



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS



CONRADO VALDOVANDO DA SILVA

**EDUCAÇÃO EMPREENDEDORA EM UM  
PLANO DE NEGÓCIOS: EXPERIÊNCIA NO  
ENSINO FUNDAMENTAL II**

SÃO CARLOS

2024

Conrado Valdovando da Silva

## **Educação Empreendedora em um Plano de Negócios: experiência no ensino fundamental II**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre Profissional no Ensino de Ciências Exatas, sob orientação do Professor Doutor José Antonio Salvador.

Universidade Federal de São Carlos  
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas

Orientador: José Antonio Salvador

São Carlos

2024

Silva, Conrado Valdovando da

Educação empreendedora em um plano de negócios:  
experiência no ensino fundamental II / Conrado  
Valdovando da Silva -- 2024.  
92f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São  
Carlos, campus São Carlos, São Carlos  
Orientador (a): José Antonio Salvador  
Banca Examinadora: José Antonio Salvador, João Carlos  
Vieira Sampaio, José Luciano Santinho Lima  
Bibliografia

1. Educação Empreendedora. 2. Educação Matemática.  
3. Cenários para Investigação. I. Silva, Conrado  
Valdovando da. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática  
(SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Ronildo Santos Prado - CRB/8 7325



# UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

---

## Folha de Aprovação

---

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Conrado Valdovando da Silva, realizada em 08/03/2024.

### Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Jose Antonio Salvador (UFSCar)

Prof. Dr. José Luciano Santinho Lima (IFSP)

Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio (UFSCar)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

# Agradecimentos

Agradeço a Deus por permitir essa realização em minha vida.

Ao meu pai Valdovando, minha mãe Roseli e meu irmão Pablo, pelo amor, carinho, cuidado e exemplo ao longo de toda vida.

À minha namorada Glória, pela paciência e carinho.

Ao meu orientador, Prof. Dr. José Antonio Salvador, pela imensa paciência, incentivo e dedicação nas orientações, conduzindo o trabalho sempre da melhor maneira possível.

Aos meus amigos Pablo Henrique (irmão de coração), Caio Henrique, Evandro Leal, Fernando Venâncio, Gabriel Clemente, Lucas Aparecido, Murilo Lopes e Otávio Pedroso, por todo apoio e companheirismo, assim como a todos os amigos da turma do mestrado. A todos os professores que tive ao longo da vida, que me inspiraram e contribuíram para a construção da minha identidade docente.

Aos meus alunos que aceitaram participar desse projeto, agradeço pela dedicação, envolvimento e parceria.

À equipe gestora da escola onde a proposta foi desenvolvida, obrigado pela colaboração.

# Resumo

Neste projeto, concebemos, executamos e analisamos uma sequência didática que integrou algumas abordagens metodológicas, em destaque, os Cenários para Investigação e a Resolução de Problemas. Nosso objetivo foi explorar temas da Educação Empreendedora e da Educação Financeira, bem como conceitos fundamentais de Matemática, como frações e porcentagens. De maneira meticulosa, planejamos atividades que estabeleceram conexões sólidas entre empreendedorismo, educação financeira e os conceitos matemáticos relevantes envolvidos. O objetivo principal das atividades desenvolvidas foi destacar a aplicação prática desses conceitos abstratos, a fim de que, eles se concretizassem na realidade do estudante. Implementamos essa sequência didática junto aos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental II de uma escola particular. Posteriormente, analisamos e validamos os resultados sob a perspectiva da Engenharia Didática.

**Palavras-chave:** Empreendedorismo Educacional, Cenários para Investigação, Engenharia Didática.

# Abstract

In this project, we conceived, executed, and analyzed a didactic sequence that integrated various methodological approaches, notably the use of digital technologies and problem-solving. Our aim was to explore themes of educational entrepreneurship and financial education, as well as fundamental mathematical concepts such as fractions and percentages. With meticulous planning, we designed activities that established strong connections between entrepreneurship, financial education, and the relevant mathematical concepts involved. The core of this planning was to emphasize the practical application of these abstract concepts, so they could manifest in the students' reality. With meticulous planning, we designed activities that established strong connections between entrepreneurship, financial education, and the relevant mathematical concepts involved. The core of this planning was to emphasize the practical application of these abstract concepts, so they could manifest in the students' reality.

**Keywords:** Educational Entrepreneurship, Landscapes of Investigation, Didactic Engineering.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Etapas de uma Engenharia Didática. . . . .	16
Figura 2 – Registros das aplicações das atividades. . . . .	28
Figura 3 – Chuva de Ideias: competências empreendedoras. . . . .	31
Figura 4 – Perfil do empreendedor - 1. . . . .	32
Figura 5 – Perfil do empreendedor - 2. . . . .	32
Figura 6 – Perfil do empreendedor - 3. . . . .	33
Figura 7 – Mercado, produto/serviço e plano operacional - 1. . . . .	34
Figura 8 – Mercado, produto/serviço e plano operacional - 2. . . . .	34
Figura 9 – Atividade 2: investimentos fixos - 1. . . . .	36
Figura 10 – Atividade 2: investimentos fixos - 2. . . . .	36
Figura 11 – Atividade 2: investimentos fixos - 3. . . . .	37
Figura 12 – Atividade 2: investimentos fixos - 4. . . . .	37
Figura 13 – Atividade 2: capital de giro - 1. . . . .	38
Figura 14 – Atividade 2: capital de giro - 2. . . . .	39
Figura 15 – Atividade 2: pré-operacionais e resumo - 1. . . . .	40
Figura 16 – Atividade 2: pré-operacionais e resumo - 2. . . . .	41
Figura 17 – Atividade 2: estimativa de vendas - 1. . . . .	42
Figura 18 – Atividade 2: estimativa de vendas - 2. . . . .	43
Figura 19 – Atividade 2: demonstrativo dos resultados - 1. . . . .	44
Figura 20 – Atividade 2: demonstrativo dos resultados - 2. . . . .	45
Figura 21 – Atividade 2: demonstrativo dos resultados - 3. . . . .	46
Figura 22 – Atividade 2: demonstrativo dos resultados - 4. . . . .	47
Figura 23 – Atividade 2: indicadores de viabilidade - 1. . . . .	48
Figura 24 – Atividade 2: indicadores de viabilidade - 2. . . . .	49
Figura 25 – Atividade 2: indicadores de viabilidade - 3. . . . .	49
Figura 26 – Atividade 2: indicadores de viabilidade - 4. . . . .	50
Figura 27 – Atividade 2: marketing, FOFA, considerações finais - 1. . . . .	51
Figura 28 – Atividade 2: marketing, FOFA, considerações finais - 2. . . . .	51
Figura 29 – Comparação entre os Regimes de Juros. . . . .	82
Figura 30 – Equivalência entre Taxa Semestral e Taxa Mensal. . . . .	83
Figura 31 – Fluxo de Caixa. . . . .	85
Figura 32 – Fluxo de Caixa de uma Série Variável. . . . .	88

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Educação Tradicional x Educação Empreendedora . . . . .	20
Tabela 2 – Cronograma de Aplicação das Atividades . . . . .	29
Tabela 3 – Quantitativo de Atividades Concluídas . . . . .	29
Tabela 4 – Ilustração Fluxo de Caixa . . . . .	86

# Sumário

Lista de ilustrações . . . . .	7
Lista de tabelas . . . . .	8
<b>PREFÁCIO . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>1 INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>2 METODOLOGIA DA PESQUISA . . . . .</b>	<b>13</b>
2.1 Engenharia Didática . . . . .	13
<b>3 CARACTERIZAÇÃO DO TRABALHO . . . . .</b>	<b>17</b>
3.1 Escola . . . . .	17
3.2 Discentes . . . . .	17
3.3 Docente . . . . .	18
<b>4 IDEALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES . . . . .</b>	<b>19</b>
4.1 Educação Empreendedora . . . . .	19
4.2 Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a Educação Empreendedora . . . . .	22
4.3 Cenários para Investigação . . . . .	23
4.4 Elaboração das Atividades . . . . .	24
4.4.1 Etapas da Sequência Didática . . . . .	24
4.4.2 Folha de Atividades 1 . . . . .	25
4.4.3 Folha de Atividades 2 . . . . .	26
4.4.4 Folha de Atividades 3 . . . . .	26
<b>5 APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES . . . . .</b>	<b>28</b>
5.1 Cronograma . . . . .	29
5.2 Quantitativo de Atividades Entregues . . . . .	29
5.3 Análise . . . . .	29
5.3.1 Folha de Atividades 1 - Sumário Executivo ao Plano Operacional . . . . .	30
5.3.1.1 Sumário Executivo . . . . .	30
5.3.1.2 Análise do Mercado; Produto/Serviço; Plano Operacional . . . . .	33
5.3.2 Folha de Atividades 2 - Plano Financeiro . . . . .	35
5.3.2.1 Investimentos Fixos . . . . .	35
5.3.2.2 Capital de Giro . . . . .	38
5.3.2.3 Investimentos Pré-Operacionais e Resumo do Investimento Total . . . . .	40
5.3.2.4 Estimativa do Faturamento Mensal e dos Custos Mensais . . . . .	42
5.3.2.5 Demonstrativo dos Resultados . . . . .	44
5.3.2.6 Indicadores de Viabilidade . . . . .	47
5.3.3 Folha de Atividades 3 - Estratégia de Marketing e Considerações Finais . . . . .	50
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .</b>	<b>53</b>

<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>54</b>
	<b>APÊNDICE A – PLANO DE ATIVIDADES</b>	<b>57</b>
	<b>APÊNDICE B – ATIVIDADE 1</b>	<b>61</b>
	<b>APÊNDICE C – ATIVIDADE 2</b>	<b>66</b>
	<b>APÊNDICE D – ATIVIDADE 3</b>	<b>77</b>
	<b>APÊNDICE E – TÓPICOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA ÚTEIS AO PROFESSOR</b>	<b>80</b>
<b>E.1</b>	<b>Definições Preliminares</b>	<b>80</b>
<b>E.2</b>	<b>Regime de Capitalização de Juros</b>	<b>80</b>
E.2.1	Juros Simples	80
E.2.2	Juros Compostos	81
E.2.3	Desigualdade de Bernoulli entre Regimes de Capitalização	82
<b>E.3</b>	<b>Taxas</b>	<b>83</b>
E.3.1	Equivalência de Taxas	83
E.3.2	Taxa Nominal e Taxa Efetiva	84
E.3.3	Taxa Real	84
<b>E.4</b>	<b>Séries de Pagamentos</b>	<b>85</b>
E.4.1	Fluxos de Caixa	85
E.4.2	Séries Uniformes	86
E.4.3	Séries Variáveis	87
E.4.4	Séries Perpétuas	88
<b>E.5</b>	<b>Técnicas de Análise de Investimentos - Empreendimentos</b>	<b>89</b>
E.5.1	Valores Presente e Futuro de Fluxos de Caixa	90
E.5.2	Taxa Interna de Retorno e Valor Presente Líquido	91
E.5.3	Critério de avaliação: Valor Presente Líquido <i>versus</i> Taxa Interna de Retorno	92
E.5.4	Payback	93

# 1 Introdução

A Educação Empreendedora é um assunto atual que vem sendo incluído nas propostas pedagógicas e currículos brasileiros como um mote capaz de promover nos cenários educativos discussões relacionadas às demandas da sociedade por uma educação mais propensa a observar e interagir com as necessidades da vida cotidiana, que se utilize de metodologias ativas e, assim, possa contribuir mais na formação dos estudantes para o mercado do trabalho.

O presente trabalho visa explorar e relacionar temas de Matemática básica (frações, números decimais e suas operações, porcentagens, tabelas, etc.) e Empreendedorismo Educacional em harmonia com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ao criar e analisar atividades para as aulas de Matemática do 7<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental II, sob a ótica da Metodologia de Pesquisa da Engenharia Didática; tendo como objetivos específicos despertar nos alunos competências empreendedoras - como: tomada de iniciativa, planejamento, criatividade, visão, pensamento ético e sustentável - e revisar, contextualizar e aplicar os conceitos matemáticos anteriormente citados.

A opção pela Engenharia Didática se deu pelo fato de que suas etapas - análises prévias, concepção, experimentação e validação - contemplam de forma integral a prática e a teoria pretendida com o trabalho (o dentro e o fora da sala de aula). Ao pesquisar o funcionamento do ensino habitual foi possível criar atividades que trazem novas premissas que foram testadas na implementação e validadas no confronto entre os estudos preliminares e os dados obtidos na experimentação.

A escolha pelos Cenários para Investigação como metodologia de ensino abordada pelas atividades e o alinhamento da proposta com a Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose foram feitos pois o paradigma de levar os alunos a se envolverem em processos de exploração e argumentação justificada norteou a estrutura das atividades, o que exigiu dos educandos pesquisas e discussões referentes as situações da vida real para que pudessem planejar e tomar escolhas, que articulam as três referências: referência à Matemática, referência à semi-realidade e referência as situações da vida real (SKOVSMOSE, 2000).

A abordagem pedagógica desenvolvida se alinha com a BNCC, que destaca a importância das competências de argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias; bem como, desenvolver o raciocínio lógico e o espírito de investigação; o enfrentamento de situações-problema em diversos contextos; saber interagir com seus pares de forma cooperativa, dentre outras competências e habilidades que podem estimuladas ao se trabalhar temas de empreendedorismo.

Até o presente momento, encontram-se apenas dois trabalhos de mestrado profissional que exploram o tema de empreendedorismo educacional no banco de dissertações do PROFMAT, uma do ano de 2020 com o título “Ensino de Empreendedorismo na Educação Básica. Uma Proposta de Abordagem dos Temas: educação financeira, educação fiscal e relações de consumo” (PERSIJN, 2020) que apresenta uma proposta didática de educação financeira para o ensino fundamental, outra de educação fiscal e tributária para o ensino médio e um projeto de empreendedorismo educacional com enfoque nas relações de consumo, nos conceitos de valor e preço. O outro trabalho é do ano de 2022 com o título “Empreendedorismo Juvenil e Educação

Financeira: um trabalho colaborativo entre os estudantes ao elaborar um plano de negócios” (TATAGIBA, 2022) que realizou uma atividade na qual os alunos elaboraram um plano de negócios que foi dividido em quatro etapas (planejamento; elaboração de planilha de custos; elaboração de planilha de receita; questionário).

O trabalho aqui desenvolvido se diferencia dos anteriormente citados pois, dentre outras características, trata especificamente da Educação Empreendedora e a relaciona com a Matemática. As atividades consistem também em um Plano de Negócios, no entanto, o realiza de forma mais detalhada (segundo os moldes do Serviço de Apoio às Micro e Pequenas Empresas, Sebrae, com sumário executivo, análise do mercado, produto/serviço, plano operacional, plano financeiro, estratégia de marketing, etc.) e traz à tona conceitos específicos do empreendedorismo e da Matemática financeira, como missão, visão, público-alvo, investimentos fixos, capital de giro, lucro, prejuízo, etc..

O texto está estruturado da seguinte maneira, no Capítulo 1 é fornecida uma visão geral do trabalho e o estado da arte. No Capítulo 2, é descrita a Metodologia da Pesquisa (Engenharia Didática) e como ela se relaciona com a construção do trabalho.

O Capítulo 3 é da Caracterização do Trabalho, onde é feita a descrição do ambiente escolar em que as atividades foram conduzidas e, também, são apresentados os perfis do professor e dos alunos envolvidos, dando uma visão ampla de todos os participantes.

O Capítulo 4 é da Idealização das Atividades, que discorre sobre Empreendedorismo Educacional; sobre a BNCC; sobre os Cenários para Investigação; sobre a concepção das atividades propostas e traz as razões que motivaram a escolha do tema.

O Capítulo 5 é sobre a Aplicação das Atividades, espaço no qual serão analisadas as respostas fornecidas pelos estudantes, em que haverá o confronto das hipóteses com os dados obtidos.

O Capítulo 6 é destinado para as considerações finais, onde as principais descobertas do estudo são retomadas, levando a uma reflexão sobre as implicações que surgem para a prática pedagógica. Este capítulo conclui o trabalho, permitindo uma reflexão sobre o caminho percorrido e as contribuições fornecidas pela pesquisa realizada.

Os Apêndices A, B, C e D trazem as folhas de atividades desenvolvidas no trabalho.

Por fim, o Apêndice E é sobre Tópicos de Matemática Financeira úteis ao Professor, o qual se propõe como um breve guia com o objetivo de auxiliar o docente que pretende criar atividades sobre Empreendedorismo, Educação Financeira, Investimentos e temas afins.

## 2 Metodologia da Pesquisa

### 2.1 Engenharia Didática

O conceito de Engenharia Didática, introduzido na década de 80 na França, conforme proposto por ARTIGUE (1994, 1996), encontra sua inspiração na prática do engenheiro. Assim como o trabalho do engenheiro demanda um profundo entendimento científico, que é fundamental e essencial, também requer a resolução de problemas práticos para os quais não existem necessariamente teorias prontas - em tais momentos, é necessário criar as soluções. Em suas palavras, Artigue ressalta:

[...] comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia nos conhecimentos científicos do seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre objectos muito mais complexos do que os objectos depurados da ciência, e portanto a estudar de uma forma prática, com todos os meios ao seu alcance, problemas de que a ciência não quer ou ainda não é capaz de se encarregar. (ARTIGUE, 1996, p.193).

A motivação por trás da criação da Engenharia Didática foi fundamentada em duas questões centrais:

- Como lidar com a complexidade da sala de aula nas metodologias de pesquisa?
- Como pensar as relações entre pesquisa e ação sobre o sistema educativo?

Para enfrentar tais questões, a Engenharia Didática se propõe como um esquema experimental baseado em realizações didáticas em sala de aula, em que a prática de ensino é articulada com a prática de investigação. Desta maneira, a Engenharia Didática se enquadra como um bom referencial metodológico para o projeto aqui realizado, visto que desenvolverá um produto para o ensino de Matemática, engendrado na união e no conflito do conhecimento prático e do conhecimento teórico.

De acordo com Artigue (1996), uma Engenharia Didática compreende quatro etapas:

**1º Análises Prévias:** esta fase possui a finalidade de examinar o funcionamento do ensino habitual do conteúdo em questão, para que seja possível desenvolver uma intervenção capaz de aprimorar o ambiente de ensino convencional. Durante esta análise, busca-se elucidar os efeitos do método de ensino tradicional, as concepções dos estudantes e os desafios e obstáculos que influenciam a evolução dessas concepções. A tradição é considerada como um estado de equilíbrio em um sistema dinâmico, que está sujeito a falhas. A reflexão sobre essas falhas constitui o ponto de partida para a identificação das condições que podem conduzir a um estado de funcionamento mais satisfatório.

Nesse sentido, antes de elaborar a sequência didática, foi realizada uma pesquisa sobre empreendedorismo e educação matemática com o objetivo de conhecer como este

tema poderia ser trabalhado com alunos do ensino fundamental II, em específico, do sexto ao sétimo ano.

Constatou-se que o empreendedorismo educacional é assunto de importância crescente nos currículos (BNCC) e portarias do MEC (por exemplo, a Portaria Nº 1.432, de 28 de dezembro de 2018, que estabelece referenciais para itinerários formativos para o ensino médio), que há diversas iniciativas como cursos *on-line* e projeto oferecidos por entidades como o SEBRAE para professores, gestores e empreendedores. No entanto, há poucas pesquisas práticas ou relatos de experiências pedagógicas (planos de aula, de projetos, etc.) voltados para o ensino de práticas empreendedoras no âmbito do Ensino Fundamental II, talvez porque haja um paradigma de que estes conceitos sejam avançados demais para esta série escolar. O que não pode ser tomado como dogma, pois com as devidas adaptações de linguagem e conteúdo pode-se trabalhar ricamente os temas da Educação Empreendedora com todos os níveis de ensino.

Foram encontradas duas dissertações no Banco de Dissertações do PROFMAT, que incluíam o empreendedorismo educacional no escopo das atividades didáticas desenvolvidas. Porém, constatou-se que as propostas destes trabalhos não se adequariam às necessidades (como os conteúdos trabalhados não serem os mesmos, público-alvo ser diferente, tempo de aula necessário não ser compatível, etc.) do campo de ação aqui pretendido, alunos no início do sétimo ano de uma escola particular do interior do estado de São Paulo.

Desta maneira, deu-se início à elaboração das atividades na etapa seguinte.

**2º Conceção e análise *a priori* de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula de Matemática:** o propósito desta fase é avaliar de que maneira as escolhas feitas impactam no controle dos comportamentos dos alunos, assim, são criadas hipóteses que serão confrontadas posteriormente. É nesta etapa que a sequência didática é elaborada, acompanhada de descrições e justificativas.

A ideia principal da sequência elaborada é que os alunos participassem da criação de um Plano de Negócios fictício de uma *startup* dedicada a oferecer cursos de programação para crianças de 8 a 12 anos, chamada de EducaTec Kids. O Plano de Negócios foi pensado nos moldes da cartilha “Como Elaborar um Plano de Negócios” (SEBRAE, 2013), com as adaptações e simplificações necessárias para atender os alunos do 7º ano, que serão detalhadas adiante.

Como hipóteses, foi levantado:

- Cumprir com os objetivos de desenvolver competências empreendedoras (tomada de iniciativa, planejamento, criatividade, trabalho com os outros, pensamento ético e sustentável).
- Cumprir com os objetivos de revisar, contextualizar e aplicar os conceitos matemáticos de fração, cálculos com números decimais, cálculos de porcentagem, criação de tabelas e gráficos.
- Engajamento por parte dos alunos nas atividades por ser um tema inédito para eles com grande liberdade de escolha.
- Percepção por parte dos alunos sobre a utilidade e importância dos cálculos com frações, números decimais e porcentagem na realização de seus planejamentos.

- Percepção que as situações reais trazem desafios de cálculos maiores que das situações hipotéticas dos livros.

**3º Implementação da experiência:** nesta fase a sequência é colocada em prática, e são realizadas a coleta dos dados e as observações sobre a experimentação da sequência didática.

Os dados foram coletados a partir de anotações da observação direta dos comportamentos, falas e interações dos alunos durante a realização das atividades, bem como o material por escrito produzido pelos alunos, suas respostas/rascunhos/anotações, nas folhas de atividades recolhidas no final da aplicação. Com os dados em mãos, deu-se o início da próxima etapa.

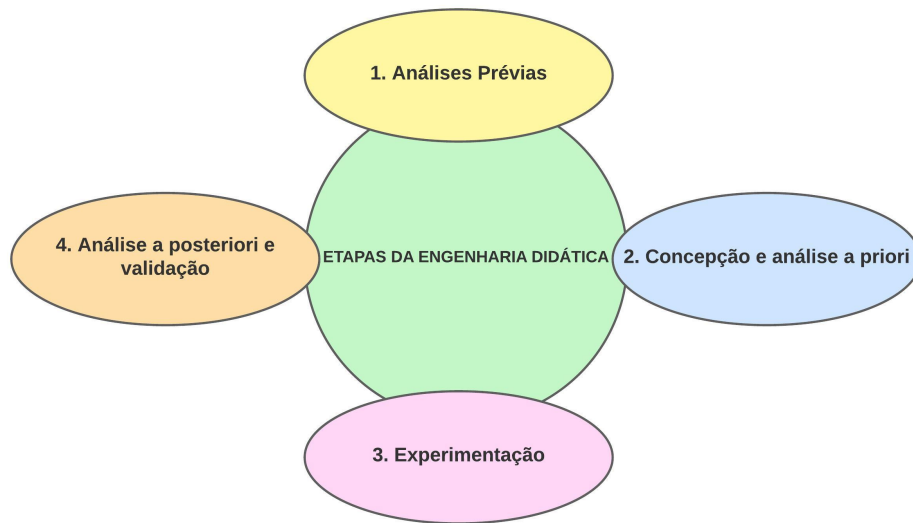
**4º Análise *a posteriori* e validação da experiência:** nesta fase, conduzimos uma avaliação abrangente da implementação da sequência didática como um todo, verificando se o que foi concebido e aplicado gerou os resultados desejados. Identificamos e destacamos as principais dificuldades e problemas enfrentados durante o planejamento e execução do processo.

Conforme descrito em Análise das Atividades, embasado pelos dados e observações, verificaremos se as hipóteses levantadas se confirmaram ou não e identificaremos quais foram os pontos fortes e fracos da sequência didática desenvolvida e, ainda, será um espaço para reflexão sobre as possíveis melhorias e adaptações que podem ser feitas em futuras aplicações neste ou em outros contextos educacionais.

É importante ressaltar que a Engenharia Didática se destaca das demais metodologias devido ao seu tipo de validação, caracterizada por ser uma validação interna que se baseia no confronto entre a análise *a priori* (fundamentada em estudos preliminares e um certo número de hipóteses) e a análise *a posteriori* (feita a partir dos dados obtidos na experimentação). Enquanto que, em geral, outras metodologias realizam uma validação externa, amparadas na comparação entre grupos experimentais e de controle, sistemas de pré-testes e pós-testes, *etc.*

O esquema a seguir, ilustra as fases de uma Engenharia Didática:

Figura 1 – Etapas de uma Engenharia Didática.



(a) Fonte: Autor.

Como um dos propósitos do trabalho foi criar uma sequência didática que permita aos alunos terem autonomia na construção de seus saberes, metodologicamente há um alinhamento com a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, que define o conceito de situação-didática:

Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição. (BROUSSEAU, 1986, p. 8)

Desta forma, é necessário que o professor não seja apenas um comunicador do saber, pois cabe a ele sempre apresentar um “bom problema” que desencadeie no aluno a busca por um novo saber.

## 3 Caracterização do Trabalho

### 3.1 Escola

O projeto foi desenvolvido em um colégio fundado oficialmente em outubro de 1989 em uma cidade do interior do estado de São Paulo, que deu início às atividades letivas em fevereiro do ano seguinte. Na época, o colégio contava com 5 turmas do Ensino Fundamental I, abrangendo 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> séries no período da manhã e 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> séries à tarde, totalizando 60 alunos.

No segundo ano de funcionamento, o colégio expandiu seu escopo até a 6<sup>a</sup> série, posteriormente estendendo-se até a 8<sup>a</sup> série. Em 1996, o colégio incorporou duas escolas de Educação Infantil, resultando na criação de uma segunda unidade destinada apenas para este público-alvo.

O Ensino Médio foi inaugurado em 1997, funcionando nas mesmas instalações da primeira unidade, inicialmente oferecendo apenas a 1<sup>a</sup> série. As 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> séries foram implementadas nos anos de 1998 e 1999, respectivamente.

Atualmente, o Ensino Fundamental II conta com 8 turmas e aproximadamente 200 alunos, duas de cada nível. O trabalho foi realizado com os dois sétimos anos que foram em sua maioria, os sextos anos de 2023.

A infraestrutura da unidade que comporta o Ensino Fundamental II conta com uma Biblioteca, salas de Música e Artes, Laboratório de Ciências, sala de Informática, Ginásio de Esportes, além de áreas administrativas e salas para Coordenação Pedagógica e Orientação Educacional.

### 3.2 Discentes

A sequência didática foi aplicada aos alunos que iniciaram o 7<sup>o</sup> ano no turno matutino em 2024. No entanto, o planejamento e desenvolvimento das atividades ocorreram em 2023, quando esses alunos estavam no 6<sup>o</sup> ano. Na época, já haviam abordado a elaboração de tabelas simples e de dupla entrada, a criação de gráficos, além de dominarem os conceitos de frações, números decimais e porcentagens. Conforme a pesquisa avançou ao final de 2023, ficou estabelecido que as atividades seriam realizadas nas duas primeiras semanas de fevereiro de 2024, período destinado ao acolhimento dos alunos e revisão de conteúdos. Esse momento foi considerado ideal para atingir os objetivos propostos pelas atividades.

As turmas, designadas como 6<sup>o</sup> A e 6<sup>o</sup> B em 2023, eram constituídas por 28 e 27 alunos, respectivamente. Houve entrada de novos alunos e saída de outros, resultando em um total de 55 alunos envolvidos nas atividades em 2024. Dois desses alunos tinham laudos de inclusão, sendo que dois deles possuem professor de apoio, que destacando a abordagem inclusiva do ambiente educacional.

### 3.3 Docente

O autor iniciou sua jornada educacional em uma escola pública da rede municipal da cidade de Viradouro no interior norte de São Paulo, desde os primeiros passos na educação infantil até a conclusão do ensino fundamental, já o ensino médio cursou em uma escola técnica estadual (ETEC) da cidade vizinha, Bebedouro, onde conseguiu uma bolsa integral em um cursinho preparatório para o vestibular, esta caminhada abrangeu o período de 2002 a 2014.

Em 2015, iniciou o curso de Matemática (ABI) na Universidade Federal de São Carlos, optando posteriormente, em 2017, pela Licenciatura em Matemática. Durante esse período, além de cumprir os estágios obrigatórios, integrou a primeira equipe do Programa Residência Pedagógica da CAPES, atuando por 3 semestres em escolas públicas do município de São Carlos - SP. Paralelamente, foi professor voluntário no Cursinho Popular Dr. Sócrates Brasileiro, lecionando aritmética e álgebra.

Também participou dos projetos de extensão "Dúvidas e Desafios Matemáticos na Biblioteca Comunitária" e "Projeto Finanças Pessoais: planejamento e análise para o ensino médio de uma escola pública" que precisou ser adaptado para o formato remoto devido à pandemia de covid-19. Concluiu a graduação no final do ano de 2020 e, em 2021, começou a lecionar em uma escola particular, ao mesmo tempo em que ingressou no Mestrado Profissional do PPGECE-UFSCar.

Além disso, em fevereiro de 2024 começou a trabalhar no Ensino Fundamental de duas Escolas Estaduais, tendo assim uma nova gama de possibilidades para compreender e explorar os processos de ensino-aprendizagem em Matemática.

## 4 Idealização das Atividades

### 4.1 Educação Empreendedora

Ao longo do tempo e em diferentes contextos, a definição de empreendedorismo tem mudado. A palavra "empreendedor" deriva do francês *entrepreneur* e refere-se àquela pessoa que assume riscos e inicia algo novo (DORNELAS, 2001). Os primeiros indícios de indivíduos que começaram a assumir riscos e investir em empreendimentos - semelhantes ao que concebemos hoje - surgiram no século XVII nas raízes das Revolução industrial, quando esses empreendedores estabeleciam acordos contratuais com o governo para a produção de seus produtos. Richard Cantillon, um proeminente escritor e economista da época, é considerado um dos pioneiros no uso do termo "empreendedorismo", distinguindo o empreendedor do capitalista, este último sendo aquele que fornece capital.

Como os objetivos se limitam na Educação Empreendedora no Ensino Fundamental, pode-se compreendê-la como um modelo de aprendizagem contínua que se inicia quando os valores das crianças estão sendo formados, passando por toda educação e experiências posteriores, isto é durante toda a vida do indivíduo, focando no desenvolvimento de competências e qualidades pessoais, de forma a expor os alunos à situações reais que ofereçam oportunidades de administrar, arriscar e aprender com os resultados de suas próprias ações (LOPES, 2010).

Um relatório da União Europeia de 2002, corrobora com o exposto quando afirma que:

No nível da educação do ensino fundamental, o ensino do empreendedorismo objetiva desenvolver nos alunos qualidades pessoais como criatividade, iniciativa e independência, que contribuam para o desenvolvimento da atitude empreendedora, que será útil em suas vidas e em qualquer tipo de trabalho. Nessa fase, formas autônomas e ativas de aprendizagem devem ser desenvolvidas. Além disso, esse ensino deve prover os primeiros contatos com o mundo dos negócios e certo entendimento do papel dos empreendedores na comunidade. Atividades podem incluir trabalho em projetos, apresentação de estudos de casos simples e visitas a empresas locais. (European Commission, 2002, p. 15).

O professor Dolabela, juntamente com outros autores, ressalta a importância de adotar metodologias distintas das tradicionais para o ensino do empreendedorismo, considerando que este não é um conteúdo cognitivo convencional. Ele argumenta que não se pode ensinar alguém a se tornar empreendedor, mas sim que é possível aprender a ser empreendedor (DOLABELA, 2006, p. 30).

Baseando-se nas ideias de Dolabela, Schaefer e Minello (2016) que estabelecem uma comparação entre a abordagem educacional tradicional e a empreendedora como consta no quadro a seguir.

Tabela 1 – Educação Tradicional x Educação Empreendedora

<b>Educação Tradicional</b>	<b>Educação Empreendedora</b>
Destaque ao conteúdo – meta	Destaque ao processo – aprender a aprender
Aluno dominado conduzido pelo professor	O aluno se apropria do conhecimento
Repasse do conhecimento pelo professor	O professor é facilitador e aprendiz, geração de conhecimento pelos que participam do processo
Informações adquiridas como corretas e definitivas	Podem ocorrer mudanças nos conhecimentos que se tem
Forte programação de currículos e sessões	Flexibilidade das sessões que se voltam ao que for necessário
Imposição de objetivos de ensino	Negociação dos objetivos do que se aprende
Priorizar o desempenho	Priorizar a autoimagem que gera desempenho
Rejeitar o desenvolver de conjecturas e ideias divergentes	Conjecturas e ideias divergentes como parte do processo de criação
Enfatizar pensamentos lineares e analíticos; lado esquerdo do cérebro	Envolver todo o cérebro; aumentar a racionalidade do lado esquerdo do cérebro por meio de estratégia holísticas, não lineares, intuitivas; enfatizar a confluência e a fusão dos dois processos
Conhecimentos teóricos e abstratos	Conhecimentos teóricos com ampla complementação por meio de experimentos em sala de aula e fora dela
Resistir às influencias da comunidade	Encorajar a influência da comunidade
Destaque ao mundo externo; experiências interiores como impróprias à escola	Experiências interiores como contextualização para o aprendizado; incorporar sentimentos às ações
Educação como necessária socialmente por determinado período de tempo, como firmadora de habilidades mínimas para um determinado papel	Educação como processo contínuo pela vida toda, com relação apenas tangente com a escola
Não aceitação de erros	Erros como fontes de conhecimentos
O conhecimento liga o professor ao aluno	Importância fundamental às relações humanas entre professores e alunos

FONTE: Dolabela (2008 apud SCHAEFER; MINELLO, 2016, p. 62).

Dolabela ressalta a importância do empreendedorismo tanto para o indivíduo quanto para a sociedade. Para o indivíduo, o empreendedorismo promove autonomia, autoconfiança e busca pelo próprio sonho, além de ser uma habilidade essencial em sua vida profissional. Para a sociedade, o empreendedorismo é fundamental para o desenvolvimento econômico e social, incentivando a sustentabilidade e oferecendo soluções

diante do desemprego (DOLABELA, 2006).

Dolabela e Fillion (2013) enfatizam a importância de um ambiente de aprendizagem que fomente a confiança e a autoestima dos estudantes. Eles defendem a imersão do aluno em um sistema educacional que esteja em sintonia com sua realidade, promovendo uma relação coerente entre ambos. Além disso, destacam que uma educação empreendedora deve considerar os aspectos cognitivos, emocionais e sociais do aluno. A progressão na formação da identidade deve ser gradual para mitigar as tensões entre os indivíduos e o ambiente que os cerca, permitindo que os estudantes adquiram o nível de autoconfiança necessário para empreender com sucesso.

Uma nova postura deve ser adotada pelo educador na área da educação empreendedora, que passa a atuar como um facilitador e catalisador do processo de aprendizagem (SCHAEFER; MINELLO, 2016). Ele emprega estratégias didáticas, como encorajar os alunos a sonhar e buscar a realização desses sonhos. Conforme Dolabela (2006, p. 42) afirma: *"Um indivíduo motivado a alcançar seu sonho encontrará maneiras, de acordo com seu estilo pessoal, para aprender o necessário para criar, desenvolver e concretizar seu sonho"*. Nesse sentido, o autor critica a abordagem tradicional da escola, que se concentra principalmente na transmissão de conteúdos e no controle, negligenciando o estímulo aos sonhos dos alunos.

Para que o corpo docente possa desempenhar um papel eficaz nesse novo contexto, é fundamental que haja uma reflexão sobre sua formação pedagógica, com ênfase na promoção da mentalidade empreendedora. Segundo Henrique e Cunha (2008, citados por SCHAEFER; MINELLO, 2016, p. 71), isso implica na adoção de novas metodologias que incentivem atitudes empreendedoras, estimulem o contato com empresários, facilitem a aplicação prática de novas ideias, promovam a criação de uma cultura empreendedora na escola e envolvam atividades extracurriculares significativas. Além disso, nas avaliações escolares, é crucial priorizar projetos e atividades que visem o planejamento, à criação e gestão de empresas, proporcionando aos estudantes uma experiência real e prática no campo do empreendedorismo.

Os papéis do aluno e do professor são definidos de forma específica nos processos de ensino e aprendizagem. Inspirado nas ideias de Paulo Freire, um renomado estudioso dos processos pedagógicos globais, Friedlander (2004 apud SCHAEFER; MINELLO, 2016) enfatiza o papel do aluno na sua própria educação, destacando que é o aluno quem possui o poder de se desenvolver e se autoavaliar. É crucial compreender que o ato de ensinar não se resume à simples transferência de conhecimento, mas sim à criação de condições para que o aluno aprenda por si só (Freire, 2002 apud SCHAEFER; MINELLO, 2016, p. 65).

Portanto, o aluno deve ocupar o centro do processo de ensino-aprendizagem, enquanto o professor atua como facilitador, incentivando e proporcionando oportunidades para a realização de atividades significativas. Isso é realizado por meio da aplicação de novas ferramentas e técnicas didáticas e pedagógicas adaptadas para essa abordagem educacional específica (SCHAEFER; MINELLO, 2016).

## 4.2 Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a Educação Empreendedora

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um guia fundamental para a construção dos currículos escolares abrangendo todos os níveis da Educação Básica no Brasil, que incluem a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). (BRASIL, 2018, p. 7).

A BNCC está dividida em duas partes distintas: uma que trata da formação geral básica com as aprendizagens fundamentais, e outra parte diversificada que compreende os itinerários formativos. O empreendedorismo é destacado como um dos pilares nos itinerários formativos do Ensino Médio, conforme indicado:

IV – empreendedorismo: envolve a aplicação de conhecimentos de diversas áreas para criar organizações com diferentes propósitos voltados para o desenvolvimento de produtos ou serviços inovadores, utilizando tecnologias. (BRASIL, 2018, p. 479).

Essa abordagem da BNCC reflete uma convergência com o conceito contemporâneo de empreendedorismo delineado por Dolabela (2003), que enfatiza a utilização da inovação e da tecnologia para promover o progresso social.

Para cumprir os objetivos do Ensino Médio, a BNCC determina que a escola deve acolher as diversas perspectivas da juventude, organizando-se de maneira a fomentar o empreendedorismo. Dentro desse contexto, o termo "empreendedorismo" abrange o desenvolvimento de habilidades como criatividade, inovação, organização, planejamento, responsabilidade, liderança, colaboração, visão de futuro, disposição para assumir riscos, resiliência e curiosidade científica, entre outras competências (BRASIL, 2018, p. 466).

Em uma outra parte da BNCC, o empreendedorismo é mencionado como uma competência da área de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, especificamente relacionada à categoria de Política e Trabalho:

Há hoje mais espaço para o empreendedorismo individual, em todas as classes sociais, e cresce a importância da educação financeira e da compreensão do sistema monetário contemporâneo nacional e mundial, imprescindíveis para uma inserção crítica e consciente no mundo atual. Diante desse cenário, impõem-se novos desafios às Ciências Humanas, incluindo a compreensão dos impactos das inovações tecnológicas nas relações de produção, trabalho e consumo. (Brasil, 2018, p. 568).

Nas passagens mencionadas anteriormente, nota-se que o termo empreendedorismo surge associado tanto a aspectos ligados ao trabalho, negócios e inovação, quanto a valores que são promovidos para o desenvolvimento pessoal e a melhoria da empregabilidade.

Nesse contexto, a Educação Empreendedora passa a ser integrada oficialmente nos currículos e nas práticas pedagógicas, graças aos esforços dos sistemas de ensino, das escolas e dos educadores. Essa abordagem do empreendedorismo está ligada à ideia de projetos de vida, enquanto enfatiza o desenvolvimento de competências e habilidades essenciais para a vida contemporânea.

Isto inclui a definição de metas, a busca criteriosa por informações, a perseverança, a autoconfiança e o protagonismo nas próprias experiências que são convergentes com as competências gerais da BNCC para todos os níveis de ensino, logo a Educação Empreendedora pode ser um processo enriquecedor também para o Ensino Fundamental.

### 4.3 Cenários para Investigação

Ao examinar as diferentes maneiras como as aulas de Matemática eram e poderiam ser estruturadas, Skovsmose (2000) identificou dois modelos distintos: o *paradigma do exercício* e os *cenários para investigação*.

Skovsmose (2000) notou que no paradigma do exercício, o professor introduz conceitos e técnicas matemáticas, seguidos pela resolução de exercícios pelos alunos. Ele também observou variações nesse padrão, desde a aula em que o professor destina a maior parte do tempo para exposição até aquela em que os alunos passam a maior parte do tempo resolvendo exercícios.

Com base nessas observações, a Educação Matemática tradicional é considerada parte do paradigma do exercício. Geralmente, os livros didáticos refletem essa abordagem na sala de aula, com exercícios formulados por uma autoridade externa. Isso implica que a justificativa para a relevância dos exercícios não é explicitada durante a aula de Matemática. A presença de uma única resposta correta é uma característica fundamental no paradigma do exercício, o que limita a oportunidade dos alunos de questionarem a relevância do exercício, assim como a pertinência das condições e elementos do problema fornecido.

O paradigma do exercício pode ser contraposto por uma abordagem investigativa, que pode se manifestar de diversas maneiras, por exemplo como um trabalho de projeto na escola. Em geral, o trabalho de projeto ocorre em um ambiente de aprendizagem que difere do paradigma do exercício, proporcionando recursos para a realização de investigações.

Pode-se afirmar que os Cenários para Investigação representam um tipo de abordagem que busca promover novas formas de aprendizagem por meio da colaboração nos processos investigativos, essa abordagem pode ocorrer sem a rigidez das "regras" impostas pelo paradigma de exercícios.

Ao se distanciar desta rigidez imposta pelo paradigma dos exercícios, nos Cenários para Investigação, o professor se afasta de sua zona de conforto, onde as respostas são predefinidas, e entra em uma zona de incerteza, sem saber quais imprevistos podem surgir durante o processo investigativo (SKOVSMOSE, 2000).

Conforme Skovsmose (2000) destaca, a implementação de cenários para investigação na aprendizagem pode ocorrer através da ação e do diálogo entre professor-aluno e entre os próprios alunos. O autor ressalta a relevância do diálogo que convida os alunos a participarem das atividades, promovendo assim uma abordagem democrática na qual eles têm liberdade para aceitar ou recusar o convite.

Escolher trabalhar com cenários para investigação implica estar preparado para enfrentar as diversas consequências, positivas ou negativas, seguras ou arriscadas, de uma abordagem de ensino diferenciada, que deve criar um ambiente com atividades que estimulem o aluno à pesquisar, argumentar, fazer estimativas, confrontar suas respostas com à de seus pares analisando as premissas de cada modelo, tudo isto dentro de um ambiente de diálogo inclusivo e democrático.

## 4.4 Elaboração das Atividades

O tema escolhido para a sequência didática é o Empreendedorismo, mais especificamente, o desenvolvimento das competências empreendedoras entre os alunos que ingressaram recentemente no 7º ano, sob a perspectiva da Educação Empreendedora e utilizando como metodologia de ensino os Cenários para Investigação. Essas competências incluem a capacidade de tomar iniciativa, planejar, trabalhar em equipe, ser criativo, ter visão, pensar de forma ética e sustentável. Além disso, a sequência visa revisar, contextualizar e aplicar conceitos matemáticos como frações, números decimais, operações com números decimais e porcentagens (já estudados pelas turmas no ano anterior), por meio de atividades que compõem um Plano de Negócios.

Segundo, SEBRAE, podemos definir um Plano de Negócios como:

Um plano de negócio é um documento que descreve por escrito os objetivos de um negócio e quais passos devem ser dados para que esses objetivos sejam alcançados, diminuindo os riscos e as incertezas. Um plano de negócio permite identificar e restringir seus erros no papel, ao invés de cometê-los na prática. (SEBRAE, 2013, p. 13).

Desta maneira, podemos entender o Plano de Negócios como um mapa que guiará o empreendedor à concretização do seu negócio. O plano ajudará a concluir se a ideia de negócio é viável e a buscar informações mais detalhadas sobre o seu setor, os produtos e serviços que pretende oferecer, seu público-alvo, concorrência, fornecedores e, sobretudo, identificar os pontos fortes e fracos do empreendimento. A preparação de um Plano de Negócios exige persistência, comprometimento, pesquisa, trabalho duro e criatividade.

Destarte, o Plano de Negócios se configura como um bom ambiente para criar um Cenário para Investigação que cumpra com os objetivos de uma Educação Empreendedora e que, além disso, possa enriquecer as aulas de Matemática com atividades diversificadas.

Tendo em vista a Cartilha "Como Elaborar um Plano de Negócios" (SEBRAE, 2013) criamos uma sequência didática que constitui no estudo e na criação de um Plano de Negócios fictício (sobre a EducaTech Kids, uma *startup* que oferece cursos de programação para crianças de 8 a 12 anos), com as devidas simplificações para atender as necessidades dos alunos dos 7º anos, constituída de três etapas, como se segue:

### 4.4.1 Etapas da Sequência Didática

- **1ª etapa:** Introdução e a Primeira Parte do Plano de Negócios (sumário executivo, análise do mercado, produto/serviço e plano operacional). Destinada a 2 aulas de 45 minutos cada;

- **2ª etapa:** Segunda Parte do Plano de Negócios, o plano financeiro (investimento total, estimativa do faturamento, estimativa dos custos, demonstrativo dos resultados e indicadores de viabilidade). Destinada a 6 aulas de 45 minutos cada;
- **3ª etapa:** Terceira parte do Plano de Negócios, na qual discutimos estratégias de marketing, análise FOFA (Forças, Oportunidades, Fraquezas e Ameaças) e as considerações finais. Destinada a 2 aulas de 45 minutos cada.

Em termos gerais, a sequência didática foi projetada para ser aplicada nas duas primeiras semanas do ano letivo, um período reservado para acolher os alunos e revisar os conteúdos do ano anterior. Os professores da escola em que as atividades foram implementadas foram orientados pela coordenação para não iniciar os conteúdos do 7º ano durante esse período de início de ano letivo, pois os alunos ainda estão em processo de receber os livros didáticos. Durante o planejamento pedagógico, realizado antes do início do ano letivo, foi elaborado um Plano de Atividades (ver APÊNDICE-A, p. 50-52) que foi submetido à coordenação, a qual aprovou a implementação das atividades.

A seguir, apresentamos uma descrição detalhada de como as sequências foram concebidas e desenvolvidas.

#### 4.4.2 Folha de Atividades 1

Na primeira folha, organizamos atividades para introduzir os termos de empreendedorismo comumente utilizados na elaboração de um Plano de Negócios. Inicialmente, será proposta uma "chuva de ideias", na qual os alunos, incentivados pelo professor, farão um levantamento de palavras e ideias que transmitam as qualidades de uma pessoa empreendedora.

Em seguida, abordaremos o conteúdo da Folha de Atividades 1 (ver APÊNDICE-B, p. 69), que inclui uma introdução sobre o que é um Plano de Negócios e sua importância. Destacaremos a relevância de realizar um planejamento cuidadoso no papel antes de colocar as ideias em prática, a fim de evitar imprevistos e fracassos.

Na primeira parte do Plano de Negócios, os alunos irão estudar e preencher o Sumário Executivo, que em suma, é um resumo do Plano de Negócios e nele constam os dados dos empreendedores, experiência profissional e atribuições (aqui os alunos criariam o próprio perfil e se estabeleceriam como um dos sócios da empresa, já que o professor preencheu o seu perfil como sócio também), os dados do empreendimento (descrição, missão e visão do negócio). Nesta parte, estritamente como suporte pedagógico para pesquisas na internet, os alunos poderão utilizar o celular, para buscar termos e sanar possíveis dúvidas.

Em seguida, temos a Análise do Mercado, onde os alunos irão refletir e pesquisar sobre o público-alvo da empresa, as tendências do mercado e a concorrência. Desta forma, os alunos começarão a estabelecer um cenário (bem particular) que dará forma à sua versão da EducaTech Kids.

Na sequência, temos a reflexão do Produto e Serviço oferecidos pela empresa, que contém a descrição dos produtos e serviços oferecidos e o diferencial competitivo da marca. A todo momento os alunos serão convidados a completar e preencher as informações da cada seção.

E por fim, se dará o estudo do Plano Operacional, momento no qual os alunos pensarão na infra-estrutura da empresa e em seus processos-operacionais, isto é, na boa rotina de funcionamento da *startup*.

### 4.4.3 Folha de Atividades 2

É na segunda folha de atividades que trataremos do plano financeiro da empresa, espaço no qual são ricas as oportunidades para se trabalhar os conteúdos matemáticos listados nos objetivos do Plano de Atividades (frações, números decimais e suas operações, porcentagens e tabelas).

Em virtude disso, o plano financeiro foi mais detalhado nas atividades do que as outras partes de um Plano de Negócios. Iniciaremos com o Investimento Total, dividido em investimentos fixos (como a compra de máquinas, equipamentos, móveis e utensílios) o capital de giro - valor necessário ao funcionamento diário da empresa - (como estoque inicial e caixa mínimo) e os investimentos pré-operacionais (como despesas de legalização, reformas, etc.).

Depois dos investimentos, estudaremos a Estimativa do Faturamento Mensal da Empresa, onde listaremos os produtos e serviços oferecidos, seus valores e quantidades a fim de realizar as estimativas. Ainda no plano financeiro, teremos a Estimativa dos Custos Fixos Operacionais como aluguel, IPTU, energia elétrica, água, pro-labore, etc. Seguido do Demonstrativo dos Resultados, no qual estabeleceremos a relação entre a Receita Total com Vendas e os Custos Fixos Totais a fim de o Resultado Operacional (lucro ou prejuízo).

Por fim, teremos o estudo de alguns Indicadores de Viabilidade - lucratividade, rentabilidade e prazo de retorno do investimento.

Acreditamos que esta atividade sobre o plano financeira terá vários ambientes de pesquisa, reflexão e confronto com a realidade por parte dos alunos, ao buscar os preços das máquinas e equipamentos, sobre a busca pelos significados dos impostos como IPTU. Também será uma boa oportunidade para pensar na organização e busca dos dados, através de tabelas e a realização cálculos com números e valores aproximados, que poderá os levar a pensar sobre os erros de arredondamentos e etc.

A folha de atividades 2 encontra-se detalhada no APÊNDICE-C, na página 74.

### 4.4.4 Folha de Atividades 3

Na terceira folha de atividades, os alunos irão estudar e estabelecer as Estratégias de Marketing, relativos à estratégia de promoção da marca - promoção engloba todas as iniciativas voltadas para apresentar, informar, persuadir ou relembrar os clientes sobre a compra dos seus produtos ou serviços, em detrimento dos oferecidos pelos concorrentes - e à estratégia de precificação. Também realizarão a análise das Forças, Oportunidades, Fraquezas e Ameaças (FOFA) com o propósito de estimular a capacidade analítica e a criatividade, tendo em vista que essa análise leva o aluno a pensar nos aspectos favoráveis e desfavoráveis do negócio, dos seus proprietários e do mercado. Encerramos com as considerações finais sobre o Plano de Negócios e uma socialização, em que cada aluno compartilhou seus cenários e resultados.

Após a conclusão do plano de negócios, os alunos foram incentivados a simular uma variedade de valores e cenários para a empresa. Eles também foram encorajados

a considerar situações pessimistas, como queda nas vendas e/ou aumento dos custos, e otimistas, como crescimento do faturamento e redução das despesas. Com isso, eles planejaram ações para mitigar adversidades e capitalizar em oportunidades favoráveis.

Para mais detalhes sobre a Atividade 3, ver APÊNDICE-D p. 85.

## 5 Aplicação das Atividades

Todas as atividades foram realizadas em duplas, visando facilitar a comunicação entre os alunos e reconfigurar o ambiente da sala de aula, fugindo do tradicional. Além disso, promoveu-se a comunicação entre duplas diferentes, estimulando um maior confronto de ideias e troca de informações.

Devido à falta de familiaridade dos estudantes com a metodologia e o formato das atividades aplicadas, enfrentamos algumas dificuldades na execução das primeiras tarefas. Por esse motivo, foi necessário um pouco mais de tempo do que o esperado para concluir as etapas iniciais.

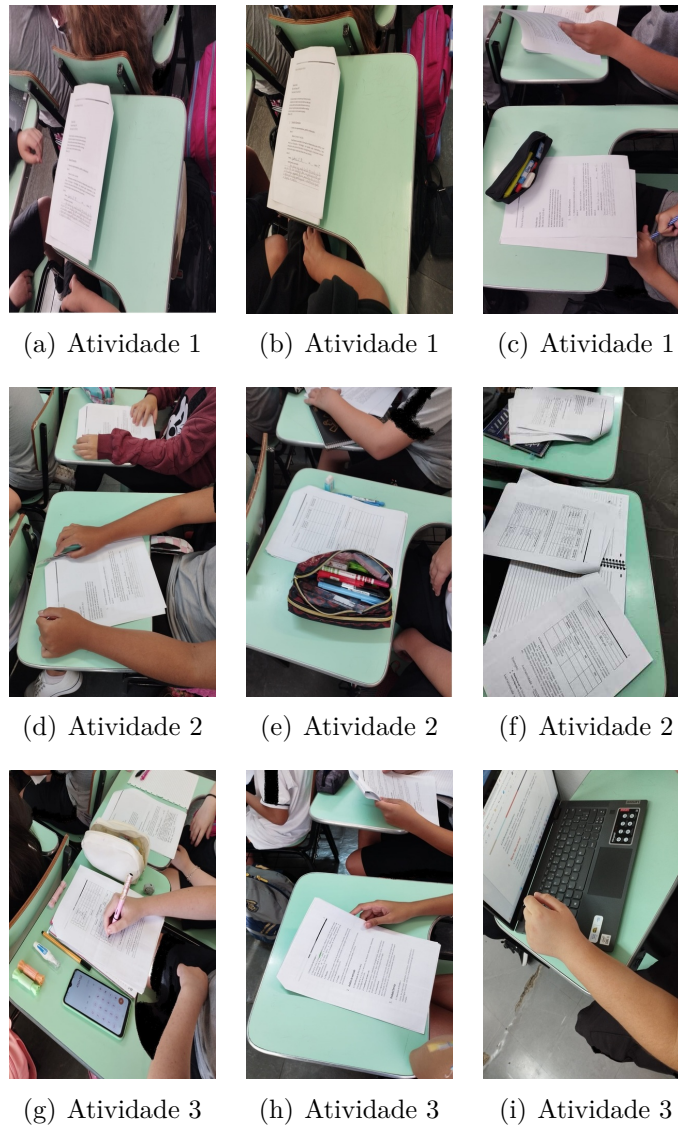


Figura 2 – Registros das aplicações das atividades.

## 5.1 Cronograma

Iniciamos a aplicação das atividades no início do primeiro bimestre letivo do ano de 2024, precisamente no dia 30 de janeiro e as atividades foram até 09 de fevereiro.

Tabela 2 – Cronograma de Aplicação das Atividades

<b>Atividade</b>	<b>Data</b>	<b>Número de aulas necessárias</b>
Folha de atividades 1	30/01/2024 31/01/2024	3
Folha de atividades 2	01/02/2024 02/02/2024 05/02/2024 06/02/2024	6
Folha de atividades 3	07/02/2024 08/02/2024	2
Encerramento	09/02/2024	1

Cada um dos dias mencionados na tabela anterior consistiu de uma ou duas aulas com a duração de 45 minutos cada.

## 5.2 Quantitativo de Atividades Entregues

A maioria das atividades foi desenvolvida em sala de aula, com exceção dos estudantes que enfrentaram dificuldades com o tempo de execução e precisaram concluí-las em casa. Quarenta alunos entregaram as atividades completas, enquanto 15 as entregaram de forma incompleta. A quantidade de atividades entregues está registrada na tabela a seguir.

Tabela 3 – Quantitativo de Atividades Concluídas

<b>Atividade</b>	<b>Concluídos</b>	<b>Não concluídos</b>
Folha de atividades 1	55	0
Folha de atividades 2	40	15
Folha de atividades 3	55	0

Em uma das turmas, um aluno público-alvo da educação especial com o diagnóstico de autismo, realizou as atividades em seu notebook e realizou as entregas no formato digital, em virtude de não ter habilidades motoras finas bem desenvolvidas a ponto de utilizar papel, lápis, etc. Não foi necessário adaptar o conteúdo das atividades, foi suficiente a orientação da professora auxiliar que o acompanha.

## 5.3 Análise

Neste capítulo, dedicamos nossa atenção à análise das resoluções feitas pelos estudantes para cada item das folhas de atividades, avaliando se conseguimos atingir os

objetivos propostos. Além disso, iremos discutir as modificações feitas durante a aplicação das atividades e identificar quais ajustes podem ser implementados para aprimorar as folhas de atividades em futuras aplicações.

Durante a aplicação das atividades, duas perguntas surgiram com frequência: "O que devo fazer, professor?" e "Está correto assim?". Ficou evidente a dificuldade de interpretação e a dependência dos estudantes em relação à orientação e validação por parte do professor. Diante dessa constatação, realizamos leituras conjuntas para que se sentissem mais confiantes e pudessem progredir de forma autônoma.

### 5.3.1 Folha de Atividades 1 - Sumário Executivo ao Plano Operacional

#### 5.3.1.1 Sumário Executivo

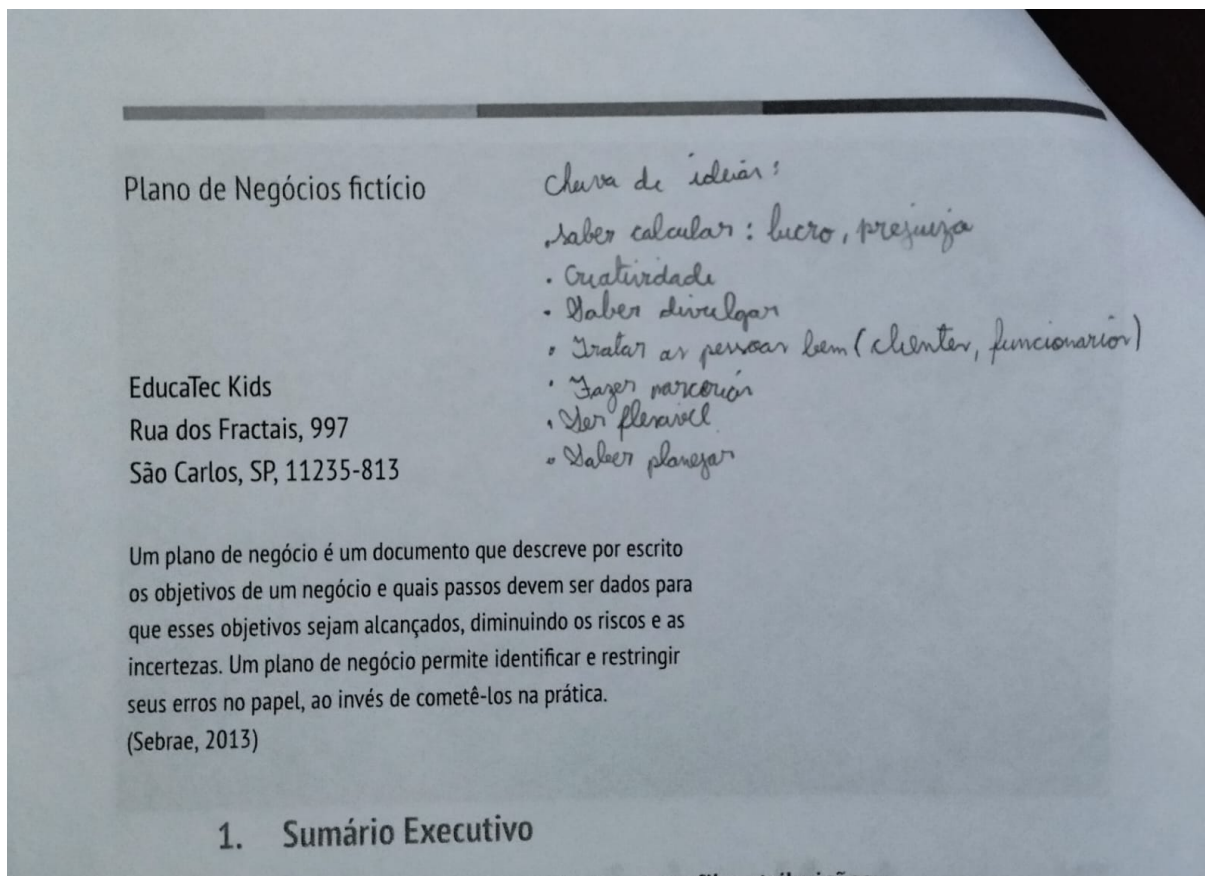
A folha não foi elaborada com um espaço para se fazer a "chuva de ideias" sobre as competências empreendedoras, pois essa ideia surgiu no início da primeira aplicação da atividade - seria interessante ter um espaço próprio para essa tarefa em aplicações futuras. A escolha das palavras foi feita de forma colaborativa, onde os alunos foram incitados a pensar no significado da palavra empreendedor e começaram a elencar as características desejáveis em um pessoa empreendedora.

Na Figura 7 abaixo, temos um exemplo das palavras levantadas em uma das turmas. Destacamos a criatividade, saber planejar, saber divulgar (que mais adiante na folha de atividades 3, foi formalizado o conceito de marketing, e foi destacada a importância das redes sociais como meio de divulgação), ser flexível, fazer parcerias, lidar bem com pessoas e saber calcular.

No momento que a expressão "saber calcular" foi citada, o professor perguntou o precisamente seria saber calcular nesse contexto, com isso, os alunos explicaram que o saber calcular seria calcular "lucro" e "prejuízo". Noções essas que, não foram formalizadas ainda, pois não demos início ao estudos dos números inteiros, ou seja, não há clareza se os alunos associavam a ideia de prejuízo com os números negativos.

Cabe notar que no início das atividades os alunos ficaram empolgados por formarem duplas e que não encontraram dificuldades em participar da "chuva de ideias", quase a totalidade da turma contribuiu com essa etapa.

Figura 3 – Chuva de Ideias: competências empreendedoras.



(a) Fonte: Autor.

Posteriormente, destacou-se a importância de os sócios delinearem seus perfis, identificando suas principais qualidades empreendedoras, conforme mostrado na Figura 8 (a), (b) e (c). Os alunos se inspiraram nas palavras reunidas durante a "chuva de ideias", bem como no exemplo do professor, que se apresentou e se colocou como um dos sócios.

Os alunos expressaram dificuldade em descrever a si mesmos, admitindo não estarem acostumados a elogiar suas próprias qualidades, o que se tornou um obstáculo para alguns deles. Para contornar essa situação, o professor sugeriu que aqueles com dificuldades em apresentar suas qualidades pudessem pedir a um colega para fazê-lo por eles. Essa abordagem permitiu que todos criassem seus perfis, destacando a importância do trabalho colaborativo entre os alunos e promovendo uma visão positiva que os colegas têm uns dos outros. Esse desdobramento não previsto da atividade enriqueceu as práticas de acolhimento dos alunos realizadas no início do ano letivo.

Ainda se nota que, ao compartilharem os perfis dos alunos, estes perceberam que as diferentes características dos colegas seriam benéficas para a empresa. Cada um teria algo valioso a contribuir em várias áreas, como planejamento, cálculos, divulgação, entre outras. Fato este que valorizou a importância da diversidade de perfis na sala. Para a maioria dos alunos, esta foi a primeira vez que confeccionaram um currículo. Mesmo que breve, essa experiência já representa um preparo para o mercado de trabalho.

Figura 4 – Perfil do empreendedor - 1.

**Nome:** Conrado V. da Silva

**Perfil (breve currículo):** é formado em Matemática pela UFSCar, com ênfase em Educação e Tecnologia. Sua paixão pela matemática e seu entusiasmo pelo potencial educativo da programação o motivaram a buscar maneiras de integrar essas duas áreas em sua carreira.

**Sócio 2:**

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Nº:** \_\_\_\_\_ **Série:** 7º

**Perfil (breve currículo):**  
 Sou aluno na escola \_\_\_\_\_ da turma do 7ºB. Sou criativo, bom no planejamento, adepto na tecnologia, quando tenho auxílio sei investir e espero que minha participação e colaboração ajude a empresa a evoluir.

(a) Fonte: Autor.

Figura 5 – Perfil do empreendedor - 2.

**1. Sumário Executivo**

**1.1 Dados dos empreendedores, perfil e atribuições:**

**Sócio 1:**

**Nome:** Conrado V. da Silva

**Perfil (breve currículo):** é formado em Matemática pela UFSCar, com ênfase em Educação e Tecnologia. Sua paixão pela matemática e seu entusiasmo pelo potencial educativo da programação o motivaram a buscar maneiras de integrar essas duas áreas em sua carreira.

**Sócio 2:**

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Nº:** \_\_\_\_\_ **Série:** 7ªA

**Perfil (breve currículo):**  
 Estudante de \_\_\_\_\_, sou apaixonado por matemática e estratégia. Já tive aulas de programação, sou planejador.

(a) Fonte: Autor.

Figura 6 – Perfil do empreendedor - 3.

**1. Sumário Executivo**

**1.1 Dados dos empreendedores, perfil e atribuições:**

**Sócio 1:**

**Nome:** Conrado V. da Silva

**Perfil (breve currículo):** é formado em Matemática pela UFSCar, com ênfase em Educação e Tecnologia. Sua paixão pela matemática e seu entusiasmo pelo potencial educativo da programação o motivaram a buscar maneiras de integrar essas duas áreas em sua carreira.

**Sócio 2:**

**Nome:** [redacted] **N°:** [redacted] **Série:** 7<sup>º</sup>B

**Perfil (breve currículo):**  
É aluna de [redacted]. Sua paixão é por marketing/divulgação, organização, é uma pessoa criativa que gosta de interagir com as pessoas.

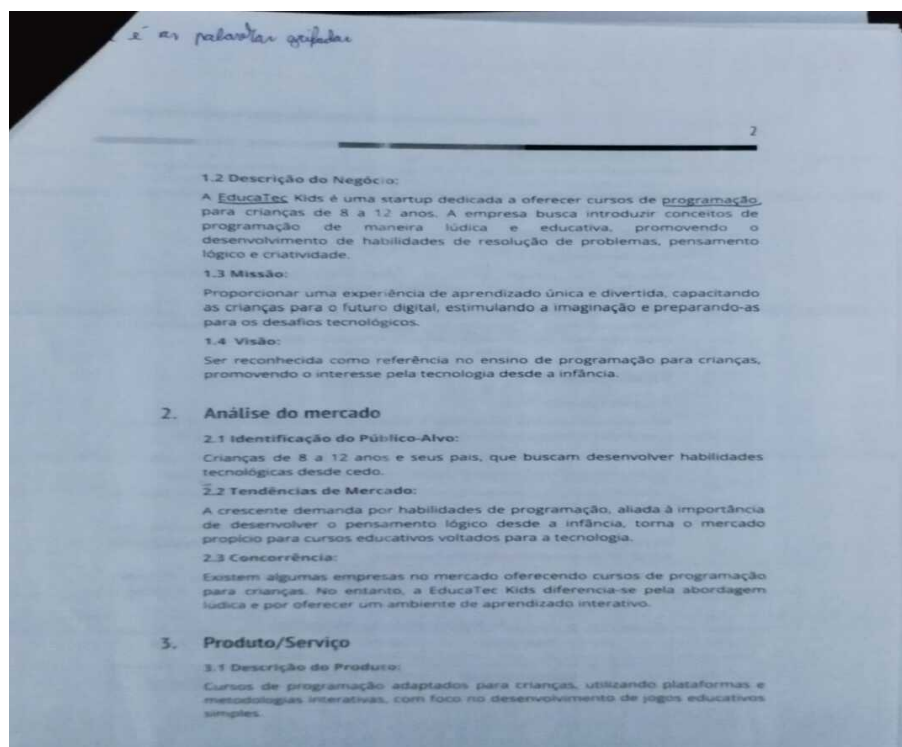
(a) Fonte: Autor.

No Sumário Executivo, os alunos iniciaram a criação dos cenários de investigação, abordando a descrição do negócio, a missão e a visão. Partindo de um ponto comum, eles assumiram o papel de sócios em uma *startup* educacional chamada EducaTech Kids. Essa empresa tem como foco oferecer cursos de programação para crianças de 8 a 12 anos.

#### 5.3.1.2 Análise do Mercado; Produto/Serviço; Plano Operacional

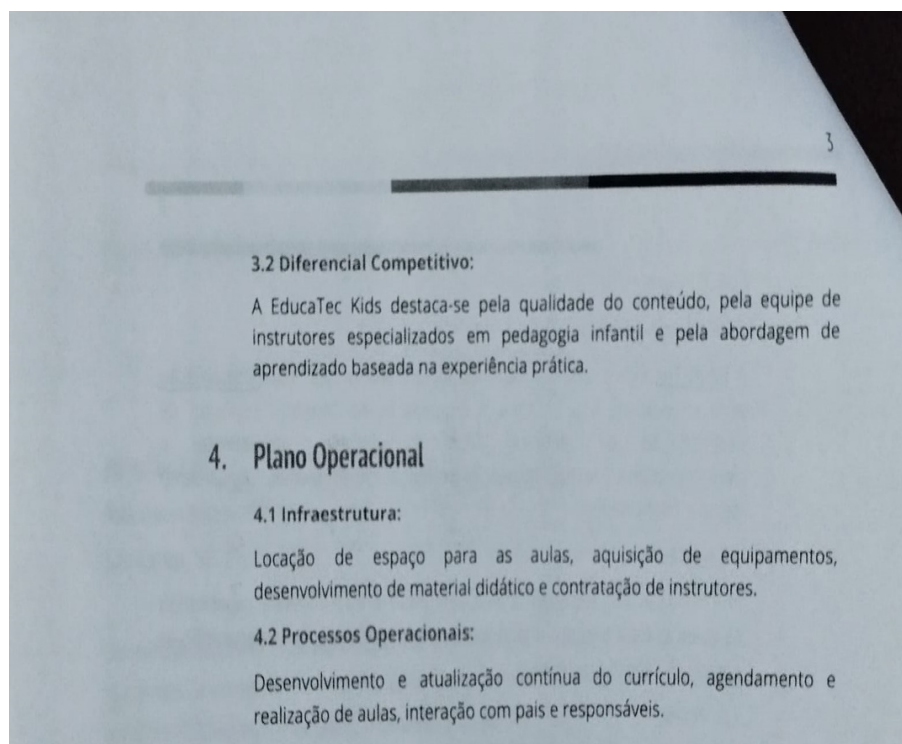
Prosseguindo com a elaboração dos cenários para investigação, os alunos descreveram os itens de análise de mercado, produto e serviço, bem como o plano operacional, conforme mostrado na Figura 9 (a) e (b). Neste estágio, surgiram dúvidas sobre o vocabulário, levando-os a realizar pesquisas sobre termos como "startup" e "programação". Além disso, os alunos foram incentivados a esclarecer o significado do público-alvo da empresa, o que conseguiram fazer com base no contexto.

Figura 7 – Mercado, produto/serviço e plano operacional - 1.



(a) Fonte: Autor.

Figura 8 – Mercado, produto/serviço e plano operacional - 2.



(a) Fonte: Autor.

Neste momento, alguns alunos associaram o conteúdo da atividade com programas de televisão como *Skark Tank*, *Pequenas Empresas e Grandes Negócios* e, também, relacionaram o conteúdo da atividade com a atividade laboral dos pais, que são possivelmente micro ou pequenos empreendedores.

### 5.3.2 Folha de Atividades 2 - Plano Financeiro

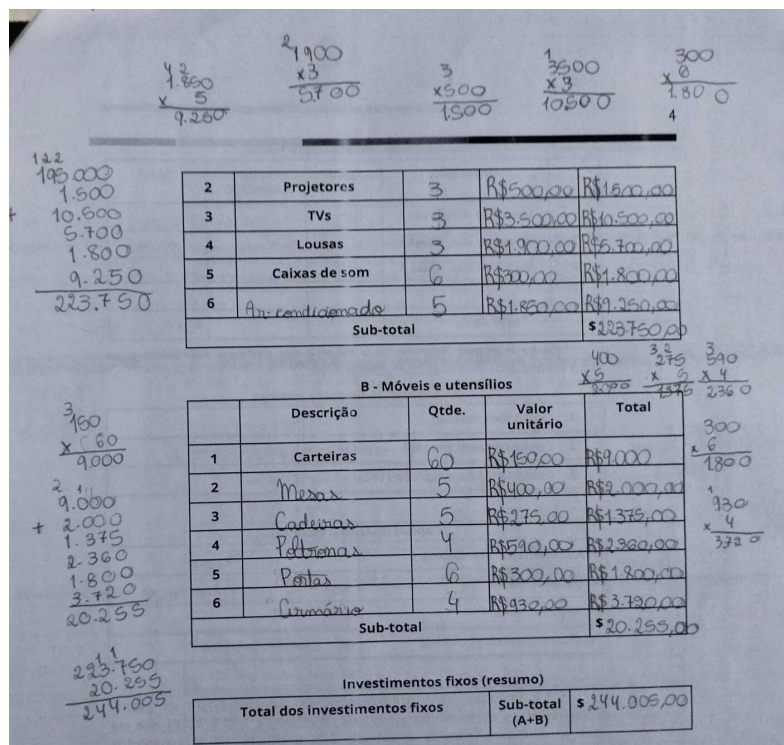
Antes de iniciar a folha de atividades 2, explicamos que ela seria uma parte crucial do plano de negócios, pois ajudaria a aproximar as ideias da empresa da sua implementação no mundo real. Também discutimos o uso de estimativas e arredondamentos na Matemática, destacando que cada aproximação carrega consigo um erro associado, muitas vezes passível de ser quantificado. Inicialmente, alguns alunos não compreenderam completamente o significado dessa conversa. No entanto, à medida que se depararam com a necessidade de arredondar resultados de divisões com números decimais e entenderam como isso influenciava as porcentagens, a ficha finalmente caiu.

Devido à complexidade do plano financeiro, explicamos que ele seria dividido em várias seções: investimentos totais (incluindo investimentos fixos, capital de giro e investimentos pré-operacionais), estimativa do faturamento mensal, estimativa dos custos fixos operacionais mensais, demonstrativo dos resultados e indicadores de viabilidade. Diante da quantidade significativa de informações a serem levantadas, enfatizamos que uma maneira eficaz de organizá-las seria por meio do uso de tabelas.

#### 5.3.2.1 Investimentos Fixos

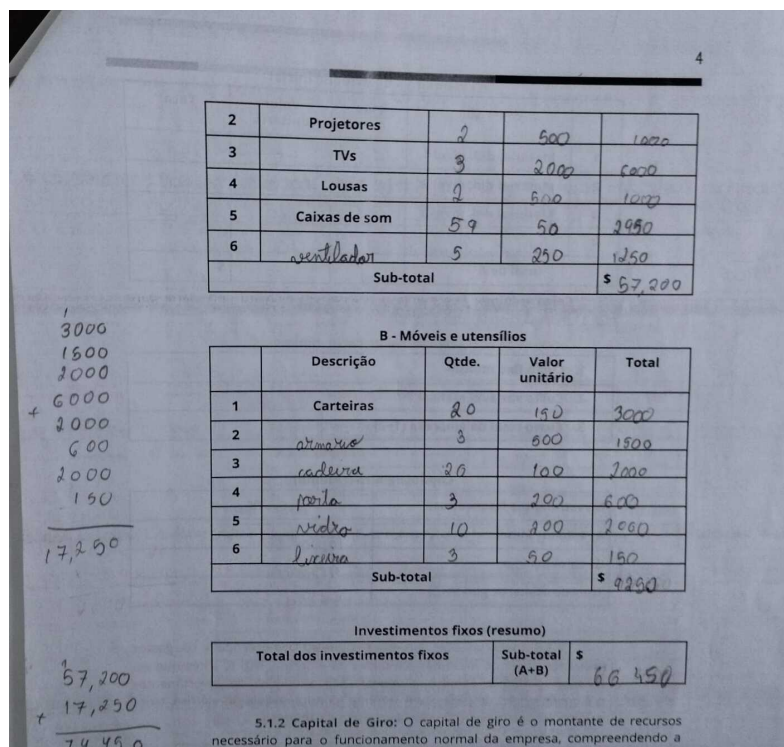
Começamos a estimativa dos investimentos fixos com o preenchimento de duas tabelas, a de Máquinas e Equipamentos e a de Móveis e Utensílios, como podemos ver na Figura 10. Neste momento, os alunos começaram a diferenciar seus cenários para investigação, uns pensando em uma pequena escola que investiria pouco e economizaria ao máximo para ir crescendo aos poucos e outros que investiram muito pensando em ter grande quantidade de alunos para ter altos lucros desde o princípio das operações.

Figura 9 – Atividade 2: investimentos fixos - 1.



(a) Fonte: Autor.

Figura 10 – Atividade 2: investimentos fixos - 2.



(a) Fonte: Autor.

Figura 11 – Atividade 2: investimentos fixos - 3.

4				
1	40.720			
	16.590			
	<u>57.310</u>			
2	Projetores	2	600	1.200,0
3	TVs	2	3.000	6.000,0
4	Lousas	1	1.200	1.200,0
5	Caixas de som	2	400	800,0
6	mural	1	120	120,0
Sub-total				\$40.720,0

B - Móveis e utensílios				
	Descrição	Qtde.	Valor unitário	Total
1	Carteiras	13	260,0	3.380
2	abacaxiadeiras	2	2.300,0	4.600,0
3	etiquetas	4	600,0	2.400,0
4	Balancetes	3	2.000	6.000,0
5	Sopas de leite	2	80,0	160,0
6	fixação	2	25,0	50,0
Sub-total				\$26.590

Investimentos fixos (resumo)		
Total dos investimentos fixos	Sub-total (A+B)	\$ 57.310,0

5.1.2 Capital de Giro: O capital de giro é o montante de recursos necessário para o funcionamento normal da empresa, compreendendo a compra de matérias-primas ou mercadorias, pagamento das despesas, etc.

(a) Fonte: Autor.

Figura 12 – Atividade 2: investimentos fixos - 4.

4				
2	Projetores	1	400	400
3	TVs	1	2.050,20	2.050,20
4	Lousas	5	1.000	5.000
5	Caixas de som	0	0	0
6	ventilador	5	140,30	700,50
Sub-total				\$35.451,30

B - Móveis e utensílios				
	Descrição	Qtde.	Valor unitário	Total
1	Carteiras	25	100	2.500
2	mesa	2	550,50	1.101
3	extintor	5	200,30	1.001,50
4	mural	3	200	600
5				
6				
Sub-total				\$4.762,40

Investimentos fixos (resumo)		
Total dos investimentos fixos	Sub-total (A+B)	\$40.753,70

5.1.2 Capital de Giro: O capital de giro é o montante de recursos necessário para o funcionamento normal da empresa, compreendendo a compra de matérias-primas ou mercadorias, pagamento das despesas, etc.

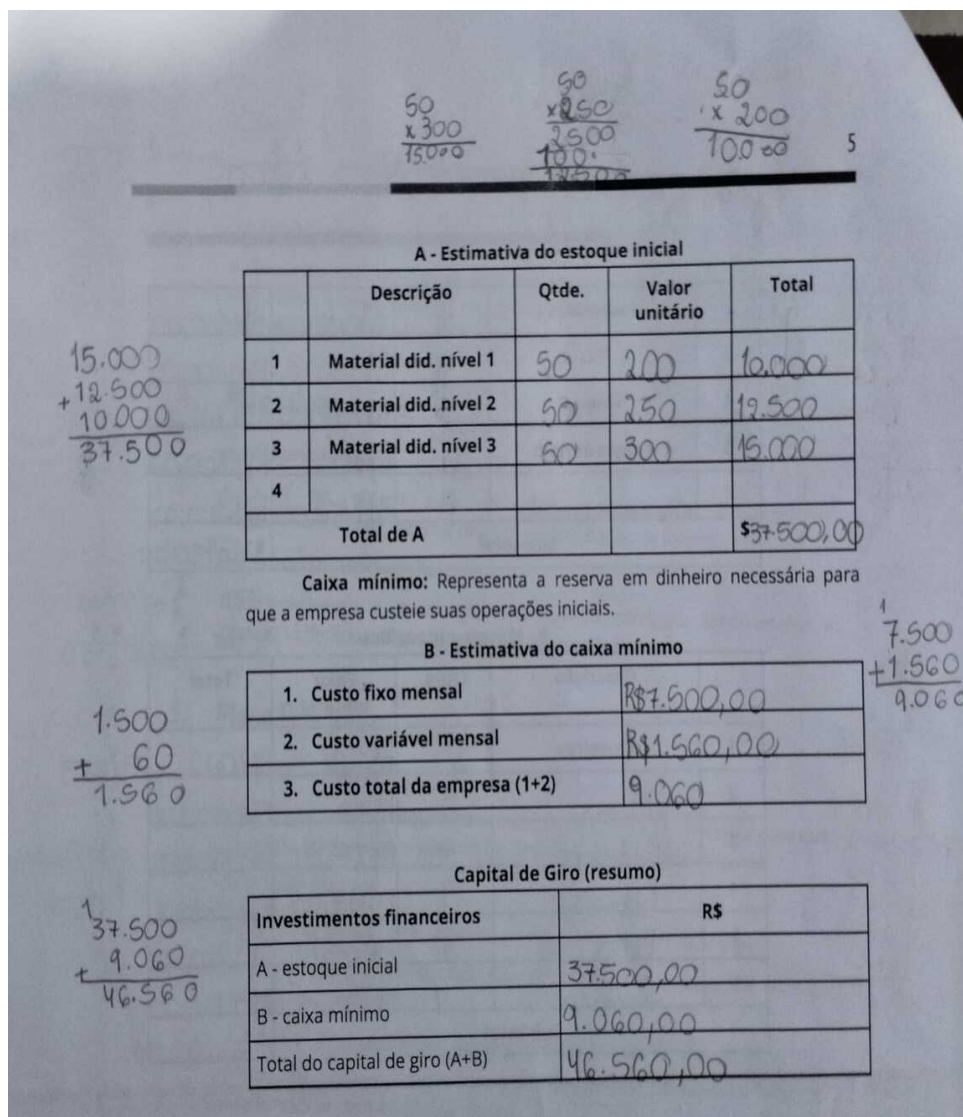
(a) Fonte: Autor.

No preenchimento dessas tabelas, os alunos encontraram uma grande necessidade de pesquisar os preços de itens como computadores, TVs, lousas, caixas de som, ventiladores, armários, cadeiras, entre outros. Esse processo de levantamento de preços enriqueceu o repertório dos alunos que não tinham uma ideia clara desses valores. Para calcular o subtotal de cada tabela, os alunos realizaram diversas operações de multiplicação e adição envolvendo números decimais. Observou-se que alguns enfrentaram dificuldades nessas operações, possivelmente devido à falta de prática durante as férias. Pontualmente, foi necessário retomar como fazer tais contas através de exemplos na lousa.

### 5.3.2.2 Capital de Giro

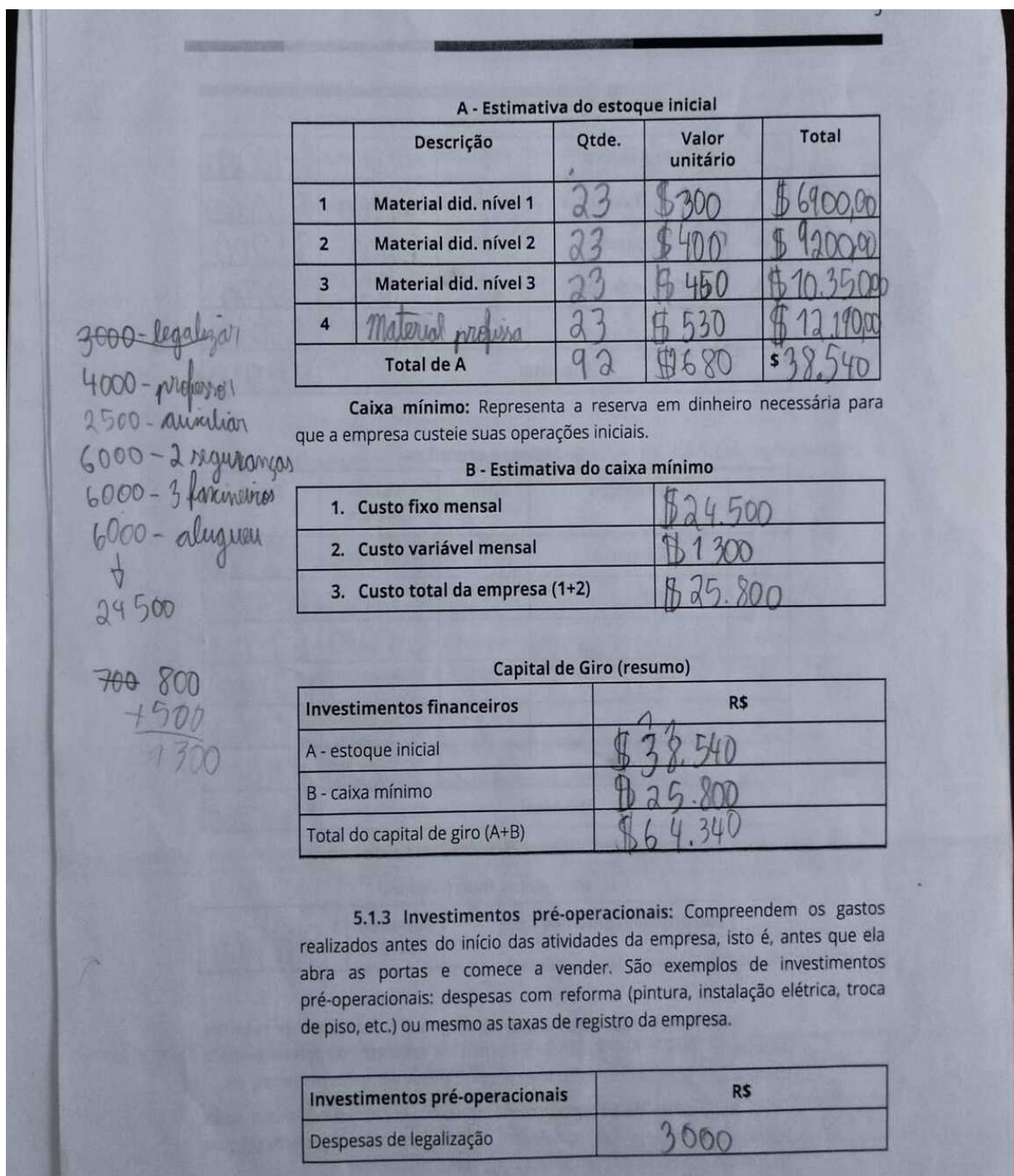
O termo "Capital de Giro" foi uma novidade para a turma, o que era previsto. Por isso, registramos seu significado na folha de atividades e o professor explicou, destacando exemplos, que se refere ao dinheiro reservado para despesas como pagamento de contas e compra de mercadorias.

Figura 13 – Atividade 2: capital de giro - 1.



(a) Fonte: Autor.

Figura 14 – Atividade 2: capital de giro - 2.



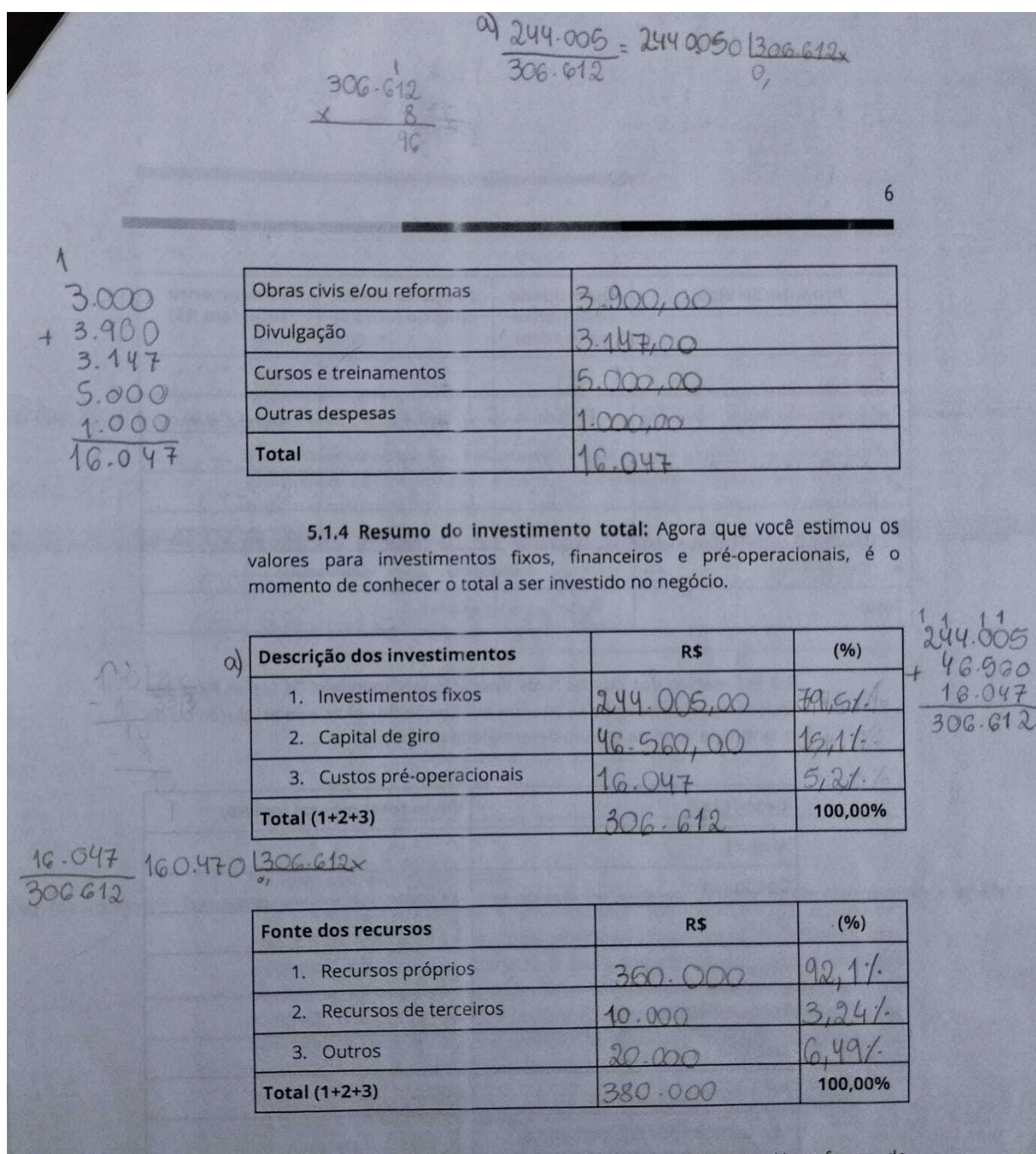
(a) Fonte: Autor.

Na Figura 11, podemos observar que os alunos estavam realizando os cálculos corretamente, sem o uso de calculadoras ou dispositivos semelhantes. Também é evidente a diferença entre os cenários: enquanto no cenário (a) o montante para o Capital de Giro é de R\$ 46.560,00, no cenário (b) é de R\$ 64.340,00. Além disso, nota-se que, na maioria das vezes, os alunos não consideravam os centavos, optando por fazer aproximações e considerar apenas as partes inteiras para facilitar os cálculos.

### 5.3.2.3 Investimentos Pré-Operacionais e Resumo do Investimento Total

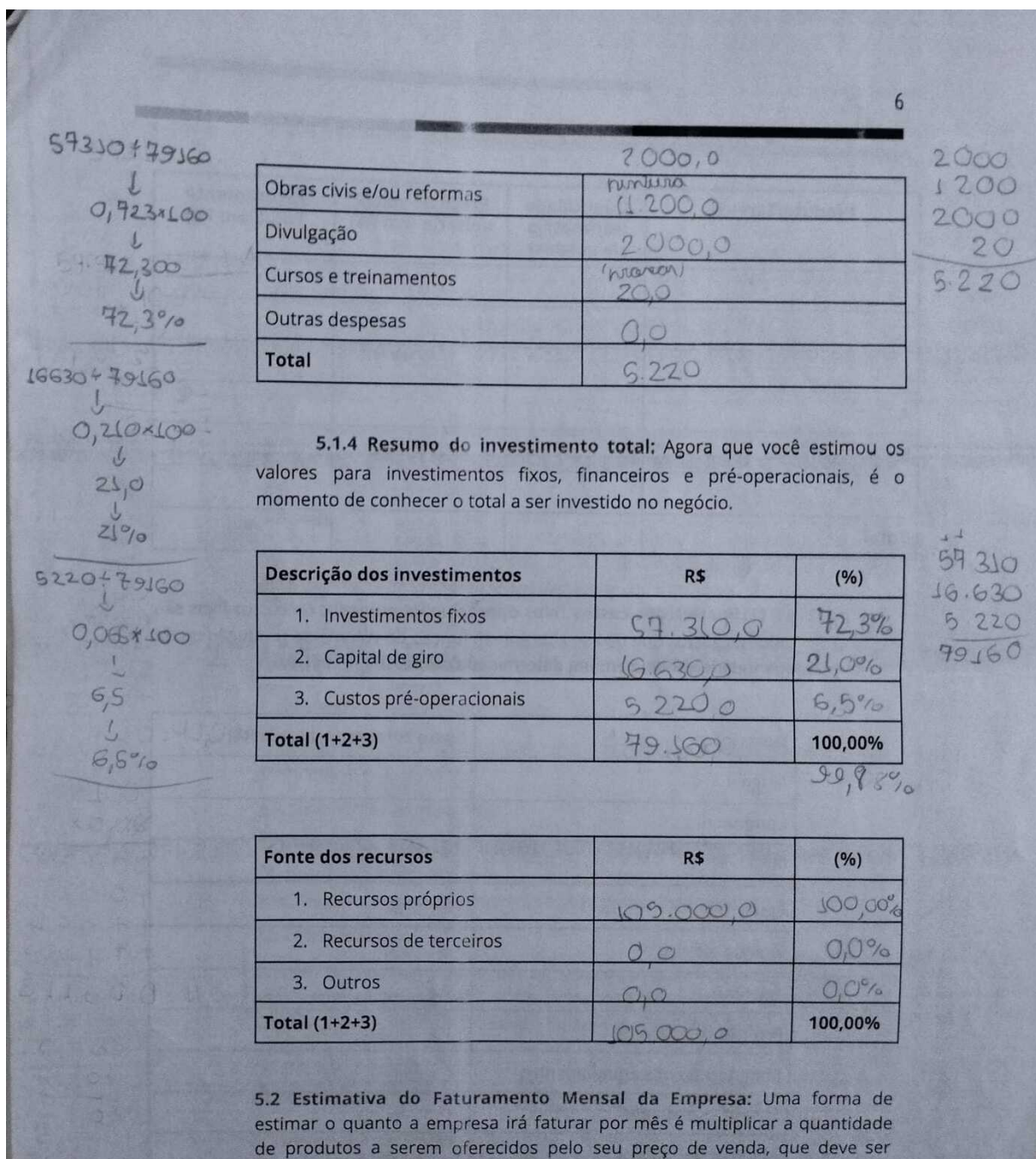
Os investimentos pré-operacionais englobam os gastos realizados antes do início das atividades da empresa, e este tópico suscitou diversas pesquisas interessantes. Uma delas foi sobre as despesas de legalização: os alunos descobriram, através de pesquisas na internet, que essas despesas variam de acordo com o tipo e o porte do negócio, bem como a localização da empresa. Outro exemplo foi a pesquisa sobre divulgação, na qual os alunos encontraram informações relevantes, como o custo médio de um *outdoor* na região central da cidade, que estava em torno de R\$ 3.000,00.

Figura 15 – Atividade 2: pré-operacionais e resumo - 1.



(a) Fonte: Autor.

Figura 16 – Atividade 2: pré-operacionais e resumo - 2.



(a) Fonte: Autor.

No resumo do investimento total, conforme ilustrado na Figura 12, surgiram duas grandes dificuldades. A primeira foi a necessidade de preencher a Tabela de Descrição dos Investimentos com valores obtidos nas tabelas preenchidas anteriormente; vários alunos estavam inventando novos valores por não perceberem essa exigência. Foi preciso intervir para alertá-los sobre esse problema. A segunda dificuldade envolveu o cálculo das porcentagens, pois praticamente todos os alunos tiveram dificuldade nesse aspecto. Foi necessário revisar todo o conteúdo relacionado a porcentagens, incluindo sua definição como fração decimal, os métodos para calcular a porcentagem de uma quantidade e, principalmente, como expressar uma quantidade na forma de porcentagem em relação a

um todo.

Os estudantes notaram por si mesmos que os números escolhidos não facilitavam os cálculos, pois eram grandes e raramente resultavam em números decimais exatas com poucas casas decimais. Nesse ponto, os alunos receberam instruções para realizar truncamentos e arredondamentos com uma precisão de três casas decimais. Como evidenciado na Figura 12, item (a), a soma das porcentagens não totaliza exatamente 100%, o que causou insatisfação entre os alunos, que suspeitavam de erros nas contas. Nesse momento, retomamos a discussão inicial sobre estimativas e os erros de aproximação decorrentes dos truncamentos e arredondamentos que eles aplicaram, além de discutirmos sobre uma margem de erro aceitável para o contexto.

#### 5.3.2.4 Estimativa do Faturamento Mensal e dos Custos Mensais

Neste ponto, os alunos já haviam assimilado a técnica de estimar o faturamento mensal da empresa, multiplicando a quantidade de produtos a serem oferecidos pelo preço de venda. No entanto, alguns alunos enfrentaram uma pequena dificuldade ao tentar distinguir entre o preço pelo qual adquiriram os produtos no estoque inicial e o valor que deveriam estabelecer para as vendas. Eles acabaram utilizando o mesmo valor para ambos, o que não resultaria em nenhum lucro.

Figura 17 – Atividade 2: estimativa de vendas - 1.

7

• o quanto seus potenciais clientes estão dispostos a pagar.

Produto/Serviço	Quantidade (estimativa de vendas)	Preço de venda unitário (em R\$)	Faturamento Total (em R\$)
1. Curso básico	69	\$ 1.250,00	\$ 86.250,00
2. Curso avançado (+)	23	\$ 1.750,00	\$ 40.250,00
3. Material 1	23	\$ 300	\$ 6.900,00
4. Material 2	23	\$ 400	\$ 9.200,00
5. Material 3	23	\$ 450	\$ 10.350,00
6. Material +	23	\$ 530	\$ 12.190,00
<b>Total</b>	<b>284</b>	<b>\$ 4.680</b>	<b>\$ 165.140,00</b>

5.3 Estimativa dos custos fixos operacionais mensais: Os custos fixos são todos os gastos que não se alteram em função do volume de produção ou da quantidade vendida em um determinado período.

Descrição	Custo total mensal (em R\$)
Aluguel	\$ 6.000
Condomínio	\$ 2.000
IPU	\$ 3.000
Água	\$ 500
Energia elétrica	\$ 800
Telefone	\$ 100
Pró-labore	\$ 16.514
Manutenção dos equipamentos	\$ 2.000
Salários + encargos	\$ 18.500
Material de limpeza	\$ 3.000

(a) Fonte: Autor.

Figura 18 – Atividade 2: estimativa de vendas - 2.

7

o quanto seus potenciais clientes estão dispostos a pagar.

Produto/Serviço	Quantidade (estimativa de vendas)	Preço de venda unitário (em R\$)	Faturamento Total (em R\$)
1. material did. míssel 1	12	250,0	3000,0
2. material did. míssel 2	12	250,0	3000,0
3. material did. míssel 3	12	250,0	3000,0
4. Cardemon	12	40,0	480
5. plataforma online	12	30,0	360,0
6. reserva online	12	25,0	300,0
<b>Total</b>	<b>72</b>	<b>845,0</b>	<b>10.140</b>

**5.3 Estimativa dos custos fixos operacionais mensais:** Os custos fixos são todos os gastos que não se alteram em função do volume de produção ou da quantidade vendida em um determinado período.

Descrição	Custo total mensal (em R\$)
Aluguel	1.800,0
Condomínio	0
IPTU	80,0
Água	120,0
Energia elétrica	360,0
Telefone	250,0
Pró-labore	6.000,0
Manutenção dos equipamentos	500,0
Salários + encargos	6.400
Material de limpeza	150,0

(a) Fonte: Autor.

Ao estimarem os custos fixos operacionais mensais, os alunos exploraram temas de pesquisa interessantes, como o significado do IPTU (Imposto sobre Propriedade Predial e Territorial Urbana) e como calcular seu valor, os custos das contas de água e energia elétrica, o pró-labore (salário dos sócios), os salários dos funcionários e os encargos trabalhistas.

### 5.3.2.5 Demonstrativo dos Resultados

Após coletarem informações sobre as estimativas de faturamento e os custos totais (fixos e variáveis), os alunos foram instruídos a prever o resultado da empresa para determinar se ela operaria com lucro ou prejuízo. Visto que as turmas ainda não haviam estudado formalmente o Conjunto dos Números Inteiros, não estavam familiarizadas com suas operações. No entanto, intuitivamente, os alunos conseguiram associar o lucro a um valor positivo e o prejuízo a um valor negativo, mas foi preciso que o professor explicasse que para determinar o resultado operacional deveria-se calcular a diferença entre a receita total com vendas e os custos fixos totais.

Figura 19 – Atividade 2: demonstrativo dos resultados - 1.

8

Material de escritório	150
Outras despesas	500
Total	27.400

**5.3 Demonstrativo dos resultados:** Após reunir as informações sobre as estimativas de faturamento e os custos totais (fixos e variáveis), é possível prever o resultado da empresa, verificando se ela possivelmente irá operar com lucro ou prejuízo.

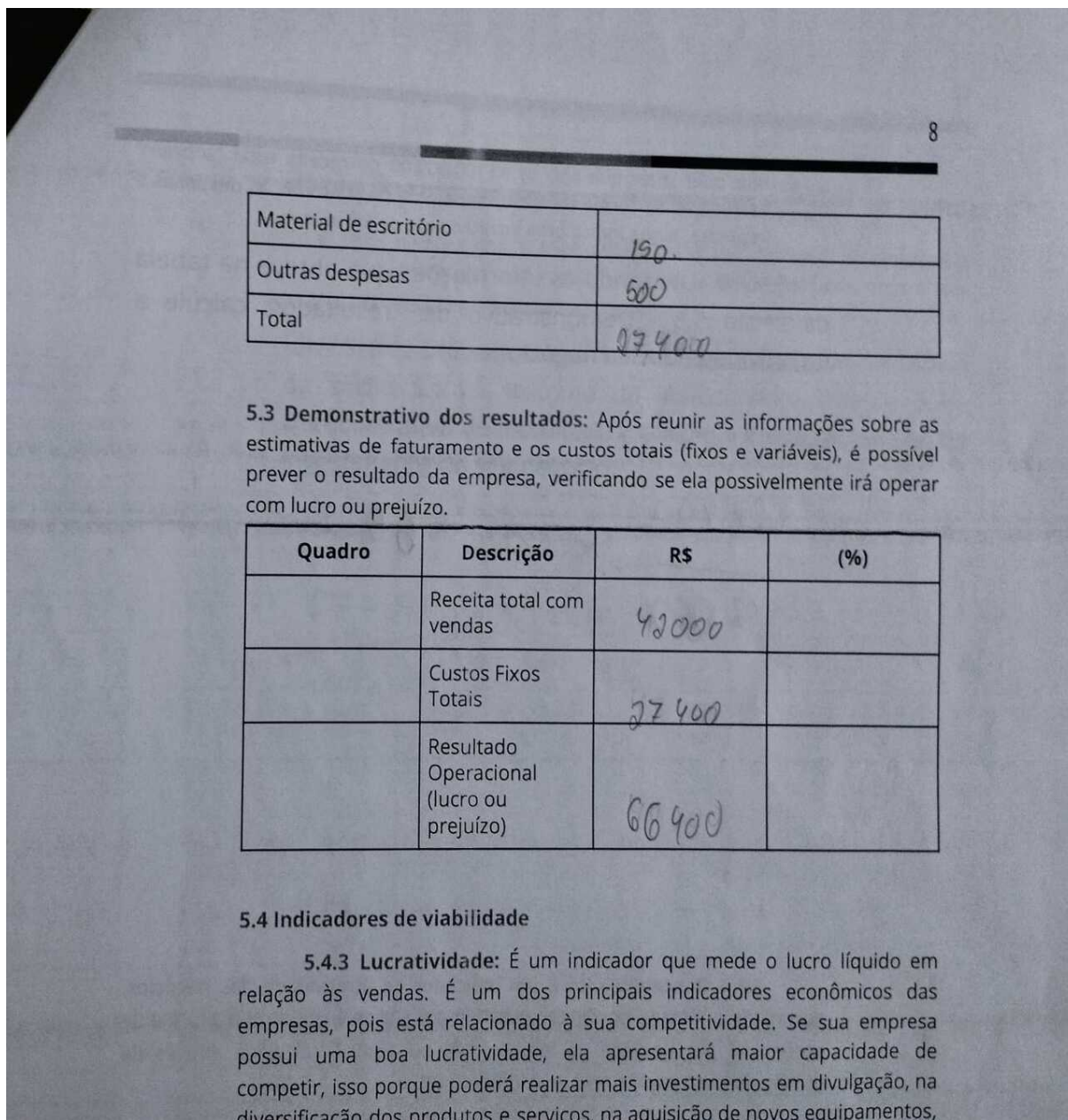
Quadro	Descrição	R\$	(%)
	Receita total com vendas	42.000	
	Custos Fixos Totais	27.400	
	Resultado Operacional (lucro ou prejuízo)	66.400	

**5.4 Indicadores de viabilidade**

**5.4.3 Lucratividade:** É um indicador que mede o lucro líquido em relação às vendas. É um dos principais indicadores econômicos das empresas, pois está relacionado à sua competitividade. Se sua empresa possui uma boa lucratividade, ela apresentará maior capacidade de competir, isso porque poderá realizar mais investimentos em divulgação, na

(a) Fonte: Autor.

Figura 20 – Atividade 2: demonstrativo dos resultados - 2.



(a) Fonte: Autor.

Figura 21 – Atividade 2: demonstrativo dos resultados - 3.

8

Material de escritório	\$ 10.000
Outras despesas	
Total	59.474

**5.3 Demonstrativo dos resultados:** Após reunir as informações sobre as estimativas de faturamento e os custos totais (fixos e variáveis), é possível prever o resultado da empresa, verificando se ela possivelmente irá operar com lucro ou prejuízo.

Quadro	Descrição	R\$	(%)
	Receita total com vendas	\$ 165.140,00	
	Custos Fixos Totais	\$ 59.474	
	Resultado Operacional (lucro ou prejuízo)	105.726 Lucro	

**5.4 Indicadores de viabilidade**

**5.4.3 Lucratividade:** É um indicador que mede o lucro líquido em relação às vendas. É um dos principais indicadores econômicos das empresas, pois está relacionado à sua competitividade. Se sua empresa possui uma boa lucratividade, ela apresentará maior capacidade de competir, isso porque poderá realizar mais investimentos em divulgação, na diversificação dos produtos e serviços, na aquisição de novos equipamentos, etc.

$$\text{Lucratividade} = \frac{\text{lucro líquido}}{\text{receita total}} \times 100$$

Exemplo:

(a) Fonte: Autor.

Figura 22 – Atividade 2: demonstrativo dos resultados - 4.

13.650  
+ 200  
13.850

8

Material de escritório	200,0
Outras despesas	0
Total	13850

**5.3 Demonstrativo dos resultados:** Após reunir as informações sobre as estimativas de faturamento e os custos totais (fixos e variáveis), é possível prever o resultado da empresa, verificando se ela possivelmente irá operar com lucro ou prejuízo.

Quadro	Descrição	R\$	(%)
	Receita total com vendas	10.140	
	Custos Fixos Totais	13.850	
	Resultado Operacional (lucro ou prejuízo)	- 3710	

13.850  
- 10.140  
3.710

**5.4 Indicadores de viabilidade**

**5.4.3 Lucratividade:** É um indicador que mede o lucro líquido em relação às vendas. É um dos principais indicadores econômicos das empresas, pois está relacionado à sua competitividade. Se sua empresa possui uma boa lucratividade, ela apresentará maior capacidade de competir, isso porque poderá realizar mais investimentos em divulgação, na

(a) Fonte: Autor.

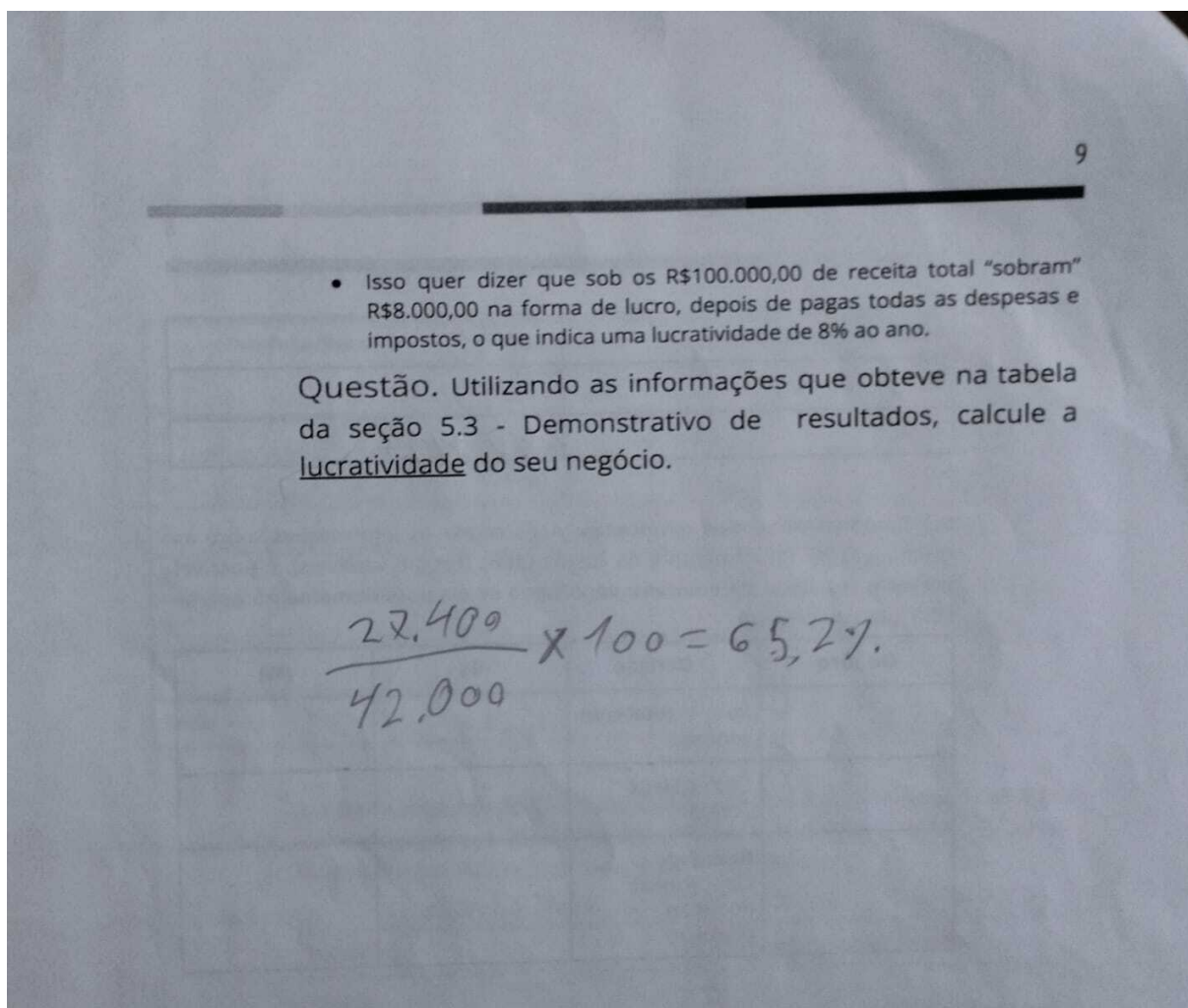
Conforme observado na Figura 14, nos itens (a) e (b), os alunos tiveram dificuldade em calcular a diferença entre a receita total com vendas e os custos fixos totais, optando por realizar uma soma que não atente às condições do problema. No entanto, no item (c), um aluno obteve um resultado satisfatório, concluindo que sua empresa operaria com lucro. Já no item (d), outro aluno corretamente identificou que sua empresa operaria com prejuízo, conforme as condições por ele estabelecidas.

#### 5.3.2.6 Indicadores de Viabilidade

Foi nesta etapa, dos indicadores de viabilidade, que 15 dos alunos entregaram em branco, possivelmente por falta de tempo (por faltarem em algumas das aulas).

Trouxemos três indicadores a lucratividade, a rentabilidade e o prazo de retorno do investimento. Cada um deles foi exposto com um parágrafo explicativo, uma fórmula escrita por extenso (sem a utilização de símbolos, visto que os alunos ainda não estão familiarizados com os conceitos de incógnita e variável) e um exemplo com valores hipotéticos para ilustrar como se faz as contas. Em seguida, para cada indicador, também foi feita uma questão, que indicava no enunciado onde buscar os valores para efetuar o cálculo.

Figura 23 – Atividade 2: indicadores de viabilidade - 1.



9

- Isso quer dizer que sob os R\$100.000,00 de receita total "sobram" R\$8.000,00 na forma de lucro, depois de pagas todas as despesas e impostos, o que indica uma lucratividade de 8% ao ano.

Questão. Utilizando as informações que obteve na tabela da seção 5.3 - Demonstrativo de resultados, calcule a lucratividade do seu negócio.

$$\frac{27.400}{42.000} \times 100 = 65,27.$$

(a) Fonte: Autor.

Figura 24 – Atividade 2: indicadores de viabilidade - 2.

10

$$\text{Rentabilidade} = \frac{8.000,00}{32.000,00} \times 100 = 25\% \text{ ao ano}$$

- Isso significa que, a cada ano, o empresário recupera 25% do valor investido através dos lucros obtidos no negócio.

Questão. Utilizando as informações que obteve na tabela da seção 5.1.4 - Resumo do investimento total e 5.3 - Demonstrativo de resultados, calcule a rentabilidade do seu negócio.

$$\frac{27.400}{179.450} \times 100 = 15,2\% \text{ ao ano}$$

(a) Fonte: Autor.

Figura 25 – Atividade 2: indicadores de viabilidade - 3.

11

$$\text{Prazo de retorno do investimento} = \frac{32.000,00}{8.000,00} = 4 \text{ anos}$$

- Isso significa que, 4 anos após o início das atividades da empresa, o empreendedor terá recuperado, sob a forma de lucro, tudo o que gastou com a montagem do negócio.

Questão. Utilizando as informações que obteve na tabela da seção 5.1.4 - Resumo do investimento total e 5.3 - Demonstrativo de resultados, calcule o Prazo de retorno do investimento do seu negócio.

$$\frac{179.450}{27.400} = 6 \text{ anos}$$

(a) Fonte: Autor.

Figura 26 – Atividade 2: indicadores de viabilidade - 4.

11

$\text{Prazo de retorno do investimento} = \frac{32.000,00}{8.000,00} = 4 \text{ anos}$

- Isso significa que, 4 anos após o início das atividades da empresa, o empreendedor terá recuperado, sob a forma de lucro, tudo o que gastou com a montagem do negócio.

Questão. Utilizando as informações que obteve na tabela da seção 5.1.4 - Resumo do investimento total e 5.3 - Demonstrativo de resultados, calcule o Prazo de retorno do investimento do seu negócio.

$\frac{27,400}{179,450} \times 100 = 15,2 \text{ ao ano}$

(a) Fonte: Autor.

Observou-se que parte dos alunos enfrentou dificuldades ao relacionar os valores, misturando informações referentes a períodos anuais com períodos mensais. O professor interveio nesse sentido para evitar tais confusões. No entanto, de maneira geral, com o auxílio do professor na interpretação das informações contidas nas contas, os alunos conseguiram realizar os cálculos dos indicadores sobre seu negócio. É importante ressaltar que faltou um espaço na folha de atividades para que os alunos pudessem registrar suas interpretações sobre o significado de cada indicador de viabilidade para que, assim, o professor possa verificar se os alunos compreenderam a função de cada um dos indicadores.

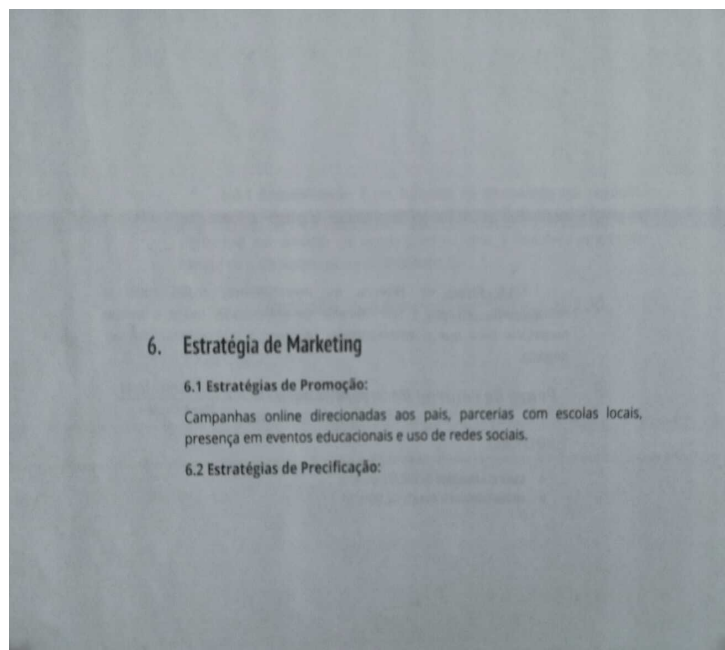
### 5.3.3 Folha de Atividades 3 - Estratégia de Marketing e Considerações Finais

Nesta folha de atividades, os alunos associaram a ideia inicial de divulgação que surgiu anteriormente na "chuva de ideias" ao conceito de marketing, focalizando nos aspectos de estratégias de promoção e estratégias de precificação, conforme evidenciado na Figura 16 (a) e (b).

Os alunos acharam divertido o acrônimo F.O.F.A. ao abordar a análise das forças, oportunidades, fraquezas e ameaças. Realizar essa análise foi interessante, especialmente

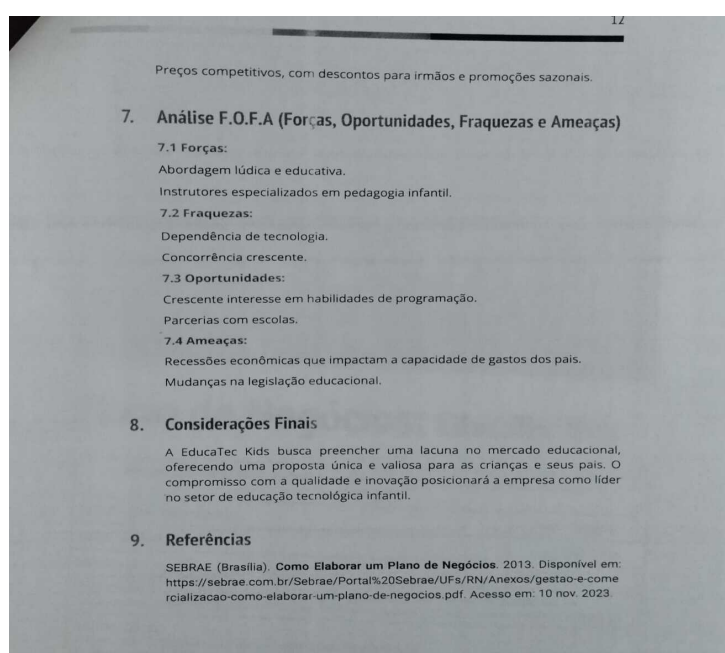
considerando que os cenários de cada aluno eram distintos, o que os levou a abordar as ameaças, fraquezas, forças e oportunidades de maneiras diversas. Uma falha notável na folha de atividades foi a falta de um espaço designado para que os alunos pudessem registrar suas respostas, exceto na folha de atividades 2 do plano financeiro. Como resultado, eles optaram por escrever em seus cadernos ou simplesmente verbalizar suas respostas.

Figura 27 – Atividade 2: marketing, FOFA, considerações finais - 1.



(a) Fonte: Autor.

Figura 28 – Atividade 2: marketing, FOFA, considerações finais - 2.



(a) Fonte: Autor.

Por fim, conduzimos a revisão das considerações finais do plano, revisitando os principais pontos que influenciaram o sucesso ou fracasso de cada cenário da empresa, buscando refletir sobre as alternativas disponíveis e identificar possíveis ajustes para resolver os problemas. Alguns estudantes optaram por investir quantias consideráveis em itens não essenciais para a empresa, o que resultou em um período de retorno do investimento prolongado. Por outro lado, outros investiram de forma muito conservadora, resultando em um faturamento insuficiente e prejudicando a lucratividade da empresa. Alguns alunos, ao confrontarem resultados insatisfatórios nos demonstrativos financeiros, tentaram fazer ajustes apenas no final do plano, mas logo perceberam que várias informações precisariam ser modificadas desde o início. Entretanto, a maior parcela da turma ficou satisfeita com os resultados obtidos.

## 6 Considerações Finais

Na sala de aula, frequentemente nos deparamos com a famosa pergunta dos estudantes: "Para que vou usar isso?". É interessante observar que, desde o início das atividades que abordam conceitos matemáticos abstratos, como números decimais e suas transformações, porcentagens e frações, os alunos os aplicam naturalmente em problemas práticos, como estimar a lucratividade ou o tempo de retorno de um investimento. Em nenhum momento os estudantes questionaram sua aplicabilidade na vida real.

Tornou-se evidente que muitos dos alunos que normalmente têm bom desempenho em aulas de matemática enfrentaram as tarefas com relativa facilidade. No entanto, o que mais nos surpreendeu foi o entusiasmo dos estudantes que geralmente são classificados como "médios" em seu desempenho acadêmico. Neles, pudemos notar um interesse e uma dedicação que raramente demonstram em situações cotidianas. Isso nos leva a refletir sobre como a abordagem do conteúdo, o uso de cenários para investigação e o trabalho em equipe podem ter um impacto positivo no processo de aprendizagem.

A pesquisa nos leva a uma conclusão importante: é fundamental um trabalho contínuo com esse tipo de atividade para que os estudantes possam desenvolver as habilidades matemáticas e as competências empreendedoras de maneira progressiva, o que é relevante para o desenvolvimento de uma educação empreendedora e para a formação de alunos críticos e aptos para atuarem no mercado de trabalho do futuro.

Esse processo também destaca a importância de os educadores saírem da zona de conforto, explorarem novas metodologias e não terem medo de experimentar abordagens diferentes. O aprendizado é uma jornada contínua, e estar disposto a adaptar-se às necessidades dos estudantes é fundamental para promover um ambiente de aprendizado eficaz e inspirador.

Em particular, tive oportunidades de grandes aprendizados como professor-pesquisador. Conhecer e experimentar novas metodologias de ensino e pesquisa, estudar a educação empreendedora, aprofundar meus conhecimentos matemáticos e desenvolver atividades didáticas, bem como analisá-las, enriqueceu minha identidade docente. Isso porque ampliou meus horizontes e fortaleceu minha vontade de aprender e confrontar a teoria com a prática, buscando extrair o melhor dos eventuais insucessos e transformando-os em vitórias.

## 7 Referências Bibliográficas

ARTIGUE, Michèle. **Didactical Engineering as a framework for the conception of teaching products**. In: BIEHLER, Rolf; SCHOLZ, Roland; STRÄSSER, Rudolf; WINKLEMANN, Bernard. Didactics of mathematics as a scientific discipline. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994, p. 470.

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: BRUN, Jean. Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996, p.193-217.

ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática financeira e suas aplicações**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

BRASIL. (2018). Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 12 out. 2023.

BROUSSEAU, G. **Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques**. Recherches em Didactique des Mathématiques, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-116, 1986.

COUTINHO, Adriano Chagas. **A Regra dos Sinais de Descartes**. 2016. 32 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife-pe, 2016. Disponível em: < [http : //www.dm.ufrpe.br/sites/www.dm.ufrpe.br/files/adriano.pdf](http://www.dm.ufrpe.br/sites/www.dm.ufrpe.br/files/adriano.pdf) >. Acesso em: 25 maio 2023.

DOLABELA, F. O segredo de Luísa. 30. ed: Ed. São Pauloitora de cultura, 2006.

DOLABELA, F.; FILION, L. J. **Fazendo revolução no Brasil : a introdução da pedagogia empreendedora nos estágios iniciais da educação**. Revista de Empreendedorismo e Gestão de Pequenas Empresas, v.3, n.2, p. 134-181, 2013.

DORNELAS, José Carlos Assis. **Empreendedorismo: transformando idéias em negócios**. Rio de Janeiro : Campus, 2001.

GODOY, Carlos R.. **Mercado Financeiro I: teoria dos mercados eficientes**. Ribeirão Preto. Fea - Rp - Usp, 2016. 30 slides, color. Disponível em: [https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/2133854/mod\\_resource/content/1/ENS%20-%20MF1%20162S%20-%20Aula%207.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/2133854/mod_resource/content/1/ENS%20-%20MF1%20162S%20-%20Aula%207.pdf). Acesso em: 18 maio 2023.

LOPES, Rose Mary A. (org.). **Educação empreendedora: conceitos, modelos e práticas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010. 230 p.

LUENBERGER, David Gilbert. **Investment science**. Oxford: Oxford University Press, 1998.

MORGADO, A. C. **Progressões e matemática financeira**. SBM, 2005.

PERSIJN, Ferdinand Tokarski. **Ensino de Empreendedorismo na Educação Básica. Uma Proposta de Abordagem dos Temas: educação financeira, educação fiscal e relações de consumo**. 2020. 88 f. Dissertação (Mestrado) - Profmat, Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2020. Disponível em: [https://sca.profmatsbm.org.br/profmat\\_tcc.php?id1=5719&id2=171052237](https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5719&id2=171052237). Acesso em: 18 maio 2023.

SCHAEFER, R.; MINELLO, I. F. **Educação empreendedora: premissas, objetivos e metodologias**. *Revista Pensamento Contemporâneo em Administração*. ISSN 1982-2596RPCA. Rio de Janeiro, v. 10, n. 3, jul./set. 2016, p. 60-81. Disponível em: <<http://periodicos.uff.br/pca/article/view/11270/pdf>>. Acesso em: 24. Set. 2023.

SANTOS, Eduardo Corrêa dos. **Educação Financeira: uma prática na escola**. 2018. 95 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2018.

SEBRAE (Brasília). **Como Elaborar um Plano de Negócios**. 2013. Disponível em: <https://sebrae.com.br/Sebrae/Portal%20Sebrae/UFs/RN/Anexos/gestao-e-comercializacao-como-elaborar-um-plano-de-negocios.pdf>. Acesso em: 10 set. 2023.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para Investigação**. *Bolema*, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 1-24, set. 2000. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635>. Acesso em: 20 mar. 2023.

TATAGIBA, Lucilene de Souza. **Empreendedorismo Juvenil e Educação Financeira: um trabalho colaborativo entre os estudantes ao elaborar um plano de negócios**. 2022. 95 f. Dissertação (Mestrado) - Profmat, Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022. Disponível em: [https://sca.profmatsbm.org.br/profmat\\_tcc.php?id1=6733&id2=171054334](https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6733&id2=171054334). Acesso em: 18 maio 2023.



# APÊNDICE A – Plano de Atividades

## Plano de Atividades - Empreendedorismo

**Título:** Empreendedorismo - matemática em um plano de negócios

**Disciplina / Professor:** Matemática / Conrado V. da Silva

**Série(s) envolvida(s):** 7º anos A e B

**Período:** 1º Bimestre.

---

### OBJETIVOS:

- Desenvolver competências empreendedoras: tomar iniciativa, planejar, trabalhar com os outros, criatividade, visão, pensamento ético e sustentável.
- Revisar, contextualizar e aplicar os conceitos matemáticos de fração, números decimais, porcentagem, tabelas e gráficos.

### PROCEDIMENTOS:

A sequência de atividades consistirá no estudo de um Plano de Negócios fictício parcialmente preenchido (cada um receberá uma cópia impressa), em que o aluno se colocará no lugar de um dos sócios e deverá completar as informações pedidas em cada seção - realizando pesquisas e discussões com os colegas, sob orientação do professor na sala de aula. Essa sequência, pode ser dividida nas seguintes etapas:

- Introdução sobre empreendedorismo, chuva de ideias - competências de uma pessoa empreendedora -, análise do Sumário Executivo, Análise do Mercado, Produto/Serviço, Plano Operacional. Tempo estimado: 2 aulas.
- Estudo do Plano Financeiro (Investimentos totais, Estimativa do faturamento, Demonstrativo dos resultados e Indicadores de viabilidade). Tempo estimado: 6 aulas.
- Estratégia de Marketing, Análise FOFA e Considerações Finais. Tempo estimado: 2 aulas.

### RECURSOS UTILIZADOS:

- Fichas de atividade/leitura impressas;
- Computadores e celulares para pesquisa;
- Internet como meio de busca de informações qualificadas.

### AVALIAÇÃO:

O processo de avaliação será dividido em duas frentes: a avaliação formativa (com a discussão, debate e confronto de ideias e pontos de vista em sala de aula) e a avaliação somativa (que versará sobre o desempenho do aluno nas fichas de atividades).

### COMPETÊNCIAS GERAIS ENVOLVIDAS (BNCC):

Aprender a empreender é desenvolver várias competências gerais e específicas e, também, habilidades listadas na BNCC que contemplam todos os ciclos escolares. No entanto, destacamos as competências gerais:

- 5 - Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Desenvolver atitudes empreendedoras muitas vezes requer pensar fora da caixa, encontrar soluções inovadoras para problemas, comunicar essas soluções e identificar oportunidades. Essa competência envolve estimular a criatividade dos alunos para que possam resolver problemas e se comunicar de forma eficaz.

- 6 - Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

O estudo do empreendedorismo pode incentivar os alunos a explorar diferentes trajetórias profissionais, definir metas pessoais e desenvolver habilidades para alcançar o sucesso em suas vidas pessoais e profissionais.

- 7 - Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Argumentação é uma habilidade importante para empreendedores ao defender suas ideias, persuadir clientes e negociar com parceiros. Os empreendedores precisam ser capazes de apresentar argumentos convincentes e sustentar suas posições de forma coerente.

- 9 - Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

O sucesso empreendedor muitas vezes está ligado à capacidade de compreender as necessidades e desejos dos outros. A empatia é uma competência essencial para isso, permitindo que os empreendedores entendam seus clientes, parceiros e comunidades, desenvolvendo produtos e serviços que atendam às suas demandas de forma eficaz.

- 10 - Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

As atitudes empreendedoras constituem um ambiente propício ao desenvolvimento da autonomia e do agir pessoal e coletivo. O planejamento e a "prototipação" (colocar os projetos em prática) colaboram para o aumento da flexibilidade, resiliência e determinação de cada indivíduo e cada experiência é palco para a reflexão e tomada de decisões éticas, democráticas, sustentáveis e inclusivas.

#### **COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS ENVOLVIDAS (BNCC):**

- 2 - Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
- 3 - Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
- 4 - Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
- 5 - Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

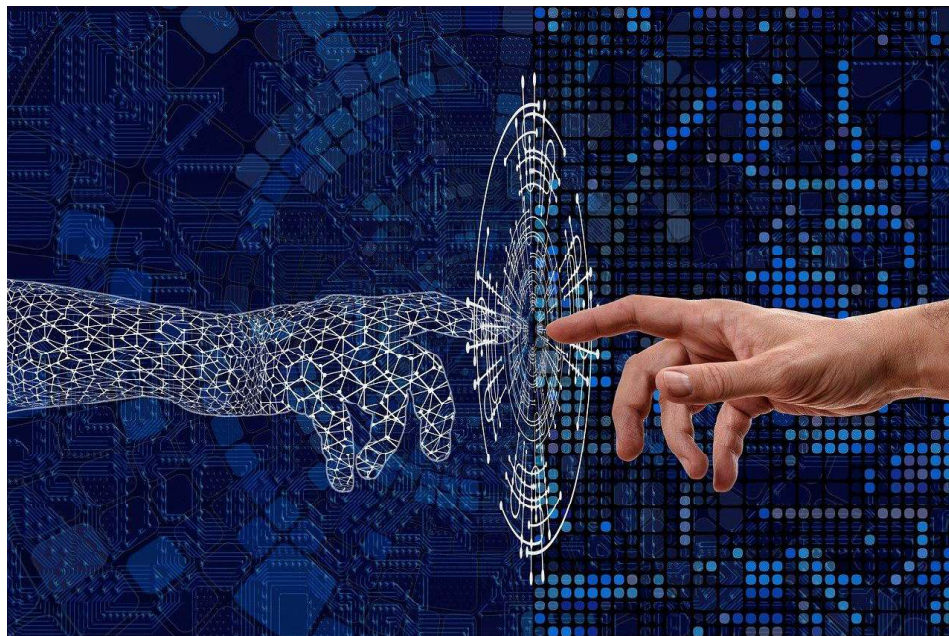
- 6 - Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
- 7 - Desenvolver e/ou discutir projetos que abordam, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
- 8 - Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

**HABILIDADES ENVOLVIDAS (BNCC):**

- (EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
- (EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.
- (EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração  $\frac{2}{3}$  para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.
- (EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.
- (EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráficos de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.



# APÊNDICE B – Atividade 1



## Plano de Negócios: EducaTec Kids

ATIVIDADE 1 - Plano de Negócios: Sumário Executivo, Análise do Mercado, Produto/Serviço, Plano Operacional		
DISCIPLINA: Matemática		Prof.: Conrado
SÉRIE: 7º ano _____		___/ 02 / 2024
NOME:	Nº:	NOTA:
CONTEÚDO: Educação Empreendedora em um Plano de Negócios (planejamento de metas, busca qualificada de informações, plano de negócios).		
INSTRUÇÕES: 1. Duração: 2 aulas (45 min cada). 2. Leia com atenção cada conceito, pesquise e tire dúvidas com o prof. e os colegas ao longo da semana. 3. Preencha as tabelas e respostas às questões inicialmente a lápis, depois da revisão passe as respostas a caneta azul ou preta. 4. Não deixe respostas em branco.		

## Plano de Negócios fictício

EducaTec Kids  
Rua dos Fractais, 997  
São Carlos, SP, 11235-813

Um plano de negócio é um documento que descreve por escrito os objetivos de um negócio e quais passos devem ser dados para que esses objetivos sejam alcançados, diminuindo os riscos e as incertezas. Um plano de negócio permite identificar e restringir seus erros no papel, ao invés de cometê-los na prática. (Sebrae, 2013)

### 1. Sumário Executivo

#### 1.1 Dados dos empreendedores, perfil e atribuições:

##### Sócio 1:

**Nome:** Conrado V. da Silva

**Perfil (breve currículo):** é formado em Matemática pela UFSCar, com ênfase em Educação e Tecnologia. Sua paixão pela matemática e seu entusiasmo pelo potencial educativo da programação o motivaram a buscar maneiras de integrar essas duas áreas em sua carreira.

##### Sócio 2:

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Nº:** \_\_\_\_ **Série:** \_\_\_\_

**Perfil (breve currículo):**

---

---

---

---

### 1.2 Descrição do Negócio:

A EducaTec Kids é uma startup dedicada a oferecer cursos de programação para crianças de 8 a 12 anos. A empresa busca introduzir conceitos de programação de maneira lúdica e educativa, promovendo o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, pensamento lógico e criatividade.

### 1.3 Missão:

Proporcionar uma experiência de aprendizado única e divertida, capacitando as crianças para o futuro digital, estimulando a imaginação e preparando-as para os desafios tecnológicos.

### 1.4 Visão:

Ser reconhecida como referência no ensino de programação para crianças, promovendo o interesse pela tecnologia desde a infância.

## 2. Análise do mercado

### 2.1 Identificação do Público-Alvo:

Crianças de 8 a 12 anos e seus pais, que buscam desenvolver habilidades tecnológicas desde cedo.

### 2.2 Tendências de Mercado:

A crescente demanda por habilidades de programação, aliada à importância de desenvolver o pensamento lógico desde a infância, torna o mercado propício para cursos educativos voltados para a tecnologia.

### 2.3 Concorrência:

Existem algumas empresas no mercado oferecendo cursos de programação para crianças. No entanto, a EducaTec Kids diferencia-se pela abordagem lúdica e por oferecer um ambiente de aprendizado interativo.

## 3. Produto/Serviço

### 3.1 Descrição do Produto:

Cursos de programação adaptados para crianças, utilizando plataformas e metodologias interativas, com foco no desenvolvimento de jogos educativos simples.

### 3.2 Diferencial Competitivo:

A EducaTec Kids destaca-se pela qualidade do conteúdo, pela equipe de instrutores especializados em pedagogia infantil e pela abordagem de aprendizado baseada na experiência prática.

## 4. Plano Operacional

### 4.1 Infraestrutura:

Locação de espaço para as aulas, aquisição de equipamentos, desenvolvimento de material didático e contratação de instrutores.

### 4.2 Processos Operacionais:

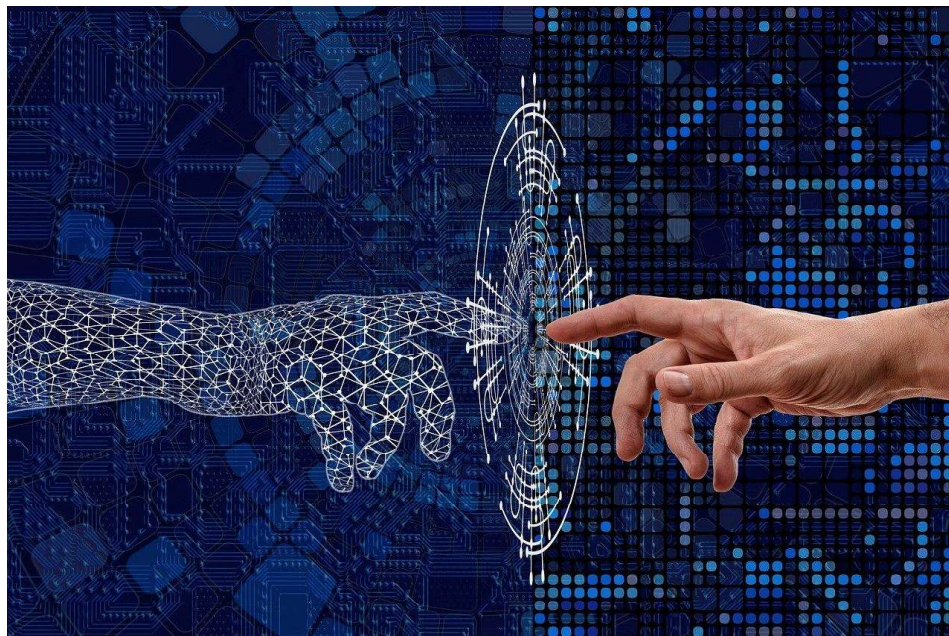
Desenvolvimento e atualização contínua do currículo, agendamento e realização de aulas, interação com pais e responsáveis.

## Referências

SEBRAE (Brasília). **Como Elaborar um Plano de Negócios**. 2013. Disponível em: <https://sebrae.com.br/Sebrae/Portal%20Sebrae/UFs/RN/Anexos/gestao-e-comercializacao-como-elaborar-um-plano-de-negocios.pdf>. Acesso em: 10 nov. 2023.



## APÊNDICE C – Atividade 2



### Plano de Negócios: EducaTec Kids

ATIVIDADE 2 - Plano de Negócios: plano financeiro		
DISCIPLINA: Matemática	Prof.: Conrado	
SÉRIE: 7º ano _____	___ / 02 / 2024	
NOME:	Nº:	NOTA:
CONTEÚDO: Educação Empreendedora (planejamento de metas, busca qualificada de informações, plano de negócios). Frações, Números decimais, Porcentagem, Tabelas e Gráficos.		
INSTRUÇÕES:		
1. Duração: 6 aulas (45 min cada). 2. Leia com atenção cada conceito, pesquise e tire dúvidas com o prof. e os colegas ao longo da semana. 3. Preencha as tabelas e respostas às questões inicialmente a lápis, depois da revisão passe as respostas a caneta azul ou preta. 4. Não deixe respostas em branco.		

## Plano de Negócios fictício

EducaTec Kids  
Rua dos Fractais, 997  
São Carlos, SP, 11235-813

Um plano de negócio é um documento que descreve por escrito os objetivos de um negócio e quais passos devem ser dados para que esses objetivos sejam alcançados, diminuindo os riscos e as incertezas. Um plano de negócio permite identificar e restringir seus erros no papel, ao invés de cometê-los na prática. (Sebrae, 2013)

### 1. Plano Financeiro

#### 5.1 Investimento Total:

Nessa etapa, você irá determinar o total de recursos a ser investido para que a empresa comece a funcionar. O investimento total é formado pelos:

- investimentos fixos;
- capital de giro (valor necessário para o funcionamento diário da empresa);
- investimentos pré-operacionais (são os gastos que a empresa terá antes de começar a funcionar).

**5.1.1 Estimativa dos Investimentos Fixos:** O investimento fixo corresponde a todos os bens que você deve comprar para que seu negócio possa funcionar de maneira apropriada.

- Preencha todas as tabelas a seguir com informações e dados adequados e coerentes (*para isso, pesquise e discuta com o professor e colegas*).

#### A - Máquinas e equipamentos

	Descrição	Qtde.	Valor	Total
--	-----------	-------	-------	-------

2

			unitário	
1	Computadores			
2	Projetores			
3	TVs			
4	Lousas			
5	Caixas de som			
6				
<b>Sub-total</b>				<b>\$</b>

**B - Móveis e utensílios**

	Descrição	Qtde.	Valor unitário	Total
1	Carteiras			
2				
3				
4				
5				
6				
<b>Sub-total</b>				<b>\$</b>

**Investimentos fixos (resumo)**

<b>Total dos investimentos fixos</b>	<b>Sub-total (A+B)</b>	<b>\$</b>
--------------------------------------	------------------------	-----------

**5.1.2 Capital de Giro:** O capital de giro é o montante de recursos necessário para o funcionamento normal da empresa, compreendendo a compra de matérias-primas ou mercadorias, pagamento das despesas, etc.

**Estimativa do estoque inicial:** O estoque inicial é composto pelos materiais (matéria-prima, embalagens, etc.) indispensáveis à fabricação de seus produtos ou pelas mercadorias que serão revendidas.

**A - Estimativa do estoque inicial**

	Descrição	Qtde.	Valor unitário	Total
1	Material did. nível 1			
2	Material did. nível 2			
3	Material did. nível 3			
4				
<b>Total de A</b>				<b>\$</b>

**Caixa mínimo:** Representa a reserva em dinheiro necessária para que a empresa custeie suas operações iniciais.

**B - Estimativa do caixa mínimo**

<b>1. Custo fixo mensal</b>	
<b>2. Custo variável mensal</b>	
<b>3. Custo total da empresa (1+2)</b>	

**Capital de Giro (resumo)**

Investimentos financeiros	R\$
A - estoque inicial	
B - caixa mínimo	
Total do capital de giro (A+B)	

**5.1.3 Investimentos pré-operacionais:** Compreendem os gastos realizados antes do início das atividades da empresa, isto é, antes que ela abra as portas e comece a vender. São exemplos de investimentos pré-operacionais: despesas com reforma (pintura, instalação elétrica, troca de piso, etc.) ou mesmo as taxas de registro da empresa.

<b>Investimentos pré-operacionais</b>	<b>R\$</b>
Despesas de legalização	
Obras civis e/ou reformas	
Divulgação	
Cursos e treinamentos	
Outras despesas	
<b>Total</b>	

**5.1.4 Resumo do investimento total:** Agora que você estimou os valores para investimentos fixos, financeiros e pré-operacionais, é o momento de conhecer o total a ser investido no negócio.

<b>Descrição dos investimentos</b>	<b>R\$</b>	<b>(%)</b>
1. Investimentos fixos		
2. Capital de giro		
3. Custos pré-operacionais		
<b>Total (1+2+3)</b>		<b>100,00%</b>

<b>Fonte dos recursos</b>	<b>R\$</b>	<b>(%)</b>
1. Recursos próprios		
2. Recursos de terceiros		
3. Outros		
<b>Total (1+2+3)</b>		<b>100,00%</b>

**5.2 Estimativa do Faturamento Mensal da Empresa:** Uma forma de estimar o quanto a empresa irá faturar por mês é multiplicar a quantidade

5

de produtos a serem oferecidos pelo seu preço de venda, que deve ser baseado em informações de mercado.

Para isso, considere:

- o preço praticado pelos concorrentes diretos;
- o quanto seus potenciais clientes estão dispostos a pagar.

Produto/Serviço	Quantidade (estimativa de vendas)	Preço de venda unitário (em R\$)	Faturamento Total (em R\$)
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
<b>Total</b>			

**5.3 Estimativa dos custos fixos operacionais mensais:** Os custos fixos são todos os gastos que não se alteram em função do volume de produção ou da quantidade vendida em um determinado período.

Descrição	Custo total mensal (em R\$)
Aluguel	
Condomínio	
IPTU	
Água	
Energia elétrica	
Telefone	
Pró-labore	

Manutenção dos equipamentos	
Salários + encargos	
Material de limpeza	
Material de escritório	
Outras despesas	
Total	

**5.3 Demonstrativo dos resultados:** Após reunir as informações sobre as estimativas de faturamento e os custos totais (fixos e variáveis), é possível prever o resultado da empresa, verificando se ela possivelmente irá operar com lucro ou prejuízo.

Quadro	Descrição	R\$	(%)
	Receita total com vendas		
	Custos Fixos Totais		
	Resultado Operacional (lucro ou prejuízo)		

#### 5.4 Indicadores de viabilidade

**5.4.3 Lucratividade:** É um indicador que mede o lucro líquido em relação às vendas. É um dos principais indicadores econômicos das empresas, pois está relacionado à sua competitividade. Se sua empresa possui uma boa lucratividade, ela apresentará maior capacidade de competir, isso porque poderá realizar mais investimentos em divulgação, na diversificação dos produtos e serviços, na aquisição de novos equipamentos, etc.

$$Lucratividade = \frac{\text{lucro líquido}}{\text{receita total}} \times 100$$

**Exemplo:**

- **Receita total:** R\$ 100.000,00 ao ano
- **Lucro líquido:** R\$ 8.000,00 ao ano

$$\text{Lucratividade} = \frac{8.000,00}{100.000,00} \times 100 = 8\%$$

- Isso quer dizer que sob os R\$100.000,00 de receita total “sobram” R\$8.000,00 na forma de lucro, depois de pagas todas as despesas e impostos, o que indica uma lucratividade de 8% ao ano.

**Questão.** Utilizando as informações que obteve na tabela da seção 5.3 - Demonstrativo de resultados, calcule a lucratividade do seu negócio.

**5.4.4 Rentabilidade:** É um indicador de atratividade dos negócios, pois mede o retorno do capital investido aos sócios. É obtido sob a forma de percentual por unidade de tempo (mês ou ano). É calculada através da divisão do lucro líquido pelo investimento total.

$$\text{Rentabilidade} = \frac{\text{lucro líquido}}{\text{investimento total}} \times 100$$

### Exemplo.

- **Lucro líquido:** 8.000,00 ao ano
- **Investimento total:** 32.000,00

$$\text{Rentabilidade} = \frac{8.000,00}{32.000,00} \times 100 = 25\% \text{ ao ano}$$

- Isso significa que, a cada ano, o empresário recupera 25% do valor investido através dos lucros obtidos no negócio.

**Questão.** Utilizando as informações que obteve na tabela da seção 5.1.4 - Resumo do investimento total e 5.3 - Demonstrativo de resultados, calcule a rentabilidade do seu negócio.

**5.4.5 Prazo de retorno do investimento:** Assim como a rentabilidade, também é um indicador de atratividade. Indica o tempo necessário para que o empreendedor recupere o que investiu em seu negócio.

$$\text{Prazo de retorno do investimento} = \frac{\text{investimento total}}{\text{lucro líquido}}$$

### Exemplo.

- **Lucro Líquido:** 8.000,00 ao ano
- **Investimento total:** 32.000,00

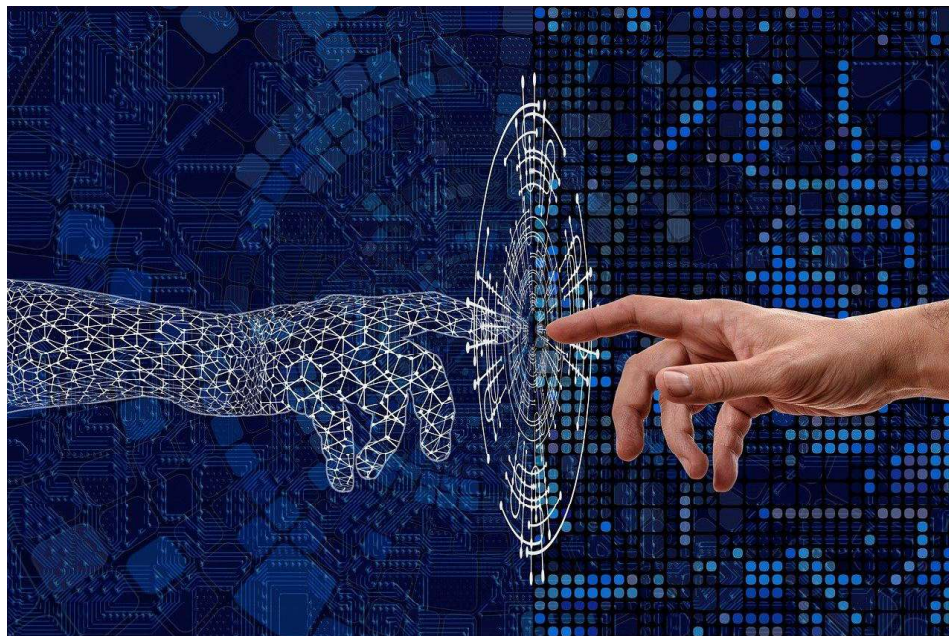
$$\text{Prazo de retorno do investimento} = \frac{32.000,00}{8.000,00} = 4 \text{ anos}$$

- Isso significa que, 4 anos após o início das atividades da empresa, o empreendedor terá recuperado, sob a forma de lucro, tudo o que gastou com a montagem do negócio.

**Questão.** Utilizando as informações que obteve na tabela da seção 5.1.4 - Resumo do investimento total e 5.3 - Demonstrativo de resultados, calcule o Prazo de retorno do investimento do seu negócio.



# APÊNDICE D – Atividade 3



## Plano de Negócios: EducaTec Kids

ATIVIDADE 3 - Plano de Negócios: Estratégia de Marketing, Análise FOFA, Considerações Finais		
DISCIPLINA: Matemática	Prof.: Conrado	
SÉRIE: 7º ano _____	____ / 02 / 2024	
NOME: _____	Nº: _____	NOTA: _____
CONTEÚDO: Educação Empreendedora (planejamento de metas, busca qualificada de informações, plano de negócios).		
INSTRUÇÕES: 1. Duração: 2 aulas (45 min cada). 2. Leia com atenção cada conceito, pesquise e tire dúvidas com o prof. e os colegas ao longo da semana. 3. Preencha as tabelas e respostas às questões inicialmente a lápis, depois da revisão passe as respostas a caneta azul ou preta. 4. Não deixe respostas em branco.		

## Plano de Negócios fictício

EducaTec Kids  
Rua dos Fractais, 997  
São Carlos, SP, 11235-813

Um plano de negócio é um documento que descreve por escrito os objetivos de um negócio e quais passos devem ser dados para que esses objetivos sejam alcançados, diminuindo os riscos e as incertezas. Um plano de negócio permite identificar e restringir seus erros no papel, ao invés de cometê-los na prática. (Sebrae, 2013)

### 1. Estratégia de Marketing

#### 6.1 Estratégias de Promoção:

Campanhas online direcionadas aos pais, parcerias com escolas locais, presença em eventos educacionais e uso de redes sociais.

#### 6.2 Estratégias de Precificação:

Preços competitivos, com descontos para irmãos e promoções sazonais.

### 2. Análise F.O.F.A (Forças, Oportunidades, Fraquezas e Ameaças)

#### 7.1 Forças:

Abordagem lúdica e educativa.

Instrutores especializados em pedagogia infantil.

#### 7.2 Fraquezas:

Dependência de tecnologia.

Concorrência crescente.

### 7.3 Oportunidades:

Crescente interesse em habilidades de programação.

Parcerias com escolas.

### 7.4 Ameaças:

Recessões econômicas que impactam a capacidade de gastos dos pais.

Mudanças na legislação educacional.

## 3. Considerações Finais

A EducaTec Kids busca preencher uma lacuna no mercado educacional, oferecendo uma proposta única e valiosa para as crianças e seus pais. O compromisso com a qualidade e inovação posicionará a empresa como líder no setor de educação tecnológica infantil.

## 4. Referências

SEBRAE (Brasília). **Como Elaborar um Plano de Negócios**. 2013. Disponível em: <https://sebrae.com.br/Sebrae/Portal%20Sebrae/UFs/RN/Anexos/gestao-e-comercializacao-como-elaborar-um-plano-de-negocios.pdf>. Acesso em: 10 nov. 2023.

# APÊNDICE E – Tópicos de Matemática Financeira úteis ao Professor

Considerando que o uso de Cenários para Investigação como metodologia de ensino pode criar um ambiente propício para perguntas imprevistas, é essencial que o professor possua conhecimentos que vão além do escopo das atividades planejadas para os alunos. Nesse sentido, preparamos uma seção sobre Matemática Financeira, que servirá como um breve guia de estudos para os leitores antes de elaborarem atividades relacionadas ao Empreendedorismo, Educação Financeira e temas correlatos.

## E.1 Definições Preliminares

**Operações com mercadorias:** são operações de compra e venda de mercadorias, que se manifestam de duas formas, *Lucro* ou *Prejuízo*.

**Período ( $t$  ou  $n$ ):** é o tempo que diz respeito à duração da operação.

**Capital ( $C$ ) ou Valor Presente ( $VP$ ):** é o valor do dinheiro apurado em algum período anterior ao valor futuro (montante).

**Taxa ( $i$ ):** é a porcentagem incidida no Valor Presente ( $VP$ ) que gera o Juros.

$$i = \frac{J}{VP} \quad (\text{E.1})$$

**Juros:** é o valor da remuneração paga ao aluguel do capital.

$$J = VP \cdot i \cdot n \quad (\text{E.2})$$

**Montante ( $M$ ) ou Valor Futuro ( $VF$ ):** é o valor do capital acrescido da rentabilidade do Juro no período em questão.

$$VF_n = VP + J_n \quad (\text{E.3})$$

## E.2 Regime de Capitalização de Juros

Nesta seção, abordaremos os regimes de capitalização mais comuns, destacando o comportamento de cada um ao longo do tempo. Além disso, faremos uma breve comparação entre esses dois regimes. Os regimes de capitalização explicam como os juros são calculados e acrescidos ao capital ao longo do tempo (ASSAF, 2012).

### E.2.1 Juros Simples

No regime de capitalização simples, os juros incidem somente sobre o capital inicial e se expressam por:

$$J = V_0 \cdot i \cdot n \quad (\text{E.4})$$

em que,

$J$ : é o valor dos juros (em unidade monetária);

$V_0$ : é o valor inicial investido;

$i$ : é a taxa de juros efetiva;

$n$ : é a quantidade de períodos.

Definimos o **valor final** ( $VF$ ) como o valor acumulado depois da capitalização e é expresso da seguinte forma:

$$VF = V_0 + J \quad (\text{E.5})$$

Substituindo  $J$  de (4.4) em (4.5), temos:

$$VF = V_0 + J \implies VF = V_0 + (V_0 \cdot i \cdot n) \implies VF = V_0(1 + i \cdot n) \quad (\text{E.6})$$

e, também:

$$V_0 = \frac{VF}{1 + i \cdot n} \quad (\text{E.7})$$

O fator  $(1 + i \cdot n)$  de (4.6) é denominado *fator de capitalização*, que quando se multiplica um capital por este fator, corrige seu valor para uma data futura. O fator,  $\frac{1}{1 + i \cdot n}$ , é denominado *fator de atualização*, se multiplicado por um valor capitalizado no futuro, retorna o valor do investimento a uma data atual.

## E.2.2 Juros Compostos

No regime de juros compostos, considera-se que os juros são formados em cada período e são acrescidos ao capital formando um montante. Esse montante renderá novos juros que serão acrescidos e darão origem a um novo montante e, assim, sucessivamente no tempo. O regime de juros compostos se comporta segundo a expressão:

$$VF = VP(1 + i)^n \quad (\text{E.8})$$

Em que,

$VF$ : é o montante (valor final);

$VP$ : é valor inicial;

$i$ : é a taxa de juros (efetiva);

$n$ : é a quantidade de períodos.

Pois, note que:

$$VF_0 = VP$$

$$VF_1 = VP(1 + i)$$

$$VF_2 = [VF_1](1 + i) = [VP(1 + i)](1 + i) = VP(1 + i)^2$$

$$VF_3 = [VF_2](1 + i) = [VP(1 + i)^2](1 + i) = VP(1 + i)^3$$

⋮

$$VF_n = [VF_{n-1}](1 + i) = [VP(1 + i)^{n-1}](1 + i) = VP(1 + i)^n$$

Isto é,

$$VF = VP(1 + i)^n$$

De (4.8), obtemos:

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)^n} \tag{E.9}$$

Define-se o valor monetário dos juros ( $J$ ) como:

$$J = VF - VP \tag{E.10}$$

Donde, substituindo  $VF$  de (4.8) em (4.10), temos:

$$J = VP[(1 + i)^n - 1] \tag{E.11}$$

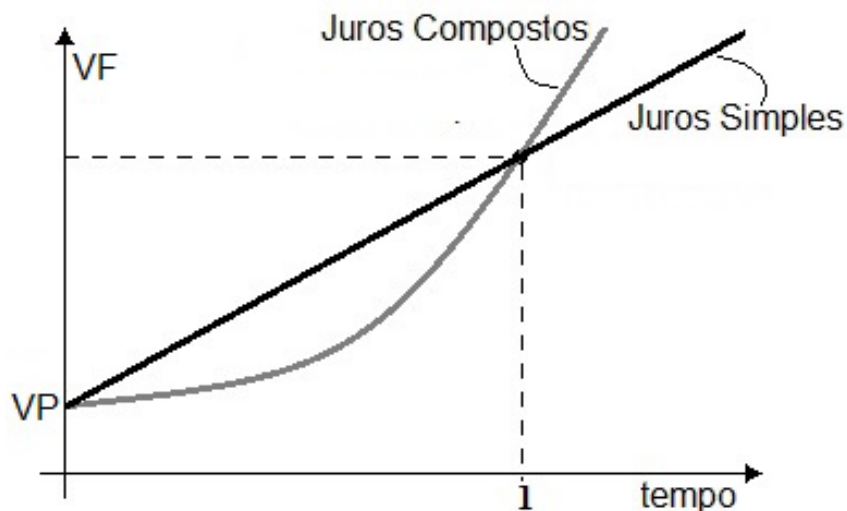
Analogamente ao regime de juros simples, temos para juros compostos o *fator de capitalização*  $(1 + i)^n$  e o *fator de atualização*  $\frac{1}{(1 + i)^n}$ .

### E.2.3 Desigualdade de Bernoulli entre Regimes de Capitalização

Uma característica importante que permite comparar os regimes de juros, é que o Montante a Juros Compostos sempre será igual ou maior que o Montante dos Juros Simples (para  $n \geq 1$ , *i.e.*, um período de capitalização maior que 1). Podemos verificar isto por meio da *Desigualdade de Bernoulli*, como segue:

$$\underbrace{(1 + x)^k}_{\text{Função Polinomial}} \geq \underbrace{1 + xk}_{\text{Função Afim}} \equiv \underbrace{(1 + i)^n}_{\text{Juros Compostos}} \geq \underbrace{1 + in}_{\text{Juros Simples}}, \forall n \geq 1. \tag{E.12}$$

Figura 29 – Comparação entre os Regimes de Juros.



(a) Fonte: Autor.

### E.3 Taxas

Esta seção tratará das taxas de juros, levando em consideração suas denominações, distinções e o efeito delas nos valores gerados em cada contexto.

#### E.3.1 Equivalência de Taxas

Como visto na seção 4.2.2 sobre juros compostos, obtêm-se  $VF$  a partir de  $VP$  multiplicando-o por um fator  $(1 + i)^n$  e, para obter  $VP$ , divide-se  $VF$  por  $(1 + i)^n$ . Note que pode acontecer de duas diferentes taxas de juros capitalizadas - em períodos distintos - gerarem fatores de mesmo valor, quando isso acontece, diz-se que as taxas são **taxas equivalentes**.

**Taxas de juros equivalentes:** no regime de juros composto, são taxas que dizem respeito à unidades de tempo distintas que, aplicadas em um mesmo capital durante um mesmo período, produzem um mesmo montante ao final do período.

Conforme MORGADO (2005), seja  $I$  a taxa de juros aplicada à um capital em um período de tempo  $T$  e, seja  $i$  a taxa aplicada à esse mesmo capital em um período  $t$ . Se  $T = nt$ , então:

$$1 + I = (1 + i)^n \tag{E.13}$$

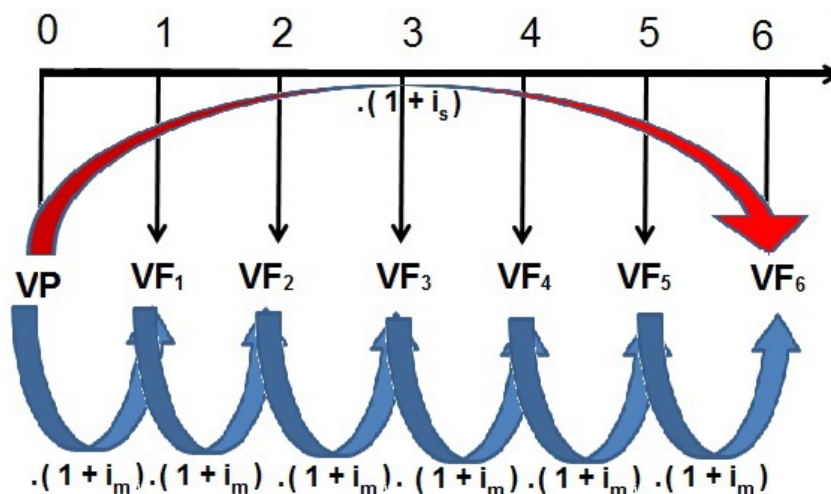
Já que,

$$VP(1 + I) = VF_n = VP(1 + i)^n$$

Desta forma, têm-se as equivalências entre taxas de um mesmo período, mas com capitalizações diferentes. Por exemplo, considere as taxas de juros efetiva anual ( $i_{fa}$ ), efetiva semestral ( $i_{fs}$ ), efetiva mensal ( $i_{fm}$ ) e efetiva diária ( $i_{fd}$ ) e que o ano tenho 365 dias, assim:

$$(1 + i_{fa}) = (1 + i_{fs})^2 = (1 + i_{fm})^{12} = (1 + i_{fd})^{365}$$

Figura 30 – Equivalência entre Taxa Semestral e Taxa Mensal.



(a) Fonte: Autor.

### E.3.2 Taxa Nominal e Taxa Efetiva

#### Taxa Nominal

As taxas nominais ( $i_m$ ) são aquelas nas quais não há coincidência entre as unidades de tempo de referência e de capitalização. Ou seja, são aquelas que apresentam seus valores em um período maior que de sua capitalização (geralmente anual), porém elas são divididas proporcionalmente a um período menor (geralmente mensal) que chamamos período de capitalização, gerando assim sua taxa de juros de capitalização ( $i_c$ ):

$$i_c = \frac{i_m}{n} \quad (\text{E.14})$$

Em que  $n$  é o período de capitalização.

#### Taxa Efetiva

As taxas de juros efetivas são aquelas nas quais a unidade de tempo a que se referem coincidem com a unidade de tempo dos períodos de capitalização. O valor da taxa nominal ( $i_m$ ) considera uma capitalização a Juros Simples, o que na prática não acontece. Assim uma vez encontrada  $i_c$ , ela voltará a ser capitalizada pelo mesmo período  $n$  ao qual foi dividida  $i_m$  anteriormente para sua obtenção, porém agora a juros compostos, gerando uma taxa maior a  $i_m$ , que chamaremos de taxa efetiva ( $i_f$ ). Desta forma, ao substituir  $i_c = \frac{i_m}{n}$  em  $(1 + i_f)^1 = (1 + i_c)^n$  para encontrarmos uma taxa equivalente em um único período, assim:

$$1 + i_f = \left(1 + \frac{i_m}{n}\right)^n$$

$$i_f = \left(1 + \frac{i_m}{n}\right)^n - 1 \quad (\text{E.15})$$

### E.3.3 Taxa Real

Quando calculamos uma taxa efetiva e não lembramos da inflação gera-se uma interpretação equivocada, dado que houve uma desvalorização do dinheiro no tempo. Assim devemos corrigir o valor  $VP$  considerando a inflação no período, vejamos:

Quando um  $VP$  é utilizado na compra de  $x$  objetos de preço  $p$  cada, tal que:

$$\frac{VP}{p} = x$$

Caso em um ano esse  $VP$  seja aplicado a uma taxa de  $i_f$  e o preço  $p$  sofra com uma taxa de inflação  $I$ , a quantidade  $x$  de objetos também será alterada para  $x \cdot \frac{1 + i_f}{1 + I}$  objetos, se  $i_f \neq I$ .

Se  $i_f$  é a **taxa efetiva** de juros,  $i_r$  é a **taxa real** de juros e  $I$  a **taxa de inflação**, todas referidas ao mesmo período de tempo, então  $1 + i_f = (1 + I)(1 + i_r)$  (MORGADO, 2005).

## E.4 Séries de Pagamentos

O controle de saída e entrada monetária é importante neste contexto, pois forma de pagar e receber leva a observação de várias fórmulas e criação de tabelas financeiras que colaborará para calcular, de forma mais dinâmica, os valores acumulados no início e no final das séries.

### E.4.1 Fluxos de Caixa

O fluxo de caixa (FC) é a observância de entrada e saída de recursos financeiros, bens e serviços de uma pessoa física ou pessoa jurídica.

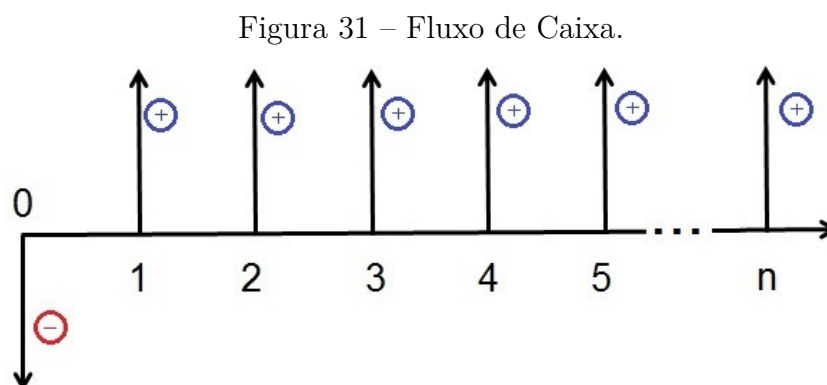
As formas mais usuais de observar e analisar um fluxo de caixa é pelo seu diagrama ou sua tabela (mais adiante, veremos a representação de um fluxo de caixa por uma ênupla).

Suas construções são realizadas a partir dos seguintes critérios:

#### Diagrama do Fluxo de Caixa:

- Cria-se uma linha do tempo ( $n$ ) na horizontal;
- Setas para cima simbolizam entrada de dinheiro;
- Setas para baixo simbolizam saída de dinheiro.

Como ilustrado na figura abaixo:



(a) Fonte: Autor.

Também pode-se representar um fluxo de caixa em uma tabela, da seguinte forma:

- Cria-se uma tabela com 3 colunas: tempo ( $n$ ), entrada e saída;
- Na coluna período coloca-se o tempo;
- Na coluna entrada, valores positivos demonstrando ganhos;
- Na coluna saída, valores negativos demonstrando perdas.

Tabela 4 – Ilustração Fluxo de Caixa

Período	Entrada	Saída
0	$+FC_0$	
1		$-FC_1$
2	$+FC_2$	
3	$+FC_3$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n		$-FC_n$

### E.4.2 Séries Uniformes

As séries de pagamento são chamadas de uniformes quando os valores das parcelas ou prestações ( $P$ ) são todas iguais. Há duas formas de séries de pagamentos uniformes, a postecipada (mais frequente) em que o primeiro pagamento é realizado no período  $n = 1$ , e a antecipada, em que o primeiro pagamento é realizado no período  $n = 0$ , isto é, com entrada.

Para ambas as séries de pagamentos mencionadas anteriormente, são utilizadas duas formas de cálculos que consideram o valor futuro para aplicações financeiras e o valor presente em aquisição de bens e serviços.

Vejamos a seguir a demonstração de cada série de pagamentos uniformes.

#### Valor Futuro da soma de uma série postecipada (VFP)

Muito utilizada em aplicações financeiras, o  $VFP$  trata-se de um somatório de uma PG finita. Sendo  $S_n$  a soma dos  $n$  primeiros termos da PG e conseqüentemente o  $VFP_n$  é o valor futuro da soma das  $n$  primeiras prestações, sendo cada uma delas apesar de o mesmo valor no ato do pagamento serão corrigidas no período do tempo pelo fator  $(1 + i)$ . Vejamos:

Sendo,

$$P_1 + P_2 + \dots + P_{n-2} + P_{n-1} + P_n = VFP_n$$

Em que  $P_1, P_2, \dots, P_{n-2}, P_{n-1}$  e  $P_n$  são os valores das prestações postecipadas no período  $n$  ( $P_k$  com  $k \in \mathbb{N}$  sendo o período do pagamento).

Quando substituimos cada um dos valores  $P_k$  em função de um único  $P$ , corrigindo seus respectivos valores no período de tempo pelo fator  $(1 - i)^{n-k}$ , de modo que,

$$P_k = P(1 - i)^{n-k}$$

Obtemos,

$$P \cdot (1 + i)^{n-1} + \dots + P \cdot (1 + i)^2 + P \cdot (1 + i) + P = VFP_n$$

Como  $VFP_n$  é a soma dos  $n$  primeiros termos de uma PG de razão  $(1 + i)$  e primeiro termo  $P$ , temos:

$$VFP_n = P \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{1 + i - 1}$$

$$VFP_n = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Logo, têm-se que a prestação é:

$$P = VFP_n \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (\text{E.16})$$

### Valor presente de uma série postecipada (VPP)

Frequentemente o  $VPP$  é utilizado na compra de bens ou empréstimos. Como  $VPP = \frac{VFP_n}{(1+i)^n}$  e  $VFP_n = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ , temos:

$$VPP = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

Donde, podemos obter a prestação, ou seja,

$$P = VPP \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

### Valor futuro da soma de uma série antecipada (VFA)

Para calcular a  $VFA$  devemos efetuar o produto da série  $VFP$  (valor futuro da soma de uma série postecipada) por  $(1+i)$  e corrigir a antecipação das prestações no período. Ou seja:

$$VFA = VFP \cdot (1+i)$$

$$VFA_n = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i)$$

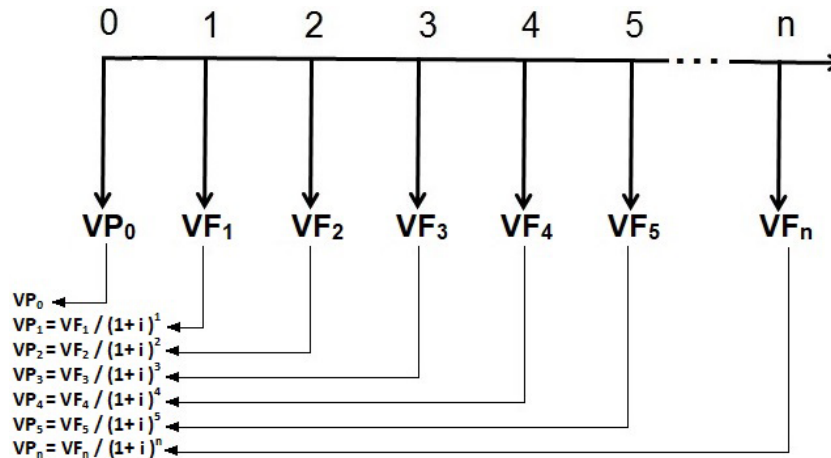
O que resulta em:

$$P = VFA_n \cdot \frac{i}{[(1+i)^n - 1] \cdot (1+i)}$$

### E.4.3 Séries Variáveis

Há séries de pagamentos que não têm seus valores uniformes, ou seja, seus valores são distintos e, por isso, são chamadas de Séries Variáveis.

Figura 32 – Fluxo de Caixa de uma Série Variável.



(a) Fonte: Autor.

Nas séries variáveis, não se utilizam fórmulas para calcular os valores presentes ou futuros, ou seja, é preciso calcular cada período dentro das séries, como podemos ver na figura abaixo:

A soma de todos  $VP_n$  é o  $VPL$  (Valor Presente Líquido):

$$VPL = VP_0 + VP_1 + \dots + VP_n$$

que estudaremos melhor na próxima seção.

### E.4.4 Séries Perpétuas

Séries perpétuas são séries de pagamento uniforme nas quais o número de pagamentos é considerado indefinido (“infinito”), ou seja, quando o período é longo o suficiente de forma a não podermos determinar o fim da série. São utilizadas em cálculos de aposentadoria, por exemplo.

Temos que  $VPP = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ , organizando os termos, temos:

$$VPP = \frac{P}{i} \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n}$$

ao imaginarmos infinitos pagamentos pode-se tomar o limite e, assim:

$$VP_{\text{perpétuo}} = \lim_{n \rightarrow \infty} VPP = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P}{i} \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n}$$

Como  $P$  e  $i$  são constantes, temos:

$$VP_{\text{perpétuo}} = \frac{P}{i} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n} = \frac{P}{i} \lim_{n \rightarrow \infty} 1 - \frac{1}{(1+i)^n} = \frac{P}{i} \cdot 1$$

Portanto,

$$VP_{\text{perpétuo}} = \frac{P}{i} \quad (\text{E.17})$$

## E.5 Técnicas de Análise de Investimentos - Empreendimentos

Pode-se considerar investimento como um compromisso atual de recursos que trará benefícios no futuro. Se estes recursos e benefícios tomam a forma de dinheiro, o investimento é um compromisso atual de uma quantia com o propósito de obter (esperançosamente mais) dinheiro posteriormente (LUENBERGER, 1998). Por exemplo, quando se aplica uma quantia de dinheiro na caderneta de poupança obtêm-se um retorno, no caso, já conhecido exatamente no ato da aplicação. Entretanto, em outras situações - como nos fundos multimercado - a quantia de dinheiro a ser obtida no futuro é desconhecida.

Para sistematizar o conceito de investimento utiliza-se a noção de Fluxo de Caixa. Segundo Assaf (2012, p. 105) “fluxo de caixa representa uma série de pagamentos ou recebimentos que se estima ocorrer em um determinado intervalo de tempo”. Por exemplo, se o período base de um investimento for de três meses, um possível fluxo de caixa deste investimento pode ser: um investimento inicial de R\$ 3,00; um retorno de R\$ 0,10 nos dois primeiros meses e de R\$ 3,10 no final, que pode ser representado como uma ênupla ordenada: (-3, 0.1, 0.1, 3.1).

Entende-se, por objetivo de um investimento, adequar o padrão das entradas e saídas do fluxo de caixa de modo a ser tão rentável quanto possível (LUENBERGER, 1998, p.1). O objetivo de adequá-lo para ser o tão rentável quanto possível, pertence ao escopo da Análise de Investimentos, que segundo Luenberger (1998), é o processo de examinar alternativas e decidir qual, dentre delas, é a mais preferível. Assim, a análise de investimentos é semelhante a análise de outras decisões, como por exemplo, projetar um edifício, planejar uma viagem ou formular uma campanha publicitária.

No entanto, os problemas de investimento são diferentes dos problemas de tomada de decisão, pelo fato de que os investimentos são realizados na estrutura do mercado financeiro. Estrutura essa, que permite a adoção de alguns princípios, como os que seguem:

- **O Princípio da Comparação:** essencialmente garante a possibilidade de comparar dois investimentos e assim poder escolher aquele mais rentável. Como no exemplo a seguir:

Seu tio lhe oferece um investimento especial. Se você lhe der R\$ 100,00 agora, ele lhe dará R\$ 110,00 em um ano. Seu reembolso é totalmente garantido por um fundo fiduciário de títulos do Tesouro Americano e, portanto, praticamente não há risco para o investimento. Além disso, não há obrigação moral ou pessoal de fazer esse investimento. Você pode aceitar a oferta ou não. O que você deve fazer? (LUENBERGER, 1998, p. 4).

Um modo natural de analisar a situação anterior é observar que o investimento oferece 10% de juros e, assim, comparar essa taxa com a taxa de juros de outros

investimentos. Adotando a postura de que se o outro investimento oferecer uma taxa maior, opta-se por este outro. Se oferecer uma taxa menor, ficar com o primeiro.

- **Princípio da Não-Arbitragem:** afirma que dois ativos com a mesma estrutura de funcionamento (por exemplo, que possuem a mesma taxa de rendimento) não podem ter valores diferentes ao mesmo tempo, pois do contrário - segundo a Teoria dos Mercados Eficientes, que pode ser vista em Godoy (2016) - o mercado se tornaria ineficiente por possibilitar arbitragens (compra e venda de ativos de mesma estrutura de rendimento, com o objetivo de lucrar sem riscos na diferença de preço que há nessa compra e venda).
- **Dinamismo:** afirma que os mercados financeiros são dinâmicos, no sentido de que os instrumentos financeiros (contratos que dão origem aos ativos) iguais ou similares são negociados continuamente, o que acarreta nos preços dos ativos não serem "um número", mas sim, o resultado de um processo que evolui ao longo do tempo e que está sujeito à incertezas. Portanto, o valor de um investimento muda com o tempo.
- **Aversão ao risco:** afirma que os indivíduos preferem os investimentos que oferecem menor risco. Por exemplo, se dois investimentos têm o mesmo custo e ambos retornam o mesmo valor, e o retorno é certo para um e incerto para o outro; o primeiro será escolhido e o segundo não.

A partir destes princípios, pode-se estudar os investimentos de *Fluxo de Caixa Determinístico*, que são aqueles nos quais as entradas e saídas são valores conhecidos. As seções seguintes abordarão alguns tópicos de análise de investimentos úteis para investimentos de fluxo de caixa determinístico, como a Poupança por exemplo.

### E.5.1 Valores Presente e Futuro de Fluxos de Caixa

Dado um fluxo de caixa  $x = (x_0, x_1, \dots, x_n)$  e uma taxa de juros  $i$  em cada período, o valor futuro ( $VF$ ) desse fluxo de caixa é:

$$VF = x_0(1+i)^n + x_1(1+i)^{n-1} + \dots + x_n \iff VF = \sum_{k=0}^n x_k(1+i)^{n-k} \quad (\text{E.18})$$

Dado um fluxo de caixa  $x = (x_0, x_1, \dots, x_n)$  e uma taxa de juros  $i$  em cada período, o valor presente ( $VP$ ) desse fluxo de caixa é:

$$VP = x_0 + \frac{x_1}{(1+i)} + \frac{x_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{x_n}{(1+i)^n} \iff VP = \sum_{k=0}^n \frac{x_k}{(1+i)^k} \quad (\text{E.19})$$

O valor presente e o valor futuro estão relacionados por:

$$VP = \frac{VF}{(1+i)^n} \quad (\text{E.20})$$

Sejam  $x$  e  $y$  fluxos de caixa, diz-se  $x$  e  $y$  são equivalentes, para uma taxa de juros constante  $i$ , quando os valores presentes dos dois fluxos de caixa (calculados com a mesma taxa  $i$ ) forem iguais.

Essa definição é importante porque garante que o valor presente é o único indicador necessário para caracterizar um fluxo de caixa. Por exemplo, o fluxo pode ser "transformado" de várias maneiras pela instituição financeira, mas o valor presente permanecerá o mesmo.

### E.5.2 Taxa Interna de Retorno e Valor Presente Líquido

**Taxa Interna de Retorno:** Seja  $x = (x_0, x_1, \dots, x_n)$  um fluxo de caixa, define-se a taxa interna de retorno (*TIR*) do fluxo de caixa  $x$  como:

$$0 = x_0 + \frac{x_1}{(1 + TIR)} + \frac{x_2}{(1 + TIR)^2} + \dots + \frac{x_n}{(1 + TIR)^n} \iff 0 = \sum_{k=0}^n \frac{x_k}{(1 + TIR)^k} \quad (E.21)$$

Equivalentemente, a *TIR* satisfaz  $\frac{1}{1 + TIR} = c$ , onde  $c$  satisfaz a equação polinomial:

$$0 = x_0 + x_1c + x_2c^2 + \dots + x_nc^n \quad (E.22)$$

O exemplo a seguir ilustra o cálculo da *TIR*:

Considere o fluxo de caixa  $(-2, 1, 1, 1)$ . A taxa interna de retorno é encontrada com a solução de:

$$0 = -2 + c + c^2 + c^3 \quad (E.23)$$

Que é  $c \approx 0,81$ . Portanto,  $TIR = \frac{1}{0,81} - 1 \approx 0,23$ .

**Teorema da Taxa Interna de Retorno:** Suponha um fluxo de caixa  $(x_0, x_1, \dots, x_n)$ , com  $x_0 < 0$  e  $x_k \geq 0$  para todo  $k = 1, 2, \dots, n$ , com pelo menos um termo sendo estritamente positivo. Então a equação:

$$0 = x_0 + x_1c + x_2c^2 + \dots + x_nc^n \quad (E.24)$$

possui uma única raiz positiva. Além disso, se  $\sum_{k=0}^n x_k > 0$  (ou seja, se o valor final exceder o valor inicial), então  $TIR > 0$ .

*Demonstração.* Pelo teorema da regra dos sinais de Descartes (COUTINHO, 2016, p.18), o número de raízes positivas de um polinômio é menor ou igual a quantidade de mudanças de sinais da sequência de seus coeficientes. Como  $x_k \geq 0$  para todo  $k = 1, 2, \dots, n$  e que  $x_0 < 0$ , a sequência de coeficientes em questão apresenta exatamente uma mudança de sinal, e assim, segue que (2.15) possui uma única raiz positiva.

A partir da equação (2.15), têm-se a seguinte função:  $f(c) = x_0 + x_1c + x_2c^2 + \dots + x_nc^n$ , com  $x_i$  constante ( $i = 0, 1, \dots, n$ ). Se  $\sum_{k=0}^n x_k > 0$  (note que existe um fluxo de caixa líquido<sup>1</sup> que está positivo, o  $x_0$  que não foi descontado), então têm-se  $f(1) > 0$ . Isso significa que a solução  $c_0$ , satisfazendo  $f(c_0) = 0$ , deve ser menor que 1. Portanto,  $TIR = \frac{1}{c_0} - 1 > 0$ , isto é, a taxa interna de retorno é positiva.

□

**Valor Presente Líquido:** O valor presente líquido (VPL) é definido como:

$$VPL = \sum_{k=1}^n \frac{x_k}{(1 + i)^k} \quad (E.25)$$

<sup>1</sup> Fluxo de caixa líquido é o valor obtido ao se fazer a diferença das entradas e saídas de um fluxo de caixa em um determinado período.

onde,

$x_k$ : é cada entrada e saída de um fluxo de caixa  $x = (x_0, x_1, \dots, x_n)$ ;

$i$ : é a taxa de juros efetiva;

$n$ : é a quantidade de períodos.

O cálculo do  $VPL$  diz qual o valor atual de um investimento e, assim, também é um indicador da rentabilidade de um investimento.

### E.5.3 Critério de avaliação: Valor Presente Líquido *versus* Taxa Interna de Retorno

Tanto a  $TIR$  quanto o  $VPL$  são usados como critério para avaliar qual investimento é mais rentável. No entanto, pode ocorrer que ao comparar dois investimentos a  $TIR$  indique a escolha de um investimento, enquanto que o  $VPL$  indique o outro. (LUENBERGER, 1998, p. 26):

*(Quando cortar uma árvore)* Imagine que você tenha a oportunidade de plantar árvores e que mais tarde estas árvores possam ser vendidas para uma madeireira. Este projeto requer um gasto inicial de dinheiro para comprar e plantar as mudas. Nenhum outro fluxo de caixa ocorre até que as árvores são colhidas e, no entanto, você tem uma escolha sobre quando colher: após 1 ano ou após 2 anos; se você colher após 1 ano, você obtém seu retorno rapidamente; mas se você esperar mais um ano, as árvores terão um crescimento adicional e a receita gerada pela venda das árvores será maior. Assumimos que os fluxos de caixa associados a essas duas alternativas são (a) (-1,2) cortar após 1 ano e (b) (-1, 0, 3) cortar após 2 anos. Também assumimos que a taxa de juros vigente é de 10%.

Então os valores presentes líquidos são:

$$(a) \ VPL = \frac{-1 + 2}{1,1} \approx 0,9$$

$$(b) \ VPL = \frac{-1 + 3}{(1,1)^2} \approx 1,67$$

Seguindo o critério do valor presente líquido, é melhor cortar após 2 anos, ou seja, alternativa (b).

Agora, calculando as taxas internas de retorno, temos:

$$(a) \ -1 + 2c = 0 \implies c = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 + TIR} \text{ e, assim, } TIR = 1,0$$

$$(b) \ -1 + 3c^2 = 0 \implies c = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{1 + TIR} \text{ e, assim, } TIR = \sqrt{3} - 1 \approx 0,7$$

Assim, para a taxa interna de retorno, a melhor alternativa é (a).

Note que é o oposto do que indicou o *VPL*. Ambos os critérios possuem atributos positivos e limitações. Por um lado, o *VPL* é mais simples de computar, pois não tem a ambiguidade associada às diversas raízes possíveis da equação da *TIR*. No entanto, a *TIR* possui a vantagem de depender apenas das propriedades do fluxo de caixa e não da taxa de juros efetiva (que na prática, pode não ser facilmente definida). De fato, os dois métodos têm papéis apropriados, mas em situações diferentes.

### E.5.4 Payback

O Payback é uma técnica de fácil análise de investimentos e está relacionado com o tempo.

**Payback** é o tempo exato de retorno necessário para se recuperar um investimento inicial (BRANCO, 2005).

Existem duas formas de Payback, o simples, que não considera a desvalorização do dinheiro no tempo e o composto, que atualiza os valores do dinheiro ao decorrer de cada período em Juros Compostos.

#### Critérios de Decisão:

- Determinar o Prazo limite para o Retorno;
- $\text{Payback} < \text{Prazo Limite}$ , Aceita-se o Projeto;
- $\text{Payback} > \text{Prazo Limite}$ , Rejeita-se o Projeto.

#### Vantagens

É Fácil de calcular, sendo feito a partir do fluxo de caixa.

#### Desvantagens

Não considera o fluxo de caixa após o período do cálculo do *payback*, pois após o retorno do investimento é importante saber se continuará gerando lucros ou prejuízos o investimento.

#### Exemplo:

Seu João após a sua aposentadoria queria pegar um empréstimo sem juros como seu irmão para pagar em 6 meses. O capital seria utilizado para comprar um carrinho de churros e complementar a renda familiar. Sabe-se que o custo da compra do carrinho é de R\$2.000, 00 e a expectativa de lucro é de R\$ 400, 00. Aplicando o método de Payback simples, é viável que o seu João faça o empréstimo para adquirir o carrinho churros?

$$\text{Payback} = \frac{2000}{400} = 5$$

Sendo assim, como 5 meses < 6 meses seu João deve aceitar o projeto.