

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEMEC - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PAULO EDUARDO BLANCO ACORINTE

**OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE UM DISCO DE FREIO PARA UM
VEÍCULO FÓRMULA SAE.**

SÃO CARLOS
2025

PAULO EDUARDO BLANCO ACORINTE

**OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE UM DISCO DE FREIO PARA UM
VEÍCULO FÓRMULA SAE.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao DEMec -
Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade
Federal de São Carlos, para obtenção do título de Bacharel
em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Tácito Malavolta

SÃO CARLOS
2025



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA - CCEMec/CCET
Rod. Washington Luís km 235 - SP-310, s/n - Bairro Monjolinho, São Carlos/SP, CEP 13565-905
Telefone: (16) 33519703 - <http://www.ufscar.br>

DP-TCC-FA nº 3/2025/CCEMec/CCET

Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso
Folha Aprovação (GDP-TCC-FA)

FOLHA DE APROVAÇÃO

PAULO EDUARDO BLANCO ACORINTE

OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE UM DISCO DE FREIO PARA UM VEÍCULO FÓRMULA SAE

Trabalho de Conclusão de Curso

Universidade Federal de São Carlos – Campus São Carlos

São Carlos, 25 de fevereiro de 2025

ASSINATURAS E CIÊNCIAS

Cargo/Função	Nome Completo
Orientador	Alexandre Tácito Malavolta
Membro da Banca 1	João Gustavo Pereira da Silva
Membro da Banca 2	Alexandre de Oliveira Dias



Documento assinado eletronicamente por **Alexandre Tácito Malavolta, Docente**, em 25/02/2025, às 15:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **João Gustavo Pereira da Silva, Docente**, em 25/02/2025, às 15:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Alexandre de Oliveira Dias, Professor(a) do Ensino Superior**, em 25/02/2025, às 15:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufscar.br/autenticacao>, informando o código verificador **1742026** e o código CRC **70E88C5C**.

Referência: Caso responda a este documento, indicar expressamente o Processo nº 23112.003782/2025-33

SEI nº 1742026

Modelo de Documento: Grad: Defesa TCC: Folha Aprovação, versão de 02/Agosto/2019

Dedico este trabalho à minha família, especialmente aos meus pais e à minha companheira, que sempre me apoiaram e incentivaram ao longo desta jornada.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, pela força, sabedoria e perseverança que me sustentaram ao longo desta caminhada, mesmo nos momentos mais desafiadores.

Agradeço à minha família como um todo, que sempre esteve presente em minha vida com amor, apoio e inspiração. Aos meus pais, Paulo e Jane, meu eterno agradecimento pelo amor incondicional, pelos ensinamentos de vida e pelo suporte constante em cada decisão e conquista. Vocês são minha base e minha maior motivação.

À minha namorada, Maira, que com paciência, carinho e palavras de encorajamento esteve ao meu lado em todos os momentos. Sua presença foi fundamental para que eu me mantivesse focado e confiante ao longo dessa jornada.

Aos meus amigos, que trouxeram leveza, boas risadas e apoio incondicional durante os desafios dessa caminhada. A parceria de vocês tornou este percurso muito mais significativo e especial.

Aos professores, em especial do DEMec, que não apenas compartilharam conhecimento, mas também transmitiram valores e inspiração, contribuindo para minha formação acadêmica e pessoal.

Um agradecimento especial ao meu professor orientador, cuja paciência, dedicação e orientações foram indispensáveis para a realização deste trabalho. Obrigado por acreditar no meu potencial e guiar cada etapa deste projeto.

Por fim, sou grato ao projeto de extensão Dínamo, que me proporcionou uma vivência prática enriquecedora, sendo uma experiência marcante em meu crescimento acadêmico e profissional.

A todos que, de alguma forma, fizeram parte dessa trajetória, meu mais sincero agradecimento.

"Nós somos do tamanho dos nossos pensamentos, não importa de onde você é, de onde você veio e qual cidade você nasceu."

Abel Ferreira

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo a aplicação da otimização topológica no projeto de um disco de freio para um veículo Fórmula SAE, visando reduzir sua massa sem comprometer a integridade estrutural e o desempenho térmico. Inicialmente, foi realizada uma análise da dinâmica veicular durante o processo de frenagem, considerando a conversão da energia mecânica em energia térmica e os impactos dessa conversão na estrutura do disco. A modelagem matemática do comportamento térmico foi conduzida utilizando o método da capacitância global, permitindo estimar a evolução da temperatura ao longo do tempo. A metodologia adotada envolveu a criação de modelos estruturais do disco de freio no software ANSYS, onde foram aplicadas condições de contorno com base no Brake Test da Fórmula SAE. A partir das análises realizadas, foi possível identificar regiões críticas de tensões e propor uma redistribuição de material sem comprometer a resistência do componente. Os resultados demonstraram que, com a otimização, foi possível reduzir até 21,71% da massa total do disco, mantendo a tensão máxima abaixo do limite de escoamento do material escolhido, o aço 1045. Além disso, a análise comparativa entre os modelos antes e depois da otimização indicou uma melhoria na eficiência energética do veículo como um todo, com uma redução do momento de inércia de massa do disco, além da própria redução de massa. Conclui-se, portanto, que a otimização topológica é uma ferramenta eficaz para o desenvolvimento de componentes automotivos mais leves e eficientes.

Palavras-chave: Otimização topológica; Disco de freio; Análise estrutural; Fórmula SAE; Redução de massa.

ABSTRACT

This work aims to apply topology optimization in the design of a brake disc for a Formula SAE vehicle, seeking to reduce its mass without compromising structural integrity and thermal performance. Initially, a vehicle dynamics analysis was conducted during the braking process, considering the conversion of mechanical energy into thermal energy and its impact on the disc structure. The mathematical modeling of thermal behavior was carried out using the lumped capacitance method, allowing the estimation of temperature evolution over time. The adopted methodology involved creating structural models of the brake disc in ANSYS software, where boundary conditions were applied based on the Formula SAE Brake Test. From the analyses performed, it was possible to identify critical stress regions and propose a material redistribution without compromising the component's strength. The results showed that the optimization led to a mass reduction of up to 21.71% while keeping the maximum stress below the yield strength of the chosen material, AISI 1045 steel. Furthermore, a comparative analysis between the models before and after optimization indicated an improvement in the overall energy efficiency of the vehicle, with a reduction in the mass moment of inertia of the disc, in addition to the mass reduction itself. It is concluded, therefore, that topology optimization is an effective tool for developing lighter and more efficient automotive components.

Keywords: Topological optimization; Brake disc; Structural analysis; Formula SAE; Mass reduction.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Competição da Fórmula SAE	18
Figura 2 – Imagem de um disco de freio	20
Figura 3 – Ilustração de alguns dos tipos de disco de freio	22
Figura 4 – Ilustração de discos com flange	23
Figura 5 – Relação da difusividade térmica com a quantidade de carbono	24
Figura 6 – Disco com tricas devido a fadiga térmica	25
Figura 7 – Relação do titânio com o coeficiente de atrito	26
Figura 8 – Diagrama de corpo livre do problema	27
Figura 9 – Diagrama de corpo livre da roda	29
Figura 10 – Curvas experimentais da desaceleração	31
Figura 11 – Comparação entre superfície seca e molhada	32
Figura 12 – Curva de coeficiente de atrito pela temperatura	33
Figura 13 – Representação do atrito com um disco de freio e pastilha novos	33
Figura 14 – Representação simplificada da transformação da energia de um veículo	34
Figura 15 – Superfície relacionando temperatura com velocidade no atrito entre disco e pastilha	35
Figura 16 – Processo de troca de calor do disco de freio	36
Figura 17 – Resfriamento de um metal quente forjado	37
Figura 18 – Modelo térmico do disco de freio	38
Figura 19 – Relação do módulo de elasticidade com a temperatura	41
Figura 20 – Relação da tensão de escoamento com a temperatura	41
Figura 21 – Resultado de um dos problemas resolvidos	43
Figura 22 – Tensão de Von Mises - Antes e depois da otimização	44
Figura 23 – Diagrama do funcionamento do método EML	44
Figura 24 – Resultado do método EML	44
Figura 25 – Ilustração da função Level Set	45
Figura 26 – Ilustração do modelo Level Set	46
Figura 27 – Imagem da prova Brake Test	47
Figura 28 – CAD do disco de freio	48
Figura 29 – Representação do modelo 1 no ANSYS com os nós	50
Figura 30 – Representação do modelo de um quarto do disco no ANSYS com os nós	51
Figura 31 – Distribuição de torque nas rodas traseiras	53
Figura 32 – Distribuição de torque nas rodas dianteiras	53
Figura 33 – Torque na dianteira e traseira com coeficiente de atrito igual a 0,90	54
Figura 34 – Temperatura do disco dianteiro durante a frenagem	56
Figura 35 – Condições de contorno do modelo	57

Figura 36 – Resultado da análise estrutural	58
Figura 37 – Regiões da otimização topológica	59
Figura 38 – Resultado da otimização topológica	59
Figura 39 – Disco após a otimização topológica	60
Figura 40 – Análise estrutural do disco otimizado	61
Figura 41 – Condições de contorno e carregamento no modelo 2	63
Figura 42 – Resultado da análise estrutural do modelo 2	64
Figura 43 – Região de interesse do modelo 2	64
Figura 44 – Resultado da otimização pelo modelo 2	65
Figura 45 – CAD otimizado do modelo 2	66
Figura 46 – Resultado da análise estrutural no modelo 2	67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Efeito endurecedor dos elementos de liga em solução sólida na ferrita.	24
Tabela 2 – Propriedades do material - Aço AISI 1045	48
Tabela 3 – Propriedades do material - pastilha semi-metálica	49
Tabela 4 – Parâmetros gerais do veículo.	52
Tabela 5 – Valores de torque nas rodas dianteira e traseira.	55
Tabela 6 – Dados geométricos e propriedades materiais do sistema de freio.	55
Tabela 7 – Comparação entre a tensão máxima obtida e a tensão de escoamento do Aço 1045.	57
Tabela 8 – Tensão máxima disco otimizado e tensão de escoamento do material Aço 1045 - Modelo 1	60
Tabela 9 – Tensões máximas do disco antes e depois da otimização - Modelo 1	61
Tabela 10 – Redução de Massa do Disco Antes e Depois da Otimização - Modelo 1	61
Tabela 11 – Redução do Momento de Inércia de Massa do Disco - Modelo 1	62
Tabela 12 – Torque calculado no modelo com deslizamento.	62
Tabela 13 – Resultados da análise estrutural do modelo 2.	63
Tabela 14 – Tensão máxima disco otimizado e tensão de escoamento do material Aço 1045 - Modelo 2	66
Tabela 15 – Tensões máximas do disco antes e depois da otimização - Modelo 2	67
Tabela 16 – Redução de Massa do Disco Antes e Depois da Otimização - Modelo 2	67
Tabela 17 – Redução do Momento de Inércia de Massa do Disco - Modelo 2	68

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i>
DCL	Diagrama de corpo livre
EML	Carga equivalente em movimento
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
DEMec	Departamento de Engenharia Mecânica
CG	Centro de gravidade
CS	Coefficiente de segurança
LS	<i>Level Set</i>
SIMP	<i>Solid Isotropic Material with Penalization</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

F_x - Forças em relação ao eixo X

F_y - Forças em relação ao eixo Y

N_d - Força normal nas rodas dianteiras

N_t - Força normal nas rodas traseiras

μ_x - Coeficiente de atrito entre o pneu e o solo

m_{Carro} - Massa total do veículo

a_x - Aceleração em relação a X

P_{Carro} - Peso total do veículo

h_{CG} - Altura do centro de gravidade do veículo em relação ao solo

L_{Total} - Distância total em X entre o eixo dianteiro e o eixo traseiro

L_{CG} - Distância do centro de gravidade em X ao eixo dianteiro

$M_{z_{\text{CG}}}$ - Momento em relação ao eixo Z

D_{pneu} - Diâmetro do pneu

I_{Roda} - Momento de inércia de massa do conjunto da roda com o disco

F_{at} - Força de atrito

T_{Frenagem} - Torque de frenagem aplicado pelo sistema

I - Momento de inércia

α - Aceleração angular

V_f^2 - Velocidade final

V_0^2 - Velocidade inicial

ΔS - Distância percorrida

h - Coeficiente de transferência de calor por convecção

L_C - Comprimento característico do corpo

k - Condutividade térmica do material

Bi - Número de Biot

ρ - Densidade do material

C_p - Capacidade térmica específica

V - Volume do corpo

A_S - Área superficial do corpo

T - Temperatura do corpo

T_∞ - Temperatura do ambiente

q_i - Calor de entrada no corpo

q_1 - Calor que sai do corpo

C - Capacitância térmica equivalente do sistema

T_1 - Temperatura do disco de freio

T_{Amb} - Temperatura ambiente

R_T - Resistência térmica

m_{Disco} - Massa do disco de freio

$c_{p\text{Disco}}$ - Calor específico do disco

V_1 - Velocidade do veículo no início da frenagem

V_2 - Velocidade do veículo no final da frenagem

ω_1 - Velocidade angular das rodas no início da frenagem

ω_2 - Velocidade angular das rodas no final da frenagem

E_{Sistema} - Energia total do sistema

$P_{\text{Térmica}}$ - Potência térmica no disco

q''_D - Fluxo de calor no disco

q''_P - Fluxo de calor na pastilha

γ - Fração do calor que irá para o rotor

k_{Disco} - Condutividade térmica do material do disco

ρ_{Disco} - Densidade do material da pastilha

c_{Past} - Calor específico do material da pastilha

ρ_{Past} - Densidade do material da pastilha

k_{Past} - Condutividade térmica do material da pastilha

σ_{max} - Tensão máxima

$\sigma_{\text{escoamento}}$ - Tensão de escoamento

S_y - Tensão de escoamento

E - Módulo de elasticidade

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	18
2 – OBJETIVO	21
2.1 Objetivo geral	21
2.2 Objetivos específicos	21
3 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
3.1 Funcionamento do Sistema de Freio	22
3.2 Propriedades Térmicas e Mecânicas	23
3.2.1 Difusividade Térmica	23
3.2.2 Resistência a Abrasão	23
3.2.3 Fadiga	24
3.3 Materiais Utilizados em Discos de Freio	25
3.4 Dinâmica Veicular na Frenagem	26
3.4.1 Cálculo do Torque de Frenagem no Veículo	26
3.4.1.1 Equilíbrio de Forças na Direção Longitudinal (Eixo X)	27
3.4.1.2 Equilíbrio de Forças na Direção Vertical (Eixo Y)	27
3.4.1.3 Equilíbrio de Momentos em Relação ao Centro de Gravidade (CG)	28
3.4.1.4 Cálculo das Forças com Base nas Equações de Equilíbrio	28
3.4.1.5 Toque de frenagem	29
3.4.2 Desaceleração na Frenagem	30
3.4.3 Características do Atrito entre Pneu e Asfalto	31
3.5 Análise térmica	33
3.5.1 Energia Envolvidas no Processo de Frenagem	34
3.5.2 O Método da Capacitância Global	36
3.5.3 Modelagem Matemática do Comportamento Térmico do Disco de Freio	38
3.5.3.1 Determinação do Calor Transferido por Convecção	38
3.5.3.2 Transformada de Laplace	39
3.5.3.3 Definição dos Parâmetros	39
3.5.3.4 Cálculo da Potência de Frenagem	39
3.5.3.5 Cálculo do Fluxo de Calor no Disco de Freio	40
3.5.4 Relação da Temperatura com as Propriedades Mecânicas do Aço	40
3.6 Otimização Topológica	42
3.6.1 Método <i>Level set</i>	44

3.6.1.1	Comparação do método <i>Level Set</i> com o método SIMP . . .	45
4	MATERIAIS E MÉTODOS	47
4.1	Determinação das Condições Operacionais a Partir do <i>Brake Test</i>	47
4.2	Modelagem inicial do disco de freio	47
4.3	Material escolhido para o disco e para a pastilha	48
4.4	Modelo 1 – Condições Iniciais para Análise	49
4.5	Modelo 2 – Condições iniciais para Análise	50
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	52
5.1	Influência dos parâmetros no torque de frenagem	52
5.2	Modelo 1	53
5.2.1	Cálculo do torque	53
5.2.2	Parte térmica do disco	55
5.2.3	Elementos finitos	56
5.3	Modelo 2	62
5.3.1	Parâmetros iniciais	62
5.3.2	Elementos finitos	62
6	CONCLUSÃO	69
	REFERÊNCIAS	70
	APÊNDICE A – Código MATLAB	73

1 INTRODUÇÃO

A Fórmula SAE, desenvolvida e organizada pela *Society of Automotive Engineers*, é conhecida mundialmente por ser uma competição, a qual proporciona uma oportunidade aos estudantes de projetar, fabricar e colocarem à prova protótipos de carros de fórmula. Com seu início nos Estados Unidos, em 1981, a competição chegou ao Brasil em 2004. O seu principal objetivo é fomentar que equipes, formadas por estudantes da área de engenharia, possam adentrar e estudar as diversas áreas do curso, colocando em prática os conhecimentos adquiridos durante a graduação (BRASIL, 2025).

Para construir o protótipo, os competidores inscritos devem seguir as regulamentações propostas, assim como passar por inspeções dos juízes e comissários presentes no dia da competição. Dessa forma, é necessário que os estudantes se capacitem para desenvolver os diversos sistemas componentes do veículo. Motorização, freios, direção, suspensão, sistemas elétricos, chassi e segurança são os principais requisitos para obter-se uma efetividade do projeto (SALOMÃO, 2022).

Figura 1 – Competição da Fórmula SAE



Fonte: Galeria de fotos - SAE. Disponível em: <https://saebrasil.org.br/programas-estudantis/formula-sae-brasil/galeria-de-fotos-e-ideos/>

Diante dos sistemas citados anteriormente, o freio surge como fundamental, não apenas para a segurança do carro, mas também para um bom desenvolvimento competitivo, uma vez que é um dos principais pontos analisados na inspeção técnica. O sistema de freio, além de ser essencial para desacelerar o veículo, deve ser capaz de manter a sua velocidade constante - quando necessário - assim como realizar a parada do carro da forma mais segura possível (SALOMÃO, 2022).

Dentro de sua complexidade este sistema se subdivide em tipos diferentes, referentes a forma como é desenvolvido e os materiais os quais o constituem. O freio a tambor ou sapata, por exemplo, de acordo com Gillespie (1992), possui essas peças conhecidas como “sapatas”, além de um prato de freio, um cilindro, molas de retorno e tambor - como o próprio nome já sugere. Seu acionamento acontece através do acionamento das sapatas contra as paredes da parte interna do tambor, o que gera um atrito que possibilita a frenagem (GOMES, 2022).

Além deste tipo, o freio a disco também é uma opção para o desenvolvimento do sistema de freio. Nesse caso, é formado por uma pinça de freio e pelo disco ou rotor e seu acionamento se dá através de um fluido hidráulico pressurizado que percorre os pistões da pinça, citada anteriormente, as quais pressionam as pastilhas que entram em contato com o disco e realizam a frenagem (GOMES, 2022).

Cada um desses modelos pode ser usado conforme a demanda e necessidade do projeto e do veículo, tomando como base os particulares, suas vantagens e desvantagens. Dito isso, ponderando os requisitos da fórmula SAE com as características de cada sistema, o eventual trabalho irá analisar o sistema de freio a disco. Por isso, vale ressaltar os seus pontos positivos em relação ao freio a tambor, justificando o porquê, neste caso, é mais interessante usá-lo.

Diante disso, o sistema a disco possui maior dissipação de calor, conseqüentemente consegue gerar um maior torque de frenagem, maior facilidade na manutenção e na regulagem, possui peso reduzido - fato este que é um dos principais objetivos em um protótipo de carro da fórmula SAE. Além disso, diferente do freio a tambor, não é impactado diretamente por impurezas ou eventuais sujeiras, uma vez que sua superfície girante expulsa esses resíduos a partir da centrifugação (BORNHOLD (2012) *apud* GOMES (2022)).

Ademais, o freio a disco possui melhor refrigeração, o que gera uma maior resistência às falhas que podem ser causadas por altas temperaturas; é resistente à água e necessita de menos manutenção. Por esses e outros motivos, a indústria automobilística ampliou a produção do freio a disco, substituindo grande parte dos freios a tambor (PUHN, 1987).

É importante ressaltar que, apesar de possuir maior resistência a falhas geradas por altas temperaturas, como já citado, em relação ao freio sapata, o disco de freio também pode sofrer alterações importantes se não levado em consideração uma análise térmica efetiva. O *Fade*, como é chamado essa insuficiência na capacidade de frenagem, causado justamente pela temperatura elevada durante o processo de uma frenagem, acontece geralmente quando não temos um atrito bilateral entre o disco e as pastilhas. Vale ressaltar que, de acordo com Limpert (2011), esse processo só causa alterações significativas quando a temperatura se eleva acima de 400 °C e causa a diminuição do coeficiente de atrito entre as peças (COELHO, 2021). Dessa forma, reforça-se a importância de considerar a parte térmica da análise quando necessária.

O dimensionamento e a otimização do sistema de freio, neste caso, devem considerar

Figura 2 – Imagem de um disco de freio



Fonte: KBB Brasil (2024). Disponível em: <https://kbb.com.br/noticias-carros/>.

o maior rendimento, uma vez que é um dos critérios requisitados pela Fórmula SAE. Neste contexto, este trabalho tem como objetivo principal reprojeter a geometria de um disco de freio para um veículo de competição Fórmula SAE, utilizando análises térmicas, estruturais e otimização topológica.

Nesse sentido, o trabalho irá calcular o torque necessário para travar as 4 rodas do veículo de competição, principal requisito da inspeção técnica da Fórmula SAE. Ademais, considerar possíveis efeitos da temperatura nas propriedades mecânicas do material, a partir de uma frenagem única (*Single Stop*) dada a diferença de temperatura do disco e do ambiente. A partir desta primeira análise, aplicar o método de otimização topológica, visando reduzir a massa dos elementos finitos.

2 OBJETIVO

2.1 Objetivo geral

O objetivo deste trabalho é elaborar uma análise sobre um disco de freio, de um veículo de Fórmula SAE, considerando os aspectos térmicos e estruturais, a fim de otimizar sua topologia.

2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Realizar uma revisão teórica de sistemas de freio, assim como as transformações de energia no processo de frenagem e quais os esforços mecânicos presentes.
- Elaborar uma revisão específica sobre otimização topológica e a vantagem de utilizá-la no projeto.
- Utilizar o software de elementos finitos Ansys para fazer as análises necessárias.
- Obter resultados que favoreçam a performance do protótipo, a partir da redução da massa do disco de freio.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

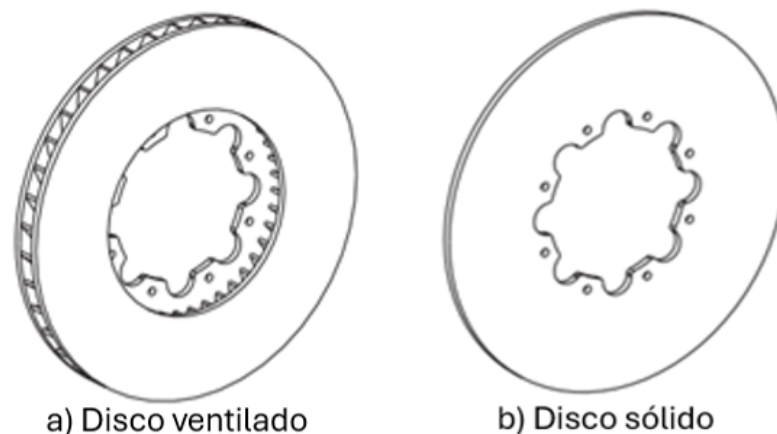
3.1 Funcionamento do Sistema de Freio

O sistema de freio, utilizado para parar ou ajustar a velocidade de um veículo, tem como princípio básico de funcionamento a conversão de energia cinética em outra forma de energia. Vale ressaltar que esta nem sempre é totalmente transformada na forma desejada. Pode-se citar como exemplo a frenagem por fricção, quando é convertida em calor, podendo ter partes dissipadas na forma de vibrações e ruídos (RASHID, 2014).

Analisando um freio a disco, o qual possui um conjunto de pastilhas que são pressionadas contra um disco giratório e que, devido ao atrito, geram calor na interface, encontram-se os principais componentes: disco de freio, pastilha e pinça. Além disso, em alguns casos, para ter um projeto de freio eficiente, um sistema de ventilação é introduzido nos discos para aumentar a taxa de resfriamento e, conseqüentemente, dissipar maior quantidade de calor. Isto deve ser feito a fim de evitar que a alta temperatura afete negativamente o desempenho do sistema (RASHID, 2014).

Outro ponto positivo de se utilizar o sistema de freio com disco é a capacidade de autolimpeza devido à força centrífuga que atua sobre este durante a rotação (RASHID, 2014). Aprofundando os estudos neste tipo de sistema, os discos de freio podem ser divididos em duas categorias: discos de freio sólidos e discos de freio ventilados.

Figura 3 – Ilustração de alguns dos tipos de disco de freio

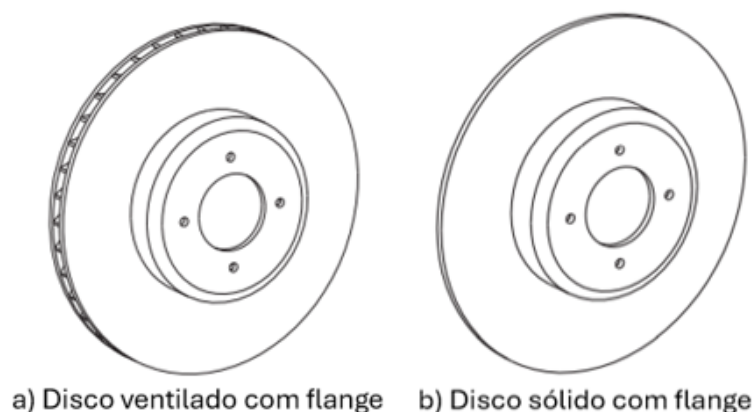


Fonte: Rashid (2014). Adaptado.

O disco ventilado possui pilares que separam dois discos anulares que possibilitam a passagem do ar. Devido a isso, ocorre o aumento da taxa de resfriamento e, conseqüentemente, menor temperatura da superfície. Por outro lado, o disco de freio sólido é considerado, em comparação ao ventilado, a forma mais simples (RASHID, 2014). Isso se dá devido à sua menor complexidade para produção e à sua menor massa.

Vale ressaltar que ambos os discos podem ser desenvolvidos com ou sem flange de montagem, a qual aumenta a distância da superfície de atrito ao eixo e a área de superfície do disco. Sua principal função é melhorar o resfriamento e proteger os rolamentos das rodas de altas temperaturas (RASHID, 2014).

Figura 4 – Ilustração de discos com flange



Fonte: Rashid (2014). Adaptado.

3.2 Propriedades Térmicas e Mecânicas

Nesta seção, serão apresentadas as principais propriedades necessárias para o adequado funcionamento do sistema de freios.

3.2.1 Difusividade Térmica

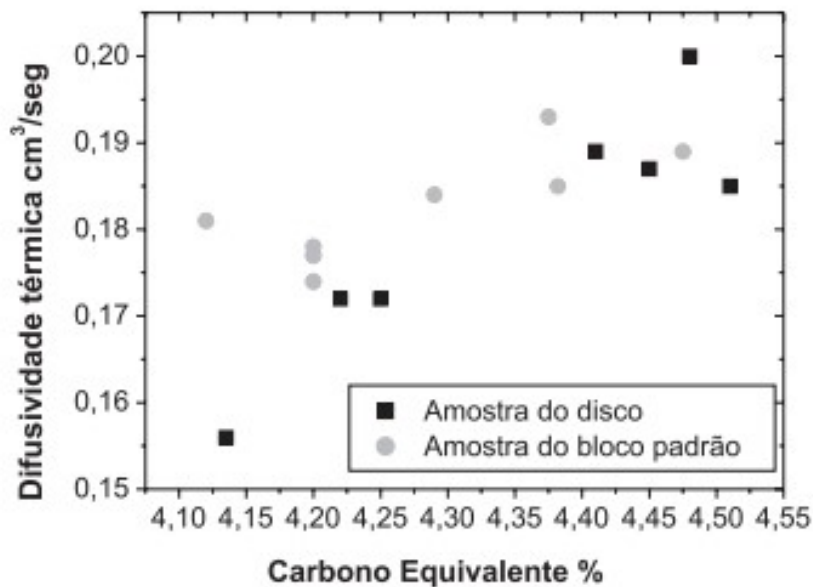
A difusividade térmica é descrita como a taxa de propagação do calor durante o processo de frenagem e, se aumentada, melhora a transferência de calor do material com o ambiente. Para mais, pode ser usada para calcular a condutividade térmica, medida que descreve quão bem o material transmite calor. Por isso, discos de freio com alta condutividade térmica apresentam aumento na resistência a trincas térmica (JIMBO *et al.* (1990) *apud* Maluf *et al.* (2007)).

A Figura 5 mostra o comportamento da difusividade térmica com a adição de carbono em sua estrutura. É possível observar que a difusividade aumenta ao mesmo tempo que há o acréscimo de carbono.

3.2.2 Resistência a Abrasão

Em relação à resistência mecânica, o disco de freio deve ser resistente, principalmente à abrasão, devido ao constante contato entre a pastilha e o disco. Dito isso, foi visto que há um efeito de endurecimento, provocado por elementos de liga em solução sólida na

Figura 5 – Relação da difusividade térmica com a quantidade de carbono



Fonte: Maluf *et al.* (2007)

ferrita, fase em que a quantidade de carbono é moderada, de um ferro fundido, o que pode ser visto na Tabela 1 (MILAN *et al.* (2004) *apud* Maluf *et al.* (2007)).

Tabela 1 – Efeito endurecedor dos elementos de liga em solução sólida na ferrita.

Elemento	Efeito endurecedor
C, N	↑
P	
Si	
Ti	
Al	
Cu	
Mn	
Mo	
V	
Ni	
Cr	

Fonte: Maluf *et al.* (2007), adaptado de Milan *et al.* (2025)

3.2.3 Fadiga

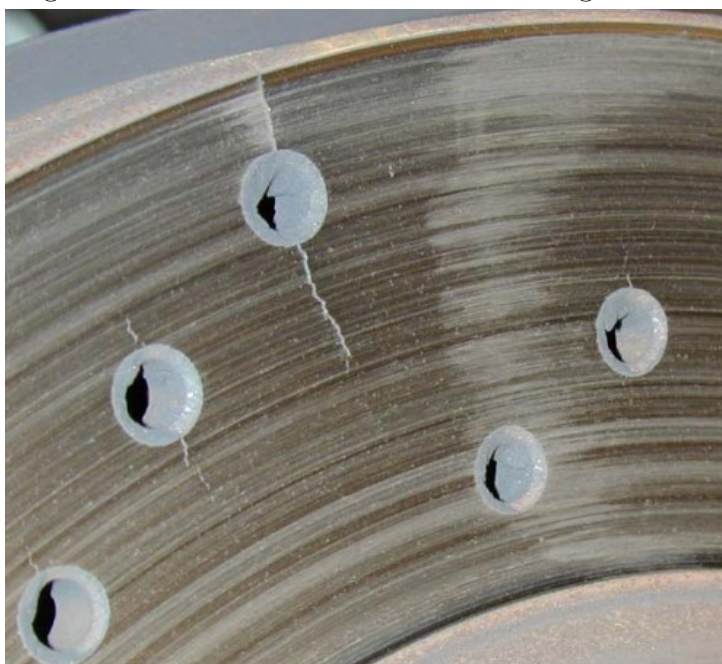
Sabe-se que no sistema de freio, o disco de freio pode ser submetido a três tipos de fadiga: térmica, em que o componente sofre apenas variações bruscas de temperatura, sem nenhum carregamento; isotérmica, com temperatura constante e carregamento variável; e a termomecânica, na qual as temperaturas e o carregamento são variáveis. Esta última é a

que melhor representa a realidade das solicitações a que o disco é submetido durante o processo de frenagem. Ademais, em caso de elevadas tensões térmicas, é requerido materiais que ofereçam maiores resistências à fadiga térmica (MALUF *et al.*, 2007).

Também foi observado que o limite de fadiga térmica de um disco de freio não é significativamente afetado pelo número de ciclos antes da iniciação da trinca, mas sim depois do seu início (Yamabe *et al.* (2002) *apud* (MALUF *et al.*, 2007)).

A Figura 6 mostra um disco de freio com trincas, que, muitas vezes, são geradas pela alta frequência de altos gradientes de temperatura no sistema.

Figura 6 – Disco com trincas devido a fadiga térmica



Fonte: Site Corvette Forum (Souza (2019))

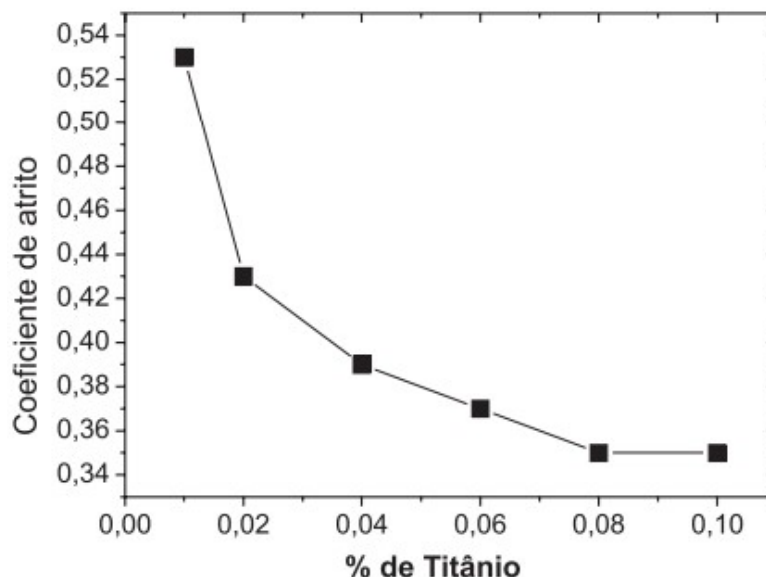
3.3 Materiais Utilizados em Discos de Freio

Em relação às frenagens, em casos de altas solicitações, em que o componente é submetido a altas temperaturas, materiais compósitos, com matriz de carbono, são utilizados na produção de discos de freio para carros de competição e para aeronaves. Apesar destes materiais apresentarem um bom desempenho em temperaturas altas, o custo de fabricação é elevado, o que inviabiliza o uso em veículos automotivos comuns (MALUF *et al.*, 2007).

Para mais, a fabricante de disco de freio, BREMBO, destaca que existem os discos de freio de ferro fundido com adição de titânio, elemento que aumenta a resistência do componente. Entretanto, diminui o valor do coeficiente de atrito, desvantagem quando se trata de um sistema de frenagem. Além disso, o autor demonstra a partir da Figura 7 a

queda no coeficiente de atrito com o aumento na porcentagem de titânio no disco (MALUF *et al.*, 2007).

Figura 7 – Relação do titânio com o coeficiente de atrito



Fonte: (MALUF *et al.*, 2007), adaptado de BREMBO

Além do supracitado, materiais como ligas de alumínio, contendo carbetos de silício, também podem ser usados, principalmente pela sua baixa densidade. No entanto, apesar desta característica, estas ligas não dissipam o calor, da mesma forma que o ferro fundido cinzento. Por isso, uma possibilidade para utilizar esse material seria o aumento da área superficial do componente, reduzindo a vantagem de seu menor peso (MACKIN *et al.*, 2002).

Embora o ferro fundido seja amplamente utilizado na indústria automotiva devido ao seu baixo custo e boa condutividade térmica, em aplicações que demandam maior resistência mecânica e durabilidade, o aço se destaca como uma alternativa mais eficiente. Este material geralmente apresenta maior resistência à tração e melhor ductilidade em comparação ao ferro fundido, o que contribui para uma maior confiabilidade estrutural do disco de freio, especialmente em condições de alta sollicitação.

3.4 Dinâmica Veicular na Frenagem

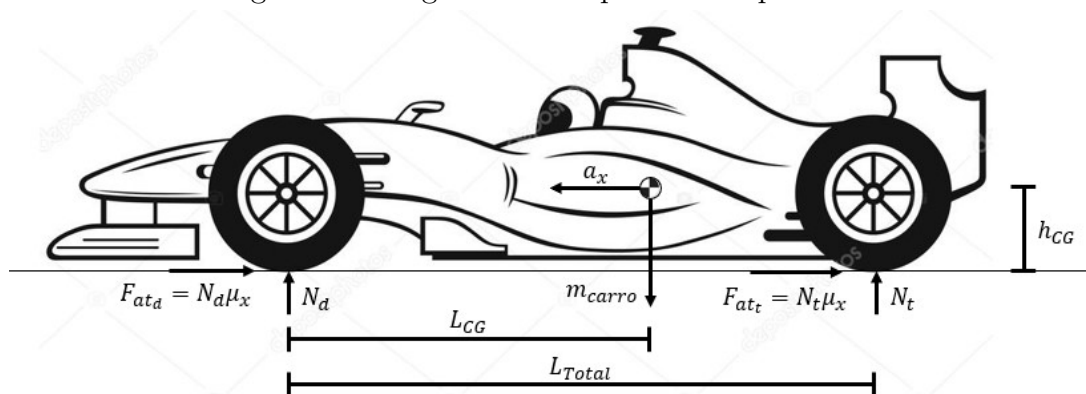
Nesta seção, será realizada a análise da dinâmica veicular durante a frenagem, com o objetivo de compreender os esforços mecânicos envolvidos no sistema de freios.

3.4.1 Cálculo do Torque de Frenagem no Veículo

Para determinar o torque de frenagem necessário para desacelerar o veículo, utilizam-se as Leis de Newton e a Equação de Euler para rotações. A partir do diagrama

de corpo livre (DCL) do sistema, é possível identificar as forças atuantes e suas respectivas localizações no veículo, o que permite o desenvolvimento das equações de equilíbrio dinâmico. Para esta análise, foram adotadas algumas simplificações, como a ausência de forças aerodinâmicas de arrasto e de sustentação, bem como a desconsideração da inclinação do veículo em relação ao plano de referência.

Figura 8 – Diagrama de corpo livre do problema



Fonte: Depositphotos. Disponível em:

<https://depositphotos.com/br/vector/formula-1-racing-car-27390799.html>. Adaptado.

3.4.1.1 Equilíbrio de Forças na Direção Longitudinal (Eixo X)

A soma das forças que atuam ao longo do eixo x pode ser expressa pela seguinte equação:

$$\sum F_x = N_d \cdot \mu_x + N_t \cdot \mu_x = m_{\text{Carro}} \cdot a_x \quad (1)$$

Onde:

- N_d : Força normal nas rodas dianteiras (N)
- N_t : Força normal nas rodas traseiras (N)
- μ_x : Coeficiente de atrito longitudinal entre o pneu e o solo (-)
- m_{Carro} : Massa total do veículo (kg)
- a_x : Aceleração longitudinal (m/s^2)

3.4.1.2 Equilíbrio de Forças na Direção Vertical (Eixo Y)

A soma das forças que atuam ao longo do eixo y leva à seguinte equação:

$$\sum F_y = N_d + N_t - P_{\text{Carro}} = 0 \quad (2)$$

Onde:

- N_d : Força normal nas rodas dianteiras (N)

- N_t : Força normal nas rodas traseiras (N)
- P_{Carro} : Peso total do veículo, dado por $P_{\text{Carro}} = m_{\text{Carro}} \cdot g$ (N)

Essa equação assegura que a soma das forças verticais é igual a zero, ou seja, o peso do veículo é equilibrado pelas forças normais aplicadas pelas rodas dianteiras e traseiras.

3.4.1.3 Equilíbrio de Momentos em Relação ao Centro de Gravidade (CG)

Para o equilíbrio de momentos em relação ao centro de gravidade (CG) do veículo, a seguinte equação é utilizada:

$$\sum M_{z_{CG}} = N_d \cdot \mu_x \cdot h_{CG} + N_t \cdot \mu_x \cdot h_{CG} + N_t \cdot (L_{\text{Total}} - L_{CG}) - N_d \cdot L_{CG} = 0 \quad (3)$$

Onde:

- h_{CG} : Altura do centro de gravidade do veículo em relação ao solo (m)
- L_{Total} : Distância total entre o eixo dianteiro e o eixo traseiro (m)
- L_{CG} : Distância do centro de gravidade (CG) ao eixo dianteiro (m)

3.4.1.4 Cálculo das Forças com Base nas Equações de Equilíbrio

Com base nas equações de equilíbrio de forças e momentos, é possível determinar o torque de frenagem necessário para desacelerar o veículo. Para isso, as forças longitudinais e verticais, bem como o equilíbrio de momentos em relação ao centro de gravidade (CG), são combinados e manipulados matematicamente.

Isolando as forças longitudinais e verticais e substituindo os resultados no equilíbrio de momentos, obtém-se uma expressão para a força normal nas rodas traseiras N_t :

$$N_t = \frac{P_{\text{Carro}} \cdot L_{CG}}{L_{\text{Total}}} - \frac{h_{CG} \cdot m_{\text{Carro}} \cdot a_x}{L_{\text{Total}}} \quad (4)$$

Essa expressão mostra que N_t é diretamente proporcional ao peso do veículo e pela transferência de carga causada pela desaceleração a_x .

Ao substituir a expressão de N_t na condição de equilíbrio vertical, obtém-se a força normal nas rodas dianteiras N_d :

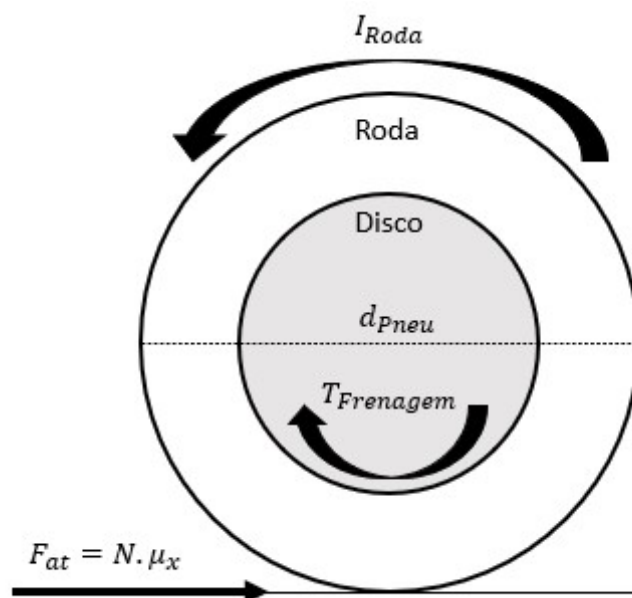
$$N_d = P_{\text{Carro}} \left(1 - \frac{L_{CG}}{L_{\text{Total}}} \right) + \frac{h_{CG} \cdot m_{\text{Carro}} \cdot a_x}{L_{\text{Total}}} \quad (5)$$

Essa expressão revela, assim como a equação (4), que a força normal nas rodas dianteiras é composta por duas parcelas: uma de peso natural e outra de transferência de carga durante a frenagem.

3.4.1.5 Toque de frenagem

Ao realizar a análise na roda do veículo, conforme ilustrado na Figura 9, é possível determinar o torque de frenagem necessário para que o carro seja completamente parado, atendendo à desaceleração desejada.

Figura 9 – Diagrama de corpo livre da roda



Fonte: elaborado pelo autor

em que

- d_{pneu} : Diâmetro do pneu (m)
- I_{Roda} : Momento de inércia de massa do conjunto da roda com o disco ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$).
- F_{at} : Força de atrito entre pneu e asfalto (N)
- $T_{Frenagem}$: Torque de frenagem aplicado pelo sistema (N.m)

Ao aplicar o equilíbrio utilizando a Lei de Euler, que descreve o comportamento de corpos rígidos em rotação, é possível obter uma equação que relaciona as forças atuantes e os momentos resultantes sobre o sistema. Essa lei é expressa matematicamente pela equação:

$$\sum M = I \cdot \alpha \quad (6)$$

na qual:

- $\sum M$ é a soma dos momentos atuantes sobre o corpo (N.m);
- I é o momento de inércia do corpo em relação ao eixo de rotação ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$);
- α é a aceleração angular resultante (rad/s^2).

Aplicando ao modelo, fica da seguinte forma:

$$T_{Frenagem} - F_{at. pneu} \cdot \frac{d_{pneu}}{2} = I_{Roda} \cdot \alpha_{Roda} \quad (7)$$

Reorganizando os termos:

$$T_{\text{Frenagem}} = F_{\text{at. pneu}} \cdot \frac{d_{\text{Pneu}}}{2} + I_{\text{Roda}} \cdot \alpha_{\text{Roda}} \quad (8)$$

Dessa forma, é possível determinar o torque de frenagem necessário para parar o veículo, considerando as forças envolvidas no processo de desaceleração e a própria inércia do conjunto da roda.

3.4.2 Desaceleração na Frenagem

Existem quatro principais grandezas utilizadas para descrever o movimento de desaceleração em um veículo, sendo elas: distância, tempo, velocidade e a própria desaceleração. As duas primeiras são unidades de medida básicas, enquanto a desaceleração e a velocidade são derivadas destas (LIMPERT, 2011).

A velocidade, quando vista dentro de um contexto automotivo, é interpretada como um valor escalar, ou seja, indica apenas a magnitude do movimento sem especificar direção ou orientação. Nesse sentido, para calcular a velocidade média, a fórmula

$$V = \frac{S}{t}, \quad (9)$$

deve ser utilizada, onde S representa a distância percorrida, em metros (m), e t é o tempo, em segundos (s).

No caso da desaceleração, esta é determinada a partir da variação da velocidade em relação ao tempo. A taxa pode ser calculada pela fórmula:

$$a = \frac{\Delta V}{t} \quad (10)$$

na qual a variação de velocidade é descrita por ΔV (m/s), e o tempo por t (s).

Uma outra forma de se calcular a desaceleração constante é pela equação de Torricelli, válida para o movimento uniformemente variado. Esta equação relaciona as velocidades inicial e final, aceleração e o espaço percorrido durante o movimento.

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \quad (11)$$

Para o caso de uma frenagem completa, a velocidade final é zero. Assim, a equação se simplifica para:

$$0 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \quad (12)$$

Reorganizando para encontrar a aceleração:

$$a = -\frac{V_o^2}{2 \cdot \Delta S} \quad (13)$$

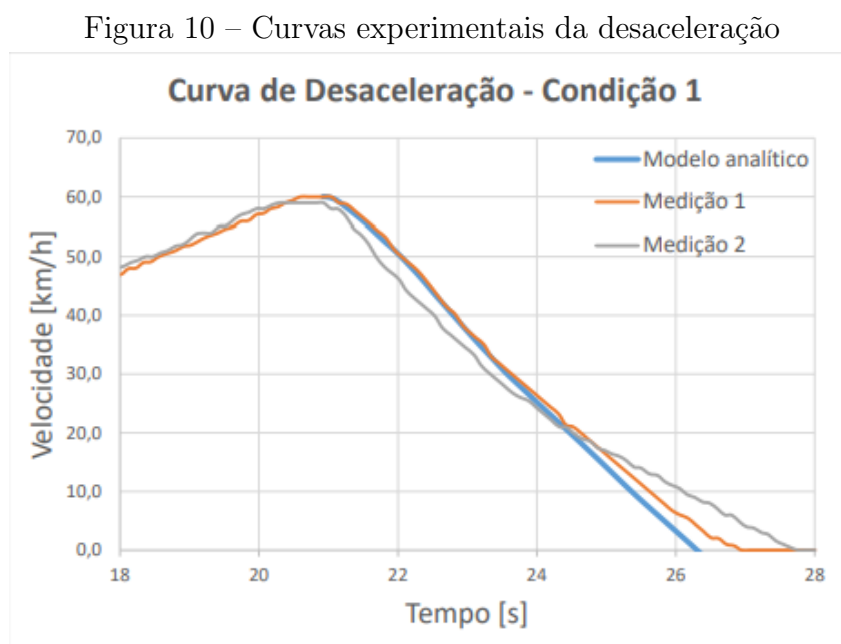
Como o cálculo é para desaceleração, o valor calculado será negativo, já que o veículo está reduzindo sua velocidade.

Comprovando o supracitado, Costa e Idehara (2021) propuseram um modelo dinâmico para o desempenho veicular durante a frenagem. Este teve como foco a análise da velocidade, aceleração e força aplicada ao pedal de freio. Para validar o modelo e avaliar se a desaceleração do veículo apresentaria comportamento próximo de uma constante, os autores realizaram um teste prático.

Neste, um veículo foi acelerado até uma velocidade pré-determinada, seguido de uma frenagem completa. Monitorando a velocidade do veículo ao longo da frenagem e a força exercida sobre o pedal, foi possível realizar a comparação entre os valores simulados pelo modelo e os dados experimentais.

Em relação aos indicadores de precisão, o erro no tempo total de parada foi calculado em 8,62%, enquanto o erro na distância total de frenagem foi de 6,25%. A partir disso, os resultados indicaram que a hipótese de desaceleração constante é válida, assim como a aplicabilidade do modelo, uma vez que a força aplicada também se manteve próxima de uma constante (COSTA; IDEHARA, 2021).

Abaixo, a Figura 10 ilustra as curvas obtidas tanto pelo modelo proposto quanto pelos dados experimentais do teste:



Fonte: Costa e Idehara (2021)

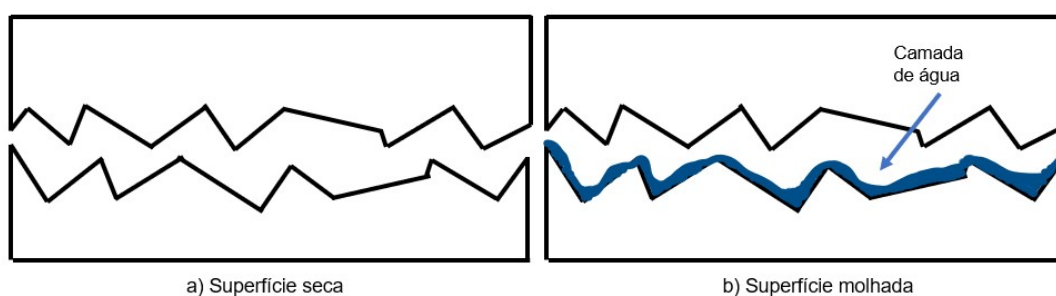
3.4.3 Características do Atrito entre Pneu e Asfalto

A capacidade máxima de frenagem de um veículo é limitada por diversos fatores, dentre eles, a interação entre o pneu e a superfície da estrada. Essa interação, chamada de atrito, é quantificada através de um coeficiente, calculado pela razão entre a força

tangencial do pneu e a carga normal suportada por este. Vale ressaltar que este coeficiente varia a depender das propriedades materiais e geométricas do pneu e da superfície. Além disso, fatores externos como substâncias na interface (água, óleo ou areia), velocidade de deslizamento e temperatura operacional podem influenciar no valor do coeficiente de atrito (U.S. Army Materiel Command, 1994).

Essas variações podem ser observadas, por exemplo, na diferença entre condições secas e molhadas da interação entre pneu e a microtextura da estrada. No primeiro caso, o nível de atrito é relativamente constante na faixa de velocidades normais de operação de veículos de passeio, enquanto em condições de estradas molhadas, a presença de uma camada de água reduz a interação, gerando níveis de atrito mais baixos devido à dificuldade da borracha em alcançar o contato direto com a microtextura da estrada (U.S. Army Materiel Command, 1994).

Figura 11 – Comparação entre superfície seca e molhada



Fonte: Elaborado pelo autor.

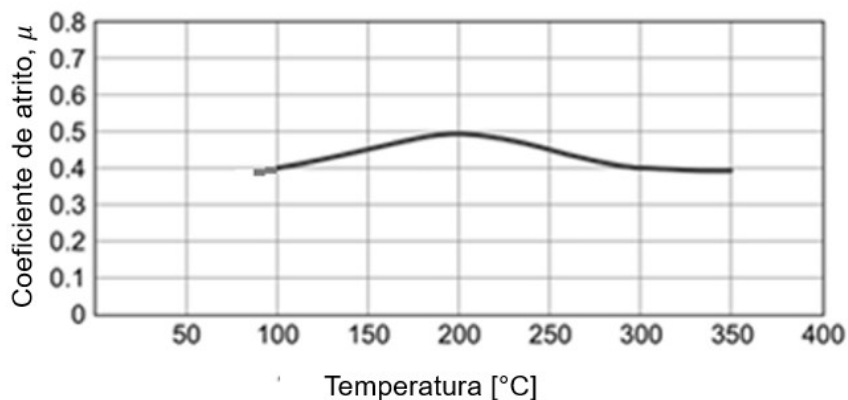
Para além do coeficiente citado acima, o deslizamento longitudinal de um pneu, definido a partir da razão entre a diferença da velocidade real do veículo e a velocidade circunferencial do pneu, dividida pela velocidade real do veículo, multiplicado por 100, também é um aspecto que deve ser levado em consideração na análise da frenagem automotiva. Dessa forma, uma roda completamente travada, na qual o pneu desliza sem girar, é considerada com 100% de deslizamento longitudinal (U.S. Army Materiel Command, 1994).

O comportamento do atrito, considerando uma combinação de pneu e superfície de estrada, pode ser caracterizado por dois coeficientes principais: o coeficiente de pico e o coeficiente de deslizamento. O primeiro representa o valor máximo de atrito, geralmente na faixa de 0,85 a 0,90 em superfícies secas, alcançado antes do pneu começar a deslizar e indica o ponto de máxima transferência de força entre pneu e estrada. Por outro lado, o coeficiente de deslizamento corresponde ao atrito durante o travamento da roda na frenagem e varia de 0,70 a 0,75 (U.S. Army Materiel Command, 1994).

Outro aspecto que deve ser levado em consideração ao analisar o sistema de freio é o comportamento tribológico dos materiais de fricção (disco – pastilha). Este foi analisado

por Ilie e Cristescu (2022), os quais ressaltaram a importância do coeficiente de fricção e do desgaste. A pesquisa em questão enfatiza que a composição e o design do material de fricção são igualmente importantes aos materiais do corpo, além de mostrar a importância da temperatura ideal para atingir o máximo coeficiente de atrito.

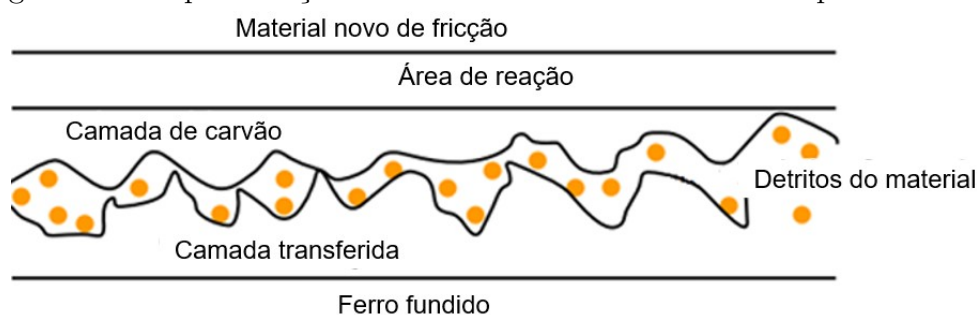
Figura 12 – Curva de coeficiente de atrito pela temperatura



Fonte: Ilie e Cristescu (2022). Adaptado.

Ademais, Ilie e Cristescu (2022) cita o processo de *bedding*, na qual garante a conformidade geométrica entre as superfícies de contato. Este processo, também chamado de "assentamento", consiste em submeter o conjunto disco-pastilha a ciclos de frenagem controlados, promovendo o desgaste inicial necessário para otimizar o contato entre as superfícies. Durante o *bedding*, ocorre a transferência de material da pastilha para o disco, criando uma camada intermediária que aumenta a eficiência da frenagem e reduz a formação de calor excessivo e vibrações.

Figura 13 – Representação do atrito com um disco de freio e pastilha novos



Fonte: Ilie e Cristescu (2022). Adaptado.

3.5 Análise térmica

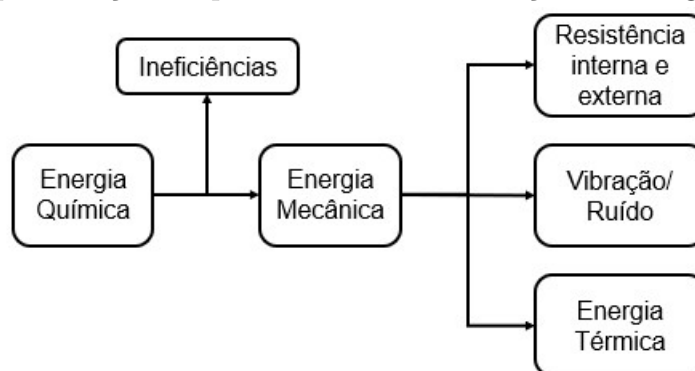
Nesta seção, será abordada a análise térmica do disco de freio, avaliando a dissipação de calor gerada pelo atrito entre as pastilhas e o disco durante a frenagem.

O objetivo é compreender os efeitos da elevação de temperatura sobre o material e sua influência na eficiência do sistema de frenagem.

3.5.1 Energia Envolvidas no Processo de Frenagem

O movimento de um veículo depende de um sistema propulsivo capaz de fornecer energia cinética ao conjunto, o que exige a aplicação de forças que superem a resistência ao movimento, como o atrito e a resistência do ar. Em veículos com motores a combustão interna, esse processo inicia-se com a queima de combustível no interior dos cilindros do motor. Essa combustão é uma reação química exotérmica que gera energia térmica, a qual é convertida em energia mecânica por meio da expansão dos gases nos cilindros. Esse trabalho mecânico é transmitido pelo sistema de transmissão às rodas, impulsionando o veículo e permitindo que ele adquira velocidade (HEYWOOD, 1988).

Figura 14 – Representação simplificada da transformação da energia de um veículo



Fonte: elaborado pelo autor.

Quando o veículo precisa reduzir sua velocidade ou parar, ocorre o processo inverso. A energia cinética acumulada pelo movimento do veículo é dissipada como calor no sistema de frenagem. Esse fenômeno se dá principalmente pelo atrito entre as pastilhas de freio e os discos. O atrito gera um aumento significativo na temperatura do conjunto de frenagem, transformando a energia mecânica em energia térmica, que é, em grande parte, dissipada para o ambiente (PUHN, 1987).

Esse processo de conversão de energia é ineficiente, pois a maior parte da energia gerada pelo motor a combustão é dissipada ao longo do ciclo veicular. Essa dissipação ocorre na forma de calor nos freios ou em perdas por atrito e calor nos próprios sistemas de transmissão e motor (HEISLER, 1999).

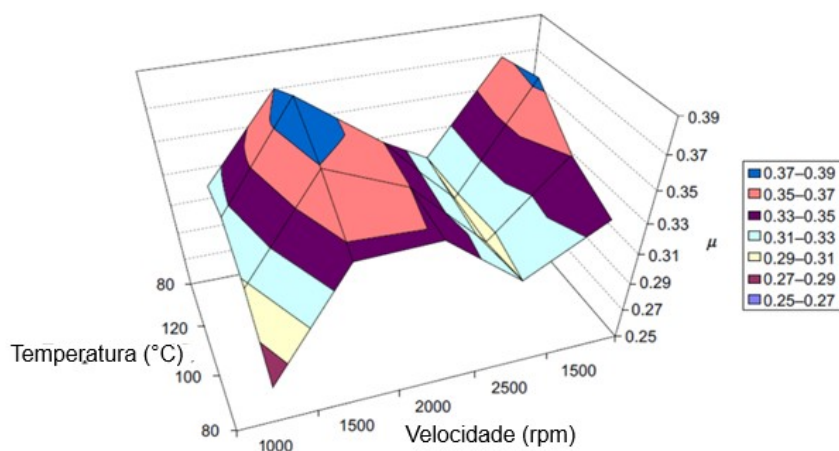
Nesses casos, o calor gerado pela frenagem ocorre devido à interação de superfícies em movimento relativo que, ao entrarem em contato, geram forças resistivas. Essas forças resultam na transformação da energia mecânica do movimento em energia térmica, que eleva a temperatura das superfícies envolvidas. Em sistemas de frenagem, como discos e pastilhas, o atrito é um dos parâmetros que interfere na conversão da energia cinética do

veículo em calor, sendo esse calor dissipado para o ambiente por condução, convecção e, em menor grau, radiação (PUHN, 1987).

O atrito entre superfícies sólidas é causado pela deformação e interação microscópica entre as irregularidades das superfícies, que são chamadas de rugosidade. À medida que as superfícies deslizam, essas irregularidades se encontram, criando forças que resistem ao movimento. Essa resistência, além de desacelerar o movimento relativo, gera calor devido ao trabalho realizado para superar essas forças (BHUSHAN, 2001).

Diante dessas informações, fica claro que, nos sistemas de frenagem veicular, a intensidade do aquecimento depende de diversos fatores, como a força normal aplicada às superfícies de contato, o coeficiente de atrito entre as pastilhas e o disco, e a velocidade do veículo no momento da frenagem. O calor gerado pode levar a temperaturas elevadas nos discos e pastilhas, chegando a valores superiores a 300 °C em frenagens intensas. Esse aumento de temperatura pode levar a problemas como *fading* (perda de eficiência do freio devido à redução do coeficiente de atrito em altas temperaturas) e desgaste acelerado dos componentes (PUHN, 1987).

Figura 15 – Superfície relacionando temperatura com velocidade no atrito entre disco e pastilha



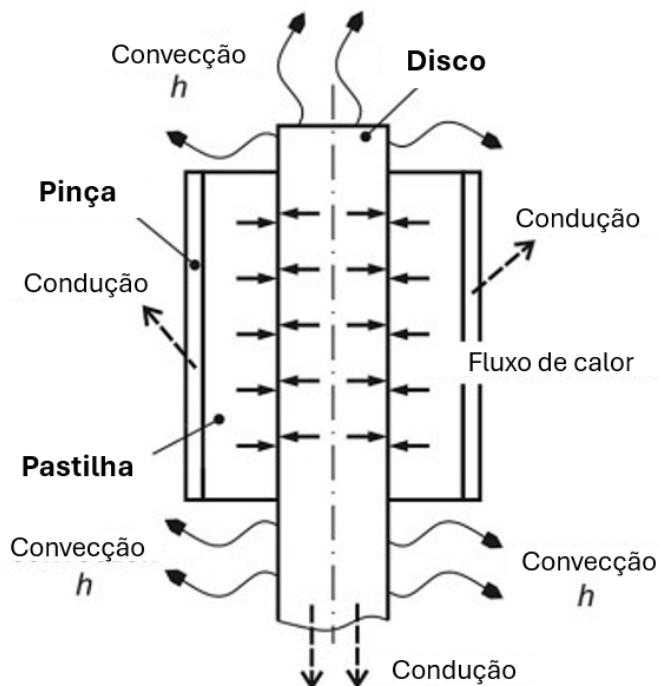
Fonte: Ilie e Cristescu (2022). Adaptado.

No contexto de uma análise simplificada de temperatura, realizada neste trabalho, durante uma parada única, Limpert (2011) explica a situação onde a geração de calor é elevada e o tempo de frenagem pode ser menor que o necessário para a penetração do calor através do material do disco ou tambor. Nesse caso, a transferência de calor não se faz relevante, uma vez que é significativamente menor que o calor armazenado no rotor, e toda a energia de frenagem é absorvida pelo freio e revestimento.

Além do autor supracitado, Adamowicz e Grzes (2011), também citaram a análise térmica, explorando o efeito de um resfriamento convectivo na distribuição de temperatura do sistema de freio, nesse caso, durante frenagens repetitivas. A pesquisa concluiu que o resfriamento convectivo, em um único processo de frenagem, tem influência insignificante

na distribuição de temperatura do disco. Apesar deste resultado, durante os processos repetitivos, a área real de contato pode aumentar, o que, conseqüentemente, gera uma menor pressão normal média e uma temperatura média mais baixa na trajetória de atrito. A Figura 16 ilustra o processo de troca de calor de um disco de freio.

Figura 16 – Processo de troca de calor do disco de freio



Fonte: Adamowicz e Grzes (2011). Adaptado.

3.5.2 O Método da Capacitância Global

O método da capacitância global é utilizado na análise de transferência de calor para modelos transientes. Este método assume que a temperatura de um corpo sólido é uniforme em qualquer instante de tempo, ou seja, não há gradientes térmicos internos significativos. Como consequência, transforma um problema tridimensional de transferência de calor em um problema unidimensional, dependente apenas do tempo (INCROPERA; DEWITT, 2007).

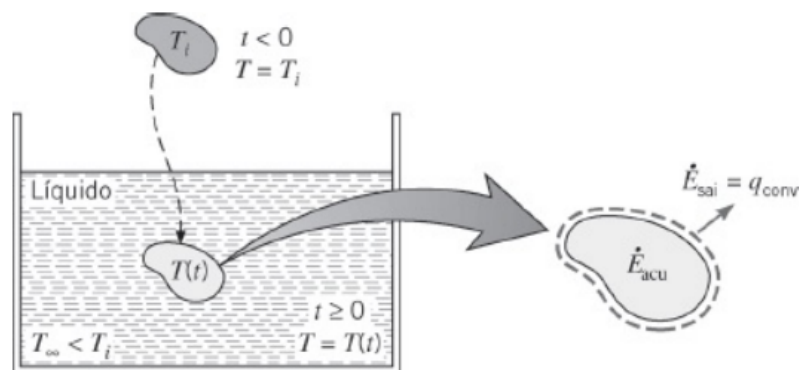
A relação entre a resistência térmica interna do corpo e a resistência térmica associada à troca de calor com o ambiente é determinante para a validação do método. Essa relação é descrita pelo número de Biot (Bi), dado por:

$$Bi = \frac{hL_C}{k} \quad (14)$$

Onde:

- h : coeficiente de transferência de calor por convecção [$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$];
- L_C : comprimento característico do corpo [m];

Figura 17 – Resfriamento de um metal quente forjado



Fonte: Incropera e DeWitt (2007)

- k : condutividade térmica do material; [W/mK].

Em casos em que $Bi < 0,1$, a resistência térmica interna é desprezível em comparação com a resistência na interface do corpo com o meio externo. Nesse caso, a hipótese de temperatura uniforme é válida, permitindo o uso do método (INCROPERA; DEWITT, 2007).

Equação Governante

Com base nessa abordagem, a transferência de calor para o corpo pode ser modelada pela seguinte equação diferencial:

$$\rho C_p V \frac{dT}{dt} = -h A_S (T - T_\infty) \quad (15)$$

Onde:

- ρ : densidade do material [kg/m³];
- C_p : capacidade térmica específica [J/(kg · K)];
- V : volume do corpo [m³];
- A_S : área superficial do corpo [m²];
- T : temperatura do corpo no tempo t [°C];
- T_∞ : temperatura do ambiente [°C].

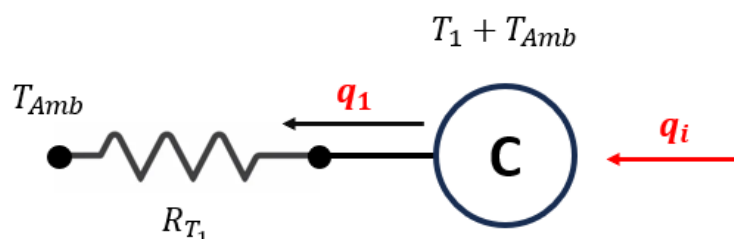
A solução dessa equação permite determinar a evolução temporal da temperatura de um corpo em resposta a uma condição inicial ou variação do meio externo (INCROPERA; DEWITT, 2007).

Este método é eficaz, principalmente, em situações que envolvam corpos com alta condutividade térmica (metais) e valor baixo da razão entre área superficial e volume. Nessas condições, a condução térmica interna ocorre de forma mais rápida em relação à troca de calor com o meio externo, garantindo que a suposição de isoterma seja válida (INCROPERA; DEWITT, 2007).

3.5.3 Modelagem Matemática do Comportamento Térmico do Disco de Freio

Para a análise térmica do disco de freio, será utilizada uma modelagem baseada na Lei da Conservação de Energia, descrita por FELÍCIO (2007), considerando o freio uma capacitância global.

Figura 18 – Modelo térmico do disco de freio



Fonte: elaborado pelo autor

A variação de energia térmica no sistema é descrita pela seguinte equação diferencial:

$$q_i - q_1 = C \cdot \frac{d}{dt}(T_1 + T_{Amb}) \quad (16)$$

Onde:

- q_i : Calor gerado pelo atrito entre o disco e as pastilhas (W)
- q_1 : Calor transferido por convecção para o meio externo (W)
- C : Capacitância térmica equivalente do sistema ($J/^\circ C$)
- T_1 : Temperatura do disco de freio ($^\circ C$)
- T_{Amb} : Temperatura ambiente ($^\circ C$)

3.5.3.1 Determinação do Calor Transferido por Convecção

A taxa de calor transferido por convecção q_1 é descrita pela lei de resfriamento de Newton:

$$q_1 = \frac{T_{Amb} - (T_1 + T_{Amb})}{R_T} = \frac{-T_1}{R_{T_1}} \quad (17)$$

Onde:

- R_{T_1} : Resistência térmica associada ao disco de freio pela convecção com o ar (K/W)

Substituindo q_1 na equação de conservação de energia:

$$q_i - \frac{T_1}{R_T} = C \cdot \frac{d}{dt}(T_1 + T_{Amb}) = C \cdot \frac{d}{dt}(T_1) \quad (18)$$

Como a derivada de uma constante é zero, a equação fica:

$$q_i = \frac{T_1}{R_{T_1}} + C \cdot \frac{d}{dt}(T_1) \quad (19)$$

3.5.3.2 Transformada de Laplace

Aplicando a Transformada de Laplace na equação diferencial (19) e organizando os termos, é obtida a função de transferência do sistema:

$$\frac{T_1(s)}{q_i(s)} = \frac{R_T}{R_T \cdot C \cdot s + 1} \quad (20)$$

A função de transferência obtida possui a forma clássica de um sistema de primeira ordem (FELÍCIO, 2007).

3.5.3.3 Definição dos Parâmetros

Para expressar o ganho e a constante de tempo em função de parâmetros físicos do sistema, utilizam-se as seguintes relações:

$$R_T = \frac{1}{h_{\text{ext}} \cdot A_{\text{Sup}}} \quad (21)$$

$$C = m_{\text{Disco}} \cdot c_{p\text{Disco}} \quad (22)$$

em que a constante de tempo é dada apenas pela troca de calor convectiva com o ambiente. Dessa forma, o coeficiente global de transferência de calor é igual ao coeficiente convectivo entre o disco e o ambiente.

3.5.3.4 Cálculo da Potência de Frenagem

Para o cálculo da potência de frenagem, considera-se que toda a energia do sistema é convertida em calor, desconsiderando perdas por freio-motor, vibração ou ruído gerados pelo disco de freio.

A energia acumulada pelo veículo imediatamente antes do início da frenagem pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$E_{\text{Sistema}} = \frac{m_{\text{carro}} \cdot (V_1 - V_2)^2}{2} + \frac{I_{\text{Roda}} \cdot (\omega_1 - \omega_2)^2}{2} \quad (23)$$

Para determinar a potência de frenagem, utiliza-se a relação clássica de potência em função da energia e do tempo:

$$P = \frac{E}{t} \quad (24)$$

Assumindo que toda a energia do veículo antes da frenagem seja convertida em energia térmica, a potência térmica gerada no disco de freio durante o processo de frenagem pode ser determinada pela seguinte expressão:

$$P_{\text{Térmica}} = \frac{E_{\text{Sistema}}}{t} = \frac{\frac{m_{\text{carro}} \cdot (V_1 - V_2)^2}{2} + \frac{I_{\text{Roda}} \cdot (\omega_1 - \omega_2)^2}{2}}{\frac{(V_1 - V_2)}{a}} \quad (25)$$

3.5.3.5 Cálculo do Fluxo de Calor no Disco de Freio

Limpert (2011) destaca que para frenagens de curta duração, o disco de freio pode ser considerado um sólido semi-infinito. Isso faz com que não ocorra resfriamento no disco, pois a temperatura na superfície não foi alterada. A condição de temperaturas idênticas na interface, juntamente com o fato de que o calor total gerado é completamente absorvido pelo rotor, leva à formulação descrita na Equação (26).

$$\frac{q''_D}{q''_P} = \left(\frac{\rho_{Disco} c_{Disco} k_{Disco}}{\rho_{Past} c_{Past} k_{Past}} \right)^{1/2} \quad (26)$$

Para identificar a quantidade de calor absorvida pelo disco de freio, Limpert (2011) expressa a porção da geração total de calor em termos das propriedades do material. A exigência de que o calor total gerado seja igual a

$$q''_D + q''_P$$

juntamente com a Equação (27), define a energia relativa de frenagem γ , que corresponde à fração de calor absorvida pelo disco de freio.

$$\gamma = \frac{q''_D}{q''_R + q''_P} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\rho_{Past} \cdot c_{Past} \cdot k_{Past}}{\rho_{Disco} c_{Disco} k_{Disco}} \right)^{1/2}} \quad (27)$$

Portanto, tendo ciência das propriedades térmicas tanto da pastilha quanto do disco, é possível determinar a razão do calor gerado que será inserido no disco de freio.

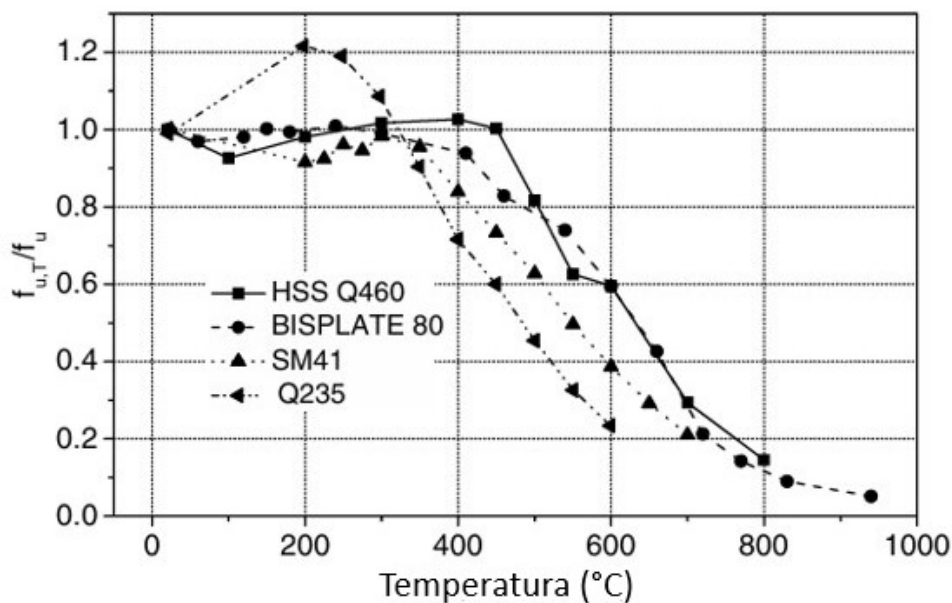
3.5.4 Relação da Temperatura com as Propriedades Mecânicas do Aço

Sabe-se que materiais sobre altas temperaturas sofrem modificações em suas propriedades mecânicas. Dito isso, estudos, com dois aços diferentes, que mostram a relação de suas propriedades com elevadas temperaturas, comprovam que até certa temperatura essa variação pode ser desconsiderada, pois a diferença não é relevante.

O primeiro aço descrito, Q460 de alto teor de carbono, obteve resultados em que o módulo de elasticidade (E), o qual é uma das medidas da rigidez do material, diminui continuamente com o aumento da temperatura. Entretanto, até 400°C, esta redução é considerada moderada, atingindo cerca de 11,6% em relação ao valor das medidas à temperatura ambiente (WANG; LIU; KODUR, 2013). A Figura 19 mostra o comportamento descrito.

Por outro lado, a tensão de escoamento (S_y), que define o limite de tensão antes do início da deformação plástica, apresenta um comportamento diferente com uma elevação da temperatura. Entre 200°C e 450°C, observa-se um leve aumento de até 7,2% no valor desta tensão. Esse comportamento é atribuído ao fenômeno conhecido como fragilidade azul, que ocorre devido à interação de átomos intersticiais de carbono e nitrogênio na estrutura cristalina do aço. Esse efeito temporário pode aumentar a resistência do material

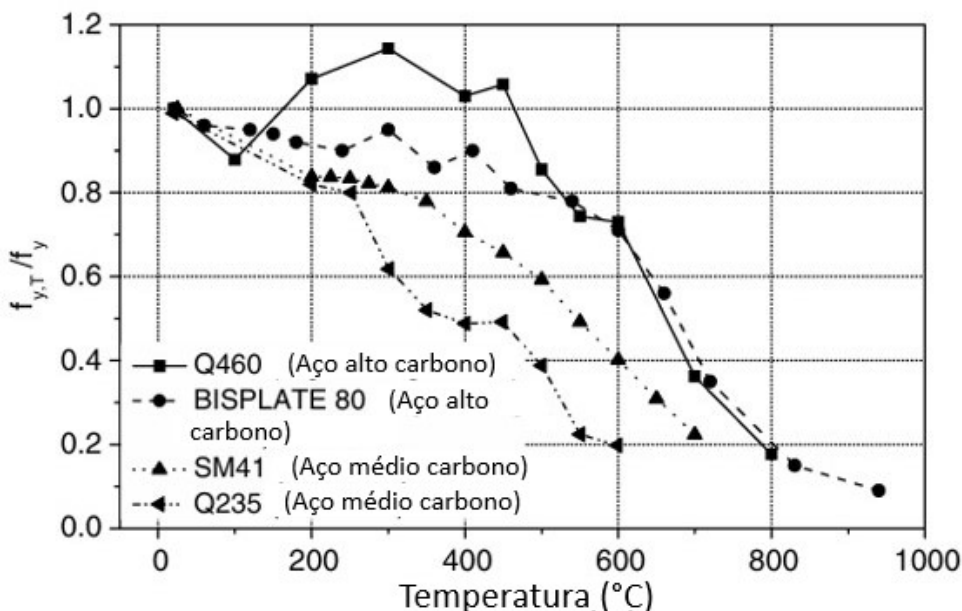
Figura 19 – Relação do módulo de elasticidade com a temperatura



Fonte: Wang, Liu e Kodur (2013). Adaptado.

em certas faixas de temperatura, mas também pode introduzir fragilidades em condições específicas (WANG; LIU; KODUR, 2013). Fato este que pode ser observado na Figura 20.

Figura 20 – Relação da tensão de escoamento com a temperatura



Fonte: Wang, Liu e Kodur (2013). Adaptado.

O segundo aço, 22K, demonstrou que em temperaturas baixas suas propriedades foram praticamente mantidas. Em 23°C, o limite de escoamento é de 271 MPa e a resistência à tração é de 461 MPa, com um alongamento médio de 35%. À medida que a temperatura

sobe para 100°C, há uma leve redução na resistência à tração, que chega a 420 MPa, enquanto o limite de escoamento cai gradualmente para 241 MPa (NIKULIN *et al.*, 2021).

Com o aumento da temperatura, entre 200°C e 300°C, as propriedades do aço permanecem relativamente estáveis. O alongamento mantém-se constante, e o material apresenta resistência suficiente para aplicações moderadas. Esses resultados destacam que o desempenho mecânico do aço 22K é pouco alterado em temperaturas até 300°C, mas, em condições acima de 400°C, o material experimenta uma rápida degradação de resistência (NIKULIN *et al.*, 2021).

Diante do exposto, ambos os estudos comprovam que o aço, em temperaturas abaixo de 400°C, tende a manter suas propriedades mecânicas próximas àquelas em temperatura ambiente.

3.6 Otimização Topológica

A otimização topológica tem como objetivo principal maximizar o desempenho estrutural de um mecanismo, reduzindo a quantidade de material na peça, atendendo a critérios como rigidez, limite de deslocamento ou resistência mecânica. Esta é uma técnica utilizada para encontrar a maior eficiência em termos de desempenho, sendo feita através da redistribuição ótima do material na peça, considerando as condições de carga e de contorno do problema analisado (THOMPSON, 2023).

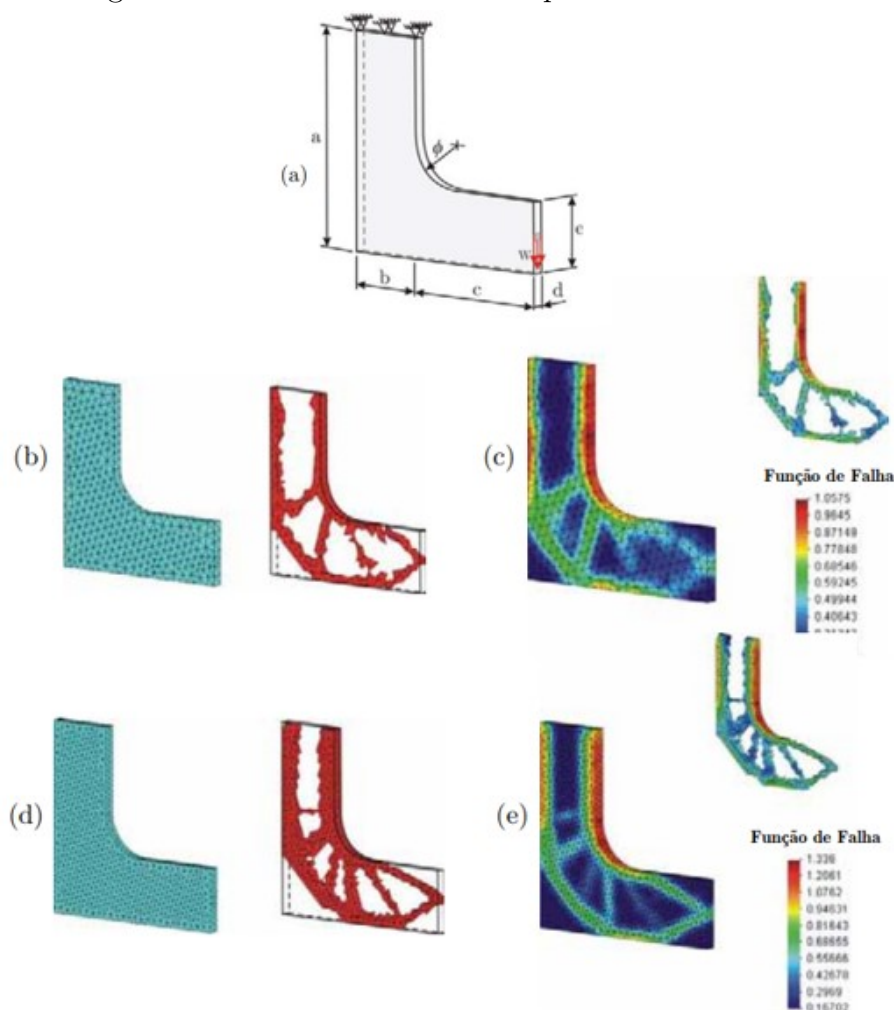
A partir da configuração inicial dos parâmetros da otimização, o software ANSYS realiza a análise do modelo, partindo da malha da peça. Cada elemento desta malha é avaliado considerando o quanto este interfere na rigidez estrutural. Nesse sentido, elementos que não interfiram de forma significativa neste aspecto podem ser removidos ou redistribuídos. Ademais, os resultados da otimização podem variar a depender da densidade da malha, ou seja, uma malha mais fina, com maior quantidade de elementos, gera resultados mais precisos. Entretanto, exige maior capacidade computacional e tempo de processamento (ANSYS, 2020).

Quanto aos resultados da otimização topológica na prática, estudos têm demonstrado a redução significativa de massa em componentes automotivos e aeronáuticos. Como consequência, ocorre a melhora na eficiência energética destes, sem que as tensões máximas ultrapassem os limites críticos (THOMPSON, 2023).

A partir dessas informações, a otimização topológica pode ser utilizada, também, para o design de discos de freio, permitindo a distribuição adequada do material no espaço de projeto. Para estruturas tridimensionais, Coutinho (2006) demonstra um método que combina os elementos finitos de Galerkin com técnicas de otimização. Essa abordagem busca reduzir os custos de fabricação e operação, melhorando, através da redução de massa, o desempenho dos componentes e dos sistemas. A Figura 21 mostra o resultado de uma das análises feitas pela autora.

Além disso, buscando otimizar o design dos discos de freio para reduzir o peso

Figura 21 – Resultado de um dos problemas resolvidos

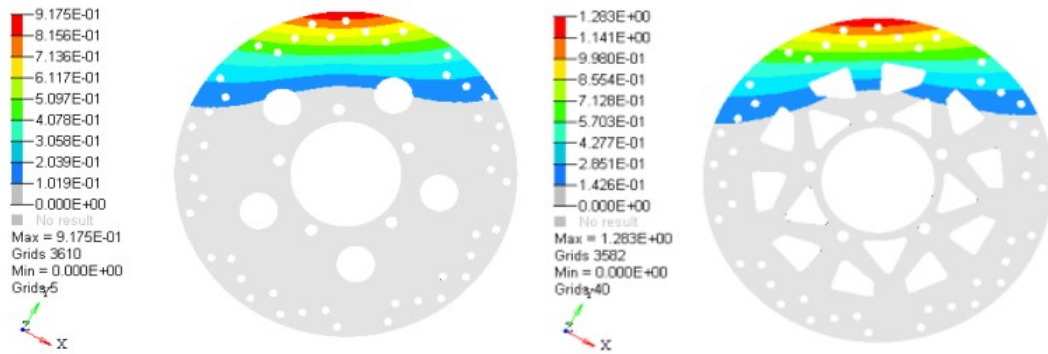


Fonte: Coutinho (2006)

e o custo do material, sem comprometer a função, Naikwadi, Wadageri e Bidari (2017) realizaram a análise estática e modal para avaliar os níveis de tensão e deformação do disco. Percebeu-se que a adição de nervuras, juntamente com a modificação da espessura da parede do disco, foram os pontos de maior importância para sustentar a carga máxima e alcançar o objetivo citado anteriormente. O resultado mostrou uma redução de até 14% no peso do disco de freio, conforme mostrado na Figura 22.

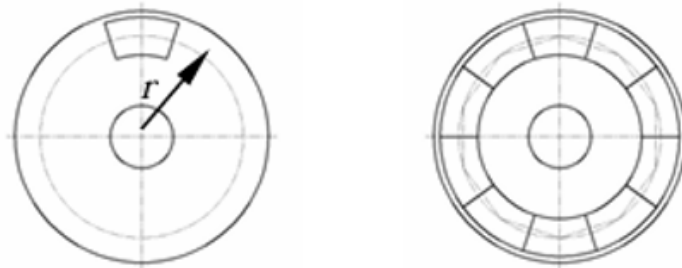
Outro método de otimização, proposto por Zhang *et al.* (2019), foi o método *Carga Equivalente em Movimento* (EML). Essa metodologia equaliza a carga dinâmica contínua em várias condições de trabalho finitas, distribuídas ao longo da trajetória do movimento. Os resultados demonstraram uma redução de 57,9% no peso da nova estrutura em comparação com a estrutura inicial, ou seja, uma eficiência significativa da otimização estrutural sob condições de carga dinâmica. A Figura 23 ilustra o funcionamento do método, enquanto a Figura 24 mostra o resultado encontrado com relação a redução de massa do modelo.

Figura 22 – Tensão de Von Mises - Antes e depois da otimização



Fonte: Naikwadi, Wadageri e Bidari (2017). Adaptado.

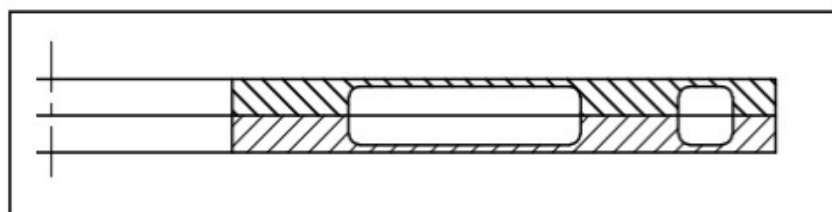
Figura 23 – Diagrama do funcionamento do método EML



a) Antes da equivalência b) Depois da equivalência

Fonte: Zhang *et al.* (2019). Adaptado.

Figura 24 – Resultado do método EML



Fonte: Zhang *et al.* (2019)

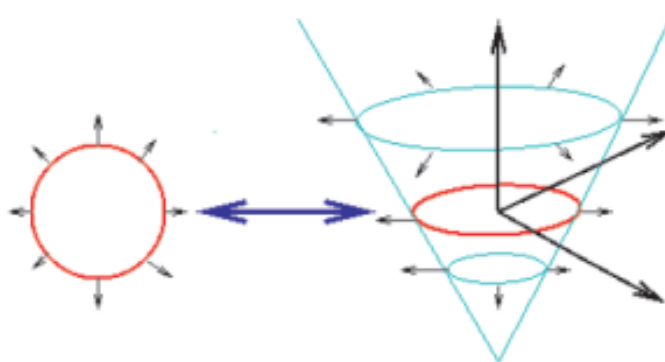
3.6.1 Método *Level set*

Em 1988, James Sethian e Stanley Osher desenvolveram o Método *Level Set* (LS), uma técnica matemática utilizada para modelar a propagação e o deslocamento de curvas por meio de equações diferenciais parciais. Esse método possibilita a simulação da evolução de curvas em diversos contextos físicos, descrevendo a transformação da fronteira

de uma região por meio de uma função de maior dimensão, denominada função *Level Set* (NAPOLITANO, 2004).

O principal objetivo do modelo é minimizar a energia da estrutura. Para uma determinada função, considera-se que, a cada instante de tempo, sua configuração espacial evolui continuamente, sempre buscando um estado de menor energia (NAPOLITANO, 2004). A Figura 25 ilustra a função LS.

Figura 25 – Ilustração da função Level Set



Fonte: Napolitano (2004)

3.6.1.1 Comparação do método *Level Set* com o método SIMP

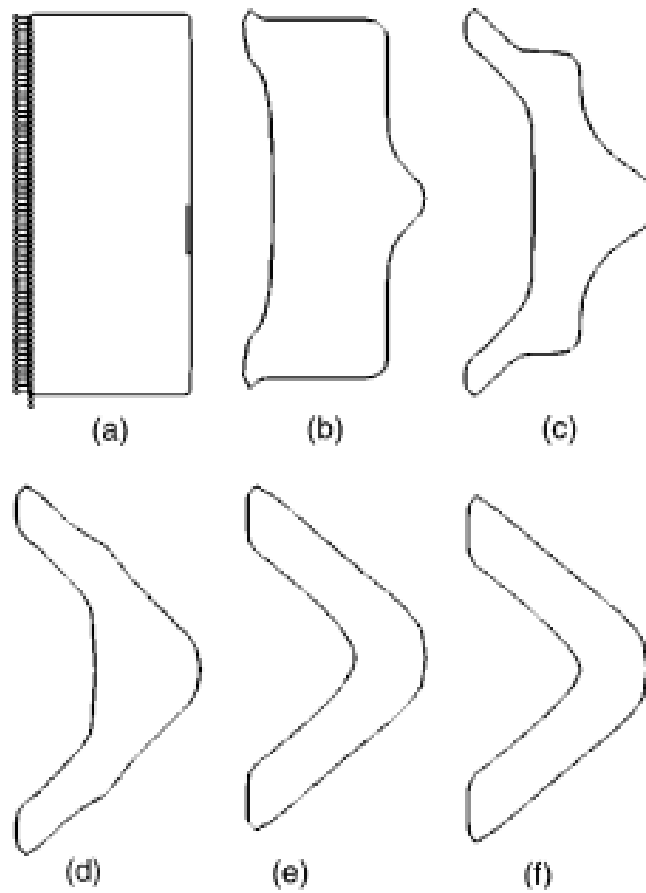
Apesar do algoritmo *Solid Isotropic Material with Penalization* (SIMP) ser usualmente utilizado no ANSYS para a realização de otimização topológica, encontram-se estudos que demonstram uma nova abordagem, utilizando o método *Level Set*. A escolha deste método se dá devido às suas vantagens em relação ao tratamento de tensões e resoluções de problemas de singularidade. Diferentemente do SIMP, o qual utiliza variáveis baseadas na densidade para definir as regiões em que há sólido ou vazio, o método LS corrige os problemas de singularidade (WANG; WANG; GUO, 2003).

Na abordagem SIMP, as áreas intermediárias entre sólido e vazio apresentam valores de densidade indefinidos, o que compromete o design final, além de dificultar a aplicação de restrições de tensão. Já no método LS, essa questão é resolvida, pois a interface entre sólido e vazio é representada implicitamente por uma função de nível. Dessa forma, qualquer ponto com valor da função menor que zero pertence à região sólida, enquanto pontos com valores maiores que zero estão na região vazia (WANG; WANG; GUO, 2003).

Além de eliminar os problemas de singularidade, o método LS também permite que a geometria evolua a cada iteração de forma a controlar as tensões na estrutura durante o processo de otimização. Esse fato se dá pois a função de nível é ajustada por uma equação de transporte baseada em campos de velocidades normais, calculados por

meio de análises de sensibilidade de forma (WANG; WANG; GUO, 2003). A Figura 26 mostra a evolução da geometria utilizando o método LS.

Figura 26 – Ilustração do modelo Level Set



Fonte: Wang, Wang e Guo (2003)

4 MATERIAIS E MÉTODOS

4.1 Determinação das Condições Operacionais a Partir do *Brake Test*

No presente trabalho foi utilizado a prova, da competição Fórmula SAE Brasil, *Brake Test* como referência para determinar as condições operacionais do disco de freio, as quais foram empregadas na análise de otimização topológica. Nesta prova, o veículo acelera por uma distância de 30 metros até atingir determinada velocidade. Na sequência, para ser aprovado, o veículo entra em uma zona de frenagem de 10 metros, onde deve parar completamente, travando as quatro rodas simultaneamente (FÓRMULA SAE BRASIL, 2019).

Nesta etapa, caso seja verificado, pelos juízes, falhas no sistema, ocorre a desclassificação. A Figura 27 ilustra o funcionamento da prova.

Figura 27 – Imagem da prova Brake Test



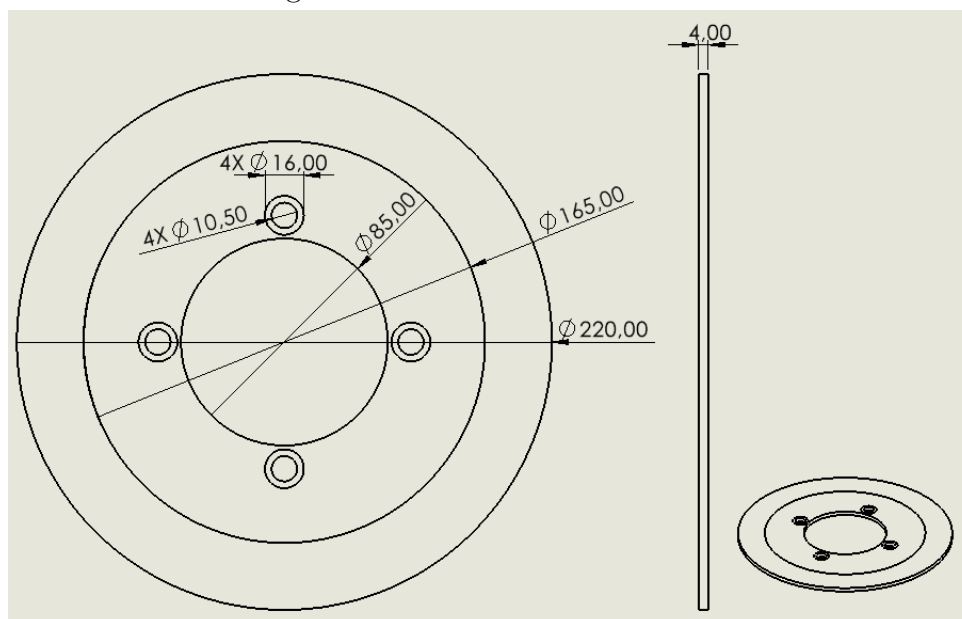
Fonte: FÓRMULA SAE BRASIL (2019)

Para o cálculo das condições de carga e as entradas do modelo, como torque de frenagem, velocidade final antes da frenagem e desaceleração média, foram utilizados dados obtidos a partir das especificações e do cenário descrito na prova. Esses parâmetros foram utilizados para simular o comportamento estrutural e térmico do disco de freio nas análises subsequentes.

4.2 Modelagem inicial do disco de freio

O disco de freio, antes de passar pelo processo de otimização topológica, foi modelado utilizando o software Autodesk Inventor. Essa modelagem inicial seguiu as especificações do disco atual utilizado pelo veículo da competição, incluindo dimensões, furos de fixação e a área de contato com as pastilhas de freio. A Figura 28 apresenta o modelo gerado no Inventor.

Figura 28 – CAD do disco de freio



Fonte: elaborado pelo autor

O software ANSYS foi utilizado como ferramenta principal para a análise por elementos finitos (MEF). Inicialmente, foi realizada uma análise estrutural do modelo não otimizado, com o objetivo de identificar as regiões de maior concentração de tensões. Nessa etapa, o comportamento mecânico do disco sob o torque de frenagem foi avaliado.

Paralelamente, uma análise térmica foi conduzida no MATLAB para verificar se as temperaturas atingidas durante a frenagem poderiam afetar as propriedades mecânicas do material do disco. Para tanto, consideraram-se os efeitos do calor gerado pelo atrito entre o disco e as pastilhas, desconsiderando as forças resultantes da dilatação térmica, uma vez que essas são irrelevantes para o objetivo principal da análise. Essa simplificação permitiu concentrar os esforços analíticos nas forças cisalhantes.

4.3 Material escolhido para o disco e para a pastilha

O material selecionado para o disco de freio é o aço AISI 1045. As propriedades mecânicas e térmicas deste material são descritas na Tabela 2:

Tabela 2 – Propriedades do material - Aço AISI 1045

Propriedade	Valor
Tensão de escoamento (σ_y)	530 MPa
Módulo de elasticidade (E)	206 GPa
Calor específico (c_p)	0.486 J/(g·K)
Condutividade térmica (k)	49.8 W/(m·K)
Densidade (ρ)	7850 kg/m ³

Fonte: Propriedades do Aço 1045 - MatWeb

A pastilha utilizada nas análises era feita de material semi-metálico, escolhido por suas características de desempenho em sistemas de frenagem. As propriedades térmicas e mecânicas desse material estão detalhadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Propriedades do material - pastilha semi-metálica

Propriedade	Valor
Módulo de elasticidade (E)	19.0 GPa
Calor específico (c_p)	0.42 J/(g·K)
Condutividade térmica (k)	60.0 W/(m·K)
Densidade (ρ)	7800 kg/m ³

Fonte: Pinca-Bretotean *et al.* (2021)

4.4 Modelo 1 – Condições Iniciais para Análise

No primeiro modelo, a análise considera que a força aplicada pelo fluido de freio sobre as pastilhas é constante ao longo de toda a superfície do disco. Essa afirmação leva em consideração que o atrito gerado entre o pneu e o asfalto é tido como máximo, ou seja, não há deslizamento. O torque de frenagem foi calculado com base nas equações apresentadas na seção anterior, sendo esses cálculos realizados no software MATLAB.

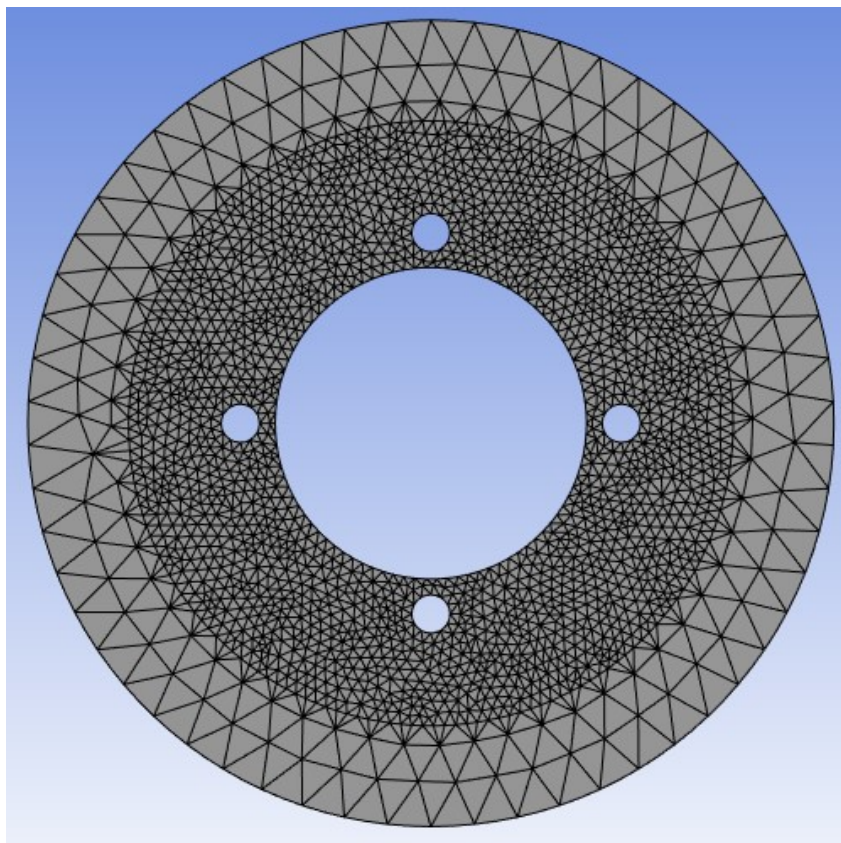
A aplicação do torque foi modelada nas fixações do disco, distribuídas uniformemente entre os quatro parafusos, para representar as condições reais de operação do disco, considerando o equilíbrio mecânico do sistema. Nesse contexto, trata-se de um sistema rotativo em que uma força é continuamente aplicada em um ponto fixo enquanto o rotor está em movimento. Como resultado, a força se distribui por toda a superfície do disco, simulando o comportamento observado durante a frenagem.

Portanto, toda a face de contato entre o disco e as pastilhas foi definida como a condição de contorno para restrição de movimento. A Figura 29 ilustra o modelo configurado no software ANSYS para a realização da análise estrutural e, posteriormente, da otimização topológica.

O modelo foi discretizado utilizando elementos finitos tetraédricos quadráticos ($TET10$), que oferecem maior precisão na interpolação dos deslocamentos e tensões. O número de elementos e nós utilizados na malha foi de 18.963 e 34.197, respectivamente, sendo aplicada uma malha mais refinada nas regiões de maior interesse para a simulação.

O refinamento da malha foi realizado com base no critério de convergência de malhas, no qual a simulação foi executada com diferentes tamanhos de elementos até que os valores de tensão e deslocamento se estabilizassem, indicando que o resultado era independente da discretização utilizada.

Figura 29 – Representação do modelo 1 no ANSYS com os nós



Fonte: elaborado pelo autor

4.5 Modelo 2 – Condições iniciais para Análise

O principal objetivo desse modelo é simular uma condição crítica de frenagem, em que a roda trava completamente, fazendo com que o regime de atrito mude de pico para deslizamento. Nessa análise, a região de interesse para a otimização topológica corresponde a $\frac{1}{4}$ da área do modelo 1. Como o disco apresenta simetria, os resultados obtidos podem ser considerados representativos para toda a peça, uma vez que essa característica permite a replicação das condições nos demais quadrantes.

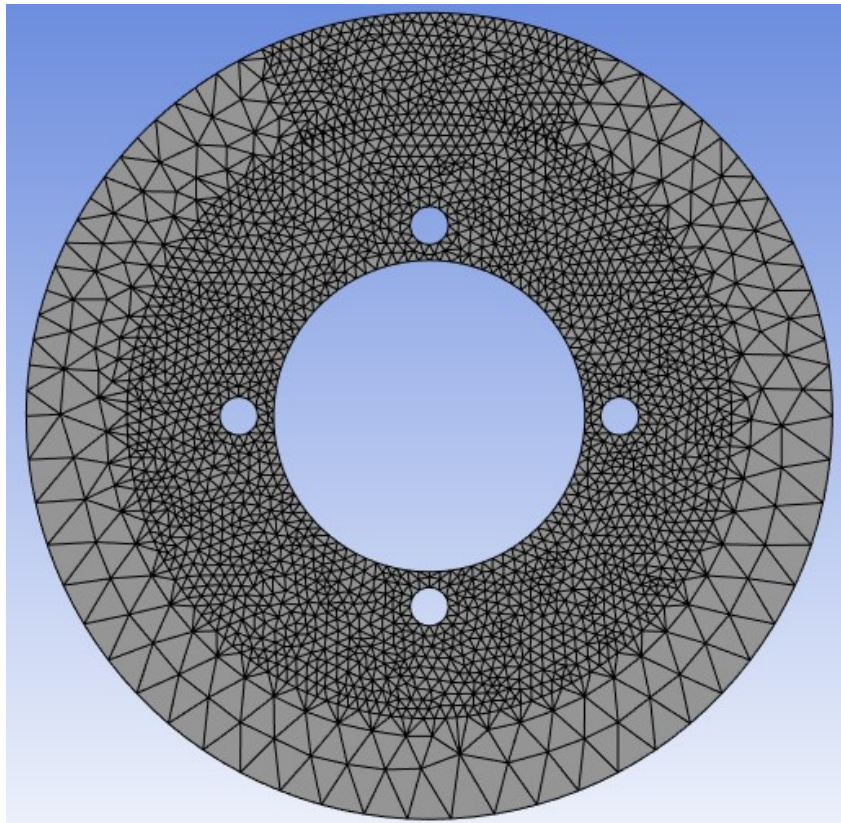
Nesta situação, o ponto de travamento é diretamente acima de uma das fixações do disco, o que provoca uma distribuição diferenciada de tensões em relação ao modelo anterior. Para obter esse comportamento, o torque de frenagem foi aplicado nas quatro fixações dos parafusos, sendo distribuído de forma uniforme entre eles.

Outro aspecto do modelo foi a definição das condições de contorno. Nesse caso, a restrição de movimento foi aplicada em uma região que replica a geometria da pastilha de freio em contato com o disco.

Para o Modelo 2, no software ANSYS, o elemento tetraédrico quadrático foi novamente utilizado. O número de elementos e nós foi de 21.731 e 39.166, respectivamente, sendo aplicada uma malha mais densa nas regiões críticas. O refinamento seguiu o critério

de convergência de malhas, assim como no Modelo 1. A Figura 30 mostra o modelo configurado.

Figura 30 – Representação do modelo de um quarto do disco no ANSYS com os nós



Fonte: elaborado pelo autor

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Influência dos parâmetros no torque de frenagem

Dentre os parâmetros que influenciam a distribuição de torque entre os discos de freio dianteiros e traseiros, destacam-se o coeficiente de atrito entre o pneu e o asfalto e a desaceleração pretendida. Esses fatores são os principais ajustes possíveis, já que os parâmetros geométricos do veículo, como a distância entre eixos, a posição do centro de gravidade em relação ao eixo dianteiro e a altura do centro de gravidade em relação ao solo, são mais complexos de modificar.

Considerando os valores geométricos apresentados na Tabela 4, foi realizada uma análise variando os dois fatores mencionados (coeficiente de atrito e desaceleração), de modo a avaliar como influenciam a distribuição de torque nas rodas dianteiras e traseiras. Os resultados dessa análise são apresentados na Figura 31 e na Figura 32.

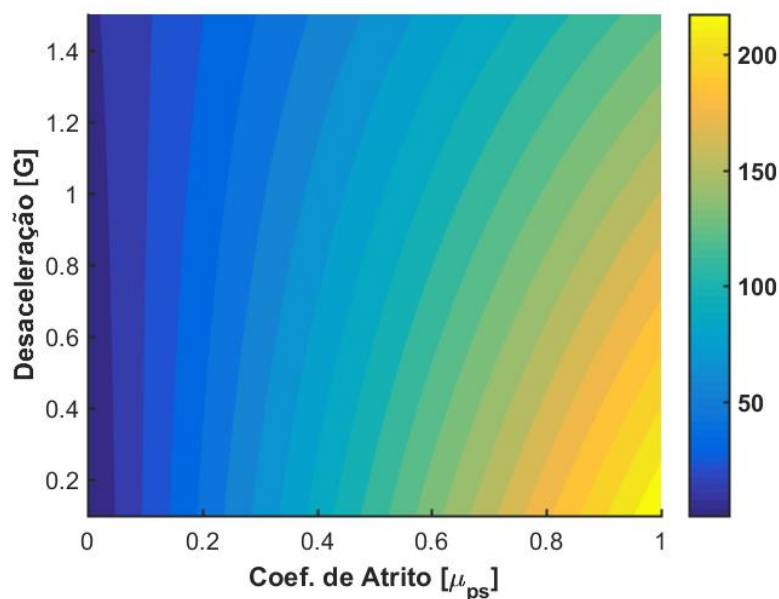
Tabela 4 – Parâmetros gerais do veículo.

Parâmetro	Valor	Unidade
Distância entre eixos (l_{carro})	1.55	m
Distância do eixo dianteiro ao CG (l_{cg})	0.85	m
Altura do CG (h_{cg})	0.28	m
Momento de inércia dianteira (I_d)	0.15	kg·m ²
Momento de inércia traseira (I_t)	0.15	kg·m ²
Massa do carro (m_{Carro})	350	kg
Gravidade (g)	9.81	m/s ²
Diâmetro do pneu (d_{pneu})	0.51	m
Raio efetivo do pneu (r_{pneu})	$\frac{0.51 \times 0.98}{2}$	m

Observa-se que o torque necessário nas rodas dianteiras e traseiras varia de forma distinta em relação ao coeficiente de atrito e à desaceleração. Para o coeficiente de atrito, tanto na dianteira quanto na traseira, há uma relação diretamente proporcional: à medida que o coeficiente aumenta, o torque necessário também aumenta.

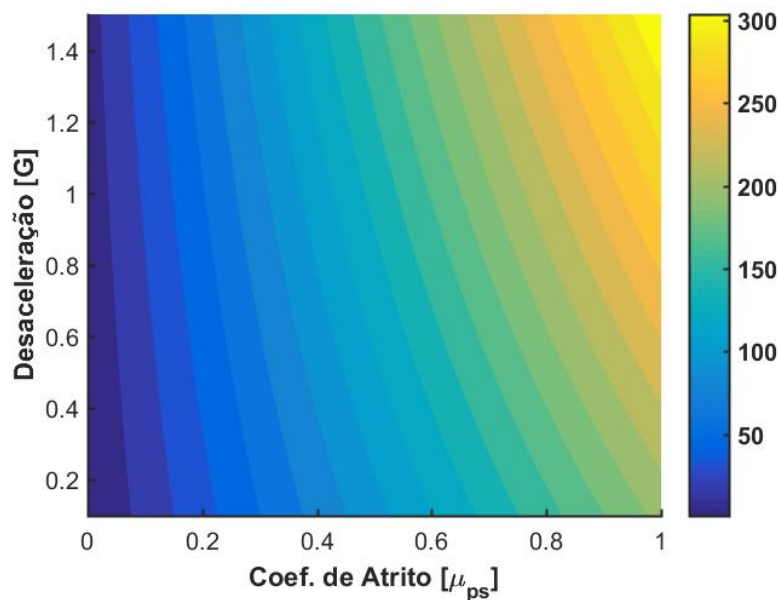
Já em relação à desaceleração, os comportamentos diferem entre as rodas dianteiras e traseiras. Nas rodas dianteiras, quanto maior a desaceleração pretendida, maior será o torque necessário para atender à demanda de frenagem. Por outro lado, nas rodas traseiras, o torque necessário diminui conforme a desaceleração é aumentada. Esse comportamento reflete a distribuição dinâmica de carga durante o processo de frenagem.

Figura 31 – Distribuição de torque nas rodas traseiras



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 32 – Distribuição de torque nas rodas dianteiras



Fonte: elaborado pelo autor.

5.2 Modelo 1

5.2.1 Cálculo do torque

Para o Modelo 1, considera-se que não ocorre deslizamento entre o pneu e o asfalto. Nesse caso, o coeficiente de atrito adotado é o de pico, com valor estipulado em 0,90.

No cálculo da desaceleração, assume-se uma velocidade final do carro de 45 km/h, que corresponde a 12,5 m/s. Sabe-se que o veículo deve ser capaz de parar em, no máximo, 10 m. Contudo, para incluir um coeficiente de segurança que compense eventuais atrasos na reação do piloto ao acionar o freio, será utilizado um valor reduzido de 9 m como a distância efetiva para a frenagem.

Assim, com base na equação do movimento uniformemente variado, a desaceleração necessária para o modelo em análise é de 8,68 m/s² (em módulo). Quando este valor é dividido pela aceleração da gravidade ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$), obtém-se uma desaceleração próxima de 0,885g.

Sabe-se que a desaceleração máxima que pode ser alcançada por um pneu, sem que ocorra deslizamento, é limitada pelo coeficiente de atrito estático ($\mu_{\text{estático}}$) entre o pneu e o solo. Essa desaceleração é dada pela relação:

$$a_{\text{máx}} = \mu_{\text{estático}} \cdot g, \quad (28)$$

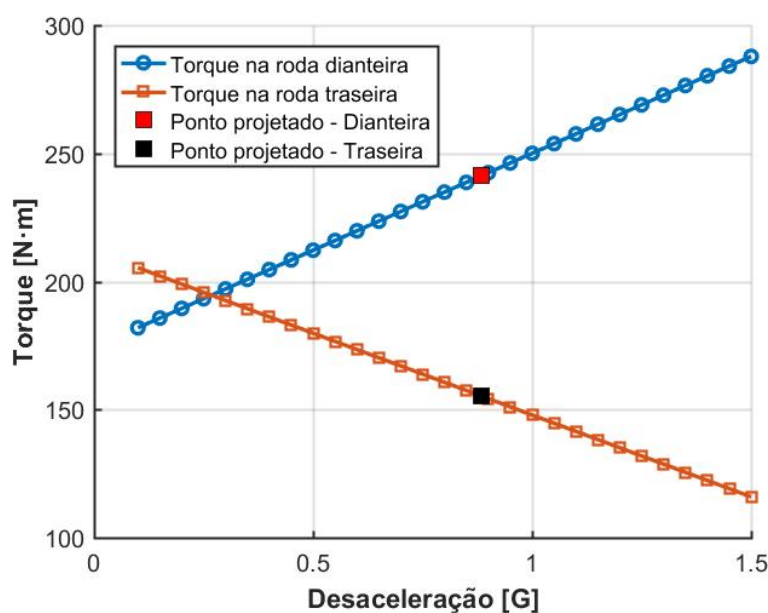
onde g representa a aceleração da gravidade.

Para a configuração em questão, considerando $\mu_{\text{estático}} = 0,90$, a desaceleração máxima é:

$$a_{\text{máx}} = 0,90 \cdot g. \quad (29)$$

dessa forma, a desaceleração pretendida, igual a $0,90 \cdot g$, é alcançável para essa configuração de pneu.

Figura 33 – Torque na dianteira e traseira com coeficiente de atrito igual a 0,90



Fonte: elaborado pelo autor.

Conforme ilustrado na Figura 33, observa-se que o torque aplicado é maior nas rodas dianteiras. Essa característica justifica a escolha do disco de freio dianteiro para análise, uma vez que ele é submetido a um esforço mecânico mais intenso.

Tabela 5 – Valores de torque nas rodas dianteira e traseira.

Parâmetro	Valor	Unidade
Torque na roda dianteira (τ_d)	241.30	N·m
Torque na roda traseira (τ_t)	155.23	N·m

5.2.2 Parte térmica do disco

Para a análise térmica, os cálculos foram realizados considerando uma única frenagem completa. Os dados geométricos e propriedades materiais tanto do disco quanto da pastilha de freio estão organizados na Tabela 6. Esses parâmetros incluem dimensões físicas, capacidade térmica, condutividade térmica, entre outros.

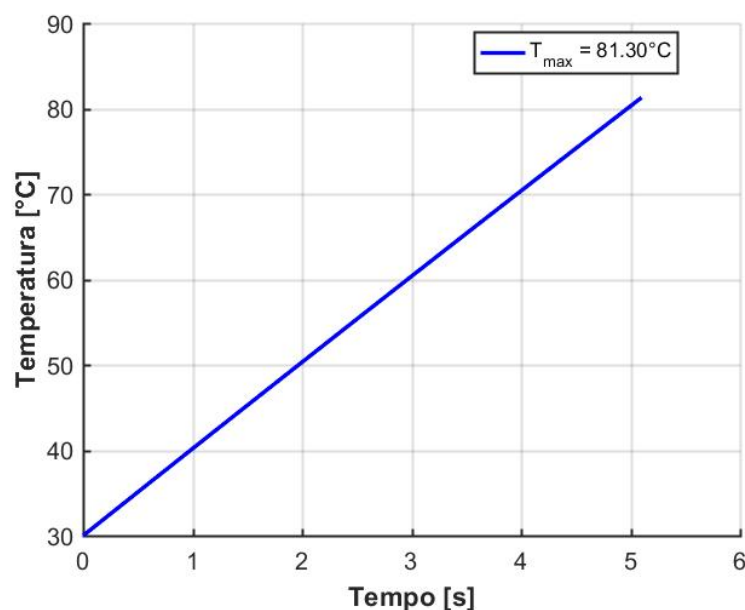
Tabela 6 – Dados geométricos e propriedades materiais do sistema de freio.

Parâmetro	Valor	Unidade
Diâmetro externo do disco	0.220	m
Diâmetro interno do disco	0.165	m
Área da face de atrito do disco	0.017	m ²
Área total disco	0.032	m ²
Área da face de atrito da pastilha	0.0019	m ²
Espessura do disco	0.004	m
Calor específico (Disco)	486	J/(kg·K)
Calor específico (Pastilha)	420	J/(kg·K)
Massa do disco	1.01	kg
Condutividade térmica (Disco)	49.8	W/(m·K)
Condutividade térmica (Pastilha)	60.0	W/(m·K)
Coefficiente convectivo	50	W/(m ² ·K)

Além disso, foi considerado o coeficiente convectivo de troca de calor. Contudo, conforme discutido anteriormente, sua influência na temperatura final do disco é insignificante no contexto de uma única parada devido ao curto intervalo de tempo para dissipação significativa de calor.

A análise utilizou o método da capacitância global devido ao número de Biot calculado, que ficou abaixo de 0,10. Esse valor indica que o disco pode ser considerado um sistema de capacidade térmica concentrada, o que justifica a aplicação do modelo simplificado. Com base nesse método, foi possível determinar a temperatura final atingida pelo disco de freio após a frenagem. O resultado dessa análise está ilustrado na Figura 34, que apresenta a evolução da temperatura do disco.

Figura 34 – Temperatura do disco dianteiro durante a frenagem



Fonte: elaborado pelo autor.

A temperatura final do disco de freio foi calculada em $81,30^{\circ}\text{C}$. Conforme discutido anteriormente, essa faixa de temperatura é insuficiente para causar alterações significativas nas propriedades físicas do aço. O material apresenta apenas uma leve variação em relação às condições de temperatura ambiente, mantendo sua rigidez e resistência praticamente inalteradas.

Dessa forma, os efeitos térmicos foram considerados desprezíveis nesta análise, cujo foco principal está nas forças tangenciais atuantes no disco de freio durante o processo de frenagem. Embora o aumento de temperatura possa levar a uma dilatação térmica no disco, provocando maior compressão entre a pastilha e o disco, esse efeito foi desconsiderado por dois motivos principais:

- A magnitude da dilatação térmica é limitada pela modesta elevação de temperatura encontrada ($81,30^{\circ}\text{C}$).
- A análise de interesse não se concentra nas forças de compressão ou nas deformações axiais do disco, mas sim nas forças geradas pelo atrito tangencial.

5.2.3 Elementos finitos

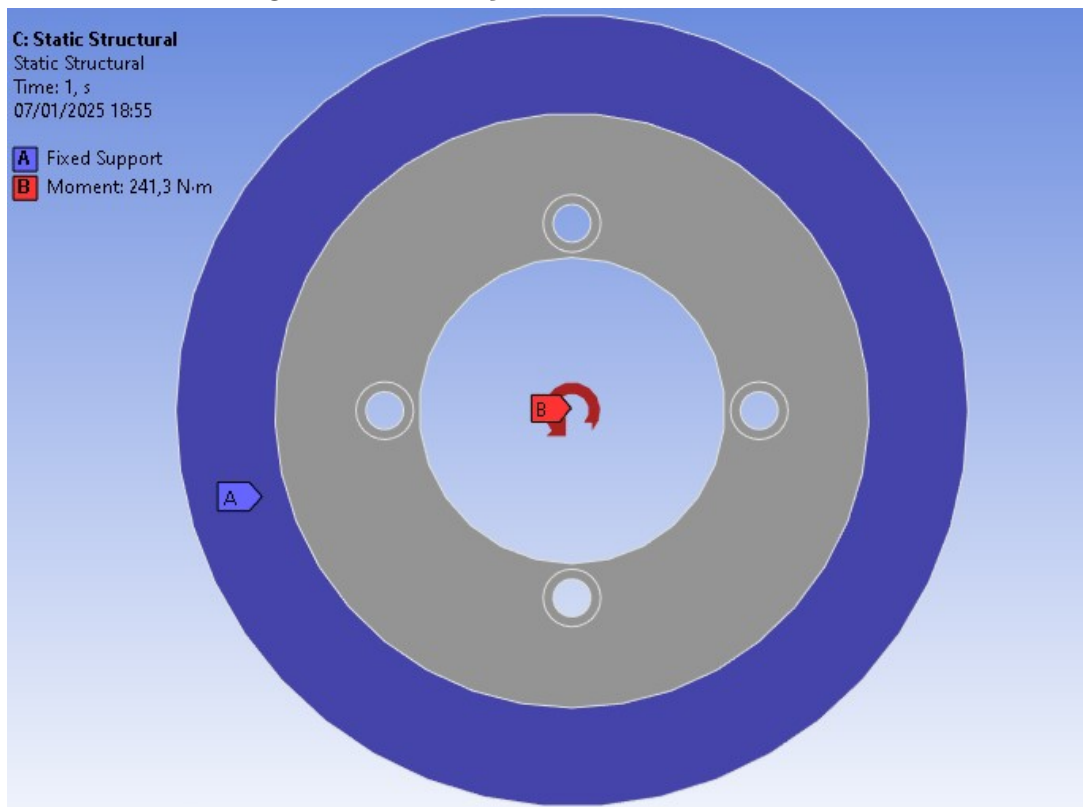
Com o torque calculado em $241,30\text{ N.m}$, foi realizada a análise estrutural do disco de freio. Nessa análise, o torque foi aplicado na região de fixação do disco, representando a força contrária gerada pela inércia do veículo nos pontos de conexão com os parafusos.

As condições de contorno foram definidas considerando que, durante a frenagem, a pastilha de freio pressiona uniformemente a face do disco em contato com ela. Essa região foi modelada como uma superfície fixa, refletindo a restrição imposta pela pastilha

ao movimento do disco. Isso implica que a força de frenagem é distribuída de maneira uniforme ao longo da área de contato devido à rotação contínua do disco.

Essa abordagem é ilustrada na Figura 35, onde se destacam as condições de contorno adotadas e a aplicação do torque nas fixações.

Figura 35 – Condições de contorno do modelo



Fonte: elaborado pelo autor.

Com as condições de contorno estabelecidas, foi realizada a análise estrutural do disco de freio, resultando nos seguintes dados apresentados na Figura 36 seguir:

Tabela 7 – Comparação entre a tensão máxima obtida e a tensão de escoamento do Aço 1045.

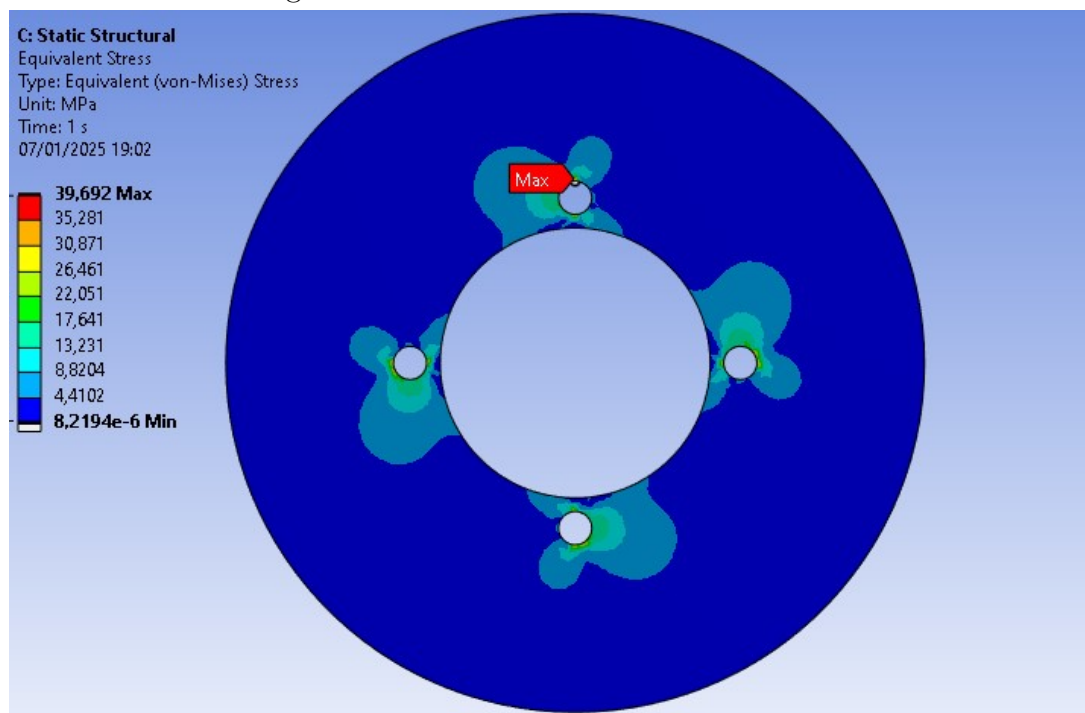
Propriedade	Valor [MPa]
Tensão Máxima Obtida (σ_{\max})	39.69
Tensão de Escoamento ($\sigma_{\text{escoamento}}$)	530.00

A Tabela 7 mostra que a tensão máxima obtida está abaixo da tensão de escoamento do material. O coeficiente de segurança, calculado pela fórmula:

$$\text{Coeficiente de Segurança (CS)} = \frac{\sigma_{\text{escoamento}}}{\sigma_{\max}} \quad (30)$$

resulta em um valor de $CS = 13.35$.

Figura 36 – Resultado da análise estrutural



Fonte: elaborado pelo autor.

Após a conclusão da análise estrutural no software ANSYS, foram definidas as regiões de interesse para a otimização topológica do disco de freio. O foco principal foi a região interna do disco, excluindo a área das fixações, devido aos elevados esforços concentrados nessa seção.

A otimização topológica da área interna busca reduzir a massa do disco sem comprometer sua integridade estrutural, limitando-a a tensão de escoamento do material. A região externa, por outro lado, geralmente é projetada considerando aspectos como a dissipação térmica e o design otimizado para a remoção de sujeiras e detritos acumulados, que podem reduzir a eficiência da frenagem.

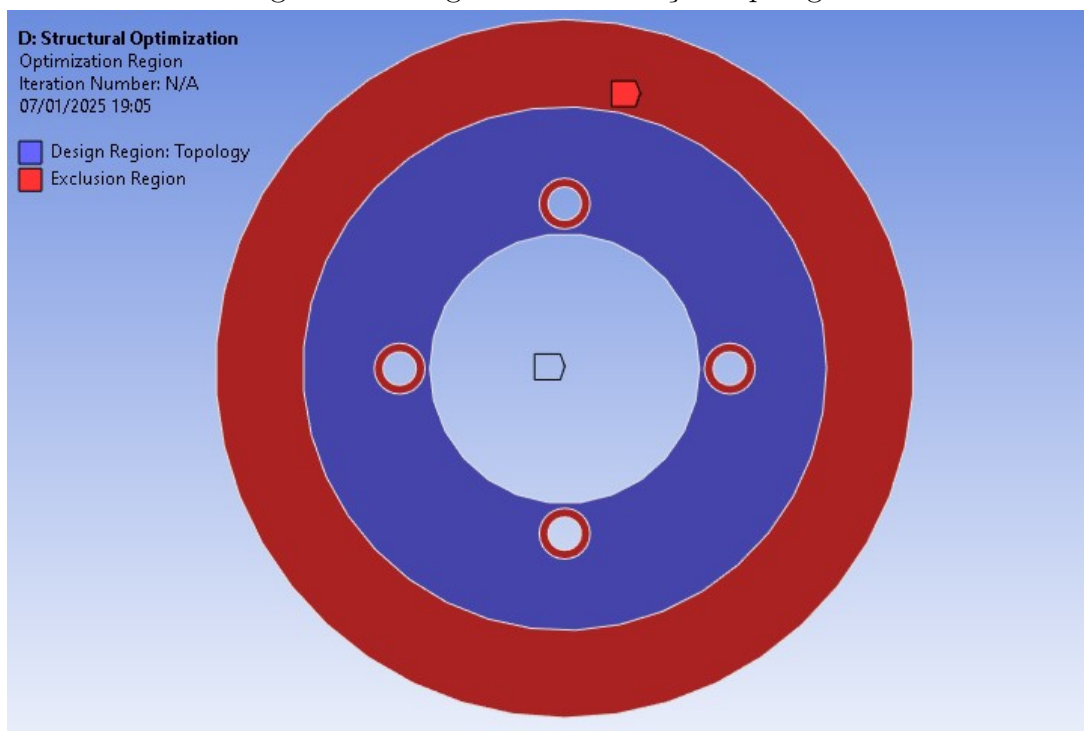
A Figura 37 ilustra as áreas selecionadas para a otimização topológica, evidenciando as zonas preservadas para garantir a resistência estrutural nas fixações.

O resultado da otimização topológica do disco de freio é apresentado na Figura 38. Nela, pode-se observar como a distribuição de material foi ajustada.

Com o resultado da otimização topológica, o modelo foi exportado para o software Autodesk Inventor, onde foi realizado o re-design do disco de freio com base nas áreas preservadas e removidas. A Figura 39 apresenta o disco otimizado.

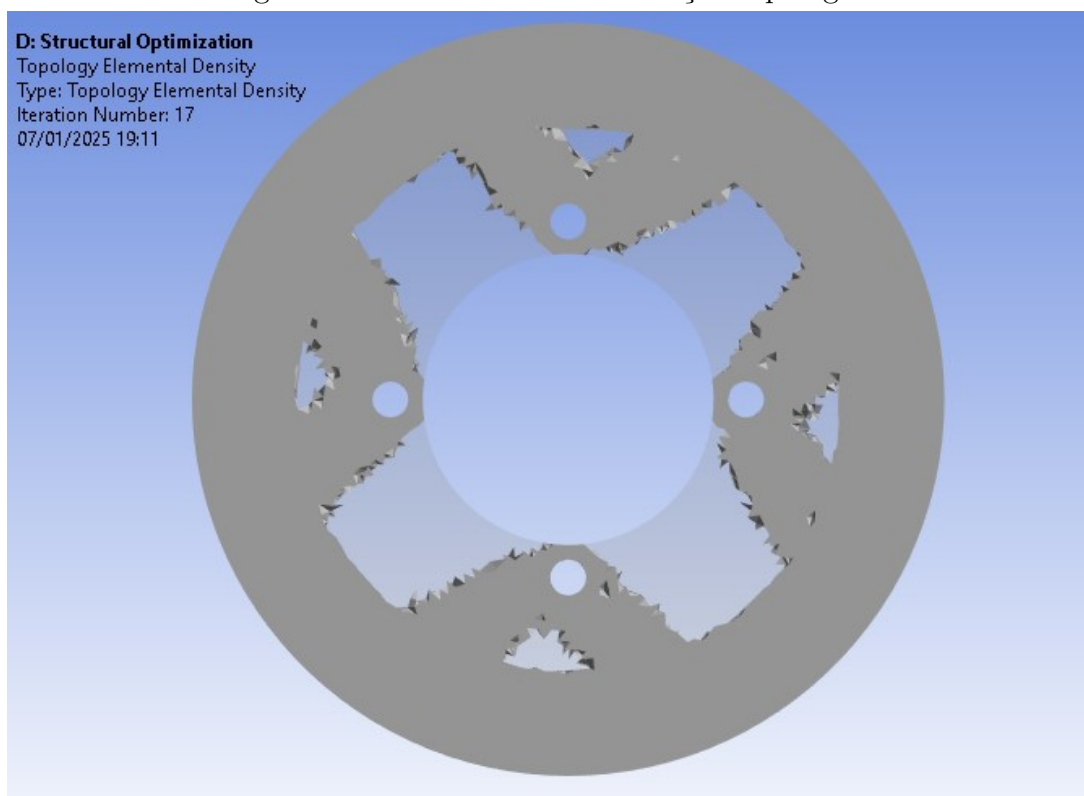
Para avaliar o desempenho do novo design do disco, foi realizada uma segunda análise estrutural, utilizando os mesmos parâmetros presentes na Tabela 4 e o torque da dianteira calculado na Tabela 5. O resultado dessa análise está ilustrado na Figura 40, a qual demonstra o comportamento estrutural do disco otimizado sob as condições de carga

Figura 37 – Regiões da otimização topológica



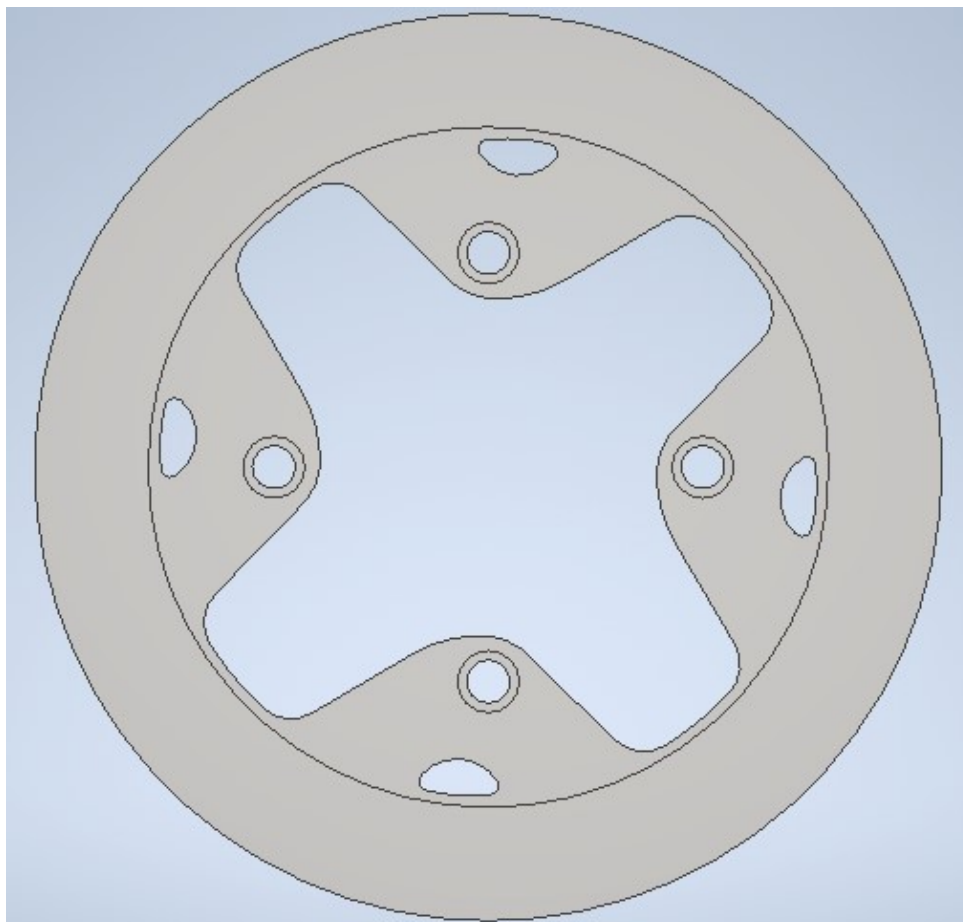
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 38 – Resultado da otimização topológica



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 39 – Disco após a otimização topológica



Fonte: elaborado pelo autor.

aplicadas.

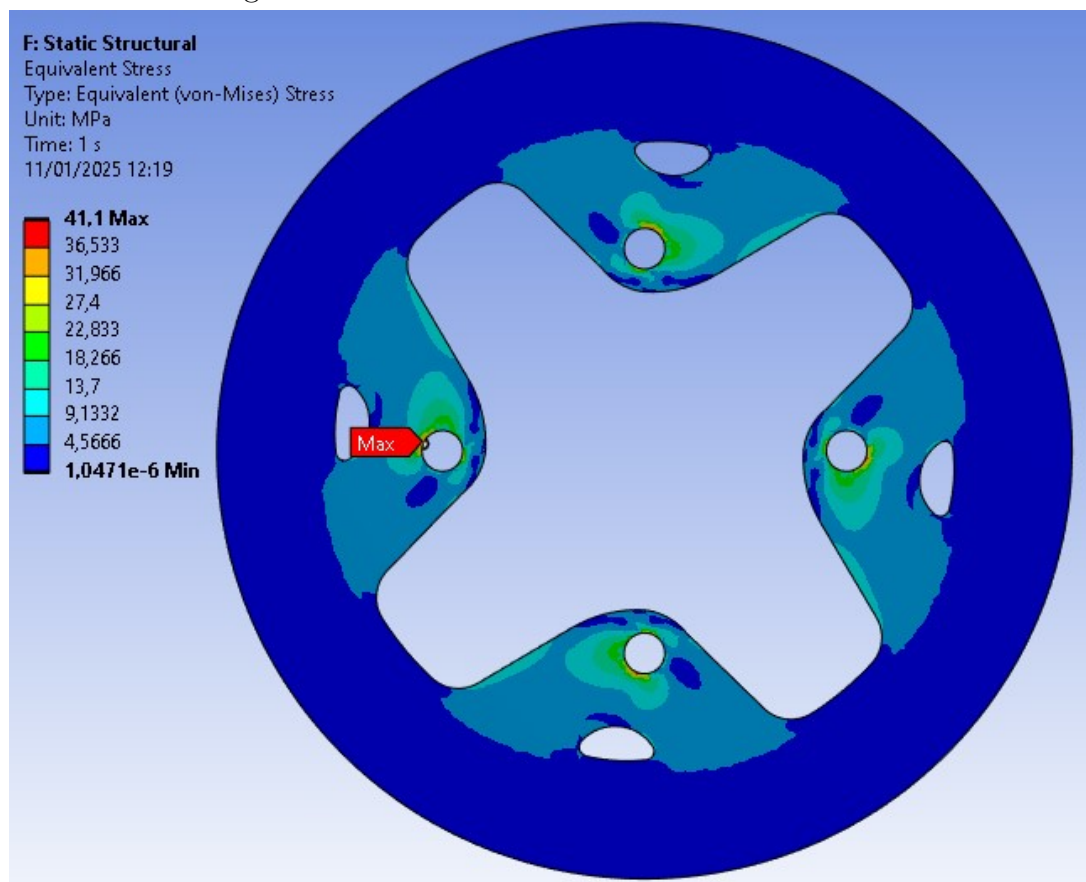
Tabela 8 – Tensão máxima disco otimizado e tensão de escoamento do material Aço 1045 - Modelo 1

Propriedade	Valor
Tensão Máxima ($\sigma_{\max}^{\text{otimizado}}$)	41.10 MPa
Tensão de Escoamento ($\sigma_{\text{escoamento}}$)	530.00 MPa

Os resultados apresentados na Tabela 8 mostram que a tensão máxima encontrada no disco otimizado continua abaixo da tensão de escoamento do material. Para essa condição, o coeficiente de segurança foi calculado, sendo igual a 12,89. É possível observar que, mesmo com a redução de massa, não houve um aumento significativo na tensão máxima do disco otimizado, mantendo um alto coeficiente de segurança, aumentando cerca de 3.55%.

A Tabela 9 mostra as tensões máximas do disco antes e depois da otimização.

Figura 40 – Análise estrutural do disco otimizado



Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 9 – Tensões máximas do disco antes e depois da otimização - Modelo 1

Estado do Disco	Tensão Máxima (σ_{max})	Unidade
Antes da Otimização	39.69	MPa
Após a Otimização	41.10	MPa

A Tabela 10 apresenta os resultados relativos à redução de massa do disco, considerando a massa total, a massa da região de interesse a ser otimizada e as respectivas massas após a otimização. A redução de massa em relação à massa total do disco foi de 21.38%, enquanto a redução de massa considerando apenas a região de interesse foi de 44.15%.

Tabela 10 – Redução de Massa do Disco Antes e Depois da Otimização - Modelo 1

Massa	Antes da Otimização	Após a Otimização	Redução (%)
Total do Disco	1,01 kg	0.79 kg	21.38 %
Região de interesse	0.47 kg	0.26 kg	44.15 %

Outra grandeza física analisada é o momento de inércia de massa do disco em relação ao eixo de rotação da roda do carro. A otimização topológica resultou em uma

redução dessa grandeza. Essa redução implica em menor torque exigido pelo motor para iniciar o movimento do carro, bem como em menor torque de frenagem necessário para uma parada completa. Os valores obtidos antes e após a otimização estão apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 – Redução do Momento de Inércia de Massa do Disco - Modelo 1

	Antes	Após	Redução (%)
Momento de Inércia ($kg \cdot m^2$)	0.0070	0.0062	11.60

5.3 Modelo 2

5.3.1 Parâmetros iniciais

No segundo modelo, considera-se o caso em que ocorre deslizamento entre o pneu e o asfalto. Nesse cenário, a pastilha de freio não desliza sobre o disco, mas permanece travada acima de uma das quatro fixações do disco. O coeficiente de atrito utilizado, nesse caso, é o coeficiente de atrito dinâmico ($\mu_{\text{dinâmico}}$), cujo valor é 0,70.

A desaceleração do veículo será limitada por esse coeficiente de atrito dinâmico, conforme a relação:

$$a_{\text{máx}} = \mu_{\text{dinâmico}} \cdot g, \quad (31)$$

onde $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ é a aceleração da gravidade. Substituindo os valores:

$$a_{\text{máx}} = 0,70 \cdot 9,81 = 6,867 \text{ m/s}^2. \quad (32)$$

Dessa forma, a desaceleração do veículo no caso de deslizamento é $6,87 \text{ m/s}^2$, sendo menor do que a desaceleração obtida no primeiro modelo, que é limitada pelo coeficiente de atrito estático. Portanto, considerando as condições estabelecidas, a velocidade final do veículo imediatamente antes de iniciar o processo de desaceleração é de 40 km/h. Essa velocidade permite que o veículo consiga parar completamente dentro dos 9 m requeridos, conforme especificado inicialmente.

Devido à redução no coeficiente de atrito, o torque necessário para a frenagem também é menor. O valor calculado para o torque está apresentado na Tabela 12.

Tabela 12 – Torque calculado no modelo com deslizamento.

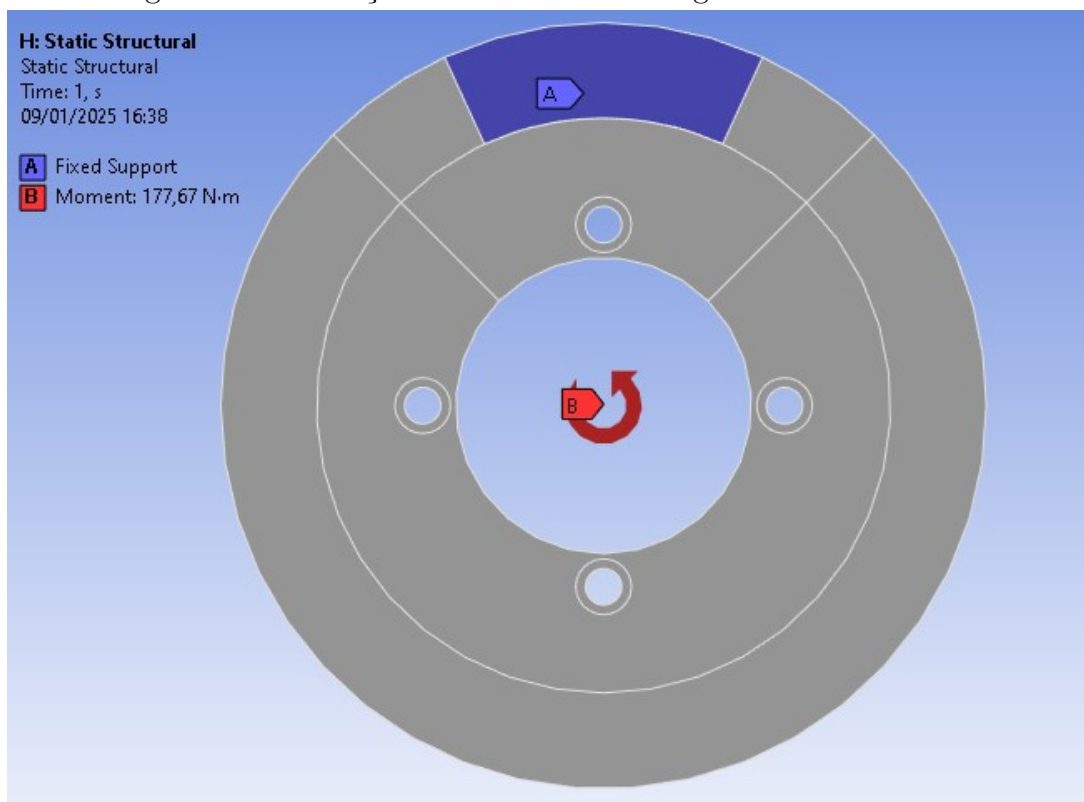
Parâmetro	Valor (N·m)
Torque na dianteira (T_d)	177,67
Torque na traseira (T_t)	130,87

5.3.2 Elementos finitos

No segundo modelo, a geometria da pastilha será posicionada no disco, diretamente acima de uma das fixações, e mantida fixa em ambos os lados. O torque será aplicado nas fixações, assim como no primeiro modelo.

Nesse caso, a região de interesse será reduzida para $\frac{1}{4}$ da região analisada no modelo anterior, concentrando-se apenas na área correspondente a uma fixação. Essa abordagem permite focar na análise local, que será posteriormente espelhada para as demais fixações, garantindo a simetria do modelo final. A Figura 41 ilustra o modelo desenvolvido no Ansys:

Figura 41 – Condições de contorno e carregamento no modelo 2



Fonte: elaborado pelo autor.

Após realizar a análise estrutural desse modelo, os resultados obtidos são apresentados na Figura 42:

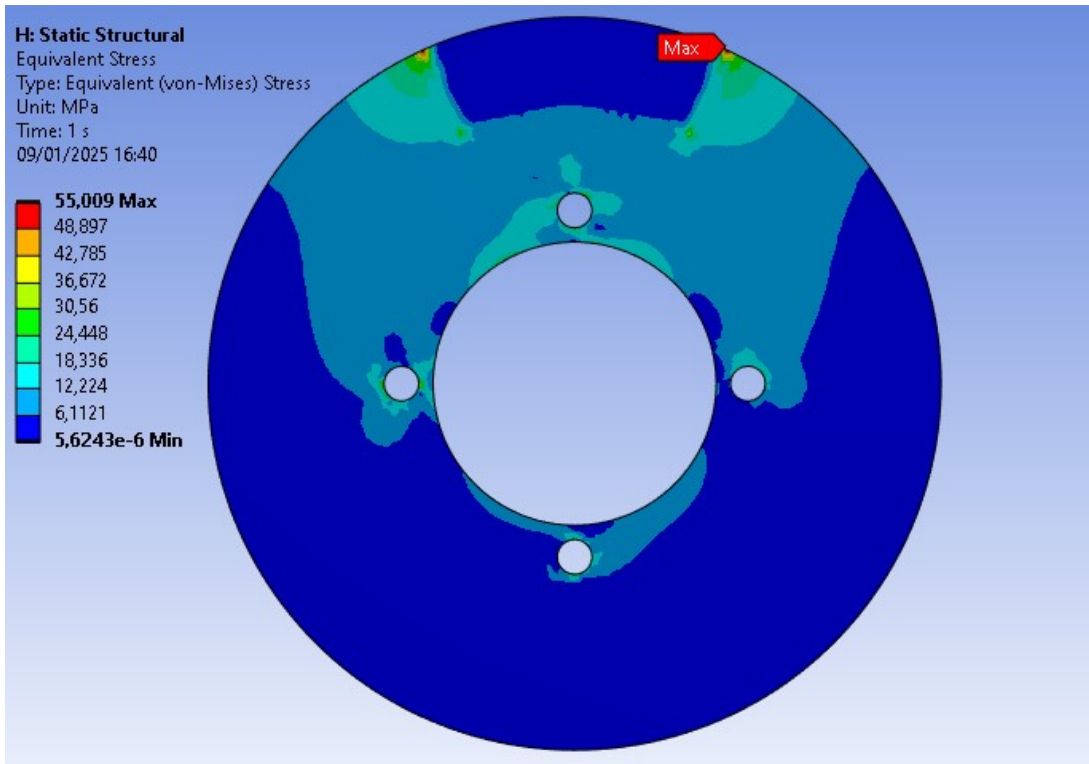
Tabela 13 – Resultados da análise estrutural do modelo 2.

Parâmetro	Valor (MPa)
Tensão máxima ($\sigma_{\text{máx}}$)	55.01
Tensão de escoamento ($\sigma_{\text{escoamento}}$)	530.00

A Tabela 13 apresenta os resultados obtidos para a tensão máxima, a tensão de escoamento do material utilizado. Os resultados indicam que a tensão máxima no modelo 2 está abaixo da tensão de escoamento do material, resultando em um coeficiente de segurança de 9.63.

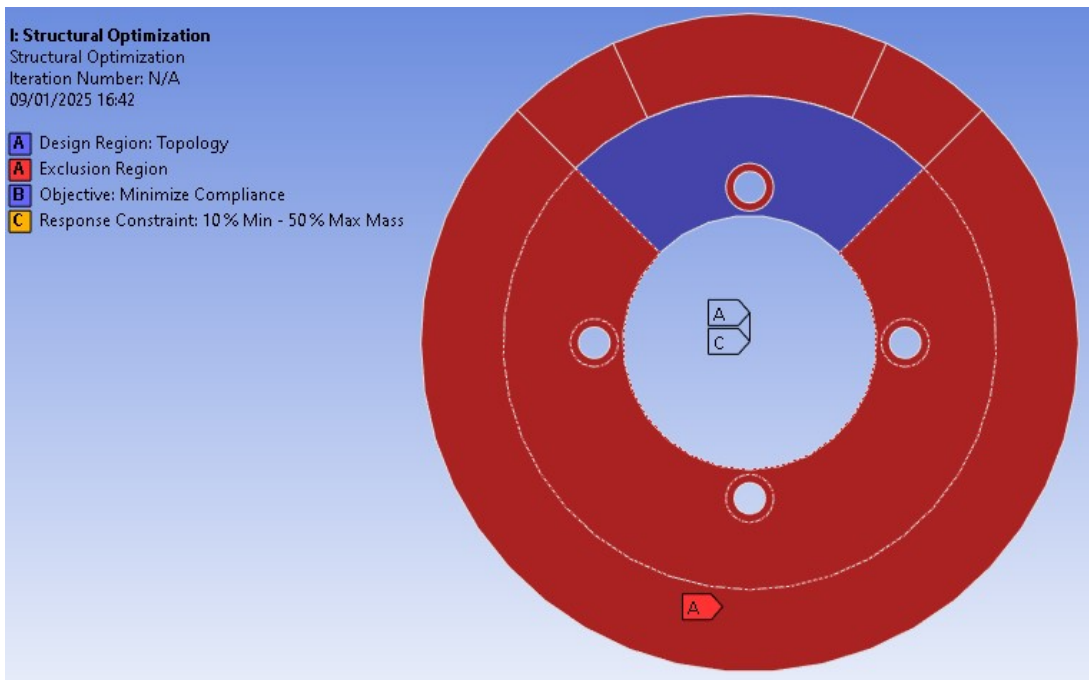
Após a análise estrutural, foi definida a região de interesse para a otimização, focando nas áreas mais relevantes para o estudo. A Figura 43 ilustra essa delimitação.

Figura 42 – Resultado da análise estrutural do modelo 2



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 43 – Região de interesse do modelo 2

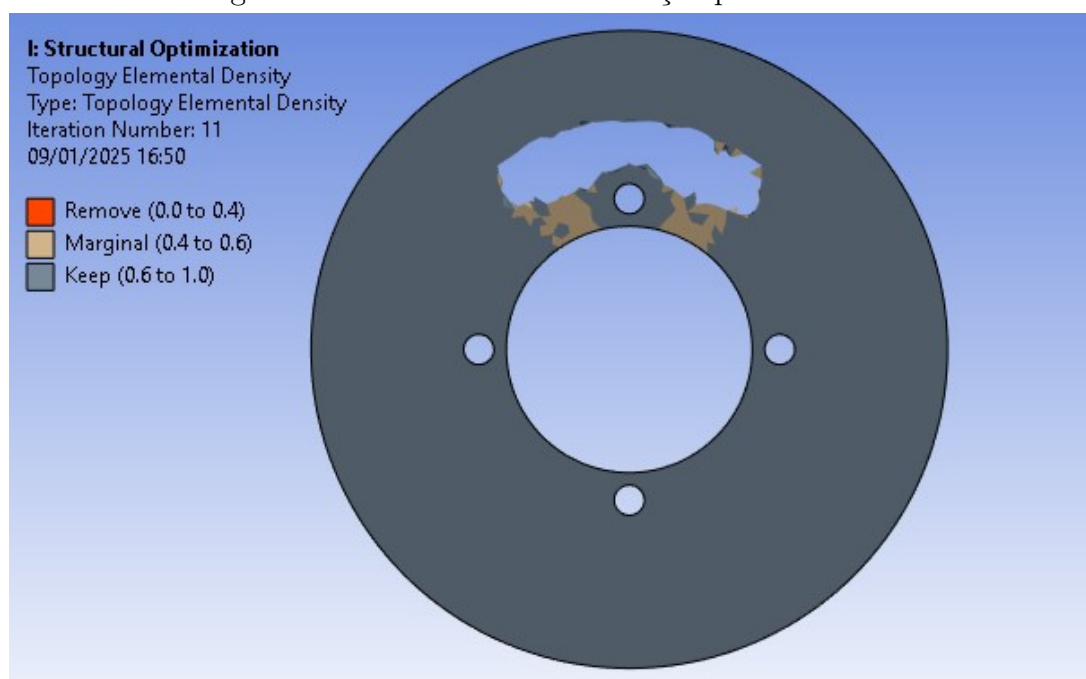


Fonte: elaborado pelo autor.

Com a região delimitada, foi realizada a otimização topológica visando à redução

de massa. O resultado desse processo é apresentado na Figura 44.

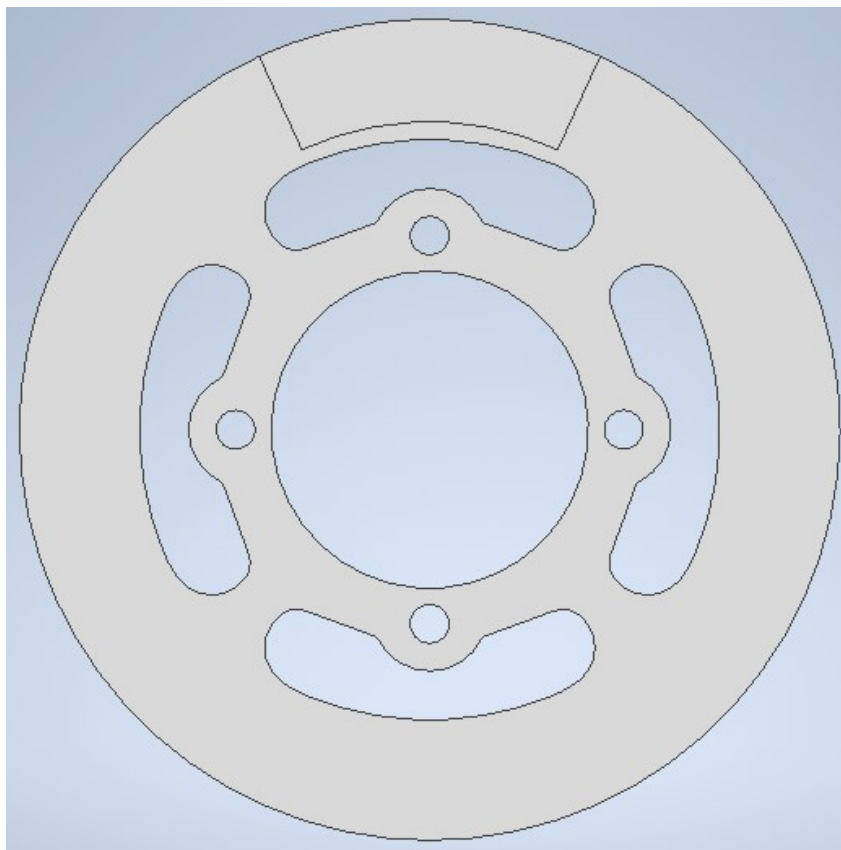
Figura 44 – Resultado da otimização pelo modelo 2



Fonte: elaborado pelo autor.

Após a otimização, o resultado foi replicado nos demais três quadrantes, explorando a simetria do disco. A Figura 45 apresenta o modelo final.

Figura 45 – CAD otimizado do modelo 2



Fonte: elaborado pelo autor.

Para verificar a eficácia da otimização realizada, foi conduzida uma análise estrutural utilizando os mesmos carregamentos e condições de contorno. O resultado está apresentado na Figura 46.

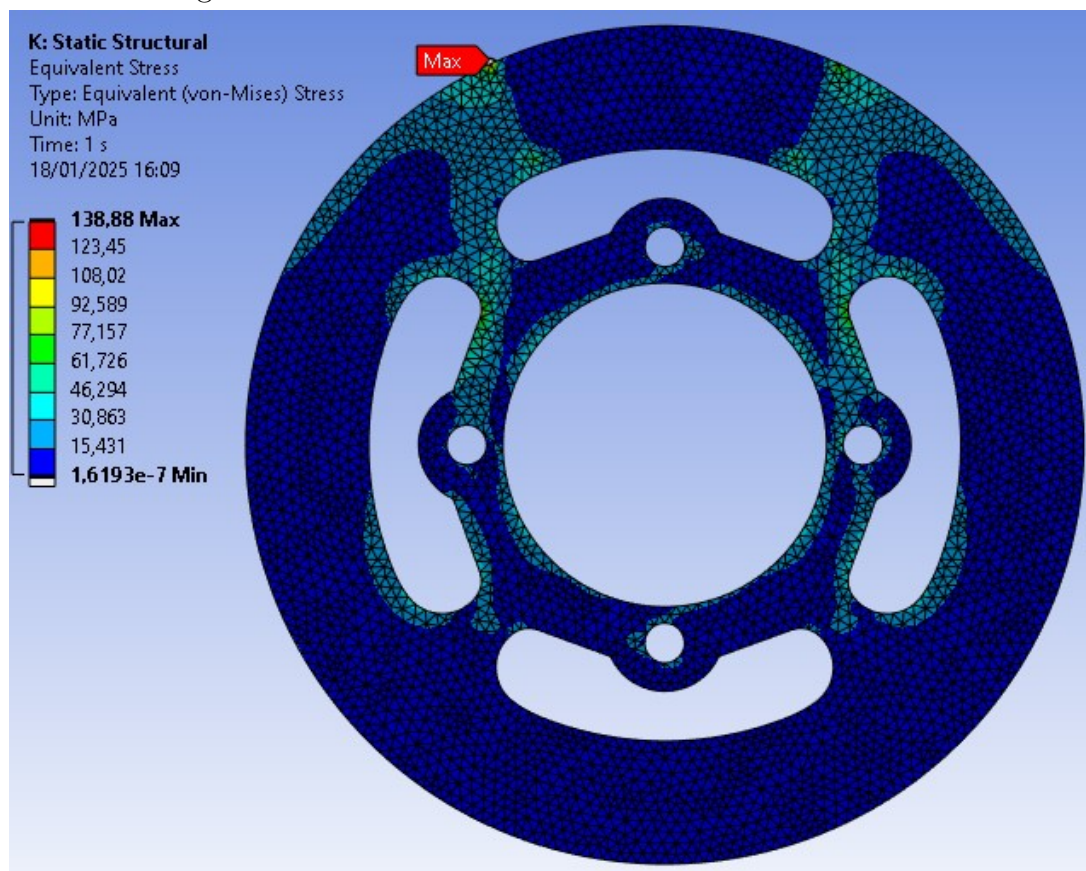
Os resultados apresentados na Tabela 14 indicam que a tensão máxima no disco otimizado permanece inferior à tensão de escoamento do material, da mesma forma que no modelo 1. Dessa forma, foi calculado o coeficiente de segurança, obtendo-se um valor de 3,82. Apesar da tensão máxima após a otimização ter aumentado cerca de 152%, não há risco da falha pelo modelo considerado.

Tabela 14 – Tensão máxima disco otimizado e tensão de escoamento do material Aço 1045 - Modelo 2

Propriedade	Valor
Tensão Máxima ($\sigma_{\max}^{\text{otimizado}}$)	138.88 MPa
Tensão de Escoamento ($\sigma_{\text{escoamento}}$)	530.00 MPa

A Tabela 15 apresenta os valores máximos da tensão de von Mises calculados no modelo 2. Esses resultados foram obtidos a partir da análise estrutural realizada, destacando os pontos de maior esforço no componente avaliado.

Figura 46 – Resultado da análise estrutural no modelo 2



Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 15 – Tensões máximas do disco antes e depois da otimização - Modelo 2

Estado do Disco	Tensão Máxima (σ_{max})	Unidade
Antes da Otimização	55.01	MPa
Após a Otimização	138.88	MPa

Ao realizar a análise de retirada de massa do modelo, comparando o disco não otimizado com o disco otimizado, foram obtidos os valores apresentados na Tabela 16, incluindo as respectivas reduções alcançadas.

Tabela 16 – Redução de Massa do Disco Antes e Depois da Otimização - Modelo 2

Massa	Antes da Otimização	Após a Otimização	Redução (%)
Total do Disco	1,01 kg	0.79 kg	21.71 %
Região de interesse	0.47 kg	0.27 kg	41.70 %

De forma similar à análise do momento de inércia de massa realizada para o disco do modelo 1 antes e após a otimização, a mesma abordagem foi aplicada ao modelo 2. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 17.

Tabela 17 – Redução do Momento de Inércia de Massa do Disco - Modelo 2

	Antes	Após	Redução (%)
Momento de Inércia ($kg \cdot m^2$)	0.0070	0.0060	14.23

Assim, observa-se que ambos os modelos apresentam coeficientes de segurança superiores a 1. No entanto, a otimização resultou em um aumento mais significativo na tensão máxima para o Modelo 2 em comparação ao Modelo 1. Enquanto o Modelo 1 apresentou um aumento de 3.55%, o Modelo 2 registrou um incremento de 152%. Observou-se também uma redução de massa significativa em ambos os casos, chegando a reduzir 21.38% no modelo 1, com relação à massa total do disco, e 21.71% no modelo 2.

6 CONCLUSÃO

A otimização topológica aplicada ao disco de freio para um veículo Fórmula SAE demonstrou ser uma estratégia eficaz para a redução de massa sem comprometer a integridade estrutural do componente. A análise dos dois modelos estudados revelou que, apesar de um leve aumento na tensão máxima, os coeficientes de segurança permaneceram elevados, garantindo a confiabilidade do sistema de freios. Após a otimização, o coeficiente de segurança do Modelo 1 foi de 12,89, enquanto o do Modelo 2 atingiu 3,82.

No que diz respeito à redução de massa, o Modelo 1 apresentou uma diminuição de 21,38%, enquanto o Modelo 2 obteve uma redução de 21,71%. Além disso, a análise do momento de inércia de massa antes e depois da otimização topológica mostrou que o Modelo 1 apresentou uma redução de 11,60%, enquanto o Modelo 2 registrou uma diminuição de 14,23%. Assim, conclui-se que a aplicação da otimização topológica em sistemas de freio automotivos é uma abordagem para melhorar a eficiência energética e o desempenho veicular, contribuindo para a competitividade da equipe na Fórmula SAE.

Os resultados obtidos demonstram que ambos os modelos foram bem-sucedidos na otimização do disco de freio, reduzindo a massa sem comprometer a segurança estrutural. Para a escolha do modelo a ser utilizado na manufatura do disco, seria ideal cruzar as análises realizadas, garantindo que o modelo escolhido seja aquele que proporcione a maior redução de massa enquanto mantém um coeficiente de segurança maior que 1 em todas as condições operacionais. Esse tipo de abordagem poderia ser explorado em trabalhos futuros, visando unir as vantagens dos dois modelos estudados e obter uma solução ainda mais otimizada para o disco de freio.

Além disso, outra possibilidade de refinamento seria a exploração da simetria do disco de freio para reduzir o custo computacional da análise. No caso do Modelo 1, poderia-se considerar apenas 1/4 do disco, aplicando condições de contorno apropriadas para representar o comportamento do componente completo, fazendo com que o esforço computacional seja reduzido.

REFERÊNCIAS

- ADAMOWICZ, A.; GRZES, P. Influence of convective cooling on a disc brake temperature distribution during repetitive braking. **Applied Thermal Engineering**, v. 31, n. 14, p. 2177–2185, 2011. ISSN 1359-4311. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359431111002687>>. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.
- ANSYS, I. **Ansys Topology Optimization**. Canonsburg, PA, USA, 2020. Disponível em: <<https://www.ansys.com>>. Citado na página 42.
- BHUSHAN, B. **Principles and Applications of Tribology**. New York: John Wiley & Sons, 2001. Citado na página 35.
- BRASIL, S. **Fórmula SAE Brasil**. 2025. Acesso em: 11 jan. 2025. Disponível em: <<https://saebrasil.org.br/programas-estudantis/formula-sae-brasil/>>. Citado na página 18.
- COELHO, C. C. **Análise da perda de eficiência de discos de freio em altas temperaturas**. Brasília: Universidade de Brasília, 2021. Acesso em: 20 jul. 2024. Disponível em: <https://bdm.unb.br/bitstream/10483/30174/1/2021_CaioCesarCoelho_tcc.pdf>. Citado na página 19.
- COSTA, J. P. D.; IDEHARA, S. J. **Modelagem dinâmica do desempenho veicular na frenagem**. 2021. Centro Tecnológico de Joinville, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, Brasil. Citado na página 31.
- COUTINHO, K. D. **Metodos de otimização topológica em estruturas tridimensionais**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 43.
- FELÍCIO, L. C. **Modelagem da dinâmica de sistemas e estudo da resposta**. São Carlos: Rima, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.
- FÓRMULA SAE BRASIL. **Informativo 32: Procedimentos para as Provas de Segurança FSAEB 2019**. São Paulo, 2019. Citado na página 47.
- GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. Warrendale: SAE International, 1992. Citado na página 19.
- GOMES, T. D. F. Estudo dos parâmetros da dinâmica veicular e dimensionamento de um sistema de freio para veículo tipo formula sae: Study of vehicle dynamics parameters and design of a brake system for a formula sae type vehicle. **Brazilian Journal of Development**, v. 8, n. 3, p. 17302–17318, 2022. Acesso em: 16 jun. 2024. Disponível em: <<https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/44990/pdf>>. Citado na página 19.
- HEISLER, H. **Advanced Engine Technology**. London: Butterworth-Heinemann, 1999. Citado na página 34.
- HEYWOOD, J. B. **Internal Combustion Engine Fundamentals**. New York: McGraw-Hill, 1988. Citado na página 34.

- ILIE, F.; CRISTESCU, A.-C. Tribological behavior of friction materials of a disk-brake pad braking system affected by structural changes—a review. **Materials**, MDPI, v. 15, p. 4745, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/ma15144745>>. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 35.
- INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P. **Fundamentals of Heat and Mass Transfer**. 6. ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.
- LIMPERT, R. **Brake Design and Safety**. 3. ed. Warrendale: SAE International, 2011. Citado 4 vezes nas páginas 19, 30, 35 e 40.
- MACKIN, T. J. *et al.* Thermal cracking in disc brakes. **Engineering Failure Analysis**, Pergamon, v. 9, n. 1, p. 63–76, 2002. Citado na página 26.
- MALUF, O. *et al.* Discos de freio automotivos: aspectos históricos e tecnológicos. **Metais - Uma visão objetiva**, USP, São Carlos, v. 1, n. 1, p. 143–153, 2007. Recebido em 01 de outubro de 2007 e aprovado em 24 de outubro de 2007. Citado 4 vezes nas páginas 23, 24, 25 e 26.
- NAIKWADI, A.; WADAGERI, C. S.; BIDARI, K. Y. Design optimization of disk brake rotor. **International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)**, IRJET, v. 4, n. 9, p. 408–413, 2017. ISSN: 2395-0056 (e-ISSN), 2395-0072 (p-ISSN). Disponível em: <<https://www.irjet.net>>. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 44.
- NAPOLITANO, L. M. B. **Implementação numérica do método Level Set para propagação de curvas e superfícies**. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Física Básica)) — Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004. Acesso em: 2025-02-03. Disponível em: <<https://doi.org/10.11606/D.76.2004.tde-30032005-111208>>. Citado na página 45.
- NIKULIN, S. *et al.* High-temperature mechanical properties of low-carbon steel used for the manufacture of core catcher vessel. **Progress in Nuclear Energy**, v. 142, p. 104015, 2021. ISSN 0149-1970. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0149197021003711>>. Citado na página 42.
- PINCA-BRETOTEAN, C. *et al.* An investigation of thermal behaviour of brake disk pad assembly with ansys. **Materials Today: Proceedings**, v. 47, p. 2322–2328, 2021. Citado na página 49.
- PUHN, F. **Brake Handbook**. [s.n.], 1987. Acesso em: 25 jun. 2024. Disponível em: <<https://archive.org/details/BrakeHandbookFredPuhn/mode/2up>>. Citado 3 vezes nas páginas 19, 34 e 35.
- RASHID, A. Overview of disc brakes and related phenomena - a review. **International Journal of Vehicle Noise and Vibration**, Inderscience Publishers, v. 10, n. 4, p. 257–301, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1504/IJVNV.2014.065634>>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.
- SALOMÃO, G. D. **Metodologia para análise térmica de um freio de Fórmula SAE**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2022. Acesso em: 18 jul. 2024. Disponível em: <<https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/17038>>. Citado na página 18.

SOUZA, Y. G. **Estudo do comportamento térmico do disco de freio do protótipo BAJA SAE**. Graduação - Engenharia Mecânica — Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD), Brasil, Maio 2019. Orientador: Prof. Dr. Augusto Salomão Bornschlegell. Citado na página 25.

THOMPSON, E. **Design Exploration via Topology Optimization**. [S.l.], 2023. Disponível em: <<https://www.ansys.com>>. Citado na página 42.

U.S. Army Materiel Command. **Engineering Design Handbook: Analysis and Design of Automotive Brake Systems**. 2. ed. Dearborn: Society of Automotive Engineers (SAE), 1994. Citado na página 32.

WANG, M. Y.; WANG, X.; GUO, D. A level set method for structural topology optimization. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 192, n. 1, p. 227–246, 2003. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782502005595>>. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.

WANG, W.-y.; LIU, B.; KODUR, V. Effect of temperature on strength and elastic modulus of high-strength steel. **Journal of Materials in Civil Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 25, n. 2, p. 174–182, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.

ZHANG, S. *et al.* Structural topology optimization of brake disc using the equivalent moving load method. **Journal of Engineering and Technological Sciences**, ITB Journal Publisher, v. 51, n. 6, p. 791–804, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.5614/j.eng.technol.sci.2019.51.6.4>>. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 44.

APÊNDICE A – Código MATLAB

```

1 clear
2 close all
3 clc
4
5 %%
6 v_max = 40;
7 distancia = 9;
8 a = (v_max/3.6)^2/(2*distancia);
9
10 %%
11 % Definindo variáveis
12 m_carro = 350; % massa do carro com piloto [kg]
13 l_carro = 1.55; % comprimento entre-eixos do carro [m]
14 l_cg = 0.85; % distância no eixo x entre o centro da roda
    dianteira e o CG [m]
15 h_cg = 0.28; % altura do CG do carro em relação ao solo
    [m]
16 g = 9.81; % aceleração da gravidade [m/s^2]
17 mi_ps = 0:0.01:1; % coeficiente de atrito estático entre o
    pneu e o solo [-]
18 a_des = 0.1:0.01:1.5; % desaceleração máxima durante
    a frenagem [G]
19 Im_d = 0.15; % momento de inércia de massa do conjunto
    roda dianteiro [kg.m^2]
20 Im_t = 0.15; % momento de inércia de massa do conjunto
    roda traseiro [kg.m^2]
21 d_pneu = 0.51; % diâmetro do pneu [m]
22 r_pneu = d_pneu/2*0.98; % raio efetivo do pneu [m]
23
24 % Preparando matrizes para armazenar os valores de torque
25 tau_d = zeros(length(mi_ps), length(a_des)); % torque na roda
    dianteira
26 tau_t = zeros(length(mi_ps), length(a_des)); % torque na roda
    traseira
27
28 % Força peso total do carro

```

```
29 W_carro = m_carro * g;
30
31 % Calculando for as normais est ticas nas rodas
    dianteira e traseira
32 Ne_d = W_carro - (l_cg * W_carro / l_carro); % for a
    normal est tica dianteira
33 Ne_t = l_cg * W_carro / l_carro; % for a normal
    est tica traseira
34
35 % Loop para c lculo dos torques variando acelera o
    e coeficiente de atrito
36 for i = 1:length(a_des)
37     transf_W = W_carro * a_des(i) * h_cg / l_carro; %
        transfer ncia de carga
38     Nd_d = Ne_d + transf_W; % for a normal din mica na
        roda dianteira
39     Nd_t = Ne_t - transf_W; % for a normal din mica na
        roda traseira
40
41     for j = 1:length(mi_ps)
42         Fat_d = (Nd_d / 2) * mi_ps(j); % for a de atrito
            na roda dianteira
43         Fat_t = (Nd_t / 2) * mi_ps(j); % for a de atrito
            na roda traseira
44
45         tau_d(j, i) = Fat_d * r_pneu + Im_d * (a_des(i) * g /
            r_pneu); % torque na roda dianteira
46         tau_t(j, i) = Fat_t * r_pneu + Im_t * (a_des(i) * g /
            r_pneu); % torque na roda traseira
47     end
48 end
49 dimensoes = size(tau_d);
50
51
52 % figure;
53 %
54 % % Configura es gerais
55 % set(gcf, 'Color', 'w'); % Fundo branco
56 % colormap('parula'); % Alternativa ao 'turbo'
```

```
57 %
58 % % Gráfico para tau_d (torque da roda dianteira)
59 % subplot(1, 2, 1);
60 % contourf(a_des, mi_ps, tau_d', 20, 'LineColor', 'none');
61 % xlabel('Desaceleração [G]', 'FontSize', 14, 'FontWeight',
        'bold');
62 % ylabel('Coef. de Atrito [ $\mu_{ps}$ ]', 'FontSize', 14, '
        FontWeight', 'bold');
63 % title('Torque na Roda Dianteira ( $\tau_d$ )', 'FontSize', 14, '
        FontWeight', 'bold');
64 % colorbar('FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold', 'LineWidth',
        1.2);
65 % set(gca, 'FontSize', 12, 'LineWidth', 1.2, 'Box', 'off');
66 %
67 % % Gráfico para tau_t (torque da roda traseira)
68 % subplot(1, 2, 2);
69 % contourf(a_des, mi_ps, tau_t', 20, 'LineColor', 'none');
70 % xlabel('Desaceleração [G]', 'FontSize', 14, 'FontWeight',
        'bold');
71 % ylabel('Coef. de Atrito [ $\mu_{ps}$ ]', 'FontSize', 14, '
        FontWeight', 'bold');
72 % title('Torque na Roda Traseira ( $\tau_t$ )', 'FontSize', 14, '
        FontWeight', 'bold');
73 % colorbar('FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold', 'LineWidth',
        1.2);
74 % set(gca, 'FontSize', 12, 'LineWidth', 1.2, 'Box', 'off');
75 %
76 % % Ajustes finais
77 % set(findall(gcf, '-property', 'FontSize'), 'FontSize', 12);
        % Uniformidade
78 % set(findall(gcf, '-property', 'FontWeight'), 'FontWeight',
        'bold');
79 %
80 %
81 %
82 % % Gráfico 2D para tau_d (torque da roda dianteira)
83 % figure;
84 % contourf(a_des * g, mi_ps, tau_d', 20, 'LineColor', 'none')
        ;
```

```
85 % colormap('parula'); % Colormap compat vel
86 % set(gcf, 'Color', 'w'); % Fundo branco
87 % title('Torque na Roda Dianteira (\tau_d)', 'FontSize', 14, '
    'FontWeight', 'bold');
88 % xlabel('Desacelera o [m/s^2]', 'FontSize', 14, '
    FontWeight', 'bold');
89 % ylabel('Coef. de Atrito [\mu_{ps}]', 'FontSize', 14, '
    FontWeight', 'bold');
90 % colorbar('FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold', 'LineWidth',
    1.2);
91 % set(gca, 'FontSize', 12, 'LineWidth', 1.2, 'Box', 'off');
92 %
93 % % Gráfico 2D para tau_t (torque da roda traseira)
94 % figure;
95 % contourf(a_des * g, mi_ps, tau_t', 20, 'LineColor', 'none')
    ;
96 % colormap('parula'); % Colormap compat vel
97 % set(gcf, 'Color', 'w'); % Fundo branco
98 % title('Torque na Roda Traseira (\tau_t)', 'FontSize', 14, '
    FontWeight', 'bold');
99 % xlabel('Desacelera o [m/s^2]', 'FontSize', 14, '
    FontWeight', 'bold');
100 % ylabel('Coef. de Atrito [\mu_{ps}]', 'FontSize', 14, '
    FontWeight', 'bold');
101 % colorbar('FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold', 'LineWidth',
    1.2);
102 % set(gca, 'FontSize', 12, 'LineWidth', 1.2, 'Box', 'off');
103 % Gráfico 2D para tau_d (torque da roda dianteira) - Eixos
    invertidos
104 figure;
105
106 % Configura es gerais
107 set(gcf, 'Color', 'w'); % Fundo branco
108 colormap('parula'); % Alternativa ao 'turbo'
109
110 % Gráfico para tau_d (torque da roda dianteira) com eixos
    invertidos
111 subplot(1, 2, 1);
112 contourf(mi_ps, a_des, tau_d', 20, 'LineColor', 'none'); %
```

```
Inverte os dados
113 xlabel('Coef. de Atrito [\mu_{ps}]', 'FontSize', 14, '
    FontWeight', 'bold'); % X agora o coeficiente
114 ylabel('Desacelera o [G]', 'FontSize', 14, 'FontWeight', '
    bold'); % Y agora a desacelera o
115 % title('Torque na Roda Dianteira (\tau_d)', 'FontSize', 14, '
    FontWeight', 'bold');
116 colorbar('FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold', 'LineWidth',
    1.2);
117 set(gca, 'FontSize', 12, 'LineWidth', 1.2, 'Box', 'off');
118
119 % Gr fico para tau_t (torque da roda traseira) com eixos
    invertidos
120 subplot(1, 2, 2);
121 contourf(mi_ps, a_des, tau_t', 20, 'LineColor', 'none'); %
    Inverte os dados
122 xlabel('Coef. de Atrito [\mu_{ps}]', 'FontSize', 14, '
    FontWeight', 'bold'); % X agora o coeficiente
123 ylabel('Desacelera o [G]', 'FontSize', 14, 'FontWeight', '
    bold'); % Y agora a desacelera o
124 % title('Torque na Roda Traseira (\tau_t)', 'FontSize', 14, '
    FontWeight', 'bold');
125 colorbar('FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold', 'LineWidth',
    1.2);
126 set(gca, 'FontSize', 12, 'LineWidth', 1.2, 'Box', 'off');
127
128 % Ajustes finais
129 set(findall(gcf, '-property', 'FontSize'), 'FontSize', 12); %
    Uniformidade
130 set(findall(gcf, '-property', 'FontWeight'), 'FontWeight', '
    bold');
131
132 figure;
133 contourf(mi_ps, a_des, tau_d', 20, 'LineColor', 'none');
134 colormap('parula'); % Colormap compat vel
135 set(gcf, 'Color', 'w'); % Fundo branco
136 % title('Torque na Roda Dianteira (\tau_d)', 'FontSize', 14, '
    FontWeight', 'bold');
137 xlabel('Coef. de Atrito [\mu_{ps}]', 'FontSize', 14, '
    FontWeight', 'bold');
```

```
        FontWeight', 'bold');
138 ylabel('Desacelera o [G]', 'FontSize', 14, 'FontWeight', '
        bold');
139 colorbar('FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold', 'LineWidth',
        1.2);
140 set(gca, 'FontSize', 12, 'LineWidth', 1.2, 'Box', 'off');
141
142 % Gráfico 2D para tau_t (torque da roda traseira) - Eixos
        invertidos
143 figure;
144 contourf(mi_ps, a_des, tau_t', 20, 'LineColor', 'none');
145 colormap('parula'); % Colormap compatível
146 set(gcf, 'Color', 'w'); % Fundo branco
147 % title('Torque na Roda Traseira (\tau_t)', 'FontSize', 14, '
        FontWeight', 'bold');
148 xlabel('Coef. de Atrito [\mu_{ps}]', 'FontSize', 14, '
        FontWeight', 'bold');
149 ylabel('Desacelera o [G]', 'FontSize', 14, 'FontWeight', '
        bold');
150 colorbar('FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold', 'LineWidth',
        1.2);
151 set(gca, 'FontSize', 12, 'LineWidth', 1.2, 'Box', 'off');
152
153
154 %% Definindo variáveis
155 mi_ps = 0.7; % coeficiente de atrito estático fixado em 1
156 a_des = 0.1:0.05:1.5; % desaceleração máxima durante
        a frenagem [G]
157 desacel_proj = a/g;
158
159 % Preparando vetores para armazenar os valores de torque
160 tau_d = zeros(1, length(a_des)); % torque na roda dianteira
161 tau_t = zeros(1, length(a_des)); % torque na roda traseira
162
163 % Força peso total do carro
164 W_carro = m_carro * g;
165
166 % Calculando forças normais estáticas nas rodas
        dianteira e traseira
```

```
167 Ne_d = W_carro - (l_cg * W_carro / l_carro); % for a
      normal est tica dianteira
168 Ne_t = l_cg * W_carro / l_carro; % for a normal
      est tica traseira
169
170
171 transf_W2 = W_carro * desacel_proj * h_cg / l_carro; %
      transfer ncia de carga
172 Nd_d2 = Ne_d + transf_W2; % for a normal din mica na
      roda dianteira
173 Nd_t2 = Ne_t - transf_W2; % for a normal din mica na
      roda traseira
174
175 % C lculo das for as de atrito
176 Fat_d2 = (Nd_d2 / 2) * mi_ps; % for a de atrito na roda
      dianteira
177 Fat_t2 = (Nd_t2 / 2) * mi_ps; % for a de atrito na roda
      traseira
178
179 % C lculo dos torques de frenagem
180 tau_d2 = Fat_d2 * r_pneu + Im_d * (desacel_proj * g / r_pneu)
      ; % torque na roda dianteira
181 tau_t2 = Fat_t2 * r_pneu + Im_t * (desacel_proj * g / r_pneu)
      ; % torque na roda traseira
182
183
184 % Loop para c lculo dos torques variando a
      desacelera o
185 for i = 1:length(a_des)
186     transf_W = W_carro * a_des(i) * h_cg / l_carro; %
          transfer ncia de carga
187     Nd_d = Ne_d + transf_W; % for a normal din mica na
          roda dianteira
188     Nd_t = Ne_t - transf_W; % for a normal din mica na
          roda traseira
189
190     % C lculo das for as de atrito
191     Fat_d = (Nd_d / 2) * mi_ps; % for a de atrito na roda
          dianteira
```

```
192     Fat_t = (Nd_t / 2) * mi_ps; % for a de atrito na roda
        traseira
193
194     % Cálculo dos torques de frenagem
195     tau_d(i) = Fat_d * r_pneu + Im_d * (a_des(i) * g / r_pneu
        ); % torque na roda dianteira
196     tau_t(i) = Fat_t * r_pneu + Im_t * (a_des(i) * g / r_pneu
        ); % torque na roda traseira
197 end
198
199 % Gerando o gráfico com ambos os torques
200 figure;
201 plot(a_des, tau_d, '-o', 'DisplayName', 'Torque na roda
        dianteira', 'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 6);
202 hold on;
203 plot(a_des, tau_t, '-s', 'DisplayName', 'Torque na roda
        traseira', 'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 6);
204
205 % Adicionando os pontos para a desaceleração projetada
206 plot(desacel_proj, tau_d2, 's', 'MarkerSize', 10, '
        MarkerFaceColor', 'red', 'MarkerEdgeColor', 'black', '
        DisplayName', 'Ponto projetado - Dianteira');
207 plot(desacel_proj, tau_t2, 's', 'MarkerSize', 10, '
        MarkerFaceColor', 'black', 'MarkerEdgeColor', 'black', '
        DisplayName', 'Ponto projetado - Traseira');
208
209 % Configurações do gráfico
210 xlabel('Desaceleração [G]', 'FontSize', 14, 'FontWeight', '
        bold');
211 ylabel('Torque [N m]', 'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold')
        ;
212 legend('Torque na roda dianteira', 'Torque na roda traseira',
        'Ponto projetado - Dianteira', 'Ponto projetado - Traseira
        ', 'Location', 'northwest', 'FontSize', 12, 'Box', 'off');
213 grid on;
214
215 % Ajustes no estilo do gráfico
216 set(gca, 'FontSize', 12, 'LineWidth', 1.2, 'Box', 'off');
217 set(gcf, 'Color', 'w'); % Fundo branco
```

```
218 hold off;
219
220
221
222 %%
223 % Definindo variáveis
224
225 mi_ps = 0:0.05:1.1; % coeficiente de atrito variando
226 a_des = 1; % desaceleração travada em 1G
227
228 % Preparando vetores para armazenar os valores de torque
229 tau_d = zeros(1, length(mi_ps)); % torque na roda dianteira
230 tau_t = zeros(1, length(mi_ps)); % torque na roda traseira
231
232 % Força peso total do carro
233 W_carro = m_carro * g;
234
235 % Calculando forças normais estáticas nas rodas
    dianteira e traseira
236 Ne_d = W_carro - (l_cg * W_carro / l_carro); % força
    normal estática dianteira
237 Ne_t = l_cg * W_carro / l_carro; % força
    normal
    estática traseira
238
239 % Transferência de carga com desaceleração de 1G
240 transf_W = W_carro * a_des * h_cg / l_carro; %
    transferência de carga
241 Nd_d = Ne_d + transf_W; % força normal dinâmica na roda
    dianteira
242 Nd_t = Ne_t - transf_W; % força normal dinâmica na roda
    traseira
243
244 % Loop para cálculo dos torques variando o coeficiente de
    atrito mi_ps
245 for i = 1:length(mi_ps)
246     % Cálculo das forças de atrito
247     Fat_d = (Nd_d / 2) * mi_ps(i); % (Nd_d / 2) *
        coeficiente angular da reta
248     Fat_t = (Nd_t / 2) * mi_ps(i); % (Nd_t / 2) *
```

```
                coeficiente angular da reta
249
250     % Cálculo dos torques de frenagem
251     tau_d(i) = Fat_d * r_pneu + Im_d * (a_des * g / r_pneu);
                % torque na roda dianteira
252     tau_t(i) = Fat_t * r_pneu + Im_t * (a_des * g / r_pneu);
                % torque na roda traseira
253 end
254
255 % Gerando o gráfico com ambos os torques
256 figure;
257 plot(mi_ps, tau_d, '-o', 'DisplayName', 'Torque na roda
                dianteira', 'LineWidth', 2);
258 hold on;
259 plot(mi_ps, tau_t, '-s', 'DisplayName', 'Torque na roda
                traseira', 'LineWidth', 2);
260 hold off;
261
262 % Configurações do gráfico
263 title('Torque de Frenagem por Coeficiente de Atrito com
                desaceleração = 1G');
264 xlabel('Coeficiente de Atrito pneu-asfalto');
265 ylabel('Torque [N.m]');
266 legend('show', 'Location', 'northwest');
267 grid on;
```

Listing A.1 – Cálculo do torque nas rodas dianteira e traseira