferentes tipos de produtos, processos e layouts industriais; porém, todas produzem o suco em estudo, suco de laranja não concentrado (NFC), exceto o Terminal Portuário T, que ficará responsável pelo recebimento, pasteurização, armazenamento e expedição do suco.

O estudo limita-se às movimentações de suco até o Terminal Portuário T portuário. A empresa, também, possui o Centro D, este centro é fictício e tem como objetivo incluir e englobar outros tipos de embalagens em que o NFC é distribuído e não adicionam custos logísticos nem de pasteurizadores, tendo impacto somente no estoque e na quantidade de carretas das plantas que fazem essa movimentação. O modelo não considera, também, movimentações para outras localidades ou de outros produtos. O esquema de movimentação que será estudado está demonstrado na Figura 4.

Figura 4 - Limite de bateria do estudo



Fonte: Autor

O limite de bateria do estudo abrange os custos relacionados à logística das plantas de processamento até o porto, além dos custos dos pasteurizadores no Terminal Portuário T, sem incluir os custos internos das plantas de processamento. O modelo utiliza programação em Python® com a biblioteca Pyomo® e o *solver* Gurobi Optimizer® para busca do ponto ótimo da função objetivo.

Vale ressaltar que a unidade que será referência para mensurar volumes de carregamentos, volumes em estoque de estoque projetado e volumes de recebimento será toneladas, devido a grandes quantidades e tendo em vista que a densidade do suco NFC de laranja é de  $1,03 \text{ t/m}^3$  (Pereira, 2018) e da água é de  $1,00 \text{ t/m}^3$  (Hodgman, 1920), aproximadamente em condições normais de temperatura e pressão, ou seja, densidades semelhantes que neste trabalho serão consideradas a mesma da água.

## 4.2. MAPEAMENTO DAS PLANTAS

### 4.2.1. Planta A

A planta de processamento, nomeada como Planta A, está localizada a um raio de, aproximadamente, 800 km do Terminal Portuário T. Esta planta possui tanques ATF's para armazenamento. A Planta A possui um estoque de passagem, que corresponde ao suco armazenado de uma safra para outra, conhecido como inventário de passagem de safra. Essa planta faz movimentações de suco para outro destino, definido como Centro D, além do Terminal Portuário T. Devido a questões de *layout* industrial existe volume mínimo e máximo de retirada de produto, em momentos que haja produção de suco de laranja.

### 4.2.2. Planta B

A Planta B, localizada a um raio de, aproximadamente, 1000 km do Terminal Portuário T. Opera de forma semelhante à Planta A, porém com menor capacidade de produção e armazenamento, contendo estoque de passagem. A planta também possui limites máximos e mínimos de retirada diários. Além de atender a demanda do Centro D.

### 4.2.3. Planta C

A Planta C é a mais próxima do Terminal Portuário T, ficando em um raio de, aproximadamente, 500 km do porto. Diferentemente das outras duas plantas, esta unidade não possui capacidade de armazenamento. Isso significa que toda a produção realizada nesta planta deve, necessariamente, ser direcionada ao Terminal Portuário T. Por essa razão, é fundamental que sempre haja carretas disponíveis, a fim de evitar impactos no plano de produção da unidade — impactos que podem gerar consequências significativas no orçamento anual da empresa.

### 4.2.4. Terminal Portuário T

O Terminal Portuário T tem como principais funções o recebimento, a pasteurização, o armazenamento de suco e o carregamento de navios. A unidade conta com tanques ATF para armazenamento, e assim como as unidades A e B, possui estoque de passagem.

Além disso, o Terminal Portuário T dispõe de pasteurizadores com capacidade máxima (S) no tempo (t) ( $S_{T,t}$ ). Após serem iniciados, os pasteurizadores operam em ciclos e posteriormente, com ciclos finalizados, passam pelo processo de limpeza no local (*Clean in Place* - CIP), que consiste na higienização dos tubos internos do equipamento.

Em relação ao carregamento de navios, é necessário que a carga esteja formada no momento de chegada do navio, ou acarretará em impactos econômicos para a empresa.

## 4.3. CADEIA LOGÍSTICA

A empresa em questão dispõe de uma frota própria de carretas (*FPC*). No entanto, há a possibilidade de contratar uma quantidade total de carretas de empresas terceirizadas (*FTC*), denominadas carretas spots. Essa contratação ocorre exclusivamente em períodos de safra, quando a capacidade logística da frota própria é

insuficiente para atender à demanda do Terminal Portuário T. Dessa forma, a contratação dessas carretas torna-se necessária para atender à demanda e minimizar os impactos no orçamento da empresa

#### 4.4. CUSTOS

##### 4.4.1. Custos logísticos

O custo logístico está diretamente relacionado à demanda de navios no Terminal Portuário T, considerando que a empresa dispõe de um número fixo de carretas próprias por safra.

Essa demanda, assim como a quantidade de carretas disponíveis, é definida no início da safra com base no MRP para aquele período. Após a definição desses fatores, estabelece-se a capacidade logística das carretas próprias para a safra, conforme a Equação (7). Essa equação considera a capacidade volumétrica de movimentação ( $Cap_{log}$ ), relacionando o número total de carretas próprias para a planta (p) em um período de tempo (t) ( $Np_{p,t}$ ) à capacidade volumétrica operacional das carretas ( $Cap_{vol,op}$ ), que é de 35 toneladas por carreta.

$$Cap_{log} = Np_{p,t} * Cap_{vol,op} \quad \text{Equação (7)}$$

Entretanto é necessário considerar um fator ( $F_{viag,p}$ ) que contabilize a quantidade de viagens que possam ser feitas em 24 horas, de acordo com a distância das plantas (p) até o Terminal Portuário T (T) ( $d_{p,T}$ ), que leve em consideração a velocidade média das carretas ( $v_m$ ), como demonstrado na Equação (8).

$$F_{viag,p} = \frac{1}{24} \left( \frac{d_{p,T}}{v_m} \right) \quad \text{Equação (8)}$$

Define-se, então, a real capacidade logística de transferência para o Terminal Portuário T ( $Cap_{Transf}$ ), mostrada na Equação (9).

$$Cap_{Transf} = F_{viag,p} * Cap_{log} \quad \text{Equação (9)}$$

Com a capacidade logística de transferência para o Terminal Portuário T definida, realiza-se uma comparação com a demanda de produto no Terminal Portuário T ( $Dem_T$ ), estabelecida no início da safra. Com base nessa análise, determina-se a necessidade de contratação de carretas *spot* para planta p em um período de tempo t ( $Nt_{p,t}$ ), demonstrado pela Equação (10) .

$$Nt_{p,t} = \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ se } Dem_T \leq Cap_{transf}, \\ \{ Dem_T - Cap_{transf}, \text{ se } Dem_T > Cap_{transf} \} \end{array} \right\}$$

Equação (10)

Os custos relacionados às carretas próprias são definidos como um custo fixo ( $C_{fixo,prop}$ ), calculado pelo produto da distância da planta (p) até o Terminal Portuário T (T) ( $d_{p,T}$ ) e a razão entre o custo de operação da carreta ( $C_{op}$ ) e os quilômetros rodados por mês por carreta ( $km_{rod}$ ).

Já o custo fixo das carretas de terceiros ( $C_{fixo,terc}$ ) é 60% maior que o custo fixo das carretas próprias. Esses custos são apresentados nas Equações (11) e (12), respectivamente.

$$C_{fixo,prop} = \frac{C_{op}}{km_{rod}} * d_{p,T}$$

Equação (11)

$$C_{fixo,terc} = 1,6 * C_{fixo,prop}$$

Equação (12)

Determinados os custos associados às carretas próprias e terceiras, define-se o custo logístico ( $C_L$ ), exibido pela Equação (13).

$$C_L = Np_{p,t} * C_{fixo,prop} + Nt_{p,t} * C_{fixo,terc}$$

Equação (13)

#### 4.4.2. Custos de pasteurizadores no Terminal Portuário T

Os custos associados aos pasteurizadores no Terminal Portuário T são fixados de forma a englobar toda a parte de combustível das caldeiras, suprimentos utilizados, custo de operação e mão de obra. Uma das condições do modelo estabelece que o custo de pasteurização é fixo e igual para todos os pasteurizadores da unidade, já que possuem a mesma capacidade e são do mesmo modelo. Assim, define-se o custo de pasteurização ( $C_{past}$ ) por dia de utilização.

É importante destacar que, independentemente do volume pasteurizado, o custo será considerado como se o pasteurizador estivesse operando em sua capacidade máxima.

### 4.5. MODELAGEM MATEMÁTICA

#### 4.5.1. Função objetivo

O principal objetivo do otimizador é minimizar os custos da cadeia de movimentação de NFC entre as plantas e o porto, considerando os custos de pasteurização no Terminal Portuário T e os custos logísticos.

O modelo foca nas variáveis de decisão, que incluem: a quantidade de carretas próprias ( $Np_{p,t}$ ); a quantidade de carretas terceirizadas ( $Nt_{p,t}$ ); e a quantidade de pasteurizadores utilizados no Terminal Portuário T ( $Npast_t$ ), e também os coeficientes atrelados a eles, sendo, respectivamente: custos fixos de carretas próprias ( $C_{fixo,prop}$ ), custos fixos de carretas de terceiros ( $C_{fixo,terc}$ ) e custos associados aos pasteurizadores ( $C_{past,T}$ ) e tem como resultado a variável  $Z$  que é o custo minimizado. Dessa forma, define-se a função objetivo do modelo, representada pela Equação (14).

$$Min Z = \sum_{p \in p} \sum_{t=0}^t \left( Np_{p,t} * C_{fixo,prop} + Nt_{p,t} * C_{fixo,terc} \right) + \sum_{t=0}^t \left( Npast_t * C_{past,T} \right)$$

Equação (14)

#### 4.5.2. Restrições

Com a função objetivo definida, é necessário estabelecer as restrições que se aplicam ao sistema estudado, as quais podem ser caracterizadas como não negatividade, onde tem-se as variáveis de decisão da função objetivo, apresentadas anteriormente, exemplificada pela Equação (15);

Não negatividade das variáveis de decisão:

$$Np_{p,t}, C_{fixo,prop}, Nt_{p,t}, C_{fixo,terc}, Npast_t, C_{past,T} \geq 0$$

Equação (15)

Balanço de massa, definido pelas Equações (16) a (19), que contam com a capacidade de armazenamento de cada uma das plantas no tempo  $t$ , ( $E_{A,t}$  e  $E_{B,t}$ ), e do Terminal T ( $E_{T,t}$ ), juntamente com o estoque de passagem da safra anterior para cada uma das geografias ( $I_{0_A}, I_{0_B}$  e  $I_{0_T}$ ), exceto da Planta C que não possui estoque. Os balanços consideram também a produção de cada uma das plantas de extração no tempo  $t$  ( $P_{A,t}$ ,  $P_{B,t}$  e  $P_{C,t}$ ), o volume que será movimentado da planta ao terminal no tempo  $t$  ( $x_{A,t}$ ,  $x_{B,t}$  e  $x_{C,t}$ ), o recebimento em no Terminal T no tempo  $t$  ( $x_{p,c,t}$ ) e a demanda solicitada no Terminal T no tempo  $t$  ( $D_{c,t}$ ).

Balanço de massa da Planta A:

$$E_{A,t} = I_{0_A} + \sum_{t=0}^t P_{A,t} - \sum_{t=0}^t x_{A,t} \quad \text{Equação (16)}$$

Balanço de massa da Planta B:

$$E_{B,t} = I_{0_B} + \sum_{t=0}^t P_{B,t} - \sum_{t=0}^t x_{B,t} \quad \text{Equação (17)}$$

Balanço de massa da Planta C:

$$\sum_{t=0}^t P_{C,t} = \sum_{t=0}^t x_{C,t} \quad \text{Equação (18)}$$

Balço de massa do Terminal Portuário T:

$$E_{T,t} = I_{0_T} + \sum_{t=0}^t x_{p,t} - D_t \quad \text{Equação (19)}$$

Em relação aos suprimentos para cadeia de movimentação interna, tem-se as restrições descritas pelas Equações (20) a (22), que consideram a quantidade de carretas próprias disponibilizadas para as plantas de extração no tempo t ( $Np_{p,t}$ ) e carretas de empresas terceiras no tempo t ( $Nt_{p,t}$ ), estes parâmetros estão associados a capacidade total logística, sendo de carretas próprias (FPC) ou carretas de empresa terceiras (FTC).

Restrições de carretas próprias:

$$\sum_{t=0}^t Np_{p,t} \leq (FPC) \quad \text{Equação (20)}$$

Restrições de carretas de empresas terceiras:

$$\sum_{t=0}^t Nt_{p,t} \leq (FTC) \quad \text{Equação (21)}$$

Restrição de capacidade de pasteurização no Terminal Portuário T (T):

$$\sum_{t=0}^t x_{p,t} \leq Npast_t * C_{past} \quad \text{Equação (22)}$$

As Equações (23) e (24) estão relacionadas as capacidade máxima de estocagem de cada uma das plantas de extração e do Terminal T ( $Cap_{arm,p,c}$ ).

Restrição de capacidade das plantas A e B e do Terminal Portuário T:

$$E_{p,t} \leq Cap_{arm,p} \quad \text{Equação (23)}$$

Restrição de capacidade das Planta C :

$$E_{C,t} = Cap_{arm,p} = 0 \quad \text{Equação (24)}$$

As plantas de extração possuem capacidade mínimas e máximas de movimentação ( $V_{max,p}$  e  $V_{min,p}$ ) que não podem ser infringidas, devido a questões de capacidade de estocagem e produção e o recebimento no Terminal T que não pode ultrapassar o capacidade de pasteurização, que é o produto entre o número de pasteurizadores ( $Npast_t$ ) e suas capacidades ( $C_{past}$ ). Capacidade enunciadas pelas Equações (25) e (26)

Restrição de volume máximo que pode ser retirado de cada planta por dia:

$$\sum_{t=0}^t x_{p,t} \leq V_{max,t} \quad \text{Equação (25)}$$

Restrição de volume mínimo que pode ser retirado de cada planta por dia:

$$\sum_{t=0}^t x_{p,t} \geq V_{min,t} \quad \text{Equação (26)}$$

Restrição de capacidade de pasteurização no Terminal Portuário T (T):

$$\sum_{t=0}^t x_{p,t} \leq Npast_t * C_{past} \quad \text{Equação (27)}$$

O Terminal T também conta com a restrição de estoque de passagem para a próxima safra ( $Epas_{p,t}$ ), exibido pela Equação (28), que considera que o estoque mínimo de passagem tem que ser 30% da capacidade total .

Estoque de passagem para próxima safra no terminal:

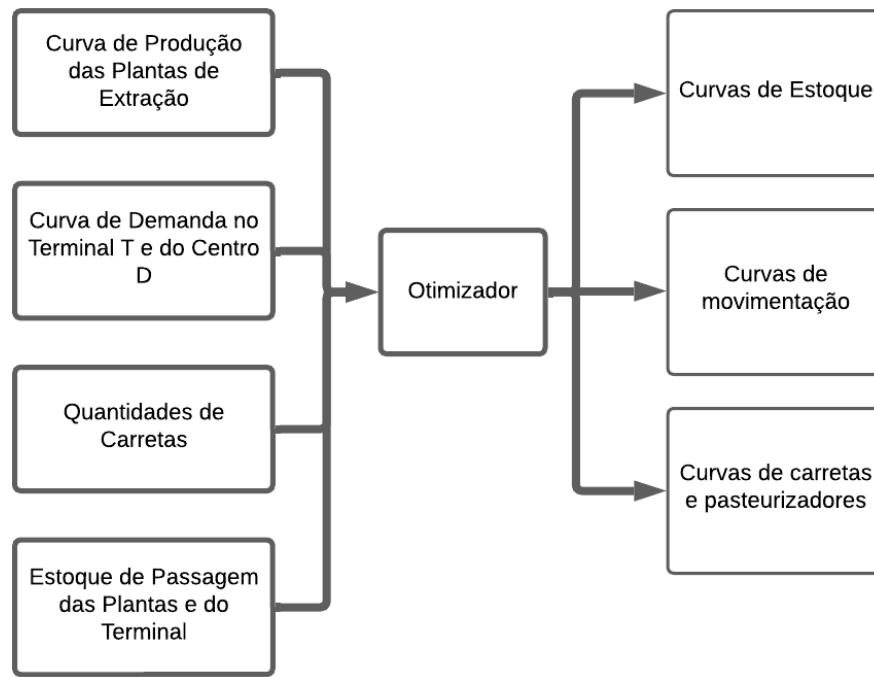
$$Epas_{p,t} = 0,3 * Cap_{arm,p} \quad \text{Equação (28)}$$

#### 4.5.3. Dados de entrada e saída

Os dados de entrada do modelo têm grande importância, devido às informações que alimentam o otimizador, definindo condições do sistema, contexto e principalmente descrevendo características do processo.

Com os dados de entrada alimentando o otimizador, tem-se os resultados, dados de saída, que descrevem o cenário otimizador diante as variáveis impostas, como mostrado na Figura 5.

Figura 5 -Dados de entrada e de saída do otimizador



Fonte: Autor

#### 4.6. FERRAMENTAS PARA SIMULAÇÃO

As simulações do modelo de otimização de movimentações de NFC granel foram desenvolvidas como PLIM. Para o desenvolvimento utilizou-se a linguagem de programação Python®, por ser uma linguagem que é amplamente utilizada na engenharia, devido a sua versatilidade e suporte a biblioteca Pyomo, a qual foi escolhida para facilitar a modelagem, disponibilizando ferramentas que facilitam a modelagem matemática e possuem vasta aplicabilidade em setores de logística, planejamento, alocação de recursos e roteirização. O Pyomo oferece suporte a problemas de programação linear, programação linear mista e programação não linear.

Para resolução do modelo desenvolvido no Pyomo utilizou-se o *solver* Gurobi Optimizer®, por ser um software especializado na resolução de problemas de otimização complexos, além de ser amplamente utilizado em indústrias e no meio acadêmico, por disponibilizar suporte para diversos problemas de otimização e ter

ótima performance em modelos de otimização. O Gurobi, também, permite a escolha do algoritmos que podem ser utilizados para resolução de problemas de otimização, podendo variar de *Simplex*, *Branch-and-Bound*, *Branch-and-Cut* (utilizado neste trabalho) e métodos híbridos, escolha de tempo limite de execução, *MIPGap* (Gap de Programação Linear Inteira Mista), que define o intervalo percentual entre a solução viável encontrada e o limite ótimo, e entre outras variáveis de configuração que podem ser ajustadas.

Para visualização, análise e tratamento de dados utilizou-se bibliotecas numpy e pandas que são amplamente utilizadas no mercado atual. Empregou, também, o software PowerBI® para melhor visualização e comparação de cenários obtidos.

#### 4.7. ESTUDO DE CASO

Tornam-se necessárias as considerações iniciais para a safra que seria otimizada, a fim de definir parâmetros e dados de entrada condizentes com as restrições impostas pelo problema. Assim, estabeleceu-se a data de início da safra e a data final da safra, quanto seria produzido em cada planta e o total, quanto o Centro D demandaria de produto, quantidade de carretas próprias e terceirizadas que estariam disponíveis, a demanda total de volume no Terminal Portuário T, além dos dias em que haveriam navios atracados, volumes que transportavam, o estoque de passagem da safra anterior para safra que será estudada e para safra posterior. Ressalta-se que os dados não condizem com a realidade e foram criados.

A safra estudada começou no dia 01/05/2023 e terminará em 31/03/2024. Em relação aos volumes totais produzidos, limite de movimentação diário, capacidade de estoque e estoque de passagem da safra anterior para safra estudada para a Planta A, a Planta B e a Planta C, considerou-se os valores exibidos na Tabela 3.

Tabela 3 - Considerações iniciais e restrições para as plantas de processamento para Safra 23/24 estudada

	Planta A	Planta B	Planta C
Capacidade de estoque (t)	264 mil	77 mil	-
Volume total produzido (t)	687 mil	180 mil	115 mil
limite de movimentação diário (t)	4,46 mil	2,14 mil	1,07 mil
Estoque de passagem (t)	10 mil	10 mil	-

Fonte: Autor

Para o Terminal Portuário T, por sua vez, considerou os seguintes valores iniciais de estoque de passagem, capacidade de estoque e limite de recebimento de produto, mostrados na Tabela 4.

Tabela 4 - Considerações iniciais e restrições para o Terminal Portuário

	Terminal Portuário T
Capacidade de estoque (t)	266 mil
Limite de recebimento de produto (t)	6,4 mil
Estoque de passagem (t)	9 mil

Fonte: Autor

Quanto às carretas disponíveis, a safra operou com total de 120 próprias e 30 terceirizadas. As demandas que precisam ser atendidas, tanto no Terminal Portuário T quanto no Centro D, seriam de 947 mil toneladas e 21 mil toneladas, respectivamente na safra.

Os custos associados à operação podem ser divididos em duas partes, custos relacionados aos pasteurizadores, que serão o mesmo para os 4 pasteurizadores do

Terminal Portuário T, totalizando R\$97.475 cada pasteurizador por dia utilizado. Para o custo logístico tem-se valores diferentes para cada planta, exibidos na Tabela 5.

Tabela 5 - Custos logísticos para cada planta

Plantas	Custo de carretas próprias (R\$/viagem)	Custo de carretas terceiras (R\$/viagem)
Planta A	2.597,55	4.156,08
Planta B	3.246,94	5.195,10
Planta C	1.623,47	2.597,55

Fonte: Autor

O estudo analisou, tanto a parte volumétrica, quanto de custos de pasteurizadores e de carretas próprias e terceiras, os resultados de cenários obtidos a partir da otimização e variação dos seguintes parâmetros e condições de operação:

- Atendimento de restrições impostas;
- Variações percentuais no *MIPGap* de 1%, 5% e 10%;
- Cenários utilizando somente carretas próprias;

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.1. VARIAÇÃO DE *MIPGAP*

Neste capítulo, estudou-se a influência e o impacto da variação de *MIPGap*, alternando em três porcentagens, sendo elas: 1, 5 e 10%, ou seja, variou-se o intervalo entre a solução viável e o limite ótimo.

Em todas simulações utilizou-se os mesmos dados de entrada e restrições, sem alterações a não ser do *MIPGAP*, citado anteriormente.

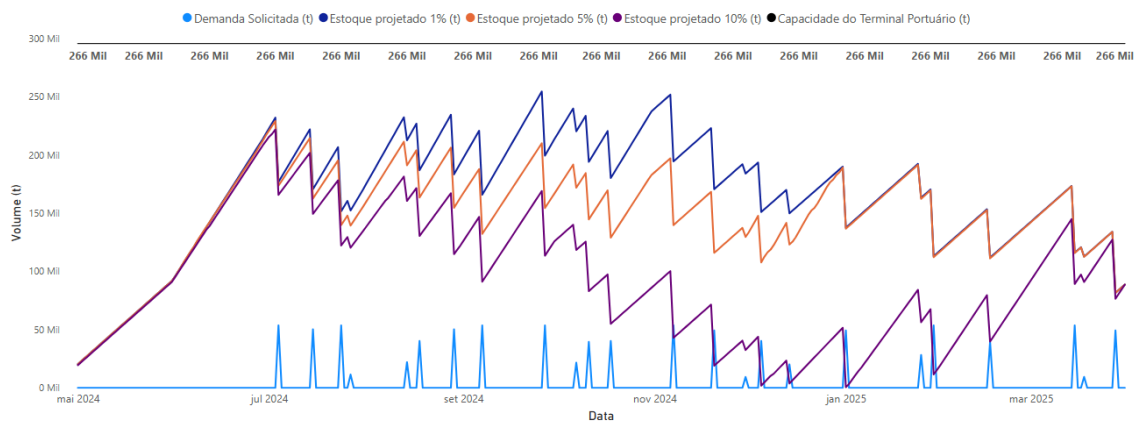
### 5.1.1. Estoque e recebimento de produto no Terminal Portuário T

A partir das simulações com variações do *MIPGap*, pode-se observar que as curvas de movimentação entre as plantas e o porto respeitaram os limites de movimentação diários, as capacidades impostas para as plantas que possuíam estoques (Planta A e Planta B) e a capacidade logística imposta. O simulador operou por 934 segundos e explorou 21.181 nós para *MIPGap* de 1%; o tempo foi de 30 segundos, e houve 318 nós explorados para a simulação com 5%; obteve-se a resposta em 10 segundos, com um total de 2 nós explorados para 10%.

Na simulação com *MIPGap* de 10%, observou-se o resultado de 2 nós explorados, o que pode afirmar que o *solver* encontrou a solução ótima durante a relaxação linear inicial, ou seja, o método utilizado de B&C explorou os primeiros nós com as restrições e encontrou a solução inteira, com intervalo de 9,6%,.

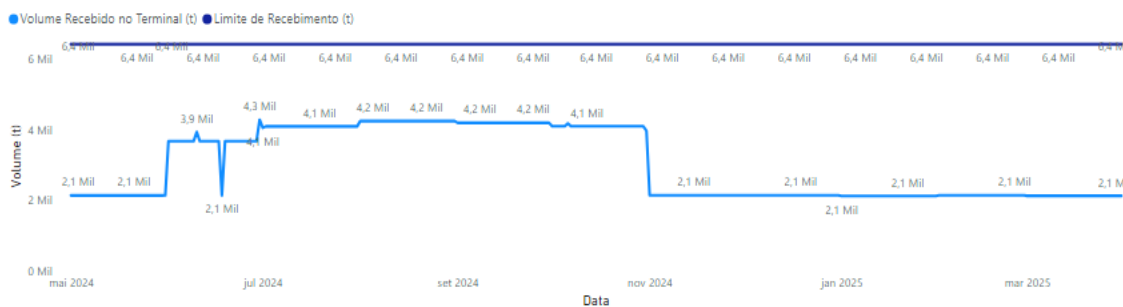
Ao observar resultados voltados para o estoque projetado, atendimento à demanda e as curvas de recebimento de produto no Terminal Portuário T, obteve-se as seguintes curvas, que mostram as simulações de *MIPGap* de 1, 5 e 10%, exibidas na Figuras 6 a 9.

Figura 6 - Comparação do estoque projetado e atendimento demanda do Terminal Portuário T com os *MIPGap* de 1, 5 e 10%



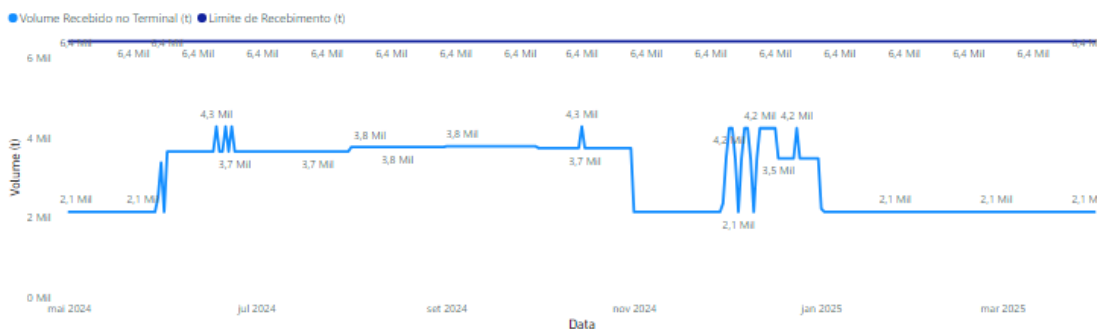
Fonte: Autor

Figura 7 - Volumes e limite de recebimento de produto no Terminal Portuário T com *MIPGap* 1%



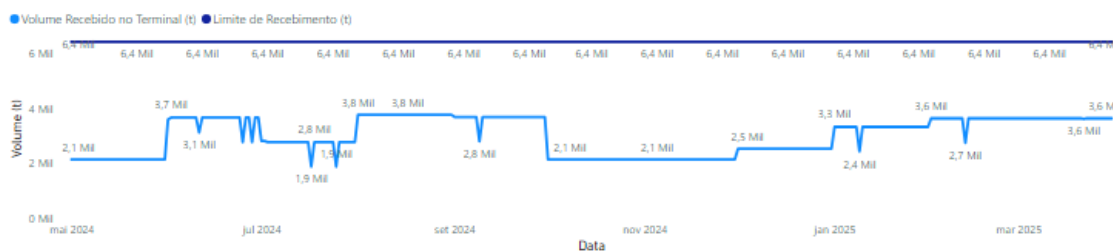
Fonte: Autor

Figura 8 - Volume recebido no Terminal Portuário T com *MIPGap* de 5%



Fonte: Autor

Figura 9 - Volume recebido no Terminal Portuário T com *MIPGap* de 10%



Fonte: Autor

Ao analisar o recebimento de produto no Terminal Portuário T, notou-se que em momento algum houve excedente de estoque e recebimento, respeitando as

restrições impostas que limitam o recebimento de produto no terminal por questões estratégicas e de layout industrial.

Para simulação de *MIPGap* de 1%, houve sempre um maior estoque do que a demanda solicitada, e notou-se, também, que houve 79.825 toneladas de estoque de passagem para a próxima safra, resultando em 30% do volume total de capacidade, consolidando a restrição imposta ao otimizador.

Constata-se, também, que, em relação à curva de movimentação existem poucos picos de recebimento, o que corrobora que o cenário gerado está considerando que há impactos na cadeia quando ocorrem grandes variações no processo, impactando o custo total.

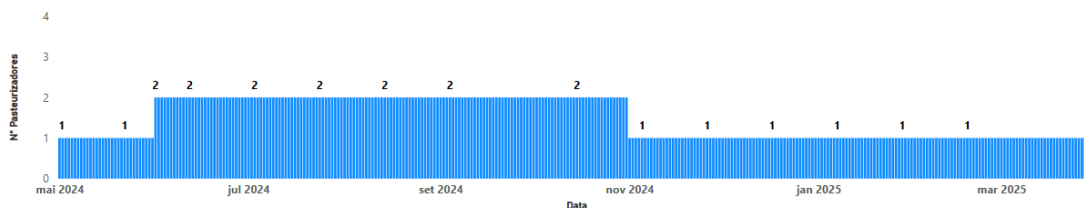
Em relação ao cenário com 5% de *MIPGap*, observou que toda a demanda foi atendida, no entanto, em relação ao caso anterior, há um menor acúmulo de volume no Terminal Portuário T, evidenciando que, no cenário analisado com o relaxamento do intervalo, o otimizador prioriza uma menor descida de volume. Contudo, isso resulta em picos de recebimento, como evidenciado na curva de recebimento do terminal, o que pode sobrecarregar a cadeia logística devido à alocação e retirada de carretas de um dia para o outro, gerando gastos adicionais.

Ao utilizar o *MIPGap* de 10%, nota-se que, diferente das análises anteriores, em determinados momentos da safra o estoque projetado era semelhante à demanda, fazendo com que o estoque no Terminal Portuário T tendesse a falta de estoque, ou seja, chegasse a zero. Vale ressaltar que, mesmo com estoques baixos, a solução ainda é válida. Contudo, estoques reduzidos, aliados a pequenos imprevistos, como acidentes nas vias públicas, trânsito intenso, problemas operacionais nas plantas de processamento ou no Terminal Portuário T, além de dificuldades logísticas, podem ocasionar a falta de produto. Isso resultaria em atrasos no atendimento à demanda, acarretando grandes prejuízos financeiros e aumento de custos para a companhia.

### **5.1.2. Pasteurizadores**

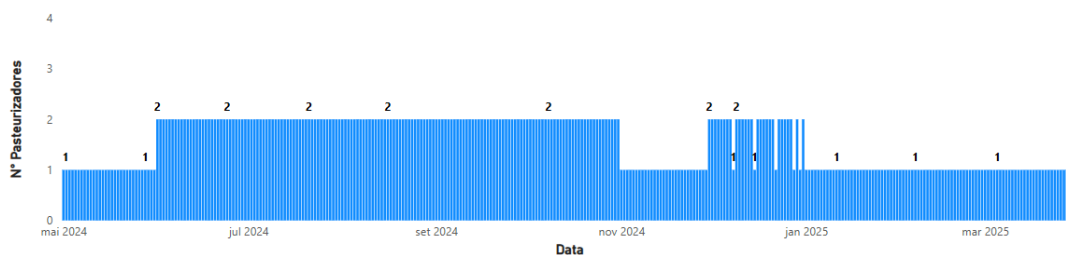
Analisou-se a quantidade de pasteurizadores utilizados para cada cenário com os diferentes *MIPGap*, além do comportamento, durante a safra, da curva de quantidade de pasteurizadores, que possui relação direta e varia proporcionalmente ao volume recebido diariamente no Terminal Portuário T. Os resultados para os três cenários estudados são exibidos pelas Figuras 10 a 12.

Figura 10 - Número de pasteurizadores operando no Terminal Portuário T com *MIPGap* 1%



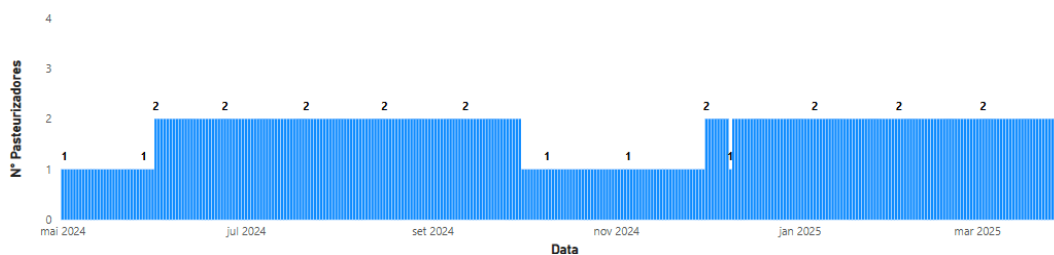
Fonte: Autor

Figura 11 - Número de pasteurizadores operando no Terminal Portuário T com *MIPGap* 5%



Fonte: Autor

Figura 12 - Número de pasteurizadores operando no Terminal Portuário T com *MIPGap* 10%



Fonte: Autor

Para as simulações, a quantidade de pasteurizadores utilizados por dia atingiu, no máximo, 2 dos 4 disponíveis.

Na simulação com *MIPGap* de 1%, observou-se que durante julho a novembro operou-se com 2 pasteurizadores, devido a um maior volume que estava sendo movimentado para o Terminal Portuário T para atendimento da demanda e devido, também, ao balanço de massa entre plantas e o terminal, o que impactou diretamente no custo, totalizando R\$47,6 milhões.

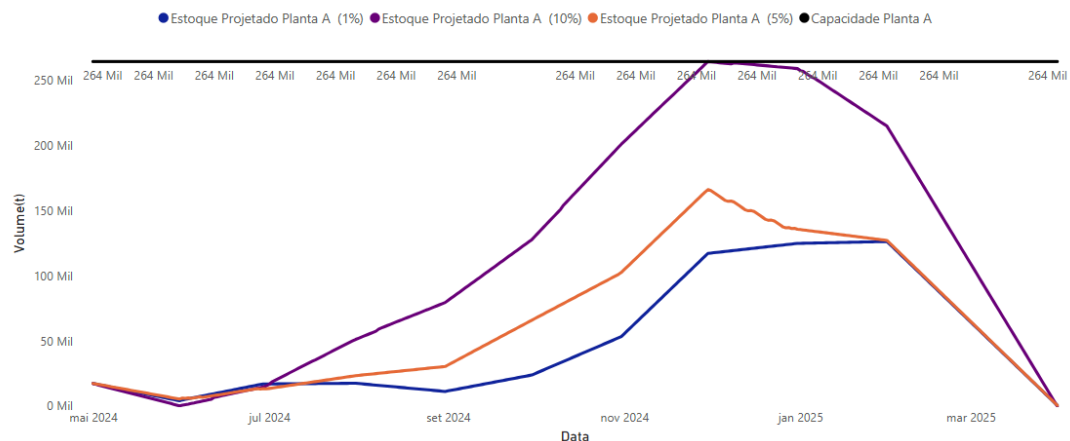
O cenário para *MIPGap* de 5% refletiu diretamente os picos reportados e maior recebimento de produto, possuindo maior utilização de 2 pasteurizadores por longos períodos durante a safra, tendo como consequência o aumento do custo relacionado a eles, totalizando o custo de R\$52,0 milhões.

Para o cenário com 10% de *MIPGap*, houve grandes aumentos de volume recebido, o que refletiu na utilização de dois pasteurizadores por um longo período na safra. Esse maior uso de pasteurizadores ocasionou maior custo associado aos pasteurizadores, resultando em um custo de R\$56,2 milhões.

### 5.1.3. Plantas de processamento

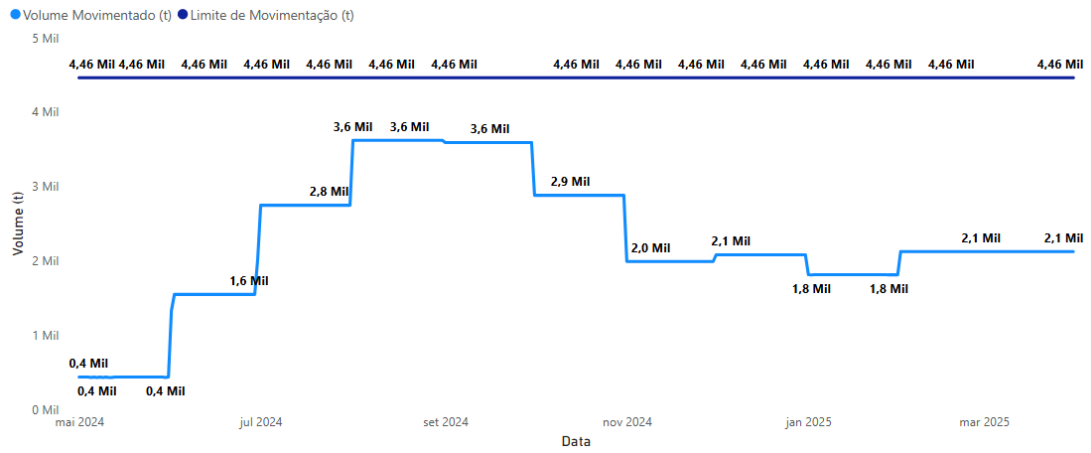
A Planta A obteve os seguintes resultados, tendo em vista a questão de estoque projetado na planta e movimentações diárias de volumes. Mostrado pelas Figuras 13 a 16.

Figura 13 - Comparação do estoque Projetado e Capacidade da Planta A para os *MIPGap* de 1, 5 e 10%



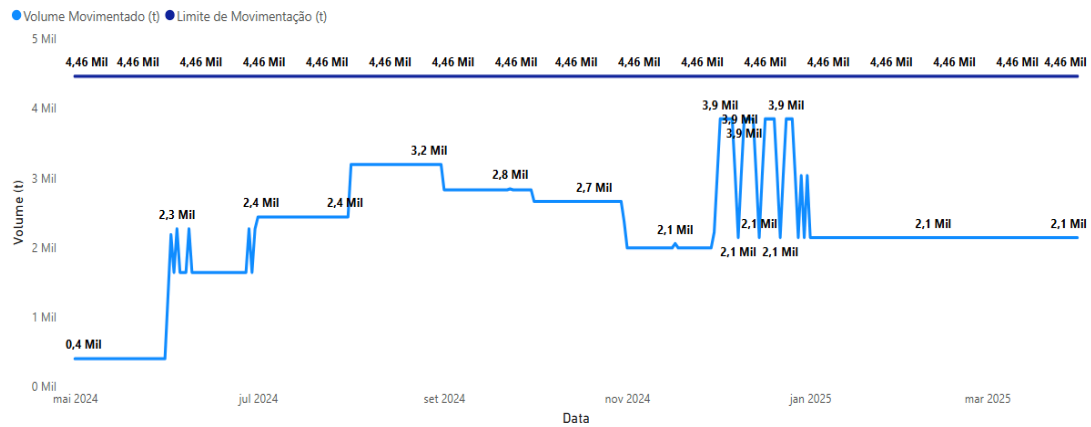
Fonte: Autor

Figura 14 - Volumes movimentados e limite de movimentação da Planta A com MIPGap 1%



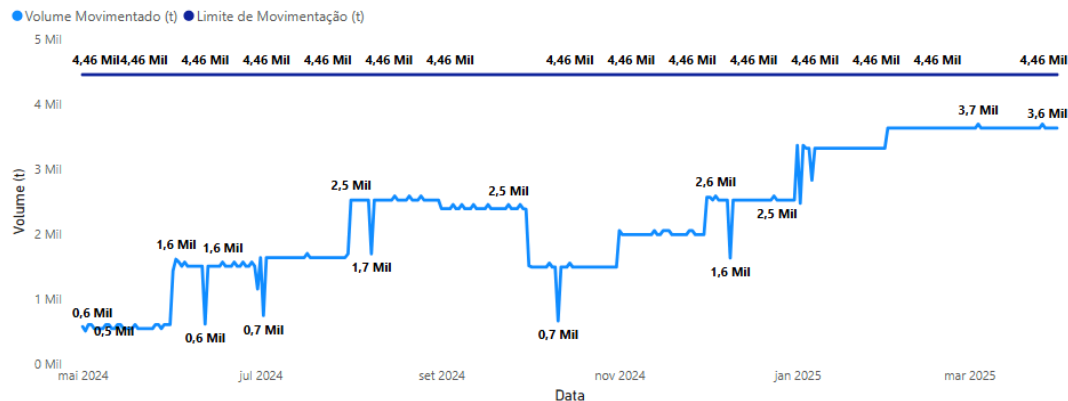
Fonte: Autor

Figura 15 - Volumes movimentados e limite de movimentação da Planta A com MIPGap 5%



Fonte: Autor

Figura 16 - Volumes movimentados e limite de movimentação da Planta A com *MIPGap* 10%



Fonte: Autor

Para o primeiro cenário, observou-se que a Planta A respeitou as restrições impostas ao otimizador, assim como as limitações de máximo de movimentações estipuladas em 4.464 toneladas por dia e a capacidade de estoque de 264 mil toneladas.

A safra estudada movimentou 762,1 mil toneladas, atingindo no máximo 3.502 toneladas por dia de movimentação e 125 mil toneladas de estoque acumulado, garantindo que poderia haver mais movimentações no dia e um acúmulo maior de estoque na Planta A. Identifica-se, também, aumento contínuo de movimentações desde o começo da safra, resultado do volume produzido e redução de custo devido à localização geográfica.

O cenário com *MIPGap* de 5% resultou na movimentação de 762 mil toneladas na safra de produtos da Planta A.

Em comparação ao estoque projetado da simulação anterior, nota-se que o atual possui uma maior inclinação, que implica em um aumento de volume na movimentação diária diferenciando-se da curva com *MIPGap* de 1%, onde possui partes de constância na curva que implica em uma menor variância no processo.

Como visto no recebimento de produto no Terminal Portuário T, na movimentação de produto da Planta A, também, nota-se picos em dias distintos com alta variância de volumes diários. Estes picos, mencionados anteriormente, geram pontos de estresse na cadeia, dificultando os processos e evidenciando irregularidades na solução obtida.

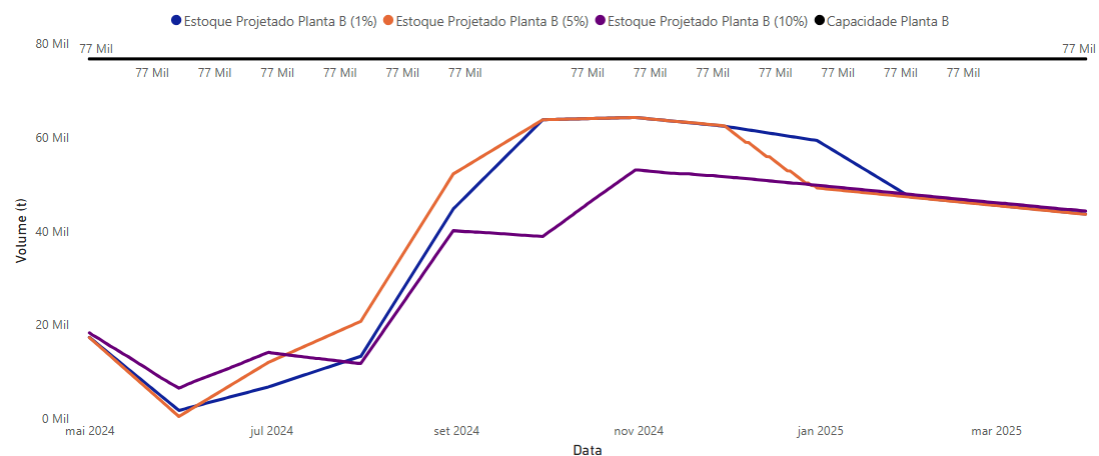
Com o simulador operando com 10% de *MIPGap*, os resultados obtidos para a Planta A, mostram que, diferente das simulações anteriores, houve um maior armazenamento de produto, atingindo a capacidade máxima de 264,3 mil toneladas no dia 30 de novembro e totalizou 762,7 mil toneladas de produto movimentado na safra.

Manter estoques próximos ou na capacidade máxima, pode ser arriscado para operação, tendo em vista que problemas operacionais que possam vir a ocorrer causariam a parada operacional da planta e conseqüentemente perda de produto e de matéria prima, causando um grande impacto financeiro e operacional na companhia.

A movimentação mostrou-se crescente ao longo da safra e com menos variações. Observa-se que houveram grandes aumentos no mesmo período que o estoque projetado atingiu o máximo da capacidade, forma encontrada pelo otimizador de reduzir a curva e não afetar o plano de produção e pelo balanço de massa é necessário que ocorram reduções de movimentação somente na Planta B, devido a limitação da planta C.

A Planta B possui uma maior distância até o Terminal Portuário T, menor capacidade de armazenamento e de movimentação diária. As curvas resultantes estão expostas nas Figura 17 a 20.

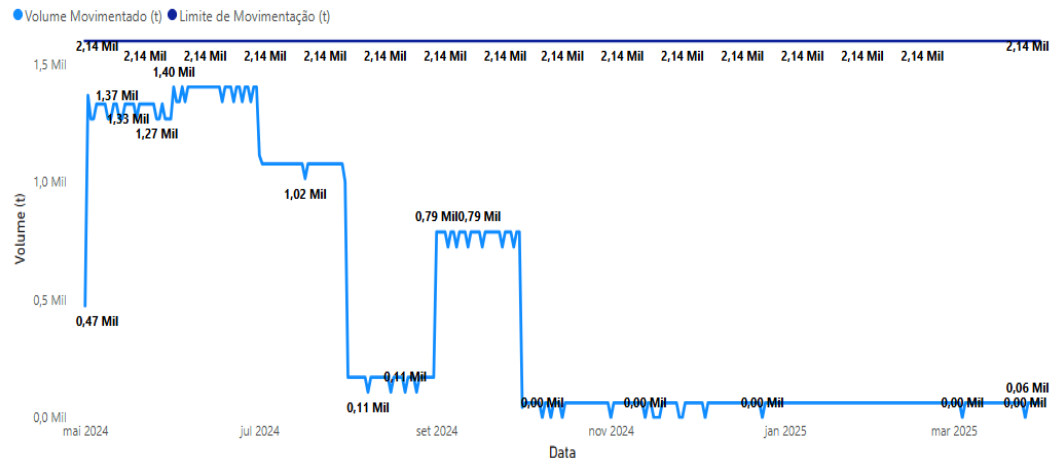
Figura 17 - Comparação do estoque Projetado e Capacidade da Planta B com *MIPGap* de 1, 5 e 10%



Fone: Autor



Figura 20 - Volumes movimentados e limite de movimentação da Planta B com *MIPGap* 10%



Fonte: Autor

Para o *MIPGap* de 1%, movimentaram-se 154,1 mil toneladas. Notou-se que o otimizador manteve um maior volume no estoque da planta B e reduziu a curva de movimentação a partir de julho. Esse comportamento pode ser explicado pela maior distância entre a planta de processamento e o Terminal Portuário T, o que justifica o aumento no volume movimentado na Planta. Por conta da distância, é necessário mais tempo de viagem, e existe maior ineficiência da cadeia logística pela demora de movimentação, resultando em mais carretas na operação e mais custos.

Para o cenário com 5%, a Planta B movimentou 154,4 mil toneladas de produtos na safra. Com poucas alterações em relação à simulação com *MIPGap* de 1%, o estoque projetado da Planta B permaneceu semelhante à simulação anterior. Porém, ao observar a movimentação diária de produto, nota-se pontos que destoam bastante, como menores volumes movimentados de um dia para o outro — ponto já observado anteriormente para o recebimento e movimentação de produto no Terminal Portuário T e na Planta A. Essa grande variância de valores de um dia para o outro justifica, novamente, a irregularidade nas soluções.

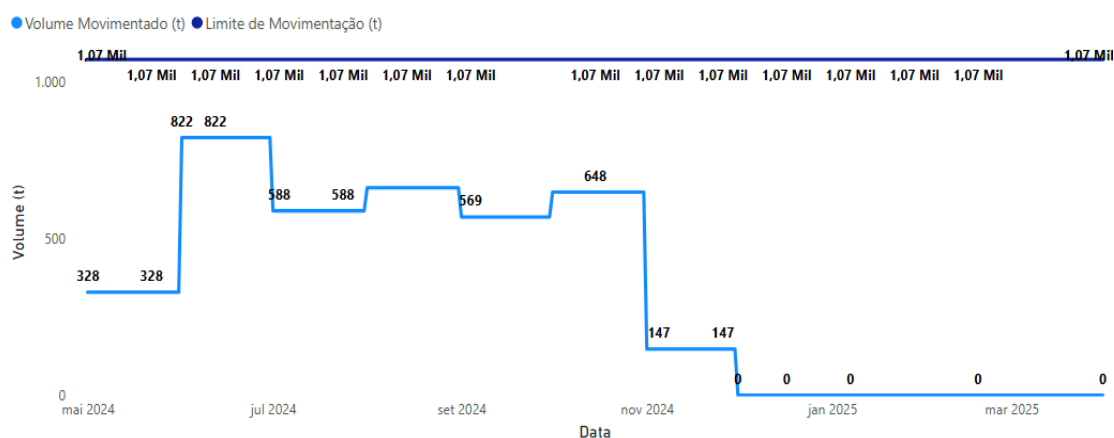
O cenário com 10% de *MIPGap*, a Planta B totalizou 153,5 mil toneladas de suco movimentadas na safra. Ao estudar a curva de estoque projetado pode-se notar que, entre as três simulações, a com *MIPGap* de 10% foi a que menos restringe estoque na Planta B, devido a maior movimentação no começo da safra, atingindo 1,4 mil toneladas por dia, isso se dá ao fato do otimizador entender que faz-se necessário a movimentação do produto para que possa haver espaço em estoque futuramente.

Com o aumento da movimentação da Planta A, para controle de estoque e atendimento da demanda, existe a redução de movimentações gradualmente, chegando em 60 toneladas por dia ao final da safra.

A respeito da Planta C, a qual não possui estoque e possui um processamento menor que as outras plantas de processamento, movimentou 115,2 mil toneladas e esse valor será igual a todos os cenários, pois as curvas de produção não se alteraram ao decorrer do processo.

Observa-se que no balanço de massa entre plantas e Terminal Portuário T, ela atua como fator limitador. Isto ocorre pois toda a produção tem que ser direcionada para o Terminal Portuário T, ou seja, sempre vai complementar o volume total que será necessário movimentar no dia. Vale ressaltar que é sempre necessário ter carretas disponíveis para movimentação nesta planta devido a complexidade da operação. A curva de movimentação está descrita na Figura 21.

Figura 21 - Curva de movimentação da Planta C

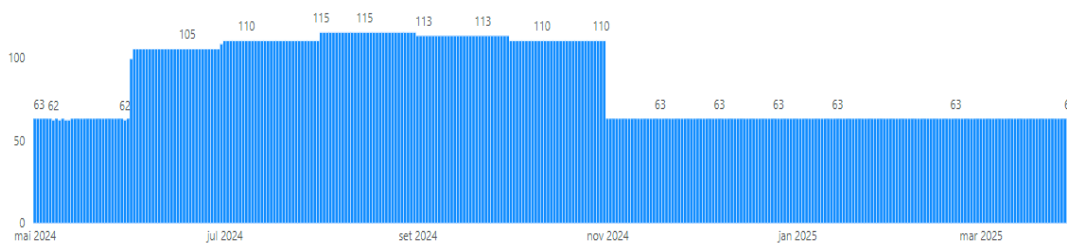


Fonte: Autor

#### 5.1.4. Cadeia logística

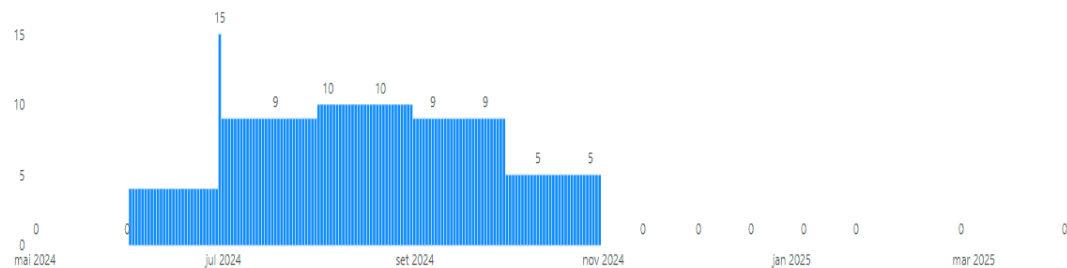
Em relação a utilização de frotas logísticas pode-se notar que houve o uso misto entre frotas de carretas próprias e de empresas terceiras nos três cenários gerados, como mostrado pelas Figura 22 a 27.

Figura 22 - Frota de carretas próprias utilizadas com *MIPGap* 1%



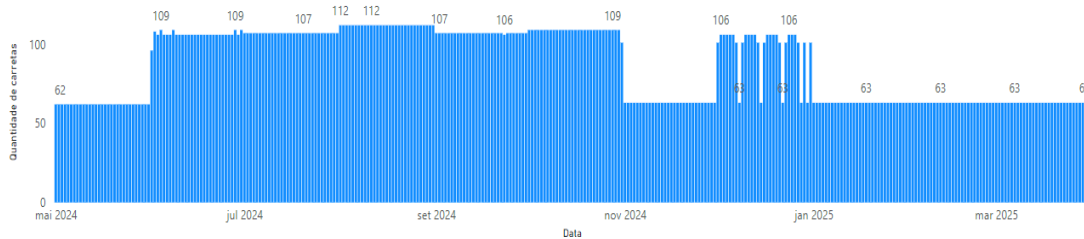
Fonte: Autor

Figura 23 - Frota de carretas contratadas utilizadas com *MIPGap* 1%



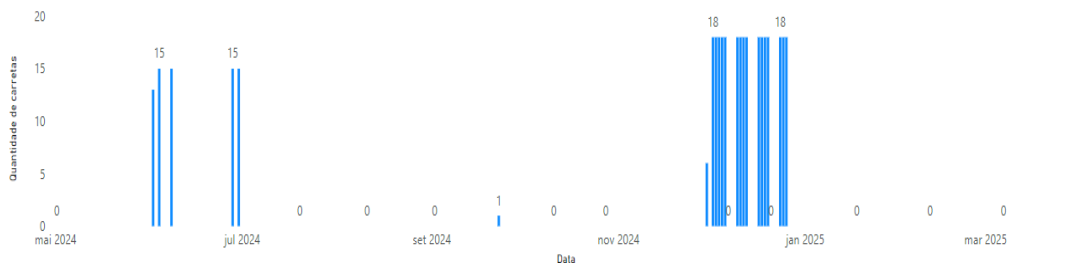
Fonte: Autor

Figura 24 - Frota de carretas próprias utilizadas com *MIPGap* 5%



Fonte: Autor

Figura 25 - Frota de carretas contratadas utilizadas com *MIPGap* 5%



Fonte: Autor



E para o terceiro cenário, utilizou uma quantidade menor de carretas próprias e, principalmente, de carretas de empresas terceirizadas. No entanto, manteve as carretas na frota por um período maior. Isso contrasta com as simulações anteriores, que apresentavam picos na quantidade de carretas por determinados períodos, seguidos por uma redução significativa, mantendo o número de carretas relativamente pequeno.

Esse aumento contínuo por longos períodos resultou em um custo total de R\$ 76,25 milhões, sendo R\$ 76,07 milhões referentes às carretas próprias e R\$0,18 mil às carretas contratadas. Vale destacar que o custo reduzido das carretas de empresas terceirizadas ocorreu devido ao maior uso de carretas próprias.

Para o Centro D, verificou-se que a demanda foi atendida nas três simulações, devido ser uma restrição, e como mencionado anteriormente, não existem custos impostos para essa movimentação, sendo que essa operação só necessita a utilização de carretas e volume, ou seja, limitando a quantidade de carretas que possam ser utilizadas e de volume disponibilizados.

### 5.1.5. Comparação de resultados

Ao analisar comparativamente os volumes movimentados por cada planta de extração, nota-se diferenças entre os valores registrados, considerando o volume final demandado de 1.031,4 mil toneladas de produto para o Terminal Portuário T. A Tabela 6, apresenta os dados detalhados de movimentação de cada planta.

Tabela 6 - Comparação de movimentação de volumes de plantas de extração para o Terminal Portuário T.

Plantas	<i>MIPGap</i>		
	1% (mil toneladas)	5% (mil toneladas)	10%(mil toneladas)
A	762,1	762,0	762,7
B	154,1	154,2	153,5
C	115,2	115,2	115,2

Fonte: Autor

A diferença na movimentação das plantas para o Terminal Portuário T é pequena devido à demanda fixada, ao estoque de passagem proveniente da safra anterior e ao estoque pré-estabelecido para a transição da safra atual para a próxima. Assim, o balanço total do volume movimentado para o Terminal Portuário T deve ser o mesmo em todos os cenários.

Em relação ao custo total de cada safra, obteve-se os seguintes dados exibidos pela Tabela 7.

Tabela 7 - Custo total de cada cenário

<i>MIPGap</i>	Custo Logístico (R\$)	Custo de Pasteurizadores (R\$)	Custo total (R\$)
1%	74,3 milhões	47,6 milhões	121,9 milhões
5%	76,7 milhões	52,0 milhões	128,7 milhões
10%	76,3 milhões	56,2 milhões	132,5 milhões

Fonte: Autor

Pode-se notar que o cenário simulado com *MIPGap* de 1% foi o que obteve a safra com o menor custo, tanto pelos custos logísticos quanto pelos custos com pasteurizadores, apresentando uma redução de R\$6,8 milhões em relação ao cenário com *MIPGap* de 5% e R\$10,6 milhões em relação ao cenário com *MIPGap* de 10%. Essas reduções foram principalmente influenciadas pela quantidade de pasteurizadores ligados por mais tempo. É importante destacar que a demanda e o volume movimentado nos três cenários são os mesmos; ou seja, a principal diferença no custo está na decisão de como acomodar o volume ou qual ritmo de movimentação seria considerado.

Nos cenários mais caros, houve maior utilização de pasteurizadores no Terminal Portuário T, porém o número de carretas foi menor, embora estas tenham sido mantidas por um período mais longo. Em contraste, o cenário com *MIPGap* de 1% contou com uma maior quantidade de carretas, mas por um período bem menor, além de utilizar menos pasteurizadores durante a safra.

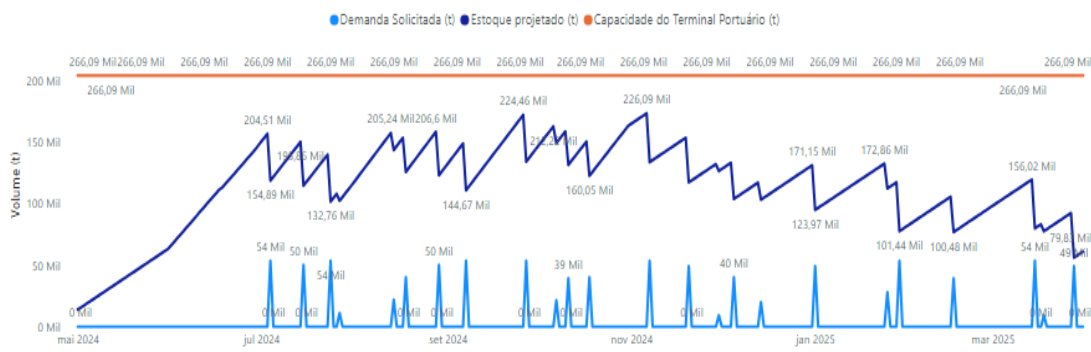
## 5.2. COMPOSIÇÃO DA FROTA

Neste capítulo, foi realizada a comparação entre cenários com carretas próprias e contratadas e um cenário com apenas carretas próprias, visando verificar o

atendimento à demanda e os custos totais. Ambos os cenários foram simulados com *MIPGap* de 1% e nas condições descritas no estudo de caso. Vale destacar que os resultados obtidos para a frota mista são os mesmos apresentados anteriormente na análise com diferentes *MIPGap*'s, especificamente no caso com *MIPGap* de 1%.

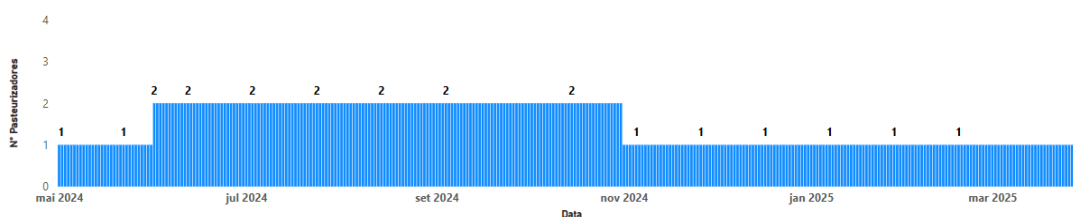
Como citado anteriormente, a simulação com *MIPGap* de 1% supriu a demanda do Terminal Portuário T e obteve-se as seguintes quantidades de pasteurizadores e carretas utilizadas, como mostrado nas Figuras 28 a 31, e demandou R\$74,3 milhões em custos logísticos e R\$47,6 milhões em custo de pasteurizadores, totalizando R\$121,9 milhões em operações logísticas e de pasteurização.

Figura 28 - Estoque projetado, capacidade e demanda do Terminal Portuário T com *MIPGap* 1%



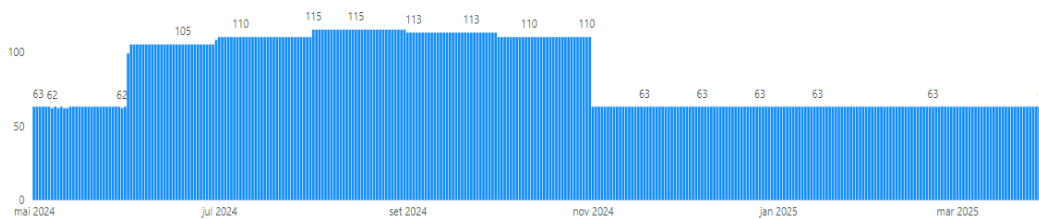
Fonte: Autor

Figura 29 - Número de pasteurizadores operando no Terminal Portuário T com *MIPGap* 1%



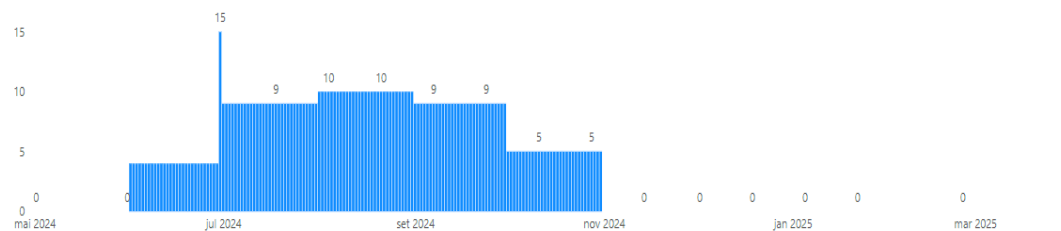
Fonte: Autor

Figura 30 - Frota de carretas próprias utilizadas com *MIPGap* 1%



Fonte: Autor

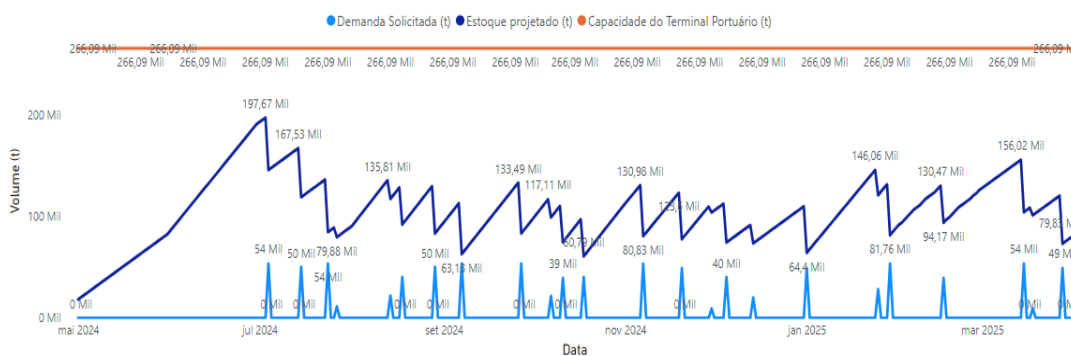
Figura 31 - Frota de carretas contratadas utilizadas com *MIPGap* 1%



Fonte: Autor

Para o cenário apenas com carretas próprias obtivemos o atendimento à demanda do Terminal Portuário T, não atingindo a capacidade máxima e, também, não houve momentos com baixos estoques, como exibido na Figura 32 e 34.

Figura 32 - Atendimento a demanda somente com frota de carretas próprias



Fonte: Autor



Tabela 8 - Custos para os cenários com carretas de empresas terceiras e sem carretas de empresas terceiras.

Cenário	Custo logístico (R\$)	Custo de pasteurizadores (R\$)	Custo total (R\$)
Com terceiros	74,3 milhões	47,6 milhões	121,9 milhões
Sem terceiros	76,2 milhões	51,9 milhões	128,1 milhões

Fonte: Autor

Essa diferença pode ser explicada pelo ritmo de entregas no Terminal Portuário T. No cenário sem terceiros, o otimizador busca sempre utilizar o máximo de carretas, mantendo-as em rota por vários dias sem interrupções. Consequentemente, há um maior uso de pasteurizadores por dia no Terminal Portuário T devido ao volume transportado das plantas para o terminal e ao grande número de carretas, mesmo que o período de operação seja curto, se comparado à simulação com carretas terceirizadas. Esses dois fatores, combinados, resultam no aumento do custo.

## 6. CONCLUSÃO E SUGESTÕES

### 6.1. CONCLUSÃO

O presente trabalho aplicou conceitos de programação linear inteira mista visando otimizar os custos envolvidos no processo de movimentação interna de produto final para uma empresa de suco de laranja, considerando a necessidade de atender à demanda solicitada no Terminal Portuário T e respeitando as restrições impostas ao problema, como a limitação de frotas próprias e terceirizadas, a capacidade de armazenamento das plantas de processamento, a capacidade de pasteurização, as particularidades das plantas e outros pontos.

O simulador utilizou o *solver* Gurobi Optimizer® e definiu como método de solução o *Branch and Cut*, método bastante empregado para solução de problemas PLIM, o qual mostrou-se eficiente resultando em soluções factíveis e otimizadas, como mostrado anteriormente. Notou-se que o simulador respeitou todas as restrições impostas, ressaltando que o modelo é válido e pode ser utilizado.

Como discutido anteriormente, houve mudança de comportamento quando houve alterações no *MIPGap*, resultando em economias de R\$10,6 milhões e R\$6,8 milhões nos cenários de 10 e 5%, respectivamente, comparando com o cenário de 1% de *MIPGap*. Economia gerada devido a maior utilização de pasteurizadores por mais tempo e maior número de carretas operando por mais tempo.

Além disso, o tempo de processamento para obter resultados, onde obteve-se maior tempo de duração para o *MIPGap* de 1%, 934 segundos, para o *MIPGap* de 5% foi de 30 segundos e o *MIPGap* de 10% foi de 10 segundos.

Quando alterou-se a frota utilizada pela empresa, notou-se que houve acréscimo de R\$6,2 milhões de custo quando utilizou-se somente carretas próprias, custo que pode ser justificado devido ao ritmo de entrega no terminal.

Os resultados gerados trazem ganhos para empresa, além de aumentar a eficiência e minimizar operações que não seriam necessárias, mostrando que o simulador pode alavancar ganhos e reduzir movimentações indevidas e desnecessárias.

Portanto, conclui-se que o objetivo principal proposto neste trabalho foi atingido com resultados exímios que respeitam as particularidades da cadeia e movimentação interna de suco de laranja.

## 6.2. SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS

Como sugestões para trabalhos futuros temos a realização de uma análise mais aprofundada da cadeia e elencar os riscos e benefícios da mudança de layout de plantas ou de Terminal Portuário T, o que traria maior eficiência para a cadeia, minimizando os custos além dos explorados neste trabalho. Torna-se interessante também a análise de sensibilidade do sistema para obter novas percepções sobre a cadeia, além de buscar otimizações em outras partes do processo.

Outro ponto a ser explorado são os aspectos dentro da cadeia que podem ser otimizados, como a qualidade do produto a ser entregue, tendo em vista que existem qualidades específicas para cada cliente final. Nesse sentido, há a possibilidade de otimizar o balanço qualitativo entre plantas, além de buscar otimizações nas etapas anteriores à movimentação do produto, como no recebimento e processamento de matéria-prima, e nas entregas para os clientes.

Levando em consideração a otimização da produção de produto atrelada à otimização das movimentações, objetivo deste trabalho, pode-se gerar sistemas mais dinâmicos e preditivos, podendo, assim, gerar cenários mensais. Isso, sob a ótica da gestão operacional, pode prever diferenças entre o que foi planejado e o que foi realizado, permitindo a readaptação das curvas tanto de movimentação quanto de produção.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, Patrícia F.; BUSSULO, Jéssica R.; CARPI, João M. G.; PEREIRA, Isabella B. T.; YAMAMOTO, Kariyn. CITRINO – Indústria de suco de laranja integral. 2018.

ANJOS, T. M. dos; DUARTE, L. P; LIMA, E.S. Processo logístico da exportação de suco de laranja no Brasil. 2017. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/encigesp/51705processo-logistico-da-exportacao/>. Acessado: 01 jun. 2024

ARENALES, M., et al. Pesquisa Operacional. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier: ABEPRO, 2015.

BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Secretaria de defesa agropecuária. Portaria No - 58, de 30 de agosto de 2016. Distrito Federal: MAPA, 30 ago. 2006. Disponível em: [https://www.gov.br/agricultura/pt-br/aceso-a-informacao/participacao-social/consultas-publicas/documentos/01\\_09-secao-1-portaria-58.pdf](https://www.gov.br/agricultura/pt-br/aceso-a-informacao/participacao-social/consultas-publicas/documentos/01_09-secao-1-portaria-58.pdf). Acessado: 12 out. de 2024

CAIXETA FILHO, José Vicente. Pesquisa operacional: técnicas de otimização aplicadas a sistemas agroindustriais. São Paulo: ATLAS, 2001.

EVARISTO, E. C. Programação Linear: Um Manual para o Professor. Dissertação (Mestrado). Universidade da Beira Interior, Covilhã, 2020.

FLORENTINO, H. O. Relaxação lagrangeana em programação inteira. USP, São Carlos, 1990.

FONSECA, I. D.; SANTOS, G. W. M. dos. O ciclo de produção do suco de laranja FCOJ e NFC até ser embarcado para exportação pelo porto de Santos. 2019.

GOMES, Jaísa Aparecida Costa; SANTOS, José Ronaldo Tavares; BARBOSA, Gustavo Vinícius Duarte; CARVALHO, Giordani Bruno de. Aplicação de ferramenta computacional na otimização e mitigação de custos na roteirização da logística de transporte de cargas. Brazilian Journal of Development, v. 5, n. 7, p. 1-13,

2019. DOI: 10.34117/bjdv5n7-011. Recebido em: 13 mai. 2019. Aceito para publicação em: 6 jun. 2019. Disponível em: <https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/2120>. Acesso em: 1 dez. 2024.

GOMORY, R. E. Outline of an algorithm for integer solutions to linear programs. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 64(5), 275-278, 1958.

GUERREIRO, J.; MAGALHÃES, A.; RAMALHETE, M. *Programação Linear*. Lisboa: McGraw-Hill, 1985.

GUT, J. A. W. *Modelagem matemática e validação experimental da pasteurização de alimentos líquidos em trocadores de calor a placas*. Tese (Livre Docência). USP, 2012.

HILLIER, Frederick; LIEBERMAN, Gerald. *Introdução à Pesquisa Operacional*. São Paulo: McGraw-Hill, 2006.

JOÃO, Abner Matheus. *Otimização da logística de soja e milho no Brasil: aplicações de Programação Linear e Programação Inteira Mista*. 2021. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Sistemas Logísticos) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2021. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3148/tde-08112021-101717/publico/AbnerMatheusJoaoCorr21.pdf>. Acesso em: 10 nov. 2024.

JUNQUEIRA, Rogério de Ávila Ribeiro; MORABITO, Reinaldo. *Um modelo de otimização linear para o planejamento agregado da produção e logística de sementes de milho*. *Produção*, v. 16, n. 3, p. 510-525, set./dez. 2006. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/prod/a/NpzrdpNtRq4Vrp9WSpmfFKm/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 10 out. 2024.

KARMARKAR, N. A new polynomial-time algorithm for linear programming. *Combinatorica*, 4, 373-395, 1984.

LACHTERMACHER, G. *Pesquisa operacional na tomada de decisão: Modelagem em Excel*. 2ª ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.

LAND, A. H.; DOIG, A. G. An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometrica*, 28(3), 497-520, 1960.

LOESCH, C.; HEIN, N. *Pesquisa Operacional - fundamentos e modelos*. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2008.

LOPES, Ana Lúcia Miranda; GALVÃO, Ana Lúcia. *Introdução à pesquisa operacional*. 3. ed. Palhoça: UnisulVirtual, 2010.

LUENBERGER, David G.; YE, Yinyu. *Linear and Nonlinear Programming*. 4. ed. Cham: Springer, 2016.

LUSTOSA, L.; MESQUITA, Marco A.; QUELHAS, O.; OLIVEIRA, R. *Planejamento e Controle da Produção*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

MACRER, R.; ROBISON, R. K.; SADLER, M. J. *Encyclopaedia of food science, food technology, and nutrition*. San Diego: Academic Press, 1993.

MARINS, Fernando Augusto Silva. *Introdução à Pesquisa Operacional*. Guaratinguetá: UNESP, 2009.

MATHUR, Kamlesh; SOLOW, Daniel. *Management Science: The art of decision making*. New Jersey: Prentice Hall, 1997.

MEIRA, Marcelo da Silva. *Otimização de produção de uma linha de montagem mista na indústria por meio de programação matemática*. Dissertação. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2015.

MILTENBERGER, Matias. What is the MIPGap? Disponível em: [https://support.gurobi.com/hc/en-us/articles/8265539575953-What-is-the-MIPGap?utm\\_source=chatgpt.com](https://support.gurobi.com/hc/en-us/articles/8265539575953-What-is-the-MIPGap?utm_source=chatgpt.com). Acesso em: 02 fev. 2025.

MOREIRA, Daniel A. *Pesquisa Operacional: Curso Introdutório*. 2ª ed. Cengage Learning Editores, 2010.

MORABITO, Reinaldo; PUREZA, Vitória. *Metodologia de pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

MUNHOZ, J. R. et al. Uma abordagem de otimização ... produção na indústria cítrica. *Produção*, 23(2), 422-435, 2013.

NEVES, Marcos Fava et al. *Mercado brasileiro de suco de laranja: uma alternativa para mitigar os efeitos do declínio do consumo no mundo*. *Citrus Research & Technology*, v. 35, n. 2, p. 61-68, 2014. Disponível em: <https://www.citrusrt.cesm.br/article/10.5935/2236-3122.20140006/pdf/citrusrt-35-2-61.pdf>. Acesso em: 2 dez. 2024.

RAMOS, S. Y.; CAIXETA FILHO, J. V. Distribuição espacial de packing-houses de laranja no Estado de São Paulo. *Revista de Economia e Sociologia Rural*, 40(3), 605–624, 2002.

SCHENEKEMBERG, Cleder Marcos; GUIMARÃES, Thiago André; SCARPIN, Cassius Tadeu. Um algoritmo branch and cut para o problema de roteirização e estoques com múltiplos depósitos e entregas fracionadas. In: *Proceedings of the SPOLM 2019: Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística Marinha*, 2019. p. 200-210.

TAHA, H. A. *Pesquisa Operacional*. 8. ed. São Paulo: Pearson, 2008.

TETRA PAK. *The Orange Book: From juice packer to consumer*, 2017. Disponível em: <https://orangebook.tetrapak.com/chapter/juice-packer-consumer>. Acesso em: 23 nov. 2024.

VENTURINI FILHO, W. G. *Tecnologia de Bebidas*. São Paulo: Edgard Blucher, 2005.