

Universidade Federal de São Carlos

Centro de Ciências e Tecnologias para Sustentabilidade (CCTS)
Departamento de Física, Química e Matemática (DFQM)

**Análise Termodinâmica do Movimento de Corpos em Meios
Dissipativos: Uma Aplicação do Teorema de Gouy–Stodola**

Daniel A. P. Cardoso

Orientador: Rafael Henriques Longaresi

Projeto de Trabalho de Conclusão de Curso

Daniel A. P. Cardoso

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Federal de São Carlos - Campus
Sorocaba, como parte dos requisitos para a ob-
tenção do grau de licencianda em física

Orientador: Prof. Dr. Rafael Henriques Longaresi

Sorocaba

2025



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA - SOROCABA - CCFL-So/CCTS
 Rod. João Leme dos Santos km 110 - SP-264, s/n - Bairro Itinga, Sorocaba/SP, CEP 18052-780
 Telefone: (15) 32298859 - <http://www.ufscar.br>

DP-TCC-FA nº 8/2025/CCFL-So/CCTS

Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso
Folha Aprovação (GDP-TCC-FA)
FOLHA DE APROVAÇÃO

DANIEL ALISSON PAIÃO CARDOSO

**ANÁLISE TERMODINÂMICA DO MOVIMENTO DE CORPOS EM MEIOS DISSIPATIVOS: UMA APLICAÇÃO DO
 TEOREMA DE GOUY–STODOLA**

Trabalho de Conclusão de Curso

Universidade Federal de São Carlos – Campus Sorocaba

Sorocaba, 22 de julho de 2025

ASSINATURAS E CIÊNCIAS

Cargo/Função	Nome Completo
Orientador	Prof. Dr. Rafael Henriques Longaresi
Membro da Banca 1	Prof. Dr. Sergio Dias Campos
Membro da Banca 2	Prof. Dr. Johnny Vilcarromero López



Documento assinado eletronicamente por **Rafael Henriques Longaresi, Docente**, em 23/07/2025, às 08:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Johnny Vilcarromero Lopez, Chefe de Departamento**, em 23/07/2025, às 12:44, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Sergio Dias Campos, Docente**, em 23/07/2025, às 17:17, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufscar.br/autenticacao>, informando o código verificador **1922472** e o código CRC **2A112DC4**.

À minha mãe Fátima e à Rosemary, que me acolheu também como mãe, com gratidão, amor e todo o meu reconhecimento.

Agradecimentos

Agradeço à minha querida mãe e à minha mãe por afeto, por todo o amor, apoio incondicional e incentivo ao longo da minha trajetória acadêmica. À minha irmã, Erika Sakata, cujo encontro a vida propiciou, pela presença constante e pelo companheirismo. E à minha amiga de graduação, Sara Mion, por todo o apoio e os momentos compartilhados que tornaram a caminhada mais leve.

Manifesto minha sincera gratidão ao meu orientador, Rafael Longaresi, pela orientação precisa, paciência e incentivo durante todo o desenvolvimento deste trabalho, com agradecimento também ao professor Sérgio Dias pelo valioso apoio prestado.

Estendo meus agradecimentos a todos os colegas de graduação e professores que contribuíram direta ou indiretamente para a construção do meu conhecimento, pelas trocas de ideias, apoio e motivação ao longo do curso.

Resumo

CARDOSO. Daniel A. P. Cardoso. Análise Termodinâmica do Movimento de Corpos em Meios Dissipativos: Uma Aplicação do Teorema de Gouy–Stodola. 2025. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura Plena em Física) - Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2025.

Este trabalho propõe uma análise termodinâmica da dissipação de energia e da geração de entropia na queda de corpos imersos em fluidos viscosos, utilizando o Teorema de Gouy–Stodola como ferramenta central. A partir das Leis da Termodinâmica, especialmente da Segunda Lei, investiga-se como a presença de forças dissipativas — modeladas por arrasto linear ou quadrático — impõe limites à conversão de energia mecânica em trabalho útil. Foram realizados experimentos com três geometrias (esfera, cubo e gota) em dois meios (água e glicerina), a fim de determinar as velocidades terminais e estimar os coeficientes de resistência. Com base nos dados obtidos por vídeo-análise, quantificaram-se a potência dissipada e a taxa de geração de entropia ao longo do tempo. As equações de movimento foram derivadas e discutidas à luz da admissibilidade termodinâmica, permitindo distinguir regiões do espaço de fases compatíveis com a produção positiva de entropia. Os resultados evidenciam que a abordagem termodinâmica enriquece a descrição de sistemas mecânicos dissipativos, ao integrar rigorosamente os conceitos de irreversibilidade e entropia à análise do movimento.

Palavras-Chave: Termodinâmica; Geração de Entropia; Força de Arrasto; Teorema de Gouy–Stodola; Sistemas Dissipativos.

Abstract

This work presents a thermodynamic analysis of energy dissipation and entropy generation in the falling motion of bodies immersed in viscous fluids, using the Gouy–Stodola Theorem as the central framework. Based on the First and Second Laws of Thermodynamics, the study investigates how dissipative forces — modeled by linear or quadratic drag — limit the conversion of mechanical energy into useful work. Experiments were conducted with three geometries (sphere, cube, and drop) in two media (water and glycerin) to determine terminal velocities and estimate drag coefficients. Using data obtained through video analysis, the dissipated power and the rate of entropy generation over time were quantified. The equations of motion were derived and interpreted in light of thermodynamic admissibility, allowing the identification of regions in phase space consistent with positive entropy production. The results show that the thermodynamic approach enhances the understanding of dissipative mechanical systems by rigorously integrating the concepts of irreversibility and entropy into the analysis of motion.

Keywords: Thermodynamics; Entropy Generation; Drag Force; Gouy–Stodola Theorem; Dissipative Systems.

Lista de Figuras

- Figura 1 – escoamento ao redor de um perfil aerodinâmico, destacando a formação da camada-limite e o ponto de separação. A figura ilustra a formação de esteiras turbulentas na região separada (região de escoamento recirculante) posterior do corpo. 23
- Figura 2 – Interface do software *Tracker* durante a análise do movimento de queda de um corpo em fluido viscoso. À esquerda, observa-se a filmagem com a régua de referência (linha roxa) e o rastreamento da trajetória. À direita, o gráfico $y(t)$ exibe a evolução da posição vertical ao longo do tempo, com os dados obtidos a partir da marcação quadro a quadro. 34
- Figura 3 – Curva da velocidade em função do tempo para um corpo de 10 g e volume 4 cm^3 em queda na água, sob regime de arrasto quadrático. A velocidade terminal ($v_t \approx 0,2426 \text{ m/s}$) é atingida de forma assintótica, com uma transição rápida em escala temporal de cerca de 41,2 ms, determinada pela constante de tempo $\tau = 1/\alpha$. A influência do empuxo foi considerada por meio da gravidade efetiva $g_{\text{ef}} \approx 5,89 \text{ m/s}^2$. 37
- Figura 4 – Ajuste linear da posição vertical em função do tempo para três corpos (esfera, gota e cubo) em meio aquoso. Os dados experimentais foram obtidos por vídeo-análise, e as retas ajustadas indicam a velocidade terminal aproximada de cada corpo, dada pela inclinação negativa de cada curva. 41
- Figura 5 – Ajuste linear da posição vertical em função do tempo para os mesmos corpos em glicerina. Devido à alta viscosidade do meio, todos os corpos apresentam velocidades significativamente menores do que no caso da água. 41
- Figura 6 – Instante da queda do corpo com geometria de gota em glicerina, evidenciando a inclinação do eixo de simetria (segmento em verde) em relação à direção da gravidade. 44
- Figura 7 – Energia mecânica total em função do tempo para os três corpos na água. Os pontos representam os dados experimentais obtidos por vídeo-análise, enquanto as linhas correspondem aos ajustes lineares. A inclinação de cada curva ajustada fornece a taxa média de dissipação de energia mecânica (\dot{E}_{diss}), e a diferença entre os extremos indica a energia total dissipada (ΔE) ao longo do percurso observado. 45

Figura 8 – Energia mecânica total em função do tempo para os três corpos na glicerina. Os pontos representam os dados experimentais obtidos por vídeo-análise, enquanto as linhas correspondem aos ajustes lineares. A inclinação de cada curva ajustada fornece a taxa média de dissipação de energia mecânica (\dot{E}_{diss}), e a diferença entre os extremos indica a energia total dissipada (ΔE) ao longo do percurso observado.	45
Figura 9 – Taxa de geração de entropia ao longo do tempo para os três corpos em queda na água, considerando modelo de arrasto quadrático e temperatura do reservatório térmico $T = 300$ K.	48
Figura 10 – Taxa de geração de entropia ao longo do tempo para os três corpos em queda na glicerina, considerando modelo de arrasto linear e temperatura do reservatório térmico $T = 300$ K.	48
Figura 11 – Entropia acumulada ao longo do tempo para os três corpos em queda na água, considerando arrasto quadrático (b_0) e temperatura do reservatório térmico de $T = 300$ K.	50
Figura 12 – Entropia acumulada ao longo do tempo para os três corpos em queda na glicerina, considerando arrasto linear (k) e temperatura do reservatório térmico de $T = 300$ K.	50
Figura 13 – Taxa de geração de entropia em função da velocidade para os três corpos em queda na água (regime de arrasto quadrático, coeficiente b_0).	52
Figura 14 – Taxa de geração de entropia em função da velocidade para os três corpos em queda na glicerina (regime de arrasto linear, coeficiente k).	52

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Coeficientes de resistência k (glicerina) e b_0 (água) calculados a partir dos dados experimentais de velocidade terminal.	42
---	----

Conteúdo

Lista de Figuras	3	
Lista de Tabelas	5	
Conteúdo	6	
1	Introdução	7
1.1	Contextualização Histórica e Científica	7
1.2	Objetivos	9
2	Fundamentação Teórica	11
2.1	Conceitos Fundamentais	11
2.2	Primeira Lei da Termodinâmica	14
2.3	Segunda Lei da Termodinâmica	16
2.4	Termodinâmica em Sistemas Mecânicos: O Teorema de Gouy-Stodola	19
2.5	Força de Arrasto: O Movimento de um Corpo em Queda Imerso em um Fluido Newtoniano	21
2.6	Análise termodinâmica: Aplicando o Teorema	25
3	Procedimento Experimental	33
4	Resultados e Discussão	40
5	Considerações Finais	54
	Referências	57

1 Introdução

1.1 Contextualização Histórica e Científica

O século XIX na Europa foi marcado por um ambiente intelectualmente estimulante, onde ciência, filosofia e cultura passaram por transformações e avanços significativos. A ascensão do Iluminismo nos séculos anteriores havia colocado em destaque o pensamento racional e crítico, que agora florescia em correntes filosóficas como o positivismo, que exaltava a ciência e a observação empírica como caminhos para o conhecimento. Esse período também viu o surgimento do idealismo alemão e do materialismo histórico, que discutiam a natureza da realidade e a relação entre matéria e mente. Esses movimentos filosóficos forneceram os estímulos e o alicerce teórico que incentivaram a investigação científica rigorosa e inspiraram grandes pensadores a buscar respostas não apenas no campo abstrato da filosofia, mas também em estudos experimentais e matemáticos (STERN, 1998).

Concomitantemente, a Revolução Industrial viabilizou um rápido crescimento econômico e instaurou a necessidade de otimizar os processos de produção e energia. As inovações tecnológicas e o desenvolvimento de máquinas, como a máquina a vapor, foram essenciais para transformar a indústria, os transportes e a economia como um todo. A demanda por eficiência energética e pelo aproveitamento otimizado de recursos impulsionou a pesquisa científica de conceitos fundamentais como calor, trabalho e energia — os pilares da termodinâmica (MÜLLER, 2007; MORUS, 2005). Cientistas e engenheiros estavam motivados a entender esses conceitos para aprimorar as tecnologias emergentes e resolver problemas teóricos e práticos relacionados à conversão de energia, eficiência das máquinas e melhoria dos processos industriais. Durante esse período, consolidaram-se avanços decisivos: a natureza do calor e da temperatura foi compreendida, o princípio da conservação de energia foi estabelecido e foi formulada a equivalência entre a massa de repouso e a energia total de um corpo, evidenciando a profundidade da conexão entre matéria e energia (MÜLLER, 2007; STERN, 1998). Essas descobertas não apenas impulsionaram o conhecimento científico, como também estabeleceram as bases para uma rápida inovação tecnológica. A máquina a vapor, o motor elétrico, os motores de combustão interna, a refrigeração e os processos da indústria química, como a retificação, originaram-se desses princípios. Assim, os desafios práticos de uma sociedade cada vez mais depen-

dente de máquinas e processos industriais incentivavam a pesquisa em física, enquanto os avanços teóricos em termodinâmica e energia resultavam em melhorias tecnológicas que retroalimentavam o crescimento econômico e industrial (MORUS, 2005).

A termodinâmica é um ramo essencial das ciências naturais que tem por objetivo investigar a natureza a partir de uma descrição macroscópica, ou seja, busca caracterizar um sistema por meio de algumas propriedades mensuráveis de larga escala - nominalmente, as variáveis de estado - tais como a temperatura, pressão e volume. Ao contrário das teorias microscópicas, que examinam o comportamento das partículas individuais, a termodinâmica evita suposições sobre a estrutura molecular subjacente da matéria. Em vez disso, ela se baseia em observações experimentais para desenvolver uma estrutura teórica que permita compreender as propriedades em larga escala dos sistemas, de modo que seus princípios e leis permaneçam válidos e aplicáveis mesmo com o desenvolvimento de novos modelos e teorias sobre a estrutura da matéria, como a mecânica quântica e a física de partículas. Essa estrutura, enraizada na observação experimental e na descrição macroscópica, tem se mostrado robusta e aplicável universalmente (SEARS; SALINGER, 1975)

Uma distinção importante da termodinâmica em relação a outros campos da Física é sua dependência da temperatura como uma coordenada macroscópica. A temperatura desempenha um papel central na compreensão dos sistemas termodinâmicos, pois governa transformações de energia, mudanças de fase e estados de equilíbrio. Além disso, diferente da mecânica, que frequentemente se concentra nos aspectos externos, como posição, velocidade e energia mecânica, a termodinâmica privilegia as quantidades macroscópicas que têm relação com o estado interno de um sistema. Tais quantidades, incluindo a temperatura, são chamadas de coordenadas termodinâmicas, as quais fornecem uma descrição abrangente da energia interna do sistema e suas interações com o ambiente. O objetivo da termodinâmica é encontrar, entre as coordenadas termodinâmicas, relações gerais que são consistentes com um conjunto de leis fundamentais que alicerçam a teoria (ZEMANSKY; DITTMAN, 1997). Além da temperatura, a energia também ocupa um papel fundamental na termodinâmica, sendo uma grandeza escalar conservada que quantifica a capacidade de um sistema realizar mudanças físicas (isto é, alterações em observáveis) e mensura a extensão das transformações que já ocorreram ou que podem vir a ocorrer em um sistema (HECHT, 2019). A abordagem clássica da termodinâmica, de natureza

fenomenológica, adota como postulados um conjunto de enunciados que descrevem o comportamento da energia: as leis da Termodinâmica ¹.

Nesse panorama, o desenvolvimento da termodinâmica consolidou não apenas conceitos fundamentais como energia, calor e entropia, mas também estruturou um arcabouço teórico capaz de analisar e otimizar processos físicos e tecnológicos. Ao longo das décadas, a termodinâmica demonstrou-se uma ferramenta indispensável tanto para as engenharias e ciências aplicadas quanto para a compreensão de fenômenos naturais em diferentes escalas e sistemas.

O presente trabalho insere-se nessa tradição ao propor a aplicação dos princípios da primeira e da segunda lei da termodinâmica à análise de sistemas mecânicos não ideais, ou seja, considerando a ação de forças dissipativas. Busca-se investigar, de modo quantitativo, como as irreversibilidades inerentes a esses sistemas afetam a conversão de energia e a geração de entropia, ampliando a compreensão dos limites impostos pela termodinâmica às transformações mecânicas. Na sequência, apresentam-se os objetivos específicos que norteiam esta pesquisa.

1.2 Objetivos

O presente trabalho propõe uma abordagem exploratória baseada em um importante resultado termodinâmico frequentemente ausente nos currículos de graduação: o Teorema de Gouy–Stodola. A partir desse teorema, é possível quantificar a geração de entropia associada a processos irreversíveis em sistemas físicos — sejam eles tradicionalmente descritos pela termodinâmica ou não. Nesse contexto, busca-se aplicar tal formalismo à análise da dissipação de energia em um sistema mecânico simples: a queda de corpos com diferentes geometrias em fluidos viscosos.

Assim, define-se como objetivo principal:

- Analisar a dissipação de energia e a geração de entropia na queda de um corpo imerso em fluido viscoso, à luz do Teorema de Gouy–Stodola, fundamentado na Segunda Lei da Termodinâmica.

Como objetivos específicos, busca-se:

- Derivar as equações de movimento e de geração de entropia para o sistema corpo + fluido, considerando os regimes de arrasto linear e quadrático;

¹ Neste trabalho, serão consideradas apenas a primeira e a segunda lei da termodinâmica

- Determinar experimentalmente as velocidades terminais e os coeficientes de arrasto associados a diferentes combinações de geometria e fluido;
- Quantificar a dissipação da energia mecânica e a geração de entropia associada, investigando sua correlação ao longo do tempo e entre os diferentes corpos;
- Avaliar a consistência entre o modelo teórico adotado e os dados obtidos experimentalmente, discutindo as limitações e hipóteses assumidas.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Conceitos Fundamentais

Antes de enunciarmos as Leis da Termodinâmica, é necessário estabelecer alguns conceitos fundamentais frequentemente utilizados em sua formulação. De forma sucinta, abordaremos os conceitos de sistema, estado, propriedade e processo termodinâmico. Embora sejam definições de caráter conceitual e matemático, elas são essenciais para a compreensão clara e rigorosa das leis termodinâmicas.

Sistema

Um sistema trata-se de uma porção bem delimitada do universo físico, cujas propriedades, quantidades de matéria e comportamento sob diferentes condições externas são analisados em detalhe. Esse sistema é caracterizado por um conjunto específico de constituintes, bem como pelas forças internas que os interligam e pelos parâmetros externos que o influenciam, tais como pressões, campos elétricos ou magnéticos e a geometria do recipiente que o contém (CALLEN, 1985). A delimitação do sistema é estabelecida por uma fronteira, real ou imaginária, que separa o sistema do entorno. Essa fronteira, que pode ser rígida ou flexível, permeável ou impermeável à matéria e à energia, desempenha um papel central na análise de processos termodinâmicos, pois o que se encontra fora dela constitui o ambiente ou vizinhança. Além disso, restrições e vínculos internos, como a manutenção de um volume total constante em recipientes com partes de volume variável ou a inativação de certas reações químicas, estabelecem as condições sob as quais o sistema é estudado. Tudo que não faz parte do sistema — sejam outros corpos, o ambiente externo ou qualquer fonte de energia ou matéria não incluída na fronteira definida — é chamado de entorno ou vizinhança. Nesse sentido, a escolha do sistema e a compreensão detalhada de suas características constituem o ponto de partida para a aplicação dos princípios termodinâmicos, viabilizando a predição e o controle de fenômenos físicos, reações químicas, processos de transferência de energia e transformações de fase (GYFTOPOULOS; BERETTA, 2005).

A partir da definição de sistema e vizinhança, podemos definir o conceito de universo. Na termodinâmica, define-se como universo a parte que engloba o sistema e a vizinhança desse sistema. O conceito de universo na termodinâmica não há, a priori, nenhuma relação com o universo cosmológico, uma vez que na termodinâmica tal conceito se estrutura diante do sistema a ser estudado.

Estado e propriedades de um sistema

As propriedades de um sistema, denominadas variáveis de estado, correspondem a grandezas físicas mensuráveis experimentalmente e capazes de descrever o sistema de forma única naquele momento, tais como pressão, volume e temperatura. A essência do conceito de propriedade está na atribuição de um valor específico, obtido por meio de medições e operações experimentais, que não depende do instrumento utilizado nem do entorno, desde que o estado do sistema se mantenha inalterado ao longo do processo de determinação (CALLEN, 1985; ÇENGEL; BOLES, 2015).

O valor de uma propriedade é intrínseco ao sistema e independe do caminho ou do histórico do processo que levou o sistema àquele estado, razão pela qual diz-se que as propriedades são funções de estado. Esse caráter independente de trajetória faz com que a descrição do estado do sistema possa ser feita apenas pelo conhecimento dos valores de suas propriedades em um dado momento, dispensando informações sobre como o sistema alcançou aquela condição. Em contraste, existem quantidades termodinâmicas que não se configuram como propriedades. Por exemplo, a energia transferida entre um sistema e seu entorno por calor ou trabalho não é uma propriedade do sistema, mas sim uma variável de processo, dependente da trajetória seguida na transformação. Portanto, enquanto propriedades são grandezas que caracterizam o estado do sistema de maneira autônoma, as variáveis de processo resultam das interações específicas entre o sistema e o ambiente, não possuindo valor definido apenas com base nas condições internas do sistema (SEARS; SALINGER, 1975).

O estado de um sistema é definido pelo conjunto completo de propriedades $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ que o caracterizam em um dado instante. Esse conjunto corresponde a um ponto em um espaço n -dimensional (\mathbb{R}^n), denominado *espaço de estados*, que engloba todos os estados possíveis do sistema. A depender da evolução temporal dessas propriedades, diferentes categorias de estado podem ser identificadas. Um *estado não estacionário* sofre variações no tempo devido a interações com o ambiente. Em contraste, um *estado estacionário* mantém-se invariante, mesmo na presença de trocas com outros sistemas. Já um *estado de não equilíbrio* evolui espontaneamente ao longo do tempo, mesmo na ausência de interações externas, em razão de transformações internas. Finalmente, um *estado de equilíbrio termodinâmico* é aquele em que o sistema, quando isolado, permanece inalterado no tempo, não apresentando mais evolução espontânea (GYFTOPOULOS, 2011).

Processo

Quando o valor de uma propriedade qualquer do sistema sofre alteração, o estado do sistema se altera de modo que o sistema passa por um processo. Rigorosamente, um processo trata-se de uma aplicação contínua que relaciona um intervalo de parâmetros externos - geralmente o tempo - a um conjunto de estados de equilíbrio termodinâmico. Parte-se de um espaço termodinâmico, cujos pontos correspondem a estados de equilíbrio de modo que um processo é, então, uma curva neste espaço:

$$\gamma : [0, 1] \rightarrow \varepsilon,$$

onde ε é o conjunto dos estados de equilíbrio. Para cada $\tau \in [0, 1]$, $\gamma(\tau)$ representa um estado de equilíbrio, e $\gamma(0)$ e $\gamma(1)$ correspondem aos estados inicial e final, respectivamente. Caso o processo seja quase-estático, ou seja, cada estado intermediário é um ponto de equilíbrio bem definido, pode-se utilizar as variáveis de estado, aplicar diretamente as relações termodinâmicas diferenciais e fazer uso dos potenciais termodinâmicos. Nessa situação idealizada — correspondente ao processo reversível — a curva γ é suficientemente “suave” e lenta para que o sistema esteja infinitesimalmente próximo do equilíbrio em cada ponto, tornando bem definidas as derivadas parciais e assegurando a validade das identidades termodinâmicas. No entanto, há processos cuja trajetória não pode ser estritamente identificada com uma curva simples no espaço de equilíbrio, pois o sistema não permanece em estados de equilíbrio ao longo da evolução. Aqui, torna-se necessário recorrer a extensões do formalismo: ou se introduzem hipóteses de quase-equilíbrio local, reduzindo-se trechos do processo a curvas aproximadas no espaço de estados, ou empregam-se métodos estatístico-mecânicos e cinéticos. Nesses casos, a caracterização matemática do processo exige não apenas as variáveis de estado, mas também parâmetros suplementares (por exemplo, fluxos, gradientes de temperatura ou pressão, ou velocidades de relaxação), definindo um espaço de estados mais amplo, muitas vezes não apenas termodinâmico, mas também cinético ou estatístico (LIEB; YNGVASON, 1999).

Em termos práticos, um processo é caracterizado pelo estado inicial de um sistema, seu estado final e os efeitos produzidos pelas interações com outros sistemas (transformações na vizinhança). Os processos podem ser classificados com base nos efeitos produzidos na vizinhança (efeitos externos) do sistema. Por exemplo, para o caso em que nenhum efeito é produzido, o processo é denominado *espontâneo*. Outro tipo particularmente importante de processo é o denominado *processo de peso*, no

qual o único efeito externo é a elevação de um peso em um campo gravitacional uniforme. Assim, se um sistema apresenta-se inicialmente no estado A_1 e passa por um processo de peso que o leva ao estado A_2 , pode-se associar o efeito desse processo à variação da altura de uma dada massa M sob a ação de um campo gravitacional uniforme \vec{g} que, no estado inicial, se encontra na altura z_1 e no estado final está a uma altura z_2 ². Além disso, se um processo puder ser realizado de ao menos uma forma de tal maneira que tanto o sistema quanto sua vizinhança possam ser restaurados a seus respectivos estados iniciais - independentemente dos caminhos ou interações empregadas para restaurar os estados iniciais do sistema e do ambiente; qualquer sequência de estados e interações é admissível, desde que leve à completa restauração dos estados originais -, ele é denominado *reversível*. Por outro lado, o processo será *irreversível* se for impossível realizá-lo de forma que tanto o sistema quanto sua vizinhança sejam restaurados aos respectivos estados iniciais (GYFTOPOULOS, 2011).

Um exemplo de processo de peso é fornecido pelo célebre experimento de Joule, no qual a queda de um peso é utilizada para agitar um fluido e provocar seu aquecimento. Considerando-se o fluido como sistema e o peso como parte do meio externo, a variação de posição do peso em um campo gravitacional uniforme constitui o único efeito externo observável.

2.2 Primeira Lei da Termodinâmica

Na física, as leis ou princípios são asserções que não podem ser provadas e nem verificadas experimentalmente de maneira direta. A aceitação da validade desses princípios advém da consistência de suas consequências com a experiência e da inviolabilidade de seus conteúdos até então. Tendo em vista o escopo desse trabalho, serão discutidos apenas os princípios fundamentais da termodinâmica conhecidos como Primeira e Segunda Leis da Termodinâmica.

Frequentemente, a Primeira Lei da Termodinâmica (PLT) é apresentada na forma de uma expressão matemática que se afirma sintetizar sua essência

² Qualquer processo mecânico — entendido como um processo cujo único efeito externo seja a modificação do estado mecânico (posição e/ou momento linear ou angular) de corpos materiais — pode ser representado, por equivalência energética, como uma elevação de peso em um campo gravitacional uniforme. Esta construção fornece uma referência objetiva e universal para quantificar a energia, independentemente da complexidade do sistema ou das forças envolvidas.

$$\Delta U = Q - W, \quad (1)$$

onde U é uma propriedade do sistema denominada energia interna e W e Q são, respectivamente, as quantidades de energia transferidas via calor e trabalho. Entretanto, essa expressão é apenas uma equação de balanço energético para o caso em que a energia mecânica do sistema se mantém constante e não contém um princípio fundamental associado.

A Primeira Lei da Termodinâmica pode ser enunciada da seguinte forma:

Quaisquer dois estados de um sistema podem sempre ser conectados por um processo de peso e, para um dado peso sob ação de um campo gravitacional uniforme, a mudança na elevação é unicamente definida por esses dois estados (GYFTOPOULOS; BERETTA, 2005)

Dessa forma, dados dois estados A_1 e A_2 de um sistema, pode ser possível submetê-lo a um processo de peso que conduza o sistema de A_1 para A_2 . No entanto, a existência de tal processo em uma direção não implica, em geral, a possibilidade do processo inverso. Portanto, a PLT assegura a existência de uma conexão entre dois estados termodinâmicos por um processo de peso e, para dois estados quaisquer, a unicidade do efeito desse processo — dada uma certa massa M em campo gravitacional de valor g e os estados A_1 e A_2 , o efeito gerado por esse processo pode ser associado ao valor $Mg(z_2 - z_1)$ que é fixado pelos estados inicial e final independentemente dos detalhes do processo.

A existência da propriedade identificada como energia interna — energia total para o caso geral — do sistema na expressão (1) não é trivial. A principal consequência da PLT é justamente a possibilidade de definir que todo sistema A , em qualquer estado A_1 , possui uma propriedade denominada energia, representada pelo símbolo E_1 . A energia E_1 de qualquer estado A_1 pode ser avaliada por meio de um processo de peso auxiliar que interliga o estado A_1 a um estado de referência A_0 , ao qual se atribui um valor de referência fixo E_0 . Assim, tem-se a expressão

$$E_1 - E_0 = -Mg(z_1 - z_0), \quad (2)$$

na qual M é a massa do peso elevado, g é a aceleração gravitacional e z é a altura de elevação do peso.

A expressão (2) define a propriedade energia fornecendo um meio experimental de mensurá-la. Assim, assumindo o princípio da conservação da energia, pode-se equacionar a variação de energia de um sistema (ΔE) com a energia transferida por/para esse sistema (E_{transf}) resultando na equação geral de balanço energético:

$$\Delta E = E_{\text{transf}}, \quad (3)$$

da qual a equação (1), é um resultado particular para o caso em que não há variação de energias cinéticas, potenciais e quantidade de constituinte.

Em uma formulação mais geral, o balanço energético de um sistema pode ser expresso como:

$$\Delta E_{\text{total}} = Q + W_{\text{nc}}, \quad (4)$$

onde ΔE_{total} representa a variação da energia total do sistema, composta por energia interna, energia cinética e energia potencial gravitacional:

$$\Delta E_{\text{total}} = \Delta U + \Delta E_p + \Delta E_k. \quad (5)$$

O termo Q corresponde a energia trocada por calor, e W_{nc} representa a quantidade de energia transferida via trabalho por forças não conservativas.

A transferência de energia pode ocorrer devido a diversos tipos de interação que são caracterizados por meio de fluxos líquidos de propriedades através dos limites dos sistemas que interagem. Assim o chamado trabalho W trata-se de um tipo de interação no qual há unicamente transferência líquida de energia pelas fronteiras do sistema. Se, além de energia, houver também transferência líquida de entropia, a interação denomina-se calor (BEJAN, 2016; GYFTOPOULOS; BERETTA, 2005).

2.3 Segunda Lei da Termodinâmica

A necessidade de outra lei fundamental da termodinâmica emerge da impossibilidade de se avaliar a exequibilidade de processos em geral considerando-se unicamente a PLT. Assim, processos cuja experiência atesta possuir apenas um único sentido de evolução, como a expansão de um gás ideal livre ou a transferência integral de energia na forma de trabalho com subsequente absorção pelo meio

na forma de calor (“conversão integral de trabalho em calor”) sem nenhum outro efeito líquido, não violam a PLT ao serem revertidos.

Os avanços no entendimento da problemática supracitada culminaram na formulação da chamada Segunda Lei da Termodinâmica (SLT). O desenvolvimento da SLT foi grandemente impulsionado por inúmeras figuras de destaque na história da ciência, cujos trabalhos transformaram de forma profunda a nossa compreensão atual sobre o tema. Entre eles estão Carnot, Clausius, Gibbs, Caratheodóry, Kelvin e Planck, aos quais costuma-se atribuir o crédito pelas primeiras formulações e discussões da SLT. Já o campo das contribuições para a termodinâmica de engenharia, têm-se nomes como Gouy, Stodola, Bosnjakovic, Keenan e Hatsoupoulos. Apesar de amplamente pesquisado, há ainda uma coleção extensa de trabalhos de análise da Segunda Lei na engenharia que surgiram no final do século passado, dos quais muitos autores, como Szargut, Gyftopoulos, Gaggioli, EI-Sayed, Valero, Tsatsaronis, Bejan, entre outros, continuaram a desenvolver trabalhos nas duas primeiras décadas do século XXI, evidenciando a relevância do tema (ZOHURI; MCDANIEL; NEZAM, 2020).

Há diversas formulações da SLT, desde as clássicas, como as formulações de Clausius e Kelvin-Planck, até as mais rigorosas e universais, como as propostas por Caratheódory ou Hatsopoulos e Keenan. Uma discussão completa e robusta da SLT não é pertinente para este trabalho, bastando-se uma breve exposição do conteúdo da SLT e de algumas de suas importantes consequências.

A Segunda Lei da Termodinâmica, na formulação atribuída a Clausius, pode ser enunciada da seguinte forma:

É impossível construir um dispositivo que, operando em um ciclo, não produza nenhum outro efeito além da transferência de calor de um corpo mais frio para um corpo mais quente.

(NUSSENZVEIG, 2008)

Esse princípio introduz uma limitação física, adicional à estabelecida pela conservação da energia, na execução de processos. A aplicação dessa lei nos processos cíclicos de Carnot conduz a duas importantes consequências: a possibilidade de se definir uma escala termodinâmica absoluta de temperatura T e a constatação de que, para qualquer processo cíclico, vale a relação

$$\oint_C \frac{\delta Q}{T} \leq 0. \quad (6)$$

onde δQ é um diferencial inexato e a igualdade ocorre apenas para o caso de processos reversíveis. Apesar de δQ ser um diferencial inexato, a razão $\frac{\delta Q}{T}$ é nula para qualquer ciclo reversível, de modo que é independente do caminho de integração. Portanto, tem-se uma situação na qual pode-se definir uma nova variável de estado:

$$dS = \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} \rightarrow S_b - S_a = \int_a^b \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T}. \quad (7)$$

A propriedade S é chamada de entropia³ e o subscrito de Q deixa explícito que se trata de um fluxo de calor ao longo de um processo considerado reversível.

A definição de reversibilidade apresentada na seção *Conceitos Fundamentais* é conceitualmente robusta e abrangente; contudo, sua aplicabilidade prática é extremamente limitada. Avaliar se um processo é reversível com base nessa definição exigiria considerar exaustivamente todas as possíveis interações que pudessem reconduzir o sistema e sua vizinhança aos respectivos estados iniciais. Essa limitação, entre outros fatores, justifica a introdução da propriedade *entropia*, cuja evolução ao longo do processo fornece um critério objetivo para distinguir entre transformações reversíveis e irreversíveis.

Assim como a energia, a entropia é uma propriedade aditiva⁴ e pode ser transferida por/para o sistema. Entretanto, enquanto a energia é uma grandeza conservada — no sentido de que, em um sistema isolado (ou em um sistema com transferência líquida de energia nula), a quantidade total de energia permanece constante —, a entropia, por sua vez, pode aumentar mesmo na ausência de transferência líquida. Esse aumento ocorre devido à geração de entropia $S_{\text{gen.}}$, cuja origem está associada

³ Na formulação proposta por Hatsopoulos e Keenan (1965) para a Termodinâmica, a Segunda Lei é apresentada de maneira mais fundamental, a partir dos conceitos de energia, estado de equilíbrio estável e processo reversível. Nessa abordagem, os enunciados de Kelvin-Planck e Clausius são deduzidos como consequências diretas, enquanto a definição de entropia é independente do conceito de calor. Pelo contrário, o calor é definido em termos de entropia, caracterizando-se como uma interação cujo único efeito é a transferência de energia acompanhada de transferência líquida de entropia entre dois sistemas. Nessa construção, trabalho - conforme exposto na seção Primeira Lei da Termodinâmica - e calor não são considerados conceitos primários das leis termodinâmicas, mas sim definições derivadas dos princípios fundamentais. Essa estrutura conceitual permite uma distinção precisa entre ambos, eliminando ambiguidades e conferindo maior rigor teórico à análise termodinâmica.

⁴ Uma propriedade é dita aditiva quando sua soma para um conjunto de sistemas equivale ao valor dessa propriedade em um único sistema que represente a composição do conjunto.

à realização de processos irreversíveis (GYFTOPOULOS; BERETTA, 2005; BEJAN, 2016). Uma vez definida a entropia, pode-se enunciar a SLT da seguinte maneira:

Não ocorrem processos nos quais a entropia de um sistema isolado diminua: em qualquer processo que ocorra em um sistema isolado, a entropia do sistema aumenta ou permanece constante.

(SEARS; SALINGER, 1975)

Na avaliação da entropia de um sistema, a variação da entropia (ΔS) deste deve-se à entropia transferida (S_{transf}) pelo/para o sistema (no qual convencionou-se valor positivo para a entropia transferida para o sistema), e à entropia gerada S_{gen} — que é sempre positiva, uma vez que a entropia pode apenas ser criada e não destruída — em razão da presença de irreversibilidades. Logo, a equação de balanço de entropia para o sistema é

$$\Delta S = S_{\text{transf}} + S_{\text{gen}} \quad (8)$$

Portanto, dispõe-se de uma ferramenta útil na análise da reversibilidade de um processo: um processo é considerado reversível quando $S_{\text{gen}} = 0$ e irreversível quando $S_{\text{gen}} > 0$.

2.4 Termodinâmica em Sistemas Mecânicos: O Teorema de Gouy-Stodola

Por volta do final do século XIX e início do XX, Gouy (1889), físico francês, e Stodola (1905), engenheiro pioneiro no desenvolvimento de turbinas a vapor, dedicaram-se a avaliar a discrepância entre a potência efetivamente gerada por máquinas térmicas e o trabalho máximo extraível em processos reversíveis previsto pelo SLT. A necessidade de compreender e quantificar, de maneira mais precisa, as perdas de eficiência em processos termodinâmicos reais os motivou à formulação de um resultado conhecido como Teorema de Gouy-Stodola, exposto a seguir.

Considere um sistema A que interage com sua vizinhança composta de $n + 1$ reservatórios térmicos de temperaturas T_0, T_1, \dots, T_n e cujos modos de interação são trabalho e calor ⁵. Seja W a quantidade

⁵ Para simplificar a análise, não será considerado o fluxo de massa entre o sistema e a vizinhança. Ainda assim, o resultado permanece válido mesmo na presença de fluxo de massa, conforme discutido em trabalhos que abordam o caso geral (BEJAN, 2016; MORAN; SHAPIRO, 2010; ÇENGEL, 2015)

líquida de energia transferida via trabalho e Q_0, Q_1, \dots, Q_n a energia transferida por calor em razão da interação do sistema com os reservatórios térmicos⁶. Nessa situação, a taxa temporal de transferência de energia e entropia pode ser avaliada identificando E_{transf} e S_{transf} nas expressões (3) e (8) com os modos de interação do sistema e derivando-as em relação ao tempo:

$$\dot{E} = \sum_{i=0}^n \dot{Q}_i - \dot{W}; \quad (9)$$

$$\dot{S} = \dot{S}_{\text{gen}} + \sum_{i=0}^n \frac{\dot{Q}_i}{T_i}. \quad (10)$$

onde os sinais de W e Q foram adotados segundo as convenções da termodinâmica. Eliminando o Q_0 de ambas as equações obtém-se

$$\dot{W} = -\dot{E} + T_0\dot{S} + \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i - T_0\dot{S}_{\text{gen}}. \quad (11)$$

que é a expressão para a potência gerada pelo sistema, onde T_0 é usualmente escolhido como sendo a temperatura ambiente. A potência é máxima para o caso em que os processos são reversíveis, de modo que $S_{\text{gen}} = 0$, portanto

$$\dot{W}_{\text{rev}} = -\dot{E} + T_0\dot{S} + \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i \quad (12)$$

Por fim, subtraindo (11) de (12), chega-se ao teorema de Gouy-Stodola:

$$\dot{W}_{\text{rev}} - \dot{W} = T_0\dot{S}_{\text{gen}} \quad (13)$$

O objetivo central do teorema é estabelecer uma relação matemática entre a geração de entropia em um processo irreversível e a correspondente redução da capacidade do sistema de produzir energia útil. Essa perda de potencial de energia útil — formalizada pelo conceito de exergia — quantifica o impacto das irreversibilidades e fornece uma medida direta das perdas de eficiência associadas ao processo. Essa perspectiva demonstra de que forma e em que medida as irreversibilidades de um processo

⁶ Sempre é possível considerar a composição dada pelo sistema A juntamente com os reservatórios térmicos como um novo sistema B . Nessa situação as transferências de energia e entropia entre o sistema A e os reservatórios térmicos são tidas como fenômenos internos ao sistema B

térmico resultam em perdas de eficiência. Todo processo real que envolva trocas de calor ou trabalho é, inevitavelmente, acompanhado por geração de entropia devido à presença de irreversibilidades. O Teorema de Gouy-Stodola permite quantificar essas perdas e constitui uma ferramenta fundamental para identificar as fontes de irreversibilidade, oferecendo subsídios para o desenvolvimento de estratégias que visem sua redução (BEJAN, 2016; MORAN; SHAPIRO, 2010).

Fatores como atrito, turbulência em escoamentos e dissipação térmica são determinantes na redução da energia efetivamente convertida em trabalho. Nesse sentido, deixam de ser tratados apenas como perdas de energia mecânica e passam a ser vistos como processos que geram entropia e reduzem exergia, evidenciando de modo mais abrangente o que ocorre nos estados inicial e final de um sistema. Ao incorporar conceitos como exergia e entropia à descrição clássica, torna-se possível explicar por que parte da energia “se perde” na forma de calor, vibrações ou outras manifestações que não retornam ao estado anterior. Esse enfoque expande a análise habitual da conservação de energia para incluir as consequências da Segunda Lei da Termodinâmica, permitindo uma compreensão mais rica dos mecanismos de dissipação. Dessa maneira, a abordagem termodinâmica, mesmo em fenômenos fundamentalmente mecânicos, ressalta o papel das irreversibilidades internas, clarificando como a estrutura e a evolução do sistema são afetadas pela degradação de energia.

2.5 Força de Arrasto: O Movimento de um Corpo em Queda Imerso em um Fluido Newtoniano

O problema estudado nesse trabalho, envolve um corpo inicialmente em repouso que acelera sob a ação de um campo gravitacional uniforme \vec{g} enquanto está imerso em um fluido em equilíbrio estático. Nessas condições, o corpo está sujeito a três forças: peso, empuxo e força de resistência \vec{F}_d , imposta pelo fluido. Adotando a orientação vertical para baixo como positiva, a equação de movimento para este corpo pode ser facilmente obtida a partir da mecânica Newtoniana, dada por:

$$\ddot{y} = g - \frac{\rho_f g V_d}{m} - \frac{F_d}{m}, \quad (14)$$

onde y é a coordenada vertical da posição do corpo, ρ_f é a densidade do fluido e V_d é o volume de fluido deslocado pelo corpo.

De modo geral, a força de resistência imposta pelo fluido sobre um corpo em movimento é da forma:

$$\vec{F}_d = -b(v)v\vec{v}, \quad (15)$$

onde \vec{v} é a velocidade relativa do corpo em relação ao fluido, $v = |\vec{v}|$ é seu módulo, e $b(v)$ é um coeficiente que encapsula propriedades do fluido e do corpo, bem como as características do regime de escoamento. Entre os fatores que influenciam $b(v)$ estão a densidade ρ e a viscosidade dinâmica μ do fluido, além da forma, dimensão característica e rugosidade do corpo.

A forma funcional de $b(v)$ depende do regime de escoamento, o qual é caracterizado pelo número de Reynolds (Re), uma grandeza adimensional definida por:

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu}, \quad (16)$$

onde L é uma dimensão característica do corpo (por exemplo, o diâmetro no caso de uma esfera). O número de Reynolds representa a razão entre os efeitos inerciais ($\sim \rho v^2$) e os efeitos viscosos ($\sim \mu v/L$) em um escoamento.

Em escoamentos com número de Reynolds muito alto ($Re \gg 1$), predominam as forças inerciais, tornando os efeitos viscosos desprezíveis na maior parte do domínio fluido. Contudo, nas imediações da superfície do corpo, a viscosidade não pode ser ignorada. Nessa estreita região — chamada *camada-limite* — o fluido deve satisfazer a condição de não deslizamento, ou seja, sua velocidade deve coincidir com a da superfície sólida. A camada-limite atua, portanto, como zona de transição entre o escoamento externo, essencialmente não viscoso, e as restrições impostas pela aderência à superfície.

Apesar de atuar de forma localizada, a viscosidade exerce um papel decisivo no surgimento de fenômenos como a separação do escoamento e a formação de esteiras turbulentas. Na camada-limite, mesmo pequenas perturbações podem ser amplificadas, levando rapidamente à transição para o regime turbulento após o ponto de estagnação. A separação do escoamento dá origem a uma esteira complexa a jusante do corpo — ou seja, na região posterior a ele, no sentido do fluido. Essa esteira apresenta zonas de recirculação, formação de vórtices e flutuações intensas de velocidade e pressão, configurando um padrão de fluxo altamente instável. Nessa região, o escoamento se organiza em es-

truturas rotacionais de diferentes tamanhos. As maiores concentram a maior parte da energia cinética e, ao interagirem, transferem energia para estruturas menores, num processo conhecido como *cascata turbulenta*. Essa redistribuição continua até que os redemoinhos sejam suficientemente pequenos para que a viscosidade dissipe a energia. Assim, embora a dissipação ocorra apenas nas menores escalas, ela é consequência de um processo iniciado nas grandes estruturas, que permanecem governadas por forças inerciais. Esses fenômenos podem ser visualizados na Figura 1, que representa o escoamento ao redor de um perfil aerodinâmico, com destaque para a camada-limite, o ponto de separação e a região de recirculação.

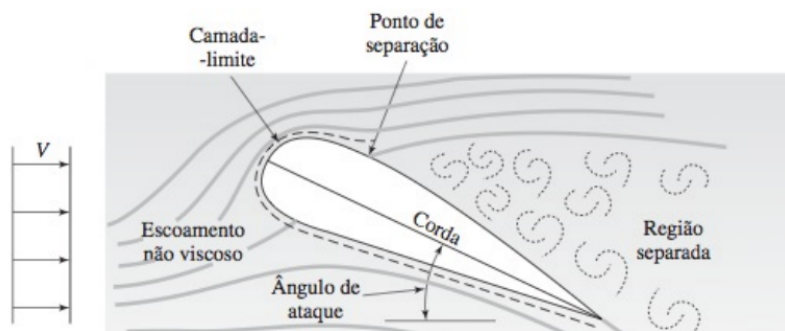


Figura 1 – Escoamento ao redor de um perfil aerodinâmico, destacando a formação da camada-limite e o ponto de separação. A figura ilustra a formação de esteiras turbulentas na região separada (região de escoamento recirculante) posterior do corpo.

Fonte: Potter e Wiggert (2013).

Nesse regime, o arrasto sobre o corpo é dominado pela diferença de pressão entre a face de ataque e a região de esteira, consequência da separação do escoamento e do redirecionamento do fluxo. Esse componente, conhecido como *arrasto de forma* (ou arrasto de pressão), não resulta da tensão tangencial na superfície, mas da redistribuição da quantidade de movimento no fluido provocada pela presença do corpo (POTTER; WIGGERT, 2013, p. 315). Ao desviar o escoamento, o corpo extrai momento da corrente livre, gerando uma distribuição assimétrica de velocidades e pressões ao seu redor. A força de arrasto resultante é, portanto, predominantemente inercial e associada à conservação da quantidade de movimento no campo fluido.

Nesse caso, o coeficiente $b(v)$ na expressão (15) assume um valor constante b_0 , e a força de arrasto é expressa por:

$$\vec{F}_d = -b_0 v \vec{v}, \quad (17)$$

onde b_0 depende da densidade do fluido ρ , da área frontal projetada A e de um coeficiente adimensional C_d , conforme:

$$b_0 = \frac{1}{2} C_d \rho A. \quad (18)$$

A constante C_d reflete, de maneira empírica, os efeitos combinados da geometria do corpo, da separação do escoamento e das propriedades do fluido, e tende a estabilizar-se em regimes de Reynolds suficientemente altos.

Por outro lado, em escoamentos com número de Reynolds muito baixo ($Re \ll 1$), os efeitos viscosos dominam, enquanto as forças inerciais tornam-se desprezíveis. O escoamento é suave, laminar e fortemente aderido à superfície do corpo, não ocorrendo separação significativa. O arrasto, nesse caso, é de natureza essencialmente viscosa, manifestando-se como uma força de cisalhamento proporcional à velocidade relativa do corpo (*arrasto de atrito*).

A forma funcional da força de arrasto permanece como $\vec{F}_d = -b(v)v\vec{v}$, mas o coeficiente $b(v)$ passa a depender inversamente da velocidade: $b(v) \propto 1/v$. Assim, ele pode ser modelado por $b(v) = \frac{k}{v}$, onde k é uma constante que depende das propriedades do fluido (como a viscosidade dinâmica μ) e das características geométricas do corpo. Substituindo essa expressão em (15), obtém-se:

$$\vec{F}_d = -\left(\frac{k}{v}\right) v \vec{v} = -k \vec{v}, \quad (19)$$

onde se observa que o módulo da força de arrasto passa a ser linearmente proporcional à velocidade relativa, característica distintiva dos regimes dominados por viscosidade.

Esse comportamento é típico de sistemas em que o movimento ocorre a velocidades muito baixas, os corpos envolvidos têm dimensões reduzidas e o fluido apresenta alta viscosidade. Nesses casos, a interação entre o corpo e o meio se dá principalmente por meio da difusão de momento via tensões viscosas, e os efeitos associados à aceleração do fluido (isto é, às forças inerciais) são desprezíveis. Um exemplo clássico desse regime é fornecido pela Lei de Stokes, que descreve o movimento de esferas pequenas em fluidos viscosos.

A identificação do regime de arrasto é crucial para a modelagem precisa do movimento de corpos em fluidos, especialmente em aplicações práticas e científicas. No regime de transição ($1 < Re < 1000$), que ocorre entre os extremos de alto e baixo número de Reynolds, a dependência funcional de $b(v)$ pode ser mais complexa, combinando características de ambos os regimes.

2.6 Análise termodinâmica: Aplicando o Teorema

A PLT e SLT, bem como o Teorema de Gouy-Stodola, são formulados e válidos para sistemas, de forma que a análise termodinâmica de um fenômeno só pode ser realizada definindo-se claramente o que constitui o sistema a ser estudado e a sua vizinhança. Para o caso em questão, será considerado que o corpo move-se em um fluido modelado como um reservatório térmico a temperatura T_0 e define-se como sistema o corpo acelerado, devido à ação da força gravitacional externa, juntamente com o reservatório térmico; trata-se, portanto, de um sistema isolado. Desse modo, a resistência imposta pelo fluido caracteriza-se como um mecanismo interno de irreversibilidade, dissipando a energia útil do sistema.

A taxa de entropia gerada pelo sistema pode ser calculada a partir da equação (13). O trabalho reversível nessas condições é nulo⁷, visto que o sistema é isolado e a interação do corpo com o reservatório térmico é de natureza resistiva, portanto irreversível. Já \dot{W} é a potência dissipada pela interação resistiva entre o corpo e o fluido, que pode ser calculada a partir da relação $\dot{W} = \vec{F}_d \cdot \vec{v}$ resultando em:

$$\dot{W} = -b(v) \vec{v} \cdot \vec{v} = -b(v)v^2 \Rightarrow \dot{W} = \begin{cases} -kv^2, & \text{para o arrasto linear,} \\ -b_0v^3, & \text{para o arrasto quadrático.} \end{cases} \quad (20)$$

Basta determinar a expressão de $v(t)$ para ambos os casos. Desconsiderando-se um regime de transição e realizando a mudança de variável $\dot{y} = v$, a equação (14) resulta em

$$\begin{cases} \dot{v} + \frac{k}{m}v = g_{\text{ef}} & (\text{arrasto linear}), \\ \dot{v} + \frac{b_0}{m}v^2 = g_{\text{ef}} & (\text{arrasto quadrático}). \end{cases} \quad (21)$$

onde $g_{\text{ef}} = g \left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right)$ representa a gravidade efetiva, já considerando o efeito do empuxo.

⁷ A ação da força gravitacional não transfere energia para o sistema: uma vez definida a energia potencial gravitacional do corpo é definida, o efeito dessa força externa é apenas a transformação desta em energia cinética.

Ambas as equações admitem soluções analíticas. Tomando $v(0) = 0$ como condição inicial, obtêm-se:

$$\begin{cases} v(t) = \frac{m g_{\text{ef}}}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right), & \text{para o arrasto linear,} \\ v(t) = \sqrt{\frac{m g_{\text{ef}}}{b_0}} \tanh\left(\sqrt{\frac{b_0 g_{\text{ef}}}{m}} t\right), & \text{para o arrasto quadrático.} \end{cases} \quad (22)$$

Observa-se que a velocidade tende assintoticamente a um valor constante, caracterizando o regime terminal. As expressões da velocidade terminal v_t são dadas por:

$$\begin{cases} v_t = \frac{m g_{\text{ef}}}{k}, & \text{para o arrasto linear,} \\ v_t = \sqrt{\frac{m g_{\text{ef}}}{b_0}}, & \text{para o arrasto quadrático.} \end{cases} \quad (23)$$

Esses valores correspondem aos limites das soluções $v(t)$ quando $t \rightarrow \infty$, e serão utilizados para a determinação dos coeficientes de resistência a partir dos dados experimentais.

Por fim, dos resultados obtidos em (13), (20) e (22), pode-se determinar as expressões para a taxa de entropia gerada ao longo do tempo. Para o caso em que se considera o arrasto linear:

$$\dot{S}_{\text{gen}}(t) = \frac{m^2 g_{\text{ef}}^2}{kT_0} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)^2, \quad (24)$$

enquanto que, no regime de arrasto quadrático, obtém-se:

$$\dot{S}_{\text{gen}}(t) = \frac{(m g_{\text{ef}})^{3/2}}{b_0^{1/2} T_0} \tanh^3\left(\sqrt{\frac{b_0 g_{\text{ef}}}{m}} t\right). \quad (25)$$

Em ambos os casos, no limite $t \rightarrow \infty$, a velocidade terminal é atingida e a taxa de geração de entropia tende a um valor constante:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{S}_{\text{gen}}(t) = \frac{m^2 g_{\text{ef}}^2}{kT_0} = \frac{k v_t^2}{T_0}, \quad (\text{arrasto linear}), \quad (26)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{S}_{\text{gen}}(t) = \frac{(m g_{\text{ef}})^{3/2}}{b_0^{1/2} T_0} = \frac{b_0 v_t^3}{T_0}, \quad (\text{arrasto quadrático}), \quad (27)$$

Essas expressões evidenciam o caráter irreversível do processo de queda do corpo imerso no fluido. O fluido, atuando como um grande reservatório térmico, coleta o calor oriundo da dissipação da energia

mecânica (cinética + potencial) do corpo, permanecendo essencialmente a temperatura T_0 . Caso se deseje analisar o total de entropia gerada no intervalo de tempo $[0, t]$, é possível integrar $\dot{S}_{\text{gen}}(t')$ ao longo do tempo, obtendo-se

$$S_{\text{gen}}(t) = \int_0^t \dot{S}_{\text{gen}}(t') dt'. \quad (28)$$

Dessa forma, o emprego do Teorema de Gouy-Stodola, aliado a um modelo adequado para a força de arrasto e a uma formulação clara do sistema termodinâmico (corpo + fluido a temperatura constante), permite a determinação direta e consistente da taxa de entropia gerada $\dot{S}_{\text{gen}}(t)$. Isso evidencia como a Segunda Lei da Termodinâmica se faz presente em fenômenos mecânicos não ideais, quantificando o aumento de entropia devido à transformação irreversível de energia mecânica em calor.

Análise Termodinâmica da Queda de um Corpo com Arrasto Linear e Quadrático

A formulação rigorosa da análise termodinâmica de sistemas dissipativos permite recuperar, a partir da equação fundamental da termodinâmica, tanto as equações de movimento quanto as restrições de admissibilidade impostas pela Segunda Lei, como mostrado no trabalho de Longaresi e Campos (LONGARES; CAMPOS, 2022). Considera-se, neste contexto, um sistema isolado composto pelo corpo em movimento e pelo fluido em que está imerso, modelado como um reservatório térmico de capacidade calorífica infinita mantido à temperatura constante T_0 . A resistência do fluido é representada por uma força de arrasto \vec{F}_d , cuja ação promove uma conversão irreversível de energia mecânica em energia interna do fluido.

Embora não haja variação apreciável da temperatura macroscópica do fluido, a dissipação da energia cinética do corpo se manifesta como aumento local da agitação molecular, refletindo-se no acréscimo de sua energia interna. Esse efeito, associado à viscosidade, não implica necessariamente em aquecimento detectável, dado que a energia térmica gerada pode ser rapidamente redistribuída ou evacuada, mantendo o sistema isotérmico em escala global. Ainda assim, trata-se de um processo inerentemente irreversível, responsável pela geração de entropia, conforme impõe a Segunda Lei. Sob a hipótese de que o corpo se mantém a temperatura constante durante o movimento, assume-se que toda a energia mecânica dissipada é absorvida pelo fluido.

O balanço de energia de um sistema fechado (5), em sua forma diferencial, é dado por:

$$dE_{\text{total}} = \delta Q - \delta W_{\text{nc}}, \quad (29)$$

onde dE_{total} é a diferencial exata da energia total do sistema, enquanto δQ e δW_{nc} representam diferenciais não exatas de calor e trabalho não conservativo, respectivamente. Considera-se o sistema isolado, sem trocas de calor nem trabalho útil com o meio externo, de modo que $\delta Q = 0$. O trabalho não conservativo refere-se exclusivamente à dissipação interna de energia mecânica causada pela força de arrasto.

Essa força é modelada de forma geral por (15) em que $b(v) > 0$ garante que a força sempre se oponha ao movimento. A energia dissipada por essa força em um intervalo infinitesimal de tempo é:

$$\delta W_{\text{nc}} = \vec{F}_d \cdot \vec{v} dt = -b(v) v^3 dt, \quad (30)$$

de modo que a taxa de dissipação de energia mecânica é:

$$\dot{E}_{\text{diss}} = b(v) v^3. \quad (31)$$

Como não há aporte de energia externa, essa dissipação implica variação negativa da energia total:

$$\frac{dE_{\text{total}}}{dt} = -\dot{E}_{\text{diss}}. \quad (32)$$

Nesse contexto, aplica-se o Teorema de Gouy–Stodola (13). Para um sistema isolado, sem extração de trabalho útil, tem-se $\dot{W}_{\text{rev}} = 0$, e o termo \dot{W} refere-se ao trabalho dissipativo interno, isto é, ao oposto da taxa de dissipação de energia mecânica: $\dot{W} = -\dot{E}_{\text{diss}}$. Substituindo na equação acima:

$$0 - (-\dot{E}_{\text{diss}}) = T_0 \dot{S}_{\text{gen}} \quad \Rightarrow \quad \dot{E}_{\text{diss}} = T_0 \dot{S}_{\text{gen}}. \quad (33)$$

A Segunda Lei exige $\dot{S}_{\text{gen}} > 0$, o que implica $\dot{E}_{\text{diss}} > 0$, ou seja, a energia total do sistema deve decrescer com o tempo: $\frac{dE_{\text{total}}}{dt} < 0$.

Para um corpo de massa m , sujeito à gravidade efetiva g_{ef} , com velocidade vertical $v(t)$ orientada para baixo, a energia total do sistema é:

$$E_{\text{total}} = \frac{1}{2}mv^2 + mg_{\text{ef}}y, \quad (34)$$

cuja derivada temporal é:

$$\frac{dE_{\text{total}}}{dt} = m v \dot{v} - m g_{\text{ef}} v. \quad (35)$$

Aplicando a condição $\frac{dE_{\text{total}}}{dt} < 0$, imposta pela irreversibilidade, obtém-se a seguinte inequação de admissibilidade termodinâmica:

$$v (\dot{v} - g_{\text{ef}}) < 0. \quad (36)$$

A seguir, apresenta-se uma análise do campo escalar $f(v, \dot{v}) = v(\dot{v} - g_{\text{ef}})$, correspondente à inequação de admissibilidade termodinâmica (36), a partir da qual foram classificadas três regiões do espaço de fases segundo critérios estabelecidos pela Segunda Lei da Termodinâmica, em conjunto com o Teorema de Gouy–Stodola.

Região admissível $f(v, \dot{v}) < 0$: compreende o subconjunto do espaço de fases no qual a aceleração total do corpo (resultante de todas as forças) se opõe à direção do movimento. Nessa região, a energia mecânica decresce ao longo do tempo e a força de arrasto realiza trabalho dissipativo suficiente para garantir geração líquida e positiva de entropia. As trajetórias pertencentes a essa região são fisicamente realizáveis e termodinamicamente admissíveis, pois satisfazem a condição $\dot{S}_{\text{gen}} > 0$ imposta pela Segunda Lei.

Fronteira termodinâmica $f(v, \dot{v}) = 0$: representa o limite entre as trajetórias admissíveis e inadmissíveis. Nessa condição, não há dissipação de energia nem geração de entropia ($\dot{S}_{\text{gen}} = 0$), correspondendo a uma trajetória reversível idealizada. Trata-se de uma situação limite, fisicamente inatingível, mas útil como referência teórica. Soluções reais podem se aproximar dessa fronteira em regimes de dissipação extremamente reduzida.

Região inadmissível $f(v, \dot{v}) > 0$: abrange os pares (v, \dot{v}) em que a aceleração favorece o movimento, implicando aumento da energia mecânica em um sistema isolado. Essa variação positiva contradiz a exigência de dissipação imposta pela Segunda Lei e resulta em uma taxa negativa de geração de entropia ($\dot{S}_{\text{gen}} < 0$). Embora matematicamente válidas no âmbito da equação de movimento, essas trajetórias são fisicamente inviáveis por violarem os princípios fundamentais da Termodinâmica.

A existência dessa região evidencia que a dinâmica clássica, isoladamente, não garante a admissibilidade física das soluções.

A construção do campo de admissibilidade estabelece um vínculo direto entre as condições dinâmicas e os critérios termodinâmicos. A Termodinâmica, ao impor restrições sobre as trajetórias permitidas, enriquece a interpretação da Mecânica Clássica ao delimitar não apenas como os sistemas evoluem, mas também como não podem evoluir. Essa regulação imposta pela Segunda Lei evidencia que, mesmo em sistemas puramente mecânicos, a admissibilidade física das soluções não pode ser garantida apenas pela equação de movimento. É a condição $\dot{S}_{\text{gen}} > 0$ que discrimina entre trajetórias fisicamente possíveis e impossíveis.

Integração Dinâmica–Termodinâmica

A equação de movimento clássica para um corpo de massa m , em queda sob a ação da gravidade efetiva g_{ef} e sujeito a uma força de arrasto linear, é dada por:

$$m\dot{v} = mg_{\text{ef}} - kv, \quad (37)$$

onde k é o coeficiente de arrasto e v é a velocidade orientada para baixo. Substituindo essa equação na condição de admissibilidade termodinâmica:

$$v(\dot{v} - g_{\text{ef}}) < 0, \quad (38)$$

obtém-se:

$$v \left(\frac{1}{m}(mg_{\text{ef}} - kv) - g_{\text{ef}} \right) = -\frac{k}{m}v^2 < 0, \quad (39)$$

o que mostra que a equação de movimento com arrasto linear satisfaz a condição de admissibilidade para todo $v \neq 0$ ⁸. Assim, esse modelo representa uma trajetória irreversível, fisicamente realizável e compatível com a Segunda Lei da Termodinâmica. A fronteira idealizada $v(\dot{v} - g_{\text{ef}}) = 0$, correspondente à ausência de dissipação, define o limite teórico de reversibilidade, atingido apenas no caso de queda livre sem arrasto.

⁸ O mesmo raciocínio vale o arrasto quadrático.

Ressalta-se que, em sistemas reais, a dissipação de energia mecânica pode envolver múltiplos mecanismos, não necessariamente redutíveis a um modelo específico de força de arrasto. Além da resistência oposta ao movimento pelo fluido, podem ocorrer contribuições associadas à deformação interna do corpo, reorganizações microscópicas na estrutura do meio, transferência térmica irreversível (por condução ou convecção), vibrações acopladas ou efeitos de microturbulência.

Nessas condições, a taxa total de dissipação de energia mecânica, \dot{E}_{diss} , pode ser decomposta como:

$$\dot{E}_{\text{diss}} = \vec{F}_d \cdot \vec{v} + \Pi_{\text{extra}}, \quad (40)$$

onde \vec{F}_d representa a força de arrasto geral associada ao escoamento, e $\Pi_{\text{extra}} > 0$ engloba outras fontes dissipativas não modeladas diretamente pela força resistiva.

Aplicando a Primeira Lei da Termodinâmica ao sistema isolado, sob a hipótese de que toda a energia mecânica é dissipada irreversivelmente, tem-se:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = m g_{\text{ef}} v + \vec{F}_d \cdot \vec{v} - \Pi_{\text{extra}}. \quad (41)$$

Utilizando a relação em (15), obtém-se:

$$\vec{F}_d \cdot \vec{v} = -b(v)v^2. \quad (42)$$

Substituindo na equação de energia e dividindo ambos os lados por $v \neq 0$, chega-se à equação de movimento generalizada:

$$m\dot{v} = m g_{\text{ef}} - b(v)v - \frac{\Pi_{\text{extra}}}{v}. \quad (43)$$

Essa equação mostra que a presença de dissipação adicional se traduz por uma desaceleração aumentada do corpo. Mesmo em trajetórias que não correspondem à equação de movimento clássica, a condição de admissibilidade termodinâmica segue satisfeita, desde que $\dot{S}_{\text{gen}} > 0$.

A taxa de geração de entropia é, por sua vez, dada por:

$$\dot{S}_{\text{gen}} = \frac{1}{T_0} (b(v)v^2 + \Pi_{\text{extra}}), \quad (44)$$

sendo T_0 a temperatura do ambiente. Caso a dissipação adicional seja proporcional a v^2 , com constante positiva γ , pode-se escrever:

$$\Pi_{\text{extra}} = \gamma v^2, \quad (45)$$

o que leva à seguinte forma da equação de movimento:

$$m\dot{v} = mg_{\text{ef}} - (b(v) + \gamma)v. \quad (46)$$

Neste caso, a dissipação adicional é incorporada como um termo efetivo no coeficiente total de resistência ao movimento. A equação obtida descreve uma trajetória mais realista em meios dissipativos, compatível com a irreversibilidade exigida pela Segunda Lei da Termodinâmica.

Conclui-se, portanto, que a equação de movimento clássica representa um caso-limite ideal, no qual a dissipação total coincide com o trabalho realizado pela força de arrasto. Já os movimentos reais, influenciados por mecanismos dissipativos adicionais, situam-se mais profundamente no interior da região termodinamicamente admissível.

3 Procedimento Experimental

A fim de investigar a dissipação de energia e a geração de entropia em sistemas mecânicos considerando a ação de processos irreversíveis, foi conduzido um experimento utilizando três corpos com geometrias distintas — uma esfera, um cubo e uma gota — manufacturados em uma impressora 3D e imersos em dois fluidos: água e glicerina. As geometrias impressas foram utilizadas conjuntamente com um corpo de massa adicional, para garantir o movimento descendente no fluido. Os corpos foram soltos do repouso e filmados durante a queda. Utilizando o software *Tracker*, por meio da vídeoanálise, foi possível extrair as curvas da posição em função do tempo, calcular a velocidade terminal e, a partir disso, quantificar a dissipação de energia mecânica e a entropia gerada.

A análise foi dividida em quatro etapas: (i) determinação da velocidade terminal a partir das curvas de posição; (ii) cálculo da energia mecânica ao longo do tempo; (iii) estimativa da entropia gerada com base na potência dissipada e (iv) análise funcional da taxa de geração de entropia em função da velocidade e da geometria do corpo sob o efeito de arraste no fluido.

Caracterização dos Corpos e Preparação Experimental

Foram utilizados três corpos rígidos com diferentes geometrias: uma esfera, uma gota e um cubo. Todos foram projetados área de seção transversal próximas de $4,0 \text{ cm}^2$. Essa uniformidade dimensional foi adotada com o objetivo de isolar a influência da forma geométrica sobre o escoamento e a dissipação de energia, garantindo que diferenças observadas no comportamento dinâmico fossem atribuídas prioritariamente à geometria e não à dimensão frontal. As massas dos corpos foram, respectivamente, 9,67 g para a esfera, 11,87 g para a gota e 16,16 g para o cubo, resultando em densidades de $1,60 \text{ g/cm}^3$, $1,96 \text{ g/cm}^3$ e $2,00 \text{ g/cm}^3$.

Os experimentos foram realizados em dois fluidos distintos — água e glicerina — selecionados por apresentarem viscosidades significativamente diferentes, o que permite analisar a influência da resistência do meio sobre o movimento dos corpos. A temperatura ambiente durante os testes era de aproximadamente 27°C , mantida constante ao longo de todas as medições.

Em cada ensaio, os corpos foram cuidadosamente inseridos no fluido e liberados a partir do repouso, com a queda ocorrendo ao longo de um eixo vertical. A profundidade da coluna de fluido foi

suficiente para garantir que os corpos atingissem o regime permanente de velocidade sem interferência de bordas, fundo ou perturbações externas.

Registro e Vídeoanálise

O movimento de queda dos corpos foi registrado por meio de filmagens realizadas em plano fixo, com um eixo vertical devidamente alinhado ao campo de visão da câmera. As gravações foram analisadas utilizando o software *Tracker*, que permite realizar vídeoanálises com base na marcação quadro a quadro da posição do corpo ao longo do tempo (ver Figura 2).

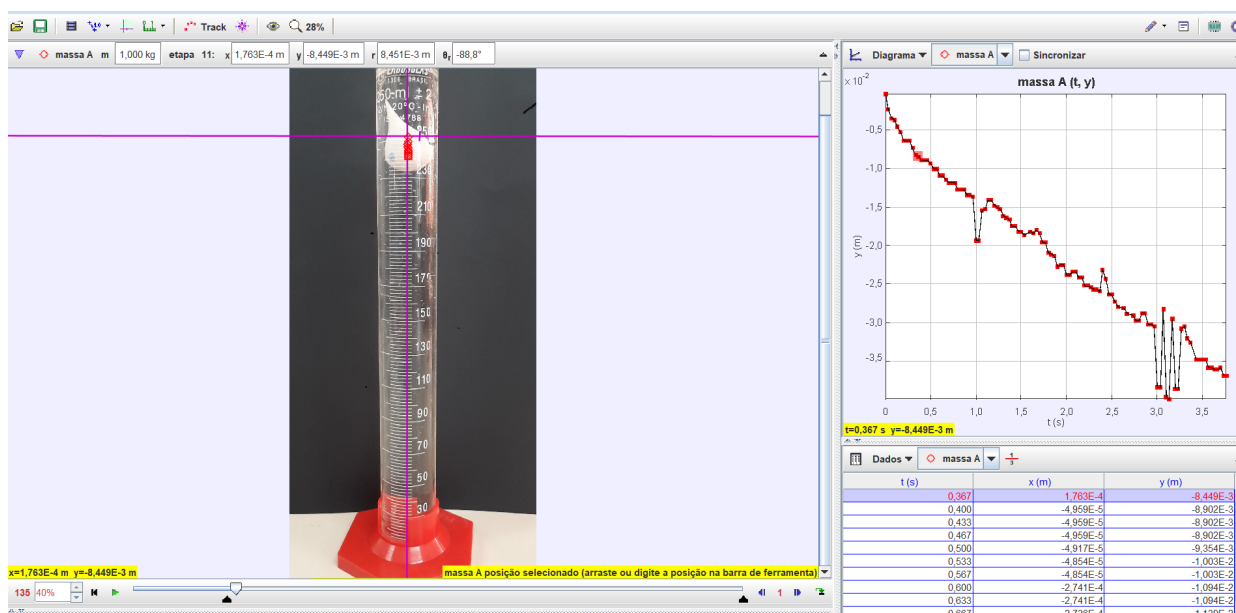


Figura 2 – Interface do software *Tracker* durante a análise do movimento de queda de um corpo em fluido viscoso. À esquerda, observa-se a filmagem com a régua de referência (linha roxa) e o rastreamento da trajetória. À direita, o gráfico $y(t)$ exibe a evolução da posição vertical ao longo do tempo, com os dados obtidos a partir da marcação quadro a quadro.

Fonte: Elaboração própria.

A escala foi calibrada com base na dimensão do corpo de prova, permitindo associar as medidas em pixels às dimensões reais em metros. O sistema de coordenadas adotado foi unidimensional, com a coordenada vertical $y(t)$ representando a posição do centro de massa do corpo ao longo do tempo, medido a partir do topo da coluna de fluido. A marcação foi feita manualmente, quadro a quadro, assegurando que os dados fossem coletados de forma consistente ao longo de toda a trajetória visível. Os números de pontos registrados foram: 34 (esfera), 34 (gota) e 57 (cubo) em água; 420 (esfera), 477 (gota) e 602 (cubo) em glicerina. Os intervalos médios entre pontos foram de 0,033 s na água e

0,035 s na glicerina, com tempos totais de captura variando entre 1,1 s e 16,7 s.

A precisão dos dados obtidos na videoanálise depende da qualidade da filmagem, da taxa de quadros por segundo, da nitidez do contorno dos corpos e da estabilidade do sistema durante a filmagem. Erros de paralaxe, pequenas oscilações no posicionamento do marcador de escala e a dificuldade de identificar com exatidão o centro de massa nas geometrias mais assimétricas (como a gota) são fontes potenciais de incerteza. Apesar dessas limitações, o conjunto de dados obtido é suficientemente robusto para permitir a análise da dissipação de energia e da geração de entropia, conforme será desenvolvido nas próximas seções.

Ajuste das Curvas e Determinação da Velocidade Terminal

A análise teórica do movimento de um corpo imerso em fluido e sujeito a forças dissipativas indica que o regime transiente — durante o qual o corpo ainda está acelerando — pode ter duração extremamente curta, dependendo das propriedades do sistema. Em particular, combinações entre massa reduzida e coeficiente de arrasto elevado levam a uma rápida aproximação da velocidade terminal logo após o início do movimento. No contexto do experimento realizado, tanto no regime de arrasto linear quanto no quadrático, os modelos matemáticos preveem que essa aproximação ocorre em frações de segundo. Como consequência, espera-se que a transição entre os regimes acelerado e uniforme ocorra de forma rápida o suficiente para passar despercebida em medições temporais de baixa resolução. Essa expectativa pode ser quantificada por meio da análise exposta a seguir.

As soluções analíticas apresentadas na equação (22) permitem ainda estimar a rapidez com que o sistema atinge o regime de velocidade terminal (Eq. 23). No caso do arrasto quadrático, por exemplo, a expressão da velocidade tem a forma $v(t) = v_t \tanh(\alpha t)$, em que se identifica o parâmetro

$$\alpha = \sqrt{\frac{b_0 g_{\text{ef}}}{m}}, \quad (47)$$

com dimensões de frequência (s^{-1}), que determina a escala temporal de relaxação do sistema. Sua inversa define a constante de tempo associada à transição dinâmica:

$$\tau = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{m}{b_0 g_{\text{ef}}}}. \quad (48)$$

A constante de tempo τ fornece uma estimativa quantitativa do intervalo necessário para que a velocidade se aproxime de forma significativa do valor terminal. Em particular, no instante $t = \tau$, a velocidade atinge

$$v(\tau) = v_t \tanh(1) \approx 0,76 v_t, \quad (49)$$

ou seja, cerca de 76% da velocidade terminal. Adotando valores aproximados compatíveis com a ordem de grandeza dos parâmetros experimentais (massa $m = 10$ g, volume $V = 4$ cm³ e densidade da água $\rho_f = 1000$ kg/m³), a gravidade efetiva é estimada por $g_{\text{ef}} = g \left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right) = 5,88$ m/s². Com esse valor, e assumindo $b_0 \sim 1$ kg/m, obtém-se $\tau \approx 41,2$ ms, e a velocidade atinge mais de 99% do valor terminal em aproximadamente 110 ms. Isso indica que, em pouco mais de um décimo de segundo após o início do movimento, o sistema já se encontra, na prática, em regime permanente.⁹ O gráfico da Figura 3, construído com base na solução teórica da equação do movimento, ilustra com clareza essa transição extremamente rápida. Uma análise análoga pode ser realizada para o caso de arrasto linear, a partir da exponencial de decaimento presente na equação (22).

Portanto, tanto os dados empíricos quanto a análise teórica apontam para um transiente muito curto, o que justifica a adoção de modelos simplificados — como o regime de velocidade constante — para descrever a fase dominante do movimento dos corpos em queda.

Considerando que, para todos os corpos e fluidos analisados, o movimento observável já se iniciava sob velocidade praticamente constante, adotou-se o regime de equilíbrio dinâmico como hipótese válida ao longo de toda a trajetória registrada. Com isso, evitou-se a aplicação de modelos não lineares do tipo exponencial, uma vez que a fase transiente não pôde ser experimentalmente registrada pela videoanálise. Assim sendo, a determinação da velocidade terminal v_t foi realizada a partir de um ajuste linear sobre a função posição $y(t)$, evitando o ruído amplificado por diferenciação numérica direta.

A partir dos valores de v_t , foram calculados os coeficientes de arrasto b_0 e k utilizando as expressões da velocidade dadas pela equação (23). Como o comportamento do arrasto depende do regime

⁹ Para o caso da glicerina, onde predomina o regime de arrasto linear, aplica-se um procedimento análogo com $\tau = m/k$. Adotando $m = 10$ g, $V = 4$ cm³, $\rho_f = 1260$ kg/m³ e $k = 10$ kg/s, obtém-se $g_{\text{ef}} \approx 4,86$ m/s² e $\tau \approx 1$ ms. Nesse intervalo, a velocidade já atinge aproximadamente 63% de seu valor terminal, indicando uma transição extremamente rápida para o regime permanente.

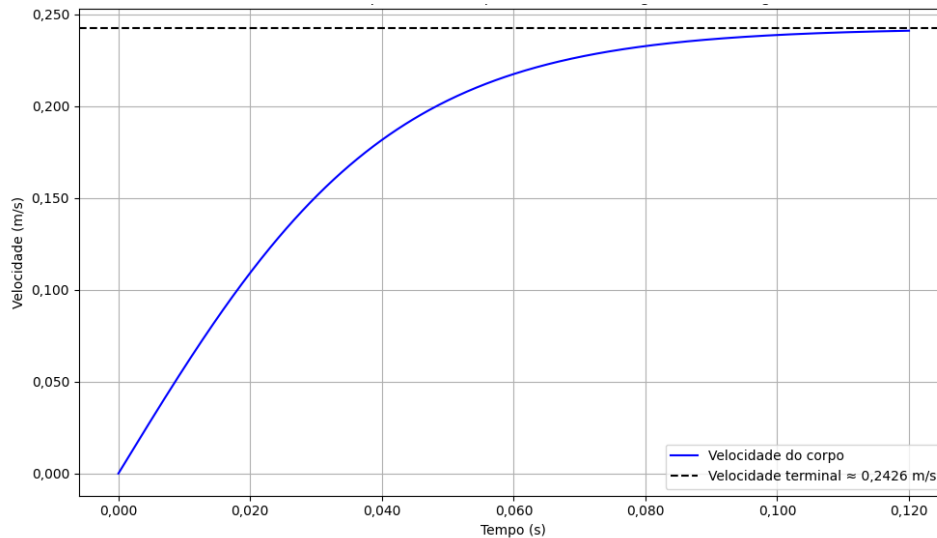


Figura 3 – Curva da velocidade em função do tempo para um corpo de 10 g e volume 4 cm³ em queda na água, sob regime de arrasto quadrático. A velocidade terminal ($v_t \approx 0,2426$ m/s) é atingida de forma assintótica, com uma transição rápida em escala temporal de cerca de 41,2 ms, determinada pela constante de tempo $\tau = 1/\alpha$. A influência do empuxo foi considerada por meio da gravidade efetiva $g_{ef} \approx 5,89$ m/s².

Fonte: Elaboração própria.

de escoamento, foram utilizados dois modelos distintos: o modelo linear para os casos em glicerina e o modelo quadrático para os casos em água. Nos casos com glicerina, os números de Reynolds foram extremamente baixos: $Re \approx 0,24$ para a esfera, $Re \approx 0,20$ para a gota e $Re \approx 0,15$ para o cubo, indicando regime de escoamento laminar altamente viscoso, perfeitamente compatível o modelo linear. Por outro lado, os experimentos em água apresentaram números de Reynolds elevados: $Re \approx 5438$ para a esfera, $Re \approx 5711$ para a gota e $Re \approx 3046$ para o cubo. Esses valores ultrapassam significativamente o limite típico de validade do regime linear (geralmente $Re < 1$), caracterizando claramente a dominância do regime de arrasto quadrático.

A distinção entre os regimes de arrasto utilizados em cada fluido foi essencial para garantir consistência física na modelagem do sistema e será mantida nas análises posteriores de dissipação de energia e geração de entropia. Ressalta-se, contudo, que a adoção do modelo quadrático nos casos com água não resulta em grandes discrepâncias em relação ao modelo linear, uma vez que as velocidades envolvidas são baixas e já correspondem ao regime terminal, o que torna as forças resistivas efetivamente próximas em ambos os modelos.

Cálculo da Energia Mecânica Dissipada

A energia mecânica dissipada durante a queda de cada corpo foi estimada a partir da diferença entre a energia mecânica total no início e no final do movimento. Como a velocidade terminal é atingida muito rapidamente e se mantém praticamente constante ao longo de toda a trajetória observável, assume-se que o sistema evolui de forma irreversível sob a ação das forças dissipativas.

A energia mecânica total do sistema, em função da posição e da velocidade do corpo, é dada por:

$$E_m = mgh + \frac{1}{2}mv^2, \quad (50)$$

sendo h a altura do corpo em relação à referência e v sua velocidade instantânea.

Dado que a velocidade dos corpos é aproximadamente constante, a energia dissipada ao longo da queda foi estimada pela variação da energia mecânica total entre os instantes inicial e final:

$$E_{\text{diss}} = E_{m, \text{ini}} - E_{m, \text{fim}} = mg\Delta h \quad (51)$$

Esse procedimento fornece uma estimativa quantitativa da energia útil dissipada por ação do fluido. A energia dissipada, neste contexto, corresponde à parcela da energia mecânica inicial que não foi convertida em trabalho útil, tendo sido irreversivelmente transformada em desordem térmica no sistema fluido-corpo.

Além disso, foi realizada uma análise da taxa de dissipação de energia — ou seja, da potência dissipada — a partir do ajuste linear das curvas experimentais de $E_m(t)$. Como a energia mecânica decresce aproximadamente de forma linear com o tempo no regime de queda com velocidade terminal, o coeficiente angular da reta ajustada corresponde à taxa média de dissipação de energia:

$$\dot{E}_{\text{diss}} = -\frac{dE_m}{dt}. \quad (52)$$

Essa abordagem permitiu obter, de forma direta e independente, os valores da potência dissipada para cada corpo e fluido, reforçando a consistência dos dados e fornecendo base empírica para o cálculo da geração de entropia.

A taxa de geração de entropia foi determinada a partir das equações (13) e (20). Com base nos valores de b_0 e k previamente calculados para cada corpo e fluido, foi possível estimar a entropia

produzida em cada situação, permitindo uma análise comparativa entre as diferentes geometrias e entre os dois meios utilizados.

4 Resultados e Discussão

Nos ensaios realizados observou-se que, tanto na água quanto na glicerina, os três corpos (esfera, gota e cubo) atingem, em acordo com o esperado, a velocidade terminal logo nos primeiros instantes após o início do movimento. Esse comportamento foi evidenciado pelas curvas $v(t)$ e $y(t)$, que exibem uma evolução linear estável desde o início da trajetória registrada — sinal inequívoco de que a aceleração inicial ocorre em um intervalo de tempo inferior à resolução temporal das medições realizadas. Como consequência, não se observa transição visível entre os regimes acelerado e uniforme, o que inviabiliza a aplicação de ajustes dinâmicos convencionais. O forte amortecimento viscoso dos fluidos, especialmente da glicerina, contribui significativamente para essa dinâmica.

Nas Figuras 4 e 5, os ajustes lineares aos dados de $y(t)$ evidenciam que as inclinações das retas — associadas à velocidade terminal v_t — diferem significativamente entre os dois fluidos analisados. Na água, os valores de v_t situam-se entre 0,15 m/s (cubo) e 0,25 m/s (gota), enquanto na glicerina os valores caem para a faixa de milésimos de metro por segundo, com destaque para o cubo, cuja velocidade terminal é de apenas 0,0017 m/s, cerca de duas ordens de magnitude menor que na água. Os valores apresentados quantificam a influência drástica da viscosidade do meio sobre o comportamento dinâmico dos corpos: enquanto a água possui viscosidade dinâmica próxima de 10^{-3} Pa.s, a glicerina a 27°C apresenta valor superior a 1,4 Pa.s, ou seja, mais de mil vezes maior. Tal contraste implica uma resistência significativamente mais intensa ao movimento, resultando em uma taxa mais elevada de dissipação de energia mecânica — como será demonstrado nas seções subsequentes. A redução observada nos valores de v_t no meio mais viscoso antecipa, portanto, a ocorrência de irreversibilidades intensificadas, diretamente associadas à geração de entropia no sistema fluido–corpo.

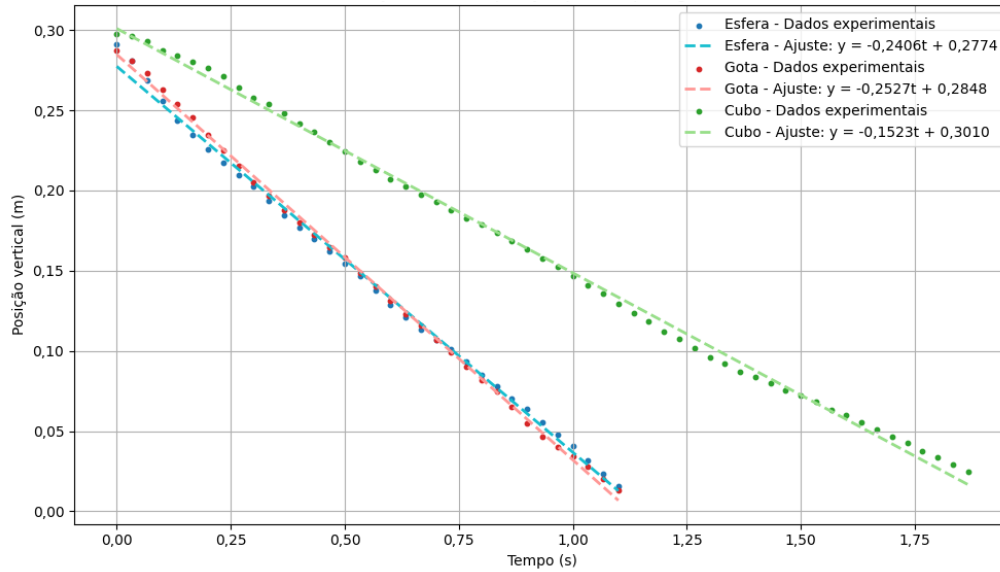


Figura 4 – Ajuste linear da posição vertical em função do tempo para três corpos (esfera, gota e cubo) em meio aquoso. Os dados experimentais foram obtidos por vídeo-análise, e as retas ajustadas indicam a velocidade terminal aproximada de cada corpo, dada pela inclinação negativa de cada curva.

Fonte: Elaboração própria.

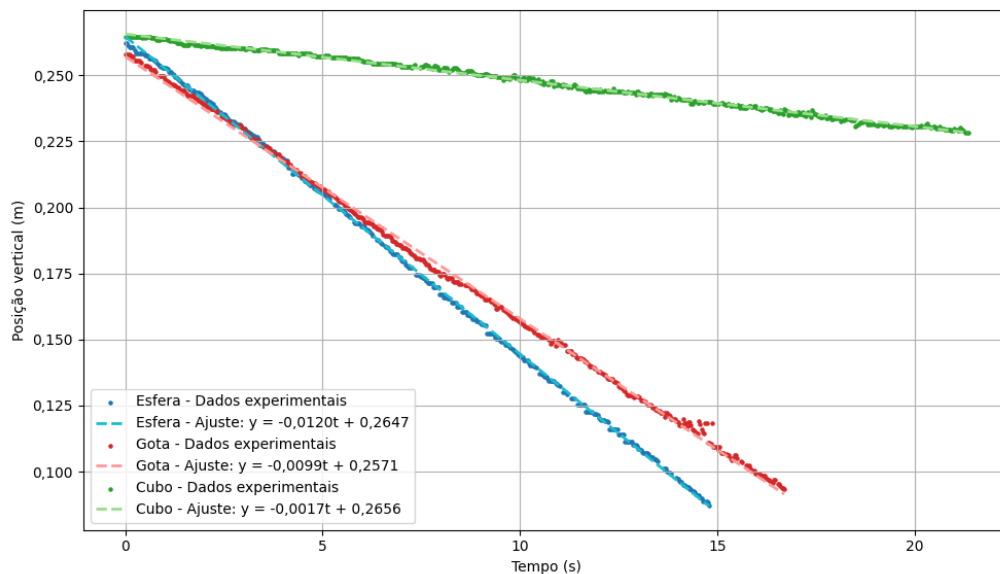


Figura 5 – Ajuste linear da posição vertical em função do tempo para os mesmos corpos em glicerina. Devido à alta viscosidade do meio, todos os corpos apresentam velocidades significativamente menores do que no caso da água.

Fonte: Elaboração própria.

A partir das expressões (23) determinaram-se os coeficientes de resistência dos corpos nos dois meios, considerou-se a densidade da água como $\rho_{\text{água}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ e a densidade da glicerina (a 27°C)

como $\rho_{\text{glicerina}} = 1260 \text{ kg/m}^3$, valores utilizados para estimar a gravidade efetiva g_{ef} corrigida pelo empuxo. Os valores encontrados são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Coeficientes de resistência k (glicerina) e b_0 (água) calculados a partir dos dados experimentais de velocidade terminal.

Corpo	k (kg s^{-1})	b_0 (kg m^{-1})
Esfera	1,72	0,63
Gota	4,27	0,91
Cubo	35,09	3,46

Fonte: Elaboração própria.

Além da comparação entre os fluidos, a análise morfológica das geometrias testadas revela diferenças significativas na interação entre corpo e meio. Em ambos os casos (água e glicerina), o cubo apresentou consistentemente a menor velocidade terminal, evidência de sua alta interação resistiva com o fluido. Tal comportamento decorre da geometria angular do cubo, caracterizada por superfícies planas e arestas abruptas que interrompem a continuidade da superfície e alteram bruscamente as condições de contorno do escoamento. Como resultado, a camada limite separa-se da superfície logo nas regiões de descontinuidade, mesmo em regimes laminares, originando uma esteira com regiões recirculantes e vórtices persistentes de baixa pressão. Esse padrão de escoamento reduz a recuperação da pressão na face posterior do corpo, elevando significativamente a contribuição do arrasto de forma, o que explica, em última instância, a menor velocidade terminal observada experimentalmente.

Em contraste com o cubo, a esfera e a gota apresentam superfícies lisas e contornos suaves, sem descontinuidades geométricas abruptas, o que favorece a adesão do escoamento ao corpo e retarda o início da separação. No caso da esfera, sua simetria radial impõe condições de contorno uniformes ao redor de toda a superfície, conduzindo a uma distribuição de pressão mais equilibrada e à formação de uma esteira mais estreita e menos turbulenta. Como consequência, há menor geração de vorticidade e significativa redução do arrasto de forma, especialmente em regimes laminares — efeito que se manifesta na maior velocidade terminal observada experimentalmente.

A gota, embora não apresente simetria esférica, possui uma morfologia afilada ao longo do eixo axial, caracterizada por um contorno progressivamente estreito na direção do escoamento. Essa configuração alongada impõe menor deflexão às linhas de corrente e reduz o gradiente de pressão adverso

nas regiões posteriores, o que retarda parcialmente a separação do escoamento. Além disso, a distribuição suavemente variada da curvatura ao longo da superfície limita a formação de gradientes transversais acentuados de velocidade, contribuindo para a diminuição do arrasto por cisalhamento — especialmente em fluidos de alta viscosidade, como a glicerina.

Essas diferenças geométricas também se refletem nos valores experimentais obtidos. Em água, a velocidade terminal da gota (0,25 m/s) foi ligeiramente superior à da esfera (0,24 m/s), enquanto na glicerina ocorreu o inverso: a esfera atingiu 0,012 m/s, valor superior ao da gota, 0,001 m/s. Embora essas diferenças sejam numericamente pequenas, especialmente em água, elas sugerem que o desempenho hidrodinâmico relativo entre as geometrias pode depender do regime de escoamento imposto pelo fluido.

A inversão observada entre os meios mostra que a morfologia afilada da gota, frequentemente associada, na literatura, à redução do arrasto de forma em escoamentos externos (HOERNER, 1965), não garantiu, neste caso, desempenho superior em meio altamente viscoso. Um possível fator a ser considerado é a instabilidade observada durante a queda: o eixo de simetria (axial) da gota apresentou oscilações em relação à direção da gravidade (Figura 6). A inclinação oscilatória da gota modifica continuamente a área frontal projetada ao escoamento e a variação angular interfere na organização das linhas de corrente e favorece a separação precoce do escoamento na superfície posterior, o que amplifica a formação de vórtices e aumenta a dissipação associada à esteira, afetando a intensidade da força de arrasto. Ainda que não tenha sido possível quantificar o impacto dessa oscilação, sua ocorrência levanta a hipótese de que pequenas variações na orientação do corpo possam ter influenciado o escoamento e a interação corpo-fluído.

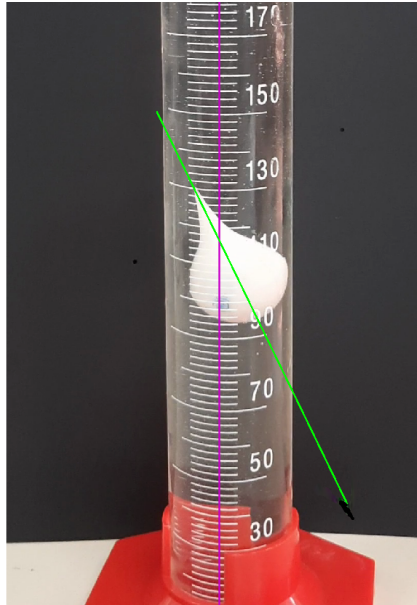


Figura 6 – Instante da queda do corpo com geometria de gota em glicerina, evidenciando a inclinação do eixo de simetria (segmento em verde) em relação à direção da gravidade.

Fonte: Elaboração própria.

Essas observações quantitativas apontam que tanto a viscosidade do fluido quanto a geometria do corpo influenciam de maneira significativa a velocidade terminal alcançada nos ensaios e oferecem um ponto de partida consistente para a análise termodinâmica que se seguirá. Em particular, a aplicação do Teorema de Gouy–Stodola permitirá investigar como as variações nas condições físicas se refletem na geração de entropia, elucidando aspectos da dissipação irreversível de energia associados a cada configuração testada.

Com as informações de posição $y(t)$ e velocidade $v(t)$ ao longo do tempo, foi possível calcular a energia mecânica total $E_m(t)$ de cada corpo em cada fluido a partir da expressão (50). Os resultados obtidos estão representados nas Figuras 7 (água) e 8 (glicerina).

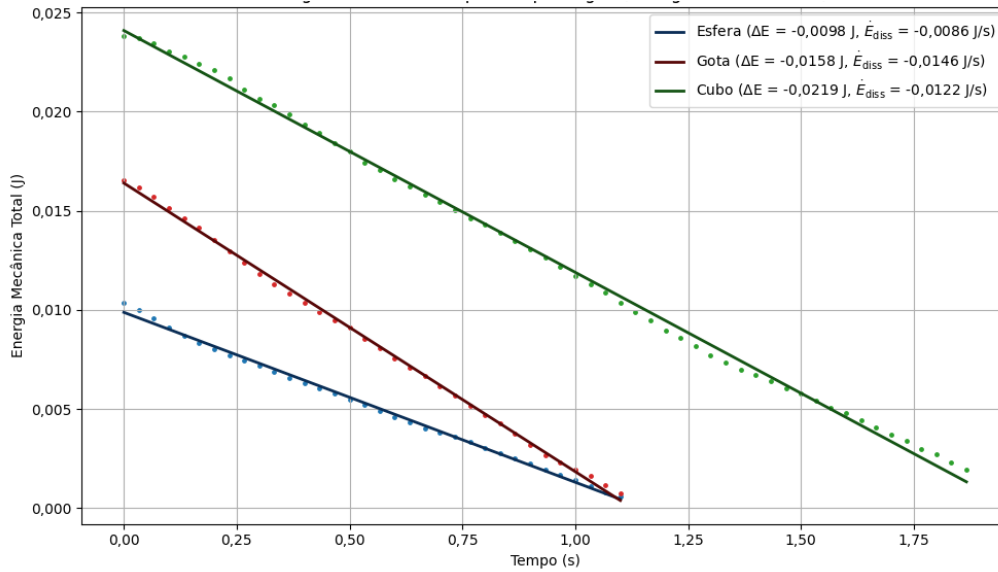


Figura 7 – Energia mecânica total em função do tempo para os três corpos na água. Os pontos representam os dados experimentais obtidos por vídeo-análise, enquanto as linhas correspondem aos ajustes lineares. A inclinação de cada curva ajustada fornece a taxa média de dissipação de energia mecânica (\dot{E}_{diss}), e a diferença entre os extremos indica a energia total dissipada (ΔE) ao longo do percurso observado.

Fonte: Elaboração própria.

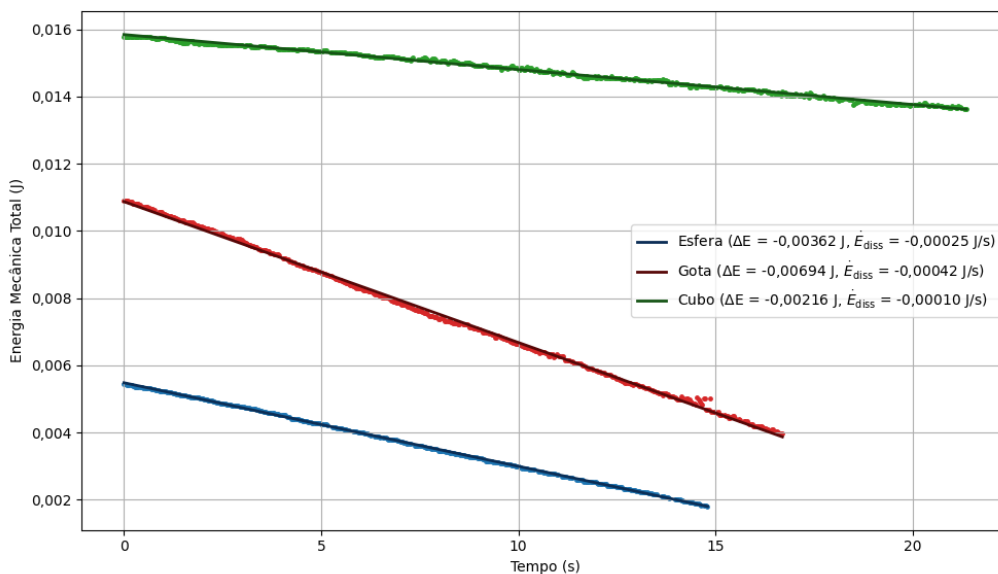


Figura 8 – Energia mecânica total em função do tempo para os três corpos na glicerina. Os pontos representam os dados experimentais obtidos por vídeo-análise, enquanto as linhas correspondem aos ajustes lineares. A inclinação de cada curva ajustada fornece a taxa média de dissipação de energia mecânica (\dot{E}_{diss}), e a diferença entre os extremos indica a energia total dissipada (ΔE) ao longo do percurso observado.

Fonte: Elaboração própria.

A análise integrada da potência média dissipada e da variação total de energia mecânica reforça o

caráter dissipativo do movimento, em concordância com as previsões teóricas da dinâmica de corpos imersos em meios resistivos. Em todos os casos, a energia mecânica total decresce ao longo do tempo, evidenciando a conversão contínua de energia útil em calor por meio do trabalho dissipativo realizado pela força de arrasto.

Em água, as potências médias dissipadas variam de $-8,6 \cdot 10^{-3}$ J/s para a esfera a $-1,46 \cdot 10^{-2}$ J/s para a gota. As variações totais de energia (ΔE) seguem a mesma tendência: $-9,8 \cdot 10^{-3}$ J para a esfera, $-1,58 \cdot 10^{-2}$ J para a gota e $-2,19 \cdot 10^{-2}$ J para o cubo. Embora o cubo não apresente a maior potência média dissipada, seu maior tempo de queda resulta na dissipação acumulada mais elevada. Sua geometria, não aerodinâmica, favorece maior coeficiente de arrasto, ampliando a resistência ao movimento e intensificando a conversão de energia mecânica em calor. Na glicerina, o comportamento é qualitativamente distinto. As potências dissipadas são da ordem de 10^{-4} J/s, refletindo a rápida estabilização do movimento em virtude da alta viscosidade. A gota novamente apresenta a maior dissipação acumulada ($\Delta E = -6,94 \cdot 10^{-3}$ J), seguida pela esfera ($-3,62 \cdot 10^{-3}$ J) e pelo cubo ($-2,16 \cdot 10^{-3}$ J). Apesar de possuir o maior coeficiente de resistência entre os três corpos, o cubo se desloca muito lentamente durante toda a queda, o que limita tanto a taxa quanto o total de energia dissipada.

Esse resultado é particularmente relevante, pois contraria a expectativa baseada no comportamento observado na água. A menor dissipação do cubo em glicerina pode ser explicada por três fatores principais: (i) a velocidade terminal extremamente baixa alcançada pelo cubo nesse meio, que limita tanto a força de arrasto quanto a potência dissipada, uma vez que $P = F_{\text{diss}} \cdot v$, com $F_{\text{diss}} \propto v$ no regime linear; (ii) o fato de que, com tal velocidade reduzida, o escoamento ao redor do corpo permanece laminar e aderente, sem separações significativas ou recirculações que intensificariam os efeitos da geometria; e (iii) o deslocamento do cubo ocorre com velocidade muito baixa durante praticamente toda a trajetória, de modo que a energia mecânica total disponível é pequena e varia pouco ao longo do tempo. Isso implica uma dissipação acumulada reduzida não porque o tempo de movimento seja menor, mas porque o corpo realiza um movimento globalmente lento e com baixo conteúdo energético. Em outras palavras, o regime altamente viscoso da glicerina atenua drasticamente os efeitos morfológicos. A geometria, que em meios menos viscosos como a água amplifica a resistência fluida por meio de instabilidades hidrodinâmicas e zonas de recirculação, perde protagonismo em regimes nos quais o nú-

mero de Reynolds é muito baixo e o escoamento é predominantemente viscoso, aderente e simétrico. A forma do corpo torna-se, portanto, menos determinante do ponto de vista dissipativo, já que não há liberdade suficiente para que o fluido reorganize seu escoamento em torno das descontinuidades superficiais.

Essa distinção entre os comportamentos nos dois fluidos oferece um indicativo experimental claro de que a interação entre viscosidade do meio e geometria do corpo é não linear e regime-dependente. A geometria tem efeito marcante em meios onde o escoamento se desenvolve mais plenamente (como na água), mas sua influência pode se tornar secundária em meios onde a viscosidade domina a dinâmica logo nos instantes iniciais do movimento. Essa análise, ao revelar a estrutura dependente do regime para a dissipação de energia, oferece subsídios fundamentais para a discussão que se segue sobre a geração de entropia. O Teorema de Gouy–Stodola, ao relacionar dissipação de energia útil à produção de entropia, permitirá quantificar como a irreversibilidade se manifesta diferentemente em função da geometria e do meio, tornando evidentes os limites termodinâmicos à idealização de movimentos em sistemas reais.

Uma vez caracterizada a evolução da energia mecânica dos corpos, esta etapa tem como objetivo quantificar a irreversibilidade do processo dissipativo sob uma perspectiva termodinâmica. Para isso, adota-se a taxa de geração de entropia, \dot{S}_{gen} , como medida direta da degradação da energia útil. As Figuras 9 e 10 apresentam a evolução temporal de \dot{S}_{gen} para os três corpos em queda, respectivamente, na água e na glicerina, determinadas a partir das expressões (26) e (27).

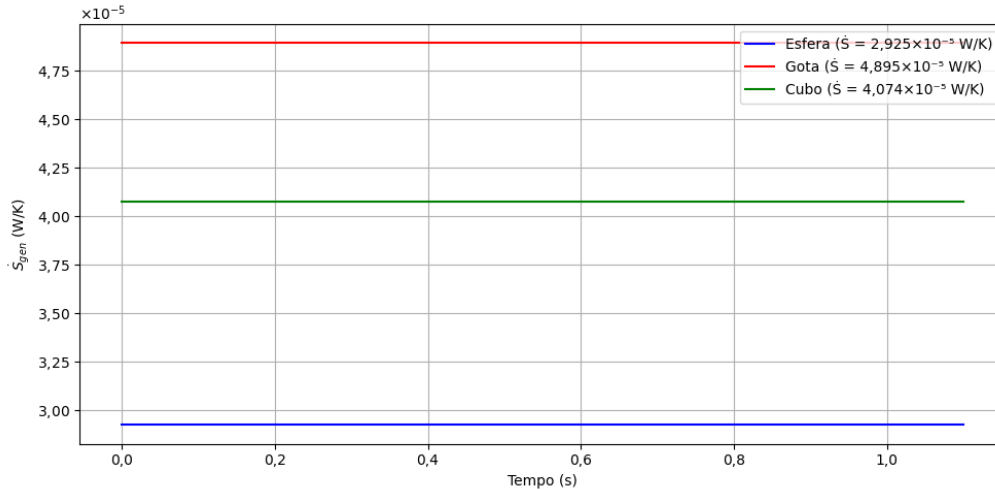


Figura 9 – Taxa de geração de entropia ao longo do tempo para os três corpos em queda na água, considerando modelo de arrasto quadrático e temperatura do reservatório térmico $T = 300$ K.

Fonte: Elaboração própria.

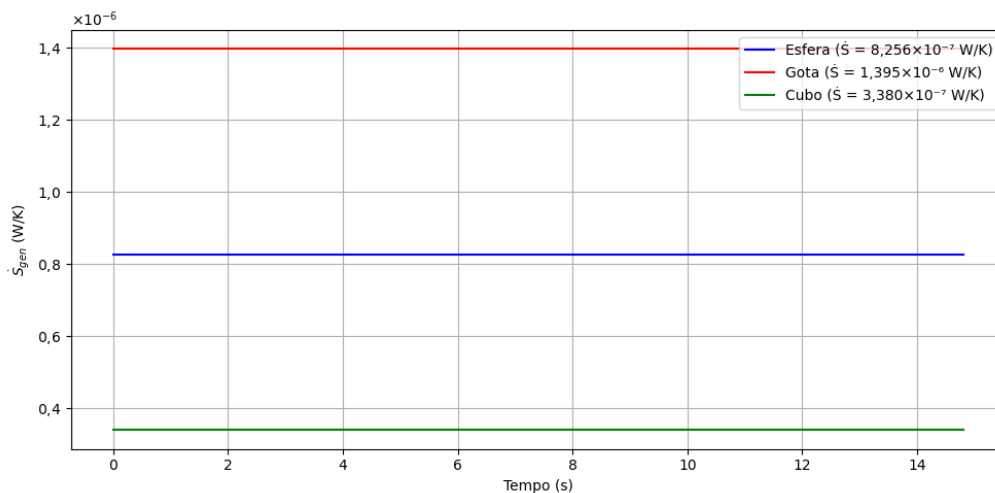


Figura 10 – Taxa de geração de entropia ao longo do tempo para os três corpos em queda na glicerina, considerando modelo de arrasto linear e temperatura do reservatório térmico $T = 300$ K.

Fonte: Elaboração própria.

Em ambos os casos, observa-se que \dot{S}_{gen} tende rapidamente à constância, refletindo o alcance do regime terminal, no qual a dissipação de energia se estabiliza. Nesse regime, a taxa de geração de entropia depende do produto entre o coeficiente de resistência e uma potência da velocidade terminal: $\dot{S}_{gen} = \frac{b_0 v_t^3}{T}$ na água (arrasto quadrático) e $\dot{S}_{gen} = \frac{k v_t^2}{T}$ na glicerina (arrasto linear). Essa relação explica por que, mesmo com o maior coeficiente de resistência, o cubo apresenta uma taxa terminal inferior à da gota em ambos os fluidos. Na água, a gota apresenta a maior taxa de geração de entropia no regime

terminal, com $\dot{S}_{\text{gen}} = 4,9 \cdot 10^{-5} \text{ W/K}$, seguida pelo cubo ($4,0 \cdot 10^{-5} \text{ W/K}$) e pela esfera ($2,9 \cdot 10^{-5} \text{ W/K}$). Já na glicerina, a ordem se mantém: a gota registra $1,4 \cdot 10^{-6} \text{ W/K}$, a esfera $8,2 \cdot 10^{-7} \text{ W/K}$ e o cubo $3,4 \cdot 10^{-7} \text{ W/K}$.

Esses resultados reforçam que a magnitude de \dot{S}_{gen} é fortemente modulada pela velocidade terminal: corpos com menor resistência e maior mobilidade tendem a dissipar mais energia útil por unidade de tempo. A concordância entre os valores de \dot{E}_{diss} e $T\dot{S}_{\text{gen}}$, que pode ser verificada na Tabela ??, é naturalmente esperada, dado que essas grandezas se relacionam diretamente por meio do Teorema de Gouy–Stodola. No entanto, essa correspondência formal entre a potência dissipada e o produto $T_0\dot{S}_{\text{gen}}$ não representa uma simples redundância matemática. Trata-se, na verdade, de uma relação fundamental que viabiliza a quantificação da entropia gerada em sistemas mecânicos dissipativos a partir de dados observáveis, como a velocidade do corpo e o coeficiente de arrasto.

Assim, a relevância da abordagem reside menos na verificação da igualdade entre grandezas formalmente relacionadas, e mais na possibilidade de se atribuir, de forma operacional e concreta, um valor físico à entropia gerada — grandeza geralmente associada a sistemas termodinâmicos convencionais e, com frequência, tratada de maneira abstrata no contexto do ensino e da mecânica clássica. A formulação utilizada, portanto, estabelece um caminho acessível para aplicar os princípios da Segunda Lei da Termodinâmica à descrição quantitativa de processos irreversíveis em sistemas não-térmicos.

A análise evidencia que a geração de entropia em processos mecânicos resistivos depende da interação entre três fatores fundamentais: (i) o coeficiente de resistência (b_0 ou k), determinado em grande parte pela geometria do corpo; (ii) a velocidade terminal v_t , que depende da densidade relativa e do meio fluido; e (iii) o tempo de permanência no regime terminal. A compreensão integrada desses elementos é essencial para caracterizar quantitativamente a irreversibilidade em sistemas dissipativos de natureza mecânica.

As Figuras 11 e 12 apresentam a evolução temporal da entropia acumulada $S(t)$ obtida a partir da relação (28), para os três corpos em queda na água e na glicerina. Em ambos os casos, observa-se crescimento aproximadamente linear após o início do regime terminal, refletindo a constância da taxa \dot{S}_{gen} discutida anteriormente.

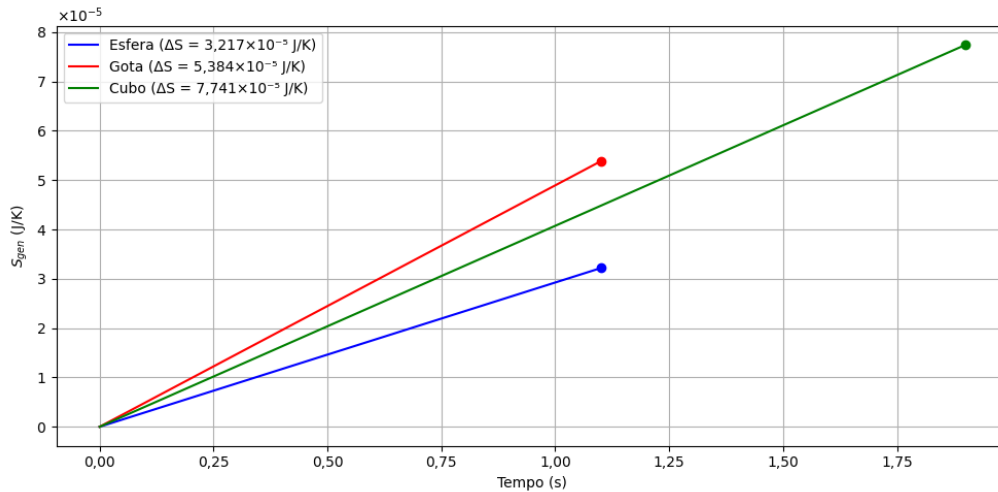


Figura 11 – Entropia acumulada ao longo do tempo para os três corpos em queda na água, considerando arrasto quadrático (b_0) e temperatura do reservatório térmico de $T = 300 \text{ K}$.

Fonte: Elaboração própria.

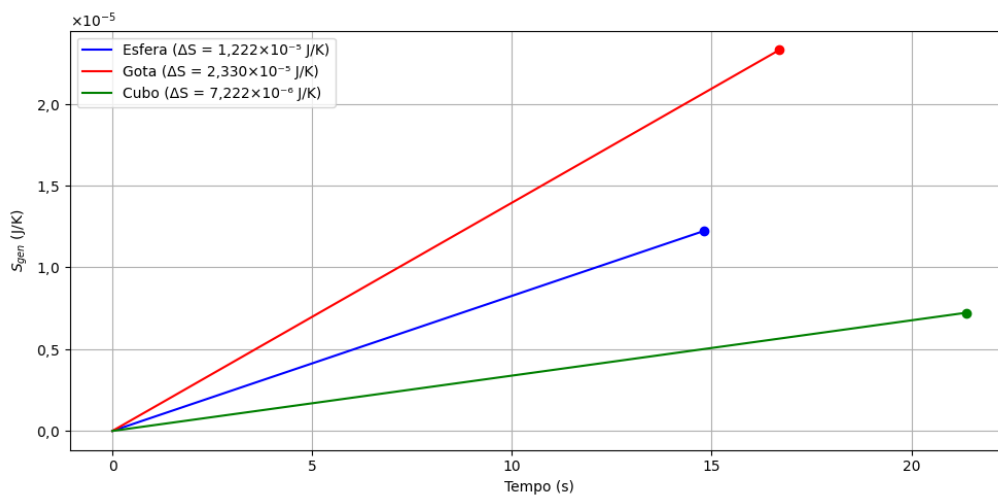


Figura 12 – Entropia acumulada ao longo do tempo para os três corpos em queda na glicerina, considerando arrasto linear (k) e temperatura do reservatório térmico de $T = 300 \text{ K}$.

Fonte: Elaboração própria.

Os dados indicam que o corpo que mais acumula entropia varia conforme o meio. Na água, o cubo apresenta o maior valor de entropia gerada ao final da trajetória, com $\Delta S_{gen} = 7,7 \cdot 10^{-5} \text{ J/K}$, seguido pela gota ($5,4 \cdot 10^{-5} \text{ J/K}$) e pela esfera ($3,2 \cdot 10^{-5} \text{ J/K}$). Já na glicerina, a ordem se inverte: a gota acumula mais entropia ($2,3 \cdot 10^{-5} \text{ J/K}$), seguida pela esfera ($1,2 \cdot 10^{-5} \text{ J/K}$) e, por fim, o cubo, com $7,2 \cdot 10^{-6} \text{ J/K}$.

Embora o cubo possua o maior coeficiente de resistência (b_0 na água e k na glicerina), sua velocidade terminal extremamente baixa em glicerina limita a potência dissipada, resultando em menor entropia acumulada. Em água, no entanto, o tempo de queda mais longo e a forma cúbica da dissipação ($b_0 v_t^3$) compensam parcialmente a baixa mobilidade, fazendo com que o cubo supere os demais na dissipação total.

A entropia acumulada depende, portanto, da combinação entre o coeficiente de resistência, a velocidade terminal e o tempo de exposição ao regime dissipativo. Na água, a forma funcional cúbica da dissipação amplifica o impacto da velocidade, enquanto na glicerina a dependência quadrática atenua esse efeito, embora ainda preserve a velocidade como fator dominante.

Mais do que um indicador da irreversibilidade, a entropia acumulada quantifica objetivamente a degradação da energia útil. O Teorema de Gouy–Stodola permite traduzir os dados experimentais em termos termodinâmicos, estabelecendo uma ponte formal entre a dissipação mecânica e a produção entrópica. Assim, a entropia gerada atua como medida do “custo entrópico” do movimento: quanto maior sua magnitude, maior a parcela de energia ordenada convertida em calor irreversível — uma leitura que supera a análise puramente energética ao incorporar a qualidade da energia dissipada.

Para associar cada regime de escoamento à respectiva expressão funcional da taxa de geração de entropia, adota-se as expressões (26) e (27). A partir das quais foram traçadas as curvas de $\dot{S}_{\text{gen}}(v)$ para os três corpos, utilizando os coeficientes k e b_0 obtidos experimentalmente com base nas velocidades terminais. A temperatura do fluido foi mantida constante em $T_0 = 300$ K. Os resultados são apresentados nas Figuras 13 (água) e 14 (glicerina).

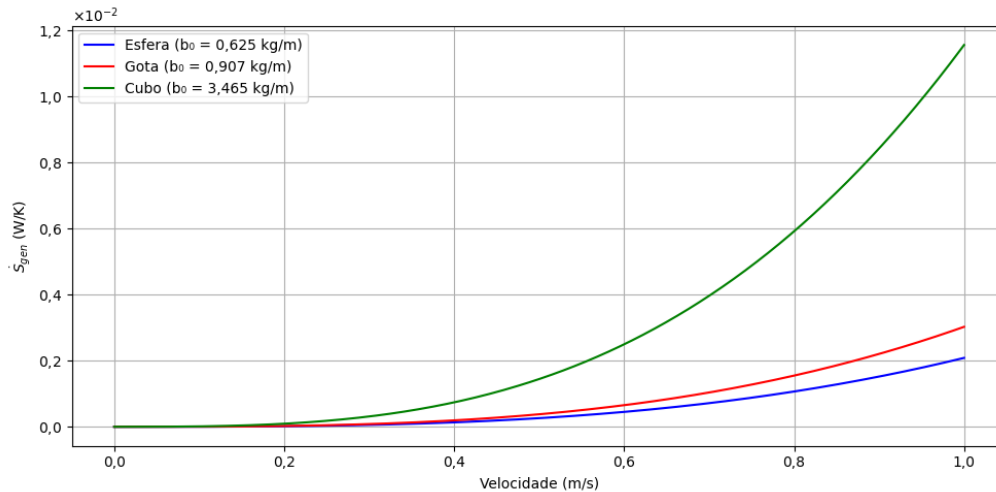


Figura 13 – Taxa de geração de entropia em função da velocidade para os três corpos em queda na água (regime de arrasto quadrático, coeficiente b_0).

Fonte: Elaboração própria.

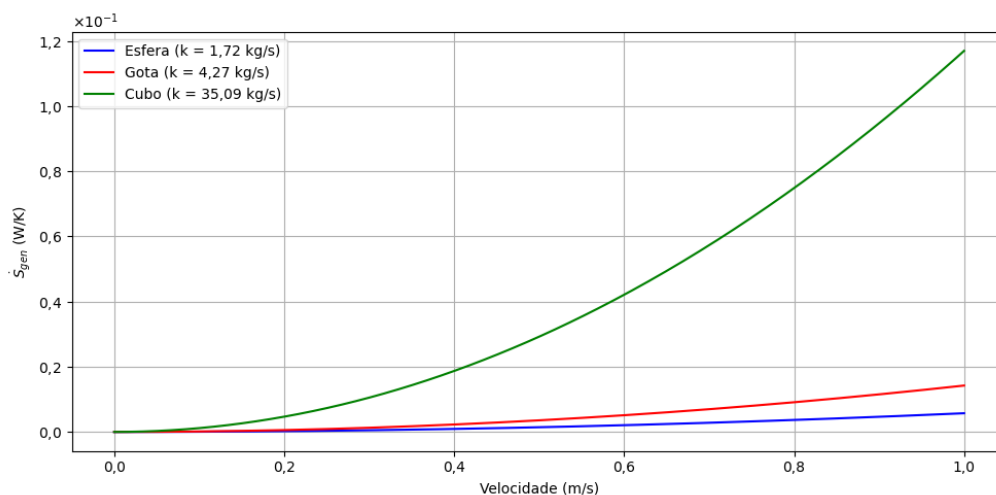


Figura 14 – Taxa de geração de entropia em função da velocidade para os três corpos em queda na glicerina (regime de arrasto linear, coeficiente k).

Fonte: Elaboração própria.

As curvas obtidas revelam as distintas dependências funcionais da taxa de geração de entropia com a velocidade: cúbica na água e quadrática na glicerina. Em ambos os casos, os coeficientes b_0 e k atuam como fatores multiplicativos diretos. Assim, para uma mesma velocidade, corpos com maior coeficiente de resistência apresentam maior dissipação entrópica. Na água, os valores mais baixos de b_0 resultam em curvas com magnitudes relativamente menores e menor separação entre os corpos. Na glicerina, por outro lado, os altos valores de k , resultantes da elevada viscosidade e

da geometria dos corpos, ampliam significativamente a taxa de dissipação, mesmo em velocidades modestas, aumentando a dispersão entre as curvas.

Esse comportamento reforça a ideia de que a geometria influencia diretamente a intensidade das irreversibilidades mecânicas por meio do coeficiente de resistência, e que esse efeito é particularmente acentuado em meios altamente viscosos. A abordagem funcional adotada, portanto, complementa a análise experimental e fornece um arcabouço generalizável para a caracterização entrópica de sistemas resistivos em regime terminal.

5 Considerações Finais

A análise desenvolvida ao longo deste trabalho buscou investigar, de forma integrada, a relação entre dissipação mecânica e geração de entropia em sistemas simples compostos por corpos em queda imersos em fluidos. A partir de dados experimentais obtidos por vídeo-análise, foram estimadas as perdas de energia mecânica e examinadas, sob a perspectiva do Teorema de Gouy–Stodola, as taxas de geração de entropia associadas ao movimento resistivo dos corpos.

Nesse contexto, o teorema foi empregado como uma ferramenta conceitual para aproximar a potência dissipada da taxa de geração de entropia em regime terminal. Essa abordagem permitiu discutir, em termos termodinâmicos, como a geometria dos corpos e as propriedades dos fluidos influenciam o grau de irreversibilidade associado ao processo. Embora os resultados numéricos estejam de acordo com expectativas qualitativas — como a maior geração de entropia acumulada por corpos com maior velocidade terminal e maior tempo de queda —, o valor do estudo reside principalmente na possibilidade de aplicar de forma clara e mensurável o conceito de entropia a um sistema dinâmico clássico. Ao operacionalizar o cálculo entrópico em um contexto mecânico concreto, o trabalho contribui para reduzir o grau de abstração que frequentemente envolve essa grandeza.

Os resultados obtidos sugerem que a formulação termodinâmica pode contribuir para a análise de fenômenos mecânicos irreversíveis, mesmo em sistemas nos quais não há transferência de calor evidente. Embora restrito a um conjunto limitado de condições experimentais e modelos simplificados, o estudo indica que a descrição entrópica fornece critérios adicionais para a interpretação de movimentos resistivos, complementando a análise puramente mecânica.

É importante reconhecer as limitações do modelo adotado. Considerou-se um regime de escoamento laminar, desprezando-se efeitos térmicos, deformações geométricas, rotação e transições para turbulência. As propriedades dos fluidos foram assumidas constantes, e os corpos tratados como rígidos e homogêneos. Essas simplificações foram adotadas com o objetivo de tornar a abordagem compatível com os dados disponíveis e com o escopo do estudo.

Como desdobramento, trabalhos futuros podem empregar simulações numéricas baseadas em fluidodinâmica computacional (CFD) para obter uma descrição mais precisa dos campos de escoamento e das distribuições locais de dissipação em torno dos corpos. Essa abordagem permitiria uma validação

cruzada do modelo adotado, ao comparar diretamente as estimativas globais de dissipação e geração de entropia obtidas experimentalmente com os resultados locais fornecidos pelas simulações. Além disso, a formulação adotada neste trabalho pode ser estendida à análise de outros sistemas físicos irreversíveis. Tal generalização pode abranger, por exemplo, para além de sistemas mecânicos, sistemas eletromagnéticos e astrofísicos. A ampliação desse enfoque permitiria investigar até que ponto a irreversibilidade, formalizada como geração de entropia, pode constituir um princípio unificador na descrição quantitativa de diferentes mecanismos dissipativos em física.

Tabela 2 – Resumo dos parâmetros físicos e taxas de dissipação e geração de entropia para os corpos em cada fluido

Corpo	Fluido	Massa (kg)	Volume (m ³)	Dimensão	Área (m ²)	v_t (m/s)	k ou b_0 (kg/s)	P_{diss} (W)	\dot{S}_{gen} (W/K)	$T \cdot \dot{S}_{gen}$ (W)
Esfera	Água	0,00967	$6,0 \cdot 10^{-6}$	$r = 0,0113$	$4,01 \cdot 10^{-4}$	0,24	0,63	0,0086	$2,90 \cdot 10^{-5}$	0,0087
	Gota	0,01187	$6,0 \cdot 10^{-6}$	$r = 0,0113$	$4,01 \cdot 10^{-4}$	0,24	0,91	0,0146	$4,90 \cdot 10^{-5}$	0,0147
	Cubo	0,01616	$8,0 \cdot 10^{-6}$	$L = 0,0200$	$4,00 \cdot 10^{-4}$	0,15	3,46	0,0122	$4,00 \cdot 10^{-5}$	0,0120
Esfera	Glicerina	0,00967	$6,0 \cdot 10^{-6}$	$r = 0,0113$	$4,01 \cdot 10^{-4}$	0,012	1,72	0,00025	$8,25 \cdot 10^{-7}$	0,000247
	Gota	0,01187	$6,0 \cdot 10^{-6}$	$r = 0,0113$	$4,01 \cdot 10^{-4}$	0,015	4,27	0,00042	$1,40 \cdot 10^{-6}$	0,000420
	Cubo	0,01616	$8,0 \cdot 10^{-6}$	$L = 0,0200$	$4,00 \cdot 10^{-4}$	0,005	35,09	0,00010	$3,38 \cdot 10^{-7}$	0,000101

Fonte: Elaboração própria com base nos dados experimentais.

Referências

BEJAN, Adrian. **Advanced Engineering Thermodynamics**. 4th. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2016.

CALLEN, Herbert B. **Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics**. 2nd. New York: John Wiley & Sons, 1985.

ÇENGEL, Yunus A. Rethinking Exergy: A new perspective on energy quality. In:

ÇENGEL, Yunus A.; BOLES, Michael A. (Ed.). **Thermodynamics: An Engineering Approach**. 8th. New York: McGraw-Hill Education, 2015. Seção sobre exergia e análise da qualidade da energia. cap. 8.

ÇENGEL, Yunus A.; BOLES, Michael A. **Thermodynamics: An Engineering Approach**. 8th. New York: McGraw-Hill Education, 2015.

GOUY, Louis Georges. Sur l'énergie utilisable. **Journal de Physique Théorique et Appliquée**, v. 8, p. 501–518, 1889.

GYFTOPOULOS, Elias P. Thermodynamics: Generalized Available Energy and Availability or Exergy. In: BAKSHI, Bhavik R.; GUTOWSKI, Timothy G.; SEKULIC, Dusan P. (Ed.).

Thermodynamics and the Destruction of Resources. [S.l.]: Cambridge University Press, 2011.

P. 15–31. Disponível em:

<<https://elias-gyftopoulos-memorial-collection.unibs.it/EPGyftopoulos-papers/p120-Gyftopoulos-inBakshiGutowskiSekilic-15-2011.pdf>>.

GYFTOPOULOS, Elias P.; BERETTA, Gian Paolo. **Thermodynamics: Foundations and Applications**. Mineola, NY: Dover Publications, 2005.

HATSOPOULOS, G. N.; KEENAN, J. H. **Principles of General Thermodynamics**. New York: Wiley, 1965.

HECHT, Eugene. Understanding energy as a subtle concept: A model for teaching and learning energy. **American Journal of Physics**, American Association of Physics Teachers, v. 87, n. 7, p. 495–501, 2019. DOI: 10.1119/1.5109863. Disponível em:

<<https://doi.org/10.1119/1.5109863>>.

HOERNER, Sighard F. **Fluid Dynamic Drag: Practical Information on Aerodynamic Drag and Hydrodynamic Resistance**. 2nd. Bricktown, NJ: Hoerner Fluid Dynamics, 1965.

LIEB, Elliott H.; YNGVASON, Jakob. The Physics and Mathematics of the Second Law of Thermodynamics. **Physics Reports**, v. 310, n. 1, p. 1–96, 1999. DOI: 10.1016/S0370-1573(98)00082-9.

LONGARESI, R. H.; CAMPOS, S. D. Evaluating the Gouy–Stodola Theorem in Classical Mechanic Systems: A Study of Entropy Generation. **The Physics Educator**, ?, ?, p. –, 2022. Published also in The Physics Educator. DOI: 10.1142/S2661339522500184. arXiv: 2206.09715 [physics.ed-ph]. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/2206.09715>>.

MORAN, Michael J.; SHAPIRO, Howard N. **Fundamentals of Engineering Thermodynamics**. 7th. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2010.

MORUS, Iwan Rhys. **When Physics Became King**. Chicago: University of Chicago Press, 2005. P. 65, 154.

MÜLLER, Ingo. **A History of Thermodynamics: The Doctrine of Energy and Entropy**. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007. ISBN 978-3-540-46225-5. DOI: 10.1007/978-3-540-46226-2. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/978-3-540-46226-2>>.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física Básica, Volume 2: Termodinâmica, Óptica e Ondas**. 5. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2008.

POTTER, Merle C.; WIGGERT, David C. **Mecânica dos Fluidos**. 3. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013. Tradução da 3ª edição norte-americana.

SEARS, Francis W.; SALINGER, Gerhard L. **Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics**. 3rd. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1975.

STERN, Robert. From the Eighteenth to the Nineteenth Century. In: NINETEENTH-CENTURY Philosophy. [S.l.]: Routledge Encyclopedia of Philosophy, Taylor e Francis, 1998. Copyright © 1998–2024 Routledge. The “revolution” in physics of the early Nineteenth century revisited in the context of science-and-society interaction. DOI: 10.4324/9780415249126-DC100-1. Disponível

em: <<https://www.rep.routledge.com/articles/overview/nineteenthcentury-philosophy/v-1/sections/from-the-eighteenth-to-the-nineteenth-century>>.

STODOLA, Aurel. **Steam Turbines: With an Appendix on Gas Turbines and the Future of Heat Engines**. Revised ed. New York / Moscow: Ripol Classic / D. Van Nostrand Co., 1905. Tradução da edição original de 1903 (Die Dampfturbine). ISBN 9785876909770.

ZEMANSKY, Mark W.; DITTMAN, Richard H. **Heat and Thermodynamics**. 7th. New York: McGraw-Hill, 1997.

ZOHURI, Bahman; MCDANIEL, Patrick; NEZAM, Ziba Zibandeh. Fundamentals of Second Law Energy Analysis. **Energy Reports**, v. 6, p. 129–144, 2020. DOI: 10.1016/j.egyr.2019.08.028. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.egyr.2019.08.028>>.