

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS– UFSCAR
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA– CCET
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO – DC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO – PPGCC

André Ribeiro de Brito

**Aprendizado de Métricas para Filtragem
Não Local e Classificação de Imagens
Tomográficas de Sementes Agrícolas**

André Ribeiro de Brito

**Aprendizado de Métricas para Filtragem
Não Local e Classificação de Imagens
Tomográficas de Sementes Agrícolas**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação do Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciência da Computação.

Área de concentração: Metodologias e Técnicas de Computação

Orientador: Alexandre Luís Magalhães Levada

São Carlos

2026



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação

Folha de Aprovação

Defesa de Tese de Doutorado do candidato André Ribeiro de Brito, realizada em 15/01/2026.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Alexandre Luis Magalhães Levada (UFSCar)

Prof. Dr. Paulo Estevão Cruvinel (EMBRAPA)

Prof. Dr. Cesar Henrique Comin (UFSCar)

Profa. Dra. Agma Juci Machado Traina (USP)

Prof. Dr. Diego Saqui (UFLA)

*Este trabalho é dedicado aos meus amados pais, Isabel Ribeiro da Cruz e Raimundo
Correa de Brito.*

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar à Deus por está sempre presente nessa minha jornada, seja apoiando em momentos difíceis e momentos de descontração, dando força à cada dia para que conseguisse concluir este trabalho.

Ao meus pais, Raimundo C. de Brito e Isabel R. da Cruz, pelo amor, apoio e iniciativa nessa minha caminhada.

Ao meus irmãos, Rafael, Ewerton e Anderson, iniciativa nessa minha caminhada.

Ao Professor Dr. Alexandre Luís Magalhães Levada, pela proposta de tema, orientação, paciência, sabedoria e ensinamento à pesquisa desenvolvida ao longe desses anos.

Aos Professores do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da UFS-Car, com os quais tive a oportunidade de aprender e adquirir conhecimento.

Ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de São Carlos e à Embrapa Instrumentação pelo apoio e suporte no desenvolvimento deste trabalho, em especial ao Pesquisador Dr. Paulo Estevão Cruvinel pelas imagens concedidas.

Aos meus irmãos da República MataBurro de Ouro Preto-MG, por sempre compartilharem momentos de alegria e descontração.

À CAPES pelo auxílio e apoio durante parte do curso.

Enfim, a todos que auxiliaram indiretamente no desenvolvimento deste trabalho.

“Somos essencialmente profissionais do sentido. Educamos, quando ensinamos com sentido. Educar é impregnar de sentido a vida. A profissão docente está centrada na vida, no bem querer.”
(Prof. Gilberto Teixeira)

Resumo

A remoção de ruído em imagens constitui um problema recorrente em diversas aplicações, desde o pré-processamento em visão computacional até o diagnóstico assistido por imagem. Este trabalho propõe e avalia uma abordagem aprimorada de filtragem baseada em *Non-Local Means* (NLM), denominada *Dual Non-Local Means* (*Dual NLM*), que incorpora medidas de divergência da teoria da informação para quantificar similaridades entre regiões da imagem. Foram investigadas as divergências de Kullback-Leibler, Bhattacharyya, Hellinger e Cauchy-Schwarz, com o objetivo de preservar bordas e detalhes, afim reduzir de forma mais eficaz o ruído Gaussiano. Os experimentos foram conduzidos em 18 imagens tomográficas de sementes agrícolas, referentes as culturas agrícolas (girassol, grão-de-bico, trigo, mix de sementes, pinhão-manso e soja), com ruído Gaussiano aditivo de variância $\sigma_n = 10$. A avaliação quantitativa por *Peak Signal-to-Noise Ratio* (PSNR) mostrou que as variantes do *Dual NLM* baseadas em Cauchy-Schwarz e Kullback-Leibler superam, em média, o NLM tradicional e filtros clássicos (Wiener, Difusão Anisotrópica e Total Variation). Na etapa subsequente, investigamos a utilidade das imagens restauradas para análise de padrões: extraímos descritores locais (*patches*) e comparamos duas estratégias de redução de dimensionalidade, SEI-ISOMAP (com distâncias estocásticas de difusão) e PCA. Os *embeddings* foram avaliados por *trustworthiness*, correlação de Pearson entre distâncias, e índice de silhueta, e utilizados como entrada para classificadores supervisionados (KNN, SVM-RBF e Random Forest), medidos por acurácia e F_1 -score via validação cruzada estratificada. Os resultados indicam que o SEI-ISOMAP oferece melhor preservação estrutural e separabilidade que o PCA, e que a combinação *Dual NLM* + SEI-ISOMAP + *Random Forest* alcança o melhor desempenho médio de classificação. Em conjunto, as evidências reforçam o potencial de medidas informacionais aliadas à redução de dimensionalidade baseada em difusão para restauração e análise discriminativa de imagens tomográficas sob ruído Gaussiano.

Palavras-chave: Filtragem, Dual Non-Local Means, Teoria da Informação, Classificador.

Abstract

Image denoising is a recurrent problem across a wide range of applications, from pre-processing in computer vision to computer-aided diagnosis. This work proposes and evaluates an enhanced *Non-Local Means* (NLM)-based filtering approach, termed *Dual Non-Local Means* (Dual NLM), which incorporates information-theoretic divergence measures to quantify similarities between image regions. We investigated the Kullback–Leibler, Bhattacharyya, Hellinger, and Cauchy–Schwarz divergences with the objective of preserving edges and fine details while more effectively reducing Gaussian noise. Experiments were conducted on 18 tomographic images from different agricultural crops (sunflower, chickpea, wheat, seed mix, jatropha, and soybean), corrupted with additive Gaussian noise of variance $\sigma_n = 10$. Quantitative evaluation using the *Peak Signal-to-Noise Ratio* (PSNR) demonstrated that the Dual NLM variants based on Cauchy–Schwarz and Kullback–Leibler divergences outperform, on average, the standard NLM and classical filters (Wiener, Anisotropic Diffusion, and Total Variation). In a subsequent stage, we investigated the usefulness of the restored images for pattern analysis. Local descriptors (*patches*) were extracted, and two dimensionality-reduction strategies were compared: SEI-ISOMAP (with stochastic diffusion distances) and PCA. The resulting *embeddings* were evaluated using *trustworthiness*, Pearson correlation between pairwise distances, and silhouette index, and subsequently used as input to supervised classifiers (KNN, SVM with RBF kernel, and Random Forest), whose performance was assessed in terms of accuracy and macro- F_1 under stratified cross-validation. The results indicate that SEI-ISOMAP provides better structural preservation and class separability than PCA, and that the combination Dual NLM + SEI-ISOMAP + Random Forest achieves the best average classification performance. Overall, the findings highlight the potential of combining information-theoretic similarity measures with diffusion-based dimensionality reduction for restoration and discriminative analysis of tomographic images corrupted by Gaussian noise.

Keywords: Filtering, Dual Non-Local Means, Information Theory, Classification.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Processo realizado pelo filtro <i>Non-Local Means</i> empregando o conceito de medida de similaridade entre <i>patches</i> da imagem usando o cálculo da média ponderada.	42
Figura 2 – Resultado da imagem original (2(a)). Imagens filtradas: filtro NLM (2(b)), filtro <i>Dual NLM</i> de Cauchy-Schwarz (2(c)), filtro BM3D (2(d)), filtro Bilateral (2(e)), filtro Wiener (2(f)), filtro Wavelet (2(g)), filtro Difusão Anisotrópica (2(h)) e filtro Total Variation (2(i)).	73
Figura 3 – Resultado da imagem original (3(a)). Imagens filtradas: filtro NLM (3(b)), filtro <i>Dual NLM</i> de Cauchy-Schwarz (3(c)), filtro BM3D (3(d)), filtro Bilateral (3(e)), filtro Wiener (3(f)), filtro Wavelet (3(g)), filtro Difusão Anisotrópica (3(h)) e filtro Total Variation (3(i)).	74
Figura 4 – Resultado da imagem original (4(a)). Imagens filtradas: filtro NLM (4(b)), filtro <i>Dual NLM</i> de Cauchy-Schwarz (4(c)), filtro BM3D (4(d)), filtro Bilateral (4(e)), filtro Wiener (4(f)), filtro Wavelet (4(g)), filtro Difusão Anisotrópica (4(h)) e filtro Total Variation (4(i)).	75
Figura 5 – Resultado da imagem original (5(a)). Imagens filtradas: filtro NLM (5(b)), filtro <i>Dual NLM</i> de Cauchy-Schwarz (5(c)), filtro BM3D (5(d)), filtro Bilateral (5(e)), filtro Wiener (5(f)), filtro Wavelet (5(g)), filtro Difusão Anisotrópica (5(h)) e filtro Total Variation (5(i)).	76
Figura 6 – Resultado da imagem original (6(a)). Imagens filtradas: filtro NLM (6(b)), filtro <i>Dual NLM</i> de Cauchy-Schwarz (6(c)), filtro BM3D (6(d)), filtro Bilateral (6(e)), filtro Wiener (6(f)), filtro Wavelet (6(g)), filtro Difusão Anisotrópica (6(h)) e filtro Total Variation (6(i)).	77
Figura 7 – Resultado da imagem original (7(a)). Imagens filtradas: filtro NLM (7(b)), filtro <i>Dual NLM</i> de Cauchy-Schwarz (7(c)), filtro BM3D (7(d)), filtro Bilateral (7(e)), filtro Wiener (7(f)), filtro Wavelet (7(g)), filtro Difusão Anisotrópica (7(h)) e filtro Total Variation (7(i)).	78

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros para aquisição das imagens tomográficas das sementes agrícolas (BRITO, 2020).	40
Tabela 2 – PSNR's obtidos após filtragem com o filtro NLM paramétrico (Kullback-Leibler, Bhatthacharyya, Hellinger e Cauchy-Schwarz) para imagens corrompidas por ruído Gaussiano com $\sigma = 10$	61
Tabela 3 – PSNR obtidos após filtragem com o filtro NLM padrão e NLM paramétrico Kullback-Leibler para imagens corrompidas por ruído Gaussiano com $\sigma = 10$	64
Tabela 4 – PSNR obtidos após filtragem com o filtro NLM padrão e NLM paramétrico Bhattacharrya para imagens corrompidas por ruído Gaussiano com $\sigma = 10$	66
Tabela 5 – PSNR obtidos após filtragem com o filtro NLM padrão e NLM paramétrico Cauchy-Schwarz para imagens corrompidas por ruído Gaussiano com $\sigma = 10$	68
Tabela 6 – PSNR obtidos após filtragem com o filtro NLM padrão e NLM paramétrico Hellinger para imagens corrompidas por ruído Gaussiano com $\sigma = 10$	70
Tabela 7 – PSNR's obtidos após filtragem com os filtro BM3D, Bilateral, Wiener, Wavelet, Difusão Anisotrópica e Total Variation para imagens corrompidas por ruído Gaussiano com $\sigma = 10$	72
Tabela 8 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Girassol 1.	80
Tabela 9 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Girassol 2.	80
Tabela 10 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Girassol 3.	81

Tabela 11 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Grão de Bico 1.	81
Tabela 12 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Grão de Bico 2.	81
Tabela 13 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Grão de Bico 3.	81
Tabela 14 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Grão de Trigo 1.	81
Tabela 15 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Grão de Trigo 2.	81
Tabela 16 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Grão de Trigo 3.	82
Tabela 17 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Mix de Sementes 1.	82
Tabela 18 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Mix de Sementes 2.	82
Tabela 19 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Mix de Sementes 3.	82
Tabela 20 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Pinhão Manso 1.	82
Tabela 21 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Pinhão Manso 2.	82
Tabela 22 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Pinhão Manso 3.	83
Tabela 23 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Soja 1.	83
Tabela 24 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Soja 2.	83
Tabela 25 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Soja 3.	83
Tabela 26 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Girassol 1.	84
Tabela 27 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Girassol 2.	85
Tabela 28 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Girassol 3.	85
Tabela 29 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Grão de Bico 1.	85

Tabela 30 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Grão de Bico 2.	85
Tabela 31 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Grão de Bico 3.	86
Tabela 32 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Grão de Trigo 1.	86
Tabela 33 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Grão de Trigo 2.	86
Tabela 34 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Grão de Trigo 3.	86
Tabela 35 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Mix de Sementes 1.	87
Tabela 36 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Mix de Sementes 2.	87
Tabela 37 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Mix de Sementes 3.	87
Tabela 38 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Pinhão de Manso 1.	87
Tabela 39 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Pinhão Manso 2.	88
Tabela 40 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Pinhão Manso 3.	88
Tabela 41 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Soja 1.	88
Tabela 42 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Soja 2.	88
Tabela 43 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Soja 3.	89

Lista de siglas

AWGN - Additive White Gaussian Noise

CS - Cauchy-Schwarz

DA - Difusão Anisotrópica

DNLM - Dual Non-Local Means

EDP - Equações Diferenciais Parciais

KL - Kullback-Leibler

KNN - K-Nearest Neighbors

MDS - Multidimensional Scaling

MoG - Mixture of Gaussians

MSE - Mean Squared Error

NLM - Non-local Means

PCA - Principal Component Analysis

PSNR - Peak Signal-to-Noise Ratio

RF - Random Forest

SNR - Signal to Noise Ratio

SSIM - Structural Similarity Index Measure

SVM - Support Vector Machine

Sumário

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	Contextualização	23
1.2	Hipóteses e Objetivos da Pesquisa	25
1.3	Organização do Texto	26
2	TRABALHOS RELACIONADOS	27
2.1	Filtros e estratégias de remoção de ruído	27
2.2	Redução de dimensionalidade e classificação supervisionada	30
3	DISTÂNCIAS DA TEORIA DA INFORMAÇÃO	33
3.1	Divergência de Kullback-Leibler	34
3.2	Divergência de Cauchy-Schwarz	34
3.3	Distância de Bhatthacharyya	35
3.4	Distância de Hellinger	35
3.5	Distância Estocástica de Difusão	36
4	MÉTODO PROPOSTO	39
4.1	Base de Dados	39
4.2	Filtragem de Imagens	40
4.2.1	Wiener	41
4.2.2	<i>Non-Local Means</i>	42
4.2.3	<i>Dual Non-Local Means</i>	43
4.3	Classificação Supervisionada	50
4.3.1	<i>Supervised Entropic ISOMAP</i>	51
5	EXPERIMENTOS E RESULTADOS	59
5.1	Filtragem e Avaliação Quantitativa	59
5.2	Redução de Dimensionalidade e Classificação Supervisionada	80

5.3	Síntese dos Resultados	89
6	CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS	91
	REFERÊNCIAS	95

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contextualização

A presença de ruído em imagens digitais pode comprometer o desempenho de sistemas de reconhecimento e análise, impactando a precisão dos resultados. Diversas técnicas de filtragem têm sido desenvolvidas para mitigar esse problema, entre elas o filtro Wiener, Total Variation, Difusão Anisotrópica e *Non-Local Means*, que se destaca por minimizar o erro quadrático médio (MSE) ao levar em conta as propriedades estatísticas do sinal e do ruído. Entretanto, os métodos tradicionais frequentemente têm dificuldade em manter a integridade dos detalhes sutis e a nitidez das bordas, sobretudo quando o ruído se apresenta de maneira irregular.

No campo do processamento de imagens, o termo “ruído aditivo” refere-se à variação aleatória nos níveis de intensidade que ocorre durante a captura, o armazenamento, o processamento e a transmissão das imagens (AMER; DUBOIS, 2005). Essa instabilidade resulta em flutuações imprevisíveis dos valores de pixels, manifestando-se como pontos esparsos de cores extremas (claros ou escuros) e borramento, o que prejudica a nitidez e a clareza visual da imagem. Tais variações podem ser observadas tanto no domínio espacial quanto no da frequência, comprometendo a capacidade de extração de informações relevantes e impactando a precisão das análises subsequentes.

Os filtros de imagem foram desenvolvidos com o propósito de minimizar os efeitos do ruído e podem ser classificados, de modo geral, em dois grupos: aqueles que operam no domínio espacial e aqueles que atuam no domínio da frequência (JAIN; TYAGI, 2016). Enquanto os métodos no domínio da frequência realizam modificações na transformada de Fourier com o objetivo de atenuar componentes indesejadas associadas ao ruído (YUE et al., 2014), os filtros no domínio espacial operam diretamente sobre a matriz de intensidades

dos pixels, por meio de convoluções com máscaras específicas ou da análise de similaridade entre blocos de pixels (*patches*) (SHAO et al., 2013).

Neste trabalho, são empregados exclusivamente métodos de filtragem no domínio espacial, com ênfase nos filtros Wiener (KUAN et al., 1985), Difusão Anisotrópica (PIETRO, 1990), *Non-Local Means* (NLM) (BUADES; COLL; MOREL, 2005b) e *Dual Non-Local Means* (*Dual NLM*) (BRITO; LEVADA, 2024). O filtro de Wiener fundamenta-se em um modelo estatístico linear, buscando minimizar o erro quadrático médio entre a imagem ruidosa e sua estimativa. A Difusão Anisotrópica, por sua vez, promove uma suavização controlada por gradientes locais, preservando bordas relevantes. Já o método NLM introduz uma estratégia não local, na qual a estimativa de cada pixel é obtida por uma média ponderada de regiões semelhantes ao longo de uma janela de busca.

Embora eficazes, esses métodos apresentam limitações, especialmente na preservação simultânea de detalhes finos e na robustez frente a diferentes padrões de ruído. Nesse contexto, surge o método *Dual NLM*, proposto por Brito e Levada (BRITO; LEVADA, 2024), que amplia o NLM tradicional ao incorporar medidas de similaridade baseadas na teoria da informação. A abordagem é estruturada em duas etapas: inicialmente, estima-se a média e a variância locais via NLM clássico; posteriormente, divergências estatísticas — como Kullback-Leibler, Hellinger, Bhattacharyya e Cauchy-Schwarz — são empregadas para redefinir os pesos da média ponderada. Essa formulação permite uma comparação mais robusta entre *patches*, resultando em um melhor equilíbrio entre suavização e preservação estrutural.

Resultados reportados na literatura indicam que variantes do *Dual NLM* apresentam desempenho superior aos métodos clássicos, especialmente sob ruído gaussiano, quando avaliados por métricas como *Peak Signal-to-Noise Ratio* (PSNR). Em particular, observa-se ganho consistente em relação ao filtro de Wiener na maioria dos cenários analisados, evidenciando a eficácia da incorporação de divergências informacionais.

Entretanto, métricas tradicionais de qualidade de imagem, como PSNR e SSIM, avaliam apenas a similaridade global ou estrutural, não refletindo necessariamente o impacto da filtragem em tarefas subsequentes de reconhecimento de padrões. A remoção de ruído pode alterar características texturais discriminativas essenciais à classificação, tornando necessária uma avaliação complementar baseada em desempenho supervisionado.

Diante disso, esta tese amplia o escopo da análise ao integrar etapas de redução de dimensionalidade e classificação ao fluxo metodológico de filtragem. Foram incorporados os classificadores *Support Vector Machine* (SVM), *K-Nearest Neighbors* (KNN) e *Random Forest* (RF), amplamente consolidados na literatura (COVER; HART, 1967; BOSER; GUYON; VAPNIK, 1992; CORTES; VAPNIK, 1995a), permitindo avaliar a influência direta das técnicas de restauração no processo decisório.

Complementarmente, introduzimos o método *Supervised Entropic ISOMAP* (SE-ISOMAP) como alternativa ao *Principal Component Analysis* (PCA) (TENENBAUM;

SILVA; LANGFORD, 2000; JOLLIFFE, 2002) para redução de dimensionalidade. Enquanto o PCA realiza a projeção linear baseada na maximização da variância global, o SEI-ISOMAP preserva relações de vizinhança não lineares e incorpora informação supervisionada via critérios entrópicos, proporcionando representações mais adequadas a estruturas complexas. A combinação entre filtragem, redução de dimensionalidade e classificação estabelece, portanto, um arcabouço integrado para avaliação abrangente do comportamento dos métodos propostos.

1.2 Hipóteses e Objetivos da Pesquisa

A premissa da combinação entre filtragem adaptativa e aprendizado supervisionado de métricas pode aprimorar significativamente a qualidade e a interpretabilidade das imagens tomográficas de sementes agrícolas. Assim, duas hipóteses são formuladas:

- Hipótese 1: a incorporação de distâncias estocásticas na filtragem não local é capaz de melhorar o desempenho do filtro NLM padrão na atenuação de ruído e na preservação estrutural de imagens tomográficas de sementes agrícolas.
- Hipótese 2: a incorporação de medidas baseadas na teoria da informação no algoritmo SEI-ISOMAP é capaz de melhorar o desempenho da classificação supervisionada de imagens tomográficas de sementes agrícolas.

O objetivo geral busca desenvolver e validar novos métodos para a filtragem e classificação de imagens tomográficas de sementes agrícolas, baseados na incorporação de medidas estocásticas e informacionais, visando aprimorar a qualidade da reconstrução e a precisão da classificação supervisionada.

Em relação aos objetivos específicos, visa avaliar e propor um novo algoritmo de filtragem não local de imagens tomográficas de sementes agrícolas, denominado *Dual NLM*, que incorpora distâncias estocásticas em um processo duplo de ponderação para aprimorar a remoção de ruído gaussiano aditivo. Sendo elas:

- Avaliar e validar o método *Dual NLM* (BRITO; LEVADA, 2024) em imagens tomográficas de sementes agrícolas sob ruído gaussiano aditivo, analisando o impacto de divergências informacionais na ponderação entre *patches*.
- Propor um novo algoritmo de redução de dimensionalidade, denominado SEI-ISOMAP (*Supervised Entropic ISOMAP*), que utiliza medidas baseadas na teoria da informação para aprendizado supervisionado de métricas em classificação de imagens.
- Testar e avaliar os métodos propostos em imagens tomográficas ruidosas de sementes agrícolas, analisando quantitativamente o desempenho dos filtros (via PSNR) e das

técnicas de classificação (acurácia, *F1-score*, a *trustworthiness*, silhueta e coeficiente de correlação).

- Comparar o desempenho dos métodos propostos com suas versões originais (Euclidianas). O filtro NLM padrão e o algoritmo PCA clássico, a fim de verificar os ganhos obtidos com as medidas informacionais e estocásticas.

1.3 Organização do Texto

A organização desta tese é a seguinte: na Seção 2, é apresentada uma revisão da literatura, na qual os principais métodos de filtragem de imagem são discutidos, situando o estudo dentro desse contexto. Em seguida, a Seção 3 expõe as formulações matemáticas utilizadas, detalhando o filtro Wiener e as métricas estocásticas (divergências de Kullback-Leibler, Hellinger, Bhattacharyya e Cauchy-Schwarz) aplicadas ao modelo *Dual Non-Local Means*. A Seção 4 descreve, de forma detalhada, a proposta metodológica, que consiste em variações do *Non-Local Means* empregando cada uma dessas medidas de divergência. A Seção 5 apresenta os métodos de redução de dimensionalidade e os classificadores adotados. A Seção 6 descreve os experimentos realizados e os resultados obtidos, contemplando tanto as métricas quantitativas (PSNR) quanto as análises qualitativas aplicadas às imagens tomográficas de sementes agrícolas. Nessa etapa, são comparados os métodos de redução de dimensionalidade, por meio das métricas *trustworthiness*, coeficiente de correlação de Pearson, silhueta e os classificadores, avaliados com base em *embedding*, acurácia e *F1-score*. Por fim, a tese encerra-se com uma seção de conclusões, que reúne as considerações finais e aponta direções para pesquisas futuras.

Capítulo 2

Trabalhos Relacionados

A ampla produção científica relacionada às técnicas de filtragem e classificação de imagens motivou a elaboração de uma revisão criteriosa, com o objetivo de embasar conceitualmente a proposta deste trabalho. Nesta seção, são discutidas abordagens recentes e relevantes da literatura, com ênfase em métodos baseados nos filtros Wiener, Total Variation, Bilateral, Wavelet e *Non-Local Means* (NLM), bem como em suas extensões, como o Dual NLM, aplicadas à área de processamento de imagens. Além disso, são abordados os métodos de redução de dimensionalidade, com destaque para o ISOMAP e o PCA, e as técnicas de classificação supervisionada, representadas pelos algoritmos *Support Vector Machine* (SVM), *K-Nearest Neighbors* (KNN) e *Random Forest* (RF).

2.1 Filtros e estratégias de remoção de ruído

Em 2020, Petkova e Draganov propuseram a aplicação do filtro de Wiener em imagens digitais corrompidas por ruído gaussiano com variância desconhecida (PETKOVA; DRAGANOV, 2020). A análise concentrou-se em regiões homogêneas das imagens, nas quais a distribuição de intensidades foi considerada o principal fator de variação do ruído. Os autores utilizaram uma versão simplificada do filtro de Wiener e investigaram, de forma sistemática, a influência do tamanho da máscara de filtragem sobre a qualidade do processo de redução de ruído. Os resultados experimentais indicaram que, para $\sigma^2 = 0,001$, o PSNR médio atingiu aproximadamente 30,79 dB com o Wiener convencional e 33,02 dB com a variante adaptativa, representando um ganho de cerca de 2,23 dB. Para $\sigma^2 = 0,01$, o melhor desempenho foi observado com máscara 5×5 , alcançando PSNR de 26,22 dB, enquanto o pior cenário apresentou 24,8 dB. Já para $\sigma^2 = 0,1$, os valores de PSNR situaram-se em torno de 20 dB. Em termos de similaridade estrutural

(SSIM), foram observados valores máximos de aproximadamente 0,735 para níveis médios de ruído, com diferenças entre a implementação original e a adaptativa variando entre 0,005 e 0,05. Esses resultados demonstram que a adaptação da variância do ruído e do tamanho da máscara impacta diretamente a eficiência do filtro de Wiener, embora os ganhos observados sejam dependentes do nível de ruído e relativamente modestos em cenários de maior degradação.

No mesmo ano, Jin e Luan (2020) abordaram os desafios associados à filtragem por Total Variation (TV), propondo uma nova formulação destinada a mitigar o efeito de escada característico desse método (JIN; LUAN, 2020). A proposta consistiu na integração de uma função de ponderação baseada na análise de gradientes e variâncias locais, permitindo uma diferenciação mais eficaz entre regiões homogêneas, bordas e áreas de transição suave. A partir da minimização de uma função de energia modificada, os autores avaliaram o método em imagens sintéticas e naturais corrompidas por ruído gaussiano, comparando-o com o modelo TV clássico. Os resultados experimentais indicaram ganhos consistentes em termos de PSNR e SSIM. Em diferentes níveis de ruído, a abordagem proposta apresentou melhorias médias de aproximadamente 0,5 a 1,2 dB em PSNR em relação ao TV tradicional, além de incrementos no SSIM da ordem de 0,01 a 0,03, evidenciando melhor preservação estrutural. A superioridade do método foi atribuída à capacidade de reduzir o efeito de escada sem comprometer a definição de bordas, aspecto crítico em aplicações de restauração de imagens médicas e científicas.

Em 2021, Ju e colaboradores introduziram o *Median-Modified Wiener Filter* (MMWF), voltado à filtragem de imagens de tomografia computadorizada (CT), com ênfase na otimização do tamanho da máscara de filtragem (JU; KANG; LEE, 2021). A proposta combinou a sensibilidade à variância do filtro de Wiener com a robustez do filtro da mediana, característica particularmente útil na preservação de bordas. Nos experimentos com o *phantom Shepp-Logan* (matriz 512×512), a aplicação do MMWF com máscara 7×7 resultou em RMSE de 0,018, PSNR de 82,87 dB, coeficiente de correlação (CC) de 0,997 e UQI de 0,996, superando configurações com máscaras menores, como 3×3 , que apresentaram RMSE de 0,0262, PSNR de 79,76 dB, CC de 0,993 e UQI de 0,992. No estudo com o phantom MASH (imagem axial), a máscara 5×5 produziu RMSE de 0,029, PSNR de 78,85 dB, CC de 0,975 e UQI de 0,975, enquanto máscaras maiores, como 9×9 , reduziram o desempenho para RMSE de 0,036, PSNR de 77,12 dB, CC de 0,963 e UQI de 0,961. Além disso, na validação experimental com o phantom ATOM, observou-se melhoria dos indicadores de ruído com reduções no COV e aumentos no SNR e CNR por fatores de aproximadamente 2,01, 1,02 e 1,60, respectivamente, em comparação à imagem original sem filtragem. Esses resultados demonstram que o desempenho superior do MMWF foi avaliado quantitativamente com base em métricas consolidadas (PSNR, RMSE, CC e UQI), sendo considerado mais eficiente quando apresentou menor erro (RMSE), maior razão sinal-ruído (PSNR) e maior similaridade estrutural (CC e UQI).

em relação às imagens de referência.

No mesmo período, Salehi e Vahidi (2021) apresentaram uma abordagem híbrida de filtragem baseada em três etapas, combinando os filtros Wiener, Bilateral e Wavelet (SALEHI; VAHIDI, 2021). O processo iniciou-se com a segmentação da imagem por meio do coeficiente de variação e do algoritmo fuzzy k-means, seguida da aplicação seletiva dos filtros em regiões específicas: Bilateral em áreas homogêneas e Wiener/Wavelet em regiões de bordas e detalhes. Por fim, foi empregada uma lógica fuzzy para a avaliação da imagem reconstruída. Os resultados mostraram que a técnica proposta superou métodos tradicionais em termos de preservação de detalhes e qualidade perceptual.

Em 2022, Kundu e colaboradores incorporaram um algoritmo genético ao estágio de pré-processamento do NLM, no qual cada *patch* de 7×7 pixels é codificado como um cromossomo e submetido à seleção por roleta e crossover de ponto único, a fim de identificar a combinação ideal de vizinhos que maximize a similaridade estrutural (KUNDU; CHAKRABARTI; LENKA, 2022). Ao omitir o operador de mutação, manteve-se a fidelidade ao pixel central, resultando em ganhos de até 4 dB em PSNR e aumentos significativos no coeficiente de correlação em relação ao NLM clássico e suas variantes (PNDNLM, PNLNLM). Esses resultados foram obtidos em experimentos com imagens naturais e radiográficas, considerando janelas de vizinhança de 21×21 e parâmetro $h = 10\sigma$.

Por sua vez, Zhang (2022) apresentou o método *Two-Step Non-Local Means* (TSNLM), uma extensão do NLM que incorpora uma etapa inicial de filtragem local por Wiener aplicada ao resíduo de ruído gerado por um NLM com peso central nulo (ZHANG, 2022). As características extraídas nessa etapa preliminar são então utilizadas para reajustar os pesos de similaridade entre *patches* na etapa subsequente. Nos experimentos conduzidos com imagens padrão da literatura (como *Lena*, *Barbara* e *Cameraman*), corrompidas por ruído gaussiano com diferentes níveis de desvio-padrão, o TSNLM apresentou ganhos médios de aproximadamente 0,3 dB a 0,8 dB em PSNR em relação ao NLM clássico, além de melhorias consistentes no índice SSIM. Em cenários com $\sigma = 25$, por exemplo, os autores reportaram aumento de PSNR superior a 0,5 dB quando comparado ao NLM tradicional, evidenciando maior preservação estrutural em regiões texturizadas e em bordas complexas. Esses resultados indicam que a estratégia em duas etapas contribui para um melhor equilíbrio entre suavização do ruído e preservação de detalhes finos.

No contexto de filtros NLM expandidos, Brito e Levada (2024) propuseram o método *Dual Non-Local Means* (Dual NLM), que introduz uma etapa adicional baseada em medidas de similaridade oriundas da teoria da informação, tais como as divergências de Kullback–Leibler, Bhattacharyya, Hellinger e Cauchy–Schwarz (BRITO; LEVADA, 2024). Inicialmente, a média e a variância dos *patches* são estimadas a partir da versão Euclidiana do NLM, em seguida, esses parâmetros são utilizados para o cálculo dos pesos baseados nas divergências mencionadas. Em experimentos conduzidos com sete imagens degradadas por ruído gaussiano aditivo ($\sigma = 10$), as variantes baseadas nas di-

vergências de Cauchy–Schwarz e Kullback–Leibler apresentaram ganhos médios de até aproximadamente 0,5–1,2 dB em PSNR em relação ao NLM tradicional, além de superarem filtros clássicos como Wiener, Wavelet, Difusão Anisotrópica e Total Variation. Em comparação ao BM3D, método amplamente considerado estado da arte, o Dual NLM apresentou desempenho competitivo, destacando-se principalmente na preservação estrutural das bordas. Esses resultados indicam que a incorporação de medidas informacionais pode melhorar a definição dos pesos de similaridade, promovendo melhor equilíbrio entre suavização e preservação de detalhes.

Embora os avanços nas técnicas de filtragem espacial tenham proporcionado melhorias significativas na restauração e na análise de imagens tomográficas, observa-se que a avaliação da qualidade visual nem sempre reflete a capacidade discriminativa dos dados resultantes. Nesse contexto, a etapa de filtragem passou a ser integrada a métodos de redução de dimensionalidade e classificação supervisionada, de modo a explorar como a preservação estrutural influencia o desempenho em tarefas de reconhecimento de padrões.

2.2 Redução de dimensionalidade e classificação supervisionada

Em 2021, Anowar e colaboradores publicaram uma revisão conceitual e empírica sobre técnicas de redução de dimensionalidade, comparando métodos lineares e não lineares, como PCA, Kernel PCA, ISOMAP, LLE, Laplacian Eigenmaps e t-SNE (ANOWAR; SADAUI; SELIM, 2021). O estudo analisou a eficiência de cada método em diferentes bases de dados de alta dimensionalidade, considerando aspectos de complexidade computacional, preservação de estrutura local e global e impacto no desempenho de classificadores supervisionados, como o SVM. Os resultados indicaram que métodos não lineares baseados em *manifolds*, especialmente o ISOMAP, proporcionam representações mais expressivas para dados com estruturas complexas, enquanto o PCA mantém bom desempenho em cenários de variabilidade linear. Essa revisão oferece embasamento teórico importante para o uso combinado de redução de dimensionalidade e classificação supervisionada, princípios que sustentam a presente tese.

Em 2023, Daniel e colaboradores apresentaram um trabalho voltado à geração sintética de imagens PET amiloides por meio de técnicas de aprendizado de *manifolds*, com foco na representação e interpolação de dados em espaços de baixa dimensionalidade (DANIEL; CHINCARINI; MECO, 2023). O autor empregou os métodos ISOMAP e PCA para projetar imagens tomográficas em subespaços de menor dimensão, preservando as relações geométricas não lineares entre amostras. Essa redução dimensional possibilitou a reconstrução de imagens sintéticas de pacientes com Alzheimer, a partir da interpolação radial das representações obtidas. Os resultados demonstraram que o ISOMAP foi mais eficiente que o PCA na preservação da estrutura intrínseca das imagens e na separação

entre classes clínicas, evidenciando o potencial das abordagens baseadas em *manifolds* não lineares para análise e síntese de imagens tomográficas.

Em 2024, Rahman e colaboradores propuseram o método PR-ISOMAP (*Density-Based Manifold Learning*), aplicado à análise randômica de imagens PET/CT em estudos de medicina de precisão (YOUSEFI et al., 2024). O trabalho avaliou o desempenho dos métodos PR-ISOMAP, PCA e PHATE na extração de características de alta dimensionalidade, utilizando classificadores supervisionados como *Support Vector Machine* (SVM) para prever perfis clínicos de pacientes oncológicos. Os experimentos incluíram validação cruzada e análise quantitativa de separabilidade das classes no espaço reduzido, demonstrando que o PR-ISOMAP apresentou maior fidelidade estrutural e robustez à densidade de amostras quando comparado ao PCA. Esses resultados reforçam a importância da combinação entre redução de dimensionalidade não linear e classificação supervisionada em contextos de imagens tomográficas multimodais.

Capítulo 3

Distâncias da Teoria da informação

No contexto da literatura, as métricas provenientes da teoria da informação têm sido aplicadas em diversos estudos, apresentando resultados promissores nas áreas de matemática e estatística, especialmente na quantificação do grau de similaridade entre variáveis aleatórias. Entre as diversas métricas disponíveis, este trabalho adota e analisa a divergência de Kullback–Leibler, a distância de Bhattacharyya, a distância de Hellinger e a divergência de Cauchy–Schwarz, incorporando-as exclusivamente ao cálculo do método *Dual Non-Local Means* (Dual NLM) para aprimorar a ponderação não local na filtragem de imagens tomográficas de sementes agrícolas.

De forma complementar, mas conceitualmente distinta da etapa de filtragem, a fase de redução de dimensionalidade emprega o método *Supervised Entropic ISOMAP* (SEI-ISOMAP), uma extensão supervisionada do ISOMAP clássico. O SEI-ISOMAP constrói um grafo supervisionado de vizinhança, no qual amostras pertencentes à mesma classe recebem bonificações e aquelas de classes distintas recebem penalizações, moduladas por parâmetros de aprendizado supervisionado. A partir desse grafo, o método estima afinidades entrópicas que descrevem a conectividade entre os pontos e, por meio de um processo de caminhada aleatória, converte essas afinidades em distâncias estocásticas.

Essas distâncias, derivadas de modelos probabilísticos de transição entre amostras, permitem capturar tanto relações locais quanto globais de conectividade no conjunto de dados, fornecendo uma representação mais fiel da estrutura intrínseca das amostras em espaços de alta dimensionalidade. A definição formal e o cálculo dessas distâncias são detalhados na Subseção abaixo, que aborda as distâncias estocásticas empregadas neste trabalho como complemento às métricas informacionais descritas anteriormente.

3.1 Divergência de Kullback-Leibler

A primeira métrica utilizada neste trabalho é a divergência Kullback-Leibler (KL). A divergência KL, também conhecida como Entropia Relativa, foi proposta originalmente no artigo "On Information and Sufficiency", no ano de 1951, pelos autores Kullback e Leibler (KULLBACK; LEIBLER, 1951). Neste contexto, o método KL busca calcular a divergência entre duas distribuições de probabilidade (ou frequências relativas). Assim, podemos representar a equação matemática da divergência KL pela seguinte expressão:

$$D_{KL}(p, q) = \int d_{\mu_1}(x) \log \frac{p(x)}{q(x)} = \int p(x) \log \frac{p(x)}{q(x)} d\lambda(x) \quad (1)$$

onde, os parâmetros p e q denotam a distribuição discreta de probabilidades de uma variável aleatória X com parâmetro λ determinado a partir da amostra x .

Dado o contexto Gaussiano univariado, pode-se computar a divergência KL como:

$$D_{KL}^{sym}(p, q) = \frac{1}{2} [D_{KL}(p, q) + D_{KL}(q, p)] = \frac{1}{4} \left[\frac{\sigma_1^2 (\mu_1 - \mu_2)^2}{\sigma_2^2} + \frac{\sigma_2^2 (\mu_1 - \mu_2)^2}{\sigma_1^2} - 2 \right] \quad (2)$$

Assim, a equação 2 é resumida como:

$$D_{KL}^{sym}(p, q) = \frac{1}{4\sigma_1^2\sigma_2^2} \left[(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2 + (\mu_1^2 - \mu_2^2)^2 (\sigma_1^2 - \sigma_2^2) \right] \quad (3)$$

onde os parâmetros σ e μ , representam as variâncias e médias não locais das distribuições.

3.2 Divergência de Cauchy-Schwarz

A segunda métrica utilizada neste trabalho é a divergência de Cauchy-Schwarz. Baseada na teoria das probabilidades e da matemática, as métricas presentes na teoria da informação mais comumente aplicadas na literatura são a divergência de Kullback-Leibler e, mais geralmente, a divergência de Rényi (MAHLER, 1998; JENSSEN et al., 2005; JENSSEN et al., 2006; HOANG et al., 2015). Porém, a divergência de Kullback-Leibler e a divergência de Rényi, impossibilitam cálculos rápidos e eficientes em aplicações envolvem a classificação de objetos no reconhecimento estático. Nesse contexto, surge a divergência de Cauchy-Schwarz, uma expressão analítica de forma fechada para mistura Gaussiana (MoG), que possibilita cálculos rápidos e eficientes em aplicações na área de visão computacional e classificação de objetos.

A divergência de Cauchy-Schwarz para duas densidades de vetores aleatórios $p(x)$ e $q(x)$ é definida como:

$$D_{CS}(p, q) = -\log \left(\frac{\int p(x)q(x)dx}{\sqrt{\int p(x)^2 dx \int q(x)^2 dx}} \right) \quad (4)$$

$$= \frac{1}{2} \log \left(\int p(x)^2 dx \right) + \left(\int q(x)^2 dx \right) - \log \left(\int p(x)q(x) dx \right)$$

onde, os parâmetros p e q representam duas medidas simétricas referentes às distribuições de probabilidades, tal que $0 \leq D_{CS} < \infty$, em que, o resultado do valor mínimo é obtido se e somente se $p(x) = q(x)$.

Pode-se mostrar que no caso Gaussiano univariado, a divergência de Cauchy-Schwarz pode ser computada por (SPUREK; PAŁKA, 2016):

$$D_{CS}(p, q) = \frac{1}{2} \log \left(\frac{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2}{4\sigma_1^2\sigma_2^2} \right) + \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (5)$$

onde, os parâmetros σ e μ , representam as variâncias e médias não locais das distribuições, respectivamente.

3.3 Distância de Bhatthacharyya

A terceira métrica utilizada neste trabalho é a distância de Bhattacharyya. Baseada no processo das distâncias estocásticas, a distância de Bhattacharyya foi proposta originalmente no artigo "The Divergence and Bhattacharry Distace Measures in Signal Selection", em 1967, por Thomas Kailath (KAILATH, 1967). Nesse contexto, o método define uma distância normalizada entre dois coeficientes:

$$D_{BC}(p, q) = -\ln \left(\sum_{x=1}^n \sqrt{p(x), q(x)} \right) \quad (6)$$

onde, os parâmetros p e q representam as distribuições das probabilidades normalizadas e N o número de compartimentos da distribuição. Além disso, a distância de Bhattacharyya deve estar limitada entre $0 \leq D_{BC}(p, q) \leq \infty$.

Além disso, no caso Gaussiano univariado, a distância de Bhattacharyya pode ser computada por:

$$BC_{Bhat}(p, q) = -\ln BC(p, q) \quad (7)$$

onde $BC(p, q)$ é o coeficiente de Bhattacharyya, no caso Gaussiano dado por:

$$BC(p, q) = \sqrt{\frac{2\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{4} \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right\} \quad (8)$$

onde, os parâmetros σ e μ , denotam as variâncias e médias não locais das distribuições, respectivamente.

3.4 Distância de Hellinger

A quarta métrica a ser aplicada neste trabalho é a distância de Hellinger. Originada no ano de 1907, pelo matemático alemão Ernst David Hellinger, a distância de Hellinger apresenta uma modelagem matemática diferente da integral de Riemann para medir a distância entre distribuições de probabilidades discretas. Além de sua aplicação para

o cálculo de distância, o método de Hellinger está classificado para cálculos envolvendo métrica e divergência (DIACONIS; ZABELL, 1982). Deste modo, a distância de Hellinger é definida como:

$$D_H(p, q) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sum_{x \in \Omega} \left(\sqrt{p(x)} - \sqrt{q(x)} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

onde, os parâmetros p e q representam as distribuições de probabilidades de um espaço contável Ω . Nesse caso, a distância de Hellinger é restrita por $0 \leq D_H(p, q) \leq 1$. Assim, quando o resultado da distância de Hellinger corresponder ao valor 0, significa que houve nenhuma divergência, caso contrário, se corresponder ao valor 1, às distribuições de probabilidade não compartilham suporte comum.

Um outro fator importante, no caso Gaussiano univariado, a distância de Hellinger pode ser computada por:

$$D_{Hel}(p, q) = 1 - BC(p, q) \quad (10)$$

onde a função $BC(p, q)$ denota o coeficiente da distância de Bhattacharyya, dada pela equação 8.

3.5 Distância Estocástica de Difusão

A quinta e última métrica considerada neste trabalho é a distância estocástica de difusão. Diferentemente das métricas determinísticas baseadas em medidas pontuais de similaridade, essa abordagem fundamenta-se em princípios probabilísticos de difusão, nos quais a relação entre amostras é modelada como um processo de transição em um grafo. O conceito foi introduzido em 2006 pelos matemáticos Ronald R. Coifman e Stéphane Lafon, o método denominado *Diffusion Maps*, que define uma métrica global capaz de capturar tanto a conectividade local quanto a estrutura geométrica global dos dados por meio de processos de caminhada aleatória em grafos de afinidade (COIFMAN; LAFON, 2006).

A formulação matemática dessa métrica baseia-se na representação dos dados como um grafo de afinidade, no qual cada amostra corresponde a um nó e as conexões ponderadas refletem o grau de similaridade entre pares de amostras. A normalização dessas afinidades resulta em uma matriz de transição estocástica P , cuja entrada P_{ij} representa a probabilidade de uma partícula inicialmente posicionado no nó i transitar para o nó j em um único passo de uma caminhada aleatória. Esse processo é formalmente definido por:

$$P = D^{-1}A, \quad D = \text{diag}\left(\sum_j A_{ij}\right), \quad (11)$$

em que A_{ij} denota a afinidade entre os nós i e j , e D é a matriz diagonal dos graus dos nós. Cada linha de P é normalizada de modo que $\sum_j P_{ij} = 1$.

Para um número finito de passos $t \in \mathbb{N}$, a propagação das probabilidades é obtida pela potência da matriz P , denotada por $P^{(t)} = P^t$. A distância estocástica de difusão entre dois nós i e j é então definida como a distância Euclidiana entre as distribuições de probabilidade associadas às respectivas linhas de $P^{(t)}$:

$$D_{ij}^{(\text{diff})} = \left\| \mathbf{p}_i^{(t)} - \mathbf{p}_j^{(t)} \right\|_2, \quad (12)$$

onde $\mathbf{p}_i^{(t)}$ é a i -ésima linha de $P^{(t)}$, correspondente à distribuição de transição a partir do nó i após t iterações da difusão.

Dessa forma, a distância estocástica incorpora tanto relações locais quanto globais entre as amostras, uma vez que considera todas as possíveis trajetórias de transição no grafo, ponderadas por suas probabilidades. Essa formulação probabilística permite capturar, de maneira robusta, a estrutura intrínseca dos dados e constitui a base teórica dos métodos de aprendizado de *manifolds* empregados nesta tese.

Capítulo 4

Método Proposto

Na presente seção, realiza-se a introdução e a análise comparativa dos métodos de filtragem convencionais em relação à abordagem proposta por Brito e Levada, descrevendo-se de forma detalhada cada formulação matemática aplicada ao processamento de imagens tomográficas de sementes agrícolas. Do ponto de vista conceitual, o método *Non-Local Means* (NLM) tem como finalidade a atenuação de ruído aditivo, tipicamente modelado como gaussiano, por meio da substituição da média ponderada tradicional por uma média não local. Essa estratégia fundamenta-se na avaliação da similaridade entre *patches* da imagem, o que permite preservar bordas e detalhes estruturais de forma mais eficaz do que técnicas de suavização convencionais. De modo complementar, apresentamos o método *Supervised Entropic ISOMAP* (SEI-ISOMAP) para redução de dimensionalidade: uma extensão supervisionada do ISOMAP que incorpora bonificações/penalizações no grafo de vizinhança e usa ponderação entrópica para construir distâncias estocásticas de difusão, produzindo *embeddings* de baixa dimensão mais discriminativos. Sobre esses *embeddings* e para comparação, também sobre representações lineares obtidas via PCA, aplicamos classificadores supervisionados (SVM, KNN e RF) com o objetivo de avaliar o impacto da filtragem e da redução de dimensionalidade na separabilidade entre classes e no desempenho preditivo.

4.1 Base de Dados

O conjunto de dados utilizado nesta tese é proveniente do dataset desenvolvido no trabalho de mestrado de Brito (BRITO, 2020), o qual contém mais de mil imagens tomográficas de sementes agrícolas adquiridas sob protocolo experimental padronizado.

Devido ao elevado custo computacional associado às etapas de filtragem em alta re-

solução e aos métodos de redução de dimensionalidade baseados em grafos e distâncias difusivas empregados neste trabalho, foi selecionado um subconjunto composto por 18 imagens tomográficas, distribuídas de forma balanceada entre seis classes: girassol, grão-de-bico, trigo, mix de sementes, pinhão-manso e soja (três fatias por classe).

Cada imagem corresponde a uma fatia tomográfica em escala de cinza de 8 bits, armazenada no formato `.bmp`, com resolução espacial de 4000×4000 pixels. Os principais parâmetros de aquisição encontram-se sumarizados na Tabela 1, assegurando reprodutibilidade experimental e comparabilidade entre amostras.

Tabela 1 – Parâmetros para aquisição das imagens tomográficas das sementes agrícolas (BRITO, 2020).

CCD	10Mp
Tamanho <i>pixel</i>	$8,54\mu\text{m}$
Alimentação do raio-X	100kV
Corrente	$100\mu\text{A}$
Tipo do arquivo	<code>.bmp</code>
Largura da fatia tomográfica	4000 pixels
Altura da fatia tomográfica	4000 pixels

Embora o número de imagens completas analisadas nesta tese seja reduzido, cada fatia foi particionada em múltiplos *patches*, a partir dos quais foram extraídos vetores de características locais. Assim, a unidade estatística considerada nos experimentos supervisionados não é a imagem integral, mas sim os vetores derivados localmente, resultando em milhares de instâncias para treinamento e teste. A avaliação foi conduzida por validação cruzada estratificada, reportando-se métricas médias e desvio-padrão ao longo das dobras. Desse modo, os resultados devem ser interpretados como evidências comparativas entre métodos no subconjunto analisado, não como generalização definitiva para todo o domínio tomográfico.

4.2 Filtragem de Imagens

Para compreender adequadamente a aplicação desses filtros, é necessário estabelecer um modelo matemático que descreva o processo de degradação da imagem na presença de ruído. Adotando a hipótese de ruído gaussiano aditivo, independente do conteúdo do sinal e estatisticamente não correlacionado, a degradação pode ser formalmente representada pelo seguinte modelo:

$$y_i = x_i + n_i \quad (13)$$

onde y_i corresponde ao valor do pixel observado, x_i representa o pixel livre de ruído e n_i denota o componente de ruído gaussiano aditivo. Assume-se, na formulação clássica,

que $n_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ e $x_i \sim \mathcal{N}(\mu_0, \sigma_0^2)$. Ressalte-se ainda que o ruído é considerado não correlacionado, ou seja, $E[n_i n_j] = \sigma_0^2 \delta_{i,j}$, sendo $\delta_{i,j} = 1$ para $i = j$ e $\delta_{i,j} = 0$ para $i \neq j$. Nesse contexto, o problema fundamental consiste em estimar x_i a partir da observação y_i , considerando-se p_i como o i -ésimo *patch* da imagem.

4.2.1 Wiener

O filtro de Wiener, proposto por Norbert Wiener na década de 1940, representa um dos marcos fundamentais da teoria moderna de processamento de sinais e estimativa estatística. Trata-se de um estimador linear ótimo, formulado com o objetivo de minimizar o erro quadrático médio (Mean Squared Error – MSE) entre o sinal original e sua estimativa reconstruída, sob a hipótese de estacionariedade dos espectros do sinal e do ruído aditivo (WIENER, 1964). Ao estabelecer uma solução fechada para o problema da filtragem na presença de ruído, o filtro de Wiener tornou-se uma referência clássica tanto em aplicações de telecomunicações quanto em processamento de imagens digitais.

No domínio da frequência, sua formulação matemática pode ser expressa da seguinte forma:

$$\hat{F}(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \frac{S_n(u, v)}{S_f(u, v)}} G(u, v) \quad (14)$$

onde $\hat{F}(u, v)$ denota o espectro estimado da imagem livre de ruído e $G(u, v)$ o espectro da imagem observada. Nesse contexto:

- $H(u, v)$ representa a função de transferência do sistema de degradação, a qual modela efeitos como o desfoque introduzido pela óptica ou pelo processo de digitalização. Em um cenário linear e invariante no tempo, a relação é dada por $G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$, onde F é o espectro da imagem original e N corresponde ao espectro do ruído;
- $H^*(u, v)$ é o conjugado complexo de $H(u, v)$, utilizado para aproximar a inversão do sistema de degradação de forma controlada, evitando a amplificação excessiva em regiões onde $H(u, v)$ apresenta baixa magnitude;
- $|H(u, v)|^2$ corresponde à potência da degradação em cada componente de frequência. Em regiões fortemente atenuadas, a inversão direta $\frac{1}{H(u, v)}$ conduziria à amplificação indesejada do ruído;
- $\frac{S_n(u, v)}{S_f(u, v)}$ representa a razão entre as densidades espectrais de potência do ruído e do sinal, atuando como um termo de regularização. Quando o ruído é dominante, o ganho do filtro é reduzido, enquanto, em regiões onde o sinal prevalece, o filtro se aproxima de uma inversão quase ideal.

No domínio espacial, a formulação correspondente pode ser descrita por:

$$\hat{f}(i, j) = \mu_{ij} + \frac{\max(\sigma_{ij}^2 - \sigma_n^2, 0)}{\sigma_{ij}^2}; [g(i, j) - \mu_{ij}], \quad (15)$$

onde $g(i, j)$ denota o pixel ruidoso, μ_{ij} e σ_{ij}^2 correspondem, respectivamente, à média e à variância locais calculadas em uma vizinhança \mathcal{W}_{ij} de dimensão $m \times m$, e σ_n^2 é a variância estimada do ruído gaussiano aditivo.

Essa formulação evidencia a natureza adaptativa do filtro: em regiões homogêneas, o processo promove maior suavização, enquanto em áreas de elevado contraste, o ganho é reduzido, possibilitando a preservação de bordas e detalhes estruturais relevantes. Assim, o filtro de Wiener permanece como um dos métodos clássicos mais eficazes na remoção de ruídos aditivos em imagens digitais.

4.2.2 Non-Local Means

A técnica de filtragem *Non-Local Means* (NLM), introduzida por Buades, Coll e Morel em 2005, constitui uma abordagem voltada à redução de ruído aditivo gaussiano em imagens digitais (BUADES; COLL; MOREL, 2005a). A concepção fundamental desse filtro consiste na exploração da redundância intrínseca presente em uma imagem, mediante a busca global por pixels com padrões de intensidade semelhantes. Essa similaridade é avaliada por meio da comparação entre *patches* (regiões locais da imagem), conforme ilustrado na Figura 1 (LEVADA, 2021).

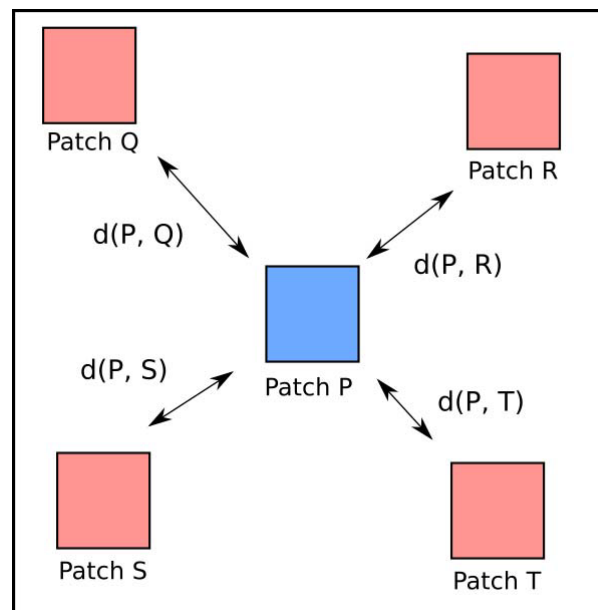


Figura 1 – Processo realizado pelo filtro *Non-Local Means* empregando o conceito de medida de similaridade entre *patches* da imagem usando o cálculo da média ponderada.

Formalmente, dada uma imagem ruidosa $y = y_i \mid i \in I$, a estimativa para o pixel livre de ruído x_i , denotada por $NLM[x]$, é obtida como uma média ponderada de todos os pixels da imagem:

$$NLM[x](i) = \sum_{j \in f} w(i, j) x_j \quad (16)$$

onde $w(i, j)$ são os pesos associados à similaridade entre os pixels i e j , satisfazendo as condições $0 \leq w(i, j) \leq 1$ e $\sum_j w(i, j) = 1$. A similaridade entre dois pixels é definida pela comparação dos vetores de intensidades nos níveis de cinza de seus respectivos *patches*, $x(N_i)$ e $x(N_j)$, sendo N_k um *patch* centrado no pixel k . Assim, os pesos podem ser expressos como:

$$w(i, j) = \frac{1}{Z(i)} \exp\left\{\frac{-d_E(i, j)}{h^2}\right\} = \frac{1}{Z(i)} \exp\left\{\frac{-\|x(N_i) - x(N_j)\|_{2, \tau}^2}{h^2}\right\} \quad (17)$$

onde h^2 é um parâmetro que regula o grau de suavização, $\tau > 1$ atua como fator de ajuste na métrica de distância e $Z(i)$ é a constante de normalização dada por:

$$Z(i) = \sum_j e^{-\frac{\|x(N_i) - x(N_j)\|_{2, \tau}^2}{h^2}} \quad (18)$$

A fim de tornar o método computacionalmente viável, o cálculo do somatório em (18) restringe-se a uma janela de busca de dimensão $t \times t$ em torno do pixel de referência, reduzindo o custo computacional sem comprometer de forma significativa a qualidade da filtragem. Tal característica faz do NLM um método robusto para a remoção de ruído, ao mesmo tempo preservando as bordas e detalhes estruturais relevantes.

4.2.3 Dual Non-Local Means

Com o intuito de superar as limitações inerentes ao método clássico de filtragem *Non-Local Means* (NLM), este trabalho propõe o método *Dual Non-Local Means* (Dual NLM). Tal abordagem consiste em um processo de redução de ruído gaussiano estruturado em dois estágios, no qual medidas de similaridade Euclidiana, fundamentadas na teoria da informação, são incorporadas para quantificar a distância entre *patches*. Embora estudos anteriores tenham explorado extensões do NLM para outros tipos de ruído, como o ruído de natureza Poisson, obtendo resultados relevantes (BINDILATTI; MASCARENHAS, 2013), a investigação de melhorias específicas para o cenário de ruído gaussiano permanece relativamente pouco abordada na literatura.

No âmbito do Dual NLM, a formulação considera, para cada pixel $i = 1, 2, \dots, n$, o vetor paramétrico $\vec{\theta} = (\mu_i, \sigma_i^2)$, composto pela média e variância associadas ao pixel. A variância σ_i^2 é estimada localmente, a partir dos pixels pertencentes ao *patch* central N_i , enquanto as médias μ_i são obtidas de maneira não local, por meio da aplicação direta do NLM tradicional. Assim, as estimativas não locais de μ_i provenientes do NLM Euclidiano

são utilizadas para a definição paramétrica dos pesos ótimos. Nesse contexto, os pesos $w(i, j)$ associados à similaridade entre dois *patches* N_i e N_j são calculados da seguinte forma:

$$w(i, j) = \exp\left(-\frac{d_E(N_i, N_j)}{h^2}\right) \quad (19)$$

onde $d_p(N_i, N_j)$ corresponde a uma medida paramétrica de divergência baseada na teoria da informação, e h^2 atua como parâmetro de suavização. Essa formulação caracteriza o Dual NLM como uma extensão do NLM convencional, integrando critérios estatísticos mais robustos para aprimorar a eficiência na supressão de ruído gaussiano, preservando, ao mesmo tempo, os detalhes estruturais da imagem.

Dando prosseguimento a essa formulação, é importante destacar que a concepção central do método Dual NLM reside na substituição da norma L_1 por medidas de divergência fundamentadas na teoria da informação, como a divergência de Kullback–Leibler, a distância de Bhattacharyya, a distância de Hellinger e a divergência de Cauchy–Schwarz. Com isso, o Dual NLM consolida-se como um processo de filtragem em duas etapas: no primeiro estágio, baseado no NLM Euclidiana, procede-se à estimativa dos parâmetros estatísticos locais do modelo; no segundo estágio, tais estimativas são refinadas por meio do cálculo das medidas de similaridade paramétricas. Essa estrutura em dois níveis justifica a denominação *Dual Non-Local Means*, refletindo sua natureza híbrida e o aprimoramento obtido em relação ao NLM tradicional.

4.2.3.1 Análise de Complexidade Computacional

Do ponto de vista computacional, o Dual NLM preserva a estrutura básica do NLM tradicional, cuja complexidade assintótica é da ordem de $\mathcal{O}(N \cdot t^2 \cdot f^2)$, onde N é o número total de pixels, $t \times t$ é a janela de busca e $f \times f$ o tamanho do *patch*. O segundo estágio introduz apenas o cálculo adicional das divergências paramétricas entre pares de *patches*, o que adiciona um termo proporcional a $\mathcal{O}(N \cdot t^2)$, não alterando a ordem dominante da complexidade. Assim, o Dual NLM mantém viabilidade computacional prática, com aumento de custo apenas constante em relação ao NLM Euclidiano.

Além da análise assintótica, é importante observar que o segundo estágio do Dual NLM não introduz uma nova busca espacial, mas apenas substitui a métrica Euclidiana por uma divergência paramétrica previamente estimada a partir de médias e variâncias já calculadas. Assim, o custo adicional por par de *patches* envolve apenas operações algébricas elementares (somas, multiplicações e logaritmos, dependendo da divergência utilizada). Na prática, o impacto computacional observado corresponde a um aumento constante no tempo de processamento, tipicamente inferior a duas vezes o tempo do NLM clássico, mantendo a viabilidade para imagens de alta resolução.

4.2.3.2 Dual Non-Local Means Kullback–Leibler

No contexto da matemática aplicada à quantificação de similaridade entre variáveis aleatórias e ao aprimoramento de técnicas de análise multivariada, propõe-se a utilização de medidas oriundas da teoria da informação, em particular, a divergência de Kullback–Leibler (KL), também denominada entropia relativa. Essa métrica, amplamente empregada na estatística e no aprendizado de máquina, mede o grau de dissimilaridade entre distribuições de probabilidade e, por essa razão, é aqui incorporada ao método *Dual Non-Local Means* (Dual NLM) como alternativa para fortalecer os processos de agrupamento e filtragem de dados.

Com base nesse referencial teórico, a formulação prática do filtro *Dual Non-Local Means* com divergência KL (Dual NLM–KL) pode ser descrita de maneira esquemática pelas seguintes etapas:

□ Inicialmente, a partir de uma imagem ruidosa, aplica-se o NLM padrão (Euclidiana) para estimar, de maneira não local, as médias μ_i associadas a cada pixel $i = 1, 2, \dots, n$;

□ Para cada pixel x_i , estima-se a variância local σ_i^2 no interior do *patch* N_k de dimensão $f \times f$, definida como:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{f^2} \sum_{j \in p_i} (x_i - \mu_i)^2; \quad (20)$$

□ Calcula-se, em seguida, a divergência KL entre o *patch* central \hat{N}_i e um *patch* vizinho \hat{N}_j , conforme a Eq. 3;

□ A partir desse cálculo, os pesos de similaridade $w(i, j)$ são obtidos pela expressão:

$$w(i, j) = \frac{1}{Z(i)} \exp\left(-\frac{d_{KL}(p, q)}{h^2}\right), \quad (21)$$

onde $Z(i)$ representa o fator de normalização;

□ Finalmente, a estimativa do pixel livre de ruído x_i é realizada como:

$$NLMx = \sum_{j \in f} w(i, j), m_j. \quad (22)$$

Esse procedimento caracteriza a extensão Dual NLM–KL como uma formulação robusta, ao substituir a distância Euclidiana clássica por uma medida de divergência informacional, resultando em maior eficácia tanto na preservação de detalhes estruturais quanto na supressão do ruído gaussiano.

A seguir, sumarizamos a divergência de Kullback–Leibler aplicada ao método de Dual NLM–KL:

Algoritmo 1 *Dual Non-Local Means* Kullback-Leibler.**Entrada:** Imagem ruidosa $I \in \mathbb{R}^{m \times n}$; $h > 0$; raio do *patch* f ; raio da busca t .**Saída:** Imagem filtrada \hat{I} .

```

1 Pré-cálculos:  $M \leftarrow \text{NLM}(I, h, f, t)$ ;  $V[i, j] \leftarrow \text{Var}(I[i-f:i+f, j-f:j+f])$ ; Aplica padding
   simétrico em  $I, M$  e  $V$  com largura  $f$ .
2 for  $i = 1$  até  $m$  do
3   for  $j = 1$  até  $n$  do
4      $(i', j') \leftarrow (i+f, j+f)$ ;  $W_1^{(m)} \leftarrow M[i'-f:i'+f, j'-f:j'+f]$ ;  $W_1^{(v)} \leftarrow$ 
        $V[i'-f:i'+f, j'-f:j'+f]$ ; definir janela  $r \in [r_{\min}, r_{\max}]$ ,  $s \in [s_{\min}, s_{\max}]$ ;  $A \leftarrow$ 
        $0$ ,  $Z \leftarrow 0$ .
5     for  $r = r_{\min}$  até  $r_{\max}$  do
6       for  $s = s_{\min}$  até  $s_{\max}$  do
7          $W_2^{(m)} \leftarrow M[r-f:r+f, s-f:s+f]$ ;  $W_2^{(v)} \leftarrow V[r-f:r+f, s-f:s+f]$ ;
8          $d \leftarrow \sum \left[ \frac{(W_1^{(v)} - W_2^{(v)})^2}{4W_1^{(v)}W_2^{(v)}} + \frac{(W_1^{(m)} - W_2^{(m)})^2 (W_1^{(v)} + W_2^{(v)})}{4W_1^{(v)}W_2^{(v)}} \right]$ ;
9          $w \leftarrow \exp(-d/h^2)$ ;  $Z \leftarrow Z + w$ ;  $A \leftarrow A + w \cdot I[r, s]$ .
10     $\hat{I}[i, j] \leftarrow A/Z$ .
11 retorna  $\hat{I}$ 

```

4.2.3.3 Dual Non-Local Means Cauchy–Schwarz

De forma análoga ao *Dual Non-Local Means* fundamentado na divergência de Kullback–Leibler (Dual NLM–KL), pode-se formular o filtro *Dual Non-Local Means* com a divergência de Cauchy–Schwarz (Dual NLM–CS). Enquanto a divergência KL mede a dessemelhança relativa entre distribuições de probabilidade, a divergência de Cauchy–Schwarz baseia-se em propriedades associadas a desigualdades estatísticas, permitindo avaliar a similaridade de forma mais sensível em cenários nos quais as distribuições apresentam sobreposição parcial. Essa característica a torna uma alternativa robusta para complementar a formulação Dual NLM, sobretudo em situações onde às relações não lineares precisam ser capturadas com maior precisão.

O funcionamento do Dual NLM–CS pode ser descrito esquematicamente pelas seguintes etapas:

- A partir de uma imagem ruidosa, aplica-se o filtro NLM padrão (Euclidiana) para estimar, de forma não local, as médias μ_i associadas a cada pixel $i = 1, 2, \dots, n$;
- Para cada pixel x_i , calcula-se a variância local σ_i^2 no interior do *patch* N_k de dimensão $f \times f$, definida por:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{f^2} \sum_{j \in p_i} (x_i - \mu_i)^2, \quad (23)$$

- Em seguida, determina-se a divergência de Cauchy–Schwarz (CS) entre o *patch* central $\hat{N}i$ e o *patch* vizinho $\hat{N}j$, conforme a Eq. 5;
- Os pesos de similaridade $w(i, j)$ são então calculados pela expressão:

$$w(i, j) = \frac{1}{Z(i)} \exp\left(-\frac{d_{CS}(p, q)}{h^2}\right), \quad (24)$$

onde $Z(i)$ corresponde ao fator de normalização;

- Finalmente, a estimativa do pixel livre de ruído x_i é realizada a partir de:

$$NLMx = \sum_{j \in f} w(i, j), m_j, \quad (25)$$

onde m_j representa a contribuição do *patch* vizinho j ponderada pelo respectivo peso de similaridade.

Esse procedimento proporciona ao Dual NLM–CS maior robustez na quantificação da similaridade entre regiões da imagem, uma vez que a divergência de Cauchy–Schwarz possibilita capturar relações estatísticas não lineares, superando as limitações impostas pela distância Euclidiana clássica e oferecendo ganhos em cenários com ruído gaussiano de alta variância.

A seguir, sumarizamos a divergência de Cauchy–Schwarz aplicada ao método de Dual NLM–CS:

Algoritmo 2 Pseudoalgoritmo *Dual Non-Local Means* Cauchy-Schwarz.

Entrada: Imagem ruidosa I ; $h > 0$; raio do *patch* f ; raio da busca t .

Saída: Imagem filtrada \hat{I} .

```

11 Pré-cálculos:  $M \leftarrow NLM(I, h, f, t)$ ;  $V[i, j] \leftarrow \text{Var}$  do patch em  $I$ ; padding simétrico de
     $I, M$  e  $V$  com largura  $f$ .
12 for  $i = 1$  até  $m$  do
13   for  $j = 1$  até  $n$  do
14      $(i', j') \leftarrow (i+f, j+f)$ ;  $W_1^{(m)}, W_1^{(v)}$ ; janela  $r, s$ ;  $A \leftarrow 0, Z \leftarrow 0$ .
15     for  $r$  na janela do
16       for  $s$  na janela do
17          $W_2^{(m)}, W_2^{(v)}$ ;
18          $d \leftarrow \sum \left[ \frac{1}{2} \log\left(\frac{(W_1^{(v)} + W_2^{(v)})^2}{4W_1^{(v)}W_2^{(v)}}\right) + \frac{(W_1^{(m)} - W_2^{(m)})^2}{W_1^{(v)} + W_2^{(v)}} \right]$ ;
            $w \leftarrow \exp(-d/h^2)$ ;  $Z \leftarrow Z + w$ ;  $A \leftarrow A + w \cdot I[r, s]$ .
19    $\hat{I}[i, j] \leftarrow A/Z$ .
```

Saída: \hat{I}

4.2.3.4 Dual Non-Local Means Bhattacharyya

De maneira análoga ao *Dual Non-Local Means* fundamentado na divergência de Kullback–Leibler (Dual NLM–KL), pode-se formular o filtro *Dual Non-Local Means* baseado na distância de Bhattacharyya (Dual NLM–BC). Enquanto a divergência KL mede a discrepância relativa entre distribuições de probabilidade, a distância de Bhattacharyya é amplamente utilizada para avaliar o grau de sobreposição entre distribuições, mostrando-se particularmente eficaz em contextos nos quais a diferenciação entre classes ou regiões de intensidade próximas se torna um desafio. Assim, sua aplicação ao Dual NLM confere maior sensibilidade estatística no processo de comparação entre *patches*, potencializando a preservação estrutural em imagens ruidosas.

O funcionamento do Dual NLM–BC pode ser descrito esquematicamente pelas seguintes etapas:

- A partir de uma imagem ruidosa, aplica-se inicialmente o NLM padrão (Euclidiana) para estimar, de forma não local, as médias μ_i associadas a cada pixel $i = 1, 2, \dots, n$;
- Para cada pixel x_i , estima-se a variância local σ_i^2 dentro do *patch* N_k de dimensão $f \times f$, definida como:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{f^2} \sum_{j \in p_i} (x_i - \mu_i)^2, \quad (26)$$

- Em seguida, calcula-se a distância de Bhattacharyya entre o *patch* central \hat{N}_i e um *patch* vizinho \hat{N}_j , conforme a Eq. 8;
- A partir desse cálculo, os pesos de similaridade $w(i, j)$ são determinados pela expressão:

$$w(i, j) = \frac{1}{Z(i)} \exp\left(-\frac{d_{BC}(p, q)}{h^2}\right), \quad (27)$$

onde $Z(i)$ corresponde ao fator de normalização;

- Finalmente, a estimativa do pixel livre de ruído x_i é obtida da seguinte forma:

$$NLMx = \sum_{j \in f} w(i, j) m_j, \quad (28)$$

onde m_j representa a contribuição ponderada do *patch* vizinho j .

O emprego da distância de Bhattacharyya possibilita avaliar a similaridade entre distribuições de intensidade com maior sensibilidade em regiões de sobreposição estatística, preservando estruturas relevantes e reduzindo de maneira eficaz o ruído gaussiano em imagens digitais.

A seguir, sumarizamos a distância de Bhattacharyya aplicada ao método de Dual NLM–BC:

Algoritmo 3 Pseudoalgoritmo *Dual Non-Local Means* Bhattacharyya.

Entrada: Imagem ruidosa I ; $h > 0$; raio do *patch* f ; raio da busca t .

Saída: Imagem filtrada \hat{I} .

20 **Pré-cálculos:** $M \leftarrow \text{NLM}(I, h, f, t)$; $V[i, j] \leftarrow \text{Var}$ do *patch* em I ; padding simétrico de I, M e V com largura f .

21 **for** $i = 1$ até m **do**

22 **for** $j = 1$ até n **do**

23 $(i', j') \leftarrow (i+f, j+f)$; $W_1^{(m)}, W_1^{(v)}$ dos *patches* centrados em (i', j') ; janela r, s ;
 $A \leftarrow 0, Z \leftarrow 0$.

24 **for** r na janela **do**

25 **for** s na janela **do**

26 $W_2^{(m)}, W_2^{(v)}$ nos *patches* em (r, s) ; $c \leftarrow$

$$\sqrt{\frac{2\sqrt{W_1^{(v)}W_2^{(v)}}}{W_1^{(v)} + W_2^{(v)}} \exp\left(-\frac{(W_1^{(m)} - W_2^{(m)})^2}{4(W_1^{(v)} + W_2^{(v)})}\right)}$$
;
 $d \leftarrow \sum(-\log c)$; $w \leftarrow \exp(-d/h^2)$; $Z \leftarrow Z + w$; $A \leftarrow A + w \cdot I[r, s]$.

27 $\hat{I}[i, j] \leftarrow A/Z$.

Saída: \hat{I}

4.2.3.5 *Dual Non-Local Means* Hellinger

Dentre as métricas de similaridade exploradas no contexto do *Dual Non-Local Means*, a distância de Hellinger apresenta-se como uma alternativa de especial interesse, pois fornece uma medida limitada e estável da dissimilaridade entre distribuições de probabilidade. Diferentemente da divergência de Kullback–Leibler, que pode assumir valores arbitrariamente grandes em situações de baixa sobreposição, a distância de Hellinger é restrita ao intervalo $[0, 1]$, o que assegura maior estabilidade numérica e reduz a sensibilidade a regiões de baixa densidade estatística. Essa característica a torna particularmente adequada para aplicações em imagens degradadas por ruído gaussiano, nas quais é essencial manter a consistência das estimativas em diferentes escalas de variação.

O funcionamento do *Dual Non-Local Means* com distância de Hellinger (Dual NLM–H) pode ser descrito pelas seguintes etapas:

- A partir de uma imagem ruidosa, aplica-se inicialmente o NLM padrão (Euclidiana) para estimar, de forma não local, as médias μ_i associadas a cada pixel $i = 1, 2, \dots, n$;
- Para cada pixel x_i , estima-se a variância local σ_i^2 no interior do *patch* N_k de dimensão $f \times f$, definida como:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{f^2} \sum_{j \in p_i} (x_i - \mu_i)^2, \quad (29)$$

- Calcula-se, em seguida, a distância de Hellinger entre o *patch* central \hat{N}_i e um *patch* vizinho \hat{N}_j , conforme a Eq. 10;

□ Os pesos de similaridade $w(i, j)$ são determinados pela expressão:

$$w(i, j) = \frac{1}{Z(i)} \exp\left(-\frac{d_H(p, q)}{h^2}\right), \quad (30)$$

onde $Z(i)$ corresponde ao fator de normalização;

□ Por fim, a estimativa do pixel livre de ruído x_i é obtida como:

$$NLMx = \sum_{j \in f} w(i, j), m_j, \quad (31)$$

onde m_j representa a contribuição ponderada proveniente do *patch* vizinho j .

A adoção da distância de Hellinger amplia, portanto, a robustez do processo de filtragem, possibilitando uma avaliação mais refinada da dissimilaridade entre *patches* e garantindo a preservação estrutural em imagens submetidas a ruído gaussiano.

A seguir, resumizamos a distância de Hellinger aplicada ao método de Dual NLM Hellinger:

Algoritmo 4 Pseudoalgoritmo *Dual Non-Local Means* Hellinger.

Entrada: Imagem ruidosa I ; $h > 0$; raio do *patch* f ; raio da busca t .

Saída: Imagem filtrada \hat{I} .

28 **Pré-cálculos:** $M \leftarrow NLM(I, h, f, t)$; $V[i, j] \leftarrow \text{Var}$ do *patch* em I ; padding simétrico de I, M e V com largura f .

29 **for** $i = 1$ até m **do**

30 **for** $j = 1$ até n **do**

31 $(i', j') \leftarrow (i+f, j+f)$; $W_1^{(m)}, W_1^{(v)}$; janela r, s ; $A \leftarrow 0, Z \leftarrow 0$.

32 **for** r na janela **do**

33 **for** s na janela **do**

34 $W_2^{(m)}, W_2^{(v)}$; $c \leftarrow \sqrt{\frac{2\sqrt{W_1^{(v)}W_2^{(v)}}}{W_1^{(v)} + W_2^{(v)}} \exp\left(-\frac{(W_1^{(m)} - W_2^{(m)})^2}{4(W_1^{(v)} + W_2^{(v)})}\right)}$;

$d \leftarrow \sum (1 - c)$; $w \leftarrow \exp(-d/h^2)$; $Z \leftarrow Z + w$; $A \leftarrow A + w \cdot I[r, s]$.

35 $\hat{I}[i, j] \leftarrow A/Z$.

36 **retorna** \hat{I}

4.3 Classificação Supervisionada

Nesta etapa, avalia-se o impacto da filtragem e da redução de dimensionalidade na tarefa de classificação das imagens tomográficas de sementes agrícolas. Para isso, adotam-se classificadores supervisionados treinados sobre representações de baixa dimensionalidade obtidas por dois métodos: (i) o *Supervised Entropic* ISOMAP (SEI-ISOMAP), que produz

embeddings não lineares guiados por informação de classe, e (ii) a *Principal Component Analysis* (PCA), utilizada como referência linear.

Para garantir uma comparação justa entre as abordagens, adota-se um protocolo experimental padronizado. Primeiramente, normalizam-se os atributos por meio da padronização z-score (média zero e variância unitária). Em cada dobra da validação, o ajuste (*fit*) do normalizador é realizado exclusivamente no subconjunto de treino e, em seguida, a transformação é aplicada ao respectivo subconjunto de validação/teste. Na sequência, utiliza-se validação cruzada estratificada *K*-fold (com $K = 6$), preservando a proporção de classes em cada partição.

Os classificadores avaliados neste estudo são: (i) o *K-Nearest Neighbors* (KNN), que utiliza um esquema de votação majoritária entre os k vizinhos mais próximos segundo a distância; (ii) a *Support Vector Machine* (SVM) com núcleo RBF, que busca maximizar a margem entre classes em um espaço de alta dimensionalidade gerado implicitamente pelo núcleo; e (iii) o *Random Forest* (RF), um método de aprendizado por comitê que combina múltiplas árvores de decisão treinadas sobre subconjuntos aleatórios de dados e atributos.

Como medidas de desempenho, reportam-se *trustworthiness*, a correlação de Pearson e a silhueta para avaliar a qualidade dos *embeddings* gerados pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA. Para os classificadores KNN SVM e RF, utilizam-se a acurácia e o F_1 -macro (média e desvio-padrão), além da matriz de confusão quando pertinente. As subseções a seguir, detalham as especificações adotadas para o KNN, SVM e o RF.

4.3.1 Supervised Entropic ISOMAP

Visando contornar as limitações do método clássico de redução de dimensionalidade ISOMAP, particularmente sua dependência de distâncias Euclidianas e a ausência de informação supervisionada, este trabalho propõe o método chamado *Supervised Entropic ISOMAP* (SEI-ISOMAP). Essa técnica estende o ISOMAP tradicional por meio da incorporação de penalizações e bonificações supervisionadas no grafo de vizinhança, além da introdução de uma ponderação entrópica capaz de construir distâncias estocásticas de difusão, preservando a geometria global dos dados em uma projeção de baixa dimensionalidade.

Diferentemente do ISOMAP clássico, que calcula as distâncias geodésicas a partir de caminhos mínimos Euclidianos, o SEI-ISOMAP substitui essa métrica por distâncias estocásticas de difusão obtidas a partir de uma caminhada aleatória no grafo, o que permite capturar relações de conectividade mais suaves e probabilísticas entre as amostras. As divergências informacionais aplicadas na etapa de filtragem, a supervisão adotada pelo método é introduzida diretamente na construção do grafo, valorizando as arestas entre amostras da mesma classe e desestimulando conexões entre classes distintas. Em linhas gerais, o SEI-ISOMAP segue três etapas principais: (i) construção de um grafo supervisionado de k -vizinhos, (ii) definição de afinidades entrópicas e cálculo de distâncias

estocásticas de difusão por caminho aleatório, e (iii) obtenção do *embedding* via MDS (*Multidimensional Scaling*) clássico.

Dado um conjunto de vetores de características $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^N$, com rótulos $y_i \in \{1, \dots, C\}$ (ou rótulos pseudo-supervisionados), constrói-se um grafo de k -vizinhos por meio de uma distância estocástica $\delta(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$. O custo supervisionado para a aresta (i, j) é definido como

$$\text{custo}_{ij} = \delta(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + \begin{cases} \alpha_{\text{same}}, & \text{se } y_i = y_j, \\ \alpha_{\text{diff}}, & \text{se } y_i \neq y_j, \end{cases} \quad (32)$$

onde $\alpha_{\text{same}} < 0$ bonifica pares intra-classe e $\alpha_{\text{diff}} > 0$ penaliza pares inter-classe. A partir desse custo, define-se a afinidade entrópica simétrica:

$$A_{ij} = \exp(-\gamma \cdot \text{custo}_{ij}), \quad A_{ij} = A_{ji} \geq 0, \quad A_{ii} = 0, \quad (33)$$

onde $\gamma > 0$ atua como parâmetro de “temperatura” (controle local).

Normalizando as linhas de A , obtém-se a matriz de transição estocástica

$$P = D^{-1}A, \quad D = \text{diag}\left(\sum_j A_{ij}\right), \quad (34)$$

a qual modela uma caminhada aleatória sobre o grafo. Para um número finito de passos $t \in \mathbb{N}$, define-se $P^{(t)} = P^t$ e, então, calcula-se a distância estocástica de difusão entre pares de nós como a distância Euclidiana entre as linhas de $P^{(t)}$:

$$D_{ij}^{(\text{diff})} = \left\| \mathbf{p}_i^{(t)} - \mathbf{p}_j^{(t)} \right\|_2, \quad \mathbf{p}_i^{(t)} \text{ é a } i\text{-ésima linha de } P^{(t)}. \quad (35)$$

Por fim, aplica-se o MDS clássico à matriz de distâncias $D^{(\text{diff})}$ para obter a imersão em d dimensões. Seja $D^{(\text{diff})} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ a matriz de distâncias, define-se o centrimento duplo $B = -\frac{1}{2}J(D^{(\text{diff})})^2J$, com $J = I - \frac{1}{N}\mathbf{1}\mathbf{1}^\top$. A decomposição espectral de B fornece autovalores $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_d \geq 0$ e autovetores correspondentes nas colunas de V_d , produzindo o *embedding* como:

$$Y = V_d \Lambda_d^{1/2}, \quad \Lambda_d = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_d). \quad (36)$$

Na prática, os hiperparâmetros de maior impacto são: o número de vizinhos k , as penalizações/bonificações α_{diff} e α_{same} , a temperatura γ e o número de passos de difusão t . Como referência, utiliza-se o *Principal Component Analysis* (PCA) como método linear comparativo, permitindo quantificar os ganhos de uma abordagem supervisionada e não linear na preservação de vizinhança e na separabilidade entre classes.

Os hiperparâmetros críticos do SEI-ISOMAP (k , γ , t e dimensão d) foram definidos por busca em grade dentro de intervalos previamente estabelecidos, conforme apresentado na Tabela 2. A escolha final baseou-se na maximização conjunta das métricas de *trustworthiness* e desempenho classificatório médio.

A seguir, resumizamos o algoritmo SEI-ISOMAP aplicado após o método Dual NLM Cauchy-Schwarz utilizado neste trabalho:

Algoritmo 5 Pseudoalgoritmo SEI-ISOMAP.

Entrada: $X = \{x_i\}_{i=1}^N$, rótulos (ou pseudo-rótulos) $y_i \in \{1, \dots, C\}$, número de vizinhos k , dimensão alvo d , hiperparâmetros $\alpha_{\text{same}} < 0$, $\alpha_{\text{diff}} > 0$, temperatura $\gamma > 0$, passos $t \in \mathbb{N}$.

Saída: $Y \in \mathbb{R}^{N \times d}$ (embedding em d dimensões).

37 Grafo supervisionado k -NN:

Para cada i , encontre os k vizinhos mais próximos $\mathcal{N}_k(i)$ usando distância base $\delta(x_i, x_j)$.

38 Custo supervisionado de aresta:

Para cada aresta (i, j) com $j \in \mathcal{N}_k(i)$, defina

$$\text{custo}_{ij} \leftarrow \delta(x_i, x_j) + \begin{cases} \alpha_{\text{same}}, & y_i = y_j, \\ \alpha_{\text{diff}}, & y_i \neq y_j, \end{cases}$$

e simetrize: $\text{custo}_{ij} \leftarrow \text{custo}_{ji} \leftarrow \frac{1}{2}(\text{custo}_{ij} + \text{custo}_{ji})$.

39 Afinidade entrópica:

$A_{ij} \leftarrow \exp(-\gamma \cdot \text{custo}_{ij})$, com $A_{ii} \leftarrow 0$ e $A \leftarrow \frac{1}{2}(A + A^\top)$.

40 Matriz estocástica da caminhada aleatória:

$D \leftarrow \text{diag}(\sum_j A_{ij})$, $P \leftarrow D^{-1}A$.

41 Difusão em t passos e distância estocástica:

$P^{(t)} \leftarrow P^t$. Para todos os pares (i, j) , compute

$$D_{ij}^{(\text{diff})} \leftarrow \left\| \mathbf{p}_i^{(t)} - \mathbf{p}_j^{(t)} \right\|_2,$$

onde $\mathbf{p}_i^{(t)}$ é a i -ésima linha de $P^{(t)}$.

42 MDS clássico sobre $D^{(\text{diff})}$:

$J \leftarrow I - \frac{1}{N} \mathbf{1} \mathbf{1}^\top$, $B \leftarrow -\frac{1}{2} J (D^{(\text{diff})})^{\circ 2} J$.

Obtenha os d maiores autovalores $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_d$ e autovetores $V_d = [v_1, \dots, v_d]$.

$Y \leftarrow V_d \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \dots, \sqrt{\lambda_d})$.

43 retorna Y **4.3.1.1 K -Nearest Neighbors (KNN)**

O classificador *K-Nearest Neighbors* (KNN), proposto originalmente por Cover e Hart em 1967, constitui um dos métodos mais simples e intuitivos de aprendizado supervisionado (COVER; HART, 1967). Baseia-se no princípio de que amostras próximas em um espaço de características tendem a compartilhar o mesmo rótulo. A decisão de classe é obtida por votação majoritária entre os k vizinhos mais próximos do ponto a ser classificado, segundo a distância Euclidiana.

Formalmente, seja um conjunto de treinamento $\mathcal{D} = \{(\mathbf{x}_i, y_i)\}_{i=1}^N$, com $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^d$ representando o vetor de características e $y_i \in \{1, 2, \dots, C\}$ o rótulo de classe correspondente. Dado um novo ponto \mathbf{x} , define-se a distância entre \mathbf{x} e cada amostra \mathbf{x}_i de \mathcal{D} por meio

da métrica de Minkowski de ordem p :

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \left(\sum_{j=1}^d |x_j - x_{ij}|^p \right)^{1/p}, \quad (37)$$

onde $p = 2$ corresponde à distância Euclidiana clássica e $p = 1$ à distância Manhattan.

A partir do conjunto $\mathcal{N}_k(\mathbf{x})$ contendo os k vizinhos mais próximos de \mathbf{x} , a predição do rótulo é realizada por:

$$\hat{y} = \arg \max_{c \in \{1, \dots, C\}} \sum_{\mathbf{x}_i \in \mathcal{N}_k(\mathbf{x})} w_i \mathbb{I}(y_i = c), \quad (38)$$

onde $\mathbb{I}(\cdot)$ é a função indicadora e w_i é um peso associado ao vizinho \mathbf{x}_i . No caso mais simples, $w_i = 1$ (ponderação uniforme); alternativamente, utiliza-se uma ponderação inversamente proporcional à distância, $w_i = 1/(d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) + \epsilon)$, conferindo maior influência a vizinhos mais próximos.

No contexto deste trabalho, o KNN é aplicado sobre os *embeddings* de baixa dimensão produzidos pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA, permitindo avaliar diretamente a preservação de vizinhança e a separabilidade de classes obtidas após a redução de dimensionalidade.

No classificador KNN, o valor de k foi definido por validação cruzada dentro do conjunto $\{3, 5, 7, 9\}$, sendo selecionado o valor que apresentou maior desempenho médio em F_1 -macro.

A seguir, resumimos o algoritmo KNN aplicado após os métodos SEI-ISOMAP e PCA utilizados neste trabalho:

Algoritmo 6 Pseudoalgoritmo KNN.

Entrada: Dados rotulados $\mathcal{D} = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$, consulta $x \in \mathbb{R}^m$, $k \in \mathbb{N}$, métrica de Minkowski $\delta_p(\cdot, \cdot)$ com parâmetro p (padrão $p = 2$).

Saída: Rótulo predito \hat{y} .

44 **Distâncias:** Para $i = 1, \dots, N$, compute $d_i \leftarrow \delta_p(x, x_i)$.

45 **k vizinhos:** Selecione os k menores d_i e obtenha $\mathcal{N}_k(x) = \{(x_{(j)}, y_{(j)}, d_{(j)})\}_{j=1}^k$ (ordenados por $d_{(j)}$).

46 **Pesos:**

1. Se existir algum $d_{(j)} = 0$, restrinja a votação apenas aos vizinhos com $d_{(j)} = 0$.
2. Caso contrário, para cada vizinho j defina $w_j \leftarrow \frac{1}{d_{(j)}}$.

Votação por classe: Para cada classe c , compute $S(c) \leftarrow \sum_{j=1}^k \mathbb{I}[y_{(j)} = c] w_j$.

Predição: $\hat{y} \leftarrow \arg \max_c S(c)$.

retorna \hat{y}

4.3.1.2 Support Vector Machine (SVM)

A *Support Vector Machine* (SVM), introduzida por Vapnik e Chervonenkis na década de 1990, é um método supervisionado de classificação que busca encontrar o hiperplano ótimo que maximiza a margem entre as classes no espaço de características (BOSER; GUYON; VAPNIK, 1992; CORTES; VAPNIK, 1995a; CORTES; VAPNIK, 1995b; JAKKULA, 2006). Diferentemente de classificadores baseados em vizinhança, como o KNN, o SVM fundamenta-se em um princípio de otimização convexa, garantindo solução global ótima e boa capacidade de generalização.

Dado um conjunto de treinamento $\mathcal{D} = \{(\mathbf{x}_i, y_i)\}_{i=1}^N$, com $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^d$ e rótulos $y_i \in \{-1, +1\}$, o problema primal do SVM linear pode ser formulado como:

$$\min_{\mathbf{w}, b, \xi} \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i \quad (39)$$

sujeito às restrições:

$$y_i(\mathbf{w}^\top \mathbf{x}_i + b) \geq 1 - \xi_i, \quad \xi_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, N. \quad (40)$$

Nessa formulação, \mathbf{w} e b definem o hiperplano de separação, enquanto as variáveis de folga ξ_i permitem pequenas violações de margem, controladas pelo parâmetro de regularização $C > 0$, o qual estabelece o balanço entre complexidade do modelo e erros de classificação.

Para lidar com dados não linearmente separáveis, aplica-se o *truque do kernel*, que projeta implicitamente as amostras em um espaço de dimensão superior $\phi(\mathbf{x})$, onde a separação linear se torna possível. O problema é então resolvido na forma dual:

$$\max_{\alpha} \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \quad (41)$$

sujeito a $0 \leq \alpha_i \leq C$ e $\sum_{i=1}^N \alpha_i y_i = 0$, onde $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \langle \phi(\mathbf{x}_i), \phi(\mathbf{x}_j) \rangle$ é a função núcleo. Neste trabalho, emprega-se o núcleo RBF (*Radial Basis Function*):

$$K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp(-\gamma \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2), \quad (42)$$

onde $\gamma > 0$ controla a largura da base radial, determinando a complexidade da fronteira de decisão.

A função de decisão resultante é expressa como:

$$f(\mathbf{x}) = \text{sign} \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i y_i K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) + b \right), \quad (43)$$

onde apenas as amostras associadas a $\alpha_i > 0$ são consideradas *vetores de suporte*, responsáveis pela definição da margem ótima.

Neste trabalho, o classificador SVM é aplicado sobre os *embeddings* gerados pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA, explorando a capacidade do núcleo RBF de modelar fronteiras não lineares em espaços de baixa dimensionalidade. Os principais hiperparâmetros

investigados são o fator de penalização C e o parâmetro de suavização γ , ambos ajustados por busca em grade aninhada à validação cruzada, com semente fixa para garantir a reprodutibilidade.

A seguir, resumimos o algoritmo SVM aplicado após os métodos SEI-ISOMAP e PCA utilizados neste trabalho:

Algoritmo 7 Pseudoalgoritmo SVM (RBF).

Entrada: Embedding $X \in \mathbb{R}^{N \times m}$ e rótulos $y \in \{1, \dots, C\}$; hiperparâmetros $C > 0$, $\gamma \in \{\text{scale}, \text{auto}, \mathbb{R}^+\}$; número de dobras k .

Saída: Métricas de CV (acurácia, F_1 -macro).

47 **Definir pipeline.** $\mathcal{P} \leftarrow \text{Pipeline}(\text{StandardScaler}(), \text{SVC}(\text{kernel}=\text{RBF}, C, \gamma))$.

48 **Validação cruzada estratificada k -fold.** Particione estratificadamente (X, y) em dobras $\{(\mathcal{T}_r, \mathcal{V}_r)\}_{r=1}^k$. **for** $r = 1$ **até** k **do**

49 $\left[\begin{array}{l} \mathcal{P}.\text{fit}(X_{\mathcal{T}_r}, y_{\mathcal{T}_r}) \text{ Prediga em validação: } \hat{y}_{\mathcal{V}_r} \leftarrow \mathcal{P}.\text{predict}(X_{\mathcal{V}_r}). \text{ Compute as métricas} \\ \text{na dobra } r. \end{array} \right.$

50 Ajuste \mathcal{P} uma única vez em todo o conjunto de treino disponível: $\mathcal{P}_{\text{final}} \leftarrow \text{fit}(X, y)$.

51 **retorna** médias (e desvios) das métricas de CV (e $\mathcal{P}_{\text{final}}$, se treinado).

4.3.1.3 Random Forest (RF)

O *Random Forest* (RF), inicialmente introduzido por Ho (HO, 1995) e posteriormente formalizado e popularizado por Breiman (BREIMAN, 1999), é um comitê de árvores de decisão treinadas sobre amostras de *bootstrap* e com seleção aleatória de subconjuntos de atributos a cada divisão. Essa combinação de *bagging* com aleatorização de variáveis reduz a variância dos classificadores individuais e mitiga o sobreajuste, resultando em um desempenho robusto, mesmo em fronteiras de decisão não lineares.

Dado um conjunto de classificadores base $\{h_b(\mathbf{x})\}_{b=1}^B$ (árvores), a predição final é obtida por votação majoritária:

$$\hat{y} = \text{mode} \{ h_b(\mathbf{x}) : b = 1, \dots, B \}. \quad (44)$$

No contexto deste trabalho, o RF é aplicado sobre os *embeddings* de baixa dimensão gerados por SEI-ISOMAP e PCA, permitindo avaliar sua capacidade de explorar interações não lineares preservadas nas representações reduzidas.

Os principais hiperparâmetros investigados incluem o número de árvores B (`n_estimators`), a profundidade máxima (`max_depth`), o número de atributos por divisão (`max_features`) e, quando pertinente, o balanceamento de classes (`class_weight`). A seleção de hiperparâmetros é realizada por *grid search* aninhado à validação cruzada estratificada ($k=6$), com semente fixa para reprodutibilidade. Sempre que apropriado, utiliza-se também a estimativa *out-of-bag* (OOB) com um sinal adicional de generalização.

A seguir, resumimos o algoritmo *Random Forest* aplicado após os métodos SEI-ISOMAP e PCA utilizados neste trabalho:

Algoritmo 8 Pseudoalgoritmo *Random Forest* (RF).

Entrada: Dados rotulados $\mathcal{D} = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$, $x_i \in \mathbb{R}^m$, $y_i \in \{1, \dots, C\}$ e número de árvores T e sub-amostragem de atributos por divisão (`max_features` $\in \{\sqrt{m}, \log_2 m, m\}$, por padrão de classificação: \sqrt{m});

Saída: Classificador $\hat{y}(x)$.

52 **Treinamento das árvores**

for $t = 1$ até T **do**

53 **Amostra bootstrap**

Gere $\mathcal{D}^{(t)}$ sorteando N pares de \mathcal{D} com reposição.

54 **Crescimento da árvore** h_t (**CART**)

Comece na raiz com $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{D}^{(t)}$.

while nó atual não satisfaz critério de parada **do**

55 **Seleção aleatória de atributos**

Escolha um subconjunto $\mathcal{F} \subset \{1, \dots, m\}$ com $|\mathcal{F}| = \text{max_features}$.

56 **Escolha da melhor divisão**

Para cada $f \in \mathcal{F}$ e para candidatos de limiar θ , avalie a impureza (ex.: Gini):

$$G(\mathcal{S}) = \sum_{c=1}^C p_c(1 - p_c), \quad p_c = \frac{|\{(x_i, y_i) \in \mathcal{S} : y_i = c\}|}{|\mathcal{S}|}.$$

Se a divisão $\mathcal{S} \rightarrow (\mathcal{S}_L, \mathcal{S}_R)$ pelo par (f, θ) for aplicada, minimize o custo:

$$\Delta(\mathcal{S}, f, \theta) = \frac{|\mathcal{S}_L|}{|\mathcal{S}|} G(\mathcal{S}_L) + \frac{|\mathcal{S}_R|}{|\mathcal{S}|} G(\mathcal{S}_R).$$

Escolha $(f^*, \theta^*) = \arg \min_{f, \theta} \Delta(\mathcal{S}, f, \theta)$ e faça a partição.

57 Rotule folhas com a classe majoritária dos exemplos. Denote a árvore treinada por h_t .

58 **Predição**

Para uma consulta x :

$$\hat{y}(x) = \arg \max_{c \in \{1, \dots, C\}} \sum_{t=1}^T \mathbb{1}[h_t(x) = c].$$

59 **retorna** $\hat{y}(x)$.

Capítulo 5

Experimentos e Resultados

Esta seção apresenta e discute os experimentos realizados para avaliar o desempenho do método proposto. Os testes foram organizados em duas etapas principais: (i) análise quantitativa da redução de ruído em imagens tomográficas de sementes agrícolas por meio do filtro *Dual Non-Local Means* (*Dual NLM*); e (ii) investigação das propriedades discriminativas das imagens filtradas, por meio de técnicas de redução de dimensionalidade e classificação supervisionada.

5.1 Filtragem e Avaliação Quantitativa

Com o intuito de avaliar o desempenho da técnica de filtragem *Dual Non-Local Means* (*Dual NLM*) na redução de ruído, foram realizados experimentos sobre o conjunto de imagens tomográficas descrito na Seção 4.1. Para simular condições realistas de aquisição degradada, adicionou-se ruído Gaussiano aditivo com desvio-padrão $\sigma_n = 10$. Os experimentos foram conduzidos individualmente para cada imagem, e o desempenho foi quantificado por meio do *Peak Signal-to-Noise Ratio* (PSNR, em dB), métrica amplamente adotada para avaliar a fidelidade entre a imagem filtrada e sua respectiva referência.

Para fins comparativos, incluímos os métodos clássicos de filtragem Wiener, NLM, Bilateral, Difusão Anisotrópica, Total Variation (TV), Wavelet e BM3D, todos com implementações e parâmetros usuais reportados na literatura. No método *Dual NLM*, aplicam-se sistematicamente quatro parâmetros principais:

- H parâmetro de pré-filtragem, responsável por gerar a estimativa inicial das médias locais (*médias não locais*), com valores fixados em $\{50, 60, 70\}$;

- t tamanho da janela de busca, que define a vizinhança considerada para o cálculo das similaridades, variando entre $\{2, 3, 4\}$ pixels;
- f tamanho do *patch* (sub-bloco de pixels) utilizado para o cálculo das distâncias entre regiões, também testado em $\{2, 3\}$ pixels;
- h parâmetro de suavização que controla a sensibilidade da função de ponderação exponencial nas divergências, variando de 0,8 a 3,3, em incrementos de 0,1.

Para cada combinação de parâmetros, reportou-se o melhor valor de PSNR obtido por imagem. O método *Dual NLM* foi avaliado sob quatro medidas de divergência da teoria da informação: Kullback-Leibler (KL), Cauchy-Schwarz (CS), Bhattacharyya (BC) e Hellinger (H).

No contexto da aquisição tomográfica, é importante destacar que esse processo consiste na reconstrução de cortes bidimensionais de um objeto a partir de múltiplas projeções radiográficas. Embora seja uma técnica de alta precisão para caracterização estrutural, as imagens geradas estão inevitavelmente sujeitas à presença de ruídos, que podem ter origem tanto em flutuações estatísticas do feixe de radiação quanto em limitações dos detectores. Durante a etapa de aquisição, os tomógrafos geralmente aplicam rotinas de pré-filtragem com o intuito de reduzir parcialmente tais artefatos; entretanto, essa etapa inicial não elimina completamente o ruído, o que reforça a necessidade de técnicas de pós-processamento mais avançadas.

Nesse cenário, o filtro *Dual NLM* foi comparado com métodos consagrados na literatura, tais como o filtro de Wiener, o NLM clássico, o filtro Bilateral, o método de Total Variation, as abordagens baseadas em Wavelets, a Difusão Anisotrópica e o BM3D. Para a avaliação quantitativa, foram empregadas as métricas *Peak Signal-to-Noise Ratio* (PSNR), que mensuram, a intensidade relativa do ruído residual. Valores mais elevados dessas métricas indicam um melhor desempenho de filtragem. Todas as imagens utilizadas nos experimentos foram artificialmente corrompidas por ruído gaussiano aditivo, com variância $\sigma_n = 10$, aplicada aos pixels selecionados aleatoriamente.

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos com base na métrica PSNR para as 18 imagens consideradas, discriminando os desempenhos médios de cada variante do modelo *Dual NLM* associadas às diferentes medidas de divergência da teoria da informação.

Tabela 2 – PSNR's obtidos após filtragem com o filtro NLM paramétrico (Kullback-Leibler, Bhatthacharyya, Hellinger e Cauchy-Schwarz) para imagens corrompidas por ruído Gaussiano com $\sigma = 10$.

	h	Dual-NLM Kullback-Leibler	Dual-NLM Bhattacharyya	Dual-NLM Cauchy-Schwarz	Dual-NLM Hellinger	NLM-Padrão
Girassol1	50	29.726361	29.432122	29.687965	29.366640	29.516391
Girassol2	50	29.775384	29.415244	29.687965	29.202238	29.537174
Girassol3	50	29.775384	29.405681	29.595907	29.275211	29.574539
Girassol1	60	29.631707	29.378074	29.698140	29.459471	29.557383
Girassol2	60	29.631707	29.370818	29.698140	29.416299	29.527811
Girassol3	60	29.626958	29.344928	29.590217	29.415661	29.517052
Girassol1	70	29.613701	29.422658	29.685075	29.475453	29.590907
Girassol2	70	29.605590	29.415511	29.685075	29.405443	29.561423
Girassol3	70	29.605590	29.512514	29.669222	29.486648	29.661217
Grão de Bico1	50	29.684381	29.213043	29.595907	29.293178	29.468341
Grão de Bico2	50	29.566748	29.297524	29.618664	29.306775	29.440521
Grão de Bico3	50	29.566748	29.290625	29.618664	29.263074	29.365132
Grão de Bico1	60	29.601787	29.303031	29.590217	29.208869	29.417478
Grão de Bico2	60	29.614007	29.396756	29.544271	29.315844	29.649311
Grão de Bico3	60	29.614007	29.396756	29.658217	29.267150	29.565866
Grão de Bico1	70	29.526956	29.346762	29.669222	29.486648	29.471379
Grão de Bico2	70	29.604719	29.445976	29.601069	29.430177	29.578821
Grão de Bico3	70	29.604719	29.445976	29.569320	29.291394	29.505283
Grão de Trigo1	50	29.536892	29.360887	29.603800	29.347113	29.56858
Grão de Trigo2	50	29.546040	29.360219	29.619751	29.296123	29.5039850

	h	Dual-NLM Kullback-Leibler	Dual-NLM Bhattacharyya	Dual-NLM Cauchy-Schwarz	Dual-NLM Hellinger	NLM-Padrão
Grão de Trigo3	50	29.551287	29.440371	29.619833	29.291214	29.663249
Grão de Trigo1	60	29.571454	29.501655	29.707204	29.388501	29.683039
Grão de Trigo2	60	29.696289	29.501655	29.707204	29.394816	29.635784
Grão de Trigo3	60	29.696289	29.420820	29.644084	29.315444	29.592937
Grão de Trigo1	70	29.547168	29.393507	29.528667	29.348130	29.634798
Grão de Trigo2	60	29.547168	29.393507	29.723885	29.319819	29.639084
Grão de Trigo3	60	29.566556	29.389946	29.723885	29.419600	29.541592
Mix de Sementes1	50	29.860429	29.527658	29.902412	29.555716	29.713851
Mix de Sementes2	50	29.968969	29.583604	29.917925	29.602296	29.675538
Mix de Sementes3	50	29.968969	29.589286	29.922395	29.534973	29.727673
Mix de Sementes1	60	29.894622	29.556076	29.970208	29.509633	29.815291
Mix de Sementes2	60	30.083607	29.586935	29.970208	29.489409	29.808510
Mix de Sementes3	60	30.083607	29.678104	30.019163	29.563672	29.861278
Mix de Sementes1	70	29.945722	29.628215	29.863177	29.573131	29.813959
Mix de Sementes2	70	30.001177	29.653321	30.112063	29.597839	29.903779
Mix de Sementes3	70	30.001177	29.653321	30.112063	29.566268	29.772199
Pinhão Manso1	50	29.878019	29.589286	29.922395	29.534973	29.642495
Pinhão Manso2	50	29.904246	29.608178	29.880525	29.595818	29.943726
Pinhão Manso3	50	29.933421	29.522041	29.889219	29.424796	29.7744745
Pinhão Manso1	60	30.017608	29.619393	30.019163	29.466603	29.876042
Pinhão Manso2	60	30.018697	29.536123	29.979773	29.570188	29.720008
Pinhão Manso3	60	30.018697	29.621839	30.000219	29.570188	29.797882

	h	Dual-NLM Kullback-Leibler	Dual-NLM Bhattacharyya	Dual-NLM Cauchy-Schwarz	Dual-NLM Hellinger	NLM-Padrão
Pinhão Manso1	70	29.910219	29.589857	29.948014	29.426553	29.758882
Pinhão Manso2	70	29.982468	29.669823	29.974473	29.670994	29.869411
Pinhão Manso3	70	29.982468	29.609292	30.014212	29.586568	29.865805
Soja1	50	29.933421	29.408561	29.889219	29.424796	29.532702
Soja2	50	29.587925	29.394876	29.639827	29.424796	29.525551
Soja3	50	29.658503	29.508136	29.701176	29.501175	29.625016
Soja1	60	29.871262	29.507070	29.829778	29.537314	29.457002
Soja2	60	29.629603	29.398346	29.759727	29.384332	29.521428
Soja3	60	29.670559	29.390350	29.759727	29.465104	29.560108
Soja1	70	29.774041	29.581138	30.014212	29.374226	29.542146
Soja2	70	29.595833	29.473744	29.631194	29.503381	29.714846
Soja3	70	29.715344	29.473744	29.631194	29.464992	29.627897
Average		29.750485	29.473239	29.770652	29.433457	29.637344
Median		29.690335	29.445976	29.704190	29.425674	29.626457
Minimum		29.526956	29.213043	29.528667	29.202238	29.365132
Maximum		30.083607	29.678104	30.112063	29.670994	29.943726
Std.Dev.		0.177866	0.111752	0.165297	0.113355	0.138081

Analisando os resultados apresentados na Tabela 2, a técnica de filtragem Dual-NLM Cauchy-Schwarz apresentou a melhor média final, comparada aos demais métodos de filtragem. Entretanto, também ocorreram situações em que a técnica de filtragem Dual-NLM Kullback-Leibler apresentou desempenho competitivo, embora inferior ao CS em média.

A Tabela 3 apresenta, respectivamente, as avaliações realizadas utilizando a métrica PSNR para 18 tipos de imagens diferentes de 8 bits em tons de cinza e 3 valores de entrada distintos como parâmetro, aplicados ao cálculo da Divergência KL.

Tabela 3 – PSNR obtidos após filtragem com o filtro NLM padrão e NLM paramétrico Kullback-Leibler para imagens corrompidas por ruído Gaussiano com $\sigma = 10$.

Resultados após os filtro <i>Dual Non-Local Means</i> Divergência KL						
Imagem	H	t	f	h	Dual NLM-KL	NLM-Padrão
Girassol1	50	4	2	1,2	29.726361	29.516391
Girassol2	50	3	2	1,2	29.775384	29.537174
Girassol3	50	3	2	1,2	29.775384	29.574539
Girassol1	60	4	3	1,6	29.631707	29.557383
Girassol2	60	4	3	1,6	29.631707	29.527811
Girassol3	60	2	2	1,3	29.626958	29.517052
Girassol1	70	2	2	1,2	29.613701	29.590907
Girassol2	70	3	3	1,7	29.605590	29.561423
Girassol3	70	3	3	1,7	29.605590	29.661217
Grão de Bico1	50	3	2	1,2	29.684381	29.468341
Grão de Bico2	50	3	2	1,3	29.566748	29.440521
Grão de Bico3	50	3	2	1,3	29.566748	29.365132
Grão de Bico1	60	2	2	1,3	29.601787	29.417478
Grão de Bico2	60	2	2	1,3	29.614007	29.649311
Grão de Bico3	60	2	2	1,3	29.614007	29.565866
Grão de Bico1	70	3	3	1,6	29.526956	29.471379
Grão de Bico2	70	3	2	1,7	29.604719	29.578821
Grão de Bico3	70	3	3	1,7	29.604719	29.505283
Grão de Trigo1	50	3	2	1,3	29.536892	29.56851
Grão de Trigo2	50	4	2	1,3	29.546040	29.503985
Grão de Trigo3	50	3	2	1,3	29.551287	29.663249
Grão de Trigo1	60	4	3	1,7	29.571454	29.683039
Grão de Trigo2	60	2	2	1,3	29.696289	29.635784
Grão de Trigo3	60	2	2	1,3	29.696289	29.592937
Grão de Trigo1	70	4	3	1,7	29.547168	29.634798
Grão de Trigo2	70	4	3	1,7	29.547168	29.639084

Imagem	H	t	f	h	Dual NLM-KL	NLM-Padrão
Grão de Trigo3	70	3	3	1,8	29.566556	29.541592
Mix de Sementes1	50	3	2	1,2	29.860429	29.713851
Mix de Sementes2	50	4	2	1,1	29.968969	29.675538
Mix de Sementes3	50	4	2	1,1	29.968969	29.727673
Mix de Sementes1	60	4	3	1,7	29.894622	29.815291
Mix de Sementes2	60	4	3	1,6	30.083607	29.808510
Mix de Sementes3	60	4	3	1,6	30.083607	29.861278
Mix de Sementes1	70	4	3	1,6	29.945722	29.813959
Mix de Sementes2	70	4	3	1,6	30.001177	29.903779
Mix de Sementes3	70	4	3	1,6	30.001177	29.772199
Pinhão Manso1	50	3	2	1,3	29.878019	29.642495
Pinhão Manso2	50	3	2	1,3	29.904246	29.943726
Pinhão Manso3	50	3	2	1,3	29.933421	29.774474
Pinhão Manso1	60	4	3	1,6	30.017608	29.876042
Pinhão Manso2	60	4	3	1,6	30.018697	29.720008
Pinhão Manso3	60	4	3	1,6	30.018697	29.797882
Pinhão Manso1	70	4	3	1,6	29.910219	29.758882
Pinhão Manso2	70	4	3	1,6	29.982468	29.869411
Pinhão Manso3	70	4	3	1,6	29.982468	29.865805
Soja1	50	3	2	1,3	29.933421	29.532702
Soja2	50	3	2	1,3	29.587925	29.525551
Soja3	50	4	2	1,2	29.658503	29.625016
Soja1	60	4	3	1,6	29.871262	29.457002
Soja2	60	3	2	1,2	29.629603	29.521428
Soja3	60	2	2	1,3	29.670559	29.560108
Soja	70	3	3	1,6	29.774041	29.542146
Soja	70	2	2	1,2	29.595833	29.714846
Soja	70	3	3	1,8	29.715344	29.627897
Average					29.750485	29.637343
Median					29.690335	29.626457
Minimum					29.526956	29.365132
Maximum					30.083607	29.943726
Std.Dev.					0.177866	0.138082

Analisando os resultados apresentados na Tabela 3, a técnica de filtragem Dual-NLM KL apresentou, em grande parte das imagens, o melhor resultado para redução de ruído

gaussiano. Entretanto, também ocorreu a situação em que a técnica de filtragem NLM padrão possibilitou a obtenção de um resultado que apresentou desempenho satisfatório.

A Tabela 4 apresenta, respectivamente, as avaliações realizadas utilizando a métrica PSNR para 18 tipos de imagens diferentes de 8 bits em tons de cinza e 3 valores de entrada diferentes como parâmetros, aplicados ao cálculo da distância de Bhattacharyya.

Tabela 4 – PSNR obtidos após filtragem com o filtro NLM padrão e NLM paramétrico Bhattacharyya para imagens corrompidas por ruído Gaussiano com $\sigma = 10$.

Resultados após os filtro <i>Dual Non-Local Means</i> Bhattacharyya						
Imagem	H	t	f	h	Dual NLM-Bhattacharyya	NLM-Padrão
Girassol1	50	2	3	0,8	29.432122	29.516391
Girassol2	50	1	3	0,8	29.415244	29.537174
Girassol3	50	1	3	0,8	29.405681	29.574539
Girassol1	60	1	3	0,8	29.378074	29.557383
Girassol2	60	1	3	0,8	29.370818	29.527811
Girassol3	60	1	3	0,8	29.344928	29.517052
Girassol1	70	1	3	0,8	29.422658	29.590907
Girassol2	70	1	3	0,8	29.415511	29.561423
Girassol3	70	1	3	0,8	29.512514	29.661217
Grão de Bico1	50	1	3	0,8	29.213043	29.468341
Grão de Bico2	50	1	3	0,8	29.297524	29.440521
Grão de Bico3	50	1	3	0,8	29.290625	29.365132
Grão de Bico1	60	1	3	0,8	29.303031	29.417478
Grão de Bico2	60	2	3	0,8	29.396756	29.649311
Grão de Bico3	60	2	3	0,8	29.396756	29.565866
Grão de Bico1	70	1	3	0,8	29.346762	29.471379
Grão de Bico2	70	1	3	0,8	29.445976	29.578821
Grão de Bico3	70	1	3	0,8	29.445976	29.505283
Grão de Trigo1	50	1	3	0,8	29.360887	29.568511
Grão de Trigo2	50	2	3	0,8	29.360219	29.503985
Grão de Trigo3	50	2	3	0,8	29.440371	29.663249
Grão de Trigo1	60	2	3	0,8	29.501655	29.683039
Grão de Trigo2	60	2	3	0,8	29.501655	29.635784
Grão de Trigo3	60	2	3	0,8	29.420820	29.592937
Grão de Trigo1	70	2	3	0,8	29.393507	29.634798
Grão de Trigo2	70	2	3	0,8	29.393507	29.639084
Grão de Trigo3	70	1	3	0,8	29.389946	29.541592
Mix de Sementes1	50	1	3	0,8	29.527658	29.713851
Mix de Sementes2	50	1	3	0,8	29.583604	29.675538

Imagem	H	t	f	h	Dual NLM-Bhattacharrya	NLM-Padrão
Mix de Sementes3	50	2	3	0,8	29.589286	29.727673
Mix de Sementes1	60	1	3	0,8	29.556076	29.815291
Mix de Sementes2	60	1	3	0,8	29.586935	29.808510
Mix de Sementes3	60	1	3	0,8	29.678104	29.861278
Mix de Sementes1	70	1	3	0,8	29.628215	29.813959
Mix de Sementes2	70	1	3	0,8	29.653321	29.903779
Mix de Sementes3	70	1	3	0,8	29.653321	29.772199
Pinhão Manso1	50	2	3	0,8	29.589286	29.642495
Pinhão Manso2	50	1	3	0,8	29.608178	29.943726
Pinhão Manso3	50	2	3	0,8	29.522041	29.774474
Pinhão Manso1	60	2	3	0,8	29.619393	29.876042
Pinhão Manso2	60	1	3	0,8	29.536123	29.720008
Pinhão Manso3	60	1	3	0,8	29.621839	29.797882
Pinhão Manso1	70	2	3	0,8	29.589857	29.758882
Pinhão Manso2	70	1	3	0,8	29.669823	29.869411
Pinhão Manso3	70	2	3	0,8	29.609292	29.865805
Soja1	50	1	3	0,8	29.408561	29.532702
Soja2	50	2	3	0,8	29.394876	29.525551
Soja3	50	1	3	0,8	29.508136	29.625016
Soja1	60	2	3	0,8	29.507070	29.457002
Soja2	60	1	3	0,8	29.398346	29.521428
Soja3	60	2	3	0,8	29.390350	29.560108
Soja1	70	1	3	0,8	29.581138	29.542146
Soja2	70	2	3	0,8	29.473744	29.714846
Soja3	70	2	3	0,8	29.473744	29.627897
Average					29.473239	29.637343
Median					29.445976	29.626457
Minimum					29.213043	29.365132
Maximum					29.678104	29.943726
Std.Dev.					0,111752	0,138082

Analisando os resultados apresentados na Tabela 4, a técnica de filtragem Dual-NLM Bhattacharrya em relação ao método tradicional o NLM, percebemos que o Dual-NLM Bhattacharrya não apresentou o melhor resultado em comparação ao método tradicional NLM para redução de ruído gaussiano.

A Tabela 5 apresenta, respectivamente, as avaliações realizadas utilizando a métrica

PSNR para 18 tipos de imagens diferentes de 8 bits em tons de cinza e 3 valores distintos de entrada como parâmetros, aplicados ao cálculo da divergência de Cauchy-Schwarz.

Tabela 5 – PSNR obtidos após filtragem com o filtro NLM padrão e NLM paramétrico Cauchy-Schwarz para imagens corrompidas por ruído Gaussiano com $\sigma = 10$.

Resultados após os filtro <i>Dual Non-Local Means</i> Cauchy-Schwarz						
Imagem	H	t	f	h	Dual NLM-Cauchy-Schwarz	NLM-Padrão
Girassol1	50	3	2	1,2	29.687965	29.516391
Girassol2	50	3	2	1,2	29.687965	29.537174
Girassol3	50	3	2	1,1	29.595907	29.574539
Girassol1	60	4	3	1,6	29.698140	29.557383
Girassol2	60	4	3	1,6	29.698140	29.527811
Girassol3	60	4	3	1,6	29.590217	29.517052
Girassol1	70	3	3	1,6	29.685075	29.590907
Girassol2	70	3	3	1,6	29.685075	29.561423
Girassol3	70	3	3	1,6	29.669222	29.661217
Grão de Bico1	50	3	2	1,1	29.595907	29.468341
Grão de Bico2	50	3	2	1,1	29.618664	29.440521
Grão de Bico3	50	3	2	1,1	29.618664	29.365132
Grão de Bico1	60	4	3	1,6	29.590217	29.417478
Grão de Bico2	60	4	3	1,6	29.544271	29.649311
Grão de Bico3	60	4	3	1,6	29.658217	29.565866
Grão de Bico1	70	3	3	1,6	29.669222	29.471379
Grão de Bico2	70	2	2	1,2	29.601069	29.578821
Grão de Bico3	70	3	3	1,7	29.569320	29.505283
Grão de Trigo1	50	3	2	1,2	29.603800	29.568581
Grão de Trigo2	50	3	2	1,3	29.619751	29.503985
Grão de Trigo3	50	3	2	1,3	29.619833	29.663249
Grão de Trigo1	60	2	2	1,3	29.707204	29.683039
Grão de Trigo2	60	2	2	1,3	29.707204	29.635784
Grão de Trigo3	60	4	3	1,7	29.644084	29.592937
Grão de Trigo1	70	3	3	1,7	29.528667	29.634798
Grão de Trigo2	70	3	3	1,6	29.723885	29.639084
Grão de Trigo3	70	3	3	1,6	29.723885	29.541592
Mix de Sementes1	50	3	2	1,2	29.902412	29.713851
Mix de Sementes2	50	4	2	1,1	29.917925	29.675538
Mix de Sementes3	50	3	2	1,2	29.922395	29.727673
Mix de Sementes1	60	4	3	1,6	29.970208	29.815291
Mix de Sementes2	60	4	3	1,6	29.970208	29.808510

Imagem	H	t	f	h	Dual NLM-Cauchy-Schwarz	NLM-Padrão
Mix de Sementes3	60	4	3	1,6	30.019163	29.861278
Mix de Sementes1	70	4	3	1,3	29.863177	29.813959
Mix de Sementes2	70	4	3	1,3	30.112063	29.903779
Mix de Sementes3	70	4	3	1,3	30.112063	29.772199
Pinhão Manso1	50	3	2	1,2	29.922395	29.642495
Pinhão Manso2	50	3	2	1,2	29.880525	29.943726
Pinhão Manso3	50	3	2	1,2	29.889219	29.774474
Pinhão Manso1	60	4	3	1,6	30.019163	29.876042
Pinhão Manso2	60	2	2	1,3	29.979773	29.720008
Pinhão Manso3	60	4	3	1,6	30.000219	29.797882
Pinhão Manso1	70	4	3	1,6	29.948014	29.758882
Pinhão Manso2	70	3	3	1,6	29.974473	29.869411
Pinhão Manso3	70	3	3	1,6	30.014212	29.865805
Soja1	50	3	2	1,2	29.889219	29.532702
Soja2	50	3	2	1,2	29.639827	29.525551
Soja3	50	3	2	1,3	29.701176	29.625016
Soja1	60	4	3	1,6	29.829778	29.457002
Soja2	60	2	2	1,3	29.759727	29.521428
Soja3	60	2	2	1,3	29.759727	29.560108
Soja1	70	3	3	1,6	30.014212	29.542146
Soja2	70	2	2	1,2	29.631194	29.714846
Soja3	70	2	2	1,2	29.631194	29.627897
Average					29.770652	29.637344
Median					29.704190	29.626457
Minimum					29.528667	29.365132
Maximum					30.112063	29.943726
Std.Dev.					0,165297	0,138081

Analisando os resultados apresentados na Tabela 5, a técnica de filtragem Dual-NLM de Cauchy-Schwarz, em comparação ao método tradicional NLM, apresentou o melhor resultado para a redução de ruído gaussiano.

A Tabela 6 apresenta, respectivamente, as avaliações realizadas utilizando a métrica PSNR para 18 tipos de imagens diferentes de 8 bits em tons de cinza e 3 diferentes valores de entrada como parâmetro, aplicados ao cálculo da distância de Hellinger.

Tabela 6 – PSNR obtidos após filtragem com o filtro NLM padrão e NLM paramétrico Hellinger para imagens corrompidas por ruído Gaussiano com $\sigma = 10$.

Resultados após os filtro <i>Dual Non-Local Means</i> Hellinger						
Imagem	H	t	f	h	Dual NLM-Hellinger	NLM-Padrão
Girassol1	50	1	3	0,8	29.366640	29.516391
Girassol2	50	1	3	0,8	29.202238	29.537174
Girassol3	50	1	3	0,8	29.275211	29.574539
Girassol1	60	1	3	0,8	29.459471	29.557383
Girassol2	60	1	3	0,8	29.416299	29.527811
Girassol3	60	1	3	0,8	29.415661	29.517052
Girassol1	70	1	3	0,8	29.475453	29.590907
Girassol2	70	1	3	0,8	29.405443	29.561423
Girassol3	70	1	3	0,8	29.486648	29.661217
Grão de Bico1	50	1	3	0,8	29.293178	29.468341
Grão de Bico2	50	1	3	0,8	29.306775	29.440521
Grão de Bico3	50	1	3	0,8	29.263074	29.365132
Grão de Bico1	60	1	3	0,8	29.208869	29.417478
Grão de Bico2	60	1	3	0,8	29.315844	29.649311
Grão de Bico3	60	1	3	0,8	29.267150	29.565866
Grão de Bico1	70	1	3	0,8	29.486648	29.471379
Grão de Bico2	70	1	3	0,8	29.430177	29.578821
Grão de Bico3	70	1	3	0,8	29.291394	29.505283
Grão de Trigo1	50	1	3	0,8	29.347113	29.568581
Grão de Trigo2	50	1	3	0,8	29.296123	29.503985
Grão de Trigo3	50	1	3	0,8	29.291214	29.663249
Grão de Trigo1	60	1	3	0,8	29.388501	29.683039
Grão de Trigo2	60	1	3	0,8	29.394816	29.635784
Grão de Trigo3	60	1	3	0,8	29.315444	29.592937
Grão de Trigo1	70	1	3	0,8	29.348130	29.634798
Grão de Trigo2	70	1	3	0,8	29.319819	29.639084
Grão de Trigo3	70	2	3	0,8	29.419600	29.541592
Mix de Sementes1	50	1	3	0,8	29.555716	29.713851
Mix de Sementes2	50	1	3	0,8	29.602296	29.675538
Mix de Sementes3	50	1	3	0,8	29.534973	29.727673
Mix de Sementes1	60	1	3	0,8	29.509633	29.815291
Mix de Sementes2	60	1	3	0,8	29.489409	29.808510
Mix de Sementes3	60	1	3	0,8	29.563672	29.861278
Mix de Sementes1	70	1	3	0,8	29.573131	29.813959
Mix de Sementes2	70	1	3	0,8	29.597839	29.903779

Imagem	H	t	f	h	Dual NLM-Hellinger	NLM-Padrão
Mix de Sementes3	70	1	3	0,8	29.566268	29.772199
Pinhão Manso1	50	1	3	0,8	29.534973	29.642495
Pinhão Manso2	50	1	3	0,8	29.595818	29.943726
Pinhão Manso3	50	1	3	0,8	29.424796	29.774474
Pinhão Manso1	60	1	3	0,8	29.466603	29.876042
Pinhão Manso2	60	1	3	0,8	29.570188	29.720008
Pinhão Manso3	60	1	3	0,8	29.570188	29.797882
Pinhão Manso1	70	1	3	0,8	29.426553	29.758882
Pinhão Manso2	70	1	3	0,8	29.670994	29.869411
Pinhão Manso3	70	1	3	0,8	29.586568	29.865805
Soja1	50	1	3	0,8	29.424796	29.532702
Soja2	50	1	3	0,8	29.424796	29.525551
Soja3	50	1	3	0,8	29.501175	29.625016
Soja1	60	1	3	0,8	29.537314	29.457002
Soja2	60	1	3	0,8	29.384332	29.521428
Soja3	60	1	3	0,8	29.465104	29.560108
Soja1	70	1	3	0,8	29.374226	29.542146
Soja2	70	1	3	0,8	29.503381	29.714846
Soja3	70	1	3	0,8	29.464992	29.627897
Average					29.433457	29.637344
Median					29.425674	29.626457
Minimum					29.202238	29.365132
Maximum					29.670994	29.943726
Std.Dev.					0,113355	0,138081

Analisando os resultados apresentados na Tabela 6, a técnica de filtragem Dual-NLM Hellinger em relação ao método tradicional NLM, percebemos que o Dual-NLM Hellinger, não apresentou o melhor resultado em comparação ao método tradicional NLM para a redução de ruído gaussiano.

A Tabela 7 apresenta, respectivamente, as avaliações realizadas utilizando a métrica PSNR para 18 tipos de imagens diferentes de 8 bits em tons de cinza, considerando um dos filtros: BM3D, Bilateral, Wiener, Wavelet, Difusão Anisotrópica e Total Variation.

Tabela 7 – PSNR’s obtidos após filtragem com os filtro BM3D, Bilateral, Wiener, Wavelet, Difusão Anisotrópica e Total Variation para imagens corrompidas por ruído Gaussiano com $\sigma = 10$.

Resultados após os filtro BM3D, Bilateral, Wiener, Wavelet, Difusão Anisotrópica e Total Variation	Difusão Anisotrópica e Total Variation					
	BM3D	Bilateral	Wiener	Wavelet	Difusão Anisotrópica	Total Variation
Girassol1	26.134145	21.966639	29.668459	25.431511	26.882383	25.577222
Girassol2	25.580701	21.673260	29.541878	25.673513	26.692842	25.373643
Girassol3	25.560251	21.482527	29.687847	25.820269	26.752647	25.451689
Grão de Bico1	26.081624	20.930540	29.528422	25.205048	26.194310	24.995639
Grão de Bico2	25.530586	21.395603	29.495440	25.649527	26.478435	25.212351
Grão de Bico3	25.886318	21.216912	29.501698	24.893276	26.303848	25.065954
Grão de Trigo1	25.519267	20.859497	29.633090	25.193292	26.352132	25.211646
Grão de Trigo2	25.025870	20.894732	29.618033	25.706890	26.580147	25.367194
Grão de Trigo3	25.910519	20.996675	29.555068	25.044468	26.348623	25.136554
Mix de Sementes1	27.446882	21.784721	29.676023	26.451950	26.460996	25.208425
Mix de Sementes2	27.844943	22.337167	29.759870	27.756111	26.803997	25.520829
Mix de Sementes3	27.875707	22.097094	29.763200	26.950523	26.640752	25.359463
Pinhão Manso1	26.153093	21.174982	29.771983	25.932564	26.213687	25.002595
Pinhão Manso2	28.322847	22.368379	29.836957	26.578574	26.980687	25.700964
Pinhão Manso3	27.514123	21.998151	29.712451	26.533758	26.584886	25.351075
Soja1	25.127904	20.173175	29.467054	23.641332	25.531940	24.327014
Soja2	25.342814	20.522241	29.529468	24.375619	25.785108	24.560546
Soja3	25.689555	20.854902	29.518129	24.612334	26.002428	24.759259
Average	26.252619	21.373733	29.625837	25.636142	26.421658	25.176781
Median	25.898418	21.306258	29.625562	25.661520	26.469716	25.211998
Minimum	25.025870	20.173175	29.467054	23.641332	25.531940	24.327014
Maximum	28.322847	22.368379	29.836957	27.756111	26.980687	25.700964
Std.Dev.	1,048317	0.631771	0.113402	0.989705	0.379638	0.353515

Analisando os resultados apresentados na Tabela 7, observa-se que o método de filtragem de Wiener apresentou o melhor desempenho médio em termos de *Peak Signal-to-Noise Ratio* (PSNR), superando as demais abordagens clássicas analisadas. Em média, o filtro de Wiener obteve um PSNR de 29.63 dB, enquanto os métodos BM3D, Bilateral, Wavelet, Difusão Anisotrópica e Total Variation apresentaram desempenhos inferiores,

variando entre 25 e 27 dB. O bom desempenho do filtro de Wiener pode ser atribuído à sua natureza estatística, que considera a relação sinal-ruído global e modela o ruído aditivo como um processo Gaussiano, o que se alinha ao tipo de ruído empregado nos experimentos.

Para ilustrar a diferença entre os métodos, as Figuras 2, 3, 4, 5, 6 e 7, mostram os resultados visuais para as imagens de Girassol, Grão de Bico, Grão de Trigo, Mix de Sementes, Pinhão Manso e Soja. Assim, é possível observar que há uma significativa diferença em relação ao nível de ruído residual nas imagens filtradas pelo método *Dual NLM* Cauchy-Schwarz. Além disso, as variações das divergências de Cauchy-Schwarz e Kullback-Leibler não locais, propostos, fornecem uma melhor relação entre a redução de ruído e preservação de borda.

Figura 2 – Resultado da imagem original (2(a)). Imagens filtradas: filtro NLM (2(b)), filtro *Dual NLM* de Cauchy-Schwarz (2(c)), filtro BM3D (2(d)), filtro Bilateral (2(e)), filtro Wiener (2(f)), filtro Wavelet (2(g)), filtro Difusão Anisotrópica (2(h)) e filtro Total Variation (2(i)).

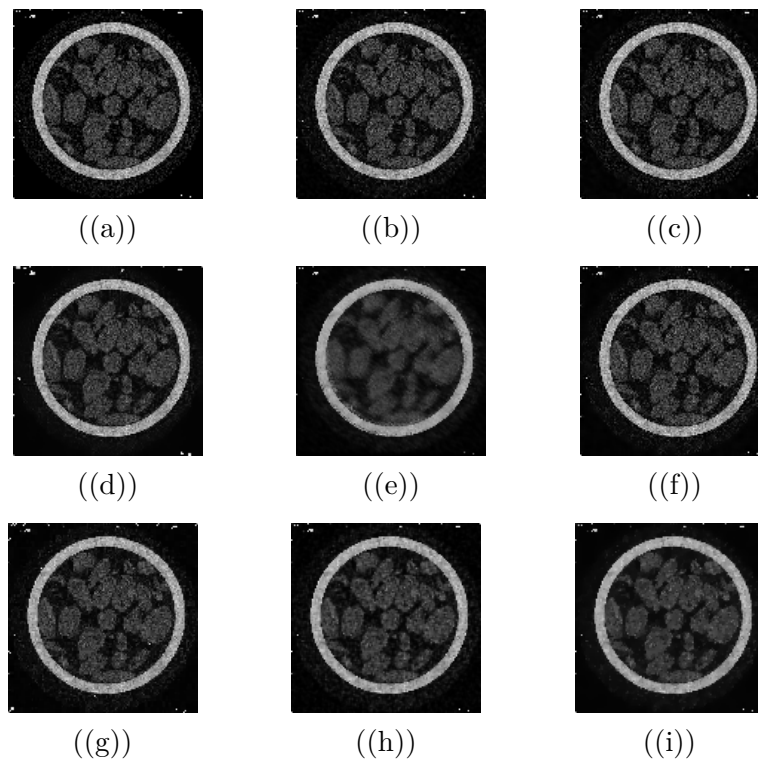


Figura 3 – Resultado da imagem original (3(a)). Imagens filtradas: filtro NLM (3(b)), filtro *Dual NLM* de Cauchy-Schwarz (3(c)), filtro BM3D (3(d)), filtro Bilateral (3(e)), filtro Wiener (3(f)), filtro Wavelet (3(g)), filtro Difusão Anisotrópica (3(h)) e filtro Total Variation (3(i)).

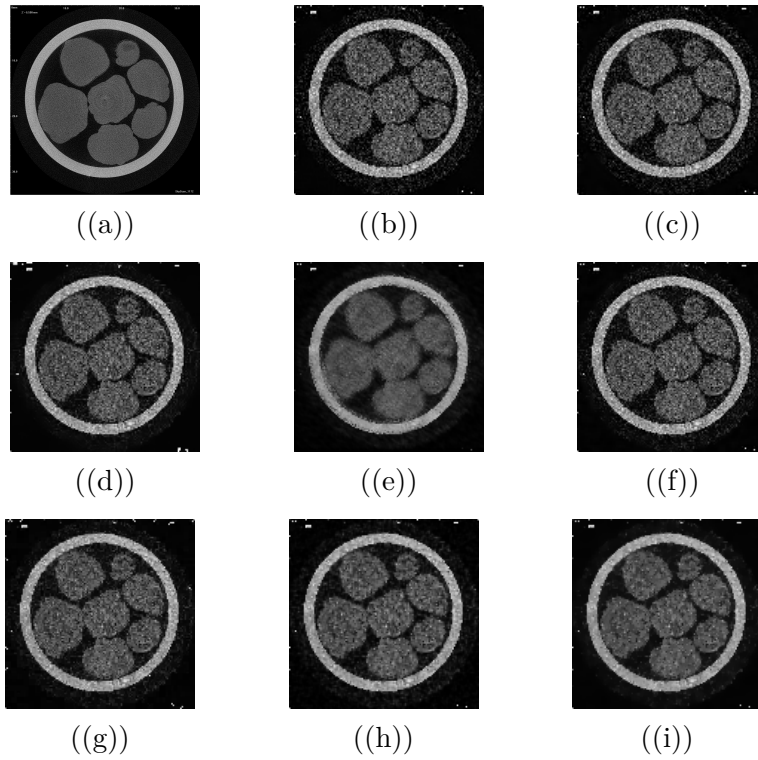


Figura 4 – Resultado da imagem original (4(a)). Imagens filtradas: filtro NLM (4(b)), filtro *Dual NLM* de Cauchy-Schwarz (4(c)), filtro BM3D (4(d)), filtro Bilateral (4(e)), filtro Wiener (4(f)), filtro Wavelet (4(g)), filtro Difusão Anisotrópica (4(h)) e filtro Total Variation (4(i)).

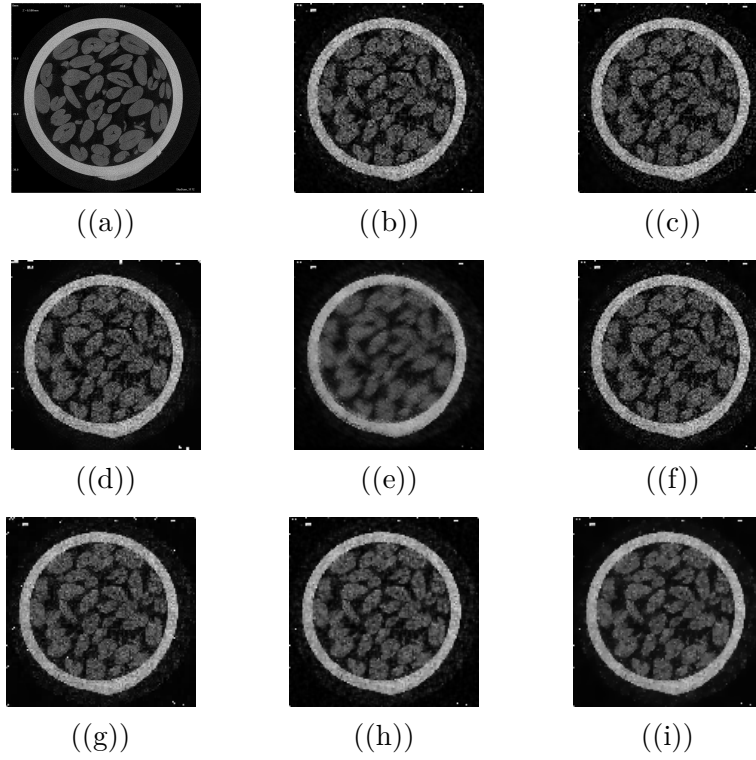


Figura 5 – Resultado da imagem original (5(a)). Imagens filtradas: filtro NLM (5(b)), filtro *Dual NLM* de Cauchy-Schwarz (5(c)), filtro BM3D (5(d)), filtro Bilateral (5(e)), filtro Wiener (5(f)), filtro Wavelet (5(g)), filtro Difusão Anisotrópica (5(h)) e filtro Total Variation (5(i)).

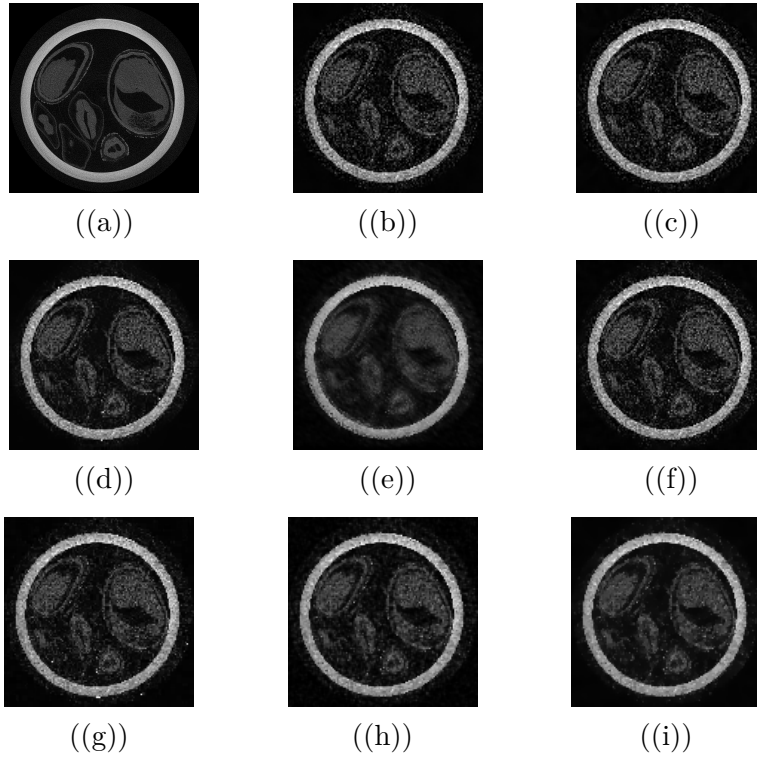


Figura 6 – Resultado da imagem original (6(a)). Imagens filtradas: filtro NLM (6(b)), filtro *Dual NLM* de Cauchy-Schwarz (6(c)), filtro BM3D (6(d)), filtro Bilateral (6(e)), filtro Wiener (6(f)), filtro Wavelet (6(g)), filtro Difusão Anisotrópica (6(h)) e filtro Total Variation (6(i)).

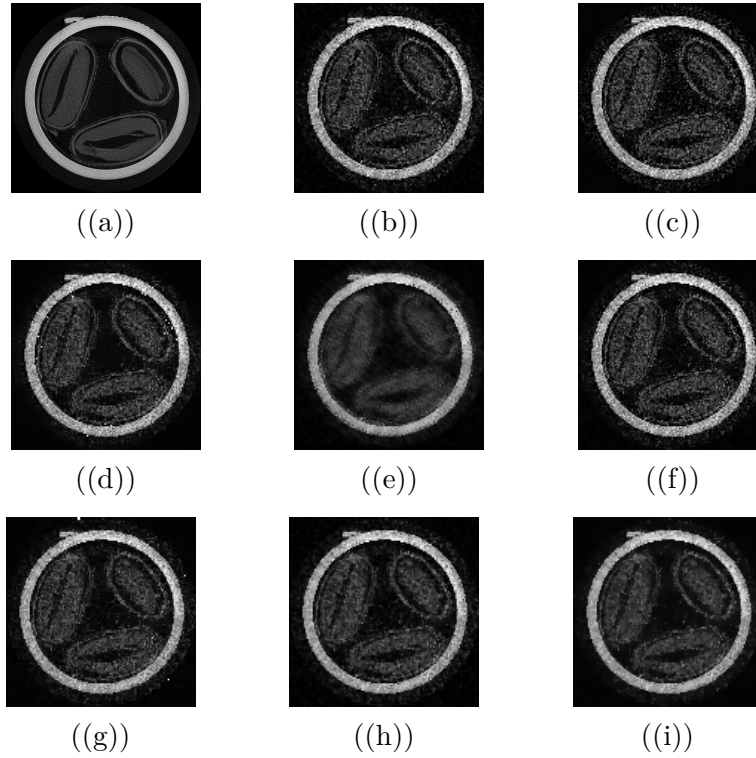
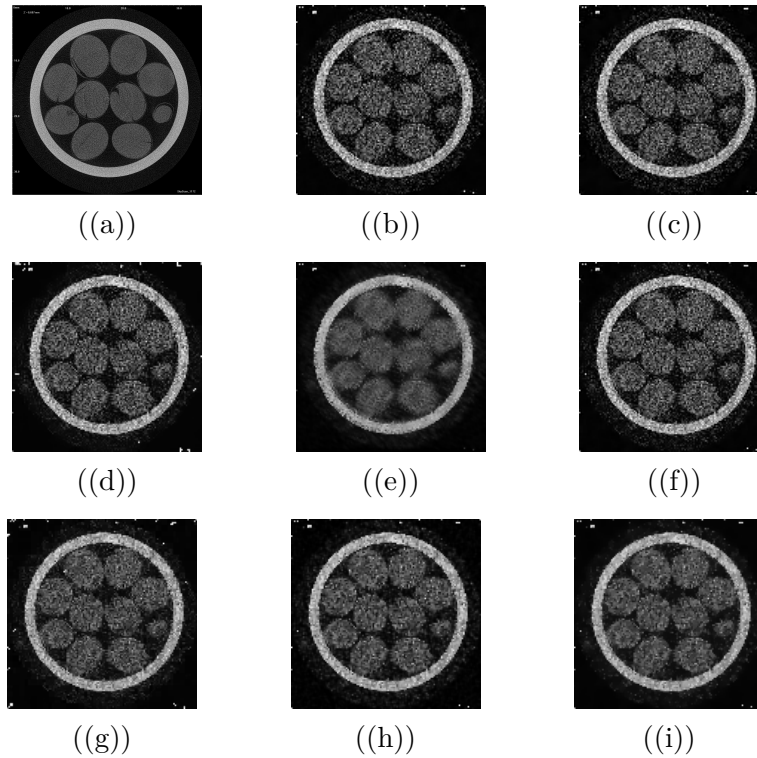


Figura 7 – Resultado da imagem original (7(a)). Imagens filtradas: filtro NLM (7(b)), filtro *Dual NLM* de Cauchy-Schwarz (7(c)), filtro BM3D (7(d)), filtro Bilateral (7(e)), filtro Wiener (7(f)), filtro Wavelet (7(g)), filtro Difusão Anisotrópica (7(h)) e filtro Total Variation (7(i)).



Os resultados da Tabela 2 indicam que o *Dual NLM* Cauchy-Schwarz (CS) alcançou a melhor média global de PSNR (29,77 dB), seguido de perto pelo Dual NLM-KL (29,75 dB). Ambos superaram o NLM padrão (29,63 dB) e também o melhor método clássico, o Wiener (29,63 dB; Tabela 7). Já as variantes Bhattacharyya e Hellinger não apresentaram ganhos em relação ao NLM, com médias de 29,47 dB e 29,43 dB, respectivamente. Em termos de ganho médio, o Dual NLM-CS supera o NLM padrão em $\approx 0,13$ dB e o Wiener em $\approx 0,15$ dB, enquanto o KL fica $\approx 0,11$ dB acima do NLM. Embora as diferenças nessa faixa sejam modestas, elas foram consistentes ao longo das 18 imagens.

A Tabela 7 confirma que, entre os métodos comparativos, o Wiener foi o mais competitivo, enquanto o BM3D apresentou desempenho inferior ao esperado (média 26,25 dB) para este conjunto e configuração. Esse resultado merece uma nota metodológica: o BM3D é tipicamente forte sob ruído gaussiano, mas sua performance depende de ajuste fino de parâmetros e de estimativas precisas de σ . Além disso, operar em 8 bits com contraste limitado e texturas finas aplicadas em imagens tomográficas de sementes agrícolas visando reduzir sua vantagem.

As Figuras 2–7 corroboram qualitativamente os achados: as variantes Cauchy-Schwarz e KL do *Dual NLM* preservam melhor as bordas e microestruturas, com menor ruído residual e menor borramento quando comparadas aos métodos clássicos. Visualmente, isso se manifesta na maior definição de contornos e na manutenção de padrões finos no

interior dos grãos/sementes, sem introdução de artefatos.

No tocante à robustez dos parâmetros, varremos $t \in 50, 60, 70$ (janela de busca), $f \in 2, 3, 4$ (tamanho do *patch*) e h relativo a σ_n . As dispersões (desvios-padrão) reportadas ao final da Tabela 2 mostram que CS e KL apresentam variabilidade comparável (0,17 dB e 0,18 dB, respectivamente) à do NLM (0,14 dB). Isso sugere que os ganhos do Dual NLM–CS/KL não são fruto de configurações pontuais, mas persistem em diferentes combinações de (t, f, h) . Observamos também que, em alguns casos isolados, o NLM padrão ou o Wiener empataram ou superaram as variantes propostas, o que é compatível com a natureza dependente do conteúdo (textura/contraste) dos métodos baseados em *patch*.

Do ponto de vista estatístico, os ganhos médios observados são modestos, porém consistentes ao longo das imagens avaliadas. Para fortalecer a evidência empírica, recomenda-se a aplicação de um teste não paramétrico pareado, como o teste de Wilcoxon para postos sinalizados, comparando o desempenho do Dual NLM–Cauchy–Schwarz com os métodos NLM e Wiener. Com uma amostra de $n=18$ imagens, diferenças médias da ordem de 0,1 a 0,15 dB em PSNR tendem a alcançar significância estatística, desde que o número de empates seja reduzido, o que reforçaria a conclusão da superioridade do método proposto.

Alguns aspectos práticos merecem registro. Primeiro, para o conjunto avaliado (18 imagens, 8 bits, $\sigma_n = 10$), a estratégia de selecionar, por imagem, o melhor h para NLM/*Dual NLM* favorece uma comparação justa entre essas famílias e, ainda assim, CS/KL manteve uma vantagem média. Segundo, o custo computacional do *Dual NLM* é assintoticamente equivalente ao do NLM clássico, tipicamente $O(NS^2P^2)$, considerando N pixels, uma janela de busca $S \times S$ e patches de dimensão $P \times P$. A inclusão das divergências estatísticas (CS/KL) acrescenta um termo adicional proporcional ao número de comparações entre patches, isto é, $O(NS^2)$, o que não altera a ordem dominante da complexidade. Portanto, o *Dual NLM* preserva a viabilidade computacional para aplicação como etapa de pós-processamento na rotina tomográfica. Terceiro, embora tenhamos focado em PSNR, os ganhos visuais sugerem que métricas perceptuais (por exemplo, SSIM/FSIM) podem ampliar o contraste entre métodos, de forma que incluí-las seria um complemento interessante.

Por fim, destacamos as limitações do protocolo: (i) avaliamos apenas ruído gaussiano aditivo com um único nível de desvio-padrão; (ii) o conjunto contém 18 imagens específicas de um domínio (tomografia de sementes), o que restringe a generalização; e (iii) alguns métodos comparativos (por exemplo, BM3D) podem exigir *tuning* adicional para atingir seu potencial. Ainda assim, dentro desse escopo, os experimentos evidenciam a robustez do *Dual NLM*, especialmente nas versões Cauchy–Schwarz e KL, que superam consistentemente o NLM padrão e o Wiener em média, com a melhor preservação estrutural observada nas inspeções visuais.

5.2 Redução de Dimensionalidade e Classificação Supervisionada

Após a etapa de filtragem, foi conduzido um segundo conjunto de experimentos voltado à análise da redução de dimensionalidade e da classificação supervisionada dos padrões de textura presentes nas imagens restauradas. O objetivo dessa fase é investigar se as representações obtidas após o processo de filtragem preservam informações discriminativas relevantes para a diferenciação entre as culturas tomográficas analisadas.

Para essa análise, foram extraídos vetores de atributos locais (*patches*) das imagens filtradas pelo método *Dual NLM* com divergência de Cauchy–Schwarz, a variante que apresentou o melhor desempenho na etapa de filtragem. Esses vetores foram, então, processados por dois métodos de redução de dimensionalidade: o SEI-ISOMAP, que utiliza distâncias estocásticas de difusão para capturar a geometria intrínseca do conjunto de dados, e o PCA (*Principal Component Analysis*), baseado na maximização da variância global.

Os *embeddings* resultantes em baixa dimensão foram comparados por meio de métricas quantitativas de qualidade de mapeamento, incluindo *trustworthiness*, coeficiente de correlação de Pearson, índice de silhueta e desempenho de classificação obtido por validação cruzada.

A Tabela 8 apresenta os resultados obtidos pelas métricas *trustworthiness*, correlação de Pearson, índice de silhueta, considerando os *embeddings* derivados dos métodos SEI-ISOMAP e PCA.

Tabela 8 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Girassol 1.

Métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.843172	0.869702
Correlação de Pearson	0.744696	0.627638
Silhueta	0.318890	0.130531

Tabela 9 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Girassol 2.

Métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.837961	0.869600
Correlação de Pearson	0.578982	0.637509
Silhueta	0.283202	0.125480

Tabela 10 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Girassol 3.

Métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.832085	0.872461
Correlação de Pearson	0.773552	0.650582
Silhueta	0.241458	0.134124

Tabela 11 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Grão de Bico 1.

métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.816241	0.857783
Correlação de Pearson	0.836941	0.612883
Silhueta	0.194874	0.112932

Tabela 12 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Grão de Bico 2.

Métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.832589	0.861199
Correlação de Pearson	0.593067	0.615390
Silhueta	0.235381	0.128270

Tabela 13 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Grão de Bico 3.

Métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.807789	0.850976
Correlação de Pearson	0.743592	0.593617
Silhueta	0.227409	0.132741

Tabela 14 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Grão de Trigo 1.

métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.814700	0.876395
Correlação de Pearson	0.776346	0.673646
Silhueta	0.214397	0.119411

Tabela 15 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Grão de Trigo 2.

Métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.840793	0.881758
Correlação de Pearson	0.835620	0.689586
Silhueta	0.355013	0.142527

Tabela 16 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Grão de Trigo 3.

Métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.837007	0.882118
Correlação de Pearson	0.833476	0.677797
Silhueta	0.327303	0.129590

Tabela 17 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Mix de Sementes 1.

métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.828047	0.871466
Correlação de Pearson	0.805270	0.655413
Silhueta	0.406491	0.133039

Tabela 18 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Mix de Sementes 2.

Métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.837266	0.874169
Correlação de Pearson	0.780078	0.648871
Silhueta	0.235089	0.130719

Tabela 19 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Mix de Sementes 3.

Métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.837713	0.868205
Correlação de Pearson	0.806510	0.642691
Silhueta	0.224548	0.141335

Tabela 20 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Pinhão Manso 1.

métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.832365	0.866174
Correlação de Pearson	0.838624	0.637675
Silhueta	0.340144	0.113670

Tabela 21 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Pinhão Manso 2.

Métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.843919	0.883805
Correlação de Pearson	0.786802	0.682439
Silhueta	0.175592	0.135112

Tabela 22 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Pinhão Manso 3.

Métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.817833	0.868801
Correlação de Pearson	0.871378	0.650049
Silhueta	0.240258	0.130675

Tabela 23 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Soja 1.

métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.810862	0.853814
Correlação de Pearson	0.809404	0.600049
Silhueta	0.237177	0.110394

Tabela 24 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Soja 2.

Métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.827887	0.866177
Correlação de Pearson	0.824779	0.614658
Silhueta	0.201565	0.099965

Tabela 25 – Resultados das métricas de preservação e separabilidade obtidas pelos métodos SEI-ISOMAP e PCA na imagem Soja 3.

Métrica	SEI-ISOMAP	PCA
<i>Trustworthiness</i>	0.831465	0.859233
Correlação de Pearson	0.803415	0.607841
Silhueta	0.266232	0.111361

De modo geral, os resultados apresentados nas Tabelas 8 a 25 indicam que o SEI-ISOMAP tende a superar o PCA nas métricas de correlação de Pearson e índice de silhueta, para as quais valores mais elevados são desejáveis, pois refletem, respectivamente, maior concordância entre as relações de distância do espaço original e do espaço reduzido e maior separabilidade entre grupos no *embedding*. Em contrapartida, observa-se que o PCA apresentou, em alguns casos, valores ligeiramente superiores de *trustworthiness*, métrica em que valores maiores também são melhores e indicam maior preservação da vizinhança local. Ainda assim, considerando o conjunto das métricas, o SEI-ISOMAP mostrou vantagem global ao representar de forma mais eficaz estruturas não lineares e padrões complexos entre os *patches*, resultando em melhor separabilidade no espaço reduzido.

Além disso, destaca-se que, no pipeline adotado, o SEI-ISOMAP operou sobre vetores de características de dimensão $D_{\text{orig}} = 27$ (intensidades de *patch* 5×5 acrescidas das coordenadas normalizadas (x, y)) e produziu *embeddings* em $d = 6$ dimensões para avaliação e classificação, correspondendo a uma redução de dimensionalidade de aproximadamente 77,8% em relação ao espaço original. Para fins de visualização, quando $d = 2$, a redução atinge aproximadamente 92,6%. Tal compressão decorre de um processo de aprendizado estrutural da geometria intrínseca dos dados, baseado na construção de um grafo supervisionado, na definição de afinidades entrópicas e no cálculo de distâncias estocásticas de difusão, seguidos de decomposição espectral via *Multidimensional Scaling* (MDS). A dimensionalidade alvo d foi calibrada empiricamente com base na análise espectral e no desempenho nas métricas de qualidade de mapeamento e classificação, buscando preservar informações discriminativas relevantes.

No contexto experimental considerado, a incorporação de distâncias estocásticas de difusão no SEI-ISOMAP mostrou-se capaz de produzir representações mais expressivas das estruturas internas das imagens filtradas, o que se refletiu, de forma consistente nas dobras de validação cruzada, em melhor desempenho médio dos classificadores supervisionados. Contudo, ressalta-se que tais conclusões estão restritas ao conjunto analisado, composto por 18 imagens tomográficas, não sendo possível generalizar estatisticamente os achados para outros domínios ou bases de dados sem investigações adicionais e testes estatísticos formais.

Na etapa subsequente, foram empregados três classificadores supervisionados sendo eles KNN, SVM (com *kernel* RBF) e *Random Forest*, aplicados a cada espaço reduzido (SEI-ISOMAP e PCA). O desempenho foi avaliado pelas métricas de acurácia e F_1 -macro, calculadas a partir de uma validação cruzada estratificada, assegurando a comparação justa entre os modelos e a robustez estatística dos resultados.

Tabela 26 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Girassol 1.

Classificador	Método	Acurácia	$F1$ -score
KNN	ISO	0.912592	0.910882
KNN	PCA	0.789783	0.788324
SVM	ISO	0.915733	0.913402
SVM	PCA	0.866807	0.866683
RF	ISO	0.919873	0.916989
RF	PCA	0.867843	0.866850

Tabela 27 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Girassol 2.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.899061	0.898967
KNN	PCA	0.795035	0.793783
SVM	ISO	0.903217	0.902500
SVM	PCA	0.835579	0.834194
RF	ISO	0.906336	0.906364
RF	PCA	0.851225	0.851880

Tabela 28 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Girassol 3.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.900103	0.900047
KNN	PCA	0.806450	0.806818
SVM	ISO	0.903249	0.903942
SVM	PCA	0.876144	0.875359
RF	ISO	0.897005	0.896566
RF	PCA	0.857427	0.854251

Tabela 29 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Grão de Bico 1.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.867838	0.868318
KNN	PCA	0.778335	0.777836
SVM	ISO	0.892822	0.892638
SVM	PCA	0.843890	0.844595
RF	ISO	0.878265	0.878594
RF	PCA	0.845995	0.844239

Tabela 30 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Grão de Bico 2.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.905295	0.908399
KNN	PCA	0.803319	0.806060
SVM	ISO	0.904269	0.906670
SVM	PCA	0.852229	0.853724
RF	ISO	0.898014	0.900846
RF	PCA	0.870957	0.870772

Tabela 31 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Grão de Bico 3.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.914675	0.913416
KNN	PCA	0.798154	0.796045
SVM	ISO	0.919894	0.917615
SVM	PCA	0.848062	0.846654
RF	ISO	0.918836	0.916809
RF	PCA	0.842838	0.841519

Tabela 32 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Grão de Trigo 1.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.896978	0.892831
KNN	PCA	0.781536	0.775043
SVM	ISO	0.905300	0.901521
SVM	PCA	0.837689	0.829491
RF	ISO	0.902175	0.895372
RF	PCA	0.860584	0.849304

Tabela 33 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Grão de Trigo 2.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.937581	0.937440
KNN	PCA	0.815814	0.815262
SVM	ISO	0.943826	0.943342
SVM	PCA	0.860611	0.861252
RF	ISO	0.946940	0.946266
RF	PCA	0.873030	0.872144

Tabela 34 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Grão de Trigo 3.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.921956	0.923282
KNN	PCA	0.779393	0.781320
SVM	ISO	0.924039	0.924784
SVM	PCA	0.869932	0.870486
RF	ISO	0.919883	0.920789
RF	PCA	0.857454	0.856633

Tabela 35 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Mix de Sementes 1.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.947971	0.946481
KNN	PCA	0.808484	0.800152
SVM	ISO	0.949034	0.949333
SVM	PCA	0.864702	0.853017
RF	ISO	0.945898	0.944096
RF	PCA	0.866775	0.849822

Tabela 36 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Mix de Sementes 2.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.925081	0.925544
KNN	PCA	0.789778	0.789751
SVM	ISO	0.922992	0.924046
SVM	PCA	0.834559	0.835118
RF	ISO	0.926101	0.928268
RF	PCA	0.852186	0.852672

Tabela 37 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Mix de Sementes 3.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.922965	0.925271
KNN	PCA	0.808506	0.806759
SVM	ISO	0.924034	0.925908
SVM	PCA	0.883463	0.882869
RF	ISO	0.920893	0.922717
RF	PCA	0.874077	0.870748

Tabela 38 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Pinhão de Manso 1.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.927148	0.923075
KNN	PCA	0.783571	0.778761
SVM	ISO	0.932340	0.928326
SVM	PCA	0.833522	0.827152
RF	ISO	0.927170	0.922901
RF	PCA	0.803319	0.788935

Tabela 39 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Pinhão Manso 2.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.885514	0.882067
KNN	PCA	0.806423	0.802530
SVM	ISO	0.898019	0.894259
SVM	PCA	0.867816	0.863308
RF	ISO	0.892827	0.887992
RF	PCA	0.839745	0.833785

Tabela 40 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Pinhão Manso 3.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.912592	0.914057
KNN	PCA	0.800140	0.802161
SVM	ISO	0.909478	0.911187
SVM	PCA	0.855316	0.855679
RF	ISO	0.918831	0.920364
RF	PCA	0.852186	0.850664

Tabela 41 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Soja 1.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.868847	0.869929
KNN	PCA	0.737721	0.743442
SVM	ISO	0.869900	0.871404
SVM	PCA	0.791839	0.796385
RF	ISO	0.866780	0.867743
RF	PCA	0.797096	0.797811

Tabela 42 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Soja 2.

Classificador	Método	Acurácia	<i>F1-score</i>
KNN	ISO	0.900086	0.901890
KNN	PCA	0.719058	0.714030
SVM	ISO	0.904237	0.906368
SVM	PCA	0.765857	0.758161
RF	ISO	0.898014	0.899742
RF	PCA	0.790835	0.780678

Tabela 43 – Resultados dos classificadores aplicados aos métodos SEI-ISOMAP e PCA para a imagem Soja 3.

Classificador	Método	Acurácia	$F1$ -score
KNN	ISO	0.884483	0.883119
KNN	PCA	0.765889	0.760621
SVM	ISO	0.896961	0.894656
SVM	PCA	0.821017	0.814939
RF	ISO	0.887603	0.886298
RF	PCA	0.814799	0.803372

Os resultados apresentados nas Tabelas 26 a 43 indicam, no conjunto de imagens avaliado, uma tendência de desempenho superior do SEI-ISOMAP em relação ao PCA na tarefa de classificação supervisionada das imagens tomográficas de sementes agrícolas filtradas.

Em todas as imagens tomográficas de sementes agrícolas avaliadas, observa-se que as métricas de acurácia e F_1 -macro obtidas a partir dos *embeddings* do SEI-ISOMAP superam, em média, aquelas provenientes do PCA, indicando que a representação difusiva preserva de maneira mais eficaz a estrutura discriminativa dos dados.

O ganho de desempenho é particularmente notável nas classes com maior sobreposição visual, como as amostras de soja e grão de bico, nas quais o SEI-ISOMAP conseguiu separar adequadamente padrões de textura sutis que o PCA não capturou. Além disso, a estabilidade entre acurácia e F_1 -macro sugere que os classificadores apresentaram um comportamento equilibrado entre as classes, sem enviesamento significativo.

Entre os classificadores avaliados, o *Random Forest* apresentou os melhores resultados em termos de acurácia, seguido de perto pelo SVM com kernel RBF, enquanto o KNN mostrou um desempenho ligeiramente inferior, embora ainda satisfatório. Esses achados reforçam que o uso combinado de uma redução de dimensionalidade SEI-ISOMAP com classificadores baseados em ensembles ou margens de decisão amplia o potencial de discriminação das imagens filtradas pelo método *Dual NLM CS*.

De modo geral, no contexto experimental considerado, a combinação *Dual NLM CS* + SEI-ISOMAP + *Random Forest* mostrou-se uma estratégia promissora para a análise e diferenciação das imagens tomográficas de sementes agrícolas sob ruído gaussiano.

5.3 Síntese dos Resultados

Os resultados experimentais confirmam que:

- O filtro *Dual NLM*, especialmente na variante Cauchy–Schwarz, apresenta desempenho superior aos métodos clássicos em PSNR, preservando bordas e detalhes finos.

- ❑ O SEI-ISOMAP mostrou-se mais eficiente que o PCA na preservação da geometria intrínseca e na separabilidade de classes, refletindo em métricas superiores de *trustworthiness* e silhueta.
- ❑ Entre os classificadores testados, o *Random Forest* apresentou o melhor compromisso entre acurácia e generalização, seguido pelo SVM (RBF).

De forma integrada, as análises evidenciam que o pipeline proposto pelos métodos *Dual NLM* (Cauchy–Schwarz), SEI-ISOMAP e *Random Forest*, é uma estratégia eficaz para a redução de ruído e extração de características discriminativas em imagens tomográficas de sementes agrícolas.

Capítulo 6

Conclusão e Considerações Finais

A redução de ruído gaussiano em imagens tomográficas de sementes agrícolas continua sendo um desafio relevante em visão computacional, especialmente devido à dificuldade em equilibrar a atenuação do ruído com a preservação de detalhes estruturais finos. Métodos clássicos de filtragem, tanto no domínio espacial quanto no da frequência, enfrentam limitações intrínsecas nesse compromisso, embora soluções como o filtro de Wiener mantenham competitividade em contextos específicos.

Neste trabalho, foi proposto o *Dual Non-Local Means* (*Dual NLM*), um modelo híbrido que combina a filosofia do NLM clássico com medidas de divergência derivadas da teoria da informação, explorando similaridades não locais de forma mais robusta e estatisticamente fundamentada. O *Dual NLM* pode ser interpretado como uma extensão estatístico-informacional do NLM, na qual a comparação entre *patches* é refinada por divergências como Kullback–Leibler, Cauchy–Schwarz, Bhattacharyya e Hellinger.

Os experimentos conduzidos com um conjunto de 18 imagens tomográficas de sementes agrícolas corrompidas por ruído gaussiano mostraram que, em média, as variantes Cauchy–Schwarz e Kullback–Leibler superaram tanto o NLM padrão quanto o filtro de Wiener nas métricas de PSNR, confirmando a eficácia e a estabilidade da formulação proposta. Por outro lado, as variantes Bhattacharyya e Hellinger apresentaram desempenho semelhante ao NLM clássico, sugerindo que a escolha da divergência influencia diretamente a sensibilidade do método a diferentes regimes de ruído e contraste local. As análises quantitativas evidenciaram, de modo consistente, que o *Dual NLM* foi capaz de reduzir o ruído preservando detalhes e bordas relevantes, o que o torna uma alternativa promissora para aplicações médicas e industriais em que a integridade estrutural é crítica.

Na segunda etapa do estudo, voltada à análise das texturas tomográficas filtradas, foram avaliadas estratégias de redução de dimensionalidade e classificação supervisionada.

Nessa fase, o método SEI-ISOMAP, baseado em distâncias estocásticas de difusão, demonstrou melhor desempenho que o PCA em métricas como *trustworthiness*, correlação de Pearson e índice de silhueta, refletindo uma preservação superior da geometria intrínseca dos dados. Entre os classificadores testados — KNN, SVM (RBF) e *Random Forest* —, este último apresentou as maiores médias de acurácia e *F1-score*, confirmando a robustez da combinação *Dual NLM* (CS) + SEI-ISOMAP + *Random Forest* para a discriminação de padrões em imagens tomográficas de sementes agrícolas sob ruído gaussiano.

Os resultados obtidos indicam que a incorporação de medidas de informação estatística no processo de filtragem e a utilização de técnicas de aprendizado de representação não linear constituem uma direção promissora para o avanço de métodos de restauração e análise de imagens em contextos de ruído estruturado. Essa integração promove uma aprendizagem de métricas mais coerente com a geometria dos dados, aproximando a filtragem e a classificação sob uma mesma perspectiva informacional.

Como desdobramentos e oportunidades de continuidade, destacam-se as seguintes direções de pesquisa:

- ❑ Ampliação da avaliação experimental, abrangendo diferentes tipos e níveis de ruído (Poisson, speckle, impulsivo), bem como o uso de métricas perceptuais (SSIM, FSIM, VIF) e de fidelidade estrutural orientadas para a percepção humana.
- ❑ Aplicação de testes estatísticos pareados (por exemplo, Wilcoxon ou Friedman com pós-teste de Nemenyi) para consolidar a significância dos ganhos observados entre os métodos.
- ❑ Exploração de novas famílias de entropias generalizadas, como Rényi, Tsallis e Sharma–Mittal, buscando maior flexibilidade na modelagem das divergências informacionais e possível adaptação ao conteúdo textual das imagens.
- ❑ Integração entre redução de dimensionalidade e aprendizado profundo, investigando variantes supervisionadas de *diffusion maps* e *autoencoders* variacionais (VAE) capazes de preservar distâncias informacionais no espaço latente.
- ❑ Extensão do aprendizado de métricas ao domínio supervisionado e semi-supervisionado, considerando o uso de *losses* contrastivas e *triplet-based* para calibrar distâncias entre *patches* em conjunto com o *Dual NLM*.
- ❑ Investigação de estratégias de aprendizado conjunto (*joint learning*), nas quais a filtragem e a classificação são otimizadas de forma integrada, potencialmente em uma arquitetura *end-to-end*.
- ❑ Aplicação do modelo em contextos clínicos reais, como a reconstrução de tomografias de baixa dose e a detecção de anomalias em materiais industriais, permitindo

avaliar o impacto prático do método em cenários de aquisição limitada ou com ruído estruturado.

Em síntese, os resultados apresentados consolidam a tese de que a combinação entre medidas de informação estatística e aprendizado de representação é uma via fértil para o aprimoramento das técnicas de restauração e análise de imagens tomográficas de sementes agrícolas. Essa abordagem contribui não apenas para o desenvolvimento de filtros mais adaptativos e semanticamente coerentes, mas também para uma compreensão mais profunda da relação entre ruído, estrutura e geometria dos dados, aspectos fundamentais para o futuro do aprendizado de métricas e da visão computacional aplicada.

Referências

- AMER, A.; DUBOIS, E. Fast and reliable structure-oriented video noise estimation. **IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology**, 2005. ISSN 10518215.
- ANOWAR, F.; SADAQUI, S.; SELIM, B. **Conceptual and empirical comparison of dimensionality reduction algorithms (PCA, KPCA, LDA, MDS, SVD, LLE, ISOMAP, LE, ICA, t-SNE)**. [S.l.]: Elsevier Ireland Ltd, 2021.
- BINDILATTI, A. A.; MASCARENHAS, N. D. A nonlocal poisson denoising algorithm based on stochastic distances. **IEEE Signal Processing Letters**, 2013. ISSN 10709908.
- BOSE, B. E.; GUYON, I. M.; VAPNIK, V. N. A training algorithm for optimal margin classifiers. In: **Proceedings of the fifth annual workshop on Computational learning theory**. [S.l.: s.n.], 1992. p. 144–152.
- BREIMAN, L. Random forests-random features. Technical Report 567, Department of Statistics, UC Berkeley, 1999. 31, 1999.
- BRITO, A. R. de. **Método para Classificação de Sementes Agrícolas em Imagens Obtidas por Tomografia de Raios-X em Alta Resolução**. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), São Carlos, SP, May 2020.
- BRITO, A. R. de; LEVADA, A. L. Dual non-local means: a two-stage information-theoretic filter for image denoising. **Multimedia Tools and Applications**, Springer, v. 83, n. 2, p. 4065–4092, 2024.
- BUADES, A.; COLL, B.; MOREL, J. M. A non-local algorithm for image denoising. In: **Proceedings - 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR 2005**. [S.l.: s.n.], 2005. ISBN 0769523722.
- BUADES, A.; COLL, B.; MOREL, J.-M. A non-local algorithm for image denoising. In: **IEEE. 2005 IEEE computer society conference on computer vision and pattern recognition (CVPR'05)**. [S.l.], 2005. v. 2, p. 60–65.
- COIFMAN, R. R.; LAFON, S. Diffusion maps. **Applied and Computational Harmonic Analysis**, v. 21, p. 5–30, 7 2006. ISSN 10635203.
- CORTES, C.; VAPNIK, V. Support-vector networks. **Machine learning**, Springer, v. 20, n. 3, p. 273–297, 1995.

- _____. Support-Vector Networks. **Machine Learning**, 1995. ISSN 15730565.
- COVER, T.; HART, P. Nearest neighbor pattern classification. **IEEE transactions on information theory**, IEEE, v. 13, n. 1, p. 21–27, 1967.
- DANIEL, R.; CHINCARINI, A.; MECO, L. D. **Synthetic Generation of Amyloid PET Images by Non-Linear Dimensionality Reduction Inversion**. 2023. Ph.D. Thesis, University of Pisa.
- DIACONIS, P.; ZABELL, S. L. Updating subjective probability. **Journal of the American Statistical Association**, 1982. ISSN 1537274X.
- HO, T. K. Random decision forests. In: IEEE. **Proceedings of 3rd international conference on document analysis and recognition**. [S.l.], 1995. v. 1, p. 278–282.
- HOANG, H. G. et al. The cauchy–schwarz divergence for poisson point processes. **IEEE Transactions on Information Theory**, IEEE, v. 61, n. 8, p. 4475–4485, 2015.
- JAIN, P.; TYAGI, V. A survey of edge-preserving image denoising methods. **Information Systems Frontiers**, 2016. ISSN 15729419.
- JAKKULA, V. Tutorial on support vector machine (svm). **School of EECS, Washington State University**, v. 37, n. 2.5, p. 3, 2006.
- JENSSEN, R. et al. Optimizing the cauchy-schwarz pdf distance for information theoretic, non-parametric clustering. In: SPRINGER. **International Workshop on Energy Minimization Methods in Computer Vision and Pattern Recognition**. [S.l.], 2005. p. 34–45.
- _____. The cauchy–schwarz divergence and parzen windowing: Connections to graph theory and mercer kernels. **Journal of the Franklin Institute**, Elsevier, v. 343, n. 6, p. 614–629, 2006.
- JIN, C.; LUAN, N. An image denoising iterative approach based on total variation and weighting function. **Multimedia Tools and Applications**, Springer, v. 79, n. 29, p. 20947–20971, 2020.
- JOLLIFFE, I. T. **Principal Component Analysis**. 2nd. ed. [S.l.]: Springer, 2002.
- JU, S.; KANG, S. H.; LEE, Y. Optimization of mask size for median-modified wiener filter according to matrix size of computed tomography images. **Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment**, Elsevier B.V., v. 1010, 9 2021. ISSN 01689002.
- KAILATH, T. The Divergence and Bhattacharyya Distance Measures in Signal Selection. **IEEE Transactions on Communication Technology**, 1967. ISSN 00189332.
- KUAN, D. T. et al. ADAPTIVE NOISE SMOOTHING FILTER FOR IMAGES WITH SIGNAL-DEPENDENT NOISE. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, 1985. ISSN 01628828.
- KULLBACK, S.; LEIBLER, R. A. On information and sufficiency. **The Annals of Mathematical Statistics**, Institute of Mathematical Statistics, v. 22, n. 1, p. 79–86, 1951. ISSN 00034851. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2236703>>.

- KUNDU, R.; CHAKRABARTI, A.; LENKA, P. A novel technique for image denoising using non-local means and genetic algorithm. **National Academy Science Letters**, Springer, v. 45, n. 1, p. 61–67, 2022.
- LEVADA, A. L. Non-local medians filter for joint Gaussian and impulsive image denoising. **Proceedings - 2021 34th SIBGRAPI Conference on Graphics, Patterns and Images, SIBGRAPI 2021**, IEEE, p. 152–159, 2021.
- MAHLER, R. P. Global posterior densities for sensor management. In: **SPIE. Acquisition, tracking, and pointing XII**. [S.l.], 1998. v. 3365, p. 252–263.
- PETKOVA, L.; DRAGANOV, I. Noise Adaptive Wiener Filtering of Images. In: **2020 55th International Scientific Conference on Information, Communication and Energy Systems and Technologies, ICEST 2020 - Proceedings**. [S.l.: s.n.], 2020. ISBN 9781728171432.
- PIETRO, P. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. **IEEE Trans. PAMI**, v. 12, n. 7, 1990.
- SALEHI, H.; VAHIDI, J. A Novel Hybrid Filter for Image Despeckling Based on Improved Adaptive Wiener Filter, Bilateral Filter and Wavelet Filter. **International Journal of Image and Graphics**, 2021. ISSN 02194678.
- SHAO, L. et al. From heuristic optimization to dictionary learning: A review and comprehensive comparison of image denoising algorithms. **IEEE transactions on cybernetics**, IEEE, v. 44, n. 7, p. 1001–1013, 2013.
- SPUREK, P.; PAŁKA, W. Clustering of gaussian distributions. In: **IEEE. 2016 international joint conference on neural networks (IJCNN)**. [S.l.], 2016. p. 3346–3353.
- TENENBAUM, J. B.; SILVA, V. d.; LANGFORD, J. C. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction. **science**, American Association for the Advancement of Science, v. 290, n. 5500, p. 2319–2323, 2000.
- WIENER, N. **Extrapolation, interpolation, and smoothing of stationary time series**. [S.l.]: The MIT press, 1964.
- YOUSEFI, B. et al. Density-based isometric mapping. 3 2024. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/2403.02531>>.
- YUE, H. et al. CID: Combined image denoising in spatial and frequency domains using web images. In: **Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition**. [S.l.: s.n.], 2014. ISBN 9781479951178. ISSN 10636919.
- ZHANG, X. Two-step non-local means method for image denoising. **Multidimensional Systems and Signal Processing**, Springer, v. 33, n. 2, p. 341–366, 2022.