

Universidade Federal de São Carlos  
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Elétrica

Vitor Mendes Camilo

Controle robusto da atitude de um nanossatélite

São Carlos  
2025

**Vitor Mendes Camilo**

## **Controle robusto da atitude de um nanossatélite**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de São Carlos como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

Orientadora: Profa. Dra. Tatiana F. P. A. T. Pazelli

Universidade Federal de São Carlos  
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Elétrica

São Carlos  
2025

Camilo, Vitor Mendes

Controle robusto da atitude de um nanossatélite / Vitor Mendes Camilo -- 2025.  
67f.

TCC (Graduação) - Universidade Federal de São Carlos,  
campus São Carlos, São Carlos

Orientador (a): Tatiana de Figueiredo Pereira Alves  
Taveira Pazelli

Banca Examinadora: Tatiana de Figueiredo Pereira Alves  
Taveira Pazelli, Lucas Barbosa Marcos, Mariano Eduardo  
Moreno

Bibliografia

1. Nanossatélite. 2. Controle de atitude. 3. Controle  
robusto. I. Camilo, Vitor Mendes. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática  
(SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Arildo Martins - CRB/8 7180



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA - CCEE/CCET

Rod. Washington Luís km 235 - SP-310, s/n - Bairro Monjolinho, São Carlos/SP, CEP 13565-905

Telefone: (16) 33519701 - <http://www.ufscar.br>

DP-TCC-FA nº 6/2025/CCEE/CCET

Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso

Folha Aprovação (GDP-TCC-FA)

FOLHA DE APROVAÇÃO

VITOR MENDES CAMILO

CONTROLE ROBUSTO DA ATITUDE DE UM NANOSSATÉLITE

Trabalho de Conclusão de Curso

Universidade Federal de São Carlos – Campus São Carlos

São Carlos, 25 de fevereiro de 2025

ASSINATURAS E CIÊNCIAS

Cargo/Função	Nome Completo
Orientador	Profa. Dra. Tatiana de Figueiredo Pereira Alves Taveira Pazelli
Membro da Banca 1	Prof. Dr. Lucas Barbosa Marcos
Membro da Banca 2	Prof. Dr. Mariano Eduardo Moreno



Documento assinado eletronicamente por **Tatiana de Figueiredo Pereira Alves Taveira Pazelli**, **Professor(a)**, em 25/02/2025, às 11:37, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Mariano Eduardo Moreno, Docente**, em 20/03/2025, às 17:19, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Lucas Barbosa Marcos, Professor(a)**, em 21/03/2025, às 14:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufscar.br/autenticacao>, informando o código verificador **1758135** e o código CRC **EAA55395**.

---

**Referência:** Caso responda a este documento, indicar expressamente o Processo nº 23112.005245/2025-28

SEI nº 1758135

*Modelo de Documento: Grad: Defesa TCC: Folha Aprovação, versão de 02/Agosto/2019*

# Agradecimentos

Agradeço o apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, realizado por meio de bolsa de iniciação tecnológica e industrial (ITI-A) implementada através do projeto 407721/2022-3, no âmbito do Programa UNIESPAÇO (Chamada CNPq/AEB/MCTI/FNDCT 20/2022), que contribuiu para que esse trabalho fosse realizado.

# Resumo

Camilo, Vitor Mendes, **Controle robusto da atitude de um nanossatélite**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Elétrica). Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos. 54 p. São Carlos, 2025.

Os nanossatélites vêm sendo objeto de pesquisa e aplicação nos últimos anos devido à acessibilidade promovida pela padronização de componentes e estruturas. As diversas aplicações deste tipo de dispositivo requerem comportamento bem determinado e controlado mesmo na presença de distúrbios característicos da órbita baixa, onde tais nanossatélites atuam. Dessa forma, este trabalho propõe-se a implementar um controlador robusto utilizando o método  $\mathcal{H}_\infty$  para controle de atitude do nanossatélite. Além disso, como referência para comparação de desempenho e robustez será implementado paralelamente um controlador PID, que é o mais convencional. Ambos controladores utilizam rodas de reação como atuadores. Situações adversas como considerável erro de atitude e velocidade angular, que são característicos na desaceleração do nanossatélite após a separação do foguete, conhecido como *detumbling*, são simulados. Assim como o efeito de diferentes tipos de distúrbios. Para a realização das simulações, uma plataforma fornecida pelo MATLAB/Simulink foi utilizada e estendida, adicionando-se os controladores  $\mathcal{H}_\infty$ , PID e as rodas de reação. Por fim, executadas as simulações em diversos cenários, os resultados favoreceram o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  de forma unânime em relação ao consumo de energia e erro de acompanhamento.

**Palavras-Chave:** 1. Controle de atitude. 2. Nanossatélite. 3. Controle robusto.

# Abstract

Camilo, Vitor Mendes, **Robust attitude control of a nanosatellite**. Final year thesis (Bachelor degree in Electrical Engineering). Exact and Technology Sciences Center, Federal University of São Carlos. 54 p. São Carlos, 2025.

Nanosatellites have been the subject of research and application in recent years due to the accessibility promoted by the standardization of components and structures. The various applications of this type of device require very specific and controlled behavior even in the presence of disturbances characteristic of low orbit, where such nanosatellites operate. Thus, this work proposes to implement a robust controller using the  $\mathcal{H}_\infty$  method for nanosatellite attitude control. Furthermore, as a reference for performance and robustness comparison, it will be performed in parallel with a PID controller, which is the most conventional approach. Both controllers use reaction wheels as actuators. Specific adverse situations such as substantial attitude error and angular velocity, which are characteristic of the separation from the rocket, known as detumbling, will be simulated, as well as the effect of different types of disturbances. To carry out the simulations, a platform provided by MATLAB/Simulink was used and extended, adding the  $\mathcal{H}_\infty$  and PID controllers and the reaction wheels. Finally, after performing the simulations in different scenarios, the results unanimously favored the  $\mathcal{H}_\infty$  controller regarding energy consumption and tracking error.

**Keywords:** 1. Attitude control. 2. Nanosatellite. 3. Robust control.

# Lista de Figuras

Figura 1 – Exemplo de operação nominal de um nanossatélite . . . . .	2
Figura 2 – Ângulos de Euler do sistema de coordenadas global xyz para um sistema arbitrário XYZ . . . . .	5
Figura 3 – Sistemas de coordenadas utilizados na modelagem cinemática . . . . .	7
Figura 4 – Sistemas de coordenadas ECEF e NED . . . . .	8
Figura 5 – Efeitos de diferentes distúrbios no momento angular . . . . .	10
Figura 6 – Conjunto de rodas de reação do fabricante NanoAvionics, na configuração piramidal, para CubeSats . . . . .	14
Figura 7 – Orientações das rodas de reação: (a) ortogonal, (b) piramidal, (c) tetraedral e (d) oblíquo. . . . .	15
Figura 8 – Conjunto de magnetorquers do fabricante NanoAvionics para CubeSats	15
Figura 9 – Controlador PID aplicado em uma planta $G$ . . . . .	16
Figura 10 – Representação em diagrama de blocos de um sistema com perturbações e incertezas . . . . .	18
Figura 11 – Representação do sistema utilizado para síntese do controlador $\mathcal{H}_\infty$ . .	19
Figura 12 – Ambiente de simulação . . . . .	21
Figura 13 – Diferentes pontos de vistas do ambiente 3D de visualização . . . . .	22
Figura 14 – Implementação das rodas de reação no MATLAB/Simulink . . . . .	23
Figura 15 – Implementação do controlador PID no Simulink . . . . .	25
Figura 16 – Sistema expandido . . . . .	26
Figura 17 – Implementação do controlador $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	28
Figura 18 – Função que implementa o distúrbio impulso . . . . .	31
Figura 19 – Função que implementa o distúrbio periódico . . . . .	32
Figura 20 – Erro de atitude utilizando o controlador PID em órbita completa . . .	33
Figura 21 – Posição e velocidade angular do nanossatélite, no referencial NED, utilizando o controlador PID em órbita completa . . . . .	33
Figura 22 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador PID em órbita completa . . . . .	34
Figura 23 – Erro de atitude utilizando o controlador PID sem distúrbio externo . .	35
Figura 24 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador PID sem distúrbio externo . . . . .	35
Figura 25 – Erro de atitude utilizando o controlador PID com distúrbio tipo impulso	36
Figura 26 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador PID com distúrbio tipo impulso . . . . .	36
Figura 27 – Erro de atitude utilizando o controlador PID com distúrbio periódico .	37

Figura 28 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador PID com distúrbio periódico . . . . .	37
Figura 29 – Erro de atitude utilizando o controlador $\mathcal{H}_\infty$ em órbita completa . . . . .	39
Figura 30 – Posição e velocidade angular do nanossatélite, no referencial NED, utilizando o controlador $\mathcal{H}_\infty$ em órbita completa . . . . .	40
Figura 31 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador $\mathcal{H}_\infty$ em órbita completa . . . . .	41
Figura 32 – Erro de atitude utilizando o controlador $\mathcal{H}_\infty$ sem distúrbio externo . . . . .	41
Figura 33 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador $\mathcal{H}_\infty$ sem distúrbio externo . . . . .	42
Figura 34 – Erro de atitude utilizando o controlador $\mathcal{H}_\infty$ com distúrbio tipo impulso . . . . .	42
Figura 35 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador $\mathcal{H}_\infty$ com distúrbio tipo impulso . . . . .	43
Figura 36 – Erro de atitude utilizando o controlador $\mathcal{H}_\infty$ com distúrbio periódico . . . . .	43
Figura 37 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador $\mathcal{H}_\infty$ com distúrbio periódico . . . . .	44
Figura 38 – Torque gerado pela roda de reação fixa no eixo y do nanossatélite por meio da ação dos controladores nos casos de exposição a diferentes distúrbios . . . . .	46
Figura 39 – Velocidade atingida pela roda de reação fixa no eixo y do nanossatélite por meio da ação dos controladores nos casos de exposição a diferentes distúrbios . . . . .	47
Figura 40 – Energia gasta pelos controladores nas diversas situações simuladas, (quanto menor, melhor) . . . . .	48
Figura 41 – Erro quadrático médio dos controladores no eixo y, nas diversas situações simuladas (quanto menor, melhor) . . . . .	49

# Lista de Tabelas

Tabela 1 – Outros distúrbio externos e suas características (PALUSZEK, 2023) . . .	11
Tabela 2 – Distúrbio internos e suas características (PALUSZEK, 2023) . . . . .	12
Tabela 3 – Características técnicas das rodas de reação (NARKIEWICZ; SOCHACKI; ZAKRZEWSKI, 2020) . . . . .	24
Tabela 4 – Características físicas do nanossatélite (NARKIEWICZ; SOCHACKI; ZAKRZEWSKI, 2020) . . . . .	30
Tabela 5 – Características da órbita implementada no MATLAB/Simulink . . . .	30
Tabela 6 – Condições iniciais de atitude . . . . .	30
Tabela 7 – Desempenho do controlador PID . . . . .	38
Tabela 8 – Desempenho do controlador $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	45

# Lista de Siglas e Abreviaturas

PID	<i>Proporcional, Integrador e Derivativo</i>
PD	<i>Proporcional e Derivativo</i>
RW	<i>Reaction Wheels</i>
QUEST	<i>Quaternion Estimation Algorithm</i>
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i>
ECI	<i>Earth-Centered Inertial frame</i>
ECEF	<i>Earth-Centered, Earth-Fixed frame</i>
NED	<i>North-East-Down</i>
EQM	<i>Erro Quadrático Médio</i>
ARE	<i>Algebraic Riccati Equations</i>
LMI	<i>Linear Matrix Inequality</i>
DGKF	<i>Doyle-Glover-Khargonekar-Francis</i>
LSDP	<i>Loop Shaping Design Procedure</i>
SDRE	<i>State-Dependent Riccati Equation</i>

# Sumário

1	INTRODUÇÃO . . . . .	1
2	REVISÃO DE LITERATURA . . . . .	3
3	METODOLOGIA . . . . .	5
3.1	Modelagem cinemática de um nanossatélite . . . . .	5
3.2	Modelagem dinâmica de um nanossatélite . . . . .	8
3.3	Distúrbios característicos . . . . .	9
3.3.1	Distúrbios externos . . . . .	10
3.3.1.1	Distúrbio aerodinâmico . . . . .	10
3.3.1.2	Gradiente de gravidade . . . . .	10
3.3.1.3	Dipolo magnético residual . . . . .	11
3.3.1.4	Outros distúrbios externos . . . . .	11
3.3.2	Distúrbios internos . . . . .	12
3.4	Atuadores . . . . .	13
3.4.1	Rodas de reação . . . . .	13
3.4.1.1	Modelagem do conjunto de rodas de reação . . . . .	14
3.4.2	Magnetorquers . . . . .	14
3.5	O controlador PID . . . . .	16
3.6	O problema de controle robusto . . . . .	17
3.7	O controlador robusto . . . . .	18
3.8	Plataforma de simulação de nanossatélites . . . . .	21
3.9	Métricas de desempenho . . . . .	22
4	DESENVOLVIMENTO . . . . .	23
4.1	Implementação das rodas de reação . . . . .	23
4.2	Síntese do controlador PID . . . . .	24
4.3	Implementação do controlador PID . . . . .	24
4.4	Síntese do controlador robusto . . . . .	25
4.5	Implementação do controlador robusto . . . . .	27
5	RESULTADOS . . . . .	30
5.1	Parâmetros de simulação . . . . .	30
5.2	Implementação de distúrbios externos . . . . .	31
5.2.1	Distúrbio impulso . . . . .	31
5.2.2	Distúrbio periódico . . . . .	31

5.3	Resultados do controlador PID . . . . .	32
5.3.1	Órbita completa . . . . .	32
5.3.2	Resposta a distúrbios . . . . .	34
5.3.3	Desempenho do controlador PID . . . . .	38
5.4	Resultados do controlador robusto . . . . .	38
5.4.1	Órbita completa . . . . .	39
5.4.2	Resposta a distúrbios . . . . .	41
5.4.3	Desempenho do controlador robusto . . . . .	44
5.5	Comparação dos controladores . . . . .	45
6	CONCLUSÕES . . . . .	50
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .	52
A	APÊNDICE . . . . .	53
A.1	Planta linearizada . . . . .	53

# 1 Introdução

Observa-se na contemporaneidade um crescimento expressivo no número anual de lançamentos de nanossatélites. Somente no ano passado foram lançados 334 novos nanossatélites, 14,6% de um total de 2286 (KULU, 2023) destes dispositivos orbitando a Terra. Esse fenômeno se deve a diversos avanços tecnológicos junto com a redução de custos para produção e lançamento reduzindo a barreira de entrada a este setor. Assim, o uso de nanossatélites se torna cada vez mais atrativo, uma vez que as possíveis aplicações se expandem enquanto o custo é reduzido. Isso torna possível, por exemplo, substituir grandes satélites por constelações de nanossatélites que atingem os mesmos objetivos com grandes vantagens econômicas, em certas aplicações.

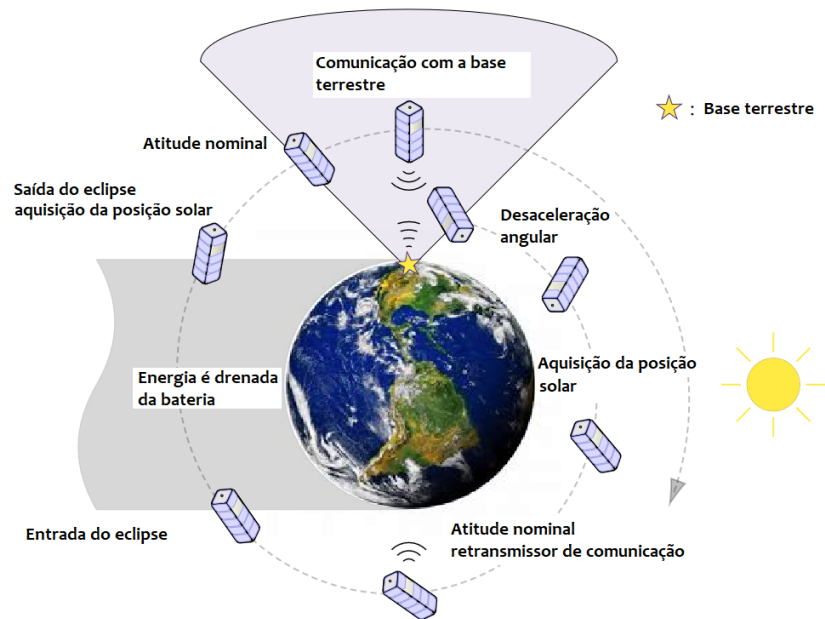
Desta forma, o crescimento deste setor impulsiona o desenvolvimento nas áreas que o mesmo engloba. Uma das áreas de maior importância é o controle de atitude presente em tais satélites, já que este é de vital importância para o funcionamento do nanossatélite e sucesso de sua missão. Além disso, com aplicações mais sofisticadas criam-se requisitos novos e mais rigorosos como, por exemplo, alta precisão para apontar uma câmera ou antena, obtendo elevadas taxas de transferência de dados.

O problema que o controlador de atitude visa solucionar é o de orientar o satélite: em termos simples, fazer com que o satélite aponte em uma direção desejada, dentro de uma margem de desempenho satisfatória. Desta forma, é possível para o satélite realizar as tarefas propostas para a sua respectiva missão, assim como manter o seu pleno funcionamento. Algumas destas tarefas normalmente são:

- Realizar a comunicação entre o satélite e a base terrestre, que só é possível ao direcionar a antena do satélite no sentido da base terrestre;
- Tirar fotografias, apontando a câmera no sentido desejado;
- Proteger equipamentos, evitando, por exemplo, que câmeras ou dispositivos sensíveis apontem para o sol;
- Maximizar a área exposta ao sol para carregamento das baterias;
- Manter a estabilidade do satélite.

A Figura 1 mostra as operações nominais de um nanossatélite, incluindo algumas das aplicações em que o controlador de atitude é utilizado: orientação do satélite (para que seja possível a comunicação com a base terrestre), maximização da área exposta ao sol (para carregamento da bateria) e funcionamento do nanossatélite como retransmissor de comunicação.

Figura 1 – Exemplo de operação nominal de um nanossatélite



Fonte: Adaptado de Reynolds et al. (2021)

Dessa forma, elucidamos a importância do controle de atitude para a operação de um nanossatélite. Mas não é somente necessário ser capaz de realizar tais tarefas, é necessário realizá-las com eficiência, já que a energia disponível é limitada, e robustez, pois a atitude do nanossatélite está sujeita a um grande número de distúrbios característicos presentes na órbita terrestre baixa. Alguns destes distúrbios são: efeitos aerodinâmicos, gradiente de gravidade, momento de dipolo magnético residual, torques de pressão advindos da radiação solar, entre outros (AVANZINI et al., 2019).

## 2 Revisão de Literatura

Desenvolvimentos recentes nesta área do conhecimento incluem por exemplo o artigo Avanzini et al. (2019) que é bastante completo. Onde, é desenvolvida uma técnica de controle, a partir do uso de magnetorquers e rodas de reação, que permite o controle de atitude em conjunto com o gerenciamento de momento angular. Visando evitar a saturação das rodas de reação em um controlador robusto a perturbações citadas a priori. Além disso, foi desenvolvida pelos autores uma técnica analítica de seleção de ganho que resulta em uma performance de convergência ótima para o controlador proposto.

No trabalho de Lee et al. (2018) é proposto um controlador híbrido que integra diversas técnicas para garantir performance e robustez em situações realistas considerando as limitações do hardware comumente utilizados em pequenos e nanossatélites. É proposta no trabalho a utilização de dois métodos para estimação de atitude do satélite, sendo eles QUEST (Quaternion Estimation Algorithm) e EKF (Extended Kalman Filter). Tais métodos são aplicados considerando a situação presente do satélite. Quando o mesmo está em situações onde há considerável velocidade angular - como por exemplo, quando o satélite é inicialmente colocado em órbita - é utilizado o algoritmo QUEST, já que a rápida rotação gera erros consideráveis ao utilizar o algoritmo EKF. Porém, para a operação nominal do satélite o método EKF é utilizado pois garante melhores estimativas em condições normais. Além disso, para realização do controle de atitude do satélite é empregado um controlador híbrido que utiliza os métodos de controle *B-dot* e PD (Proporcional e Derivativo). Enquanto o *B-dot* é utilizado para realizar a desaceleração do satélite quando há considerável velocidade angular através de magnetorquers, o PD é usado para operação nominal, que atua sobre as rodas de reação presentes no satélite. Ademais, os magnetorquers possuem uma segunda função, evitar a saturação das rodas de reação gerando um torque contrário, efetivamente reduzindo a velocidade das rodas, caso a mesma ultrapasse um limiar de momento angular.

Já no trabalho de Reynolds et al. (2021) é proposto um controlador baseado em algoritmos de otimização em tempo real que suporta restrições de atitude. A criação de cones de restrição delimita *zonas proibidas* para a atitude do satélite. Dessa forma, é possível evitar que instrumentos sensíveis, como câmeras, apontem diretamente para o sol. Evitando danos aos instrumentos, enquanto simultaneamente encontra trajetórias ótimas, visando o mínimo consumo energético.

A tese de doutorado de Cubillos (2020) propõe um controlador híbrido, sendo os métodos de controle utilizados SDRE (State-Dependent Riccati Equation) e  $H_\infty$ . A intenção da autora era unir as vantagens de ambos os métodos. SDRE é capaz de lidar com sistemas não lineares, enquanto  $H_\infty$  garante robustez, estabilidade e um bom desempenho.

Neste trabalho, adota-se uma proposta mais simples, um controlador  $H_\infty$  baseado na linearização da planta em torno de um ponto de operação específico.

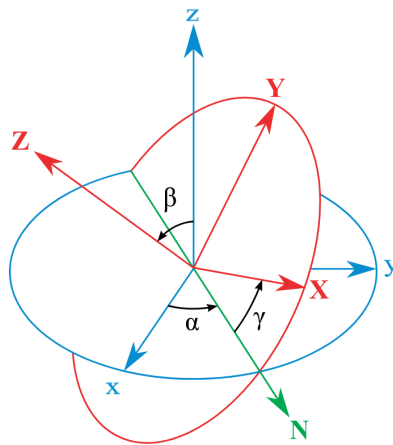
Neste contexto, este trabalho busca validar uma ferramenta de simulação para o desenvolvimento e a aplicação de estratégias de controle de atitude de nanossatélites com a possibilidade de implementar diferentes modelos de atuadores e sensores. O estudo do comportamento do nanossatélite pode ser estendido ainda para os casos de existência de perturbações e incertezas no modelo. As parcelas principais do texto, seguindo a sequência, são: modelo cinemático (Seção 3.1) e dinâmico (Seção 3.2) de um nanossatélite, o modelo dinâmico de um conjunto de rodas de reação (Seção 3.4.1), a estratégia de controle PID (Seção 3.5) e  $\mathcal{H}_\infty$  (Seção 3.7) aplicada, a implementação em MATLAB/Simulink (Capítulo 4) e os resultados obtidos (Capítulo 5).

## 3 Metodologia

### 3.1 Modelagem cinemática de um nanossatélite

Ângulos de Euler são três ângulos, normalmente representados no vetor de ângulos de Euler  $u = [\alpha, \beta, \gamma]^T$ , usados para descrever a atitude de um objeto, relacionando o sistema de coordenadas fixo do objeto com um sistema de coordenadas global. Na Figura 2 temos um exemplo de tais ângulos entre dois sistemas de coordenadas.

Figura 2 – Ângulos de Euler do sistema de coordenadas global xyz para um sistema arbitrário XYZ



Fonte: Lionel Brits<sup>1</sup>

A descrição da atitude do objeto é realizada por meio de três rotações sequenciais, onde rotaciona-se a partir do sistema de coordenadas global de forma ao final obter-se o sistema de coordenadas fixo do objeto. Existe a liberdade para escolha sobre a sequência de eixos a serem rotacionados, como por exemplo, x-y-x ou z-y-x, desde que o mesmo eixo não seja rotacionado em sequência (DIEBEL, 2006). Normalmente, tal rotação é aplicada na prática usando uma matriz de rotação.

A representação por ângulos de Euler possui limitações significativas, como *gimbal lock* ou bloqueio de gimbal. *Gimbal lock* ocorre quando dois planos de rotação se alinham, o que significa que ambos os planos descrevem a mesma rotação, efetivamente levando a perda de um plano. Por este motivo, métodos alternativos como quatérnions são cada vez mais utilizados (DIEBEL, 2006).

Uma matriz de rotação é uma matriz que quando multiplicada por um vetor, rotaciona o vetor enquanto mantém sua magnitude. É definida a matriz de rotação que representa a atitude de um corpo rígido como a matriz que ao multiplicar um vetor expresso em

<sup>1</sup> By Lionel Brits - "Hand drawn in Inkscape by me", CC BY 3.0

coordenadas globais, fornece o mesmo vetor expresso em coordenadas fixas ao corpo. Dessa forma, sendo  $z$  o vetor em coordenadas globais e  $z'$  o vetor em coordenadas fixas ao corpo, tem-se  $z, z' \in \mathfrak{R}^3$  e a relação mostrada por Eq. (3.1) e Eq. (3.2) (DIEBEL, 2006),

$$z' = Rz, \quad (3.1)$$

$$z = R^T z', \quad (3.2)$$

sendo  $R$  uma matriz 3x3 ortonormal e própria, ou seja  $\det(R) = 1$ .

O sistema numérico dos quatérnions estende os números complexos e tem a forma exibida por Eq. (3.3),

$$q = q_0 + q_1 \hat{i} + q_2 \hat{j} + q_3 \hat{k}, \quad (3.3)$$

sendo  $q_0, q_1, q_2, q_3 \in \mathfrak{R}$ , enquanto  $\hat{i}, \hat{j}$  e  $\hat{k}$  são os vetores de uma base ortonormal. A forma mais comum de se representar quatérnions é na forma vetorial, dada por Eq. (3.4),

$$q = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]. \quad (3.4)$$

Quatérnions unitários são um tipo de quatérnions cuja norma, ou magnitude, é unitária (DIEBEL, 2006), como mostra Eq. (3.5),

$$\|q\| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} = 1, \quad (3.5)$$

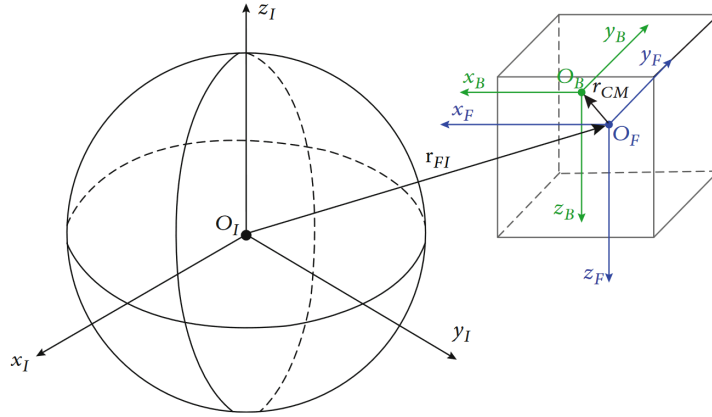
esse tipo especial de quatérnion pode ser usado para representar a atitude de um corpo rígido. Neste caso, sendo  $q$  um quatérnion unitário e  $z, z' \in \mathfrak{R}^3$  com  $z$  o vetor em coordenadas globais e  $z'$  o vetor em coordenadas fixas ao corpo (DIEBEL, 2006), temos a relação:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ z' \end{bmatrix} = q \begin{bmatrix} 0 \\ z \end{bmatrix} q^{-1}. \quad (3.6)$$

De acordo com Diebel (2006), a maior desvantagem de se utilizar ângulos de Euler é que certas funções importantes possuem singularidades, o que acarreta em problemas como *gimbal lock* e também são menos precisos que quatérnions ao integrar mudanças incrementais na atitude ao longo do tempo. Por outro lado, quatérnions apresentam a desvantagem de que seus quatro parâmetros não possuem significado físico e sua norma precisa ser unitária para que o mesmo represente uma rotação. Portanto, como as desvantagens dos ângulos de Euler acarretam em problemas maiores devido às suas singularidades, a representação da cinemática de nanossatélites neste trabalho utiliza o método dos quatérnions.

Como desenvolvido em Narkiewicz, Sochacki e Zakrzewski (2020), parte-se então da definição dos sistemas de coordenadas utilizados, exibidos na Figura 3.

Figura 3 – Sistemas de coordenadas utilizados na modelagem cinemática



Fonte: Narkiewicz, Sochacki e Zakrzewski (2020)

Nesse caso, temos o sistema de origem  $O_I$  como referência inercial localizado no centro da Terra (ECI), o sistema de origem  $O_F$  é o sistema fixo ao corpo do satélite localizado em seu centro geométrico e  $O_B$  é o sistema cuja origem reside no centro de massa do nanossatélite. Dessa forma, é possível então definir a pose do nanossatélite, ou seja, sua posição e atitude através das respectivas equações:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{r}}_I &= \mathbf{C}_F^I \mathbf{v}_F, \\ \dot{\mathbf{q}}_I &= \frac{1}{2} \boldsymbol{\Psi} \mathbf{q}_I,\end{aligned}\quad (3.7)$$

sendo  $\mathbf{r}_I = [x_{FI} \ y_{FI} \ z_{FI}]^T$  a posição do nanossatélite em relação ao sistema de coordenadas de origem  $O_I$ ,  $\mathbf{v}_F = [v_x \ v_y \ v_z]^T$  a velocidade linear e  $\boldsymbol{\omega}_F = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$  a velocidade angular do satélite em relação ao sistema de coordenadas fixo ao corpo de origem  $O_F$ ,  $\mathbf{q}_I = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$  o quatérnio que descreve a atitude do satélite e  $\mathbf{C}_F^I$  a matriz de transformação do sistemas de coordenadas fixo ao corpo do satélite para o sistema inercial, descrita como

$$\mathbf{C}_F^I(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_3q_0) & 2(q_1q_3 + q_2q_0) \\ 2(q_1q_2 + q_3q_0) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_1q_0) \\ 2(q_1q_3 - q_2q_0) & 2(q_2q_3 + q_1q_0) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

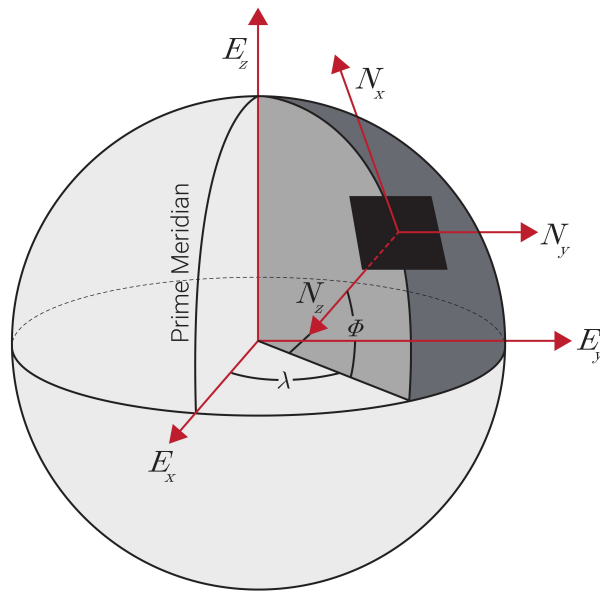
Por fim, temos a definição da matriz  $\boldsymbol{\Psi}$ , sendo

$$\boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Dessa forma, possuímos então todas as relações necessárias para descrever tanto a posição como a atitude do nanossatélite.

Fazendo um adendo, outro sistema de coordenadas que é útil neste tipo de situação é o sistemas de coordenadas NED (*North-East-Down*). É um quadro de referência local que é definido por suas coordenadas ECEF (*Earth-Centered Earth-Fixed frame*) e é fixo ao veículo ou plataforma. O referencial NED é definido de modo que os eixos Norte e Leste formem um plano tangente à superfície da Terra em sua posição atual. O quadro NED contém três eixos ortogonais onde o eixo  $N_x$  aponta para o Norte Verdadeiro,  $N_z$  aponta para o interior da Terra e  $N_y$  aponta para o leste, como exhibe a Figura 4. Onde  $E$  denota o referencial ECEF e  $N$  o referencial NED.

Figura 4 – Sistemas de coordenadas ECEF e NED



Fonte: VECTORNAV<sup>2</sup>

### 3.2 Modelagem dinâmica de um nanossatélite

O nanossatélite é modelado como um corpo rígido com seis graus de liberdade, sendo três graus de liberdade provenientes do movimento de translação e os outros três do movimento de rotação. De acordo com Narkiewicz, Sochacki e Zakrzewski (2020) temos que a equação dinâmica de movimento de um nanossatélite é dada por Eq. (3.10),

$$\underbrace{A\dot{x} + B(x)x}_{\text{carga de inércia}} = \underbrace{f_G + f_A + f_{SRP} + f_M}_{\text{carga externa}} + \underbrace{f_C}_{\text{carga de controle}}, \quad (3.10)$$

sendo  $\mathbf{x} = [v_x \ v_y \ v_z \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$  o vetor de estados do satélite, composto pela velocidade linear  $\mathbf{v}_F = [v_x \ v_y \ v_z]^T$  e angular  $\omega_F = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$  do satélite e  $\mathbf{f}_\alpha = [F_\alpha^T \ M_\alpha^T]$  o

<sup>2</sup> VECTORNAV, "Reference frames", <https://www.vectornav.com/resources/inertial-navigation-primer/math-fundamentals/math-refframes>, acessado em 09/02/2025

vetor de carga composto pela força  $F_\alpha^T$  e momento  $M_\alpha^T$ , onde  $\mathbf{f}_\alpha$  representa um vetor de carga genérico. Os índices dos componentes de carga representam, respectivamente:  $G$ : gravidade;  $A$ : aerodinâmica;  $SRP$ : pressão de radiação solar;  $M$ : campo magnético;  $C$ : controle.

A matriz de inércia  $A$  tem a seguinte forma:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & S_z & -S_y \\ 0 & m & 0 & -S_z & 0 & S_x \\ 0 & 0 & m & S_y & -S_x & 0 \\ 0 & -S_z & S_y & I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ S_z & 0 & -S_x & -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -S_y & S_x & 0 & -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

sendo  $m, S_\beta, I_{\beta\lambda}$  a massa, momento de massa estático e momentos de inércia, respectivamente, onde  $\beta$  e  $\lambda$  representam eixos genéricos. Por sua vez, a matriz  $B(x)$  é calculada como:

$$B(x) = O(x)A, \quad (3.12)$$

sendo

$$O(x) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y & 0 & 0 & 0 \\ \omega_z & 0 & -\omega_x & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_y & \omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v_z & v_y & 0 & -\omega_z & \omega_y \\ v_z & 0 & -v_x & \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -v_y & v_x & 0 & -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

a matriz  $O(x)$  revela algo importante sobre o problema de controle de atitude de nanosatélites, se trata de um problema não linear. O termo  $B(x)x$ , da Eq. (3.10), denota que os estados não podem ser escritos de forma independente. Essa não linearidade é encapsulada na matriz  $O(x)$ .

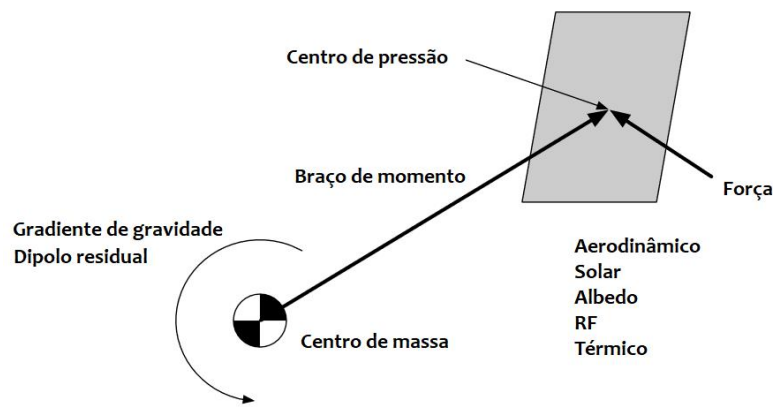
### 3.3 Distúrbios característicos

Em órbita, nanosatélites são submetidos a diversos distúrbios característicos do ambiente espacial em órbita baixa e da operação do próprio nanosatélite. Tais distúrbios são classificados, respectivamente, como externos e internos.

### 3.3.1 Distúrbios externos

Distúrbios externos causam mudanças no momento angular do satélite, produzindo uma força que induz um torque por causa do braço de momento em relação ao centro de massa ou produzindo um torque puro (PALUSZEK, 2023). A Figura 5 demonstra esse efeito, e alguns dos tipos de distúrbios que induzem torque ou produzem torque puro. Distúrbios externos provêm do ambiente, e todos os nanosatélites são afetados por eles em algum grau. Nas seções seguintes são abordados os três principais distúrbios externos, e então tabelas resumo dos distúrbios restantes são apresentadas.

Figura 5 – Efeitos de diferentes distúrbios no momento angular



Fonte: Adaptado de Paluszek (2023).

#### 3.3.1.1 Distúrbio aerodinâmico

Proveniente da interação entre a superfície do satélite e a atmosfera, o modelo mais simples para a força aerodinâmica é dado por (PALUSZEK, 2023):

$$F_{\text{aero}} = \frac{1}{2} \rho_D C_D A_p v |v|, \quad (3.14)$$

sendo  $\rho_D$  a densidade atmosférica,  $C_D$  o coeficiente de resistência aerodinâmica,  $v$  o vetor velocidade e  $A_p$  a área projetada dada por  $A_p = A \cos \alpha$ , sendo  $\alpha$  o ângulo entre a normal da superfície e o vetor velocidade.

#### 3.3.1.2 Gradiente de gravidade

O gradiente de gravidade produz um torque puro no satélite devido a forças gravitacionais agindo sobre todos os diferentes pontos do satélite que tendem a alinhar o eixo de menor momento de inércia com o campo gravitacional (PALUSZEK, 2023). Dado pela seguinte equação,

$$T_{\text{grad}} = 3\mu \frac{r^\times I r}{|r|^5}, \quad (3.15)$$

onde  $r$  é o vetor do centro da Terra até o satélite,  $\mu$  o parâmetro gravitacional e  $I$  a matriz de inércia do nanossatélite.

### 3.3.1.3 Dipolo magnético residual

Este torque é causado pela interação de um campo magnético externo e dipolos internos devido a *loops* de corrente e outros fenômenos. Os projetistas devem ao máximo, tentar eliminar os *loops* de corrente, mas eles nem sempre são evitáveis. Magnetorquers sempre têm algum dipolo residual. Motores têm materiais magnéticos e também podem produzir um dipolo residual.

$$T_{\text{dipole}} = \left( \sum C_k M_k \right) \times B, \quad (3.16)$$

sendo  $C_k$  a matriz de transformação da referência onde o dipolo  $M_k$  é expressado em relação ao satélite e  $B$  o vetor de campo magnético da Terra (PALUSZEK, 2023).

### 3.3.1.4 Outros distúrbios externos

Tabela 1 – Outros distúrbio externos e suas características (PALUSZEK, 2023)

Tipo	Fonte	Característica
Pressão de albedo (Pressão de radiação solar indireta)	Reflexão solar vinda da Terra	O valor médio é de 0,34 vezes o fluxo solar que incide sobre a Terra. Albedo varia dependendo da longitude e latitude do satélite, terreno, e estação do ano.
Força eletrodinâmica	Movimentação sobre o campo magnético da Terra	Produz arrasto ou empuxo no satélite. Varia de acordo com a orientação do satélite e intensidade do campo magnético.
Vazamentos	Gás e líquidos a bordo do satélite	Funciona como um propulsor de gás frio. Vazamentos ocorrem devido a danos causados ao satélite.
Desgaseificação	Umidade presente na estrutura	Causado pelo aquecimento da estrutura do satélite que causa evaporação resultando na emissão de gás. Geralmente só ocorre no começo da vida do satélite.

Plumas de propulsores	Interação entre as plumas do propulsor e a estrutura	É matematicamente igual a força e torque aerodinâmico. Impacto depende da proximidade do plano de colisão das plumas.
Pressão de radiação	Temperatura da Terra	Radiação de corpo negro da Terra, igual a 400 W. Reside no comprimento de onda infravermelho.
Radiofrequência	Antenas de telecomunicação	Pressão de radiação, gerada pela potência da antena, afeta principalmente satélites de comunicação.
Pressão solar	Radiação solar	O sol produz grandes forças sobre o satélite, se o mesmo for assimétrico o desvio do centro de massa e pressão resulta em um grande torque.
Pressão térmica	Radiadores	O calor irradia de forma difusa dos radiadores, o que produz uma força proporcional ao fluxo de calor.

### 3.3.2 Distúrbios internos

Distúrbios internos, por outro lado, costumam ser mais específicos. Já que a fonte do distúrbio é o próprio nanosatellite. Por exemplo, só são afetados pelo distúrbio hidrodinâmico os nanosatellites que carregam algum tipo de líquido. A seguir é exibida uma lista sucinta de alguns tipos de distúrbios internos.

Tabela 2 – Distúrbio internos e suas características (PALUSZEK, 2023)

<b>Tipo</b>	<b>Fonte</b>	<b>Característica</b>
Desequilíbrio dinâmico	Componente rotacional com termos fora da diagonal da matriz de inércia	Periódico com a taxa de rotação.
Fricção	Partes deslizantes ou rotativas	Possui três componentes, fricção estática, de Coulomb e viscosa.
Torques e forças de motores	Motores	Componentes de articulação.
Partes móveis	Dinâmica de partes móveis internas	Torque gerado é proporcional ao quadrado das taxas relativas.

Rotores	Momento dos rotores	Torques de giroscópio.
Desequilíbrio nos rotores	Desvio do centro de massa em um componente rotacional	Periódico com a taxa de rotação.
Hidrodinâmico	Líquidos	Causado pelo movimento de líquidos contido dentro de um corpo rígido.
Ruptura térmica	Deformação estrutural repentina	Causada por rápido aquecimento ou resfriamento.

## 3.4 Atuadores

Atuadores são elementos que agem sobre o sistema gerando uma força ou torque a partir do sinal proveniente do controlador de forma a obter uma resposta desejada, ou seja, transforma o sinal de controle em uma ação física.

### 3.4.1 Rodas de reação

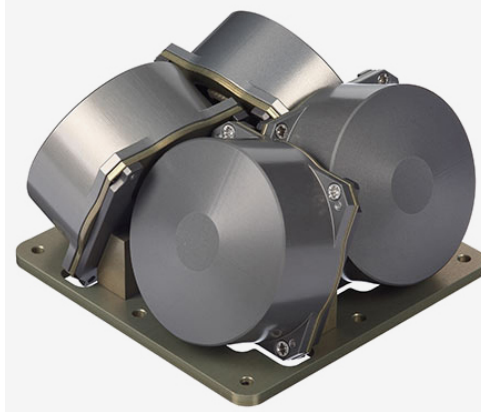
Rodas de reação são atuadores bastante utilizados no controle de atitude de satélites. Seu princípio de funcionamento consiste em acelerar e desacelerar rodas presentes em eixos independentes do satélite, o que gera um torque nas rodas. Pelas leis de conservação de momento angular, isto gera um torque equivalente de sentido oposto no satélite, desta forma é possível orientá-lo a fim de obter uma atitude desejada. Rodas de reação, além de prover torque nos três eixos, caso sejam utilizadas três ou mais rodas, promovem uma alta precisão de apontamento (WERTZ; LARSON, 1999).

Tais rodas, porém, estão sujeitas a saturação. Caso uma roda atinja sua velocidade máxima, ela se torna incapaz de gerar torque adicional. Desta forma, atuadores adicionais são comumente utilizados em conjunto com as rodas de reação, como magnetorquers, a fim de evitar a saturação das rodas. Um exemplo de conjunto de rodas de reação para controle de atitude utilizadas em CubeSats (um tipo de nanosatélite) é exibido pela Figura 6.

Neste trabalho as rodas de reação foram os únicos atuadores utilizados. Uma vez que o objetivo principal do trabalho é analisar diferentes métodos de controle e incrementar a plataforma de simulação. Usar apenas as rodas de reação como atuadores, é o suficiente para viabilizar o restante do trabalho.

<sup>3</sup> NanoAvionics, CubeSat Reaction Wheels Control System SatBus 4RW0, "https://nanoavionics.com/cubesat-components/cubesat-reaction-wheels-control-system-satbus-4rw/" acessado em 13/11/2023

Figura 6 – Conjunto de rodas de reação do fabricante NanoAvionics, na configuração piramidal, para CubeSats



Fonte: NanoAvionics <sup>3</sup>

### 3.4.1.1 Modelagem do conjunto de rodas de reação

A roda de reação é modelada como um disco maciço fixo ao corpo do satélite com velocidade angular  $\Omega_R$  e momento de inércia  $I_R$ . Ela é movida por um motor elétrico de corrente contínua controlado através da corrente de armadura. Descrito por equações de estados mecânicas como exibe a Eq. (3.17), sendo  $k_R$  a constante de torque de motor,  $i_R$  a corrente de armadura,  $b_R$  o coeficiente de atrito viscoso do eixo do motor e  $\dot{\omega}_{Rx}$  é a aceleração angular do satélite no eixo  $x$  expressa nas coordenadas da roda de reação. Neste caso, a Eq. (3.17) refere-se ao motor acoplado à roda de reação fixa no eixo  $x$  (NARKIEWICZ; SOCHACKI; ZAKRZEWSKI, 2020).

$$I_{Rx} (\dot{\Omega}_R + \dot{\omega}_{Rx}) = k_R i_R - b_R \Omega_R. \quad (3.17)$$

Neste trabalho, considerou-se o conjunto de rodas de reação disposto em configuração ortogonal, ou seja, os eixos de rotação das rodas de reação são coincidentes com os eixos do sistema de coordenadas fixas no corpo do satélite. Desta forma, o torque que a roda de reação controlada por Eq. (3.17) exerce sobre o satélite é descrito por Eq. (3.18),

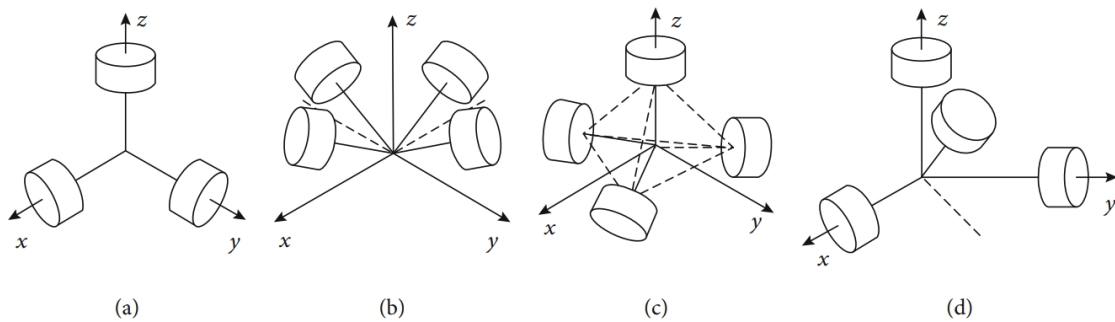
$$M_R = \begin{bmatrix} -I_{Rx} (\dot{\Omega}_R + \dot{\omega}_{Rx}) & 0 & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (3.18)$$

A configuração ortogonal utilizada das rodas de reação e algumas outras possibilidades são exibidas pela Figura 7.

## 3.4.2 Magnetorquers

Um magnetorquer é um dispositivo de controle de atitude de satélites que gera torque ao interagir com o campo magnético da Terra. Ele é composto de três bobinas, uma para cada eixo do sistema de coordenadas. Quando uma corrente flui através de sua bobina,

Figura 7 – Orientações das rodas de reação: (a) ortogonal, (b) piramidal, (c) tetraedral e (d) oblíquo.



Fonte: Narkiewicz, Sochacki e Zakrzewski (2020).

ele cria um dipolo magnético; esse dipolo interage com o campo magnético da Terra, produzindo um torque controlado para ajustar a atitude do satélite.

Porém esse atuador possui sérias limitações, como por exemplo, o campo geomagnético da Terra varia com o tempo e, portanto, é não linear. Além disso, o torque produzido pelo magnetorquer necessariamente reside no plano ortogonal em relação ao campo geomagnético, o que leva a não controlabilidade na direção paralela ao campo (TRÉGOUËT et al., 2014). Por estes motivos magnetorquers costumam ser utilizados em conjunto com outros tipos de atuadores, como rodas de reação.

Figura 8 – Conjunto de magnetorquers do fabricante NanoAvionics para CubeSats



Fonte: NanoAvionics <sup>4</sup>

Magnetorquers não foram utilizados nas simulações apresentadas neste trabalho. Porém, em uma aplicação real, seriam necessários, já que sem outro atuador além das rodas de reação, as rodas eventualmente iriam saturar ao atingir sua velocidade máxima. Neste caso, perderia-se o controle do nanossatélite. Dessa forma, esse atuador foi abordado

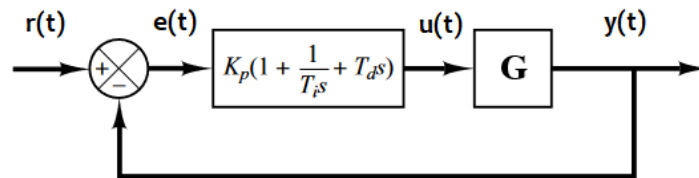
devido a necessidade de sua inclusão em trabalhos futuros e como uma forma de elucidar sua importância ao utilizar rodas de reação como atuadores primários.

### 3.5 O controlador PID

O controlador mais comumente utilizado é o controlador PID (Proporcional, Integral e Derivativo). A Figura 9 mostra um controlador PID aplicado a uma planta genérica  $G$ . A função de um controlador PID no domínio do tempo é dada pela Eq. (3.19),

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt}. \quad (3.19)$$

Figura 9 – Controlador PID aplicado em uma planta  $G$



Fonte: Adaptado de Ogata (2009).

Alterando os ganhos  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  podemos então obter a resposta desejada da planta, onde a parcela do integrador é responsável primariamente por zerar o erro em regime permanente e o derivador é responsável por responder a mudanças repentinas no erro (OGATA, 2009). Vale ressaltar que existem diferentes implementações de um controlador PID, tanto é que o controlador PID exibido pela Figura 9 diferencia-se do exibido na Eq. (3.21). Contudo, ambas são equivalentes em operação e diferenciam-se somente na seleção dos valores dos ganhos. Também a partir do controlador PID podemos obter as suas variações. Por exemplo, um controlador proporcional tem a mesma função exibida pela Eq. (3.21), porém com os ganhos  $K_i$  e  $K_d$  nulos.

No caso deste trabalho, o sinal de erro é baseado no quatérnio de erro, que representa a rotação da atitude atual para a atitude desejada. Ele possui 4 dimensões, diferente do erro convencionalmente utilizado que se baseia em ângulos de Euler e, portanto, tem 3 dimensões. Desta forma, se faz necessário a utilização de uma variável intermediária  $\sigma_R$  tridimensional que encapsula a informação do quatérnio de erro, como desenvolvido por Narkiewicz, Sochacki e Zakrzewski (2020) e exposto pela Eq. (3.20)

$$\sigma_R = 2q_{0e} [q_{1e} \ q_{2e} \ q_{3e}]^T. \quad (3.20)$$

<sup>4</sup> NanoAvionics, CubeSat Magnetorquer SatBus MTQ, "https://nanoavionics.com/cubesat-components/cubesat-magnetorquer-satbus-mtq/" acessado em 13/11/2023

Portanto, ainda de acordo com Narkiewicz, Sochacki e Zakrzewski (2020), o controlador PID utilizado é baseado na nova lei de controle descrita pela Eq. (3.21), onde o subscrito  $R$  denota que trata-se do controlador das rodas de reação,

$$\mathbf{u}_R = \mathbf{K}_{PR}\sigma_R + \mathbf{K}_{DR}\dot{\sigma}_R + \mathbf{K}_{IR} \int \sigma_R dt, \quad (3.21)$$

onde as matrizes de ganhos são calculadas por meio da Eq. (3.22)

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{PR} &= \left( \omega_n^2 + \frac{2\zeta\omega_n}{T} \right) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}_{RW}^+ \mathbf{I}, \\ \mathbf{K}_{DR} &= \left( 2\zeta\omega_n + \frac{1}{T} \right) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}_{RW}^+ \mathbf{I}, \\ \mathbf{K}_{IR} &= \frac{\omega_n^2}{T} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}_{RW}^+ \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

sendo  $\omega_n$  a largura de banda e  $\zeta$  o fator de amortecimento desejados, e  $T$  a constante de tempo do integrador, valores definidos pelo projetista. Dessa forma, projeta-se tais parâmetros em vez de projetar diretamente as matrizes de ganho. A matriz  $\mathbf{R} = \text{diag}(\kappa_{R1} \ \kappa_{R2} \ \kappa_{R3})$  contém a constante do motor de cada roda de reação, e  $\mathbf{G}_{RW}^+ = I_{3 \times 3}$  para a configuração ortogonal das rodas de reação. No âmbito deste trabalho, o sinal de controle  $\mathbf{u}_R$  é o vetor de correntes de armadura que aciona as rodas de reação.

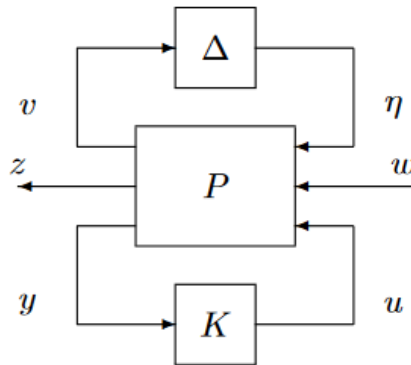
É importante notar que Narkiewicz, Sochacki e Zakrzewski (2020) utilizaram parâmetros de desempenho  $\omega_n$ ,  $\zeta$  e  $T$  que são comumente utilizados em sistemas de segunda ordem, neste caso, temos um sistema não linear. O que implica que não existe uma correspondência direta, por exemplo, ao utilizar  $\zeta = 1$  não se obtém uma resposta criticamente amortecida, que é o esperado em um sistema de segunda ordem.

### 3.6 O problema de controle robusto

Seja um sistema com incertezas, perturbações, ruídos e erros, podemos representá-lo como mostrado na Figura 10. Sendo  $P$  a matriz de interconexão,  $K$  o controlador,  $\Delta$  o conjunto de todas as possíveis incertezas. Para os sinais, temos  $w$  sendo um vetor sinal incluindo ruídos, perturbações e sinais de referência,  $z$  um vetor sinal incluindo todos os sinais controlados e erros de trajetórias,  $v$  e  $\eta$  os sinais de entrada e saída, respectivamente, do bloco de incertezas,  $u$  o sinal de controle e  $y$  as medidas da resposta do sistema (ZHOU; DOYLE, 1997, p. 2).

O diagrama de blocos da Figura 10 representa a seguinte equação:

Figura 10 – Representação em diagrama de blocos de um sistema com perturbações e incertezas



Fonte: Zhou e Doyle (1997)

$$\begin{bmatrix} v \\ z \\ y \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} \eta \\ w \\ u \end{bmatrix}, \tag{3.23}$$

$$\eta = \Delta v,$$

$$u = Ky.$$

Seja a matriz de transferência de  $w$  para  $z$  denotada por  $T_{zw}$ . Então, o problema de análise consiste em responder se o sistema de malha fechada é estável para todos os distúrbios admissíveis  $\Delta$  e atinge a métrica de desempenho desejado  $\gamma_p$ , tal que  $\|T_{zw}\|_\infty \leq \gamma_p$ . Sendo  $\|T_{zw}\|_\infty$  o maior valor singular de  $T_{zw}(j\omega)$  dentre todos os valores possíveis de  $\omega$ , matematicamente descrito como  $\|T_{zw}\|_\infty = \sup_\omega \bar{\sigma}(T_{zw}(j\omega))$ .

Dessa forma, o desafio consiste no projeto de um controlador robusto  $K$  que garanta que os critérios de robustez e desempenho sejam atingidos. Na forma mais simples do problema, existem dois casos. No primeiro,  $\Delta = 0$ , temos o problema de controle conhecido como  $\mathcal{H}_\infty$ . No segundo,  $\omega = 0$ , onde temos o problema de estabilidade robusta (ZHOU; DOYLE, 1997, p. 2)

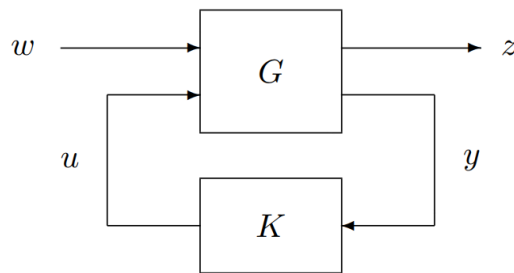
### 3.7 O controlador robusto

O problema aqui considerado é o problema de controle  $\mathcal{H}_\infty$  sub-ótimo, ou seja, encontrar um controlador  $K$  que realize  $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ , onde  $\gamma$  é maior que o valor ótimo  $\gamma_o$ . Uma explicação mais intuitiva da frase anterior é a seguinte:  $\|T_{zw}\|_\infty$  retrata o pior caso de amplificação de distúrbios. Logo a ideia é minimizar essa métrica, para isso usa-se um valor  $\gamma$  que representa o valor máximo aceitável, definido pelo projetista, de amplificação dos distúrbios em malha fechada, após a implementação do controlador.

Nesta seção será apresentada somente a teoria mínima necessária para que possamos abordar a síntese de controladores robustos  $\mathcal{H}_\infty$ . Para uma discussão detalhada no tópico que apresenta os teoremas e provas que induzem os resultados aqui apresentado consulte Doyle et al. (1989).

Antes de dar início à síntese do controlador é necessário fazer algumas considerações sobre o sistema. Considere o sistema exibido pelo diagrama de blocos da Figura 11, descrito pela Eq. (3.24).

Figura 11 – Representação do sistema utilizado para síntese do controlador  $\mathcal{H}_\infty$



Fonte: Adaptado de Zhou e Doyle (1997)

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} x \\ w \\ u \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

sendo a planta  $G$  da seguinte forma

$$G = \left[ \begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{array} \right], \quad (3.25)$$

onde  $G$  é uma matriz de transferência, que em termos de dados de espaço de estados, na sua forma genérica, é denotada por (DOYLE et al., 1989, p. 833)

$$G(s) = \left[ \begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] := C(sI - A)^{-1}B + D \quad (3.26)$$

e é assumido que: (DOYLE et al., 1989, p. 834)

- I)  $(A, B_1)$  é estabilizável e  $(C_1, A)$  é detectável;
- II)  $(A, B_2)$  é estabilizável e  $(C_2, A)$  é detectável;
- III)  $D_{12}^T [C_1 \ D_{12}] = [0 \ I]$ ;
- IV)  $\begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{12}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$ .

Tendo cumprido esses requisitos para o sistema, o controlador sub-ótimo  $\mathcal{H}_\infty$  é sintetizado como, (DOYLE et al., 1989, p. 835)

$$\begin{aligned} K_{\text{sub}}(s) &:= \left[ \begin{array}{c|c} \hat{A}_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ \hline F_\infty & 0 \end{array} \right], \\ \hat{A}_\infty &:= A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty + B_2 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2, \\ F_\infty &:= -B_2^T X_\infty, \quad L_\infty := -Y_\infty C_2^T, \quad Z_\infty := (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

As condições necessárias e suficientes para a existência de um controlador admissível que satisfaça  $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$  são as seguintes: (DOYLE et al., 1989, p. 835)

- I)  $H_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$  e  $X_\infty := \text{Ric}(H_\infty) \geq 0$ ;
- II)  $J_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$  e  $Y_\infty := \text{Ric}(J_\infty) \geq 0$ ;
- III)  $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$ ,

onde  $\text{Ric}(\cdot)$  é o operador de Riccati, definido em Doyle et al. (1989, p. 833),  $\rho$  é o raio espectral,  $H_\infty$  e  $J_\infty$  são duas matrizes Hamiltonianas descritas como, (DOYLE et al., 1989, p. 835)

$$\begin{aligned} H_\infty &:= \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{bmatrix}, \\ J_\infty &:= \begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1 B_1^T & -A \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Os métodos computacionais que implementam a síntese do controlador, como descrito aqui, o fazem a partir de iterações sobre o valor de  $\gamma$ , onde o intuito é encontrar o menor  $\gamma$  possível que resulte em um controlador realizável, baseado nos critérios exibidos a priori.

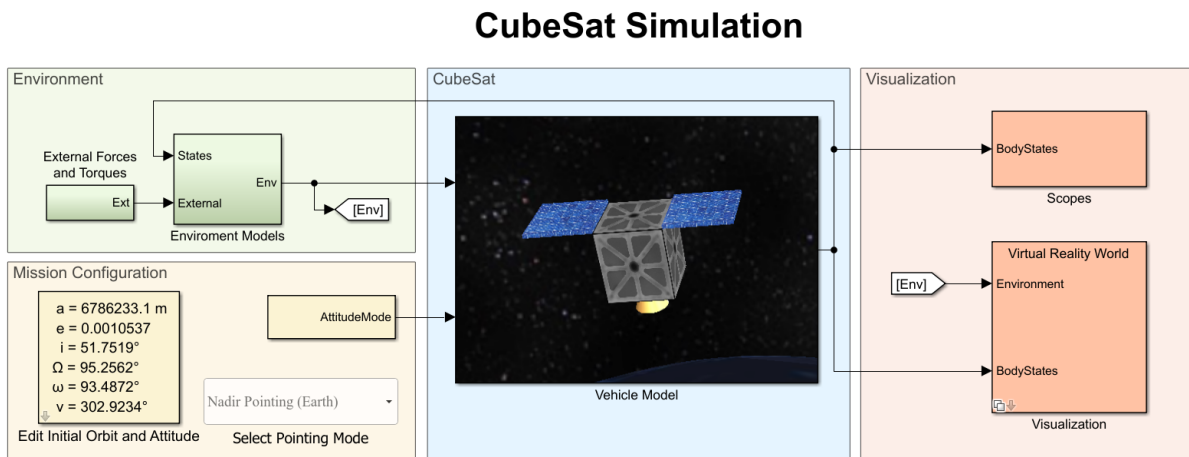
Dessa forma, sintetiza-se um controlador robusto  $\mathcal{H}_\infty$  que satisfaz o critério de desempenho  $\gamma$ . O que é importante destacar é que essa é uma das formas de se computar um controlador  $\mathcal{H}_\infty$ . Nesta seção tem-se um controlador baseado em equações algébricas de Riccati, em inglês, *Algebraic Riccati Equations* (ARE). Existem outros métodos de síntese de controladores  $\mathcal{H}_\infty$ , como por exemplo, para sistemas lineares os métodos mais comumente utilizados são

- Baseados em ARE
- Baseados em LMI (*Linear Matrix Inequality*)
- Método de DGKF (*Doyle-Glover-Khargonekar-Francis*)
- *Loop shaping* - LSDP (*Loop Shaping Design Procedure*)
- Métodos polinomiais

### 3.8 Plataforma de simulação de nanossatélites

A implementação do controlador e atuador se dá por meio da plataforma MATLAB/-Simulink, a qual possui funcionalidades voltadas ao problema de simulação de nanossatélites. Por meio da ferramenta *CubeSat Simulation Project*, presente no *Aerospace Blockset*, é fornecida uma base sobre a qual é possível implementar o controlador e atuador citados anteriormente. O projeto base utilizado é exibido pela Figura 12.

Figura 12 – Ambiente de simulação



Fonte: Autoria própria, retirado de *CubeSat Simulation Project* - MATLAB/Simulink.

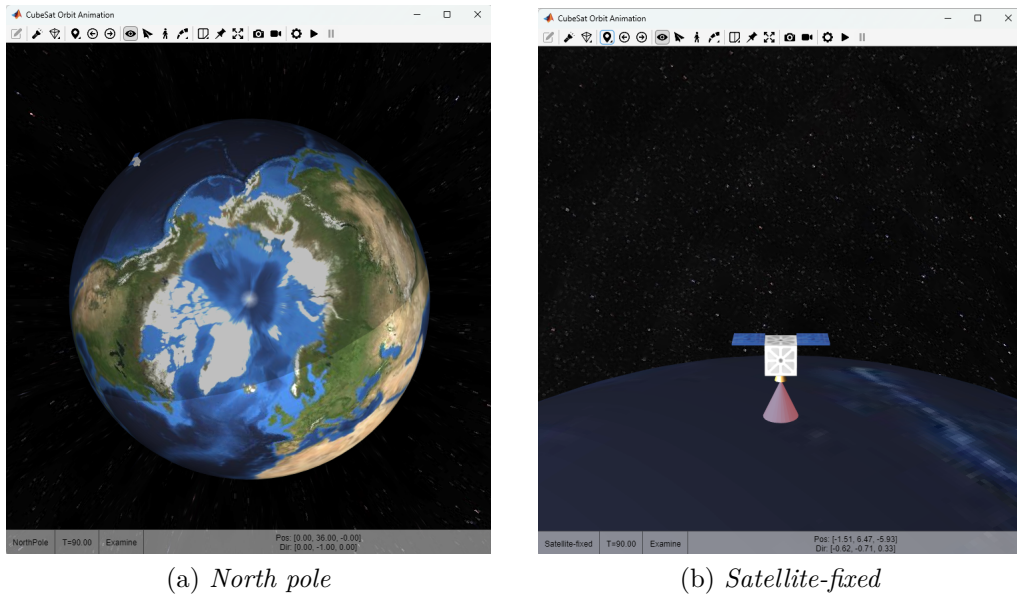
Convenientemente, a plataforma de simulação computa a cinemática e a dinâmica do problema baseada em quatérnios como abordado, respectivamente, pela Seção 3.1 e Seção 3.2. Além disso, a ferramenta realiza também a propagação de órbita. Dessa forma, a plataforma nos fornece, já implementada, toda a física do problema, a qual podemos então facilmente estender adicionando controladores, atuadores, sensores e distúrbios. A Figura 12 deixa claro que a plataforma é dividida em quatro seções, sendo elas

- **Environment:** usado para simular o ambiente da órbita terrestre baixa. Por padrão, os únicos efeitos modelados são o da força da gravidade e a pseudo-força inercial de Coriolis (ocorre quando o observador não é inercial), incluídos no bloco *Environment models*. Porém, o usuário pode facilmente incrementar distúrbios internos e externos, através dos blocos *Environment models* e *External forces and torques*;
- **Mission configuration:** é onde os parâmetros da missão são inseridos, como: descrição da órbita, condições iniciais do nanossatélite e modo de apontamento desejado;
- **CubeSat:** dentro do bloco *Vehicle model* é onde realiza-se a implementação dos controladores, atuadores e sensores. Além disso, já estão implementados pela plataforma os cálculos da dinâmica e cinemática, relacionados a física do problema;

- **Visualization:** esta seção é responsável pela visualização e análise dos resultados. O bloco *Scopes* fornece uma série de gráficos relacionados a posição e atitude do nanossatélite. Já o bloco de mesmo nome da seção, *Visualization*, fornece um ambiente de visualização 3D que exibe a terra e o nanossatélite. Isto permite visualizar a posição e atitude do nanossatélite ao longo da simulação.

Na Figura 13 é exibido o ambiente 3D de visualização em dois pontos diferentes de observação. O primeiro deles é fixo no polo norte; e o segundo, é fixo ao nanossatélite.

Figura 13 – Diferentes pontos de vistas do ambiente 3D de visualização



Fonte: Autoria própria, retirado de *CubeSat Simulation Project* - MATLAB/Simulink.

### 3.9 Métricas de desempenho

Como métricas de desempenho dos controladores, foi proposto avaliar a energia gasta pelo controlador e o erro de acompanhamento de trajetória.

Para inferir a energia gasta, foi usada a integral de torque mostrada por Eq. (3.29), sendo  $\tau_a$  o torque da roda de reação em um dado eixo.

$$E(\tau_a) = \int_{t_i}^{t_f} |\tau_a(t)| dt. \quad (3.29)$$

Já para o erro de acompanhamento de trajetória, foi utilizado o erro quadrático médio (EQM) indicado por Eq. (3.30), sendo  $(Y_i - \hat{Y}_i)$  o erro em graus em um determinado eixo e  $n$  é o número de medições.

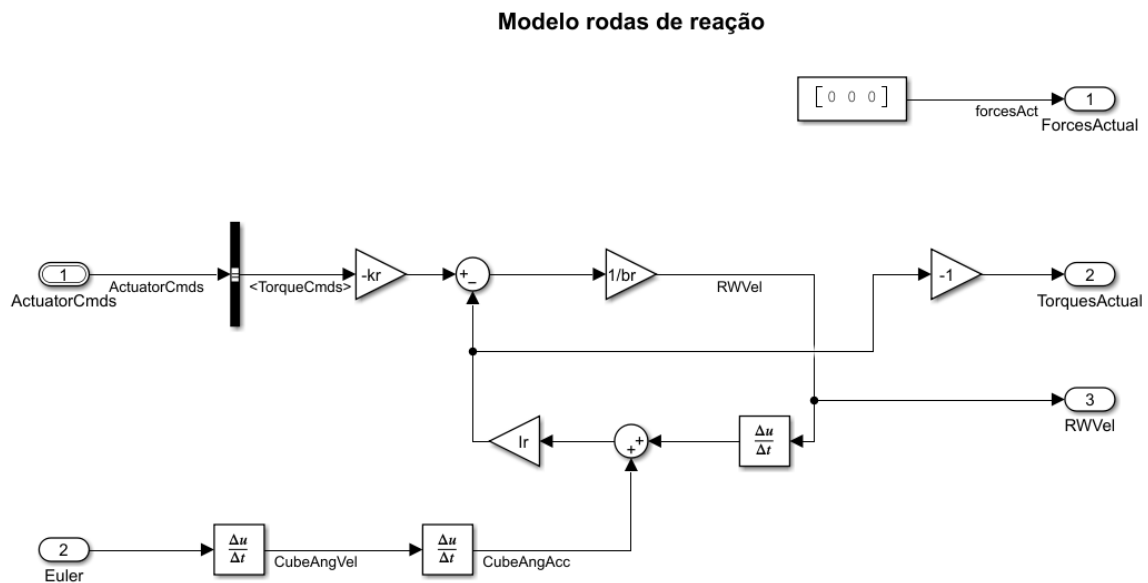
$$\text{EQM} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2. \quad (3.30)$$

## 4 Desenvolvimento

### 4.1 Implementação das rodas de reação

Para implementação de rodas de reação, foi implementada a equação de estado do motor dada pela Eq. (3.17). Subsequentemente é calculado o torque aplicado sobre o nanossatélite através da Eq. (3.18) utilizando diagrama de blocos, como exibido pela Figura 14.

Figura 14 – Implementação das rodas de reação no MATLAB/Simulink



Fonte: Autoria própria.

O sinal **<TorqueCmds>** fornece o sinal de controle, que neste caso, é a corrente de armadura. É necessário destacar que ao implementar a Eq. (3.17) no Simulink o sentido da corrente foi convencionado ao contrário do demonstrado pela equação, devido a convenção do sentido do torque no Simulink ser invertida ao considerado no equacionamento.

Os sinais envolvidos na implementação das rodas de reação são descritos como:

- (1) **ActuatorCmds:** Sinal de comando dos atuadores, fornecido pelo controlador. Este sinal de comando na realidade são as correntes de armadura, que geram o torque através das rodas de reação;
- (2) **Euler:** Posição angular do satélite, descrita em ângulos de Euler;
- (3) **TorquesActual:** O torque que age sobre o nanossatélite;

- (4) **RWVel**: Velocidade de rotação das rodas de reação. Acrônimo de *Reaction Wheel Velocity*,

já as derivadas do sinal (2) **Euler**, nomeadas, *CubeAngVel* e *CubeAngAcc* representam a velocidade e aceleração angular do nanosatellite.

Os dados das variáveis utilizadas na implementação das rodas de reação, são exibidos pela Tabela 3.

Tabela 3 – Características técnicas das rodas de reação (NARKIEWICZ; SOCHACKI; ZAKRZEWSKI, 2020)

Descrição	Variável	Valor	Unidade
Momento de inércia	$I_R$	51,16	[ kg · mm <sup>2</sup> ]
Coefficiente de fricção viscosa	$b_R$	3,837	[ kg · mm <sup>2</sup> /s]
Constante de torque do motor	$k_R$	51,64	[°]

## 4.2 Síntese do controlador PID

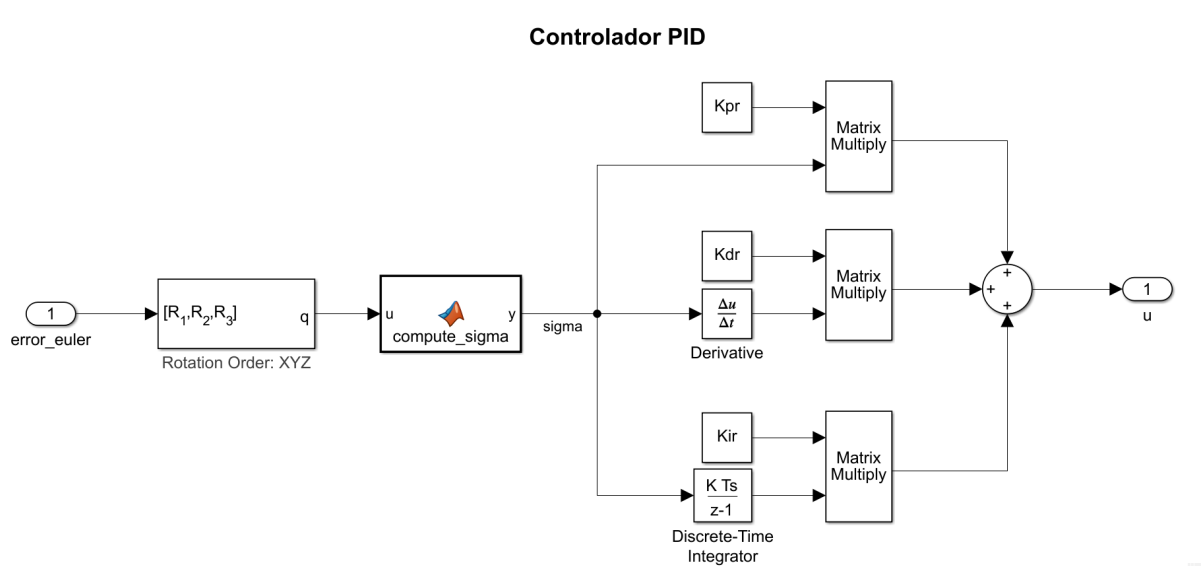
Para o controlador PID os parâmetros de projeto do controlador são definidos por  $\omega_n = 0,8$  rad/s,  $\zeta = 1$  e  $T = 12,5$  s, a fim de reproduzir o controlador implementado em Narkiewicz, Sochacki e Zakrzewski (2020) e validar os resultados aqui obtidos. Os autores escolheram esses parâmetros visando a operação nominal do nanossatélite. Onde o objetivo era permitir manobras relativamente rápidas sem *overshoot* significativo da atitude, que ocorre quando o sinal de controle é exagerado e passa-se do ponto desejado, e precisão de apontamento suficientemente alta.

## 4.3 Implementação do controlador PID

De forma análoga, o controlador PID foi implementado através da Eq. (3.21) usando diagrama de blocos no Simulink como mostra a Figura 15.

Neste caso, a entrada do controlador é o erro de atitude em ângulos de Euler que é então convertido para quatérnion pelo primeiro bloco. Já  $\sigma_R$  é calculado através da função *compute\_sigma* que realiza o cálculo exibido pela Eq. (3.20).

Figura 15 – Implementação do controlador PID no Simulink



Fonte: Autoria própria.

As matrizes de ganho  $\mathbf{K}_{PR}$ ,  $\mathbf{K}_{DR}$  e  $\mathbf{K}_{IR}$  são constantes e computadas como mostra a Eq. (3.22) através de um script utilizando a linguagem MATLAB, antes da execução da simulação.

## 4.4 Síntese do controlador robusto

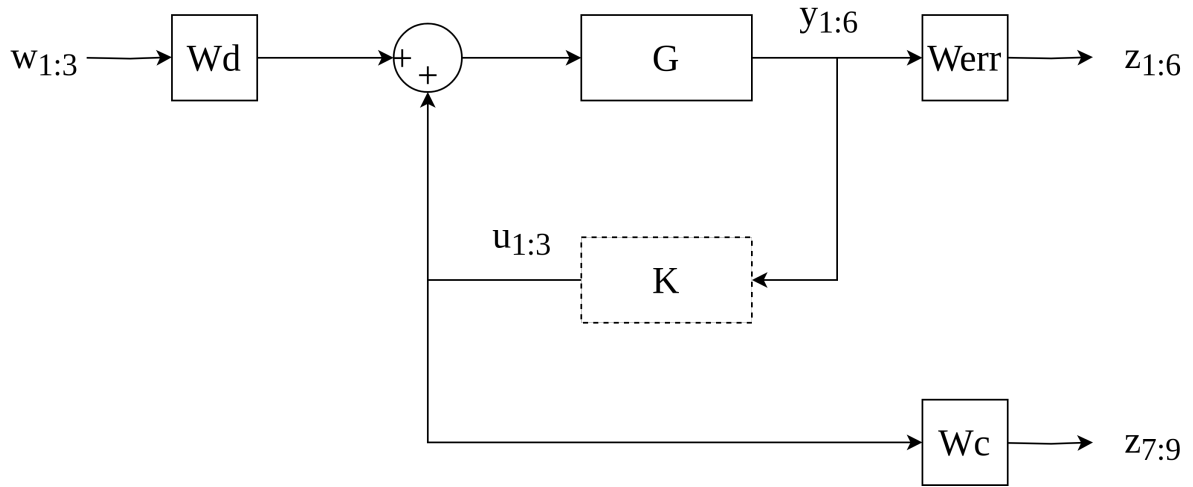
Para realizar o processo de síntese do controlador robusto primeiramente é necessário realizar a linearização da planta. Já que o problema de controle de atitude de nanossatélites é não-linear, ele não seria compatível com a técnica de controle utilizada sem a linearização..

A planta linearizada foi apresentada em Pecorilla (2022) e está disponível no Apêndice A, o ponto de linearização é o de apontamento nadir (aponta para o centro da Terra), descrito pelo quatérnio  $q = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$ .

O que se faz necessário ressaltar aqui é que os estados da planta linearizada são dados pelas velocidades angulares do nanossatélite e os três últimos elementos do seu quatérnio de rotação  $\bar{x} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$  já que, diferente do apresentado na modelagem dinâmica do nanossatélite, neste caso estamos interessados somente na atitude do nanossatélite. Ademais o sinal de saída foi tomado como seus estados, logo  $\bar{y} = \bar{x}$ . No caso de apontamento Nadir, a situação desejada é  $\bar{y} = \mathbf{0}$ , pois não há erro de apontamento e as velocidades angulares são nulas.

De posse da planta linearizada, precisa-se então descrever o sistema perturbado de forma análoga ao retratado na Figura 10. Para tal, criou-se o sistema expandido exibido pela Figura 16.

Figura 16 – Sistema expandido



Fonte: Autoria própria.

Dessa forma, temos os sinais necessários para o processo de síntese do controlador, vale lembrar que  $w$  são os distúrbio e  $z$  os sinais controlados e erros de trajetória, onde o subscrito descreve os índices dos valores presentes no vetor, como  $z_{7:9} = [z_7 \ z_8 \ z_9]$ . Nesta etapa o controlador ainda não existe e, portanto, é destacado pela linha tracejada na Figura 16 onde o mesmo seria inserido.

As matrizes de peso  $\mathbf{W}_d$ ,  $\mathbf{W}_{err}$  e  $\mathbf{W}_c$  servem a função de dar prioridades aos sinais. Por exemplo, ao aumentar o peso da matriz  $\mathbf{W}_{err}$  dá-se prioridade a minimização do erro, já que a mesma passa a ter uma influência maior sobre o processo de otimização que gera o controlador.

Outra característica interessante das matrizes de peso é que elas não são exclusivamente números escalares, podendo incluir funções de transferências, ou seja, seu valor passa a depender da frequência do sinal. Por exemplo, podemos modelar  $\mathbf{W}_c$  como um filtro passa alta, o que penalizaria mais ações de controle de alta frequência.

A seleção de funções de peso para um problema de design específico geralmente envolve muitas iterações e ajustes finos. É muito difícil dar uma fórmula geral para as funções de peso que funcionarão em todos os casos (ZHOU; DOYLE, 1997, p. 89). Dessa forma, as matrizes de peso são definidas pelo projetista baseadas no problema e na sua experiência. As matrizes, na sua forma contínua, utilizadas na síntese são,

$$\mathbf{W}_d = 1E - 3 * \text{diag}([1 \ 1 \ 1]), \quad (4.1)$$

$$\mathbf{W}_{err} = 0.55 \frac{s + 8000}{s + 800} * \text{diag}([1 \ 1 \ 1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]), \quad (4.2)$$

$$\mathbf{W}_c = \frac{s + 300}{s + 5} * \text{diag}([1 \ 1 \ 1]), \quad (4.3)$$

onde  $\text{diag}$  é uma função que tem como parâmetro um vetor de tamanho  $m$  e retorna uma

matriz de tamanho  $m \times m$  com o vetor de entrada na diagonal e todos os outros elementos iguais a 0.

Em posse das matrizes de peso e a estrutura do sistema expandido, se faz necessário o uso de alguma ferramenta computacional a fim de obter o controlador  $\mathcal{H}_\infty$ . No caso deste trabalho foi utilizado o MATLAB. O processo de definição dos blocos, tomando  $\mathbf{W}_c$  como exemplo, é dado da seguinte forma:

```
Wc_cont = tf([1 300], [1 5]);
Wc = ss(c2d(Wc_cont, ts) * diag(ones(3,1)));
Wc.u = {'u1'; 'u2'; 'u3'};
Wc.y = {'z7'; 'z8'; 'z9'};
Wc.Ts = ts;
```

Primeiro, encontra-se o sistema equivalente em espaço de estados da função de transferência discretizada, depois define-se as entradas e as saídas do bloco e por fim associamos um tempo de amostragem  $ts$  ao bloco.

Depois de realizar esse processo para todos os blocos, incluindo a planta  $G$  e o bloco de somatória, interligam-se todos os componentes do sistema utilizando a função *connect*, definindo as entradas do sistema expandido como  $\mathbf{In} = [w \ u]$  e as saídas como  $\mathbf{Out} = [z \ y]$ .

Por fim, realizamos a síntese do controlador  $\mathcal{H}_\infty$  usando a função *hinfsyn*. Por padrão, a função utiliza um método de síntese baseado em equações algébricas de Ricatti, implementando o controlador descrito na Seção 3.7, através da minimização de  $\gamma$ :

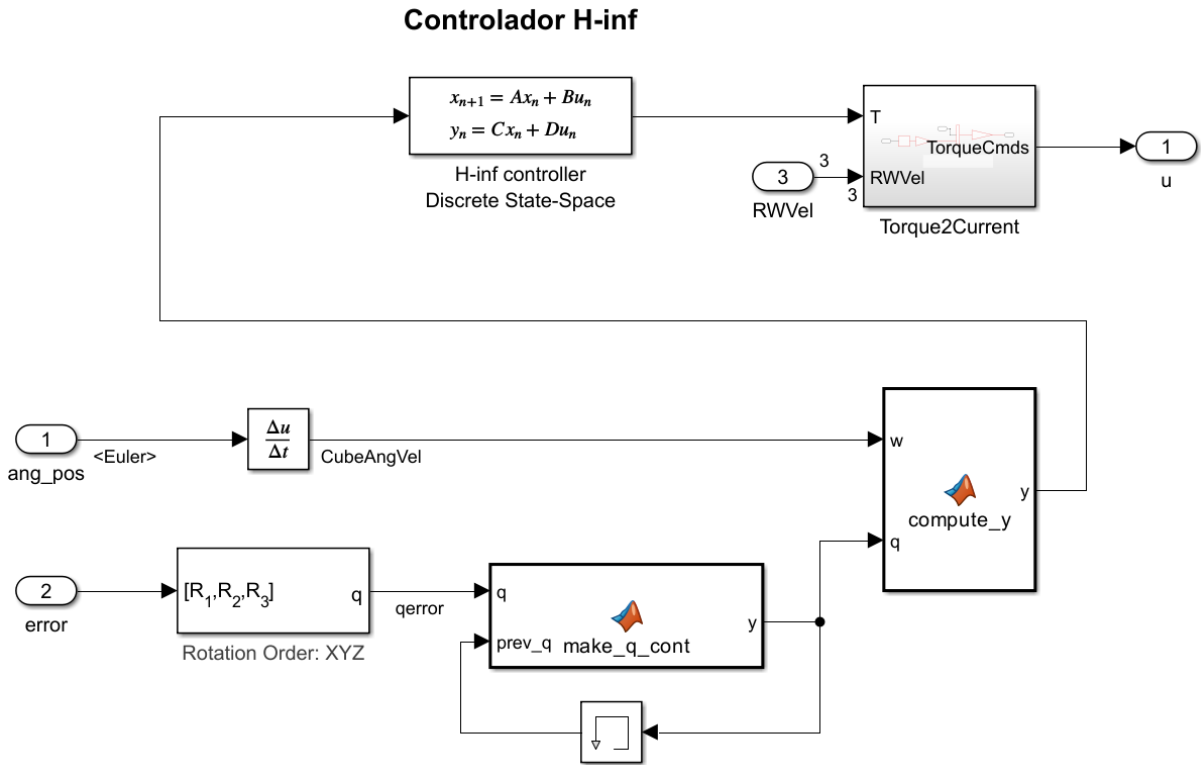
```
[K,~,gamma] = hinfsyn(isys, nmeas, ncont, opts);
```

onde *isys* é o sistema interligado,  $nmeas = 6$  é o número de sinais de medidas e  $ncont = 3$  é o número de sinais de controle. O número de medidas e controles se referem aos sinais de saída e entrada da planta, respectivamente, sendo os sinais de controle os torques de controle,  $\bar{u} = [u_x \ u_y \ u_z]$ , e os sinais de medidas aqueles que descrevem a atitude do nanossatélite, dado por  $\bar{y} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ . Por fim, o controlador  $K$  sintetizado é de ordem 15 e possui  $\gamma = 0,548$ .

## 4.5 Implementação do controlador robusto

A implementação do controlador robusto na simulação é relativamente simples, levando em consideração que o controlador trata de matrizes de espaço de estados, implementado pelo bloco *Discrete State-Space*. Sendo somente necessário fornecer como entrada o vetor  $\mathbf{y} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ q_1 \ q_2 \ q_3]$ , que é a saída da planta linearizada. O bloco *compute\_y* tem como função montar o vetor  $\mathbf{y}$ , como mostra a Figura 17.

Figura 17 – Implementação do controlador  $\mathcal{H}_\infty$



Fonte: Autoria própria.

Porém são necessários alguns cuidados, sendo o primeiro deles em relação ao quatérnion que representa a atitude do nanossatélite, que pode possuir descontinuidades. Isso se deve ao fato de que dada uma atitude qualquer, esta pode ser representada tanto por  $q_\alpha$  como  $-q_\alpha$ , ou seja, é independente do sinal. O que implica que pode ocorrer a inversão de sinal de um instante para o próximo levando a uma descontinuidade que afeta o sinal de controle. A fim de resolver tal problema foi implementada a função *make\_q\_cont* que com o auxílio do bloco de memória realiza a operação:

$$y(q_k, q_{k-1}) = \begin{cases} q_k, & \text{se } |q_k - q_{k-1}| < | -q_k - q_{k-1}| \\ -q_k, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.4)$$

onde  $q_k$  é o quatérnion atual e  $q_{k-1}$  é o quatérnion do passo de simulação anterior. Intuitivamente falando, esta função calcula se  $q_k$  ou  $-q_k$  está mais próximo do valor anterior  $q_{k-1}$  e retorna o mais próximo entre os dois. Dessa forma evita-se que ocorra descontinuidades.

Em segundo lugar, temos que a saída do controlador  $\mathcal{H}_\infty$  é o torque de controle, denotado por  $T$  no diagrama de blocos. Porém, este torque precisa ser gerado pelos atuadores, que neste caso são rodas de reação e que por sua vez são acionadas pela corrente de armadura. Desta forma é preciso de uma função intermediária que converta o torque de controle, calculado pelo controlador, na corrente de armadura necessária para

que as rodas de reação gerem tal torque. Partindo da Eq. (3.17), escrevendo a corrente como função do torque, temos

$$i_R(\tau) = \frac{\tau + b_R \Omega_R}{k_R}, \quad (4.6)$$

tal função foi implementada em série com o controlador, como exibida na Figura 17, pelo bloco de nome *torque2current*.

## 5 Resultados

### 5.1 Parâmetros de simulação

Para realização das simulações foram considerados o nanossatélite de parâmetros apresentados na Tabela 4, uma órbita de características exibidas pela Tabela 5 e a atitude inicial é exposta pela Tabela 6. Além disso, o satélite tem como alvo de apontamento o centro da Terra (*Nadir*), ou seja, a atitude desejada é aquela que faz com que o satélite aponte para o centro da Terra dada a sua posição atual, que está em constante mudança devido à órbita do satélite.

Tabela 4 – Características físicas do nanossatélite (NARKIEWICZ; SOCHACKI; ZAKRZEWSKI, 2020)

Descrição	Valor	Unidade
Massa	6,2	[ kg]
Momentos de inércia	0,0756; 0,0763; 0,0209	[ kg · m <sup>2</sup> ]
Produto de inércia	-0,0002; 0,0020; -0,0019	[ kg · m <sup>2</sup> ]

Tabela 5 – Características da órbita implementada no MATLAB/Simulink

Descrição	Valor	Unidade
Altitude	408	[km]
Período de órbita	92	[min]
Semieixo maior <sup>1</sup>	6786233,13	[m]
Excentricidade <sup>2</sup>	0,0010537	[–]
Inclinação	51,7519	[°]
Longitude do nó ascendente	95,2562	[°]
Argumento do periastro	93,4872	[°]
Anomalia verdadeira	302,9234	[°]

Tabela 6 – Condições iniciais de atitude

Descrição	Valor	Unidade
Posição angular	-6; 9; 45	[°]
Velocidade angular	0,03; -0,05; 0,01	[°/s]

É necessário enfatizar que as condições iniciais expostas pela Tabela 6 simulam uma situação conhecida como *detumbling*, que é caracterizada por considerável erro de atitude e velocidade angular. Tal situação ocorre quando o nanossatélite é liberado pelo foguete e entra em órbita.

<sup>1</sup> Semieixo maior de uma elipse é a metade de seu maior diâmetro.

<sup>2</sup> Representa o quanto a órbita se desvia de um círculo perfeito. Um valor de 0 é uma órbita circular.

## 5.2 Implementação de distúrbios externos

Para a implementação dos distúrbios externos foi realizada uma generalização dos distúrbios que afetam o nanossatélite. Em vez de modelar cada distúrbio de forma individual, foram simulados dois tipos genéricos de distúrbios, sendo eles, tipo impulso e periódico.

### 5.2.1 Distúrbio impulso

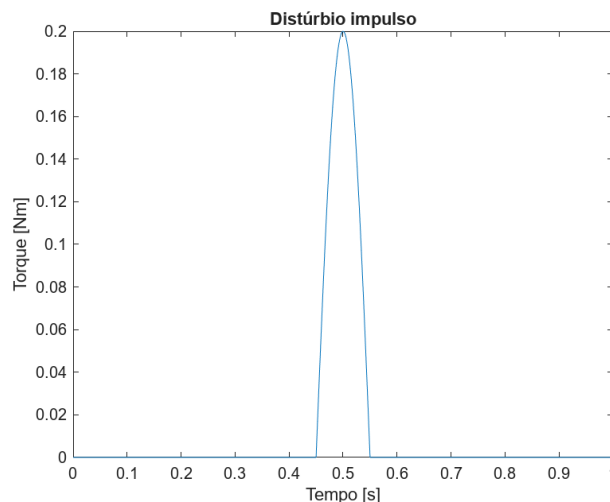
O distúrbio impulso simula um torque externo de alta amplitude e curta duração, como uma colisão ou liberação do foguete. Não é um distúrbio típico, mas auxilia na análise do desempenho dos controladores. Sua modelagem é dada por um semiciclo positivo de uma senoide de alta amplitude e alta frequência aplicada em um instante  $t_0$ , sendo,

$$D_I(t) = \begin{cases} 0, & \text{se } t < t_0 & (5.1) \\ A \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi}{T}(t - t_0) \right), & \text{se } t_0 \leq t < t_0 + T/2 & (5.2) \\ 0, & \text{se } t_0 + T/2 \leq t & (5.3) \end{cases}$$

Foi utilizada uma senoide para simulação de um impulso em vez de um degrau, pois dentro da plataforma de simulação existe a necessidade de que os sinais sejam contínuos.

A Figura 18 mostra o resultado da função  $D_I(t)$  para os parâmetros  $t_0 = 0,45 \text{ s}$ ,  $A = 0,2 \text{ Nm}$  e  $T = 0,2 \text{ s}$

Figura 18 – Função que implementa o distúrbio impulso



Fonte: Autoria própria.

### 5.2.2 Distúrbio periódico

O distúrbio periódico se aproxima mais do que seria encontrado na realidade, ele é presente durante toda a órbita do nanossatélite, possui amplitude consideravelmente baixa

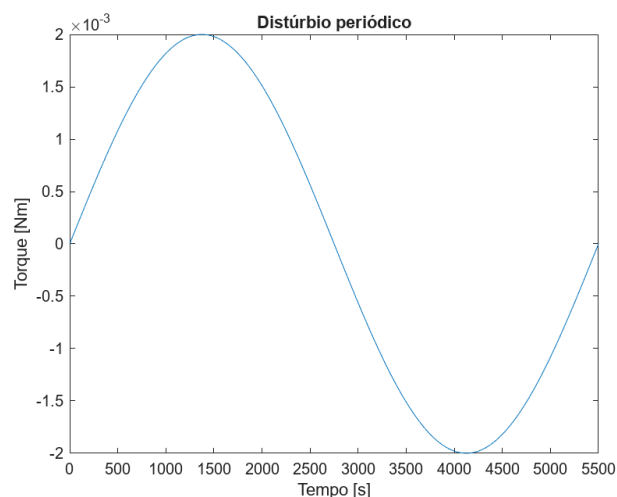
e gera torque em ambos os sentidos, sendo simulado por uma senoide de período completo. Um exemplo de distúrbio real que serviu de inspiração para o distúrbio periódico é o distúrbio de pressão solar. A diferentes instantes, diferentes faces do nanossatélite são expostas ao sol, dessa forma, o torque advindo da pressão solar inverte o sentido e varia a intensidade a depender da área exposta. Na prática, o torque de pressão solar não é sempre presente, devido a uma parcela da órbita onde a luz solar é bloqueada pela Terra. Porém, para fins de avaliação do desempenho do controlador na presença de distúrbios periódicos, é uma aproximação válida.

A função matemática que modela o distúrbio periódico é dada por,

$$D_P(t) = A \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi}{T} t \right), \quad (5.4)$$

e para os parâmetros  $A = 0,2m \text{ Nm}$  e  $T = 5500 \text{ s}$  tem-se o resultado exposto na Figura 19.

Figura 19 – Função que implementa o distúrbio periódico



Fonte: Autoria própria.

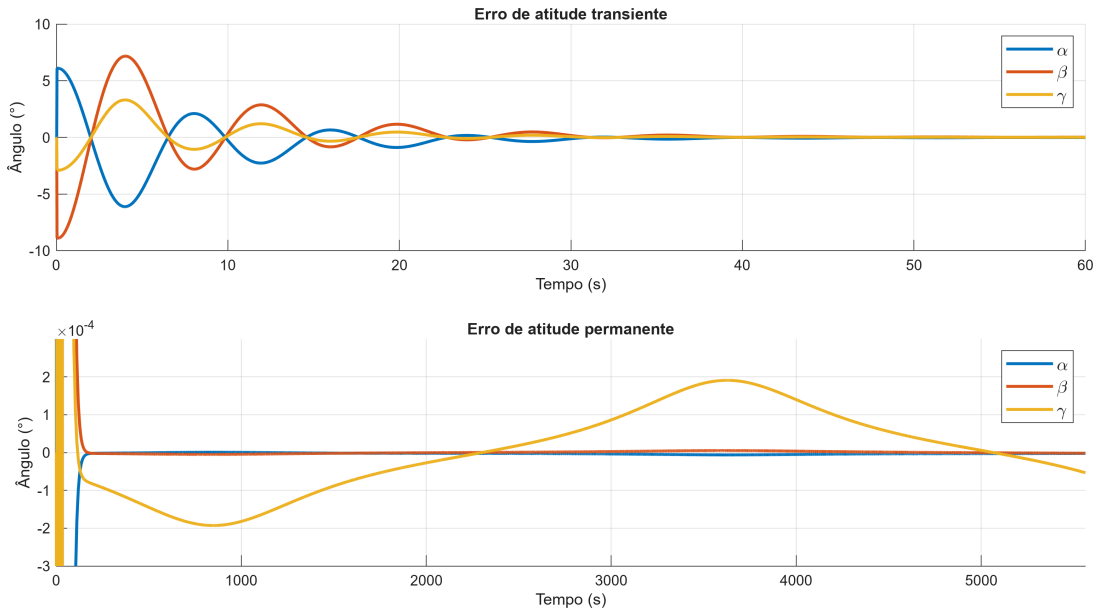
## 5.3 Resultados do controlador PID

### 5.3.1 Órbita completa

Primeiramente, será analisada uma órbita completa partindo de uma posição inicial desfavorável sem a presença de distúrbios externos. Neste caso, o resultado obtido para o erro de atitude transitório e em regime permanente é mostrado na Figura 20, onde fica evidente que o controlador é capaz de corrigir o alto erro de atitude inicial, porém, possui uma resposta bastante oscilatória e de lento decaimento. Esse comportamento gera um alto gasto energético no acionamento das rodas de reação e aumenta o erro médio. Destaca-se também o baixo erro em regime permanente, que tem como valor máximo, por

eixo, de  $0,626 \cdot 10^{-6}$ ;  $5,3 \cdot 10^{-6}$  e  $191 \cdot 10^{-6}$  graus, respectivamente. Tal erro se trata do erro de acompanhamento de trajetória. Provindo do fato de que a atitude desejada está em constante mudança devido a órbita do nanossatélite.

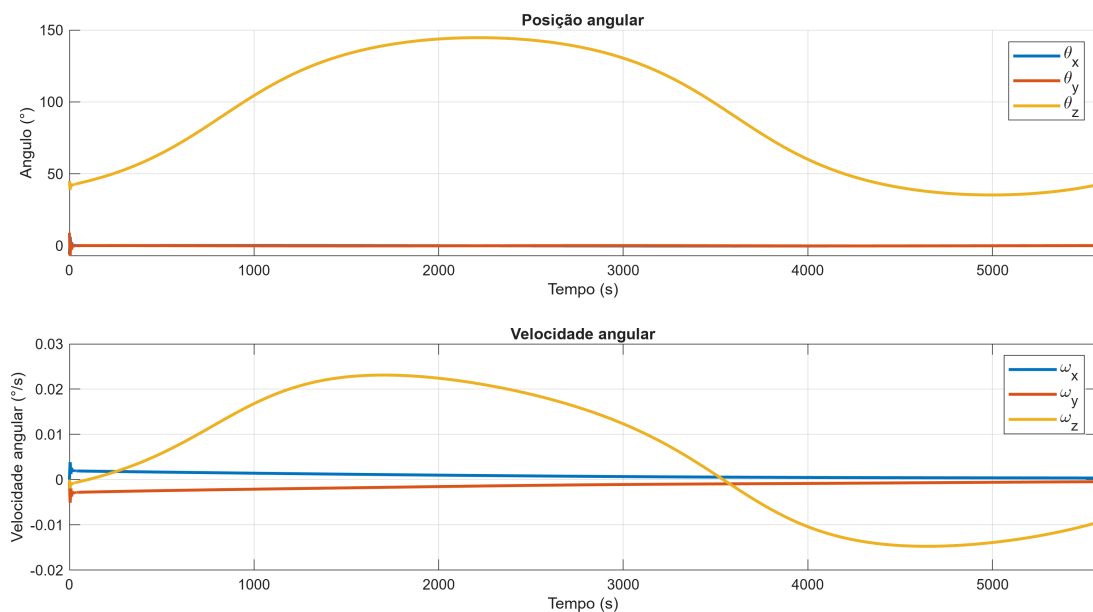
Figura 20 – Erro de atitude utilizando o controlador PID em órbita completa



Fonte: Autoria própria.

Já na Figura 21 é possível observar como a posição e velocidade angular do nanossatélite, no referencial NED, muda de forma a acompanhar a órbita em torno da Terra, mantendo a atitude desejada, como na Figura 1.

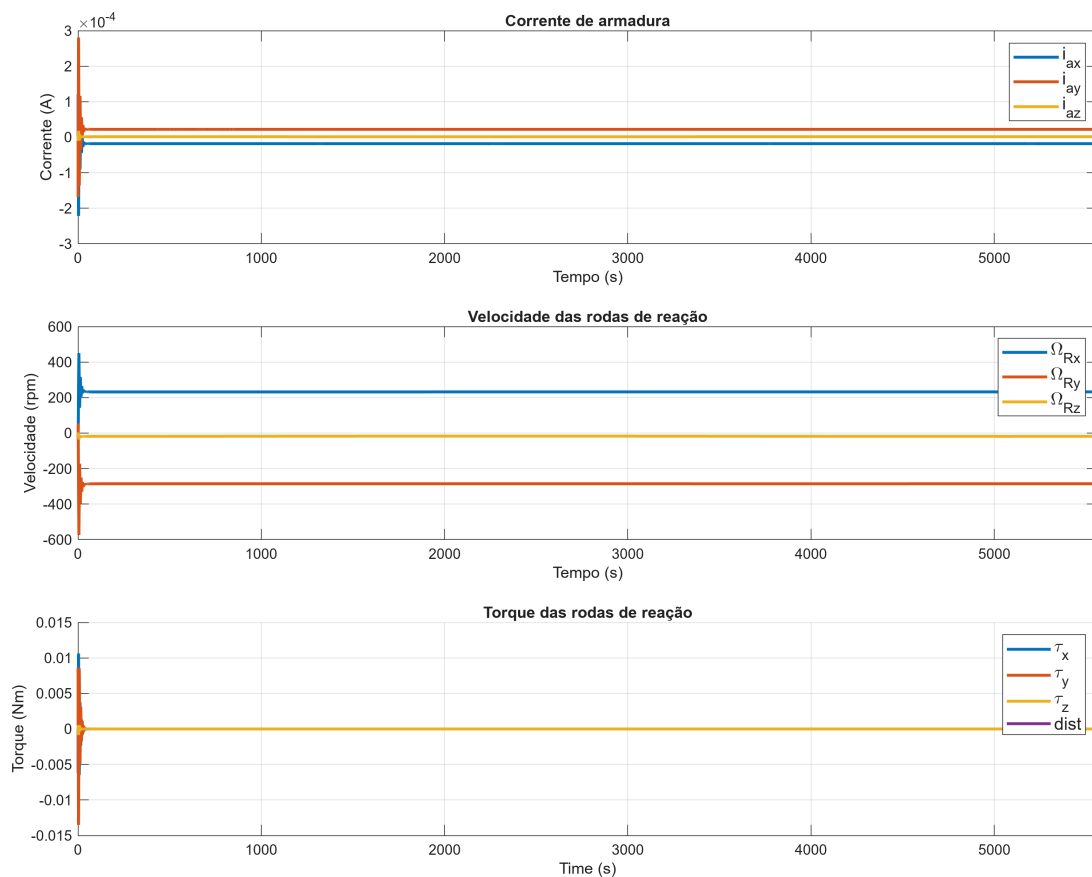
Figura 21 – Posição e velocidade angular do nanossatélite, no referencial NED, utilizando o controlador PID em órbita completa



Fonte: Autoria própria.

Por fim, na Figura 22 são exibidos os sinais relacionados às rodas de reação: a corrente proveniente do controlador PID é responsável por acionar os atuadores, as velocidades alcançadas por cada roda e o torque resultante gerado no nanossatélite. O que chama a atenção na Figura 22 é a velocidade final das rodas de reação, onde duas das rodas ficaram na faixa de 200 a 300 rpm, se mantendo constante na ausência de perturbações externas. Um efeito interessante é que para manter essa velocidade constante, existe uma pequena corrente de armadura, devido ao atrito nas rodas, que desaceleraria as mesmas caso esta corrente estivesse ausente. A parcela transitória da Figura 22 pode ser melhor observada na Figura 24, que serve como referência para os casos com distúrbios externos, e portanto, assim como na órbita completa, não é afetada por distúrbios externos.

Figura 22 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador PID em órbita completa



Fonte: Autoria própria.

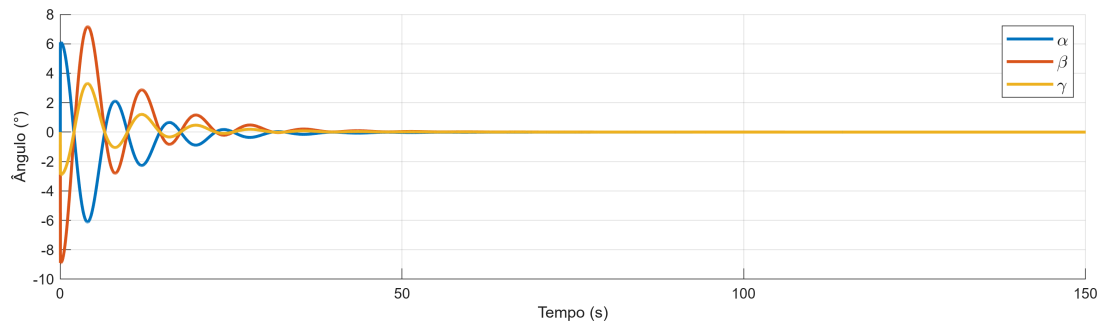
### 5.3.2 Resposta a distúrbios

Agora voltamos nossa atenção para a robustez e desempenho do controlador. Para isso, foram simuladas perturbações externas atuando no nanossatélite, de resto, todas as condições foram mantidas. No total, foram simuladas três situações: sem perturbação externa, com perturbação do tipo impulso e com perturbação periódica. Em todos os

casos, a simulação foi executada por 350 s, sendo que os gráficos exibem somente os primeiros 150 s e a perturbação foi aplicada exclusivamente no eixo y do nanossatélite.

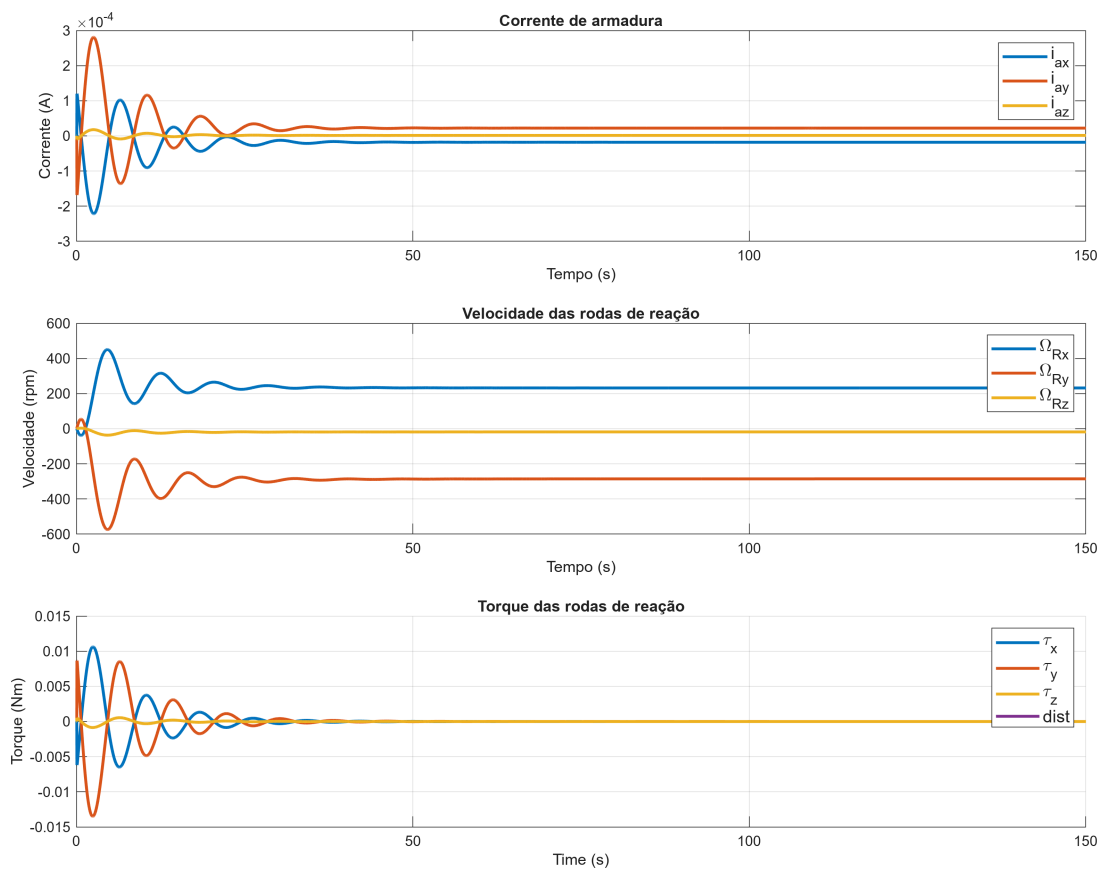
Primeiramente, foi realizada a simulação sem nenhum distúrbio externo como referência. O erro de atitude é exibido na Figura 23 e a atuação do controlador sobre as rodas de reação é exposto na Figura 24. Como esperado, obtemos a mesma resposta da órbita completa.

Figura 23 – Erro de atitude utilizando o controlador PID sem distúrbio externo



Fonte: Autoria própria.

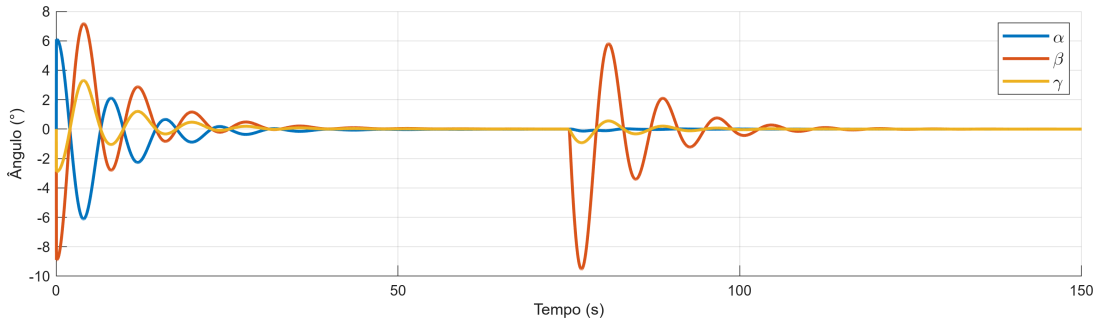
Figura 24 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador PID sem distúrbio externo



Fonte: Autoria própria.

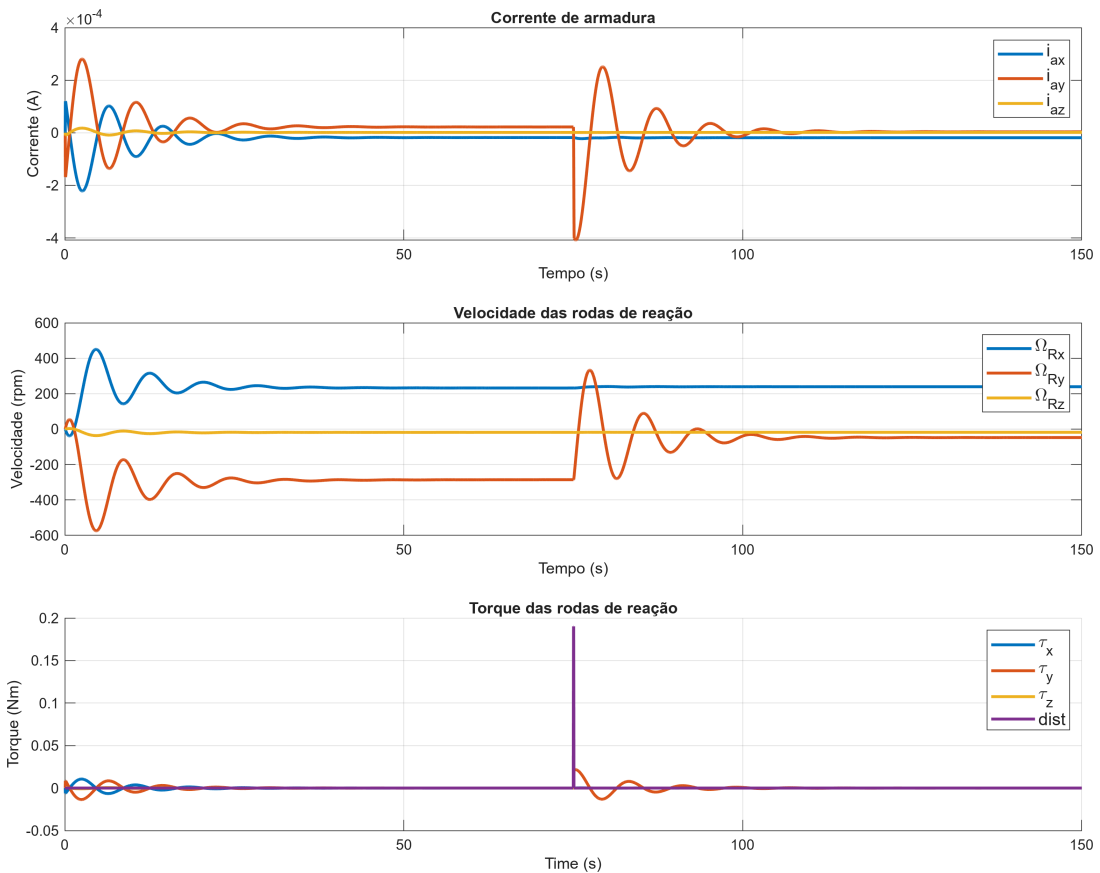
No caso da perturbação do tipo impulso, a perturbação foi simulada como o semiciclo positivo de uma senoide, como exibido pela Eq. (5.1). Com amplitude igual a 0,2 Nm, período de 2 s e que ocorre no instante  $t = 75$  s. O erro é exibido pela Figura 25 e a resposta do controlador na Figura 26.

Figura 25 – Erro de atitude utilizando o controlador PID com distúrbio tipo impulso



Fonte: Autoria própria.

Figura 26 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador PID com distúrbio tipo impulso

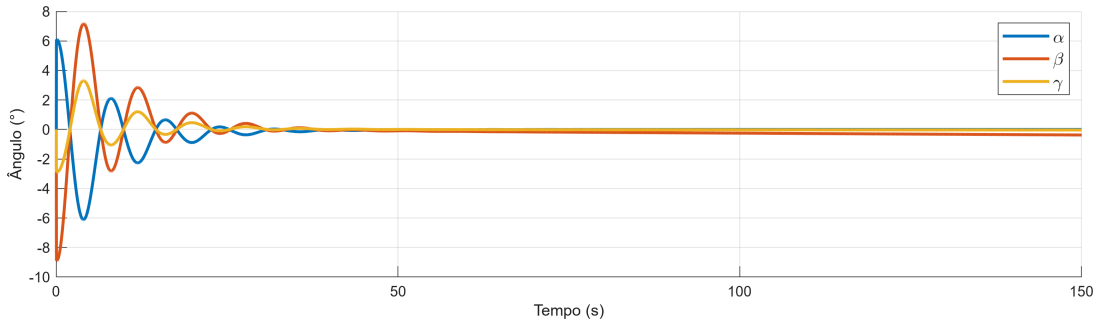


Fonte: Autoria própria.

A perturbação periódica também foi simulada por uma senoide, porém de ciclo completo, como mostra a Eq. (5.4). Com amplitude igual a 0,5 m Nm um período igual ao

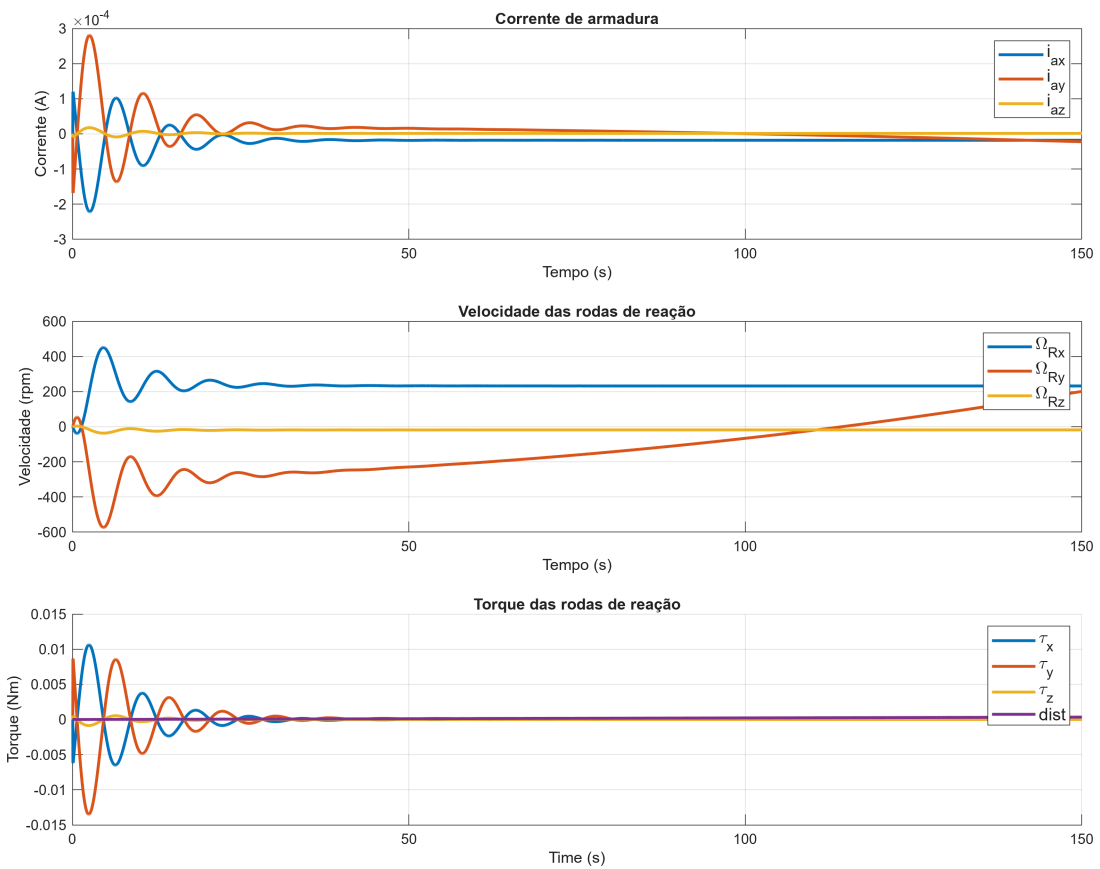
tempo de órbita de aproximadamente 5500 s ou 92 min, e está presente desde  $t = 0$  s. Para este caso, o erro é exposto por Figura 27 e a resposta do controlador pela Figura 28. Neste caso, foi escolhida uma amplitude elevada para o distúrbio periódico, a fim de deixar claro os efeitos deste distúrbio. Como consequência direta, as rodas de reação saturariam caso o tempo de simulação fosse maior.

Figura 27 – Erro de atitude utilizando o controlador PID com distúrbio periódico



Fonte: Autoria própria.

Figura 28 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador PID com distúrbio periódico



Fonte: Autoria própria.

### 5.3.3 Desempenho do controlador PID

Por fim, tendo simulado esses cenários foi montado uma tabela com o desempenho do controlador utilizando as métricas expostas a priori, como exibe a Tabela 7. A tabela mostra a energia total consumida  $E_T$ , inferida pela integral do módulo do torque como mostra a Eq. (3.29), e a energia consumida apenas no eixo  $y$   $E_y$  onde a perturbação atua, bem como o erro quadrático médio, como descrito na Eq. (3.30), de cada eixo para este controlador. Quanto menor o erro e a energia, melhor.

Reiterando, para o caso “Órbita completa” foram simulados aproximadamente 5500 s, enquanto para os casos “Sem distúrbio”, “Distúrbio tipo impulso” e “Distúrbio tipo periódico” foi simulado somente 350 s. Além disso, no caso “Órbita completa” e “Sem distúrbio” não existe distúrbio externo, a única diferença entre esses casos é o tempo de simulação, já que o caso “Sem distúrbio” é a referência para os casos com distúrbios.

Tabela 7 – Desempenho do controlador PID

Caso	$E[Nms]$		EQM [ $^{\circ 2}$ ]		
	$E_T$	$E_y$	EQM $_x$	EQM $_y$	EQM $_z$
Órbita completa	8,177	4,460	0,025	0,041	0,007
Sem distúrbio	8,170	4,460	0,400	0,655	0,108
Distúrbio tipo impulso	13,98	10,22	0,400	1,457	0,115
Distúrbio tipo periódico	14,97	11,26	0,400	0,898	0,110

Essas perturbações servem à importante função de ilustrar as limitações de um PID clássico. Observa-se que, no caso de uma perturbação do tipo impulso, exposto pela Figura 26, o controlador tem uma resposta exagerada e oscilatória, o que resulta em um alto consumo energético, equivalente a 171% o consumo na ausência de distúrbios. Na presença de uma perturbação periódica, como mostra a Figura 28, o desempenho do rastreamento é consideravelmente prejudicado. Neste caso, o erro foi equivalente a 222% o erro do caso sem distúrbio, levando em consideração o quão pequena é a perturbação. Esses dois pontos são motivações-chave que levaram ao desenvolvimento de métodos de controle mais avançados, como controle ótimo e controle robusto.

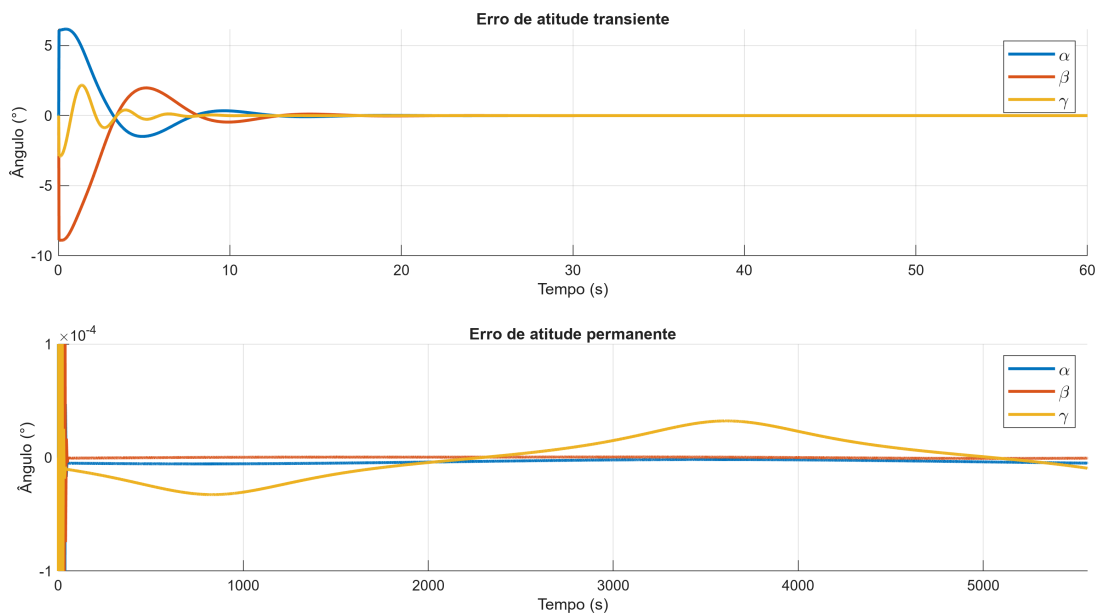
## 5.4 Resultados do controlador robusto

As simulações foram realizadas sobre as mesmas condições que o controlador PID, desta forma esta seção passa rapidamente sobre os resultados do controlador  $\mathcal{H}_{\infty}$  evitando comentários repetidos.

### 5.4.1 Órbita completa

Usando o controlador robusto  $\mathcal{H}_\infty$ , temos novamente em primeiro caso uma órbita completa partindo de uma condição inicial de *detumbling*. A Figura 29 exibe o erro de atitude em regime transitório e permanente. Neste caso foi observado uma resposta transiente também oscilatória mas com decaimento consideravelmente mais rápido. Além disso, o erro máximo em regime permanente, por eixo, foi de  $1,77 \cdot 10^{-6}$ ;  $0,516 \cdot 10^{-6}$  e  $32,3 \cdot 10^{-6}$  graus, respectivamente.

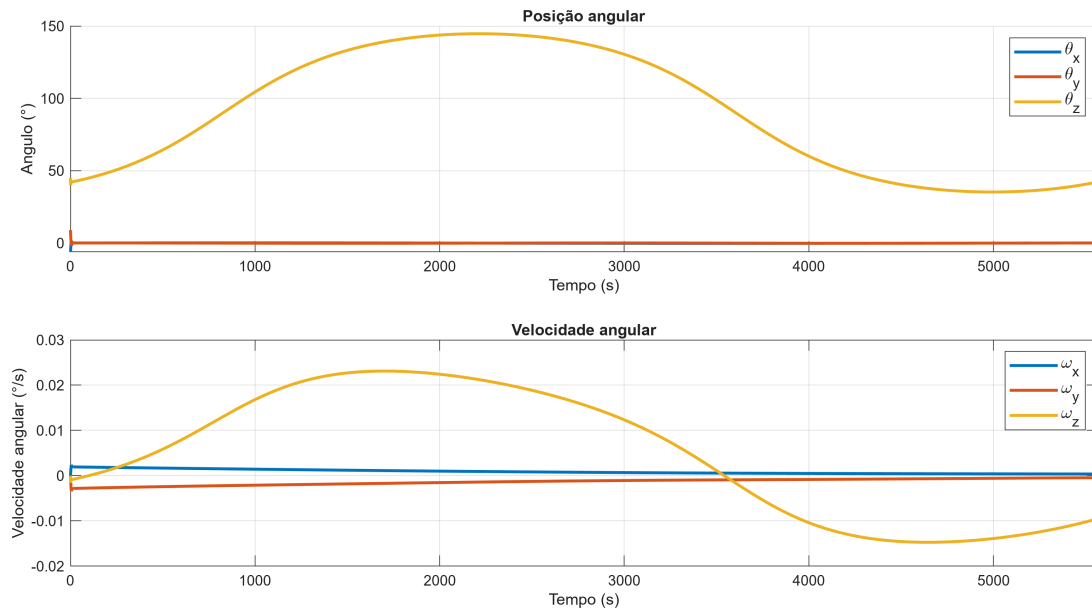
Figura 29 – Erro de atitude utilizando o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  em órbita completa



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 30 é exibido a posição e velocidade angular do nanossatélite.

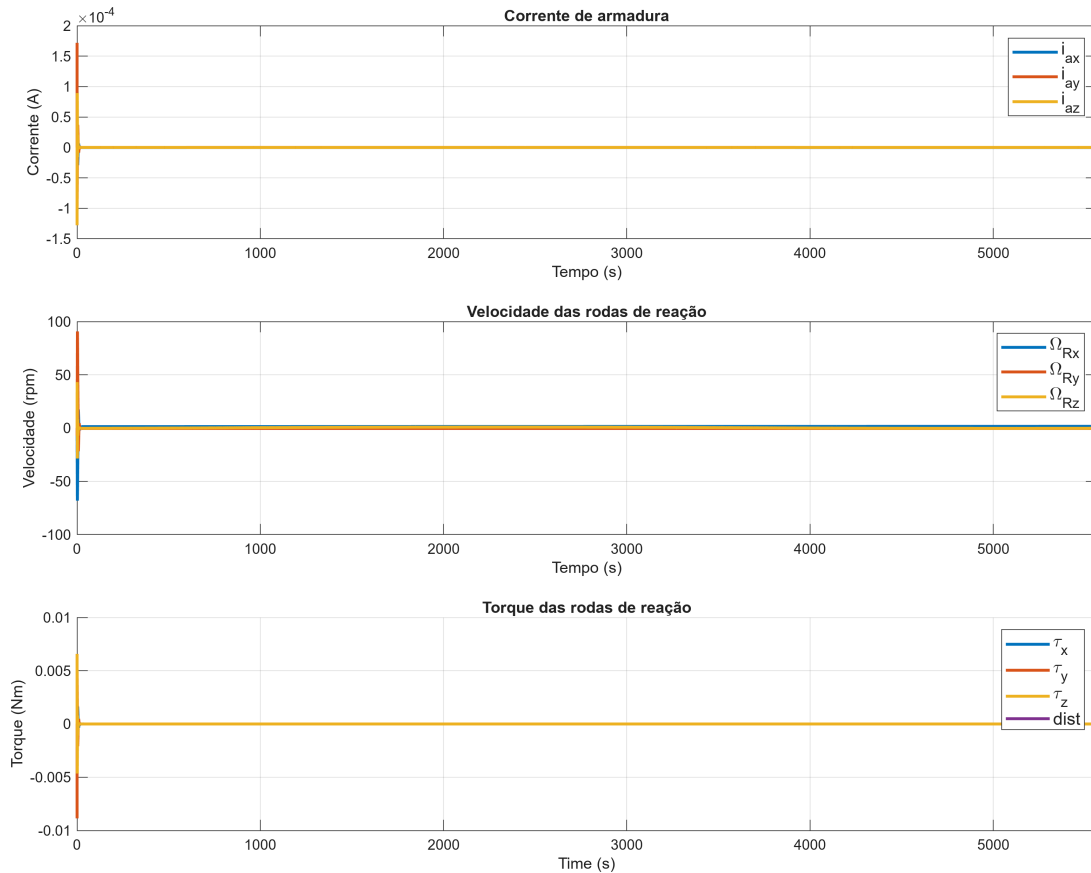
Figura 30 – Posição e velocidade angular do nanossatélite, no referencial NED, utilizando o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  em órbita completa



Fonte: Autoria própria.

Ademais, na Figura 31 tem-se a resposta das rodas de reação. Uma diferença notável neste caso é uma velocidade terminal muito inferior, à do controlador PID, de aproximadamente 2 rpm, o que implica que a corrente constante necessária para manter tal velocidade também será menor.

Figura 31 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  em órbita completa



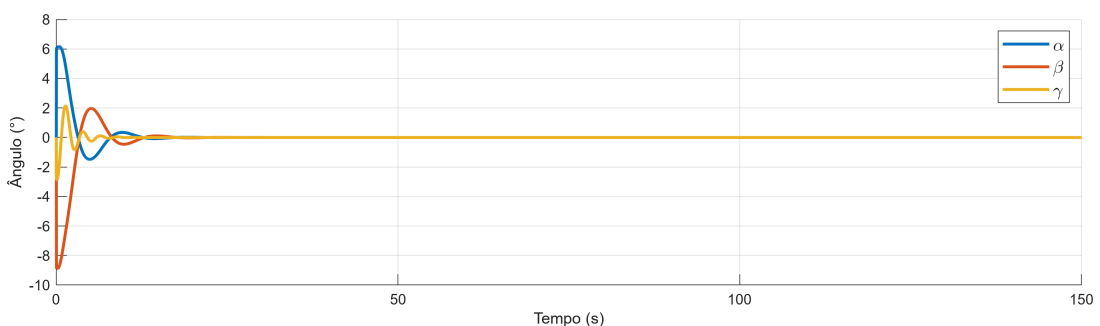
Fonte: Autoria própria.

Novamente, a parte transitória da Figura 31 pode ser melhor observada na Figura 33.

### 5.4.2 Resposta a distúrbios

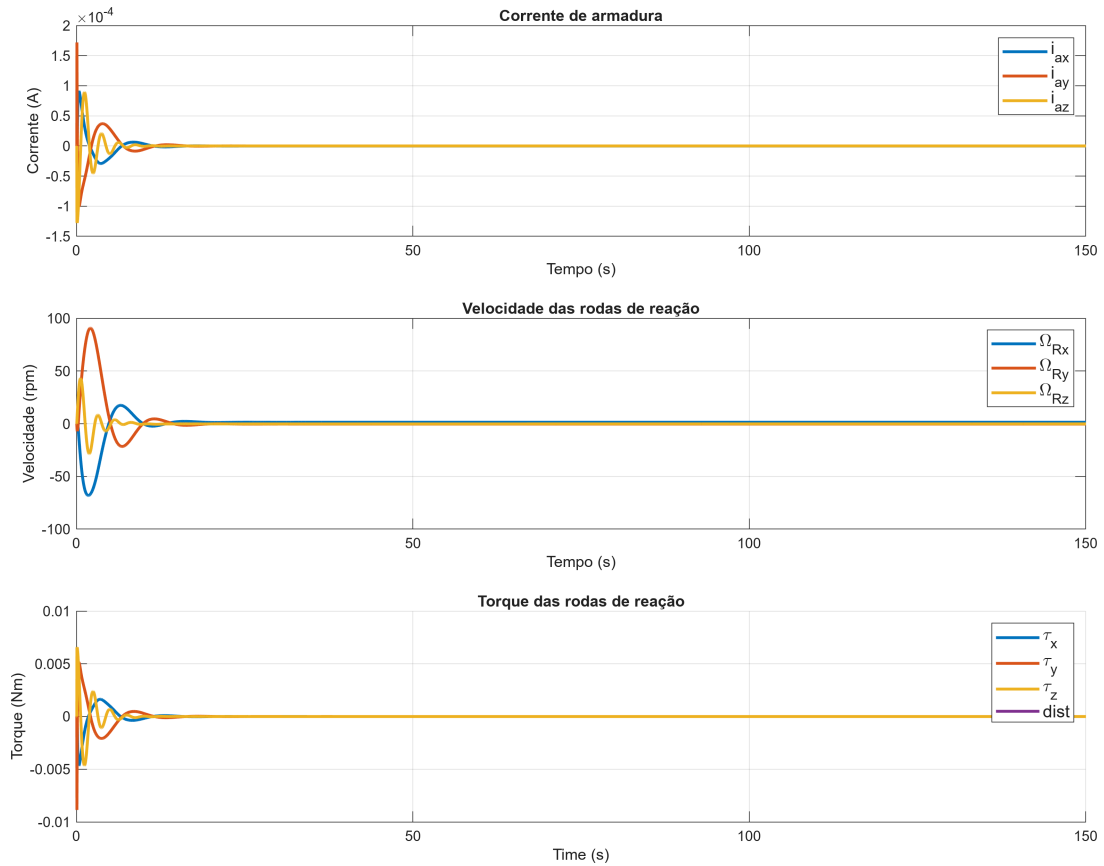
Analogamente, para análise da resposta do controlador  $\mathcal{H}_\infty$  a distúrbios externos, partimos de uma situação de referência onde não há distúrbios externos. O erro de atitude para tal situação é exibido na Figura 32 e a resposta do controlador dada pela corrente de armadura da roda de reação e seus efeitos são expostos na Figura 33.

Figura 32 – Erro de atitude utilizando o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  sem distúrbio externo



Fonte: Autoria própria.

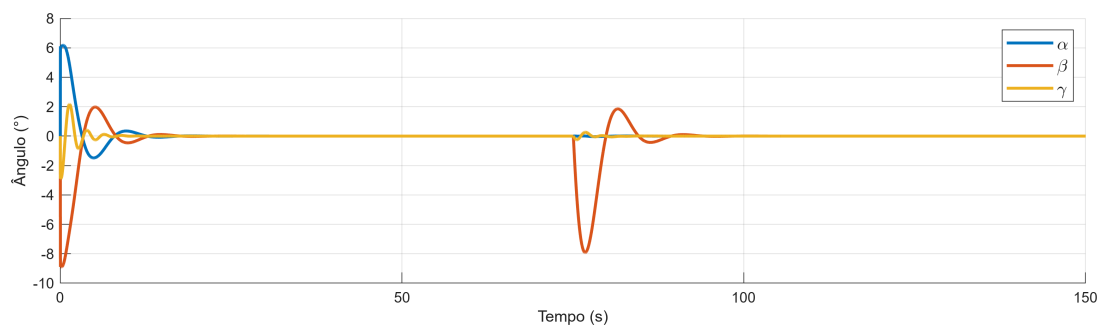
Figura 33 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  sem distúrbio externo



Fonte: Autoria própria.

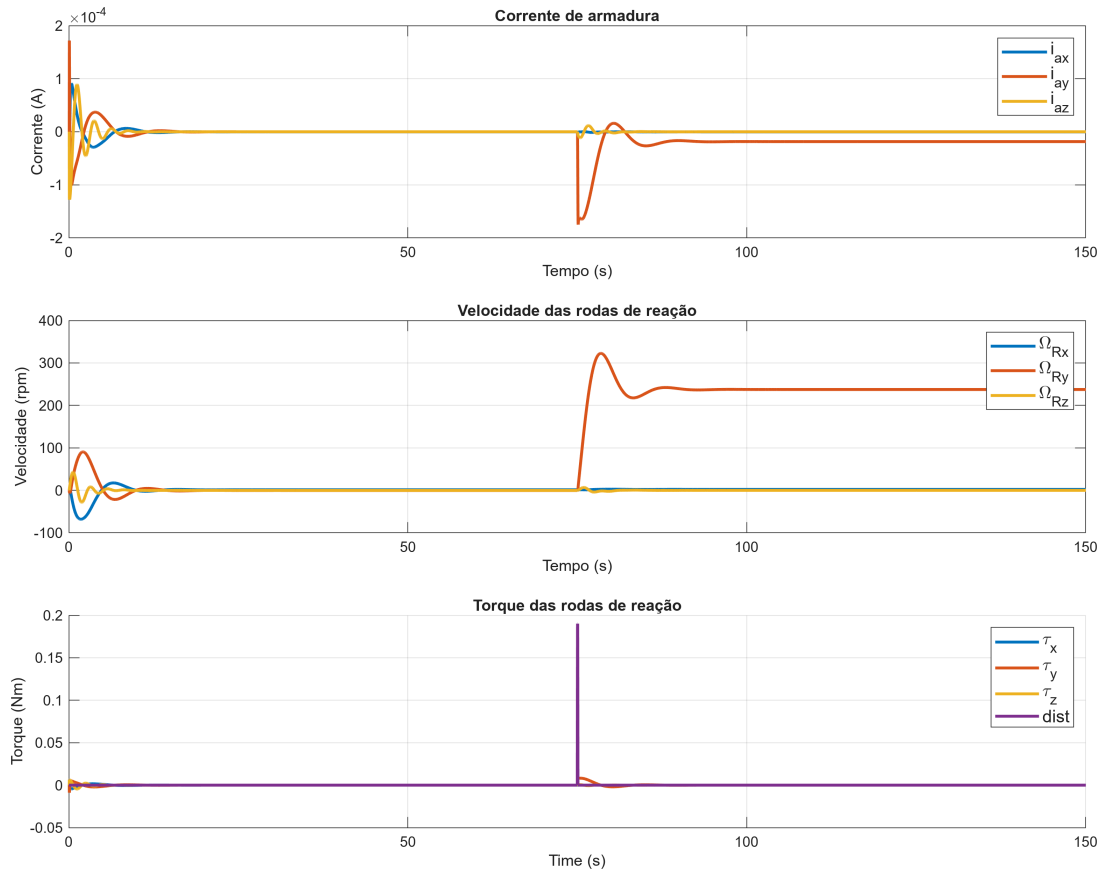
Passando agora ao caso com distúrbio externo do tipo impulso, definida pela Eq. (5.1), onde as mesmas condições foram utilizadas. Amplitude igual a 0,2 Nm, período de 2 s e ocorre no instante  $t = 75$  s.

Figura 34 – Erro de atitude utilizando o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  com distúrbio tipo impulso



Fonte: Autoria própria.

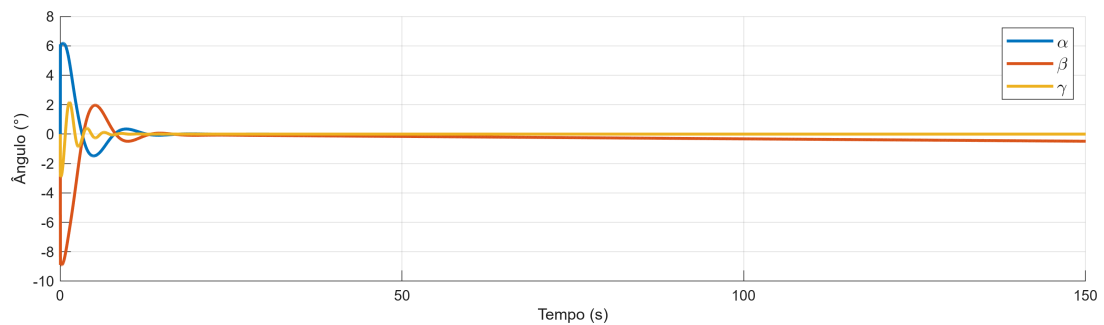
Figura 35 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  com distúrbio tipo impulso



Fonte: Autoria própria.

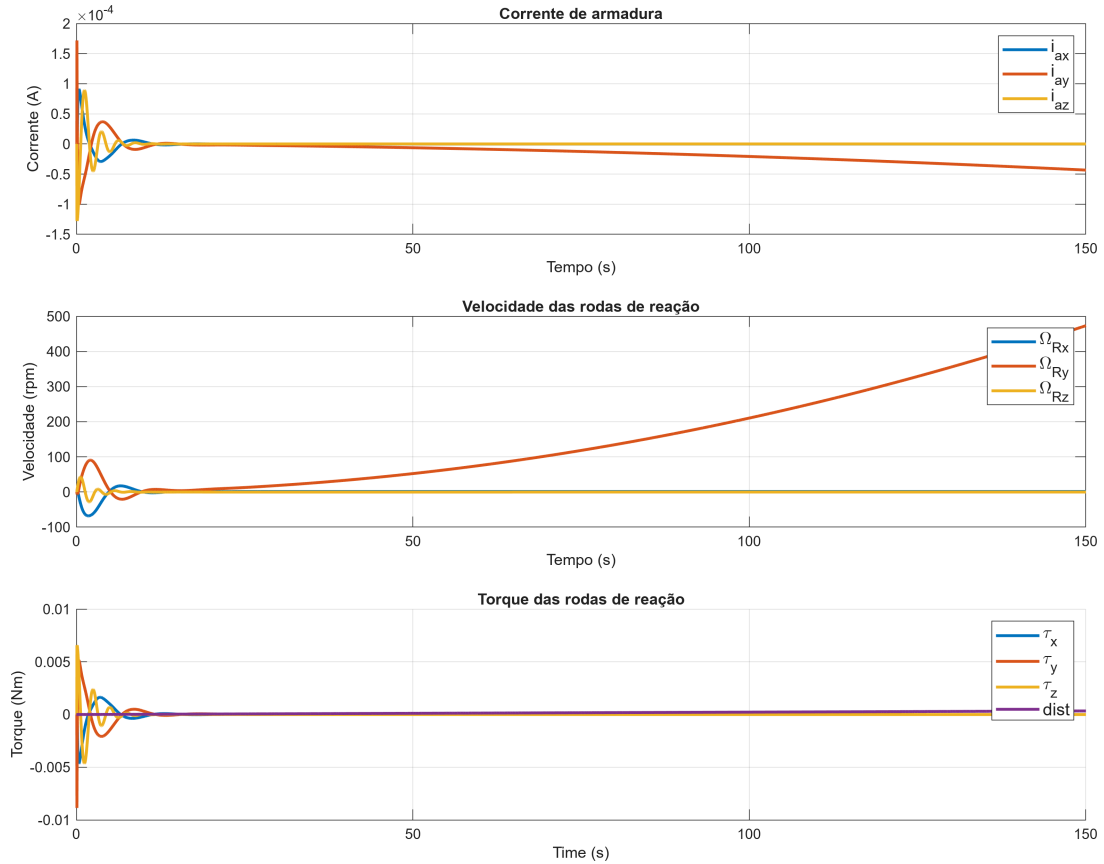
Por sua vez, o distúrbio periódico é descrito pela Eq. (5.4) e os parâmetros utilizados são: amplitude igual a 0,5m Nm um período igual ao tempo de órbita, de aproximadamente 5500 s, e o distúrbio está presente desde  $t = 0$  s. Na Figura 36 é exibido o erro de atitude e na Figura 37, a resposta do controlador. Como discutido anteriormente, a amplitude do distúrbio foi exagerada para evidenciar seus efeitos, neste caso, as rodas de reação seriam levadas a saturação se o tempo de simulação fosse maior.

Figura 36 – Erro de atitude utilizando o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  com distúrbio periódico



Fonte: Autoria própria.

Figura 37 – Corrente de armadura, torque e velocidade das rodas de reação utilizando o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  com distúrbio periódico



Fonte: Autoria própria.

### 5.4.3 Desempenho do controlador robusto

Logo, tendo simulado os quatro cenários abordados previamente utilizando o controlador  $\mathcal{H}_\infty$ , a Tabela 8 exibe as métricas de desempenho do controlador. É exibido pela tabela a energia total consumida  $E_T$ , inferida pela integral do módulo do torque como mostra a Eq. (3.29), em conjunto com a energia consumida apenas no eixo y  $E_y$  onde a perturbação atua. A segunda métrica, o erro quadrático médio (EQM) é exposto para cada um dos eixos, como descrito na Eq. (3.30). Em ambos os casos, quanto menor, melhor.

Novamente, para o caso “Órbita completa” foi simulado aproximadamente 5500 s, enquanto para “Sem distúrbio”, “Distúrbio tipo impulso” e “Distúrbio tipo periódico” foi simulado 350 s. Além disso, no caso “Órbita completa” e “Sem distúrbio” não existe distúrbio externo, sendo a única diferença entre esses casos o tempo de simulação, já que “Sem distúrbio” é a referência para os demais casos com distúrbios.

Tabela 8 – Desempenho do controlador  $\mathcal{H}_\infty$ 

Caso	$E[Nms]$		EQM [ $^\circ^2$ ]		
	$E_T$	$E_y$	EQM $_x$	EQM $_y$	EQM $_z$
Órbita completa	1,665	0,670	0,012	0,022	0,001
Sem distúrbio	1,658	0,670	0,185	0,358	0,020
Distúrbio tipo impulso	2,961	1,899	0,185	0,780	0,021
Distúrbio tipo periódico	8,472	7,483	0,185	0,780	0,020

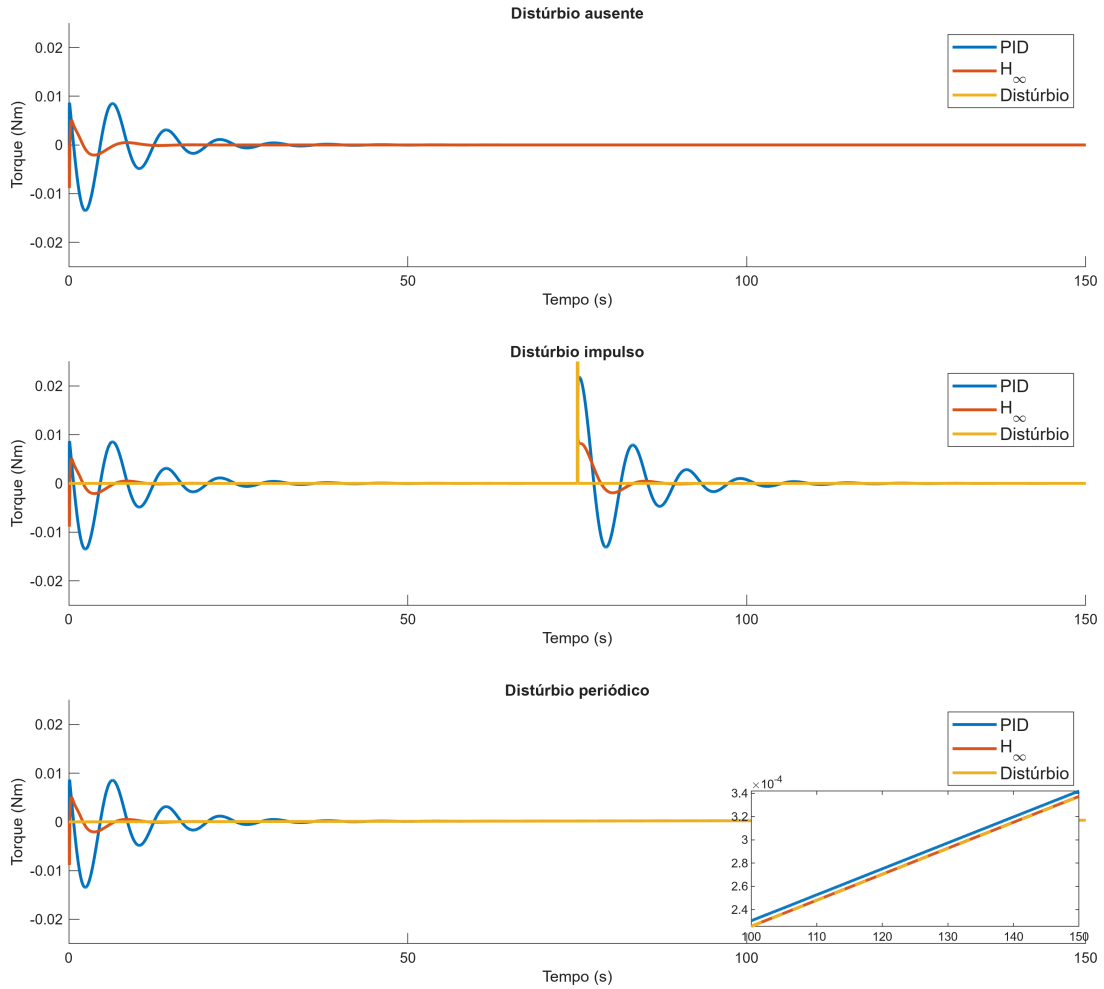
O que se observa instantaneamente são valores consideravelmente menores do que os obtidos pelo PID exposto anteriormente pela Tabela 7. Neste caso o consumo de energia na presença de distúrbio do tipo impulso foi de 179% o consumo sem distúrbio. Além disso, na presença de distúrbio periódico o erro foi de 218% o erro na ausência de distúrbio, para o eixo y. Ambos aumentos percentuais são semelhantes aos observados no controlador PID.

## 5.5 Comparação dos controladores

A fim de comparar os controladores primeiramente será analisada qualitativamente a resposta dos controladores aos diversos distúrbios. Na Figura 38 podemos ver o gráfico do torque gerado por ambos controladores através das rodas de reação no eixo y, em conjunto com o distúrbio aplicado, também no eixo y. O que se pode observar neste caso é que o controlador PID possui uma resposta muito mais oscilatória do que o controlador  $\mathcal{H}_\infty$ , tal comportamento leva a um consumo de energia e erro médio maior.

Um adendo necessário é que a análise gráfica das figuras a seguir, sendo elas as Figuras 38, 39, 40 e 41, se restringiu ao eixo y devido ao distúrbio externo ser aplicado somente a este eixo, assim como por conveniência, reduzindo o numero de sinais para analisar os resultados graficamente.

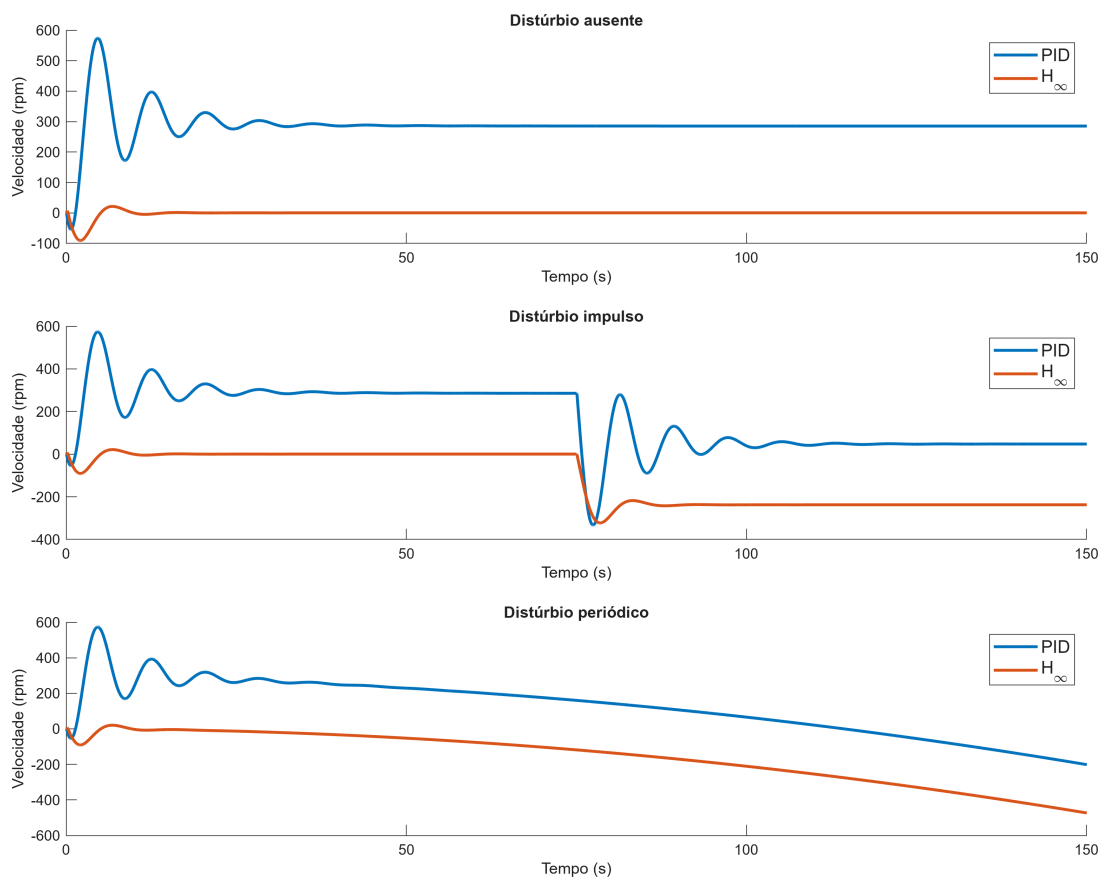
Figura 38 – Torque gerado pela roda de reação fixa no eixo y do nanossatélite por meio da ação dos controladores nos casos de exposição a diferentes distúrbios



Fonte: Autoria própria.

Já na Figura 39 é exibido as velocidades das rodas de reação na presença de diferentes distúrbios. O que fica evidente, olhando para o caso sem distúrbio, é a velocidade muito superior atingida pelas rodas de reação ao utilizar o controlador PID, ao realizar o *detumbling*. Por outro lado, ambos controladores mostraram respostas parecidas em relação aos distúrbios. Para o distúrbio impulso nos dois casos houve uma redução de aproximadamente 200 rpm; já no distúrbio periódico, as rodas aceleram progressivamente de maneira semelhante. A diferença na velocidade final é explicada pela diferença inicial devido ao *detumbling*.

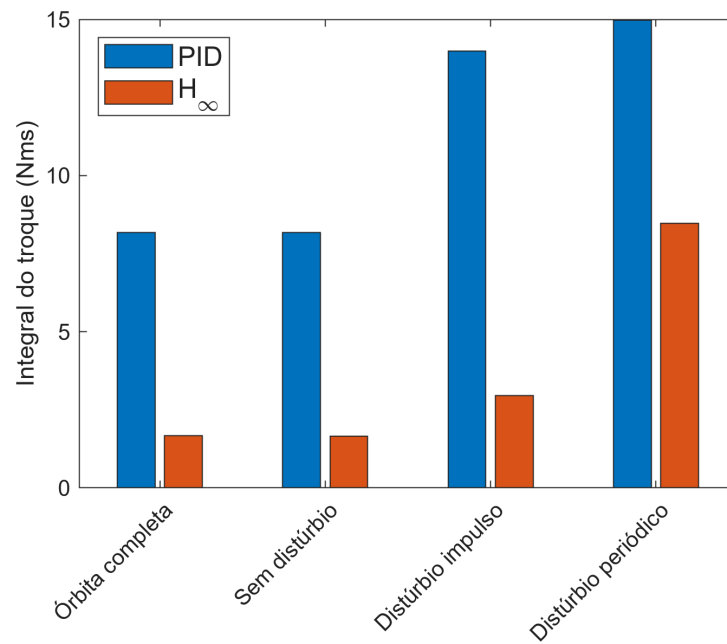
Figura 39 – Velocidade atingida pela roda de reação fixa no eixo y do nanossatélite por meio da ação dos controladores nos casos de exposição a diferentes distúrbios



Fonte: Autoria própria.

Para ilustrar o argumento anterior resultante de uma análise meramente visual foi criado o gráfico de barras da Figura 40. Que mostra uma comparação direta da energia gasta pelos controladores, em cada um dos cenários simulados.

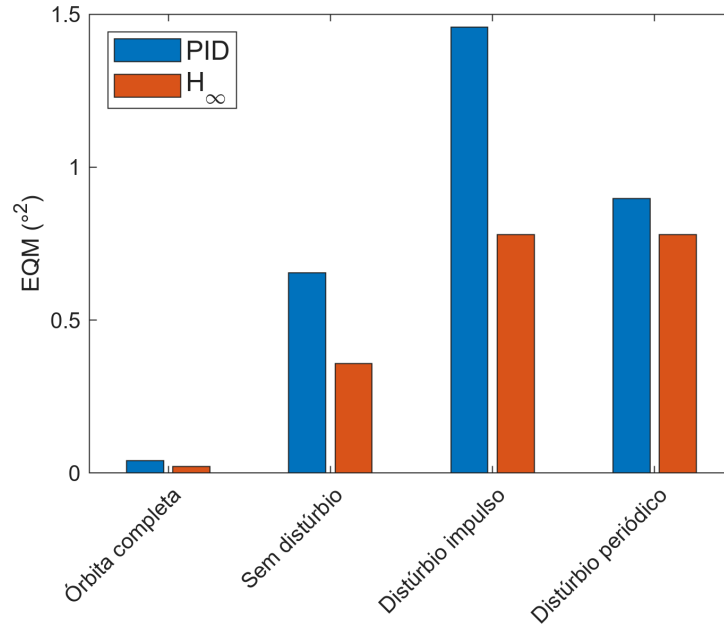
Figura 40 – Energia gasta pelos controladores nas diversas situações simuladas, (quanto menor, melhor)



Fonte: Autoria própria.

Fica então evidente o desempenho muito superior do controlador  $\mathcal{H}_\infty$  quanto ao gasto energético, tendo gasto uma quantidade significativamente inferior de energia comparado ao controlador PID sob as mesmas condições. Claro que por si só isso não garante que o controlador seja bom, é desejado que o controlador consiga manter níveis aceitáveis de erro e consuma pouca energia para atingir tal objetivo. Portanto, dando sequência a comparação, voltamos a atenção agora à segunda métrica de desempenho, o erro quadrático médio. Novamente, os resultados são expostos por uma gráfico de barras como mostra Figura 41.

Figura 41 – Erro quadrático médio dos controladores no eixo y, nas diversas situações simuladas (quanto menor, melhor)



Fonte: Autoria própria.

O que a Figura 41 torna evidente é que o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  também obteve desempenho superior quanto ao erro de apontamento. Tais resultados indicam que o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  não só é mais preciso ao realizar o apontamento como também gasta menos energia durante o processo, quando comparado ao controlador PID. Além disso, as velocidades finais das rodas de reação após o *detumbling* foram significativamente menores utilizando o controlador  $\mathcal{H}_\infty$ . Com velocidades em torno de 200 rpm para o PID e 2 rpm para o  $\mathcal{H}_\infty$ , o que fica claro ao comparar a Figura 22 e 31, implicando uma menor probabilidade de saturação das rodas de reação.

Outro ponto importante que já foi citado anteriormente, mas é necessário ser ressaltado, é que o controlador PID teve seus ganhos sintetizados visando uma situação de operação nominal (NARKIEWICZ; SOCHACKI; ZAKRZEWSKI, 2020), quando o erro de atitude é baixo e os distúrbios externos são também de baixa magnitude. Mas mesmo assim, o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  apresentou desempenho superior até mesmo neste cenário. Quando olhamos para o caso identificado como “Órbita completa”, no qual não há inserção de distúrbios externos, que é o caso ideal, o erro máximo de atitude em regime permanente, no pior eixo, para o controlador PID foi de  $191 \cdot 10^{-6}$  graus, enquanto para o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  foi de  $32,3 \cdot 10^{-6}$  graus.

## 6 Conclusões

Neste trabalho, uma plataforma de simulação de nanossatélites fornecida pelo MATLAB/Simulink foi estendida e aplicada para a validação de técnicas de controle de atitude em malha fechada utilizando um conjunto de rodas de reação como atuadores para operação em órbita baixa. A ferramenta mostrou-se funcional e de fácil manipulação para inserção dos modelos dos dispositivos de atuação e controle, indicando seu potencial para estudos de casos mais complexos, considerando conjuntos de atuadores e sensores de diferentes naturezas, e no desenvolvimento de técnicas de controle mais abrangentes.

A atitude de um satélite de pequeno porte foi controlada a partir de uma condição inicial desfavorável, em um movimento conhecido como *detumbling*. Os controladores PID e  $\mathcal{H}_\infty$  implementados apresentaram bons resultados na regulação dos ângulos de orientação do satélite em órbita baixa, corrigindo e mantendo seu apontamento para a Terra, sem saturar o conjunto de rodas de reação.

As limitações do controlador PID clássico também foram expostas por meio de uma combinação de perturbações externas, elucidando a motivação para a busca por métodos de controle mais avançados. Em vista disso, os resultados foram unânimes a favor do controlador  $\mathcal{H}_\infty$ . Onde o controlador  $\mathcal{H}_\infty$  apresentou menor consumo de energia, assim como menor erro de acompanhamento de trajetória, em todos os cenários simulados, superando o controlador PID até mesmo no cenário ideal em que o mesmo foi sintonizado para atender. Observa-se que a maior desvantagem do controlador  $\mathcal{H}_\infty$  em relação ao PID é o seu nível de complexidade superior tanto na parte teórica como na síntese do controlador. Seu procedimento de projeto demanda do projetista conhecimentos específicos, como elaborar sistemas expandidos e saber selecionar matrizes de peso adequadas, podendo envolver funções de transferências, como por exemplo  $W_d$ ,  $W_{err}$  e  $W_c$  utilizadas aqui neste trabalho. Além disso, na síntese do controlador  $\mathcal{H}_\infty$  foi necessário realizar a linearização da planta, o que não é o caso para o controlador PID. Sugere-se para trabalhos futuros a avaliação em cenários fora do ponto de linearização para validar a consistência do controlador  $\mathcal{H}_\infty$  também nesses casos, buscando, inclusive, a determinação de uma faixa de operação confiável.

Em suma, os resultados de simulação evidenciaram que o controle de atitude robusto de um nanosatellite apresenta grande potencial de sucesso para uma aplicação na prática. A técnica de controle  $\mathcal{H}_\infty$  utilizada demonstrou resultados superiores ao consagrado controlador PID clássico, levando a um menor consumo de energia e melhor acompanhamento de trajetória, sendo sua maior desvantagem a complexidade de implementação. Assim, há um balanço entre o investimento na estruturação do sistema de controle de atitude e as condições ambientais a que o sistema estará exposto, a precisão demandada pela

aplicação e a quantidade de energia disponível.

# Referências Bibliográficas

- AVANZINI, G. et al. Attitude control of low earth orbit satellites by reaction wheels and magnetic torquers. *Acta Astronautica, ELSEVIER*, v. 160, p. 625–634, 2019.
- CUBILLOS, X. C. M. *Controle de atitude de um satélite aplicando a união dos métodos SDRE e H-infinito*. Tese (Doutorado) — INPE - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2020.
- DIEBEL, J. Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors. *Stanford University*, 2006.
- DOYLE, J. C. et al. State-space solutions to standard H-2 and H-infinity control problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 34, p. 831 – 847, 1989.
- KULU, E. Launches. <https://www.nanosats.eu/>, 2023. Acessado em 25/10/2023.
- LEE, D. Y. et al. Development and experimental validation of a multi-algorithmic hybrid attitude determination and control system for a small satellite. *Aerospace Science and Technology, ELSEVIER*, v. 78, p. 494–509, 2018.
- NARKIEWICZ, J.; SOCHACKI, M.; ZAKRZEWSKI, B. Generic model of a satellite attitude control system. *International Journal of Aerospace Engineering, HINDAWI*, vol. 2020, p. 1–17, 2020.
- OGATA, K. *Modern Control Engineering*. 5. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2009.
- PALUSZEK, M. *ADCS - Spacecraft Attitude Determination and Control*. 1. ed. [S.l.]: Elsevier, 2023.
- PECORILLA, M. *Development of the Active Attitude Determination and Control System for a 3U Educational CubeSat*. Dissertação (Mestrado) — Politecnico di Torino, 2022.
- REYNOLDS, T. P. et al. SOC-i: A cubesat demonstration of optimization-based real-time constrained attitude control. *Aerospace Conference, IEEE*, 2021.
- TRÉGOUËT, J. F. et al. Reaction wheels desaturation using magnetorquers and static input allocation. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 23, p. 525 – 539, 2014.
- WERTZ, J. R.; LARSON, W. J. *Space Mission Analysis and Design*. 3. ed. [S.l.]: Microcosm, 1999.
- ZHOU, K.; DOYLE, J. C. *Essentials of Robust Control*. 1. ed. [S.l.]: Pearson, 1997.

# A Apêndice

## A.1 Planta linearizada

A planta linearizada que descreve a atitude do nanossatélite como desenvolvida por Pecorilla (2022), foi linearizada para o apontamento nadir, que é descrito pelo quatérnion

$$\bar{q} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

A planta resultante do processo de linearização possui a forma

$$\dot{\bar{x}} = \mathbf{A}\bar{x} + \mathbf{B}\bar{u}, \quad (\text{A.2})$$

sendo  $\bar{u} = [u_x \ u_y \ u_z]$  os componentes do torque de comando, o vetor de estado  $\bar{x}$  é composto pelo quatérnion de atitude e velocidades angulares do nanossatélite na forma  $\bar{x} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$  e as matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  são descritas pelas Eq. (A.3) e Eq. (A.4), respectivamente (PECORILLA, 2022),

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ -8\omega_0^2 \frac{I_y - I_z}{I_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_0 \frac{I_z + I_x - I_y}{I_x} \\ 0 & -6\omega_0^2 \frac{I_x - I_z}{I_y} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\omega_0^2 \frac{I_y - I_x}{I_z} & -\omega_0 \frac{I_z + I_x - I_y}{I_z} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1/I_x & 0 & 0 \\ 0 & 1/I_y & 0 \\ 0 & 0 & 1/I_z \end{bmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

sendo  $I_n$  a inércia em um dado eixo e  $\omega_0$  a velocidade angular do nanossatélite em torno do centro da Terra (PECORILLA, 2022), sendo calculado por

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\omega_{\oplus}}{r^3}}, \quad (\text{A.5})$$

sendo  $\omega_{\oplus}$  a velocidade angular de rotação da Terra,  $\omega_{\oplus} \approx 7,292 \cdot 10^{-5}$  rad/s, e  $r$  a distância da origem da Terra até o nanossatélite.

Neste apêndice foi exposto somente o resultado da linearização da planta, o processo de linearização como um todo é realizado em Pecorilla (2022).