

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

**ESPECTROSCOPIA DE ONDA DIFUSA EM UMA
NUVEM DE ÁTOMOS FRIOS**

Daniel Siqueira Coelho

São Carlos, SP
2025

Daniel Siqueira Coelho

ESPECTROSCOPIA DE ONDA DIFUSA EM UMA NUVEM DE
ÁTOMOS FRIOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como requisito parcial para obtenção do título
de bacharel em Física pela Universidade
Federal de São Carlos.

Orientador: Prof. Dr. Raul Celistrino Teixeira

São Carlos, SP
2025

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer imensamente a Deus por, em todo momento, me amparar e zelar por mim. Agradeço ao meu pilar e à razão pela qual tive a oportunidade de cursar Física em uma Universidade Federal: sem minha família, eu não teria chegado até aqui. Agradeço imensamente aos meus pais, Luis e Andrea, às minhas irmãs, Manu e Isa, à minha avó, Cleide, à minha prima Helena e a todos os meus tios e primos que sempre torceram por mim e me ampararam nos momentos de dificuldade.

Agradeço a todos os companheiros que fizeram parte da minha jornada em São Carlos. Aos que tanto me ensinaram no laboratório: Pablo, Dalila, Pedro, Márcia, Matheus, Ana, Claudio, Gustavo, Prof. Philippe e ao meu orientador, Dr. Raul, por todos os ensinamentos e pela paciência comigo, que me tornaram um estudante e um físico melhor.

Aos queridos “Crias do DF”, que tanto me auxiliaram a me manter no curso durante os ENPEs e transformaram a graduação em um espaço recheado de risadas e ótimos momentos, meu muito obrigado: Ciuffa, Barone, Eron, Brambila, Thales, Bonicas e, felizmente, muitos outros.

Agradeço aos meus companheiros de casa (ou hospício), Diego e Jhey, que se tornaram uma verdadeira família em São Carlos. Também sou grato àqueles que, mesmo de longe, se fizeram presentes: Breda, Pedro, Bella, Passos, Lorena e Anna.

E, por fim, aos docentes do Departamento de Física, que tanto me ensinaram, em especial, Dr. Maycon Motta, Dr. Adilson Jesus, Dr. Adenilson Chiquito, Dr. Javier Ramos, Dr. Raphael Santarelli e Dr. Márcio Daldin, muito obrigado.

"Tomorrow is just a dream away."

Thomas Wayne

RESUMO

No campo de pesquisas da interação luz-matéria utilizando uma nuvem densa de átomos frios, este projeto visa aplicar as técnicas de espectroscopia de ondas difusas (*Diffusing Wave Spectroscopy*, DWS) se baseando no modelo de dipolos acoplados para compreender a relevância dos termos de curto alcance ($1/r^2$ e $1/r^3$) na interação interatômica dipolar do espalhamento da luz. Neste projeto, estudaremos isso através da simulação numérica utilizando o software *MATLAB*, partindo da criação da nuvem dos átomos frios e analisando a função de autocorrelação temporal $g^{(1)}(\tau)$. A simulação será realizada com a dependência dos parâmetros de profundidade óptica (b_0) e da densidade espacial ($\rho\lambda^3$). Isso permitirá um avanço na compreensão dos fenômenos associados ao espalhamento da luz e poderá ser aplicado futuramente ao experimento do laboratório ^{88}Sr . Os resultados indicam que, para regimes de baixa profundidade óptica e baixa densidade espacial, o espalhamento é majoritariamente simples, enquanto para altas densidades e profundidades ópticas, os efeitos coletivos tornam-se mais relevantes. O trabalho conclui que a técnica de DWS pode fornecer informações importantes sobre a difusão de luz em uma nuvem de átomos frios, destacando a necessidade de estudos adicionais para explorar seus efeitos em regimes de alta densidade espacial e alta profundidade óptica.

Palavras-chave: espectroscopia de onda difusa, átomos frios, espalhamento.

ABSTRACT

In the field of light-matter interaction research using a dense cloud of cold atoms, this project aims to apply the techniques of *Diffusing Wave Spectroscopy* (DWS) based on the coupled dipole model to understand the relevance of short-range terms ($1/r^2$ and $1/r^3$) in the dipolar interatomic interaction of light scattering. In this project, this phenomenon is studied through numerical simulations using *MATLAB*, starting from the creation of the cold atom cloud and analyzing the temporal autocorrelation function $g^{(1)}(\tau)$. The simulation will be performed with dependence on the parameters of optical depth (b_0) and spatial density ($\rho\lambda^3$). This will allow advances in understanding the phenomena associated with light scattering and may be applied in future experiments at the ^{88}Sr laboratory. The results indicate that, in regimes of low optical depth and low spatial density, scattering is predominantly single, whereas for high densities and optical depths, collective effects become more significant. The study concludes that the DWS technique can provide valuable insights into light diffusion in a cloud of cold atoms, emphasizing the need for further studies to explore its effects in high spatial density and high optical depth regimes.

Keywords: diffusing wave spectroscopy, cold atoms, scattering.

SUMÁRIO

1	Introdução	8
2	Fundamentos Teóricos	11
2.1	Modelo de Dipolos Acoplados (CDM)	11
2.2	Espectroscopia de Onda Difusa (DWS)	12
2.3	Espectroscopia de Onda Difusa em uma nuvem de átomos frios	15
3	Resultados e discussões	16
3.1	Criação da nuvem	16
3.2	Baixa profundidade óptica	17
3.3	Análise de profundidade óptica (b_0)	19
3.4	Análise de densidade espacial ($\rho\lambda^3$)	21
3.5	Profundidade Óptica efetiva	23
4	Considerações finais	24
	Referências	25
	Apêndice A - Código MATLAB	27

1. INTRODUÇÃO

A luz é objeto de estudo da humanidade desde o princípio e, com o passar do tempo, os avanços dos estudos da Física e, em especial, da Mecânica Quântica, possibilitaram a explicação de fenômenos como a absorção, a emissão e o espalhamento da luz. Ainda assim, a luz continua sendo objeto de estudo na Física devido a suas diversas aplicações e fenômenos: a difusão da luz dentro de diversos meios materiais como o imageamento de tecidos biológicos [1], a perda de coerência na comunicação quântica por feixes luminosos em longas distâncias [2] e até mesmo o transporte de luz refletida em atmosferas de planetas [3].

Atualmente, temos diversos modelos que descrevem a interação entre a luz e os meios materiais, porém, são específicos e limitados: variando conforme o regime de densidade, estrutura da amostra, intensidade, geometria e largura espectral.

Ao tratarmos do espalhamento de luz para um *ensemble* atômico, outros fatores começam a ser considerados, como a interação entre as partículas [4], gerando efeitos coletivos. Estes efeitos podem ser estudados utilizando átomos de Rydberg, átomos em uma cavidade óptica ou átomos frios.

Estudos realizados nas décadas de 70 e 80 mudaram completamente as técnicas utilizadas para o resfriamento de átomos. William D. Phillips [5] foi um dos pioneiros com seu trabalho “*Cooling and Trapping Atoms*” publicado em março de 1987, que lhe rendeu o Prêmio Nobel da Física no ano de 1997.

Desde então, estas técnicas de resfriamento e aprisionamento utilizando laser evoluíram, possibilitando a criação de nuvens atômicas com temperaturas da ordem de dezenas de nanoKelvin (nK), e se diversificaram, utilizando diversas espécies atômicas (Na, Rb, Cs, K, Sr), tornando-se uma grande ferramenta para o estudo da interação luz-matéria. Esta ampla área de pesquisa possui aplicações, por exemplo, no estudo de gases quânticos degenerados [6] e na metrologia de constantes fundamentais [7].

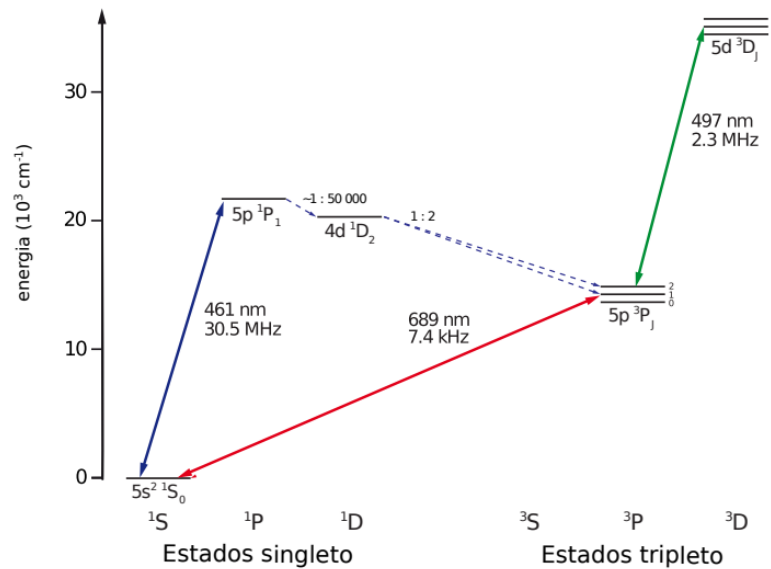
O laboratório ^{88}Sr estuda a interação radiação-matéria em uma nuvem densa de átomos frios de Estrôncio. A densidade da nuvem é comparável ao inverso do volume do comprimento de onda (λ^{-3}), ou seja, o regime no qual a distância média entre dois átomos é comparável ao comprimento de onda da luz espalhada λ . [8]

O espalhamento da luz produz interações mediadas pelos fótons de curto ($1/r^2$ e $1/r^3$) e de longo alcance ($1/r$) entre os átomos. Quando impostas a um regime de alta densidade, as interações de curto alcance se tornam mais significativas e sua interação entre os átomos é, por exemplo, responsável por diminuir a absorção luminosa esperada pela lei de Beer-Lambert [9]. Essas interações ainda não são completamente compreendidas e seus fenômenos resultantes são o nosso objeto de estudo.

Para obter a nuvem de átomos frios, utilizamos o isótopo Estrôncio-88, um metal alcalino-terroso, que possui dois elétrons em sua camada de valência e a existência de

estados com spin total igual a 0 (os chamados estados singletos) ou igual a 1 (estados tripletos). Transições ópticas que ocorrem entre estados singletos, como, por exemplo, a transição de 461 nm, são úteis para a captura dos átomos quentes vindos do forno: por possuir uma largura natural da ordem de MHz. Em contrapartida, as transições que ocorrem entre estados singletos e tripletos, como a transição de 689 nm, a princípio, proibidas por seleção de spin, são muito estreitas, possibilitando resfriar os átomos até temperaturas da ordem de μK .

Figura 1: Níveis de energia do estrôncio-88 e suas transições, separados por estados singletos e tripletos



Fonte: Adaptado de [10]

A fim de alcançarmos um regime de alta densidade da nuvem de átomos de estrôncio, utilizamos diversas técnicas já bem estabelecidas na área de pesquisa de resfriamento de átomos. Começando com Armadilhas Magneto Ópticas (AMO), que utilizam luz nas transições do estrôncio, como podemos ver as utilizadas pelo Experimento na Figura 1 acima e, depois, uma Armadilha Dipolar Óptica (ADO), onde um dipolo elétrico é induzido em toda a nuvem a partir da aplicação de um potente laser, garantindo uma nuvem de alta densidade e baixa temperatura.

A técnica de espectroscopia de onda difusa (*Diffusing Wave Spectroscopy, DWS*) é utilizada para estudar o espalhamento da luz: consiste em medir a função de correlação temporal da intensidade da luz espalhada por um meio. Ao aplicarmos o estudo da DWS em átomos frios, podemos compreender a relevância dos termos de curto alcance da interação interatômica dipolar para o espalhamento da luz nos átomos de estrôncio e nos permite obter informações sobre o número médio de eventos de espalhamento na nuvem e informações sobre os mecanismos de interação luz-matéria.

O objetivo principal para este trabalho de conclusão de curso é compreender o impacto dos termos de curto alcance da interação interatômica dipolar no espalhamento de luz por átomos em uma nuvem densa de átomos frios, através da aplicação da técnica de espectroscopia de onda difusa (DWS) com uma simulação numérica por meio de um código no software *MATLAB* buscando identificar mecanismos coletivos de desvio do modelo de marcha aleatória de fótons com nuvens de diferentes densidades ($\rho\lambda^3$) e diferentes profundidades ópticas (b_0).

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo, abordaremos os principais conceitos e princípios necessários para a compreensão da interação da luz com os átomos e, também, os fundamentos da espectroscopia de onda difusa, bem como a base necessária para a realização das simulações numéricas da nuvem de átomos frios.

2.1. MODELO DE DIPOLOS ACOPLADOS (CDM)

Considerando um ensemble atômico com N átomos j , de frequência ω_0 e transição eletrônica do tipo $J = 0 \leftrightarrow J = 1$ definimos o Modelo de Dipolos Acoplados pelo potencial de acoplamento [11]:

$$V_{j,\alpha,m,\gamma} = \frac{3}{2} \frac{e^{ik_0 r_{jm}}}{ik_0 r_{jm}^3} \left[r_{jm}^2 \epsilon_\alpha^* \epsilon_\gamma - (\mathbf{r}_{jm} \cdot \epsilon_\alpha^*)(\mathbf{r}_{jm} \cdot \epsilon_\gamma) + \left(\frac{i}{k_0 r_{jm}} - \frac{1}{(k_0 r_{jm})^2} \right) \times (r_{jm}^2 \epsilon_\alpha^* \epsilon_\gamma - 3(\mathbf{r}_{jm} \cdot \epsilon_\alpha^*)(\mathbf{r}_{jm} \cdot \epsilon_\gamma)) \right], \quad (1)$$

sendo k_0 o valor do vetor de onda na ressonância ($\omega_0 = ck_0$), $\mathbf{r}_j = (x_j, y_j, z_j)$ a posição do átomo j , $\epsilon_{\alpha,\gamma}$ um vetor unitário apontando na direção de $\alpha, \gamma = x, y, z$ tal que a evolução temporal do valor médio do operador $\hat{\beta}_{m,\alpha}(t)$ seja:

$$\frac{d\beta_{j,\alpha}^-}{dt} = i\Delta\beta_{j,\alpha}^- + \frac{i\Omega_{j,\alpha}}{2} - \frac{\Gamma}{2} \sum_{\substack{m=1\dots N \\ \gamma=x,y,z}} V_{j,\alpha,m,\gamma} \beta_{m,\gamma}^-, \quad (2)$$

sendo $\Gamma = \frac{d^2\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3}$ a taxa de decaimento natural do nível atômico, d o elemento da matriz escalar do momento de dipolo elétrico entre o nível fundamental e o nível excitado, $\Omega_{j,\alpha} = \frac{d^* E_l(\mathbf{r}_j)}{\hbar} \epsilon_\alpha^* \cdot \epsilon_l$ a frequência de Rabi do acoplamento entre a luz e a transição atômica de cada átomo, E_l o campo elétrico do laser incidido e ϵ_l o vetor unitário de sua polarização.

O primeiro termo é referente à evolução livre do dipolo atômico. O segundo representa a luz incidente no dipolo, proporcional à frequência de Rabi e o último termo indica as interações coletivas de acoplamento entre um dipolo $\beta_{j,\alpha}^-$ no campo elétrico emitido por outros átomos. Neste caso, temos a evolução temporal de um problema clássico, apesar da dedução quântica, onde $\beta_{m,\alpha}(t)$ pode ser interpretado como a amplitude de um dipolo do átomo m na direção α .

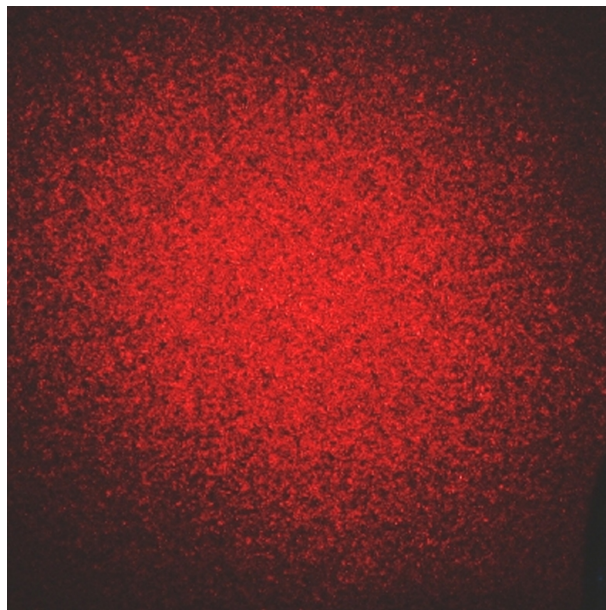
Com o Modelo de Dipolos Acoplados, podemos tratar os átomos da nossa nuvem como dipolos elétricos induzidos pela luz, os quais interagem tanto com o campo elétrico

da luz incidente quanto com o campo elétrico dos outros átomos, implicando em efeitos coletivos para o espalhamento da luz. Este modelo permite realizar simulações para o estudo de uma variedade de fenômenos ópticos.

2.2. ESPECTROSCOPIA DE ONDA DIFUSA (DWS)

O Espalhamento de Luz Dinâmico (*Dynamic Light Scattering*, DLS) [12] é uma técnica utilizada para estudar a luz espalhada e inferir características de meios materiais. Esta luz, espalhada por um conjunto de partículas, carrega informações sobre o movimento delas. Ao observarmos esta luz a uma grande distância da amostra, obtemos um perfil no qual a intensidade tem flutuações granulares, um perfil aleatório resultado da interferência da luz espalhada por diferentes centros espalhadores. Este perfil é conhecido como *Speckle* e pode ser visto na Figura 2. O tamanho angular típico de um grão de *speckle* é dado por $\Delta\theta \sim \frac{1}{kR}$, com k o número de onda da luz espalhada e R o tamanho transversal.

Figura 2: *Speckle* criado pelo espalhamento de luz laser em um pedaço de plástico.

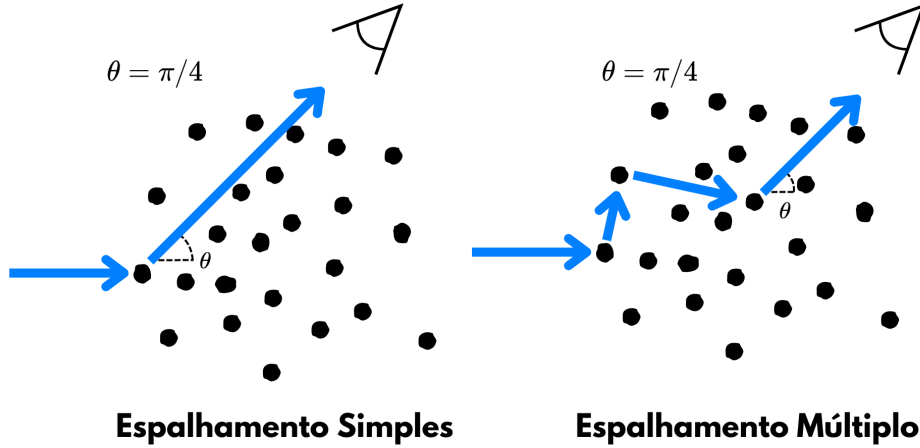


Fonte: Wikipedia [13]

O perfil, além de apresentar flutuações espaciais, apresenta flutuações temporais que ocorrem pelo movimento das partículas da amostra, alterando a posição das mesmas no tempo e alterando os perfis de *speckle*.

Definimos o espalhamento de duas formas: o espalhamento simples (*single scattering*), onde a luz é espalhada por apenas um centro espalhador e o espalhamento múltiplo (*multiple scattering*), em que a luz é espalhada por mais que um centro espalhador dentro da amostra. Um diagrama apresenta os dois tipos de espalhamento na Figura 3, com um ângulo θ em relação à direção da luz incidente.

Figura 3: Diagrama do Espalhamento Simples e Múltiplo da uma luz incidente sendo espalhada em uma nuvem de átomos em direção a um observador com um ângulo θ em relação ao feixe inicial.



Fonte: Autor

No limite onde a luz sofre espalhamento múltiplo dentro da amostra, podemos utilizar a técnica de Espectroscopia de Ondas Difusas (*Diffusing Wave Spectroscopy*, DWS) [14]. Uma técnica utilizada para medir deslocamentos extremamente pequenos (menor que o comprimento de onda da luz) através do espalhamento de luz por meios desordenados, como uma nuvem de átomos. Neste regime, a perda de coerência temporal da luz é amplificada pela luz ser espalhada por vários centros espalhadores antes de ser analisada. Isso ocorre, por ser preciso que cada centro espalhador mova-se apenas na ordem de λ para que a fase da luz mude substancialmente.

Com a DWS, analisamos a função de correlação temporal de primeira ordem, também chamada de função de autocorrelação temporal, que corresponde a uma medida da coerência média entre os campos elétricos da luz nos tempos respectivos t e $t + \tau$ em um mesmo ponto no espaço. No caso clássico e estacionário, a função é definida por:

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle E(t)^* E(t + \tau) \rangle}{\langle |E(t)|^2 \rangle}. \quad (3)$$

sendo $E(t)$ o campo elétrico da luz no tempo t , $\langle \rangle$ a média temporal, τ uma medida de tempo. Em geral, temos que $g^{(1)}(0) = 1$ e $g^{(1)}(\infty) = 0$.

Considerando um processo estacionário, podemos descrever a função de autocorrelação temporal da intensidade como:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(t) \cdot I(t + \tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2}, \quad (4)$$

com $I(t)$ a intensidade da luz no tempo t . Em um cenário onde a luz é espalhada por diversas partículas, temos que $g^{(2)}(\tau = 0) = 2$, evidenciando o comportamento dos fótons

se agrupando e, para altos valores de τ temos $g^{(2)} \simeq 1$.

Utilizando a teoria da difusão da luz, para uma luz espalhada por um alto número de centros espalhadores descorrelacionados, podemos conectar as funções de correlação usando o teorema de Siegert [15]:

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \beta |g^{(1)}(\tau)|^2, \quad (5)$$

onde o parâmetro β é determinado pela amplitude da correlação da luz em $\tau = 0$, e depende do inverso da quantidade de grãos de *speckle* M coletadas para medir a autocorrelação da forma: $\beta \sim 1/M$ com valor máximo $\beta = 1$.

A mudança de frequência causada pelo efeito Doppler para cada evento de espalhamento é dada por $\delta\omega(\theta) = \Delta k \cdot \vec{v} = k [v_{\parallel}(\cos\theta - 1) + v_{\perp} \sin\theta]$, onde v_{\parallel}, v_{\perp} são as velocidades paralela e perpendicular segundo a direção de incidência da luz definida pelo vetor de onda k , respectivamente.

Para uma nuvem de átomos frios, consideramos $\langle v_{\parallel}^2 \rangle = \langle v_{\perp}^2 \rangle = k_B T/M$, com M sendo a massa do átomo, T a temperatura da amostra e k_B a constante de Boltzmann. Temos então $\Delta\omega(\theta) = k\sqrt{2(1 - \cos\theta)k_B T/M}$, o alargamento Doppler da ressonância atômica, devido à temperatura do conjunto de átomos.

Em um limite de espalhamento simples, a função de correlação de primeira ordem $g^{(1)}(\tau, \theta)$ pode ser escrita como uma Gaussiana da forma [15]:

$$g^{(1)}(\tau, \theta) = e^{-\tau^2(1 - \cos\theta)/4\tau_c^2}, \quad (6)$$

definindo $\tau_c^{-1} = k\sqrt{k_B T/2M}$.

Ao trabalharmos com amostras desordenadas, definimos duas escalas de comprimento além do tamanho da amostra R , já definido anteriormente. Definimos o livre caminho médio de espalhamento l , referente à distância média necessária para ocorrerem dois eventos de espalhamento da luz, e o livre caminho médio de transporte l^* , definido como a distância média na qual a luz muda sua direção de propagação em $\pi/2$ com a direção inicial.

Em geral, uma amostra material apresenta $l^* \geq l$, ou seja, a probabilidade de um espalhamento para frente ocorrer ($0 < \theta \leq \pi/2$) é maior que a probabilidade de um espalhamento para trás ($\pi/2 < \theta \leq \pi$). Porém, espalhamentos isotrópicos ou dipolares apresentam $l = l^*$.

O livre caminho médio de transporte l^* determina o caminho necessário para ocorrer uma defasagem temporal suficiente para que a fase adquirida da luz seja dependente do movimento das partículas. Obtemos a função de correlação temporal de primeira ordem $g^{(1)}(\tau)$ como uma média ponderada para partículas em movimento Browniano, dada por:

$$g^{(1)}(\tau) = \int ds P(s) e^{-2\frac{\tau}{\tau_D} \frac{s}{l^*}} \quad (7)$$

com um comprimento s que a luz percorre na amostra, com isso, podemos obter a distribuição $P(s)$ do comprimento dos espalhamentos através da $g^{(1)}(\tau)$. O contrário, porém, não é viável, pois a convolução acima não é invertível.

A função de correlação temporal de primeira ordem com n eventos de espalhamento é obtida com: [15]

$$g_n^{(1)}(\tau, \theta) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} e^{-\frac{n\tau^2}{4\tau_c^2}}, \quad (8)$$

tal que a largura à meia altura da curva é dependente do termo $1/\sqrt{n}$. Por sua vez, a função de segunda ordem é obtida através da Relação de Siegert (5).

2.3. ESPECTROSCOPIA DE ONDA DIFUSA EM UMA NUVEM DE ÁTOMOS FRIOS

Para abordarmos a Espectroscopia de Onda Difusa em uma nuvem de átomos frios, consideraremos uma luz incidente em um *ensemble* atômico quase-ressonante com a transição eletrônica $J = 0 \leftrightarrow J = 1$, sendo J o momento angular total, de frequência natural ω_0 e largura natural Γ , com o parâmetro de saturação da luz $s \ll 1$ e, sendo os átomos considerados dipolos clássicos, temos $l = l^*$. Então, a seção de choque da nuvem como função da ressonância é definida por:

$$\sigma(\Delta) = \frac{\sigma_0}{1 + 4\frac{\Delta^2}{\Gamma^2}}, \quad \sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi} = \frac{6\pi}{k^2} \quad (9)$$

sendo λ o comprimento de onda da luz incidente, k_0 é o módulo do vetor de onda da luz e $\Delta = \omega - \omega_0$ a dessintonia da luz de frequência $\omega = kc$. Podemos determinar o regime de espalhamento comparando o tamanho da amostra R com o livre caminho médio l : sendo $l > R$ caracterizando o espalhamento simples e $l \lesssim R$ o espalhamento múltiplo.

Em uma nuvem com N átomos, com uma densidade espacial de distribuição $\rho(x, y, z)$, onde (x, y, z) correspondem à posição de cada átomo, a profundidade óptica da nuvem no seu centro ($x = 0, y = 0$) para luz se propagando na direção z é definida por:

$$b = \sigma(\Delta) \int \rho(z) dz \rightarrow b_0 = \sigma_0 \int_{-\infty}^{\infty} dz \rho(x = 0, y = 0, z) = \frac{6\pi}{k_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} dz \rho(0, 0, z), \quad (10)$$

onde b é a profundidade óptica da nuvem e b_0 a profundidade óptica da nuvem na ressonância. Definindo $b_0 = R/l$, em geral, podemos definir o regime de espalhamento de acordo com a profundidade óptica da nuvem sendo majoritariamente simples com $b_0 < 1$ e múltiplo com $b_0 \gtrsim 1$.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1. CRIAÇÃO DA NUVEM

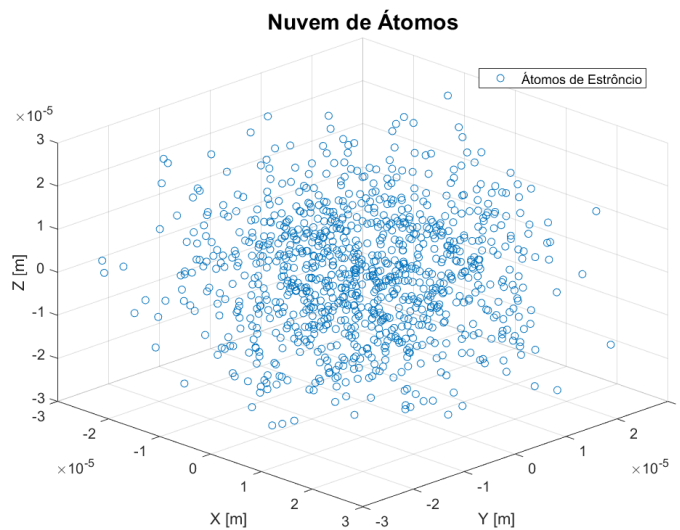
Para a realização da simulação numérica para a obtenção da função de correlação temporal do campo elétrico da luz espalhada por uma nuvem de átomos frios, optou-se por utilizar o software *MATLAB* por ser uma ferramenta poderosa para cálculos numéricos com baixo custo computacional e com rapidez para execução de códigos, especialmente em operações matriciais e vetoriais.

Para este projeto, desenvolveu-se um código que pudesse replicar uma nuvem de átomos frios de Estrôncio: definindo parâmetros da nuvem como a temperatura T , profundidade óptica b_0 e densidade espacial na ordem do comprimento de onda da luz $\rho\lambda^3(x, y, z)$, um determinado número de átomos N na nuvem de raio R é gerado com uma distribuição gaussiana da forma:

$$\rho(x, y, z) = \frac{N}{(2\pi)^{3/2}R^3} e^{-\frac{x^2+y^2-z^2}{2R^2}} \quad (11)$$

A nuvem atômica é gerada com uma condição de exclusão de volume, que impõe uma distância mínima de $\rho^{-1/3}/\pi$ entre as posições iniciais dos átomos. Este critério evita a sobreposição espacial dos átomos, garantindo uma distribuição inicial fisicamente realista. Após isso, a nuvem evolui temporalmente com uma distribuição de velocidades da forma $v_0 = \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$ com m a massa do Estrôncio-88 e k_B a constante de Boltzmann. A configuração inicial da nuvem pode ser vista na Figura 4, abaixo.

Figura 4: Criação de uma nuvem de átomos de Estrôncio em simulação feita no MATLAB. Temperatura $T = 1,2 \cdot 10^{-6} K$; Profundidade óptica $b_0 = 0,1$; Densidade espacial $\rho\lambda^3 = 0,003$ e Número de átomos $N = 1021$.

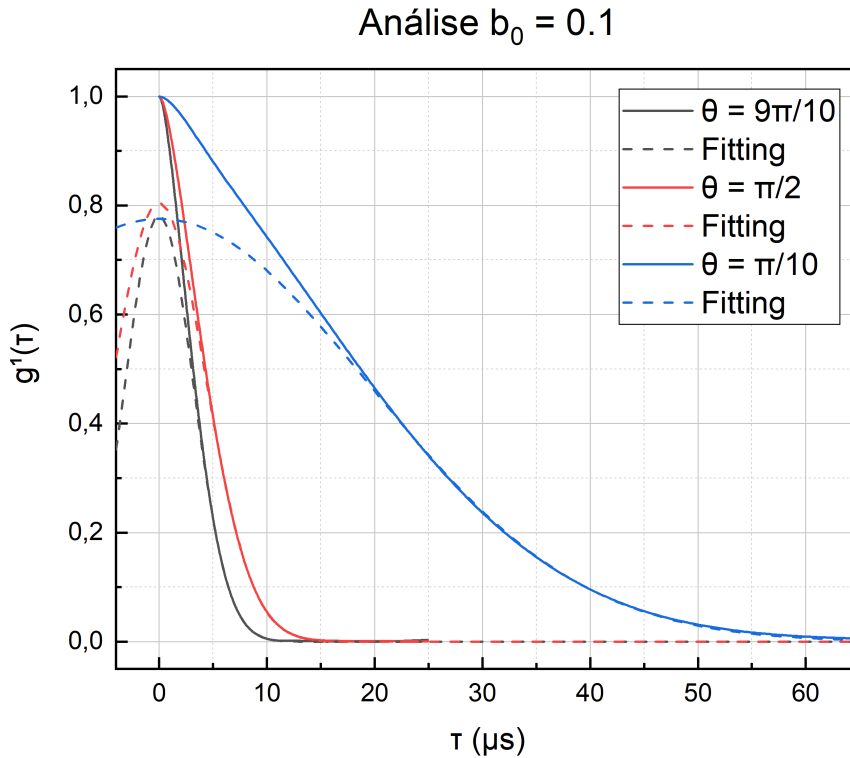


Fonte: Autor

3.2. BAIXA PROFUNDIDADE ÓPTICA

Para começar os estudos da espectroscopia de onda difusa em uma nuvem de átomos frios, analisamos a função de correlação temporal $g^{(1)}(\tau)$ com uma profundidade óptica baixa $b_0 = 0,1$ e uma densidade também baixa $\rho\lambda^3 = 0,003$. Assim, obtivemos uma nuvem com $N = 1021$ átomos e esperamos que a luz incidente sofra apenas espalhamento simples. Realizamos a simulação para três ângulos de detecção (em relação ao feixe incidente) diferentes: $\theta = 9\pi/10$, $\pi/2$ e $\pi/10$. Os resultados obtidos podem ser vistos na Figura 5, abaixo.

Figura 5: Gráfico da função de correlação temporal $g^{(1)}(\tau)$ em função do tempo τ para profundidade óptica $b_0 = 0,1$, densidade espacial $\rho\lambda^3 = 0,003$ e ângulo de detecção $\theta = 9\pi/10$, $\pi/2$ e $\pi/10$.



Fonte: Autor

Um ajuste na plataforma Origin foi traçado em cada uma das funções de correlação temporal utilizando uma curva gaussiana com base na Equação (6). Estes ajustes consideraram apenas a curva para tempos longos, ou seja, a “asa” da curva de correlação. Espera-se que o espalhamento múltiplo se torne menos relevante e a função se torne majoritariamente associada ao espalhamento simples. Assim, podemos comparar o ω obtido para cada curva com o $\omega_{teo} = \tau_c / (1 - \cos(\theta))$ para cada valor de θ na Tabela 1. Temos que $\tau_c = 8,71 \cdot 10^{-6}$ para os átomos de Estrôncio com $m = 1,46 \cdot 10^{-25}$ kg.

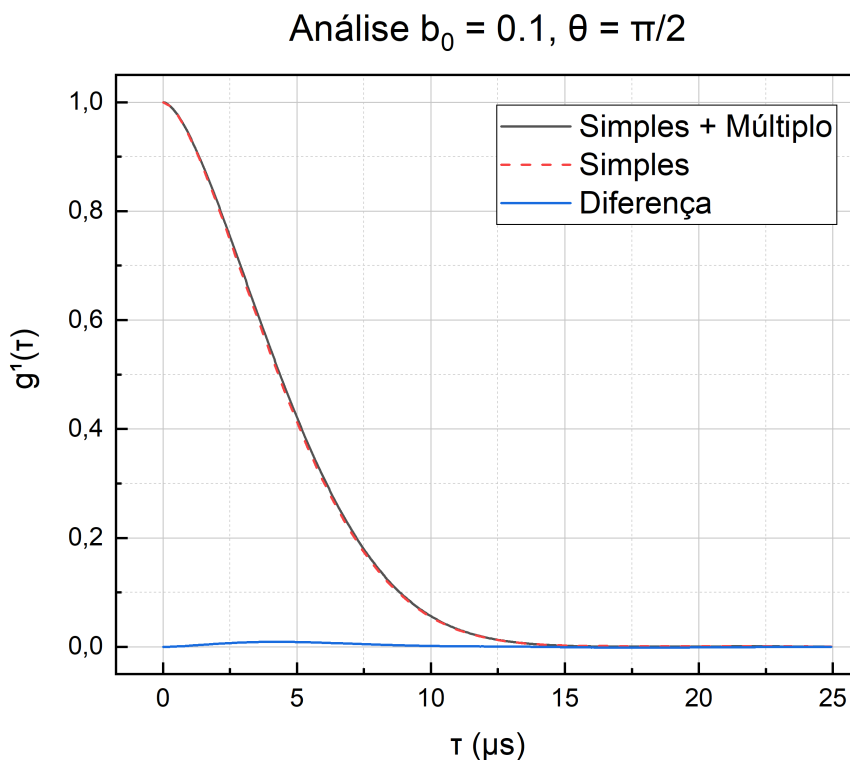
Tabela 1: Comparação entre os resultados obtidos na simulação numérica ω com os resultados calculados ω_{teo} para cada valor de θ da $g^{(1)}(\tau)$ para $b_0 = 0,1$ e $\rho\lambda^3 = 0,003$.

θ [rad]	ω_{teo} [μs]	ω [μs]	Concordância [%]
$9\pi/10$	6,235	$6,340 \pm 0,007$	98,33
$\pi/2$	8,710	$8,592 \pm 0,005$	98,65
$\pi/10$	39,37	$39,10 \pm 0,04$	99,09

Fonte: Autor

Analisando os valores obtidos de ω para cada valor de θ em um regime de baixa densidade e baixa profundidade óptica com concordância média de 98,69% com os valores de ω_{teo} somado aos parâmetros de ajuste da curva $R^2 = 0,999$ e $\chi^2 = 2,402 \cdot 10^{-6}$, valida a simulação numérica para o estudo de DWS em uma nuvem de átomos frios.

Figura 6: Gráfico da função de correlação temporal $g^{(1)}(\tau)$ em função do tempo τ para profundidade óptica $b_0 = 0,1$, densidade espacial $\rho\lambda^3 = 0,003$ e ângulo de detecção $\theta = \pi/2$ para luz com espalhamento simples e luz com espalhamento simples + múltiplo.



Fonte: Autor

Realizou-se outra simulação com os mesmos parâmetros ($b_0 = 0,1$ e $\rho\lambda^3 = 0,003$), porém, retiramos os termos diagonais da matriz referente ao espalhamento vetorial da luz, o último termo da Equação (2). Assim, garantindo somente espalhamento simples. Os resultados obtidos para $\theta = \pi/2$ somente com o espalhamento simples e os resultados

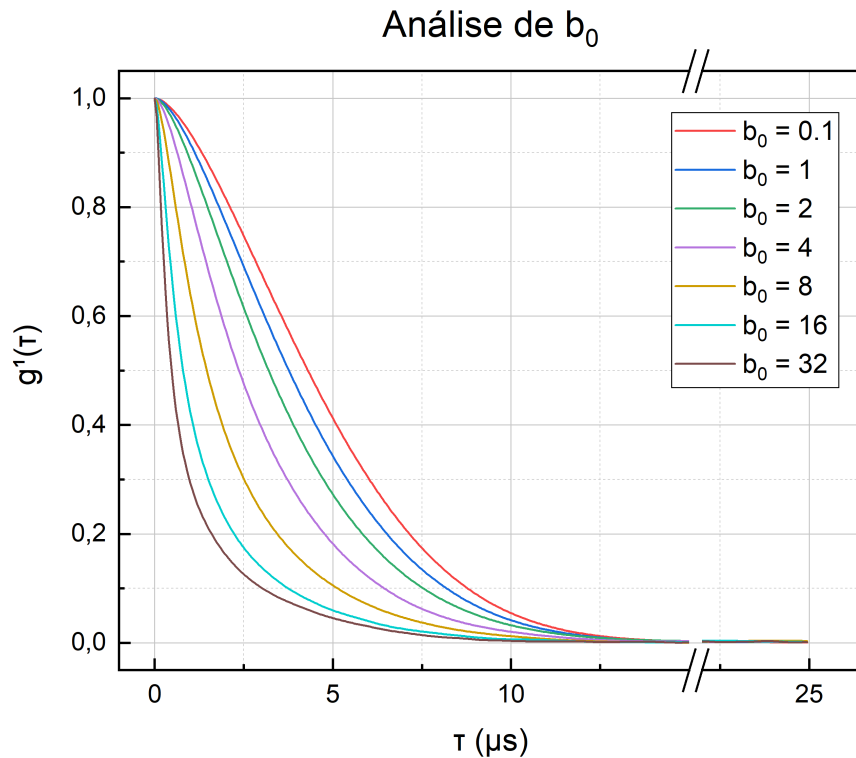
prévios (espalhamento simples + múltiplo) podem ser vistos no gráfico da Figura 6.

Uma curva adicional foi plotada: a diferença entre a função $g^{(1)}(\tau)$ para os dois casos, em azul, no gráfico. Com isso, podemos confirmar que, para o regime de baixa densidade óptica e baixa densidade espacial, teremos somente espalhamento simples ocorrendo na nuvem de átomos.

3.3. ANÁLISE DE PROFUNDIDADE ÓPTICA (b_0)

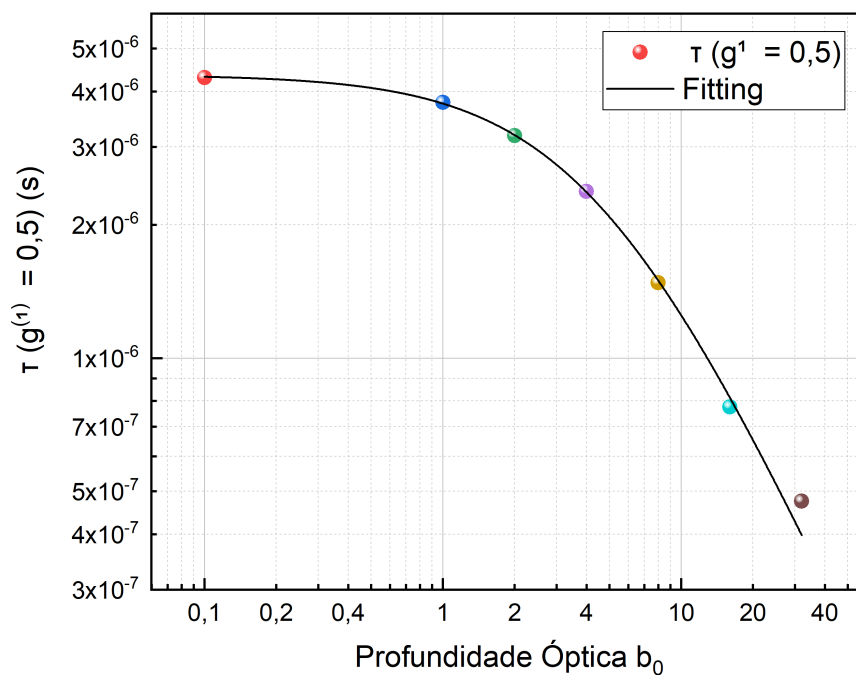
Após entendermos o comportamento da função de correlação temporal para um regime de baixa profundidade óptica e baixa densidade espacial, analisamos a $g^{(1)}(\tau)$ para diferentes valores de profundidade óptica $b_0 = 0,1; 1; 2; 4; 8; 16$ e 32 e com $\theta = \pi/2$. O número de átomos N é dependente dos parâmetros b_0 e $\rho\lambda^3$ da forma $N = (\frac{2\pi}{3})^3 \cdot \frac{b_0^3}{(\rho\lambda^3)^2}$ e, por limitações computacionais, optamos por manter o número de átomos em torno de 500 a 1000, alterando a densidade espacial para cada valor de profundidade óptica. Realizamos o plot do gráfico da função de correlação temporal para cada valor de b_0 na Figura 7.

Figura 7: Gráfico da função de correlação temporal $g^{(1)}(\tau)$ em função do tempo τ para diferentes valores de profundidade óptica $b_0 = 0,1; 1; 2; 4; 8; 16$ e 32 e diferentes valores de densidade espacial $\rho\lambda^3 = 0,003; 0,09; 0,38; 1,01; 2,8; 7,8$ e 23 , respectivamente.



Para a análise deste gráfico, temos a variação de dois parâmetros, tanto b_0 quanto $\rho\lambda^3$ variam, assim, não podemos atribuir todo o comportamento da curva à variação da profundidade óptica somente. Apesar disso, nota-se que, para valores de b_0 mais altos, a curva tem uma queda mais acentuada: podemos atribuir esse comportamento ao resultado do espalhamento múltiplo na nuvem, fazendo com que a luz perca a correlação mais rapidamente ao ser comparada a uma curva de espalhamento simples ($b_0 = 0,1$) na Figura 5.

Figura 8: Gráfico em escala log-log do tempo τ necessário para que a função de correlação temporal atinga a meia-altura $g^{(1)}(\tau) = 0,5$ em função da profundidade óptica b_0 .



Fonte: Autor

Para evidenciar este comportamento, geramos um gráfico na Figura 8 do tempo τ em que a função de correlação temporal atinge a meia-altura para cada valor de profundidade óptica. Então, realizou-se o ajuste de uma função da forma $\tau = \frac{A}{1+(b_0/B)^p}$ nos dados obtidos. Os parâmetros adquiridos estão presentes na Tabela 2.

Tabela 2: Tabela dos parâmetros obtidos do ajuste realizado no gráfico da Figura 8.

A [μs]	B	p	χ^2	R^2
$4,36 \pm 0,05$	$4,64 \pm 0,15$	$1,19 \pm 0,04$	$2,159 \times 10^{-15}$	0,999

Fonte: Autor

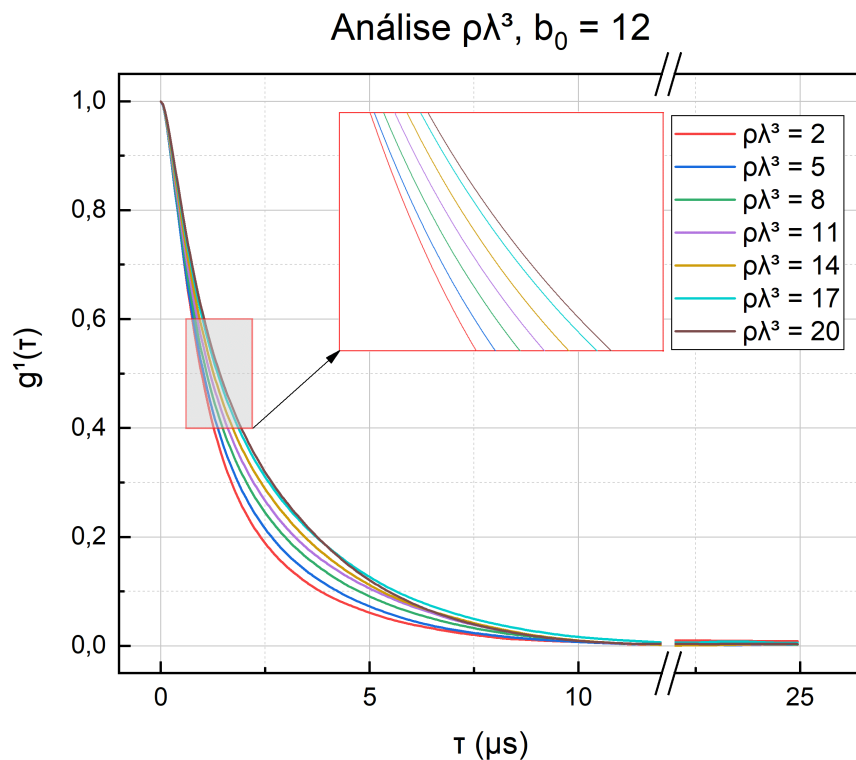
A curva obtida tem como finalidade buscar uma relação da profundidade óptica com o tempo médio de correlação temporal da luz espalhada pela nuvem. Podemos

caracterizar a dependência com b_0 em dois regimes: o primeiro, para baixas profundidades ópticas, onde temos majoritariamente espalhamento simples e a função tende a um valor constante $A = (4,36 \pm 0,05) \mu\text{s}$ sendo a largura a meia-altura referente a metade da largura gaussiana ω discutida na Tabela 1 e um segundo, para b_0 alto, no qual a função se torna dependente de b_0^{-p} com $p = 1,19 \pm 0,04$ e percebe-se o impacto da descorrelação causada pelo espalhamento múltiplo. A transição entre os regimes pode ser caracterizada pelo valor da razão b_0/B com $B = 4,64 \pm 0,15$, correspondente ao valor da profundidade óptica b_0 que separa os dois regimes de comportamento.

3.4. ANÁLISE DE DENSIDADE ESPACIAL ($\rho\lambda^3$)

Analisou-se também a dependência da $g^{(1)}(\tau)$ com a densidade espacial $\rho\lambda^3$. Para isso, fixaremos a profundidade óptica $b_0 = 12$ e o ângulo de detecção $\theta = \pi/2$. Foram utilizados 7 valores diferentes de densidade espacial $\rho\lambda^3 = 2; 5; 8; 11; 14; 17; 20$ presentes no gráfico da Figura 9.

Figura 9: Gráfico da função de correlação temporal $g^{(1)}(\tau)$ em função do tempo τ para profundidade óptica $b_0 = 12$ e diferentes valores de densidade espacial $\rho\lambda^3 = 2; 5; 8; 11; 14; 17$ e 20.

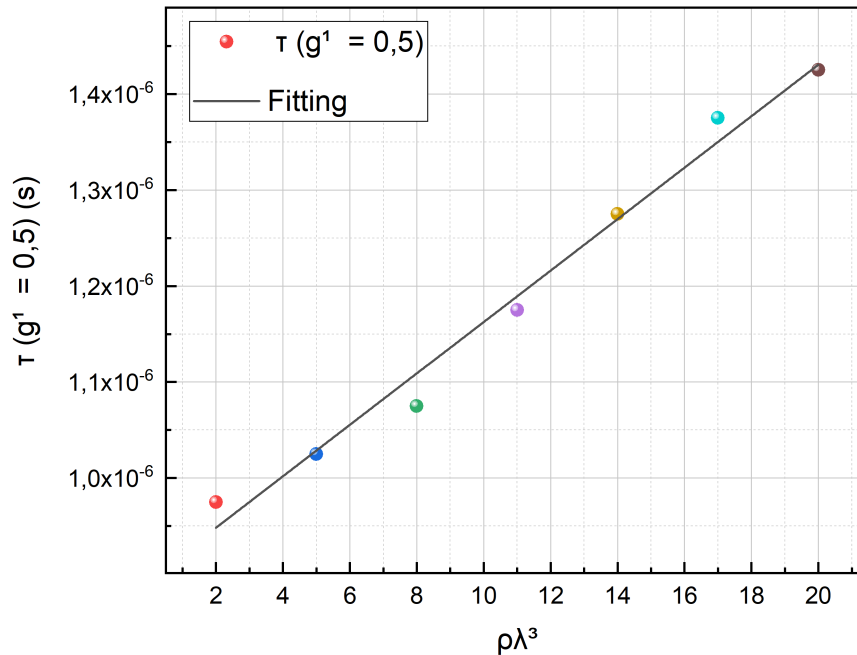


Fonte: Autor

Novamente, realizou-se uma análise do tempo τ para a meia-altura da função de

correção temporal $g^{(1)}(\tau) = 0,5$ em função da densidade espacial $\rho\lambda^3$, apresentada no gráfico da Figura 10.

Figura 10: Gráfico do tempo τ necessário para que $g^{(1)}(\tau) = 0,5$ em função da densidade espacial $\rho\lambda^3$ para profundidade óptica $b_0 = 12$.



Fonte: Autor

No gráfico acima, é possível ver um comportamento linear do tempo τ em que a função de correlação temporal atinge a metade de seu valor, então, realizamos um ajuste de uma função linear com $\tau = A + B \cdot \rho\lambda^3$. Os parâmetros obtidos estão presentes na Tabela 3 e apresentam um bom ajuste com os dados obtidos da simulação.

Tabela 3: Tabela dos parâmetros obtidos do ajuste realizado no gráfico da Figura 10.

$A \times 10^{-7}$	$B \times 10^{-8}$	χ^2	R^2
$8,95 \pm 0,19$	$2,68 \pm 0,15$	$5,536 \times 10^{-16}$	0,985

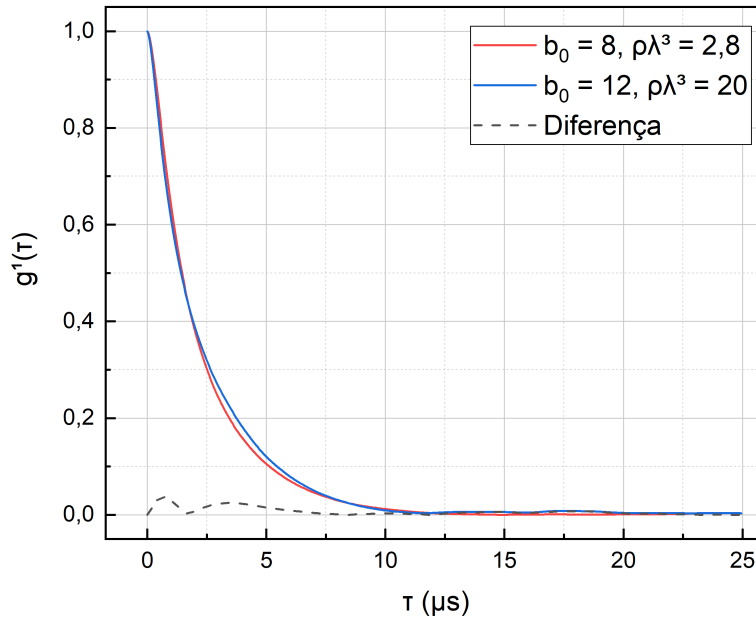
Fonte: Autor

O comportamento linear do valor de $g^{(1)} = 0,5$ aumenta conforme a densidade especial aumenta. Então, podemos afirmar que, graças aos efeitos de densidade na nuvem de átomos frios, mais tempo a luz espalhada leva para se descorrelacionar, onde $g^{(1)}(\tau \rightarrow \infty) = 0$. Isso ocorre pela diminuição efetiva da seção de choque de cada átomo dentro da nuvem, causada pelo aumento da densidade.

3.5. PROFUNDIDADE ÓPTICA EFETIVA

Por fim, comparamos dois resultados obtidos previamente neste trabalho: a função de correlação temporal com profundidade óptica $b_0 = 8$ e densidade espacial $\rho\lambda^3 = 2,8$ e com profundidade óptica $b_0 = 12$ e densidade espacial $\rho\lambda^3 = 20$.

Figura 11: Gráfico da comparação da função de correlação temporal $g^{(1)}(\tau)$ para $b_0 = 8$ e $\rho\lambda^3 = 2,8$ com $b_0 = 12$ e $\rho\lambda^3 = 12$.



Fonte: Autor

O *plot* na Figura 11 foi feito com a curva da diferença do valor dos resultados das simulações. Podemos afirmar que, apesar de possuírem diferentes valores de profundidade óptica e de densidade espacial, a função de correlação das duas é igual. A isso, atribuímos um parâmetro de profundidade óptica efetiva $b_{0_{eff}}$ que relaciona os parâmetros b_0 e $\rho\lambda^3$.

A partir deste $b_{0_{eff}}$, diferente do b_0 que pode ser calculado através da Equação (10), podemos notar as modificações do comportamento da luz dentro da nuvem, dada por efeitos coletivos. Enquanto b_0 trabalha com a luz para centros espalhadores independentes, a profundidade óptica efetiva evidencia a influência de outros átomos no espalhamento da luz.

Portanto, podemos tratar esta mudança como uma diminuição efetiva na seção de choque $\sigma(\Delta)$ dos átomos da nuvem. Futuramente, medições experimentais possibilitarão a medida da transmissão da luz dentro da nuvem para uma análise mais profunda do problema.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Trabalho de Conclusão de Curso apresenta o uso da técnica de Espectroscopia de Onda Difusa aplicada em uma nuvem de átomos frios de Estrôncio utilizando simulações numéricas. Esta aplicação nos permitiu obter informações sobre a relevância dos termos de curto alcance da interação dipolar atômica e compreender a dependência da profundidade óptica e da densidade espacial da nuvem para o espalhamento de luz.

Em um regime de profundidade óptica baixo ($b_0 = 0,1$) e densidade espacial também baixa ($\rho\lambda^3 = 0,003$) obtivemos que possuíamos somente espalhamento simples na nuvem. Além disso, utilizamos este regime como um método de calibração para os códigos de simulação numérica empregados.

Analisamos a dependência da $g^{(1)}(\tau)$ com a profundidade óptica b_0 . Esta análise evidenciou que a luz se descorrelaciona mais rapidamente para valores mais altos de b_0 , porém, a mesma contém também uma dependência da densidade espacial devido aos limites computacionais da simulação numérica. No ajuste realizado de $\tau(g^{(1)} = 0,5)$ foi possível caracterizar a dependência da profundidade óptica em dois regimes: para baixo b_0 , espalhamento simples e mais tempo para perder a correlação do campo elétrico, enquanto para alto b_0 temos majoritariamente espalhamento múltiplo e tendemos a um tempo τ constante no qual $g^{(1)} = 0,5$.

Também, realizamos testes para uma nuvem com profundidade óptica fixa ($b_0 = 12$) e analisamos a dependência da função de correlação temporal da luz espalhada $g^{(1)}(\tau)$ com a densidade espacial $\rho\lambda^3$. Obtivemos resultados que evidenciam os efeitos de densidade dentro da nuvem, onde a luz toma mais tempo para se descorrelacionar conforme a densidade espacial aumenta devido à diminuição do livre caminho médio de transporte.

Por fim, comparando duas funções de correlação temporal para diferentes valores de densidade espacial e profundidade óptica, observou-se que as curvas são iguais. Neste caso, podemos perceber a interferência da presença de um átomo no espalhamento de luz de outro átomo, sugerindo a existência de uma profundidade óptica efetiva dependente de ambos os parâmetros ou até mesmo da diminuição efetiva da seção de choque dos átomos $\sigma(\Delta)$.

Portanto, este trabalho se mostrou satisfatório para a compreensão da técnica de *DWS* para uma nuvem de átomos frios e constatou a necessidade de mais estudos, simulações e até aplicações práticas para compreender os efeitos da difusão de luz em uma amostra de átomos frios, em especial, quando trabalhados em um regime de alta densidade espacial e alta profundidade óptica. Este trabalho será utilizado como um guia para a implementação das técnicas de Espectroscopia de Onda Difusa no experimento de átomos frios de Estrôncio realizados no laboratório ^{88}Sr .

REFERÊNCIAS

- [1] JARRY, G. et al. Coherence and polarization of light propagating through scattering media and biological tissues. **Applied optics**, v. 37, n. 31, p. 7357–7367, 1998.
- [2] CAI, W.-Q. et al. Free-space quantum key distribution during daylight and at night. **Optica**, v. 11, n. 5, p. 647, 2024.
- [3] GOODY, R. Light scattering in planetary atmospheres. **Planetary and space science**, v. 25, n. 2, p. 207, 1977.
- [4] GUERIN, W.; ROUABAH, M. T.; KAISER, R. Light interacting with atomic ensembles: collective, cooperative and mesoscopic effects. **Journal of modern optics**, v. 64, n. 9, p. 895–907, 2017.
- [5] PHILLIPS, W. D.; METCALF, H. J. Cooling and trapping atoms. **Scientific American**, v. 256, n. 3, p. 50–56, 1987.
- [6] HENN, E. A. L. et al. Bose-Einstein condensation in 87Rb: characterization of the Brazilian experiment. **Brazilian journal of physics**, v. 38, n. 2, p. 279–286, 2008.
- [7] UDEM, T.; HOLZWARATH, R.; HÄNSCH, T. W. Optical frequency metrology. **Nature**, v. 416, n. 6877, p. 233–237, 2002.
- [8] JENNEWEIN, S. et al. Coherent scattering of near-resonant light by a dense microscopic cold atomic cloud. **Physical review letters**, v. 116, n. 23, p. 233601, 2016.
- [9] PELLEGRINO, J. et al. Observation of suppression of light scattering induced by dipole-dipole interactions in a cold-atom ensemble. **Physical review letters**, v. 113, n. 13, p. 133602, 2014.
- [10] STELLMER, S.; SCHRECK, F.; KILLIAN, T. C. DEGENERATE QUANTUM GASES OF STRONTIUM. Em: **Annual Review of Cold Atoms and Molecules**. [s.l.] WORLD SCIENTIFIC, 2014. p. 1–80.
- [11] FERNANDEZ, M. F. et al. Coherent transmission of light through a dense cloud of cold atoms. **YOUNG ATOM OPTICIANS CONFERENCE – YAO**, 2023. Anais [...]. Institute of Photonic Sciences - ICFO, 2023. Disponível em: <https://yao2023.icfo.eu/wp-content/uploads/2023/06/YA02023_program_digital_09June_compressed.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2025.
- [12] GOLDBURG, W. I. Dynamic light scattering. **American journal of physics**, v. 67, n. 12, p. 1152–1160, 1999.

- [13] WIKIPEDIA CONTRIBUTORS. **Speckle (interference)**. Disponível em: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Speckle_\(interference\)&oldid=1263250423](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Speckle_(interference)&oldid=1263250423)>. Acesso em: 29 jan. 2025
- [14] PINE, D. J. et al. Diffusing wave spectroscopy. **Physical review letters**, v. 60, n. 12, p. 1134–1137, 1988.
- [15] ELOY, A. et al. Diffusing-wave spectroscopy of cold atoms in ballistic motion. **Physical review. A**, v. 97, n. 1, 2018.

APÊNDICE A - CÓDIGO MATLAB

Código utilizado para criação da nuvem de átomos frios e cálculo da função de correlação temporal $g^{(1)}(\tau)$ feito no MATLAB.

```

clear;
close all;

%% *** Physical constants ***
lambda = 460.82e-9; % wavelength
k = 2*pi/lambda; % wave number;
kB = 1.38e-23; % Boltzmann constant
Temp = 1.5e-6; % temperature in K
mSr88 = 87.9*1.660538921e-27; % mass of an strontium atom
Gamma = 0 % detuning
V0 = sqrt(kB*Temp/mSr88); % RMS velocity in one
    direction
hbar = 1.05457148e-34; % reduced Planck constant
epsilon0 = 8.85418782e-12; % vacuum electric
    permittivity
ddip = sqrt((hbar*2*pi)*epsilon0/k^3*Gamma); % dipole

%% *** Simulation parameters ***
Tf = 5e-5; % Final time in second
dt = 5e-8; % Time step in second
time = 0:dt:Tf; % Time grid
ltime = length(time);
ltimeg1 = floor(ltime/2); % length vector for the g1
    calculation

Nreal = 200; % Number of realizations
b0= 12; % [0.1,1,2,4,8,16,32] % resonant optical thickness
len = length(b0);
rholambda3 = 8; %[2,5,8,11,14,17,20];

%% Observation grid %%
Nphi = 200;
Phi = (0:2*pi/Nphi:2*pi-2*pi/Nphi);
for ThObs = [pi/10, pi/2, 9*pi/10]

N = zeros(len,1);
tic

E1 = zeros(ltime,Nphi,Nreal,len); % Creating Electric field
    vectors
E2 = E1;

```

```

E3 = E1;

g11 = zeros(ltimeg1,Nphi,Nreal,len);
g12 = g11;

for ib = 1:len

    sigma = (2*pi)^1.5/3*b0(ib)./rholambda3(ib);
    R(ib) = sigma/k;
    Nat=sigma.^2.*b0(ib)/3;
    N(ib)=round(Nat);
    disp(N(ib))
    omega_trap = V0/R(ib);           % trapping frequency of the
        % confining potential to guarantee same average size during atomic
        % movement

    Ro = 1000*R;                     % distance of observation

    %% Incident beam (plane wave)
    E0 = 1;                          % sqrt(2*I0/c/epsilon0);
    Elaser = @(x,y,z) E0*exp(1i*k*z); % plane wave

    %% Gaussian cloud
    for j=1:Nreal

        disp(j);

        %%%%% with exclusion volume
        MinDist = (rholambda3(ib)/lambda^3)^(-1/3)/pi;
        nWant = N(ib);
        X0 = zeros(nWant,1);
        Y0 = zeros(nWant,1);
        Z0 = zeros(nWant,1);
        dist_2 = MinDist^2;           % Squared once
        iLoop = 1;                   % security break
        nValid = 0;

        while nValid < nWant && iLoop < 1e6
            newX0 = normrnd(0,R(ib)); %Gaussian cloud
            newY0 = normrnd(0,R(ib));
            newZ0 = normrnd(0,R(ib));
            if all(((X0(1:nValid)-newX0).^2+(Y0(1:nValid)-newY0).^2+(Z0
                (1:nValid)-newZ0).^2) >= dist_2)
                nValid = nValid+1;    % Append this point
                X0(nValid) = newX0;
                Y0(nValid) = newY0;
                Z0(nValid) = newZ0;
            end
        end
    end
end

```



```

Beta3(1,:) = M3\((1*Om/2);           % steady-state solution for
the dipoles \beta (dimension 3N)

for ii=1:(ltime-1)
    % integration of movement equations; calculation of steady
    % state emission every time
    X(ii+1,:) = X(ii,:) + VX(ii,:)*dt;
    Y(ii+1,:) = Y(ii,:) + VY(ii,:)*dt;
    Z(ii+1,:) = Z(ii,:) + VZ(ii,:)*dt;
    VX(ii+1,:) = VX(ii,:) - omega_trap^2*X(ii,:)*dt;
    VY(ii+1,:) = VY(ii,:) - omega_trap^2*Y(ii,:)*dt;
    VZ(ii+1,:) = VZ(ii,:) - omega_trap^2*Z(ii,:)*dt;

    M31 = kernel3c(transpose(X(ii+1,:)),transpose(Y(ii+1,:)),
        transpose(Z(ii+1,:)));
    M3 = (-Gamma/3+1i*Delta)*eye(3*N(ib))-Gamma/2*M31;
                                                % Matrix for the
                                                vectorial light
                                                scattering
    %M3 = (-Gamma/3+1i*Delta)*eye(3*N(ib)); %Matrix for
    %eliminate coupling
    M32 = (-Gamma/3)*eye(3*N(ib))-Gamma/2*M31;

    Om = (ddip*[Elaser(transpose(X(ii+1,:)),transpose(Y(ii+1,:))
        ,transpose(Z(ii+1,:))); zeros(N(ib),1); zeros(N(ib),1)]/
        hbar/sqrt(2));
                                                % Circular polarization
    Beta3(ii+1,:) = M3\((1*Om/2); % steady-state solution for
the dipoles \beta (dimension 3N)
end

Xobs = Ro*sin(ThObs)'*cos(Phi);
Yobs = Ro*sin(ThObs)'*sin(Phi);
Zobs = Ro*cos(ThObs)'*ones(1,length(Phi));

gxx = (Yobs.^2+Zobs.^2); %%putting this outside function before
Nreal for loop
gyy = (Xobs.^2+Zobs.^2);
gzz = (Yobs.^2+Xobs.^2);
gxz = -(Xobs.*Zobs);
gyz = -(Yobs.*Zobs);
gxy = -(Xobs.*Yobs);
[Esx, Esy, Esz] = Escattered3FF(X,Y,Z,Beta3,Xobs,Yobs,Zobs,Ro,k,
    time,ThObs,Phi,gxx,gyy,gzz,gxy,gxz,gyz); % Field scattered by
these dipoles

Es1 = (gxx.*Esx + gxy.*Esy + gxz.*Esz)/Ro^2;

```

```

Es2 = (          Zobs.*Esy - Yobs.*Esz)/Ro;
Es3 = (Xobs.*Esx + Yobs.*Esy + Zobs.*Esz)/Ro;

E1(:,:,j,ib) = Es1;
E2(:,:,j,ib) = Es2;
E3(:,:,j,ib) = Es3;

    end
end

% calculation of g1 for directions (1) and (2)

ng1 = zeros(ltimeg1);

for i1 = 1:ltime
    i2max = min(ltimeg1,ltime+1-i1);
    for i2 = 1:i2max
        g11(i2,:::,) = g11(i2,:::,) + (E1(i1,:::,).*conj(E1(i1+i2
            -1,:::,))) ./ (abs(E1(i1,:::,))*abs(E1(i1+i2-1,:::,)));
        g12(i2,:::,) = g12(i2,:::,) + (E2(i1,:::,).*conj(E2(i1+i2
            -1,:::,))) ./ (abs(E2(i1,:::,))*abs(E2(i1+i2-1,:::,)));
        ng1(i2) = ng1(i2)+1;
    end
end

for i2 = 1:ltimeg1
    g11(i2,:::,) = g11(i2,:::,)/ng1(i2);
    g12(i2,:::,) = g12(i2,:::,)/ng1(i2);
end

g11Avg1 = mean(g11,3);
g12Avg1 = mean(g12,3);

g11Avg = mean(g11Avg1,2);
g12Avg = mean(g12Avg1,2);

timeg1 = time(1:ltimeg1);

figure;
for ib = 1:len
    plot(timeg1, abs(g11Avg(:,ib))); hold on;
end
hold off
title(sprintf('g1 of E1, b0 = %.1f, theta = %.2f',b0,ThObs));
legend = ('g1 of E1');

saveas(gcf,sprintf('realization3_g1_E1_b0_%.1f_th_%.2f.fig',b0,ThObs))

```

```

saveas(gcf,sprintf('realization3_g1_E1_b0_%.1f_th_%.2f.jpg',b0,ThObs))

figure;
for ib = 1:len
    plot(timeg1, abs(g12Avg(:,ib)),'DisplayName', strcat('b0 = ', b0));
    hold on;
end
hold off
title(sprintf('g1 of E2, b0 = %.1f, theta = %.2f',b0,ThObs))
legendCell = cellstr(num2str(b0', 'b0 = %-d'));

saveas(gcf,sprintf('realization3_g1_E2_b0_%.1f_th_%.2f.fig',b0,ThObs))
saveas(gcf,sprintf('realization3_g1_E2_b0_%.1f_th_%.2f.jpg',b0,ThObs))

save(sprintf('realization_3_b0_%.1f_th_%.2f.mat',b0,ThObs), 'time', '
    timeg1', 'b0', 'rholambda3', 'R', 'N', 'delta', 'ThObs', 'E1', 'E2', 'E3', 'g11
    ', 'g12', 'g11Avg', 'g12Avg');

toc
end

```