



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS



ADRIANA REGINA PEREIRA

**A PESQUISA DE AULA (LESSON STUDY)  
NO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL  
DO PROFESSOR E NO ENSINO E  
APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES EM CLASSES  
DE SEXTO ANO**

SÃO CARLOS  
JANEIRO DE 2025

Adriana Regina Pereira

**A Pesquisa de Aula (Lesson Study) no Desenvolvimento  
Profissional do Professor e no Ensino e Aprendizagem de  
Frações em classes de sexto ano**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, sob orientação do(a) Professor(a) Doutor(a) Yuriko Yamamoto Baldin.

Universidade Federal de São Carlos  
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas

Orientador: Yuriko Yamamoto Baldin

São Carlos  
janeiro de 2025

Pereira, Adriana Regina

A Pesquisa de Aula (Lesson Study) no Desenvolvimento Profissional do Professor e no Ensino e Aprendizagem de Frações em classes de sexto ano / Adriana Regina Pereira -- 2025.  
95f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, São Carlos  
Orientador (a): Yuriko Yamamoto Baldin  
Banca Examinadora: Regina da Silva Pina Neves, José Antonio Salvador  
Bibliografia

1. Pesquisa de Aula. 2. Lesson Study. 3. Ensino de Frações. I. Pereira, Adriana Regina. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática (SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Arildo Martins - CRB/8 7180

Adriana Regina Pereira

# **A Pesquisa de Aula (Lesson Study) no Desenvolvimento Profissional do Professor e no Ensino e Aprendizagem de Frações em classes de sexto ano**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, sob orientação do(a) Professor(a) Doutor(a) Yuriko Yamamoto Baldin.

Trabalho aprovado. São Carlos, 14 de fevereiro de 2025:

---

**Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Yuriko Yamamoto Baldin**  
UFSCar  
Orientadora

---

**Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Regina da Silva Pina Neves**  
UnB  
Convidado 1

---

**Prof Dr José Antonio Salvador**  
UFSCar  
Convidado 2

São Carlos  
janeiro de 2025

Dedico este trabalho a todos os professores que lutam diariamente para plantar uma semente de esperança nos corações dos estudantes e cuja batalha diária é reconstruir o propósito da educação na sociedade.

# Agradecimentos

A Deus e à Nossa Senhora Aparecida, que me reerguem a cada novo desafio, provendo as forças que necessito para seguir em frente.

Ao meu marido, Tales Romanatto e aos meus filhos Heitor e Suzana, que compartilharam comigo os momentos mais difíceis durante essa jornada, momentos esses que possuem seu valor como parte do processo de crescimento pessoal.

À minha família que divide comigo meus momentos de angústia e segue perseverante me alimentando de esperança e amor e acreditando na vitória de cada etapa.

À Universidade Federal de São Carlos e aos professores do PROFMAT que promoveram momentos de muito aprendizado e boas experiências que me reconstróem na minha profissão docente.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, que financiou essa pesquisa tornando possível esse momento de crescimento profissional.

À orientadora deste projeto Yuriko Baldin que me inspira a continuar reconstruindo meu caminho como professora, sendo sensível à realidade da profissão e acolhendo cada desafio enfrentado como parte do seu trabalho incrível. Sem a sua parceria, nada disso teria sido possível!

Ao professor colaborador do grupo de Pesquisa de Aula, Wilson Souza, pela parceria e paciência ao longo de toda a trajetória da pesquisa.

Aos colegas do curso que trilharam lado a lado as etapas desse curso, reafirmando a importância do coletivo para o ser humano, e tornando essa experiência única.

Aos meus alunos que compartilharam destas experiências ao meu lado.

À escola que ofereceu o espaço para o desenvolvimento desta pesquisa.

À minha amiga Nádia Stevanatto, professora e artista, que ofereceu sua casa como lar para a criatividade da escrita, essencial neste trabalho.

Aos amigos e a todos que me ajudaram e torceram por mim na caminhada para a conquista desse título.

Aos professores doutores José Salvador e Regina Pina, por fazerem parte da comissão julgadora.

Muito obrigada!

Se os alunos se sentarem passivos, sem dar ideias, se nunca assumirem o risco de mostrar a ideia em público, os professores não poderão fazer o seu trabalho e a educação definitivamente falha, porque não há pensamentos criativos sem certa dose de coragem para apresentar ideias, mesmo sem ter certeza de que estão corretas.

**Lee Samuel Shulman**

# Resumo

O presente trabalho apresenta os resultados do processo de Pesquisa de Aula, segundo os princípios da Lesson Study, que foi desenvolvido em uma escola pública periférica da região de São Carlos, no ano de 2023. Os resultados desta pesquisa compõem o trabalho de conclusão do mestrado profissional do Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. A Pesquisa de Aula foi realizada com o tema “Frações e Suas Representações”, e contou com três membros pesquisadores colaboradores, cujos papéis são específicos dentro do processo. A autora deste trabalho está no papel de professora regente, que se torna pesquisadora na construção de um ciclo de Pesquisa de Aula, em colaboração com outros membros do grupo, assumindo a regência das Aulas-Pesquisa que foram aplicadas em quatro turmas de sexto ano de sua responsabilidade. O quadro teórico que fundamenta a presente pesquisa é o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, segundo o conceito estabelecido por Shulman, para o desenvolvimento profissional do professor, promovido pelo processo de Pesquisa de Aula como parte da formação continuada. Neste trabalho são descritas, sob a perspectiva da professora regente, todas as fases de um ciclo de uma Aula-Pesquisa em uma aula introdutória do tema “Frações e Suas Representações”, cujo objetivo foi construir o conceito de números fracionários a partir da nomenclatura, e desenvolvido com manipulação de material concreto. Além disso, é descrita uma sequência didática construída a partir da aula introdutória. O resultado mais significativo desse trabalho é a compreensão da autora sobre a avaliação das aprendizagens dos alunos e o aprofundamento do seu conhecimento pedagógico do conteúdo no tema "Frações e Suas Representações" em decorrência do processo coletivo de análise das evidências de aprendizagem, do planejamento de aula elaborado segundo os princípios da Lesson Study e a documentação do processo de Pesquisa de Aula.

**Palavras-chave:** Pesquisa de Aula, Lesson Study, Ensino de Frações, PROFMAT.

# Abstract

This study presents the results of a “Pesquisa de Aula” process, following the principles of the Lesson Study approach, conducted in a public school in a peripheral area of the São Carlos region in 2023. The results of this research form part of the requirements for the professional master’s degree in the National Network Professional Master’s Program in Mathematics Education (PROFMAT). The Pesquisa de Aula was conducted on the theme of "Fractions and Their Representations" and involved three research collaborators, each with specific roles within the process. This study’s author took on the classroom teacher role, becoming a researcher during the development of the Lesson Study cycle in collaboration with other group members, taking charge of applying the Research Lessons to four sixth-grade classes under her responsibility. The theoretical framework underpinning this research is the Pedagogical Content Knowledge, as defined by Shulman, aimed at the professional development of teachers and promoted through the Pesquisa de Aula process as part of continuing education. This study describes, from the classroom teacher’s perspective, all the phases of a Lesson Study cycle in an introductory lesson on the theme "Fractions and Their Representations." The study’s objective was to construct the concept of fractional numbers starting from their nomenclature, developed by manipulating concrete materials. Additionally, a didactic sequence constructed upon the introductory lesson is described. The most significant result of this work is the author’s understanding of student learning assessment and the deepening of her pedagogical content knowledge on the topic "Fractions and Their Representations" as a result of the collective process of analyzing learning evidence, class planning based on the principles of Lesson Study, and the documentation of the Lesson Research process.

**Keywords:** Pesquisa de Aula, Lesson Study, Teaching Fractions, PROFMAT.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Etapas de um ciclo de Pesquisa de Aula, segundo Lesson Study Fonte: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023) . . . . .	18
Figura 2 – Etapas de um ciclo de Pesquisa de Aula com os papéis dos colaboradores Fonte: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023) . . . . .	19
Figura 3 – Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Shulman) Fonte: (FELIX, 2010)	27
Figura 4 – Ditado e planilha com resultados no ditado e na Prova Paulista Fonte: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023) . . . . .	29
Figura 5 – Percentuais de acertos por conteúdos - Prova Paulista 2º bimestre de 2023 Fonte: ( <a href="https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/">https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/</a> ) . . . . .	32
Figura 6 – Habilidades da BNCC com frações - 4º ano Fonte: (BRASIL, 2017, p. 291) . . . . .	34
Figura 7 – Habilidades da BNCC com frações - 5º ano Fonte: (BRASIL, 2017, p. 295) . . . . .	34
Figura 8 – Habilidades da BNCC com frações - 6º ano Fonte: (BRASIL, 2017, p. 301) . . . . .	35
Figura 9 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (1) Fonte: <a href="https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/">https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/</a> . . . . .	37
Figura 10 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (2) Fonte: <a href="https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/">https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/</a> . . . . .	37
Figura 11 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (3) Fonte: <a href="https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/">https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/</a> . . . . .	37
Figura 12 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (4) Fonte: <a href="https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/">https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/</a> . . . . .	38
Figura 13 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (5) Fonte: <a href="https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/">https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/</a> . . . . .	38
Figura 14 – Estojo de frações FONTE:(PEDAGÓGICA, 2024) . . . . .	41
Figura 15 – Estojo de frações ampliado (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	42
Figura 16 – Plano de aula (1) (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . .	42
Figura 17 – Plano de aula (2) (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . .	43
Figura 18 – Plano de aula (3) (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . .	44
Figura 19 – Plano de aula (4) (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . .	45
Figura 20 – Roteiro de atividade após a aula com os estojos de frações (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	47
Figura 21 – Alunos do 6º ano D representando três quartos (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	51

Figura 22 – Professora ajudando o aluno do 6º ano D a representar três quartos (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	53
Figura 23 – Alunos do 6º ano D representando cinco oitavos na dinâmica de grupo (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	54
Figura 24 – Alunos do 6º ano D corrigindo a representação de oito onze avos (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	54
Figura 25 – Alunos do 6º ano C manipulando o estojo de frações (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	56
Figura 26 – Grupo de alunos do 6ºC explicando a representação da fração seis sétimos (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	57
Figura 27 – Dois momentos de discussão sobre a configuração da parte dentro do todo (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	58
Figura 28 – Disposição dos grupos de alunos do 6º ano A (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	59
Figura 29 – Grupo de alunos do 6ºA explicando a representação da fração cinco doze avos (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	62
Figura 30 – Sequência Didática apresentada no ICME-15 (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	66
Figura 31 – Tabela de acertos por turmas no roteiro de atividade (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	67
Figura 32 – Respostas dos alunos à pergunta “Escreva, com suas palavras, o que é fração” (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	68
Figura 33 – Respostas dos alunos à pergunta “Escreva, com suas palavras, o que é fração” (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	68
Figura 34 – Respostas dos alunos à pergunta “Escreva, com suas palavras, o que é fração” (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	68
Figura 35 – Representação pictórica realizada por três alunos (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	69
Figura 36 – Ditado: Frações e quatro operações básicas com números naturais (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	70
Figura 37 – Tabela de acertos nas representações simbólica e pictórica das frações (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	70
Figura 38 – Comparação e equivalência de frações com estojo de frações ampliado (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	72
Figura 39 – Comparação de frações com uso de papel quadriculado (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	72
Figura 40 – Folha de atividades da aula de Resolução de Problemas (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	75

Figura 41 – Aluna do 6º ano C socializando sua resolução (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	76
Figura 42 – Alunos do 6º ano C socializando suas diferentes soluções (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	77
Figura 43 – Alunos do 6º ano D explorando o simulador Phet.colorado.edu (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	78
Figura 44 – Respostas do roteiro de uma aluna do 6º ano C e de um aluno do 6º ano A (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	79
Figura 45 – Aluno do 6º ano A representando a fração “sete quartos” (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	80
Figura 46 – Fração de quantidade relação das operações com a representação pictórica (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	81
Figura 47 – Alunos do 6º ano C jogando no Matific: Crie frações equivalentes (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	82
Figura 48 – Alunos do 6º ano A jogando Matific: Represente e compare (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	83
Figura 49 – Resposta de uma aluna do 6º ano A para “o que é fração?” (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	84
Figura 50 – Percentual de acertos nas Provas Paulistas (2ºbim/2023 e 1º bim/2024) aplicadas nas mesmas turmas (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	85
Figura 51 – Evolução no percentual de acertos 1ª, 2ª e 3ª bimestres de 2024 - 7º ano C (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)) . . . . .	87

# Sumário

	Lista de ilustrações . . . . .	9
1	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>14</b>
2	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E CONTEXTO DA PESQUISA . . . . .</b>	<b>18</b>
2.1	A Pesquisa de Aula - <i>JYUGYO KENKYU</i> . . . . .	20
2.2	Adaptações da <i>JYUGYO KENKYU</i> no Brasil . . . . .	23
2.3	O contexto das turmas para o desenvolvimento da Pesquisa de Aula	26
3	<b>PROJETO DE PESQUISA DE AULA: "FRAÇÕES E SUAS REPRESENTAÇÕES" - 6º ANO E.F. . . . .</b>	<b>31</b>
3.1	Escolha do tema: "O quê?", "Por quê?" e "Para quê?" . . . . .	31
3.2	A pesquisa sobre o tema - <i>KYOZAI KENKYU</i> . . . . .	33
3.2.1	Pesquisa documental . . . . .	34
3.2.2	Metodologia para o desenvolvimento da sequência didática . . . . .	40
3.3	Planejamento da Aula-Pesquisa . . . . .	40
3.4	Execução da Aula-Pesquisa - <i>KENKYU JYUGYO</i> . . . . .	48
3.4.1	Execução da Aula-Pesquisa no 6º ano D - 2ª e 3ª aulas . . . . .	48
3.4.2	Execução da Aula-Pesquisa no 6º ano C - 4ª e 5ª aulas . . . . .	55
3.4.3	Execução da Aula-Pesquisa no 6º ano B - 6ª e 7ª aulas . . . . .	58
3.4.4	Execução da Aula-Pesquisa no 6º ano A - 1ª e 2ª aulas . . . . .	59
3.5	Reflexões sobre a Aula-Pesquisa - <i>JYUGYO KENTOUKAI</i> . . . . .	62
4	<b>DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA . . . . .</b>	<b>66</b>
4.1	Aula-pesquisa: Introdução da nomenclatura e representações de frações - 14 e 15 de setembro . . . . .	67
4.2	Formalização e Representação pictórica - 19 a 21 de setembro . . . . .	69
4.3	Ditado: Frações e quatro operações básicas com números naturais - 28 e 29 de setembro . . . . .	70
4.4	Comparação e equivalência de frações com papel quadriculado - 25 de outubro a 09 de novembro . . . . .	71
4.5	Exercícios de comparação de duas frações, soma e subtração de frações e simplificação de frações - 10 a 24 de novembro . . . . .	73
4.6	Aula-pesquisa: Resolução de problemas envolvendo frações - 28 e 29 de novembro . . . . .	73

4.7	Aula-pesquisa: Uso do simulador PHET.COLORADO.EDU - 30 de novembro e 01 de dezembro . . . . .	78
4.8	Cálculo de fração de uma quantidade - 05 de dezembro . . . . .	80
4.9	Uso da plataforma MATIFIC - obrigatória para sextos anos - 07 a 12 de dezembro . . . . .	82
4.10	Reflexões sobre a Sequência Didática e o Projeto de Pesquisa de Aula . . . . .	83
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .	88
	REFERÊNCIAS . . . . .	91

# 1 Introdução

A realidade de atuação dos professores no Ensino Público brasileiro tem sido desafiadora. Uma série de obstáculos dificulta a elaboração e execução de um trabalho que contemple todos os alunos. Algumas das questões que podem estar relacionadas a essa problemática são:

1. *Diferentes níveis de conhecimento dos alunos de uma mesma sala.*

Diversos alunos apresentam mais de um ano de atraso nas habilidades e competências esperadas, enquanto que alguns outros alunos conjecturam e conectam saberes que serão desenvolvidos posteriormente. Alguns fatores que podem estar relacionados a esse cenário são: resquícios do impacto da pandemia no desenvolvimento dos conhecimentos escolares (incluindo a quebra de ritmo no estudo e as diferentes fontes de estudos utilizadas durante o período pandêmico); uso de celulares pelos estudantes (que pode promover um desvio de foco na aula e em momentos de estudo); vulnerabilidade social; a progressão continuada (sem uma ação de recuperação continuada efetiva);

2. *O currículo de matemática longo e denso no Ensino Fundamental e Médio.*

Ao visualizar o cenário descrito acima, torna-se um grande desafio ensinar todo conteúdo programático de matemática. No ensino de matemática os objetos de conhecimento e as habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Básico são sequenciais. Isto é, necessitam dos pré-requisitos para que sejam aprendidos e, posteriormente, aprofundados, de forma que os alunos possam desenvolver sua autonomia para acessar e conectar as ferramentas matemáticas para resolver problemas.

Se torna um desafio para o professor planejar aulas que desenvolvam o pensamento matemático dos alunos, considerando os diferentes níveis de conhecimento e as defasagens diagnosticadas.

3. *A questão cultural que rotula como difícil (até inacessível) aprender matemática.*

Uma outra questão que convivemos é como envolver positivamente os alunos com a matemática, desmistificando a cultura popular que matemática é para poucos, é difícil e é desconexa com o cotidiano, o que acaba se tornando um obstáculo para a construção de uma boa formação matemática. É muito comum ver nas escolas, mais alunos desistirem de estudar matemática a cada ano que passa, pois se frustram por não atingirem os objetivos propostos em cada atividade e se sentem fracassados

por apresentarem baixo rendimento em relação aos colegas, o que pode ocasionar um bloqueio emocional com a matemática. Essa questão pode estar relacionada ao avanço nos conhecimentos curriculares propostos, sem ações efetivas para superar as defasagens apresentadas e a construção superficial dos conceitos matemáticos.

#### 4. *Desinteresse de alguns alunos pela educação e o descomprometimento com a aprendizagem escolar*

Além de todas as questões apresentadas como desafios para o ensino de matemática no Brasil, ainda enfrenta-se uma realidade escolar em que muitos alunos desrespeitam o professor e os colegas durante as aulas, comprometendo a efetividade de atividades e projetos que visam melhorar a aprendizagem dos alunos.

Nesse sentido, há um grande esforço em promover aulas que despertem o interesse dos alunos pela matemática em turmas de sexto ano, que é a troca de ciclo do Ensino Fundamental anos iniciais para o Ensino Fundamental anos finais. Nesta fase escolar, a maioria dos alunos é mais interessada com a matemática, sendo fundamental cativá-los com atividades diferenciadas. Além disso, deve-se considerar o contexto real de aprendizagem das turmas para planejar atividades que despertem a curiosidade dos estudantes. Dessa forma, eles compreendem o raciocínio por trás dos problemas e dos desafios, visto que há uma conexão com os conhecimentos já adquiridos. Nesse contexto, desenvolver a linguagem matemática é essencial, pois através da linguagem há organização do pensamento matemático que estrutura a construção dos conceitos e procedimentos.

Contudo, o olhar do professor em sala de aula deve estar atento aos alunos de uma maneira ampla e coesa, mas também individual e integrativa, atendendo às diferentes formas de aprendizagem, buscando ampliar suas metodologias e diversificar a maneira na qual explica, ilustra, demonstra etc. Assim, a sua rotina de trabalho torna-se um exercício diário de criação e recriação de sua prática. Este olhar implica no papel da Lesson Study na formação mais perene do professor na formação continuada.

Através de sequências didáticas, cabe ao professor construir uma conexão horizontal dos conteúdos do ano letivo, partindo do contexto de aprendizagem de suas turmas, e buscando meios de superar todos esses desafios, a fim de construir uma base sólida para conectar as habilidades que virão a seguir - a conexão longitudinal do currículo, olhando todos os anos escolares.

O cenário descrito acima traz um pouco da minha visão e experiência docente. Sou professora de Matemática na rede pública do Estado de São Paulo desde 2012 e tenho atuado em sextos e sétimos anos desde 2017. Atuo há dez anos na mesma unidade escolar onde foi realizado este trabalho. Muitas destas percepções já foram levantadas por diversos colegas de trabalho, tanto desta escola como de outras, ao compartilhar nossas

experiências em conversas informais, inclusive com professores que lecionaram nas mesmas turmas que eu.

Dessa forma, a fim de compartilhar minhas experiências e as questões que envolvem os desafios expressados acima, além de construir, sob um olhar coletivo, as ações desenvolvidas nas minhas quatro turmas de sexto ano da escola estadual onde atuo, elaboramos esta pesquisa fundamentada no processo de Pesquisa de Aula - PA (Lesson Study - LS). Esse processo de PA, como atividade de formação continuada de professores, visa o desenvolvimento profissional do professor a partir de uma experiência de reflexão coletiva sobre o processo de ensino e de aprendizagem dos alunos ao longo de um ciclo de Pesquisa de Aula, segundo a Lesson Study.

Com esse objetivo, foi criado um grupo de PA durante o ano de 2023, formado por três professores pesquisadores, a autora deste trabalho, sendo a professora regente do grupo (PR), o pesquisador colaborador Wilson Giovanni de Souza, sendo o professor observador (PO), e a Prof. Dra. Yuriko Yamamoto Baldin, sendo a professora supervisora (PS). Esses papéis serão descritos ao longo deste trabalho.

A questão da pesquisa, através do processo de PA, é “Como a Pesquisa de aula – segundo os princípios da Lesson Study – a partir de uma visão coletiva sob a aprendizagem dos alunos, pode contribuir para a superação dos obstáculos enfrentados em sala de aula na construção da aprendizagem dos alunos?”.

A estrutura desta dissertação é:

- Capítulo 1 - INTRODUÇÃO
- Capítulo 2 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E CONTEXTO DA PESQUISA

O capítulo está organizado em três subcapítulos: A Pesquisa de Aula - *JYUGYO KENKYU*; Adaptações da *JYUGYO KENKYU* no Brasil; O contexto das turmas para o desenvolvimento da Pesquisa de Aula.

Neste capítulo estão apresentadas as etapas do processo de PA, bem como os papéis de cada professor pesquisador dentro do processo, a metodologia da pesquisa, principais pontos da *JYUGYO KENKYU*, conhecida no mundo ocidental como Lesson Study, em seu país de origem, o Japão, bem como as adaptações no Brasil, e, finalmente, o processo de reconhecimento do contexto de aprendizagem das turmas, como parte da pesquisa.

- Capítulo 3 - PROJETO DE PESQUISA DE AULA: "FRAÇÕES E SUAS REPRESENTAÇÕES" - 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

O capítulo está organizado em cinco subcapítulos que descrevem cada uma das etapas do processo de PA no desenvolvimento de um ciclo de uma Aula-Pesquisa.

Dentro da PA, a realização de um ciclo de Aula-Pesquisa faz parte da metodologia de execução do processo de pesquisa. A diferença entre os termos PA e Aula-Pesquisa será elucidada no capítulo 2.

A partir do desenvolvimento da PA e da construção do ciclo de uma Aula-Pesquisa apresentada neste capítulo, uma sequência didática foi construída ao longo do processo e está apresentada no capítulo seguinte.

O Plano da Aula-Pesquisa apresentado neste capítulo e o quadro cronológico com as etapas da sequência didática elucidada no capítulo seguinte, constituem os produtos educacionais dessa dissertação. Esses produtos foram construídos ao longo do processo de PA em coautoria com os demais membros do grupo de PA e estão separados do corpo da dissertação como arquivo PDF e poderão ser acessados no repositório após a aprovação da dissertação.

- Capítulo 4 - DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O capítulo está organizado em dez subcapítulos que apresentam as nove etapas de uma sequência didática, nas quais foram realizadas três Aulas-Pesquisa. Ao final, o décimo subcapítulo apresenta as reflexões sobre a sequência didática desenvolvida e o processo de PA segundo os objetivos traçados.

- Capítulo 5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

## 2 Fundamentação Teórica e Contexto da Pesquisa

Este trabalho adota a Pesquisa de Aula - PA (Lesson Study - LS) para fundamentar o estudo realizado. O objetivo central da PA deste trabalho é o desenvolvimento profissional do professor a partir de uma experiência de reflexão coletiva sobre o processo de ensino e de aprendizagem dos alunos ao longo de um ciclo de Pesquisa de Aula, segundo a Lesson Study, que foi realizada em 2023 (ISODA; STEPHENS et al., 2007), (SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018), (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023). Assim, PA é uma atividade de pesquisa que emerge da prática do professor e retorna à sua prática. De uma forma mais ampla, visa a aprendizagem mais significativa dos alunos. Dentro da PA, a realização de um ciclo de Aula-Pesquisa faz parte da metodologia de execução do processo de pesquisa. A diferença entre os termos PA e Aula-Pesquisa será elucidada ao longo deste capítulo.

O ciclo primário de PA se caracteriza pelo seu aspecto colaborativo, no qual há participação dos pesquisadores em todo o processo de preparo, execução da aula, avaliação e reflexão sobre a aprendizagem. Contudo, cada participante colabora segundo um papel específico dentro do processo. As etapas de um ciclo de PA são:

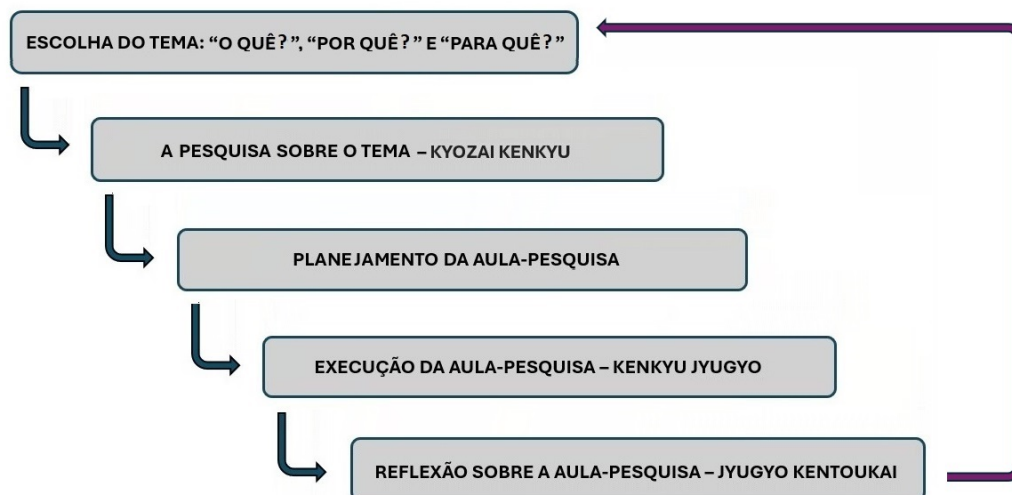


Figura 1 – Etapas de um ciclo de Pesquisa de Aula, segundo Lesson Study  
Fonte: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Em nosso trabalho, desenvolvemos o ciclo de PA com a colaboração de três pesquisadores. Na Figura 2, PR significa *professora regente*, PO significa *professor pesquisador observador* e PS significa *professora supervisora*.

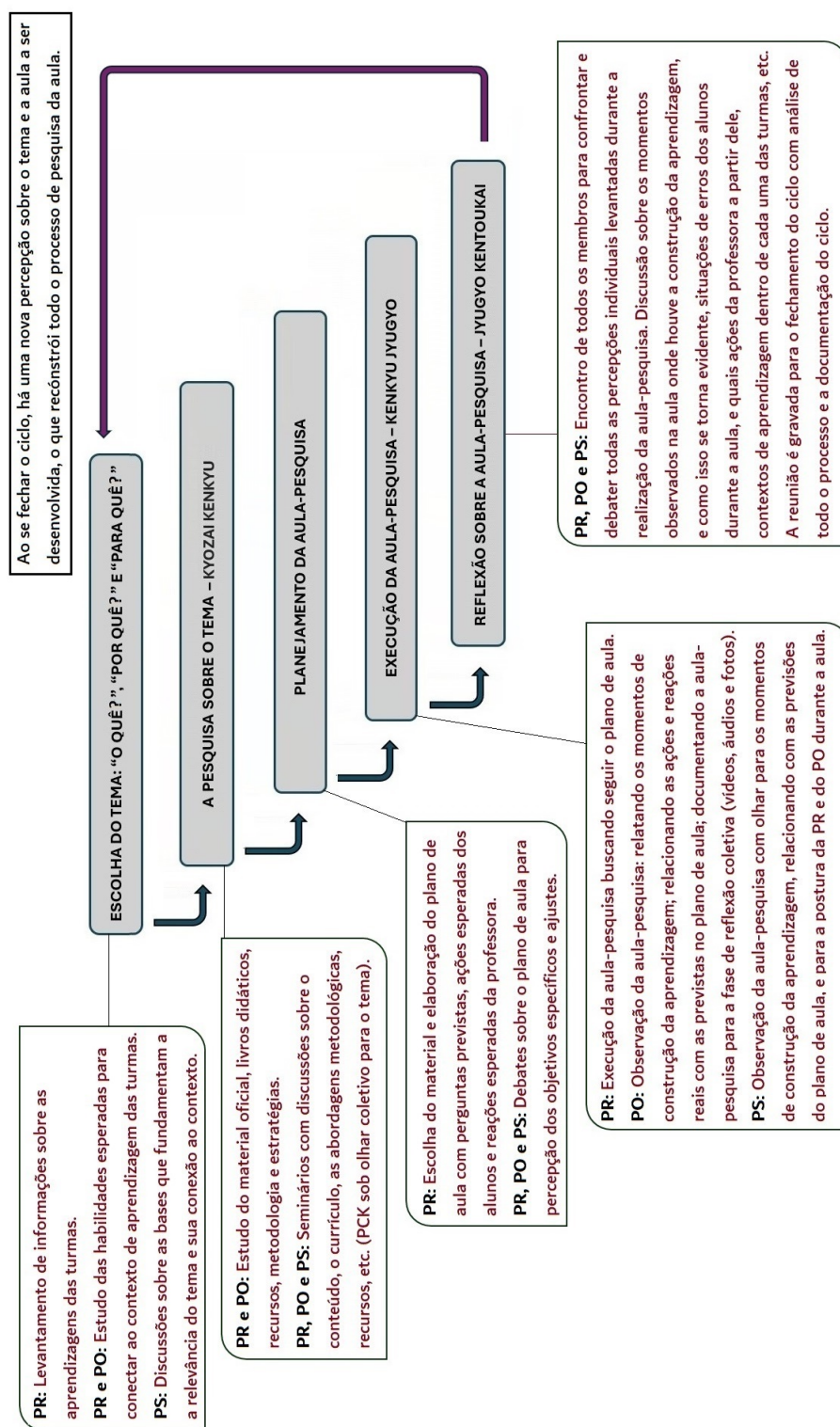


Figura 2 – Etapas de um ciclo de Pesquisa de Aula com os papéis dos colaboradores  
 Fonte: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023)

Dentro de um ciclo de PA, uma Aula-Pesquisa (*kenkyu jyugyo*) é destacada como um elemento essencial, quando as investigações para o planejamento da mesma são etapas iniciais importantes que fundamentam a pesquisa como um todo. Durante a execução da Aula-Pesquisa são coletadas evidências e outras informações que sustentam a análise da aprendizagem dos alunos segundo os objetivos estabelecidos na etapa de planejamento. A investigação pós-aula permite a continuidade do ciclo em patamares seguintes das atividades de ensino e aprendizagem. Portanto, o processo de PA, através da metodologia de pesquisa do ciclo da Aula-Pesquisa, permite a perspectiva de avaliação formativa de forma colaborativa durante e após a realização da Aula-Pesquisa.

Neste capítulo, estão organizadas seções nas quais apresentamos o nosso estudo sobre: a PA em seu país de origem, o Japão, como se desenvolveu e algumas interpretações que se encontram na literatura para sua implementação fora do Japão; as adaptações da PA no Brasil, como método de pesquisa na UFSCar, desde 2009 até os dias de hoje; e, o contexto das turmas para o desenvolvimento da PA deste projeto, baseado na realidade escolar em que a professora, autora deste projeto, se encontra. O planejamento da Aula-Pesquisa é apresentado no capítulo três, como um produto da fase inicial do trabalho com a PA, e constitui um dos Produtos Educacionais dos programas de mestrado PROFMAT e PPGECE, com co-autoria do pesquisador colaborador Wilson Giovani de Souza.

## 2.1 A Pesquisa de Aula - *JYUGYO KENKYU*

O termo Pesquisa de Aula foi definido por Baldin (2009), como uma tradução mais precisa para o termo *Jyugyo Kenkyu*, que é original do Japão, cuja tradução no mundo ocidental é Lesson Study (SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018), (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023). Esse processo de pesquisa vem sendo desenvolvido no Brasil desde 2009, a partir do trabalho de Felix (2010), pioneiro em implementar a PA dentro de um programa de pesquisa em formação profissional de professores que ensinam matemática, baseada no contexto real das salas de aula brasileiras (FELIX, 2010),(BALDIN; FELIX, 2011). Este trabalho segue esta linha de pesquisa.

Nos seguintes parágrafos, resumimos o nosso estudo para conhecer as origens da PA e os seus princípios que podem ser trazidos para o contexto cultural das escolas brasileiras.

Atualmente, no Japão, o *Jyugyo Kenkyu* (Lesson Study - LS) é uma atividade de investigação sobre a aprendizagem dos alunos que está presente tanto na formação inicial quanto na formação continuada dos professores japoneses, fazendo parte da cultura das escolas e dos estudantes, e apresenta variedades em determinados contextos de suas realizações. (ISODA; BALDIN, 2023).

O início da prática do *Jyugyo Kenkyu* - LS no Japão data do final do século XIX, com a revolução educacional na Era Meiji, surgindo como uma atividade de “observação”

de um novo modelo de ensino, onde:

“Os professores examinavam atentamente o método expositivo, tecendo críticas e reflexões sobre o caminhar dos conceitos, mas principalmente focavam suas observações sobre o que e como os alunos aprendiam. Assim, desde o início, a observação de uma aula modelo não era contemplativa do procedimento ou de atitudes, mas sim, uma fonte de investigação para a melhoria da compreensão sobre ‘como ensinar para que um aluno aprenda o máximo’” (SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018, p. 118).

A prática coletiva de investigação sobre a aprendizagem dos estudantes, que já era uma tradição, se disseminou amplamente no Japão e esteve presente na cultura escolar ao longo de sua história. Aulas abertas eram realizadas para estimular a proposição de novos métodos e currículos de ensino, e futuramente a prática foi incorporada em programas de estágio e de formação continuada. Ao longo dos 150 anos desde a sua origem muitas publicações de grupos de *Jyugyo Kenkyu* - LS contribuíram no desenvolvimento de material didático e de currículos, tanto escolares, quanto de formação de professores (ISODA; STEPHENS et al., 2007). Essas contribuições foram baseadas em pesquisas de aulas que investigaram abordagens eficazes para a aprendizagem, com temas previamente estabelecidos (ISODA; BALDIN, 2023). Uma das abordagens eficazes que se sobressaiu a partir das contribuições dos LS foi o ensino através da resolução de problemas, pois “mostrou claramente crianças que crescem aprendendo matemática por e para si” (ISODA; BALDIN, 2023, p. 11), sendo desde 1980 incorporada no currículo de formação continuada de professores.

A disseminação do *Jyugyo Kenkyu* - LS pelo mundo “ficou conhecida pelo ciclo do processo ‘planejar (aula), realizar e ver’, com colaboração de diversos agentes e participantes”. No entanto, é fundamental considerar o papel de vários sistemas de suporte para o *Jyugyo Kenkyu* - LS no Japão: “Há um sistema de apoio oficial composto pelo diretor escolar, supervisores e formadores de professores, que promovem uma comunidade de aprendizagem na escola” e oferecem apoio a professores selecionados em programas onde *Jyugyo Kenkyu* - LS geralmente faz parte de sua formação. Além disso, “há um sistema de apoio não oficial como a comunidade de professores” que compartilham boas ideias e experiências em periódicos, manuais ou artigos independentes (ISODA; BALDIN, 2023, p. 13).

Segundo Isoda e Katagiri (2012, apud ISODA; BALDIN, 2023, p. 14) “o Lesson Study compartilhado internacionalmente é conhecido pela abordagem japonesa de resolução de problemas para aprender matemática no nível primário e médio”, no entanto, é importante salientar que a própria concepção do currículo de matemática japonês teve sua construção historicamente pautada em contribuições de LS (SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018) (ISODA; BALDIN, 2023) nas quais, seus objetivos eram:

“[...] formação do caráter humano (como valores e atitudes), habilidades gerais do pensamento (como pensamento e ideias matemáticas) e conhecimentos e habilidades específicos (como conhecimentos e habilidades matemáticas). [...] De acordo com o princípio japonês do currículo nacional, esses objetivos são simbolizados por um conceito singular: ‘Desenvolver alunos que aprendem matemática por e para si mesmos’(Shimizu, 1984)” (ISODA; BALDIN, 2023, p. 25).

Atualmente, discute-se amplamente sobre a importância do *Jyugyo Kenkyu* - LS na produção de uma terminologia específica para desenvolvimento de currículos, livros didáticos e aulas, além do seu impacto internacional para a teorização do método de pesquisa,

“[...] a Lesson Study produziu uma terminologia específica para “o ensino de tópicos de matemática escolar, para o desenho e revisão de currículos e de livros didáticos”, em torno de o objetivo nuclear de desenvolver o pensamento matemático e “implementar melhores práticas através do esclarecimento de objetivos de um plano de aula sob sequência adequada de tarefas bem como avaliação” (ISODA, 2021a, apud BALDIN, 2021, p. 45).

Nesse sentido, por meio da terminologia distinguem-se diferenças conceituais e seu desenvolvimento sequencial no currículo, fazendo parte da teoria para a educação matemática na escola primária com *Jyugyo Kenkyu* - LS (ISODA; BALDIN, 2023), assim:

“Por meio do LS baseado na escola, os professores japoneses aprendem a explicar por que planejaram uma tal tarefa e perguntas para desenvolver alunos que aprendem matemática por e para si mesmos. Mesmo quando os Parâmetros Nacionais indicam o conteúdo que devem ensinar, não explicam bem por que devem ensiná-lo na ordem planejada de sequência de tarefas. Para desenvolver e promover o pensamento dos alunos, o professor deve usar o que os alunos já aprenderam.” (ISODA; BALDIN, 2023, 30 e 31).

O planejamento de uma sequência de tarefas através da Abordagem Japonesa de Resolução de Problemas (Japanese Problem-Solving Approach - PSA) visa desenvolver o pensamento matemático dos alunos usando o que eles já aprenderam, de acordo com o princípio dos parâmetros curriculares japoneses de “extensão e integração”. Assim, “o PSA é exatamente planejado para reorganizar a matemática usando o que os alunos já aprenderam antes, sob o currículo e por meio de uma sequência de tarefas” (ISODA; BALDIN, 2023, p. 32).

Em nosso projeto, uma discussão central foi: Como planejar a sequência didática considerando as defasagens diagnosticadas. Isto é, conectar os novos conhecimentos a partir de conhecimentos já adquiridos, o que se alinha com a preocupação na etapa "planejamento" do *Jyugyo Kenkyu* - LS no Japão. Em (PARAVANI, 2023) relata-se a preocupação em relação às defasagens diagnosticadas para o planejamento de atividades

que efetive a aprendizagem dos alunos, mais especificamente, no cenário pós-pandêmico. A mesma preocupação esteve presente em nosso trabalho na fase de investigação preliminar para a definição do tema da PA.

No âmbito da difusão desta metodologia fora do Japão, discute-se a importância de compreender a terminologia utilizada pela Lesson Study para um alcance “não apenas procedural do seu processo dentro de uma escola, mas, sim, seus significados conceituais dentro dos projetos de construção de um currículo” (BALDIN, 2022, p. 44). Essa questão é um dos pilares para entender as adaptações culturais necessárias nas iniciativas de implementação do Lesson Study fora do Japão (ISODA; OLFOS et al., 2022). Assim, foi importante entender a influência da *Jyugyo Kenkyu* - LS na construção histórica dos currículos japoneses, que se caracteriza pelo aspecto *bottom-up* do sistema organizacional da educação escolar no Japão, em contraste com as tendências como no Brasil onde os currículos são impostos de maneira cima-para-baixo, sem participação explícita dos trabalhos dos professores na sala de aula. (BALDIN; SILVA; SOUZA, 2022).

## 2.2 Adaptações da *JYUGYO KENKYU* no Brasil

Um dos objetivos de implementar a PA no contexto brasileiro é proporcionar ao professor um momento, dentro de sua formação, que ofereça a experiência de ser pesquisador da (e na) sua própria prática. A tendência atual da implementação da Pesquisa de Aula no contexto brasileiro leva em consideração esse aspecto ao oferecer um espaço para o professor sair do isolamento em sua profissão e construir um espaço de pesquisa em grupos sobre a prática docente (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023). Essa pesquisa é fundamentada na colaboração com outros educadores, com o intuito de estruturar reflexões sobre o que os alunos aprendem efetivamente em um conteúdo previamente estabelecido. A implementação deste método de pesquisa tem como motivação melhorar a prática do professor e a aprendizagem do aluno dentro da sala de aula, contudo, aponta indícios de “tornar-se uma alternativa para resgatar a auto-estima do professor na prática de ensino, fortalecer o trabalho coletivo de educadores e oferecer um ambiente estimulante para os alunos no processo de aprendizagem” (BALDIN; FELIX, 2011, p. 1).

O cenário educacional brasileiro no início da implementação da PA como método de pesquisa, “enfrentava uma crescente necessidade de ampliar os conceitos de formação inicial e continuada de professores, especialmente de matemática” (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023, p. 133). Nesse contexto, havia obstáculos para o desenvolvimento de novas metodologias de ensino e aprendizagem. Um desses obstáculos é a “descontinuidade na preparação dos professores, que atuam nos anos iniciais e nos níveis secundários da Educação Básica” (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023, p. 137), além de fragilidades como a

“[...] conexão de conhecimento de conteúdo específico, oferecido pelos

cursos superiores, e as práticas que capacitem efetivamente os futuros professores a ‘desenvolver as competências e as habilidades para elaborar propostas efetivas de ensino-aprendizagem de Matemática para sua atuação na Educação Básica’(segundo citação de Gatti & Nunes de 2009)” (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023, p. 137).

Dessa forma, uma base para a implementação da PA como processo de pesquisa, adaptada ao contexto brasileiro, foi o conceito fundamental de Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK) (*Pedagogical Content Knowledge*) estabelecido por Shulman (SHULMAN, 1986), que consiste no conhecimento profissional do “professor que sabe ensinar” (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023, p. 135), e foi o que Felix baseou para fundamentar seu trabalho pioneiro (FELIX, 2010). A partir deste conceito, investiga-se quais questionamentos serão fundamentais na elaboração do plano de aula para desenvolver o pensamento matemático desejado, o que acarreta no desenvolvimento profissional do professor, no sentido de o “professor que sabe ensinar”, assim,

“[...] o conhecimento pedagógico do conteúdo é de especial interesse, porque identifica os distintos corpos de conhecimento necessários para ensinar. Ele representa a combinação de conteúdo e pedagogia no entendimento de como tópicos específicos, problemas ou questões são organizados, representados e adaptados para os diversos interesses e aptidões dos alunos, e apresentados no processo educacional em sala de aula.” (SHULMAN, 2014, p. 207).

Para além das fases de pesquisa do tema e preparação da aula, a execução de um ciclo de PA se fecha com a fase de reflexão coletiva sendo conectada ao início deste ciclo para rever e aprimorar o plano de aula. Para Shulman, sobre a fase de “Reflexão”:

“Isto é o que faz um professor quando olha para o ensino e o aprendizado que acabaram de ocorrer e reconstrói, reencena e/ou recaptura os eventos, as emoções e as realizações. É por meio desse conjunto de processos que um profissional aprende com a experiência. [...] Nesse processo, é crucial revisar o ensino com os objetivos buscados.” (SHULMAN, 2014, p. 221).

Além disso, Shulman acrescenta a fase “Nova compreensão”, onde

“[...] à expectativa de que, por meio de atos de ensino ‘pensados’ e ‘lógicos’, o professor atinja uma nova compreensão, tanto dos propósitos e dos conteúdos a serem ensinados como dos alunos e dos próprios processos didáticos. [...] A nova compreensão não ocorre automaticamente, mesmo depois da avaliação e reflexão. São necessárias estratégias específicas para documentação, análise e discussão.” (SHULMAN, 2014, p. 222).

Assim, a importância da análise coletiva imersa na prática contribui para uma reflexão e compreensão mais profunda, onde, tanto para os professores, como para os alunos “a aprendizagem ocorre com maior eficácia se for acompanhada pela consciência

metacognitiva e pela análise do próprio processo de aprendizagem por cada aprendiz, e se for apoiada pela participação numa comunidade de aprendizagem” (SHULMAN; SHULMAN, 2016, p. 133).

Alguns estudos relatam adaptações que foram exitosas no desenvolvimento da PA no Brasil, como alternativa favorável para a construção de uma cultura educacional que possa consolidar a Resolução de Problemas como metodologia de ensino de matemática (BALDIN; FELIX, 2011) (SILVA; BALDIN, 2022) (BALDIN; SILVA; SOUZA, 2022) (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023). Além disso, também apontam alguns desafios tanto burocráticos quanto culturais ao se analisar as possibilidades de adaptações para o cenário educacional brasileiro:

“[...] as iniciativas para implementar a LS que efetivamente contribuam para as melhorias no ensino e aprendizagem de Matemática nas escolas brasileiras devem ser entendidas dentro do sistema educacional, e não restritas a experimentos de metodologias para alguma ou algumas aulas testadas na prática e (ou) suas restrições como técnicas de ensino” (BALDIN; SILVA; SOUZA, 2022, p. 151).

Nesse sentido, ressalta-se a importância das parcerias entre gestores e formadores, com o estabelecimento de papéis previamente definidos, trazendo possibilidades para a implementação da PA na formação continuada de professores (BALDIN; SILVA; SOUZA, 2022).

Além das questões relacionadas à organização do sistema educacional no Brasil, ainda deve haver um olhar para o modo com que os professores brasileiros compreendem o aspecto colaborativo para o desenvolvimento de um ciclo de PA. Muitas vezes, receber outros professores ou estagiários para “observarem” a aula, se configura como uma atividade que carrega uma conotação negativa de julgamento sobre os “erros no ensino”. Geralmente, essas atividades se encerram no próprio momento da aula ou retornam como uma lista de observações sobre a aula em questão. Assim, não são planejados momentos de reflexão, com a investigação coletiva sobre se foram alcançadas as aprendizagens esperadas, o porquê foram ou não alcançadas e como buscar alcançá-las, o que é a essência da PA.

A construção de uma cultura colaborativa educacional no Brasil, assim como alguns outros entraves que surgem em constituir grupos de PA na formação continuada de professores, exigem mudanças de paradigmas no ensino e aprendizagem:

“No caso brasileiro, os entraves se apoiam em paradigmas que não são exclusividade do Brasil e dos quais destacamos três: os professores sabem matemática e como ensinar matemática; o professor conhece a realidade da escola onde atua; o material disponibilizado pelas e nas escolas apresenta elementos suficientes para embasar o trabalho do professor. A realidade visível, no entanto, é que o professor desenvolve seu trabalho de modo isolado, não se sente seguro sobre as propostas disponibilizadas pelos órgãos oficiais (Secretarias e Ministério da Educação), não conhece

bem a unidade escolar onde atua e se depara com situações para as quais não se encontra preparado e, muitas vezes, não sabe onde buscar o apoio necessário. Mesmo no caso de materiais elaborados com intenção de facilitar o trabalho do professor e uniformizar o acesso ao conhecimento para os alunos, na maioria das vezes, eles não apresentam detalhes que estabeleçam a conexão entre o saber do professor e a atividade proposta para os alunos” (SILVA; BALDIN, 2022, p. 68).

Em (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023) são relatadas algumas dessas mudanças de paradigmas que foram cruciais nas experiências relatadas com grupos de PA no Brasil. Duas delas são: a construção de uma cultura colaborativa na investigação sobre a aprendizagem; e a construção de uma cultura de ensino de matemática através da resolução de problemas. Através dessa ruptura, visa-se:

“[...] aprimorar a prática de trabalho colaborativo para a tarefa de ensinar, planejar aulas, trabalhar material didático, olhar para a aprendizagem do aluno para desenvolver o pensamento matemático, avaliar e outras dimensões que estão no cerne da LS” (BALDIN; SILVA; FELIX, 2023, p. 154).

Atualmente, trabalhando há dez anos na mesma unidade escolar, vejo como a coesão da equipe e a parceria entre os pares amparam o trabalho do professor e reflete no resultado das aprendizagens dos alunos. Ainda assim, o estabelecimento de uma estrutura oficial, ou duradoura, de apoio aos professores seria muito mais eficiente para consolidar o trabalho colaborativo no aprimoramento de práticas educacionais.

Em nosso projeto de PA, tivemos o contato com a investigação sobre uma sequência de tarefas, onde a escolha dos materiais, os questionamentos e as previsões de ações, respostas e questionamentos dos estudantes eram sistematizados e discutidos coletivamente, antes e após a realização da aula. Essa cultura não é presente nas escolas brasileiras, onde há a reflexão sobre a prática, algumas vezes com comunicação entre colegas da área ou de outras áreas, porém sem a profundidade da investigação sobre o planejamento das perguntas e tarefas, e principalmente, a reflexão sobre o aprendizado dos alunos a partir das mesmas e como evidenciá-lo.

## 2.3 O contexto das turmas para o desenvolvimento da Pesquisa de Aula

Em uma nova leitura sobre o PCK, Shulman aponta algumas dimensões fundamentais que devem estar conectadas ao conceito de PCK: dimensões afetiva e moral; dimensão prática; dimensão da cultura e contexto; dimensão dos produtos e evidências de aprendizagem, (SHULMAN, 2015). Nesse sentido, é essencial que os membros do grupo

de PA estejam imersos na realidade e na cultura escolar dos alunos, compreendendo todas essas dimensões a partir de um contexto real de aprendizagem.

Na figura abaixo CPC se refere ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Shulman, 1986) que neste trabalho será referenciado como PCK.



Figura 3 – Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Shulman)

Fonte: (FELIX, 2010)

Nosso projeto de PA foi desenvolvido em uma escola estadual da cidade de São Carlos, localizada no interior do Estado de São Paulo. São Carlos possui aproximadamente 250.000 habitantes e é considerada um polo educacional e tecnológico. Esse título se deve à sua alta taxa de alfabetização e à presença de universidades e centros de pesquisa reconhecidos pela excelência e diversidade (ADUFSCAR, 2023).

Sou professora de matemática nesta escola desde 2014. Atuando em sextos e sétimos anos desde 2017. Ao longo desses dez anos, a identidade da escola se fortaleceu, muitos vínculos foram criados, e a equipe escolar se tornou muito coesa e acolhedora, oferecendo um ambiente agradável de relações profissionais e de receptividade para o desenvolvimento de projetos. A parceria com a gestão escolar foi fundamental para que o projeto fosse traçado a partir do seu objetivo inicial: desenvolver a PA com foco na aprendizagem dos alunos durante a fase escolar de transição de ciclo (sexto ano do E.F.).

Apesar de a escola ser um ambiente agradável de trabalho, inúmeros desafios cotidianos são encontrados no exercício da docência. Localizada em um bairro periférico de São Carlos, apresenta diversos fatores de vulnerabilidade social que impactam diretamente na aprendizagem dos alunos, além de afetar emocionalmente o convívio no trabalho. Nesse sentido, salienta-se a importância de considerarmos a esfera humana do trabalho docente.

Ao considerar todos elementos na concepção do contexto e da cultura que se insere a aula em si, como um laboratório de pesquisa, o PCK compreende que “todo ensino deve ser conscientemente situado nos contextos disciplinares, culturais, pessoais e sociais nos quais ele ocorre” (SHULMAN, 2015, p. 10).

Ao longo do primeiro semestre de 2023, eu compartilhei com os membros do grupo de PA algumas atividades que davam um diagnóstico de aprendizagem das turmas, a fim de traçar um panorama dos perfis das turmas para o planejamento da Aula-Pesquisa.

A primeira atividade desenvolvida tinha como objetivo avaliar a compreensão e representação dos números naturais através de um ditado. Essa atividade permitiu concluir que grande parte das turmas apresentaram defasagens na alfabetização numérica. Surgindo alguns erros com números de dois dígitos, em torno de 30% de erros em valores de quatro dígitos e mais da metade das turmas errando valores de seis dígitos.

Através dos resultados deste ditado, pudemos constatar que o senso numérico dos alunos, em relação à nomenclatura e à representação, apresentou falhas. Essa evidência nos levou a uma reflexão para o planejamento das primeiras atividades da Aula-pesquisa para o projeto e nos motivou a escolher a introdução do tema a partir da nomenclatura.

Além do ditado, os resultados obtidos em uma sondagem apontaram defasagens na compreensão dos algoritmos das quatro operações básicas com números naturais. Em outras atividades, foram detectadas defasagens com leitura e interpretação de problemas.

Essas duas evidências de defasagens de aprendizagem nos fizeram levantar uma hipótese: A falha na compreensão do senso numérico, observada anteriormente, pode estar relacionada à dificuldade na compreensão dos algoritmos. Isso baseou as discussões coletivas no grupo de pesquisa para o planejamento das atividades da sequência didática.

A partir dos resultados da sondagem das quatro operações e das observações de participação nas aulas, foram feitas planilhas de mapeamento para cada turma. Nessas planilhas, havia apontamentos para os erros de cada aluno em cada operação, seu engajamento em tarefas da sala de aula, se o aluno lia e escrevia, se era ou não assíduo, além do resultado do ditado inicial. Ainda na planilha, havia apontamentos para algumas especificidades de alguns alunos das turmas.

Os pesquisadores do grupo de PA tiveram acesso a essas planilhas e algumas das atividades desenvolvidas com as turmas. Em nossos seminários, discutimos sobre as defasagens diagnosticadas e casos específicos desafiadores para o ensino. Durante o segundo bimestre, um dos membros do nosso grupo frequentou algumas aulas, o que tornou a experiência mais enriquecedora, além de delinear de forma mais fiel os perfis de cada turma.

A imersão do grupo de PA no contexto e na cultura escolar das nossas turmas foi uma fase muito marcante, pois em nossas discussões pudemos debater toda a problemática levantada inicialmente, e, também, a questão da vulnerabilidade social envolvida naquele contexto.

Durante o primeiro semestre, foram desenvolvidas atividades incorporando elementos que atendessem às necessidades de compreensão e representação dos números



Em agosto, foi trabalhada a operação divisão. A maioria dos alunos não apresentou autonomia e confiança com as operações básicas, o que foi um elemento considerado durante o planejamento de todas as atividades desenvolvidas posteriormente.

Nesse sentido, a realização de um ciclo de PA, segundo a concepção do *Jyugyo Kenkyu* - LS, de planejar uma aula a partir do que os alunos já sabem e ensinar para que o aluno aprenda o máximo, se conecta à necessidade de compreender todas as dimensões do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. Dessa maneira, considera-se, além do conhecimento específico do conteúdo curricular e da definição de estratégias metodológicas do conhecimento pedagógico, as esferas sociais, afetivas e de aprendizagens no delineamento do contexto de aprendizagem de cada turma. Isso torna-se o ponto de partida para o planejamento das aulas e construção do projeto de PA.

No início de setembro, foi realizada a primeira Aula-Pesquisa do ciclo de PA, nas quais as etapas de escolha do tema, pesquisa sobre o tema e planejamento, que já estavam em curso, considerou todo esse panorama de aprendizagem que construímos durante esse estudo do contexto de aprendizagem das turmas. Esse projeto será detalhado nos capítulos três e quatro desta dissertação.

## 3 Projeto de Pesquisa de Aula: "Frações e Suas Representações" - 6º ano E.F.

Nosso grupo de pesquisa foi formado em abril de 2023. Ao longo dos meses de abril, maio e junho, passamos pela fase de imersão no contexto de aprendizagem das turmas e pela familiarização com a cultura no entorno escolar. Após essa vivência, iniciamos as etapas de um ciclo de PA, planejado para uma sequência didática. Essas etapas estão esquematizadas na Figura 1

Cada uma das etapas do processo de PA desenvolvido nas turmas de sexto ano serão descritas nos subcapítulos deste capítulo.

### 3.1 Escolha do tema: “O quê?”, “Por quê?” e “Para quê?”

Na etapa de escolha do tema, fizemos uma análise das habilidades elencadas pelo currículo oficial para o segundo semestre e discutimos em seminários as seguintes perguntas: “O quê?”, “Por quê?” e “Para quê?”, sob a perspectiva de cada membro do grupo.

- “O quê?”

Frações e Suas Representações.

- “Por quê?”

1. **A consolidação do conceito de números fracionários nesta fase escolar é essencial.**

A dificuldade dos estudantes, quando ocorre a transição dos números naturais para os números fracionários, ocorre devido à falta de reconhecimento dos números fracionários como um novo ente. A compreensão das novas unidades de contagem para compor esses números, e então representá-los, torna-se uma porta de entrada para o novo conjunto numérico. O desenvolvimento da linguagem e da representação correta na construção deste conceito servirá como base para desenvolver a noção de comparação e as operações com as novas estruturas numéricas.

Segundo (KILPATRICK; SWAFFORD; FINDELL, 2001), construir o conceito de número fracionário de forma sólida, compreendendo as relações entre os números desse novo conjunto numérico, é essencial para a transição dos estudantes da fase de aprendizagem aritmética para a pré-algébrica. Assim, ao expandir as operações para esse novo conjunto numérico, consolidam-se as

relações que serão acessadas durante a fase de aprendizagem algébrica, a partir das novas estruturas.

Dessa forma, a PA neste tema, em colaboração com os demais membros desse grupo, viabiliza a transformação do conhecimento do conteúdo e do conhecimento pedagógico do conteúdo dos pesquisadores envolvidos. Considerando-se que esse é um tema fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos, e, geralmente, é considerado delicado de ser construído.

## 2. Foram diagnosticadas defasagens na aprendizagem em "Frações e Suas Representações".

Atualmente, os baixos percentuais de acerto em provas externas nas questões envolvendo frações são motivo de preocupação, apontados, inclusive, em formações para professores promovidas pela Diretoria de Ensino.

Nesse sentido, observamos os índices de acertos dos nossos alunos, das quatro turmas de sexto ano, em questões da Prova Paulista do segundo bimestre de 2023:

DESEMPENHO POR CONTEÚDO		
(%) Acertos	CONTEÚDOS	DESCRITORES
7,3%	Figuras Geométricas: Polígonos	Traçar as diagonais de um polígono
7,3%	Fração como parte de um todo. Fração como quociente. Fração de um número natural	Compreender a fração como quociente de dois números naturais
12,9%	Ângulo: noção, usos e medidas	Classificar ângulos de acordo com a medida
12,9%	Quadriláteros e suas características	Identificar características dos quadriláteros
13,7%	Fração: simplificação de frações	Simplificar frações até a forma irredutível
20,2%	Cálculo da área de triângulos	Calcular área de triângulos
21,0%	Comparação de frações. Frações equivalentes	Identificar frações equivalentes
21,8%	Ângulo: noção, usos e medidas	Reconhecer giros de quartos de volta em torno de um ponto
23,4%	Comparação de frações. Frações equivalentes	Comparar frações equivalentes
23,4%	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados	Identificar os vértices de um polígono a pares ordenados
25,8%	Classificação dos triângulos em relação a medida dos lados e ângulos	Classificar triângulos em relação a medida dos lados e ângulos
25,8%	Figuras Geométricas: Polígonos	Identificar figuras geométricas com as características de um polígono. Classificar polígonos em convexos ou côncavos
25,8%	Triângulos: classificação em relação a medida dos lados	Classificar triângulos de acordo com a medida dos lados (equilátero, isósceles ou escaleno)
26,6%	Área de retângulos	Resolver problemas calculando a área de retângulos
27,4%	Fração: fração na reta numérica	Localizar e associar números racionais positivos a pontos da reta numérica
30,6%	Fração como parte de um todo. Leitura e escrita de frações	Ler e escrever frações de acordo com o valor do denominador
33,9%	Fração: fração na reta numérica	Localizar e associar números racionais positivos a pontos da reta numérica
36,3%	Fração como parte de um todo. Fração como quociente. Fração de um número natural	Resolver situações-problema que envolvam cálculo da fração de uma quantidade que resulte em um número natural
37,1%	Fração como parte de um todo	Compreender que a fração representa partes de um todo
42,7%	Potência de base 10 e arredondamento para múltiplos de 10	Realizar estimativas que envolvam múltiplos da potência de base 10

Figura 5 – Percentuais de acertos por conteúdos - Prova Paulista 2º bimestre de 2023

Fonte: (<https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/>)

Esses resultados indicam uma superficialidade na construção do conceito de números fracionários ou uma lacuna de aprendizagem sobre esse tema.

### 3. São recorrentes relatos de medo de frações pelos alunos, ao ingressarem no sexto ano.

A construção do conceito de números fracionários é desafiadora para os professores. Além disso, esse conceito é apontado pelos alunos como difícil. Esse é, geralmente, um tema que, ao ingressar no sexto ano, os alunos não apreciam e relatam não compreender. A relação emocional dos alunos com o conteúdo pode criar barreiras no desenvolvimento de sua aprendizagem. Construir uma nova relação dos alunos com a sua aprendizagem, promovendo uma vivência positiva com ela, pode romper essa concepção e possibilitar maior engajamento durante a retomada e o aprofundamento do tema.

#### • Para quê?

O processo de PA permite construir, colaborativamente, uma sequência didática planejada com objetivos específicos, alinhados às necessidades levantadas. Neste projeto, as necessidades identificadas e indicadas na seção anterior são:

1. Sólida construção do conceito de números fracionários;
2. Conexão deste conhecimento com os objetos de aprendizagem que não foram desenvolvidos ou foram desenvolvidos superficialmente (defasagem);
3. Construção de uma relação positiva dos alunos com a sua aprendizagem neste tema.

A sequência didática foi planejada para contribuir com o desenvolvimento da confiança e da autonomia dos alunos no conteúdo de frações, e as suas representações, o que oferece uma base sólida para a construção futura da aprendizagem dos algoritmos das operações com frações, na fase pré-algébrica dos mesmos. Além disso, o projeto tem o objetivo de promover o desenvolvimento profissional dos pesquisadores, membros do grupo de PA, ampliando e ressignificando seus conhecimentos no tema "Frações e Suas Representações".

A sequência didática foi sendo construída ao longo do processo de PA deste projeto. As evidências coletadas durante as etapas desta sequência foram determinantes para o planejamento das fases seguintes.

## 3.2 A pesquisa sobre o tema - *KYOZAI KENKYU*

A etapa inicial de pesquisa sobre o tema para o planejamento da Aula-Pesquisa, descrito na seção seguinte, constitui um dos Produtos Educacionais dos programas de mestrado PROFMAT e PPGECE, com co-autoria do pesquisador colaborador Wilson Giovani de Souza. Este trabalho foi apresentado no 15th International Congress on Mathematical Education - ICME - 15 (BALDIN; PEREIRA; SOUZA, 2024).

Este subcapítulo está dividido em pesquisa documental (materiais oficiais, livros didáticos, etc.) e metodologia para o desenvolvimento para a sequência didática.

### 3.2.1 Pesquisa documental

Iniciamos a pesquisa documental analisando os documentos oficiais para a educação no Brasil - Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e no Estado de São Paulo - o Currículo Paulista.

Dentro do tema “Frações e Suas Representações”, as habilidades apresentadas na BNCC para o quarto, quinto e sexto ano do Ensino Fundamental são:

(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ( $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/5$ ,  $1/10$  e  $1/100$ ) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.

Figura 6 – Habilidades da BNCC com frações - 4º ano  
Fonte: (BRASIL, 2017, p. 291)

(EF05MA02) Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica.

(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.

(EF05MA04) Identificar frações equivalentes.

(EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.

(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros. (EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Figura 7 – Habilidades da BNCC com frações - 5º ano  
Fonte: (BRASIL, 2017, p. 295)

A fim de compreender o que era esperado para cada habilidade, realizamos um estudo das questões relacionadas a frações nos Cadernos do Aluno de 2022 e 2023 do

- (EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.
- (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.
- (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.
- (EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.
- (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.
- (EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.

Figura 8 – Habilidades da BNCC com frações - 6º ano  
Fonte: (BRASIL, 2017, p. 301)

"Currículo em Ação", Secretaria da Educação, SEDUC, SP. Consideramos que esses materiais são destinados aos estudantes das escolas estaduais e, portanto, não foram utilizados pela maioria dos nossos alunos, que veio de escolas municipais. No entanto, esse estudo oferece uma orientação sobre os conhecimentos esperados para o sexto ano.

O conceito de frações é introduzido no quarto ano do Ensino Fundamental por meio de problemas nos quais um lanche, um chocolate e uma maçã são divididos em duas, três e quatro partes iguais respectivamente. Nesses problemas, são feitas as seguintes perguntas: “Qual parte do lanche (chocolate/maçã) receberá cada amigo?” e “Você conhece uma escrita numérica que possa representar cada uma das partes?” (SÃO PAULO, 2022a, p. 14).

Ao longo dos primeiros problemas propostos, observa-se a construção da nomenclatura das unidades fracionárias a partir da divisão de um objeto em partes iguais e sua relação com a representação simbólica das frações.

Embora essa construção esteja prevista para ocorrer desde o quarto ano, questões similares envolvendo a nomenclatura de frações nas avaliações do sexto ano ainda apresentam um alto índice de erros.

Nos problemas seguintes, ainda no material do quarto ano do Ensino Fundamental, surge a comparação entre frações com suporte na representação pictórica das mesmas (SÃO PAULO, 2022a, 15 e 56). Além disso, há um problema envolvendo a divisão de

um todo em partes não iguais (SÃO PAULO, 2022a, p. 55). A comparação de frações apresenta, geralmente, alto índice de erros em avaliação, entre os estudantes do sexto ano. Além disso, alguns erros dos alunos com o conceito de números fracionários estão relacionados à divisão em partes iguais do todo-referência.

Por meio de situações-problema, o material do quarto ano do Ensino Fundamental propõe a fração de uma quantidade discreta (SÃO PAULO, 2022a, p. 57), a representação fracionária e a representação decimal (SÃO PAULO, 2022a, p. 59) e a representação na reta numérica (SÃO PAULO, 2022a, p. 114).

No material do quinto ano, são retomadas: a nomenclatura; a escrita dos números fracionários; a comparação de frações; e a relação entre representações decimais e fracionárias (SÃO PAULO, 2023b, 63 a 84). Além disso, são introduzidas a equivalência de frações (SÃO PAULO, 2023b, p. 81) e a relação das representações decimais e fracionárias com a porcentagem (SÃO PAULO, 2022b, 66 a 105).

Através do estudo desse material, foi possível identificar quais os tipos de problemas que visam desenvolver os conceitos e as habilidades esperados para o sexto ano e refletir sobre quais deveriam ser as etapas de construção desse conhecimento ao longo da sequência didática. O desafio, na construção desta sequência didática, é estabelecer os pontos principais ao longo das etapas, conectá-los e relacioná-los aos conhecimentos prévios dos alunos.

Para entender as expectativas de aprendizagem sobre frações para o sexto ano, relacionamos o estudo dos materiais do quarto e quinto ano do Ensino Fundamental com as questões da Prova Paulista do segundo bimestre, dentro desse tema. Dessa forma, identificamos as habilidades que apresentam os menores índices de acerto, a fim de detectar o nível de proficiência dos alunos sobre frações, e as suas representações, nas turmas acompanhadas.

Nesse sentido, destacamos a importância do diagnóstico de aprendizagem das turmas, como parte do planejamento de um ciclo de PA. Para planejar a aula, é necessário partir do que o aluno já sabe, um princípio fundamental dentro da fase de planejamento da Lesson Study em seu país de origem. Assim, aponta-se como uma falha no ensino, a obrigatoriedade de desenvolver um currículo “congelado” que não possibilita uma adaptação ao contexto de aprendizagem das turmas.

Abaixo, seguem essas questões, com a indicação do percentual de acerto para as nossas quatro turmas de sexto ano:

**3.3%**  
**QUESTÃO 5**

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
5	D	2º	(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.	Compreender a fração como quociente de dois números naturais.	Fração como parte de um todo. Fração como quociente. Fração de um número natural.

Um professor ao perguntar aos seus alunos a representação decimal da fração  $\frac{2}{5}$ , obteve várias respostas. Assinale a alternativa correta.

- (A) 5,2
- (B) 4
- (C) 2,5
- (D) 0,4

**3.7%**  
**QUESTÃO 10**

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
10	A	2º	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.	Simplificar frações até a forma irredutível.	Fração: simplificação de frações.

Qual das frações a seguir representa a forma irredutível da fração  $\frac{20}{16}$ ?

- (A)  $\frac{5}{4}$
- (B)  $\frac{10}{8}$
- (C)  $\frac{16}{20}$
- (D)  $\frac{40}{32}$

Figura 9 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (1)  
Fonte: <https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/>

**2.00%**  
**QUESTÃO 7**

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
7	D	2º	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.	Identificar frações equivalentes	Comparação de frações. Frações equivalentes.

Assinale a alternativa em que todas as frações são equivalentes

- (A)  $\frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{3}{6}$
- (B)  $\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{6}{3}$
- (C)  $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$
- (D)  $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}$

**23.4%**  
**QUESTÃO 6**

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
6	B	2º	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.	Comparar frações equivalentes.	Comparação de frações. Frações equivalentes.

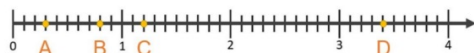
Três amigos, Benê, Lyra e Inês colecionaram as figurinhas da Copa e estavam comparando quem havia colocado mais figurinhas em seus álbuns. Benê colou figurinhas em  $\frac{3}{4}$  do álbum, Lyra em  $\frac{4}{8}$  e Inês em  $\frac{3}{8}$ . Podemos afirmar que:

- (A) Lyra colou mais figurinhas.
- (B) **Benê colou mais figurinhas.**
- (C) Inês colou mais figurinhas.
- (D) Inês e Benê colaram a mesma quantidade de figurinhas.

Figura 10 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (2)  
Fonte: <https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/>

**27.4%**  
**QUESTÃO 9**

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
9	C	2º	(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.	Localizar e associar números racionais positivos a pontos da reta numérica.	Fração: fração na reta numérica.



A fração  $\frac{6}{5}$  está associada a qual ponto na reta numérica a seguir?

- (A) A
- (B) B
- (C) **C**
- (D) D

**30.6%**  
**QUESTÃO 3**

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
3	A	2º	(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.	Ler e escrever frações de acordo com o valor do denominador.	Fração como parte de um todo. Leitura e escrita de frações.

Assinale a leitura que corresponde a fração  $\frac{7}{15}$

- (A) **Sete quinze avos**
- (B) Sete quinze décimos
- (C) Quinze sete décimos
- (D) Quinze sete avos

Figura 11 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (3)  
Fonte: <https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/>

**33.30**  
**QUESTÃO 8**

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
8	B	2º	(EF06MA06) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.	Localizar e associar números racionais positivos a pontos da reta numérica.	Fração na reta numérica.

A fração  $\frac{5}{2}$  está representada na reta numérica pelo ponto

(A) A  
(B) B  
(C) C  
(D) D

**36.31**  
**QUESTÃO 4**

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
4	B	2º	(EF06MA09) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.	Resolver situações-problema que envolvam cálculo da fração de uma quantidade que resulte em um número natural.	Fração como parte de um todo. Fração como quociente. Fração de um número natural.

(Portal OBMEP - adaptada) A população de um município é de 160 000 habitantes. A população da zona rural corresponde a  $\frac{2}{5}$  do número de habitantes desse município. Qual é a população da zona rural?

(A) 32 000  
(B) 64 000  
(C) 400 000  
(D) 800 000

Figura 12 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (4)  
Fonte: <https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/>

**37.14**  
**QUESTÃO 2**

ITEM	GAB	BIM	HABILIDADE DO CURRÍCULO	DESCRIPTOR DO ITEM	CONTEÚDO
2	C	2º	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.	Compreender que a fração representa partes de um todo.	Fração como parte de um todo.

A figura a seguir é um octógono regular, isto é, um polígono de oito lados com a mesma medida.

A fração que representa a parte pintada deste polígono é

(A)  $\frac{1}{8}$   
(B)  $\frac{2}{8}$   
(C)  $\frac{3}{8}$   
(D)  $\frac{4}{8}$

Figura 13 – Prova Paulista - 6º ano - 2º bimestre de 2023 (5)  
Fonte: <https://escolatotal.educacao.sp.gov.br/>

Observamos nos resultados dessa avaliação que, entre as questões sobre o tema, a que apresentou o maior índice de acertos (Questão 2 - 37,1%) envolve a representação simbólica relacionada à parte pintada de uma figura. Nesse sentido, fica evidente que a maioria dos estudantes não apresenta o conhecimento esperado, havendo falhas na compreensão da nomenclatura e das representações de frações. A falta de entendimento sobre o conceito em si, impede que os alunos realizem ações como comparar, operar e relacionar frações com outras representações. Isso é observado nos resultados das outras questões, em particular, no resultado da questão com o menor índice de acertos (Questão 5 - 7,3%), que relaciona frações com números decimais.

Ao comparar o percentual de acertos dos alunos nas questões da Prova Paulista, e as questões sugeridas ao longo do primeiro semestre de 2023 nos materiais oficiais do Estado de São Paulo para o sexto ano, Aprender Sempre (SÃO PAULO, 2023a, 102 a 110) e Currículo em Ação (SÃO PAULO, 2023c, 45 a 47), nota-se uma lacuna de aprendizagem no tema "Frações e Suas Representações" nas turmas nas quais esse projeto foi desenvolvido. As atividades sugeridas passam rapidamente por representações (fracionária e decimal),

comparação e equivalência, até as operações com frações e potências de frações. Ao avançar por esses conceitos e treinar os procedimentos, sem consolidar o conceito de números fracionários, a construção do pensamento matemático torna-se superficial, e os alunos não conseguem justificar os procedimentos e os passos em resolução de problemas.

Além dos materiais oficiais do Estado de São Paulo, consultamos livros didáticos utilizados em outras turmas (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015) (GAY; SILVA, 2018), bem como o livro didático escolhido para o ano seguinte (IEZZI; DOLCE; MACHADO, 2022). Dessa forma, foi possível comparar a construção dos conceitos e a sequência das habilidades esperadas para as atividades.

Através do estudo desses materiais e das decisões tomadas a partir do diagnóstico da aprendizagem dos estudantes sobre frações, destacamos que seria essencial focar, inicialmente, na construção do conceito através da nomenclatura. Ao se apropriar da linguagem na manipulação dos números fracionários, os estudantes poderiam oralizar suas ideias, facilitando a consolidação do conhecimento sobre frações.

A construção do pensamento fracionário, a partir da nomenclatura e da linguagem, foi discutida nos seminários do grupo de pesquisa para o planejamento da sequência didática. Um estudo sobre algumas questões fundamentais para a introdução dessa linguagem (WALLE, 2009, 322 a 361) aborda a construção do conceito de fração a partir da divisão do todo-refênciã em partes iguais, introduzindo a linguagem por meio de discussões sobre o nome de cada unidade fracionária, onde os alunos devem conectar o nome à quantidade de partes iguais que completam o todo-refênciã. Ainda nesse estudo, são apresentados passos para a construção do pensamento envolvendo a comparação de frações, começando pela comparação com "um meio" e "um inteiro", elementos que foram relevantes para a sequência didática desenvolvida.

Nesse contexto, destacamos como fundamental a construção da sequência didática a partir da nomenclatura, visando o desenvolvimento do pensamento matemático relacionado ao conceito de frações, e as suas representações. Além disso, é essencial que ela contemple questões norteadoras para a compreensão dos conceitos de comparação e equivalência de frações, que são centrais para conteúdos posteriores e as operações.

Nos seminários, aprofundamos a discussão dos conceitos, relacionando nossos conhecimentos sobre a estrutura algébrica dos números fracionários e sua ligação com a linguagem adequada para o ensino de frações, e as suas representações. Durante a realização desses seminários em nosso grupo de pesquisa, ficou evidente o crescimento profissional em decorrência dos debates sobre o tema, ocasionando o desenvolvimento do Conhecimento do Conteúdo de Matemática (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) e do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (SHULMAN, 1986).

### 3.2.2 Metodologia para o desenvolvimento da sequência didática

A escolha da metodologia para as aulas da sequência didática teve como principal foco a comunicação para o desenvolvimento da linguagem e argumentação na construção dos conceitos. Dessa forma, o papel ativo do aluno durante as aulas é fundamental para o desenvolvimento da linguagem e deve permear a construção do seu conhecimento no fluxo de aprendizagem.

Esta metodologia de ensino e aprendizagem no ciclo de PA ocorre durante todo o processo de aprendizagem, sendo essencial no processo de abstração dos conceitos pelos alunos, a partir da argumentação na verbalização de suas ideias.

As discussões no grupo de pesquisa resultaram em uma sequência didática que foi sendo construída ao longo do processo, partindo do planejamento coletivo de uma primeira Aula-Pesquisa.

A primeira Aula-Pesquisa propõe a manipulação de material concreto para a introdução da nomenclatura. Na proposta desta aula, são desenvolvidos diálogos entre a professora e os estudantes, e entre os próprios estudantes durante uma dinâmica, a fim de estimular a comunicação na construção do conhecimento. Através da participação ativa do estudante durante a dinâmica, a aula volta-se aos alunos, atribuindo ao professor o papel de mediador na construção do conhecimento e colocando o aluno como protagonista dentro desse processo.

Ao longo das demais aulas da sequência didática, são propostas outras ferramentas para a construção dos conceitos que serão discutidos no capítulo quatro desta dissertação. Ainda assim, ao longo de todas as aulas, tivemos como objetivo a realização de propostas que estimulem a comunicação para a construção da linguagem.

## 3.3 Planejamento da Aula-Pesquisa

A primeira Aula-Pesquisa, planejada entre os meses de julho e setembro de 2023, teve como objetivo introduzir a nomenclatura de frações para a construção da linguagem e a compreensão do conceito. O plano foi construído, levando em consideração que essa construção deve ocorrer como consequência da participação ativa dos alunos ao oralizar suas respostas. O plano desta aula contemplou o uso de material concreto para dar nome às unidades fracionárias, construindo as suas justificativas a partir da comparação com o todo-referência, e, para a contagem das unidades fracionárias para compor o todo-referência ou um número fracionário pré-estabelecido.

O material escolhido para essa proposta foi o “estojo de frações” (BALDIN, et al., 2018), com a estratégia metodológica de uso de material manipulativo para que os alunos conectem a representação concreta a esse novo ente, concebendo a ideia de um

novo número que é dado a partir da contagem de unidades fracionárias, e estas, por sua vez, determinadas pela quantidade necessária para completar o todo-referência.

A partir dessa manipulação, os alunos devem conectar a nomenclatura das unidades fracionárias e dos números fracionários com a sua representação concreta, para, então, abstrair para a representação simbólica. Dessa forma, os estudantes concebem o conceito e são capazes de descrevê-lo.

Esse material foi apresentado na disciplina MA40 - Tópicos de Matemática, sendo disponibilizada uma versão simplificada do mesmo e uma impressão do artigo (BALDIN; SILVA; MARTINS, 2018), que traz algumas propostas de atividades com o estojo. Durante essa apresentação, foram propostas algumas tarefas investigativas com o material, envolvendo frações equivalentes e operações com frações. A investigação deste material despertou o interesse para usá-lo como aula introdutória em nossa sequência didática. Os kits utilizados durante a aula foram emprestados pelo Departamento de Matemática da UFSCar e pela orientadora deste trabalho.



Figura 14 – Estojo de frações  
FONTE:(PEDAGÓGICA, 2024)

Foram emprestados nove kits de estojos de frações a serem utilizados pelos alunos, organizados em grupos. Além do estojo de frações que cada grupo iria receber, foi confeccionado, pela autora deste trabalho, um estojo de frações ampliado em E.V.A, placa de metal e imãs:



Figura 15 – Estojo de frações ampliado  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

No desenvolvimento do plano de aula, foram previstas perguntas norteadoras que conduzissem a exploração do material para a construção dos conceitos, ações esperadas dos alunos a essas perguntas e as reações esperadas da professora, para cada ação dos alunos. Várias alterações foram feitas ao longo das três versões do plano de aula, a partir das discussões em colaboração com os membros do grupo de PA. Essas modificações na transição para a versão final do plano de aula não serão apresentadas neste trabalho, no entanto, poderão ser resgatadas em alguma apresentação futura.

A Aula-Pesquisa ocorreu em aulas duplas para cada uma das quatro turmas de sexto ano. A tabela abaixo representa a síntese da versão final do plano de aula:

<b>TEMA:</b> construção do conceito de unidades fracionárias e números fracionários;
<b>CONTEÚDO:</b> fração: conceitos e nomenclaturas; comparação de unidades fracionárias de um todo-referência;
<b>MATERIAIS UTILIZADOS:</b> caderno para anotações; folha impressa (roteiro para investigação do material); estojo de frações; um estojo grande adaptado em E.V.A.; quadro branco;

Figura 16 – Plano de aula (1)  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

	<b>PROPOSTAS E PERGUNTAS (PP)</b>	<b>AÇÕES ESPERADAS DOS ALUNOS (AEA)</b>	<b>REAÇÕES ESPERADAS DA PROFESSORA (REP)</b>
	- Apresentação da proposta, dos professores observadores e entrega dos estojos de frações, (7 minutos para que explorem o material);	(Não foram planejadas as ações com o início dessa aula - apresentações)	(Não foram planejadas as ações com o início dessa aula - apresentações)
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <b>PP – 1</b>  <b>AEA – 1,2,3,4,5</b> </div>	- Gostaria que me contassem o que vocês estão vendo nesse material. Como ele é? O que vocês acham que são cada um desses itens?	- São várias formas geométricas, tem retângulos e quadrados. - São coloridos. Parecem ser figuras geométricas. -Tem algumas folhas transparentes também, marcadas. Alguns materiais estão marcados com frações. - Cada peça tem um tamanho. - Tem uma peça grande que encaixa na caixinha de madeira.	(Não foram planejadas as reações, sendo feita uma nova pergunta)
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <b>PP – 2</b>  <b>AEA – 1,2,3,4</b>  <b>REP – 1,2</b> </div>	- Na opinião de vocês, eles se relacionam de alguma forma? (respondam o que acham, não se preocupem de estar certo ou não). Vocês acham que alguns desses materiais “tem a ver” com algum outro que tem no estojo?	- Acho que sim; - Porque sim professora, acho que devem ter alguma ligação, eles têm a mesma “largura”, têm a mesma largura da peça maior também. - Ela encaixa dentro. - As peças da mesma cor têm o mesmo tamanho	- Por quê?  - Mais alguma coisa? (Reação coincide com a pergunta seguinte)
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <b>PP – 3</b>  <b>AEA – 1,2,3</b> </div>	- O que acontece com as peças de mesma cor, por que será que têm a mesma cor?	- São todas do mesmo tamanho, algumas tem mais, outras menos. - As menores, tem mais peças. - Todas as peças da mesma cor encaixam na caixinha de madeira.	(Aqui não foram previstas reações)
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <b>PP – 4</b>  <b>AEA – 1,2,3,4,5</b>  <b>REP – 1,2,3</b> </div>	- O que vocês acham que são essas transparências? Elas têm alguma relação com os outros itens do estojo?	- Tem frações escritas nela; elas têm um retângulo igual ao do apoio. Cada uma delas está dividida em partes de mesmo tamanho. - Não, o retângulo desenhado nela.  - Olha professora, essa transparência está dividida em 5 partes e cabem todas as 5 peças certinho da cor verde. - Porque aqui está escrito “1 barra 5” e cabem as cinco peças.  - Acho que dá certo, que encaixa.	- As transparências? <i>(Aqui eu acredito que alguns alunos já devem estar tentando colocar as unidades fracionárias coloridas nos desenhos das transparências)</i> - Por quê? - Será que isso acontece com as outras também?  <i>(Acredito que a sala irá testar as outras cores, e que alguns alunos vão me dizer que não estão entendendo nada, eu acredito que devo explicar que os outros estão tentando colocar as peças de mesma cor em alguma das transparências e pergunto a esse grupo o que acha disso)</i> - Então me mostra.

Figura 17 – Plano de aula (2)  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

<p><b>PP – 5</b> <b>AEA – 1,2,3,4</b> <b>REP – 1,2,3</b></p>	<p>- Peguem a peça preta e tentem colocar na caixa de madeira. O que essa peça tem a ver com esse retângulo no centro da caixa?</p>	<p>- Essa peça é a metade do retângulo. - Que duas peças dessas, duas metades, completam o retângulo. - Sim.  - Aqui professora, na transparência 1 sobre 2</p>	<p>- E o que isso significa? - Essas duas peças pretas são iguais? Comparem.  - Olhem as transparências, tem alguma em que o desenho encaixa nessas peças?</p>
<p><b>PP – 6</b> <b>AEA – 1,2</b> <b>REP – 1</b></p>	<p>Isso mesmo, a fração um sobre dois se chama “um meio” e ela representa a metade do “todo-referência”, essa é uma das unidades fracionárias do nosso estojo e o nome dela é um meio, pois duas partes IDÊNTICAS completam o nosso “todo-referência”, que é, nesse caso, este retângulo inteiro. Toda vez que temos uma fração, o mais importante é definirmos quem é a nossa referência, quem é o nosso TODO, ou o nosso INTEIRO.  - Peguem a transparência onde o retângulo não aparece dividido. O que está escrito?</p>	<p>(Não foram previstas ações dos alunos para essa explicação)  - Um. - Porque é um (retângulo desse) inteiro.</p>	<p>- Por quê?</p>
<p><b>PP – 7</b> <b>AEA – 1</b></p>	<p>- Agora, peguem as peças verde escuro. Qual parte que uma peça dessa representa do todo? Por quê?</p>	<p><i>(Aqui eu acredito que eles vão tentar dizer de alguma forma que é a quinta parte, mas não saberão qual palavra usar).</i> - Professora, é preciso 5 peças dessas para completar o retângulo, então é “quinto”, “1 sobre cinco”, “1 dividido por 5”.</p>	<p>(Não foram previstas reações, sendo a pergunta seguinte ligada com a previsão de resposta dos alunos)</p>
<p><b>PP – 8</b> <b>AEA – 1</b></p>	<p>- De quantas unidades fracionárias dessas eu preciso para completar o todo?</p>	<p>- Cinco.</p>	
<p><b>PP – 9</b> <b>AEA – 1,2</b></p>	<p>- Peguem a transparência em que o todo está dividido em 5 partes, coloquem todas as peças verdes no estojo e coloquem a transparência sobre elas no estojo. Qual fração está escrita em cada uma das partes?</p>	<p>- Um sobre cinco. - <u>Um barra</u> cinco.</p>	
	<p>Então essa unidade fracionária corresponde a um quinto do nosso todo-referência, o nome um quinto, nos diz quantas partes dessas é preciso para completar nosso todo-referência. Contem comigo (vou colocando no estojo de E.V.A: um quinto, dois quintos, três quintos, quatro quintos e cinco quintos). O que estamos estudando aqui são as frações, que é uma forma de representar este inteiro quando é</p>	<p>(Não foram previstas ações dos alunos para essa síntese)</p>	

Figura 18 – Plano de aula (3)  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

	dividido em partes de mesmo tamanho, e chamamos de unidades fracionárias cada parte dessas, o nome que elas recebem (denominador) está ligado à quantidade delas que se é necessário para completar o nosso todo-referência.		
<b>PP – 10</b>	Gostaria que tentassem representar três quartos no estojo de vocês. Agora gostaria que representassem sete décimos no estojo de vocês	<i>(No momento que colocarei as perguntas, convidarei alguns alunos que estiverem mais dispersos a virem à lousa para representarem no estojo de E.V.A. algumas frações);</i>	
	Nessas frações que representamos agora, o número de cima nos diz quantas unidades fracionárias foram usadas (numerador) e o número de baixo nos diz em quantas partes iguais o todo foi dividido, ou seja, quais unidades fracionárias usamos (denominador)	(Não foram feitas previsões de ações dos alunos)	
<b>PP – 11</b>	Dois representantes de dois grupos serão chamados à frente e pedirei para uma dupla falar uma fração, para que a outra dupla a represente no estojo de E.V.A e na lousa (simbolicamente). Os demais alunos irão representar em seus estojos de frações para comparar com o resultado apresentado.	<i>(Nesse momento eu acredito que podem surgir frações equivalentes. Caso isso venha a acontecer, eu introduzirei a palavra "equivalentes" para frações que representam a mesma parte do todo-referência, porém são diferentes, dizemos de forma diferente, mesmo que representem a mesma parte).</i>	
<b>PP – 12</b> <b>AEA – 1,2</b> <b>REP – 1</b>	- Gostaria que pegassem as peças marrom. Quantas destas são necessárias para completar o todo-referência? Qual é a UNIDADE FRACIONÁRIA que ela representa do todo-referência?	- São necessárias 12 peças. - Um sobre 12.	O termo tem origem em <u>octavus</u> (em latim, "oitavo"), que passou a ser escrito <u>oit'avos</u> (aí sim para representar uma fração). Desde então, a terminação "avo" passou a ter o uso atual. [NOVA ESCOLA]
<b>PP – 13</b>	Caso ainda dê tempo, (15 minutos) a professora irá entregar aos alunos o roteiro de atividade que terá a nomenclatura das unidades fracionárias e eles deverão completar as frases podendo usar o estojo de frações como suporte, as duas primeiras frases serão montadas com meu estojo e feitas como exemplo na lousa. (essa folha será recolhida para verificar se há validação do aprendizado). O restante da aula será direcionado para que preencham o roteiro e usem o material para compor as frações. <i>(Essa atividade será realizada na aula seguinte, caso não haja esse tempo).</i>	(Para essa sequência não foram previstas ações dos alunos)	

Figura 19 – Plano de aula (4)  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

Os objetivos específicos de cada uma das propostas e perguntas norteadoras são:

PP-1: Alunos: explorarem livremente o material; Professora: observar o estabelecimento espontâneo de relações;

PP-2: Alunos: verbalizarem as relações estabelecidas livremente com o material;

PP-3: Direcionar os alunos a encontrar uma relação das unidades fracionárias iguais entre elas;

PP-4: Direcionar os alunos a relacionar as unidades fracionárias com sua representação simbólica e com a divisão do todo-referência; (Resgatar conhecimento de fração como divisão do todo-referência)

PP-5 e 6: Resgatar e organizar o conhecimento sobre o número fracionário "um meio" e, em seguida, "um inteiro", estabelecendo um significado para a representação simbólica a partir da comparação com o todo-referência;

PP-7, 8 e 9: Ampliar essa relação para outras unidades fracionárias e apresentar a nomenclatura a partir do conceito construído com essa relação;

PP-9 e 10: Relacionar a nomenclatura da unidade fracionária "um quinto" com a quantidade delas que completa o todo-referência, dando significado ao denominador da fração que a representa. Relacionar a contagem das unidades fracionárias com o numerador.

PP-10: Estimular os alunos a apresentarem alguns números fracionários com o material concreto e estimular o diálogo para que adquiram a linguagem e usem a nomenclatura.

PP-11: Alterar a dinâmica de aprendizagem para estimular o engajamento e participação de todos; Oferecer uma oportunidade a todos os grupos de propor e representar um número fracionário, utilizando a nomenclatura desenvolvida até o momento;

PP-12: Apresentar a nomenclatura de unidades fracionárias com denominadores maiores que 10;

PP-13: Preencher um roteiro de exercícios para treinarem: a escrita da fração associando o numerador com a quantidade de uma determinada unidade fracionária e o denominador com a unidade fracionária determinada que compõe essa fração; e, a nomenclatura da unidade fracionária a partir da quantidade delas que completa o todo-referência;

Abaixo, segue a versão final do roteiro de atividades planejado para desenvolver o objetivo específico PP-13

NOME: \_\_\_\_\_ 6º ANO \_\_\_\_

ROTEIRO DE ATIVIDADES – MATEMÁTICA

(A)  $\frac{2}{7}$  É \_\_\_\_\_ UNIDADES DE — .

(B)  $\frac{5}{8}$  É \_\_\_\_\_ UNIDADES DE — .

(C)  $\frac{2}{12}$  É \_\_\_\_\_ UNIDADES DE — .

(D)  $\frac{1}{11}$  É \_\_\_\_\_ UNIDADES DE — .

(E)  $\frac{5}{10}$  É \_\_\_\_\_ UNIDADES DE — .

(F)  $\frac{9}{9}$  É \_\_\_\_\_ UNIDADES DE — .

(G)  $\frac{2}{3}$  É \_\_\_\_\_ UNIDADES DE — .

\_\_ PARTES DE — (LARANJA) FORMAM UM INTEIRO

\_\_ PARTES DE — (PRETO) FORMAM UM INTEIRO

\_\_ PARTES DE — (CINZA) FORMAM UM INTEIRO

\_\_ PARTES DE — (ROSA CLARO) FORMAM UM INTEIRO

\_\_ PARTES DE — (VERDE ESCURO) FORMAM UM INTEIRO

\_\_ PARTES DE — (LILÁS) FORMAM UM INTEIRO

\_\_ PARTES DE — (VERMELHO) FORMAM UM INTEIRO

\_\_ PARTES DE — (AZUL ESCURO) FORMAM UM INTEIRO

\_\_ PARTES DE — (ROSA ESCURO) FORMAM UM INTEIRO

\_\_ PARTES DE — (AMARELO) FORMAM UM INTEIRO

\_\_ PARTES DE — (VERDE CLARO) FORMAM UM INTEIRO

\_\_ PARTES DE — (MARROM) FORMAM UM INTEIRO

ESCREVA, COM SUAS PALAVRAS, O QUE É FRAÇÃO:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Figura 20 – Roteiro de atividade após a aula com os estojos de frações (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

Sendo a primeira experiência de planejamento para a Aula-Pesquisa, e como seria aplicada a quatro turmas de diferentes perfis, focamos no planejamento das ações dos alunos e das reações da professora, porém não foi planejado o tempo de cada etapa deste plano, que seria uma consequência na reflexão.

### 3.4 Execução da Aula-Pesquisa - *KENKYU JYUGYO*

A Aula-Pesquisa foi aplicada nos dias quatorze e quinze de setembro de 2023. No dia quatorze, as aulas nas turmas 6º ano B, 6º ano C e 6º ano D foram acompanhadas pela pesquisadora supervisora (PS) e o pesquisador colaborador (PO) do grupo de PA, como observadores externos. Todas as aulas foram duplas (90 minutos) e seguidas, iniciando na segunda aula e finalizando na sétima. No dia quinze, as aulas no 6º ano A não foram acompanhadas pelos pesquisadores do nosso grupo de PA, mas foram parcialmente gravadas pela professora regente e discutidas posteriormente com os pesquisadores do grupo de PA. Nessas aulas, uma professora do ensino colaborativo esteve presente, interagindo com os alunos da sala no geral. A aula também foi dupla, sendo as duas primeiras do dia.

Na seção seguinte, a primeira aplicação da Aula-Pesquisa é narrada com maiores detalhes para retratar a experiência. Nas demais aulas, os detalhes foram resumidos, focando-se nos detalhes e nas modificações para sustentar a análise pós-aula.

#### 3.4.1 Execução da Aula-Pesquisa no 6º ano D - 2ª e 3ª aulas

A professora apresentou aos alunos a proposta da aula e os outros professores pesquisadores que estavam presentes, e pediu que eles se organizassem em sete grupos de três ou quatro alunos. Cada grupo recebeu um estojo de frações e passou a explorá-lo livremente. O ruído das conversas nos grupos estava alto e havia agitação dos estudantes com a situação atípica.

A professora iniciou as perguntas previstas, conduzindo um diálogo com os alunos. Devido ao estresse da situação, a professora consultou o plano de aula impresso algumas vezes para tentar seguir a sequência das perguntas previstas, o que tornou esse diálogo não fluido, sendo que algumas perguntas foram modificadas ligeiramente.

No início, poucos alunos respondiam às perguntas feitas pela professora, sendo, na maioria das vezes, os alunos que se destacam em matemática que o faziam, por se sentirem mais confiantes com a disciplina. No decorrer da aula, a professora incentivou outros alunos a participarem.

Ao manipular o estojo de frações, os alunos tentavam encontrar uma correspondência entre as peças (que representam unidades fracionárias) com o estojo de madeira (que representa o todo-referência). Alguns tentaram encaixar as peças da

mesma cor no estojo ou sobrepor às transparências, enquanto outros perceberam que o retângulo maior, impresso na transparência, coincidia com o recorte do estojo de madeira (ambos representam o todo-referência).

Nas primeiras perguntas feitas pela professora, os alunos tentaram explicar essas relações encontradas. Houve um diálogo próximo do planejado em PP-1 e PP-2, onde os alunos se referiam ao formato e ao tamanho da peça, e falaram da relação entre elas, comparando o tamanho das peças de mesma cor e o fato delas encaixarem no estojo.

Os alunos relacionaram as peças com as transparências tentando encaixar, mas não foi observada a relação do material concreto com a representação simbólica impressa na transparência, como previsto em PP-4.

A professora pediu que os alunos pegassem a peça que representa "um meio", e fez a pergunta prevista em PP-5. Os alunos, em sua maioria, relacionaram a peça preta (que representa "um meio"), com a "metade" do estojo. Em seguida, a professora perguntou quantas peças daquela completam o estojo, e os alunos responderam duas. Então, pediu que encontrassem a transparência com o formato daquela peça, e perguntou como isso se relacionava com a transparência correspondente.

*Os alunos indicaram que o número dois aparece impresso na transparência, abaixo da barra na representação simbólica da fração, e são duas peças daquela que completam o estojo.*

Essa foi uma ação esperada dos alunos (AEA), na conexão da nomenclatura e representação simbólica da fração com a representação através do material concreto. Além disso, essa relação deu suporte à introdução do conceito "unidade fracionária" a partir da quantidade delas que completa o inteiro e a sua representação simbólica.

Alguns alunos lembravam da representação da fração "um meio", mas não compreendiam o significado do valor "2" no denominador da fração, reforçando a importância da manipulação do material concreto para a construção do conceito, dando significado aos valores de numerador e denominador da fração.

Através da manipulação do material concreto, a partir dos comandos da professora, ocorreu o mesmo diálogo relacionando as peças verdes (que representam um quinto) com a quantidade delas que completa o retângulo da caixa e o número impresso na transparência correspondente, previsto em PP-7, 8 e 9. Alguns trechos dos vídeos registrados na aula apresentaram indícios da construção dos conceitos e uso da nomenclatura na manipulação do material. Parte desses trechos serão discutidos a seguir.

Ao adicionar as peças verdes (que representam quintos) em seu estojo ampliado, a professora pediu para que os alunos fizessem a contagem: "um quinto, dois quintos,

três quintos, quatro quintos e cinco quintos”, sendo que alguns alunos disseram “quinto quintos”, mas depois corrigiram para “cinco quintos”. Nesse trecho, evidencia-se a construção do significado de numerador, a partir da contagem das unidades fracionárias, bem como o uso da nomenclatura correta ao realizar essa contagem.

Em seguida, a professora optou por fazer as mesmas perguntas com outra unidade fracionária, antes de seguir com a pergunta seguinte do plano. A professora perguntou aos alunos qual era o nome da unidade fracionária “um quarto”, representada pela peça cor-de-rosa no estojo de frações:

PROFESSORA: *Essa parte aqui, esse cor-de-rosa, ele é o meu inteiro?*

ALUNOS: *Não*

ALUNO A: *É 1 vírgula 4.*

PROFESSORA: *Ele é menos que o meu inteiro, não é? Ele é uma parte do meu inteiro. Qual é o nome dessa parte?*

ALUNO B: *É um quarto?*

PROFESSORA: *Pega o cor-de-rosa aí, tenta encaixar.*

ALUNO C: *Professora, não tem que ser o “roxo”? Porque ó, se o verde é um cinco (indica a posição do numerador e denominador com a mão), o roxo é um seis (indica a posição, novamente), não é isso então?*

Neste trecho, percebemos alguns alunos relacionando a peça cor-de-rosa com o número quatro. Um aluno associa a vírgula na leitura da fração, mas a professora não aproveita para discutir sobre as representações fracionária e decimal, e retoma em outro momento da aula. Outro aluno fala corretamente o nome da unidade fracionária, mas, a maior parte da sala não consegue fazer a relação esperada. A professora, então pede para tentarem encaixar no estojo, a fim de propor que investigassem o nome da unidade fracionária através da relação dela com o inteiro (o nome é um quarto, pois quatro partes iguais completam o inteiro).

Ao final do trecho, um aluno questiona se não deveria ser a “peça roxa” (que representa um sexto), seguindo uma ordem, já que havíamos anteriormente feito a leitura

da unidade fracionária “um quinto” com o suporte do material concreto. Através do gesto deste aluno, nota-se a conexão entre o nome da unidade fracionária, o número delas que completa o inteiro e sua representação simbólica. Além disso, percebe-se em sua fala, a necessidade de uma nova linguagem para os números fracionários, usando “um cinco” e “um seis”, recorrendo aos números naturais que já eram conhecidos e aparecem na representação simbólica das frações. Este trecho filmado foi finalizado antes que a explicação ocorresse, porém, a professora reforçou que naquele momento ainda não estávamos pensando na ordem, e sim, em como dar o nome a qualquer uma das unidades fracionárias, a partir da quantidade delas que completa o todo.

Na fase de reflexão pós-aula, ao analisar esse recorte, foi percebido que a professora poderia ter aproveitado o momento para aprofundar as discussões sobre esse novo número, conectando às aulas seguintes, onde foram trabalhadas a ordem e a comparação das unidades fracionárias.

A professora seguiu para a próxima proposta, PP-10, na qual os alunos deveriam representar “três quartos” em seu estojo de frações. Nesse momento, a professora caminhou pela sala observando os grupos. A maioria dos alunos conseguiu representar corretamente a fração no estojo, sendo que alguns precisaram da mediação da professora. Essa mediação, em grupos menores, foi importante para que a proposta da construção da nomenclatura atingisse os alunos que ainda apresentavam dificuldade.



Figura 21 – Alunos do 6º ano D representando três quartos  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

A professora pediu que representassem mais algumas frações e continuou mediando os grupos. Nesse momento, o volume das conversas na sala aumentou e alguns alunos se dispersaram da proposta da aula. Para intervir, a professora pediu a um dos alunos, que não estava realizando a atividade, que viesse à frente da sala e representasse no estojo ampliado. O aluno não soube qual peça representava um quarto, o que mostra seu desinteresse na aula, dada a discussão anterior. Através de perguntas, a professora conduziu a interação deste aluno com o material ampliado para conseguir representar a

fração “três quartos”:

PROFESSORA: *Quartos, não tem a ver com quatro? Qual das peças tem quatro que completa o todo? [Após encontrar a peça correspondente, o aluno colocou as quatro peças no estojo]*

PROFESSORA: *Quantos quartos tem aqui?*

ALUNO: *Quatro quartos.*

PROFESSORA: *E quantos quartos eu quero?*

ALUNO: *Três.*

PROFESSORA: *Então como vai ficar? [O aluno não sabia responder e não estava atento durante a interação com a professora]*

PROFESSORA: *Esse daqui representa quanto? [indicou um quarto fixado no estojo]*

ALUNO: *Um quarto.*

PROFESSORA: *Mais um desse daqui são quantos quartos?*

ALUNO: *Dois.*

PROFESSORA: *Dois, o quê?*

ALUNO: *Dois quartos.*

PROFESSORA: *Mais um desse aqui são quantos quartos?*

ALUNO: *Três quartos.*

PROFESSORA: *E não foi o que eu te pedi? [O aluno retirou a última peça do estojo de maneira que ficasse representado os três quartos]*

Abaixo segue um registro do momento dessa interação:



Figura 22 – Professora ajudando o aluno do 6º ano D a representar três quartos (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

Nesse trecho, observamos que a falta de engajamento de alguns alunos, e sua postura em relação à sua aprendizagem na escola, influenciam diretamente nos objetivos de aprendizagem planejados, o que se torna um entrave na construção do pensamento em uma sequência de aulas.

A proposta seguinte foi a dinâmica entre os grupos. A mudança da aula, trazendo os alunos à frente, favoreceu a participação dos mesmos e seu foco na aula, o que corrobora o papel das metodologias ativas para otimizar a aprendizagem, tornando os alunos protagonistas dentro do processo.

Dois grupos foram chamados à frente da sala, a professora pediu que um dos grupos escolhesse uma fração e a representasse simbolicamente na lousa, fazendo a leitura da mesma. O outro grupo deveria representar essa fração com o estojo de frações ampliado. Todos os demais grupos deveriam representar no seu estojo de frações, incluindo o grupo que a escolheu. No decorrer da dinâmica, a professora andou entre as carteiras ajudando os alunos que estavam inseguros sobre como representar a fração no estojo. Os grupos foram se alternando durante a realização da dinâmica. Na imagem abaixo, um dos grupos representa, no estojo de frações ampliado, a fração cinco oitavos, sugerida por outro grupo.



Figura 23 – Alunos do 6º ano D representando cinco oitavos na dinâmica de grupo (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

*Foi observado que os alunos passaram a ler e representar corretamente as frações durante a dinâmica.*

As previsões PP-12 e PP-13 não ocorreram, visto que a dinâmica seguiu até o final da aula. Entretanto, foi coletada uma evidência de aprendizagem neste momento. Em um dos registros em vídeo, observa-se um dos grupos tentando representar a fração oito onze avos no estojo ampliado. Inicialmente, dois alunos pegam as peças que representam “doze avos”, mas ao adicionar no estojo ampliado percebem uma falha. Eles contam o total de peças e verificam que doze delas completam o inteiro, assim, perceberam que não representam a unidade fracionária “onze avos” e corrigem a representação com as peças corretas. A partir dessa interação, foi apresentada aos alunos a nomenclatura para frações com denominadores maiores que 10. Assim, o que foi previsto em PP-12, com a iniciativa da professora, ocorreu naturalmente a partir do aluno durante a interação na dinâmica, o que caracteriza o processo de aprendizagem autônoma.

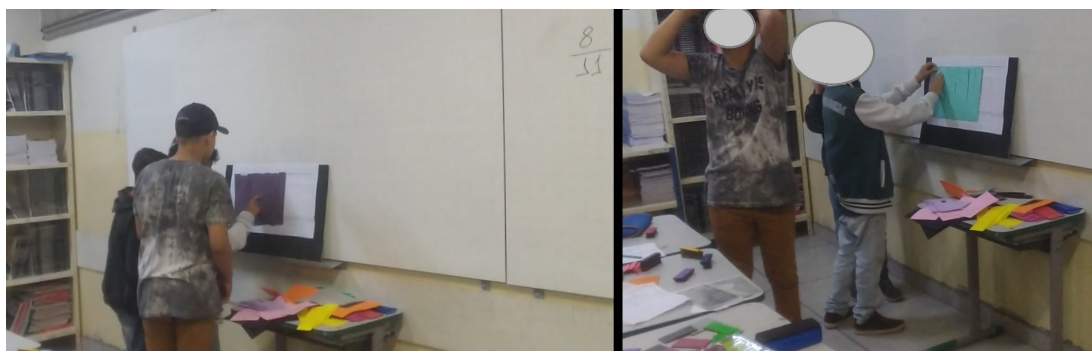


Figura 24 – Alunos do 6º ano D corrigindo a representação de oito onze avos (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

*Ao corrigir seu erro, os alunos compreenderam que as unidades fracionárias corretas são aquelas representadas pelas peças nas quais onze peças iguais completam o inteiro. Dessa forma, os alunos conectam o conceito de unidades fracionárias com a manipulação do material concreto ao tentar representar a fração.*

No final da aula, a professora perguntou aos alunos se gostaram da proposta, justificando o porquê. Eles responderam que gostaram, mas alguns disseram que não entenderam muito bem. Disseram que gostaram porque a dinâmica foi bem divertida, e o material é interessante, mas não conseguiram entender o significado das frações, considerando a proposta da aula. A professora respondeu que era uma aula introdutória, e que terá mais sentido quando conectada com as outras aulas, evidenciando a necessidade de sistematizar o conceito e apresentar outras abordagens metodológicas. Isso foi considerado para o planejamento das aulas seguintes, e o roteiro do PP-13 foi entregue em forma de tarefa na aula seguinte.

Durante a realização desta Aula-Pesquisa, ocorreram algumas situações de conflito entre alunos, interrompendo a proposta da aula. Além disso, houve manipulação do material com outra finalidade, como empilhar as peças ou brincar com elas, sem o cuidado adequado, gerando uma preocupação por ser material emprestado. Ademais, momentos de desvio de atenção dos alunos, gerando barulho, prejudicou algumas das interações previstas.

Com o final da Aula-Pesquisa do 6º ano D, os membros do grupo de pesquisa discutiram sobre algumas percepções na realização da aula e algumas estratégias de gestão de aula a fim de favorecer o engajamento dos alunos, e evitar situações de conflito. Algumas delas foram adotadas para a turma seguinte.

### 3.4.2 Execução da Aula-Pesquisa no 6º ano C - 4ª e 5ª aulas

Algumas mudanças na execução da Aula-Pesquisa no 6º ano C seguem listadas abaixo, incluindo algumas percepções em relação a essas mudanças sob a perspectiva da professora regente, autora deste trabalho:

- Carteiras dispostas em trios, o que facilitou a locomoção e reduziu o volume das conversas.



Figura 25 – Alunos do 6º ano C manipulando o estojo de frações  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

- Houve um combinado inicial para os alunos manusearem o material com cuidado, o que melhorou a questão de uso indevido, no entanto, em discussão posterior com os membros do grupo de PA, levantamos a hipótese de reduzir as peças do estojo de frações a fim de evitar possíveis avarias.
- O diálogo ocorreu de forma mais natural e fluida, visto que era a segunda aplicação do Plano de Aula, além disso, a professora direcionou perguntas aos alunos que começavam a dispersar. No geral, os alunos estavam mais focados e apresentaram menor dificuldade para representar as frações, pedidas pela professora, do que na sala anterior.
- Após a breve análise da aula do 6º ano D, uma das observações apontadas foi como a dinâmica de grupos favoreceu a participação ativa e o engajamento dos alunos. Então, uma mudança nas aulas do 6º ano C, foi reduzir o tempo destinado ao diálogo inicial, de exploração do estojo, e ampliar o tempo de dinâmica de grupos. Durante a dinâmica, houve uma mudança de estratégia:

*O aluno que representava o seu grupo se voltou para os colegas da sala, durante a justificativa sobre a representação feita.*

Essa mudança impactou o desenvolvimento da aula, pois colocou o aluno no centro da aula durante a construção do pensamento matemático e a utilização correta da nomenclatura dos números fracionários. Essa alteração foi sugestão da professora supervisora desse projeto, presente na aula.

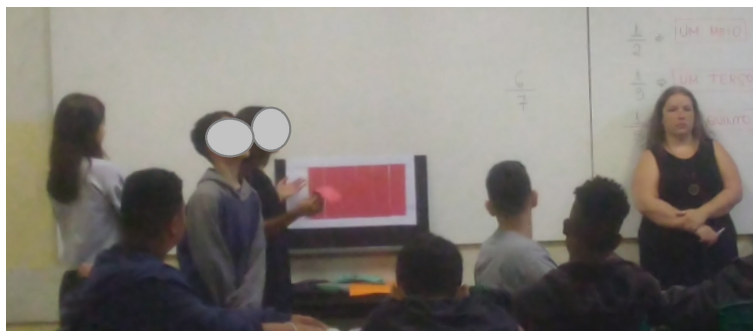


Figura 26 – Grupo de alunos do 6º ano explicando a representação da fração seis sétimos (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

Em um trecho gravado, os colegas estão atentos à explicação e uma das alunas verbaliza o raciocínio do grupo:

ALUNA: *Aqui a gente colocou seis peças das sete, porquê... [A aluna não conseguiu completar e olhou para a professora esperando ajuda. Tanto essa aluna quanto os outros alunos riram, mas sem gerar desconforto, apenas mostrando que verbalizar o pensamento não é simples]*

PROFESSORA: *Seis peças das sete, então você colocou o quê? [A aluna falou baixo, com medo de errar]*

PROFESSORA: *Fala, pode falar, fala alto!*

ALUNA: *Seis sétimos!*

O desconforto que surgiu com essa mudança, ao colocar o aluno no centro da aula, tornou evidente como é necessária uma mudança de paradigma, tanto na postura dos alunos, quanto da professora que coloca o aluno como protagonista do seu processo de aprendizagem.

- A gestão do tempo da aula foi mais eficiente, todos os grupos participaram da dinâmica e os alunos acessaram a nomenclatura e a representação das frações.
- Em um recorte das gravações, duas alunas estão representando a fração cinco onze avos no estojo de frações ampliado, e uma das alunas coloca uma unidade fracionária “onze avos” deslocada das demais, e, sua colega diz para ela retirar e colocar junto com as outras. A professora discutiu, neste momento, com os alunos sobre diferentes disposições das unidades fracionárias representarem o mesmo número fracionário.

Essa discussão, retomada posteriormente com a representação feita por outro grupo, facilita a compreensão dos alunos da relação parte-todo de um número fracionário.



Figura 27 – Dois momentos de discussão sobre a configuração da parte dentro do todo (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

Durante a troca de aula, novamente conversamos sobre as impressões com relação às duas aulas já aplicadas, e os aspectos positivos sobre as mudanças realizadas. Nesse momento, eu comentei que o contexto seria desafiador na próxima aula, pois, nas últimas aulas os alunos estão mais cansados e agitados. Além disso, ultimamente, aquela turma era apontada como a mais desafiadora entre os sextos anos, devido à indisciplina.

### 3.4.3 Execução da Aula-Pesquisa no 6º ano B - 6ª e 7ª aulas

Durante as duas últimas aulas, aplicadas no 6º ano B, o Plano de Aula original não foi aplicado a contento, devido ser a sexta e sétima aula do período, o que ocasionou dos alunos estarem mais agitados e com menor foco na aula. O Plano de Aula, aplicado nesta aula, não será objeto de análise, sendo resgatado em aulas seguintes, a partir dos resultados desta aula.

Algumas mudanças na execução da Aula-Pesquisa no 6º ano B seguem listadas abaixo, incluindo algumas percepções em relação a essas mudanças sob a perspectiva da professora regente, autora deste trabalho:

- As carteiras foram novamente organizadas em trios, no entanto, a aula demorou mais a começar devido a agitação da sala.
- O diálogo inicial ocorreu de forma mais breve, sendo necessário muitas intervenções em situação de conflito e com a manipulação indevida do material.
- Apenas alguns grupos participaram da dinâmica. Alguns alunos acessaram corretamente a nomenclatura e a representação da fração. No entanto, a dinâmica foi interrompida, pois havia situações de conflito entre alunos, volume alto de conversas e alguns alunos faziam barulho intencionalmente para atrapalhar os que estavam explicando.
- Houve situações de bullying durante a dinâmica que a colocou como foco da aula.

- Como o ambiente não estava favorável para a construção do conceito a partir da comunicação, então, a professora entregou o roteiro previsto em PP-13, para os alunos preencherem, e usou estratégias para tornar o ambiente silencioso. O resultado das respostas do roteiro será discutido no capítulo quatro, em comparativo com as outras turmas. As aulas seguintes foram planejadas para resgatar a construção que não foi possível durante essa aula.

Apesar desta aula não fazer parte da análise do Plano de Aula, essa foi uma experiência coletiva válida para os membros do grupo de PA em nossas discussões sobre a realidade escolar, os perfis de sala de aula e os desafios da profissão.

#### 3.4.4 Execução da Aula-Pesquisa no 6º ano A - 1ª e 2ª aulas

A última aplicação da Aula-Pesquisa ocorreu no 6º ano A, no dia seguinte das demais. Algumas mudanças que ocorreram seguem listadas abaixo, incluindo algumas percepções em relação a essas mudanças sob a perspectiva da professora regente, autora deste trabalho:

- Durante essa aula, os outros dois membros do grupo não estavam presentes (a professora regente registrou em áudio trechos da aula para fazer parte da reflexão pós-aula com o grupo de PA). Houve a participação da professora do ensino colaborativo, que fez algumas interações com os alunos da sala toda e contribuiu com algumas percepções sobre a aula.
- A sala foi disposta em três grupos apenas, com apenas um estojo em cada, isso reduziu a agitação e a distração dos alunos com o material.



Figura 28 – Disposição dos grupos de alunos do 6º ano A  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

- No diálogo inicial, a professora usou a estratégia de direcionar cada pergunta a um grupo específico, e então revezar entre os grupos. Inicialmente, os alunos ficaram mais atentos às respostas dos outros alunos, porém, depois começaram a dispersar.

- Em recortes dos áudios, foram encontrados trechos onde ocorreram as ações esperadas dos alunos para PP-1, PP-2, PP-3 e PP-4, também, a reformulação das perguntas tornando o diálogo mais natural: *“Qual é a relação que vocês enxergaram entre as peças coloridas, esse estojo (que representa o todo-referência) e essas transparências?”*. Um dos alunos respondeu *“quando se une todas as peças da mesma cor, elas completam o retângulo laranja”* ( que representa o inteiro). Depois desse grupo responder, a professora estendeu a pergunta aos outros grupos, e uma aluna falou *“As peças encaixam nas transparências?”*. A professora perguntou *“Em todas?”*, e ela respondeu *“Não, só em duas”*, então a professora pediu que todos tentassem sobrepor a peça às transparências e encontrar em qual encaixava perfeitamente. Os alunos chegaram à conclusão de que cada tipo de peça (cada unidade fracionária) correspondia a uma única transparência (na qual o todo-referência era representado dividido igualmente nas partes correspondentes). A experiência nessa interação contribui para a noção de unicidade das unidades fracionárias.

A partir dessa experiência, a professora aproveitou a relação que os alunos estavam estabelecendo para direcionar as próximas propostas. O Plano de Aula previsto sofreu várias alterações nas perguntas, enriquecidas pelas dúvidas que surgiram durante essa aula e pela experiência da professora nas três aplicações anteriores, porém manteve-se a intencionalidade das perguntas e os objetivos específicos elencados no plano de aula.

- A fim de acolher um dos alunos durante as perguntas, a professora aproveitou que ele havia encaixado todas as unidades fracionárias “um nono” no estojo de madeira (todo-referência), e pediu que todos os alunos fizessem o mesmo e também encontrassem a transparência correspondente. Então perguntou ao grupo que ele estava *“Qual relação que tem entre essa transparência que ele usou e as peças rosas que ele colocou ali dentro?”*. Eles responderam que elas se encaixam no estojo de madeira e na transparência, e que todas aquelas peças tinham o mesmo tamanho. A professora perguntou se havia outra coisa em comum, e estendeu a pergunta aos demais grupos. O mesmo aluno do primeiro grupo, que havia estabelecido uma relação entre as peças da mesma cor com o inteiro, respondeu que o número abaixo da barra na transparência era o mesmo que o total de peças dentro do estojo. Nesse momento, a professora foi até a lousa para sistematizar o conceito de unidade fracionária e sua representação, como previsto em PP-9, utilizando a unidade fracionária “um nono”. Os alunos realizaram a contagem a cada “um nono” inserido do estojo de frações ampliado, e a professora concluiu *“Nove nonos completam o meu inteiro”*. Então a professora foi retirando algumas peças “nonos” do estojo e pedia para os alunos dizerem a fração representada. Os alunos adquiriram a linguagem ao oralizar as frações representadas. Durante essa sistematização e interação a professora inseriu os conceitos: *“numerador: conta quantas peças eu*

*tomei, e denominador: dá o nome das peças que eu tomei*", indicando o numerador e o denominador na fração representada na lousa.

- Foi inserida mais uma proposta antes de PP-10, a professora representou simbolicamente três unidades fracionárias diferentes na lousa e pediu aos alunos de cada grupo para lerem a fração em voz alta e a representarem no estojo de madeira. Em seguida, deveriam explicar qual foi a estratégia para identificá-la. Dois grupos apresentaram a estratégia de sobrepor à transparência, no entanto, um dos grupos justificou: *"É só contar o número de pecinhas que você vai encontrar"*. A socialização da sua estratégia foi muito importante para os colegas visualizarem a relação entre a representação simbólica, e o nome da unidade fracionária, com a quantidade delas que completa o inteiro.
- O volume das conversas na sala estava baixo, mas nem todos os alunos estavam participativos e alguns estavam dispersos. Para alguns alunos, a aula havia se tornado cansativa, visto que nem todos manuseavam o estojo de frações devido ao número limitado dos mesmos.

Ao compararmos essa aula com as aulas do dia anterior, vemos dois cenários: nas aulas do dia anterior, havia excesso de agitação, sendo o próprio estojo de frações um distrator, mas mesmo com a agitação, os alunos tentavam investigar as respostas das perguntas através da manipulação do estojo; nesta aula, o número reduzido de estojo de frações colaborou com o ambiente mais calmo para desenvolver a discussão, porém, a aula tornou-se cansativa para alguns alunos, pois nem todos conseguiram manipular o material durante o diálogo inicial, comprometendo a construção da aprendizagem através da relação do conceito com sua representação concreta a partir da exploração do material.

- A dinâmica de grupos ocorreu de forma mais natural dada a experiência vivenciada pela professora regente durante a aula do dia anterior. Uma mudança na postura da professora, durante a realização da dinâmica, foi se dirigir ao fundo da sala durante a explicação dos alunos. Essa mudança colocou ainda mais os alunos como centrais no processo de aprendizagem. A mediação ocorreu durante a explicação, porém, com a professora ocupando a mesma posição que outros estudantes estavam.
- Os alunos que realizaram a justificativa durante a dinâmica de grupos conseguiram usar a linguagem correta e organizar seu raciocínio. Um trecho da dinâmica está descrito a seguir:

ALUNO C: *A gente contou o número de peças para achar o resultado: doze avos.*

PROFESSORA: *E, por quê são doze avos?*

ALUNO C: *Porque tem doze pecinhas que formam o todo completo.*

PROFESSORA: *Isso, e quantas você usou?*

TODOS OS ALUNOS DO GRUPO: *Cinco.*

PROFESSORA: *Então qual é o nome dessa fração?*

TODOS OS ALUNOS DO GRUPO: *Cinco doze avos.*

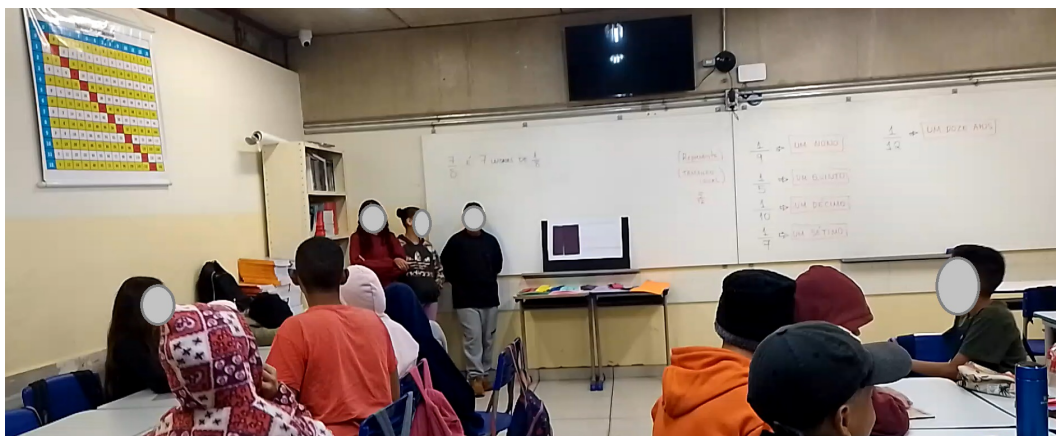


Figura 29 – Grupo de alunos do 6ºA explicando a representação da fração cinco doze avos (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

Durante a aula, não houve situações de conflito, mas foi necessário interromper a aula em vários momentos para retomar a atenção dos alunos. Ao comparar com a sequência de perguntas previstas no plano, percebemos que a intencionalidade por trás das novas perguntas realizadas se manteve, porém as novas perguntas foram realizadas de forma mais natural, aproveitando cada interação dos alunos para desencadear novas perguntas.

### 3.5 Reflexões sobre a Aula-Pesquisa - *JYUGYO KENTOUKAI*

A presença de todos os integrantes do grupo de PA, em três aplicações seguidas da mesma Aula-Pesquisa, tornou a reflexão coletiva sobre a aprendizagem dos alunos mais significativa. Isso, pois, discutimos o processo de aprendizagem dos alunos sob diferentes óticas, considerando os diferentes perfis das turmas e as adaptações adotadas

nas diferentes aplicações do mesmo Plano de Aula. A reflexão da Aula-Pesquisa ocorreu através do Google Meet, em 12 de outubro de 2023, e foi gravada, possibilitando seu acesso na organização deste capítulo.

Um dos aspectos levantados pelo professor pesquisador observador (PO) nesta gravação foi: *“Como é possível a aprendizagem ocorrer em uma aula onde o cenário é caótico, com muitas interferências na aula, barulho ou brigas?”*

Sob a perspectiva da professora regente, essa questão é muito relevante e presente no cotidiano do professor, pois, muitos alunos se sentem habituados em realizar as atividades em meio a conversas e outras interferências.

Durante as execuções da Aula-Pesquisa, houve diversas vezes onde foi necessária a interferência da professora em situações de conflito, ou para pedir a atenção dos alunos. Ainda assim, o objetivo de aprendizagem desta proposta foi atingido: domínio da nomenclatura e representação dos números fracionários. Isto ficou evidente quando os alunos representaram as frações corretamente (pág.s 51, 53, 54, 55, 57, 61 e 62) e usaram a linguagem correta da nomenclatura dos números fracionários ao justificarem suas respostas (pág.s 52, 54, 57, 61 e 62).

Nesse sentido, algumas estratégias adotadas, como a configuração das carteiras no 6º ano C (pág. 56) e no 6º ano A (pág. 59), e a redução da quantidade de estojos de frações no 6º ano A (pág. 59), impactaram positivamente a aula, pois reduziram o volume de conversas dos alunos e a agitação na sala. No entanto, não, necessariamente, contribuíram com a eficácia da aprendizagem dos alunos durante a aula. Por exemplo, na aula do 6º ano A, os alunos ficaram menos agitados, contudo, alguns deles dispersaram da proposta durante o diálogo inicial, visto que nem todos manipulavam o estojo de frações. Assim, nota-se que uma ação pedagógica efetiva sobre a aprendizagem dos alunos está além de estratégias de gestão de aula, que tornam o ambiente mais calmo.

Uma das ações efetivas na aprendizagem dos alunos foi a mudança de postura, tanto da professora, quanto dos alunos durante a realização da dinâmica de grupos no 6º ano C (pág.s 56 e 57) e no 6º ano A (pág.s 61 e 62 ). Além de alcançar o objetivo específico planejado PP-11, essa mudança de postura, com o aluno voltado para os colegas durante sua explicação e a professora mediando a comunicação entre eles do fundo da sala (na mesma posição que os outros alunos), despertou o interesse do coletivo da turma para a proposta e estimulou a comunicação entre os alunos durante sua realização.

Outra questão que foi levantada pelo professor pesquisador observador (PO) e pela professora pesquisadora regente (PR) nesta gravação foi: *“Em quais momentos evidencia-se o processo de aprendizagem dos alunos?”*.

Essa discussão será retomada na fase de Reflexão Final, como desenvolvimento profissional através do processo de PA, no entanto, sob perspectiva da professora regente,

alguns momentos que apontam indícios de aprendizagem dos alunos são:

- Relação do denominador (impresso na transparência) com a quantidade das unidades fracionárias correspondentes que completam o todo-referência (pág.s 49, 54, 55, 57, 60 e 61);
- Relação do numerador da fração com a contagem de unidades fracionárias (pág.s 49, 50, 51, 52, 53, 54, 57, 60, 61 e 62);
- Representação de uma fração dada no estojo de frações pequeno e grande (pág.s 51, 53, 54, 57, 58, 61 e 62);
- Leitura correta da fração apresentada pelo grupo na lousa e verbalização das justificativas, usando a linguagem correta, sobre a representação concreta da fração proposta pelo outro grupo (pág.s 52, 54, 57, 61 e 62);

Para a construção do conceito de número fracionário como um novo ente, percebemos a associação do número fracionário com a nova nomenclatura desenvolvida nas aulas, e sua conexão com a divisão na relação com o todo-referência. Ao manusear o material, os alunos perceberam que a divisão do todo-referência em partes iguais define a unidade fracionária. Além disso, para representar um número fracionário no estojo, era necessário inserir a quantidade correta das unidades fracionárias corretas, buscando, na representação simbólica, essas quantidades.

Enfim, através do erro (ao representar uma fração no estojo) e da correção deste, a partir da mediação da professora, ou de outros colegas, obtém-se um indício de construção da aprendizagem.

Uma percepção negativa, em relação a essa experiência, foi que o uso do estojo foi pontual, apenas durante essas aulas. Inicialmente, era previsto o uso do estojo de frações nas aulas seguintes, mas o manuseio indevido deste material poderia comprometê-lo, e ele tem um custo alto por ser confeccionado com corte a laser, para se ter a precisão necessária. Assim, destaca-se a necessidade de estabelecer meios de reforçar os combinados para que o acesso dos estudantes a esses materiais não seja vetado. Se o material fosse utilizado nas aulas seguintes, a transição com os outros conceitos da sequência didáticas seria mais coesa. Além disso, destaca-se a importância da manipulação do material concreto por todos na construção do conhecimento, com o uso mais frequente do material e se todos pudessem ter um estojo de fração, em um kit individual de materiais pedagógicos para aprender matemática, o processo de ensino e aprendizagem seria enriquecidos.

Outro ponto relevante foi o planejamento das datas de aplicação do Plano de Aula, considerando-se o contexto de aprendizagem das turmas. A Aula-Pesquisa aplicada na turma mais desafiadora, 6º ano B, poderia ser nas primeiras aulas, e com outros combinados

iniciais. Além disso, a cultura de colocar um dos alunos à frente da turma, voltado para os outros, explicando suas justificativas, poderia ser construída gradualmente ao longo do ano, com espaços para discussão sobre bullying e consciência sobre a aprendizagem compartilhada.

Finalmente, a proposta lúdica, com manipulação de material concreto e dinâmica de grupos, tornou os alunos ativos e centrais no processo de construção da sua aprendizagem, o que desencadeou o engajamento dos alunos nas aulas seguintes da sequência didática. Além disso, o objetivo de introduzir o tema, com a construção da nomenclatura e as representações de frações, foi fundamental para dar base no desenvolvimento dos outros conceitos, visto que, ao adquirir a linguagem sobre esse conceito, torna-se mais natural operar com ele.

Durante a fase de escrita das etapas de execução e reflexão desta Aula-Pesquisa, foram observados dois aspectos que poderiam facilitar a análise da aula, a partir do Plano de Aula, e contribuir com o processo de desenvolvimento do ciclo de PA:

- Disponibilizar o Plano de Aula sintetizado em uma tabela, com objetivos específicos (pág.s 42 a 46), durante a execução da Aula-Pesquisa e na análise pós-aula.
- Registrar a Aula-Pesquisa na íntegra (áudio ou vídeo), para auxiliar nos recortes que serão objetos de pesquisa sobre a aprendizagem dos alunos (evidências de aprendizagem).

Outras contribuições desta aula evidenciam-se no decorrer da sequência didática, que é apresentada no capítulo seguinte desta dissertação. Ao final da etapa de reflexão da sequência didática, pode-se ter uma visão global sobre o processo de desenvolvimento de um ciclo de PA se fechando.

## 4 Desenvolvimento da Sequência Didática

A construção dos conhecimentos no tema "Frações e Suas Representações" teve como ponto de partida a Aula-Pesquisa, cujo objetivo foi a nomenclatura e a representação de frações através da manipulação de material concreto e da comunicação. A experiência de estimular a comunicação entre os alunos, para adquirirem a nomenclatura e construírem os conceitos de unidade fracionária (a partir da quantidade delas que completa o inteiro) e de número fracionário (a partir da contagem de uma determinada unidade fracionária), durante essa primeira aula, serviram como motivação para o desenvolvimento de uma sequência didática, que foi sendo construída ao longo do processo.

A sequência didática ocorreu entre 14 de setembro e 12 de dezembro de 2023 e é composta por nove fases, tendo como objetivo educacional contemplar as seguintes habilidades da BNCC: EF06MA07, EF06MA08 e EF06MA10 - Figura 8. Essa sequência didática foi apresentada como parte do Produto Educacional na 15th International Congress on Mathematical Education - ICME 15, em co-autoria da professora supervisora (PS) e do professor pesquisador observador (PO), do grupo de PA (BALDIN; PEREIRA; SOUZA, 2024).

Day1	Day2	Day3	Day4	Day5	Day6	Day7	Day8	Day9
The RESEARCH LESSON: Fraction case and the basic concepts	2 <sup>nd</sup> lesson	Still fixing the concepts; start operations	Comparison And Equivalent fractions	Comparison, reduced form; operations (addition and subtraction)	Second RESEARCH LESSON	Research Lesson with the use of Software: Simulator.	Fractions of given quantities or measures of quantities; measure units.	Lesson with Software provided by the State. Use of technology
Concept of Fraction Number; Part-whole meaning; Writing of fraction Number (meaning)	Systematization of Fraction representation; Pictorial models; Exercises and Problem-solving; Equivalent fractions	Recalling the meaning of the parts of a fraction number representation; Hearing, saying, and writing; understanding the first operations	Comparison, Equivalent fractions, Use of squared paper;	Comparison, Equivalent fractions, Problem solving with operations	Problem-Solving with Fractions; Group activity; Active learning, sharing, communicating, validating	Exercises revising the Fraction concepts and different representations with the use of a Software Simulator and automatic evaluation.	Problem-solving, modeling with numerical data and fractions of measures; Comparison of measures as fraction numbers.	Exercises and Problem-solving. Testing the learning.

Figura 30 – Sequência Didática apresentada no ICME-15  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

Nesta sequência didática, foram desenvolvidas três Aulas-Pesquisa. Todas as etapas do desenvolvimento do ciclo da primeira Aula-Pesquisa estão detalhadas no capítulo três desta dissertação. As demais Aulas-Pesquisa estão brevemente descritas ao longo deste capítulo, porém, o processo de desenvolvimento dos ciclos das outras Aulas-Pesquisa não será detalhado neste trabalho, podendo ser resgatado em um trabalho futuro.

Ao longo deste capítulo, serão descritas brevemente as nove fases desta sequência didática, com algumas análises, sob a perspectiva da professora regente. Nelas, seguem presentes alguns instrumentos de avaliação formativa das aprendizagens dos alunos sobre

frações, e as suas representações, a partir da nomenclatura. Além disso, a última etapa desta sequência didática se configura como um instrumento de avaliação formativa do processo de PA, o que aprofunda a reflexão ao final deste capítulo, quando se fecha o ciclo desta PA.

Durante esse período, algumas aulas foram dedicadas à revisão de divisão, com exercícios para treinar o algoritmo e problemas do material Aprender Sempre. Esta revisão é significativa dentro desta sequência, tendo em vista que o próprio conceito de fração tem o significado de divisão entre dois números inteiros. Além disso, uma das aulas da sequência trabalha a resolução de problemas envolvendo o conceito de fração, sua nomenclatura e interpretação em problema contextualizado.

#### 4.1 Aula-pesquisa: Introdução da nomenclatura e representações de frações - 14 e 15 de setembro

Essa etapa ocorreu em três aulas. As duas primeiras são de aplicação da Aula-Pesquisa, detalhada no capítulo três. A aula seguinte foi de sistematização da aula anterior e realização do roteiro 20, porém, sem o uso dos estojos de fração. O roteiro da atividade teve como objetivo reforçar a contagem das unidades fracionárias, identificadas corretamente, para compor uma fração. Na tabela abaixo, seguem os números de alunos por sala que: Acertaram 90% ou mais do roteiro; apenas uma parte dele; e os que acertaram 20% ou menos:

<b>TURMA</b>	<b>90% ou mais</b>	<b>Apenas a primeira parte</b>	<b>Apenas a segunda parte</b>	<b>20% ou menos</b>
<b>6º ano A</b>	<b>12</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
<b>6º ano B</b>	<b>10</b>	<b>9</b>	<b>3</b>	<b>9</b>
<b>6º ano C</b>	<b>12</b>	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>6º ano D</b>	<b>10</b>	<b>3</b>	<b>8</b>	<b>2</b>

Figura 31 – Tabela de acertos por turmas no roteiro de atividade  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

*Os resultados acima indicam um número elevado de alunos que conseguiram compreender, tanto a identificação da unidade fracionária (segunda parte), quanto a contagem delas para compor a fração (primeira parte).*

Note-se que o 6º ano B teve um número elevado de alunos com 20% ou menos de acertos, turma onde o Plano da Aula-Pesquisa não foi aplicado a contento, antes da realização do roteiro.

A última pergunta do roteiro, “Escreva, com suas palavras, o que é fração”, tinha como objetivo analisar as percepções dos alunos após a aula com o estojo de frações, bem como a organização dessas percepções através da escrita. A grande maioria dos alunos apresentou dificuldade em expressar o conceito por escrito, mas algumas das respostas evidenciam a construção do conceito e da nomenclatura.

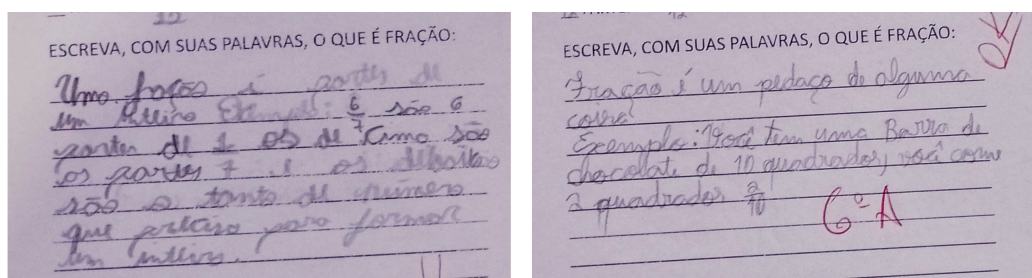


Figura 32 – Respostas dos alunos à pergunta “Escreva, com suas palavras, o que é fração”  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

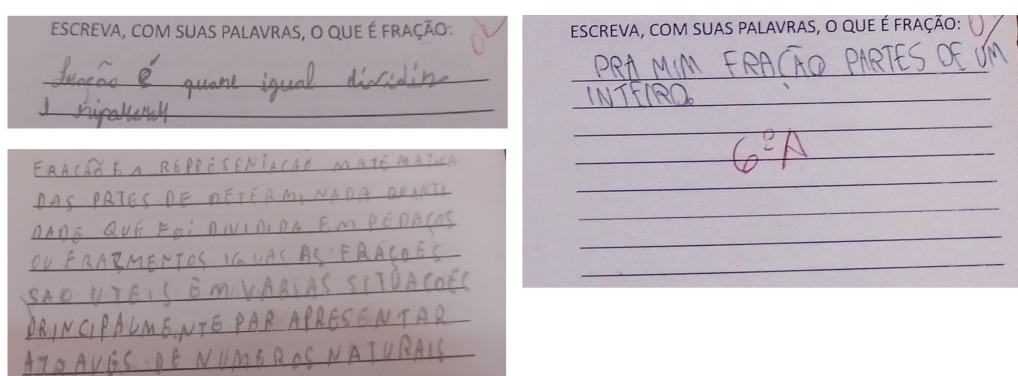


Figura 33 – Respostas dos alunos à pergunta “Escreva, com suas palavras, o que é fração”  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

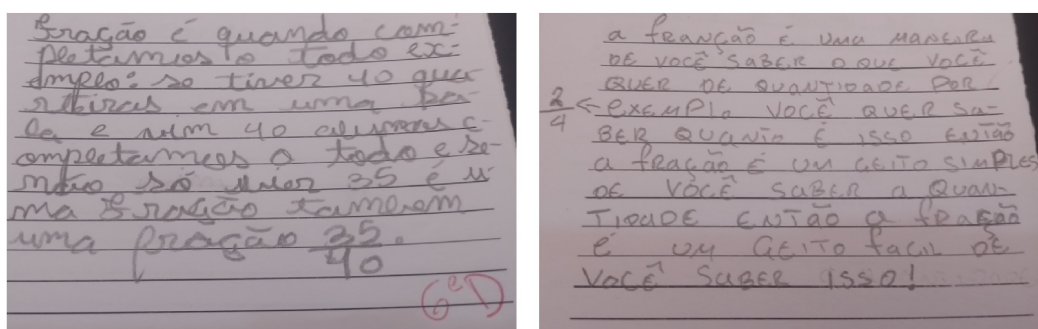


Figura 34 – Respostas dos alunos à pergunta “Escreva, com suas palavras, o que é fração”  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

Houve respostas sobre a importância da fração, mas sem trazer o conceito; outras se referindo à divisão ou a partes de algo, mas sem organizar a relação com o conceito; outras ainda, trazendo a representação simbólica, mas sem expressar sua compreensão do conceito.

Uma discussão na análise pós-aula foi que essa pergunta poderia ter sido apresentada em aulas posteriores, ou no final das nove etapas, apresentando a organização do conceito pelo aluno, após a construção do pensamento durante a sequência didática.

*Ao final dessas aulas, a maioria dos alunos passou a ler corretamente as frações e a relacionar o nome das unidades fracionárias com a quantidade delas que compõe o inteiro.*

## 4.2 Formalização e Representação pictórica - 19 a 21 de setembro

Nas três aulas seguintes, houve a formalização do conceito e da leitura de frações. Em seguida, foi proposta uma tarefa para fazer uma representação pictórica de algumas frações. O objetivo dessa atividade foi consolidar a divisão do inteiro em partes iguais para conseguir representar uma fração, relacionando as fatias desenhadas com as unidades fracionárias do material concreto.

Inicialmente, vários alunos não se atentaram em dividir o desenho, que representava o inteiro, em partes iguais. No entanto, com a mediação da professora, essa correção foi feita até o final das aulas. Abaixo, seguem alguns desses exemplos:

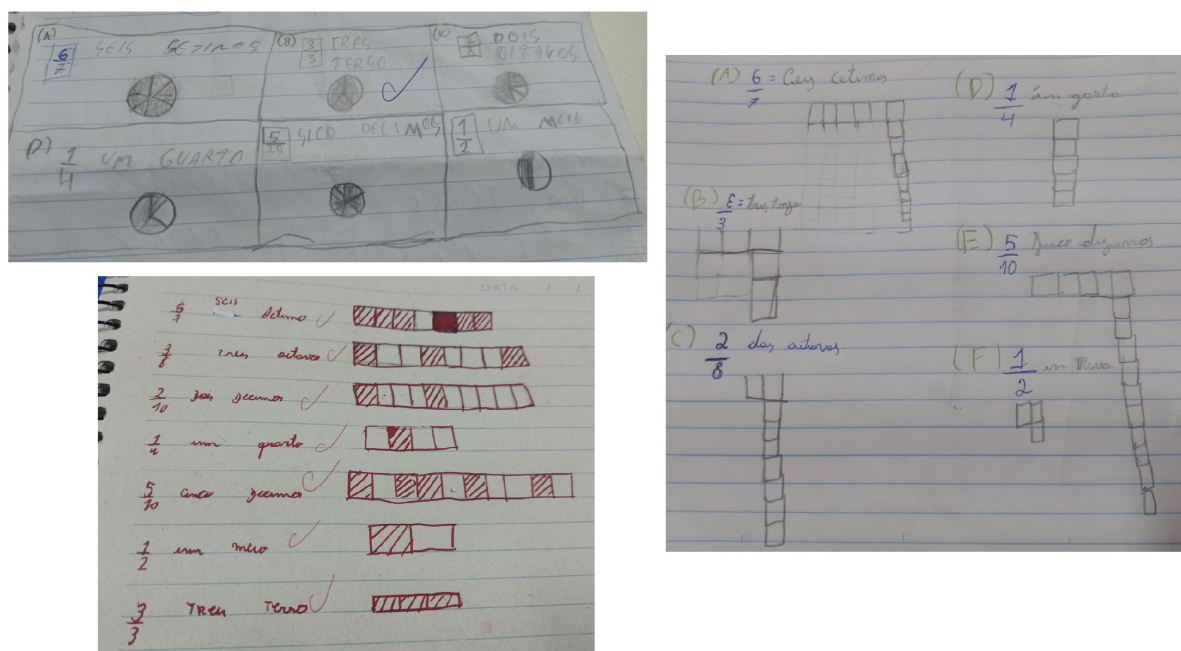


Figura 35 – Representação pictórica realizada por três alunos  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

A representação pictórica de um número fracionário foi importante para os alunos compreenderem a relação parte-todo, ao compararem a sua representação com a de outros alunos. Essa comparação dá suporte à compreensão do número fracionário como um novo ente.

### 4.3 Ditado: Frações e quatro operações básicas com números naturais - 28 e 29 de setembro

A etapa seguinte foi um ditado avaliativo, realizado em três aulas. Seu objetivo foi avaliar a evolução dos alunos na compreensão numérica com números naturais, bem como sua autonomia com as quatro operações básicas, dentro desse conjunto numérico, e a conexão da leitura da fração com suas representações simbólica e pictórica. Abaixo, seguem os valores e operações do ditado, além de uma tabela de acertos por turma, com as duas representações:

A) $\frac{5}{8}$	B) $\frac{4}{15}$	C) $\frac{9}{10}$	D) $\frac{2}{3}$	E) $\frac{7}{20}$	F) $\frac{2}{2}$
G) $10.048 + 924$			I) $328 - 49$		
H) $56 + 309 + 2012 + 10.002$			J) $9.003 - 677$		
K) $826 \times 8$			M) $87 \div 3$		
L) $2.343 \times 54$			N) $189 \div 9$		

Figura 36 – Ditado: Frações e quatro operações básicas com números naturais (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

TURMAS	MAIS DE 80% NA REPRESENTAÇÃO SIMBOLICA	MENOS DE 80% NA REPRESENTAÇÃO SIMBOLICA	MAIS DE 60% NA REPRESENTAÇÃO PICTORICA	MENOS DE 60% NA REPRESENTAÇÃO PICTORICA	NÃO FEZ A REPRESENTAÇÃO PICTÓRICA
6º ano A	23	3	9	5	12
6º ano B	29	4	16	4	11
6º ano C	25	1	21	2	3
6º ano D	25	3	18	5	4

Figura 37 – Tabela de acertos nas representações simbólica e pictórica das frações (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

Os dados acima evidenciam o avanço dos alunos na compreensão das representações de frações, bem como sua leitura. Isso evidencia a importância de ter iniciado o tema a partir da nomenclatura para a construção do conceito.

Por outro lado, os resultados da atividade com as quatro operações básicas com números naturais, que teve a intenção de resgatar os conhecimentos prévios da aritmética dos números naturais, não foram satisfatórios. Menos de 20% de todas as turmas mostraram autonomia para realizar as quatro operações básicas. Nesse sentido, ficou evidente a necessidade de promover ações mais eficientes para desenvolver a autonomia dos estudantes com as quatro operações básicas antes de prosseguir com as operações com os números fracionários.

Após a realização e correção do ditado, ao longo das três semanas seguintes, os alunos fizeram duas provas externas e revisaram as quatro operações através de problemas propostos no material "Aprender Sempre", impresso pelo Estado de São Paulo.

#### 4.4 Comparação e equivalência de frações com papel quadriculado - 25 de outubro a 09 de novembro

A construção do conceito de frações equivalentes, através da comparação de duas frações, foi crucial no desenvolvimento da sequência didática. A duração dessa etapa foi de nove aulas e teve como objetivo expandir o conceito de comparação para números fracionários. Nesse sentido, houve o resgate de uma atividade elaborada pela professora regente e proposta às turmas no início do ano, "Qual é o maior?", no campo de números naturais. A atividade teve como objetivo compreender a necessidade de novas ferramentas matemáticas para a comparação entre dois números quando há expansão do conjunto dos números naturais para os números fracionários.

Durante as primeiras aulas, algumas perguntas foram feitas para investigar a comparação de duas unidades fracionárias: "Qual é a maior parte em relação ao mesmo todo?", resgatando a necessidade de uma mesma referência. Em seguida, foi feita a comparação de frações com o mesmo denominador, retomando a definição de numerador como contagem de unidades fracionárias definidas. Por fim, estendeu-se a comparação para quaisquer duas frações, cuja investigação foi feita em diálogo entre a professora e a turma, através da representação pictórica na lousa e do estojo de frações ampliado para a verificação das respostas.

O conceito de frações equivalentes foi introduzido com exemplos durante esse diálogo, nos quais houve a visualização da equivalência através da sobreposição das peças do estojo de frações, além da representação pictórica na lousa. Além disso, expandiu-se o conceito para a classe de frações equivalentes através de perguntas como: "Quantas frações existem para representar um meio?". E, após algumas frações indicadas, a turma respondeu: "Infinitas".

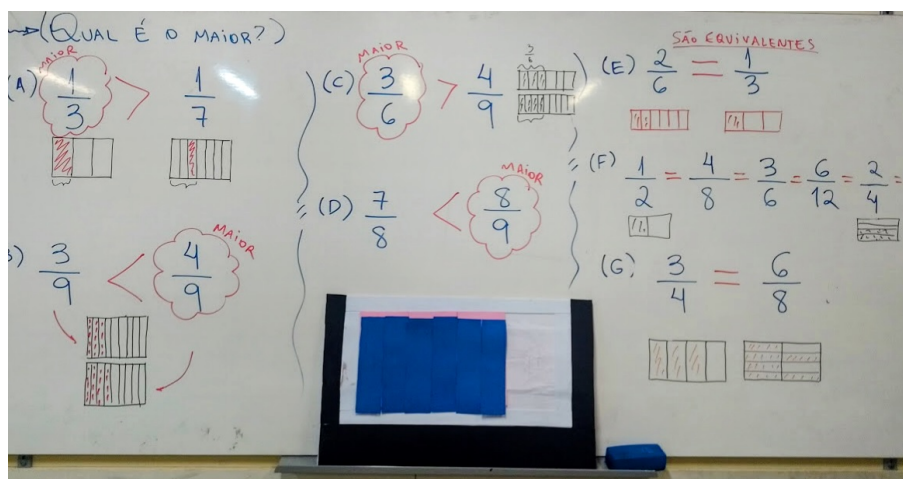


Figura 38 – Comparação e equivalência de frações com estojo de frações ampliado (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

Em seguida, desenvolveu-se a estratégia de comparação utilizando a representação pictórica em papel quadriculado. A primeira fração foi representada com linhas horizontais e a segunda, com linhas verticais. A sobreposição das linhas traçadas em ambas as representações resultou na construção de novas frações, equivalentes às primeiras, cuja comparação recai ao caso de comparação de frações com denominadores iguais.

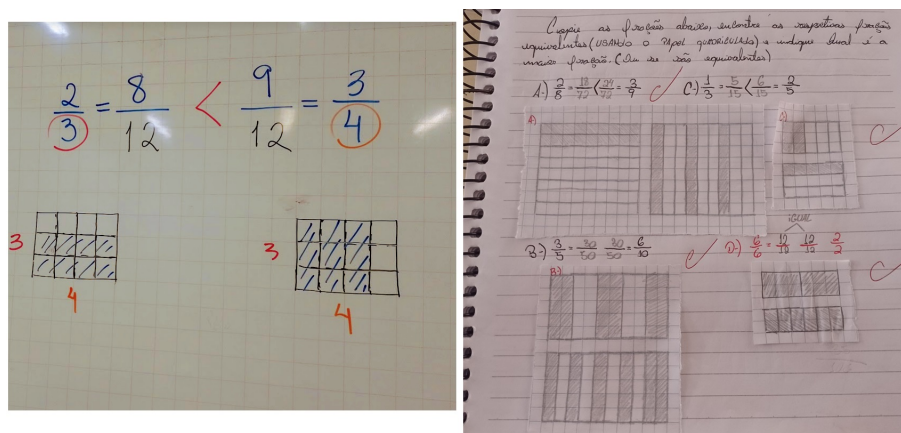


Figura 39 – Comparação de frações com uso de papel quadriculado (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

A atividade no papel quadriculado justifica a multiplicação do numerador e do denominador de uma fração pelo mesmo valor, para encontrar uma fração equivalente a ela, que é suporte para os procedimentos de comparação, soma e subtração de frações.

A partir da reflexão e da análise da sequência didática pelo grupo de pesquisa, destacamos que:

*Iniciar a sequência didática com a representação de frações através do material concreto tornou mais natural o processo de comparação e construção do conceito de frações equivalentes, através da representação pictórica. Essa etapa da sequência didática foi um*

marco na compreensão dos números fracionários, pois os alunos compreendiam a linguagem durante a aula e acessavam corretamente o significado de fração equivalente, essencial para a construção do pensamento matemático que torna-se base para a fase pré-algébrica, identificada como justificativa para o desenvolvimento do processo de PA.

#### 4.5 Exercícios de comparação de duas frações, soma e subtração de frações e simplificação de frações - 10 a 24 de novembro

No decorrer das duas semanas seguintes, foram realizados exercícios de comparação, soma, subtração e simplificação de frações. O objetivo desses exercícios foi que os alunos se apropriassem do uso da multiplicação e divisão, como ferramentas para encontrar as frações equivalentes dentro destes procedimentos.

Durante a realização dos exercícios, destacou-se a importância do conceito de fração equivalente como parte dos procedimentos na resolução de operações ou problemas. A maioria dos alunos conseguiu realizar os exercícios, porém, não houve expansão dos procedimentos para outras situações, como comparação de três frações. Além disso, todos os exercícios foram de aplicação direta, sendo propostos problemas envolvendo essas operações apenas na Aula-Pesquisa, a seguir.

#### 4.6 Aula-pesquisa: Resolução de problemas envolvendo frações - 28 e 29 de novembro

A segunda Aula-Pesquisa ocorreu em três aulas. O objetivo desta aula foi que os alunos relacionassem as ferramentas de comparação, soma e subtração, trabalhadas na etapa anterior, com três problemas propostos. Além disso, verificar quais conhecimentos foram consolidados a partir das suas justificativas.

Durante esta Aula-Pesquisa, tivemos a participação do professor pesquisador observador (PO), integrante do nosso grupo de pesquisa. Além disso, tivemos a colaboração de três professores do ensino colaborativo da escola, para dar suporte aos alunos que não tinham autonomia com a leitura. Esses alunos iniciaram a atividade em outra sala, para que pudessem ler em voz alta e discutir seu raciocínio com os professores, e depois voltaram para a sala de aula participando da socialização das resoluções na lousa. Como professora regente, tomei a decisão de separar esses alunos com o intuito de oferecer a eles um ambiente onde o silêncio e a comunicação pudessem ajudá-los a estabelecer a relação do problema com a operação necessária na atividade. Isso mostrou-se positivo quando os alunos retornaram à sala e quiseram expor na lousa sua resolução, demonstrando confiança ao explicar suas justificativas.

As fases desta aula-pesquisa não serão detalhadas como foi feito na aula introdutória da sequência didática. Apenas será apresentado um breve resumo da construção do plano de aula, da execução dela e das principais reflexões sobre sua aplicação, sob a perspectiva da professora regente. Futuramente, pretende-se acessar os registros de todas as etapas, bem como a parte documental das atividades dos alunos, para apresentar uma análise mais detalhada em algum evento ou publicação.

- A partir de uma pré-seleção de problemas, iniciamos a fase de planejamento da aula-pesquisa analisando quatro problemas da Prova Paulista, três problemas do material de orientação do CMSP e três problemas da OBMEP. Durante esta análise, discutimos quais problemas selecionar para a aula, através da reflexão sobre “o quê”, “por quê” e “para quê” propor esses problemas, com vistas à intencionalidade de trazer aquele problema, naquele contexto e naquele momento. Em seguida, refletimos sobre “como” propor o problema, com o objetivo de adaptar as questões ao contexto e traçar as perguntas norteadoras para a construção do pensamento matemático intencional. Nesse sentido, buscou-se simplificar a linguagem dentro dos enunciados, devido ao contexto de aprendizado das turmas com leitura e interpretação de problemas. A partir das discussões em nosso grupo de pesquisa, o plano de aula e a folha de problemas sofreram três alterações. A versão final da folha de problemas segue abaixo:

Nome \_\_\_\_\_ 6º ano \_\_\_\_\_

**MATEMÁTICA – ATIVIDADES DE FRAÇÕES (Profª Adriana)****28/11/2023**

Os amigos Adriana, Marília e Evandro colecionam figurinhas do álbum da copa do mundo. A fração que representa as figurinhas coladas nos álbuns de cada um deles é:

- Adriana:  $\frac{2}{3}$  do total de figurinhas do álbum estão coladas.

- Marília:  $\frac{4}{9}$  do total de figurinhas do álbum estão coladas.

- Evandro:  $\frac{5}{9}$  do total de figurinhas do álbum estão coladas.

**QUESTÃO 1** - Como podemos saber quem tem mais figurinhas coladas em seu álbum, Adriana ou Evandro? (JUSTIFIQUE)

**QUESTÃO 2** - Adriana e Marília conseguiram trocar suas figurinhas repetidas. Cada uma delas conseguiu colar mais  $\frac{2}{9}$  do total de figurinhas em seus álbuns. Qual fração do álbum delas está com figurinhas coladas? (JUSTIFIQUE)

**QUESTÃO 3** - Como Evandro tinha  $\frac{5}{9}$  do total de figurinhas do álbum já coladas, então, ficou faltando  $\frac{4}{9}$  do álbum para ele completar.

Qual fração dos álbuns de Adriana e de Marília falta colar figurinhas? (JUSTIFIQUE)

- A professora leu os problemas em voz alta e pediu que os alunos tentassem relacioná-los com os exercícios realizados nas aulas anteriores. No início, cada aluno tentou resolver os problemas sozinho, mas a maioria não conseguiu fazer essa relação. Muitos alunos ficaram perdidos e começaram a inserir os números e operações sem relações com a solução do problema. Nesse momento, a professora caminhou pela sala, fazendo perguntas individualmente para orientar o raciocínio e ajudar na escolha da ferramenta correta para a resolução. Os alunos também passaram a se ajudar. A professora destacou a importância de organizar a escrita na folha de respostas.
- Assim que os alunos terminaram, foram convidados a ir à lousa explicar como resolveram os problemas. Alguns dos alunos, que haviam saído para realizar a folha de atividade com os professores do ensino colaborativo, quiseram ir à lousa para explicarem suas resoluções. Foi possível compartilhar as resoluções de apenas dois dos problemas.

*A dinâmica de colocar a resolução na lousa e explicar para a sala seu raciocínio foi mais natural, devido à experiência anterior dos alunos durante a primeira Aula-Pesquisa desta sequência didática.*

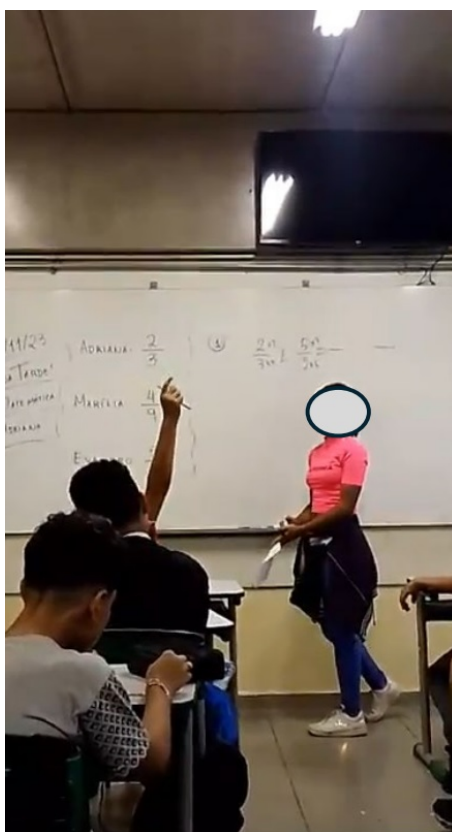


Figura 41 – Aluna do 6º ano C socializando sua resolução  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

- Após a explicação de um aluno, a professora incentivou a ir à lousa os alunos que haviam resolvido o problema de outra forma.

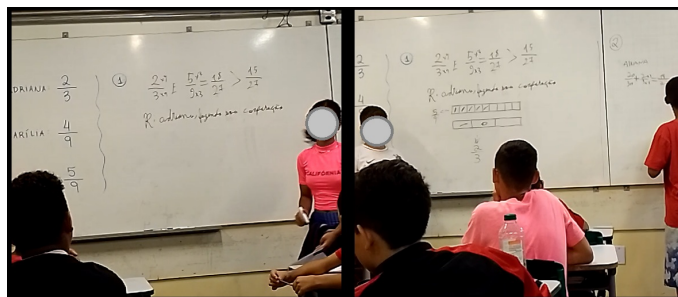


Figura 42 – Alunos do 6º ano C socializando suas diferentes soluções  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

- Ao final da aula, todos conseguiram compreender a relação da pergunta do problema com a operação necessária. No entanto, as ações e reações, previstas no plano de aula, não ocorreram como esperado. A atividade proposta de forma individual causou uma sensação de "dia de prova", deixando os alunos apreensivos. Se a metodologia de resolução de problemas fosse uma prática habitual e tivesse sido desenvolvida em grupos, a comunicação entre os alunos e a familiarização com a dinâmica teriam sido mais favoráveis à proposta. Nesse contexto:

*Há uma necessidade de ruptura de paradigmas para a professora regente, que encontrou dificuldades em mudar sua prática docente, refinada ao longo de dez anos de carreira, mas enraizada no ensino tradicional. Nesse sentido, é essencial compreender que essa mudança envolve um processo de adaptação e experimentação. Assim, ressalta-se a importância da Resolução de Problemas no processo de Pesquisa de Aula, a fim de desenvolver o pensamento matemático dos alunos e promover o crescimento profissional do professor.*

- Uma observação, destacada pelos membros do grupo de PA durante a fase de reflexão coletiva sobre a Aula-Pesquisa, foi que, ao escolher o problema, não se considerou que o conceito estava sendo expandido para fração de uma quantidade discreta. Embora a quantidade de figurinhas não tenha sido explicitamente mencionada no problema, cuja solução envolve conhecimentos procedimentais adquiridos até o momento, o conceito de fração havia sido explorado apenas em situações com quantidades contínuas, onde um inteiro representava o todo-referência. Tivemos a percepção que, surgiriam menos dúvidas, na resolução do problema, se essa transição não tivesse ocorrido abruptamente. O conceito de fração de uma quantidade discreta foi abordado na penúltima etapa desta sequência didática.

## 4.7 Aula-pesquisa: Uso do simulador PHET.COLORADO.EDU - 30 de novembro e 01 de dezembro

As três aulas seguintes à realização da Aula-Pesquisa de resolução de problemas ocorreram com o uso do simulador (PHET, 2024). Essa aula foi originalmente planejada pelo professor pesquisador observador (PO) antes do início da realização da sequência didática, com previsão de aplicação na terceira fase da sequência. A partir das modificações, ocorridas no decorrer de sua construção, sua aplicação foi realizada na sétima fase. O objetivo desta aula foi consolidar a relação entre as representações simbólica e pictórica de uma fração através de um jogo, além disso, desenvolver a confiança dos alunos na representação de frações, uma vez que, o jogo proporciona verificação imediata das respostas.

O plano de aula e a folha de atividades foram alterados e adaptados pela professora regente, a partir das discussões no grupo de PA. As perguntas da folha de atividades foram, quase todas, mantidas do plano original, sendo inseridas mais duas questões. As fases de planejamento e execução desta Aula-Pesquisa não serão detalhadas nesta dissertação, havendo apenas um resumo sobre sua aplicação e as principais reflexões dentro da sequência didática, sob a perspectiva da professora regente. A descrição desta Aula-Pesquisa está mais detalhada na dissertação (SOUZA, 2025).

- A atividade foi realizada na sala de leitura da escola, utilizando tablets. Esse local foi escolhido por ser um ambiente diferente e agradável, além de possuir mesas redondas, que facilitam a comunicação entre os alunos durante a atividade. Durante as aulas das turmas do 6º ano B, 6º ano C e 6º ano D tivemos a presença do professor pesquisador observador (PO).



Figura 43 – Alunos do 6º ano D explorando o simulador Phet.colorado.edu (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

- Os alunos preencheram um roteiro impresso, a partir da interação com o simulador, no início da aula. Para isso, a professora projetou sua tela na televisão da sala, para indicar os elementos do simulador e auxiliar com as dúvidas dos alunos. O

objetivo das questões apresentadas no roteiro foi fazer com que os alunos percebessem as alterações das representações pictórica e simbólica de uma fração a partir da variação do numerador e do denominador. Além disso, explorar outras figuras na representação pictórica: a fração representada com o volume de um cilindro (questão 9) e a fração representada em um segmento unitário (questão 10). Abaixo, segue o roteiro com as respostas de dois alunos, um do 6º ano A e outro do 6º ano C.

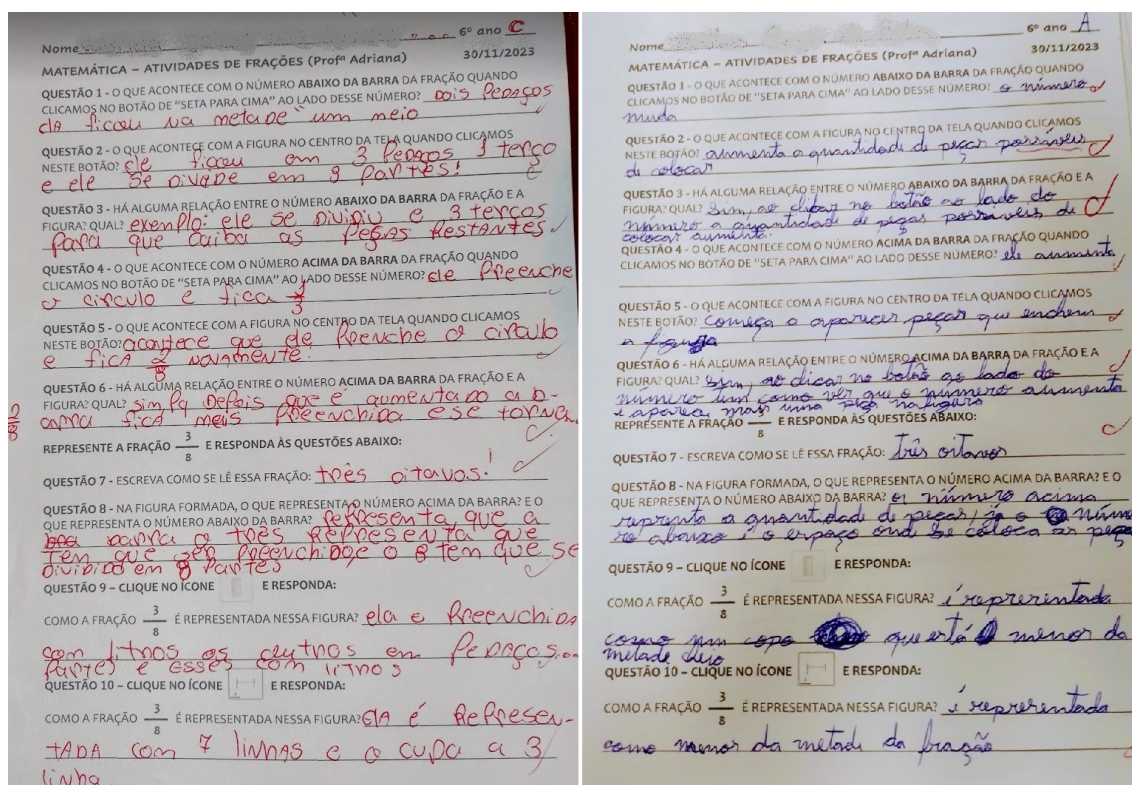


Figura 44 – Respostas do roteiro de uma aluna do 6º ano C e de um aluno do 6º ano A (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

- Nas respostas acima, a aluna do 6º ano C utiliza os conhecimentos de nomenclatura de frações, desenvolvidos desde a primeira aula desta sequência didática, para justificar essas relações: “ele ficou com 3 pedaços, 1 terço, e ele se divide em três partes”, além de relacionar o denominador com a divisão. Nas respostas do aluno do 6º ano A, há a comparação com a metade de um copo para expressar a fração preenchida em um cilindro.

*As relações entre a divisão do inteiro com o denominador (formando as unidades fracionárias) e a quantidade de unidades fracionárias tomadas com o numerador foram observadas, na maioria das respostas dos alunos.*

- Contudo, quase todos os alunos apresentaram dificuldades em expressar suas justificativas por escrito. Nesse sentido, é fundamental planejar atividades de

organização do raciocínio matemático através da escrita. Esse objetivo pode ser desenvolvido, a partir de atividades com metodologias ativas, nas quais os alunos são estimulados a expressar suas justificativas.

- No restante da aula, os alunos puderam jogar livremente no simulador, conquistando estrelas dentro das fases do jogo, que dificultavam gradativamente. O jogo explora frações equivalentes e frações impróprias, tópicos que foram trabalhados em sala, mas sem que houvesse tempo hábil para se aprofundar nas representações.

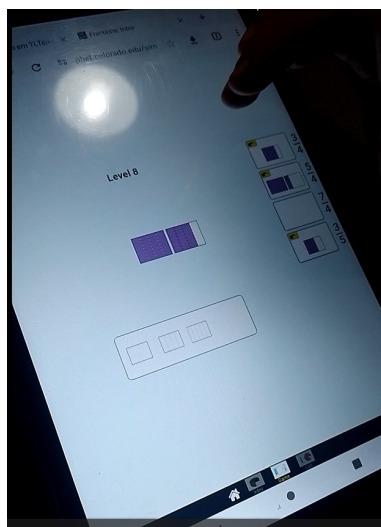


Figura 45 – Aluno do 6º ano A representando a fração “sete quartos”  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

Os alunos gostaram bastante da proposta e ficaram eufóricos com os desafios das fases finais do jogo, pedindo mais aulas com essa atividade.

## 4.8 Cálculo de fração de uma quantidade - 05 de dezembro

As duas últimas etapas desta sequência didática ocorreram nas últimas semanas do ano escolar, sendo esta realizada em três aulas. O objetivo desta aula foi conectar os conceitos desenvolvidos até o momento, com o procedimento do cálculo da fração de uma quantidade, na qual o inteiro não representa, necessariamente, o todo-referência.

O cálculo de fração de quantidade, foi explorado a partir do problema: “*Na sala de Ruan, há trinta alunos. Hoje, estão presentes quatro quintos da sala. Quantos alunos vieram?*”. Através do diálogo, a professora propôs a comparação com o todo e com a metade:

PROFESSORA: *É a sala toda? (ou é a sala inteira?)*

ALUNOS: *Não.*

PROFESSORA: *É menos que a sala toda, não é?*

ALUNOS: *Sim.*

PROFESSORA: *É mais, ou é menos que a metade da sala?*

ALUNOS: *É mais.*

PROFESSORA: *Então quanto é?*

Alguns responderam tentando adivinhar o resultado, mas na incerteza, sem construir uma justificativa. Assim, a professora conectou as operações divisão e multiplicação, do procedimento de resolução desse problema, com a representação pictórica discreta do todo e das unidades fracionárias. Além disso, ressaltou a importância da abstração dessa etapa no cálculo com valores altos, inviáveis de serem representados pictoricamente.

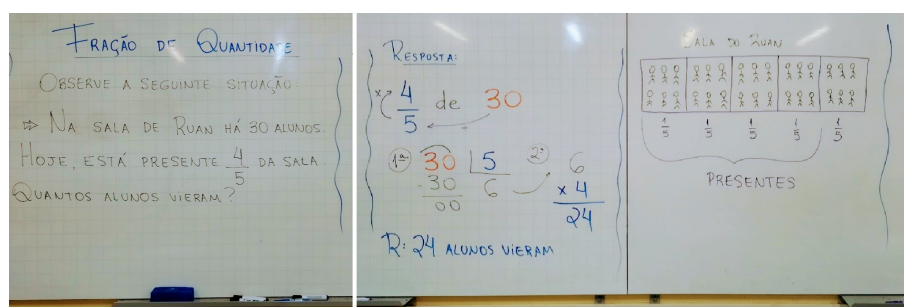


Figura 46 – Fração de quantidade relação das operações com a representação pictórica (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

A maioria dos alunos demonstrou compreender a conexão dos conceitos anteriores com situações onde o inteiro envolve uma quantidade discreta. Essa ferramenta será novamente acessada e expandida para porcentagens, ao longo do ano seguinte.

## 4.9 Uso da plataforma MATIFIC - obrigatória para sextos anos - 07 a 12 de dezembro

Na última etapa da sequência didática, foram propostas atividades da plataforma educacional MATIFIC, que passou a ser obrigatória para os alunos do sexto e sétimo anos, nas escolas públicas estaduais de São Paulo. Os jogos atribuídos aos alunos tinham, por objetivo, a revisão de conteúdos e procedimentos que foram abordados ao longo do ano escolar. Na plataforma, utilizamos a ferramenta pedagógica “arena”, onde os alunos competiam entre si e verificavam, ao final, sua pontuação em um ranking da sala.

Em um jogo, explorou-se frações equivalentes e a comparação de frações através da representação pictórica de duas frações com queijo em fatias de pão. Na foto abaixo, os alunos do 6º ano C estão competindo entre si, no espaço “arena”.



Figura 47 – Alunos do 6º ano C jogando no Matific: Crie frações equivalentes (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

A competição, como proposta didática, foi positiva nesse caso, pois os alunos ficaram engajados, ao ver sua colocação no ranking, e tentavam compreender o motivo de terem acertado ou errado na representação.

*A compreensão do conceito de frações equivalentes durante o jogo, bem como o uso correto da linguagem, corroborou com a escolha da construção do pensamento matemático em "Frações e Suas Representações", a partir da nomenclatura e da manipulação de material concreto na construção do conceito.*

Em outro jogo, foi proposta a organização de três frações em ordem crescente. Para isso, cada jogador deveria representar cada uma das três frações em uma pizza,

definindo: o total de fatias da pizza (a partir da unidade fracionária determinada - denominador); e, preenchendo cada fatia com ingredientes (definindo a contagem dessas unidades fracionárias - numerador), de modo que a fração estivesse representada pela parte da pizza que tivesse ingredientes. Em seguida, ordená-las da menor para a maior.

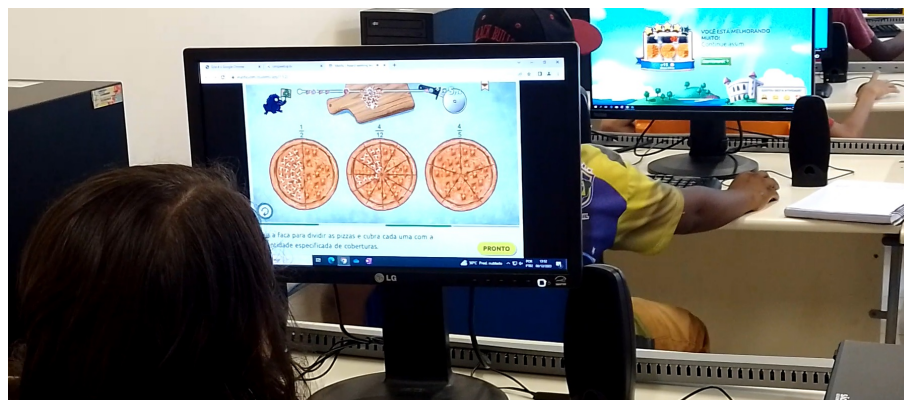


Figura 48 – Alunos do 6º ano A jogando Matific: Represente e compare (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

*Durante a representação das frações nas pizzas, os alunos conseguiram resgatar o conceito de unidades fracionárias, a partir da quantidade delas que completa a pizza inteira, além de visualizar, através da representação, a ordenação de números fracionários.*

## 4.10 Reflexões sobre a Sequência Didática e o Projeto de Pesquisa de Aula

Através do processo de PA, desenvolvido durante o segundo semestre de 2023, foi possível construir uma sequência didática, que ofereceu suporte à pesquisa sobre as aprendizagens dos alunos, cujos objetivos eram: *Sólida construção do conceito de números fracionários; Conexão deste conhecimento com os objetos de aprendizagem que não foram desenvolvidos ou foram desenvolvidos superficialmente (defasagem); Construção de uma relação positiva dos alunos com a sua aprendizagem neste tema, a fim de:*

- Contribuir com o desenvolvimento da confiança e da autonomia dos alunos no conteúdo de frações, e as suas representações, o que oferece uma base sólida para o desenvolvimento futuro da aprendizagem dos algoritmos das operações com frações na fase pré-algébrica dos mesmos.
- Promover o desenvolvimento profissional dos pesquisadores, membros do grupo de PA, ampliando e ressignificando seus conhecimentos no tema de frações e suas representações, na concepção do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) a partir do processo de Pesquisa de Aula, segundo os princípios da Lesson Study.

Na perspectiva da professora regente, os objetivos de aprendizagem dos alunos foram atingidos durante a realização da sequência didática. As evidências de aprendizagem, que corroboram com esses resultados foram: a leitura e representação correta das frações na dinâmica de grupos (primeira etapa); a representação simbólica e pictórica corretas dos alunos no ditado de frações (terceira etapa); a construção do conceito de frações equivalentes, através da representação pictórica, que deu suporte para a comparação em papel quadriculado (quarta etapa); uso correto da nomenclatura ao justificar as técnicas utilizadas para resolver os problemas (sexta etapa); as representações corretas, tanto simbólica, quanto pictórica no simulador, acessando o conhecimento de frações equivalentes nas fases finais (sétima etapa); a representação correta de frações equivalentes no jogo “Crie frações equivalentes” e o uso dos conhecimentos de representação e comparação de frações no jogo “Represente e compare”, ambos do Matific (nona etapa).

Construir essa sequência didática, dando ênfase à nomenclatura, foi fundamental para estruturar o conceito do número fracionário. Ao estabelecer uma referência (todo ou inteiro) e dar o nome das unidades fracionárias, a partir da quantidade delas que compõe esse todo, os alunos puderam verbalizar as justificativas para a representação das frações. Uma das respostas para a pergunta, “Escreva, com suas palavras, o que é fração”, durante a primeira aula pesquisa, aula introdutória de "Frações e Suas Representações", foi:

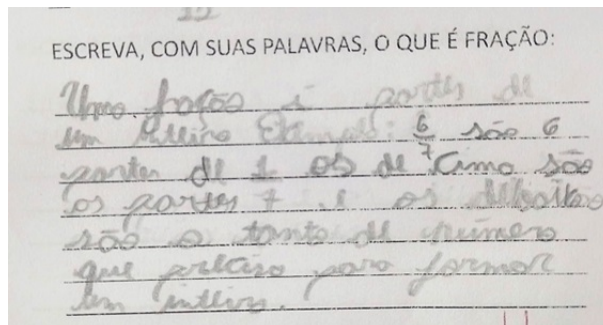


Figura 49 – Resposta de uma aluna do 6º ano A para “o que é fração?”  
(FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

*“Uma fração é partes de um inteiro. Exemplo: 6/7 são 6 partes de 1/7 os de cima são as partes e os de baixo são o tanto de número que preciso para formar um inteiro”*

Nesta resposta, podemos ver a aluna associando o significado do numerador e do denominador de uma fração com a contagem das unidades fracionárias correspondentes.

A construção do conceito de frações através da nomenclatura e das representações também foi essencial para compreender a noção de frações equivalentes. Isso ficou evidente, pois os alunos conseguiram visualizar na representação pictórica que, as unidades fracionárias eram diferentes, as representações simbólicas das frações, no mesmo inteiro, eram diferentes, mas a relação parte-todo era mantida. Assim, conseguiram perceber

a comparação relativa que ocorre com números fracionários, que é uma das habilidades apontadas com maiores índices de erro, e que infinitas frações equivalem à mesma parte em relação ao todo. A compreensão de classe de equivalência em frações é um passo fundamental para compreender diversas técnicas utilizadas para resolver problemas e operações.

Nesse contexto, observou-se o processo de abstração sendo construído a cada etapa da sequência didática, iniciando com a representação através da manipulação de material concreto, em seguida passando pela representação pictórica explorando a coordenação motora fina, através do desenho e do uso de papel quadriculado, e encerrando com uso de tecnologia, em jogos de plataformas educacionais. Além disso, ao final da realização da sequência didática, muitos alunos estavam engajados com as aulas no tema "Frações e Suas Representações", e demonstraram uma postura positiva com relação a esse conteúdo.

As turmas mostraram índices na Prova Paulista que corroboram com a evolução da aprendizagem dos alunos no tema "Frações e Suas Representações". Na tabela abaixo, retirada da apresentação deste trabalho no ICME-15, são apresentados esses resultados nas quatro turmas, nas quais foi desenvolvida a PA, como comparativo antes (2º bimestre de 2023) e depois (1º bimestre de 2024):

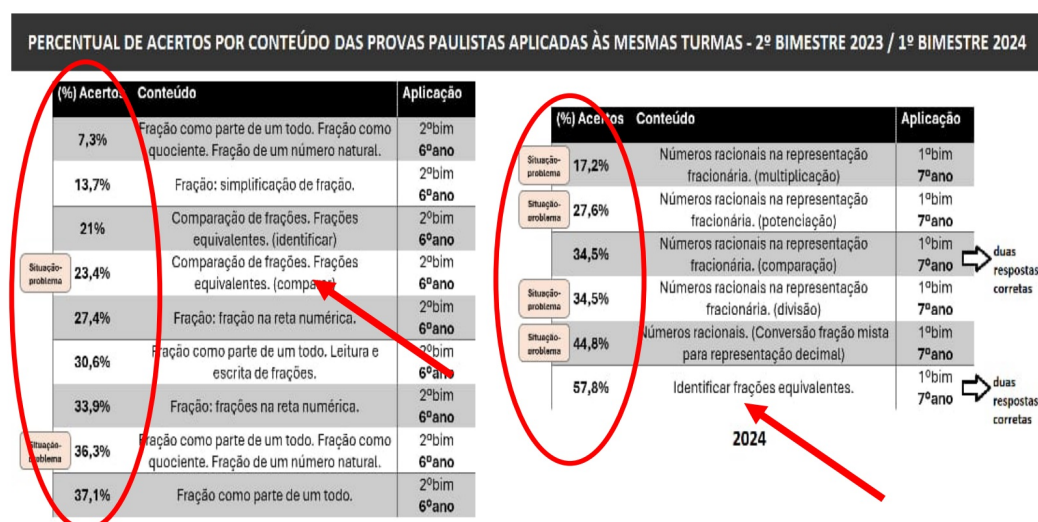


Figura 50 – Percentual de acertos nas Provas Paulistas (2ºbim/2023 e 1º bim/2024) aplicadas nas mesmas turmas (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

Como segundo objetivo deste processo de PA, o desenvolvimento profissional foi fortemente atingido, perpassando desde o início do projeto com as discussões coletivas sobre a realidade escolar, os perfis da turma e os desafios da profissão, como todo o processo de desenvolvimento do ciclo de PA e se encerrando com a organização documental deste processo na dissertação de mestrado.

O desenvolvimento de um ciclo de Aula-Pesquisa mostrou a força da colaboração

na profissão docente. A pesquisa coletiva sobre a aprendizagem, com a presença dos pesquisadores na aula, traz a possibilidade de debater aspectos positivos e negativos de ações que ocorreram durante a aula, com alunos reais e a aprendizagem ocorrendo. Assim, o produto de pesquisa passa a ser as experiências reais de aprendizagem que ocorreram durante a aula, a partir de um planejamento coletivo, o que aproxima o olhar de pesquisador do professor para seu contexto de trabalho. Nesse sentido, o processo de PA se torna mais significativo, emergindo da prática do professor.

A experiência de executar uma aula, tendo o plano de aula como roteiro intencional da atividade, foi inédito e desafiador. Inicialmente, procurei executar o plano o máximo possível, mas a situação atípica travou o diálogo com os alunos. Ao longo das demais aulas, o diálogo tornou-se mais fluido, porém, algumas ações previstas foram alteradas. No entanto, conceber um plano de aula detalhado, fez com que eu compreendesse a intencionalidade de cada ação na aula. Essa vivência, quando observada dentro de um prazo maior, consolidou a minha concepção de proposta de aprendizagem para a construção dos conceitos dentro do tema "Frações e Suas Representações". Nesse sentido, destaca-se o crescimento profissional, no desenvolvimento do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) do professor, a partir da experiência imersa em sua prática.

Uma das principais discussões no grupo de pesquisa, durante a fase de reflexão sobre a Aula-Pesquisa, foi em quais momentos evidencia-se o processo de aprendizagem dos alunos. Ou seja, como desenvolver um olhar atento na avaliação da aprendizagem de cada aluno durante a aula. Esse foi um aspecto levantado pelo professor pesquisador observador (PO), sendo essencial para a concepção de seu papel dentro de um ciclo de PA. Nesse sentido, o exercício coletivo de avaliar a aprendizagem e as trocas entre os membros do grupo de PA durante essas discussões foram enriquecedoras para o processo de avaliação formativa das aprendizagens dos alunos.

Finalmente, o aspecto de maior destaque para o meu crescimento profissional foi como tornar o aluno ativo, central e protagonista do seu aprendizado. No momento em que houve a mudança de postura dos alunos e da professora durante a realização da dinâmica no 6º ano C (pág. 56 e 57) e no 6º ano A (pág. 61 e 62), percebi que, para compreender o formato de aula, que coloca o aluno como central e ativo no processo de ensino e aprendizagem, seria necessário um processo de mudança e adaptação na minha prática docente. Ao concluir essa dissertação, ficou nítida a influência dessa contribuição na minha prática, pois passei a desenvolver as aulas a partir da comunicação dos alunos para justificar suas respostas. Durante o ano de 2024, fui professora da turma que se tornou o 7º ano C, que havia feito parte desta pesquisa. Nesta turma, trabalhei durante o ano letivo com ensino de matemática através da Resolução de Problemas, o que foi desafiador, mas teve ótimos resultados na aprendizagem dos alunos e no meu desenvolvimento como professora. Abaixo, segue evolução no percentual de acertos da turma 7º ano C entre o 1º

e o 3º bimestres de 2024:



Figura 51 – Evolução no percentual de acertos 1ª, 2ª e 3ª bimestres de 2024 - 7º ano C (FONTE: (PEREIRA; SOUZA; BALDIN, 2023))

É importante ressaltar que, os alunos que falavam suas justificativas durante a realização das Aulas-Pesquisa eram convidados, pois, a situação gera desconforto a muitos alunos e causa medo de serem obrigados a falar em frente à turma.

## 5 Considerações Finais

No final do capítulo anterior, foram respondidas as perguntas iniciais desta dissertação. Como considerações finais teceremos comentários sobre as aprendizagens vivenciadas, através do processo de PA para a autora desse trabalho.

Um dos elementos que destaco é o desenvolvimento profissional, que ocorreu através das análises e da pesquisa sobre a aula e sobre as evidências de aprendizagens dos alunos, observadas e coletadas durante e após a aula. Devo ainda destacar a importância desse processo, ao perceber a avaliação formativa significativa, tanto para o meu crescimento profissional como parte da minha auto-avaliação. Por exemplo, no papel de organizar e fundamentar o olhar de pesquisadora sobre a minha própria prática, aprendi a focar especificamente no processo de aprendizagem dos meus alunos, ao longo da sequência didática, conectando a execução do plano de aula elaborado, com a intencionalidade inicial.

O quadro teórico, que fundamenta o processo de PA neste trabalho, foi o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) estabelecido por Shulman (SHULMAN, 1986). Neste trabalho, o conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK), no tema de “Frações e Suas Representações”, evoluiu ao longo do processo. Pois, foi possível estabelecer uma conexão dos conhecimentos da estrutura algébrica dos números fracionários, estudados ao longo das disciplinas teóricas dos cursos de graduação e mestrado - PROFMAT, com a esfera que compreende a construção deste conhecimento nos alunos, dentro do contexto de aprendizagem específico desta pesquisa. Isto é, conecta-se o conhecimento do conteúdo de frações com o PCK para o ensino delas, no contexto específico de aprendizagem de cada uma das turmas.

O tema de pesquisa deste trabalho surgiu na identificação da falha na compreensão dos estudantes do ciclo II do Ensino Fundamental, de que números fracionários representam uma categoria diferente de números dentro do currículo, e que as defasagens no conceito de números fracionários são evidenciadas e diagnosticadas, em instrumentos de avaliação. Nesta pesquisa, construímos uma sequência didática que foi introduzida a partir da nomenclatura, e foi desenvolvida com o suporte da manipulação de material concreto, seguida de uma abstração para a representação pictórica, e finalmente, para a representação simbólica e a resolução de problemas, seguindo as etapas do processo de Pesquisa de Aula-PA.

O processo de PA deste trabalho permitiu identificar os momentos onde o aluno passou a representar e verbalizar corretamente os números fracionários, definindo as unidades fracionárias e sua nomenclatura, compreendendo a sua natureza de unidade

de contagem dentro de um todo-referência para compor um número fracionário. Esta abordagem, da nomenclatura de números fracionários, se conecta com o conhecimento que deve ser adquirido nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na compreensão de números fracionários como parte-todo. Isso, deve vir antes de interpretar números fracionários com outros significados matemáticos dentro do currículo escolar, na expansão para o campo de números racionais.

A compreensão do conceito de números fracionários e a comunicação entre os alunos, utilizando a nomenclatura correta, deram suporte à compreensão do conceito de frações equivalentes, que é base para os procedimentos de comparação de frações, operações de adição e subtração com frações e outros futuros conteúdos.

Assim, a evolução do PCK no tema “Frações e Suas Representações”, proporcionada pelo processo de PA, promoveu meu desenvolvimento profissional ao compreender o caminho conceitual do ensino de frações, que considera o conhecimento prévio dos alunos, além de aprender o significado do que avaliar nas aprendizagens relacionadas a esse tema. Contribuíu, também, para minha autoavaliação profissional, permitindo organizar e fundamentar meu olhar como pesquisadora sobre minha própria prática, especialmente em relação às aprendizagens dos meus alunos, quando o ambiente de sala, e o contexto de cada turma, influenciam claramente as estratégias de ensino.

Esse crescimento profissional ganhou ainda mais destaque quando fui desafiada a implementar o processo de personalização do ensino, por meio da metodologia de Resolução de Problemas, ao ingressar na rede Sesi, após a experiência do processo de PA em 2023. Essa experiência me inspirou a construir uma cultura de transição, rompendo com o ensino tradicional e incorporando práticas de metodologias ativas. Por meio da mobilização do PCK, amplia-se a possibilidade da versatilidade necessária para adaptar o conteúdo a novos contextos de aprendizagem, promovendo a metacognição como parte essencial do processo de ensino e aprendizagem.

Assim, com relação à questão levantada no capítulo de Introdução desta dissertação:

*“Como a Pesquisa de aula – segundo os princípios da Lesson Study – a partir de uma visão coletiva sob a aprendizagem dos alunos, pode contribuir para a superação dos obstáculos enfrentados em sala de aula na construção da aprendizagem dos alunos?”*

A pesquisa colaborativa na construção de um plano de aula e na reflexão sobre as aprendizagens dos alunos, durante e também após a aula, oferece ao professor ferramentas valiosas para fundamentar sua análise das evidências de aprendizagem, que reflitam os objetivos específicos previamente definidos. Nesse contexto, a visão coletiva sobre o aprendizado dos alunos, antes, durante e depois da aula, enriquece significativamente o processo de avaliação formativa, tanto em relação às aprendizagens dos estudantes quanto ao desenvolvimento do PCK do professor.

Ao ampliar o repertório pedagógico e transformar a metacognição no processo de ensino e aprendizagem, torna-se possível superar alguns dos obstáculos enfrentados na construção da aprendizagem dos alunos em sala de aula. Neste trabalho, ao estimular a comunicação e colocar os alunos no centro do processo de aprendizagem, observou-se que, durante suas interações, ocorre a verbalização adequada dos conceitos e a representação correta das frações, superando algumas das defasagens previamente diagnosticadas. Além disso, esse conhecimento é retomado e consolidado ao longo da sequência didática, promovendo avanços significativos no aprendizado.

Muitos obstáculos, enfrentados em sala de aula, parecem estar além do alcance imediato do professor. No entanto, alguns desses obstáculos podem ser superados através da transformação da prática pedagógica. Nesse sentido, a oportunidade de ampliar os conhecimentos pedagógicos de conteúdos, através do processo de PA, pode oferecer uma experiência que aumenta a confiança do professor para experimentar novas práticas.

Dessa maneira, a PA se apresenta como uma alternativa eficaz para que o professor atue como pesquisador de sua própria prática, ampliando seus conhecimentos pedagógicos de conteúdo e vivenciando uma experiência colaborativa de imersão no contexto da sala de aula. Assim, o processo de PA pode ser um importante aliado no desenvolvimento profissional do docente.

Para mim, foi essencial, no contexto da PA, enxergar o crescimento profissional como um processo contínuo. Muitas das compreensões, que tenho agora, não foram percebidas diretamente durante a realização da sequência didática. Foi necessário tempo para que as ideias se acomodassem e, somente após o término deste trabalho, consegui compreender plenamente a evolução do meu PCK proporcionada pela PA.

Colocamos, para finalizar, uma questão que se levanta a partir da construção do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo - PCK, como vivenciado pelo processo de PA deste trabalho:

*Como ampliar o alcance da PA para professores brasileiros como uma alternativa para seu desenvolvimento profissional, no sentido de aprofundar a autoavaliação da sua própria prática e a avaliação das aprendizagens dos alunos?*

# Referências

ADUFSCAR. **São Carlos chega aos 166 anos de história como polo acadêmico e tecnológico.** Nov. 2023. Disponível em:

<<https://www.adufscar.org.br/sao-carlos-chega-aos-166-anos-de-historia-como-polo-academico-e-tecnologico/>>. Acesso em: 21 dez. 2024.

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática 6:** Edição Renovada. 4ªed. São Paulo, SP: Editora do Brasil, 2015. 6º ano E.F., p. 288. (PNLD 2017 a 2019).

BALDIN, Y. Y. O Significado da Lesson Study para educação matemática e seu impacto em nível mundial. In: SEMINÁRIO Internacional Lesson Study SILSEM 2021. Vitória, ES: Anais do SILSEM 2021, 2022. P. 43–48. Disponível em: <[https://repositorio.ifes.edu.br/bitstream/handle/123456789/1540/Anais\\_Semin%3%a1rio\\_Internacional\\_Lesson\\_Study\\_SILSEM\\_22.02.2022.pdf?sequence=8&isAllowed=y](https://repositorio.ifes.edu.br/bitstream/handle/123456789/1540/Anais_Semin%3%a1rio_Internacional_Lesson_Study_SILSEM_22.02.2022.pdf?sequence=8&isAllowed=y)>. Acesso em: 18 dez. 2024.

BALDIN, Y. Y.; FELIX, T. F. A pesquisa de aula (Lesson Study) como ferramenta de melhoria da prática na sala de aula. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática 2011. Recife, Brasil: Anais da XIII CIEM, 2011. P. 1–12. Disponível em: <[https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/paper/viewFile/2494/549](https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2494/549)>. Acesso em: 18 dez. 2024.

BALDIN, Y. Y.; SILVA, A. F.; FELIX, T. F. Introdução dos Princípios da Lesson Study no Brasil: primeiros passos e grupos de estudo. **Revista Paradigma**, Maracay, v. XLIV, n. 2, p. 131–158, 2023. Disponível em: <<https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/1415>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

BALDIN, Y. Y.; SILVA, A. F. da; SOUZA, M. A. V. F. de. Desafios e diversidade de iniciativas para a implementação de Lesson Study com foco na formação continuada de professores de matemática. **Educação Matemática Em Revista**, Rio Grande do Sul, v. 1, n. 23, p. 149–159, 2022. Disponível em: <<https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/EMR-RS/article/view/3114/2119>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

BALDIN, Y. Y.; PEREIRA, A. R.; SOUZA, W. G. de. A Lesson Study project to develop active learning classes for the topic of fractions in the basic school curriculum. In: 15TH International Congress on Mathematical Education. Sydney, Australia: Anais do ICME-15, 2024. P. 1–5. Disponível em: <<https://icme15-c10000.eorganiser.com.au/data/clients/1/773/submissions/173737/abstract.pdf>>. Acesso em: 21 dez. 2024.

- BALDIN, Y.Y.; SILVA, A. F. da; MARTINS, A. C. E-book, III Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática. In: Rio de Janeiro: SBM, 2018. Estojo de Frações (Fraction Case). Disponível em:  
<[https://anpmat.org.br/wp-content/uploads/2019/05/3N-02-MC\\_T5\\_Aparecida\\_Silva\\_Nacional-arquivo-final.pdf](https://anpmat.org.br/wp-content/uploads/2019/05/3N-02-MC_T5_Aparecida_Silva_Nacional-arquivo-final.pdf)>. Acesso em: 26 dez. 2024.
- BALL, D. L.; THAMES, M.; PHELPS, G. Content knowledge for Teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389–407, nov. 2008. Disponível em: <<http://jte.sagepub.com/content/59/5/389>>. Acesso em: 18 dez. 2024.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <[https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal.pdf](https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf)>. Acesso em: 23 dez. 2024.
- FELIX, T. **Pesquisando a melhoria de aulas de matemática seguindo a proposta curricular do estado de São Paulo, com a metodologia da pesquisa de aulas (Lesson Study)**. 2010. F. 150. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP. Disponível em:  
<<https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/4412>>. Acesso em: 18 dez. 2024.
- GAY, M. R. G.; SILVA, W. R. (Ed.). **Araribá Mais Matemática 6º ano**. 1ª ed. São Paulo, SP: Editora Moderna, 2018. 6º ano E. F., p. 312. (PNLD 2020 a 2023).
- IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e Realidade: 6º ano**. 10ª ed. São Paulo, SP: Editora Saraiva, 2022. 6º ano E. F., p. 320. (PNLD 2024 a 2027).
- ISODA, M.; BALDIN, Y. Y. Lesson Study Japonês, sua Natureza e seu Impacto no Ensino e na Aprendizagem da Matemática. **Revista Paradigma**, Maracay, v. XLIV, n. 2, p. 5–35, 2023. Disponível em:  
<<https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/1410>>. Acesso em: 18 dez. 2024.
- ISODA, M.; OLFOS, R. et al. Duas contribuições da Lesson Study japonesa para a formação de professores de matemática: A terminologia para planejamento de aulas e como força promotora de grupos de estudo sustentáveis. **Educação Matemática Em Revista**, Rio Grande do Sul, v. 1, n. 23, p. 98–112, 2022. Disponível em:  
<<https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/EMR-RS/article/view/3108/2103>>. Acesso em: 18 dez. 2024.
- ISODA, M.; STEPHENS, M. et al. **Japanese Lesson Study in Mathematics: Its Impact, Diversity and Potential for Educational Improvement**. [S.l.]: Singapore: World Scientific, 2007.

KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J.; FINDELL, B. **Adding it Up: Helping Children Learn Mathematics**. [S.l.]: National Academic Press, 2001. Mathematical Learning Study Committee, National Research Council. Disponível em:

<<http://www.nap.edu/catalog/9822.html>>. Acesso em: 23 dez. 2024.

PARAVANI, A. **A Metodologia de Resolução de Problemas em Atividades de Avaliações Diagnósticas e Formativas de acordo com o Currículo do Estado de São Paulo**. 2023. F. 94. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP. Disponível em:

<<https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/17828>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

PEDAGÓGICA, JM. [S.l.: s.n.]. Estojo de Frações. Disponível em:

<<https://jmpedagogica.com.br/loja/estojo-de-fracoes-pequeno/>>. Acesso em: 26 dez. 2024.

PEREIRA, A.R.; SOUZA, W.G. de; BALDIN, Y.Y. **Acervo documental compartilhado do grupo de Pesquisa de Aula**. [S.l.: s.n.], 2023.

PHET, Interactive Simulations. [S.l.: s.n.]. Fractions: Intro. Disponível em:

<<https://phet.colorado.edu/en/simulations/fractions-intro>>. Acesso em: 27 dez. 2024.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação. **Aprender Sempre - 6º ano do Ensino Fundamental: Língua Portuguesa e Matemática**. São Paulo, SP: Secretaria da Educação, SEDUC, SP, 2023. v. 1. Disponível em:

<[https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2023/02/WEB\\_AS\\_6ano\\_LP-MAT\\_estudante\\_vol1-1.pdf](https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2023/02/WEB_AS_6ano_LP-MAT_estudante_vol1-1.pdf)>. Acesso em: 23 dez. 2024.

\_\_\_\_\_. **Currículo em Ação - 4º ano do Ensino Fundamental: EMAI – EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL & TECNOLOGIA E INOVAÇÃO**. São Paulo, SP: Secretaria da Educação, SEDUC, SP, 2022. v. 2. Disponível em:

<[https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2022/06/EF\\_4ANO\\_EMAI-TEC\\_V2.pdf](https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2022/06/EF_4ANO_EMAI-TEC_V2.pdf)>. Acesso em: 23 dez. 2024.

\_\_\_\_\_. **Currículo em Ação - 5º ano do Ensino Fundamental: EMAI – EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL & TECNOLOGIA E INOVAÇÃO**. São Paulo, SP: Secretaria da Educação, SEDUC, SP, 2022. v. 2. Disponível em:

<[https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2022/06/EF\\_5ANO\\_EMAI-TEC\\_miolo.pdf](https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2022/06/EF_5ANO_EMAI-TEC_miolo.pdf)>. Acesso em: 23 dez. 2024.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação. **Currículo em Ação - 5º ano do Ensino Fundamental: EMAI – EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL & TECNOLOGIA E INOVAÇÃO**. São Paulo, SP: Secretaria da Educação, SEDUC, SP, 2023. 1º semestre. Disponível em:

<[https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2023/01/EFAI\\_5ano\\_1sem\\_estudante\\_EMAI-TEC\\_web.pdf](https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2023/01/EFAI_5ano_1sem_estudante_EMAI-TEC_web.pdf)>. Acesso em: 23 dez. 2024.

\_\_\_\_\_. **Currículo em Ação - 6º ano do Ensino Fundamental: MATEMÁTICA, CIÊNCIAS DA NATUREZA E CIÊNCIAS HUMANAS**. São Paulo, SP: Secretaria da Educação, SEDUC, SP, 2023. v. 1. Disponível em:

<[https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2023/01/EFAF\\_6ano\\_1sem\\_Estudante\\_MAT-CN-CH\\_web.pdf](https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2023/01/EFAF_6ano_1sem_Estudante_MAT-CN-CH_web.pdf)>. Acesso em: 23 dez. 2024.

SHULMAN, L.S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. Tradução: Leda Beck. **Cadernos CENPEC**, São Paulo, SP, v. 4, n. 2, p. 196–229, dezembro 2014. Disponível em: <<https://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/293/297>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

\_\_\_\_\_. PCK: Its genesis and exodus. In: New York: Routledge: A. Berry, P. Friedrichsen & J. Loughran (Eds.), Re-examining pedagogical content knowledge in science education, mar. 2015. cap. 1, p. 3–13. Disponível em:

<<https://books.google.com.br/books?id=yPeTBwAAQBAJ&lpg=PA3&ots=6IJo1IRJB3&lr&pg=PA3#v=onepage&q&f=false>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

\_\_\_\_\_. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4–14, fev. 1986. Disponível em:

<[http://depts.washington.edu/comgrnd/ccli/papers/shulman\\_ThoseWhoUnderstandKnowledgeGrowthTeaching\\_1986-jy.pdf](http://depts.washington.edu/comgrnd/ccli/papers/shulman_ThoseWhoUnderstandKnowledgeGrowthTeaching_1986-jy.pdf)>. Acesso em: 18 dez. 2024.

SHULMAN, L.S.; SHULMAN, J.H. Como e o que os professores aprendem: uma perspectiva em transformação. Tradução: Leda Beck. **Cadernos CENPEC**, São Paulo, SP, v. 6, n. 1, p. 120–142, jan. 2016. Disponível em: <<https://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/viewFile/353/349>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

SILVA, A. F.; BALDIN, Y. Y. Transformando oficinas de formação de professores na metodologia de resolução de problemas em grupos de Lesson Study. In: SEMINÁRIO Internacional Lesson Study SILSEM 2021. Vitória, ES: Anais do SILSEM 2021, 2022. P. 66–72. Disponível em: <[https://repositorio.ifes.edu.br/bitstream/handle/123456789/1540/Anais\\_Semin%3a%a1rio\\_Internacional\\_Lesson\\_Study\\_SILSEM\\_22.02.2022.pdf?sequence=8&isAllowed=y](https://repositorio.ifes.edu.br/bitstream/handle/123456789/1540/Anais_Semin%3a%a1rio_Internacional_Lesson_Study_SILSEM_22.02.2022.pdf?sequence=8&isAllowed=y)>. Acesso em: 18 dez. 2024.

- SOUZA, M. A. V. F.; WROBEL, J. S.; BALDIN, Y. Y. Lesson Study como Meio para a Formação Inicial e Continuada de Professores de Matemática – Entrevista com Yuriko Yamamoto Baldin. **Boletim Gepem**, n. 73, p. 115–130, 2018. Disponível em: <<http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2018.020>>. Acesso em: 18 dez. 2024.
- SOUZA, W. G. de. **Pesquisa de Aula - Lesson Study: aprendizados e contribuições do professor observador em uma sequência didática para o ensino de frações**. 2025. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP.
- WALLE, J. A. V. de. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução: P. H. Colonese. 6. ed. Porto Alegre, RS: Artmed, 2009. P. 584.