

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCar
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA - CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO - PPGE**

CASSIANO DA SILVA TAVARES

**MODELOS E MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO PARA APOIO À TOMADA DE DECISÃO NO
PLANEJAMENTO AGRÍCOLA DA CULTURA DE LARANJA**



São Carlos - SP
2025

CASSIANO DA SILVA TAVARES

**MODELOS E MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO PARA APOIO À TOMADA DE DECISÃO NO
PLANEJAMENTO AGRÍCOLA DA CULTURA DE LARANJA**

Texto do exame de Defesa para o doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de São Carlos, para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção.
Orientador: Prof. Dr. Pedro Augusto Munari Jr



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Folha de Aprovação

Defesa de Tese de Doutorado do candidato Cassiano da Silva Tavares, realizada em 03/04/2025.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Pedro Augusto Munari Junior (UFSCar)

Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto (UFSCar)

Prof. Dr. Angelo Aliano Filho (UTFPR)

Prof. Dr. Cleber Damião Rocco (UNICAMP)

Prof. Dr. Maristela Oliveira dos Santos (USP)


O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção.


Dedico este trabalho a minha esposa Jéssica que está ao meu lado desde 2006 me suportando em todos os momentos e a minha filha Cecília que nasceu durante esta pesquisa no dia 15/05/2022.


Agradecimentos





Primeiramente gostaria de agradecer os meus pais, Ilson e Nice, por sempre dedicarem todo o esforço possível em minha educação e sempre acreditarem no meu potencial, investindo tempo, dinheiro e saúde em minha jornada. Sem esta fagulha educacional e todo o amor de vocês, nada disso seria possível!

Gostaria de agradecer imensamente a minha esposa Jéssica que sempre me apoiou em toda esta jornada de muitos obstáculos compilados neste trabalho. Ela teve paciência, empatia, compaixão e muito amor por estar ao meu lado nos momentos mais difíceis e mais prazerosos ao longo desses quatro anos de projeto. Ela me deu forças para continuar quando tudo parecia impossível e teve uma enorme participação no sucesso deste trabalho!

Ao meu orientador, o Prof. Dr. Pedro Augusto Munari Júnior , deixo todo o meu carinho e gratidão por todo o conhecimento que me foi transmitido ao longo do projeto e na minha trajetória acadêmica pelo PPGEP que teve início em 2015, onde pude realmente conhecer o que é a Pesquisa Operacional e como ela pode contribuir para a ciência e para a evolução da sociedade humana. Agradeço também por toda a paciência que o senhor teve comigo devido às minhas limitações técnicas, acadêmicas e problemas pessoais que tive que enfrentar ao longo do projeto.

Ao Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto , deixo os meus sinceros agradecimentos por todos os conhecimentos de Pesquisa Operacional transmitidos a mim e aos meus colegas de sala e laboratório desde 2015 (meu primeiro ano de mestrado). Sem sombra de dúvida, o senhor contribuiu muito com a minha trajetória de aprendizado nesta ciência com as suas aulas e contribuições em minhas bancas de avaliação.

Ao Prof. Dr. Angelo Aliano Filho , deixo a minha gratidão por toda a contribuição durante todo esse projeto, em especial nos últimos seis meses, nos auxiliando em todas as técnicas e na teoria de Otimização Multiobjetivo, fornecendo materiais e artigos que nos ajudaram muito na construção desse projeto.

Por fim, aos meus colegas de laboratório, Alex Paranyha Abreu , Caio Tomazella , Kamyla Maria Ferreira  e Tarley Mansur Fantazzini , deixo a minha enorme admiração e carinho por todas as trocas que realizamos ao longo dos anos nesse projeto. Sem a contribuição de vocês, nada disso seria possível! Também gostaria de deixar um agradecimento sincero a vocês pelas várias ajudas em meu acesso remoto ao computador do GPO.

“O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001”

“This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance Code 001”

Resumo

A safra de laranjas do Brasil do ano de 2024/25 já é considerada a menor dos últimos 30 anos. Isso se deve à queda na produção dos pomares do estado de São Paulo em 25% e a outros fatores como a propagação das doenças fitossanitárias, escassez de chuvas (31% menor do que previsto para o período), diminuição do tamanho das frutas e diminuição da taxa de queda dos frutos maduros. Todo este panorama promoveu uma alta no preço da fruta e uma desaceleração no consumo de suco de laranja em nível mundial. Com isso, a posição do Brasil como maior produtor de laranjas e suco de laranja desde 1980 pode ser abalada no médio prazo caso não haja soluções para dar suporte a decisões estratégicas como o plantio de laranjas para o atendimento das demandas de contratos internacionais firmados anteriormente. Para enfrentar esses desafios, este trabalho propõe um modelo matemático inovador para dar suporte formal à otimização do planejamento estratégico do plantio de laranjas, considerando características específicas dessa cultura, como o equilíbrio varietal da produção e o controle de grupos etários das plantas. Os requisitos operacionais foram levantados em parceria com um dos maiores produtores mundiais de suco de laranja e validados por meio de experimentos computacionais usando instâncias baseadas em dados reais. Os resultados computacionais apontaram diversas vantagens em se usar o modelo proposto no apoio à tomada de decisão, indicando ainda que a produção anual pode ser incrementada, em média, em 50,59% a partir do nono ano até o final do horizonte de planejamento, atendendo aos requisitos essenciais e desejáveis definidos pela empresa. Entretanto, observou-se uma dificuldade elevada para se obter soluções ótimas do modelo proposto, devido à complexidade e dimensão do problema a ser resolvido considerando a situação real. Para diminuir o tempo de resposta, heurísticas foram exploradas, oferecendo soluções razoáveis. Além disso, para tratar objetivos conflitantes que surgem na prática, técnicas de Otimização Multiobjetivo foram exploradas. Com esses avanços, este trabalho oferece soluções práticas e estratégicas para produtores brasileiros enfrentarem as adversidades e manterem a competitividade no mercado global.

Palavras-chave: Otimização, Planejamento estratégico, Abordagem de Plantio, Citricultura, Modelo matemático, Pesquisa Operacional em Agricultura.

Abstract

The 2024/25 Brazilian orange harvest is already considered the smallest in the past 30 years. This is due to a 25% drop in orchard production in the state of São Paulo and other factors such as the spread of phytosanitary diseases, a shortage of rainfall (31% lower than expected for the period), a reduction in fruit size, and a decrease in the rate of mature fruit drop. This entire scenario has led to a rise in fruit prices and a slowdown in global orange juice consumption. As a result, Brazil's position as the world's largest producer of oranges and orange juice since 1980 could be shaken in the medium term if no solutions are found to support strategic decisions, such as planting orange trees to meet the demands of previously signed international contracts. To face these challenges, this thesis proposes an innovative mathematical model to formally support the optimization of strategic planning for orange planting, taking into account specific characteristics of this crop, such as varietal balance in production and the control of plant age groups. The operational requirements were defined in partnership with one of the world's largest orange juice producers and validated through computational experiments using instances based on real data. The computational results revealed several advantages of using the proposed model to support decision-making, further indicating that annual production could increase by an average of 50.59% from the ninth year until the end of the planning horizon, while meeting the company's essential and desirable requirements. However, significant difficulty was observed in obtaining optimal solutions of the proposed model due to the complexity and scale of the real-world problem. To reduce response time, metaheuristics were explored, offering reasonable solutions. Moreover, to handle conflicting objectives that arise in practice, Multiobjective Optimization techniques were applied. With these advances, this work provides practical and strategic solutions for Brazilian producers to face adversities and maintain competitiveness in the global market.

Keywords: *Optimization, Strategic planning, Planting Approach, Citruculture, Mathematical model, Operation Research applied in Agriculture.*

Lista de Figuras

1.1	Produção Mundial de Laranjas na Safra 2023/24 (em 1000 toneladas).	19
1.2	Produção Mundial de Suco Concentrado de Laranja na Safra 2023/24 (em 1000 toneladas).	19
1.3	Volume de Exportação de Suco de Laranja 66º Brix (em toneladas).	24
3.1	Distribuição do plantio da laranja em território nacional.	34
3.2	Disposição dos cinco setores citrícolas do estado de São Paulo.	35
3.3	Época das floradas das variedades dos citros.	37
3.4	Ilustração da enxertia via método T invertido - Porta-Exerto Citrumelo <i>Swingle</i> .	38
3.5	Combinações de enxertia mais frequentes nos viveiros de São Paulo por porta-enxerto.	39
3.6	Métodos de irrigação utilizados na citricultura.	40
3.7	Diferenças entre os sistemas de gotejamento e microaspersão na atividade de irrigação.	41
3.8	Exemplo de talhões de laranjas mapeados via satélite entre os municípios de Conchal e Mogi Mirim.	42
3.9	Espaçamento de plantio utilizado na citricultura.	43
3.10	Aplicação de calcário na citricultura.	44
3.11	Operação de colheita da laranja.	44
3.12	Perfil de evolução do adensamento de pés de laranja no estado de São Paulo.	46
3.13	Panorama do adensamento de pés de laranja no estado de São Paulo.	47
3.14	Percentual de laranjeiras em relação ao total por categoria de idade (inventários de 2015 e 2021).	48
5.1	Representação esquemática do Algoritmo 1 com $T = 12, k = 4, \tau = 2$.	68
5.2	Representação esquemática do Algoritmo 2 com $T = 12$ e $\tau = 2$.	70
5.3	<i>Relax-and-Fix</i> com uma partição em sobreposição	71
5.4	<i>Relax-and-Fix</i> com duas partições em sobreposição	72
5.5	Análise de Produção - Solução Base, DP, HR-15-15, e RF-15.	79
5.6	Análise do controle etário - Solução Base, DP, HR-15-15, e RF-15.	80
5.7	Análise do controle varietal - Solução Base, DP, HR-15-15, e RF-15.	81
5.8	Análise do plantio - Solução base, DP, HR-15-15, e RF-15.	83
5.9	Análise da erradicação - Solução base, DP, HR-15-15, e RF-15.	84
6.1	Relação entre o Espaço de Soluções Admissíveis e o Espaço de Critérios.	87
A.1	Análise de Produção das soluções s_1, s_2 e s_3 .	114

A.2	Análise do controle etário - MOPEC-S1 Multiobjetivo.	115
A.3	Análise do controle varietal - MOPEC-S1 Multiobjetivo.	116
A.4	Análise do plantio - MOPEC-S1 Multiobjetivo.	118
A.5	Análise da erradicação - MOPEC-S1 Multiobjetivo.	119
B.1	Análise de Produção das soluções s'_1 , s'_2 e s'_3	121
B.2	Análise do controle etário - MOPEC-S1 multiobjetivo com RF-15.	122
B.3	Análise do controle varietal - MOPEC-S1 multiobjetivo com RF-15.	123
B.4	Análise do plantio - MOPEC-S1 multiobjetivo com RF-15.	125
B.5	Análise da erradicação - MOPEC-S1 multiobjetivo com RF-15.	126

Lista de Tabelas

2.1	Síntese da RBS.	32
3.1	Agrupamento das variedades pelo ciclo de maturação dos frutos.	37
4.1	Variáveis de decisão para modelagem matemática.	53
4.2	Conjuntos e Parâmetros para modelagem matemática.	54
5.1	Análise dos resultados.	77
5.2	<i>Ranking</i> experimentos computacionais - Matheurísticas.	85
6.1	Matriz de Compromisso entre os Objetivos.	94
6.2	Soluções de compromisso considerando diferentes variações de λ_1 , λ_2 e λ_3	96
6.3	Matriz de Compromisso entre os Objetivos - RF-15.	98
6.4	Soluções Aproximadas de Compromisso - RF-15.	99
6.5	Teste de Aderência - RF-15.	99

Lista de Siglas

CDA/SAA-SP	- Secretaria de Agricultura e Abastecimento do estado de São Paulo
CV	- Coeficiente de variação
CEPEA	- Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada
CitrusBR	- Associação Nacional dos Exportadores de Sucos Cítricos
DVP	- Valor de carbono descontado
ERP	- <i>Enterprize Resource Planning</i>
ESALQ	- Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz
FAO	- <i>Food and Adriculture Organization of the United Nations</i>
FUNDECITROS	- Fundação de Defesa Agrícola
GA	- <i>Genetic Algorithm</i>
GPO	- Grupo de Pesquisa Operacional
IPCA	- Índice de Preços ao Consumidor
LAPES	- Laboratório de Pesquisa em Engenharia de <i>Software</i>
MIP	- Modelo de Programação Inteira Mista
MOPEC	- Modelo de Otimização no Planejamento Estratégico na Citricultura
MOTAD	- <i>Minimization of Total Absolute Deviation</i>
NL-MIP	- Modelo Não Linear de Programação Inteira Mista
PIB	- Produto Interno Bruto
PL	- Modelo de Programação Linear
PO	- Pesquisa Operacional
RBS	- Revisão Sistemática da Literatura
RO	- Otimização Robusta
Sp	- <i>Spread</i>
UFSCar	- Universidade Federal de São Carlos
USP	- Universidade de São Paulo
UNB	- Universidade de Brasília
VPL	- Valor Presente Líquido

Lista de Símbolos Latinos

\mathcal{E}	Conjunto dos estratos;
\mathcal{I}	Conjunto de idades dos estratos ;
\mathcal{F}	Conjunto de fazendas;
\mathcal{G}	Conjunto de grupos etários dos estratos;
\mathcal{L}	Conjunto de polos das fazendas;
\mathcal{T}	Conjunto de períodos
\mathcal{V}	Conjunto de variedades das frutas
$\mathcal{F}(\ell)$	Subconjunto das fazendas que pertencem ao polo $\ell \in \mathcal{L}$;
$\mathcal{K}(e)$	Subconjunto das fazendas compatíveis com o estrato $e \in \mathcal{E}$;
$\mathcal{E}(v)$	Subconjunto de estratos que produzem a variedade $v \in \mathcal{V}$;
\mathcal{E}^b	Subconjunto de estratos base;
\mathcal{E}^n	Subconjunto de estratos norma;
\mathcal{E}^{irri}	Subconjunto de estratos irrigados via gotejamento;
P_{eif}	Produtividade do estrato $e \in \mathcal{E}$ com idade $i \in \mathcal{I}$ na fazenda $f \in \mathcal{F}$;
R_{eif}	Taxa de erradicação do estrato $e \in \mathcal{E}$ com idade $i \in \mathcal{I}$ na fazenda $f \in \mathcal{F}$;
N_e	Taxa de erradicação do estrato $e \in \mathcal{E}$ com idade $i \in \mathcal{I}$ na fazenda $f \in \mathcal{F}$;
I_e^{max}	Idade máxima permitida do estrato $e \in \mathcal{E}$ usada para erradicação;
M	Limite anual de plantio de mudas;
B	Limite anual de erradicação de mudas;
U_v^{min}	Porcentagem mínima desejada de produção da variedade $v \in \mathcal{V}$ por polo;
U_v^{max}	Porcentagem máxima desejada de produção da variedade $v \in \mathcal{V}$ por polo;
W_g^{min}	Porcentagem mínima desejada de estratos do grupo etário $g \in \mathcal{G}$;
W_g^{max}	Porcentagem máxima desejada de estratos do grupo etário $g \in \mathcal{G}$;
A_f^{min}	Área mínima disponível para plantio da fazenda $f \in \mathcal{F}$.

Lista de Símbolos Latinos

A_f^{max}	Área máxima disponível para plantio da fazenda $f \in \mathcal{F}$;
P^{min}	Produtividade mínima por hectare para cada estrato, usada para erradicação por produtividade;
I_e^{min}	Idade mínima para erradicação por produtividade;
X_{eif}^0	Número de pés do estratos $e \in \mathcal{E}$ com idades $i \in \mathcal{I}$ nas fazendas $f \in \mathcal{F}$ no início do planejamento e
Y_{eif}^0	Área ocupada pelo estratos $e \in \mathcal{E}$ com idades $i \in \mathcal{I}$ nas fazendas $f \in \mathcal{F}$ no início do planejamento;
H_f	Porcentagem de área irrigada na fazenda $f \in \mathcal{F}$;
A	Adensamento do plantio;
l	Espaçamento entre as linhas;
d	Espaçamento entre as plantas da mesma linha;
x_{eift}	Quantidade de pés do estrato $e \in \mathcal{E}$ com idade $i \in \mathcal{I}$ na fazenda $f \in \mathcal{F}$ no período $t \in \mathcal{T}$;
y_{eift}	Área ocupada pelo estrato $e \in \mathcal{E}$ com idade $i \in \mathcal{I}$ na fazenda $f \in \mathcal{F}$ no período $t \in \mathcal{T}$;
z_{eift}	Define de o estrato $e \in \mathcal{E}$ com idade $i \in \mathcal{I}$ está plantado na fazenda $f \in \mathcal{F}$ no período $t \in \mathcal{T}$;
u_v^{min}	Variável de folga para a violação das restrições que impõe a porcentagem mínima desejada de produção da variedade $v \in \mathcal{V}$ por polo;
u_v^{max}	Variável de folga para a violação das restrições que impõe a porcentagem máxima desejada de produção da variedade $v \in \mathcal{V}$ por polo;
w_g^{min}	Variável de folga para a violação das restrições que impõe a porcentagem mínima desejada de estratos do grupo etário $g \in \mathcal{G}$;
w_g^{max}	Variável de folga para a violação das restrições que impõe a porcentagem máxima desejada de estratos do grupo etário $g \in \mathcal{G}$;
P_t	Subproblemas de otimização indexado por período t ;
f_l	Função objetivo genérica;
g_t	Conjunto de restrições genérico;
k	Quantidade de períodos a serem calculados no horizonte rolante;

Lista de Símbolos Gregos

θ_{vlt}	Produção da variedade $v \in \mathcal{V}$ no polo $l \in \mathcal{L}$ no período $t \in \mathcal{T}$;
$\delta(t)$	Plantio total realizado no período t ;
$\eta(t)$	Área erradicada total no período t ;
ξ_t	Variáveis internas dos subproblemas de otimização que representam o estado inicial do sistema;
Ξ_t	Domínio das variáveis internas ξ_t dos subproblemas de otimização;
ϑ_t	Variáveis internas dos subproblemas de otimização que representam o estado final do sistema;
Θ_t	Domínio das variáveis internas ϑ_t dos subproblemas de otimização;
ϕ_t^{var}	Penalizador da violação das restrições do controle varietal;
ϕ_t^{et}	Penalizador da violação das restrições do controle etário;
μ	Variável artificial;
ρ	Penalizador;
τ	Tamanho do passo do horizonte rolante.

Sumário

1	Introdução	18
1.1	Questão de pesquisa	22
1.2	Objetivos	22
1.3	Justificativa	23
1.4	Estrutura do trabalho	25
2	Revisão bibliográfica	26
2.1	Aplicações de PO no contexto da Agricultura - Nível Operacional	28
2.2	Aplicações de PO no contexto da Agricultura - Nível Tático	29
2.3	Aplicações de PO no contexto da Agricultura - Nível Estratégico	30
2.4	Outros trabalhos relacionados	30
2.5	Síntese da RBS	31
3	Caracterização do problema	33
3.1	Marcos teóricos da citricultura nacional	33
3.2	Cinturão citrícola nacional	34
3.3	Características relevantes para o estudo	35
3.3.1	Variedades e controle varietal	36
3.3.2	Porta-enxertos	38
3.3.3	Irrigação	39
3.3.4	Adensamento de plantio	42
3.3.5	Produção e erradicação	46
3.3.6	Controle etário	48
3.4	Planejamento estratégico de plantio de laranjas	49
4	Modelo de Otimização para o Planejamento Estratégico no Plantio de Laranjas	51
4.1	Modelagem matemática	51
4.2	MOPEC com Controles Varietal e Etário Flexibilizados	59
5	Matheurísticas	63
5.1	Descrição dos métodos	63
5.1.1	Horizonte Rolante	64
5.1.2	<i>Relax-and-Fix</i>	67
5.1.3	<i>Relax-and-Fix</i> com <i>Overlapping</i>	71

5.1.4	Decomposição por Polos (DP)	72
5.1.5	Decomposição por Polos + <i>Relax-and-Fix</i> (DPRF)	73
5.1.6	<i>Fix-and-Optimize</i>	73
5.2	Resultados computacionais	75
5.2.1	Análise de produção	78
5.2.2	Análise de controle etário	79
5.2.3	Análise de controle varietal	79
5.2.4	Análise de plantio e erradicação	82
5.3	Considerações finais do capítulo	85
6	Otimização Multiobjetivo	86
6.1	Conceitos Fundamentais de Otimização Multiobjetivo	86
6.2	Métrica de Tchebycheff Aumentada	89
6.3	MOPEC-S1 Multiobjetivo	90
6.4	Resultados computacionais	92
6.4.1	Modelo compacto com Métrica de Tchebycheff Aumentada	93
6.4.2	RF-15 com Métrica de Tchebycheff Aumentada	96
6.5	Considerações finais do capítulo	100
7	Conclusões e Trabalhos Futuros	102
7.1	Conclusões	102
7.2	Trabalhos Futuros	104
	Referências	105
	Apêndice A – Resultados de algumas soluções da Métrica de Tchebycheff Aumentado aplicada ao MOPEC-S1	113
A.1	Análise de produção	113
A.2	Análise de controle etário	114
A.3	Análise de controle varietal	114
A.4	Análise de plantio e erradicação	117
	Apêndice B – Resultados de algumas soluções da Métrica de Tchebycheff Aumentado aplicada junto com a RF-15	120
B.1	Análise de produção	120
B.2	Análise de controle etário	120
B.3	Análise de controle varietal	121
B.4	Análise de plantio e erradicação	124

1 Introdução

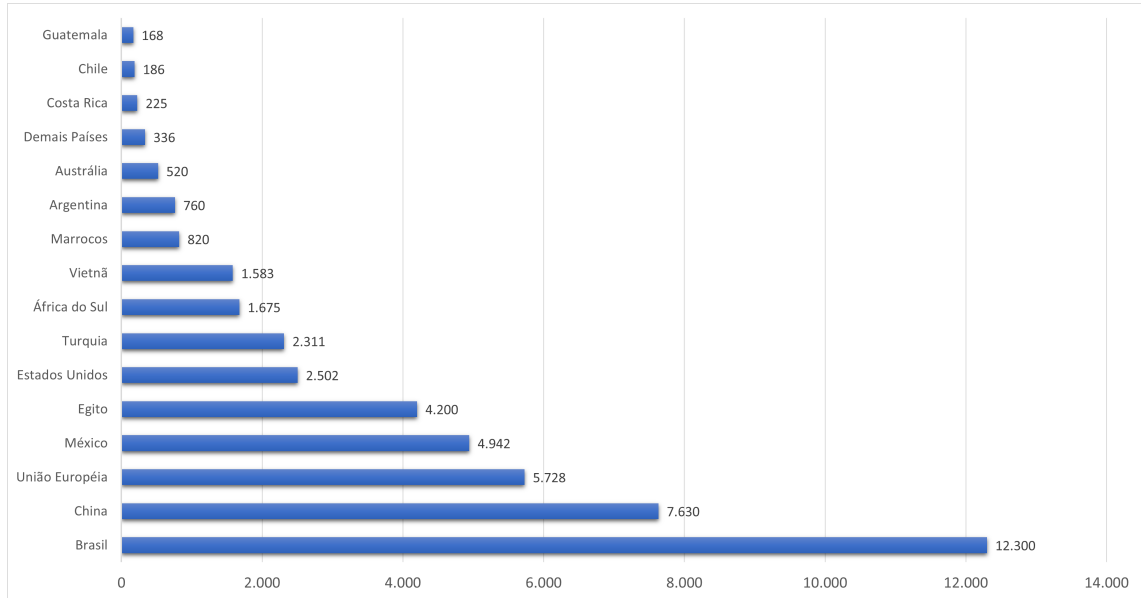
Nas últimas décadas, uma parcela da população mundial tem optado fortemente por comprar produtos naturais devido à crescente preocupação com a saúde e bem-estar, impulsionando a procura por alimentos frescos, naturais e minimamente processados (CLAUDIA et al., 2023). Este crescimento moldou a nova realidade das cadeias de suprimento agro-alimentícias devido às pressões constantes do mercado consumidor em duas grandes esferas, sendo elas (i) sociedade, buscando atender toda a demanda crescente por alimentos naturais; e (ii) sustentabilidade, buscando atender todas as demandas do primeiro ponto sem comprometer clima, solo e outros fatores que inviabilizem a possibilidade da produção de alimentos no futuro (TEIXEIRA et al., 2021).

Em nível nacional, as cadeias de suprimento agro-alimentícias são consideradas como um dos pilares da economia brasileira na atualidade, sendo responsáveis por aproximadamente 25% do Produto Interno Bruto (PIB) segundo o cálculo do Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA), 30% dos empregos do país e quase 50% de toda exportação brasileira. A competitividade, a robustez e a sustentabilidade do agronegócio nacional têm possibilitado que os produtos e as *commodities* cheguem a mais de 180 países (GIRARDI et al., 2021). Toda a discussão do cálculo do PIB do setor de agronegócio via o método desenvolvido pelo CEPEA pode ser consultada em CEPEA (2022).

Um nicho do agronegócio de contribuição relevante para o PIB nacional é a citricultura, em especial a produção de laranjas. Anualmente são exportados volumes expressivos de laranjas *in natura* e sucos de laranja para diversos países, promovendo uma geração de receita que contribui para a economia nacional. O destaque do Brasil no cenário econômico mundial na citricultura se baseia em dois quesitos: (i) sendo o maior produtor mundial de laranjas e (ii) o maior exportador mundial de suco de laranja (USDA, 2024). Com o objetivo de ilustrar o destaque do Brasil nestes dois quesitos e a contribuição econômica da produção da citricultura na composição do PIB são apresentadas as Figuras 1.1 e 1.2. Estas figuras apresentam os dados da produção mundial de laranjas e de suco de laranja, respectivamente. Os dados apresentados são expressos na escala de milhares de toneladas.

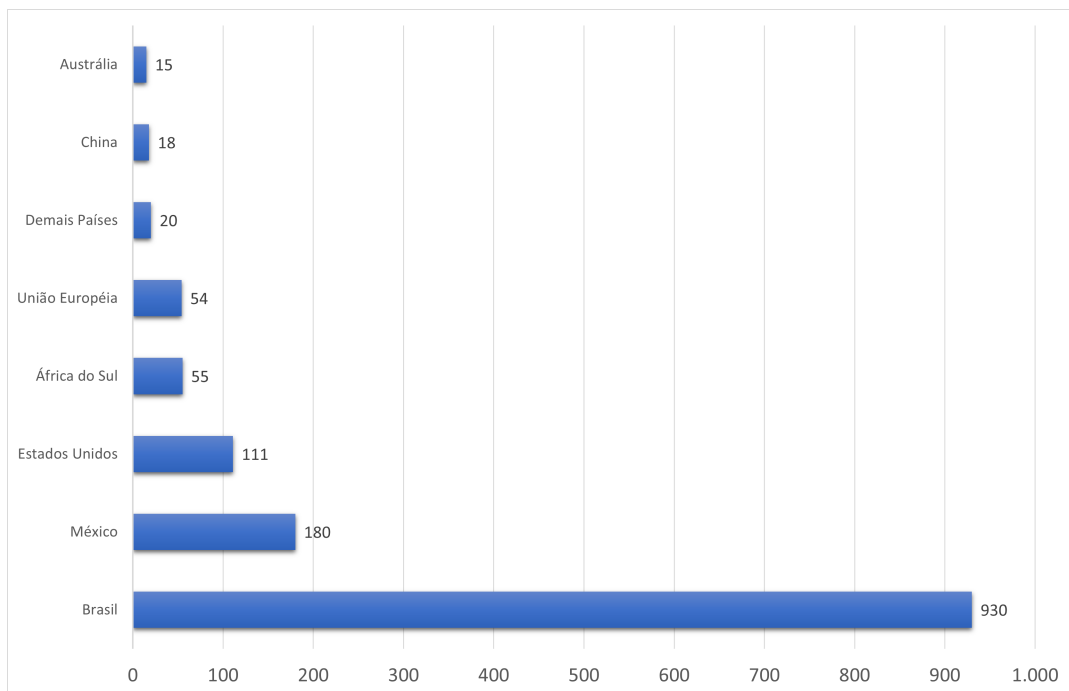
Analisando as Figuras 1.1 e 1.2 é possível observar que o Brasil se destaca em relação aos outros países nos dois quesitos analisados na Safra 2023/24. Um ponto que vale a pena

Figura 1.1 – Produção Mundial de Laranjas na Safra 2023/24 (em 1000 toneladas).



Fonte: adaptado de [USDA \(2024\)](#).

Figura 1.2 – Produção Mundial de Suco Concentrado de Laranja na Safra 2023/24 (em 1000 toneladas).



Fonte: adaptado de [USDA \(2024\)](#).

ser ressaltado é que o Brasil se tornou o maior exportador de suco concentrado de laranja no ano de 1980 e permanece neste patamar até os dias de hoje (FAO, 2020; GIRARDI et al., 2021). Como a produção dos países da União Europeia, individualmente, não gera um volume expressivo, eles foram agrupados em um bloco.

A Secretaria de Comércio Exterior (SECEX) aponta que os embarques totais de suco de laranja concentrado brasileiro no período de julho a dezembro, que equivalem aos primeiros seis meses da safra 2022/2023, obtiveram um volume total de 586.313 toneladas, que representa um incremento de 17,19% em relação ao mesmo período da safra anterior (2021/2022), onde foram exportadas 500.323 toneladas. Em relação ao faturamento, as exportações desta *commoditie* somaram US\$ 1,1 bilhão no período, que é equivalente ao incremento de 37,73% acima da receita de US\$ 803,8 milhões registrada entre julho e dezembro de 2021 (SECEX, 2023).

Nesta perspectiva, Girardi et al. (2021) afirma que a citricultura, além de contribuir para o PIB, promove outros benefícios, como a criação de muitos empregos em todos os elos das cadeias de suprimento agro-alimentícias. No Estado de São Paulo, maior produtor nacional, a renda do trabalhador da citricultura contribui diretamente para o atingimento de bons índices de Desenvolvimento Humano de muitos municípios.

A cultura da laranja é classificada no agronegócio como perene, em função do ciclo de vida da planta, que é superior a 15 anos. Com isso, com um único plantio, é possível realizar várias colheitas. Entretanto, por ter um ciclo de vida longo, existe um grande desafio associado a esta cultura, relativo ao rendimento variável de produtividade a cada safra. Esta variação, em muitos casos, é dependente da idade da planta e/ou da maturação da cultura (RAJAKAL et al., 2021). Este rendimento afeta diretamente o desempenho financeiro da safra, que, em muitas situações, depende de investimentos externos para a compra de sementes, máquinas e insumos (CATALÁ et al., 2013).

Outro desafio do cultivo da citricultura são as doenças fitossanitárias. Apesar da citricultura possuir uma grande variedade de espécies de frutas, a produção nos pomares comerciais concentra-se em poucas variedades. Este fator possui um ponto negativo, uma vez que as doenças fitossanitárias possuem a capacidade de alterar a sua fisiologia ou morfologia de acordo com as condições do ambiente, adaptando-se facilmente às alterações de clima e solo. Como nestas propriedades estão plantados muitos pés que são clones uns dos outros, ocorre que estas plantas possuem as mesmas características biológicas. Então, quando a doença fitossanitária detecta uma brecha imunológica nestas plantas, ela se altera para poder infectar aquele ambiente, afetando severamente a produtividade dos pomares (CAPUTO, 2012). Algumas das doenças fitossanitárias mais frequentes na citricultura são o *greening* (*huanglongbing* ou HLB), a clorose variegada dos citros (CVC) e o cancro cítrico. Embora o estudo destas doenças fuja do escopo desse trabalho, faz-se necessário destacá-las aqui, para que o leitor

possua uma visão geral dos desafios deste tipo de agronegócio. Uma melhor visão sobre as doenças fitossanitárias, bem como algumas medidas de combate, podem ser encontradas em [EMBRAPA \(2016\)](#), [FUNDECITROS \(2020b\)](#) e [Neto e Figueira \(2021\)](#).

Por fim, outra adversidade associada a este tipo de cultura que merece ser destacada é que, no final do ciclo de vida das plantas, há uma queda na taxa de produção de frutos muito acentuada, prejudicando o desempenho da safra. Neste tipo de situação, pode ser interessante erradicar estas plantas e realizar o plantio de novas mudas. Mediante este ponto, fica claro que há a necessidade de um planejamento estratégico eficiente para suportar as decisões de plantio/erradicação (manejo agrícola) destas plantas, de maneira a otimizar os resultados da safra.

É neste contexto que o presente trabalho está enquadrado, com o foco principal de utilizar métodos de solução da Pesquisa Operacional (PO) para apoiar o planejamento estratégico de plantio na citricultura com o objetivo de maximizar a produção de laranjas, garantindo que todos os requisitos essenciais e desejáveis definidos pela empresa sejam atendidos. Apesar da proximidade pelo nicho de cadeia agro-alimentícia (cultura da laranja) ser o mesmo apresentado em alguns trabalhos anteriores ([CAIXETA-FILHO, 2006](#); [MUNHOZ; MORABITO, 2014](#)), o presente trabalho busca explorar uma lacuna ainda não preenchida por estes trabalhos e no estado-da-arte atual da literatura deste contexto, que é a otimização nas decisões de plantio na cultura de laranja, no âmbito do planejamento estratégico sendo o primeiro trabalho a explorar os desafios de planejamento estratégico de plantio neste tipo de cultura.

O trabalho que mais se aproxima do propósito da presente pesquisa até o momento é o apresentado por [Catalá et al. \(2013\)](#), onde são abordadas decisões de planejamento estratégico para o plantio de peras e maçãs em uma fazenda na Argentina. O trabalho de [Catalá et al. \(2013\)](#) possui uma visão direcionada ao lucro da safra, apoiando decisões de investimentos externos relacionados à aquisição de maquinários, insumos e contratação de equipes para a operação de erradicação de plantas não rentáveis. As intersecções do presente trabalho com este mencionado ocorrem pois ambos consideram características como adensamento, porta-enxertos, controle varietal, curvas de produtividade, longo horizonte de planejamento devido ao tipo de cultura perene, restrições de continuidade de área e controle das áreas disponíveis para plantio nas fazendas.

Neste ponto, a inovação do presente trabalho em relação ao trabalho de [Catalá et al. \(2013\)](#) caracteriza-se em quatro pontos principais: (i) pela cultura da laranja que possui especificidades referentes ao plantio, manejo e erradicação; (ii) pela dimensão do problema, dado que neste trabalho são abordados dados originais de um problema de grande porte; (iii) pela modelagem matemática, que se difere de forma considerável e trata da maximização da produção de laranjas e (iv) pelas abordagens de solução propostas para resolver o modelo matemático.

A contribuição nas abordagens de solução se dá principalmente devido à dificuldade de atendimento dos requisitos necessários para este tipo de cultura (limitantes de plantio e erradicação; controles varietal e etário) simultaneamente. Caso (i) o perfil inicial de plantio esteja muito distante dos requisitos necessários, e/ou (ii) os valores dos limitantes dos requisitos deste tipo de cultura estejam mal calibrados, é provável que os equilíbrios varietal e etário sejam caracterizados como conflitantes, além de que a garantia simultânea de ambos pode levar a quedas de produção nas safras.

O fato de a modelagem matemática considerar a maximização da produção de laranjas pode gerar algum tipo de questionamento, uma vez que o objetivo da safra é dar lucro. Neste sentido, seria mais atrativo considerar a maximização do retorno do valor esperado com a venda da exportação do suco de laranja. Porém, infelizmente, durante o desenvolvimento desta pesquisa, não tivemos acesso a nenhum dado financeiro junto à empresa parceira. Com isso, optou-se por buscar maximizar a produção de laranjas em cada safra, adotando-se a premissa de que esta maximização superaria o ponto de equilíbrio financeiro da safra, levando à organização à obtenção de lucros financeiros com esta estratégia.

Os benefícios esperados pela maximização da produção de laranjas são o aumento da receita líquida da safra da laranja e o atendimento de todos os contratos firmados de exportação, sem o incorrimento de multas por atrasos nas entregas dos produtos. Além disso, busca-se pelo aumento do equilíbrio entre as variedades de espécies de plantas produtivas, de modo a garantir o atendimento da demanda em todos os meses, e do equilíbrio etário entre as plantas, de modo a não penalizar a produção em função dos ciclos de vida das plantas.

1.1 Questão de pesquisa

Neste ponto, o presente trabalho busca responder à seguinte questão: *Como apoiar a tomada de decisão de maneira a otimizar o planejamento estratégico do plantio de laranjas por meio de modelos matemáticos e métodos de solução utilizando técnicas de PO?*

1.2 Objetivos

Este trabalho possui como objetivo geral propor modelos matemáticos e algoritmos para auxiliar na tomada de decisão de maneira a otimizar o planejamento estratégico do plantio na citricultura. Como objetivos específicos, pretende-se:

- Estruturar e modelar o problema de planejamento estratégico de plantio, seguido do desenvolvimento de abordagens de solução exatas e heurísticas; e

- Desenvolver abordagens que possam auxiliar na resolução de exemplares de grande porte em tempos computacionais aceitáveis, sem prejudicar significativamente a qualidade das soluções obtidas.

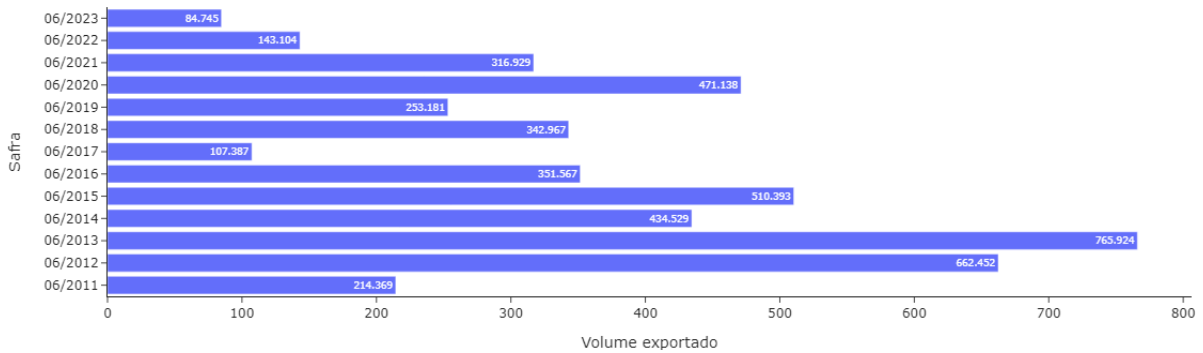
1.3 Justificativa

Conforme mencionado anteriormente, os rendimentos das safras perenes são dependentes das idades e da maturação da cultura. Com isso, as decisões sobre plantio e erradicação das plantas são muito relevantes para o sucesso operacional da citricultura. Um erro cometido neste tipo de decisão pode impactar em um elevado tempo de atraso entre o plantio e a colheita dos frutos, bem como um desbalanceamento da produção de frutos e da necessidade de recursos, gerando um descompasso no atendimento da demanda (RAJAKAL et al., 2021).

O principal cliente da citricultura nacional é a indústria de suco de laranja que atende o mercado interno e externo, utilizando algumas variedades de laranjas para compor os seus produtos. Cada variedade possui características próprias em relação à época de colheita, acidez, coloração, peso e *brix* (porcentagem de sólidos solúveis ou açúcares e ácidos) (MUNHOZ, 2009a).

No ano de 2023, foi observado que o Brasil possuía o menor estoque de suco de laranja concentrado desde junho de 2011, segundo a Associação Nacional dos Exportadores de Sucos Cítricos (CitrusBR), conforme histórico apresentado na Figura 1.3. Isso ocorre devido a dois principais fatores: mudanças climáticas e ao aumento da propagação da doença fitossanitária *greening* que afeta os pomares e diminui a qualidade e a produtividade da fruta. Em agosto de 2023, havia 84.745 toneladas do suco armazenadas pelos associados, 40% a menos do que na comparação com o ano de 2022. Este saldo de estoque afeta os consumidores tanto do suco de laranja quanto os consumidores de frutas. O Índice de Preços ao Consumidor (IPCA) de agosto de 2023 mostrou que os sucos de frutas (não é feita uma discriminação por sabor) ficaram 10% mais caros. Já o preço da laranja pêra, a mais popular, subiu 9% no mesmo período. Já para a indústria que produz o suco, a laranja também não está mais barata. Em setembro de 2023, a laranja pêra encareceu 16,6% na comparação com o mesmo mês em 2022, apontam dados do CEPEA (GLOBO AGRO, 2023).

Figura 1.3 – Volume de Exportação de Suco de Laranja 66º Brix (em toneladas).



Fonte: adaptado de [GLOBO AGRO \(2023\)](#).

De acordo com [Record News \(2025\)](#), essa situação se agravou dado que a safra de 2024/25 foi a menor dos últimos 30 anos, possuindo uma queda drástica em sua produção de 25% nos pomares de São Paulo, devido a alguns fatores, como: propagação das doenças fitossanitárias, elevação da temperatura global que intensificaram a evapotranspiração (evaporação da água presente no solo e transpiração dos vegetais), agravando a severidade da seca e a escassez hídrica em função das chuvas com volume 31% inferior ao esperado ([FUNDECITRUS, 2024](#)). Esses fatores promoveram dois efeitos indesejados aos produtores de laranja: (i) diminuição dos tamanhos dos frutos: é preciso produzir 12 laranjas a mais para preencher o tamanho de caixa praticado no mercado com 40 kg de frutas ([FUNDECITRUS, 2024](#)) e (ii) queda na taxa de queda de frutos: a taxa de queda de frutos está reestimada em 17,10% que corresponde ao declínio de 1,40% em relação ao projetado inicialmente para a safra 2024 ([FUNDECITRUS, 2024](#)). Esses dois efeitos promoveram uma elevação atípica no preço da laranja, promovendo uma diminuição do consumo global do suco de laranja, que pode afetar negativamente o Brasil no médio prazo ([Record News, 2025](#)).

Devido a este contexto, é extremamente importante selecionar as variedades de laranja que serão plantadas corretamente, para não correr o risco de desabastecimento das fábricas e, conseqüentemente, o não atendimento da demanda de laranja que será utilizada na produção do suco. Este é outro desafio que afeta o desempenho financeiro da safra na citricultura. Como os contratos de exportação do suco de laranja são firmados antecipadamente, este descompasso afeta a geração de valor da cadeia, que pode ser penalizada por multas contratuais, devido a esse atraso no atendimento da demanda de exportação ([MUNHOZ, 2009a](#)).

Todo este contexto justifica a estruturação de abordagens de otimização que apoiem as decisões de planejamento estratégico no plantio da citricultura, por meio de modelos matemáticos e algoritmos que possam oferecer apoio à tomada de decisão neste contexto, uma vez que as organizações ligadas ao plantio da citricultura não possuem ferramentas específicas para suportar esses tipos de decisões.

1.4 Estrutura do trabalho

O restante deste documento está estruturado da seguinte forma. No Capítulo 2, é apresentada a Revisão Sistemática da Literatura sobre o tema de pesquisa. No Capítulo 3, é definido o problema de pesquisa. No Capítulo 4, é proposto um modelo de programação linear inteira-mista para dar suporte à tomada de decisão envolvendo o planejamento estratégico, seguido de alguns resultados computacionais preliminares. No Capítulo 5, são propostos métodos de solução especializados, baseados no modelo do Capítulo 4. No Capítulo 6, são apresentados os experimentos utilizando técnicas de Otimização Multiobjetivo. Por fim, no Capítulo 7, são apresentadas as conclusões e propostas de pesquisa futuras.

2 Revisão bibliográfica

Neste capítulo, apresenta-se uma revisão bibliográfica sistemática (RBS) elaborada seguindo o *roadmap* proposto por [Conforto et al. \(2011\)](#). Esta RBS encontra-se publicada em [Tavares e Munari \(2024\)](#). Para as definições iniciais do escopo da RBS foram consultados os trabalhos de [Tsolakis et al. \(2014\)](#), [Soto-Silva et al. \(2016\)](#), [Jain et al. \(2018\)](#), [Taskiner e Bilgen \(2021\)](#) e [Nguyen et al. \(2021\)](#). Após as consultas, foi possível delimitar o escopo da RBS e, com isso, a mesma foi dividida em cinco etapas sequenciais, a saber:

1. Planejamento. Nesta etapa foram definidas as bases de pesquisa, os critérios de seleção e as palavras-chave.
2. Execução. Nesta etapa foram realizadas as buscas nas bases de conhecimento e a exportação das seguintes informações de cada trabalho: título, palavras-chave (autores e revista), resumo, revista e ano.
3. Seleção. Nesta etapa foram sumarizados os resultados da etapa anterior, removendo artigos que estavam presentes em mais de uma base de conhecimento (duplicados). E foi realizada a leitura dinâmica dos trabalhos, analisando os campos título, palavras-chave e resumo.
4. Extração. Nesta etapa foi realizada a leitura completa dos textos, filtrando os trabalhos mais aderentes ao escopo da pesquisa.
5. Sumarização. Nesta etapa foram definidos todos os trabalhos que entraram na RBS e foram geradas estatísticas.

Na fase de Planejamento, foram utilizadas três palavras-chaves para a delimitação do escopo da pesquisa, a saber: *harvest*, do inglês colheita; *planting*, do inglês plantio; e *operations research*, do inglês pesquisa operacional, bem como as expressões similares *operational research* e *mathematical optimization*. Com isso, a *string* utilizada nos mecanismos de busca das bases da literatura foi: TITLE-ABS-KEY ((“harvest” OR “planting”) AND (“mathematical optimization” OR “operational research” OR “operations research”)). Esta *string* de busca

foi utilizada para a pesquisa nos campos título, resumo e palavras-chaves dos artigos. A linguagem dos artigos foi restrita a dois idiomas: português e inglês. Nenhum limite temporal em relação à data de publicações dos artigos foi imposto.

As bases da literatura selecionadas para o estudo foram: *Scopus*, *Engineering Village* e *Web of Science*. Como resultados da pesquisa, a base *Scopus* retornou 140 resultados, já a base *Engineering Village* retornou 90 resultados e, por fim, a base *Web of Science* retornou seis resultados.

Como ferramenta para a análise da RBS, foi utilizado o *software* StArt distribuído de forma gratuita pelo Laboratório de Pesquisa em Engenharia de *Software* (LAPES) da Universidade Federal de São Carlos (FABBRI et al., 2011). Para a fase de Planejamento da RBS foram adotados os seguintes critérios de exclusão e inclusão:

1. Exclusão: Estudos de simulação e diretrizes foram excluídos (TASKINER; BILGEN, 2021).
2. Exclusão: Não se encaixa no escopo da pesquisa.
3. Exclusão: Sem acesso ao material.
4. Inclusão: Modelos matemáticos que consistem em pelo menos uma das variáveis de decisão relacionadas ao planejamento de colheita e/ou produção em cadeias agro-alimentícias (TASKINER; BILGEN, 2021).
5. Inclusão: Artigos que tratam das cadeias de abastecimento de culturas alimentares que fornecem alimentos para consumo humano (TASKINER; BILGEN, 2021).
6. Inclusão: Artigos que incluem variáveis de decisão que modelam o planejamento de produção ou logística das cadeias agro-alimentícias (SOTO-SILVA et al., 2016).
7. Inclusão: Artigos que atendem à regra anterior, mas tratam de outros produtos agrícolas perecíveis, como vegetais em vez de frutas, também foram selecionados (SOTO-SILVA et al., 2016).

Na fase de Seleção da RBS foram identificados 236 artigos destinados para análise. Após a leitura dos campos título, resumo e palavras-chaves foi possível obter os seguintes resultados: 15 artigos duplicados, 182 artigos rejeitados e 39 artigos aceitos. O elevado número de artigos rejeitados possui algumas questões: (i) a palavra-chave *harvest* remete à colheita, porém as fazendas de criação de camarões utilizam este termo para a “colheita” dos peixes; (ii) existe um número muito elevado de artigos direcionados para o plantio, a colheita, o escoamento e o roteamento de árvores em florestas, em especial em países da Europa e América do Norte (não aderente ao escopo); e (iii) devido às preocupações ambientais, diversas pesquisas avaliam os impactos hídricos e climáticos nas operações de plantio e colheita (não é o foco da pesquisa).

Na fase de Extração da RBS foram avaliados os 39 artigos selecionados na fase anterior, realizando a leitura completa dos trabalhos. Nesta fase, foi constatado que três artigos estavam duplicados e não foram considerados na fase anterior. Foram rejeitados 21 artigos, enquanto 15 foram aceitos e são apresentados na sequência. Dos 21 artigos rejeitados, ocorreram as seguintes situações:

1. Sem acesso. Oito não puderam ser acessados, sendo que seis eram Anais de congressos e os outros dois artigos eram de versões antigas de seus respectivos periódicos dos anos de 1985 e 1991, respectivamente.
2. Sem modelo matemático. Dois artigos dos anos de 2003 e 2004, reportam novos resultados do modelo apresentado em [Higgins \(1999\)](#), sem apresentar o modelo.
3. Fora do escopo. Trabalhos que focam somente na logística de escoamento de plantio, ou manutenção da máquinas agrícolas para plantio/colheita não foram selecionados.

Os 15 trabalhos selecionados foram agrupados pelos níveis de planejamento estratégico, tático e operacional, de acordo com a teoria de gestão de operações apresentada em [Fernandes e Filho \(2010\)](#), [Maximiano \(2012\)](#), [Oliveira \(2014\)](#) e [Maia et al. \(2016\)](#).

2.1 Aplicações de PO no contexto da Agricultura - Nível Operacional

[Higgins et al. \(1998\)](#) apresentam resultados computacionais para o sequenciamento de colheita de cana-de-açúcar. Este estudo é aplicado em uma usina localizada na região da cidade de *Mossman* no norte do estado de *Queensland*, na Austrália. No trabalho de [Higgins \(1999\)](#) foi proposto um modelo baseado na extensão do problema de designação generalizada, considerando a viabilidade de escoamento de produção de cana-de-açúcar por meio dos modais rodoviário e ferroviário em cinco regiões da Austrália.

[Caixeta-Filho \(2006\)](#) foi pioneiro no contexto cítrico, criando um modelo para realizar o sequenciamento de colheita de laranjas, considerando dois cenários, sendo que no primeiro, o modelo buscou maximizar o lucro gerado pela quantidade de sólidos solúveis das frutas, enquanto no segundo, o modelo buscou maximizar o lucro obtido pela venda de caixa de frutas.

[He et al. \(2018\)](#) propuseram três modelos de Programação Inteira Mista (do inglês, *Mixed Integer Programming* (MIP)) para apoiar as decisões das colheitas de arroz na aldeia *Huaguang*, de 13,11 ha, localizada no curso médio e inferior do rio *Yangtze*, sendo uma das principais plantações de arroz na China.

Por fim, [Escallón-Barrios et al. \(2022\)](#) desenvolveram uma solução para todo o processo *end-to-end* da colheita de dendê em uma plantação de 2000 ha localizada na cidade de *Maní* na Orinoquia colombiana. Para a construção da solução, os autores dividiram o problema em três estágios, compostos por um modelo MIP cada: (i) calendarização de colheita, que foi resolvido via método de geração de colunas, (ii) alocação de recursos para colheita, que foi resolvido via método *Branch-and-Cut* (BC) e (iii) roteamento de veículos com entregas parciais (VRPSD, do inglês *Vehicle Routing Problem with Split Delivery*, resolvido pela heurística de Busca Local (LS, do inglês *Local Search*).

2.2 Aplicações de PO no contexto da Agricultura - Nível Tático

[Florentino et al. \(2011\)](#) apresentam um modelo bi-objetivo para suporte à decisão no plantio de cana-de-açúcar, sendo que os dois objetivos são (i) minimizar o custo de transferência da palha do campo ao centro de processamento, e (ii) maximizar o balanço energético (do inglês, *energy balance* (EB)) da biomassa residual da colheita da cana-de-açúcar. [Florentino e Pato \(2014\)](#) propuseram um novo método de solução para o problema apresentado em [Florentino et al. \(2011\)](#). No trabalho foi utilizada uma meta-heurística Algoritmo Genético (do inglês *Genetic Algorithm* (GA)), batizado de GenSugar. [Poltroniere et al. \(2021\)](#) propõem um modelo MIP para dar suporte às decisões em um tipo específico de cana-de-açúcar que não possui tanta sacarose em sua composição e é rica em fibras, conhecida como cana-energia, muito atrativa para a geração de energia através da biomassa.

No trabalho de [Munhoz e Morabito \(2014\)](#) é proposto um modelo de programação linear para o planejamento tático da produção de suco concentrado de laranja considerando incertezas que foram tratadas via Otimização Robusta. O modelo considera dois estágios, sendo que no primeiro, é realizado o planejamento para o processamento das laranjas, gerando produtos intermediários (bases de suco), enquanto no segundo estágio, essas bases de suco são misturadas para obter os produtos finais (suco concentrado de laranja).

Em [Osaki e Batalha \(2014\)](#) é apresentado um modelo de programação linear para planejar áreas que passam por duas safras (milho e soja, respectivamente) anuais na cidade de Soriso, considerando incertezas que foram tratadas via método *Minimization of Total Absolute Deviation* (MOTAD).

Por fim, no trabalho de [Aliano-Filho et al. \(2022\)](#) é proposto um modelo de programação não linear inteira mista bi-objetivo para apoiar decisões de planejamento de cultivo de diversas culturas (verduras, tomates, batatas, entre outros) de forma sustentável. O modelo matemático busca otimizar dois objetivos conflitantes, sendo o primeiro localizado no ambiente natural, definido pela minimização da possibilidade de disseminação de doenças fitossanitárias (pragas) entre as culturas, e o segundo objetivo é no ambiente econômico, visando maximizar o

lucro da plantação ao longo do horizonte de planejamento.

2.3 Aplicações de PO no contexto da Agricultura - Nível Estratégico

[Darby-Dowman et al. \(2000\)](#) apresentam um modelo de programação estocástica de dois estágios para apoiar decisões de plantio e colheita de couve de Bruxelas no Reino Unido. Já no trabalho de [Catalá et al. \(2013\)](#) é apresentado um modelo MIP de uma aplicação real de uma fazenda na região do Alto Vale do Rio Negro na Argentina que produz maçãs e peras. O modelo busca otimizar o planejamento estratégico do ponto de vista financeiro da operação, buscando maximizar o valor presente líquido (VPL) do projeto de investimento para a safra.

[Brulard et al. \(2019\)](#) desenvolveram um modelo MIP que integra decisões estratégicas e táticas destinadas a pequenos produtores rurais que estão localizados nas proximidades das cidades que geralmente são fornecedores de pequenos mercados, quitandas e restaurantes. O modelo é aplicado a uma horta experimental, vinculada à fazenda *Les Fermes de Gally*, próxima à cidade de Versailles na França.

Por fim, no trabalho de [Rajakal et al. \(2021\)](#) é desenvolvido um modelo de programação matemática para otimizar o uso de terras destinadas a culturas perenes de dendê, visando à extração do óleo, na Malásia. O trabalho busca encontrar o nível de maturidade ideal da planta para o atendimento de demandas já firmadas. Duas abordagens com funções objetivas distintas foram avaliadas: minimização do custo total ao longo do horizonte de planejamento e maximização do valor de carbono descontado (DVP).

2.4 Outros trabalhos relacionados

Há ainda outros trabalhos relacionados que apresentam soluções para (i) elos logísticos de colheita de outras culturas e (ii) planejamentos táticos de produção das usinas e fábricas que processam as culturas, mas que não entraram na RBS. Entre eles, vale a pena mencionar os que tratam da cana-de-açúcar ([PAIVA; MORABITO, 2006a](#); [PAIVA; MORABITO, 2008](#); [PAIVA; MORABITO, 2009](#); [PAIVA; MORABITO, 2011](#); [JUNQUEIRA; MORABITO, 2019](#); [PAIVA et al., 2020](#)); milho ([JUNQUEIRA; MORABITO, 2012](#); [JUNQUEIRA; MORABITO, 2015](#); [ALIANO-FILHO et al., 2024b](#)); tomate ([ROCCO; MORABITO, 2011](#); [ROCCO; MORABITO, 2013](#); [ROCCO; MORABITO, 2014](#); [ROCCO; MORABITO, 2016c](#); [ROCCO; MORABITO, 2016d](#)); e produção de suco de laranja ([MUNHOZ; MORABITO, 2001b](#); [MUNHOZ; MORABITO, 2010](#)).

2.5 Síntese da RBS

Após a análise de todos os trabalhos selecionados na RBS, foi possível observar um cenário diferente do reportado em [Soto-Silva et al. \(2016\)](#) e [Nguyen et al. \(2021\)](#). Em [Soto-Silva et al. \(2016\)](#) foi observado nos artigos que foram analisados a seguinte distribuição entre as áreas de planejamento: 15% - estratégico, 50% - tático e 35% - operacional. Já em [Nguyen et al. \(2021\)](#), foi observada a seguinte distribuição: 18% - estratégico, 50% - tático e 32% - operacional. Nesta RBS foi observado um certo equilíbrio entre os níveis de planejamento: 27% - estratégico, 40% - tático e 33% - operacional. Isso pode estar relacionado a dois fatores: definição das palavras-chave mais aderente ao escopo do presente trabalho e evolução nas publicações no nível tático nos últimos quatro anos que equilibraram este cenário.

Outro ponto que merece ser destacado é a diversidade de métodos de solução, medidas de desempenho a serem otimizadas e os produtos apresentados na RBS. Para apresentar todo este contexto e aproveitar a oportunidade para a apresentação da classificação do presente trabalho em relação ao estado-da-arte é proposta a Tabela 2.1. A primeira coluna da Tabela 2.1 apresenta o trabalho, a segunda apresenta as abordagens utilizadas nos trabalhos, a terceira avalia se o trabalho considerou mais que uma variedade de produto, a quarta coluna indica a amplitude do horizonte de tempo considerado em meses, a quinta coluna indica o número de fazendas, a sexta o tipo de função objetivo, a sétima coluna indica o objeto de estudo e, por fim, a oitava coluna apresenta em que nível de planejamento o trabalho está classificado, de acordo com [Fernandes e Filho \(2010\)](#), [Maximiano \(2012\)](#), [Oliveira \(2014\)](#) e [Maia et al. \(2016\)](#), pois alguns autores não seguem estas classificações consolidadas na teoria de gestão de operações. O trabalho de [Darby-Dowman et al. \(2000\)](#) que aborda a cultura de couves-de-bruxelas exemplifica esta situação. Neste trabalho a medida de tempo é semanas e o horizonte de planejamento são 31 anos.

Mediante a análise dos trabalhos realizados na RBS, pode-se concluir que, até o momento, o presente trabalho traz uma contribuição no contexto da aplicação de PO em agricultura, uma vez que aborda as características que ainda não foram exploradas da maneira apresentada nos trabalhos avaliados na RBS.

Tabela 2.1 – Síntese da RBS.

Trabalho	Abordagem	Var.	Meses	Faz.	Função Objetivo	Cultura	Nível Plan.
Higgins et al. (1998)	Heurísticas	S	48	-----	max lucro	Cana-de-açúcar	Operacional
Higgins (1999)	Heurísticas	S	48	216	max lucro	Cana-de-açúcar	Operacional
Darby-Dowman et al. (2000)	Prog. estocástica	S	372	1	max lucro	Couve Bruxela	Estratégico
Caixeta-Filho (2006)	MIP	S	1	320	max lucro	Laranja	Operacional
Florentino et al. (2011)	MIP	S	-----	1	min EB	Cana-de-açúcar	Tático
Catalá et al. (2013)	MIP	S	240	1	max VPL	Maças/Peras	Estratégico
Florentino e Pato (2014)	GA	S	12	1	max prod / min estoque	Cana-de-açúcar	Tático
Munhoz e Morabito (2014)	RO	S	12	-----	min custos	Laranja	Tático
Osaki e Batalha (2014)	MOTAD	N	60	1	max Margem Contribuição / min Margem de Erro	Soja e Milho	Tático
He et al. (2018)	MIP	N	-----	1	min tempo de colheita	Arroz	Operacional
Brulard et al. (2019)	MIP	S	12	1	max lucro	Diversos	Estratégico
Rajakal et al. (2021)	MIP	N	120	5	min custos / max DVP	Dende	Estratégico
Poltroniere et al. (2021)	MIP	S	12	1	max prod / min estoque	Cana-de-açúcar	Tático
Escallón-Barrios et al. (2022)	Ger. Colunas + MIP	N	0,65	1	max lucro	Dendê	Operacional
Aliano-Filho et al. (2022)	Heurísticas	S	12	1	max lucro	Diversos	Tático
Este trabalho	MIP	S	360	28	max prod	Laranja	Estratégico

Coluna Método: MIP = Programação Inteira Mista, GA = Algoritmo Genético, RO = Otimização Robusta. **Coluna Função Objetivo:** max = maximizar, min = minimizar, min EB = minimizar o Balanço Energético, max DVP = maximização do valor de carbono descontado, max prod = maximizar a produção. **Coluna Var.:** S = sim, N= não.

3 Caracterização do problema

Este trabalho propõe desenvolver abordagens de solução que apoiem o planejamento estratégico de plantio na cultura de laranjas, utilizando métodos de PO. Desta forma, para se caracterizar adequadamente o desafio que este trabalho pretende investigar, torna-se interessante conhecer os principais marcos teóricos, as características relevantes da citricultura no país e as decisões a serem tomadas na definição do planejamento estratégico de plantio.

3.1 Marcos teóricos da citricultura nacional

A história do Brasil com a citricultura data desde a chegada dos portugueses a partir do ano de 1500, inicialmente nos estados de São Paulo e Bahia. Devido ao clima e solo nacionais serem muito favoráveis ao desenvolvimento desta cultura, houve uma rápida adaptação em todo o território nacional. As iniciativas de comercialização se iniciaram após a Independência do país, no estado do Rio de Janeiro, após a vinda da família imperial portuguesa para a capital ([GIRARDI et al., 2021](#)).

Os primeiros esforços para exportação foram iniciados no estado de São Paulo, focando em frutas frescas *in natura*, no início do século XX. As exportações prosseguiram até 1940, sendo este período caracterizado como o primeiro ciclo de exportação da laranja. A chegada da Segunda Guerra Mundial, aliada à chegada de uma nova doença conhecida como tristeza dos citros, pôs fim ao primeiro ciclo de exportações ([GIRARDI et al., 2021](#)).

Um novo ciclo de exportações foi iniciado no país a partir da década de 1960, focando em suco concentrado de laranja, no estado de São Paulo. Devido às intensas geadas que antecederam o Natal de 1962, a produção de suco concentrado de laranja da Flórida foi extremamente afetada, levando os Estados Unidos da América a buscar no mercado externo fornecedores para atender à demanda interna. O Brasil teve a sua primeira fábrica de suco concentrado de laranja implantada na cidade de Bebedouro-SP em 1962 e foi diretamente beneficiado com este problema das geadas, exportando naquele ano 235 toneladas que geraram a receita de 84 mil dólares americanos ([MUNHOZ, 2009a](#)).

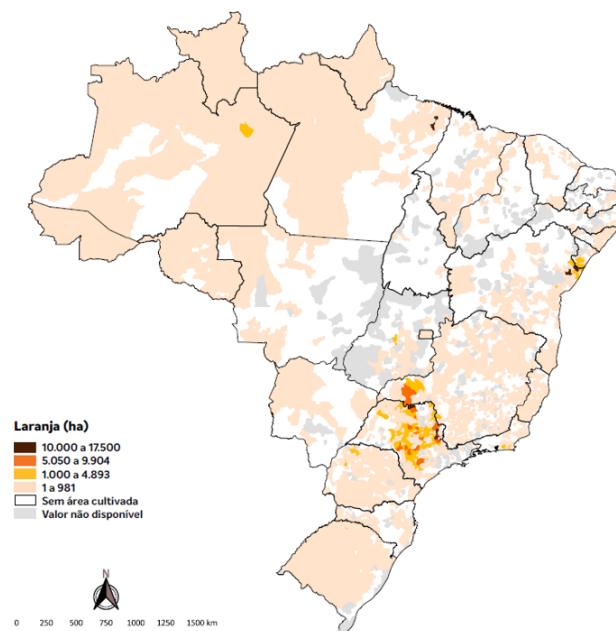
Este evento chamou a atenção de produtores rurais e empresários, levando à implanta-

ção da segunda fábrica de processamento de suco concentrado de laranja no ano seguinte na cidade de Araraquara-SP, seguindo os mesmos moldes dos padrões das fábricas norte-americanas (MUNHOZ, 2009a). Após isso, a atividade de produção de suco concentrado de laranja apresentou um crescimento acelerado, levando o Brasil a tornar-se o maior exportador do produto no ano de 1980, permanecendo nesse patamar até os dias atuais (GIRARDI et al., 2021).

3.2 Cinturão citrícola nacional

Conforme mencionado na Seção 3.1, devido ao clima e solo favoráveis para o cultivo da citricultura presentes no solo nacional, o plantio da laranja adaptou-se em toda a extensão do território. Porém, devido a fatores como marcos históricos, a localização das primeiras plantas voltadas para o processamento das laranjas e a melhor adaptação das laranjeiras devido ao clima ameno, houve um maior movimento de propriedades rurais destinadas a este tipo de cultura no estado de São Paulo. A Figura 3.1 mostra a distribuição do plantio de laranja no país, destacando o plantio em hectares (ha) e evidenciando a região onde as propriedades destinadas ao cultivo da laranja estão instaladas.

Figura 3.1 – Distribuição do plantio da laranja em território nacional.



Fonte: adaptado de Girardi et al. (2021).

Analisando a Figura 3.1 se pode observar as regiões que compreendem o estado de São Paulo, Triângulo Mineiro e Sudoeste Mineiro, apresentando a maior concentração de propriedades destinadas ao cultivo da laranja. Estas regiões contribuem com 85% do volume de exportação do *Cinturão Citrícola Nacional* (FUNDECITROS, 2021).

O estado de São Paulo é responsável pela produção de aproximadamente 80% do volume de exportação nacional. Pela relevância no PIB, este estado foi subdividido em setores, de modo a otimizar o mapeamento das características inerentes ao tipo de agronegócio. Os cinco setores são: Norte, Nordeste, Centro, Sul e Sudeste, respectivamente. A divisão dos setores levou em consideração as características de solo, as características de clima e os aspectos históricos ligados ao desenvolvimento da citricultura das regiões. Este último ponto culminou em um padrão tecnológico das propriedades semelhante nas regiões analisadas. A distribuição destes setores é apresentada pela Figura 3.2 (FUNDECITROS, 2021).

Figura 3.2 – Disposição dos cinco setores citrícolas do estado de São Paulo.



Fonte: FUNDECITROS (2015).

Estes setores foram mapeados e inventariados pelo *Fundo de Defesa da Citricultura* (FUNDECITROS) que é uma associação privada fomentada pelos citricultores e produtores de suco de laranja do estado de São Paulo. A FUNDECITROS possui reconhecimento em nível mundial nas pesquisas no campo da citricultura, em especial nas subáreas de: sanidade dos pomares, com economia de recursos financeiros e preservação dos recursos ambientais (FUNDECITROS, 2021).

3.3 Características relevantes para o estudo

Nesta seção, são apresentadas as principais características e desafios ligados à cultura do cultivo da laranja, conforme elucidado junto à empresa parceira. Alguns fatores são primordiais no desempenho da produção de laranjas, sendo eles o tipo de copas das árvores, ciclo de maturação dos frutos, adensamento, porta-enxerto, tipo de irrigação e ciclo de vida das árvores.

Assim, esses pontos são discutidos a seguir.

3.3.1 Variedades e controle varietal

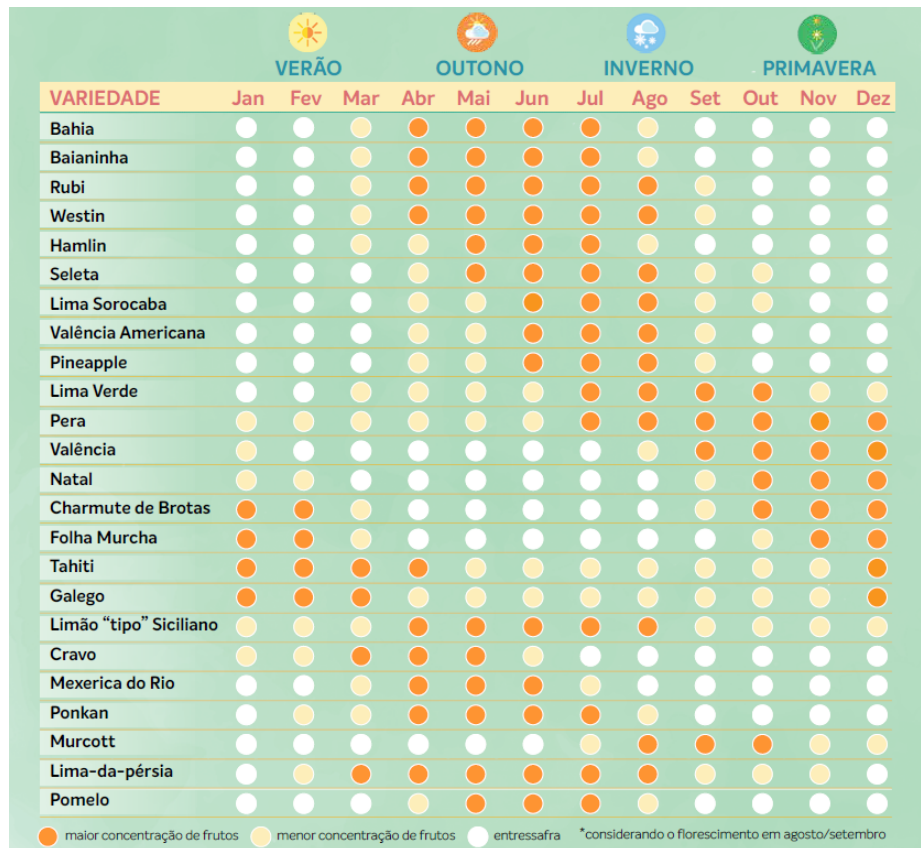
De acordo com o censo realizado no Cinturão Citrícola Brasileiro e apresentado em [FUNDECITROS \(2021\)](#), foi observado que no ano de 2020 foram utilizados 387.169 ha para o cultivo da laranja. Na análise da área total, em relação às variedades de laranjas cultivadas, foi observado que as variedades plantadas com maiores destaques ocuparam as seguintes porções do território: Pera Rio - 43%; Valência - 20%; Hamlin - 11%; Natal - 10%; Valência Americana - 8%; Valência Folha Murcha - 5%; Westin, Rubi, Pineapple e Seleta têm juntas cerca de 4%. Entretanto, algumas variedades plantadas com menores participações também devem ser mencionadas, como BRS Alvorada, Baia, Coleção, Valência Argentina, *Pineapple*, entre outras.

Os pomares do Cinturão Citrícola Brasileiro são constituídos por três grupos de maturação de frutos, classificados pelo tempo a partir da florada, sendo a maturação tardia de 13 a 15 meses, a maturação mediana ou meia-estação de 10 a 13 meses e a maturação precoce de 08 a 10 meses. Nos últimos anos, a preferência dos citricultores pelas culturas de maturação tardia ocorreu em detrimento das culturas de maturação mediana, que apresentam menor produção e também múltiplas floradas, o que agrava o controle de pragas e doenças ([CAPUTO, 2012](#)). As épocas das floradas por variedades são apresentadas na Figura 3.3. Nesta figura, pode-se observar que cada variedade possui uma época específica de maior concentração de frutos. Neste ponto, é necessária a aplicação de uma medida estratégica denominada neste trabalho como *controle varietal*, onde é estabelecido um *mix* ideal de proporção de colheita de frutos e, conseqüentemente, a produção uniforme de suco de laranja durante o ano todo pela indústria.

A determinação do *mix* ideal de proporção de colheita de frutos é uma etapa importante para a produção de suco de laranja. Cada variedade de laranja possui três características específicas: *brix*, acidez e *ratio*. O *brix* refere-se à porcentagem de sólidos solúveis ou açúcares e ácidos, sendo quantificado em graus *brix* através de refratômetro. O refratômetro é um instrumento utilizado para medir o índice de refração de soluções. A acidez é caracterizada pelos ácidos que são os sólidos solúveis presentes em maior quantidade no suco, depois dos açúcares. O teor de ácidos é determinado por titulação. Por fim, o *ratio* é a relação *brix/acidez* e fornece o grau de maturação e qualidade do suco. Desta forma, para cada variedade de laranja, são gerados produtos intermediários chamados bases, que contêm os sucos destas variedades. Os produtos finais, que são os sucos comerciais, são compostos pelas misturas de diferentes bases, especificadas pela fórmula do produto ([MUNHOZ; MORABITO, 2001A](#)).

Dado este cenário, é atrativo realizar o agrupamento das variedades de laranja com os res-

Figura 3.3 – Época das floradas das variedades dos citros.



Fonte: Girardi et al. (2021).

pectivos ciclos de maturação dos frutos. Mediante isso, neste trabalho as copas (responsáveis pela produção e fixação dos frutos) foram agrupadas em cinco variedades, a saber: Hamlin (H), Outras (O), Pera-rio (P), Natal (N) e Valência (V). A ilustração de como foi realizado este agrupamento é apresentada na Tabela 3.1. A primeira coluna desta tabela apresenta os ciclos de maturação dos frutos, na segunda coluna são apresentados os nomes dos grupos de variedades e na terceira coluna são apresentadas as copas que foram agrupadas.

Tabela 3.1 – Agrupamento das variedades pelo ciclo de maturação dos frutos.

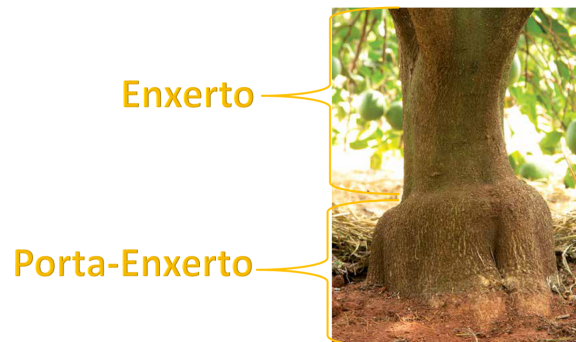
Ciclo de maturação dos frutos	Nome Variedade	Copas
Precoces (8 a 10 meses)	Hamlin (H)	Hamlin, Rubi e Westin.
Precoces (8 a 10 meses)	Outras (O)	Valência Americana, BRS Alvorada, Baia, Coleção, Itaboraí, Laranja Sanguínea, Lima Verde, <i>Pineapple</i> e Seleta.
Meia estação (10 a 13 meses)	Pera-rio (P)	Pera-rio.
Tardias (13 a 15 meses)	Natal (N)	Natal.
Tardias (13 a 15 meses)	Valência (V)	Valência, Valência Argentina e Valência Folha Murcha.

Fonte: Adaptado de Girardi et al. (2021).

3.3.2 Porta-enxertos

Um dos fatores fundamentais para o sucesso do pomar é a escolha adequada da muda cítrica que é gerada por meio do processo de enxertia, via método 'T invertido' apresentado pela Figura 3.4. Neste método, a muda é composta por duas partes: o enxerto e o porta-enxerto (plantas matrizes). O enxerto é a parte que formará a copa da planta, ou seja, a parte visível, composta por folhas e os ramos que formarão os frutos. Já o porta-enxerto formará o sistema radicular da planta que fica sob o solo. Os porta-enxertos de plantas cítricas afetam mais de 20 características hortícolas e patológicas da cultivar copa e seus frutos, sendo seu uso considerado essencial na citricultura. Graças a essa técnica da enxertia, essas duas partes de plantas se unem e se desenvolvem como uma (SCHAFER et al., 2001).

Figura 3.4 – Ilustração da enxertia via método T invertido - Porta-Exerto Citrumelo *Swingle*.



Fonte: adaptado de Girardi et al. (2021).

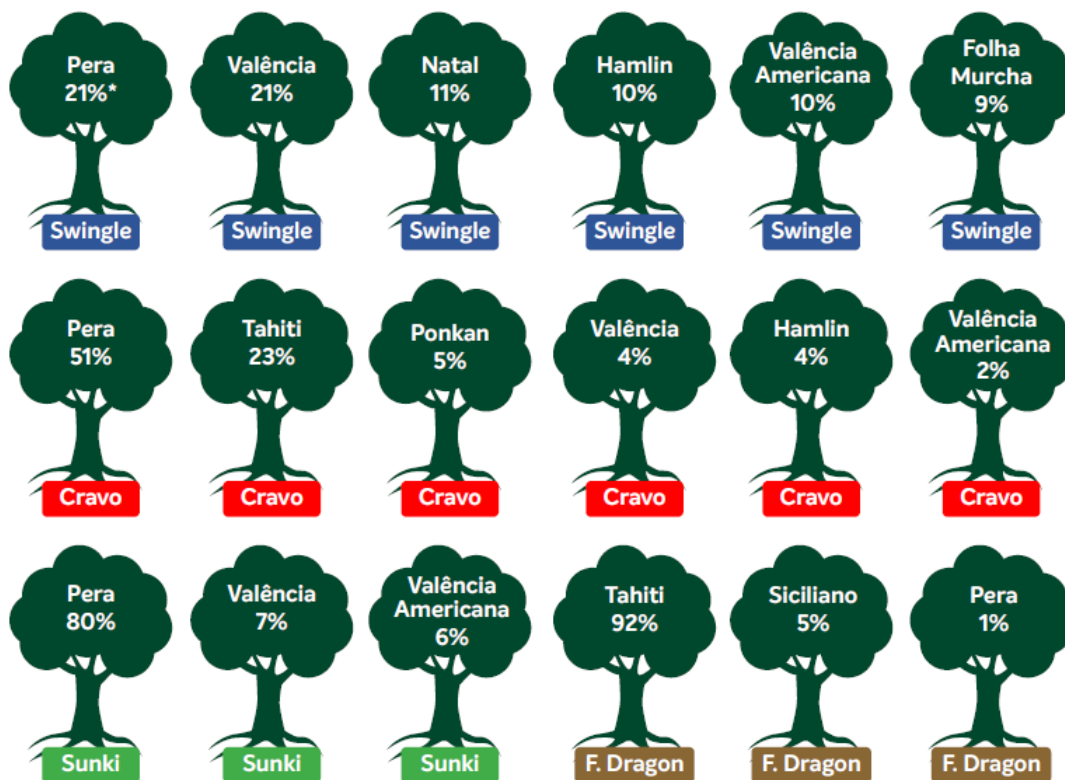
Um levantamento realizado no ano de 2020 pela Coordenadoria de Defesa Agropecuária da Secretaria de Agricultura e Abastecimento do estado de São Paulo (CDA/ SAA-SP) dos viveiros produtores de mudas homologadas, apontou quais variedades de porta-enxerto estão ganhando destaque na comercialização de mudas indicando as suas respectivas fatias de mercado. Foram elas, citrumelo *Swingle* (55,5%), limoeiro Cravo (27,0%), tangerineira Sunki (9,1%), trifoliatoeiro *Flying Dragon* (2,9%), tangerineira Cleópatra (0,5%) e outros porta-enxertos que vêm ganhando importância, como tangerineira Sunki BRS Tropical (2,3%), citrandarin IAC1710 (1,1%), outros citrandarins, principalmente Índio, *Riverside* e San Diego (1,2%), outros trifoliatoeiros (0,4%) e laranjeira Caipira (<0,1%) (CDA/SAA-SP, 2020).

Com os pontos apresentados, fica evidente que a seleção de combinações entre copas e porta-enxertos adequados é fundamental, possibilitando a instalação de pomares mais produtivos e com frutos de melhor qualidade. Deste modo, as possibilidades mais frequentes no estado de São Paulo, de acordo com o levantamento de 2020 da CDA/SAA-SP, são apresentadas pela Figura 3.5.

Na Figura 3.5, na parte superior de cada árvore, é apresentada a variedade do enxerto, responsável pela produção de frutos, enquanto na parte inferior, em cada retângulo colorido,

são apresentados os porta-enxertos, que são responsáveis pela proteção fitossanitária e extração dos nutrientes mais adequados para a formação de frutos saudáveis. Outro ponto que merece ser destacado é que as somas das porcentagens em cada linha de conjunto de mudas nunca atingem o valor de 100%, pois existem diversas combinações que não possuem valores representativos na análise do mercado. Todos os valores podem ser consultados em [CDA/SAA-SP \(2020\)](#).

Figura 3.5 – Combinações de enxertia mais frequentes nos viveiros de São Paulo por porta-enxerto.



Fonte: [Girardi et al. \(2021\)](#).

Neste trabalho, a combinação adequada entre copa e porta-enxerto já vem prescrita pelos agrônomos da organização, sendo obtida por meio de vários estudos realizados ao longo dos anos pela própria organização, pela fundação FUNDECITROS e pela Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz (ESALQ) da Universidade de São Paulo.

3.3.3 Irrigação

Devido às condições climáticas e aos longos períodos de estiagem nos últimos anos, o volume pluviométrico anual é insuficiente para atender a todas as necessidades das plantas cítricas dos pomares do Cinturão Citrícola Brasileiro. Neste sentido, a estiagem promove um estresse hídrico às plantas, gerando grandes quebras de produção. Neste contexto, a

irrigação torna-se um ponto fundamental para o desenvolvimento de pomares frondosos e produtivos. Mediante isso, a escolha pelo método adequado de irrigação se faz necessária para o atingimento dos padrões esperados de produção nos pomares cítricos (COELHO et al., 2000).

Os métodos de irrigação utilizados na citricultura são quatro: superfície, aspersão, localizada (gotejamento e microaspersão) e a ausência de sistemas de irrigação, utilizando somente as águas das chuvas, denominado sistema sequeiro (COELHO et al., 2000; CRUZ, 2003). A Figura 3.6 ilustra como são esses métodos de irrigação.

Figura 3.6 – Métodos de irrigação utilizados na citricultura.



Fonte: adaptado de Testezlaf (2017).

A irrigação por superfície, também conhecida como irrigação por gravidade, é dependente do desnível do terreno onde o processo de irrigação é realizado. Neste sentido, a água escoar pelo solo, cobrindo-o total ou parcialmente, possibilitando a infiltração durante essa movimentação e após o seu represamento (TESTEZLAF, 2017).

Em sistemas de irrigação por aspersão é simulado o fenômeno da chuva, por meio de dispositivos mecânicos, conhecidos como aspersores ou *sprays*, que permitem a passagem da água pressurizada por orifícios. Neste processo, a água é distribuída na forma de gotas sobre a cultura e superfície do solo (TESTEZLAF, 2017).

Na irrigação localizada, como o nome sugere, a água é aplicada sobre uma região do solo específica, que geralmente é a área sombreada pela copa da cultura ou perto do caule, buscando umedecer somente o volume de solo explorado pelo sistema radicular da planta. Para atingir este efeito, este método emprega dispositivos para a dispersão de água com diâmetros menores, solicitando níveis de pressão mais baixas do que os sistemas de aspersão (TESTEZLAF, 2017). Em função do tipo de emissor utilizado, os sistemas de irrigação localizada podem ser classificados em:

- Sistema por gotejamento. A água é aplicada no solo na forma de gotas com baixa vazão através de pequenos emissores denominados gotejadores (TESTEZLAF, 2017).
- Sistemas de microaspersão. Estes sistemas utilizam microaspersores ou *sprays*, que

aplicam a água na forma de jatos ou aerosol, preferencialmente, na área sombreada pela copa da planta. Possuem vazões e áreas de aplicação maiores que o gotejamento (TESTEZLAF, 2017).

Com o objetivo de elucidar a diferença entre estes dois sistemas (gotejamento e microaspersores), a Figura 3.7 apresenta a diferença na área e no local de aplicação de água dos dois sistemas (abaixo da copa das árvores).

Figura 3.7 – Diferenças entre os sistemas de gotejamento e microaspersão na atividade de irrigação.



Direita = irrigação via gotejamento, Esquerda = irrigação por microaspersão.

Fonte: Testezlaf (2017).

Na empresa em estudo neste trabalho, dois sistemas de irrigação são utilizados: gotejamento e sequeiro. O sistema de gotejamento é realizado por meio de bombeamento de rios e poços artesianos e levado para os talhões dos pomares. Talhões são caracterizados por serem porções das propriedades rurais (unidades menores de produção) destinadas ao cultivo da citricultura, separados por ruas, estradas, carreadores ou outro meio qualquer, geralmente possuindo largura superior ao espaçamento entre as linhas das árvores plantadas (conceito que será discutido na subseção 3.3.4) (FUNDECITROS, 2021).

A fim de ilustrar o conceito de talhão, a Figura 3.8 é apresentada, onde é possível observar vários talhões destinados à cultura da laranja entre os municípios de Conchal e Mogi Mirim, ambas as cidades localizadas no interior do estado de São Paulo.

Neste estudo, em um mesmo talhão somente estão/serão plantadas árvores da mesma variedade. Com isso, cada talhão possui atributos únicos que o definem, que são: idade (obtida por: ano atual - ano de plantio), variedade de laranja, tipo de porta-enxerto, tipo de irrigação e classe de adensamento (conceito que será discutido na Subseção 3.3.4).

Devido à extensão das fazendas, nem todos os talhões podem ser atendidos pelo sistema de gotejamento, sendo assim atendidos somente pelas águas das chuvas. Nas fazendas onde

Figura 3.8 – Exemplo de talhões de laranjas mapeados via satélite entre os municípios de Conchal e Mogi Mirim.



Fonte: FUNDECITROS (2020b).

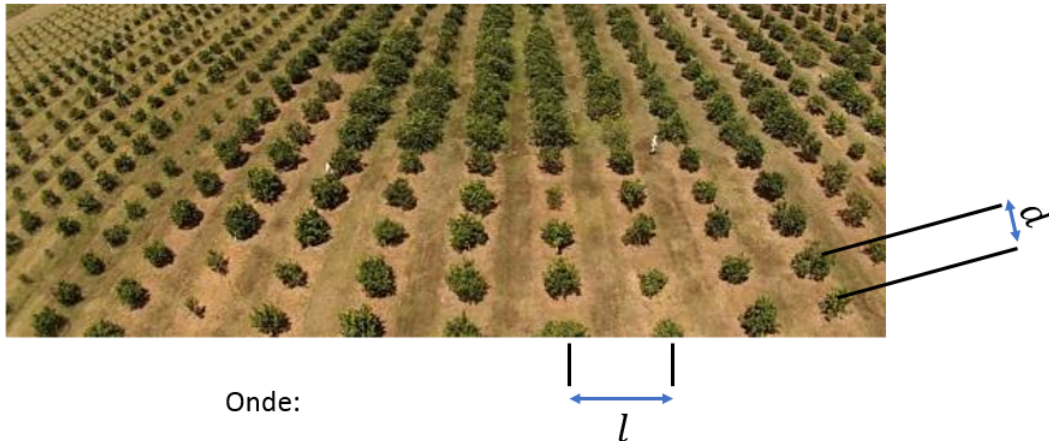
não há o sistema de gotejamento, a irrigação de todo o território da fazenda é realizada pelo sistema sequeiro (apenas água das chuvas). Porém, nada impede que uma fazenda que não disponha do sistema de gotejamento no momento, realize a implantação deste sistema no futuro.

3.3.4 Adensamento de plantio

A técnica de adensamento de plantio consiste na inserção do maior número de plantas em uma determinada área, que neste caso, é medida em hectares ($10.000m^2$). Neste ponto, o adensamento consiste na definição dos espaçamentos entre as plantas, tanto entre as plantas de uma mesma linha de plantio, quanto entre as linhas de plantio. A Figura 3.9 apresenta os dois tipos de espaçamentos que devem ser definidos.

Analisando a Figura 3.9, dois espaçamentos podem ser observados, d e l , que são medidos no centro da copa das plantas. A determinação do espaçamento d possui algumas dificuldades. Esta distância não pode ser muito pequena entre as plantas pois a sombra da copa da árvore de uma planta pode impedir que os raios solares atinjam as plantas adjacentes, prejudicando o processo de fotossíntese e, conseqüentemente, o desenvolvimento dos frutos

Figura 3.9 – Espaçamento de plantio utilizado na citricultura.



Onde:

l = Espaçamento entre as linhas

d = Espaçamento entre as plantas da mesma linha

Fonte: adaptado de [EMBRAPA \(2015\)](#).

das plantas adjacentes. Outro ponto crucial é que o espaçamento muito próximo das plantas de uma mesma linha pode ocasionar a disputa por nutrientes do solo naquela região. Em outras palavras, as raízes das plantas adjacentes podem consumir os nutrientes destinados às outras plantas, prejudicando o seu desenvolvimento.

Já o espaçamento l entre as linhas é devido às operações de adubagem, calagem e colheita. As Figuras 3.10 e 3.11 apresentam as operações de aplicação de calcário e colheita da laranja semi-mecanizada, respectivamente. Na Figura 3.10 é apresentado um conjunto de trator e distribuidor de calcário e na Figura 3.11 é apresentado um conjunto de trator e guincho agrícola para *big bag*. Os *big bags* são os contenedores flexíveis utilizados em diversas aplicações, na Figura 3.11 o *big bag* está sendo utilizado para a colheita e transporte da laranja. São fabricados em tecidos com resinas plásticas e, dependendo da sua classe, podem ser reutilizáveis. Em ambas as figuras são apresentados implementos agrícolas (distribuidor de calcário e guincho agrícola) que são máquinas-ferramentas que dependem do trator para locomoção e podem ou não ter capacidade de realizar a sua função sem necessitar da transmissão de movimento do trator, que pode ocorrer via *cardan* ou bomba hidráulica. Na Figura 3.10 o equipamento apresenta uma bomba independente, não necessitando da transmissão de movimento via fluido hidráulico do trator, dependendo do trator apenas para locomoção. Já na Figura 3.11 é utilizada a transmissão de movimento via bomba hidráulica do trator para a movimentação nos graus de movimento permitidos pelo guincho agrícola.

Neste ponto, é válido salientar que a necessidade de incrementar a produção de laranjas, minimizando a área destinada para o plantio, é um problema investigado há pelo menos quatro décadas, devido a fatores como restrições pela disponibilidade de áreas disponíveis para

Figura 3.10 – Aplicação de calcário na citricultura.



Fonte: [PICCIN \(2022\)](#).

Figura 3.11 – Operação de colheita da laranja.



Fonte: [GLOBO RURAL \(2015\)](#).

plantio e aumento crescente dos custos variáveis no plantio (insumos utilizados no preparo do solo, adubação, calagem, etc) (SILVA, 2017).

Com todas as características do espaçamento definidas, pode-se apresentar a equação que calcula o adensamento (A) do plantio, dada por:

$$A = \frac{10.000m^2}{l.d}. \quad (3.1)$$

sendo que $10.000m^2$ é equivalente à área de um hectare, l é o espaçamento entre as linhas de plantio e d é o espaçamento entre as plantas em uma mesma linha. A unidade de medida usual tanto de l quanto de d é metros.

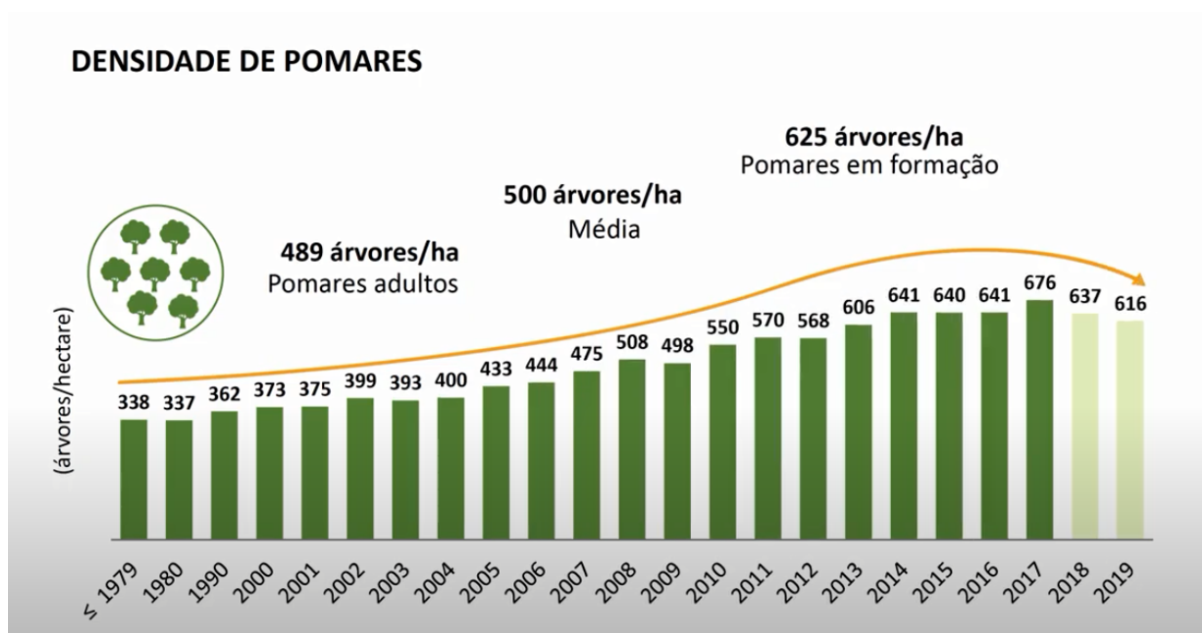
É importante salientar que a evolução nos estudos do adensamento é um dos fatores que permitiu que o Brasil permanecesse como maior exportador mundial de suco de laranja durante o intervalo de 1989 a 2019, onde a área destinada para o plantio de laranja caiu cerca de 40%. Apesar do número de produtores rurais que decidiram migrar para outros tipos de cultura ser elevado, os patamares de produção de laranja não foram significativamente afetados, devido aos estudos de adensamento, onde a produção foi triplicada neste mesmo intervalo (FUNDECITROS, 2020a).

Com o objetivo de ilustrar esta evolução, no panorama dos perfis de adensamento mais utilizados no estado de São Paulo na cultura de laranja, as Figuras 3.12 e 3.13 são apresentadas. Na Figura 3.12, pode-se observar que o adensamento sofreu uma evolução de 82,25% no intervalo de 1979 a 2019, otimizando a utilização da área destinada para o plantio dos pés de laranja.

Na análise da Figura 3.13, no lado esquerdo, pode-se observar a evolução dos espaçamentos mais frequentes ao longo de sete décadas, aproximadamente. Nos espaçamentos mais utilizados, houve uma diminuição no intervalo de 1960 a 2018, de dois metros entre as duas distâncias (entre linhas e entre plantas, respectivamente). Já no segundo espaçamento mais utilizado, houve uma diminuição de um metro e meio no espaçamento entre linhas e três metros e meio no espaçamento entre as plantas. Por fim, no terceiro espaçamento mais utilizado, houve uma diminuição de dois metros no espaçamento entre as linhas e um metro e meio no espaçamento entre as plantas.

No lado direito, na parte superior da Figura 3.13, é apresentado um *ranking* da melhor utilização de área em função do adensamento. São apresentadas 12 regiões com os nomes das cidades de maior destaque no cenário do cultivo da laranja, de acordo com as definições apresentadas em FUNDECITROS (2021). Estas regiões são fragmentações das cinco macro regiões apresentadas na Figura 3.2. Já na parte inferior, do lado direito da Figura 3.13, é apresentada uma análise do adensamento realizado em função das variedades de frutas.

Figura 3.12 – Perfil de evolução do adensamento de pés de laranja no estado de São Paulo.



Fonte: FUNDECITROS (2020a).

As classes de adensamento consideradas neste trabalho foram definidas pela empresa parceira, sendo:

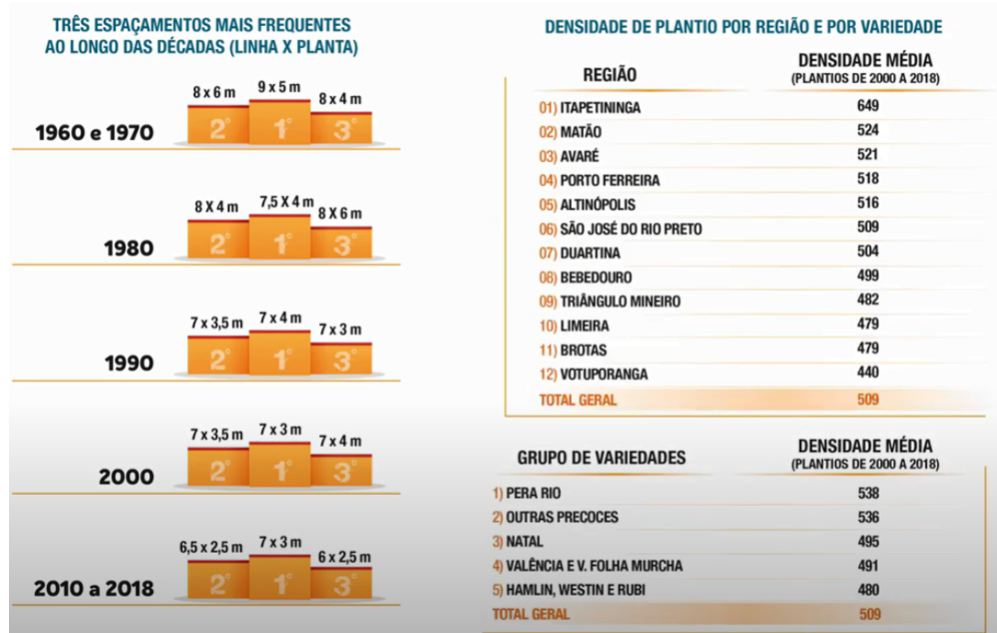
1. Pouco adensado: hectare com menos de 500 plantas.
2. Adensado: hectare de 501 a 800 plantas.
3. Muito adensado: hectare com mais de 801 plantas.

3.3.5 Produção e erradicação

No agronegócio, as culturas podem ser classificadas em duas categorias: perenes e anuais. As culturas perenes são aquelas que vivem mais de dois anos, e, com isso, é possível realizar diversas colheitas ao longo do ciclo de vida da planta, sem a necessidade do replantio. Alguns exemplos de culturas perenes incluem: laranja, borracha, dendê, coco, sagu, café, chá, banana, etc. Em contrapartida, as culturas anuais, como o nome sugere, possuem o ciclo de vida de um ano, ou uma estação, antes da colheita. Necessitando de custos de replantio anuais. Exemplos de culturas anuais incluem as culturas de: arroz, trigo, soja, milho, etc. Porém, um ponto que merece ser destacado é que, ao contrário das culturas anuais, a maioria das culturas de plantas perenes tem rendimento variável a cada ano. Essa variação, muitas vezes, depende da idade ou maturidade da cultura (RAJAKAL et al., 2021).

Neste sentido, é necessário enfatizar que o ciclo de vida das plantas das culturas perenes não está linearmente associado à sua taxa de produção. Nos primeiros dois anos de vida

Figura 3.13 – Panorama do adensamento de pés de laranja no estado de São Paulo.



Fonte: FUNDECITROS (2020a).

da planta, a sua produção é muito baixa, não podendo ser considerada no planejamento estratégico (não é considerada rentável). Após isso, as plantas evoluem e atingem um estágio intermediário em seu ciclo de vida onde é iniciada uma produção estável e viável economicamente, que irá crescer junto com a idade da planta até atingir uma taxa de produção ideal. A planta permanece alguns anos neste estágio de produção, e este nível começa a decair nos últimos anos do ciclo de vida da planta, até atingir um patamar inviável economicamente (CATALÁ et al., 2013).

Assim, é importante considerar um horizonte de planejamento de vários anos, para poder projetar as informações econômicas de cada talhão e poder decidir sobre investimentos em novos plantios, uma vez que as plantas levam três anos para começar a produzir a uma taxa de retorno aceitável para o investimento realizado em seu plantio (CATALÁ et al., 2013).

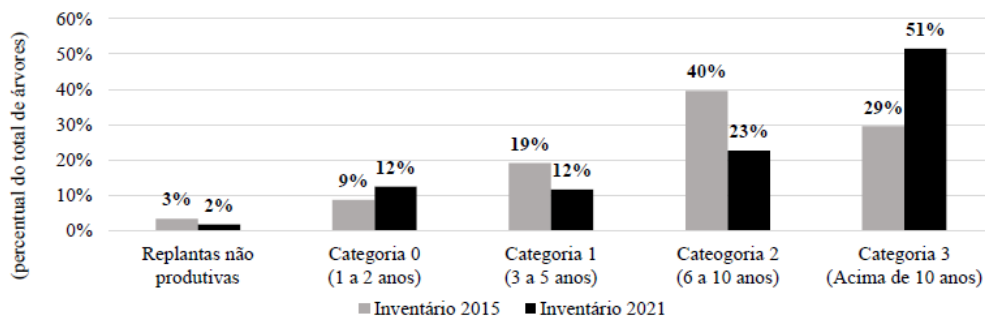
Mediante estes pontos apresentados, podem ser usados métodos estatísticos para a projeção das *curvas de produção* e *curvas de erradicação*, caracterizadas por idade e *estrato*. *Estrato* neste trabalho é definido como uma classificação do plantio de talhões com as mesmas características em relação à variedade, porta-enxerto, adensamento e irrigação. Uma discussão interessante sobre curvas de produção x maturação das plantas aplicada na cultura de cana-de-açúcar pode ser encontrada em Florentino et al. (2020).

O agrupamento *estrato* é usado pela empresa estudada, de modo a auxiliar nas construções dessas curvas, discretizadas por idade. Cada estrato é uma tupla única dada por (*tipo de variedade, tipo de porta-enxerto, tipo de adensamento, tipo de irrigação*), usada para caracterizar uma dada área de plantio.

As curvas de produção são comumente lineares por partes, já as curvas de erradicação são tipicamente lineares e ambas são calculadas por meio de modelos de regressão específicos para cada tipo de curva, interpolando os dados de: estrato x idade (ano de plantio - ano atual). Nestas curvas, à medida que a idade do estrato vai aumentando, a produção da planta vai diminuindo, e com isso, a sua taxa de erradicação vai crescendo.

A produção do estrato é fortemente afetada pela sua idade no final do seu ciclo de vida. Em virtude disso, é atrativo estabelecer limitantes de idade mínima e máxima para a avaliação da decisão de erradicação do estrato por este fator. Podem ser adotadas as categorias sugeridas pela FUNDECITROS (2021) em seus inventários, bem como limitantes para cada categoria em % em relação ao total de árvores plantadas. A Figura 3.14 ilustra esta sugestão de categorias, apresentando os inventários do Cinturão Citrícola Brasileiro dos anos de 2015 e 2021. Essas categorias são definidas da seguinte forma: Replantas não produtivas, Categoria 0 (1 a 2 anos) - 12%, Categoria 1 (3 a 5 anos) - 12%, Categoria 2 (6 a 10 anos) - 25% e Categoria 3 (Acima de 10 anos) - 51%.

Figura 3.14 – Percentual de laranjeiras em relação ao total por categoria de idade (inventários de 2015 e 2021).



Fonte: FUNDECITROS (2021).

3.3.6 Controle etário

Conforme mencionado na Subseção 3.3.5, o ciclo de vida das laranjeiras afeta significativamente a produção de caixas de fruta, devido às curvas de produção, onde, na medida em que a idade da planta vai aumentando, a produção da planta vai diminuindo. Outro ponto relevante é que, após o plantio de uma nova laranjeira, a sua produção começa a se tornar rentável a partir do terceiro ano. Desta forma, um ponto negativo no manejo da laranja é manter todas as plantas do pomar com a mesma idade, pois, neste cenário, todas atingiriam o início e o final do ciclo de vida simultaneamente e a produção de frutas teria uma queda drástica.

Com isso, é atrativo estabelecer um *controle etário* das plantas, realizando um agrupamento por faixas etárias. Devido à grande relevância na produção, o controle etário será tratado como um requisito. Nesta estratégia, são estabelecidas as porcentagens das faixas

etárias em relação ao número absoluto total de plantas na toda a organização, de modo a alcançar um balanceamento etário em função do ciclo de vida das árvores.

3.4 Planejamento estratégico de plantio de laranjas

Um dos desafios vivenciados pelos grupos produtores de laranja é estimar a produção dos anos seguintes, para a projeção de receitas futuras. Então, anualmente, diversas áreas se reúnem para a definição do planejamento estratégico de plantio, envolvendo o setor agrícola, logística de insumos, equipes de colheita, equipes de plantio, entre outras. Como já foi mencionado anteriormente, esta questão não é trivial, pois, pela característica perene da cultura, os rendimentos são variáveis em função da produção das árvores, que dependem do ciclo de vida das plantas e/ou maturação dos frutos.

As informações primordiais para dar início ao planejamento incluem o número de fazendas, a disponibilidade de área destinada para o plantio da cultura em todas as fazendas, a área ocupada em cada fazenda e os estratos plantados nessas áreas, o controle varietal desejado, perfil etário desejado, e as curvas de produção e erradicação. De posse de todas estas informações, é possível realizar um planejamento que analise o que deve ser plantado e erradicado nos próximos anos, para que os requisitos e objetivos do planejamento estratégico sejam atendidos.

Em função disso, deseja-se tomar as seguintes decisões: (i) o que plantar/erradicar, (ii) quanto plantar/erradicar, (iii) onde plantar/erradicar e (iv) quando plantar/erradicar. Estas decisões devem ser tomadas de maneira efetiva e assertiva, e para isso, faz-se necessário recorrer a métodos de otimização da PO. Assim, dado um horizonte de planejamento de longo prazo (30 anos), um conjunto de fazendas com áreas ocupadas e disponíveis, e um conjunto de estratos plantados e disponíveis para plantios, deseja-se determinar:

Qual estrato plantar/erradicar em qual área de cada fazenda e em cada ano, de modo a maximizar a produção de laranjas, considerando as curvas de produção e erradicação estimadas, bem como os requisitos de controle etário e varietal desejados pela empresa?

Conforme definido na Subseção 3.3.5, um estrato é uma classificação do plantio com as mesmas características de acordo com tipo de variedade, porta-enxerto, adensamento e irrigação. Os principais pontos que afetam as decisões de plantio/erradicação de pés seguindo esses estratos são as curvas de produção e erradicação das plantas, também descritas na Subseção 3.3.5; o equilíbrio varietal, definido na Subseção 3.3.1; e o equilíbrio etário, definido na Subseção 3.3.6.

Neste contexto, todas as decisões relacionadas ao planejamento estratégico do plantio

na citricultura investigadas neste trabalho pretendem atender a todos esses requisitos mencionados anteriormente, de modo a maximizar a produção do sistema, na unidade de caixas de laranjas.

Retomando a discussão realizada no Capítulo 1: o fato de a modelagem matemática considerar a maximização da produção de laranjas pode gerar algum tipo de questionamento, uma vez que o objetivo da safra é obter lucro. Neste sentido, seria mais atrativo considerar a maximização do retorno do valor esperado com a venda da exportação do suco de laranja. Porém, infelizmente, durante o desenvolvimento desta pesquisa, não tivemos acesso a nenhum dado financeiro junto à empresa parceira. Com isso, neste trabalho optou-se por buscar maximizar a produção de laranjas em cada safra, adotando-se a premissa de que esta maximização superaria o ponto de equilíbrio financeiro da safra, levando à organização à obtenção de lucros financeiros com esta estratégia.

Após todas estas definições, é possível definir a modelagem matemática desse problema, que será apresentada no Capítulo 4.

4 Modelo de Otimização para o Planejamento Estratégico no Plantio de Laranjas

Neste capítulo, propõe-se um modelo de programação inteira mista (MIP, do inglês *Mixed Integer Programming*) para o problema abordado, o qual está também descrito em [Tavares e Munari \(2024\)](#). A construção desse modelo foi motivada de acordo com a necessidade da empresa parceira, que foi uma das maiores produtoras de suco de laranja do mundo no ano de 2024. Este modelo considera todas as características, desafios e requisitos descritos no Capítulo 3. Primeiramente, é introduzida toda a modelagem matemática e, em seguida, são apresentados os resultados computacionais para a validação do modelo.

4.1 Modelagem matemática

Seja \mathcal{F} o conjunto de fazendas utilizadas para o plantio de laranja. Para cada fazenda $f \in \mathcal{F}$, são definidos os parâmetros correspondentes às suas áreas mínima e máxima de plantio como A_f^{min} e A_f^{max} , respectivamente. Adicionalmente, o parâmetro H_f corresponde à fração da área da fazenda f que tem o sistema de irrigação localizado, característica relevante para o plantio. As fazendas são agrupadas em *polos*, que são agrupamentos criados de acordo com a proximidade geográfica e compartilhamento de recursos destinados para a safra. Denotamos o conjunto de polos agrícolas como \mathcal{L} , e o subconjunto de fazendas pertencentes a um polo $\ell \in \mathcal{L}$ como \mathcal{F}^ℓ .

Seja \mathcal{E} o conjunto de todos os estratos utilizados para caracterizar uma plantação em fazendas de acordo com tipo de variedade, tipo de porta-enxerto, densidade e irrigação. Este conjunto é particionado em dois subconjuntos, sendo um subconjunto \mathcal{E}^b de estratos base, correspondente à configuração dos talhões no início do horizonte de planejamento e o subconjunto \mathcal{E}^n de estratos que poderão ser utilizados em novos plantios, conforme recomendações técnicas. Alguns estratos requerem irrigação localizada. Para modelar esta necessidade, foi definido $\mathcal{E}^{irri} \subseteq \mathcal{E}$ como o subconjunto de tais estratos. Além disso, podem existir estratos incompatíveis com determinadas fazendas por motivos técnicos. Portanto, o conjunto \mathcal{K}^e es-

pecifica o subconjunto de fazendas compatíveis com o estrato $e \in \mathcal{E}$.

Seja \mathcal{V} o conjunto dos tipos de variedades de laranja, define-se por $\mathcal{E}^v \subset \mathcal{E}$ o subconjunto de estratos relacionados às laranjas do tipo de variedade $v \in \mathcal{V}$. Além disso, para o alcance do controle varietal, foram criados os limitantes mínimos e máximos U_v^{min} e U_v^{max} que correspondem às porcentagens desejáveis de laranjas de tipo de variedade $v \in \mathcal{V}$ em cada polo, em cada período de tempo, respectivamente.

Define-se \mathcal{T} como o conjunto de períodos de tempo no horizonte de planejamento e \mathcal{I} como o conjunto de idades da planta. Observe que, embora ambos os conjuntos se refiram ao tempo, \mathcal{T} é usado para contar os anos a partir do início do horizonte de planejamento, enquanto \mathcal{I} é usado para especificar as idades das laranjeiras (de acordo com o ano em que foram plantadas). Neste trabalho, assume-se que ambos os conjuntos \mathcal{T} e \mathcal{I} começam em 0, de modo que o período 0 representa o início do horizonte de planejamento e permite impor condições de contorno que representam a atual configuração de plantio das fazendas. Da mesma forma, a idade 0 corresponde ao primeiro ano de um novo plantio, pois somente ao final deste primeiro ano a idade completa 1. Para simplificar a notação matemática neste trabalho, define-se conjuntos $\mathcal{T}_+ = \mathcal{T} \setminus \{0\}$ e $\mathcal{I}_+ = \mathcal{I} \setminus \{0\}$, ambos começando em 1. Além disso, o conjunto \mathcal{I} foi particionado em grupos de faixa etária para impor o controle etário da planta descrito na Seção 3.3.6. Desta forma, o conjunto de faixas etárias é definido como \mathcal{G} . Para impor o controle etário, foi necessário definir os limitantes W_g^{min} e W_g^{max} como as porcentagens mínima e máxima desejáveis de árvores no grupo de idade $g \in \mathcal{G}$, respectivamente, em cada período do horizonte de planejamento. Utiliza-se a notação $i \in g$ para identificar que a idade $i \in \mathcal{I}$ pertence ao grupo de idade $g \in \mathcal{G}$.

Referente à configuração do sistema no início do planejamento (cenário atual), foi necessário definir um parâmetro relacionando cada estrato plantado em sua respectiva fazenda, bem como sua idade. Este parâmetro foi definido como de X_{eif}^0 e representa o número de plantas do estrato $e \in \mathcal{E}$ com idade $i \in \mathcal{I}$ na fazenda $f \in \mathcal{F}$ no início do planejamento (cenário atual). Também foi definido um parâmetro indicando a área ocupada por este estrato X_{eif}^0 em hectares. Este parâmetro foi chamado de Y_{eif}^0 , dado pela área ocupada pelo estrato $e \in \mathcal{E}$ com idade $i \in \mathcal{I}$ na fazenda $f \in \mathcal{F}$ no início do planejamento (cenário atual).

As curvas de produtividade e erradicação são representadas pelos parâmetros P_{eif} e R_{eif} , onde P_{eif} representa o número estimado de caixas de laranja produzidas pelas plantas do estrato $e \in \mathcal{E}$ com a idade $i \in \mathcal{I}$ na fazenda $f \in \mathcal{F}$; e o parâmetro R_{eif} é a taxa estimada de erradicação natural para plantas na mesma configuração.

Os parâmetros a seguir representam os requisitos técnicos para plantio. O número máximo de mudas plantadas por ano é M . O número máximo de mudas por hectare ao plantar um estrato $e \in \mathcal{E}^n$ é representado como N_e . O parâmetro I_e^{max} define a idade máxima das plan-

tas relacionadas ao estrato $e \in \mathcal{E}$. Depois dessa idade, temos que erradicá-las. A erradicação pode ser motivada pela baixa produção quando a produção total de um estrato por hectare é inferior ao limite definido como P^{min} . O parâmetro I_e^{min} especifica a idade mínima para a decisão de erradicação, pois nenhuma planta abaixo desta idade pode ser erradicada. Além disso, a área máxima permitida para erradicação por ano é definida como B . A Tabela 4.2 resume todos os conjuntos e parâmetros definidos.

Para modelar o processo de plantio, foram definidas as variáveis de decisão apresentadas na Tabela 4.1. As variáveis $x_{eift} \geq 0$ e $y_{eift} \geq 0$ definem o número estimado de plantas e a área que deve ser ocupada usando o estrato e com idade i na fazenda f no período t , respectivamente. São definidas como variáveis contínuas porque seus valores resultam de estimativas obtidas pela aplicação das curvas de produção e erradicação ao número de plantas e à área no início do horizonte de planejamento ou ao respectivo ano de plantio. Isto fica mais claro à frente nesta seção, quando as restrições relacionadas a essas variáveis são definidas. A variável de decisão binária z_{eift} está relacionada com x_{eift} e indica se esta variável é positiva, ou seja, se existem plantas do estrato e com idade i na fazenda f no período t . Portanto, devemos ter $z_{eift} = 1$ se, e somente se, $x_{eift} > 0$. Como também será apresentado nesta seção, esta variável binária é necessária para garantir a erradicação dos estratos quando necessário. Por fim, θ_{vlt} é uma variável auxiliar que calcula a produção total das caixas de laranja de cada variedade, polo agrícola e período de tempo com base no número de plantas especificado por x_{eift} e o respectivo componente da curva de produção, P_{eif} . Esta variável define a função objetivo e as restrições relacionadas ao equilíbrio varietal.

Tabela 4.1 – Variáveis de decisão para modelagem matemática.

Variáveis de decisão	
$x_{eift} \geq 0$	Quantidade de pés do estrato $e \in \mathcal{E}$ com idade $i \in \mathcal{I}$ na fazenda $f \in \mathcal{F}$ no período $t \in \mathcal{T}$;
$y_{eift} \geq 0$	Área ocupada pelo estrato $e \in \mathcal{E}$ com idade $i \in \mathcal{I}$ na fazenda $f \in \mathcal{F}$ no período $t \in \mathcal{T}$;
$z_{eift} \in \{0, 1\}$	Define se o estrato $e \in \mathcal{E}$ com idade $i \in \mathcal{I}$ está plantado na fazenda $f \in \mathcal{F}$ no período $t \in \mathcal{T}$ e
$\theta_{vlt} \geq 0$	Produção da variedade $v \in \mathcal{V}$ no polo $\ell \in \mathcal{L}$ no período $t \in \mathcal{T}$.

Tabela 4.2 – Conjuntos e Parâmetros para modelagem matemática.

Conjuntos	
\mathcal{E}	Conjunto dos estratos;
\mathcal{I}	Conjunto de idades dos estratos;
\mathcal{I}_+	Subconjunto de idades de plantas maior que 0;
\mathcal{F}	Conjunto de fazendas;
\mathcal{L}	Conjunto de polos das fazendas;
\mathcal{G}	Conjunto de grupos etários dos estratos;
\mathcal{V}	Conjunto de variedades das laranjas;
\mathcal{T}	Conjunto de períodos;
\mathcal{T}_+	Subconjunto de períodos maior que 0;
\mathcal{F}^ℓ	Subconjunto das fazendas que pertencem ao polo $\ell \in \mathcal{L}$;
\mathcal{K}^e	Subconjunto das fazendas compatíveis com o estrato $e \in \mathcal{E}$;
\mathcal{E}^v	Subconjunto de estratos que produzem a variedade $v \in \mathcal{V}$;
\mathcal{E}^b	Subconjunto de estratos base;
\mathcal{E}^n	Subconjunto de estratos norma.
Parâmetros	
P_{eif}	Curva de produtividade do estrato $e \in \mathcal{E}$ com idade $i \in \mathcal{I}$ na fazenda $f \in \mathcal{F}$ (frutos/caixa);
R_{eif}	Taxa de erradicação do estrato $e \in \mathcal{E}$ com idade $i \in \mathcal{I}$ na fazenda $f \in \mathcal{F}$ (porcentagem de pés de plantas);
N_e	Número máximo de pés por hectare no plantio do estrato $e \in \mathcal{E}^n$ (pés de plantas);
M	Limite anual de plantio de mudas (pés de plantas);
B	Limite anual de erradicação de pés (ha);
H_f	Proporção da área irrigada em cada fazenda (% de área);
U_v^{min}	Porcentagem mínima desejada de produção da variedade $v \in \mathcal{V}$ por polo (porcentagem de frutos em relação ao total)
U_v^{max}	Porcentagem máxima desejada de produção da variedade $v \in \mathcal{V}$ por polo (porcentagem de frutos em relação ao total);
W_g^{min}	Porcentagem mínima desejada de estratos do grupo etário $g \in \mathcal{G}$ (porcentagem de pés de plantas em relação ao total);
W_g^{max}	Porcentagem máxima desejada de estratos do grupo etário $g \in \mathcal{G}$ (porcentagem de pés de plantas em relação ao total);
X_{eif}^0	Número de pés do estratos $e \in \mathcal{E}$ com idades $i \in \mathcal{I}$ nas fazendas $f \in \mathcal{F}$ no início do planejamento (pés de plantas);
Y_{eif}^0	Área ocupada pelos estratos $e \in \mathcal{E}$ com idades $i \in \mathcal{I}$ nas fazendas $f \in \mathcal{F}$ no início do planejamento (pés de plantas);
A_f^{min}	Área mínima disponível para plantio da fazenda $f \in \mathcal{F}$ (hectare);
A_f^{max}	Área máxima disponível para plantio da fazenda $f \in \mathcal{F}$ (hectare);
P^{min}	Produção mínima por hectare para cada estrato, usada para erradicação por produção (caixas/área);
I_e^{min}	Idade mínima para erradicação do estrato $e \in \mathcal{E}$ por produção (anos);
I_e^{max}	Idade máxima permitida do estrato $e \in \mathcal{E}$ usada para erradicação (anos);
E_e^{irri}	Estratos que possuem o sistema de irrigação via gotejamento (pés de plantas).

Após todas estas definições, propomos o modelo de otimização do planejamento estratégico para citricultura, denominado MOPEC. A função objetivo (4.1) consiste em maximizar a produção total ao longo do horizonte de planejamento de todas as variedades $e \in \mathcal{E}$ em todos os polos $l \in \mathcal{L}$.

$$\max \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \theta_{vlt}. \quad (4.1)$$

As restrições (4.2) definem que a variável θ_{vlt} é dada pela produção total de cada variedade $v \in \mathcal{V}$ em cada polo $l \in \mathcal{L}$ e período $t \in \mathcal{T}$ de acordo com a quantidade de pés em cada estrato $e \in \mathcal{E}^v$ compatível com as fazendas daquele polo, conforme indicado pela interseção entre \mathcal{K}^e e \mathcal{F}^l , considerando todas as idades $i \in \mathcal{I}$.

$$\theta_{vlt} = \sum_{e \in \mathcal{E}(v)} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{f \in \mathcal{F}^l \cap \mathcal{K}^e} P_{eif} x_{eift}, \quad \forall v \in \mathcal{V}, \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (4.2)$$

O equilíbrio varietal contextualizado na Seção 3.3.1 é garantido pelas restrições (4.3). A quantidade produzida de cada variedade $v \in \mathcal{V}$ em cada polo $l \in \mathcal{L}$ e período $t \in \mathcal{T}$ deve respeitar as porcentagens mínimas U_v^{min} e máximas U_v^{max} , considerando todas as variedades. Um ponto que merece destaque é que as restrições (4.3) não garantem a produção de cada variedade $v \in \mathcal{V}$, mas apenas que haja o balanço varietal entre as variedades produzidas.

$$U_v^{min} \sum_{v' \in \mathcal{V}} \theta_{v'lt} \leq \theta_{vlt} \leq U_v^{max} \sum_{v' \in \mathcal{V}} \theta_{v'lt}, \quad \forall v \in \mathcal{V}, \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (4.3)$$

As restrições (4.4) e (4.5) impõem o equilíbrio etário contextualizado na Seção 3.3.5 do presente trabalho. A quantidade total de estratos $e \in \mathcal{E}$ com idades $i \in \mathcal{I}$ nas fazendas $f \in \mathcal{F}$ deve respeitar as porcentagens mínimas W_g^{min} e máximas W_g^{max} estabelecidas para cada grupo etário $g \in \mathcal{G}$. Para tal, é verificado se a idade $i \in \mathcal{I}$ pertence ao grupo de faixas etárias $g \in \mathcal{G}$. Deste modo, as restrições (4.4) impõem o limitante inferior, e as restrições (4.5) impõem o limitante superior.

$$W_g^{min} \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} x_{eift} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in g} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} x_{eift}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T}, \quad (4.4)$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in g} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} x_{eift} \leq W_g^{max} \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} x_{eift}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (4.5)$$

As restrições (4.6) a (4.8) modelam a erradicação natural das plantas de acordo com os valores da curva de erradicação representados por R_{eif} . As restrições (4.6) impõem que o número de plantas do estrato e com idade i na fazenda f no período t não pode ser maior que o número de plantas no mesmo estrato e fazenda no período anterior $t - 1$ (quando as

plantas têm idade $i - 1$ reduzido por um fator R_{eif} . As restrições (4.7) e (4.8) garantem que a redução no número de plantas não seja maior que a estimada por R_{eif} , impondo limites inferiores para esta variável. Observe que essas restrições tornam-se inativas se não houver plantas do estrato e com idade i na fazenda f . Além disso, esses dois conjuntos de restrições funcionam de forma semelhante e diferem apenas pelo tipo de estrato. Isso ocorre porque o valor máximo de x_{eift} usado para inativar essas restrições, dado por X_{eif}^0 ou $N_e A_f^{max}$, depende do tipo de estrato. Desta forma, estes valores foram arredondados para reduzir a instabilidade numérica na resolução do modelo. Finalmente, vale a pena mencionar que pode-se perguntar por que essas restrições não são modeladas usando restrições de igualdade nas quais x_{eift} é igual a $(1 - R_{eif})x_{e(i-1)f(t-1)}$. Esta necessidade de modelagem partiu da premissa de que a erradicação total pode ser necessária em um determinado período (por motivos como baixa produção ou idade avançada), resultando em $x_{eift} = 0$, mesmo que tenhamos $x_{e(i-1)f(t-1)} > 0$.

$$x_{eift} \leq (1 - R_{eif})x_{e(i-1)f(t-1)}, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}_+, \forall f \in \mathcal{K}^e, \quad (4.6)$$

$$\forall t \in \mathcal{T}_+;$$

$$x_{eift} \geq (1 - R_{eif})x_{e(i-1)f(t-1)} - [X_{e(i-t)f}^0](1 - z_{eift}), \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}_+, \forall f \in \mathcal{K}^e, \quad (4.7)$$

$$X_{e(i-t)f}^0 > 0;$$

$$x_{eift} \geq (1 - R_{eif})x_{e(i-1)f(t-1)} - [N_e A_f^{max}](1 - z_{eift}), \quad \forall e \in \mathcal{E}^n, \forall i \in \mathcal{I}_+, \forall f \in \mathcal{K}^e, \quad (4.8)$$

$$\forall t \in \mathcal{T}_+.$$

As restrições (4.9) e (4.10) apresentam o cenário atual das fazendas antes da otimização, sendo que as restrições (4.9) atribuem à variável de decisão x_{eift} a quantidade de pés de estratos $e \in \mathcal{E}$ com idades $i \in \mathcal{I}$ nas fazendas $f \in \mathcal{F}$ no início do planejamento. Já as restrições (4.10) atribuem à variável de decisão y_{eift} a área ocupada pelos estratos $e \in \mathcal{E}$ com idades $i \in \mathcal{I}$ nas fazendas $f \in \mathcal{F}$ no início do planejamento. Um ponto que deve ser ressaltado é que, no cenário inicial, somente se encontram plantados estratos pertencentes ao grupo base \mathcal{E}^b .

$$x_{eif0} = X_{eif}^0, \quad \forall e \in \mathcal{E}^b, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \in \mathcal{K}^e, \quad (4.9)$$

$$y_{eif0} = Y_{eif}^0, \quad \forall e \in \mathcal{E}^b, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \in \mathcal{K}^e. \quad (4.10)$$

As restrições (4.11) proíbem o plantio de estratos que pertencem ao grupo base \mathcal{E}^b . Ao longo dos anos, os agrônomos especializados no plantio chegaram às formulações ideais para o plantio dos estratos compatíveis com as fazendas \mathcal{K}^e . Todas estas normas se encontram no subconjunto \mathcal{E}^n . Com isso, se o modelo optar por realizar qualquer tipo de plantio, somente será considerado o subconjunto de estratos norma \mathcal{E}^n para qualquer período $\forall t \in \mathcal{T}$.

$$x_{e0ft} = 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}^b, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T}_+. \quad (4.11)$$

O conjunto de restrições (4.12)-(4.14) modelam a relação entre as variáveis x_{eift} e y_{eift} , por meio da seguinte condição lógica: a quantidade total de plantas é equivalente à área utilizada multiplicada pelo adensamento da área. As restrições (4.12) são referentes ao período zero (antes do processo de otimização). Já as restrições (4.13) impõem a condição lógica para os estratos norma \mathcal{E}^n onde é determinada uma solução do modelo que sugere/indica o plantio. Por fim, as restrições (4.14) se referem aos demais casos, sendo que o termo $\lceil X_{e(i-t)f}^0/Y_{e(i-t)f}^0 \rceil y_{eift}$ é um limite superior para o número de plantas de acordo com a área, usando-se o arredondamento para cima para evitar erros numéricos. Caso não realize este arredondamento, o valor da divisão $\lceil X_{e(i-t)f}^0/Y_{e(i-t)f}^0 \rceil$ pode ser um número com muitas casas decimais e, pode ser inclusive, um número irracional, que vai implicar em algum tipo de aproximação de qualquer forma. Desta forma, ao realizar o arredondamento para cima, obtém-se um número inteiro que supera os desafios anteriormente citados. Outro fator positivo deste arredondamento é que ele permite a reprodutibilidade do experimento por outras pessoas que desejam utilizar o MOPEC em seus estudos.

$$x_{e0ft} = N_e y_{e0ft}, \quad \forall e \in \mathcal{E}^n, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \in \mathcal{K}^e, \forall t \in \mathcal{T}, \quad (4.12)$$

$$x_{eift} \leq N_e y_{eift}, \quad \forall e \in \mathcal{E}^n, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \in \mathcal{K}^e, \forall t \in \mathcal{T}_+, \quad (4.13)$$

$$x_{eift} \leq \lceil X_{e(i-t)f}^0/Y_{e(i-t)f}^0 \rceil y_{eift}, \quad \forall e \in \mathcal{E}^b, \forall i \in \mathcal{I}_+, \forall f \in \mathcal{K}^e, \forall t \in \mathcal{T} : t \leq i, Y_{e(i-t)f}^0 > 0. \quad (4.14)$$

O conjunto de restrições (4.15)-(4.16) realiza a modelagem da continuidade de utilização de área ao longo do horizonte de planejamento. As restrições (4.15) garantem que a área utilizada em um determinado período t não aumente em relação à área do período anterior $t - 1$. Juntamente com as restrições (4.16), garantem que essa área permanecerá a mesma, exceto se houver erradicação do estrato, o que é indicado por $1 - z_{eift}$. De fato, quando um estrato está plantado ($z_{eift} = 1$), a restrição é ativada, ou seja, a segunda parcela da desigualdade pode ser desconsiderada, ficando somente $y_{eift} \geq y_{e(i-1)f(t-1)}$. Quando ocorre o caso contrário ($z_{eift} = 0$), a restrição fica inativa.

$$y_{eift} \leq y_{e(i-1)f(t-1)}, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}_+, \forall f \in \mathcal{K}^e, \forall t \in \mathcal{T}_+, \quad (4.15)$$

$$y_{eift} \geq y_{e(i-1)f(t-1)} - (1 - z_{eift}) A_f^{max}, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}_+, \forall f \in \mathcal{K}^e, \forall t \in \mathcal{T}_+. \quad (4.16)$$

O conjunto de restrições (4.17)-(4.18) controla a utilização das áreas disponíveis para plantio nas fazendas. As restrições (4.17) impõem os limites mínimos e máximos de utilização das áreas disponíveis para plantio nas fazendas. Já as restrições (4.18) impõem o limitante de utilização máxima de área em cada fazenda. Ambas as restrições controlam as áreas em hectares.

$$A_f^{min} z_{eift} \leq y_{eift} \leq A_f^{max} z_{eift}, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \in \mathcal{K}^e, \forall t \in \mathcal{T}, \quad (4.17)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{e \in \mathcal{E}} y_{eift} \leq A_f^{max}, \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (4.18)$$

As restrições (4.19) garantem que somente estratos que necessitam de irrigação artificial sejam atribuídos às áreas que possuem este tipo de irrigação nas fazendas. Devido às extensões das fazendas e ao custo para se obter este tipo de irrigação, nem todos os talhões possuem este tipo de irrigação na mesma fazenda. A porcentagem de área irrigada em cada fazenda é dada pelo parâmetro H_f .

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{e \in \mathcal{E} \cap \mathcal{E}_e^{irri}} Y_{eift} \leq H_f A_f^{max}, \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T}_+. \quad (4.19)$$

As restrições (4.20) impõem o limite anual de plantio, devido às restrições operacionais e financeiras, existentes no planejamento da safra.

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} x_{e0ft} \leq M, \quad \forall t \in \mathcal{T}_+. \quad (4.20)$$

As restrições (4.21) impõem o limite anual de áreas erradicadas, devido às restrições operacionais e financeiras, existentes no planejamento da safra.

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} (Y_{e(i-1)f(t-1)} - Y_{eift}) \leq B, \quad \forall t \in \mathcal{T}_+. \quad (4.21)$$

O conjunto de restrições (4.22)-(4.24) realiza o controle de erradicação dos estratos. As restrições (4.22) garantem que um estrato não seja erradicado antes da idade mínima definida (I_e^{min}). As restrições (4.23) impõem a erradicação por idade. Quando a planta atinge o limite de idade do seu ciclo produtivo $i \geq I_e^{max}$, ela é erradicada. As restrições (4.24) são a erradicação pela produção, impondo que a produção do estrato seja superior ao limite mínimo de produção estabelecido.

$$z_{e(i-1)f(t-1)} - z_{eift} = 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}_+, \forall f \in \mathcal{K}^e, \forall t \in \mathcal{T}_+ : i < I_e^{min}, \quad (4.22)$$

$$z_{eift} = 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \in \mathcal{K}^e, \forall t \in \mathcal{T}_+ : i \geq I_e^{max}, \quad (4.23)$$

$$P_{eif} x_{eift} \geq P^{min} y_{eift}, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \in \mathcal{K}^e, \forall t \in \mathcal{T}_+ : i \geq I_e^{min}. \quad (4.24)$$

As restrições (4.25)-(4.27) proíbem o plantio de estratos $e \in \mathcal{E}$ não compatíveis com as fazendas $\forall f \notin \mathcal{K}^e$, conforme prescrição agrônômica estabelecida.

$$x_{eift} = 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \notin \mathcal{K}^e, \forall t \in \mathcal{T}, \quad (4.25)$$

$$y_{eift} = 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \notin \mathcal{K}^e, \forall t \in \mathcal{T}, \quad (4.26)$$

$$z_{eift} = 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \notin \mathcal{K}^e, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (4.27)$$

As restrições (4.28) garantem a consistência entre as variáveis x_{eift} e z_{eift} . Sempre que x_{eift} assumir um valor positivo, deve-se ter $z_{eift} = 1$. A relação oposta destas variáveis é garantida de forma transitiva através das restrições (4.15), (4.16) e (4.20) da seguinte forma: (i) quando $z_{eift} = 0$ em (4.20) implica que $y_{eift} = 0$ e (ii) quando $y_{eift} = 0$ em (4.15) e (4.16) implica que $x_{eift} = 0$

$$z_{eift} \leq x_{eift}, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \in \mathcal{K}^e, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (4.28)$$

Por fim, as restrições (4.29)-(4.32) apresentam o domínio das variáveis.

$$\theta_{vlt} \geq 0, \quad \forall v \in \mathcal{V}, \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}, \quad (4.29)$$

$$x_{eift} \geq 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T}, \quad (4.30)$$

$$y_{eift} \geq 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T}, \quad (4.31)$$

$$z_{eift} \in \{0, 1\}, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (4.32)$$

Vale mencionar que, por ter enfoque no planejamento estratégico, o modelo proposto assume a agregação de talhões de forma implícita do modelo. Conforme definido anteriormente, um talhão é uma unidade de produção que corresponde a uma dada área da fazenda, delimitada por ruas, estradas, ou um outro meio qualquer. Como a quantidade de talhões presentes no caso real que inspirou o modelo é muito elevada (cerca de 3000 talhões no total), observou-se que a divisão de fazendas por talhões seria intratável computacionalmente. Além disso, esse nível de refinamento foge do escopo de um planejamento estratégico, tornando-se relevante apenas em planejamento de nível tático ou operacional. Assim, os talhões são representados implicitamente no modelo pelos estratos, de forma agregada. Essa simplificação foi validada pela equipe da empresa, a qual também utiliza desse artifício para a definição das curvas de produção e erradicação. Assim, na solução do modelo, cada decisão envolvendo um estrato com uma certa idade em uma dada fazenda e dado período representa uma área de plantio que pode cobrir vários talhões desta fazenda, todos de mesma idade e mesma característica de plantio.

4.2 MOPEC com Controles Varietal e Etário Flexibilizados

Nos testes preliminares do MOPEC com os dados reais da empresa parceira não foi possível obter soluções factíveis. A partir deste ponto, foi realizada uma análise de causa-raiz dessa infactibilidade. Nesta análise, foi descoberto que a definição dos limitantes de controle varietal (U_v^{max} e U_v^{min}) e dos limitantes de controle etário (W_g^{max} e W_g^{min}) estava promovendo esta infactibilidade devido ao distanciamento desses limites exigidos em função do cenário

atual de plantio da empresa parceira do trabalho.

Para superar estas dificuldades, foram criadas estratégias de relaxamento dos conjuntos de restrições que realizam estes controles (4.3)-(4.5). Essas estratégias consistem na criação de variáveis de folga para cada uma dessas restrições, e essas variáveis foram penalizadas na função objetivo. Estas estratégias permitiram maior flexibilidade ao MOPEC, oferecendo a possibilidade de analisar quando era necessário violar levemente algumas dessas restrições, de modo a promover a maximização da produção de caixas de laranja em todos os polos.

As penalidades impostas pelas violações dos conjuntos de restrições (4.3)-(4.5) são pesos que representam: (i) a importância relativa de cada restrição flexibilizada em relação às demais e, (ii) a importância relativa ao valor da função objetivo original. Portanto, esses conjuntos de restrições flexibilizados são tratados de forma ponderada por metas dentro da função objetivo (KENDALL, 1975). Esta estratégia particular de Programação por Metas possui como objetivo obter soluções que atinjam um bom equilíbrio entre otimalidade (em relação à função objetivo original) e viabilidade (em relação às restrições flexibilizadas), utilizando uma abordagem relativamente simples e flexível, com uma única função objetivo (MUNHOZ; MORABITO, 2001b; KENDALL, 1975; TAMIZ et al., 1995).

Essa estratégia contorna os desafios frequentemente associados a abordagens de Otimização Multiobjetivo (esta abordagem será tratada no Capítulo 6) mais sofisticadas, que podem exigir múltiplas execuções do modelo para construir fronteiras de Pareto (HWANG; MASUD, 2012). Portanto, embora o uso de restrições flexibilizadas não seja adequado a todas as situações multiobjetivo, em nosso caso, ele se mostra uma ferramenta eficaz e adequada para a tomada de decisões (KENDALL, 1975; JONES; TAMIZ, 2010).

Foram traçadas duas estratégias denominadas S1 e S2, onde o “S” é o prefixo de *soft*, que remete à flexibilização dos conjuntos de restrições (4.3)-(4.5). Na estratégia S1, o MOPEC foi definido com os conjuntos de restrições relacionadas ao equilíbrio varietal e etário alterados. Esta alteração consiste na criação de variáveis de folga que permitem a violação dessas restrições mediante penalização na função objetivo. Nesta estratégia, foi criada uma variável para cada limitante do equilíbrio varietal, chamadas u_{vlt}^{min} e u_{vlt}^{max} , e também foi criada uma variável para cada limitante do controle etário, chamadas w_{gt}^{min} e w_{gt}^{max} . Todas as variáveis novas que tiveram que ser criadas possuem o domínio contínuo não-negativo (≥ 0). As restrições (4.3)-(4.5) são então substituídas por:

$$U_v^{min} \sum_{v' \in \mathcal{V}} \theta_{v'lt} - u_{vlt}^{min} \leq \theta_{vlt} \leq U_v^{max} \sum_{v' \in \mathcal{V}} \theta_{v'lt} + u_{vlt}^{max}, \quad \forall v \in \mathcal{V}, \forall \ell \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}, \quad (4.33)$$

$$W_g^{min} \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} x_{eift} - w_{gt}^{min} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} x_{eift}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T}, \quad (4.34)$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} x_{eift} \leq W_g^{max} \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} x_{eift} + w_{gt}^{max}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (4.35)$$

As variáveis criadas são penalizadas na função objetivo usando-se os parâmetros ϕ_t^{var} e ϕ_t^{et} para penalização da violação das restrições de equilíbrio varietal e etário, respectivamente. Assim, tem-se a seguinte função objetivo:

$$\max \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \theta_{v\ell t} - \sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_t^{var} \left(\sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} u_{v\ell t}^{min} + u_{v\ell t}^{max} \right) - \sum_{t \in \mathcal{T}} \phi_t^{et} \left(\sum_{g \in \mathcal{G}} w_{gt}^{min} + w_{gt}^{max} \right). \quad (4.36)$$

Dessa forma, para obter o MOPEC com os controles varietal e etário flexibilizados com a estratégia S1 (MOPEC-S1), basta realizar as seguintes alterações no modelo original:

- Substituir a função objetivo original (4.1) pela nova (4.36),
- Substituir as restrições de equilíbrio varietal (4.3) pelas restrições (4.33),
- Substituir o conjunto de restrições de controle etário (4.4) e (4.5) pelo conjunto de restrições (4.34) e (4.35),
- Incluir as novas variáveis: $u_{v\ell t}^{min} \geq 0$, $u_{v\ell t}^{max} \geq 0$, $w_{gt}^{min} \geq 0$ e $w_{gt}^{max} \geq 0$, e
- Definir valores para as penalizações ϕ_t^{var} e ϕ_t^{et} .

A estratégia S2 é semelhante à S1, diferenciando-se apenas pela quantidade das variáveis de folga. Nesta estratégia, são criadas variáveis de folga agrupadas, definidas apenas em função do índice da variedade ou da idade. Com isso, nos conjuntos de restrições de equilíbrio varietal, são adicionadas as variáveis $u_v^{min} \geq 0$ e $u_v^{max} \geq 0$, enquanto nos conjuntos de restrições de equilíbrio etário são adicionadas as variáveis $w_g^{min} \geq 0$ e $w_g^{max} \geq 0$, obtendo-se:

$$U_v^{min} \sum_{v' \in \mathcal{V}} \theta_{v'\ell t} - u_v^{min} \leq \theta_{v\ell t} \leq U_v^{max} \sum_{v' \in \mathcal{V}} \theta_{v'\ell t} + u_v^{max}, \quad \forall v \in \mathcal{V}, \forall \ell \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}, \quad (4.37)$$

$$W_g^{min} \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} x_{eift} - w_g^{min} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} x_{eift}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T}, \quad (4.38)$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} x_{eift} \leq W_g^{max} \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} x_{eift} + w_g^{max}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (4.39)$$

Os penalizadores ϕ^{et} e ϕ^{var} são análogos à estratégia S1, resultando na função objetivo:

$$\max \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \theta_{v\ell t} - \phi^{var} \left(\sum_{v \in \mathcal{V}} u_v^{min} + u_v^{max} \right) - \phi^{et} \left(\sum_{g \in \mathcal{G}} w_g^{min} + w_g^{max} \right). \quad (4.40)$$

Assim, o MOPEC com os controles varietal e etário flexibilizados com a estratégia S2 (MOPEC-S2) é obtido fazendo-se as seguintes alterações no modelo original:

- Substituir a função objetivo original (4.1) por (4.40),
- Substituir as restrições de equilíbrio varietal (4.3) pelas restrições (4.37),

- Substituir o conjunto de restrições de controle etário (4.4) e (4.5) pelas restrições (4.38) e (4.39),
- Adicionar as novas variáveis: $u_v^{min} \geq 0$, $u_v^{max} \geq 0$, $w_g^{min} \geq 0$, $w_g^{max} \geq 0$, e
- Definir os valores das penalizações ϕ^{var} e ϕ^{et} .

5 Matheurísticas

Encontrar soluções ótimas de instâncias do caso real utilizando o modelo de otimização MOPEC-S1 pode requerer um tempo computacional elevado, conforme os resultados apresentados no Capítulo 4. Assim, outros métodos de solução são explorados neste capítulo, com dois objetivos principais: (i) encontrar soluções factíveis com *gaps* relativos à Solução Base aceitáveis e (ii) encontrar as soluções dos métodos em um tempo computacional aceitável na prática (inferior a uma hora). Dessa forma, são exploradas matheurísticas, que são métodos de solução híbridos que possuem uma conexão entre as heurísticas (métodos que não garantem otimalidade) e os métodos exatos (que garantem otimalidade). Mais especificamente, são adaptadas três matheurísticas clássicas, conhecidas como Horizonte Rolante, *Relax-and-Fix* e *Fix-and-Optimize*; e duas matheurísticas customizadas, denominadas de Decomposição por Polos e Decomposição por Polos + *Relax-and-Fix*, sendo a última uma hibridização entre duas matheurísticas criadas anteriormente.

5.1 Descrição dos métodos

A característica fundamental de uma matheurística é a construção de uma heurística geral em torno do modelo de programação matemática que é o artefato principal. Desta forma, a matheurística é uma alternativa atrativa para a obtenção de soluções de modelos de otimização desafiadores (caso do MOPEC). Não se trata de um paradigma rígido, mas sim uma estrutura conceitual para o projeto de heurísticas matematicamente sólidas (FISCHETTI; FISCHETTI, 2018).

Devido à evolução dos *solvers* de otimização de propósito geral (por exemplo, IBM CPLEX, Gurobi, COIN-OR, Xpress, entre outros) e do campo de pesquisa das heurísticas, os estudos no campo das matheurísticas vêm crescendo ao longo das últimas duas décadas. As matheurísticas podem ser divididas em dois grupos de acordo com os graus de dominância no processo de hibridização (VIEIRA, 2020), sendo eles:

- Heurística atuando em um nível mais alto e controlando a chamada do método exato (Tipo I): nesta abordagem, a heurística é responsável por: (i) definir a dimensão do

espaço de busca através do particionamento do problema original em subproblemas e (ii) chamar o método exato (*solver*) para a resolução de cada subproblema de forma individual. Neste ponto, o método exato é somente responsável por fornecer soluções de qualidade para retroalimentar a heurística;

- Método exato atuando em um nível mais alto e controlando o uso da heurística (Tipo II): nesta abordagem, o método exato atua como o método principal, sendo responsável por: (i) promover soluções de qualidade e (ii) acionar a heurística para melhoria do limitante dual do problema.

Exemplos do Tipo I incluem a matheurística Horizonte Rolante proposta por [Le e Day \(1982\)](#) que subdivide o horizonte de planejamento em dois subconjuntos, sendo um dinâmico e outro estático. O subproblema estático é resolvido e envia a solução para o conjunto dinâmico que é atualizado com uma nova imagem do estado inicial do sistema (condições de contorno). Outro exemplo é a *Local Branch* (LP) proposta por [Fischetti e Lodi \(2003\)](#), que possui o objetivo central de encontrar soluções inteiras melhoradas a cada iteração, partindo de uma solução inicial de referência gerada por cortes combinatórios e, atuando no espaço de busca da última vizinhança factível fornecida pelo método exato. Vale também mencionar a matheurística *Relax-and-Fix* proposta por [Dillenberger et al. \(1994\)](#) que particiona as variáveis inteiras em dois subconjuntos: fixas e relaxadas, respectivamente. Desta forma, são gerados subconjuntos menores e disjuntos que são resolvidos iterativamente pelo método exato.

Como exemplos do Tipo II podem ser citadas as estratégias de solução adotadas pelos *solvers* de otimização atualmente. De forma geral, os melhores *solvers* de mercado se baseiam na construção de uma árvore de busca e, em muitos casos, utilizam o método exato *Branch-and-Cut*. Para potencializar o número de soluções incumbentes do método exato, estes *solvers* incorporam heurísticas que fornecem soluções que satisfaçam todas as restrições e condições de integralidade, de maneira mais veloz que a obtenção das ramificações da árvore do método *Branch-and-Cut*, evitando a exploração de vizinhanças desnecessárias (ramificações da árvore do método). Desta forma, estas heurísticas são acionadas pelo método exato, quando ele identifica esta oportunidade e julga que seja mais ágil e benéfico este tipo de ativação para prova de otimalidade. Outras aplicações bastante conhecidas do Tipo II são a construção de heurísticas que apoiem os métodos de solução: geração de colunas e planos de corte em técnicas de decomposição durante seus respectivos procedimentos ([VIEIRA, 2020](#)).

5.1.1 Horizonte Rolante

Modelos matemáticos de otimização que envolvem a dimensão temporal em algum índice de suas variáveis podem ser resolvidos pela matheurística Horizonte Rolante quando o tama-

no das instâncias necessitarem um tempo de processamento computacional dos métodos exatos acima dos limites aceitáveis. Desta forma, o objetivo central da abordagem é particionar o problema original em subproblemas que são resolvidos periodicamente, incluindo informações adicionais de períodos imediatamente seguintes (GLOMB et al., 2022). Estes subproblemas possuem dois grandes conjuntos de variáveis: dinâmico (horizonte de previsão) e estático (horizonte de decisão). No conjunto dinâmico é possível captar as alterações de comportamento temporais do sistema em que o modelo matemático está inserido. Já no conjunto estático é “tirado um retrato” do comportamento do sistema no primeiro período e, então, assume-se que estas condições de contorno iniciais permaneceram estáticas ao longo do horizonte de decisão. O subproblema do horizonte de previsão é resolvido e, em seguida, este horizonte é deslocado para frente iterativamente, enquanto as variáveis que pertenciam à iteração anterior (antes do deslocamento) são consideradas fixas em todas as iterações subsequentes (LE; DAY, 1982).

Uma definição matemática formal apresentada em Glomb et al. (2022) da aplicação da heurística Horizonte Rolante para problemas de otimização com estrutura temporal é apresentada a seguir.

Os subproblemas levados em consideração (horizonte de previsão) são sequências finitas de problemas de otimização acoplados $\{P_0, P_1, \dots, P_T\}$, pertencentes a um período de tempo $t \in \mathcal{T}$. Desta forma, para cada período t , assume-se que os subproblemas P_t possuem um conjunto de variáveis que representam o estado inicial ξ_t pertencente ao domínio Ξ_t e estado final ϑ_t pertencente ao domínio Θ_t do sistema, conectando o período de tempo atual e o período de tempo anterior ou subsequente, respectivamente. Também, tem-se as variáveis internas x_t definidas no domínio X_t , que não são variáveis de estados inicial e final. Por fim, assume-se que o conjunto de estados finais do período atual está contido no conjunto de estados iniciais do período subsequente:

(A1) Todo estado final do período atual é o estado inicial do período subsequente, i.e., $\Theta_t \subseteq \Xi_{t+1}, \forall t \in \{1, 2, \dots, T-1\}$.

Todo subproblema P_t deve possuir uma função objetivo $f_t : X_t \rightarrow \mathbb{R}$ e restrições $g_t : \Xi_t \times X_t \times \Theta_t \rightarrow \mathbb{R}^{m_t}$ para cada $m_t \in \mathbb{N}$. Assim, pode-se definir o subproblema de otimização para um único período de tempo com estados iniciais e finais irrestritos como:

$$\min \quad f_t(x_t) \tag{5.1}$$

$$\text{s.a} \quad g_t(\xi_t, x_t, \vartheta_t) \leq 0, \tag{5.2}$$

$$\xi_t \in \Xi_t, x_t \in X_t, \vartheta_t \in \Theta_t. \tag{5.3}$$

Após isso, adota-se as seguintes premissas: (i) a função objetivo f_t depende apenas de

variáveis internas (x_t) e (ii) o conjunto de restrições g_t depende dos estados iniciais e finais, bem como de variáveis internas.

Para a definição de todo subproblema $P_t, \forall t \in \mathcal{T}$, é necessário que mais duas suposições sejam atendidas:

(A2) Funções objetivo devem ser não negativas: $f_t(x_t) \geq 0 \quad \forall x_t \in X_T$.

Esta suposição é frequentemente cumprida em problemas do mundo real, por exemplo, se os custos não negativos forem minimizados. Se a função objetivo de um problema for negativa e o subproblema não for ilimitado, pode-se adicionar um termo constante ao objetivo para torná-lo não negativo.

(A3) Todo estado inicial é candidato a integrar uma solução viável para os subproblemas: $\forall \xi_t \in \Xi_t$ existe o par $(x_t, \vartheta_t) \in X_t \times \Theta_t$ de tal modo que $g_t(\xi_t, x_t, \vartheta_t) \leq 0$.

Dado que a suposição **(A3)** pode ser restritiva, uma saída possível para contornar esta situação é relaxar as restrições que estão infactibilizando a solução do subproblema, penalizando as violações na função objetivo. Porém, vale a pena ressaltar que, em muitos casos, não é possível relaxar estas restrições pelas características do modelo matemático.

Neste ponto, é possível definir subproblemas com estados iniciais fixos como P_t^ξ , subproblemas com estados finais fixos como P_t^ϑ e os subproblemas com estados iniciais e estados finais fixos como $P_t^{\xi, \vartheta}$, para $\xi \in \Xi_t$ e $\vartheta \in \Theta_t$, adicionando as restrições $\xi_t = \xi$ e $\vartheta_t = \vartheta$.

Para a definição do subproblema multi-período é necessário criar um índice adicional $\tau \in \mathbb{N}$ e indexar os subproblemas $P_{t, \tau}$, onde $\tau + t \leq \mathcal{T}$. Desta forma, assumindo t como período inicial, tem-se:

$$\max \quad \sum_{j=t}^{t+\tau} f_j(x_j) \quad (5.4)$$

$$\text{s.a} \quad g_j(\xi_j, x_j, \vartheta_j) \leq 0, \quad \forall j \in \{t, \dots, t + \tau\}, \quad (5.5)$$

$$\xi_j = \vartheta_{j-1}, \quad \forall j \in \{t + 1, \dots, t + \tau\}, \quad (5.6)$$

$$\xi_j \in \Xi_j, x_j \in X_j, \vartheta_j \in \Theta_j, \quad \forall j \in \{t, \dots, t + \tau\}. \quad (5.7)$$

Para a definição dos subproblemas multi-período $P_{t, \tau}^\xi$, $P_{t, \tau}^\vartheta$ e $P_{t, \tau}^{\xi, \vartheta}$, basta adicionar as restrições $\xi_t = \xi$ e $\vartheta_t = \vartheta$ ao modelo (5.4)-(5.7).

Considerando as suposições **(A1)**, **(A2)** e **(A3)**, simultaneamente, fica garantido que os subproblemas $P_{t, \tau}$ e $P_{t, \tau}^\xi$ possuam pelo menos uma solução viável, sendo estas soluções um valor finito não negativo. Porém, não se pode presumir que exista uma solução ótima para estes subproblemas. Tomando por exemplo se $P_t : \min_{x \geq 0} x_1$ s.a $x_1 x_2 = 1$, todas as três suposições acima são válidas, mas, obviamente, uma solução ótima nunca é alcançada.

O procedimento geral da matheurística Horizonte Rolante é formalmente definido no Algoritmo 1 apresentado para problemas de minimização que funciona da seguinte forma: O Algoritmo 1 recebe como entradas a sequência de subproblemas $P_{0,T}$ e um parâmetro $\tau \in \mathcal{T}$. O método exato é chamado para resolver o $P_{0,\tau-1}$ obtendo a solução do período 0. De posse da solução $P_{0,\tau-1}$, os valores das variáveis $(\xi_0, x_0, \vartheta_0)$ são fixados e o horizonte caminha à frente com o passo equivalente ao tamanho de τ . A segunda iteração se inicia e o método exato é chamado para resolver o $P_{1,\tau-1}$ obtendo a solução do período 1. De posse da solução $P_{1,\tau-1}$, os valores das variáveis $(\xi_1, x_1, \vartheta_1)$ são fixados. Este processo se repete até que toda a sequência de subproblemas seja resolvida pelo método exato. O pseudo-código da matheurística Horizonte Rolante é descrito no Algoritmo 1.

Algoritmo 1: Matheurística Horizonte Rolante

Entradas: Dados de entrada e sequência de subproblemas $P_{0,T}, \tau \leq T + 1$

Saída: Resultado das variáveis ξ_t, x_t, ϑ_t do problema $P_{0,T}$

Resolver os subproblemas de otimização ($P_{0,T}$) com passo τ

$(\xi_t, x_t, \vartheta_t)_{0 \leq t < \tau} \leftarrow \arg \max P_{0,\tau-1};$

Enquanto $t \leq T - \tau + 1$ **faça:**

$(\xi_j, x_j, \vartheta_j)_{t \leq j < t + \tau} \leftarrow \arg \max P_{t,\tau-1}^{\vartheta_t-1}$

$t = t + \tau$

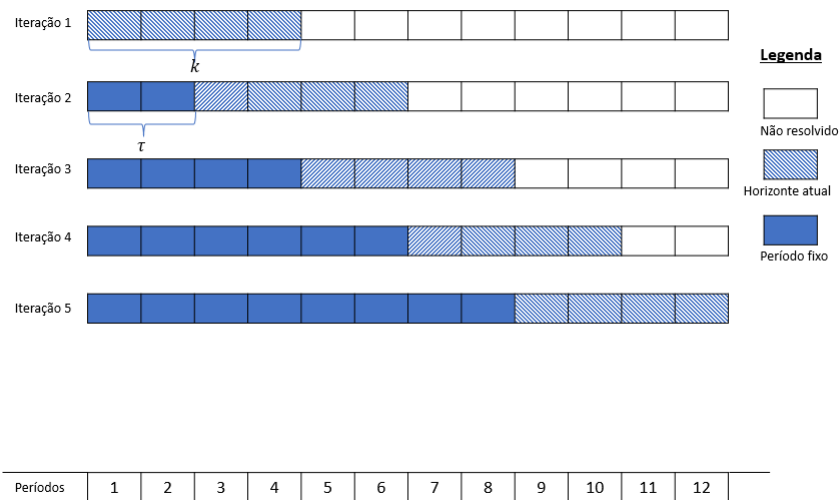
A Figura 5.1 ilustra o mecanismo do Algoritmo 1. Para representar a dimensão em relação à quantidade de períodos de tempo dos sub-problemas $P_{0,T}$ foi criado um índice k . Na Figura 5.1 é considerado um horizonte de planejamento de 12 períodos ($T = 12$), passo de dois períodos ($\tau = 2$) e a dimensão dos sub-problemas de quatro períodos ($k = 4$). Desta forma, na Figura 5.1, os blocos azul sólido representam os períodos já fixados (onde o passo τ já passou), os blocos hachurados representam períodos de tempo durante os quais a solução deve ser fixada na etapa atual de tamanho k - períodos, e os blocos pontilhados representam os períodos de tempo que podem influenciar a próxima iteração.

Retomando ao início desta seção, o conjunto dinâmico de variáveis onde é possível captar as alterações de comportamento temporais do sistema é representado pelos blocos hachurados da Figura 5.1, enquanto o conjunto estático que compreende as variáveis que já tiveram os seus valores fixados é representado pelos blocos azul sólido da Figura 5.1.

5.1.2 Relax-and-Fix

A matheurística *Relax-and-Fix* foi proposta originalmente para apoiar a resolução de problemas MIP de grande porte (DILLENBERGER et al., 1994). Desta forma, esta estratégia baseia-se em um método de decomposição do problema original em subproblemas menos custosos de serem resolvidos em função do número de variáveis inteiras reduzido. A resolução da sequência de todos os subproblemas promove a construção da solução da matheurística

Figura 5.1 – Representação esquemática do Algoritmo 1 com $T = 12$, $k = 4$, $\tau = 2$.



Fonte: adaptado de Dillenberger et al. (1994).

de forma iterativa (MARTINS, 2017).

Esta matheurística vem sendo explorada com sucesso em diversos modelos de otimização distintos aplicados nos mais variados contextos como: indústria de bebidas (MARTINS, 2017), indústria moveleira (LUGO, 2018), roteamento de veículos (VIEIRA, 2020), reagendamento de voos comerciais (SANTANA, 2021), entre outros.

A ideia geral do método é favorecer a decomposição do modelo matemático em função das características de estrutura e tamanho das instâncias. Desta forma, a vantagem de utilização do método é a consideração de apenas um subconjunto de variáveis inteiras a cada iteração (DILLENBERGER et al., 1994).

Neste contexto, o conjunto de variáveis inteiras do MIP original é particionado em P conjuntos disjuntos, denotados por $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \dots, \tau_P$, que são percorridos iterativamente pelo método. Na iteração k , apenas as variáveis contidas no conjunto corrente τ_k não possuem a sua integralidade afetada. Com isso, as demais variáveis do modelo que não pertencem ao conjunto τ_k são relaxadas ou fixadas, e, então, o subproblema é resolvido. Se a sua solução for factível, as variáveis do conjunto τ_k são fixadas e seus valores são passados para a próxima iteração. Este processo se repete durante as P iterações (MARTINS, 2017). Se todos os P subproblemas forem factíveis, é considerado que a matheurística *Relax-and-Fix* é válida para o MIP original; caso contrário, a matheurística falhou e deve ser interrompida na iteração na qual se tenha a infactibilidade. Isso não significa que o MIP não possui solução e, sim, que o subproblema não possui solução devido às suas condições de contorno (variáveis inteiras fixadas previamente) (VIEIRA, 2020).

Como a cada iteração apenas um subconjunto de variáveis é mantido como inteiro, a ex-

pectativa é que esses subproblemas sejam menores, mais fáceis e mais rápidos de serem resolvidos. Porém, pode ocorrer de os subproblemas ainda não serem resolvidos rapidamente. Neste caso, a cada iteração é indicado estabelecer um tempo limite para resolução do subproblema. Caso o subproblema seja resolvido até a otimalidade e ainda sobre tempo em uma iteração, esse tempo pode ser transferido para as próximas iterações. Existem diversos critérios utilizados para particionar o conjunto de variáveis e para estabelecer a fixação das variáveis; entretanto, o tipo de particionamento clássico e utilizado neste trabalho é realizado por períodos (MARTINS, 2017). O pseudo-código da matheurística *Relax-and-Fix* é descrito no Algoritmo 2.

Algoritmo 2: Matheurística *Relax-and-Fix*

Entrada: Modelo MOPEC-S1 e dados de entrada

Saída: Solução factível do MOPEC-S1 ou falha em obter a solução.

Definir as partições de variáveis inteiras: $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \dots, \tau_P$

Definir o critério de fixação das variáveis inteiras

Relaxar todas as variáveis inteiras de modelo original

Para $k = 1$ até P **faça:**

 Retornar a integralidade das variáveis que estão no conjunto τ_k

 Resolver o MIP resultante

Se a solução encontrada é factível:

Então

 Fixar as variáveis da partição τ_k de acordo com o critério estabelecido

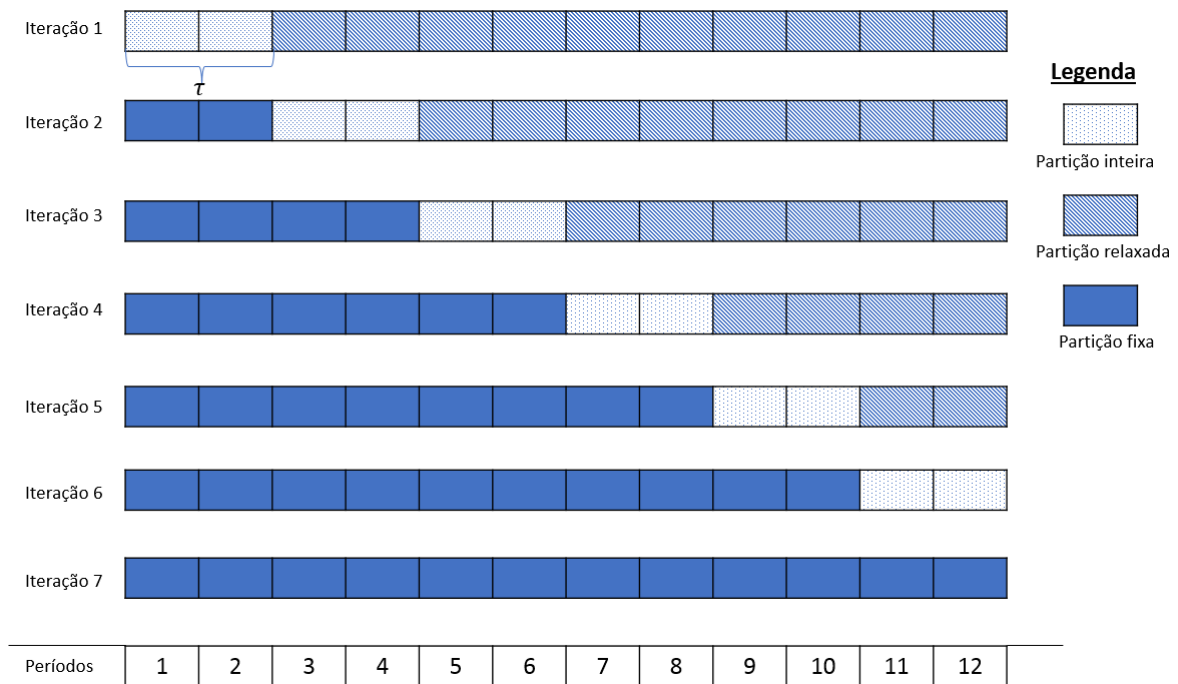
Senão

 Pare. Não foi possível encontrar uma solução factível

Para ilustrar o funcionamento do Algoritmo 2, a Figura 5.2 apresenta um exemplo proposto em Dillenberger et al. (1994) com o particionamento das variáveis em relação ao tempo. Na primeira iteração obtém-se uma solução ótima para o problema, onde as restrições de integralidade de todas as variáveis inteiras possuem o seu domínio relaxado, exceto as variáveis inteiras que pertencem a τ_1 . Após isso, o subproblema da iteração k é resolvido, o passo avança para a próxima iteração $\tau_k + 1$ e os valores das variáveis inteiras da iteração anterior (τ_k) são fixados. Este procedimento continua até $t < \frac{T}{\tau} + 1$. Na Figura 5.2 é considerado um horizonte de planejamento de 12 períodos ($T = 12$) e um passo de dois períodos ($\tau = 2$). Desta forma, na Figura 5.2, os blocos azul sólido representam os períodos em que as partições de variáveis já possuem seus valores fixados (onde o passo τ já passou), os blocos hachurados representam os períodos em que o domínio das partições de variáveis está relaxado e, por fim, blocos pontilhados representam os períodos em que o domínio das partições de variáveis é integralizado.

Embora as matheurísticas Horizonte Rolante e *Relax-and-Fix* possuam grandes semelhanças, a grande divergência entre ambas é que a *Relax-and-Fix* mantém todas as variáveis no modelo, embora com a integralidade relaxada, enquanto a Horizonte Rolante mantém apenas as consideradas na iteração, descartando as demais. Outro ponto interessante é que a

Figura 5.2 – Representação esquemática do Algoritmo 2 com $T = 12$ e $\tau = 2$.



Fonte: adaptado de [Dillenberger et al. \(1994\)](#).

Relax-and-Fix apesar de possuir menos parâmetros, necessita de mais informações que a Horizonte Rolante, como: restrições, variáveis inteiras, variáveis contínuas e variáveis relaxadas, além do horizonte futuro a ser considerado.

Este ponto pode fazer com que a *Relax-and-Fix* obtenha soluções melhores que a Horizonte Rolante. Por outro lado, pode levar à criação de subproblemas muito maiores, uma vez que, todas as variáveis em todo o horizonte temporal têm de ser incorporadas, embora as restrições de integralidade sejam relaxadas. Nesta perspectiva, esses problemas via *Relax-and-Fix* podem ser mais difíceis de resolver do que os correspondentes subproblemas da Horizonte Rolante. Um efeito colateral adicional é que a qualidade das soluções obtidas pelos métodos *Relax-and-Fix* depende muito da formulação dos subproblemas. Formulações com os limitantes mais apertados podem levar a soluções de alta qualidade; por outro lado, formulações com os limitantes mais frouxos podem levar a atribuições de variáveis integrais arbitrariamente ruins em cada etapa ([GLOMB et al., 2022](#)).

Já as soluções obtidas pela abordagem do Horizonte Rolante dependem da decomposição em subproblemas, mas não do limitante da formulação, desde que as mesmas variáveis de ligação apareçam nas formulações. Consequentemente, uma formulação flexível pode de fato levar a um tempo de execução inferior para a abordagem do Horizonte Rolante, mas não leva a soluções piores. Portanto, a abordagem a ser selecionada depende da aplicação, levando em consideração: variáveis, restrições e formulações dos modelos. Desta forma, alguns modelos são resolvidos de forma mais eficaz por meio de *Relax-and-Fix*, outros por meio de Horizonte

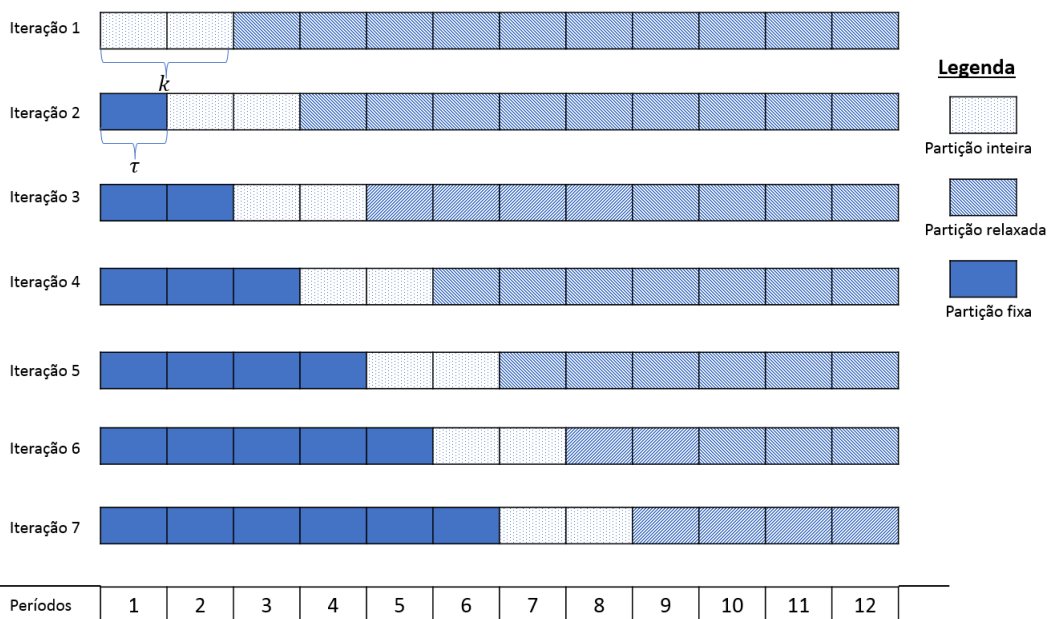
Rolante (GLOMB et al., 2022).

5.1.3 Relax-and-Fix com Overlapping

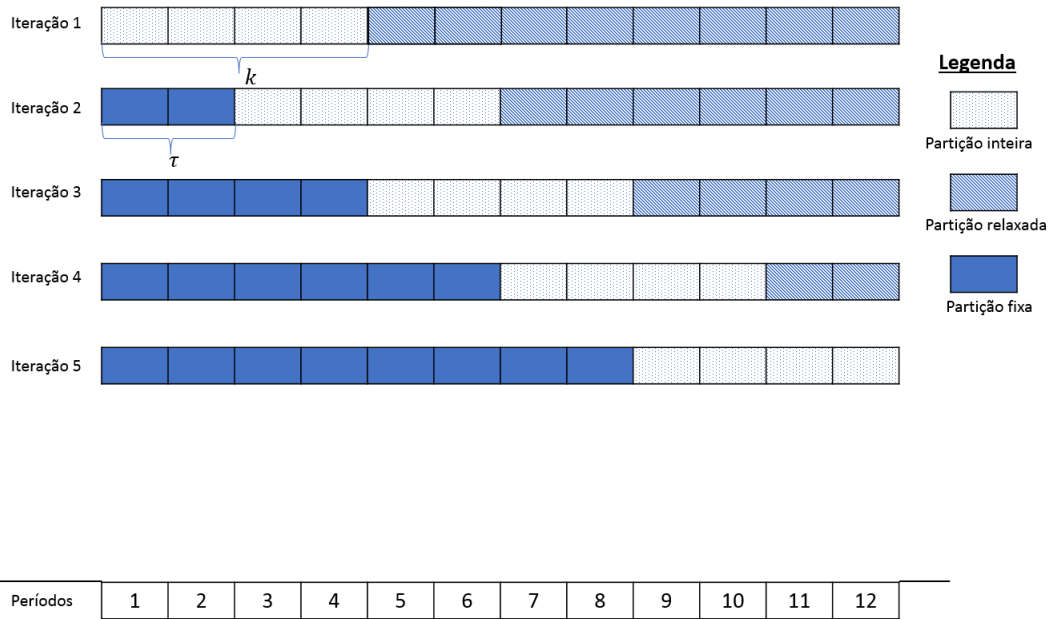
A estratégia de sobreposições de partições conhecida como *overlapping* também foi explorada neste trabalho. Para a definição, são utilizadas duas partições diferentes de variáveis, divididas, cada uma com P conjuntos disjuntos. A partição $S_1^i, S_2^i, \dots, S_P^i$ é definida pelas variáveis que serão inteiras a cada iteração $j, j = 1, \dots, P$. Já a partição $S_1^f, S_2^f, \dots, S_P^f$ é definida como as variáveis que serão fixas a cada iteração j . Em cada iteração j , a integralidade das variáveis do conjunto S_j^i é restabelecida, o problema é resolvido e as variáveis do conjunto S_j^f são fixadas. Na iteração seguinte ($k+1$), as variáveis de S_{j+1}^i tornam-se inteiras e as variáveis S_j^i se mantêm inteiras. Assim, as variáveis do conjunto S_j^i que não estavam no conjunto S_j^f e, portanto, não fixadas na iteração j , podem assumir outros valores durante a resolução do novo subproblema, gerando a sobreposição (*overlapping*). Para que a sobreposição funcione, deve-se ter $S_1^f \subseteq S_1^i, S_2^f \subseteq S_1^i \cup S_2^i, \dots, S_P^f \subseteq S_1^i \cup S_2^i \cup \dots \cup S_P^i$ (MARTINS, 2017).

Para formulação, são necessários três parâmetros: (i) o tamanho do horizonte de planejamento \mathcal{T} (ii) o parâmetro $\tau \in \mathcal{T}$ (tamanho da partição) e (iii) o número de partições em sobreposição k que, na matheurística Horizonte Rolante, chamávamos de tamanho do subproblema. As Figuras 5.3 e 5.4 apresentam o comportamento das sobreposições das partições.

Figura 5.3 – Relax-and-Fix com uma partição em sobreposição



Fonte: adaptado de Oliveira (2017).

Figura 5.4 – *Relax-and-Fix* com duas partições em sobreposição

Fonte: adaptado de Oliveira (2017).

5.1.4 Decomposição por Polos (DP)

Neste trabalho, foi desenvolvida uma matheurística especializada explorando as características do MOPEC-S1 com o objetivo de apresentar soluções para o tomador de decisão em tempos computacionais melhores. Como mencionado no Capítulo 4, devido à distância entre as fazendas e ao compartilhamento de recursos entre as mais próximas, como mão de obra e maquinários de colheita e plantio, a empresa parceira trabalha com suas fazendas agrupadas em polos. Assim, define-se o conjunto de polos \mathcal{L} e, para cada polo $\ell \in \mathcal{L}$, tem-se o subconjunto $\mathcal{F}^\ell \subset \mathcal{F}$ de fazendas que compõem esse polo.

A proposta da matheurística DP foi resolver o horizonte todo de planejamento do plantio para cada subconjunto $\mathcal{F}^\ell \subset \mathcal{F}$. Como as restrições de limite de plantio (4.20) e limite de erradicação (4.21) são restrições globais, para a construção da matheurística foi necessária a criação de dois parâmetros auxiliares, sendo eles $\delta(t)$ para indicar o plantio total realizado até o polo anterior no período t , e $\eta(t)$ para representar a área erradicada total no período t até o polo anterior. Desta forma, as restrições (4.20) e (4.21) tiveram que ser redefinidas da seguinte forma, para contemplar tanto o plantio quanto as áreas erradicadas residuais:

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{f \in \mathcal{K}^e} x_{e0ft} \leq M - \delta(t), \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (5.8)$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{f \in \mathcal{F}^\ell \cap \mathcal{K}^e} Y_{e,i-1,f,t-1} - Y_{eift} \leq B - \eta(t), \quad \forall t \in \mathcal{T} : t \geq 1, i \geq 1. \quad (5.9)$$

O pseudo-código da matheurística DP é descrito no Algoritmo 3.

Algoritmo 3: Matheurística DP

Entrada: Modelo MOPEC-S1 e dados de entrada.

Saída: Solução factível do MOPEC-S1 ou falha em obter a solução.

Criar uma cópia do conjunto de polos $\tilde{\mathcal{L}} = \mathcal{L}$

Para $l \in \tilde{\mathcal{L}}$ **faça:**

Redefinir o conjunto $\mathcal{L} = \{l\}$

Redefinir o conjunto $\mathcal{F} = \mathcal{F}^l$

Resolver o MIP resultante

Atualizar os valores de $\delta(t)$ e $\eta(t)$

Atualizar as restrições (5.8) e (5.9)

5.1.5 Decomposição por Polos + *Relax-and-Fix* (DPRF)

Buscando unir as características positivas das matheurísticas Decomposição por Polos e *Relax-and-Fix* foi criada uma matheurística híbrida abreviada por DPRF. Essa matheurística consiste em utilizar a *Relax-and-Fix* em cada subproblema da Decomposição por Polos, considerando assim somente as fazendas de um único polo por iteração. Mais especificamente, cada polo $l \in \mathcal{L}$, tem-se os seguintes passos:

1. Redefinir o conjunto de polos $\mathcal{L} = \{l\}$ e o conjunto de fazendas $\mathcal{F} = \mathcal{F}^l$;
2. Atualizar as restrições (5.8) e (5.9) de acordo com os valores residuais de limites de plantio e erradicação, sendo eles $\delta(t)$ e $\eta(t)$, para cada período $t \in \mathcal{T}$;
3. Aplicar a matheurística *Relax-and-Fix* por períodos, considerando apenas o polo l .

O pseudo-código da matheurística DPRF é descrito no Algoritmo 4.

5.1.6 *Fix-and-Optimize*

A *Fix-and-Optimize* é uma matheurística de melhoria de solução, inspirada no funcionamento da *Relax-and-Fix*, mas que necessariamente parte de uma solução factível para o problema (POCHET; WOLSEY, 2006). Assim, diferentemente da *Relax-and-Fix* que se inicia com as variáveis relaxadas e somente uma partição de variáveis com domínio discreto buscando construir iterativamente uma solução factível, a *Fix-and-Optimize* inicia com todas as variáveis fixadas de acordo com uma solução factível fornecida, exceto pelas variáveis de uma partição, as quais são definidas de acordo com seu domínio discreto original (MARTINS, 2017). O pseudo-código da *Fix-and-Optimize* utilizada neste trabalho é descrito no Algoritmo 5.

Algoritmo 4: Matheurística DPRF

Entrada: Modelo MOPEC-S1 e dados de entrada.

Saída: Solução factível do MOPEC-S1 ou falha em obter a solução.

Criar uma cópia do conjunto de polos $\tilde{\mathcal{L}} = \mathcal{L}$

Para $l \in \tilde{\mathcal{L}}$ **faça:**

 Redefinir o conjunto $\mathcal{L} = \{l\}$

 Redefinir o conjunto $F = \mathcal{F}^l$

 Definir as partições de variáveis inteiras: $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_P$

 Definir o critério de fixação das variáveis inteiras

 Relaxar todas as variáveis inteiras de modelo original

Para $k = 1$ até P **faça:**

 Retornar a integralidade das variáveis que estão no conjunto τ_k

 Resolver o MIP resultante

Se a solução encontrada é factível:

 Fixar as variáveis da partição τ_k conforme critério estabelecido

Senão

 Pare. Não foi possível encontrar uma solução factível

 Atualizar os valores de $\delta(t)$ e $\eta(t)$

 Atualizar as restrições (5.8) e (5.9)

Algoritmo 5: Matheurística *Fix-and-Optimize*

Entrada: Modelo MOPEC-S1, dados de entrada e uma solução factível.

Saída: Solução factível melhorada ou falha em obter uma solução melhor.

Definir as partições de variáveis inteiras: $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_P$

Definir o critério de fixação das variáveis inteiras

Definir a solução factível inicial como incumbente

Para $k = 1$ até P **faça:**

 Fixar as variáveis que não estão no conjunto τ_k de acordo com a incumbente;

 Definir o domínio original das variáveis que estão no conjunto τ_k

 Resolver o MIP resultante

Se a solução encontrada é factível e melhor que a incumbente:

 Atualize a solução incumbente de acordo com a solução encontrada

5.2 Resultados computacionais

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos com as matheurísticas propostas, considerando a instância que representa o caso real do problema com base nos dados históricos fornecidos pela empresa parceira, apresentada na Seção ??, descrevendo todos os parâmetros exigidos no MOPEC-S1. Os dados reais abrangem cerca de 30 fazendas agrupadas em 10 polos e aproximadamente 300 estratos diferentes com a descrição completa da atual configuração de plantio da empresa. Há ainda uma área de expansão de cerca de 10 mil hectares, que a empresa pretende ocupar com base nas recomendações deste processo de planejamento estratégico. Os percentuais de produção mínimo (U_v^{min}) e máximo (U_v^{max}) desejados de cada variedade foram definidos por valores específicos nos intervalos $[5\%, 25\%]$ e $[15\%, 35\%]$, respectivamente. Para proteger a confidencialidade dos dados, conforme solicitado pela empresa, não é possível apresentar exatamente todos os números mencionados. Além disso, todos os valores dos parâmetros foram definidos de acordo com os dados fornecidos, multiplicados por um determinado fator positivo para manter a privacidade dos dados. A apresentação de todos os resultados deste capítulo segue a mesma prática.

A empresa utiliza cinco faixas etárias, neste trabalho denominadas G1 a G5. As porcentagens mínima (W_g^{min}) e máxima (W_g^{max}) desejadas de plantas em cada faixa etária assumem valores específicos nos intervalos $[15\%, 20\%]$ e $[20\%, 25\%]$, respectivamente. Cada grupo é definido usando níveis pertencentes a esses intervalos. Para proteger a confidencialidade dos dados, não podemos apresentar exatamente os números mencionados, conforme solicitado pela empresa. Todos os valores dos parâmetros foram definidos de acordo com os dados fornecidos pela empresa, mas alguns resultados que apresentamos nesta Seção são multiplicados por um escalar positivo para lidar com a privacidade dos dados.

As implementações computacionais foram realizadas em linguagem Python, versão 3.10. As bibliotecas necessárias para processar dados para estruturação de conjuntos e parâmetros foram: Tkinter, Pandas, Numpy, Datetime e Io. As bibliotecas Plotly e Go foram usadas para pós-processamento. O pacote Gurobipy foi utilizado para implementar os modelos matemáticos e o Gurobi versão 11.0.0 foi utilizado como *solver* nas suas configurações padrão. Um computador com processador Intel® Xeon CPU W-226 CPU@ 3,50 GHz x 3,50 GHz, 256 GB de RAM, rodando o sistema operacional Windows 11 Pro 64 bits, foi utilizado para os experimentos.

Foram utilizados dois critérios de parada nos experimentos: (i) *gap* relativo inferior a $10^{-2}\%$ ou (ii) limite de tempo de uma hora por iteração. Para a validação de aderência dos métodos propostos, foram considerados os dados da Solução Base, descritos pela Tabela ?? e pela curva de produção da Figura ?. Os métodos que dependem de configurações de parâmetros são avaliados de acordo com as seguintes configurações:

- **Horizonte Rolante:** são consideradas quatro variações de acordo com os valores de k (tamanho do horizonte do subproblema) e τ (tamanho do passo). Nesta matheurística, o valor de k define o número de iterações e o valor de τ define a memória que a abordagem irá transportar para o próximo sub-problema ($k + 1$). Como o Horizonte Rolante não olha os demais sub-problemas à frente para tomar a decisão, ela acaba tendo uma visão míope das melhores soluções globais do problema. Para a construção de cada variação, é utilizado o prefixo “HR”, acompanhado imediatamente pelo valor de k e, por fim, o valor de τ . Nesta estratégia, são criadas as seguintes variações: HR-5-5, HR-10-5, HR-10-10 e HR-15-15.
- **Relax-and-Fix:** são explorados os particionamentos das variáveis de decisão por estratos, polos e tempo, sendo que:
 - quando o particionamento por estratos é explorado, quatro cenários são construídos, seguindo a lógica: “RF-E-X”, onde “X” é o tamanho do passo. Neste sentido são explorados os passos 25, 50, 75 e 103.
 - quando o particionamento por polos é explorado, o tamanho do passo é de um polo apenas, sendo essa configuração indicada por “RF-L-1”.
 - quando o particionamento por períodos é explorado são consideradas três variações de passo de acordo com τ (tamanho do passo). Então, para a construção de cada variação, é utilizado o prefixo “RF”, e o valor de τ . Nesta estratégia, são criadas as seguintes variações: RF-5, RF-10, e RF-15.
- **DPRF:** são consideradas as mesmas variações da *Relax-and-Fix* no particionamento por períodos.
- **Relax-and-Fix com Overlapping:** são consideradas duas variações propostas por (OLIVEIRA, 2017), onde o passo é considerado fixo, $\tau = 5$ e são explorados dois valores de r que são as janelas de sobreposição. Então, RF-5-Over-R2 considera duas janelas de sobreposição e RF-5-Over-R3 considera três janelas de sobreposição.
- **Fix-and-Optimize:** é criado um sufixo “FO”, seguido por seu respectivo passo. Quando o particionamento é por períodos, são considerados os seguintes passos: 2, 5, 7 e 15. Quando o particionamento avaliado é por polo, o passo é equivalente a um polo. Quando o particionamento é realizado por estratos, o passo considerado é de 103.

A Tabela 5.1 apresenta os resultados consolidados de todos os métodos avaliados. A primeira linha da tabela apresenta os dados da Solução Base utilizados para a verificação da aderência das abordagens avaliadas. A primeira coluna indica a abordagem utilizada, da segunda à quinta coluna são apresentados os valores da produção, do desvio varietal e do desvio etário, respectivamente. Na sexta coluna é apresentado o valor da função objetivo. Na sétima coluna

é apresentada a diferença relativa (Δ) das soluções das matheurísticas em relação à Solução Base, calculada da seguinte forma: $\Delta = 100 \cdot ((FO_{abordagem} - FO_{sol.base}) / FO_{sol.base})$. Os valores negativos nesta coluna indicam que a solução da matheurística foi pior do que a Solução Base. Por fim, na última coluna são apresentados os tempos obtidos no formato HH:MM:SS. As células da Tabela 5.1 que contêm "---" indicam que, em pelo menos uma iteração, o método não encontrou uma solução factível.

Tabela 5.1 – Análise dos resultados.

Abordagem	Produção (cxs de fruta)	Desv. Varietal	Desv. Etário	FO	Δ (%)	Tempo (HH:MM:SS)
MOPEC-S1	1.929.831.653	99.060.192	164.883.487	1,67E+09		128:00:00
HR-5-5	---	---	---			
HR-10-5	---	---	---			
HR-10-10	---	---	---			
HR-15-15	1.787.460.021	95.944.105	103.997.895	1,59E+09	-4,70%	00:02:48
DP	1.684.549.697	9.539.370	49.717.891	1,63E+09	-2,44%	00:16:18
RF-5	1.920.115.011	95.159.992	193.297.131	1,63E+09	-2,05%	00:31:41
RF-10	1.924.071.389	100.499.378	226.639.114	1,60E+09	-4,14%	00:16:45
RF-15	1.929.047.140	99.369.115	189.274.355	1,64E+09	-1,53%	00:10:16
RF-5-Over-R2	1.921.054.414	108.851.138	205.382.691	1,61E+09	-3,55%	00:24:33
RF-5-Over-R3	1.930.478.097	107.438.246	186.142.236	1,64E+09	-1,74%	00:24:45
DPRF-5	1.748.150.307	47.199.434	51.026.684	1,65E+09	-0,96%	02:45:10
DPRF-10	1.755.122.085	49.529.471	52.036.560	1,65E+09	-0,74%	01:22:54
DPRF-15	1.751.743.421	46.346.023	50.541.433	1,65E+09	-0,66%	01:14:42
RF-5-FO-2	1.919.839.014	97.029.704	190.902.568	1,63E+09	-2,04%	01:05:01
RF-5-FO-5	1.919.839.014	97.029.704	190.902.568	1,63E+09	-2,04%	00:45:13
RF-5-FO-7	1.919.839.014	97.029.704	190.902.568	1,63E+09	-2,04%	00:40:32
RF-5-FO-15	1.919.839.014	97.029.704	190.902.568	1,63E+09	-2,04%	00:36:14
RF-L-1	2.002.712.545	51.935.921	180.161.581	1,77E+09	6,29%	02:01:57
RF-L-FO	1.945.696.279	88.210.844	179.909.862	1,68E+09	0,70%	02:37:40
RF-E-25	---	---	---			
RF-E-50	---	---	---			
RF-E-75	---	---	---			
RF-E-103	1.925.684.613	102.190.837	162.883.327	1,66E+09	-0,32%	01:10:03
RF-E-103-FO	1.926.579.426	100.357.615	161.965.062	1,66E+09	-0,10%	01:16:29

Analisando a coluna Δ da Tabela 5.1, pode-se observar nas abordagens que conseguiram encontrar soluções factíveis, que um dos objetivos principais deste capítulo foi alcançado, uma vez que, estas abordagens obtiveram uma diferença relativa baixa com média de -2,19%. O método RF-L-1 obteve a melhor colocação com Δ igual a 6,29%, isto significa que é melhor otimizar por polos para melhorar os objetivos de Produção e Desv. Varietal. Este método somente obteve soluções piores que a Solução Base no objetivo Desv. Etário. Em seguida ficaram o método RF-E-103-FO na segunda colocação com Δ igual a -0,10%, em terceiro lugar ficou o método DPRF-15 com Δ igual a -0,66%.

Outro objetivo importante para ser alcançado com os métodos propostos é o fornecimento de soluções em um tempo computacional aceitável na prática, preferencialmente inferior a

uma hora, como desejável pela empresa parceira deste trabalho, dado que isso permite simular diversos cenários diferentes durante o planejamento estratégico. Uma questão que pode ser levantada é que, do ponto de vista de solução ótima em um planejamento de 30 anos, seria interessante para a empresa estar disposta a aguardar mais tempo para ter estas soluções. Entretanto, não é o cenário vivenciado pela organização durante este projeto. As simulações de vários cenários, através de análises de sensibilidade, auxiliam a organização no apoio à tomada de decisão de forma assertiva. Em função deste ponto, este limite de tempo computacional foi imposto.

Analisando a coluna Tempo da Tabela 5.1, pode-se observar que as abordagens que obtiveram os menores tempos computacionais em sequência foram: HR-15-15, RF-15 e DP. Em virtude deste ponto, apenas os resultados dessas abordagens serão explorados a seguir neste capítulo.

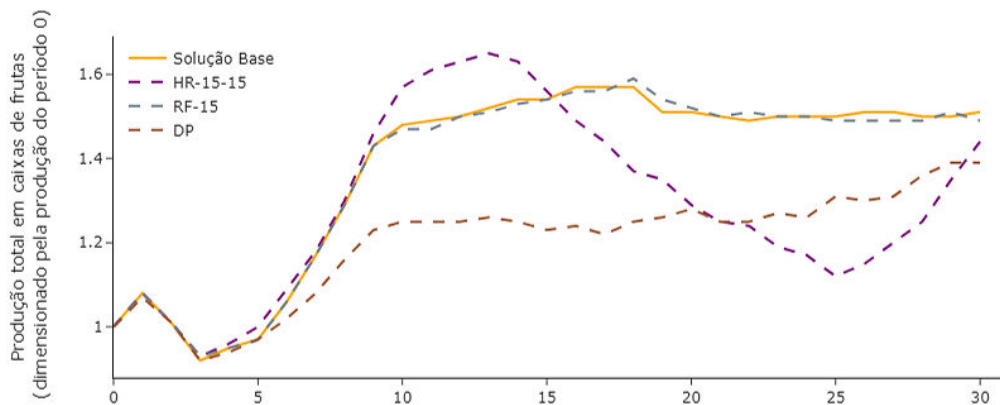
Um breve comentário deve ser realizado antes de nos aprofundarmos nos resultados destes métodos. Experimentos computacionais com todos estes métodos também foram realizados com o *gap* relativo igual a 10^{-4} e limite de tempo computacional de uma hora por iteração. Entretanto, os resultados não foram satisfatórios. Somente a abordagem HR-15-15 e DPRF-5 conseguiram encontrar soluções factíveis em todas as iterações. A HR-15-15 obteve um *gap* $\Delta = -4,65\%$ com um tempo computacional de 00:03:35. Enquanto a DPRF-5 obteve um $\Delta = -10,78\%$ com um tempo computacional de 05:37:39.

5.2.1 Análise de produção

O resultado agregado é apresentado na Figura 5.5 mostrando a produção total (normalizada) em caixas de laranja em cada ano do horizonte de planejamento. As curvas do gráfico correspondem à Solução Base e às soluções obtidas com as três matheurísticas consideradas (selecionadas de acordo com o tempo computacional). O eixo horizontal apresenta os períodos (anos) no horizonte de planejamento, e o eixo vertical apresenta a produção de laranja normalizada pela produção no período $t = 0$. Assim, no período $t = 0$ a produção em escala é 1, e, por exemplo, no período $t = 10$ a produção de laranja na Solução Base é aproximadamente 48% maior que a produção no período $t = 0$, pois a produção em escala é próxima de 1,5.

Analisando a Figura 5.5 é possível observar que a solução da HR-15-15 possui picos e vales, possuindo seu ápice de produção no período de 10 a 15 anos, elevando a taxa de produção para uma média de 1,59% e o seu vale de 20 a 28 anos com uma média de 1,21%. Este comportamento deixa a solução da HR-15-15 com uma redução de 6,45% no total de caixas de laranja em relação à Solução Base. Já a solução da DP possui uma produção quase com um comportamento linear a partir de 10 a 15 anos com uma taxa de elevação de

Figura 5.5 – Análise de Produção - Solução Base, DP, HR-15-15, e RF-15.



produção próxima de 1,25% e, após isso, apresenta um leve crescimento, chegando ao 30º ano com uma taxa de 1,39%. Este comportamento deixa a solução da DP 12,74% abaixo da Solução Base. Por fim, a solução da RF-15 apresentou um comportamento muito próximo à Solução Base, ficando atrás em somente 0,09%. Desta forma, no objetivo do MOPEC-S1 que visa maximizar a produção, conclui-se que a RF-15 apresentou os melhores resultados.

5.2.2 Análise de controle etário

Os resultados dos experimentos computacionais onde o controle etário foi avaliado são apresentados pela Figura 5.6, onde, em cada sub-figura, o eixo horizontal apresenta os anos do horizonte de planejamento e o eixo vertical apresenta as porcentagens de cada grupo etário em relação ao total de laranjeiras plantadas. As linhas horizontais tracejadas nos gráficos correspondem aos valores mínimo e máximo dos percentuais desejados (15% e 25%, respectivamente), mas diferentes valores específicos podem ter sido impostos pela empresa para cada grupo dentro desses dois níveis.

Analisando a Figura 5.6 é possível observar que somente a solução da matheurística DP conseguiu atingir o controle etário para todos os grupos etários. Isso ocorreu a partir do 22º ano, dois anos antes da Solução Base. Estes resultados são motivados pela arquitetura da DP, onde, em cada iteração, um polo é selecionado para ser resolvido. Devido a este ponto, esta matheurística obtém vantagem sobre as demais, sendo considerada a melhor para atender aos requisitos em relação ao controle etário demandado pela empresa parceira deste trabalho.

5.2.3 Análise de controle varietal

Para a análise de controle varietal, novamente, foram observados os percentuais de produção de acordo com as diversas variedades, considerando os níveis especificados pela empresa parceira. A Figura 5.7 apresenta os percentuais de cada variedade durante os períodos

Figura 5.6 – Análise do controle etário - Solução Base, DP, HR-15-15, e RF-15.

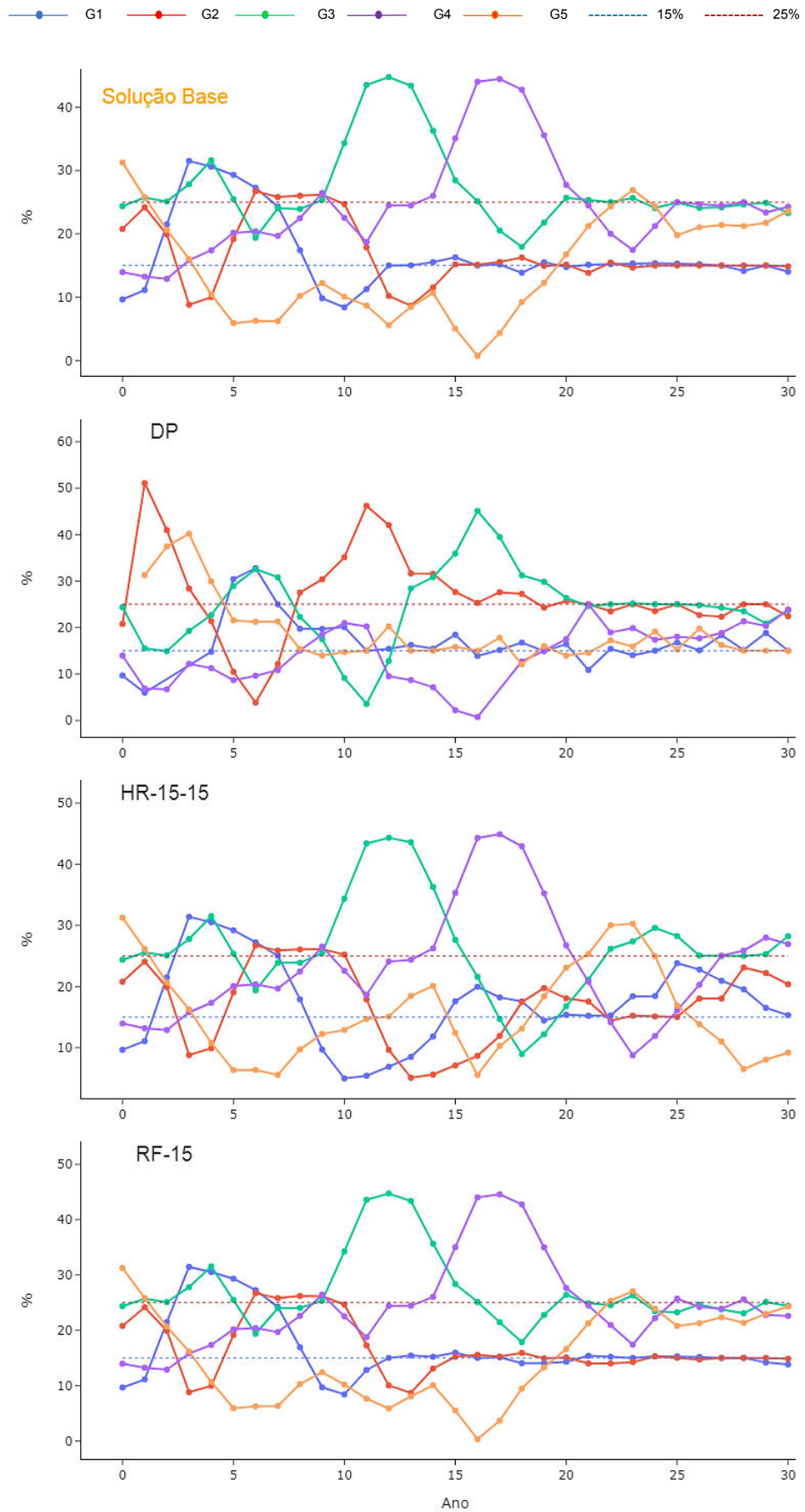
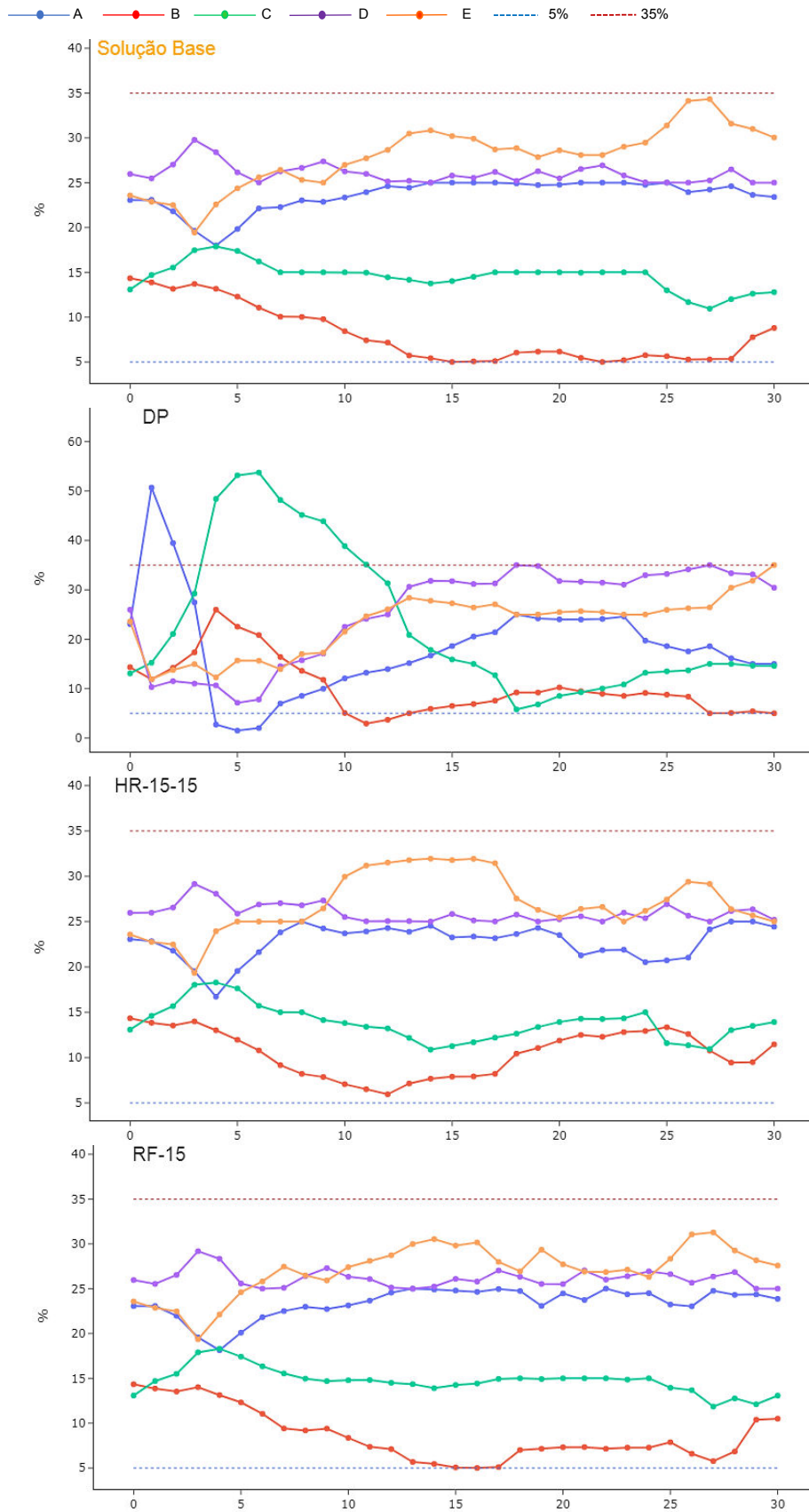


Figura 5.7 – Análise do controle varietal - Solução Base, DP, HR-15-15, e RF-15.



no horizonte de planejamento, considerando um dos polos da empresa. Como o equilíbrio varietal é feito por polo, e temos 10 polos no total, selecionamos arbitrariamente um polo representativo e mostramos a análise apenas para este polo. Os outros nove polos apresentam comportamento semelhante ao aqui analisado. Adicionalmente, as linhas horizontais tracejadas nos gráficos mostram os valores mínimo e máximo (5 e 35%, respectivamente) que são utilizados na definição do controle varietal desejado. Para cada variedade, a empresa define valores específicos dentro desse intervalo, mas não nos é permitido divulgá-los.

A Solução Base consegue alcançar o equilíbrio varietal especificado a partir do 7º ano. Este resultado também foi obtido pela HR-15-15. Já a solução obtida pela RF-15 conseguiu alcançar o equilíbrio varietal a partir do 8º ano e a obtida pela DP somente a partir do 19º ano. A partir dos resultados encontrados nestes experimentos, conclui-se que, para o alcance do equilíbrio varietal, a HR-15-15 obteve os melhores resultados para o atendimento dos requisitos solicitados pela empresa parceira.

5.2.4 Análise de plantio e erradicação

Neste estudo, o plantio anual está limitado a 4 MM de mudas de plantas e os esforços de erradicação são limitados a 5.000 ha/ano. As Figuras 5.8 e 5.9 ilustram, respectivamente, o esforço em plantio e erradicação, de acordo com a Solução Base e soluções das matheurísticas consideradas, onde a unidade do esforço de plantio é muda de plantas e a unidade do esforço de erradicação é medida de área em ha (hectares).

Realizando uma análise dos perfis de plantio de acordo com a Figura 5.8 pode ser observado que a solução obtida pela HR-15-15 opta por não realizar mais plantios a partir do 16º ano. Este comportamento promove um reflexo na diminuição da produção apresentado pela Figura 5.5 no mesmo período. Já a solução obtida pela DP apresentou um comportamento cíclico a partir do 18º em uma alternância de baixos e altos níveis de plantio. A solução da RF-15 apresentou um comportamento próximo à Solução Base, apresentando uma média de plantio de 2,1 MM do 10º ao 30º ano, que corresponde a aproximadamente 52,5% do limitante operacional disponível. Devido a esses pontos, a RF-15 obteve os melhores resultados nesta análise.

Realizando uma análise dos perfis de erradicação apresentados pela Figura 5.9 pode ser observado que até o 10º ano, todas as soluções apresentam um comportamento similar devido às condições de contorno iniciais do horizonte de planejamento e das penalizações da estratégia MOPEC-S1 serem menores. Após o 10º ano, as soluções das abordagens DP e RF-15 apresentam comportamentos próximos ao da Solução Base. Porém, como a solução da abordagem DP sugere erradicar uma área menor total em 15.204 ha em todo o horizonte de planejamento, entende-se que ela obteve os melhores resultados nesta análise.

Figura 5.8 – Análise do plantio - Solução base, DP, HR-15-15, e RF-15.

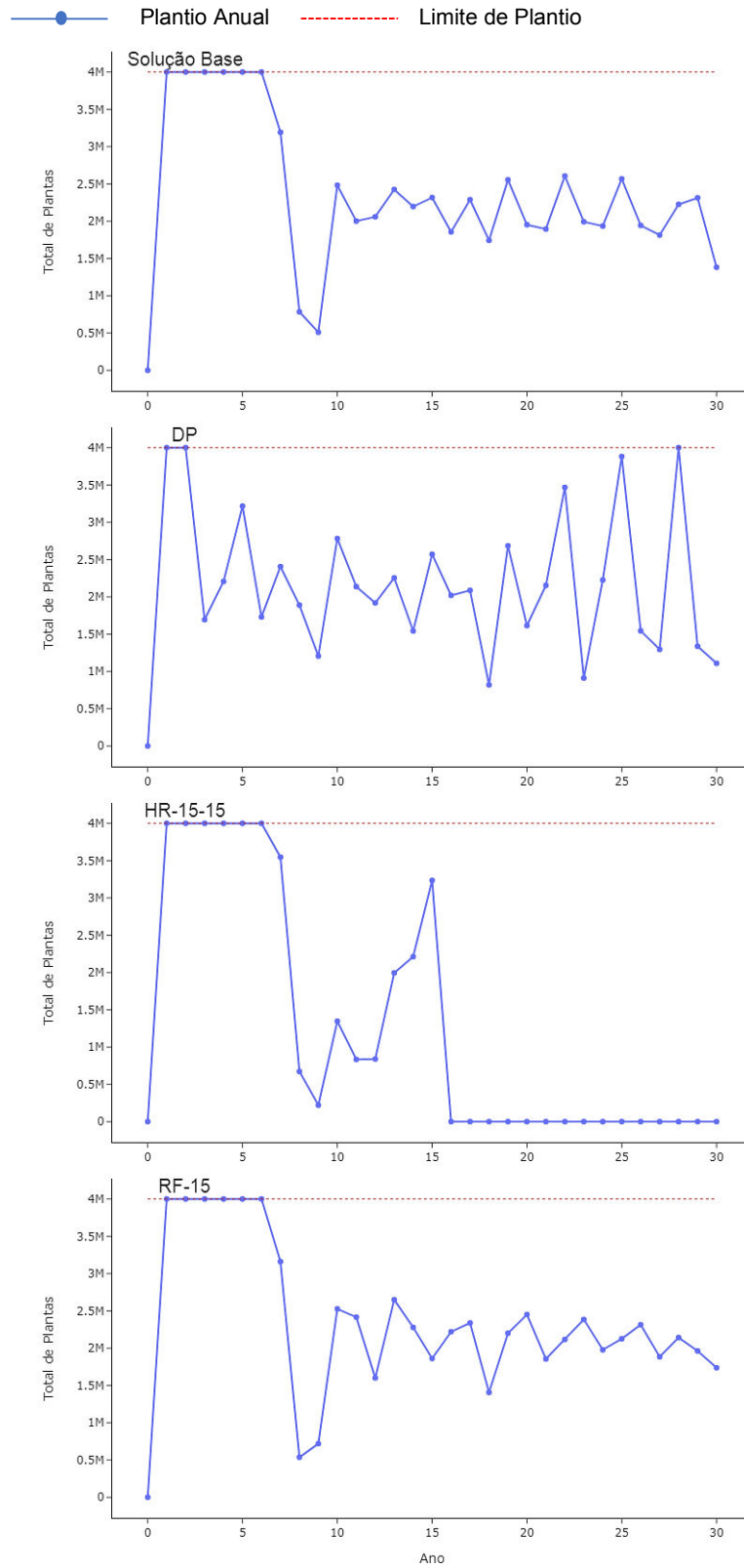
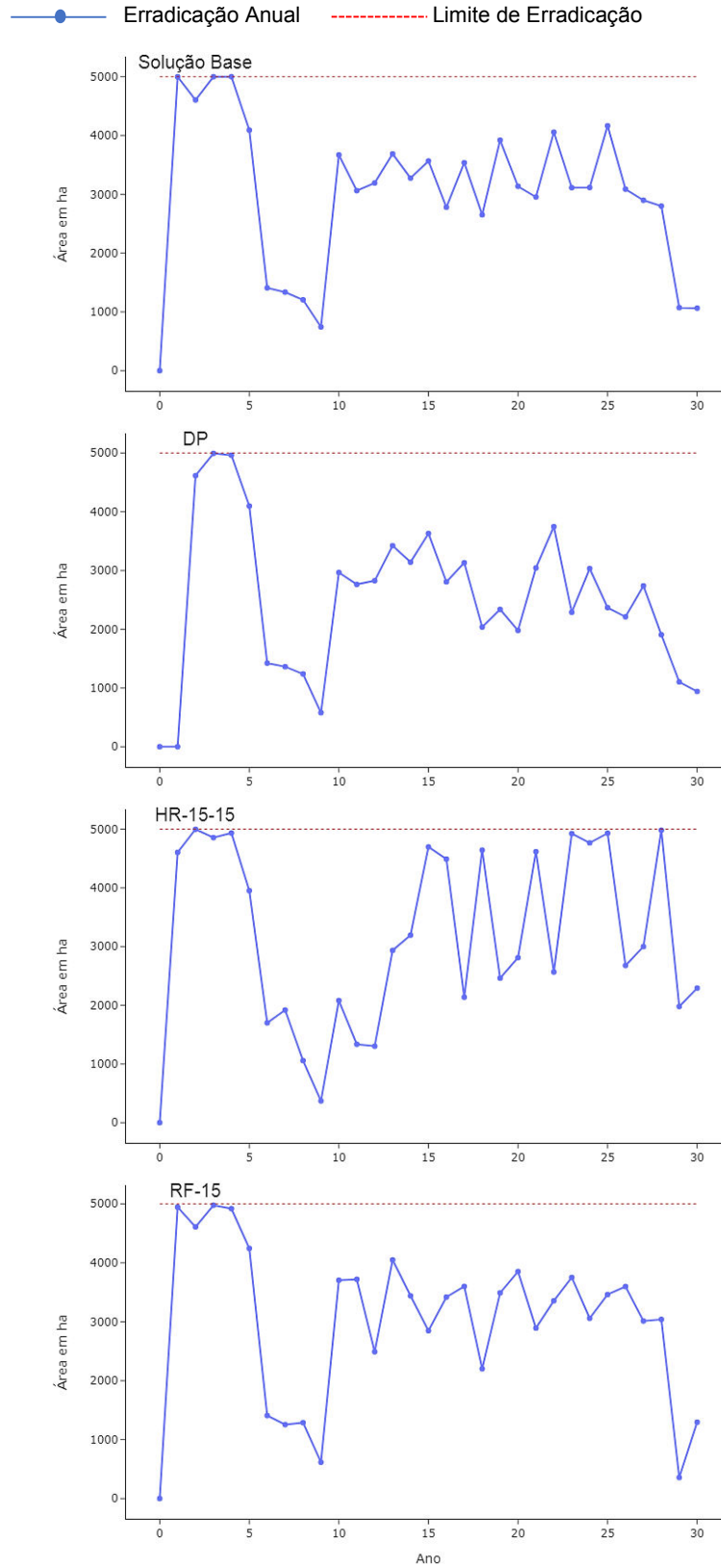


Figura 5.9 – Análise da erradicação - Solução base, DP, HR-15-15, e RF-15.



5.3 Considerações finais do capítulo

Neste capítulo, foram propostas cinco matheurísticas baseadas no MOPEC-S1, sendo elas Horizonte Rolante, *Relax-and-Fix*, Decomposição por Polos, DPRF e *Fix-and-Optimize*. A exploração dessas abordagens teve dois objetivos principais: (i) encontrar soluções factíveis com *gaps* relativos aceitáveis em relação à Solução Base; e (ii) encontrar soluções em um tempo computacional aceitável na prática (em poucas horas). Experimentos computacionais foram realizados com os métodos propostos considerando diferentes configurações, de modo a identificar aqueles com melhor desempenho. Como resultado, três configurações de métodos foram selecionadas, a saber DP, HR-15-15 e RF-15, usando o menor tempo computacional como principal critério. Experimentos adicionais foram realizados para validar a aderência destas três abordagens utilizando uma Solução Base descrita na Seção ?? como referencial.

A Tabela 5.2 mostra uma recomendação final de qual seria a matheurística mais adequada para atender a todos os requisitos da empresa parceira, de acordo com os resultados descritos neste capítulo. A primeira coluna da tabela apresenta a medida de desempenho avaliada. A segunda coluna apresenta o tipo de resultado esperado, onde ↑ equivale a maior e ↓ equivale a menor. Da terceira a quinta coluna da Tabela 5.2 são apresentadas as posições obtidas pelas abordagens na comparação. A última coluna apresenta as evidências de cada análise. Cada linha apresenta as análises realizadas. As células representadas por “---” indicam que a abordagem não encontrou a solução do objetivo avaliado aderente à Solução Base. Como a RF-15 possui mais primeiros lugares nos *rankings* nas análises, conclui-se que ela é a matheurística mais indicada para o atendimento de todos os requisitos da empresa, promovendo soluções aceitáveis em um baixo tempo computacional.

Tabela 5.2 – *Ranking* experimentos computacionais - Matheurísticas.

Análise	Tipo	DP	HR-15-15	RF-15	Evidência
Tempo	↓ melhor	3º	1º	2º	Tabela 5.1
Gap	↓ melhor	2º	3º	1º	Tabela 5.1
Produção	↑ melhor	3º	2º	1º	Figura 5.5
Controle Varietal	↓ melhor	3º	1º	2º	Figura 5.7
Controle Etário	↓ melhor	1º	---	---	Figura 5.6
Plantio	↓ melhor	2º	3º	1º	Figura 5.8
Erradicação	↓ melhor	1º	3º	2º	Figura 5.9

6 Otimização Multiobjetivo

A função objetivo definida para o MOPEC-S1 nos capítulos anteriores é composta por diferentes termos, relacionados à produção e às violações dos equilíbrios varietal e etário. Dependendo da escolha dos pesos atribuídos aos termos, um deles é priorizado em detrimento dos demais. De fato, esses termos correspondem a objetivos conflitantes na prática e, assim, os resultados obtidos com o modelo são totalmente dependentes dos valores escolhidos para os pesos ϕ_t^{var} e ϕ_t^{et} dos termos da função objetivo. Caso sejam atribuídos outros pesos, os resultados podem ser diferentes, independentemente dos métodos utilizados. Além disso, definir bons valores para ϕ_t^{var} e ϕ_t^{et} é extremamente desafiador na prática, devido à sensibilidade do MOPEC-S1 em relação a estes pesos.

Neste contexto, uma abordagem promissora de otimização existente na literatura para lidar com objetivos conflitantes é a Otimização Multiobjetivo. Esta abordagem permite explorar o impacto nas decisões relacionadas a cada objetivo (produção, controle varietal e controle etário) e a contribuição para a solução final e valor da função objetivo. Essas decisões permitem a construção de um conjunto não-unitário de soluções conhecido como *Soluções Ótimas de Pareto* (EHRGOTT, 2010; MUNDIN, 2024).

Neste capítulo, apresenta-se um breve resumo dos principais conceitos da Otimização Multiobjetivo e uma técnica de escalarização. Em seguida, essa técnica de escalarização é aplicada ao MOPEC-S1, tanto utilizando sua formulação compacta, como uma das matheurísticas propostas no capítulo anterior.

6.1 Conceitos Fundamentais de Otimização Multiobjetivo

Nesta seção, apresenta-se uma síntese dos conceitos fundamentais da Otimização Multiobjetivo, baseando-se no trabalho de Aliano-Filho e Morabito (2024a). Para mais detalhes sobre essa teoria, sugere-se a leitura de Miettinen (1998), Ehrgott (2010) e Mundin (2024).

Considere um espaço de soluções S , definido por um conjunto de restrições, e m funções objetivo denotadas por f_l , para cada $l \in \{1, \dots, m\}$, sendo $m > 1$. Assume-se que estas funções devem ser minimizadas (sem perda de generalidade) e que possuem o seguinte com-

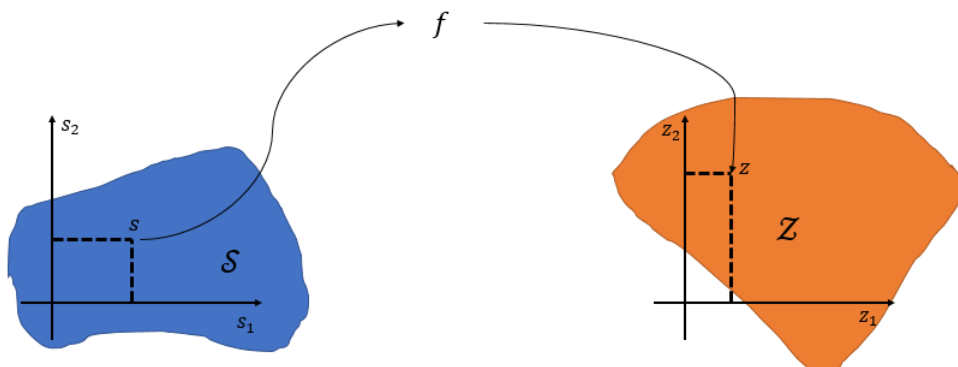
portamento: se um objetivo é minimizado, pelo menos um outro objetivo possui seu valor aumentado. Este comportamento indica duas situações: (i) objetivos conflitantes e (ii) não existe solução factível $s \in S$ que minimiza todas as funções envolvidas.

Trazendo um contraponto à Otimização Escalar que é predominantemente mono-objetivo, na perspectiva multiobjetivo considera-se um conjunto não unitário de soluções $S^* \subset S$ conhecido como *Conjunto de Soluções de Pareto* ou *Conjunto de Soluções Eficientes*, contendo as soluções onde não existe outra solução $s' \neq s^* \in S$ que satisfaça $f_l(s') \leq f_l(s^*)$ para todo $l \in \{1, \dots, m\}$, de modo que tem-se esta desigualdade estrita para pelo menos algum índice $l' \in \{1, \dots, m\}$. Neste caso, define-se s^* como *solução ótima de Pareto ou eficiente*.

Por outro lado, a solução $s' \in S$ é definida como *solução dominada* ou *solução não eficiente*, caso não exista outra solução $s'' \in S$ que seja melhor ou igual, analisando todos os objetivos envolvidos. Já as *soluções fracamente eficientes* s^l são definidas quando não existe nenhuma outra solução $s^* \in S^*$ onde $f_l(s^*) \neq f_l(s^l)$ para todo $l \in \{1, 2, \dots, m\}$. Isso implica que todas as soluções eficientes são fracamente eficientes, mas existem soluções fracamente eficientes que são ineficientes. Soluções fracamente eficientes devem ser evitadas por métodos de solução e não são práticas do ponto de vista gerencial (ALIANO-FILHO; MORABITO, 2024a).

O mapeamento do conjunto S por meio de $f = (f_1, \dots, f_m)$, que corresponde ao vetor das m funções objetivo, gera um espaço $Z \subseteq \mathbb{R}^m$, conhecido como *espaço de critérios*. A imagem de todas as soluções eficientes no espaço de critério é chamada de *Frenteira de Pareto* ou *Conjunto de Pontos não Dominados*, denotados por Z^* . Para facilitar a compreensão do espaço de critérios, é apresentada a Figura 6.1, onde a subfigura da esquerda apresenta o espaço de soluções admissíveis dado pelo domínio das variáveis de decisão e as restrições do modelo, e o gráfico da direita apresenta o espaço de critérios, que são os valores que as funções objetivo do modelo podem assumir.

Figura 6.1 – Relação entre o Espaço de Soluções Admissíveis e o Espaço de Critérios.



Fonte: Adaptado de Aliano-Filho (2022).

O vetor $v^I \in \mathcal{Z}$ é chamado de *ideal* se a sua l -ésima componente é o valor ótimo da l -ésima função objetivo, para todo $l \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$. Devido ao comportamento dos objetivos conflitantes, a imagem inversa de v^I geralmente corresponde a uma solução inviável do ponto de vista do apoio à tomada de decisão (pior valor possível) conhecida como vetor Nadir v^N . Outro vetor relevante é o anti-ideal, v^A , cuja componente l é o maior valor da l -ésima função objetivo restrita apenas ao conjunto S^* . O vetor $\hat{s} \in \mathcal{Z}$ é chamado de solução suportada se for uma solução do seguinte subproblema de objetivo único:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{l=1}^m \lambda_l f_l(s) \\ \text{s.a} \quad & s \in S, \end{aligned}$$

sendo $\lambda_l \geq 0$ para todo $l \in \{1, \dots, m\}$. A imagem do ponto \hat{s} em \mathcal{Z} é o ponto \hat{z} chamado *suportado*. Caso contrário, dizemos que \hat{s} e \hat{z} são chamados de *solução eficiente não suportada* e *vetor não dominado não suportado*, respectivamente. Essas definições e os conceitos são baseados na literatura clássica, como em [Miettinen \(1998\)](#) e [Ehrgott \(2010\)](#).

Problemas de Otimização Multiobjetivo podem ser resolvidos por técnicas de escalarização que correspondem à conversão do problema em um único (escalar) ou a um grupo de problemas mono-objetivos. Neste sentido, o novo problema possui uma nova função objetivo, dependente de alguns parâmetros. Após a escalarização do novo problema, toda a teoria de otimização de problemas mono-objetivos pode ser explorada para a resolução desses novos problemas ([MIETTINEN, 1998](#)).

Existem técnicas de escalarização bastante consolidadas na literatura, como a Métrica da Soma Ponderada, método ϵ -restrito, o método de Benson, a Métrica de Tchebycheff Aumentado, entre outros. Neste trabalho, explora-se uma dessas técnicas de escalarização, a saber, a Métrica de Tchebycheff Aumentado, em função de duas principais vantagens em relação aos demais métodos: (i) esta métrica não altera o espaço de solução viável do problema original, e (ii) não adiciona restrições que limitam o espaço de critérios, permitindo a exploração exaustiva de métodos exatos de solução ([ALIANO-FILHO et al., 2023a](#)).

Por fim, vale mencionar que o uso de matheurísticas para aumentar a velocidade da obtenção das soluções de Pareto na Otimização Multiobjetivo vem crescendo nos últimos anos. Em [Dasdemir et al. \(2022\)](#) é aplicada a matheurística *cluster-first and route-second* (CFRS) em um problema de roteamento de veículos envolvendo o transporte de trabalhadores indo para o trabalho de ônibus. Em [Battaia et al. \(2023\)](#) é construída uma matheurística customizada baseada na ideia de produção de usinagem em massa para o problema de configuração ótima para máquinas de usinagem com múltiplos eixos na produção de diferentes peças. Em [Tolentino et al. \(2024\)](#) são exploradas as matheurísticas *Relax-and-Fix* e *Fix-and-Optimize* para o sequenciamento multiperíodo de plantio e colheita de cana-de-açúcar. Em [Aliano-Filho e](#)

Morabito (2024a) são desenvolvidas três matheurísticas customizadas e também aplicada a *Fix-and-Optimize* para melhorar as soluções para o problema de planejamento de itinerário turístico.

6.2 Métrica de Tchebycheff Aumentada

A métrica de Tchebycheff Aumentada é uma variação da métrica de Tchebycheff tradicional (ponderada), que mede a distância entre dois pontos em um espaço multidimensional considerando a maior diferença absoluta entre suas coordenadas correspondentes. Na métrica de Tchebycheff Aumentada, essa distância é complementada com um termo adicional que leva em conta as demais dimensões de maneira ponderada, resultando em uma métrica mais sensível às variações gerais no espaço. Isso é particularmente útil em cenários onde se deseja equilibrar a importância da maior diferença individual com a contribuição das demais dimensões, tornando a métrica mais adaptável a diferentes aplicações de problemas de otimização multi-objetivo (MIETTINEN, 1998).

A métrica de Tchebycheff Aumentada é amplamente utilizada em problemas de otimização multiobjetivo. Sua formulação típica é (MIETTINEN, 1998):

$$\min \quad \max_{l \in \{1, \dots, m\}} \left\{ \lambda_l \frac{f_l(s) - f_l^-}{f_l^+ - f_l^-} \right\} + \rho \sum_{l=1}^m f_l(s) \quad (6.1)$$

s.a

$$s \in S, \quad (6.2)$$

sendo que:

- λ_l são coeficientes de ponderação não negativos que somam 1;
- $f_l(s)$ representa a l -ésima função objetivo;
- f_l^- é o valor mínimo que l -ésima função objetivo pode assumir;
- f_l^+ é o valor máximo que a l -ésima função objetivo pode assumir;
- ρ é um valor positivo pequeno (tipicamente entre 10^{-3} e 10^{-5}) que evita a obtenção de soluções fracamente eficientes (ALIANO-FILHO; MORABITO, 2024a).

Os conceitos das referências ideais e anti-ideais para as funções objetivo serão definidos mais adiante no texto. As vantagens da Métrica de Tchebycheff Aumentada são apresentadas a seguir:

1. Flexibilidade e Adaptação a Problemas Específicos:

- A inclusão do termo adicional $\rho \sum_{l=1}^m f_l(s)$ permite ajustar a métrica para capturar nuances específicas de diferentes problemas, oferecendo maior adaptabilidade em comparação com a métrica de Tchebycheff tradicional (MIETTINEN, 1998).

2. Equilíbrio entre Discrepâncias e Visão Holística:

- Ao considerar tanto a maior discrepância entre as funções objetivo (através do termo *max*) quanto a soma total das funções (termo adicional), a métrica proporciona uma avaliação mais equilibrada, capturando padrões que poderiam ser negligenciados pela métrica de Tchebycheff tradicional (MIETTINEN, 1998).

3. Geração de Soluções Eficientes:

- A métrica de Tchebycheff Aumentada é eficaz na geração de soluções eficientes, evitando soluções fracamente dominadas, o que é uma vantagem significativa em otimização multiobjetivo (ALIANO-FILHO; FLORENTINO, 2018).

4. Aplicabilidade em Fronteiras Não Convexas:

- Diferentemente de algumas outras abordagens, esta métrica pode identificar soluções eficientes em regiões não convexas da fronteira de Pareto, ampliando seu espectro de aplicação (ALIANO-FILHO; FLORENTINO, 2018).

Essas características tornam a métrica de Tchebycheff Aumentada uma ferramenta valiosa em contextos que exigem um equilíbrio entre precisão e generalidade na análise de distâncias, especialmente em problemas complexos de Otimização Multiobjetivo.

A métrica de Tchebycheff Aumentada possui três fases: (i) geração das soluções lexicográficas, (ii) geração dos compromissos entre os objetivos, e (iii) geração de soluções eficientes de compromisso. As soluções lexicográficas, ou pontos de ancoragem, são os pontos extremos em cada direção dos objetivos do problema de otimização, obtidos através da resolução de problemas mono-objetivo. A geração dos compromissos entre os objetivos inicia-se com a consolidação dos resultados da primeira fase. Para o estabelecimento do compromisso com cada objetivo, utiliza-se o Vetor Ideal v^I , e o Vetor Anti-Ideal v^A . Na próxima seção, esta técnica é aplicada de forma detalhada ao MOPEC-S1.

6.3 MOPEC-S1 Multiobjetivo

No MOPEC-S1 multiobjetivo, são considerados três objetivos (i.e., $m = 3$), a saber: produção, desvio varietal e desvio etário. Assim, usando a notação introduzida nos capítulos

anteriores, tem-se as seguintes funções objetivo:

$$\min f_1(s) = \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{t \in \mathcal{T}} -\theta_{v\ell t}, \quad (6.3)$$

$$\min f_2(s) = \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} (u_{v\ell t}^{\min} + u_{v\ell t}^{\max}), \quad (6.4)$$

$$\min f_3(s) = \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{g \in \mathcal{G}} (w_{gt}^{\min} + w_{gt}^{\max}), \quad (6.5)$$

sendo que s é definido pela concatenação de todos os vetores de variáveis de decisão do MOPEC-S1, isto é, $s = (x, y, z, \theta, u^{\min}, u^{\max}, w^{\min}, w^{\max})$. Um ponto que deve ser destacado é que as funções objetivo carregam conflitos entre si, dado que (6.3) conflita com (6.4), que por sua vez conflita com (6.5), e (6.5) conflita com (6.3). Por esta razão não foi considerada uma formulação alternativa com somente duas funções objetivo, ou seja, $\min f_1(s)$ e $\min f_2(s) + f_3(s)$.

Seguindo a métrica de Tchebycheff Aumentado, é necessário inicialmente encontrar os pontos lexicográficos resolvendo-se três problemas mono-objetivo, um para cada objetivo definido acima. Adotando-se a estratégia ponderada, é necessário definir um parâmetro ρ que possui um valor positivo pequeno (entre 10^{-3} e 10^{-5}) com o objetivo de evitar a obtenção de soluções fracamente eficientes (ALIANO-FILHO; MORABITO, 2024a). Desta forma, as funções objetivo se tornam:

$$\min \tilde{f}_1(s) = \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{t \in \mathcal{T}} -\theta_{v\ell t} + \rho \left(\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} u_{v\ell t}^{\min} + u_{v\ell t}^{\max} \right) + \rho \left(\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{g \in \mathcal{G}} w_{gt}^{\min} + w_{gt}^{\max} \right), \quad (6.6)$$

$$\min \tilde{f}_2(s) = \rho \left(\sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{t \in \mathcal{T}} -\theta_{v\ell t} \right) + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} (u_{v\ell t}^{\min} + u_{v\ell t}^{\max}) + \rho \left(\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{g \in \mathcal{G}} w_{gt}^{\min} + w_{gt}^{\max} \right), \quad (6.7)$$

$$\min \tilde{f}_3(s) = \rho \left(\sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{t \in \mathcal{T}} -\theta_{v\ell t} \right) + \rho \left(\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} u_{v\ell t}^{\min} + u_{v\ell t}^{\max} \right) + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{g \in \mathcal{G}} (w_{gt}^{\min} + w_{gt}^{\max}). \quad (6.8)$$

Assim, três problemas mono-objetivo adaptados são resolvidos, considerando as funções objetivo ponderadas (6.6) a (6.8).

Considerando que s_1^* , s_2^* e s_3^* sejam as soluções ótimas obtidas considerando as funções objetivo (6.6) a (6.8), respectivamente, é possível obter os vetores Ideal e Anti-Ideal dados respectivamente por $v^I = (f_1^-, f_2^-, f_3^-)^T$ e $v^A = (f_1^+, f_2^+, f_3^+)^T$, sendo que:

$$f_l^- = \min\{f_l(s_1^*), f_l(s_2^*), f_l(s_3^*)\}, \quad \forall l \in \{1, 2, 3\} \quad (6.9)$$

$$f_l^+ = \max\{f_l(s_1^*), f_l(s_2^*), f_l(s_3^*)\}, \quad \forall l \in \{1, 2, 3\}. \quad (6.10)$$

Nesta abordagem apresentada, o valor do vetor Nadir (pior valor possível que as funções objetivo podem assumir) está sendo aproximado pelo vetor anti-ideal. A determinação do vetor Nadir para mais de dois objetivos é uma tarefa muito desafiadora. Em função disso, adotamos esta simplificação devido à complexidade matemática e computacional para obter soluções

para o MOPEC-S1. Para detalhes sobre o vetor Nadir sugere-se a leitura de [Miettinen \(1998\)](#) e [Ehrgott \(2010\)](#).

Assim, para se determinar soluções de compromisso eficientes para o MOPEC-S1 multi-objetivo por meio da métrica de Tchebycheff Aumentado, define-se o seguinte problema:

$$\min \max \left\{ \lambda_1 \left(\frac{f_1(s) - f_1^-}{f_1^+ - f_1^-} \right), \lambda_2 \left(\frac{f_2(s) - f_2^-}{f_2^+ - f_2^-} \right), \lambda_3 \left(\frac{f_3(s) - f_3^-}{f_3^+ - f_3^-} \right) \right\} + \rho(f_1(s) + f_2(s) + f_3(s)) \quad (6.11)$$

s.a

$$s \in S, \quad (6.12)$$

sendo que $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ são parâmetros não negativos que satisfazem $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$. O parâmetro ρ é utilizado neste trabalho com valor igual a 10^{-4} . O primeiro termo da função objetivo deste problema visa encontrar soluções cujo desvio máximo ponderado e normalizado em relação ao vetor ideal, v^I , é minimizado. Já o segundo termo da função objetivo busca evitar soluções fracamente eficientes. A cada seleção de valores para os parâmetros $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ é gerada uma nova solução ótima de Pareto se o subproblema (6.11)-(6.12) é resolvido na otimalidade ([ALIANO-FILHO et al., 2023b](#)).

O problema (6.11)-(6.12) pode ser reescrito na forma linear com a inclusão de uma nova variável artificial μ , da seguinte forma:

$$\min \mu + \rho(f_1(s) + f_2(s) + f_3(s)) \quad (6.13)$$

s.a

$$\lambda_1 \left(\frac{f_1(s) - f_1^-}{f_1^+ - f_1^-} \right) \leq \mu, \quad (6.14)$$

$$\lambda_2 \left(\frac{f_2(s) - f_2^-}{f_2^+ - f_2^-} \right) \leq \mu, \quad (6.15)$$

$$\lambda_3 \left(\frac{f_3(s) - f_3^-}{f_3^+ - f_3^-} \right) \leq \mu, \quad (6.16)$$

$$s \in S, \quad (6.17)$$

$$\mu \geq 0. \quad (6.18)$$

6.4 Resultados computacionais

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos com a aplicação da métrica de Tchebycheff Aumentada, considerando a instância que representa o caso real do problema com base nos dados históricos fornecidos pela empresa parceira, apresentados na Seção ???. São apresentados resultados de experimentos, considerando o MOPEC-S1 (formulação

compacta), bem como a matheurística RF-15 proposta no Capítulo 5 desta tese.

Os dados utilizados abrangem cerca de 30 fazendas agrupadas em 10 polos e aproximadamente 300 estratos diferentes com a descrição completa da atual configuração de plantio da empresa. Há ainda uma área de expansão de cerca de 10 mil hectares, que a empresa pretende ocupar com base nas recomendações deste processo de planejamento estratégico. Os percentuais de produção mínimo (U_v^{min}) e máximo (U_v^{max}) desejados de cada variedade foram definidos por valores específicos nos intervalos [5%, 25%] e [15%, 35%], respectivamente. Para proteger a confidencialidade dos dados, conforme solicitado pela empresa, não é possível apresentar exatamente todos os números mencionados. Além disso, todos os valores dos parâmetros foram definidos de acordo com os dados fornecidos, multiplicados por um determinado fator positivo para manter a privacidade dos dados. A apresentação de todos os resultados deste capítulo segue a mesma prática.

A empresa utiliza cinco faixas etárias, neste trabalho denominadas G1 a G5. As porcentagens mínima (W_g^{min}) e máxima (W_g^{max}) desejadas de plantas em cada faixa etária assumem valores específicos nos intervalos [15%, 20%] e [20%, 25%], respectivamente. Cada grupo é definido usando níveis pertencentes a esses intervalos. Para proteger a confidencialidade dos dados, não podemos apresentar exatamente os números mencionados, conforme solicitado pela empresa. Todos os valores dos parâmetros foram definidos de acordo com os dados fornecidos pela empresa, mas alguns resultados que apresentamos nesta Seção são multiplicados por um escalar positivo para lidar com a privacidade dos dados.

As implementações computacionais foram realizadas em linguagem Python, versão 3.10. As bibliotecas necessárias para processar dados para estruturação de conjuntos e parâmetros foram: Tkinter, Pandas, Numpy, Datetime e Io. As bibliotecas Plotly e Go foram usadas para pós-processamento. O pacote Gurobipy foi utilizado para implementar os modelos matemáticos e o Gurobi versão 11.0.0 foi utilizado como *solver* nas suas configurações padrão. Um computador com processador Intel® Xeon CPU W-226 CPU@ 3,50 GHz x 3,50 GHz, 256 GB de RAM, rodando o sistema operacional Windows 11 Pro 64 bits, foi utilizado para os experimentos. Os critérios de parada estabelecidos foram *gap* relativo = 0,00 ou tempo limite de 5h. O valor dos parâmetros ρ considerado nesse trabalho foi igual a 10^{-4} .

6.4.1 Modelo compacto com Métrica de Tchebycheff Aumentada

Para a primeira fase do método usando a Métrica de Tchebycheff Aumentada, utiliza-se as funções objetivo (6.6)-(6.8), que são problemas mono-objetivo. Desta forma, cada função objetivo prioriza um objetivo específico:

- a função objetivo (6.6) prioriza a produção;

- a função objetivo (6.7) prioriza o controle varietal;
- a função objetivo (6.8) prioriza o controle etário.

Após resolvê-los, é necessário armazenar os respectivos valores das variáveis de decisão de cada problema, e os respectivos valores das funções objetivo, sem considerar os termos com o multiplicador ρ .

A segunda fase do método inicia-se com a consolidação dos resultados da primeira fase. Esta consolidação é conhecida como matriz de compromisso entre os objetivos, apresentada pela Tabela 6.1. A primeira coluna da tabela apresenta a função objetivo considerada, da segunda à quarta coluna são apresentados os valores dos objetivos (produção, desvio varietal e desvio etário), a quinta coluna apresenta o tempo computacional em horas e a última coluna apresenta o valor do *gap* fornecido pelo solver. Os valores da coluna Prod. estão multiplicados por -1 na apresentação dos resultados. Esta estratégia se reflete nas demais tabelas deste capítulo. Devido à dificuldade de se resolver o MOPEC-S1 até a otimalidade, como observado no Capítulo 4, todas as variantes exploradas neste experimento apresentaram a mesma limitação anterior: nenhuma variante conseguiu encontrar as soluções com *gap* = 0,00 dentro do limite de tempo estabelecido, apesar dos valores serem considerados satisfatórios para este trabalho (inferiores a 1%).

Tabela 6.1 – Matriz de Compromisso entre os Objetivos.

Objetivo	Prod.	Desv. Var.	Desv. Et.	Tempo	Gap
$\tilde{f}_1(s)$	-2,0E+10	1,4E+10	2,3E+08	>5h	0,22%
$\tilde{f}_2(s)$	-1,9E+10	6,5E+07	1,9E+08	>5h	0,02%
$\tilde{f}_3(s)$	-1,6E+10	2,0E+08	3,5E+07	>5h	0,64%

A Tabela 6.1 nos permite visualizar o conflito de interesses: quando minimizamos um objetivo, os outros dois obtêm soluções piores em relação às suas respectivas minimizações. Isso ocorre pois as soluções Lexicográficas representam decisões extremas. Isso significa que cada solução obtida corresponde ao máximo atendimento de um objetivo. O uso de soluções Lexicográficas pode revelar importantes *insights* para a gestão:

- Avaliação de *trade-offs*: ajuda a visualizar os impactos reais de priorizar um objetivo em detrimento dos demais objetivos;
- Simulações de cenários extremos: úteis em planejamento estratégico, especialmente em situações de gerenciamento de crises;
- Deliberação sobre metas e tolerâncias: permite que a gestão defina faixas de aceitabilidade para objetivos secundários quando houver dependência hierárquica entre os objetivos.

Para cada linha da Tabela 6.1 podemos formar vetores considerando as colunas 2 a 4. Estes vetores estão associados no espaço de critérios e determinam os limites da superfície de Pareto nas direções dos objetivos. Cada componente desses vetores é a melhor alternativa que temos considerando cada objetivo individualmente. Os vetores Ideal (menores valores das colunas 2 a 4) e Anti-ideal (maiores valores das colunas 2 a 4) são então dados por:

$$v^I = [-2,0E + 10 \quad 6,5E + 7 \quad 3,5E + 07], \quad (6.19)$$

$$v^A = [-1,6E + 10 \quad 1,4E + 10 \quad 2,3E + 08]. \quad (6.20)$$

Todos os pontos não dominados para este problema estão na caixa $\mathcal{B} \in \mathbb{R}^3$, cuja diagonal tem extremos em v^I e v^A . A imagem inversa de v^I (que seria a melhor alternativa) é uma solução inviável para o problema multiobjetivo devido ao conflito dos objetivos (ALIANO-FILHO et al., 2023b).

Para a última fase do método, resolveu-se o modelo (6.13)-(6.18) com diferentes variações de $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, para a avaliação do impacto na solução. Estas variações geram soluções que auxiliam o tomador de decisão a selecionar a melhor opção estratégica no momento do planejamento. Para a geração destas soluções, foram considerados os vetores v^I e v^A para a normalização dos objetivos. Foram exploradas 16 variações no total, resultando em soluções denominadas de s_1 a s_{16} . Como critérios de parada, foram considerados: (i) *gap* relativo igual a 0,00% ou (ii) limite de tempo computacional de cinco horas. Os resultados são apresentados pela Tabela 6.2. Estes resultados são algumas Soluções Aproximadas de Compromisso (*gap* relativo maior que 0,00%) .

A primeira coluna da Tabela 6.2 apresenta o nome da solução. Da segunda à quarta coluna os valores de $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ considerados para a construção da solução. Da quinta a sétima coluna são apresentados os valores dos objetivos: produção, desvio varietal e desvio etário, respectivamente. A oitava coluna apresenta o tempo computacional em horas. A última coluna apresenta o valor do *gap* fornecido pelo solver. Um ponto que deve ser ressaltado é que, neste trabalho, discute-se os resultados agregados do método; porém, cabe ao tomador de decisão selecionar a decisão que mais atende aos seus requisitos. Desta forma, não são explorados analiticamente os resultados individuais de cada solução.

Analisando a coluna Gap da Tabela 6.2 se pode observar que nenhuma solução conseguiu provar a otimalidade no limite de tempo computacional estabelecido. Entretanto, as soluções foram consideradas satisfatórias para apoio à tomada de decisão, uma vez que a média do *gap* relativo médio foi de aproximadamente 0,73% gerando uma boa perspectiva de aplicação da técnica. O menor valor de *gap* relativo foi obtido pela solução s_2 ($\lambda_1 = 0,00, \lambda_2 = 1,00, \lambda_3 = 0,00$) atingindo o valor de 0,02%. E o maior valor foi obtido pela solução s_{14} ($\lambda_1 = 0,20, \lambda_2 = 0,20, \lambda_3 = 0,60$)

Tabela 6.2 – Soluções de compromisso considerando diferentes variações de λ_1 , λ_2 e λ_3 .

Solução	λ_1	λ_2	λ_3	Prod.	Desv. Var.	Desv. Et.	Tempo	Gap
s_1	1,00	0,00	0,00	-2,01E+10	1,43E+10	2,28E+08	>5h	0,22%
s_2	0,00	1,00	0,00	-1,91E+10	6,49E+07	1,91E+08	>5h	0,02%
s_3	0,00	0,00	1,00	-1,61E+10	1,96E+08	3,52E+07	>5h	0,64%
s_4	0,33	0,33	0,33	-1,93E+10	9,66E+07	1,66E+08	>5h	0,71%
s_5	0,80	0,10	0,10	-1,93E+10	1,03E+08	1,70E+08	>5h	0,82%
s_6	0,60	0,20	0,20	-1,93E+10	1,05E+08	1,65E+08	>5h	0,87%
s_7	0,40	0,30	0,30	-1,93E+10	9,98E+07	1,66E+08	>5h	0,69%
s_8	0,20	0,40	0,40	-1,94E+10	9,84E+07	1,79E+08	>5h	0,66%
s_9	0,10	0,80	0,10	-1,94E+10	1,01E+08	1,74E+08	>5h	0,71%
s_{10}	0,20	0,60	0,20	-1,93E+10	1,01E+08	1,66E+08	>5h	0,67%
s_{11}	0,30	0,40	0,30	-1,93E+10	1,08E+08	1,69E+08	>5h	0,75%
s_{12}	0,40	0,20	0,40	-1,93E+10	1,03E+08	1,66E+08	>5h	0,70%
s_{13}	0,10	0,10	0,80	-1,94E+10	9,95E+07	1,78E+08	>5h	0,67%
s_{14}	0,20	0,20	0,60	-1,91E+10	1,10E+08	2,14E+08	>5h	2,17%
s_{15}	0,30	0,30	0,40	-1,93E+10	9,99E+07	1,69E+08	>5h	0,71%
s_{16}	0,40	0,40	0,20	-1,94E+10	9,46E+07	1,79E+08	>5h	0,69%

Analisando a coluna Prod. da Tabela 6.2 se pode observar que o maior valor possível de produção foi obtido pela solução s_1 ($\lambda_1 = 1,00$, $\lambda_2 = 0,00$, $\lambda_3 = 0,00$), conforme expectativa inicial, atingindo -2,01E+10 caixas de laranjas. Já a pior produção foi obtida pela s_3 ($\lambda_1 = 0,00$, $\lambda_2 = 0,00$, $\lambda_3 = 1,00$), sendo igual a -1,61E+10 caixas de laranjas.

As análises das soluções s_1 , s_2 e s_3 podem ser consultadas no Apêndice A desse trabalho. Um ponto que deve ser enfatizado é que as análises realizadas não podem ser generalizadas para as 16 soluções eficientes geradas. Outro ponto relevante é que os resultados das soluções s_1 , s_2 e s_3 não corroboram para nenhuma sugestão de solução que atenda a todos os requisitos simultaneamente da empresa parceira deste trabalho.

6.4.2 RF-15 com Métrica de Tchebycheff Aumentada

No Capítulo 5, foram exploradas diversas matheurísticas, sendo que a RF-15 obteve os melhores resultados. Assim, essa matheurística foi selecionada para auxiliar na obtenção das soluções de Pareto de forma rápida, com o objetivo de encontrar soluções satisfatórias em um tempo computacional aceitável. Cabe mencionar que, em testes preliminares, utilizou-se também a matheurística de melhoria *Fix-and-Optimize* apresentada no capítulo anterior, seguindo os trabalhos de Tolentino et al. (2024) e Aliano-Filho e Morabito (2024a). Entretanto, os resultados destes testes indicaram que a *Fix-and-Optimize* elevou o tempo computacional em uma hora para a geração de todas as soluções, sem conseguir obter soluções melhores que a RF-15. Como alternativa, a matheurística DP também foi implementada para a realização de uma comparação de desempenho, entretanto, ela não conseguiu encontrar soluções factíveis para todos os subproblemas. Devido a esses motivos, neste capítulo serão apresentados somente os resultados da RF-15. Como critérios de parada da RF-15 foram adotados:

(i) *gap* relativo menor a 10^{-6} ou (ii) limite computacional de uma hora por iteração. Como as soluções apresentadas nesta Seção não são garantidamente ótimas, elas serão consideradas como Soluções Potencialmente Eficientes.

Para a implementação da RF-15 junto com a aplicação da Métrica de Tchebycheff Aumentada, se faz necessário realizar algumas adaptações no MOPEC-S1. Para cada subproblema k que será resolvido, considera-se apenas uma partição do conjunto de períodos \mathcal{T} , a qual é denotada por \mathcal{T}^k , com $k = 1, 2, 3, \dots, N$, sendo N o número de partições. Desta forma, para cada partição k , têm-se as três novas funções objetivo:

$$\begin{aligned} \min \quad \tilde{f}_1^k(s) &= \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{t \in \mathcal{T}^k} -\theta_{v\ell t} + \rho \left(\sum_{t \in \mathcal{T}^k} \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} u_{v\ell t}^{\min} + u_{v\ell t}^{\max} \right) + \rho \left(\sum_{t \in \mathcal{T}^k} \sum_{g \in \mathcal{G}} w_{gt}^{\min} + w_{gt}^{\max} \right), \\ \min \quad \tilde{f}_2^k(s) &= \rho \left(\sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{t \in \mathcal{T}^k} -\theta_{v\ell t} \right) + \sum_{t \in \mathcal{T}^k} \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} u_{v\ell t}^{\min} + u_{v\ell t}^{\max} + \rho \left(\sum_{t \in \mathcal{T}^k} \sum_{g \in \mathcal{G}} w_{gt}^{\min} + w_{gt}^{\max} \right), \\ \min \quad \tilde{f}_3^k(s) &= \rho \left(\sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{t \in \mathcal{T}^k} -\theta_{v\ell t} \right) + \rho \left(\sum_{t \in \mathcal{T}^k} \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} u_{v\ell t}^{\min} + u_{v\ell t}^{\max} \right) + \sum_{t \in \mathcal{T}^k} \sum_{g \in \mathcal{G}} w_{gt}^{\min} + w_{gt}^{\max}. \end{aligned}$$

Ao final de cada iteração, devem ser armazenados os valores de todas as variáveis que estão na função objetivo, o valor de cada termo da função objetivo (sem considerar a multiplicação pelo parâmetro ρ), o valor do *gap* fornecido pelo *solver* e o tempo computacional da iteração.

Os resultados obtidos na geração dos compromissos entre os objetivos são apresentados na Tabela 6.3. A primeira coluna da tabela apresenta o nome da solução, da segunda à quarta coluna são apresentados os valores dos objetivos (produção, desvio varietal e desvio etário), a quinta coluna apresenta o tempo computacional em segundos, e a última coluna apresenta o valor do *gap* fornecido pelo *solver*. Como a RF-15 decompõe o horizonte de planejamento de 30 anos em duas parcelas de 15 anos cada, tem-se duas iterações, portanto $k = 1, 2$. Logo abaixo o resultado de duas iterações, foi adicionada uma linha (em negrito) com a soma dos valores das duas iterações. Analisando a Tabela 6.3, observa-se que todas as iterações encontraram as soluções ótimas em um tempo computacional muito baixo, onde o maior valor foi de 153,80 segundos.

A construção dos vetores Ideal e Anti-ideal é feita por meio da Tabela 6.3, considerando um vetor para cada partição $k = 1, 2$, os quais são definidos de acordo com os valores das funções objetivo de suas respectivas partições. Assim, têm-se os vetores:

$$(v^I)^1 = [-7,17E + 08 \quad 3,02E + 05 \quad 1,23E + 06], \quad (6.21)$$

$$(v^I)^2 = [-7,78E + 08 \quad 0,00E + 00 \quad 0,00E + 00], \quad (6.22)$$

$$(v^A)^1 = [-6,21E + 07 \quad 7,25E + 08 \quad 1,14E + 07], \quad (6.23)$$

$$(v^A)^2 = [-1,39E + 08 \quad 5,36E + 08 \quad 8,31E + 08]. \quad (6.24)$$

Tabela 6.3 – Matriz de Compromisso entre os Objetivos - RF-15.

Solução	Prod.	Desv. Var.	Desv. Et.	Tempo(s)	Gap
$\tilde{f}_1^1(s)$	-7,17E+08	7,25E+08	1,14E+07	211,6	$<10^{-3}$
$\tilde{f}_1^2(s)$	-7,78E+08	5,36E+08	8,31E+06	979,61	$<10^{-3}$
$\tilde{f}_1^k(s)$	-1,50E+09	1,26E+09	1,97E+07	1191,21	$<10^{-3}$
$\tilde{f}_2^1(s)$	-6,21E+07	3,02E+05	1,23E+06	43,85	$<10^{-3}$
$\tilde{f}_2^2(s)$	-1,39E+08	0,00E+00	2,22E+06	68,70	$<10^{-3}$
$\tilde{f}_2^k(s)$	-2,01E+08	3,02E+05	3,44E+06	112,55	$<10^{-3}$
$\tilde{f}_3^1(s)$	-3,72E+08	3,80E+08	4,72E+06	44,64	$<10^{-3}$
$\tilde{f}_3^2(s)$	-6,56E+08	2,04E+08	0,00E+00	69,92	$<10^{-3}$
$\tilde{f}_3^k(s)$	-1,03E+09	5,85E+08	4,72E+06	114,56	$<10^{-3}$

Com estes cálculos, a segunda fase do método está concluída. Para a última fase, que consiste na Geração de Soluções Aproximadas de Compromisso, foram utilizadas as mesmas variações de $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ criadas na Seção 6.4. Estas variações irão auxiliar o tomador de decisão a selecionar a melhor opção estratégica no momento do planejamento. Para a geração destas soluções, foram considerados os vetores $(v^I)^1, (v^I)^2, (v^A)^1$ e $(v^A)^2$ definidos acima para a normalização dos objetivos para cada iteração da RF-15. Desta forma, foram exploradas as mesmas 16 variações apresentadas na Seção 6.4. As soluções obtidas com essas variações são denominadas de s'_1 a s'_{16} .

A Tabela 6.4 apresenta as Soluções Aproximadas de Compromisso, onde a primeira coluna apresenta os nomes das soluções. Da segunda à quarta coluna são apresentados os pesos de $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ considerados para a construção da solução. Da quinta à sétima coluna são apresentados os valores dos objetivos: produção, desvio varietal e desvio etário, respectivamente. A oitava coluna apresenta o tempo computacional em segundos. Como todas as soluções alcançaram resultados com o valor do *gap* relativo $< 10^{-3}$, esta coluna foi omitida.

Analisando a coluna Tempo(s) da Tabela 6.4 pode-se observar que o tempo médio das soluções foi aproximadamente 202 segundos, isso corresponde a que, esta abordagem necessitou de apenas 1,12% do tempo necessário para processar uma solução do modelo compacto. O menor tempo computacional foi obtido na solução s'_2 ($\lambda_1 = 0,00, \lambda_2 = 1,00, \lambda_3 = 0,00$) com o valor de 112,55 segundos. Já o maior tempo computacional foi obtido pela solução s'_1 ($\lambda_1 = 1,00, \lambda_2 = 0,00, \lambda_3 = 0,00$) em 11191,21 segundos.

Os resultados da coluna Prod. mostram que o maior valor possível de produção foi obtido pela solução s'_1 ($\lambda_1 = 1,00, \lambda_2 = 0,00, \lambda_3 = 0,00$), conforme expectativa inicial, atingindo 1,50E+09 caixas de laranjas, que corresponde a apenas 7,45% da produção da solução s_1 com a mesma variação apresentada na Seção 6.4. Já a pior produção foi obtida pela solução s'_2 ($\lambda_1 = 0,00, \lambda_2 = 1,00, \lambda_3 = 0,00$), atingindo -2,01E+08 caixas de laranjas.

Tabela 6.4 – Soluções Aproximadas de Compromisso - RF-15.

Solução	λ_1	λ_2	λ_3	Prod.	Desv. Var.	Desv. Et.	Tempo(s)
s'_1	1,00	0,00	0,00	-1,50E+09	1,26E+09	1,97E+07	1191,21
s'_2	0,00	1,00	0,00	-2,01E+08	3,02E+05	3,44E+06	112,55
s'_3	0,00	0,00	1,00	-1,03E+09	5,85E+08	4,72E+06	114,56
s'_4	0,33	0,33	0,33	-9,30E+08	6,30E+08	5,13E+06	124,79
s'_5	0,80	0,10	0,10	-7,82E+08	4,00E+08	5,27E+06	131,45
s'_6	0,60	0,20	0,20	-7,82E+08	4,00E+08	5,25E+06	134,19
s'_7	0,40	0,30	0,30	-7,82E+08	4,00E+08	5,27E+06	134,86
s'_8	0,20	0,40	0,40	-8,10E+08	4,30E+08	5,65E+06	137,43
s'_9	0,10	0,80	0,10	-6,56E+08	3,50E+08	5,06E+06	138,52
s'_{10}	0,20	0,60	0,20	-5,83E+08	2,73E+08	4,38E+06	139,25
s'_{11}	0,30	0,40	0,30	-5,83E+08	2,73E+08	4,38E+06	142,14
s'_{12}	0,40	0,20	0,40	-5,83E+08	2,73E+08	4,38E+06	143,20
s'_{13}	0,10	0,10	0,80	-5,83E+08	2,73E+08	4,38E+06	145,90
s'_{14}	0,20	0,20	0,60	-5,83E+08	2,73E+08	4,38E+06	146,96
s'_{15}	0,30	0,30	0,40	-5,84E+08	2,73E+08	4,38E+06	148,93
s'_{16}	0,40	0,40	0,10	-5,83E+08	2,73E+08	4,38E+06	150,62

Os resultados da coluna Prod. levantaram um ponto de preocupação em relação ao desempenho da abordagem da RF-15 no contexto multi-objetivo. Desta forma, foi realizada uma nova análise de desempenho da abordagem. Esta nova análise mediu a aderência da RF-15 em relação aos resultados do modelo compacto apresentado na Seção 6.4. Os resultados da análise de aderência são apresentados pela Tabela 6.5 que mostra a diferença relativa (Δ) das soluções obtidas pela RF-15 em relação à solução obtida com o modelo compacto, calculada da seguinte forma: $\Delta_{obj} = ((FO_{RF-15} - FO_{compacto})/FO_{compacto}) * 100$.

Tabela 6.5 – Teste de Aderência - RF-15.

Solução	Prod.	Desv. Var.	Desv. Et.
s'_1	-92,55%	-91,20%	-91,39%
s'_2	-98,95%	-99,53%	-98,19%
s'_3	-93,61%	197,62%	-86,62%
s'_4	-95,19%	552,42%	-96,91%
s'_5	-95,95%	289,39%	-96,90%
s'_6	-95,95%	281,21%	-96,82%
s'_7	-95,96%	300,89%	-96,82%
s'_8	-95,82%	336,62%	-96,84%
s'_9	-96,61%	246,44%	-97,08%
s'_{10}	-96,99%	171,31%	-97,36%
s'_{11}	-96,99%	153,16%	-97,41%
s'_{12}	-96,99%	166,13%	-97,36%
s'_{13}	-96,99%	174,28%	-97,53%
s'_{14}	-96,95%	148,50%	-97,95%
s'_{15}	-96,98%	173,25%	-97,40%
s'_{16}	-96,99%	188,40%	-97,55%

Os valores da Tabela 6.5 indicam que, em relação ao objetivo Produção (coluna Δ Prod.) as soluções obtidas tiveram o valor de -96,22% de média, isso implica que o nível de aderência foi de apenas 3,78%, ou seja, em 96,22% dos casos a RF-15 obteve soluções piores que

o modelo compacto. Já em relação ao objetivo Desvio Varietal (coluna Δ Desv. Var.), foi observada uma média de aderência de 199,31%, que corresponde que as soluções foram em média aproximadamente 200% maiores do que as soluções obtidas previamente na Seção 6.4. Esta média foi puxada pela solução s'_4 com $\lambda_1 = 0,33$, $\lambda_2 = 0,33$, $\lambda_3 = 1,33$, que teve uma solução 552,42% maior do que a solução observada na Seção 6.4, por isso o sinal positivo, onde o valor anterior (s_4) era de $9,66E+07$ e o valor atual(s'_4) foi de $6,30E+08$. Por fim, no objetivo Desvio Etário (coluna Δ Desv. Et.) obteve-se uma aderência média de -96,26% em relação às soluções encontradas na Seção 6.4.

Os resultados da análise de aderência apresentados pela Tabela 6.5 indicam que contrariamente aos resultados apresentados no Capítulo 5, a RF-15 não apresentou resultados satisfatórios na abordagem multi-objetivo.

As análises detalhadas das soluções s'_1 , s'_2 e s'_3 podem ser consultadas no Apêndice B deste trabalho.

6.5 Considerações finais do capítulo

Neste capítulo, foram exploradas técnicas de Otimização Multiobjetivo para o MOPEC-S1, que apresenta objetivos conflitantes, com o foco de geração de *insights* para a tomada de decisão, uma vez que, em um ambiente real direcionado para a tomada de decisão, dificilmente tem-se somente uma medida de desempenho para otimizar. Desta forma, foi selecionado o método de escalarização conhecido como Métrica de Tchebycheff Aumentada em função de suas duas vantagens: (i) não alterar o espaço de solução viável do problema original e (ii) não adicionar restrições que limitam o espaço de critérios, permitindo a exploração exaustiva de métodos exatos de solução (ALIANO-FILHO et al., 2023a).

A Métrica de Tchebycheff Aumentada foi aplicada ao MOPEC-S1 gerando *insights* através das soluções exploradas, variando os valores de parâmetros que permitem obter diferentes soluções de compromisso. O primeiro *insight* obtido indica que a empresa parceira deveria visitar os limitantes para os controles varietal e etário, uma vez que as soluções demonstraram que os valores das penalidades são elevados. O segundo *insight* obtido corrobora com o primeiro, uma vez que, conforme o comportamento apresentado do modelo apresentado pelo Capítulo 4, à medida que outros objetivos são incorporados, a complexidade para obter soluções exatas cresce muito. Este comportamento foi observado através dos resultados da Tabela 6.2 que apresenta as Soluções Eficientes de Compromisso. Ainda explorando estes resultados, foi possível observar que o tempo total para gerar todas as soluções foi de 80 horas, considerado elevado para este trabalho e para a tomada de decisão na prática da organização cooperadora da pesquisa. Em função disso, decidiu-se explorar a introdução de matheurísticas para minimizar este tempo, com o compromisso de geração de soluções satisfatórias.

A matheurística RF-15 foi combinada com a Métrica de Tchebycheff Aumentada para a redução deste tempo. A seleção da RF-15 baseou-se nos resultados do Capítulo 5. O método conseguiu obter uma redução de tempo significativa, uma vez que o tempo médio computacional foi equivalente a apenas 1,12% do tempo médio para processar as soluções do modelo compacto. Por outro lado, a RF-15 apresentou soluções que apresentaram baixa aderência em relação ao uso direto do modelo compacto (Prod. = 3,78%, Desv. Var = -99,31% e Desv. Et. = 3,74%). Desta forma, sugere-se ao tomador de decisão primeiramente explorar as soluções fornecidas pela RF-15, filtrar as soluções mais interessantes e, posteriormente, somente gerar, através do modelo compacto, essas soluções filtradas para obter uma redução de tempo significativa.

Algumas soluções específicas obtidas pelas abordagens multiobjetivo foram avaliadas nos Apêndices A (modelo compacto) e B (RF-15) deste trabalho e os resultados apresentados foram comparados com a Solução Base utilizada para validar as matheurísticas do Capítulo 5. Os resultados observados apontam que ambas não alcançaram resultados satisfatórios, não atendendo a todos os requisitos simultaneamente da empresa parceira deste trabalho. Porém, vale a pena destacar que essas conclusões não podem ser generalizadas, uma vez que não foram avaliadas todas as soluções que foram exploradas.

7 Conclusões e Trabalhos Futuros

7.1 Conclusões

Nesta tese, foi abordado o desenvolvimento de modelos e métodos de solução para apoiar a tomada de decisão no planejamento estratégico do plantio de laranjas. No Capítulo 1, apresentou-se o contexto da contribuição da citricultura para o PIB nacional, desenvolvimento do IDH, geração de empregos e benefícios para a saúde. Bem como, grande parte dos desafios inerentes à produção de laranjas. Também foi apresentado que, no ano de 2024, o Brasil, que detém o patamar de maior produtor de laranjas desde 1980, vê a sua posição abalada em função das mudanças climáticas e das doenças fitossanitárias.

No Capítulo 2, foi apresentada uma Revisão Bibliográfica Sistemática seguindo o *roadmap* proposto por Conforto et al. (2011), contextualizando todo o estado-da-arte no tema, discutindo as aplicações de Pesquisa Operacional no contexto do plantio em três níveis de planejamento, a saber, estratégico, tático e operacional. Também foi apresentada a contribuição deste presente trabalho para a literatura, bem como as lacunas que se buscou preencher e as principais diferenças entre os desenvolvimentos consolidados da literatura até o momento.

Já no Capítulo 3, foram apresentadas todas as características agronômicas que devem ser consideradas e os desafios presentes na elaboração do planejamento estratégico de plantio da cultura de laranjas na atualidade. A definição deste tipo de problema foi apresentada na Seção 3.4. Também foi apresentada a estratégia para diminuir o tamanho da cardinalidade do problema real através da criação dos estratos que são tuplas que agregam: variedade da fruta, tipo de porta-enxerto, idade da planta, adensamento e tipo de irrigação.

No Capítulo 4, primeiramente foi proposto *Modelo de Otimização no Plantio Estratégico da Citricultura* (MOPEC) que é uma das principais contribuições deste trabalho. Em seguida, foram apresentadas formulações relaxadas do MOPEC denominadas S1 e S2. Estas novas formulações foram necessárias pois os resultados preliminares indicaram que torna-se inviável a adoção rígida dos controles varietal e etário simultaneamente, uma vez que o cenário atual do plantio da empresa parceira está muito distante deste cenário almejado. Por fim, foram realizados experimentos computacionais com sete variantes do MOPEC, onde a estratégia denominada de MOPEC-S1 obteve os melhores resultados em cinco medidas de desempenho

analisadas: produção, controle varietal, controle etário, plantio e erradicação. Com isso, a partir deste ponto, no decorrer deste trabalho, somente a MOPEC-S1 foi explorada.

No Capítulo 5, foram apresentadas cinco matheurísticas que são métodos híbridos envolvendo métodos exatos e heurísticas, sendo elas (i) três matheurísticas clássicas, conhecidas como Horizonte Rolante, Relax-and-Fix e Fix-and-Optimize; (ii) duas matheurísticas customizadas, denominadas Decomposição por Polos e Decomposição por Polos + Relax-and-Fix, sendo a última uma hibridização entre duas matheurísticas criadas anteriormente. O objetivo da exploração destas matheurísticas foi apresentar soluções aceitáveis para o MOPEC-S1 em tempos computacionais baixos. Foram realizados experimentos computacionais extensivos envolvendo variações destas matheurísticas e, como critério de seleção, foi utilizado o tempo computacional, onde três métodos se destacaram: HR-15-15, DP e RF-15. Após uma análise em profundidade dos resultados, a RF-15 se mostrou mais aderente aos requisitos da empresa parceira e, com isso, foi o melhor método desenvolvido.

Por fim, no Capítulo 6, foram exploradas técnicas de Otimização Multiobjetivo, motivadas pelos objetivos conflitantes do MOPEC-S1. Notou-se que, dependendo das penalidades utilizadas na função objetivo definida originalmente, um objetivo do MOPEC-S1 era priorizado e, ao menos, um dos outros dois objetivos era piorado. Este é um indicativo de objetivos conflitantes que a Otimização Multiobjetivo se propõe a resolver. Deste modo, foi explorada a técnica de escalarização conhecida como métrica de Tchebycheff Aumentada. Foram obtidas diferentes Soluções Eficientes de Compromisso para apoio à tomada de decisão, permitindo à empresa parceira selecionar as soluções mais alinhadas com o seu planejamento estratégico. Um ponto crítico observado nesses experimentos computacionais foi o tempo necessário para gerar todas essas soluções, que foi de aproximadamente 36 horas. Isso motivou o uso da matheurística RF-15 junto ao modelo multiobjetivo, que conseguiu minimizar o tempo para gerar todas as soluções, necessitando de apenas 1,12% do tempo médio para processar as soluções do modelo compacto. Por outro lado, a RF-15 apresentou soluções que apresentaram baixa aderência em relação ao uso da formulação compacta junto com a métrica de Tchebycheff Aumentada, não sendo suficiente para o apoio à tomada de decisão.

Com os resultados obtidos neste trabalho, espera-se gerar uma contribuição relevante para a literatura que aborda Pesquisa Operacional nas cadeias agro-alimentícias, com a experimentação do MOPEC-S1 e dos métodos explorados em outras culturas. Em relação à empresa parceira dessa pesquisa, acredita-se que as soluções para apoio à tomada de decisão exploradas possam oferecer melhores perspectivas de investimento, devido à previsibilidade dos impactos das decisões estratégicas do negócio que tangem o manejo agrícola. Por fim, este trabalho tem o potencial e contribuir com a sociedade de um modo geral, salientando o poder da Pesquisa Operacional (ciência diretamente aplicada) na transformação de nossas vidas, em especial, em nossos alimentos, promovendo a sustentabilidade da cadeia de produção de

suco de laranjas.

7.2 Trabalhos Futuros

Os modelos e algoritmos desenvolvidos nesta tese abrem interessantes oportunidades de trabalhos futuros, como:

1. Propor formulações alternativas para o problema estudado, que explorem outros tipos de variáveis de decisão, bem como outras formas de se representar os requisitos do problema. Por exemplo, modelos baseados no problema de dimensionamento de lotes podem ser explorados, com o potencial de levar a abordagens mais adequadas;
2. Aplicar técnicas de decomposição ao MOPEC e suas variantes estudadas, como a decomposição de Benders ou decomposição de Dantzig-Wolfe. Isso poderá viabilizar a obtenção de soluções ótimas em tempos computacionais muito reduzidos em relação à resolução direta do modelo por *solvers* de propósito geral;
3. Estudar outras variantes das heurísticas *Relax-and-Fix* e *Fix-and-Optimize*, que sejam adaptativas e possam explorar melhor o espaço de soluções, tanto no MOPEC-S1 com única função objetivo, como também no Multiobjetivo;
4. Incorporar incertezas às curvas de Produtividade (parâmetro P_{eif}) e Erradicação (parâmetro E_{eif}), além de outros parâmetros estimados que são tratados como determinísticos neste trabalho. O uso da Otimização Robusta ou da Programação Estocástica com Recurso para tratamento dessas incertezas é um tópico promissor, que pode auxiliar na obtenção de soluções mais realistas.

Referências

- ALIANO-FILHO, A. **Introdução à otimização multiobjetivo: aspectos teóricos e computacionais focando nos métodos exatos**. 2022. Disponível em: http://paginapessoal.utfpr.edu.br/angeloaliano/curso-de-otimizacao-multiobjetivo/SBPO_parte_2.pdf, Acesso em: 26 de Dezembro de 2024.
- ALIANO-FILHO, A.; CANTANE, D. R.; ISLER, P. R.; FLORENTINO, H. de O. An integrated multi-objective mathematical model for sugarcane harvesting considering cumulative degree-days. **Expert Systems with Applications**, v. 232, p. 120881, 2023a. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417423013830>>.
- ALIANO-FILHO, A.; FLORENTINO, H. de O. **Introdução a Otimização Multiobjetivo - Métodos de Escalarizações**. 2018. Disponível em: https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/ermac2018/multiobjetivo_ermac_2.pdf, Acesso em: 27 de Dezembro de 2024.
- ALIANO-FILHO, A.; FLORENTINO, H. O.; PATO, M. V.; POLTRONIERE, S. C.; COSTA, J. F. S. Exact and heuristic methods to solve a bi-objective problem of sustainable cultivation. **Annals of Operations Research**, v. 314, p. 347–376, 2022.
- ALIANO-FILHO, A.; MORABITO, R. An effective approach for bi-objective multi-period touristic itinerary planning. **Expert Systems with Applications**, v. 240, p. 122437, 2024a. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417423029391>>.
- ALIANO-FILHO, A.; OLIVEIRA, W. A.; MELO, T. Multi-objective optimization for integrated sugarcane cultivation and harvesting planning. **European Journal of Operational Research**, v. 309, n. 1, p. 330–344, 2023b. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221722009778>>.
- ALIANO-FILHO, A.; ROCCO, C. D.; MORABITO, R. Bi-objective model for tactical planning in corn supply chain considering CO_2 balance. **International Journal of Systems Science: Operations Logistics**, 2024b. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/citedby/10.1080/23302674.2024.2337442>>.
- BATTAÏA, O.; DOLGUI, A.; GUSCHINSKY, N. Mip-based heuristics for combinatorial design of reconfigurable rotary transfer machines for production of multiple parts. **International Journal of Production Economics**, v. 262, p. 108904, 2023. ISSN 0925-5273. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925527323001366>>.
- BRULARD, N.; CUNG, V.-D.; CATUSSE, N.; DUTRIEUX, C. An integrated sizing and planning problem in designing diverse vegetable farming systems. **International Journal of Production Research**, Taylor and Francis Ltd., v. 57, n. 4, p. 1018–1036, 2019.
- CAIXETA-FILHO, J. Orange harvesting scheduling management: A case study. **Journal of the Operational Research Society**, Nature Publishing Group, v. 57, n. 6, p. 637–642, 2006.

CAPUTO, M. M. **Avaliação de doze cultivares de laranja doce de maturação precoce na região sudoeste do Estado de São Paulo**. Thesis (Master's Thesis) --- Universidade de São Paulo, https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/11/11136/tde-16082012-081058/publico/Marina_Maitto_Caputo.pdf, 2012.

CATALÁ, L. P.; DURAND, G. A.; BLANCO, A. M.; Alberto Bandoni, J. Mathematical model for strategic planning optimization in the pome fruit industry. **Agricultural Systems**, v. 115, p. 63--71, 2013. ISSN 0308-521X.

CDA/SAA-SP, C. **Dados da Citricultura Paulista**. 2020. Disponível em: <https://www.defesa.agricultura.sp.gov.br/estatisticas/dados-da-citricultura-paulista,3.html>. Acesso em: 23 de Setembro de 2022.

CEPEA. **Afinal, quanto o agronegócio representa no PIB brasileiro?** 2022. Disponível em: https://www.cepea.esalq.usp.br/br/opiniao-cepea/afinal-quanto-o-agronegocio-representa-no-pib-brasileiro.aspx#_ftn8. Acesso em: 23 de Novembro de 2022.

CLAUDIA, P.-P.; ISABEL, H.; SONIA, C.; ANA, C.; PATRICIAS, A. Towards halving food waste: A comparative study using orange juice by-product in dairy desserts. **Heliyon**, v. 9, p. 13p, 2023.

COELHO, E. F.; OLIVEIRA, A. S. de; MAGALHÃES, A. F. de J. **IRRIGACAO E FERTIRRIGACÃO EM CITROS**. 38. ed. [S.l.]: Embrapa Mandioca e Fruticu/tur, 2000. ISSN 1516-5612.

CONFORTO, E. C.; AMARAL, D. C.; SILVA, S. L. d. Roteiro para revisão bibliográfica sistemática: aplicação no desenvolvimento de produtos e gerenciamento de projetos. In: **Congresso Brasileiro de Gestão de Desenvolvimento de Produto - CBGDP**. [S.l.: s.n.], 2011.

CRUZ, A. C. R. **Consumo de Água por Cultura de Citros Cultivada em Latossolo Vermelho Amarelo**. Thesis (Master's Thesis) --- Universidade de São Paulo, <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/11/11140/tde-20102003-153219/publico/antonio.pdf>, 2003.

DARBY-DOWMAN, K.; BARKER, S.; AUDSLEY, E.; PARSONS, D. A two-stage stochastic programming with recourse model for determining robust planting plans in horticulture. **Journal of the Operational Research Society**, v. 51, n. 1, p. 83--89, 2000.

DASDEMIR, E.; TESTIK, M. C.; ÖZTÜRK, D. T.; ŞAKAR, C. T.; GÜLERYÜZ, G.; TESTIK ÖZLEM M. A multi-objective open vehicle routing problem with overbooking: Exact and heuristic solution approaches for an employee transportation problem. **Omega**, v. 108, p. 102587, 2022. ISSN 0305-0483. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305048321001961>>.

DILLENBERGER, C.; ESCUDERO, L. F.; WOLLENSAK, A.; ZHANG, W. On practical resource allocation for production planning and scheduling with period overlapping setups. **European Journal of Operational Research**, v. 75, n. 2, p. 275--286, 1994. ISSN 0377-2217.

EHRGOTT, M. **Multicriteria Optimization**. 2. ed. [S.l.]: Springer Berlin, Heidelberg, 2010. ISSN 978-3-540-27659-3.

EMBRAPA. **Controle alternativo das doenças dos citros**. 2016. Disponível em: <http://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/infoteca/handle/doc/1038594>. Acesso em: 23 de Novembro de 2022.

- EMBRAPA, E. **Artigo - Citricultura no estado de Sergipe**. 2015. Disponível em: <https://www.embrapa.br/busca-de-noticias/-/noticia/2414294/artigo---citricultura-no-estado-de-sergipe..> Acesso em: 26 de Setembro de 2022.
- ESCALLÓN-BARRIOS, M.; CASTILLO-GOMEZ, D.; LEAL, J.; MONTENEGRO, C.; MEDAGLIA, A. Improving harvesting operations in an oil palm plantation. **Annals of Operations Research**, Springer, v. 314, n. 2, p. 411--449, 2022.
- FABBRI, S.; OCTAVIANO, F.; SILVA, C.; THOMMAZO, A. D.; HERNANDES, E.; BELGAMO, A. Improvements in the Start tool to better support the systematic review process, In Proc. of the 8º Congresso Brasileiro de Gestão de Desenvolvimento de Produto (CBGDP 2011). In: . [S.l.: s.n.], 2011. p. 12p.
- FAO. **Citrus Fruit - Fresh and Processed - Statistical bulletin 2020**. 2020. Disponível em: <https://www.fao.org/policy-support/tools-and-publications/resources-details/en/c/1439010/>.. Acesso em: 20 de Julho de 2022.
- FERNANDES, F. C. F.; FILHO, M. G. **Planejamento E Controle Da Produção: Dos Fundamentos Ao Essencial**. 2ªed.. ed. [S.l.]: Atlas, 2010. ISBN 978-8522458714.
- FISCHETTI, M.; FISCHETTI, M. Matheuristics. In: _____. **Handbook of Heuristics**. Cham: Springer International Publishing, 2018. p. 121--153. ISBN 978-3-319-07124-4. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-07124-4_14>.
- FISCHETTI, M.; LODI, A. Local branching. **Mathematical Programming**, v. 47, n. 98, p. 23--47, 2003.
- FLORENTINO, H.; LIMA, A. D.; CARVALHO, L. D.; BALBO, A.; HOMEM, T. Multiobjective 0-1 integer programming for the use of sugarcane residual biomass in energy cogeneration. **International Transactions in Operational Research**, v. 18, n. 5, p. 605--615, 2011.
- FLORENTINO, H. D. O.; PATO, M. A bi-objective genetic approach for the selection of sugarcane varieties to comply with environmental and economic requirements. **Journal of the Operational Research Society**, Palgrave Macmillan Ltd., v. 65, n. 6, p. 842--854, 2014.
- FLORENTINO, H. O.; JONES, D. F.; IRAWAN, C. A.; OUELHADJ, D.; KHOSRAVI, B.; CANTANE, D. R. P. An optimization model for combined selecting, planting and harvesting sugarcane varieties. **Annals of Operations Research**, v. 314, n. 1, p. 451--469, 2020.
- FUNDECITROS. **Adensamento de plantio**. 2020a. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=atDxAZK1-b4>.. Acesso em: 26 de Setembro de 2022.
- FUNDECITROS, F. de Defesa da A. Inventário de Árvore do Cinturão Citrícola de São Paulo e Triângulo/Sudoeste Mineiro - Retrato dos Pomares em Março/2015. **FUNDECITROS**, v. 1, n. 1, p. 68p, 2015. Disponível em: <<https://www.fundecitrus.com.br>>.
- FUNDECITROS, F. de Defesa da A. Levantamento da incidência das doenças dos citros: greening, cvc e cancro cítrico. **FUNDECITROS**, v. 1, n. 1, p. 67p, 2020b. Disponível em: <[urlhttps://www.fundecitrus.com.br/pdf/levantamentos/levantamento-doencas-2020.pdf](https://www.fundecitrus.com.br/pdf/levantamentos/levantamento-doencas-2020.pdf)>.
- FUNDECITROS, F. de Defesa da A. Inventário de Árvore do Cinturão Citrícola de São Paulo e Triângulo/Sudoeste Mineiro - Retrato dos Pomares em Março/2021. **FUNDECITROS**, v. 1, n. 1, p. 107p, 2021. Disponível em: <https://www.fundecitrus.com.br/pdf/pes_relatorios-/2021_07_30_Inventario_e_Estimativa_do_Cinturao_Citricola_2021-2022.pdf>.

FUNDECITRUS. **Safra de laranja 2024/25 do cinturão citrícola de SP e MG é reestimada em 215,78 milhões.** 2024. Disponível em: https://www.fundecitrus.com.br/pdf/pes_relatorios/0924_Reestimativa_da_Safra_de_Laranja.pdf, Acesso em: 03 de Janeiro de 2025.

GIRARDI, E. A.; STUCHI, E. S.; JUNIOR, J. P.; DONADIO, L. C.; SOBRINHO, J. T.; JUNIOR, D. de M.; FILHO, W. dos S. S.; BASSANEZI, R. B.; PASSOS, O. S.; GARCIA, L. A. P.; CRISTOFANI-YALY, M.; AYRES, A. J.; SEMPIONATO, O. R. Guia de reconhecimento dos citros em campo. **FUNDECITROS**, v. 1, n. 1, p. 83p, 2021. Disponível em: <https://www.fundecitrus.com.br/comunicacao/manual_detalhes/guia-de-reconhecimento-dos-citros-em-campo/91>.

GLOBO AGRO. **Laranja e sucos de frutas mais caros: entenda o que tem elevado os preços.** 2023. Disponível em: <https://g1.globo.com/google/amp/economia/agronegocios/noticia/2023/09/19/laranja-e-sucos-de-frutas-mais-caros-entenda-o-que-tem-elevado-os-precos.ghtml>. Acesso em: 08 de Outubro de 2023.

GLOBO RURAL. **Produção brasileira de laranjas deve crescer 6% em 2014/2015.** 2015. Disponível em: <https://globorural.globo.com/Noticias/Agricultura/Laranja/noticia/2014/07/producao-brasileira-de-laranjas-deve-crescer-6-em-20142015.html>. Acesso em: 26 de Setembro de 2022.

GLOMB, L.; LIERS, F.; RÖSEL, F. A rolling-horizon approach for multi-period optimization. **European Journal of Operational Research**, v. 300, n. 1, p. 189--206, 2022. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221721006536>>.

HE, P.; LI, J.; ZHANG, D.; WAN, S. Optimisation of the harvesting time of rice in moist and non-moist dispersed fields. **Biosystems Engineering**, Academic Press, v. 170, p. 12--23, 2018.

HIGGINS, A. Optimizing cane supply decisions within a sugar mill region. **Journal of Scheduling**, Springer Netherlands, v. 2, n. 5, p. 229--244, 1999. ISSN 10946136.

HIGGINS, A.; MUCHOW, R.; RUDD, A.; FORD, A. Optimising harvest date in sugar production: A case study for the mossman mill region in australia i. development of operations research model and solution. **Field Crops Research**, v. 57, n. 2, p. 153--162, 1998.

HWANG, C.-L.; MASUD, A. S. M. **Multiple objective decision making—methods and applications: a state-of-the-art survey.** [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.

JAIN, R.; MALANGMEIH, L.; RAJU, D. S. S.; SRIVASTAVA, S.; KINGSLY, I.; KAUR, A. Optimization techniques for crop planning: A review. **Indian Journal of Agricultural Sciences**, v. 88, p. 1826--1861, 12 2018.

JONES, D.; TAMIZ, M. **Practical Goal Programming.** 1 ed.. ed. [S.l.]: Springer, 2010. ISBN 978-1-4419-5771-9.

JUNQUEIRA, R. de Ávila R.; MORABITO, R. Production and logistics planning considering circulation taxes in a multi-plant seed corn company. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 84, n. 3, p. 100--110p, 2012.

JUNQUEIRA, R. de Ávila R.; MORABITO, R. Production and logistics planning in seed corn. **Handbook of Operations Research in Agriculture and the Agri-Food Industry**, v. 224, n. 1, p. 55--77p, 2015.

JUNQUEIRA, R. de Ávila R.; MORABITO, R. Modeling and solving a sugarcane harvest front scheduling problem. **International Journal of Production Economics**, v. 213, p. 150--160, 2019. ISSN 0925-5273. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925527319300957>>.

KENDALL, J. W. Hard and soft constraints in linear programming. **Omega**, v. 3, n. 6, p. 709--715, 1975. ISSN 0305-0483.

LE, K. D.; DAY, J. T. Rolling horizon method: A new optimization technique for generation expansion studies. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-101, n. 9, p. 3112--3116, 1982.

LUGO, P. L. M. **Modelos de Otimização e Métodos de Solução para o Planejamento da Produção e Distribuição na Indústria de Móveis**. Thesis (Master's Thesis) --- Universidade Federal de São Carlos, <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/9941>, 2018.

MAIA, J. L.; CERRA, A. L.; FILHO, A. G. A.; JABBOUR, A. B. L. de S.; ZANON, C. J.; NOGUEIRA, E. **Estratégia de Operações: Teoria e Casos na Indústria Automotiva**. 1ªed.. ed. [S.I.]: Pacto Editorial, 2016. ISBN 978-8546205462.

MARTINS, A. T. **Problema da programação da produção de bebidas à base de frutas: modelos de otimização e métodos heurísticos**. Thesis (Masters Thesis) --- Universidade Federal de São Carlos, <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/10239>, 2017.

MAXIMIANO, A. C. A. **Teoria Geral da Administração**. 2ªed.. ed. [S.I.]: Atlas, 2012. ISBN 978-8522471317.

MIETTINEN, K. **Nonlinear Multiobjective Optimization**. 2. ed. [S.I.]: Springer Berlin, Heidelberg, 1998. ISSN 978-0792382782.

MUNDIN, A. A. da S. **Roteamento de Estoque e Transporte de Carga Multimodal: Otimização Bi-objetivo com Considerações Ambientais e Econômicas**. Thesis (Masters Thesis) --- Universidade de São Paulo, São Carlos, <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-23082024-145520>, 2024.

MUNHOZ, J. R. **Otimização do Planejamento Agregado de Produção em Indústrias de Processamento de Suco Concentrado Congelado de Laranja**. Thesis (Master Thesis) --- Universidade Federal de São Carlos, <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/3336>, 2009a.

MUNHOZ, J. R.; MORABITO, R. Um modelo baseado em programação linear e programação de metas para análise de um sistema de produção e distribuição de suco concentrado congelado de laranja. **Anais do XXXIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**, v. 1, n. 1, p. 1--10p, 2001A.

MUNHOZ, J. R.; MORABITO, R. A goal programming model for frozen concentrated orange juice production and distribution system. **Opsearch (New Delhi)**, v. 38, n. 6, p. 630--646p, 2001b.

MUNHOZ, J. R.; MORABITO, R. Otimização no planejamento agregado de produção em indústrias de processamento de suco concentrado congelado de laranja. **Gestão & Produção (UFScar)**, v. 17, n. 3, p. 465--481p, 2010.

MUNHOZ, J. R.; MORABITO, R. Optimization approaches to support decision making in the production planning of a citrus company: A brazilian case study. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 107, p. 45--57, 2014. ISSN 0168-1699.

NETO, G. G.; FIGUEIRA, S. R. F. Maior dificuldade fitossanitária à produção da laranja no principal cinturão citrícola brasileiro - safras de 2017 a 2019. **Citrus Res. Technol.**, v. 42, n. 1, p. 10p, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.4322/crt.22521>>.

NGUYEN, T.-D.; NGUYEN-QUANG, T.; VENKATADRI, U.; DIALLO, C.; ADAMS, M. Mathematical Programming Models for Fresh Fruit Supply Chain Optimization: A Review of the Literature and Emerging Trends. **AgriEngineering**, v. 3, p. 519–541p, 2021.

OLIVEIRA, D. de Pinho Rebouças de. **Planejamento Estratégico. Conceitos, Metodologia e Práticas**. 32ªed.. ed. [S.l.]: Atlas, 2014. ISBN 978-8522489169.

OLIVEIRA, J. D. de. **Estratégias relax-and-fix aplicada ao problema de roteamento em arcos capacitado e periódico**. Dissertation --- Universidade Federal do Paraná, <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/47457>, 2017.

OSAKI, M.; BATALHA, M. Optimization model of agricultural production system in grain farms under risk, in sorriso, brazil. **Agricultural Systems**, Elsevier Ltd, v. 127, p. 178--188, 2014.

PAIVA, R. P.; ROCCO, C. D.; MORABITO, R. A hierarchical supply chain model for the sugar-alcohol energy sector with robust optimization analysis. **International Transactions in Operational Research**, v. 1, n. 1, 2020.

PAIVA, R. P. O.; MORABITO, R. Mathematical optimization applied to the aggregate production planning of sugar and alcohol mills. **Anais do CLAIO '2006**, v. 1, n. 1, 2006a.

PAIVA, R. P. O.; MORABITO, R. Robust optimization applied to the aggregate production planning of a brazilian sugarcane milling company. **Triennial Conference of the International Federation of Operational Research Societies - IFORS 2008**, v. 1, n. 18, 2008.

PAIVA, R. P. O.; MORABITO, R. An optimization model for the aggregate production planning of a brazilian sugar and ethanol milling company. **Annals of Operations Research**, v. 169, p. 117--130, 2009.

PAIVA, R. P. O.; MORABITO, R. An optimization model for the aggregate production planning of a brazilian sugar and ethanol milling company. **Gestão & Produção (UFSCar)**, v. 18, n. 4, p. 719--738p, 2011.

PICCIN, M. A. **Catálogo Distribuidor de Cálcario MASTER 5500 DH EI BI**. 2022. Disponível em: <https://piccin.com.br/equipamento/43/master-dh-ei-bi..> Acesso em: 26 de Setembro de 2022.

POCHET, Y.; WOLSEY, L. A. **Production Planning by Mixed Integer Programming**. 1. ed. [S.l.]: Springer New York, NY, 2006. ISSN 1431-8598.

POLTRONIERE, S. C.; ALIANO-FILHO, A.; CAVERSAN, A. S.; BALBO, A. R.; FLORENTINO, H. de O. Integrated planning for planting and harvesting sugarcane and energy-cane for the production of sucrose and energy. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 184, p. 105956, 2021. ISSN 0168-1699.

RAJAKAL, J.; TAN, R.; ANDIAPPAN, V.; WAN, Y.; PANG, M. Does age matter? a strategic planning model to optimise perennial crops based on cost and discounted carbon value. **Journal of Cleaner Production**, Elsevier Ltd, v. 318, 2021.

Record News. **Reestimativa aponta produção de 223 milhões de caixas de laranja**. 2025. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=tZvG-NwAwPk>, Acesso em: 03 de Janeiro de 2025.

ROCCO, C. D.; MORABITO, R. A mathematical model for supporting decisions of steam production system in a tomato company. **International Conference on Operations Research**, v. 1, n. 1, 2011.

ROCCO, C. D.; MORABITO, R. Mathematical modeling approach for optimizing the planning of agricultural and industrial stages in the processing tomato sector. **Anais do XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**, v. 1, n. 1, 2013.

ROCCO, C. D.; MORABITO, R. Scheduling of production and logistics operations of steam production systems in food industries: a case study of the tomato processing industry. **Journal of the Operational Research Society**, v. 65, n. 1, p. 1896--1904p, 2014.

ROCCO, C. D.; MORABITO, R. Production and logistics planning in the tomato processing industry: A conceptual scheme and mathematical model. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 127, n. 1, p. 763--774p, 2016c.

ROCCO, C. D.; MORABITO, R. Robust optimisation approach applied to the analysis of production / logistics and crop planning in the tomato processing industr. **International Journal of Production Research**, v. 54, n. 19, p. 5842--5861p, 2016d.

SANTANA, M. **Otimização na reprogramação de transporte aéreo de passageiros para unidades marítimas por meio de heurísticas MIP**. Dissertation --- Universidade Federal de São Carlos, <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/16468>, 2021.

SCHAFER, G.; BASTIANEL, M.; DORNELLES, A. L. C. Porta-enxertos utilizados na citricultura. **Ciência Rural**, v. 31, n. 4, 2001.

SECEX. **Estatísticas de Comércio Exterior em Dados Abertos**. 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/produtividade-e-comercio-exterior/pt-br/assuntos/comercio-exterior/estatisticas/base-de-dados-bruta>. Acesso em: 29 de Março de 2023.

SILVA, P. R. B. da. **Estimativa da viabilidade econômica do replantio e avaliação da incidência de huanglongbing dos citros em pomares com diferentes densidades de plantio**. Thesis (Dissertation) --- Fundo de Defesa da Citricultura, <https://www.fundecitrus.com.br/pdf/projetos/PedroZRodolphoZBrazZdaZSilva.pdf>, 2017.

SOTO-SILVA, W. E.; NADAL-ROIG, E.; GONZÁLEZ-ARAYA, M. C.; PLA-ARAGONES, L. M. Operational research models applied to the fresh fruit supply chain. **European Journal of Operational Research**, v. 251, n. 2, p. 345--355, 2016. ISSN 0377-2217.

TAMIZ, M.; JONES, D. F.; EL-DARZI, E. A review of goal programming and its applications. **Annals of operations Research**, Springer, v. 58, p. 39--53, 1995.

TASKINER, T.; BILGEN, B. Optimization models for harvest and production planning in agri-food supply chain: A systematic review. **Logistics**, v. 5, n. 3, 2021. ISSN 2305-6290.

TAVARES, C.; MUNARI, P. Strategic planning in citriculture: An optimization approach. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 222, p. 109052, 2024. ISSN 0168-1699. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168169924004435>>.

TEIXEIRA, E.; RANGEL, S.; FLORENTINO, H.; ARAUJO, S. de. A review of mathematical optimization models applied to the sugarcane supply chain. **International Transactions in Operational Research**, John Wiley and Sons Inc, 2021.

TESTEZLAF, R. **Irrigação: Métodos, Sistemas e Aplicações**. 1ªed.. ed. [S.l.]: FEAGRI/UNICAMP, 2017.

TOLENTINO, G.; BALBO, A. R.; POLTRONIERE, S. C.; ALIANO-FILHO, A.; FLORENTINO, H. de O. A mip-heuristic approach for solving a bi-objective optimization model for integrated production planning of sugarcane and energy-cane. **Annals of Operations Research**, 2024. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s10479-024-06229-5>>.

TSOLAKIS, N. K.; KERAMYDAS, C. A.; TOKA, A. K.; AIDONIS, D. A.; IAKOVOU, E. T. Agrifood supply chain management: A comprehensive hierarchical decision-making framework and a critical taxonomy. **Biosystems Engineering**, v. 120, p. 47--64, 2014. ISSN 1537-5110. Operations Management in Bio-production Systems.

USDA. **Citrus: World Markets and Trade**. 2024. Disponível em: <https://apps.fas.usda.gov/psdonline/circulars/citrus.pdf>. Acesso em: 14 de Março de 2025.

VIEIRA, T. J. dos S. **Geração de Romaneios Otimizados para Consolidação de Cargas na Distribuição de Mercadorias com a Utilização de Frotas Subcontratadas**. Dissertation --- Universidade Federal de São Carlos, <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/12663>, 2020.

APÊNDICE A – Resultados de algumas soluções da Métrica de Tchebycheff Aumentado aplicada ao MOPEC-S1

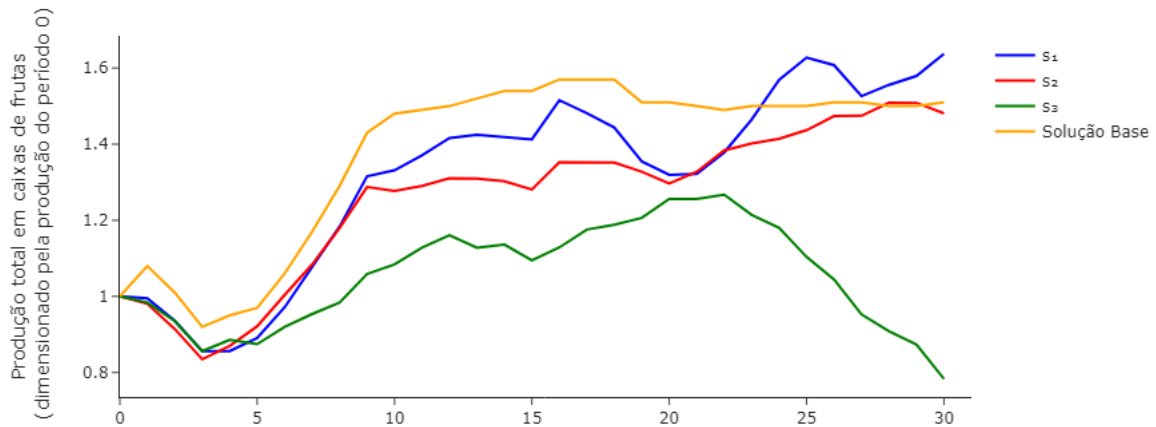
Neste apêndice, são exploradas algumas soluções apresentadas na Seção 6.4. Para tal, foram selecionadas as seguintes soluções:

- s_1 onde: $[\lambda_1 = 1,00; \lambda_2 = 0,00; \lambda_3 = 0,00]$,
- s_2 onde: $[\lambda_1 = 0,00; \lambda_2 = 1,00; \lambda_3 = 0,00]$, e
- s_3 onde: $[\lambda_1 = 0,00; \lambda_2 = 0,00; \lambda_3 = 1,00]$.

Como medida de comparação, também será apresentada a *Solução Base*, utilizada para a validação das matheurísticas no Capítulo 5.

A.1 Análise de produção

A Figura A.1 apresenta a produção total (normalizada) em caixas laranja em cada ano do horizonte de planejamento, de acordo com as soluções s_1 a s_3 . O eixo horizontal apresenta os períodos (anos) no horizonte de planejamento, e o eixo vertical apresenta a produção de laranjas normalizada pela produção no período $t = 0$. Assim, no período $t = 0$ a produção em escala é 1, e, por exemplo, no período $t = 16$ a produção de laranja na solução s_1 é um pouco maior que 50% maior que a produção no período $t = 0$, pois a produção em escala é próxima de 1,5. Analisando a Figura A.1 é possível observar que a solução s_1 obteve os melhores valores em relação à produção. Entretanto, apesar da solução s_1 ter uma produção de 8,22E+07 caixas de fruta superior à Solução Base, o perfil da Solução Base traz uma maior previsibilidade de produção, promovendo uma melhor perspectiva para o planejamento do fluxo de caixa da safra em relação aos investimentos futuros.

Figura A.1 – Análise de Produção das soluções s_1 , s_2 e s_3 .

A.2 Análise de controle etário

Os resultados dos experimentos computacionais onde o controle etário foi avaliado são apresentados pela Figura A.2, onde, em cada sub-figura, o eixo horizontal apresenta os anos do horizonte de planejamento e o eixo vertical apresenta as porcentagens de cada grupo etário em relação ao total de laranjeiras plantadas. As linhas horizontais tracejadas nos gráficos correspondem aos valores mínimo e máximo dos percentuais desejados (15% e 25%, respectivamente), mas diferentes valores específicos podem ter sido impostos pela empresa para cada grupo dentro desses dois níveis.

Analisando a Figura A.2, é possível observar que nenhuma solução conseguiu alcançar o equilíbrio etário no horizonte de planejamento. Já a Solução Base conseguiu alcançar o equilíbrio etário a partir do 24^o ano.

A.3 Análise de controle varietal

Para a análise de controle varietal, novamente, foram observados os percentuais de produção de acordo com as diversas variedades, considerando os níveis especificados pela empresa parceira. A Figura A.3 apresenta os percentuais de cada variedade durante os períodos no horizonte de planejamento, considerando um dos polos da empresa. Como o equilíbrio varietal é feito por polo, e temos 10 polos no total, selecionamos arbitrariamente um polo representativo e mostramos a análise apenas para este polo. Os outros nove polos apresentam comportamento semelhante ao aqui analisado. Adicionalmente, as linhas horizontais tracejadas nos gráficos mostram os valores mínimo e máximo (5 e 35%, respectivamente) que são

Figura A.2 – Análise do controle etário - MOPEC-S1 Multiobjetivo.

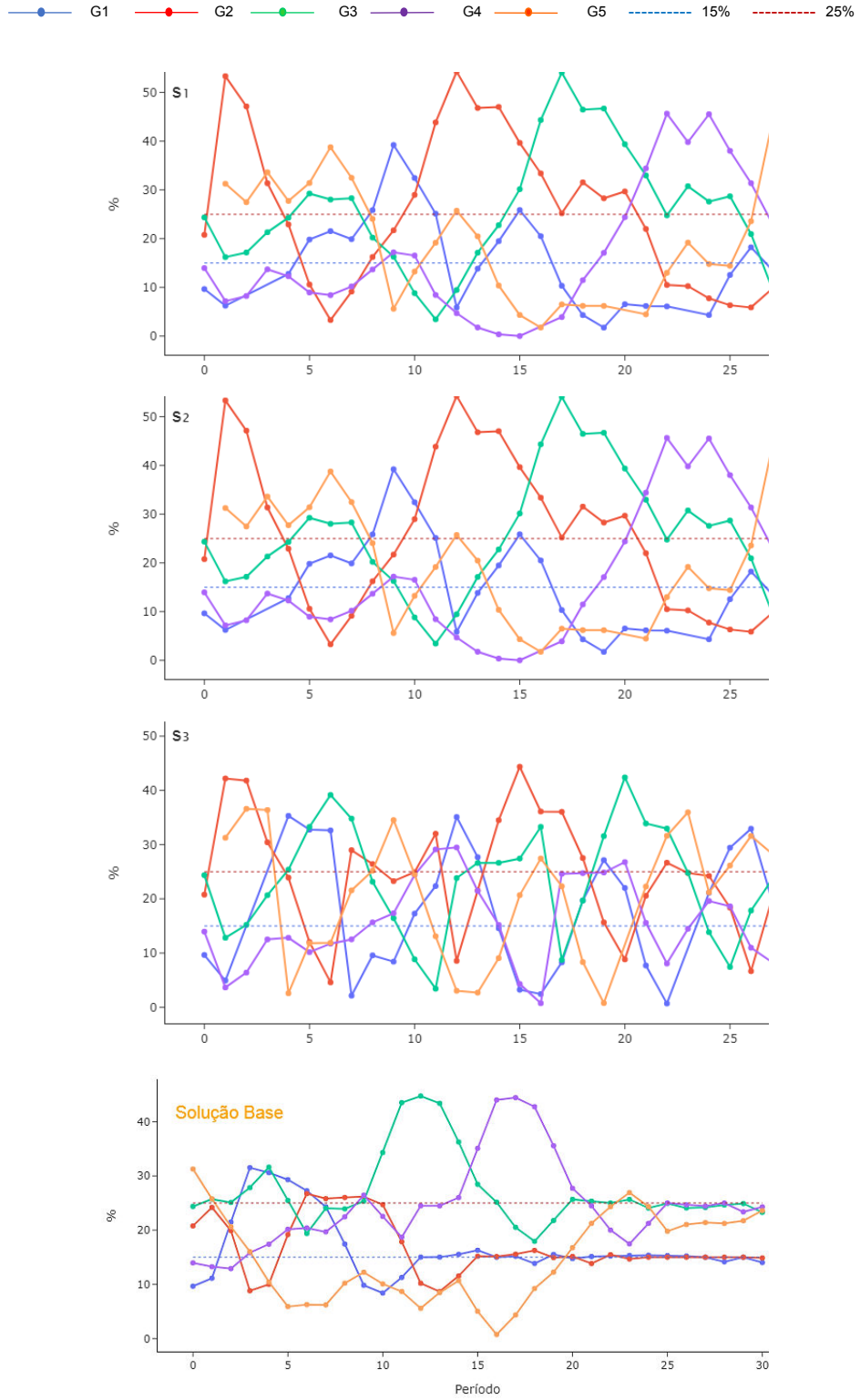
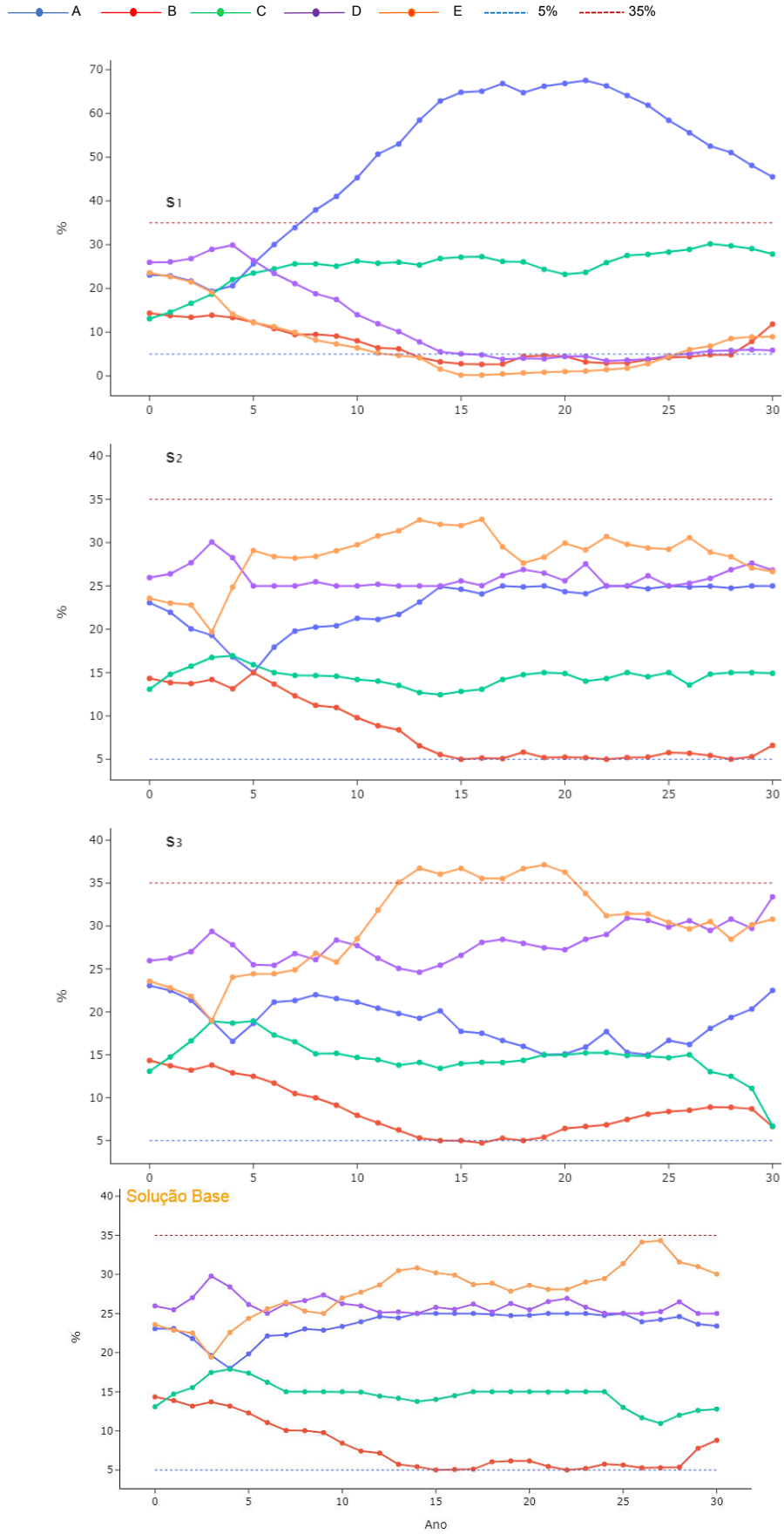


Figura A.3 – Análise do controle varietal - MOPEC-S1 Multiobjetivo.



utilizados na definição do controle varietal desejado. Para cada variedade, a empresa define valores específicos dentro deste intervalo, mas não nos é permitido divulgá-los.

Os resultados destas análises apontaram que a solução s_1 não conseguiu alcançar o equilíbrio varietal dentro do horizonte de planejamento. Já a solução s_2 conseguiu alcançar o equilíbrio varietal a partir do oitavo ano, um ano a mais que a Solução Base. Por fim, a solução s_3 conseguiu alcançar o equilíbrio varietal a partir do 23º ano.

A.4 Análise de plantio e erradicação

A análise de plantio e erradicação é ilustrada pelo conjunto de Figuras A.4 a A.5, onde a unidade do esforço de plantio é muda de plantas e a unidade do esforço de erradicação é medida de área em ha (hectares). Na Figura A.4 pode ser observado que os perfis das soluções s_1 e s_2 obtiveram um comportamento próximo um do outro. Já a solução s_3 apresentou um comportamento com diversos picos e vales. Em relação às médias, a solução s_1 permaneceu em 2,26E+06 mudas/ano, equivalente a 56,38% do limitante estabelecido, a solução s_2 permaneceu em 2,30E+06 mudas/ano, equivalente a 57,47% do limitante estabelecido, a solução s_3 permaneceu em 2,25E+06 mudas/ano, equivalente a 56,28% do limitante estabelecido. Já a Solução Base teve uma média de 2,35E+06 mudas/ano, equivalente a 58,88% do limitante estabelecido. Desta forma, conclui-se que, nessas análises, a solução s_2 obteve os melhores resultados.

Na Figura A.5 pode ser observado que os perfis de erradicação das soluções s_1 e s_2 obtiveram um comportamento próximo um do outro. Na solução s_3 , observa-se um comportamento sazonal. Em relação às médias, a solução s_1 permaneceu em 2890,37 ha/ano equivalente a 57,81% do limitante estabelecido, a solução s_2 permaneceu em 2832,14 ha/ano equivalente a 56,64% do limitante estabelecido, a solução s_3 permaneceu em 2565,83 ha/ano equivalente a 51,31% do limitante estabelecido. Já a Solução Base teve uma média de 3105,90 ha/ano equivalente a 62,11% do limitante estabelecido. Desta forma, conclui-se que nessas análises a solução s_3 obteve os melhores resultados.

Figura A.4 – Análise do plantio - MOPEC-S1 Multiobjetivo.

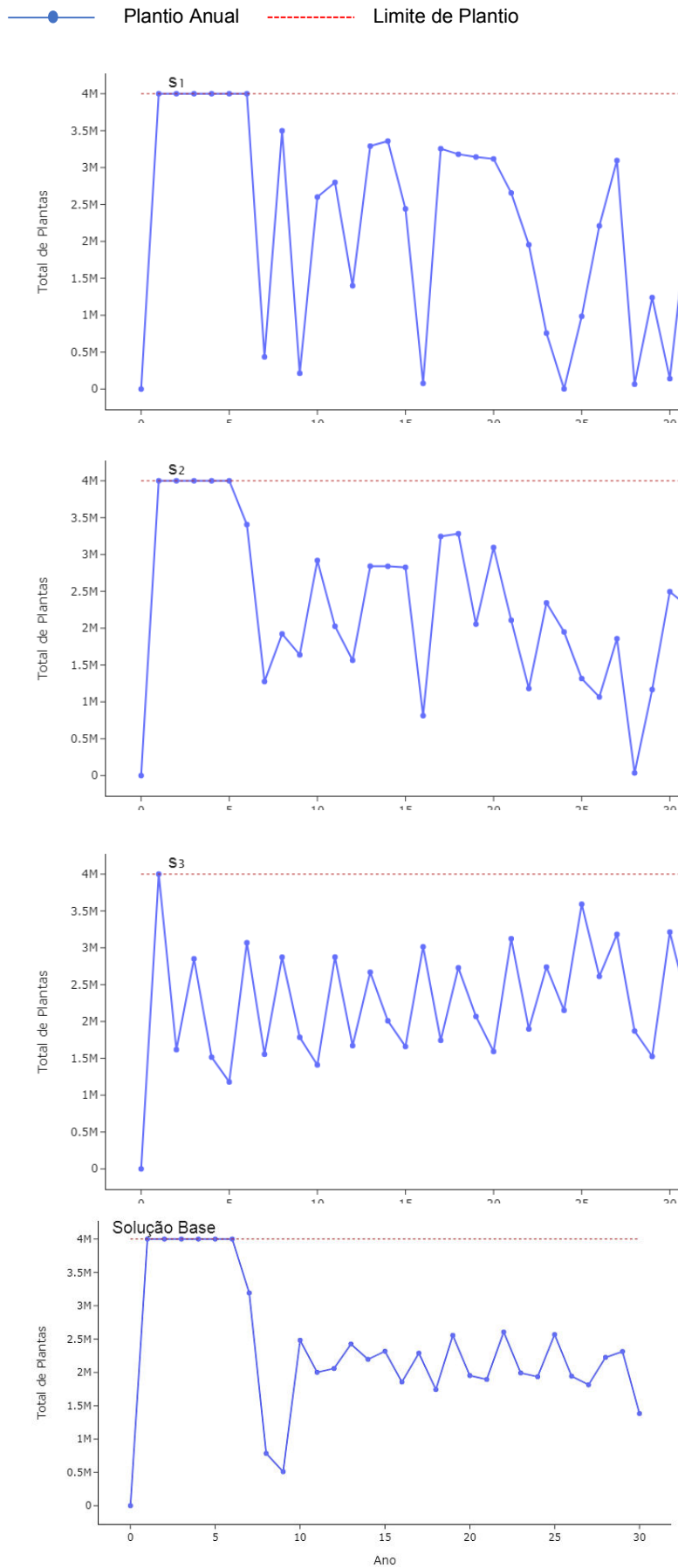
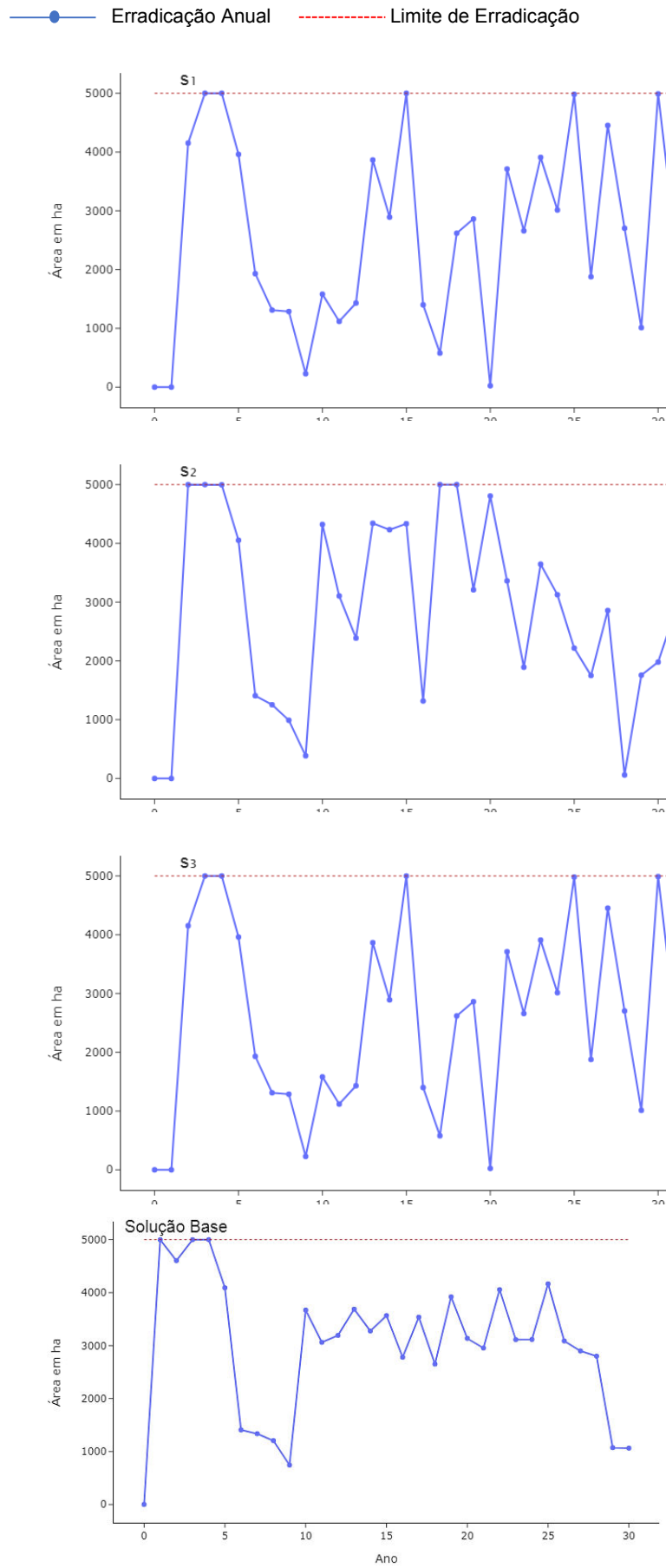


Figura A.5 – Análise da erradicação - MOPEC-S1 Multiobjetivo.



APÊNDICE B – Resultados de algumas soluções da Métrica de Tchebycheff Aumentado aplicada junto com a RF-15

Neste apêndice, são exploradas algumas soluções apresentadas na Seção 6.4.2. Para o efeito de comparação ao Apêndice A, foram selecionadas as soluções com as mesmas variações de λ_1 , λ_2 e λ_3 , i.e.:

- s'_1 onde: $[\lambda_1 = 1,00; \lambda_2 = 0,00; \lambda_3 = 0,00]$,
- s'_2 onde: $[\lambda_1 = 0,00; \lambda_2 = 1,00; \lambda_3 = 0,00]$, e
- s'_3 onde: $[\lambda_1 = 0,00; \lambda_2 = 0,00; \lambda_3 = 1,00]$.

Novamente, como medida de comparação, também será apresentada a *Solução Base*, utilizada para a validação das matheurísticas no Capítulo 5.

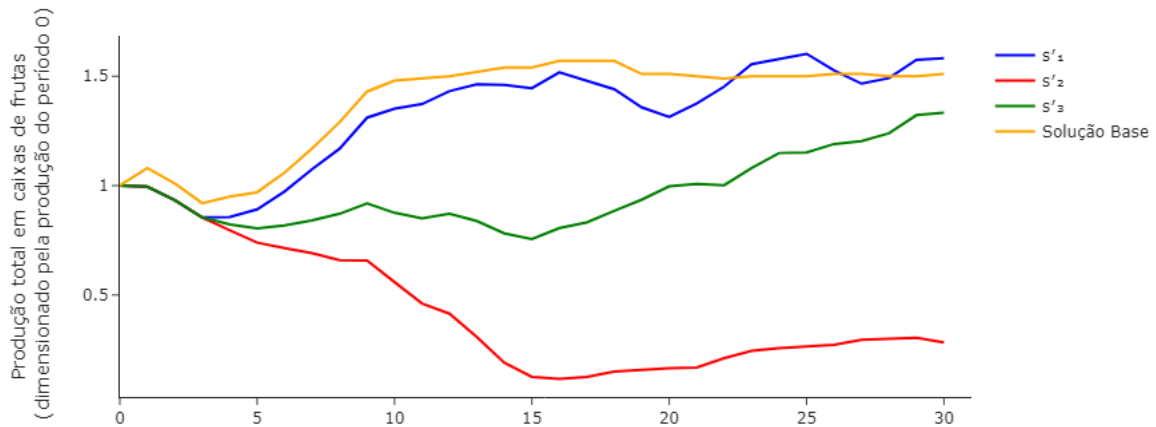
B.1 Análise de produção

A Figura B.1 ilustra a produção total (normalizada) em caixas laranja em cada ano do horizonte de planejamento, de acordo com as soluções s'_1 a s'_3 . O eixo horizontal apresenta os períodos (anos) no horizonte de planejamento, e o eixo vertical apresenta a produção de laranjas normalizada pela produção no período $t = 0$. Analisando a figura, observa-se que a solução s'_1 obteve os melhores valores em relação à produção, tendo um perfil próximo ao do comportamento da Solução Base e, superando a produção em relação à Solução Base em 8,52E+08 caixas de laranjas, sendo considerada a melhor solução desta análise.

B.2 Análise de controle etário

Os resultados dos experimentos computacionais onde o controle etário foi avaliado são apresentados na Figura B.2. Em cada subfigura, o eixo horizontal apresenta os anos do horizonte de planejamento e o eixo vertical apresenta as porcentagens de cada grupo etário

Figura B.1 – Análise de Produção das soluções s'_1 , s'_2 e s'_3 .



em relação ao total de laranjeiras plantadas. As linhas horizontais tracejadas nos gráficos correspondem aos valores mínimo e máximo dos percentuais desejados (15% e 25%, respectivamente), mas diferentes valores específicos podem ter sido impostos pela empresa para cada grupo dentro desses dois níveis.

Os gráficos da Figura B.2 indicam que somente a solução s'_3 conseguiu alcançar o equilíbrio étario, e isso ocorreu a partir do 20º ano do horizonte de planejamento. Este resultado superou a Solução Base em quatro anos, uma vez que a Solução Base conseguiu alcançar o equilíbrio étario a partir do 24º ano. Com isso, a s'_3 foi considerada a melhor solução desta análise.

B.3 Análise de controle varietal

Para a análise de controle varietal, novamente, foram observados os percentuais de produção de acordo com as diversas variedades, considerando os níveis especificados pela empresa parceira. A Figura B.3 apresenta os percentuais de cada variedade durante os períodos no horizonte de planejamento, considerando um dos polos da empresa. Como o equilíbrio varietal é feito por polo, e temos 10 polos no total, selecionamos arbitrariamente um polo representativo e mostramos a análise apenas para este polo. Os outros nove polos apresentam comportamento semelhante ao aqui analisado. Adicionalmente, as linhas horizontais tracejadas nos gráficos mostram os valores mínimo e máximo (5 e 35%, respectivamente) que são utilizados na definição do controle varietal desejado. Para cada variedade, a empresa define valores específicos dentro deste intervalo.

Os resultados apontam que a solução s'_1 e s'_3 não conseguiram alcançar o equilíbrio étario dentro do horizonte de planejamento. Por outro lado, s'_2 conseguiu alcançar o equilíbrio varietal

Figura B.2 – Análise do controle etário - MOPEC-S1 multiobjetivo com RF-15.

—●— G1 —●— G2 —●— G3 —●— G4 —●— G5 —●— 15% —●— 25%

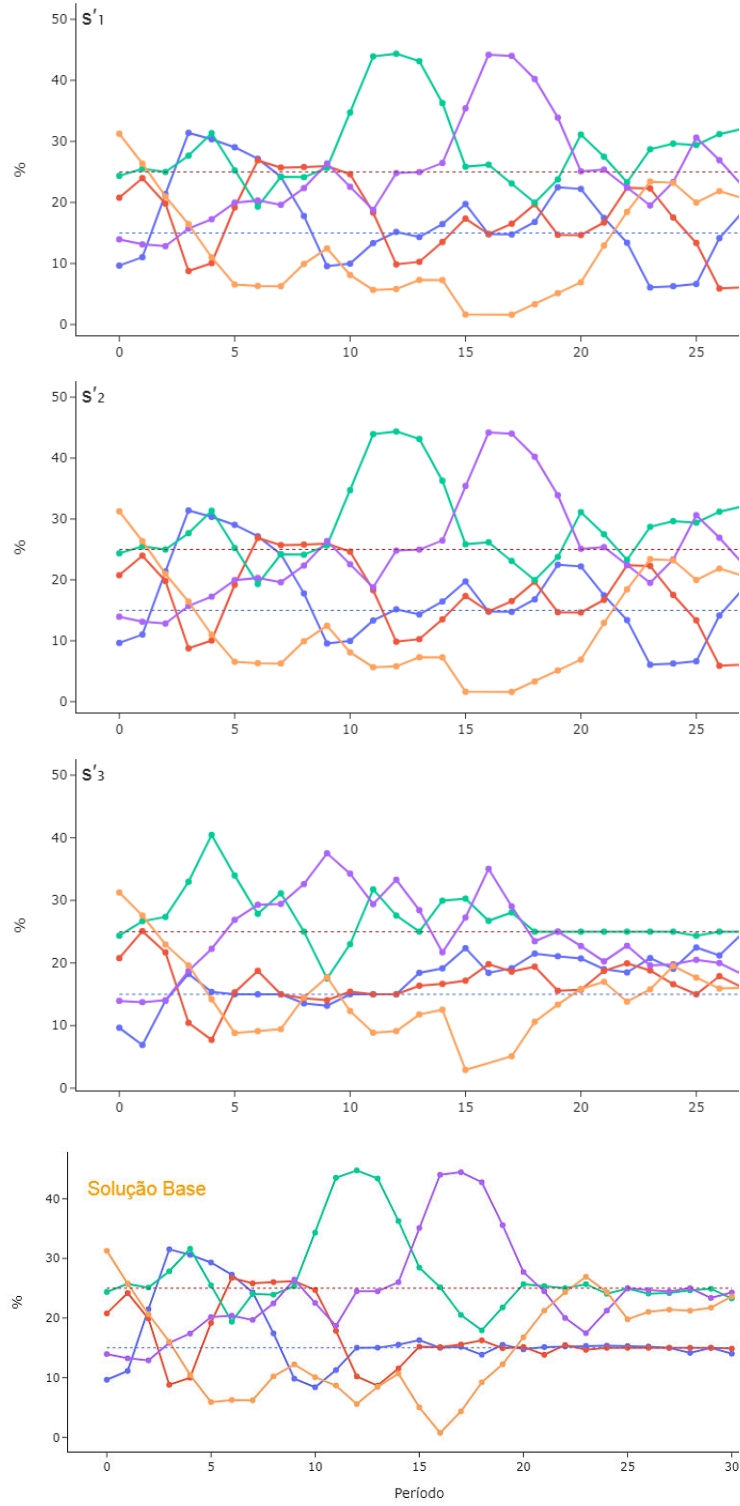
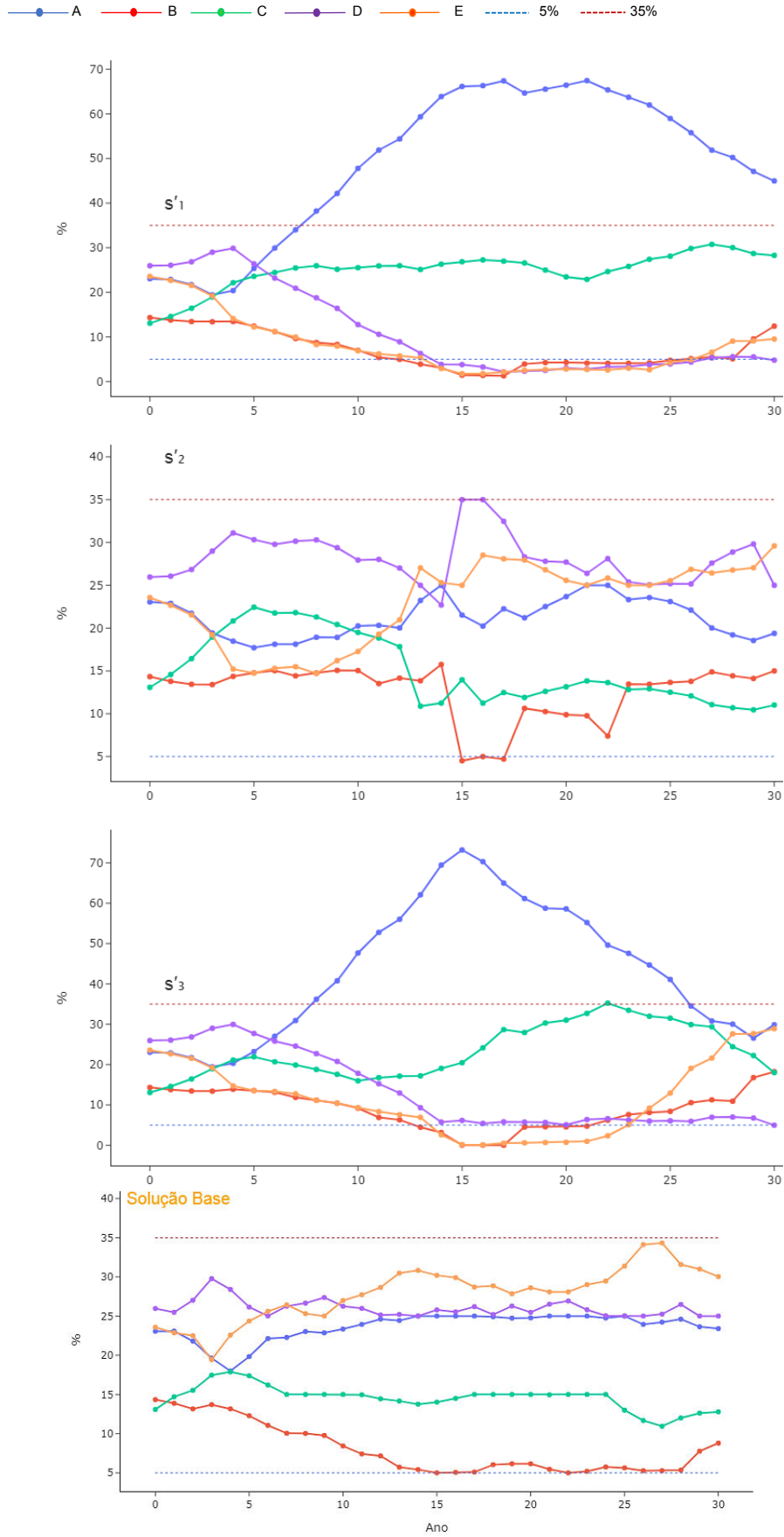


Figura B.3 – Análise do controle varietal - MOPEC-S1 multiobjetivo com RF-15.



a partir do 13º ano, que corresponde: (i) a cinco anos a mais que na solução s_2 obtida usando-se o modelo compacto, e (ii) a seis anos a mais que a Solução Base. Desta forma, nenhuma destas soluções obteve resultados satisfatórios nessas análises.

B.4 Análise de plantio e erradicação

As Figuras B.4 a B.5 ilustram o plantio e erradicação nas soluções obtidas, onde a unidade do esforço de plantio é muda de plantas e a unidade do esforço de erradicação é medida de área em ha (hectares). Na Figura B.4 observa-se que os perfis das soluções são muito específicos. O que mais chama a atenção é o perfil da solução s'_2 , que não opta por realizar o plantio de muitas mudas durante todo o horizonte de planejamento. Provavelmente, esta decisão influenciou para o alcance do equilíbrio varietal somente no 13º ano. Em relação às médias, a solução s'_1 permaneceu em $2,2/E+06$ mudas/ano, equivalente a 56,98% do limitante estabelecido, a solução s'_2 permaneceu em $3,68E+05$ mudas/ano, equivalente a 9,21% do limitante estabelecido, a solução s'_3 permaneceu em $1,91E+06$ mudas/ano, equivalente a 47,84% do limitante estabelecido. Já a Solução Base teve uma média de $2,35E+06$ mudas/ano, equivalente a 58,88% do limitante estabelecido. Desta forma, conclui-se que, nessas análises, novamente, a solução s'_2 obteve os melhores resultados.

Os perfis de erradicação apresentados na Figura B.5 também se mostraram bem específicos. O perfil da solução s'_2 não opta por realizar muitas erradicações a partir do 16º ano, tendo um pequeno crescimento no 25º ano. Em relação às médias, a solução s'_1 permaneceu em 2800,70 ha/ano equivalente a 56,01% do limitante estabelecido, a solução s'_2 permaneceu em 1595,58 ha/ano equivalente a 31,91% do limitante estabelecido, e a solução s'_3 permaneceu em 23224,79 ha/ano equivalente a 44,50% do limitante estabelecido. Já a Solução Base teve uma média de 3105,90 ha/ano equivalente a 62,11% do limitante estabelecido. Desta forma, conclui-se que, nessas análises, a solução s'_2 obteve os melhores resultados.

Figura B.4 – Análise do plantio - MOPEC-S1 multiobjetivo com RF-15.

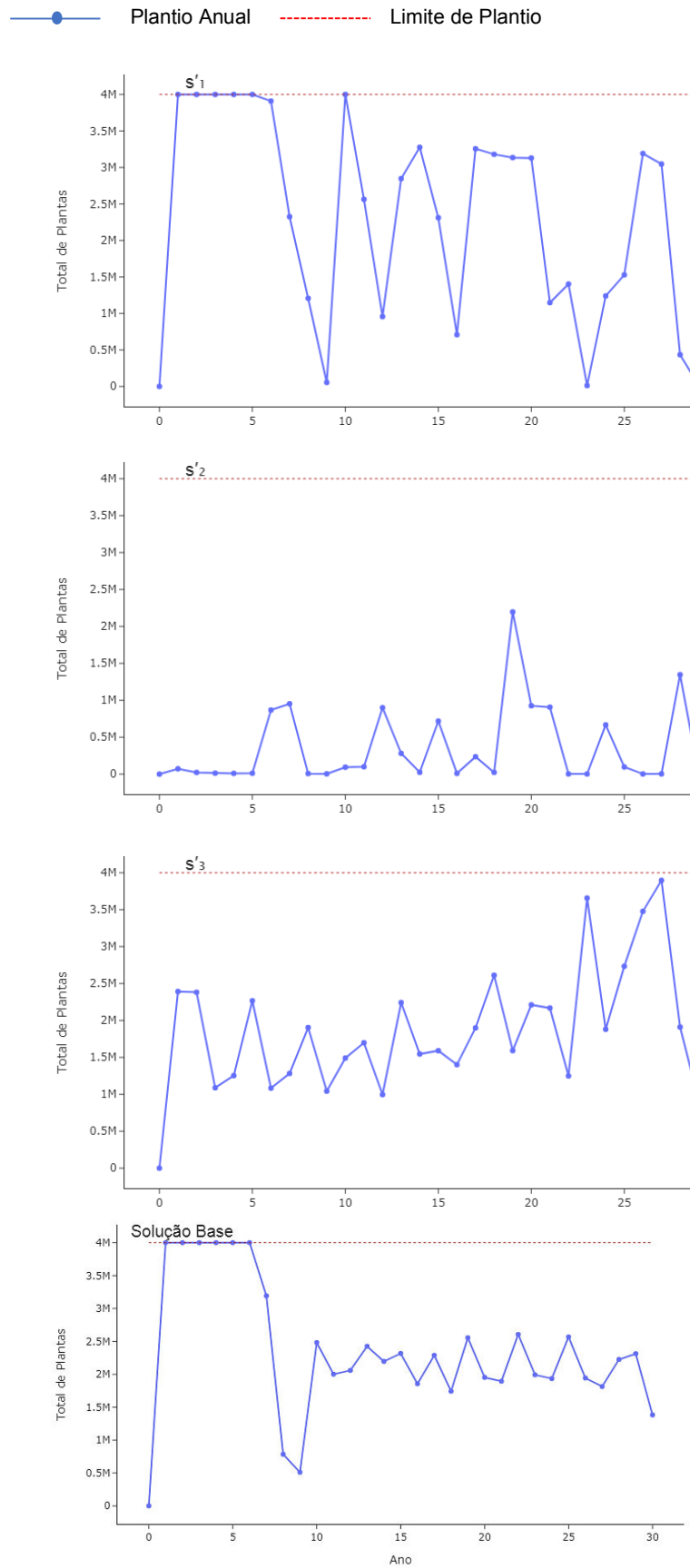


Figura B.5 – Análise da erradicação - MOPEC-S1 multiobjetivo com RF-15.

