



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS



ANDRÉ ROGÉRIO FERRAZ

**EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E
MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA
PROPOSTA DE ENSINO DA FUNÇÃO
EXPONENCIAL NO ESTUDO DA
DENGUE**

SOROCABA

FEVEREIRO DE 2025

André Rogério Ferraz

**Equações Diferenciais e Modelagem Matemática:
Uma Proposta de Ensino da Função Exponencial no
Estudo da Dengue**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Ciências Exatas, sob orientação da Professora Doutora Ana Cristina de Oliveira Mereu.

Universidade Federal de São Carlos
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas

Orientadora: Ana Cristina de Oliveira Mereu

Sorocaba
Fevereiro de 2025

André Rogério Ferraz

Equações Diferenciais e Modelagem Matemática: Uma Proposta de Ensino da Função Exponencial no Estudo da Dengue/ André Rogério Ferraz. – Sorocaba, Fevereiro de 2025-

77p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientadora: Ana Cristina de Oliveira Mereu

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de São Carlos
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas , Fevereiro de 2025.

1. Equações Diferenciais. 2. Dengue. 3. Dinâmica populacional. I. Orientadora. Ana Cristina de Oliveira Mereu II. Universidade Federal de São Carlos.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato André Rogério Ferraz, realizada em 20/02/2025.

Comissão Julgadora:

Profa. Dra. Ana Cristina de Oliveira Mereu (UFSCar)

Profa. Dra. Mayara Duarte de Araujo Caldas (UFRJ)

Prof. Dr. Raphael de Oliveira Garcia (UNIFESP)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

Dedico este trabalho ao meu pai (in memoriam), pelos ensinamentos e curiosidades, mesmo pelo curto período que passamos juntos, e à minha mãe, que, mesmo não sendo pedagoga, foi meu maior exemplo de professora.

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a todos, amigos e professores, que, no decorrer de minha vida, me incentivaram direta ou indiretamente.

À minha professora orientadora Dra. Ana Cristina de Oliveira Mereu, serei eternamente grato por me conduzir e, principalmente, pela dedicação, apoio, paciência e compreensão.

Agradeço à UFSCar e ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) pela oportunidade e pelo respaldo. À Secretária Kelly Farias Azevedo Schiabelli por todo auxílio prestado. Aos professores da UFSCar Sorocaba, que durante este percurso do mestrado, foram primordiais para o meu desenvolvimento intelectual.

A todos os colegas de curso, que me ajudaram quando passava dificuldades. Àqueles que tenho contato e aos que perdi no decorrer desta trajetória. Também agradeço à Luciana e sua família pela compreensão e apoio/auxílio durante esta jornada.

Agradeço também aos membros da banca examinadora por aceitarem o convite e pelas contribuições para a conclusão deste trabalho.

Segue um agradecimento especial aos meus pais por tudo que me ensinaram e minha esposa Lucy pelo companheirismo e compreensão.

“Todos os homens têm, por natureza, desejo de conhecer.”
(Aristóteles)

Resumo

Este trabalho apresenta uma proposta de atividades para o estudo dos casos de dengue na cidade de Sorocaba-SP nos anos de 2023 e 2024, além de uma projeção para 2025. O estudo foi realizado por meio da modelagem matemática, utilizando o modelo malthusiano, em software de planilha eletrônica. As funções que representam o crescimento dos casos de dengue foram obtidas como soluções de Equações Diferenciais Ordinárias. Diante disso, realizou-se um breve estudo sobre Equações Diferenciais, com ênfase nas de primeira ordem. A modelagem utilizada foi baseada no modelo matemático de Thomas Robert Malthus, o modelo malthusiano, aplicado ao problema da dengue. Além disso, foi apresentado um breve relato sobre a dengue, abordando sua descoberta no Brasil, transmissão, sintomas, diagnóstico, prevenção e tratamento. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) também foi explorada, com foco nas cinco competências específicas de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio, bem como nas habilidades associadas. Por fim, com foco nos casos de dengue na cidade de Sorocaba nos anos de 2023, 2024 e um estudo para 2025, propõe-se uma sequência de atividades didáticas voltadas para o ensino de funções exponenciais por meio de situações contextualizadas, promovendo a aprendizagem significativa e o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes.

Palavras-chave: Equações Diferenciais, dengue, dinâmica populacional, modelo de Malthus.

Abstract

This paper presents a proposal of activities for the study of dengue cases in the city of Sorocaba-SP in the years 2023 and 2024, in addition to a projection for 2025. The study was carried out through mathematical modeling, using the Malthusian model, in spreadsheet software. The functions that represent the growth of dengue cases were obtained as solutions of Ordinary Differential Equations. In view of this, a brief study was carried out on Differential Equations, with emphasis on first-order ones. The modeling used was based on the mathematical model of Thomas Robert Malthus, the Malthusian model, applied to the problem of dengue fever. In addition, a brief report on dengue fever was presented, addressing its discovery in Brazil, transmission, symptoms, diagnosis, prevention and treatment. The National Common Curricular Base (BNCC) was also explored, focusing on the five specific competencies of Mathematics and its Technologies for High School, as well as associated skills. Finally, focusing on dengue cases in the city of Sorocaba in the years 2023, 2024 and a study for 2025, a sequence of didactic activities aimed at teaching exponential functions through contextualized situations is proposed, promoting meaningful learning and the development of students' mathematical thinking.

Keywords: Differential equations, dengue, population dynamics, malthusian model.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	17
2	EQUAÇÕES DIFERENCIAIS	19
2.1	Dados históricos	19
2.2	Definições e Classificação das Equações Diferenciais	23
2.3	Equações Diferenciais de Primeira Ordem	26
2.3.1	Equações Lineares e Método dos Fatores Integrantes	27
2.3.2	Equações Separáveis	32
2.4	O Teorema de Existência e Unicidade	35
3	MODELAGEM MATEMÁTICA	37
3.1	Modelo para determinar uma população	37
3.2	Thomas Robert Malthus	38
3.3	Modelo malthusiano	39
4	DENGUE	41
4.1	Descobertas no Brasil	42
4.2	Transmissão	44
4.3	Sintomas	45
4.4	Diagnóstico	45
4.5	Prevenção	45
4.6	Tratamento	46
5	EDUCAÇÃO BÁSICA BRASILEIRA	47
5.1	Formação do estudante	48
5.2	Competências apresentadas na BNCC	49
5.3	Habilidades apresentadas na BNCC	51
5.4	Unidades temáticas e as habilidades	56
6	PROPOSTA DE ATIVIDADES	59

6.1	Proposta	59
6.2	Atividade 1	61
6.3	Atividade 2	63
6.3.1	Mão na massa	64
6.4	Atividade 3	64
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	73
	REFERÊNCIAS	77

1 Introdução

Sabe-se que as tecnologias desenvolvidas ao longo da história têm, em grande parte, contribuições da matemática.

Desde o princípio o homem busca respostas para saber a quantidade de animais que possui, saber a área de ocupação da sua plantação ou propriedade, mensurar o valor de seu produto no mercado diante da troca, entre outros.

Não se tem nenhuma pretensão em entrar no velho dilema entre a invenção ou descoberta da matemática até porque não é o propósito deste trabalho. Mas sim, em destacar que a matemática se tornou uma grande aliada da humanidade. Apesar de minha crença se fazer enraizadas nas palavras de Ubiratan.

É importante esclarecer que entendo matemática como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural.(D'AMBRÓSIO, 2005)

As Equações Diferenciais modelam fenômenos da natureza e diversas situações do cotidiano por exemplo. Estão presentes em inúmeras situações, na medicina, na engenharia, na física, na economia, na biologia entre outros.

Em especial, as equações diferenciais ordinárias são de extrema importância para o estudo do decaimento radioativo/fármaco, lei do resfriamento de Newton, datação do carbono 14, a evolução de colônias de bactérias, circuitos elétricos RLC, da dinâmica de uma população - Malthus, Verhulst, etc.

Como justificativa deste trabalho, optou pelo estudo das Equações Diferenciais. Como desafio, buscou-se aplicar em uma situação do cotidiano para discutir/envolver estudantes da educação básica com o ente matemático, frente uma proposta de atividades, além de trazer para a discussão uma situação de saúde pública onde almeja-se a reflexão/atuação por meio de uma ação para interferir no processo. Esta interferência, por parte do estudante, visa uma conscientização

do quão grave e endêmica é a dengue em Sorocaba e no Brasil. A proposta aqui apresentada pode ser aplicada em qualquer cidade ou região de posse dos dados oficiais de casos de dengue.

Este trabalho está dividido da seguinte forma, no Capítulo 2 faz-se a discussão envolvendo a parte histórica, um pouco dos estudo/desenvolvimento das equações diferenciais. Seguindo no Capítulo 3 e apresentação de um modelo de dinâmica populacional. o modelo apresentado é conhecido como modelo malthusiano. É como base neste modelo que o estudo dos casos de dengue serão relacionados com a proposta de atividades.

No capítulo 4, fez-se a explanação do tema dengue, com base nos sites do Ministério da Saúde e do Instituto Oswaldo Cruz.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é apresentada no Capítulo 5. Nele descreve-se brevemente os fundamentos que o conceberam e as habilidades que se espera desenvolver com os estudante, na disciplina de matemática, na etapa do Ensino Médio.

E para o capítulo final, proposta de atividades, aponta-se algumas atividades que podem ser aplicadas aos estudantes do ensino médio tomando como base o desenvolvimento de habilidades da BNCC. Relacionando com o estudo dos dados do site do Ministério da Saúde frente aos casos de dengue na cidade de Sorocaba. Além da provocação, por meio de questionamentos onde posteriormente podem/devem ser relacionadas com outras disciplinas - transformando a proposta em um projeto interdisciplinar por exemplo - com vista na diminuição dos casos de dengue na cidade de estudo, neste caso Sorocaba.

Entende-se que a apresentação desta proposta trará ao professor diversos questionamentos que baseados em sua vivência e conhecimentos, pode/deve ser discutido, transformado, enriquecido e compartilhado com outros colegas. O grande intuito é a aprendizagem dos estudantes.

2 Equações Diferenciais

As equações diferenciais desempenham um papel fundamental na descrição matemática de fenômenos dinâmicos e variáveis ao longo do tempo. Elas constituem uma poderosa ferramenta para modelar uma ampla gama de processos naturais e científicos, desde o movimento de planetas até o comportamento de reações químicas e a dinâmica populacional.

Neste capítulo, exploramos conceitos básicos das equações diferenciais. Exibimos algumas técnicas de resoluções de equações diferenciais de primeira ordem exibindo alguns exemplos.

2.1 Dados históricos

Ao longo da história, o ser humano tem buscado modelos para auxiliar na resolução de problemas do cotidiano. Exemplos disso incluem a determinação do período ideal para o plantio, com base nas fases da lua; o uso da razão áurea na busca pela perfeição em construções e, posteriormente, no conceito do homem vitruviano; a definição de taxas para a cobrança de impostos em determinados reinos; a orientação das navegações por meio das estrelas; o entendimento do sistema solar, por meio do debate entre geocentrismo e heliocentrismo; e o estudo da queda livre de objetos.

Mais recentemente, esses modelos foram direcionados na estimativa e projeção do crescimento de colônias de bactérias, na análise da propagação de vírus, no cálculo da dinâmica populacional de determinadas regiões e, até mesmo, na harmonização facial, em que grandes indústrias promoveram e estabeleceram os padrões de beleza contemporâneos. E ainda é assim.

Segundo Machado (2012) a inteligência humana consistiria, precisamente, nesta capacidade de antecipação, de invenção de metas e de criação de possibilidades.

Sendo assim o cálculo, um braço particular da matemática, é um dos responsáveis por tal efeito dentro do seu aprofundamento no decorrer dos tempos. Também considerado por muitos como o pavor em cursos que a disciplina é ministrada na graduação, até compreensível, especialmente quando seu ensino se concentra excessivamente na aplicação de fórmulas.

Mais conhecido como Cálculo Diferencial e Integral, sua essência está na composição das palavras “Diferencial” e “Integral”. No caso do termo “Diferencial”, refere-se na subtração de argumentos extremamente pequenos, quase infinitesimais. O cálculo diferencial se desdobra em várias partes — ou, melhor dizendo, em infinitas partes — para observar com a maior precisão possível o objeto em estudo.

Já o termo “Integral” está relacionado ao processo de somar essas pequenas partes, formando o todo. Em essência, trata-se de calcular a soma de todas essas partes infinitesimais.

Sabe-se que a evolução em determinado assunto não pode ser mensurada por fatores pontuais, seria um grande descaso com o processo inteiro de um objeto em estudo. Assim, o progresso realizado dentro do estudo das equações diferenciais não pode ser citado isoladamente. Ele é pertencente à matemática.

Apesar da literatura referenciar, no século XVII, Isaac Newton, inglês (1642 – 1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz, alemão (1646 – 1716) como os precursores no estudo do cálculo, e toda aquela discussão sobre quem chegou primeiro aos resultados, pelo parágrafo anterior, não podemos esquecer da evolução por meio de acontecimento anteriores.

Basta, apenas, dizer que, no julgamento tranquilo da História, considera-se que Newton e Leibniz foram inventores independentes dos Cálculos, que o inglês chegou a eles mais de dez anos antes, que o alemão foi o primeiro a divulgá-los ao mundo e que a simbologia leibniziana foi melhor e perdura até hoje.(GARBI, 2010)

Podemos afirmar que esses grandes matemáticos também contribuíram, ainda que indiretamente, para o campo das equações diferenciais.

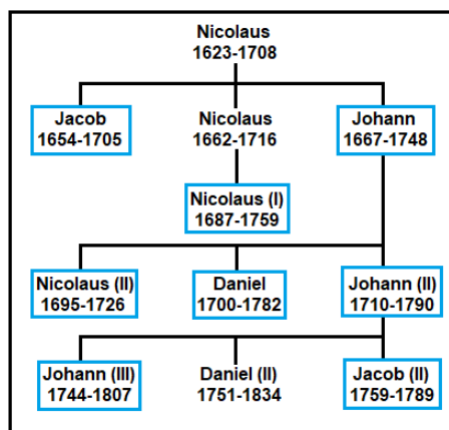
O alemão Gottfried Wilhelm Leibniz tinha grande cuidado com a escrita

matemática. Sabia o poder que ela tinha desde que bem representada. Relata-se que elaborou o símbolo da integral, que parece um "s" da palavra soma, além da escrita dy/dx para derivada.

Em 1691, Leibniz apresenta o método de resolução de equações diferenciais ordinárias para equações separáveis, aqui apresentado no seção 2.3.2. E a redução de equações homogêneas a equações separáveis. Em 1694, destaca-se com o procedimento para resolver equações lineares de primeira ordem.

Os irmãos Bernoulli, Jakob (1654 – 1705) e Johann (1667 – 1748), cuja árvore genealógica está apresentada na Figura 1, tiveram muita contribuição na resolução de problemas, principalmente em mecânica, envolvendo equações diferenciais. Leibniz trocava cartas com os irmãos Bernoulli, além de outros, e no final do século XVII houve uma grande evolução em relação às aplicações de equações diferenciais e de métodos para resolução.

Figura 1 – Árvore genealógica da Família Bernoulli



Disponível em <http://clubes.obmep.org.br/blog/a-familia-bernoulli/>

Em 1690, Jakob utilizou a palavra integral, como conhecemos hoje e em 1694, Johann resolveu a equação $dy/dx = y/ax$.

Os Bernoulli tinham problemas de relacionamento e há relatos de que o problema da braquistócrona, trajetória que um corpo se desloca diante a ação da gravidade no menor intervalo de tempo, gerou muitos atritos entre os irmãos.

O filho de Johann Bernoulli, Daniel, tinha grande interesse no estudo de equações diferenciais, especificamente as equações diferenciais parciais, e desenvolveu um estudo para encontrar funções, que hoje são conhecidas como funções de Bessel.

O grande matemático Leonhard Euler (1707 – 1783) era amigo de Daniel Bernoulli. Viveu próximo dos Bernoulli, o que culminou para que o Johann Bernoulli fosse seu professor.

Euler se dedicou ao campo da mecânica e encontrou situações em que equações diferenciais de primeira ordem são exatas. E entre 1734 e 1735 desenvolveu a teoria dos Métodos dos Fatores Integrantes, apresentado neste trabalho em 2.3.1.

Joseph-Louis Lagrange (1736 – 1813) elogiava muito Euler e relatou que seu trabalho em mecânica foi o primeiro com análise aplicada à ciência do movimento.

Lagrange se torna professor aos 19 anos, durante os anos de 1762 e 1765 apresenta que a combinação linear de n soluções independentes é a solução de uma equação linear homogênea de ordem n e em 1766 foi o sucessor de Euler na cadeira de matemática da Academia de Berlim.

Outro nome de grande importância para o desenvolvimento das equações diferenciais é do francês Pierre Simon de Laplace (1749 – 1827). Seu método, a transformada de Laplace, foi aperfeiçoada durante os tempos e se apresenta bastante útil na resolução de equações diferenciais.

Já se conheciam diferentes métodos elementares como maneira de resolução das equações diferenciais ordinárias ao final do século XVIII.

Durante o século XIX, questões sobre existência e unicidade de soluções foram investigadas, bem como o desenvolvimento de métodos de resolução por expansão em séries de potências. Diversas funções surgiram como soluções de determinadas equações diferenciais ordinárias. Foram chamadas de funções transcendentais e estão relacionadas à grandes matemáticos como o alemão Friedrich Wilhelm Bessel (1784 – 1846), os franceses Adrien-Marie Legendre (1752 – 1833) e Charles Hermite (1822 – 1901), o russo Pafnuty Chebyshev (1821 – 1894), o alemão Hermann Hankel (1839 – 1873), entre outros.

Nem todas as equações diferenciais eram passivas de possuírem resolução por métodos analíticos o que ampliou a pesquisa na busca de métodos por aproximação numérica, por exemplo o conhecido método de Euler.

Por limitações instrumentais, e apesar de, ao final do século XIX já se conhecer muitos procedimentos eficazes de resolução numérica, sua praticidade se tornou muito custosa para serem resolvidas manualmente, ou com uso dos equipamentos disponíveis na época, por apresentar um processo exageradamente extenso e muito maçante. Outro fator limitante foi o preconceito.

Com o grande avanço da tecnologia, que se deu desde meados do século XX, aumentou o número de problemas que podem ser resolvidos por métodos numéricos. Além do instrumental a mulher começa, finalmente, conquistar seu merecido espaço na comunidade científica.

Um outro avanço no estudo das equações diferenciais foi o desenvolvimento de métodos geométricos ou topológicos, especialmente para equações não lineares. Assim, busca-se entender qualitativamente o comportamento das soluções de um ponto de vista tanto geométrico quanto analítico.

Embora o estudo das equações diferenciais venha incentivando grandes pesquisadores há muito tempo, ainda podemos observar problemas fascinantes e importantes não resolvidos, o que faz com que cientistas de diversas áreas continuem estudando equações diferenciais no século XXI.

2.2 Definições e Classificação das Equações Diferenciais

Nesta seção, definiremos equações diferenciais e apresentar as principais categorias de classificação.

Definição 2.1. Uma *equação diferencial* é uma equação que contém uma função desconhecida, incógnita, e uma ou mais de suas derivadas.

As equações diferenciais podem ser classificadas de várias maneiras, com base em diferentes critérios. Três das principais categorias de classificação são: quanto à natureza da função desconhecida, quanto à ordem e quanto à linearidade.

Dependendo do tipo de função desconhecida envolvida na equação as equações diferenciais podem ser classificadas em duas categorias. Quando a função desconhecida da equação diferencial depende de uma única variável independente, ela recebe o nome de *equação diferencial ordinária (EDO)*, uma vez que somente derivadas ordinárias, simples, da função desconhecida aparecerem na equação. Elas modelam sistemas que variam em uma única dimensão, como o tempo.

Exemplo 2.2. A equação a seguir representa uma equação diferencial ordinária em que $Q(t)$ é a carga em um capacitor de um circuito com capacitância C , resistência R e indutância L ,

$$L \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + R \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{1}{C} Q(t) = E(t). \quad (2.1)$$

Se a função desconhecida depende de mais de uma variável independente, então todas as derivadas que aparecem na equação diferencial são parciais. Neste caso a equação é chamada *equação diferencial parcial (EDP)*. As EDPs são comumente usadas para descrever fenômenos que variam no espaço e no tempo. Seguem dois exemplos clássicos de equações diferenciais parciais.

Exemplo 2.3. Considere as equações:

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$a^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}, \quad (2.3)$$

em que a e α são constantes.

A equação (2.2) é conhecida como *equação de calor*, que retrata a condução de calor em um corpo sólido. A equação (2.3) é conhecida como *equação da onda* e é encontrada em diversos problemas de movimento ondulatório em sólidos ou fluidos.

Equações diferenciais, tanto ordinárias quanto parciais, são também classificadas de acordo com a derivada de maior ordem da função desconhecida

que aparece na equação. Especificamente, a *ordem* de uma equação diferencial é definida como a ordem da derivada de maior ordem que aparece na equação.

Assim podemos expressar uma equação diferencial ordinária de ordem n por:

$$F(t, y(t), y'(t), \dots, y^{(n)}(t)) = 0 \quad (2.4)$$

Exemplo 2.4. A equação (2.1) é uma equação diferencial ordinária de segunda ordem. Agora, as equações (2.2) e (2.3) são equações diferenciais parciais de segunda ordem.

Exemplo 2.5. A equação

$$y''' + yy'' + 2e^t y' = t^6 \quad (2.5)$$

é uma equação diferencial ordinária de terceira ordem.

Uma classificação muito importante das equações diferenciais ordinárias é quanto à linearidade, ou seja, se elas são lineares ou não. A equação diferencial ordinária (2.4) é chamada linear se F é uma função linear nas variáveis $y, y', \dots, y^{(n)}$. Assim, uma equação diferencial ordinária linear geral de ordem n é escrita por:

$$a_0(t)y^{(n)} + a_1(t)y^{(n-1)} + \dots + a_n(t)y = g(t).$$

Exemplo 2.6. As equações (2.1), (2.2) e (2.3) são equações diferenciais lineares. A equação (2.5) não é linear pela presença da parcela yy'' .

Exemplo 2.7. O ângulo $\theta(t)$, no instante t , que uma massa m , fixa na extremidade de uma haste de comprimento L , formado com a direção vertical durante a oscilação, satisfaz a equação

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \text{sen } \theta = 0, \quad (2.6)$$

em que g é a constante gravitacional. A equação (2.6) é não-linear devido a presença do termo $\text{sen } \theta$.

Uma outra classificação de equações diferenciais refere-se ao número de funções desconhecidas. Se houver uma única função a ser determinada, somente uma equação é suficiente. Por outro lado, necessitamos de um *sistema de equações* quando existem duas ou mais funções para serem determinadas.

Exemplo 2.8. Uma modelagem muito importante para a ecologia são as equações de Lotka-Volterra, também conhecidas como predador-presa. Considere as equações

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax - \alpha xy, \\ \frac{dy}{dt} &= -cy + \gamma xy,\end{aligned}\tag{2.7}$$

em que $x(t)$ e $y(t)$ são funções que representam as populações relacionadas as espécies de presa e predadora. As constantes a , α , c e γ dependem das espécies em estudo, pois são fundamentadas em observações empíricas.

Definição 2.9. Dizemos que uma função $y = u(t)$ é uma *solução* da equação diferencial ordinária (2.4) no intervalo I , desde que as derivadas $u'(t)$, $u''(t)$, ..., $u^{(n)}(t)$ existam em I e

$$F(t, u, u', u'', \dots, u^{(n)}) = 0$$

para todo t em I .

Exemplo 2.10. A função $y(t) = A \cos 3t + B \sin 3t$, com A e B constantes, é solução da equação diferencial ordinária $y'' + 9y = 0$. De fato, derivando duas vezes temos

$$\begin{aligned}y'(t) &= -3A \sin 3t + 3B \cos 3t, \\ y''(t) &= -9A \cos 3t - 9B \sin 3t.\end{aligned}$$

Logo $y''(t) = -9y(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$.

2.3 Equações Diferenciais de Primeira Ordem

Nessa seção, estudaremos as equações diferenciais ordinárias de primeira ordem da forma geral

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y),\tag{2.8}$$

em que f é uma função dada. A solução da equação (2.8) é uma função diferenciável $y = \phi(t)$, que a satisfaça para todo t em algum intervalo da reta \mathbb{R} . Diante disso, o intuito é determinar se existe tal função $y = \phi(t)$ e desenvolver métodos para encontrá-la.

Uma equação $y = u(t)$ que contém todas as soluções possíveis da EDO (2.8) é chamada de *solução geral* da EDO.

Uma equação diferencial (2.8) junto com uma condição inicial $y(t_0) = y_0$ é chamado um *problema de valor inicial*, PVI. Assim, resolver um problema de valor inicial

$$y' = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0, \quad (2.9)$$

significa encontrar uma função diferenciável $y = y(t)$ que satisfaça ambas as condições da equação (2.9).

A dificuldade é que dada uma função f qualquer, não existe um método geral para que possamos resolver a equação (2.8).

A seguir, apresentamos alguns métodos aplicáveis a determinadas subclasses de equações diferenciais de primeira ordem. Especificamente, abordaremos o método dos fatores integrantes para equações diferenciais ordinárias lineares de primeira ordem e um método para equações diferenciais ordinárias de primeira ordem separáveis. Embora existam outros métodos para resolver algumas classes de equações diferenciais de primeira ordem, nos restringiremos a esses dois, pois são suficientes para o desenvolvimento deste trabalho. Para este estudo veja BOYCE W. E. E DIPRIMA (2015) e EDWARDS C. H. E PENNEY (1995).

2.3.1 Equações Lineares e Método dos Fatores Integrantes

A equação (2.8) é linear de primeira ordem se a função f for linear na variável dependente y . Assim, em geral, uma equação diferencial linear de primeira ordem pode ser escrita por,

$$\frac{dy}{dt} + p(t)y = g(t), \quad (2.10)$$

em que p e g são funções dependentes da variável independente t .

Exemplo 2.11. A equação diferencial

$$(4 + t^2) \frac{dy}{dt} + 2ty = 4t, \quad (2.11)$$

pode ser escrita por:

$$\frac{d}{dt} [(4 + t^2) y] = 4t. \quad (2.12)$$

Integrando ambos os lados da equação (2.12) em relação a t , temos

$$(4 + t^2) y = 2t^2 + c,$$

sendo c é uma constante arbitrária. Assim

$$y = \frac{2t^2}{4 + t^2} + \frac{c}{4 + t^2}.$$

Resultando na solução geral da equação (2.11).

Como nem sempre as expressões à esquerda do sinal de igualdade, de uma equação diferencial ordinária de primeira ordem, podem ser escritas como a derivada do produto de y com uma outra função, não serão todas as equações que conseguiremos resolver integrando diretamente a equação.

Por outro lado, o grande matemático Gottfried Leibniz enunciou que ao multiplicar, toda a equação diferencial ordinária linear de primeira ordem, por uma determinada função $\mu(t)$, esta se transformará em uma equação que seja possível integrar. A função $\mu(t)$ é chamada *fator integrante*. Vamos exemplificar esse método e depois estendê-lo para a equação geral (2.10).

Exemplo 2.12. Resolva a equação diferencial

$$\frac{dy}{dt} + \frac{1}{2}y = \frac{1}{2}e^{\frac{t}{3}}. \quad (2.13)$$

Primeiramente, multiplicamos a equação (2.13) por uma função $\mu(t)$ a ser determinada, assim

$$\mu(t) \frac{dy}{dt} + \frac{1}{2} \mu(t) y = \frac{1}{2} \mu(t) e^{t/3}. \quad (2.14)$$

Queremos que o lado esquerdo da equação (2.14) seja a derivada de alguma função, pois nesse caso conseguiremos integrar a equação (2.14), mesmo sem conhecer a função y . Observando o lado esquerdo da equação (2.14) notamos duas parcelas onde uma delas é parte de derivar o produto $\mu(t)y$. Assim, vamos determinar $\mu(t)$ de forma que o lado esquerdo da equação (2.14) seja a derivada do produto $\mu(t)y$. Logo, para $\mu(t)$ diferenciável temos

$$\frac{d}{dt} [\mu(t)y] = \mu(t) \frac{dy}{dt} + \frac{d\mu(t)}{dt} y. \quad (2.15)$$

Assim, o lado esquerdo da equação (2.14) pode ser igual ao lado direito da equação (2.15), se a função $\mu(t)$ for tal que:

$$\frac{d\mu(t)}{dt} = \frac{1}{2} \mu(t). \quad (2.16)$$

Para tanto, devemos encontrar uma solução da equação (2.16). Podemos escrever a equação (2.16) como:

$$\frac{\frac{d\mu(t)}{dt}}{\mu(t)} = \frac{1}{2},$$

equivalente a

$$\frac{d}{dt} \ln |\mu(t)| = \frac{1}{2}. \quad (2.17)$$

Assim

$$\ln |\mu(t)| = \frac{1}{2} t + C,$$

ou ainda

$$\mu(t) = ce^{t/2}. \quad (2.18)$$

Portanto função $\mu(t)$ dada por (2.18) é um fator integrante da equação (2.13). Escolhendo $c = 1$, temos $\mu(t) = e^{\frac{t}{2}}$.

Assim, retornando à equação (2.13), multiplicando-a pela função $\mu(t)$, temos:

$$e^{\frac{t}{2}} \frac{dy}{dt} + \frac{1}{2} e^{\frac{t}{2}} y = \frac{1}{2} e^{\frac{5t}{6}}. \quad (2.19)$$

Deste modo, o lado esquerdo da equação (2.19) é a derivada de $e^{\frac{t}{2}} y$, resultando em

$$\frac{d}{dt} \left(e^{\frac{t}{2}} y \right) = \frac{1}{2} e^{\frac{5t}{6}}. \quad (2.20)$$

Integrando a equação (2.20), temos

$$e^{\frac{t}{2}} y = \frac{3}{5} e^{\frac{5t}{6}} + c, \quad (2.21)$$

sendo c uma constante. Resolvendo a equação (2.21) para y , obtemos a solução geral da equação (2.13),

$$y(t) = \frac{3}{5} e^{\frac{t}{3}} + c e^{\frac{-t}{2}}. \quad (2.22)$$

A equação (2.22) forma uma família de soluções pois o parâmetro c pode assumir diversos valores. Para encontrar uma solução específica, por exemplo, que passa pelo ponto $(0, 1)$, fazemos $t = 0$ e $y = 1$ na equação (2.22), ou seja,

$$1 = \frac{3}{5} e^{\frac{0}{3}} + c e^{\frac{-0}{2}}.$$

Obtendo $c = \frac{2}{5}$, e a solução desejada é

$$y = \frac{3}{5} e^{\frac{t}{3}} + \frac{2}{5} e^{\frac{-t}{2}}. \quad (2.23)$$

Retomando a equação diferencial ordinária linear geral de primeira ordem (2.10), sendo p e g funções dadas. Vamos multiplicá-la por uma função $\mu(t)$, a ser determinada. Temos,

$$\mu(t)\frac{dy}{dt} + p(t)\mu(t)y = \mu(t)g(t). \quad (2.24)$$

Seguindo a ideia do Exemplo 2.12, percebe-se que a expressão à esquerda do sinal de igualdade na equação (2.24) é a derivada do produto $\mu(t)y$ desde que $\mu(t)$ satisfaça:

$$\frac{d\mu(t)}{dt} = p(t)\mu(t). \quad (2.25)$$

Suponhamos que $\mu(t)$ seja positiva, temos:

$$\frac{\frac{d\mu(t)}{dt}}{\mu(t)} = p(t),$$

e, conseqüentemente,

$$\ln \mu(t) = \int p(t)dt + k,$$

k constante. De modo a simplificar a função μ ao máximo, escolhemos $k = 0$, daí

$$\mu(t) = e^{\int p(t)dt} \quad (2.26)$$

Portanto a equação (2.24) pode ser reescrita por:

$$\frac{d}{dt} [\mu(t)y] = \mu(t)g(t) \quad (2.27)$$

Logo,

$$\mu(t)y = \int \mu(t)g(t)dt + c. \quad (2.28)$$

sendo c uma constante arbitrária. Resolvendo a equação (2.28) para y obtemos a solução geral da EDO (2.10).

Exemplo 2.13. Resolva a equação diferencial

$$(t^2 + 1) \frac{dy}{dt} + 3ty = 6t. \quad (2.29)$$

Primeiramente, dividimos cada lado da equação por $t^2 + 1$ obtendo

$$\frac{dy}{dt} + \frac{3t}{(t^2 + 1)}y = \frac{6t}{(t^2 + 1)}. \quad (2.30)$$

Assim um fator integrante é

$$\mu(t) = e^{\int \frac{3t}{(t^2+1)} dt} = e^{\frac{3}{2} \ln(t^2+1)} = (t^2 + 1)^{\frac{3}{2}}. \quad (2.31)$$

Multiplicando o fator integrante $\mu(t)$ obtido em (2.31) em (2.30), obtemos

$$(t^2 + 1)^{\frac{3}{2}} \frac{dy}{dt} + 3t(t^2 + 1)^{1/2}y = 6t(t^2 + 1)^{1/2},$$

daí

$$\left[(t^2 + 1)^{\frac{3}{2}}y \right]' = 6t(t^2 + 1)^{1/2}.$$

Integrando

$$(t^2 + 1)^{\frac{3}{2}}y = \int 6t(t^2 + 1)^{1/2} dt = 2(t^2 + 1)^{3/2} + c,$$

obtendo assim a solução geral de (2.29):

$$y(t) = 2 + (t^2 + 1)^{-3/2}c.$$

2.3.2 Equações Separáveis

Nessa seção, utilizamos x , ao invés de t , para representar a variável independente. Não existe um método para resolver a equação geral de primeira ordem (2.8) quando ela não é linear.

Consideremos uma subclasse das equações de primeira ordem que podem ser resolvidas por integração direta e para identificá-las, primeiramente, vamos escrever a equação (2.8) como

$$M(x, y) + N(x, y) \frac{dy}{dx} = 0. \quad (2.32)$$

Existem diversas maneiras, mas sempre podemos definir $M(x, y) = -f(x, y)$ e $N(x, y) = 1$. Quando M só depende de x , e N só depende de y , podemos escrever a equação (2.32) como

$$M(x) + N(y) \frac{dy}{dx} = 0.$$

A equação se diz *separável* quando na forma diferencial pode ser escrita por

$$M(x)dx + N(y)dy = 0,$$

sendo colocadas cada variável em lados opostos do sinal de igualdade. Um equação separável pode então ser resolvida integrando as funções M e N . Seguem alguns exemplos.

Exemplo 2.14. Considere a EDO

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{1 - y^2} \quad (2.33)$$

Vamos escrever a equação (2.33) como

$$-x^2 + (1 - y^2) \frac{dy}{dx} = 0, \quad (2.34)$$

ou seja, pode ser na forma (2.32) e portanto assim a EDO (2.33) é separável. Separando as variáveis obtemos

$$(1 - y^2)dy = x^2 dx. \quad (2.35)$$

Integrando ambos os lados da equação (2.35), temos

$$x^3 + 3y - y^3 = c, \quad (2.36)$$

sendo c uma constante arbitrária.

Assim qualquer função diferenciável $y = y(t)$ que satisfaça (2.36) é solução da equação (2.33). Dizemos que a solução de (2.33) é dada implicitamente pela equação (2.36).

Exemplo 2.15. Considere o problema de valor inicial,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 + 4x + 2}{2(y - 1)}, \quad y(0) = -1. \quad (2.37)$$

Separando as variáveis obtemos

$$2(y - 1)dy = (3x^2 + 4x + 2)dx.$$

Integrando a igualdade em ambos os lado, isto é, lado esquerdo em relação a y e o lado direito em relação a x , obtemos

$$y^2 - 2y = x^3 + 2x^2 + 2x + c, \quad (2.38)$$

sendo c uma constante arbitrária.

Como $y(0) = -1$, fazendo $x = 0$ e $y = -1$, na equação (2.38) encontramos $c = 3$, e a solução do problema de valor inicial (2.37) é dada implicitamente por

$$y^2 - 2y = x^3 + 2x^2 + 2x + 3. \quad (2.39)$$

Resolvendo a equação (2.39) em y chegamos na solução explícita

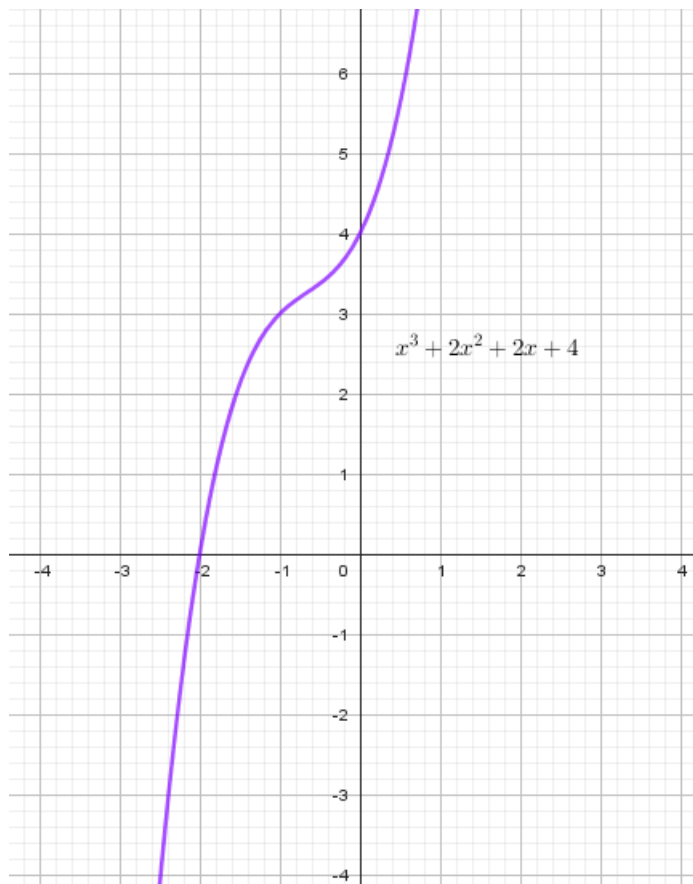
$$y = 1 \pm \sqrt{x^3 + 2x^2 + 2x + 4} \quad (2.40)$$

Somente a solução com sinal negativo da raiz quadrada satisfaz a condição inicial dada em (2.37). Logo,

$$y(x) = 1 - \sqrt{x^3 + 2x^2 + 2x + 4}, \quad (2.41)$$

é a solução da equação (2.37).

Observamos que a solução y dada por (2.41) está bem definida quando o interior da raiz quadrada é positiva. Logo, o intervalo no qual a solução existe é $x > -2$, veja a Figura 2.

Figura 2 – Gráfico da função $x^3 + 2x^2 + 2x + 4$, utilizando o Geogebra.

Elaborado pelo autor (2025).

2.4 O Teorema de Existência e Unicidade

Ao se deparar com um problema de valor inicial a princípio pode surgir algumas dúvidas. Dentre elas o questionamento, existe uma única solução para um problema de valor inicial?

Se você encontrar um problema de valor inicial ao investigar algum problema físico, pode querer saber se ele tem solução antes de gastar muito tempo e esforço tentando resolvê-lo. Além disso, se você encontrar uma solução, você pode estar interessado em saber se você deve continuar a busca por outras soluções possíveis ou se pode ter certeza de que não existem outras soluções. (BOYCE W. E. E DIPRIMA, 2015)

Para equações diferenciais ordinárias de primeira ordem lineares temos o seguinte teorema.

Teorema 2.16. (*BOYCE W. E. E DIPRIMA, 2015*)

Se as funções p e g são contínuas em um intervalo aberto $I : \alpha < t < \beta$ contendo o ponto $t = t_0$, então existe uma única função $y = \phi(t)$ que satisfaz a equação diferencial

$$y' + p(t)y = g(t) \quad (2.42)$$

para cada t em I , e que também satisfaz a condição inicial

$$y(t_0) = y_0, \quad (2.43)$$

onde y_0 é um valor inicial arbitrário dado.

O Teorema 2.16 garante a existência e unicidade da solução do problema de valor inicial (2.42) e (2.43). O Teorema de Existência e Unicidade de Soluções também vale para equações de primeira ordem geral (2.8). Veja o resultado a seguir.

Teorema 2.17. (*EDWARDS C. H. E PENNEY, 1995*). *Suponha que a função $f(t, y)$ a valores reais seja contínua em algum retângulo no plano contendo o ponto (t_0, y_0) em seu interior. Então o problema de valor inicial*

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0,$$

tem pelo menos uma solução em algum intervalo aberto J contendo o ponto $t = t_0$. Se, além disso, a derivada parcial $\frac{\partial f}{\partial y}$ é contínua neste retângulo, então a solução é única em algum intervalo J_0 que contém o ponto $t = t_0$.

3 Modelagem matemática

Sabe-se que uma equação é uma forma de modelagem matemática utilizada para representar situações, geralmente relacionadas ao cotidiano. Segundo Bassanezi,

Um modelo matemático de uma situação é uma representação simbólica envolvendo uma formulação abstrata. Uma formulação matemática somente se torna um modelo quando as variáveis interrelacionadas têm significados próprios provenientes da situação modelada. (BASSANEZI, 2010)

A biologia nem sempre teve uma visão otimista sobre a modelagem matemática de seus problemas. Isso pode estar relacionado à complexidade da área, que envolve múltiplas variáveis, muitas das quais não podem ser plenamente consideradas ao mesmo tempo, tornando os modelos mais frágeis e sujeitos a modificações.

Por outro lado, ao trabalhar com equações junto aos estudantes, busca-se não apenas a compreensão do objeto de estudo, mas também a familiarização com diferentes modelos matemáticos. Esse contato amplia seu repertório e os prepara para, no futuro, desenvolverem suas próprias modelagens. Bassanezi enfatiza.

Nosso objetivo aqui é apenas reforçar um pouco mais a aproximação profícua de Matemática e Biologia procurando motivar alunos e professores de Matemática para que se interessem pelo estudo de modelos simples (ou didáticos), baseados em poucas variáveis e suposições, que, mais tarde, lhes permitam formular modelos mais complexos relacionados a fenômenos biológicos intrigantes, os chamados modelos práticos ou realistas. (BASSANEZI, 2010)

3.1 Modelo para determinar uma população

Populações são relacionadas, umas com as outras, por meio de biosistemas, de modo que raramente uma população em estudo pode ser considerada isolada.

Uma condição ideal para estudo seria a pesquisa em laboratório, mesmo neste contexto distintas particularidades são envolvidas como, espaço, alimento, idade, temperatura, vento, umidade entre outras. Cabe, ao elaborar o modelo, levar em conta a importância de cada particularidade. Esses fatores definirão o quanto a modelagem será mais fidedigna. Por outro lado a complexidade aumenta a cada particularidade inserida. Cabe buscar uma posição de equilíbrio, ponto de extrema delicadeza na modelagem que se dá com muito estudo, vivência e experiência adquirida.

Segundo (BASSANEZI, 2010) um atalho para o entendimento da dinâmica populacional é considerar que as populações interagem para persistirem.

3.2 Thomas Robert Malthus

O economista inglês Thomas Robert Malthus (1766–1834) foi um dos primeiros a propor uma relação matemática para descrever a dinâmica populacional. Em seu livro *An Essay on the Principle of Population*, publicado em 1798, ele argumentou que a população tende a crescer em progressão geométrica, enquanto a produção de alimentos cresce em progressão aritmética, o que poderia levar a crises de escassez.

No entanto, Malthus não formulou seu modelo matematicamente por meio de equações diferenciais. Foi posteriormente que matemáticos modelaram sua teoria utilizando esse formalismo, originando o chamado modelo malthusiano de dinâmica populacional.

Nas palavras de Bassanezi (BASSANEZI, 2010) atualmente, em dinâmica populacional, o que se convencionou chamar de modelo de Malthus assume que o crescimento de uma população é proporcional à população em cada instante (progressão geométrica ou crescimento exponencial).

Após Malthus, outros modelos matemáticos foram desenvolvidos para descrever a dinâmica populacional. Alguns desses modelos ainda se basearam nas ideias de Malthus, mas foram aprimorados com a inclusão de novos elementos que melhor representavam as condições específicas de cada situação analisada.

Modelos como o de Malthus podem ser usados para analisar e avaliar o desenvolvimento de um país, possivelmente ao relacionar a dinâmica populacional com fatores como economia, recursos disponíveis e qualidade de vida.

3.3 Modelo malthusiano

Seja $P(t)$ a população de determinada espécie no tempo t . Assumindo o modelo de Malthus, ou seja, que a taxa de variação de uma população é diretamente proporcional a própria população, isto é,

$$\frac{dP}{dt} = kP, \quad (3.1)$$

em que k é uma constante chamada de taxa de crescimento ou declínio, dependendo se é positiva ou negativa.

Resolvendo (3.1) junto com a condição inicial

$$P(0) = P_0 \quad (3.2)$$

pelo método de separação de variáveis, obtemos a solução

$$P(t) = P_0 e^{kt}. \quad (3.3)$$

Assim, o modelo matemático que consiste no PVI dado por (3.1) e (3.2), com $k > 0$, diz que a população crescerá exponencialmente, independente da população inicial P_0 . Porém, sob certas condições, observou-se que a função (3.3) é razoavelmente precisa para muitas populações, ao menos por períodos limitados de tempo. Mas ao longo do tempo é evidente que fatores externos influenciam no crescimento da população, como, falta de alimento, falta de espaço, doenças o que inibirá o crescimento exponencial.

4 Dengue

Desde o período das grandes navegações e das intensas colonizações, por volta do século XVI, o *Aedes aegypti*, mosquito transmissor da dengue, espalhou-se pelas regiões da América Central e do Sul (como Bolívia, Brasil, Colômbia, Costa Rica, Cuba, Equador, Panamá, Peru e Venezuela), além das regiões subtropicais, situadas acima do Trópico de Câncer e abaixo do Trópico de Capricórnio.

Segundo CRUZ (2025) admite-se que o vetor foi introduzido no Novo Mundo durante o período colonial, por meio de navios que traficavam escravizados.

Em 1762, a primeira referência ao mosquito o identificava pelo nome científico *Culex aegypti*. Posteriormente, em 1818, ele foi categorizado como *Aedes* e recebeu o nome pelo qual é conhecido atualmente: *Aedes aegypti*.

O primeiro registro de epidemia, segundo relatos da Organização Pan-Americana da Saúde (OPAS), ocorreu no Peru, com surtos no Caribe, na Colômbia, nos Estados Unidos e na Venezuela, no início do século XIX.

No final do século XIX, começaram a aparecer relatos de dengue no Brasil, mais precisamente no Paraná, em Curitiba. Posteriormente, no início do século XX, houve registros da doença no Rio de Janeiro, em Niterói.

O interessante é que, nesta época, apesar dos enormes transtornos causados, a grande preocupação não era a dengue, mas sim a transmissão da febre amarela, que se espalhava cada vez mais.

Outra curiosidade é que, ao adotar medidas para controlar a febre amarela, o Brasil conseguiu erradicar o *Aedes aegypti* por volta de 1955. No entanto, devido ao descuido com as medidas de controle, no final da década de 1960, o vetor foi reintroduzido. Hoje, o transmissor *Aedes aegypti* pode ser facilmente encontrado em todo o Brasil.

A primeira incidência documentada de dengue no Brasil, com registros clínicos e laboratoriais, ocorreu entre 1981 e 1982, de acordo com dados do Ministério da Saúde. Foi causada pelos vírus DENV-1 e DENV-4 e registrada

na capital de Roraima, Boa Vista. Pouco tempo depois, em 1986, houve uma epidemia de dengue em algumas capitais do Nordeste e no Rio de Janeiro. Desde então, a doença continua presente em todo o Brasil. Em 2025, no dia 19 de fevereiro, o Estado de São Paulo decretou situação de emergência em saúde pública em razão da epidemia por Dengue.

4.1 Descobertas no Brasil

Segundo (OLIVEIRA; LOURENÇO et al., 2022), no Brasil, as descobertas europeias sobre o papel dos mosquitos como mais do que simples insetos incômodos, devido às suas picadas, tiveram impacto imediato entre os pesquisadores nacionais. Em São Paulo, o cientista Adolfo Lutz já havia identificado os anofelinos, posteriormente denominados *Anopheles cruzii*, como vetores da malária durante a construção de uma ferrovia na Serra de Cubatão.

Embora outros pesquisadores brasileiros também tenham se dedicado ao estudo desses insetos no início do século XX, como Celestino Bourroul (1880–1958) e Emílio Goeldi (1859–1917), contribuindo com trabalhos pioneiros sobre o tema, Lutz se consolidou como a principal referência no país em relação às pesquisas sobre mosquitos.

No Rio de Janeiro, os estudos sobre mosquitos eram conduzidos no Instituto Soroterápico Federal, fundado em 1900. Posteriormente, a instituição passou a ser chamada de Instituto de Patologia Experimental de Manguinhos, em 1907, e, finalmente, em 1908, recebeu o nome de Instituto Oswaldo Cruz.

Oswaldo Cruz (1872–1917), então diretor técnico de Manguinhos, inaugurou no Instituto linhas de pesquisa originais em diversas áreas, incluindo a entomologia médica. Esse ambiente de pesquisa atraiu médicos e estudantes de medicina interessados em aprimorar suas habilidades profissionais e desenvolver teses de doutorado. A entomologia médica foi tema de algumas dessas pesquisas na primeira década do século XX, conduzidas por cientistas como Carlos Chagas (1878–1934), Arthur Neiva (1880–1943) e Antonio Gonçalves Peryassú (1879–1962). Este último se especializou no estudo de mosquitos.

Paraense, Antonio Gonçalves Peryassú (1879–1962) foi pesquisador do Instituto Oswaldo Cruz (IOC), então denominado Instituto Soroterápico Federal.

Em 1903, ocorreu uma grave epidemia de febre amarela, resultando em centenas de casos e óbitos na capital federal (FRANCO, 1969). Na ausência de uma vacina, as medidas de profilaxia e controle da doença concentravam-se essencialmente no combate ao *Aedes aegypti*, que, à época, era denominado *Stegomyia calopus*. A participação de Peryassú nas campanhas antiamarílicas aproximou-o da entomologia médica, e suas ações de campo no combate à febre amarela proporcionaram um vasto material que serviria posteriormente para a elaboração de sua tese de doutoramento. (OLIVEIRA; LOURENÇO et al., 2022)

Oswaldo Cruz estimulou o jovem paraense a desenvolver, em Manguinhos, uma tese baseada em mosquitos. Trata-se da “primeira tese sobre inseto” na história da Instituição. Os conteúdos do proêmio desse trabalho monográfico e da correspondência entre Oswaldo Cruz e Lutz, apontam que o próprio Oswaldo orientou o estudo de Peryassú, com a colaboração de seu assistente Arthur Neiva. (OLIVEIRA; LOURENÇO et al., 2022)

Os “Culicídeos do Brasil” é o título de sua tese, composta por 407 páginas. Nela, Peryassú descreve, pela primeira vez para a comunidade acadêmica, características do *Aedes aegypti* e de outros mosquitos da mesma família. Um exemplo notável é a resistência dos ovos do mosquito, que podem permanecer por até um ano sem contato com a água, demonstrando sua capacidade de resistir à dessecação. Além disso, ele identificou que os principais focos de proliferação do vetor são grandes reservatórios, um tema ainda amplamente discutido na atualidade no contexto do controle de criadouros. A tese também relaciona a presença do mosquito com fatores como temperatura e densidade populacional.

Peryassú observou que, em locais com aumento da densidade populacional, a presença do mosquito era mais significativa. Além disso, relatou que uma queda de temperatura para 20°C reduziria consideravelmente a reprodução do mosquito, contribuindo para a diminuição dos casos da doença.

O trabalho de Peryassú contribuiu significativamente para a campanha liderada por Oswaldo Cruz visando a erradicação do *Aedes aegypti*.

Muitos dos assuntos apresentados por Peryassú em sua tese continuam sendo temas de discussão no controle do mosquito. Seus estudos foram inovadores e de extrema importância para erradicar, por cerca de trinta anos, o *Aedes aegypti* do território brasileiro.

4.2 Transmissão

O mosquito *Aedes aegypti* fêmea é o responsável pela transmissão da dengue. Ela carrega um dos quatro sorotipos do vírus e o transmite por meio da picada. O maior risco de ser picado ocorre no início da manhã e no final da tarde, embora não se possa descartar a possibilidade de picadas em outros períodos, dependendo do ambiente em que a pessoa se encontra.

Climas favoráveis, geralmente caracterizados pelo calor e pela chuva no verão, juntamente com condições sociais e econômicas, favorecem a transmissão do vírus, pois facilitam a reprodução do mosquito. Em áreas urbanas e densamente povoadas, o mosquito encontra condições ideais para proliferar, vivendo em ambientes muito próximos, como quintais, calçadas, no entorno das residências e até mesmo dentro delas.

Aspectos como a urbanização, o crescimento desordenado da população, o saneamento básico deficitário e os fatores climáticos mantêm as condições favoráveis para a presença do vetor, com reflexos na dinâmica de transmissão desses arbovírus. A dengue possui padrão sazonal, com aumento do número de casos e o risco para epidemias, principalmente entre os meses de outubro de um ano a maio do ano seguinte. BRASIL (2025)

A dengue é classificada como arbovirose, termo derivado de “arbovírus”, que se refere a vírus transmitidos por artrópodes, um dos nove filos do reino animal. A arbovirose é uma doença viral transmitida, neste caso, pelo mosquito, mas em outras situações, também pode ser transmitida por carrapatos.

Quatro sorotipos do vírus são conhecidos hoje: DENV-1, DENV-2, DENV-3 e DENV-4. Estes são cientificamente classificados na família Flaviviridae no gênero Flavivirus e possuem diferentes linhagens e materiais genéticos, genótipos.

4.3 Sintomas

Em princípio, o estado febril acima de 39°C é o sintoma mais comum apresentado por pessoas com o vírus da dengue. Além disso, pode haver dor de cabeça, cansaço e mal-estar, dores no corpo, nas juntas e atrás dos olhos e manchas vermelhas espalhadas pelo corpo que podem coçar.

Após o terceiro dia, quando o estado febril começa a atenuar, podem surgir sinais de hemorragia, como sangramentos no nariz e nas gengivas, além de hematomas na pele devido ao rompimento de vasos sanguíneos superficiais. Esporadicamente, por meio das vias urinárias e do aparelho digestivo, podem ocorrer sangramentos adicionais, o que pode indicar um quadro mais grave da doença. A dengue hemorrágica.

4.4 Diagnóstico

O médico é o profissional capacitado que possui habilidades clínicas de interpretar os sintomas apresentados pelo paciente. Portanto, em grande maioria dos casos, não há necessidade em realizar exames específicos para detectar a doença.

Caso sejam realizados exames de laboratório, o profissional de saúde se atentará ao fato de que a detecção do vírus pode ser mais eficaz até o quinto dia após o início dos sintomas. Após esse período, pode-se realizar testes de anticorpos, a partir do sexto dia de manifestação dos sintomas.

4.5 Prevenção

A Qdenga é a vacina contra a dengue. Incluída desde fevereiro de 2024 no Calendário Nacional de Vacinação do Sistema Único de Saúde (SUS) é aplicada em duas doses em um interstício de três meses. E a faixa etária que pode receber a vacina é de quatro a sessenta anos. A recomendação para pacientes que foram infectados é aguardar seis meses para tomar a vacina.

Segundo BRASIL (2025) o Brasil é o primeiro país do mundo a oferecer o imunizante no sistema público de saúde.

Apesar da vacina, o método mais efetivo para prevenir as arboviroses – neste caso a dengue – é controlar o vetor *Aedes aegypti*. Para tanto devemos adotar algumas medidas, como: colocar telas nas janelas e repelentes em áreas de possível transmissão, não deixar água parada em recipientes (que servem como foco de ovos do mosquito), tampar caixas de água e outros reservatórios, desentupir ralos, calhas e lajes, manter os ambientes limpos, sem acúmulos de materiais e lixos e auxiliar a fiscalização dos agentes dos Órgãos fiscalizadores no controle da dengue.

4.6 Tratamento

Para o tratamento da dengue, é fundamental, em primeiro lugar, evitar a automedicação, que representa o maior risco. Alguns medicamentos, como os compostos por ácido acetilsalicílico, por exemplo, podem agravar a doença, causando desconforto ao paciente e complicar ainda mais o quadro clínico levando.

A pessoa infectada deve sempre buscar a ajuda de um profissional habilitado, ou seja, o médico. Isso beneficia tanto o paciente, no tratamento da doença, quanto o município, pois permite o levantamento dos locais onde os casos estão surgindo, permitindo que as autoridades responsáveis direcionem esforços para conter o foco do mosquito.

Após a consulta médica, o melhor tratamento para aliviar os sintomas é o repouso e a ingestão de muitos líquidos. A hidratação adequada é essencial para ajudar o corpo a se recuperar.

5 Educação Básica Brasileira

Assim como em outras partes do mundo, o Brasil passou por diversas mudanças em relação à educação. O país evoluiu de um sistema educacional colonial para um caminho de democratização do ensino, especialmente com a promulgação da Constituição Federal de 1988. Esse processo, de forma bastante resumida, marcou um avanço significativo na garantia do direito à educação.

Após a Constituição, diversos eventos e iniciativas contribuíram para a estruturação do sistema educacional brasileiro. Entre eles, destacam-se: a criação do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), do Conselho Nacional de Educação (CNE) e das Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB). Além disso, houve a implementação do Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental (FUNDEF), posteriormente substituído pelo Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação (FUNDEB).

Outras iniciativas importantes incluem a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a criação do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e, em sequência, a implementação de programas como o Programa Universidade para Todos (PROUNI) e o Fundo de Financiamento ao Estudante do Ensino Superior (FIES). Por fim, como parte desse processo de reformulação educacional, consolidou-se a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), um marco para a educação brasileira.

O Conselho Nacional de Educação (CNE), de acordo com a Lei nº 9.131/95, atua em conjunto com o Ministério da Educação (MEC) na formulação e avaliação da política nacional de educação. Foi responsabilidade do CNE analisar o documento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), encaminhado pelo MEC, e emitir um parecer. Após a análise e aprovação do Ministro da Educação, a BNCC tornou-se uma norma nacional.

Antes de sua normatização, esse documento passou por uma consulta pública em todo o território nacional, permitindo a participação dos envolvidos e a

ampliação do debate sob diferentes perspectivas. No final de 2017, com a publicação da Resolução CNE/CP nº 2, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi instituída e implementada para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental. A BNCC do Ensino Médio foi aprovada no final de dezembro de 2018, por meio do Parecer CNE/CP nº 15/2018.

A BNCC apresenta, em seu decorrer, elementos para garantir, as aprendizagens essenciais dos estudantes, em todo território nacional, por meio de competências e habilidades categorizadas nas áreas do conhecimento. Entende-se por competências – mobilização de conceitos e procedimentos –, e por habilidades – práticas, cognitivas e socioemocionais. Direcionado a um cidadão, com atitudes e valores, para agrupá-las, como meio em resolver situações complexas na qual se depara no dia a dia, no mundo do trabalho e exercendo a cidadania. Cita ainda, ligação com a Agenda 2030 da Organização das Nações Unidas (ONU), fortalecendo à transformação da sociedade, tornando-a mais humana, socialmente justa e focada na preservação da natureza.

A BNCC está definida pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996) e fundamentada nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN). Seu propósito é contribuir para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, além de promover a formação integral do ser humano com base em princípios éticos, políticos e estéticos.

Sendo um documento de âmbito federal que estabelece aprendizagens comuns aos estudantes, estados e municípios devem se alinhar a ele, colaborando na construção de seus currículos e propostas pedagógicas. Além disso, buscam promover o desenvolvimento e a qualidade da educação, atender à demanda por vagas, garantir a permanência dos alunos, elaborar conteúdos educacionais, avaliar o ensino e investir na formação de professores.

5.1 Formação do estudante

Diante de demandas repentinas, em um contexto em que as informações são acessadas instantaneamente, busca-se a formação integral do estudante, capacitando-o a tomar decisões adequadas para a resolução de problemas. Nesse

sentido, a integralidade refere-se à capacidade de mobilizar seus conhecimentos para enfrentar diferentes situações, tanto na vida pessoal quanto na profissional.

Reconhecer-se em seu contexto histórico e cultural, comunicar-se, ser criativo, analítico-crítico, participativo, aberto ao novo, colaborativo, resiliente, produtivo e responsável requer muito mais do que o acúmulo de informações. Requer o desenvolvimento de competências para aprender a aprender, saber lidar com a informação cada vez mais disponível, atuar com discernimento e responsabilidade nos contextos das culturas digitais, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, conviver e aprender com as diferenças e as diversidades. BRASIL (2018)

Lembrando ainda das competências socioemocionais para lidar no cotidiano. Para tanto, o estudante precisa ser oportunizado de momentos para confrontar, interiormente, com suas emoções e sentimentos. Nem sempre o que queremos é o que podemos. Nem sempre o que podemos é o que faremos. E nem sempre o que faremos é o que queremos. Parece uma troca de palavras, mas é bastante pertinente para colocar em choque nossas crenças.

5.2 Competências apresentadas na BNCC

Competências gerais são relatadas no documento, e para cada área do conhecimento a BNCC apresenta competências específicas que precisam ser mobilizadas e apropriadas pelos estudantes. Aqui apresenta-se as competências específicas de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio. Que são cinco, segundo BRASIL (2018):

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base

na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Estas competências se relacionam com as habilidades, apresentadas adiante, específicas da matemática. Além disso no decorrer do documento apresenta-se alguns códigos. Esses códigos, neste caso do ensino médio, são indicadores de relação da etapa de ensino, do componente curricular, da competência e da habilidade. Detalha-se mais à frente. Vejamos um exemplo: A habilidade descrita como EM13MAT203 significa que:

- EM – representa o ensino médio;
- 13 – representa da 1^a a 3^a série;
- MAT – representa Matemática;
- 2 – representa a competência e;
- 03 – representa a habilidade.

5.3 Habilidades apresentadas na BNCC

Aqui apresenta-se as habilidades específicas e suas relações com as determinadas competências. Ainda podemos pensar que são indicação de como pode-se mobilizar determinados assuntos para o desenvolvimento das competências.

Dentro da competência número um, o documento apresenta seis habilidades. Segundo BRASIL (2018), são:

(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

(EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.

(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

(EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).

(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento

de outro etc.).

Dentro da competência número dois, o documento apresenta três habilidades. Segundo BRASIL (2018), são:

(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.

(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.

(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

Dentro da competência número três, o documento apresenta dezesseis habilidades. Segundo BRASIL (2018), são:

(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.

(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.

(EM13MAT313) Utilizar, quando necessário, a notação científica para

expressar uma medida, compreendendo as noções de Algarismos Significativos e Algarismos Duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.

(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).

(EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

Dentro da competência número quatro, o documento apresenta sete habilidades. Segundo BRASIL (2018), são:

(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.

(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.

(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decréscimo, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem

apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

Dentro da competência número cinco, o documento apresenta onze habilidades. Segundo BRASIL (2018), são:

(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.

(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.

(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.

(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

(EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Não podemos esquecer que, apesar de as competências e habilidades estarem inter-relacionadas, uma mesma habilidade pode se associar a diferentes competências. Isso ocorre com frequência, pois não devemos pensar de forma rígida. Sabemos que a mobilização cerebral durante o aprendizado não se restringe a um processo binário, como "zero e um" ou "sim e não". Pelo contrário, trata-se de um fenômeno muito mais amplo, que envolve, além do raciocínio lógico, emoções e sentimentos.

5.4 Unidades temáticas e as habilidades

O documento da BNCC afirma que, seguindo a mesma concepção dos anos finais do Ensino Fundamental, uma possível organização curricular pode ser

feita por meio de unidades temáticas. Como sugestão, essas unidades podem ser: Números e Álgebra, Geometria e Medidas e Probabilidade e Estatística.

Desta forma as habilidades podem ser escritas e categorizadas da seguinte maneira, segundo BRASIL (2018),

Habilidades em números e álgebra:

(EM13MAT104); (EM13MAT203); (EM13MAT101); (EM13MAT302);
(EM13MAT401); (EM13MAT510); (EM13MAT402); (EM13MAT501);
(EM13MAT502); (EM13MAT503); (EM13MAT507); (EM13MAT508);
(EM13MAT303); (EM13MAT304); (EM13MAT305); (EM13MAT403);
(EM13MAT306); (EM13MAT301); (EM13MAT404); (EM13MAT405);
(EM13MAT315).

Habilidades em geometria e medidas:

(EM13MAT103); (EM13MAT201); (EM13MAT307); (EM13MAT105);
(EM13MAT308); (EM13MAT309); (EM13MAT313); (EM13MAT314);
(EM13MAT504); (EM13MAT505); (EM13MAT506); (EM13MAT509).

Habilidades em probabilidade e estatística:

(EM13MAT102); (EM13MAT202); (EM13MAT310); (EM13MAT311);
(EM13MAT106); (EM13MAT312); (EM13MAT316); (EM13MAT406);
(EM13MAT407); (EM13MAT511).

6 Proposta de Atividades

Apresentamos a seguir uma proposta de atividades com foco no desenvolvimento de algumas habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Como meio de representar o que se espera do estudante, e de sua atuação no mundo atual, o trabalho ou aplicação de atividades que envolvam o seu entorno pode ser um ponto motivador.

Para formar esses jovens como sujeitos críticos, criativos, autônomos e responsáveis, cabe às escolas de Ensino Médio proporcionar experiências e processos que lhes garantam as aprendizagens necessárias para a leitura da realidade, o enfrentamento dos novos desafios da contemporaneidade (sociais, econômicos e ambientais) e a tomada de decisões éticas e fundamentadas. O mundo deve lhes ser apresentado como campo aberto para investigação e intervenção quanto a seus aspectos políticos, sociais, produtivos, ambientais e culturais, de modo que se sintam estimulados a equacionar e resolver questões legadas pelas gerações anteriores – e que se refletem nos contextos atuais –, abrindo-se criativamente para o novo. (BNCC, 2018, p. 463) BRASIL (2018)

Assim, é responsabilidade da escola proporcionar momentos de discussão e reflexão, possibilitando o confronto de ideias e opiniões. Esse processo facilita a aprendizagem e contribui para o desenvolvimento da criticidade.

Optou-se pela proposta de ensino, e não plano de aula ou sequência de atividades por exemplo, pois entende-se que cabe ao professor essa decisão. Ele é quem conhece seus estudantes e poderá aplicar o que entende como melhor para sua turma.

6.1 Proposta

Tema: Dengue, de novo?

Objetivo geral:

Proporcionar momentos para o estudante planejar, analisar e executar ações por meio dos conceitos matemáticos, utilizando aplicativos e criação de planilhas para tomar decisões.

Objetivo específicos:

- Resolver atividade, questão do ENEM, que envolva a modelagem da dinâmica populacional.
- Realizar pesquisas, como quantidade de habitantes de sua rua, para aplicar na simulação de uma situação do seu entorno.
- Identificar os dados em um gráfico, com dados provenientes da sua cidade.
- Registrar por meio de uma tabela os dados de um gráfico.
- Inserir dados em software de edição de planilhas.
- Executar comandos, não de grande complexidade, em software de edição de planilhas.
- Reconhecer o seu papel em relação ao trabalho em equipe.
- Organizar os elementos em software de edição de planilhas por meio da formatação.
- Refletir sua atuação diante de uma problemática envolvendo a saúde de outras pessoas.

Habilidades:

(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

Recursos didáticos:

- Projetor com computador para expor as atividades.
- Computadores/tablets/celulares para uso dos estudantes.
- software de editor de planilha eletrônica entre outros aplicativos em que o professor se sentir mais confortável.

Avaliação: As avaliações podem ocorrer ao longo das atividades. A avaliação diagnóstica, aplicada durante o processo, auxilia na identificação do nível de compreensão dos estudantes e no direcionamento do suporte necessário. Ela pode ser realizada oralmente pelo professor com questões que nas suas respostas possam coletar o entendimento na resolução das questões. Também entende-se a importância da avaliação formativa. Assim ao identificar que um estudante está com dificuldade, detectada por meio da diagnóstica por exemplo, o professor após as discussões pode acompanhar se o ele está desenvolvendo. Em muitos casos o estudante só precisa de uma palavra ou um sinal para dar continuidade, ou para que o cérebro faça as conexões necessárias para prosseguir.

6.2 Atividade 1

Como primeira atividade dentro da proposta didática os estudantes são convidados a realizarem as seguintes questões:

01) (Questão 137 - ENEM 2016) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

$$P(t) = 40000 \cdot 2^{3t},$$

em que t é o tempo, em hora, e $P(t)$ é a população, em milhares de bactérias. Em relação à quantidade inicial de bactérias, após 20 min, a população será

- a) reduzida a um terço.
- b) reduzida à metade.
- c) reduzida a dois terços.
- d) duplicada.
- e) triplicada.

Resolução: Usando que $t = 20$, isto equivale a $\frac{1}{3}$ de hora, assim temos

$$p\left(\frac{1}{3}\right) = 40000 \cdot 2^{(3 \cdot \frac{1}{3})} = 40000 \cdot 2^1 = 80000.$$

Portanto, a população de bactérias, após 20 minutos, será de 80 mil unidades, ou seja, o dobro da população inicial.

02) (Questão 155 - ENEM 2019) Em um laboratório, cientistas observaram o crescimento de uma população de bactérias submetida a uma dieta magra em fósforo, com generosas porções de arsênico. Descobriu-se que o número de bactérias dessa população, após t horas de observação, poderia ser modelado pela função exponencial $N(t)$ igual a N_0 vezes e elevado a k vezes t , em que N_0 é o número de bactérias no instante do início da observação, t é igual a 0 e representa uma constante real maior que 1, e k é uma constante real positiva.

Sabe-se que, após uma hora de observação, o número de bactérias foi triplicado.

Cinco horas após o início da observação, o número de bactérias, em relação ao número inicial dessa cultura, foi

- a) $3N_0$
- b) $15N_0$
- c) $243N_0$
- d) $360N_0$
- e) $729N_0$

Resolução: Como a modelagem do problema é $N(t) = N_0e^{kt}$, $k > 0$ e pelos dados fornecidos no problema, temos:

- Após uma hora de observação, o número de bactérias foi triplicado, então

$$N(1) = N_0e^{k \cdot 1} \Rightarrow 3N_0 = N_0e^k \Rightarrow \frac{3N_0}{N_0} = e^k \Rightarrow 3 = e^k.$$

- Cinco horas após o início da observação, o número de bactérias, em relação ao número inicial dessa cultura, foi

$$N(5) = N_0e^{k \cdot 5} \Rightarrow N(5) = N_0(e^k)^5 \Rightarrow N(5) = N_0 \cdot 3^5 \Rightarrow N(5) = 243N_0.$$

Portanto, a população de bactérias após cinco horas de observação será 243 vezes maior do que a inicial.

6.3 Atividade 2

1) Para fazer a prevenção da dengue na rua onde mora, Marcos elaborou alguns panfletos para serem distribuídos aos moradores. Na rua moram 1200 pessoas. Como meio de divulgação utilizou-se das seguintes estratégias:

- o estudante Marcos entregará um panfleto para dois moradores, um para cada morador;
- cada um que receber o panfleto ficará com o compromisso de transmiti-lo a outros dois moradores;

- a pessoa que recebe o panfleto o transmitirá no dia seguinte.

Quanto tempo levará para atingir todos os moradores da rua?

2) A atuação de Marcos em relação a divulgação para combater a dengue na rua onde mora foi brilhante. Pensando em atingir agora os 10 000 moradores do bairro, Marcos utilizará a mesma estratégia.

Quanto tempo levará para que a informação sobre o combate à dengue atinja todos os moradores do bairro?

6.3.1 Mão na massa

3) Como meio de ajudar a combater o mosquito *Aedes aegypti* onde vive, faça a sua parte. Utilize a mesma estratégia de Marcos e faça a divulgação na rua onde mora. Quanto tempo levará para atingir todos os moradores da sua rua?

4) Com mesmo raciocínio, faça a divulgação no seu bairro. Quanto tempo levará para atingir todos os moradores?

Observação: Para as questões 3 e 4 você precisa fazer o levantamento da quantidade de moradores da rua e do bairro. Faça a pesquisa na internet, pergunte aos professores ou escolha outros meios. Lembre-se, você faz a mudança em seu entorno.

Seja protagonista!

Segue uma sugestão, realizado no Canvas, para o panfleto, veja Figura 3.

6.4 Atividade 3

1) Para acompanhar a situação dos casos de dengue, faça a pesquisa no site

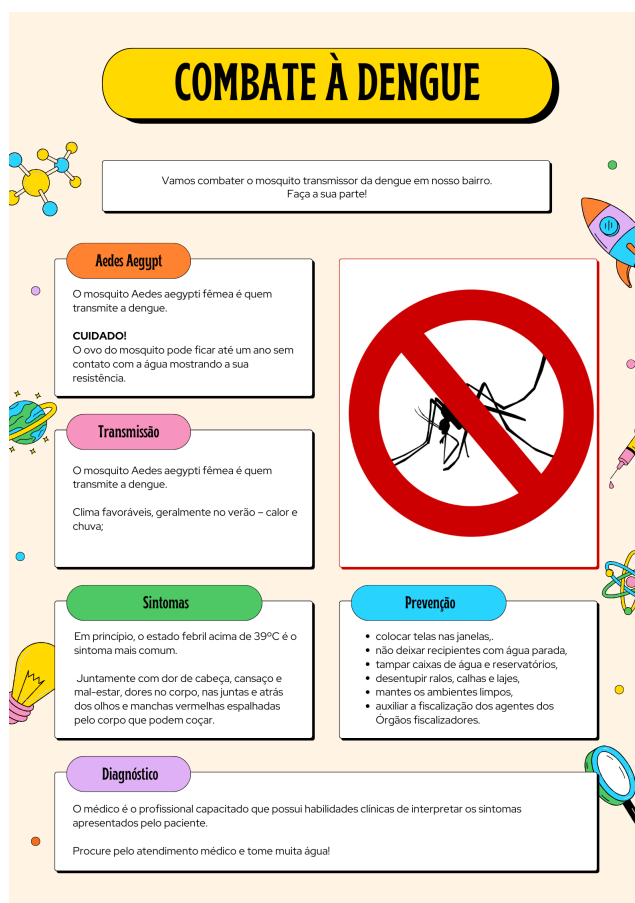
<https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-de-a-a-z/d/dengue>

a) Realize a leitura dos dados apresentados no site. Figuras 4 e 5.

b) Navegue por algumas cidades do Brasil (livre escolha).

c) Agora procure pela cidade de Sorocaba-SP e faça uma pequena discussão com seus colegas. Você tem a possibilidade de exibir por ano ou por semana. Veja

Figura 3 – Panfleto de combate a dengue



Elaborado pelo autor (2025).

Figuras 6 e 7.

d) Para esta atividade, utilize os dados das primeiras 20 semanas e com o auxílio de um software de planilha eletrônica construa

- uma tabela com os dados do ano de 2023,
- uma tabela com os dados do ano de 2024,
- uma tabela com os dados do ano de 2025.

Veja Figuras 8, 9 e 10.

O foco é realizar a previsão dos dados para o ano 2025. Porém até o presente

Figura 4 – Atualização de Casos de Arboviroses para seleção da região em estudo.

Atualização de Casos de Arboviroses

🏠 **Ministério da Saúde - Dengue**
📄 Informações
Última atualização: 27/01/2025
Dados até:

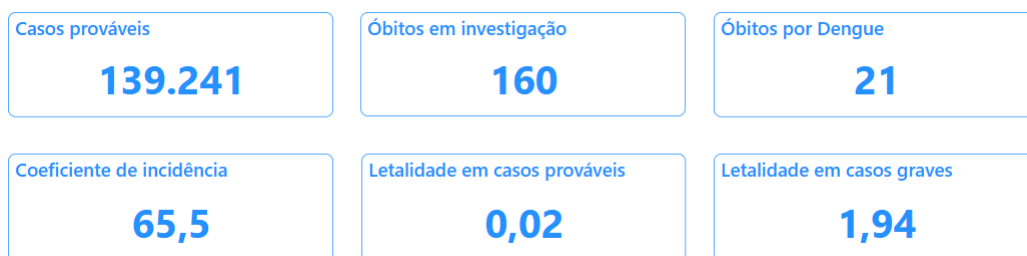
Filtros

Região Todos	UF Todos	Município de Residência Todos
Ano de 1º sintomas 2025	Semana Epidemiológica de 1º sintomas Todos	Casos confirmados Todos

[Limpar Filtros](#)

<https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-de-a-a-z/d/dengue>

Figura 5 – Casos de dengue no Brasil.



<https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-de-a-a-z/d/dengue>

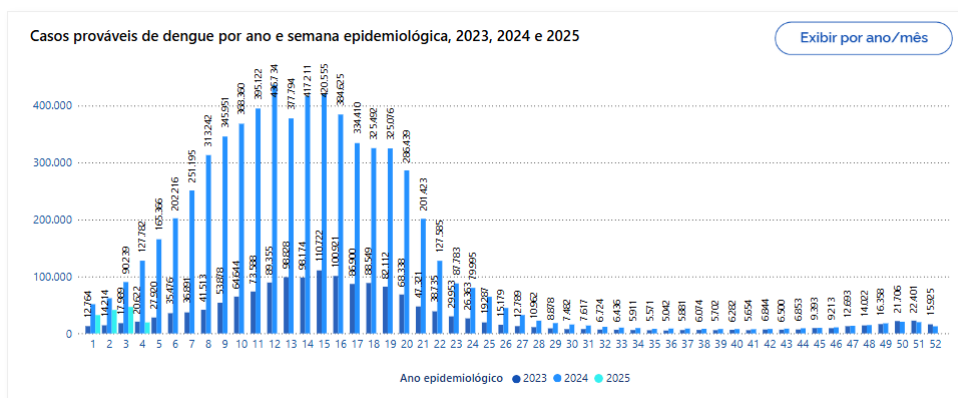
momento não podemos completar a tabela do ano de 2025. Estamos na terceira semana de janeiro de 2025. Mas podemos fazer uma previsão por meio do recurso matemático da modelagem.

Para dar continuidade, vamos inserir o gráfico da tabela no software de planilha eletrônica. Para isto, vai em inserir – gráfico – e faça a opção pelo gráfico em 2D. Veja Figuras 11, 12 e 13.

Agora vamos encontrar a equação que modela as situações. O software de planilha nos ajudará muito neste processo, e por isso o motivo da sua escolha.

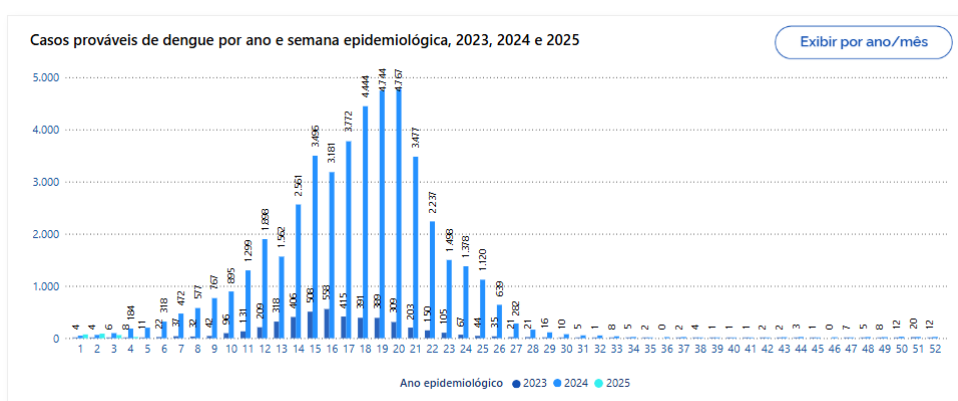
No gráfico com os dados de 2023, clique com o botão esquerdo do mouse em cima da linha, neste caso aqui laranja. Em seguida clique com o botão direito

Figura 6 – Casos de dengue no Brasil nos anos de 2023, 2024 e 2025



<https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-de-a-a-z/d/dengue>

Figura 7 – Atualização de Casos de Arboviroses 4 - Cidade de Sorocaba-SP



<https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-de-a-a-z/d/dengue>

do mouse e procure, na janela que abriu, por “Adicionar Linha de Tendência”. Escolha por Exponencial em “Opções de Linha de Tendência”. Veja Figuras 14, 15 e 16.

O software de planilha fez a modelagem, de acordo com os dados disponíveis, dos casos prováveis de dengue em Sorocaba. Para 2023 temos $y = 3,7378e^{0,2813x}$, 2024 $y = 62,225e^{0,2474x}$ e para 2025 temos $y = 57,647e^{0,1942x}$.

e) Diante das modelagens acima, faça a previsão para o ano de 2025 utilizando $y = 57,647e^{0,1942x}$. Pode utilizar o próprio software de planilha

Figura 8 – Casos prováveis de dengue em Sorocaba no ano de 2023

Semanas	Casos prováveis de dengue 2023
0	0
1	4
2	4
3	6
4	8
5	11
6	22
7	37
8	32
9	42
10	96
11	131
12	209
13	318
14	406
15	508
16	558
17	415
18	391
19	289
20	309

Elaborado pelo autor (2025).

eletrônica, uma calculadora ou outro recurso que estiver mais familiarizado.

- Num primeiro momento, utilize seu número da chamada, para relacionar com a semana (x). Por exemplo, se Caio é o número 3, assim $x = 3$. Que corresponde a terceira semana de 2025. Claro que para números da chamada maiores do que 20 vai extrapolar nosso estudo.

- Num segundo momento, faça a previsão utilizando o número da chamada de dois colegas da sala de aula. De posse dos resultados pergunte a eles se o valor corresponde ao que encontraram.

- Num terceiro momento, faça a leitura da linha de tendência no gráfico, que relaciona os casos prováveis com as semanas, e verifique se os valores que encontraram são correspondentes. Caso não correspondam, discuta o(s) motivo(s) de tal divergência.

- Num quarto momento, de posse dos resultados discuta quais medidas tomarão para que esses números não sejam atingidos. Pode estender/deve esta discussão para aulas de outros componentes de acordo com a autorização dos professores.

Figura 9 – Casos prováveis de dengue em Sorocaba no ano de 2024

Semanas	Casos prováveis de dengue 2024
0	0
1	49
2	63
3	97
4	184
5	201
6	318
7	472
8	577
9	767
10	895
11	1299
12	1898
13	1562
14	2561
15	3496
16	3184
17	3773
18	4449
19	4747
20	4769

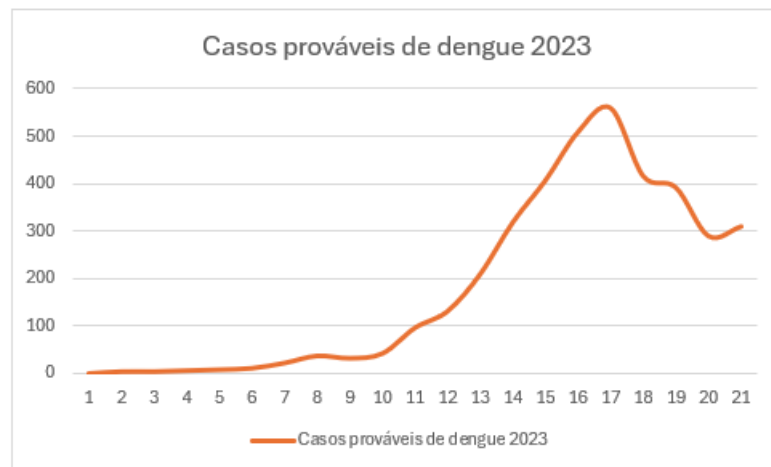
Elaborado pelo autor (2025).

Figura 10 – Casos prováveis de dengue em Sorocaba no ano de 2025

Semanas	Casos prováveis de dengue 2025
0	0
1	70
2	85
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	

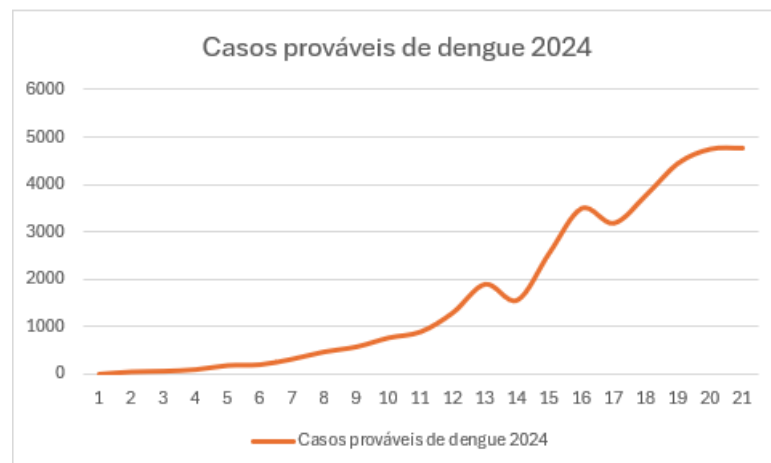
Elaborado pelo autor (2025).

Figura 11 – Gráfico 2D - Casos prováveis de dengue em Sorocaba no ano de 2023



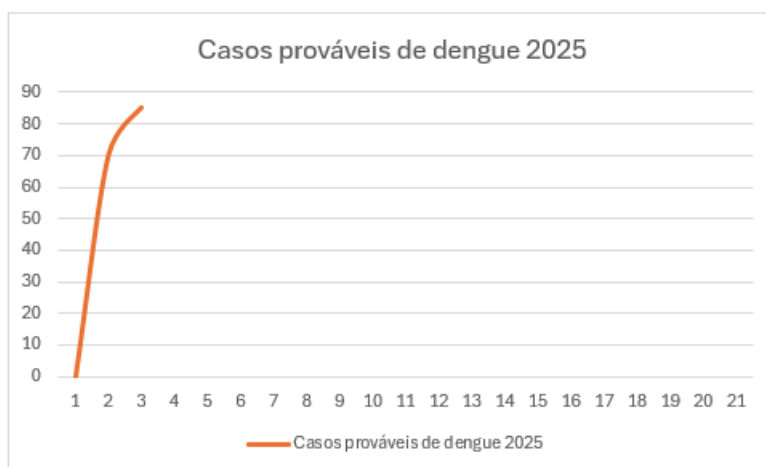
Elaborado pelo autor (2025).

Figura 12 – Gráfico 2D - Casos prováveis de dengue em Sorocaba no ano de 2024



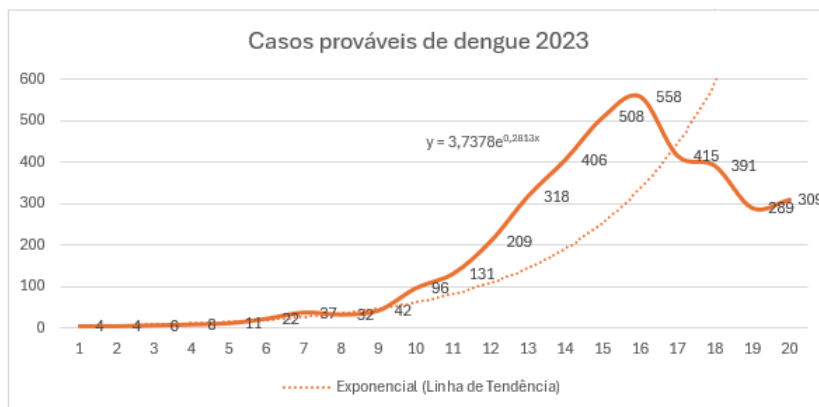
Elaborado pelo autor (2025).

Figura 13 – Gráfico 2D - Casos prováveis de dengue em Sorocaba no ano de 2025



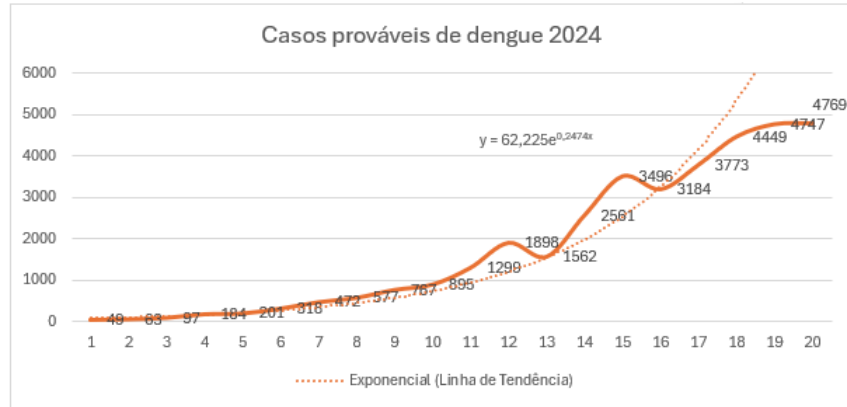
Elaborado pelo autor (2025).

Figura 14 – Gráfico 2D - Modelagem provável dos casos de dengue em Sorocaba no ano de 2023 com linha de tendência



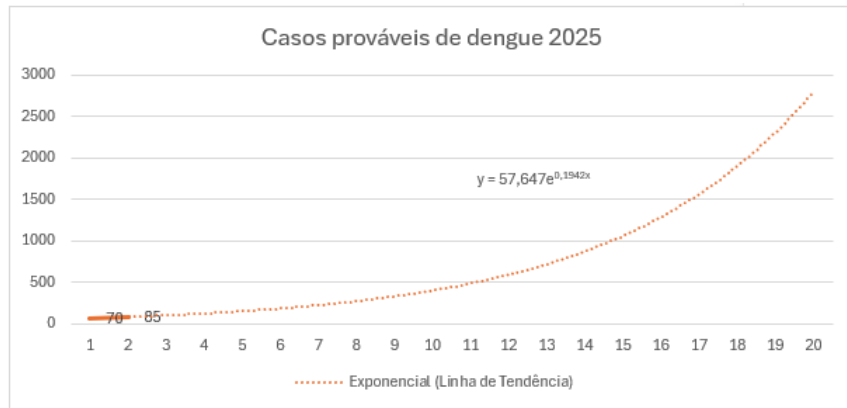
Elaborado pelo autor (2025).

Figura 15 – Gráfico 2D - Modelagem provável dos casos de dengue em Sorocaba no ano de 2024 com linha de tendência



Elaborado pelo autor (2025).

Figura 16 – Gráfico 2D - Modelagem provável dos casos de dengue em Sorocaba no ano de 2025 com linha de tendência



Elaborado pelo autor (2025).

7 Considerações Finais

Sugere-se que a proposta de atividades seja aplicada quando os estudantes já tiverem alguma familiaridade com funções exponenciais e equações. Dessa forma, a atividade se torna parte do processo de aplicação de um conteúdo previamente estudado. No entanto, isso não impede que seja utilizada também como ponto de partida para o estudo do tema, desde que com mais cautela, podendo incluir a repetição e a revisão dos exercícios conforme o nível de conhecimento dos estudantes.

Por isso, inicialmente, sugere-se a aplicação de questões do ENEM, que apresentam um nível de complexidade acessível. Além de auxiliar na avaliação diagnóstica, essas questões ajudam os estudantes a se familiarizarem com avaliações externas, que não são elaboradas pelo professor, tornando a experiência mais confortável.

Na atividade 2 pensamos em confrontar o estudante diante de uma situação em que pode fazer parte de seu estudo/atuação, despertando a criticidade. Assim, Marcos, também um estudante, se organizou para divulgar os casos de dengue da rua e na sequência do seu bairro. A princípio a resolução matemática é o que importa para a aula, mas o auge é a discussão que o professor pode realizar diante da resposta do tempo em que o panfleto atingirá todos os moradores por exemplo. Alterar o tempo para ampliar as discussões em relação a curva exponencial e questioná-los: mas e se você fosse o Marcos, como faria? Assim seguimos para o "Mão na massa".

Para o "Mão na massa" pensamos em questões, simples, que visam a pesquisa no seu entorno. Podem ser discutidas as condições dos bairros onde moram, em relação ao cuidado, limpeza, manutenção, sintomas e casos de dengue, entre outros. Além de inseri-los no campo da pesquisa.

Dependendo da realidade pode ocorrer de um estudante ir de porta em porta perguntando a quantidade de moradores das casas para responder a questão 3 por exemplo. Não é o caso de todos, mas seria ótimo. Este estudante conversaria com

diversas pessoas, situação não tão habitual como anos atrás, pelo menos não diante de minhas observações, e com sua justificativa da pesquisa também mobilizaria os moradores nos casos de dengue.

Para a questão 4, espera-se que o estudante consiga mobilizar sua comunidade na redução significativa da dengue em seu bairro. Embora diversos fatores estejam envolvidos, ao se deparar com essa problemática, o adolescente pode ser levado a novos questionamentos. Além disso, a atividade ressalta a importância da comunicação e da aplicação prática do conhecimento adquirido, demonstrando como o estudo das funções exponenciais pode contribuir para a compreensão e enfrentamento desse desafio.

Diante de todas as questões da atividade 2 cabe a discussão simples, mas muito importante, em relação a quantidade inicial dos moradores da rua. Deverá ser contada novamente ao aplicar as questões 2 e 4 para o bairro? Acreditamos que depende da intenção do professor. Se num primeiro momento é trabalhar o conceito matemático, pode ser importante. Mas nunca, em hipótese alguma, deixar de comentar, se é que os estudantes não questionarão este fato. Resolver pensando no cotidiano. Não contamos novamente, assim a quantidade de habitantes dos moradores da rua precisa ser subtraída da quantidade de moradores do bairro. Portanto, entende-se que o professor deve reformular o enunciado de acordo com sua intenção.

Para a última atividade, os estudantes farão pesquisas dos casos de dengue no site do Ministério da Saúde. Um ponto para discussão já pode ser o dos veículos de comunicação de informações oficiais. Buscarão informações de outras cidades para então visualizar os casos de dengue em Sorocaba. Talvez seja a primeira cidade que procurarão. Enfim, a ideia é entender como fazer a busca. Diante dos dados de casos de dengue nos anos de 2023, 2024 e 2025 a sugestão é colocar em tabelas em um software de planilha eletrônica.

O trabalho com o software de planilha eletrônica acredita-se que não é novidade. Espera-se que os estudantes em algum momento já fizeram uso nas aulas. Caso contrário, este é um ótimo momento para começar.

Cabe a leitura compreensiva dos dados e organizá-los para inserir na tabela.

Que tipo de tabela? Pode ser um questionamento. E o professor precisa deixar claro o que se espera deles. Depois de elaborar a tabela no software de planilha eletrônica o próprio programa cria os gráficos como foi a sugestão na atividade. A novidade talvez seja criar a linha de tendência da exponencial.

De posse da linha de tendência podemos exibir a equação, ou seja, a modelagem que o software de planilha eletrônica realizou para a situação em estudo. Com esta função podemos fazer previsões dos acontecimentos. Ela está baseada no modelo de Malthus explicitado no Capítulo 3. É uma função mais simples sem muitas variáveis. Mas acredita-se ser ideal para iniciar o estudo e promover o ambiente com este tipo de função. Esta função é resolução de uma Equação Diferencial Ordinária. E este estudo se dará na graduação de muitos deles.

O modelo obtido tem várias contradições, ponto importantíssimo para as discussões também. Além de ser uma previsão baseada em poucas variáveis os fatores externos alterarão a qualquer momento. E isso que se espera com o trabalho dos casos da dengue, a relação da situação com a modelagem. E que vivenciem esse tipo de situação.

Inserir os estudantes nesse campo de trabalho é uma possibilidade viável e relevante. A proposta de atividades apresentada é apenas uma sugestão e pode (ou deve) ser ajustada conforme a intencionalidade pedagógica. Ela pode se integrar a um plano de ensino, uma sequência de atividades, um projeto, entre outras abordagens. Além disso, pode estar alinhada a metodologias como a aprendizagem baseada em problemas, projetos ou trabalho em equipe.

O envolvimento da interdisciplinaridade será um grande diferencial para a aprendizagem, permitindo a participação de disciplinas como Biologia, Língua Estrangeira Moderna, Língua Portuguesa, Educação Física, História, Geografia, Sociologia, Química, entre outras. Também há potencial para aplicação dessa proposta nos anos finais do ensino fundamental. Por que não? Fica a sugestão para futuras pesquisas.

Para finalizar, espera-se que a aplicação deste trabalho auxilie o professor na aprendizagem matemática de seus estudantes. Além de colocar elementos para

fazê-los pensar na matemática de uma outra forma. E ter um olhar de que a matemática pode/deve ser uma aliada. Que os estudantes se tornem cada vez mais críticos em relação a sua atuação na sociedade. E coloquem em prática os conceitos estudados - letramento matemático para mudar o local onde vive.

garantir um diálogo constante com as realidades locais – que são diversas no imenso território brasileiro e estão em permanente transformação social, cultural, política, econômica e tecnológica –, como também com os cenários nacional e internacional. Portanto, essas aprendizagens devem assegurar aos estudantes a capacidade de acompanhar e participar dos debates que a cidadania exige, entendendo e questionando os argumentos que apoiam as diferentes posições. (BRASIL, 2018)

Referências

- BASSANEZI, Rodnei C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. 2ª reimpressão São Paulo.** [S.l.]: Contexto, 2010.
- BOYCE W. E. E DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno.** [S.l.]: LTC, 2015.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf.
- _____. **Dengue.** 2025. Disponível em: <https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-de-a-a-z/d/dengue>.
- CRUZ, INSTITUTO OSWALDO. **O mosquito Aedes aegypti faz parte da história e vem se espalhando pelo mundo desde o período das colonizações.** 2025. Disponível em: <https://www.ioc.fiocruz.br/dengue/textos/longatraje.html>.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, v. 31, 2005.
- EDWARDS C. H. E PENNEY, D. E. **Equações Diferenciais Elementares - com problemas de contorno.** [S.l.]: LTC, 1995.
- FRANCO, Odair. **História da febre-amarela no Brasil.** [S.l.]: Ministério da Saúde, Departamento Nacional de Endemias Rurais, 1969.
- GARBI, Gilberto Geraldo. **A rainha das ciências.** [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2010.
- MACHADO, Nílson José. Educação: Seis propostas para o próximo milênio. **Pensam. Real.** 2, v. 4, 2012.
- OLIVEIRA, Ricardo Lourenço de; LOURENÇO, Francisco dos Santos et al. Antonio Gonçalves Peryassú e o estudo dos mosquitos para sanear o Brasil: uma resenha biográfica. 1, Ministério da Saúde. Instituto Evandro Chagas. Secretaria de Vigilância em, 2022.