

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM *ENGENHARIA CIVIL*

**ANÁLISE DE CONFIABILIDADE EM PROJETOS DE ELEMENTOS DE
TRELIÇAS PLANAS DE MADEIRA CONSIDERANDO A
VARIABILIDADE DA INCLINAÇÃO DAS FIBRAS**

Iuri Fazolin Fraga

São Carlos
2024

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM *ENGENHARIA CIVIL*

**ANÁLISE DE CONFIABILIDADE EM PROJETOS DE ELEMENTOS DE
TRELIÇAS PLANAS DE MADEIRA CONSIDERANDO A
VARIABILIDADE DA INCLINAÇÃO DAS FIBRAS**

Iuri Fazolin Fraga

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil

Área de Concentração: Estruturas e Geotecnia

Orientador: Prof. Dr. André Luis Christoforo

Coorientador: Prof. Dr. Wanderlei Malaquias Pereira Junior

São Carlos
2024



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Folha de Aprovação

Defesa de Tese de Doutorado do candidato Iuri Fazolin Fraga, realizada em 02/09/2024.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Andre Luis Christoforo (UFSCar)

Prof. Dr. Pedro Gutemberg de Alcântara Segundinho (UFES)

Prof. Dr. Márcio Eduardo Silveira (UFSJ)

Prof. Dr. Jorge Daniel de Melo Moura (UEL)

Profa. Dra. Marília da Silva Bertolini (USP)

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao Soberano Deus, por guiar cada passo de minha vida e me surpreender com dádivas inimagináveis. Sou grato pela Sua constante orientação, pelo dom da vida e pela mente sã durante a realização deste trabalho, o qual dedico inteiramente a Ti. Ao Senhor, toda honra, glória e louvor.

Ao meu orientador, Prof. Dr. André Luis Christoforo, expresso minha profunda gratidão pelo acolhimento, paciência, companheirismo e pelas inúmeras palavras de incentivo. Muito obrigado por todo o empenho dedicado à concretização deste trabalho.

Ao meu coorientador, Prof. Dr. Wanderlei Malaquias Pereira Junior, agradeço pelos inúmeros auxílios ao longo da pesquisa, especialmente nas questões de programação em *Python*. Sua paciência e prontidão foram essenciais para o sucesso deste projeto.

Ao Prof. Dr. Francisco Antonio Rocco Lahr, meu estimado amigo e mentor, sou grato pela significativa contribuição, tanto na banca de qualificação quanto, principalmente, na obtenção dos resultados experimentais. Sua ajuda foi fundamental para o êxito deste trabalho.

À minha amada esposa, Alana Moriah, que, juntamente com nossos bichinhos, esteve presente tanto nos momentos de bonança quanto nas adversidades. Agradeço pelos conselhos e por sua sabedoria admirável, sempre trazendo conforto e força para prosseguir.

Aos meus pais, Mauricio e Naudinéa, sou imensamente grato pelo apoio incondicional ao longo de toda a minha trajetória acadêmica. Minha gratidão aos senhores é imensurável.

Ao meu primo Rodrigo, sou profundamente grato por ter disponibilizado suas máquinas para as simulações de confiabilidade nos momentos críticos da pesquisa. Sem sua ajuda, não teríamos concluído as simulações no prazo.

Aos Professores Dr. Jorge Daniel Moura, Dr. Márcio Eduardo Silveira, Dr^a. Marília Bertolini e Dr. Pedro Segundinho, agradeço por contribuírem de forma tão significativa na qualidade deste trabalho e por dividirem tamanha experiência em nossa banca de defesa.

Aos amigos e familiares, agradeço pela torcida e por proporcionarem incontáveis momentos de alegria.

Por fim, expresso minha profunda gratidão à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), código de financiamento 001, pelo apoio financeiro concedido; ao Laboratório de Madeira e de Estruturas de Madeira (LaMEM) da Universidade de São Paulo (USP) pela disponibilização do espaço para os experimentos; e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGECiv) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) pela oportunidade de realizar a pós-graduação.

RESUMO

A madeira, amplamente empregada na construção civil em diversas regiões do mundo, destaca-se por sua sustentabilidade, baixo consumo energético e notáveis propriedades mecânicas. No Brasil, embora sua aplicação em sistemas estruturais seja menos predominante em comparação com países do Hemisfério Norte, a madeira desempenha um papel significativo, especialmente em estruturas de cobertura. O país preserva algumas estruturas históricas de cobertura que permanecem em uso, evidenciando a durabilidade do material quando submetido a tratamento adequado. Nesse contexto, três cenários merecem destaque: a restauração de estruturas históricas, a transição para sistemas pré-fabricados e as incertezas no projeto e nas condições de serviço ao longo da vida útil das estruturas. A dificuldade em estabelecer com precisão as propriedades dos materiais, as ações e os defeitos inerentes frequentemente leva os engenheiros a adotarem abordagens determinísticas, apesar de muitas dessas variáveis serem aleatórias. Assim, a análise de confiabilidade torna-se essencial para a tomada de decisões sobre o destino da estrutura. Diante do exposto, este estudo enfatizou a análise de confiabilidade em projetos de elementos de treliças planas de madeira, considerando a inclinação das fibras como a principal variável aleatória, que, em certas condições, impacta significativamente as propriedades mecânicas do material. Foram desenvolvidos modelos que incorporam essa variabilidade, levando em conta diferentes espécies de madeira do grupo das folhosas, comparando os índices de confiabilidade (β) obtidos com padrões normativos e com a condição ideal de paralelismo perfeito das fibras. A metodologia empregada incluiu a Simulação de Monte Carlo (SMC), utilizando variáveis aleatórias que representam as propriedades da madeira, a inclinação das fibras, as ações e os carregamentos. Foram caracterizadas as propriedades físicas e mecânicas de três tipos de madeira: Cambará, Angelim-pedra e Angelim-vermelho. Modelos de regressão foram desenvolvidos para estimar tais propriedades em diferentes inclinações das fibras, demonstrando significância estatística e coeficientes de determinação (R^2) satisfatórios. Os resultados indicaram que a instabilidade de peças em compressão axial é crucial no dimensionamento e na confiabilidade de treliças planas de madeira, com uma redução preocupante nos valores de β em maiores vãos, comprometendo a confiabilidade e sugerindo a necessidade de ajustes. Novas simulações revelaram que perfis mais espessos melhoram os índices de confiabilidade (β), mesmo mantendo a área da seção transversal. A espécie de madeira teve pouca influência nos valores de β , enquanto a variabilidade, representada pelos Coeficientes de Variação (CV), e a proximidade das equações de estado-limite ao valor nulo desempenham papel crucial. Os *valores-p* do teste *t* evidenciaram a significância estatística das probabilidades de falha a partir da inclinação de 2°, desafiando o modelo de Hankinson, que sugere um impacto limitado para inclinações até 6°. A pesquisa reforça a importância da variabilidade da inclinação das fibras na confiabilidade dos elementos, destacando a necessidade de ajustes no coeficiente de modificação, embora isso requeira um estudo abrangente da modelagem probabilística da inclinação das fibras. Portanto, este trabalho representa um avanço inicial na integração dessa variabilidade em projetos estruturais de madeira, com potencial para melhorias significativas na confiabilidade estrutural e na adoção de práticas de projeto mais seguras e eficazes.

Palavras-chave: Treliças de madeira; Análise de confiabilidade; Inclinação das fibras; Propriedades mecânicas; Variabilidade.

ABSTRACT

Wood, widely used in civil construction in various regions of the world, stands out for its sustainability, low energy consumption, and remarkable mechanical properties. In Brazil, although its application in structural systems is less predominant compared to countries in the Northern Hemisphere, wood plays a significant role, especially in roofing structures. The country preserves some historical roofing structures that remain in use, demonstrating the material's durability when properly treated. In this context, three scenarios deserve attention: the restoration of historical structures, the transition to prefabricated systems, and the uncertainties in design and service conditions throughout the lifespan of the structures. The difficulty in accurately establishing the properties of materials, actions, and inherent defects often leads engineers to adopt deterministic approaches, despite many of these variables being random. Thus, reliability analysis becomes essential for decision-making regarding the structure's fate. Given the above, this study emphasized reliability analysis in the design of flat timber truss elements, considering grain orientation as the main random variable, which, under certain conditions, significantly impacts the material's mechanical properties. Models were developed that incorporate this variability, considering different species of hardwood, comparing the reliability indices (β) obtained with normative standards and the ideal condition of perfect fiber parallelism. The methodology employed included Monte Carlo Simulation (MCS), using random variables representing wood properties, grain inclination, actions, and loads. The physical and mechanical properties of three types of wood were characterized: *Cambará*, *Angelim-pedra*, and *Angelim-vermelho*. Regression models were developed to estimate these properties at different fiber inclinations, demonstrating statistical significance and satisfactory determination coefficients (R^2). The results indicated that the instability of axially compressed members is crucial in the design and reliability of flat wooden trusses, with a concerning reduction in β values in larger spans, compromising reliability and suggesting the need for adjustments. New simulations revealed that thicker profiles improve reliability indices (β), even while maintaining the cross-sectional area. The wood species had little influence on β values, while variability, represented by Coefficients of Variation (CV), and the proximity of limit state equations to the null value play a crucial role. The p -values of the t-test evidenced the statistical significance of failure probabilities from a 2° inclination, challenging the Hankinson model, which suggests limited impact for inclinations up to 6° . The research reinforces the importance of grain inclination variability in the reliability of elements, highlighting the need for adjustments in the modification factor, although this requires a comprehensive study of the probabilistic modeling of fiber inclination. Therefore, this research represents an initial advance in integrating this variability into wooden structural designs, with the potential for significant improvements in structural reliability and the adoption of safer and more effective design practices.

Keywords: *Timber trusses; Reliability analysis; Grain orientation; Mechanical properties; Variability.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Estruturas de cobertura industrializadas: (a) Treliça MLC; (b) Treliça CDE.....	13
Figura 2.1 – Dimensões, em centímetros, do corpo de prova para a determinação da umidade da madeira	19
Figura 2.2 – Diagrama de Kollmann.....	20
Figura 2.3 – Dimensões, em centímetros, dos corpos de prova para a determinação da (a) resistência à compressão paralela às fibras; (b) resistência à tração paralela às fibras; (c) resistência à compressão perpendicular às fibras e (d) resistência à tração perpendicular às fibras	21
Figura 2.4 – Diagrama de carregamento para a determinação da rigidez da madeira	22
Figura 2.5 – Diagrama tensão × deformação específica para a determinação da rigidez da madeira na compressão paralela às fibras	23
Figura 2.6 – Estrutura de cobertura típica com duas águas simétricas	24
Figura 2.7 – Elementos finitos unidimensionais de (a) treliça e de (b) viga	26
Figura 2.8 – Disposição dos esforços nos nós dos elementos de (a) treliça e de (b) pórtico	27
Figura 2.9 – Peças compostas solidarizadas descontinuamente	34
Figura 2.10 – Aproximação de uma FDP por meio de um histograma de frequências	37
Figura 2.11 – Função densidade de probabilidades conjuntas das variáveis aleatórias independentes X e Y	39
Figura 2.12 – Problema fundamental de confiabilidade: interferência entre populações	41
Figura 2.13 – Probabilidade de falha (p_f) e índice de confiabilidade (β) em termos da variável normal padrão Z	42
Figura 2.14 – Gráfico de convergência de p_f e Intervalo de Confiança (IC) para SMC simples	46
Figura 2.15 – Precisão da estimativa de β em função do número de pontos de integração (k)	48
Figura 3.1 – Evolução anual dos artigos ao longo dos últimos 15 anos: (a) Combinação 1; (b) Combinação 2; (c) Combinação 3	51
Figura 3.2 – (a) Variação de ângulo em quatro linhas de uma amostra; (b) Imagem do Ponto 5 nas quatro linhas.....	53
Figura 3.3 – Esquema estático da estrutura trelaçada de madeira.....	54
Figura 3.4 – Rigidez rotacional fora do plano de ligações por placas metálicas e deflexão inicial fora do plano de diagonais comprimidas	55
Figura 3.5 – Configuração estrutural do conjunto de três treliças (cotas em milímetros).....	56
Figura 3.6 – Treliça de cobertura estudada (cotas em metros): (a) estrutura “real”; (b) modelo estrutural adotado	57
Figura 3.7 – (a) Vista interior da casa e (b) acessório de célula de carga	59
Figura 3.8 – Treliças do telhado: modelo MEF	62
Figura 3.9 – Modelo estrutural da treliça	62
Figura 3.10 – Ligação pregada analisada	64
Figura 3.11 – Quatro zonas onde atua o vento de sucção	64
Figura 3.12 – Evolução anual dos artigos ao longo dos últimos 15 anos	68
Figura 3.13 – Ajuste dos modelos, com expoentes que forneceram melhores ajustes, aos pontos experimentais correspondentes ao módulo de elasticidade médio ($E_{ca,med}$)	70
Figura 3.14 – Dados experimentais e modelo de Hankinson para resistência à (a) tração e à (b) compressão	71
Figura 3.15 – Ajuste dos modelos, com expoentes que forneceram melhores ajustes, aos pontos experimentais correspondentes à resistência característica à tração ($f_{ta,k}$).....	72
Figura 3.16 – Relação do módulo de elasticidade inclinado às fibras/módulo de elasticidade paralelo às fibras × inclinação das fibras, com os expoentes n ótimos	73
Figura 3.17 – Melhores ajustes obtidos na estimativa de $f_{ta,k}/f_{t0,k}$: (a) Cedroarana; (b) Louro-preto; (c) Angelim-amargoso; (d) Oichu; (e) Maçaranduba; (f) conjunto das madeiras estudadas	75

Figura 4.1 – Fluxograma da pesquisa.....	77
Figura 4.2 – Extração e disposição dos corpos de prova para os ensaios de resistência à tração (dimensões em centímetros).....	79
Figura 4.3 – (a) Inclinação das fibras medida na posição central do corpo de prova; (b) Rompimento do corpo de prova no ensaio de resistência à compressão ($\alpha = 45^\circ$); (c) Rompimento do corpo de prova no ensaio de resistência à tração ($\alpha = 45^\circ$); (d) Rompimento do corpo de prova no ensaio de resistência à tração ($\alpha = 0^\circ$).....	80
Figura 4.4 – Fluxograma do teste de normalidade dos dados experimentais.....	81
Figura 4.5 – Critérios de eleição dos modelos de regressão de melhor ajuste.....	84
Figura 4.6 – Geometria das treliças para (a) telhas cerâmicas e (b) telhas de fibrocimento (BI: Banzo Inferior; BS: Banzo Superior; D: Diagonais; M: Montantes).....	85
Figura 4.7 – Planta baixa e corte transversal dos edifícios com vãos de (a) 6 metros e (b) 12 metros (dimensões em metros).....	87
Figura 4.8 – Forças devidas ao vento nas edificações com vãos de (a) 6 metros e (b) 12 metros (valores em N/m^2).....	88
Figura 4.9 – Probabilidades associadas à distribuição Normal.....	93
Figura 4.10 – Fluxograma das Simulações de Monte Carlo (SMC).....	96
Figura 4.11 – Fluxograma do teste t de duas amostras independentes.....	97
Figura 5.1 – Valores médios e Coeficientes de Variação (CV) das propriedades mecânicas e físicas das madeiras de Cambará (C), Angelim-pedra (AP) e Angelim-vermelho (AV), obtidos experimentalmente para cada inclinação.....	100
Figura 5.2 – Valores característicos das propriedades mecânicas de resistência à compressão (f_c), resistência à tração (f_t) e módulo de elasticidade na compressão (E_{05}) das madeiras de Cambará, Angelim-pedra e Angelim-vermelho, para cada inclinação.....	103
Figura 5.3 – Resultados dos testes de normalidade (Shapiro-Wilk) das propriedades mecânicas e físicas das madeiras de Cambará (C), Angelim-pedra (AP) e Angelim-vermelho (AV), para cada inclinação.....	105
Figura 5.4 – Gráficos das funções dos modelos empíricos com expoentes n ajustados....	109
Figura 5.5 – Modelos de regressão de melhor ajuste para as estimativas das propriedades mecânicas das madeiras de Cambará, Angelim-pedra e Angelim-vermelho.....	112
Figura 5.6 – Índices de confiabilidade (β) considerando a variabilidade da inclinação das fibras.....	118

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 – Estruturas de cobertura em madeira construídas no Brasil durante o século XX	11
Tabela 2.1 – Classes de resistência de espécies de florestas nativas definidas em ensaios de corpos de prova isentos de defeitos	24
Tabela 2.2 – Síntese da sistematização do MEF para o elemento de treliça plana	27
Tabela 2.3 – Verificações em função do tipo de solicitação atuante	32
Tabela 2.4 – Cálculo da esbeltez relativa	33
Tabela 2.5 – Verificação da estabilidade de peças comprimidas axialmente	33
Tabela 2.6 – Cálculo da esbeltez efetiva de peças compostas solidarizadas descontinuamente	34
Tabela 2.7 – Definições de probabilidade	36
Tabela 2.8 – Principais distribuições de probabilidades	38
Tabela 2.9 – Definição das Classes de Consequências (CC)	43
Tabela 2.10 – Valores mínimos recomendados para o índice de confiabilidade (β) em situações últimas (ELU)	43
Tabela 3.1 – Critérios de inclusão e exclusão dos artigos	50
Tabela 3.2 – Combinações de palavras-chave	50
Tabela 3.3 – Resumo dos principais estudos referentes à análise de confiabilidade em treliças de madeira	52
Tabela 3.4 – Variáveis estocásticas de solicitação, resistência e rigidez	54
Tabela 3.5 – Distribuições e parâmetros adotados para as variáveis aleatórias do problema	57
Tabela 3.6 – Distribuições e parâmetros adotados para as variáveis aleatórias de ações e carregamentos no contexto brasileiro	63
Tabela 3.7 – Parâmetros de distribuição Normal do produto GCp	65
Tabela 3.8 – Critérios de inclusão e exclusão dos artigos	67
Tabela 3.9 – Resumo dos principais estudos referentes à aplicação de modelos empíricos na estimativa das propriedades mecânicas da madeira com fibras inclinadas	69
Tabela 3.10 – Valores médios do módulo de elasticidade em cada inclinação ($E_{ca,med}$)	70
Tabela 3.11 – Valores médios das resistências à tração ($f_{ta,med}$) e à compressão ($f_{ca,med}$) inclinadas em ensaios de resistência uniaxiais	71
Tabela 3.12 – Valores médios ($f_{ta,med}$) e característicos ($f_{ta,k}$) da resistência à tração em cada inclinação	72
Tabela 3.13 – Valores médios ($f_{ta,med}$) e característicos ($f_{ta,k}$) da resistência à tração em cada inclinação, para cada madeira analisada	74
Tabela 3.14 – Ajustes ótimos dos expoentes n referentes aos modelos usuais da literatura, para a estimativa da resistência característica à tração em função do ângulo α de inclinação das fibras, para cada madeira avaliada	74
Tabela 4.1 – Nomenclatura científica, nomenclatura popular e classes de resistência das espécies estudadas	78
Tabela 4.2 – Expressões dos modelos empíricos	82
Tabela 4.3 – Expressões dos modelos de regressão para a estimativa das propriedades mecânicas (X)	83
Tabela 4.4 – Resumo das ações e carregamentos considerados	86
Tabela 4.5 – Parâmetros para o cálculo da pressão dinâmica do vento	88
Tabela 4.6 – Combinações críticas de esforços solicitantes no ELU e deslocamentos no ELS	88
Tabela 4.7 – Relação de perfis obtida por meio de consulta a madeiras locais	90
Tabela 4.8 – Relação de perfis dimensionados para as treliças	91
Tabela 4.9 – Distribuições e parâmetros adotados para a inclinação das fibras da madeira	93
Tabela 4.10 – Distribuições e parâmetros adotados para as variáveis aleatórias do problema	94

Tabela 5.1 – Comparativo entre os resultados experimentais (valores médios) e dados da literatura.....	102
Tabela 5.2 – Erros Percentuais Absolutos Médios (EPAM) cometidos nas estimativas das propriedades mecânicas, considerando os expoentes n originais dos modelos empíricos	108
Tabela 5.3 – Índices de confiabilidade (β) obtidos na SMC com variáveis aleatórias inerentes	116

1. INTRODUÇÃO.....	10
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E PROBLEMÁTICA.....	10
1.2 OBJETIVOS	15
1.3 JUSTIFICATIVA	15
2. ASPECTOS FUNDAMENTAIS.....	17
2.1 CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS DA MADEIRA.....	17
2.1.1 Informações preliminares.....	17
2.1.2 Umidade	18
2.1.3 Densidade.....	19
2.1.4 Resistência e rigidez.....	20
2.2 PROJETO DE ESTRUTURAS DE COBERTURA EM MADEIRA.....	24
2.2.1 Ações e carregamentos	25
2.2.2 Análise estrutural	25
2.2.3 Esforços e deslocamentos de projeto	29
2.2.4 Dimensionamento	31
2.3 CONFIABILIDADE E SEGURANÇA DAS ESTRUTURAS	35
2.3.1 Variáveis aleatórias e distribuições de probabilidades.....	36
2.3.2 Problema fundamental de confiabilidade	40
2.3.3 Simulação de Monte Carlo.....	43
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	49
3.1 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE EM TRELIÇAS DE MADEIRA.....	49
3.1.1 Planejamento	49
3.1.2 Condução	51
3.1.3 Relato	52
3.2 APLICAÇÃO DE MODELOS EMPÍRICOS NA ESTIMATIVA DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DA MADEIRA COM FIBRAS INCLINADAS	65
3.2.1 Planejamento	67
3.2.2 Condução	68
3.2.3 Relato	68
3.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	76
4. MATERIAIS E MÉTODOS.....	77
4.1 CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS DA MADEIRA COM FIBRAS INCLINADAS	78
4.1.1 Programa experimental.....	78
4.1.2 Análise estatística	81
4.2 ESTIMATIVA DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DA MADEIRA COM FIBRAS INCLINADAS	81
4.2.1 Modelos empíricos.....	82
4.2.2 Modelos de regressão	83
4.3 PROJETO DAS ESTRUTURAS DE COBERTURA	84

4.3.1	Geometria	85
4.3.2	Ações e carregamentos	86
4.3.3	Dimensionamento	88
4.4	ANÁLISE DE CONFIABILIDADE.....	91
4.4.1	Variáveis aleatórias.....	91
4.4.2	Configurações da Simulação de Monte Carlo.....	96
5.	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	99
5.1	CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS DA MADEIRA COM FIBRAS INCLINADAS	99
5.1.1	Resultados experimentais.....	99
5.1.2	Análise estatística dos resultados experimentais.....	105
5.2	ESTIMATIVA DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DA MADEIRA COM FIBRAS INCLINADAS	107
5.2.1	Modelos empíricos.....	107
5.2.2	Modelos de regressão	112
5.3	ANÁLISE DE CONFIABILIDADE.....	115
5.3.1	Análise de confiabilidade: Variáveis aleatórias inerentes	115
5.3.2	Análise de confiabilidade: Variabilidade da inclinação das fibras	118
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	122
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	124
	ANEXOS.....	132
A.	ANEXO A: PESOS (w) E ABSCISSAS (t) DA FUNÇÃO NAS FÓRMULAS DE GAUSS-LEGENDRE	132
B.	ANEXO B: DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO CUMULATIVA.....	133

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E PROBLEMÁTICA

A construção civil é um dos setores mais antigos e fundamentais da humanidade, marcado pela busca incessante de materiais que proporcionem segurança, eficiência e, nos últimos anos, sustentabilidade nas estruturas edificadas. Nesse contexto, a madeira, um recurso natural abundantemente disponível no Brasil (ter Steege *et al.*, 2016; ter Steege *et al.*, 2019; Silva-Souza; Souza, 2020; Murga-Orrillo *et al.*, 2024), emerge como uma alternativa inovadora e promissora para o cenário da construção. Esse material, que apresenta rica funcionalidade e beleza, além de propriedades mecânicas notáveis, tem o potencial de revolucionar a indústria da construção no Brasil.

A madeira, como matéria-prima, carrega consigo uma história de milênios de uso na construção de habitações, pontes e outras infraestruturas. Além disso, sua produção demanda menos energia em comparação com materiais como o concreto, o aço e o alumínio (Zhong *et al.*, 2021; Nepal *et al.*, 2021; Greene *et al.*, 2023). O processo de produção e processamento da madeira gera resíduos que podem ser reaproveitados em outras indústrias, promovendo a racionalização de recursos. Mais notavelmente, a madeira desempenha um papel crucial como um sequestrador de carbono, retirando CO₂ da atmosfera e convertendo-o em oxigênio (Gursel *et al.*, 2023; Kumar *et al.*, 2024; Kang *et al.*, 2024).

No que tange à sua eficiência em sistemas estruturais, a madeira destaca-se pela sua notável relação entre resistência mecânica e densidade (Ramage *et al.*, 2017; Izzi *et al.*, 2018; Hayes *et al.*, 2023), superando materiais convencionais como concreto e aço em situações de tração e compressão (Ramage *et al.*, 2017; Jayalath *et al.*, 2020; Yi *et al.*, 2021; Bucklin *et al.*, 2021). Essas características fazem dela um concorrente páreo em sistemas estruturais, capaz de superar desafios tanto em termos de segurança quanto de eficiência.

Entretanto, apesar de seu notável potencial arbóreo, o Brasil mantém uma utilização relativamente modesta da madeira em comparação com nações do Hemisfério Norte (Kirkham *et al.*, 2014; Araujo *et al.*, 2016; Yuan *et al.*, 2023). Apesar da abundância de espécies na Amazônia (ter Steege *et al.*, 2016; ter Steege *et al.*, 2019; Silva-Souza; Souza, 2020; Murga-Orrillo *et al.*, 2024) e em todo o território nacional, a madeira ainda é subutilizada em sistemas estruturais no Brasil, prevalecendo o concreto e o aço. Esse cenário se deve, em grande parte, a preconceitos enraizados desde o período colonial e à escassa disseminação das

informações tecnológicas disponíveis, o que, por sua vez, resulta em desafios relacionados à durabilidade das estruturas (Calil Junior *et al.*, 2019).

No entanto, mesmo modestas em relação aos países do Hemisfério Norte, não é justo ignorar as realizações notáveis que o Brasil alcançou com a madeira na construção, especialmente em estruturas de cobertura. O país testemunhou o surgimento de estruturas impressionantes com vãos consideráveis, como ginásios, hangares e galpões rurais. Algumas dessas estruturas, construídas ao longo do século XX, ainda permanecem em uso até os dias atuais, evidenciando que, mediante manutenções e tratamentos adequados, a durabilidade do material pode ser assegurada. Na Tabela 1.1, é possível identificar algumas dessas imponentes estruturas.

Tabela 1.1 – Estruturas de cobertura em madeira construídas no Brasil durante o século XX

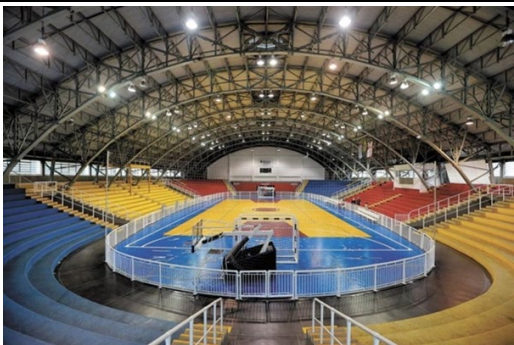




Edifício/Local	Década	Projeto estrutural	Características do sistema estrutural
 <p>Ginásio do Pacaembu – São Paulo (SP)</p>	1930-1940	Empresa Hauff – Engº Erwin Hauff	Sistema treliçado tipo Hauff com 40 metros de vão livre
 <p>Atual praça de alimentação do <i>Brooklyn Alamedas Shopping</i> – Boituva (SP)</p>	1940-1950	Empresa Hauff – Engº Erwin Hauff	Cobertura lamelar com 36 metros de vão livre e pé direito de 12 metros na linha da cumeeira
 <p>Ginásio Municipal “Dr. Gualberto Moreira” – Sorocaba (SP)</p>	1950-1960	Sociedade Tekno – Engº Enio Perilo	Sistema treliçado de madeira em “contra-placa” com 59 metros de vão livre

Tabela 1.1 – Estruturas de cobertura em madeira construídas no Brasil durante o século XX (continuação)

Edifício/Local	Década	Projeto estrutural	Características do sistema estrutural
 <p data-bbox="256 748 748 808">Hangar em zona rural no estado do Mato Grosso (MT)</p>	1960-1970	Paubrasil Engenharia Ltda. – Eng ^o Alexander Sneiders	Tesouras com 30-40 metros de vão livre
 <p data-bbox="256 1207 748 1256">Cobertura do <i>Shopping Riviera</i> – Bertioga (SP)</p>	1980-1990	Callia & Callia e Laminarco – Eng ^o Edmundo Callia e Eng ^o Vinício Callia	Sistema de tesouras invertidas com 25 metros de vão livre

Fonte: Dias (2020)¹

Em virtude da preocupação de determinados profissionais com a preservação de patrimônios históricos e reconhecendo o valor da madeira, várias dessas estruturas (algumas anteriormente em estado de abandono) foram submetidas a um processo gradual de restauração. Tal método revelou-se mais vantajoso em comparação à substituição integral do conjunto estrutural de cobertura.

Paralelamente a esse contexto, nos últimos anos, o Brasil tem avançado em direção a uma nova fase na construção em madeira, com uma transição gradual do processo artesanal para sistemas de pré-fabricação. Nesse cenário, emergem novas oportunidades e desafios significativos. Estruturas pré-fabricadas, como treliças com barras interligadas por meio de Chapas de Dentes Estampados (CDE) e Madeira Lamelada Colada (MLC), estão ganhando destaque. Essas inovações não apenas promovem o aumento da eficiência na produção, mas também inauguram possibilidades para o desenvolvimento de soluções de construção mais

¹ DIAS, A. (2020). **A história das estruturas de madeira no Brasil**. Disponível em: <<https://carpinteria.com.br/2020/08/02/a-historia-das-estruturas-de-madeira-no-brasil/>>. Acesso em: 15 ago. 2024.

sustentáveis e vantajosas. Como evidência dessa transformação, na Figura 1.1 são apresentadas algumas estruturas de cobertura executadas usando os sistemas mencionados no contexto brasileiro.

Figura 1.1 – Estruturas de cobertura industrializadas: (a) Treliça MLC; (b) Treliça CDE



Fonte: (a) Rewood (2022)²; (b) Stamade (2023)³

Em síntese, à luz do que foi exposto, observa-se que as estruturas de cobertura representam uma parcela substancial, se não a maior, do consumo de madeira em sistemas estruturais no Brasil, inserindo-se simultaneamente em dois cenários distintos:

- Atual fase de recuperação e reforço das estruturas de cobertura de valor histórico;
- Transição da construção em madeira, migrando do processo artesanal para a pré-fabricação.

No entanto, há um terceiro cenário frequentemente negligenciado por engenheiros, relacionado às incertezas inerentes ao projeto e à realidade estrutural. Essas incertezas estão intrinsecamente ligadas à dificuldade em se prever certas características do sistema estrutural, tais como ações e carregamentos, propriedades dos materiais, hipóteses do modelo estrutural utilizado ou mesmo deterioração (Melchers; Beck, 2018; Zhang *et al.*, 2018; Beck, 2019). Como resultado, muitos problemas são abordados de forma determinística, pressupondo que todos os eventos e fenômenos têm causas previsíveis e exatas (Aladegboye *et al.*, 2020; Dániel *et al.*, 2023; Phutthananon *et al.*, 2023). No entanto, a realidade muitas vezes não se alinha com esse modelo simplificado, uma vez que uma parcela significativa das variáveis de projeto possui uma natureza aleatória. A aceitação de simplificações excessivas pode resultar na perda de informações e em uma compreensão limitada da realidade estrutural.

² Rewood cases (2022). Disponível em: <<https://rewood.com.br/cases/picadeiro>>. Acesso em: 15 ago. 2024.

³ Stamade (2023). **Como aproveitar melhor todo o potencial da madeira como material estrutural?**. Disponível em: <<https://stamade.com.br/1178/como-aproveitar-melhor-todo-o-potencial-da-madeira-como-material-estrutural/>>. Acesso em: 15 ago. 2024.

Diante desse cenário de incertezas, é fundamental avaliar o nível de segurança das estruturas, a fim de determinar a necessidade de reforços ou, em situações extremas, a demolição (Pereira Junior *et al.*, 2023). Diante desse contexto, a teoria de confiabilidade surge como uma ferramenta para avaliar o nível de segurança de uma estrutura existente ou ainda em fase de projeto. Essa abordagem permite estabelecer índices de confiabilidade-alvo, proporcionando uma base sólida para tomadas de decisão bem fundamentadas em relação ao destino da estrutura.

Uma das fontes de incerteza no projeto de estruturas de madeira reside na variabilidade da inclinação das fibras, o que, por sua vez, resulta na redução dos valores das propriedades mecânicas à medida que a inclinação aumenta (Mania *et al.*, 2020; Duriot *et al.*, 2021; Penvern *et al.*, 2024). No Brasil, o documento normativo que estabelece os parâmetros de projeto para estruturas de madeira é a ABNT NBR 7190 (2022). De acordo com essa norma, os projetos de estruturas treliçadas com elementos longitudinais priorizam a avaliação da resistência e rigidez na direção paralela às fibras. No entanto, considerando o processo de serragem, bem como a anatomia, a complexidade e a anisotropia da madeira (Brémaud *et al.*, 2011; Ozyhar *et al.*, 2012; Malaga-Toboła *et al.*, 2019; Dong *et al.*, 2022; Radwan *et al.*, 2023), presumir que as fibras são estritamente paralelas em quaisquer pontos na direção longitudinal constitui uma simplificação, o que recai novamente em uma abordagem determinística.

Outra questão relevante está relacionada à estimativa das propriedades mecânicas da madeira, considerando a inclinação das fibras. De acordo com a ABNT NBR 7190 (2022), recomenda-se utilizar a expressão de Hankinson (1921) para estimar as reduções nas propriedades mecânicas em função da inclinação das fibras. No entanto, é importante observar que esse modelo foi originalmente desenvolvido com base em madeiras de coníferas do Hemisfério Norte. No Brasil, predominantemente encontram-se madeiras pertencentes ao grupo das folhosas, as quais apresentam diferenças anatômicas e mecânicas em relação às coníferas (Taylor, 1978; Pfeil; Pfeil, 2003). Devido a essa divergência, a aplicação da expressão de Hankinson (1921), com seu expoente n original, pode não fornecer estimativas precisas das reduções nas propriedades das madeiras de folhosas, sendo necessário ajustes no modelo existente ou mesmo a proposição de novos modelos mais adequados.

Adicionalmente, é importante destacar que o modelo de Hankinson (1921) estabelece que inclinações iguais ou inferiores a 6° não resultam em reduções significativas nas propriedades mecânicas. Em termos de resistência, tal premissa é confirmada por sua pesquisa. No entanto, no que se refere à confiabilidade da estrutura, que incorpora, além das propriedades mecânicas, diversas variáveis aleatórias, será que os índices de confiabilidade não apresentam significância estatística nessa faixa de inclinações? Essa é uma questão que merece ser investigada.

1.2 OBJETIVOS

Com base na contextualização apresentada, o objetivo principal desta pesquisa é avaliar o nível de confiabilidade de elementos de treliças planas de madeira em situações de projeto, considerando a inclinação das fibras como a principal variável aleatória. Como objetivos específicos, destacam-se os seguintes:

- Propor ajustes na expressão de Hankinson (1921) e em outros modelos empíricos presentes na literatura, de modo a torná-los compatíveis com os dados experimentais coletados.
- Desenvolver modelos de regressão que permitam estimar os valores médios e característicos das propriedades mecânicas com base na inclinação das fibras.
- Realizar uma análise de confiabilidade considerando apenas as variáveis aleatórias inerentes ao problema, como ações, carregamentos e propriedades físico-mecânicas, com suas respectivas distribuições de probabilidades, para verificar a segurança estrutural sem a variabilidade da inclinação das fibras, comparando os resultados com os valores mínimos recomendados pela normativa europeia EN 1990 (2002).
- Avaliar os índices de confiabilidade dos elementos críticos da treliça após a incorporação da variabilidade aleatória da inclinação das fibras, considerando cinco faixas distintas de inclinações, com valores de resistência característica e módulo de elasticidade obtidos a partir dos modelos de regressão de melhor ajuste.
- Realizar análise estatística das probabilidades de falha obtidas nas cinco faixas de inclinação em comparação com a simulação que considera o paralelismo perfeito das fibras.
- Examinar a premissa de Hankinson (1921) quanto à dispensa da redução das propriedades mecânicas em ângulos menores ou iguais a 6° , no contexto da confiabilidade.

1.3 JUSTIFICATIVA

A justificativa para esta pesquisa está claramente fundamentada nos diversos cenários da construção civil em madeira no Brasil, conforme destacado no subcapítulo 1.1. Esses cenários incluem a restauração de estruturas históricas, a transição do processo artesanal para a pré-fabricação e as incertezas associadas ao projeto de estruturas treliçadas. A

investigação pretende fornecer subsídios que contribuirão para o avanço das melhores práticas nesses contextos, seja na avaliação de estruturas históricas ou na concepção de novos projetos.

Uma justificativa adicional refere-se à abordagem tradicional no projeto de estruturas treliçadas de madeira, que frequentemente considera as fibras como paralelas aos esforços axiais nas peças longitudinais, desconsiderando possíveis desvios resultantes do processo de serragem ou das características anatômicas das madeiras. No capítulo de revisão bibliográfica será destacada uma pesquisa que indica como a inclinação das fibras pode variar em uma mesma seção de análise. É relevante notar que a obtenção de propriedades mecânicas paralelas às fibras é realizada em corpos de prova com dimensões longitudinais de 15 cm (compressão) e 45 cm (tração). Se para essas dimensões já se observam alguns desvios, a probabilidade de detectar tais desvios em peças estruturais de dimensões maiores é superior, evidenciando a importância dessa variável.

Além disso, mesmo considerando a variabilidade aleatória da inclinação das fibras na forma de modelos probabilísticos, existe uma outra problemática relacionada às metodologias de correção das propriedades mecânicas em função dessas inclinações. Tais metodologias foram originalmente concebidas para espécies do grupo das coníferas, localizadas no Hemisfério Norte. Portanto, há uma necessidade evidente de estudos que adaptem esses modelos de estimativa ou proponham novas abordagens que considerem a diversidade de espécies de madeira encontradas no Brasil, visando aprimorar a precisão das análises estruturais e a confiabilidade das estruturas de madeira.

Por fim, os estudos bibliográficos realizados até o momento revelam uma notável escassez de pesquisas que integrem conceitos de confiabilidade às análises de estruturas treliçadas de madeira, especialmente no que tange à consideração de defeitos aleatórios, mas reais, que podem comprometer o nível de segurança de uma estrutura, como é o caso da inclinação das fibras.

2. ASPECTOS FUNDAMENTAIS

No decorrer dos capítulos subsequentes, será corriqueiro deparar-se com procedimentos de cálculo específicos e referências a métodos numéricos e experimentais. Com o intuito de facilitar a compreensão da leitura, tornando-a mais fluida, este capítulo tem como propósito elucidar tais princípios subjacentes. Para o alcance de tal objetivo, a fundamentação foi subdividida em três seções principais:

- Caracterização das propriedades físicas e mecânicas da madeira;
- Projeto de estruturas de cobertura em madeira;
- Confiabilidade e segurança das estruturas.

2.1 CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS DA MADEIRA

A fim de viabilizar a utilização de uma espécie de madeira em aplicações estruturais, é imprescindível proceder à sua caracterização. O objetivo central desse processo reside na obtenção de dados quantitativos relacionados às propriedades físicas, como o teor de umidade e a densidade, bem como às propriedades mecânicas, incluindo resistências e módulos de elasticidade. Esses parâmetros serão posteriormente empregados nos cálculos de dimensionamento dos componentes estruturais de madeira.

Nesse sentido, este subcapítulo dedica-se à exploração dos métodos de ensaio para a obtenção de tais propriedades, seguindo as diretrizes estabelecidas pela ABNT NBR 7190-3 (2022). A Parte 3 da referida norma é aplicável especificamente a experimentos envolvendo corpos de prova provenientes de espécies de florestas nativas e isentos de defeitos, o que está diretamente alinhado com a abordagem deste trabalho.

2.1.1 INFORMAÇÕES PRELIMINARES

Como este estudo se concentra na análise de estruturas treliçadas, cujo modelo estrutural admite exclusivamente esforços axiais de tração e compressão, serão abordados somente os procedimentos de caracterização das seguintes propriedades:

- Umidade e densidade aparente;
- Resistência à compressão e módulo de elasticidade na compressão;

- Resistência à tração e módulo de elasticidade na tração.

Para avaliar diretamente lotes de madeira serrada que são considerados homogêneos, é estabelecido um volume máximo de 12 m³ por lote. Os corpos de prova devem ser isentos de defeitos e selecionados em regiões que estão distantes das extremidades das peças, pelo menos cinco vezes a menor dimensão da seção transversal da peça considerada, mas nunca menor que 30 cm. Para uma caracterização mínima, especialmente aplicável a espécies de madeira pouco conhecidas, recomenda-se a confecção de, no mínimo, 12 corpos de prova.

De posse dos resultados obtidos experimentalmente para os n corpos de prova, os valores característicos das propriedades mecânicas da madeira (X_{wk}) são quantificados através da Equação 2.1.

$$\max(X_1; 0,7 X_{\text{med}}) \leq X_{wk} \leq X_{\text{med}}, \text{ sendo } X_{wk} = \left(2 \frac{\sum_{i=1}^{\frac{n-1}{2}} X_i}{\frac{n}{2} - 1} - X_{\frac{n}{2}} \right) 1,1 \quad (2.1)$$

Da Equação 2.1:

X_{med} : Valor médio da amostra completa.

Para a aplicação dessa equação, os resultados devem ser organizados em ordem crescente, desprezando-se o valor mais alto se o número de corpos de prova for ímpar.

No que se refere aos Coeficientes de Variação (CV), a ABNT NBR 7190-3 (2022) recomenda um valor máximo de 18% para as resistências a esforços normais e um valor máximo de 28% para as resistências a esforços tangenciais.

Já no contexto da umidade, a condição-padrão de referência é estabelecida pela ABNT NBR 7190 (2022) com base no teor de umidade de equilíbrio da madeira de 12%. No processo de caracterização das propriedades de resistência (f) e rigidez (E) de um lote de material específico, os resultados de ensaios (f_U e E_U) realizados em diferentes teores de umidade (U), variando entre 10% e 25%, devem ser apresentados com os valores corrigidos para a umidade-padrão de 12% (f_{12} e E_{12}), conforme expresso na Equação 2.2.

$$f_{12} = f_U \left[1 + \frac{3(U-12)}{100} \right]; E_{12} = E_U \left[1 + \frac{2(U-12)}{100} \right] \quad (2.2)$$

2.1.2 UMIDADE

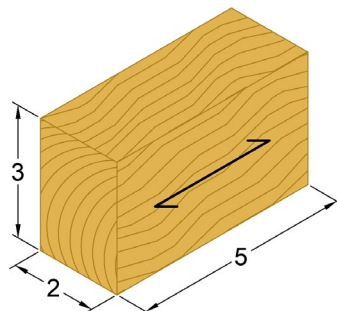
Visando o posterior ajuste das propriedades mecânicas, o procedimento destinado à determinação do teor de umidade no lote de madeira segue as etapas delineadas a seguir:

- a) Inicialmente, determina-se a massa inicial do corpo de prova (m_i) com uma precisão de 0,01 g.
- b) O corpo de prova é então inserido em uma câmara de secagem, mantida a uma temperatura máxima de $103\text{ °C} \pm 2\text{ °C}$.
- c) Durante o processo de secagem, a massa do corpo de prova é medida a cada intervalo de 6 horas, até que ocorra uma variação, entre duas medidas consecutivas, menor ou igual a 0,5% da última massa medida. Essa última massa é considerada como a massa seca (m_s).
- d) A umidade (U) é então determinada conforme a Equação 2.3.

$$U(\%) = \frac{m_i - m_s}{m_s} \times 100 \quad (2.3)$$

O corpo de prova mencionado deve possuir seção transversal retangular, com dimensões indicadas na Figura 2.1.

Figura 2.1 – Dimensões, em centímetros, do corpo de prova para a determinação da umidade da madeira



Fonte: Adaptado da ABNT NBR 7190-3 (2022)

2.1.3 DENSIDADE

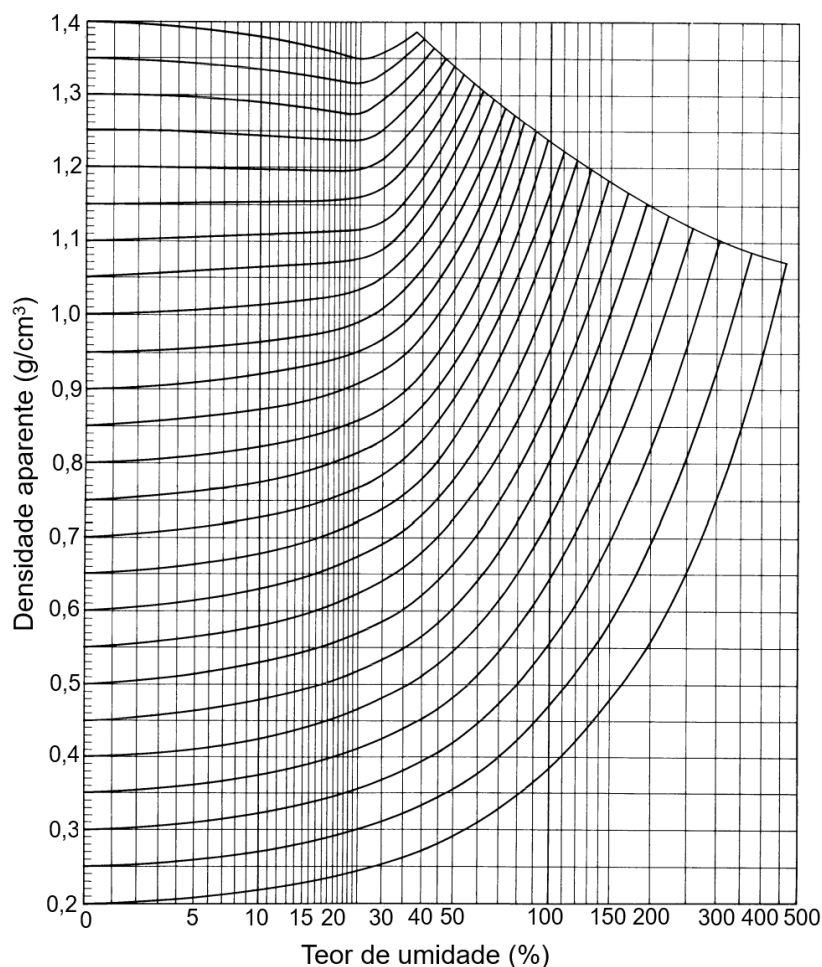
Esse método de ensaio tem como objetivo a determinação da densidade aparente na umidade de referência de 12% em um lote de madeira considerado homogêneo. O procedimento de ensaio segue as seguintes etapas:

- a) Quantificação da massa e do volume em corpos de prova com um teor de umidade de 12%.
- b) Cálculo da densidade aparente (ρ_{ap}) através da razão entre a massa (m) e o volume (V) a 12% de umidade, conforme descrito pela Equação 2.4.

$$\rho_{ap} = \frac{m_{12}}{V_{12}} \quad (2.4)$$

- c) Para umidades diferentes do valor de referência (12%), ajusta-se a densidade aparente através do Diagrama de Kollmann, ilustrado na Figura 2.2 a seguir.

Figura 2.2 – Diagrama de Kollmann



Fonte: Adaptado de Kollmann e Côté Junior (1984)

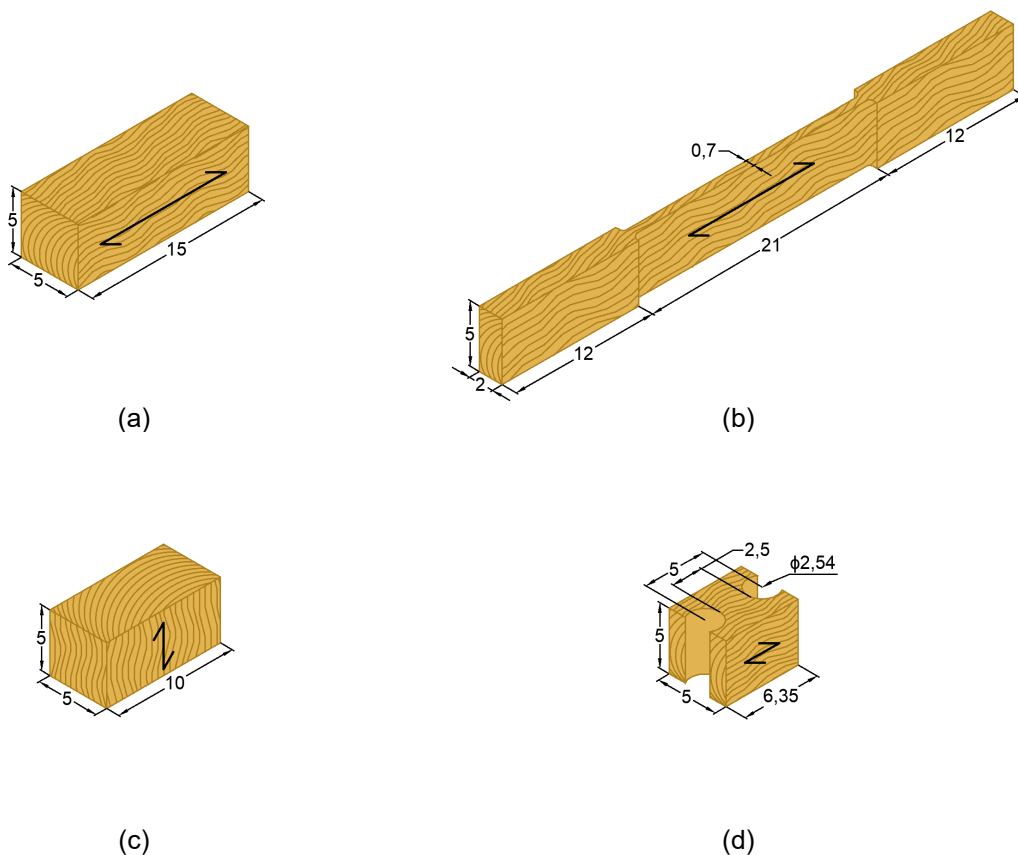
Os corpos de prova devem possuir as mesmas dimensões apresentadas na Figura 2.1. Caso a distância radial entre os anéis de crescimento seja superior a 4 mm, a seção transversal deve ser aumentada de forma a abranger pelo menos 5 anéis.

2.1.4 RESISTÊNCIA E RIGIDEZ

Os métodos de ensaio em questão têm como objetivo a determinação das resistências e módulos de elasticidade da madeira em um lote considerado homogêneo. A ABNT NBR 7190-3 (2022) apresenta, em termos de caracterização completa, os ensaios de resistência à compressão e à tração paralelas às fibras e os ensaios de resistência à compressão e à tração perpendiculares às fibras. Os procedimentos que norteiam tais experimentos são similares, com algumas diferenças específicas, sendo detalhados a seguir:

- a) Para a determinação das propriedades de resistência e rigidez, as medidas dos corpos de prova devem ser realizadas com precisão de 0,1 mm. Suas dimensões estão indicadas na Figura 2.3.

Figura 2.3 – Dimensões, em centímetros, dos corpos de prova para a determinação da (a) resistência à compressão paralela às fibras; (b) resistência à tração paralela às fibras; (c) resistência à compressão perpendicular às fibras e (d) resistência à tração perpendicular às fibras

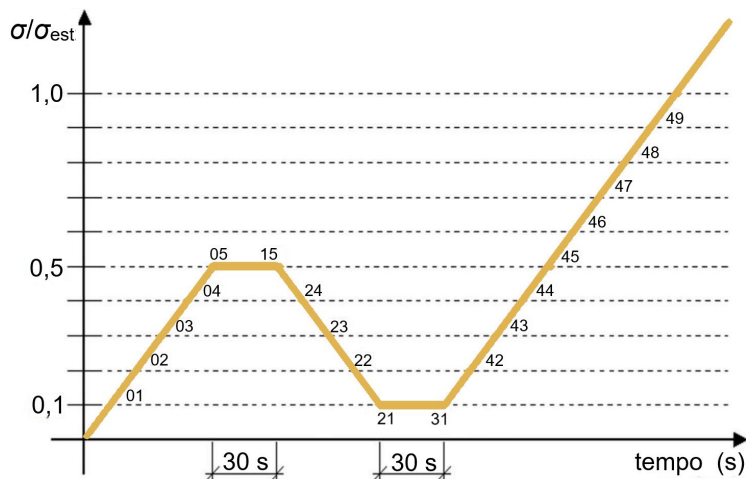


Fonte: Adaptado da ABNT NBR 7190-3 (2022)

- b) Na determinação do módulo de elasticidade, medidas de deformações devem ser obtidas em pelo menos duas posições opostas do corpo de prova. Isso pode ser feito através de medidores mecânicos de deformação, com sensibilidade de 0,001 mm, devidamente fixados no corpo de prova.
- c) No caso de extensômetros, as medidas das deformações específicas devem ser feitas com uma precisão mínima de 50 $\mu\text{m}/\text{m}$.
- d) Para assegurar o ajuste adequado do corpo de prova na máquina de ensaio, é essencial a utilização de acessórios específicos, como rótulas ou garras.
- e) A resistência deve ser determinada com carregamento monotônico crescente, com uma taxa de cerca de 10 MPa/min, com exceção do ensaio de resistência à tração perpendicular, no qual a taxa é fixada em 2,5 MPa/min.
- f) Para a determinação da rigidez, a resistência da madeira deve ser estimada por meio do ensaio destrutivo de um corpo de prova selecionado da mesma amostra a ser investigada.

- g) Uma vez conhecida a resistência estimada da amostra (σ_{est}), o carregamento deve ser aplicado com dois ciclos de carga e descarga, de acordo com o especificado no diagrama da Figura 2.4. Tal procedimento não é requerido no ensaio de tração perpendicular às fibras.

Figura 2.4 – Diagrama de carregamento para a determinação da rigidez da madeira



Fonte: Adaptado da ABNT NBR 7190-3 (2022)

- h) Os registros das forças e das deformações devem ser feitos para cada ponto do diagrama de carregamento mostrado na Figura 2.4.
- i) Para ensaios com instrumentação baseada em extensômetros mecânicos fixados no corpo de prova, as deformações devem ser registradas para cada ponto do diagrama de carregamento mostrado na Figura 2.4, até atingir 70% da força estimada. Em seguida, a instrumentação deve ser retirada, e a força deve ser elevada até a ruptura do corpo de prova.
- j) Para a caracterização mínima de espécies pouco conhecidas, devem ser usadas duas amostras: uma com corpos de prova saturados e outra com corpos de prova com teor de umidade em equilíbrio com o ambiente (seco ao ar).
- k) No caso dos ensaios de resistências perpendiculares às fibras, o carregamento deve ser aplicado, de preferência, na direção tangencial dos anéis de crescimento da madeira.

O cálculo das resistências (f) é determinado pela razão entre a máxima força aplicada durante o ensaio (F_{max}) e a área inicial da seção transversal (A), conforme expresso na Equação 2.5.

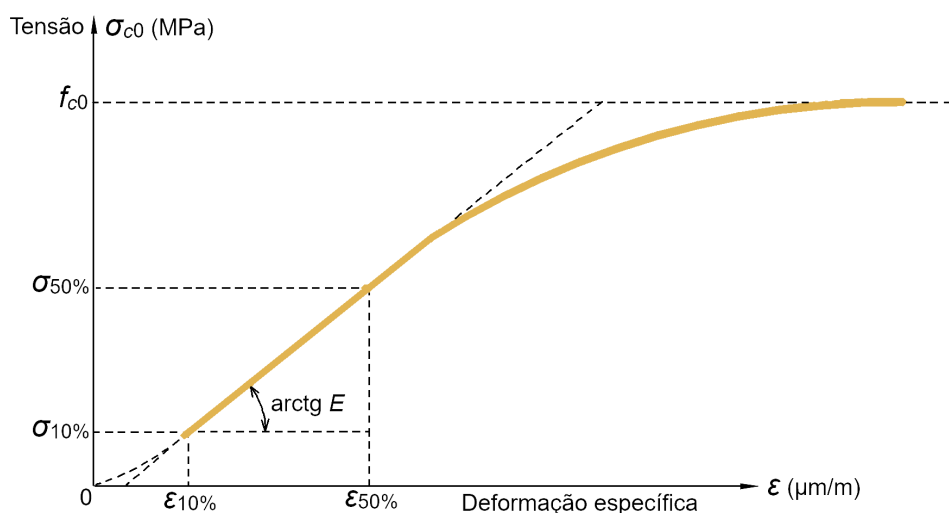
$$f_{c0} = \frac{F_{c0,max}}{A} ; f_{t0} = \frac{F_{t0,max}}{A} ; f_{c90} = \frac{F_{c90,max}}{A} ; f_{t90} = \frac{F_{t90,max}}{A} \quad (2.5)$$

Da Equação 2.5:

f_{c0} e f_{c90} : Resistência à compressão paralela às fibras (0°) e resistência à compressão perpendicular às fibras (90°), respectivamente;
 f_{t0} e f_{t90} : Resistência à tração paralela às fibras (0°) e resistência à tração perpendicular às fibras (90°), respectivamente.

O módulo de elasticidade é obtido a partir da análise do trecho linear do diagrama tensão × deformação específica. A título de ilustração, apresenta-se, por exemplo, o diagrama tensão × deformação específica no ensaio de resistência à compressão paralela às fibras na Figura 2.5.

Figura 2.5 – Diagrama tensão × deformação específica para a determinação da rigidez da madeira na compressão paralela às fibras



Fonte: Adaptado da ABNT NBR 7190-3 (2022)

Em todos os experimentos, o procedimento é análogo. Para essa finalidade, a rigidez é quantificada a partir da inclinação da reta secante à curva tensão × deformação específica. Essa reta é definida pelos pontos $(\epsilon_{10\%}; \sigma_{10\%})$ e $(\epsilon_{50\%}; \sigma_{50\%})$, que correspondem, respectivamente, a 10% e 50% da resistência medida no ensaio. O módulo de elasticidade (E) é então calculado segundo a Equação 2.6.

$$E = \frac{\sigma_{50\%} - \sigma_{10\%}}{\epsilon_{50\%} - \epsilon_{10\%}} \quad (2.6)$$

Da Equação 2.6:

$\sigma_{10\%}$ e $\sigma_{50\%}$: Tensões correspondentes a 10% e 50% da resistência, representadas pelos pontos 31 e 45 do diagrama de carregamento da Figura 2.4;
 $\epsilon_{10\%}$ e $\epsilon_{50\%}$: Deformações específicas correspondentes às tensões de $\sigma_{10\%}$ e $\sigma_{50\%}$.

De posse dos valores de resistência e rigidez, a espécie estudada pode ser então enquadrada em uma classe de resistência, em função do valor característico da resistência à compressão paralela às fibras ($f_{c0,k}$), conforme especificado na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Classes de resistência de espécies de florestas nativas definidas em ensaios de corpos de prova isentos de defeitos

Classes	$f_{c0,k}$ (MPa)
D20	$20 \leq f_{c0,k} < 30$
D30	$30 \leq f_{c0,k} < 40$
D40	$40 \leq f_{c0,k} < 50$
D50	$50 \leq f_{c0,k} < 60$
D60	$f_{c0,k} \geq 60$

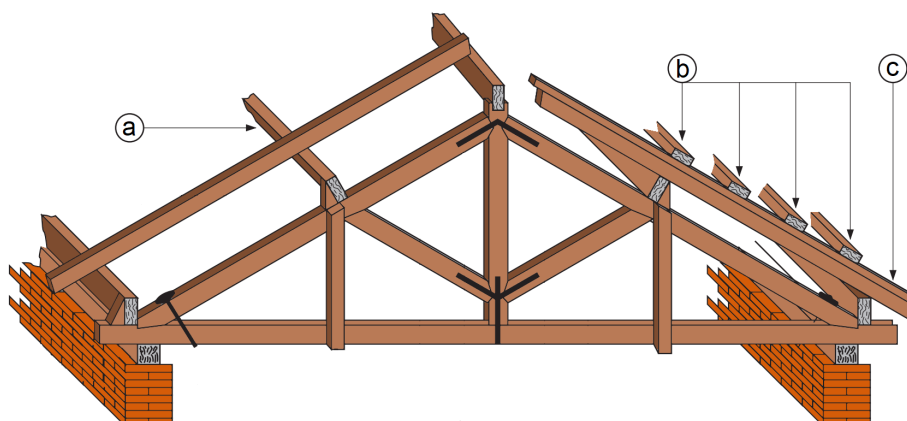
Fonte: Adaptado da ABNT NBR 7190-1 (2022)

Os métodos de caracterização da madeira aqui apresentados constituem etapa fundamental na validação de sua aplicação em soluções estruturais. Esses procedimentos viabilizam não somente a segurança, mas também a eficácia da madeira em aplicações estruturais.

2.2 PROJETO DE ESTRUTURAS DE COBERTURA EM MADEIRA

Estruturas de cobertura são compostas por elementos de sustentação (estrutura principal e secundária) e revestimentos constituídos de materiais que asseguram a impermeabilidade à água da chuva nas construções. Com a função de proteger o interior dos edifícios das adversidades climáticas, a maioria das estruturas principais dos telhados é composta por sistemas treliçados planos sob vigas conhecidas como terças (Figura 2.6.a), que juntos sustentam o sistema de telhas. Em alguns casos, estruturas secundárias de ripas (Figura 2.6.b) e caibros (Figura 2.6.c) sobre as terças também são utilizadas para sustentar as telhas.

Figura 2.6 – Estrutura de cobertura típica com duas águas simétricas



Fonte: Adaptado de Moliterno (2010)

O processo de concepção e projeto dessas estruturas segue seis etapas fundamentais: concepção da geometria, estimativa das ações e carregamentos, análise estrutural, quantificação dos esforços e deslocamentos de projeto, e, por fim,

dimensionamento e detalhamento. Exceto pela primeira e última etapas, todas as outras se apoiam em fundamentos advindos de pesquisa científica. Portanto, este subcapítulo visa apresentar os conceitos essenciais que orientam essas etapas, em consonância com o escopo do trabalho aqui desenvolvido.

2.2.1 AÇÕES E CARREGAMENTOS

Em termos gerais, as ações em uma estrutura referem-se às forças aplicadas sobre ela, que geram esforços nos elementos, podendo ser classificadas como permanentes ou variáveis. Para uma definição formal dessas categorias, recorre-se à norma brasileira relevante, a ABNT NBR 8681 (2003).

De acordo com a referida norma, as ações permanentes são aquelas que ocorrem com valores constantes ou com pequenas variações em relação à sua média. No contexto das estruturas de cobertura, as ações permanentes mais comuns englobam o peso próprio do material que compõe a estrutura e o peso das telhas e seus componentes.

Por outro lado, as ações variáveis, conforme definidas pela mesma norma, são aquelas que apresentam variações significativas em relação à sua média. Nas estruturas de cobertura, as ações variáveis mais frequentes incluem:

- **Acidental de utilização:** Estabelecida pelo item 6.4 da ABNT NBR 6120 (2019) como um valor de $0,25 \text{ kN/m}^2$ em projeção horizontal, para coberturas com inclinação igual ou superior a 3%.
- **Acidental de construção:** Também definida pelo item 6.4 da ABNT NBR 6120 (2019) como um valor de 1 kN aplicado na posição mais desfavorável do elemento. Essa ação deve ser considerada no projeto de elementos isolados, como ripas, terças e barras de banzo superior de treliças, atuando de forma isolada em relação às demais forças variáveis.
- **Ação do vento:** Quantificada conforme a ABNT NBR 6123 (2023). Normalmente, em estruturas de cobertura, cada cenário de vento é considerado como atuando separadamente, sem simultaneidade.

Essa classificação e definição de ações são fundamentais para o correto dimensionamento e análise estrutural, viabilizando a segurança e eficácia das estruturas de cobertura.

2.2.2 ANÁLISE ESTRUTURAL

Uma vez que as ações e os carregamentos tenham sido devidamente identificados e posicionados na estrutura, a etapa subsequente, denominada análise estrutural, tem como

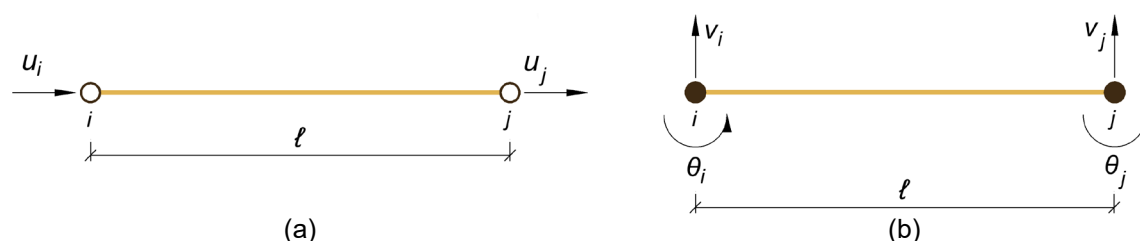
objetivo determinar os efeitos resultantes dessas ações sobre a estrutura, compreendendo os esforços e os deslocamentos associados.

Dentre os métodos amplamente reconhecidos na literatura, este trabalho valeu-se do Método dos Elementos Finitos (MEF) na realização de tais análises. O MEF se fundamenta na subdivisão do domínio da estrutura em um número finito de elementos básicos, com o propósito de criar funções de aproximação. Essas funções são empregadas para interpolar os deslocamentos, esforços, tensões e deformações em toda a estrutura. Portanto, a discretização em elementos finitos deve ser realizada de maneira a garantir uma aproximação adequada dos resultados.

No âmbito das estruturas de cobertura, é frequente deparar-se com elementos reticulados, cuja interpretação matemática consiste em segmentos de reta definidos por dois pontos (nós ou extremidades). O comportamento de cada elemento é definido pelos graus de liberdade associados aos nós, que no plano podem ser três: translação horizontal, translação vertical e rotação. A classificação de um nó como perfeitamente rígido ocorre quando esses três graus de liberdade são localmente restritos; caso contrário, ele é considerado flexível ou perfeitamente rotulado.

Dentro desse contexto, duas tipologias básicas de elementos finitos são frequentes em estruturas reticuladas: o elemento de treliça e o elemento de viga, ambos ilustrados na Figura 2.7.

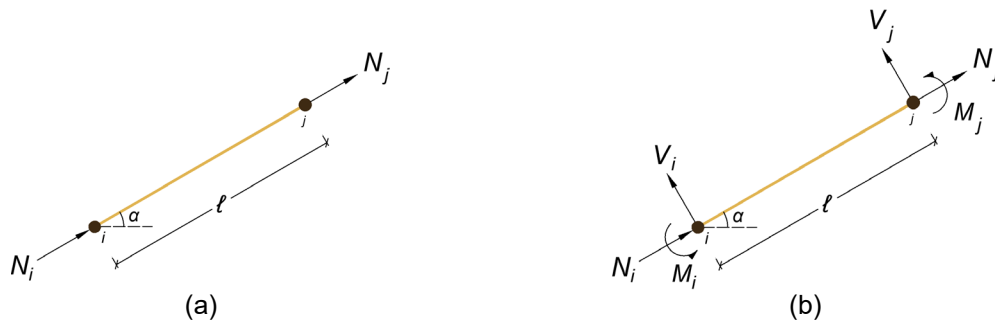
Figura 2.7 – Elementos finitos unidimensionais de (a) treliça e de (b) viga



Fonte: Adaptado de Christoforo e Libardi (2019)

Ao considerar as conexões do elemento como rótulas perfeitas, admite-se o elemento de treliça (Figura 2.7.a) e um modelo estrutural de treliça. Nesse cenário, as barras suportam exclusivamente esforços axiais, desde que as forças sejam aplicadas somente nos nós. Em contraste, quando as conexões são consideradas perfeitamente rígidas, adota-se o elemento de viga (Figura 2.7.b) e um modelo estrutural de viga, onde a estrutura é submetida a esforços de flexão simples e cisalhamento. Há também o elemento de pórtico, que é resultado da combinação de ambos os elementos. Neste último, a estrutura está sujeita a esforços de flexão composta e cisalhamento. A disposição dos esforços no elemento finito pode ser melhor compreendida observando a Figura 2.8.

Figura 2.8 – Disposição dos esforços nos nós dos elementos de (a) treliça e de (b) pórtico



Fonte: Autoria própria (2024)

É importante ressaltar que essa classificação é uma simplificação idealizada, uma vez que, na prática, os nós raramente são perfeitamente rotulados ou completamente rígidos. Geralmente, o que se observa é uma combinação de ambos os efeitos, denominada semirrígidez. No entanto, algumas pesquisas, como a de Christoforo *et al.* (2011), atestam que, em situações de pequenos deslocamentos (regime elástico-linear), a estrutura pode ser aproximada por um modelo idealizado a depender do tipo de ligação entre barras (mais próxima de flexível ou mais próxima de rígida).

Portanto, muitos projetistas de estruturas recorrem a esses modelos na fase de concepção estrutural. O modelo mais comumente empregado em estruturas de cobertura é o modelo de treliça, que pressupõe que todos os elementos são biarticulados e a estrutura está submetida exclusivamente a esforços axiais. Partindo dessa premissa, na Tabela 2.2 é apresentada uma síntese da sistematização do MEF para o elemento de treliça plana.

Tabela 2.2 – Síntese da sistematização do MEF para o elemento de treliça plana

Representação gráfica das funções base $\phi(x)$	Funções base $\phi(x)$ e formulação de $k_{m,n}$	Matriz de rigidez local do elemento $[K_{ele}]$
	$\phi_1(x) = 1 - \frac{x}{l}, \quad 0 \leq x \leq l$ $\phi_2(x) = 0, \quad 0 \leq x \leq l$ $\phi_3(x) = \frac{x}{l}, \quad 0 \leq x \leq l$ $\phi_4(x) = 0, \quad 0 \leq x \leq l$ $k_{m,n} = EA \int_0^l \phi_m'(x) \phi_n'(x) dx$	$\begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{l} & 0 & \frac{EA}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Fonte: Autoria própria (2024)

Da Tabela 2.2:

- E : Módulo de elasticidade longitudinal;
- A : Área da seção transversal.

Conforme evidenciado na Tabela 2.2, é possível a criação de funções base $\phi(x)$ atribuindo-se valores unitários sucessivamente a cada grau de liberdade axial, mantendo-se

nulo o deslocamento (u) no nó adjacente. Nota-se que o produto de rigidez axial EA é assumido como sendo constante ao longo do elemento, fato que justifica sua posição externa à integral. É importante destacar que a matriz de rigidez do elemento no referencial local (K_{ele}) é originalmente definida para materiais homogêneos e isotrópicos, contrastando com a heterogeneidade e anisotropia da madeira. No entanto, mesmo sendo uma simplificação, tal abordagem não resulta em variações significativas, visto que, em situações de projeto (regime elástico-linear), a consideração da homogeneidade do material não provoca influências substanciais (Palma, 1997; Christoforo *et al.*, 2011).

Em uma estrutura plana, alguns elementos finitos podem apresentar inclinações (α) em relação aos eixos principais, requerendo uma transformação dos coeficientes $k_{m,n}$ para um referencial global que seja uniforme para todos os elementos da estrutura. Para realizar essa transformação, a matriz de rigidez do elemento no referencial local (K_{ele}) deve ser ajustada segundo a Equação 2.7.

$$K_{\text{ele}}^G = R^T \cdot K_{\text{ele}} \cdot R, \text{ sendo } R = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

De posse da matriz de rigidez do elemento no referencial global (K_{ele}^G), procede-se à sua incorporação na matriz de rigidez da estrutura. Para isso, é essencial estabelecer as coordenadas matriciais (CM), definidas com base nos graus de liberdade pertinentes. Considerando um elemento com um par de nós identificados como i e j , a função CM para cada grau de liberdade global é calculada mediante a Equação 2.8.

$$\begin{aligned} CM_1(i) &= 2i - 1; \quad CM_2(i) = 2i \quad i \geq 1 \\ CM_3(j) &= 2j - 1; \quad CM_4(j) = 2j \quad j \geq 1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Conseqüentemente, os coeficientes $k_{m,n}$ que compõem a matriz de rigidez da estrutura no referencial global são determinados através da soma de todos os coeficientes $k_{(m,n),\text{ele},i}^G$ dos N elementos cujas coordenadas matriciais (m, n) são congruentes, conforme expresso na Equação 2.9. Essa operação pode ser realizada de maneira mais eficiente se todas as matrizes dos elementos forem do mesmo tamanho da matriz da estrutura, tomando-se o cuidado de endereçar os coeficientes $k_{(m,n),\text{ele}}^G$ nas coordenadas matriciais (m, n) apropriadas e preenchendo as demais com zero.

$$k_{(m,n),\text{est}}^G = \sum_{i=1}^N k_{(m,n),\text{ele},i}^G \quad (2.9)$$

A aplicação das condições de contorno pode ser realizada empregando-se a técnica dos “zeros e uns”, cuja formulação é definida pela Equação 2.10. Essa técnica consiste na

atribuição de um valor unitário a cada grau de liberdade restrito m , representado pelo coeficiente da diagonal principal nas coordenadas matriciais da vinculação, ao passo que todos os outros coeficientes na mesma linha e coluna são definidos como nulos.

$$\begin{aligned} k_{(m,n),\text{est}}^G &= 0 \text{ se } m \neq n \text{ (linha } m) \\ k_{(m,n),\text{est}}^G &= 1 \text{ se } m = n \text{ (diagonal principal)} \\ k_{(n,m),\text{est}}^G &= 0 \text{ se } m \neq n \text{ (coluna } m) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Com a matriz de rigidez da estrutura (K_{est}^G) completamente construída e ajustada, prossegue-se com a solução do sistema de equações lineares, descrito na Equação 2.11. Tal procedimento resultará na matriz dos deslocamentos nodais no referencial global (U^G).

$$K_{\text{est}}^G \cdot U^G = F^G \therefore U^G = [K_{\text{est}}^G]^{-1} \cdot F^G \quad (2.11)$$

Da Equação 2.11:

F^G : Vetor das forças externas nodais no referencial global.

Por fim, a função de interpolação do esforço axial (N) pode ser construída a partir dos deslocamentos nodais locais (u), os quais são obtidos através do produto da matriz de rotação (R) e a matriz U^G . A função de interpolação $N(x)$ é detalhada na Equação 2.12.

$$\begin{aligned} N(x) &= EA(u_{1,i}\phi_1' + u_{2,i}\phi_2' + u_{3,j}\phi_3' + u_{4,j}\phi_4') \quad 0 \leq x \leq \ell \\ N(x) &= EA \left[u_{1,i} \left(-\frac{1}{\ell} \right) + 0 + u_{3,j} \left(\frac{1}{\ell} \right) + 0 \right] = EA \left(\frac{u_{3,j} - u_{1,i}}{\ell} \right) \quad 0 \leq x \leq \ell \end{aligned} \quad (2.12)$$

No caso de uma força axialmente distribuída (q), o esforço normal (N) nas extremidades i e j é quantificado por intermédio da Equação 2.13.

$$N_i = EA \left(\frac{u_{3,j} - u_{1,i}}{\ell} \right) + \frac{q\ell}{2}; \quad N_j = EA \left(\frac{u_{3,j} - u_{1,i}}{\ell} \right) - \frac{q\ell}{2} \quad (2.13)$$

Para esse último caso, aproximações mais precisas do esforço ao longo do domínio x do elemento podem ser obtidas através da incorporação de um número maior de elementos finitos.

2.2.3 ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS DE PROJETO

No processo de análise estrutural, cada ação aplicada gera respostas distintas em termos de deslocamentos e solicitações internas. Contudo, a tarefa de dimensionar a estrutura para cada ação individual torna-se impraticável, sobretudo devido à coexistência, em determinadas circunstâncias, das ações variáveis com as ações permanentes. Portanto, para o processo de dimensionamento de estruturas, torna-se imperativo identificar um valor representativo que caracterize a situação crítica, garantindo a segurança estrutural sem

conduzir a dimensionamentos excessivamente conservadores que poderiam resultar em estruturas economicamente inviáveis. Nesse contexto, as combinações de esforços desempenham um papel essencial na determinação de tais valores representativos.

Segundo normativas vigentes, o dimensionamento de estruturas convencionais é conduzido através do método dos estados limites, com ênfase nos Estados-Limite Últimos (ELU). Conforme estabelecido pela ABNT NBR 8681 (2003), o ELU corresponde a uma situação de colapso ou qualquer outra forma de falha estrutural que culminaria na interrupção do uso da estrutura. Para abordar essa situação, é necessário combinar os esforços solicitantes por meio das chamadas combinações últimas, que se subdividem em normais, especiais ou de construção, e excepcionais. As duas últimas são aplicadas em situações atípicas, envolvendo ações variáveis de natureza especial, como sismos, explosões, impactos de veículos, entre outros (ABNT NBR 8681, 2003). Entretanto, nas análises de projeto propostas por este estudo, a ênfase recai exclusivamente sobre as combinações últimas normais, que representam situações com uma probabilidade suficientemente alta de ocorrência. A formulação para essas combinações é apresentada na Equação 2.14, conforme estabelecido pela ABNT NBR 8681 (2003).

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_{q1} F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \gamma_{qj} \psi_{0j} F_{Qj,k} \quad (2.14)$$

Da Equação 2.14:

F_d : Esforço solicitante de cálculo;

$F_{Gi,k}$: Valor característico das ações permanentes;

$F_{Q1,k}$: Valor característico da ação variável considerada como principal para a combinação;

$\psi_{0j} F_{Qj,k}$: Valor reduzido de combinação de cada uma das demais ações variáveis;

γ_g : Coeficiente de ponderação das ações permanentes;

γ_q : Coeficiente de ponderação das ações variáveis.

As ações permanentes e variáveis podem ser analisadas de forma conjunta ou individualizada. Na abordagem conjunta, as primeiras são calculadas com um único coeficiente de ponderação γ_g , enquanto as segundas são tratadas de maneira semelhante, utilizando o coeficiente γ_q . Por outro lado, na análise individualizada, cada ação é associada a seu próprio coeficiente γ . Tanto os coeficientes de ponderação γ quanto os fatores de combinação ψ_0 são obtidos em consulta à ABNT NBR 8681 (2003).

A norma mencionada também faz a recomendação de que, em circunstâncias especiais, sejam consideradas duas combinações distintas: em uma delas, considera-se que as ações permanentes atuam de forma desfavorável, enquanto na outra, são consideradas favoráveis. Situações favoráveis são aquelas em que ocorre uma ação variável simultânea em sentido contrário às ações permanentes, como, por exemplo, ventos de sucção. Em tais

circunstâncias, o coeficiente γ_g é reduzido com o propósito de enfatizar o efeito da ação variável contrária, resultando assim no valor crítico.

No que concerne aos deslocamentos, a ABNT NBR 8681 (2003) aborda os Estados-Limite de Serviço (ELS), que dizem respeito à estética, durabilidade e funcionalidade da estrutura, com o objetivo de evitar que esta apresente deformações ou deslocamentos excessivos ao longo de sua vida útil. Para alcançar esse propósito, os deslocamentos máximos dos elementos estruturais são combinados e, posteriormente, são avaliados à luz dos limites estabelecidos pela ABNT NBR 7190-1 (2022). A formulação correspondente é apresentada na Equação 2.15.

$$\begin{aligned} \delta_{inst} &= \sum_{i=1}^m \delta_{inst,Gi,k} + \delta_{inst,Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{1j} \delta_{inst,Qj,k} \\ \delta_{fin} &= \sum_{i=1}^m \delta_{fin,Gi,k} + \sum_{j=1}^n \delta_{fin,Qj,k} = \sum_{i=1}^m \delta_{inst,Gi,k} (1 + \phi) + \sum_{j=1}^n \delta_{inst,Qj,k} \psi_{2j} (1 + \phi) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Da Equação 2.15:

δ_{inst} : Deslocamento instantâneo;

δ_{fin} : Deslocamento final;

ϕ : Coeficiente de fluência da madeira, dado pela Tabela 20 da ABNT NBR 7190-1 (2022);

ψ_1 e ψ_2 : Fatores de redução de ações variáveis, obtidos através da Tabela 6 da ABNT NBR 8681 (2003).

Tais deslocamentos devem ser quantificados levando em consideração um comportamento elástico e linear da estrutura (ABNT NBR 7190-1, 2022). No que diz respeito ao coeficiente de fluência ϕ , Boussougou *et al.* (2022) enfatizam que a madeira possui características singulares em comparação a outros materiais de construção, manifestando notável deformação ao longo do tempo, fenômeno conhecido como fluência. Esse aspecto deve ser considerado ao estimar os deslocamentos finais ao longo do tempo, conforme apresentado anteriormente na Equação 2.15.

2.2.4 DIMENSIONAMENTO

O método dos estados limites de dimensionamento opera com base na premissa de majorar os esforços solicitantes, os quais são quantificados por meio das combinações elucidadas no item 2.2.3, ao passo que minorra as resistências. Essa redução considera a incerteza associada à resistência característica da madeira, às condições ambientais nas quais a estrutura estará inserida, bem como aos efeitos adversos decorrentes das imperfeições geométricas. A ABNT NBR 7190-1 (2022) propõe a implementação dessa redução por meio da aplicação do coeficiente de modificação (k_{mod}) e do coeficiente de minoração (γ_w) das propriedades da madeira (X), conforme delineado na Equação 2.16.

$$X_d = k_{\text{mod}} \frac{X_k}{\gamma_w}, \text{ sendo } k_{\text{mod}} = k_{\text{mod1}} \cdot k_{\text{mod2}} \quad (2.16)$$

Da Equação 2.16:

- X_d : Valor de cálculo da propriedade mecânica;
 X_k : Valor característico da propriedade mecânica.

O coeficiente parcial de modificação k_{mod1} engloba a classe de carregamento e o tipo de material utilizado, e seus valores podem ser extraídos da Tabela 4 da ABNT NBR 7190-1 (2022). Já o coeficiente parcial de modificação k_{mod2} abrange a classe de umidade e o tipo de material empregado, sendo obtido por meio da consulta à Tabela 5 da referida norma.

No contexto do coeficiente de minoração das propriedades da madeira, representado por γ_w , as variações ocorrem de acordo com o tipo de tensão aplicada na peça. Para tensões normais, é adotado o valor de 1,4 (ABNT NBR 7190-1, 2022).

Diante do exposto, para efetuar as verificações de segurança, é fundamental utilizar-se das resistências de projeto adequadas, considerando o tipo de solicitação atuante, conforme delineado na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Verificações em função do tipo de solicitação atuante

Solicitação	Equação
Tração	$\sigma_{Nt,d} = \frac{N_{t,d}}{A} \leq f_{t0,d}$
Compressão	$\sigma_{Nc,d} = \frac{N_{c,d}}{A} \leq f_{c0,d}$

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 7190-1 (2022)

Da Tabela 2.3:

- $\sigma_{Nt,d}$: Valor de cálculo da tensão de tração normal à seção transversal;
 $\sigma_{Nc,d}$: Valor de cálculo da tensão de compressão normal à seção transversal;
 $N_{t,d}$: Valor de cálculo da força normal de tração;
 $N_{c,d}$: Valor de cálculo da força normal de compressão;
 A : Área líquida da seção transversal;
 $f_{t0,d}$: Valor de cálculo da resistência à tração paralela às fibras;
 $f_{c0,d}$: Valor de cálculo da resistência à compressão paralela às fibras.

Em determinadas circunstâncias, há também esforços inclinados em relação às fibras com ângulos $\alpha > 6^\circ$. Em tais cenários, as diretrizes normativas preconizam a adoção da expressão de Hankinson (1921), que é formalizada na Equação 2.17. Essa expressão contempla a redução da resistência ou da rigidez em situações de esforços oblíquos em relação às fibras da madeira (X_α) (Kollmann; Côté Junior, 1984).

$$X_\alpha = \frac{X_0 \cdot X_{90}}{X_0 \cdot \sin^2 \alpha + X_{90} \cdot \cos^2 \alpha} \quad (2.17)$$

Da Equação 2.17:

- X_0 : Valor da resistência (ou da rigidez) na direção paralela às fibras;
 X_{90} : Valor da resistência (ou da rigidez) na direção perpendicular às fibras.

Além das verificações detalhadas na Tabela 2.3, é necessário realizar uma análise adicional de estabilidade para elementos submetidos a compressão axial. Essa medida se torna crucial devido ao surgimento de esforços de segunda ordem, à medida que a esbeltez do elemento aumenta, resultando em excentricidades. Segundo a ABNT NBR 7190-1 (2022), a necessidade de verificar a estabilidade no ELU é dispensada quando a esbeltez relativa na direção crítica (calculada conforme Tabela 2.4) é igual ou inferior a 0,3.

Tabela 2.4 – Cálculo da esbeltez relativa

Parâmetro	Equação
Comprimento de flambagem	$L_0 = K_E \cdot L$
Índice de esbeltez	$\lambda = \frac{L_0}{\sqrt{I/A}}$
Índices de esbeltez relativa	$\lambda_{rel,x} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}}$; $\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}}$

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 7190-1 (2022)

Da Tabela 2.4:

- K_E : Coeficiente de modo de flambagem, dado pela ABNT NBR 7190-1 (2022);
 L : Comprimento efetivo do elemento na direção analisada;
 I : Momento de inércia na direção analisada;
 A : Área da seção transversal;
 $f_{c0,k}$: Resistência característica à compressão paralela às fibras;
 $E_{0,05}$: Valor característico do módulo de elasticidade medido na direção paralela às fibras da madeira, tomado como 70% de $E_{c0,med}$ (ABNT NBR 7190-1, 2022);
 $E_{c0,med}$: Valor médio do módulo de elasticidade na compressão medido na direção paralela às fibras da madeira.

No entanto, se o valor de λ_{rel} exceder 0,3, a verificação preconizada pela ABNT NBR 7190-1 (2022) deve ser aplicada, conforme indicado na Tabela 2.5.

Tabela 2.5 – Verificação da estabilidade de peças comprimidas axialmente

Parâmetro	Equação
Fatores de instabilidade k_x e k_y	$k_x = 0,5 \cdot \left[1 + \beta_c (\lambda_{rel,x} - 0,3) + (\lambda_{rel,x})^2 \right]$; $k_y = 0,5 \cdot \left[1 + \beta_c (\lambda_{rel,y} - 0,3) + (\lambda_{rel,y})^2 \right]$
Fatores de instabilidade k_{cx} e k_{cy}	$k_{cx} = \frac{1}{k_x + \sqrt{(k_x)^2 - (\lambda_{rel,x})^2}}$; $k_{cy} = \frac{1}{k_y + \sqrt{(k_y)^2 - (\lambda_{rel,y})^2}}$
Verificação	$\frac{\sigma_{Nc,d}}{k_{cx} f_{c0,d}} \leq 1$ e $\frac{\sigma_{Nc,d}}{k_{cy} f_{c0,d}} \leq 1$

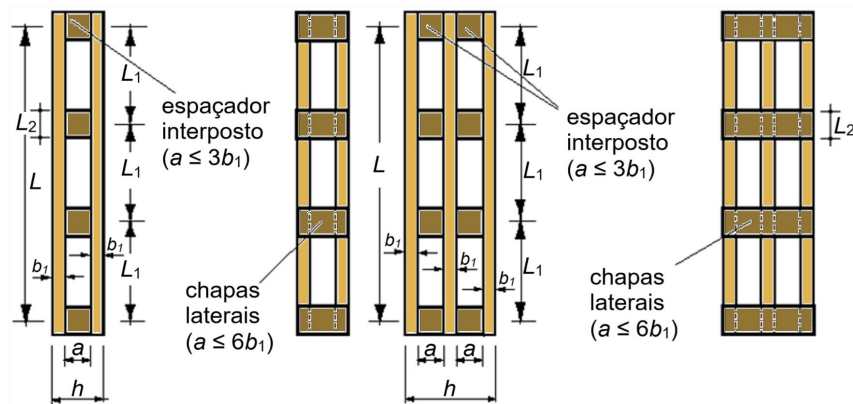
Fonte: Adaptado da ABNT NBR 7190-1 (2022)

Da Tabela 2.5:

- β_c : Fator para peças estruturais que atendam aos limites de divergência de alinhamento, dado pelo item 6.5.5 da ABNT NBR 7190-1 (2022);
- λ_{rel} : Índice de esbelteza relativa;
- $\sigma_{Nc,d}$: Valor de cálculo da tensão de compressão normal à seção transversal;
- $f_{c0,d}$: Valor de cálculo da resistência à compressão paralela às fibras.

Em treliças planas de madeira, para assegurar um encaixe adequado dos componentes, é frequente o uso de peças compostas solidarizadas descontinuamente por espaçadores interpostos ou por chapas laterais de fixação, conforme ilustrado na Figura 2.9.

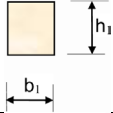
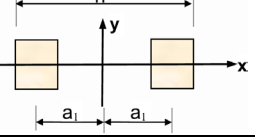
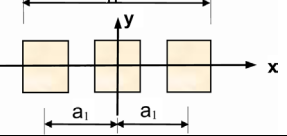
Figura 2.9 – Peças compostas solidarizadas descontinuamente



Fonte: Adaptado da ABNT NBR 7190-1 (2022)

Nesse contexto, o índice de esbelteza efetivo, referente à flambagem no eixo onde as peças se repetem (normalmente eixo y), deve ser calculado conforme a Tabela 2.6.

Tabela 2.6 – Cálculo da esbelteza efetiva de peças compostas solidarizadas descontinuamente

Parâmetro	Equação
Seção de um elemento componente 	$A_1 = b_1 h_1$
Seção composta por dois elementos 	$A_{tot} = 2A_1$ $I_{tot} = \frac{h_1 \left[(2b_1 + a)^3 - a^3 \right]}{12}$
Seção composta por três elementos 	$A_{tot} = 3A_1$ $I_{tot} = \frac{h_1 \left[(3b_1 + 2a)^3 - (b_1 + 2a)^3 + b_1^3 \right]}{12}$
Índice de esbelteza efetivo referente à flambagem no eixo de repetição das peças	$\lambda_{ef,y} = \sqrt{\lambda^2 + \eta \frac{n}{2} (\lambda_1)^2}$, sendo $\lambda = L \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{tot}}}$ e $\lambda_1 = \sqrt{12} \frac{L_1}{b_1}$

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 7190-1 (2022)

Da Tabela 2.6:

- A : Área da seção transversal;
- I : Momento de inércia;
- L : Comprimento efetivo do elemento;
- n : Quantidade de elementos constituintes da seção composta;
- η : Fator definido pela Tabela 12 da ABNT NBR 7190-1 (2022).

Em relação às verificações no ELS, é necessário que os deslocamentos sejam avaliados em conformidade com os limites predefinidos pela ABNT NBR 7190-1 (2022), estando diretamente relacionados à configuração estática da estrutura. Embora a norma não defina valores limites para treliças, estas podem ser interpretadas como vigas biapoiadas ou contínuas. Nesse contexto, é estabelecido um intervalo limite de $L/300$ a $L/500$ para deslocamentos instantâneos e $L/150$ a $L/300$ para deslocamentos finais.

Portanto, objetivando o uso de uma peça de madeira em um sistema estrutural, todos os requisitos mínimos estipulados pelas referidas normas técnicas devem ser garantidos. Essa abordagem sistemática proporciona uma base sólida para o dimensionamento e a construção de estruturas de madeira *a priori* confiáveis.

2.3 CONFIABILIDADE E SEGURANÇA DAS ESTRUTURAS

Atualmente, muitos dos problemas abordados por engenheiros são tratados sob uma perspectiva determinística, na qual todos os eventos e fenômenos são considerados como tendo causas previsíveis e exatas, contanto que todas as variáveis relevantes sejam conhecidas e medidas com precisão adequada (Aladegboye *et al.*, 2020; Dániel *et al.*, 2023; Phutthananon *et al.*, 2023). Até mesmo fenômenos imprevisíveis são tratados de forma determinística por meio de simplificações. No entanto, a realidade muitas vezes diverge dessa concepção, já que uma parcela significativa das variáveis de projeto possui natureza aleatória. Como resultado, podem ocorrer perdas de informações quando simplificações são admitidas.

Um exemplo evidente dessa aleatoriedade está relacionado à caracterização das propriedades mecânicas da madeira, conforme discutido anteriormente no item 2.1.4. Em um experimento que envolva 12 corpos de prova, é altamente provável que cada um deles apresente valores distintos de resistência e rigidez, mesmo sendo extraídos da mesma peça de madeira, o que configura uma variabilidade aleatória. Outro exemplo diz respeito às ações e carregamentos, sobretudo as variáveis. Tomando-se a ação acidental de utilização como exemplo, é bastante provável que, ao longo do tempo, sua intensidade apresente flutuações em torno do valor de $0,25 \text{ kN/m}^2$.

Apesar dessas incertezas, as normas de projeto adotam metodologias de dimensionamento que viabilizam a segurança de uma estrutura, como destacado no item

2.2.4. Por exemplo, quando se trata da resistência característica, é comum estabelecer um valor cuja probabilidade de não ser superado seja de 5%. Tal medida é plausível em termos de segurança, mas não reflete a variável em sua totalidade, caindo novamente na abordagem determinística. Portanto, mesmo quando se levam em consideração tais incertezas nas variáveis de projeto, ainda é possível que uma estrutura seja submetida a condições não previstas para a sua vida útil (Holický *et al.*, 2021). Frente às novas condições em serviço, torna-se necessário avaliar o novo nível de segurança da estrutura, verificando a necessidade de reforços ou paralização (Pereira Junior *et al.*, 2023).

Diante dessas considerações, este subcapítulo tem como objetivo fornecer uma síntese dos conceitos fundamentais concernentes à confiabilidade de estruturas, bem como a metodologia de quantificação utilizada nas análises desta pesquisa.

2.3.1 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS E DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES

Antes de adentrar nos conceitos de confiabilidade propriamente ditos, é fundamental esclarecer os fundamentos matemáticos que sustentam a Teoria de Confiabilidade, iniciando com a apresentação das duas definições clássicas de probabilidade (P) de um evento A , as quais são expressas na Tabela 2.7.

Tabela 2.7 – Definições de probabilidade

Definição	Equação
Clássica ou <i>a priori</i>	$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$
Frequentista ou <i>a posteriori</i>	$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n}$

Fonte: Autoria própria (2024)

Da Tabela 2.7:

- $n(A)$: Número de resultados favoráveis a A ;
- $n(\Omega)$: Número de resultados possíveis;
- n_A : Número de ocorrências de A em n realizações do experimento;
- n : Número de realizações do experimento.

A aplicação da definição clássica ou *a priori* depende da equiprobabilidade de todos os possíveis resultados no espaço amostral Ω . Como em alguns casos práticos essa equiprobabilidade não é garantida, recorre-se à definição frequentista ou *a posteriori*, que, apesar de limitada, permite a associação de probabilidades com o mundo observável. A definição frequentista será utilizada, por exemplo, na interpretação do método de Monte Carlo, que será discutido no item 2.3.3.

Conforme mencionado anteriormente, em muitas análises estatísticas de uma propriedade mecânica de interesse, bem como na avaliação de ações e carregamentos em uma estrutura, é recorrente encontrar situações em que o valor dessa propriedade ou ação em uma observação futura não pode ser previsto com absoluta certeza. Nesse contexto, a análise se torna mais acessível quando se estabelece o comportamento probabilístico da variável em questão, permitindo assim a formulação de uma função para a sua estimativa futura. Isso conduz ao conceito de variável aleatória, que é definida como a associação de um valor numérico a um resultado possível de um experimento aleatório, contribuindo assim para a elaboração da referida função.

As variáveis aleatórias podem ser classificadas em dois tipos principais: discretas e contínuas. As primeiras têm um conjunto de valores possíveis que é finito ou infinito enumerável, enquanto as segundas têm um conjunto de valores possíveis que é infinito não enumerável, recaindo em toda a extensão dos reais (\mathbb{R}). Dado que a maioria das variáveis aleatórias em problemas de Engenharia é de natureza contínua, este texto se concentrará exclusivamente nesse tipo de variável.

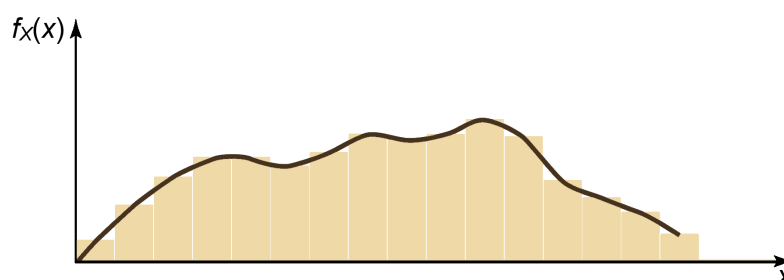
Para uma variável aleatória contínua X , de acordo com Montgomery e Runger (2021), uma função de densidade de probabilidades $f_X(x)$ é definida como uma função que satisfaz as três condições da Equação 2.18.

$$\begin{aligned}
 1) & f_X(x) \geq 0 \\
 2) & \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1 \\
 3) & P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(x) dx
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Vale ressaltar que a condição 3 implica que a probabilidade de um evento estar compreendido no intervalo $[a, b]$ é equivalente à área sob a curva $f_X(x)$ para quaisquer valores de a e b , no conjunto \mathbb{R} .

Uma boa maneira de aproximar graficamente uma Função de Densidade de Probabilidades (FDP) é através da construção de histogramas de frequências, como exemplificado na Figura 2.10.

Figura 2.10 – Aproximação de uma FDP por meio de um histograma de frequências



Fonte: Adaptado de Montgomery e Runger (2021)

Uma alternativa para calcular probabilidades dentro de um intervalo específico é a utilização da Função de Distribuição Acumulada (FDA), representada por $F_X(x)$ na Equação 2.19.

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(u) du, \quad -\infty < x < \infty \quad (2.19)$$

Para uma variável aleatória contínua, também é possível definir os parâmetros média (μ), variância (σ^2) e, conseqüentemente, o desvio padrão (σ) a partir da função de densidade de probabilidades $f_X(x)$, conforme demonstrado na Equação 2.20.

$$\begin{aligned} \mu_X &= E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \\ \sigma_X^2 &= V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x) dx - \mu_X^2 \\ \sigma_X &= STD(X) = \sqrt{\sigma_X^2} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Diante da síntese apresentada, é importante destacar que atualmente existem diversas distribuições disponíveis para a modelagem de variáveis aleatórias contínuas, sendo elas: Uniforme; Normal (ou Gaussiana); Log-normal; Exponencial; Triangular; Gama; Rayleigh; Beta; Gumbel; entre outras. Além dessas, também são comuns as distribuições amostrais, como a distribuição t de Student, Qui-quadrado e a distribuição F de Fisher-Snedecor, que são frequentemente aplicadas em inferências estatísticas.

No escopo das análises realizadas neste estudo, com o objetivo de modelar as variáveis aleatórias relacionadas aos aspectos de projeto (propriedades mecânicas, ações e carregamentos), serão empregadas somente as distribuições Normal (Gaussiana) e Gumbel para máximos (Gumbel). A justificativa para essa escolha será devidamente abordada no Capítulo 4 – “Materiais e Métodos”. Beck (2019) ressalta que essas distribuições possuem amplas aplicações na Engenharia, sendo empregadas tanto na modelagem de propriedades dos materiais quanto na representação de fenômenos diversos, como a velocidade do vento e variações temporais das ações etc. A Tabela 2.8 oferece um resumo das representações gráficas das Funções de Densidade de Probabilidades (FDP) e das equações que regem cada uma das Funções de Distribuição Acumulada (FDA) dos modelos mencionados.

Tabela 2.8 – Principais distribuições de probabilidades

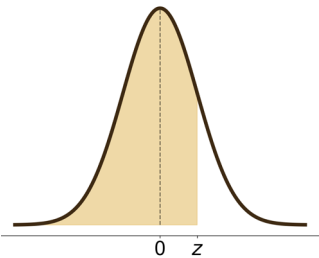
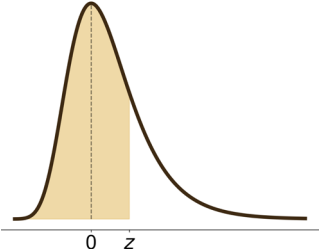
Representação gráfica da FDP	Parâmetros	Equação da FDA
 <p>Normal (Gaussiana)</p>	$-\infty < \mu < \infty$ $\sigma > 0$	$\Phi(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du, \quad -\infty < z < \infty$ <p>sendo $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$</p>

Tabela 2.8 – Principais distribuições de probabilidades (continuação)

Representação gráfica da FDP	Parâmetros	Equação da FDA
	$-\infty < \mu < \infty$ $\sigma > 0$	$\Phi(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z e^{-(u+e^{-u})} du, \quad -\infty < z < \infty$ <p>sendo $Z = \frac{X - u_n}{\beta}$; $u_n = \mu - \frac{\gamma}{\beta}$; $\beta = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sigma}$</p>
Gumbel para máximos (Gumbel)		

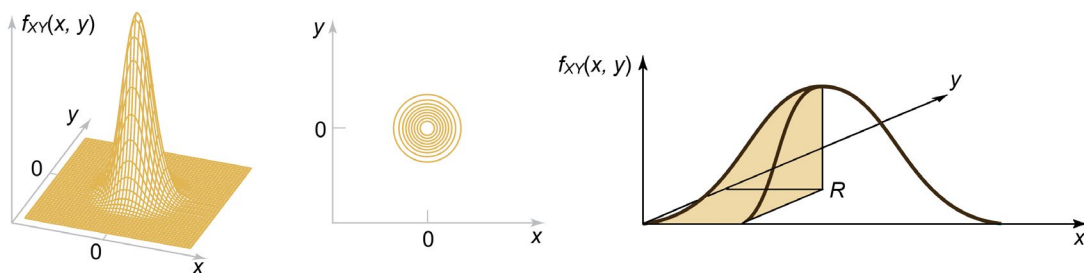
Fonte: Adaptado de Montgomery e Runger (2021); Ayyub e McCuen (2012)

Da Tabela 2.8:

- μ : Média;
- σ : Desvio padrão;
- u_n : Máximo característico ou moda de X_n ;
- β : Parâmetro de escala;
- γ : Constante de Euler-Mascheroni, $\gamma = 0,577216$.

Em muitas situações, é vantajoso ter mais de uma variável aleatória definida em um experimento aleatório. Quando se trabalha com duas variáveis aleatórias, X e Y , a distribuição de probabilidades que descreve seu comportamento conjunto é conhecida como distribuição conjunta de probabilidades. Na Figura 2.11, permite-se observar uma representação gráfica dessa ideia.

Figura 2.11 – Função densidade de probabilidades conjuntas das variáveis aleatórias independentes X e Y



Fonte: Adaptado de Montgomery e Runger (2021)

De maneira análoga à FDP de uma única variável aleatória contínua, é possível definir uma Função de Densidade de Probabilidades Conjuntas (FDPC) sobre o espaço bidimensional R . A integral dupla da função $f_{XY}(x, y)$ sobre uma região R fornece a probabilidade de que o par de variáveis (X, Y) assumam valores na região R . Essa integral pode ser interpretada como o volume situado abaixo da superfície definida pela função $f_{XY}(x, y)$ sobre a região R . Dessa forma, segundo Montgomery e Runger (2021), uma FDPC para as variáveis aleatórias contínuas X e Y , denotada como $f_{XY}(x, y)$, satisfaz as condições contidas na Equação 2.21.

$$\begin{aligned}
1) & f_{XY}(x, y) \geq 0, \quad \forall (x, y) \\
2) & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x, y) dx dy = 1 \\
3) & P(a \leq X \leq b, c \leq Y \leq d) = \int_c^d \int_a^b f_{XY}(x, y) dx dy
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Com base nessas informações, a construção de funções lineares de variáveis aleatórias se apresenta como uma abordagem naturalmente viável. Considerando as variáveis aleatórias X_1, X_2, \dots, X_n de mesma distribuição, juntamente com as constantes $c_0, c_1, c_2, \dots, c_n$, é possível criar a variável aleatória Y por meio de uma relação funcional que envolva X_1, X_2, \dots, X_n , conforme expresso na Equação 2.22.

$$Y = c_0 + c_1 X_1 + c_2 X_2 + \dots + c_n X_n \tag{2.22}$$

Dessa forma, se as variáveis X_1, X_2, \dots, X_n são independentes, os parâmetros média (μ), variância (σ^2) e, conseqüentemente, o desvio padrão (σ), podem ser estimados através da Equação 2.23.

$$\begin{aligned}
\mu_Y &= E(Y) = c_0 + c_1 \mu_{X_1} + c_2 \mu_{X_2} + \dots + c_n \mu_{X_n} \\
\sigma_Y^2 &= V(Y) = c_1^2 \sigma_{X_1}^2 + c_2^2 \sigma_{X_2}^2 + \dots + c_n^2 \sigma_{X_n}^2 \\
\sigma_Y &= STD(Y) = \sqrt{\sigma_Y^2}
\end{aligned} \tag{2.23}$$

2.3.2 PROBLEMA FUNDAMENTAL DE CONFIABILIDADE

Uma vez apresentados os princípios matemáticos relacionados às variáveis aleatórias e às distribuições de probabilidades, prossegue-se para a definição de confiabilidade. De acordo com Beck (2019), a confiabilidade de um sistema é a probabilidade de que este não experimente falhas durante um período de vida de projeto determinado, desde que sejam respeitadas as condições operacionais e de projeto estabelecidas. Além disso, Beck (2019) complementa que a probabilidade de falha corresponde à probabilidade de o sistema falhar, não cumprindo as especificações de projeto, dentro do período de vida especificado, mesmo quando as condições operacionais e de projeto são rigorosamente observadas. Em outras palavras, a confiabilidade seria, da Teoria de Conjuntos, o complemento da probabilidade de falha.

Portanto, o cerne do problema fundamental de confiabilidade em estruturas consiste em calcular a probabilidade de que a força ou solicitação aplicada (S) seja igual ou superior à resistência do sistema ou do elemento estrutural (R). Essa probabilidade (p_f) é expressa numericamente através da Equação 2.24.

$$p_f = P(S \geq R) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^s f_{RS}(r, s) dr ds \tag{2.24}$$

Nas análises conduzidas neste estudo, é assumido que as variáveis aleatórias S e R são estatisticamente independentes, o que significa que o resultado da solicitação (S) não

exerce influência sobre o resultado da resistência (R). Portanto, a Equação 2.24 é reescrita utilizando o produto das funções marginais, como indicado na Equação 2.25.

$$f_{RS}(r, s) = f_R(r)f_S(s)$$

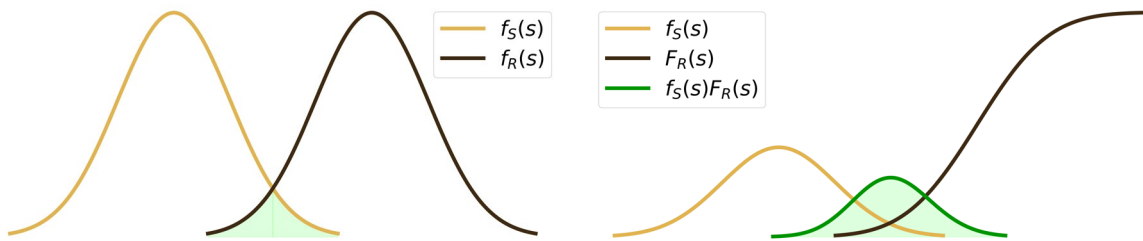
$$p_f = P(S \geq R) = \int_{-\infty}^{\infty} f_S(s) \left[\int_{-\infty}^s f_R(r) dr \right] ds = \int_{-\infty}^{\infty} f_S(s) F_R(s) ds \quad (2.25)$$

Da Equação 2.25:

$f_R(r)$: Função marginal de densidade de probabilidades da resistência;
 $f_S(s)$: Função marginal de densidade de probabilidades da solicitação;
 $F_R(s)$: Função marginal de distribuição de probabilidades cumulativa da resistência.

Assim, a probabilidade de falha (p_f) pode ser calculada como a área sob a curva da função $f_S(s)F_R(s)$. Na Figura 2.12, é possível visualizar a interferência entre as populações R e S , que leva à ocorrência de falhas por meio do produto $f_S(s)F_R(s)$.

Figura 2.12 – Problema fundamental de confiabilidade: interferência entre populações



Fonte: Autoria própria (2024)

A solução do problema fundamental de confiabilidade pode ser obtida através da variável margem de segurança (M), como indicado na Equação 2.26.

$$M = R - S \quad (2.26)$$

Da Equação 2.26, valores negativos indicam falha, enquanto valores positivos representam sobrevivência. Assim como na Equação 2.25, a probabilidade de falha (p_f) pode ser calculada tomando-se a variável M como demonstrado na Equação 2.27.

$$p_f = P(M \leq 0) = \int_{-\infty}^0 f_M(m) dm = F_M(0) \quad (2.27)$$

Se as variáveis resistência (R) e solicitação (S) forem normalmente distribuídas e independentes, o problema pode ser resolvido analiticamente. Ademais, sendo a função M linear em R e S , sua distribuição também segue um modelo Gaussiano com os parâmetros média (μ) e desvio padrão (σ) especificados na Equação 2.28.

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (2.28)$$

Assim como todas as variáveis aleatórias distribuídas normalmente, a variável M pode ser transformada em uma variável normal padrão Z , conforme indicado na Equação 2.29. Isso

permite que a Função de Distribuição Acumulada (FDA) da Normal padrão, conforme mostrada na Tabela 2.8, também seja aplicável à variável M .

$$Z = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M} \quad (2.29)$$

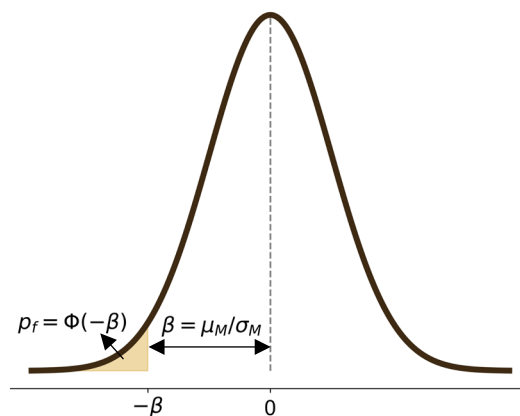
Naturalmente, a Equação 2.27, que indica a probabilidade de falha (p_f), pode ser reescrita em termos da distribuição Normal padrão, como demonstrado na Equação 2.30.

$$p_f = P(M \leq 0) = P\left(Z \leq -\frac{\overbrace{\mu_M}^{\beta}}{\sigma_M}\right) \quad (2.30)$$

$$p_f = \Phi(-\beta), \text{ sendo } \beta \equiv \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

Ao analisar a Equação 2.30, nota-se que a razão μ_M/σ_M foi associado à letra grega β , que por sua vez corresponde ao índice de confiabilidade, variável de extrema relevância no contexto da confiabilidade estrutural. Essa métrica quantifica a distância entre o ponto $m = 0$ e a origem (média) da distribuição de Z , como ilustrado na Figura 2.13.

Figura 2.13 – Probabilidade de falha (p_f) e índice de confiabilidade (β) em termos da variável normal padrão Z



Fonte: Autoria própria (2024)

Um dos aspectos relacionados ao índice de confiabilidade diz respeito aos valores-limite ou valores-alvo estabelecidos pelas normativas internacionais. Tais valores representam os níveis mínimos recomendados com a finalidade de assegurar uma confiabilidade aceitável em estruturas. Nesse contexto, destaca-se o documento normativo europeu EN 1990 (2002) que estabelece diretrizes pertinentes e, por conseguinte, servirá como ponto de referência neste estudo. Para fins de avaliação da confiabilidade, o referido documento normativo introduz Classes de Consequências (CC) que podem ser definidas com base nas implicações de uma falha ou mal funcionamento da estrutura, conforme descrito na Tabela 2.9.

Tabela 2.9 – Definição das Classes de Consequências (CC)

Classes de Consequências (CC)	Descrição	Exemplos de edifícios e obras de Engenharia Civil
CC3	Alto risco de perda de vidas humanas ou de consequências econômicas, sociais ou ambientais muito significativas	Arquibancadas, edifícios públicos em que as consequências de uma falha são elevadas (por exemplo, grande salão de concertos)
CC2	Consequências de média importância para a perda de vidas humanas, econômicas, sociais ou ambientais consideráveis	Edifícios residenciais e de escritórios, edifícios públicos em que as consequências de uma falha são de média importância (por exemplo, um edifício de escritórios)
CC1	Baixa importância para a perda de vidas humanas, com consequências sociais ou ambientais pequenas ou negligenciáveis	Edifícios agrícolas nos quais as pessoas normalmente não entram (por exemplo, edifícios de armazenamento), estufas

Fonte: Adaptado do EN 1990 (2002)

Com base em tais classificações, o EN 1990 (2002) disponibiliza os valores mínimos recomendados para o índice de confiabilidade (β) associados às Classes de Confiabilidade (RC, em inglês, *Reliability Classes*). Esses valores podem ser consultados na Tabela 2.10.

Tabela 2.10 – Valores mínimos recomendados para o índice de confiabilidade (β) em situações últimas (ELU)

Classes de Confiabilidade (RC)	Valores mínimos de β	
	Período de referência de 1 ano	Período de referência de 50 anos
RC3 \equiv CC3	5,2	4,3
RC2 \equiv CC2	4,7	3,8
RC1 \equiv CC1	4,2	3,3

Fonte: Adaptado do EN 1990 (2002)

Desse modo, torna-se manifesta a importância destas diretrizes na garantia de que as estruturas cumpram com os requisitos de segurança necessários, abrangendo aspectos humanos, econômicos, sociais e ambientais.

2.3.3 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

Discorrido o problema fundamental de confiabilidade, este item abordará uma metodologia robusta para a quantificação da probabilidade de falha em estruturas. Conforme observado por Beck (2019), a Simulação de Monte Carlo (SMC) consiste em uma técnica numérica de experimentos computacionais que faz uso de números aleatórios. Essa técnica demonstra alta eficácia tanto em problemas de natureza linear quanto não-linear, e, por consequência, tem sido amplamente adotada pela comunidade científica. Para exemplificar, ao conduzir uma simples busca nas bases de dados *Scopus*, *Engineering Village* e *Web of Science* (15 de agosto de 2024), utilizando as palavras-chave “Monte Carlo” AND (“wood*

*structur** OR *“timber structur*”* OR *“estrutura* de madeira”*), no filtro *“Article title, Abstract, Keywords”* (em português, “Título do artigo, Resumo, Palavras-chave”) foram identificados 29 artigos de periódicos datando dos últimos 10 anos [2015, 2024], comprovando sua relevância. No capítulo subsequente, serão devidamente abordadas algumas dessas investigações.

A base da SMC é a definição frequentista de probabilidade, anteriormente apresentada na Tabela 2.7. No entanto, na prática, a realização de n experimentos tendendo ao infinito não é viável devido às limitações financeiras e processuais associadas a tal medida. Sendo assim, tais experimentos são conduzidos virtualmente com n iterações finitas, onde observa-se a ocorrência ou não de eventos pré-estabelecidos.

Ao empregar-se números aleatórios provenientes de uma amostra, a quantidade de elementos nessa amostra pode variar dependendo da situação e precisão do problema. Em cenários que demandam uma representação mais minuciosa e precisa, pode ser essencial trabalhar com amostras contendo uma quantidade substancial de elementos. Entretanto, tal medida poderá resultar em um aumento significativo de tempo e recursos computacionais necessários para a realização da Simulação de Monte Carlo (SMC). Sendo esse o fator limitante do método, torna-se essencial definir um equilíbrio entre a precisão desejada e a viabilidade computacional.

Todavia, frente aos avanços recentes e notórios na capacidade dos computadores, juntamente com a disponibilidade de processamento em paralelo, as técnicas de SMC têm ganhado uma crescente popularidade. Várias vantagens respaldam a aplicação desse método, incluindo a facilidade de implementação, sua capacidade de lidar com uma ampla gama de problemas e a robustez das soluções resultantes (Beck, 2019).

Para a formulação do método de Monte Carlo, é fundamental introduzir o conceito de equações de estado-limite. Considerando $X \in \mathbb{R}^n$ como um vetor-coluna que engloba todas as variáveis aleatórias relevantes para o problema em questão, uma equação de estado-limite, denotada por $g(X)$, é formulada de acordo com a Equação 2.31.

$$g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0, \quad \begin{aligned} \Omega_f &= \{x \mid g(x) \leq 0\} \Rightarrow \text{Falha} \\ \Omega_s &= \{x \mid g(x) > 0\} \Rightarrow \text{Sobrevivência} \end{aligned} \quad (2.31)$$

As equações de estado-limite desempenham um papel fundamental ao estabelecer a fronteira que distingue os domínios de sobrevivência (Ω_s) e de falha (Ω_f), ou seja, os estados desejáveis e indesejáveis da estrutura.

Diante do exposto, a probabilidade de falha (p_f) pode ser considerada como uma medida da tendência à violação dos estados limites, como observado na Equação 2.32.

$$p_f = P(X \in \Omega_f) = P[g(X) \leq 0] \Rightarrow p_f = \int_{\Omega_f} f_X(x) dx \quad (2.32)$$

Da Equação 2.32:

$f_X(x)$: Função de densidade de probabilidades conjuntas.

Devido à flexibilidade na representação do domínio de falha (Ω_f), que pode ser definido por uma única equação de estado-limite ou por qualquer combinação de estados-limite, é conveniente realizar a integração da Equação 2.32 em todo o domínio Ω , conforme demonstrado na Equação 2.33.

$$p_f = \int_{\Omega} I(x) f_X(x) dx = E[I(X)], \text{ sendo } I(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in \Omega_f \\ 0 & \text{se } x \notin \Omega_f \end{cases} \quad (2.33)$$

A partir da Equação 2.33, nota-se que cada avaliação da função indicadora $I(X)$ requer a avaliação da(s) equação(ões) de estado limite do problema. Essa expressão representa o valor esperado (E) da função indicadora $I(X)$, e o seu resultado, isto é, a probabilidade de falha (p_f), pode ser estimado (\hat{p}_f) com base em uma amostra de comprimento finito n , como demonstrado na Equação 2.34.

$$p_f \approx \hat{p}_f = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(x_i) = \frac{n_f}{n} \quad (2.34)$$

Da Equação 2.34:

n_f : Número de falhas nas n iterações;

n : Número de iterações ou número de amostras.

Uma vez que o estimador \hat{p}_f da Equação 2.34 é calculado com base em uma amostra de comprimento finito n , ele está sujeito à incerteza estatística, que corresponde à variância (V) do estimador \hat{p}_f , como indicado na Equação 2.35.

$$V(\hat{p}_f) = V\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(x_i)\right] = \frac{1}{n^2} V\left[\sum_{i=1}^n I(x_i)\right] = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n [I(x_i) - \hat{p}_f]^2 \quad (2.35)$$

A partir da identidade de Bienaymé, a variância (V) pode ser calculada utilizando a Equação 2.36. Essa identidade permite determinar a variância de uma soma de variáveis aleatórias não correlacionadas ao somar suas variâncias individuais (Ang; Tang, 2006).

$$V(\hat{p}_f) = \hat{p}_f(1 - \hat{p}_f) \quad (2.36)$$

É relevante destacar que um número limitado de pontos no domínio de falha (probabilidades reduzidas) resultaria em uma elevada variância nos resultados, exigindo um número maior de amostras n (Beck, 2019). Para mitigar essa problemática e reduzir a quantidade de simulações requeridas, empregam-se técnicas de redução de variância, não sendo objetivo deste estudo explorá-las. Por esse motivo, o método de Monte Carlo utilizado nesse contexto é referido como o “Método de Monte Carlo Simples” (SMC simples).

Tomando-se as Equações 2.34 e 2.36, a Equação 2.37 permite determinar o Intervalo de Confiança (IC) para o resultado da simulação. Esse intervalo representa uma forma de estabelecer a faixa de valores dentro da qual o resultado da simulação é esperado com um determinado nível de confiança z , levando em consideração a incerteza estatística associada ao estimador \hat{p}_f

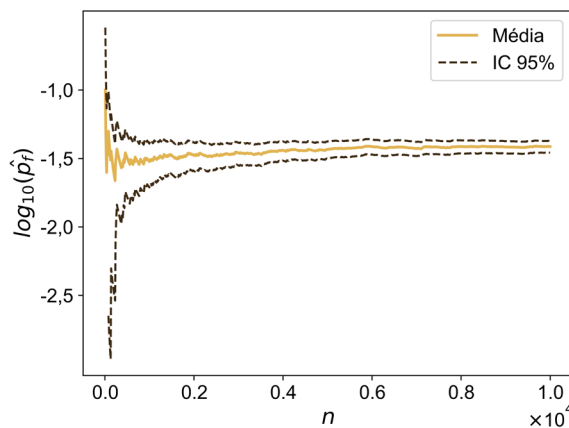
$$\hat{p}_f - z\sqrt{\frac{V(\hat{p}_f)}{n}} \leq p_f \leq \hat{p}_f + z\sqrt{\frac{V(\hat{p}_f)}{n}} \quad (2.37)$$

Da Equação 2.37:

z : Parâmetro relacionado ao nível de confiança desejado, segundo uma distribuição Normal.

Uma abordagem prática e útil para determinar a suficiência do número de amostras n envolve a análise de gráficos de convergência da estimativa da probabilidade de falha (\hat{p}_f) e dos Intervalos de Confiança (IC) em relação ao número de amostras n . Gráficos desse tipo, como o ilustrado na Figura 2.14, podem revelar como a precisão dos resultados melhora à medida que mais amostras são incorporadas na simulação.

Figura 2.14 – Gráfico de convergência de \hat{p}_f e Intervalo de Confiança (IC) para SMC simples



Fonte: Autoria própria (2024)

Uma vez que o resultado direto da Simulação de Monte Carlo (SMC) é a estimativa da probabilidade de falha (\hat{p}_f), o índice de confiabilidade (β) pode ser determinado a partir desse valor, segundo a Equação 2.38.

$$\beta_{SMC} = \Phi^{-1}(1 - \hat{p}_f) \quad (2.38)$$

Com base na Equação 2.30 e levando em consideração que a confiança é o complemento da probabilidade de falha, juntamente com o pressuposto de que um modelo Gaussiano é admitido em sua estimativa, torna-se viável a elaboração da expressão delineada na Equação 2.39.

$$\hat{p}_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) = 1 - \int_{-\infty}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du = 1 - \left(\overbrace{\int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du}^{0,5} + \int_0^{\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du \right) \quad (2.39)$$

$$\therefore \hat{p}_f = 0,5 - \int_0^{\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du$$

A solução da integral contida na Equação 2.39 não admite uma abordagem analítica, exigindo a aplicação de um método numérico de integração. Na obtenção da equação destinada à estimativa de β , uma metodologia bastante eficaz é a de Gauss-Legendre, cuja formulação geral está expressa na Equação 2.40.

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{2} \int_{-1}^1 f(t) dt \quad (2.40)$$

$$I_k = \frac{b-a}{2} \sum_{i=1}^k w_i f(x_i), \text{ sendo } x_i = a + \frac{b-a}{2}(t_i + 1)$$

Da Equação 2.40:

- k : Número de pontos de integração;
- t_i : Abscissa do ponto de integração i ;
- w_i : Peso do ponto de integração i .

Vale ressaltar que não é mérito deste texto formular os valores das abscissas t e dos pesos w , uma vez que ambos podem ser obtidos em tabelas específicas disponíveis na literatura correspondente (ver Anexo A). Portanto, a título de esclarecimento, será deduzida a seguir a equação destinada à estimativa de β , considerando dois pontos de integração ($k = 2$). Nesse contexto, as abscissas tabeladas t_1 e t_2 são fixadas em $\pm 1/\sqrt{3}$, enquanto os pesos respectivos tabelados w_1 e w_2 são estabelecidos como 1,0. A Equação 2.41 demonstra a construção da integral contida na Equação 2.39 por meio do método de Gauss-Legendre.

$$x_1 = \frac{\beta}{2} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} + 1 \right); \quad x_2 = \frac{\beta}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + 1 \right) \quad (2.41)$$

$$I_2 = \frac{\beta}{2} \left[1 \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{\beta}{2} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} + 1 \right) \right]^2 / 2} \right) + 1 \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{\beta}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + 1 \right) \right]^2 / 2} \right) \right]$$

Desenvolvendo a Equação 2.41 e relacionando-a ao estimador da probabilidade de falha (\hat{p}_f), tem-se a expressão apresentada na Equação 2.42.

$$\hat{p}_f = 0,5 - I_2 = 0,5 - \frac{\beta}{2\sqrt{2\pi}} \left(e^{-\left(\frac{2-\sqrt{3}}{12} \right) \beta^2} + e^{-\left(\frac{2+\sqrt{3}}{12} \right) \beta^2} \right) \quad (2.42)$$

Uma vez que o estimador da probabilidade de falha (\hat{p}_f) é conhecido, obtido por intermédio da Simulação de Monte Carlo (SMC), o índice de confiabilidade (β) será igual à raiz não nula da função representada na Equação 2.43.

$$f(\beta) = \frac{\beta}{2\sqrt{2\pi}} \left(e^{-\left(\frac{2-\sqrt{3}}{12}\right)\beta^2} + e^{-\left(\frac{2+\sqrt{3}}{12}\right)\beta^2} \right) + (\hat{p}_f - 0,5) \quad (2.43)$$

Para a obtenção dessa raiz, dispõe-se do método numérico de Newton-Raphson, cuja formulação é dada pela Equação 2.44.

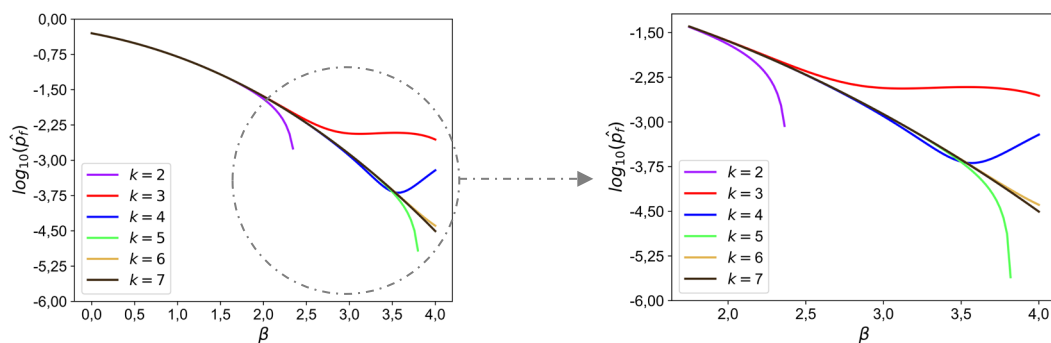
$$\beta_{n+1} = \beta_n - \frac{f(\beta_n)}{f'(\beta_n)} \quad (2.44)$$

Da Equação 2.44:

n : Número de iterações do método de Newton-Raphson;
 $f'(\beta)$: Primeira derivada da função $f(\beta)$.

Portanto, ao considerar, por exemplo, $\hat{p}_f = 0,022750$ e uma tolerância do método de Newton-Raphson fixada em 10^{-6} , com 7 iterações ($n = 7$) obtém-se $\beta = 1,960735$. Consultando uma tabela de distribuição acumulada da Normal padrão (Anexo B), o valor associado a β é igual a 2,0, o que resulta em uma diferença percentual de aproximadamente 2%. No entanto, é importante destacar que melhores aproximações podem ser alcançadas por meio da incorporação de um número maior de pontos de integração (k) no método de Gauss-Legendre. Tal consideração é claramente representada no gráfico da Figura 2.15, onde fica evidente que à medida que o valor de \hat{p}_f diminui, a precisão da estimativa de β fica comprometida quando k é baixo. No entanto, à medida que k aumenta, as curvas convergem de forma progressiva.

Figura 2.15 – Precisão da estimativa de β em função do número de pontos de integração (k)



Fonte: Autoria própria (2024)

Diante do exposto, é possível concluir que a confiabilidade e segurança das estruturas dependem de uma abordagem integrada que leve em consideração a presença de variáveis aleatórias relevantes, como as propriedades do material e fatores de projeto, incluindo ações e carregamentos, entre outros aspectos. Além disso, a incorporação de técnicas modernas de modelagem e simulação pode contribuir de maneira significativa para a capacidade de previsão e mitigação de possíveis falhas, sendo de suma importância a condução de tais análises em projetos de estruturas.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Em face da importância em se investigar as contribuições acadêmicas e os trabalhos pertinentes que respaldam uma proposta de pesquisa, este capítulo de revisão bibliográfica tem como objetivo fornecer uma visão abrangente do contexto científico que fundamenta o presente estudo. Com o intuito de atingir essa finalidade, optou-se por dividir o capítulo em três seções distintas:

- Análise de confiabilidade em treliças de madeira;
- Aplicação de modelos empíricos na estimativa das propriedades mecânicas da madeira com fibras inclinadas;
- Considerações sobre a revisão bibliográfica.

3.1 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE EM TRELIÇAS DE MADEIRA

Para selecionar estudos alinhados com a proposta da presente pesquisa, realizou-se uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) envolvendo a combinação de palavras-chave pertinentes. Adicionalmente, adotou-se a metodologia proposta por Brereton *et al.* (2007), alicerçada em três pilares fundamentais: Planejamento, Condução e Relato.

3.1.1 PLANEJAMENTO

O planejamento do método de seleção compreendeu dois objetivos centrais interdependentes. O primeiro consistiu em identificar todos os artigos correlacionados a fim de verificar a originalidade desta pesquisa. O segundo buscou selecionar, dentro desses artigos, metodologias e embasamentos para a elaboração dos métodos presentes neste estudo, com foco especial na modelagem probabilística de variáveis aleatórias.

Para a coleta desses recursos bibliográficos, recorreu-se a bases de dados internacionalmente renomadas pela excelência de seu conteúdo, além da base nacional:

- SCOPUS (<https://www.scopus.com>);
- Engineering Village (<https://www.engineeringvillage.com>);
- Web of Science (<https://www.webofknowledge.com>);
- SciELO (<https://scielo.org>);

- CAPES Periódicos (<https://www.periodicos.capes.gov.br>).

Os critérios de inclusão e exclusão foram delineados com o intuito de conduzir a seleção dos trabalhos de forma qualitativa. Para determinar quais artigos seriam considerados na revisão, estabeleceu-se os critérios de inclusão e exclusão apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Critérios de inclusão e exclusão dos artigos

Inclusão	Exclusão
Artigos publicados em periódicos	Quaisquer outros documentos diferentes de artigos de periódicos
Artigos publicados no intervalo [2010, 2024]	Artigos publicados antes de 2010
Trabalhos disponíveis integralmente nas bases de dados selecionadas	Trabalhos indisponíveis nas bases de dados selecionadas
Trabalhos que apliquem métodos de confiabilidade em estruturas de madeira e em estruturas treliçadas de madeira	Trabalhos que apliquem métodos de confiabilidade em outras estruturas ou sistemas

Fonte: Autoria própria (2024)

Diante do exposto, a sequência de combinações de palavras-chave seguiu a ordem apresentada na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Combinações de palavras-chave

Combinação	Palavras-chave
1	<i>(wood* OR timber OR madeira*) AND (“reliability analysis” OR “reliability ind*” OR “análise de confiabilidade” OR “índice* de confiabilidade”)</i>
2	<i>(wood* OR timber OR madeira*) AND (“reliability analysis” OR “reliability ind*” OR “análise de confiabilidade” OR “índice* de confiabilidade”) AND (truss* OR treliça*)</i>
3	<i>(wood* OR timber OR madeira*) AND (“reliability analysis” OR “reliability ind*” OR “análise de confiabilidade” OR “índice* de confiabilidade”) AND (fiber* OR grain OR fibra* OR grã*) AND (orienta* OR inclina* OR slope OR angle OR ângulo)</i>

Fonte: Autoria própria (2024)

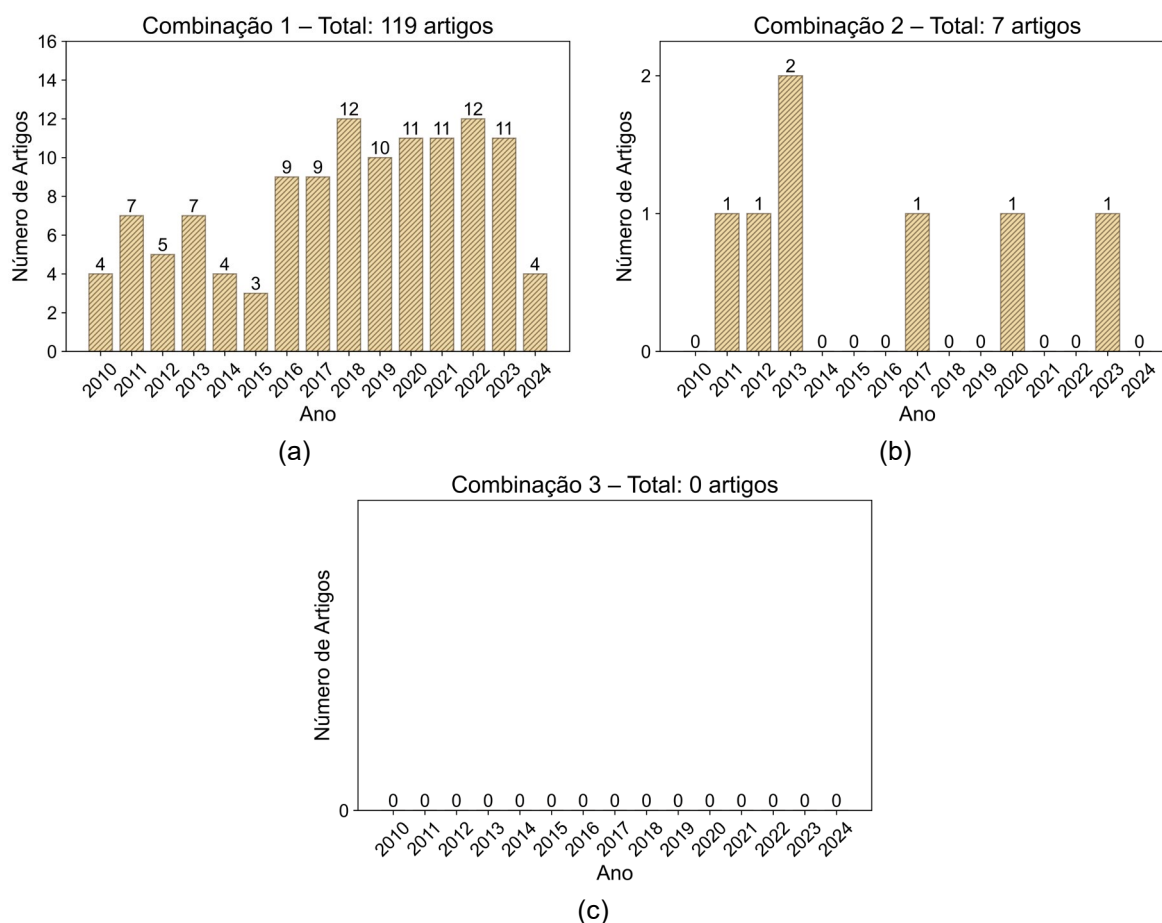
De forma a selecionar artigos estritamente alinhados com a proposta de pesquisa, o filtro inicial empregado para todas as combinações foi “*Article title, Abstract, Keywords*” (em português, “Título do artigo, Resumo, Palavras-chave”). Um segundo filtro aplicado foi “*All fields*” (em português, “Todos os campos”) com as palavras-chave “*wood* structur**” OR “*timber structur**” OR “*estrutura* de madeira*” em todas as combinações.

Dos critérios acima mencionados, duas exceções foram aplicadas a dois artigos específicos. O primeiro, apesar de não abordar a análise de confiabilidade e ter sido publicado antes de 2010, apresenta resultados de extrema relevância para a justificativa da temática proposta. O segundo, embora não discuta estruturas de madeira, oferece contribuições significativas no que diz respeito à modelagem probabilística de variáveis aleatórias de ações e carregamentos, baseada em normas brasileiras, contribuições estas que serão certamente utilizadas neste estudo.

3.1.2 CONDUÇÃO

Seguindo as diretrizes estabelecidas na etapa de planejamento (item 3.1.1), a análise pós-Revisão Sistemática da Literatura (RSL), conduzida em 15 de agosto de 2024, permitiu a obtenção da evolução anual dos artigos ao longo do intervalo de tempo especificado para as três combinações de termos-chave, tal como indicado na Figura 3.1.

Figura 3.1 – Evolução anual dos artigos ao longo dos últimos 15 anos: (a) Combinação 1; (b) Combinação 2; (c) Combinação 3



Fonte: Autoria própria (2024)

Para a Combinação 1 de palavras-chave, destaca-se o período entre 2016 e 2023, com uma média de aproximadamente 11 documentos por ano. Em contrapartida, a Combinação 2 de palavras-chave revela uma restrição mais significativa, com flutuações ao longo dos últimos 15 anos. No caso da Combinação 3 de palavras-chave, há uma notável escassez de estudos sobre confiabilidade, levando em consideração a variabilidade da inclinação das fibras. Conforme será discutido, os principais defeitos abordados pelos autores nas análises de confiabilidade referem-se à deterioração estrutural, caminho da carga e falhas em ligações treliça-parede. Como a expressão de Hankinson (1921) é empregada mundialmente, a premissa de dispensar o ajuste das propriedades mecânicas em inclinações iguais ou inferiores a 6° não desperta grande preocupação com essa variável aleatória. Vale

ressaltar também que, ao inserir os termos “*reliability*” OR “confiabilidade” foram encontrados alguns poucos trabalhos, todavia, aplicando o termo no sentido genérico e não na metodologia proposta nesta pesquisa. Por essa razão é que não foram encontrados documentos na Figura 3.1.c.

3.1.3 RELATO

Com a implementação do planejamento na condução da pesquisa, os artigos selecionados para relato abrangem a Combinação 2 de palavras-chave. A Tabela 3.3 apresenta um resumo desses artigos, enfatizando os autores, suas temáticas, principal(ais) variável(eis) estudada(s) e o(s) método(s) empregado(s).

Tabela 3.3 – Resumo dos principais estudos referentes à análise de confiabilidade em treliças de madeira

Autores	Título em português	Variável(eis) estudada(s)	Método(s) de confiabilidade empregado(s)
Čizmar <i>et al.</i> (2011)	Análise de robustez baseada em confiabilidade para um ginásio esportivo croata	Resistência; Robustez	FORM
Song e Lam (2012)	Análise de estabilidade de treliças de madeira conectadas por placas metálicas	Estabilidade fora do plano; Forças de contraventamento lateral	SMC
Brites <i>et al.</i> (2013)	Análise de confiabilidade de um sistema de treliça de madeira sujeito a deterioração	Deterioração	SMC
Wang e Eamon (2013)	Incerteza no caminho de carga em uma estrutura de madeira e o efeito na confiabilidade estrutural	Caminho de carga; Reação de apoio	SMC
Liu e Lam (2017)	Análise de confiabilidade de forças de contraventamento lateral em treliças de madeira com placas metálicas	Forças de contraventamento lateral; Estabilidade fora do plano	FORM; SMC
Hoq e Judd (2020)	Procedimentos de projeto para ventos em treliças de telhado de madeira em estruturas de baixa altura	Ação do vento	SMC
Enajar <i>et al.</i> (2023)	Confiabilidade de ligações pregadas em telhados de duas águas de casas sob cargas de ventos de sucção	Ligações pregadas; Ação do vento	SMC
FORM: Métodos de Confiabilidade de Primeira Ordem; SMC: Simulação de Monte Carlo			

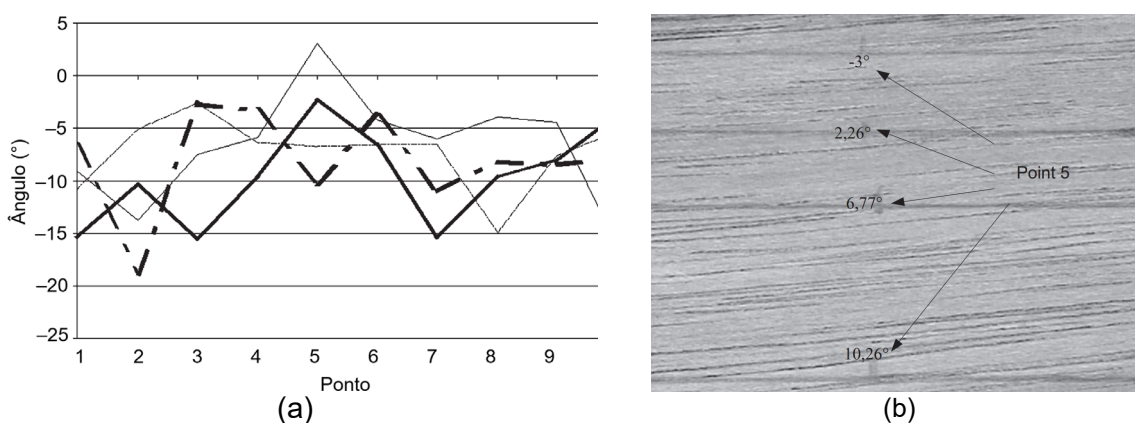
Fonte: Autoria própria (2024)

Conforme discutido no item 3.1.1, o estudo realizado por Faria *et al.* (2008) não se concentrou especificamente na análise de confiabilidade estrutural, apesar de ter incluído o termo “confiabilidade” em seu título. Os autores empregaram essa terminologia de maneira literal, com um escopo mais abrangente e sem conexão direta com a Teoria de Confiabilidade. No entanto, seu trabalho foi incorporado ao conjunto de estudos devido à justificativa oferecida para a temática proposta. Os autores adotaram uma abordagem baseada em *laser* óptico para mensurar a orientação das fibras na madeira. Os resultados obtidos demonstraram que o

método proposto apresentou valores consistentes quando comparados com os métodos manuais previamente empregados, os quais eram rudimentares e forneciam apenas uma informação acerca do ângulo de inclinação de uma determinada peça de madeira em análise (Faria *et al.*, 2008).

As amostras de madeira examinadas por Faria *et al.* (2008) foram obtidas de exemplares de *Eucalyptus grandis* (Eucalipto grandis) com dimensões de 300 × 95 × 15 mm. A variabilidade nos ângulos, em várias posições dentro de uma única amostra de madeira, foi investigada por meio da iluminação de quatro fileiras em intervalos de 20 mm ao longo da direção de crescimento axial. Os resultados, apresentados na Figura 3.2.a, revelam médias de $-7,45^\circ$, $-12,48^\circ$, $-9,02^\circ$ e $-7,37^\circ$. A variação dentro de uma única amostra foi observada através da inspeção visual ao longo da direção de crescimento axial. Na amostra examinada, a maior variação de ângulo pode ser visualizada na Figura 3.2.b, relativa ao ponto 5.

Figura 3.2 – (a) Variação de ângulo em quatro linhas de uma amostra; (b) Imagem do Ponto 5 nas quatro linhas

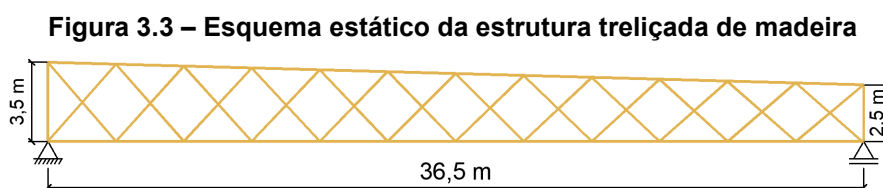


Fonte: Adaptado de Faria *et al.* (2008)

Essa pesquisa evidencia que os ângulos de inclinação das fibras da madeira podem variar substancialmente na direção longitudinal em comparação com o valor tradicionalmente adotado de 0° (Faria *et al.*, 2008). Mesmo que a peça tenha sido serrada com uma inclinação diferente de 0° , os ângulos representados na Figura 3.2.b deveriam exibir apenas pequenos desvios em torno de uma média, o que não foi observado. Tal fenômeno revela uma notável heterogeneidade mesmo dentro de uma única amostra, caracterizando, assim, uma variável aleatória de grande relevância, uma vez que as propriedades mecânicas da madeira se alteram em função da inclinação das fibras.

Já se tratando da Teoria de Confiabilidade, Čizmar *et al.* (2011) introduziram uma abordagem probabilística para a avaliação da resistência, referida por eles como “robustez”, de uma estrutura de madeira preexistente. Essa avaliação foi fundamentada em um modelo de confiabilidade estrutural para robustez e em uma modelagem mecânica simplificada de

uma estrutura treliçada de madeira de um ginásio na Croácia, cujo esquema estático é ilustrado na Figura 3.3.



Fonte: Adaptado de Čizmar *et al.* (2011)

Apesar da complexidade inerente à estrutura de madeira em análise, que apresentava um vasto conjunto de possíveis falhas, Čizmar *et al.* (2011) optaram por modelá-la com ênfase nos quatro modos de falha predominantes: (1) flexo-compressão no banzo superior, (2) flexo-tração no banzo inferior, (3) compressão e (4) tração nos elementos diagonais.

Os cálculos probabilísticos foram conduzidos por Čizmar *et al.* (2011) através dos Métodos de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM). Na análise estrutural, adotou-se o Método dos Elementos Finitos (MEF) em regime elástico e linear, com a treliça sendo modelada através de elementos de viga e treliça. A estrutura foi previamente dimensionada levando em consideração o efeito das ações permanentes e variáveis oriundas de neve e vento. No entanto, nas simulações de confiabilidade, Čizmar *et al.* (2011) consideraram apenas as ações permanentes e a variável de neve. Os detalhes das principais variáveis estocásticas, suas distribuições e os parâmetros utilizados pelos autores, fundamentados nos modelos propostos por Köhler *et al.* (2007), estão dispostos na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Variáveis estocásticas de solicitação, resistência e rigidez

Variável	Distribuição	Valor médio	CV (%)
Ação permanente, G (kN/m)	Normal	6,38	10,0
Ação variável de neve, S (kN/m)	Gumbel	3,00	58,0
Resistência à compressão paralela às fibras, f_{c0} (MPa)	Log-normal	26,6	12,0
Resistência à tração paralela às fibras, f_{t0} (MPa)	Log-normal	24,8	18,0
Resistência à flexão, f_m (MPa)	Log-normal	41,4	15,0
Módulo de elasticidade na flexão, E_0 (MPa)	Log-normal	11700	13,0

Fonte: Adaptado de Čizmar *et al.* (2011)

Além das variáveis estocásticas apresentadas na Tabela 3.4, Čizmar *et al.* (2011) também incorporaram a aleatoriedade nas dimensões dos componentes, representando-a com uma distribuição Normal e um Coeficiente de Variação (CV) de 4% para todos os perfis. Destaca-se que os autores trataram o coeficiente de modificação de maneira determinística.

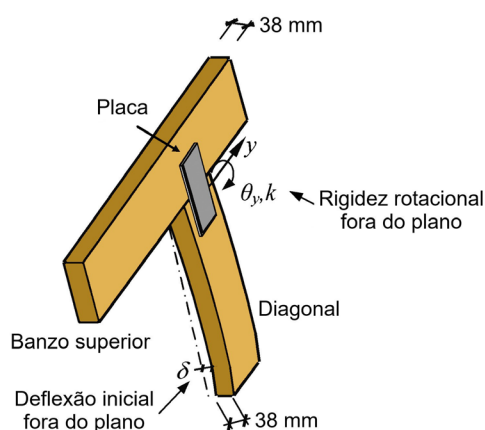
Para alcançar seu objetivo, inicialmente, Čizmar *et al.* (2011) conduziram uma análise da robustez baseada na avaliação dos componentes, empregando índices de confiabilidade

para os elementos remanescentes após a exclusão dos componentes críticos previamente identificados. A robustez foi então quantificada e avaliada por meio de um índice de robustez, proposto por Rajčić *et al.* (2010), que consiste na razão entre os índices de confiabilidade da estrutura danificada e da estrutura íntegra, com valores variando de 0 (indicando uma estrutura não robusta) a 1 (indicando uma estrutura idealmente robusta).

Posteriormente, Čizmar *et al.* (2011) procederam com uma avaliação da robustez utilizando índices de confiabilidade do sistema, em que o modelo probabilístico de falha foi representado por um sistema em série de sistemas paralelos. As análises de colapso progressivo foram então realizadas removendo-se quatro elementos estruturais críticos, um a um. Os resultados indicaram que a estrutura de madeira foi classificada como altamente robusta em três dos cenários de falha. No entanto, em um dos cenários de falha, a robustez foi consideravelmente inferior (Čizmar *et al.*, 2011).

Song e Lam (2012) conduziram um estudo sobre a carga crítica de flambagem e a força de contraventamento lateral em conjuntos de treliças de madeira com barras ligadas entre si por meio de chapas ou placas metálicas. Sua justificativa reside na constatação de que a capacidade de carga pode ser significativamente comprometida devido à flambagem dos membros da treliça que estão sujeitos à compressão. Tal premissa também foi confirmada por Fraga *et al.* (2021), Menezes *et al.* (2022) e Fraga *et al.* (2022). No país de origem de Song e Lam (2012), esses membros são geralmente fabricados com madeira serrada e espessura de 38 mm (conforme ilustrado na Figura 3.4), demonstrando insuficiente resistência à flambagem quando submetidos à compressão (Waltz Junior *et al.*, 2000).

Figura 3.4 – Rigidez rotacional fora do plano de ligações por placas metálicas e deflexão inicial fora do plano de diagonais comprimidas

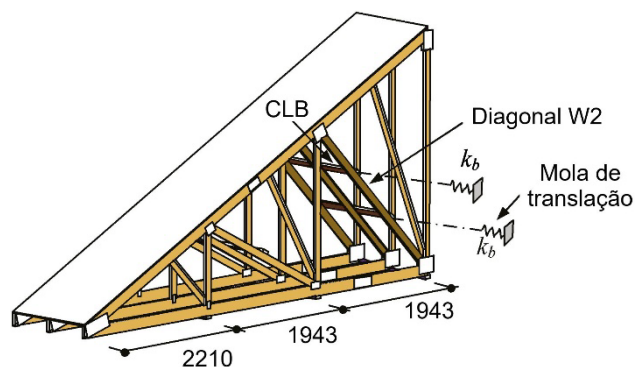


Fonte: Adaptado de Song e Lam (2012)

Para concretizar suas análises, Song e Lam (2012) desenvolveram uma ferramenta computacional embasada no Método de Elementos Finitos (MEF) tridimensional. Essa ferramenta foi cuidadosamente calibrada e verificada usando resultados experimentais

previamente divulgados por Song *et al.* (2010). Além disso, uma análise preliminar de confiabilidade foi realizada com base no modelo MEF verificado, considerando a variabilidade das propriedades do material e a deflexão inicial fora do plano das diagonais comprimidas (Figura 3.4). O objeto de estudo foi um conjunto de três treliças (Figura 3.5) com diferentes disposições para sistemas de contraventamento lateral, e submetida a uma carga de cobertura uniformemente distribuída.

Figura 3.5 – Configuração estrutural do conjunto de três treliças (cotas em milímetros)



Fonte: Adaptado de Song e Lam (2012)

Após as análises, Song e Lam (2012) identificaram que a rigidez rotacional fora do plano em conexões de placas metálicas exerce um impacto substancial tanto na carga crítica de flambagem quanto na relação de força de contraventamento lateral em treliças. Os resultados experimentais e as previsões da análise pelo MEF indicaram que a carga crítica de flambagem poderia ser quase duplicada se comparada com uma diagonal idealmente fixada, devido à rigidez rotacional fora do plano das conexões de chapas metálicas (Song; Lam, 2012).

A partir dos resultados experimentais, análise MEF determinística e análise de confiabilidade levando em consideração a variação das propriedades do material e a deflexão inicial fora do plano, a relação entre a força de contraventamento lateral e a carga de compressão de uma das diagonais comprimidas da treliça foi menor que 1% (Song; Lam, 2012). Como resultado dessas descobertas, Song e Lam (2012) concluíram que o método utilizado pelos engenheiros de seu país era conservador, levando ao dimensionamento excessivo dos componentes da treliça.

Alegando que em estruturas antigas, as propriedades mecânicas da madeira são afetadas, não só pela duração da carga e pelo teor de umidade, mas também pela atividade biológica, Brites *et al.* (2013) introduziram uma importante pesquisa em confiabilidade estrutural, analisando treliças de madeira sujeitas à deterioração. Os autores partiram da problemática de que os resultados obtidos nas avaliações de segurança de estruturas históricas, baseados em métodos semiprobabilísticos, são considerados irrealistas. Isso

ocorre porque os fatores parciais de segurança estabelecidos nas normas são calibrados levando em consideração a incerteza associada a estruturas novas (Brites *et al.*, 2013).

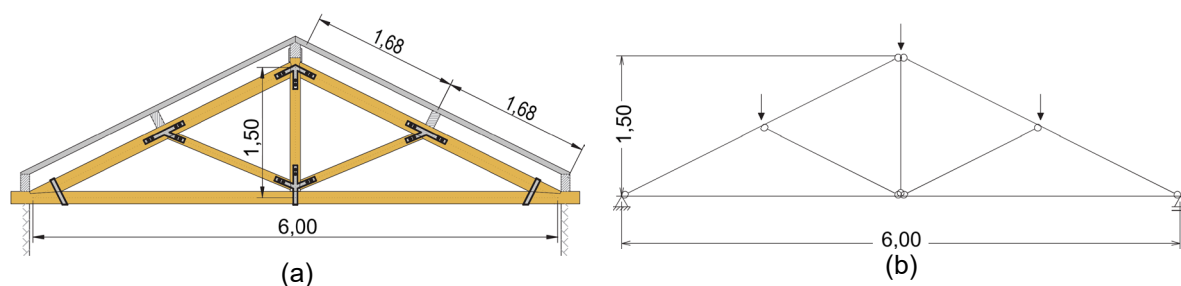
Para contornar tais limitações e incorporar os efeitos da deterioração na análise de segurança das estruturas de madeira já construídas, Brites *et al.* (2013) aplicaram métodos probabilísticos fundamentados na Simulação de Monte Carlo (SMC). Os modelos probabilísticos adotados para as propriedades mecânicas da madeira foram baseados na teoria descrita por Köhler *et al.* (2007). Essa abordagem requer a consideração de três variáveis de referência específicas: o módulo de elasticidade na flexão, a resistência à flexão e a densidade. A partir dessas variáveis de referência, todas as demais propriedades mecânicas relevantes foram determinadas pelos autores por meio de relações empíricas estabelecidas. Na Tabela 3.5 é apresentada a relação das variáveis aleatórias consideradas por Brites *et al.* (2013), e, na Figura 3.6, a treliça de cobertura estudada.

Tabela 3.5 – Distribuições e parâmetros adotados para as variáveis aleatórias do problema

Variável	Distribuição	Valor médio	CV (%)
Resistência à flexão, f_m (MPa)	Log-normal	25,0	25,0
Módulo de elasticidade na flexão, E_0 (MPa)	Log-normal	15000	13,0
Densidade da madeira, ρ (kg/m ³)	Normal	580	10,0
Coefficiente de Poisson, ν (-)	Determinístico	0,30	-
Seção transversal dos banzos, $b \times h$ (mm)	Normal	120 \times 180	10,0 \times 10,0
Seção transversal das diagonais e montante, $b \times h$ (mm)	Normal	120 \times 120	10,0 \times 10,0
Ação permanente, G (kN)	Normal	6,00	10,0
Ação variável de neve (ao nível do solo), máximos anuais, S_g (kN)	Gama	2,50	40,0
Taxa de decomposição fúngica na face lateral, r_L (mm/ano)	Log-normal	0,253	70,0; 107,0; 160,0
Taxa de decomposição fúngica na face superior, r_S (mm/ano)	Log-normal	0,759	70,0; 107,0; 160,0
Taxa de decomposição fúngica na face inferior, r_I (mm/ano)	Log-normal	0,380	70,0; 107,0; 160,0
Período de incubação do fungo, t_{lag} (ano)	Log-normal	$8,5 r^{-0,85}$	40,0

Fonte: Adaptado de Brites *et al.* (2013)

Figura 3.6 – Treliça de cobertura estudada (cotas em metros): (a) estrutura “real”; (b) modelo estrutural adotado



Fonte: Adaptado de Brites *et al.* (2013)

Diante de tal contexto, Brites *et al.* (2013) apresentaram uma consideração importante sobre os modelos probabilísticos aplicados a ações e carregamentos em estruturas. Eles destacaram que as ações permanentes são as mais relevantes quando se trata de efeitos de longo prazo (fluência), e estão diretamente relacionadas ao peso da estrutura e dos elementos suportados (peso próprio, telhas etc.). Modelar probabilisticamente as ações permanentes pode ser feito com relativa facilidade, considerando a aleatoriedade nas seções transversais e na densidade dos materiais envolvidos (Brites *et al.*, 2013).

Por outro lado, as ações variáveis são processos estocásticos no tempo e, portanto, mais complexas de serem modeladas. Devido a essa complexidade, Brites *et al.* (2013) optaram por utilizar distribuições simplificadas de valores extremos ao considerar tais ações em seus modelos.

Assim como Čizmar *et al.* (2011), Brites *et al.* (2013) fixaram o valor do coeficiente de modificação em 0,60, tratando-o de forma determinística. Ademais, na Equação 3.1 é apresentado o processo pelo qual os autores desenvolveram a equação de estado limite $g(x)$ associada à estabilidade, conforme especificado pelo Eurocódigo 5 (EN 1995:1-1, 2004).

$$g(x) = 1 - \left(\frac{\sigma_{Nc}}{k_{cy} f_{c0}} + \frac{\sigma_{Mx}}{f_m} + k_M \frac{\sigma_{My}}{f_m} \right) \quad (3.1)$$

Da Equação 3.1:

- σ_{Nc} : Tensão de compressão normal à seção transversal;
- σ_{Mx} e σ_{My} : Tensões máximas devidas às componentes de flexão atuantes segundo as direções principais;
- f_{c0} : Resistência à compressão paralela às fibras;
- f_m : Resistência à flexão;
- k_{cy} : Fator de instabilidade;
- k_M : Fator que considera a redistribuição das tensões de flexão em uma seção.

Vale ressaltar que na equação de estado limite, as resistências são consideradas com valores brutos, obtidos diretamente das distribuições de probabilidades, ou seja, sem a aplicação de coeficientes de minoração (Brites *et al.*, 2013).

Os conceitos de confiabilidade foram então aplicados por Brites *et al.* (2013) para avaliar o índice de confiabilidade em duas situações distintas: uma situação sem deterioração (tempo = 0) e a sua evolução ao longo de um período de 50 anos, levando em consideração o efeito deste fenômeno. Nesse contexto, a deterioração foi modelada como uma redução na seção transversal, sendo esse parâmetro tratado como uma variável aleatória.

Os resultados da pesquisa indicaram que o Coeficiente de Variação (CV) da taxa de deterioração exerce uma influência significativa na estimativa da evolução da confiabilidade

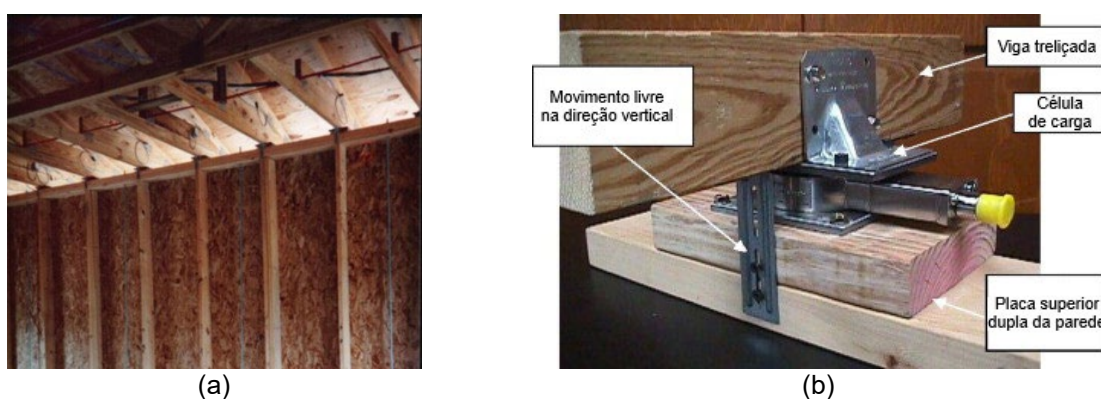
ao longo do tempo. Ficou demonstrado que, quando a deterioração tem início (após o período de incubação), a probabilidade de falha aumenta exponencialmente (Brites *et al.*, 2013).

Simultaneamente a Brites *et al.* (2013), no mesmo ano, Wang e Eamon (2013) observaram que os modelos probabilísticos existentes até o período de sua pesquisa eram capazes de abordar variações na magnitude, frequência e localização das cargas estruturais, assim como variações na resistência e geometria dos materiais, todas as quais contribuíam para a incerteza na resistência dos componentes. No entanto, segundo os autores, esses modelos não abordavam diretamente a incerteza relacionada à forma como a carga é distribuída ao longo do sistema estrutural, ou seja, a incerteza no trajeto da carga.

Essa distinção é de suma importância, uma vez que a incerteza no trajeto da carga pode ter um impacto substancial nas reações de apoio e, por conseguinte, na confiabilidade da estrutura (Wang; Eamon, 2013). Portanto, o objetivo central da pesquisa realizada por Wang e Eamon (2013) foi identificar a possível causa dessa incerteza nas reações de apoio, quantificar seu valor no trajeto da carga (ou seja, nas reações do telhado) e avaliar os potenciais efeitos sobre a confiabilidade dos componentes de madeira de forma mais abrangente.

O objeto de estudo de Wang e Eamon (2013) consistiu em uma estrutura de telhado com quatro águas, composta por treliças projetadas com vãos livres espaçados a cada 610 mm, como ilustrado na Figura 3.7.a. Vale destacar que, durante o processo de construção, a casa foi equipada com células de carga (conforme mostrado na Figura 3.7.b), as quais foram calibradas e instaladas entre cada ponto de reação da treliça e a parede de suporte. Esse conjunto de instrumentação permitiu a coleta de dados essenciais para a pesquisa realizada.

Figura 3.7 – (a) Vista interior da casa e (b) acessório de célula de carga



Fonte: Adaptado de Wang e Eamon (2013)

Wang e Eamon (2013) verificaram que uma variação significativa estava presente nas reações da treliça que, teoricamente, são consideradas por muitos engenheiros como sendo idênticas. Os autores puderam então identificar diversas fontes potenciais de variação nas

reações de apoio, incluindo: variações no tamanho e na forma dos membros; variações de rigidez do material; variação de peso do telhado (devido a variações na densidade ou volume dos componentes); variações de geometria estrutural produzindo excentricidades; e falta de prumo, esquadro e nível, devido a erro de construção, recalque da fundação ou outros efeitos; e erro de instrumento/medição.

A partir dos dados coletados, a incerteza do caminho de carga foi caracterizada como uma variável aleatória U e seus parâmetros estatísticos foram desenvolvidos. Verificou-se que U é melhor caracterizada com valor médio de 1,0, Coeficiente de Variação (CV) de 0,22 e distribuição Log-normal (Wang; Eamon, 2013). Após a quantificação da probabilidade de falha para cada estado limite a partir de Simulações de Monte Carlo (SMC) com 10^6 iterações, foram obtidos índices de confiabilidade para madeira serrada e Madeira Lamelada Colada (MLC). Wang e Eamon (2013) concluíram que, a despeito das grandes variações nos dados das reações de apoio, apenas um impacto modesto foi observado na confiabilidade das estruturas, com reduções nos índices de confiabilidade variando entre 5% e 15%.

Cinco anos após o estudo realizado por Song e Lam (2012), Liu e Lam (2017) retomaram a investigação das variáveis relacionadas às forças de contraventamento lateral em treliças de madeira, nas quais barras são conectadas por placas metálicas. No entanto, o foco principal deste último trabalho foi avaliar as forças de contraventamento lateral em sistemas de treliça de madeira com contraventamento simples e duplo, quando submetidos a carregamentos de compressão excêntrica. Além disso, o estudo também abordou a confiabilidade desses sistemas, considerando variáveis aleatórias específicas.

No âmbito experimental, Liu e Lam (2017) realizaram testes para avaliar uma das variáveis aleatórias, nomeadamente a rigidez rotacional fora do plano da ligação por placa metálica. Além disso, foram desenvolvidos modelos numéricos tridimensionais para simular as respostas estruturais dos sistemas de treliça de contraventamento simples e duplo quando submetidos a carregamentos excêntricos. As análises de confiabilidade foram então conduzidas usando o método de superfície de resposta e Simulações de Monte Carlo (SMC).

Liu e Lam (2017) questionaram a regra convencional amplamente adotada por engenheiros em seu país, conhecida como a “regra dos 2%”. Essa regra é baseada em um modelo de resistência e pressupõe que a força de contraventamento lateral é igual a 2% da força de compressão no membro diagonal. Nesse modelo, a diagonal é fixada aos banzos, enquanto o contraventamento é conectado lateralmente à diagonal de forma flexível (Liu; Lam, 2017).

Os resultados das análises de confiabilidade conduzidas por Liu e Lam (2017) demonstraram que essa regra convencional é conservadora. Além disso, os resultados

indicaram que uma relação de carga lateral-axial de 1,25% é uma alternativa viável para os projetistas. No entanto, Liu e Lam (2017) alertam que essa conclusão é válida desde que as ligações metálicas das treliças estejam em conformidade com as normas vigentes e que medidas de estabilidade do sistema, como o revestimento do telhado e o uso de contraventamentos diagonais, sejam implementadas de maneira apropriada.

Se tratando da década atual, os pesquisadores têm demonstrado crescente preocupação com relação à ação do vento em telhados residenciais. Qin e Stewart (2020), inspirados por Stewart (1992), corroboram a ideia de que, com base em observações posteriores a danos, os erros de construção associados a fatores humanos surgem como uma das principais causas de falhas em telhados de residências expostos a ventos extremos. Uma revisão bibliográfica conduzida pelos autores revelou que tais erros, sobretudo nas fixações e conexões estruturais, frequentemente se mostraram responsáveis pelos danos causados pelo vento em habitações na Austrália, mesmo quando as velocidades das rajadas de vento de pico estavam abaixo dos valores de projeto correspondentes.

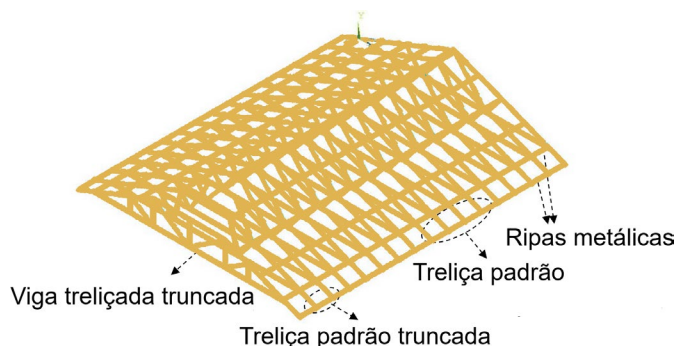
A modelagem de tal variável aleatória é complexa, visto que o comportamento e o desempenho humanos dependem de uma ampla gama de fatores psicológicos, fisiológicos e sociológicos (Qin; Stewart, 2020). Nesse cenário, Qin e Stewart (2020) desenvolveram uma abordagem Bayesiana para quantificar de forma probabilística as taxas de defeitos de construção em conexões de telhado. De acordo com Wang *et al.* (2024), a abordagem Bayesiana representa uma interpretação subjetiva da probabilidade, na qual um modelo gráfico probabilístico traduz o conhecimento de variáveis aleatórias através de estruturas e parâmetros intuitivos. Vale ressaltar que as probabilidades podem ser atualizadas à medida que se observa a ocorrência de fenômenos específicos, aprimorando, assim, sua precisão. Dessa forma, a abordagem Bayesiana possibilitou a integração sistemática de avaliações de especialistas, técnicas de análise de confiabilidade humana e informações limitadas disponíveis sobre defeitos de construção (Qin; Stewart, 2020).

Portanto, Qin e Stewart (2020) modelaram de forma probabilística as reduções nas capacidades de resistência à sucção para conexões de telhado com defeitos, utilizando evidências experimentais e julgamento de engenheiros especialistas. O modelo de defeito de construção desenvolvido foi posteriormente integrado a um método de fragilidade baseado em confiabilidade, com o propósito de avaliar os danos ocasionados pelo vento em treliças de madeira presentes em residências contemporâneas localizadas em regiões da Austrália isentas de ciclones.

Para a análise de confiabilidade, Qin e Stewart (2020) empregaram Simulações de Monte Carlo (SMC), enquanto para a análise estrutural, utilizaram o Método dos Elementos

Finitos (MEF). Na Figura 3.8 está representado o modelo de telhado que foi objeto de análise dos autores.

Figura 3.8 – Treliças do telhado: modelo MEF



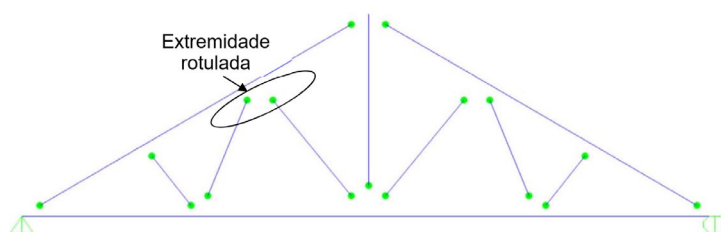
Fonte: Adaptado de Qin e Stewart (2020)

Após as análises, os resultados indicaram que os impactos oriundos dos defeitos de construção são significativos quando se trata da fragilidade prevista da cobertura. No entanto, no que diz respeito à fragilidade da estrutura, ou seja, das treliças do telhado, esses efeitos foram menos marcantes. Essas conclusões destacam a importância de levar em consideração os defeitos de construção ao avaliar a vulnerabilidade das coberturas de residências em áreas não sujeitas a ciclones, o que pode contribuir para a melhoria das práticas de construção e o aumento da resiliência das estruturas diante de ventos extremos (Qin; Stewart, 2020).

Com preocupações similares sobre os efeitos do vento em telhados de edificações baixas, Hoq e Judd (2020) apresentaram procedimentos de projeto para treliças de telhado em madeira, fazendo uso de dados de testes em túnel de vento e modelos bidimensionais de elementos finitos.

Para adaptar os procedimentos de projeto convencionais e dois outros alternativos, Hoq e Judd (2020) quantificaram a confiabilidade condicionada à ocorrência da velocidade do vento de projeto. Conforme mencionado anteriormente, os autores construíram um modelo probabilístico para a ação do vento com base em experimentos de túnel de vento. O foco do estudo foram treliças de madeira com um vão de 11,3 metros e uma altura de 2,44 metros. O modelo estrutural adotado está representado na Figura 3.9.

Figura 3.9 – Modelo estrutural da treliça



Fonte: Adaptado de Hoq e Judd (2020)

Com base nas análises, Hoq e Judd (2020) concluíram que, para treliças que suportam cargas permanentes de projeto típicas e que são construídas com madeira caracterizada por uma baixa variabilidade nas propriedades mecânicas, os resultados indicaram que tanto os procedimentos de projeto convencionais quanto os alternativos atendem a um índice de confiabilidade-alvo de 3,0. No entanto, para treliças construídas com madeira que apresenta uma alta variabilidade nas propriedades mecânicas, o índice de confiabilidade foi menor em todos os procedimentos de projeto. Isso sugere que o alcance de um nível de confiabilidade adequado em estruturas de madeira com alta variabilidade pode ser mais desafiador, exigindo uma abordagem mais cuidadosa durante o processo de projeto (Hoq; Judd, 2020).

Conforme discutido no item 3.1.1, será apresentado um trabalho que, embora não trate diretamente de estruturas de madeira, aborda distribuições de probabilidades de ações e carregamentos conforme normas brasileiras. Esses dados servirão de subsídio para a definição das variáveis de solicitações nesta pesquisa. Nesse contexto, Santiago *et al.* (2020) discutiram a calibração baseada em confiabilidade de fatores parciais de segurança de normas brasileiras para ações e carregamentos, estruturas de aço e estruturas de concreto. O estudo fundamentou-se em um extenso conjunto de dados referentes a variáveis de solicitação e resistência, considerando a realidade brasileira tanto quanto possível. Os autores apresentaram um conjunto de distribuições, conforme mostrado na Tabela 3.6.

Tabela 3.6 – Distribuições e parâmetros adotados para as variáveis aleatórias de ações e carregamentos no contexto brasileiro

Variável	Distribuição	Valor esperado (média)	CV (%)
Ação permanente, G	Normal	$1,06 \cdot G$	12,0
Ação variável acidental no período de referência de 50 anos, L_{50}	Gumbel	L_{50}	40,0
Velocidade básica do vento no período de referência de 1 ano, $V_{0,1}$	Gumbel	$0,57 \cdot V_{0,1}$	21,0
Velocidade básica do vento no período de referência de 50 anos, $V_{0,50}$	Gumbel	$0,95 \cdot V_{0,50}$	13,0

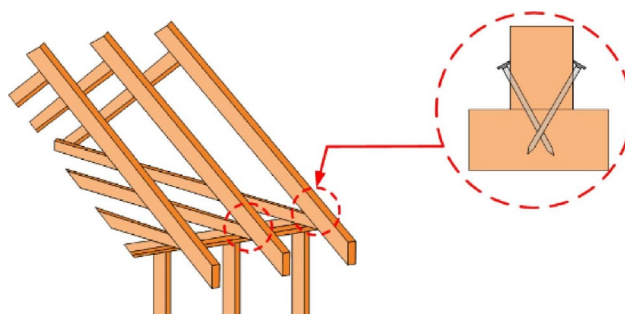
Fonte: Adaptado de Santiago *et al.* (2020)

Embora Santiago *et al.* (2020) tenham abordado a ação variável acidental como atuante em pavimentos de edifícios, sua natureza é equivalente à da ação variável acidental em coberturas, diferindo apenas pelo valor, que é inferior neste último caso.

Frente à problemática decorrente dos impactos dos furacões na América do Norte, que resultaram em danos substanciais a residências construídas em estruturas de madeira, a pesquisa conduzida por Enajar *et al.* (2023) teve como objetivo central a formulação de um

modelo numérico eficiente que permitisse a avaliação da confiabilidade dos telhados de madeira frente às forças de vento ascendente (ventos de sucção). Um aspecto crucial dessa abordagem foi a consideração da variabilidade aleatória da curva força × deslocamento das conexões por pregos e da força exercida pelo vento de sucção. O tipo de ligação estudada por Enajar *et al.* (2023) está ilustrado na Figura 3.10.

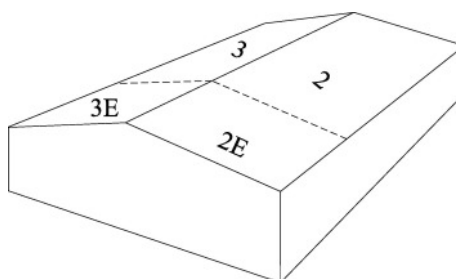
Figura 3.10 – Ligação pregada analisada



Fonte: Adaptado de Enajar *et al.* (2023)

As características estocásticas da ligação utilizada foram quantificadas com base em resultados experimentais disponíveis na literatura e, em seguida, simuladas estatisticamente mediante o uso de uma distribuição Beta. Já a variabilidade da força do vento foi avaliada pelos autores através de uma distribuição Normal. Para esse propósito, Enajar *et al.* (2023) dividiram o telhado em quatro zonas, conforme ilustrado na Figura 3.11.

Figura 3.11 – Quatro zonas onde atua o vento de sucção



Fonte: Enajar *et al.* (2023)

Para cada zona, a força do vento foi quantificada através da Equação 3.2.

$$P = 0,5\rho v^2 C_e G C_p \quad (3.2)$$

Da Equação 3.2:

- P : Pressão do vento ascendente;
- ρ : Densidade do ar;
- v : Velocidade média do vento;
- C_e : Fator de exposição;
- G : Fator de rajada;
- C_p : Coeficiente de pressão.

Os autores utilizaram o Código Nacional de Construção do Canadá (NBCC, 2020), que fornece os valores nominais do produto do coeficiente de pressão C_p e do fator de rajada G . Em seu estudo, a relação entre a média GC_p e o respectivo valor nominal foi estabelecida como 0,83, com um Coeficiente de Variação (CV) de 17%. A partir de tais considerações, a média e o desvio padrão foram determinados com o intuito de representar o modelo probabilístico das forças de vento ascendente, conforme apresentado na Tabela 3.7. A pressão interna não foi considerada por Enajar *et al.* (2023), presumindo-se que o proprietário fecharia a casa com tábuas antes de fortes tempestades de vento.

Tabela 3.7 – Parâmetros de distribuição Normal do produto GC_p

Superfície da cobertura	Nominal	Média	CV (%)	Desvio-padrão
2	1,3	1,079	17,0	0,18343
2E	2,0	1,660	17,0	0,28220
3	0,7	0,581	17,0	0,09877
3E	1,0	0,830	17,0	0,14110

Fonte: Adaptado de Enajar *et al.* (2023)

Como estudo de caso, foi considerado um telhado de duas águas em escala real, visando determinar a probabilidade de falha em diferentes velocidades do vento. Para este propósito, Enajar *et al.* (2023) empregaram Simulações de Monte Carlo (SMC) com 10.000 amostras. Observou-se que, para velocidades médias do vento superiores a 32 m/s, a probabilidade de falha do telhado aumentou de forma significativa (Enajar *et al.*, 2023).

Com base no relato dos artigos elencados, uma conclusão preliminar que se destaca é a clara relevância e ineditismo da pesquisa delineada neste estudo. A relevância é notável, uma vez que esta pesquisa corrobora a aleatoriedade na orientação das fibras, a qual desencadeia reduções nos valores das propriedades mecânicas da madeira. O ineditismo deste estudo se evidencia pela escassez de investigações relacionadas à confiabilidade estrutural e à variabilidade na inclinação das fibras.

3.2 APLICAÇÃO DE MODELOS EMPÍRICOS NA ESTIMATIVA DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DA MADEIRA COM FIBRAS INCLINADAS

Antes de abordar os métodos de pesquisa bibliográfica empregados neste subcapítulo, é relevante fornecer uma breve introdução aos principais modelos empíricos utilizados na estimativa das propriedades mecânicas da madeira com fibras inclinadas.

O estudo mais reconhecido no contexto brasileiro é o trabalho de Hankinson (1921), que inclusive é adotado como modelo de estimativa pela ABNT NBR 7190-1 (2022). Enquanto trabalhava para o exército dos Estados Unidos, Hankinson (1921) conduziu uma pesquisa na

qual realizou testes de compressão em corpos de prova de madeira conífera da espécie *Spruce*, considerando 11 diferentes inclinações das fibras (α): 0°, 3°, 6°, 10°, 15°, 20°, 30°, 45°, 60°, 75° e 90°. Com base nos resultados obtidos, o pesquisador posteriormente desenvolveu uma equação para a estimativa da resistência (f), apresentada na Equação 3.3.

$$f_{\alpha} = \frac{f_0 \cdot f_{90}}{f_0 \cdot \text{sen}^n \alpha + f_{90} \cdot \text{cos}^n \alpha} \quad (3.3)$$

A ABNT NBR 7190-1 (2022) estipula que o expoente n dos termos trigonométricos seja igual a 2 e, adicionalmente, isenta a aplicação dessa equação quando a inclinação dos esforços em relação às fibras for igual ou inferior a 6°. No entanto, a validade desse critério pode ser objeto de questionamento.

Visando a estimativa do módulo de elasticidade em situações envolvendo esforços inclinados, Keylwerth (1951) propôs uma equação que também é aplicada para a estimativa da resistência (f), com o expoente $n = 2$ e parâmetros f_0 , f_{90} e f_{45} , conforme explicitado na Equação 3.4. O parâmetro f_{45} é similar aos demais e diz respeito à resistência a 45°.

$$f_{\alpha} = \frac{f_0}{\left(\cos^n \alpha - \frac{f_0}{f_{90}} \cdot \text{sen}^n \alpha \right) \cdot \cos(2\alpha) + \frac{f_0}{f_{45}} \cdot \text{sen}^n(2\alpha)} \quad (3.4)$$

Em relação às tensões normais inclinadas, Karlsen *et al.* (1967) também apresentou um modelo empírico (Equação 3.5), todavia, com um expoente $n = 3$.

$$f_{\alpha} = \frac{f_0}{1 + \left(\frac{f_0}{f_{90}} - 1 \right) \cdot \text{sen}^n \alpha} \quad (3.5)$$

Por fim, cumpre referir o modelo empírico do antigo documento normativo alemão DIN 1052-1 (1988), cujo expoente original (n) equivale a 1. Szücs (1992) também utilizou esse modelo para estimar a resistência à compressão e à tração inclinadas, todavia, com um expoente $n = 2$. A Equação 3.6 apresenta o modelo em sua forma original, em relação ao parâmetro n .

$$f_{\alpha} = f_0 - (f_0 - f_{90}) \cdot \text{sen}^n \alpha \quad (3.6)$$

Feita essa introdução, de maneira semelhante ao subcapítulo 3.1, conduziu-se também uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) relacionada à aplicação desses modelos empíricos na estimativa das propriedades mecânicas da madeira em situações de esforços inclinados em relação às fibras. O procedimento de busca aderiu ao formato previamente estabelecido em 3.1, o qual incluiu a combinação de palavras-chave pertinentes, bem como a adesão aos três pilares fundamentais propostos por Brereton *et al.* (2007): Planejamento, Condução e Relato.

3.2.1 PLANEJAMENTO

O planejamento do método de seleção teve como objetivo central a obtenção de trabalhos nos quais os autores aplicam modelos empíricos a dados experimentais, com a finalidade de validar sua eficácia. Adicionalmente, os artigos selecionados também servirão como base para a posterior avaliação dos modelos de regressão desenvolvidos para estimar as propriedades mecânicas em relação à inclinação das fibras, incluindo a proposição de expoentes n ótimos quando necessário.

Para a coleta dos recursos bibliográficos, recorreu-se às mesmas bases de dados que em 3.1:

- SCOPUS (<https://www.scopus.com>);
- Engineering Village (<https://www.engineeringvillage.com>);
- Web of Science (<https://www.webofknowledge.com>);
- SciELO (<https://scielo.org>);
- CAPES Periódicos (<https://www.periodicos.capes.gov.br>).

Os critérios de inclusão e exclusão foram estabelecidos com o objetivo de orientar a seleção dos trabalhos de maneira criteriosa. Para determinar quais artigos seriam incorporados à revisão, os critérios de inclusão e exclusão são apresentados na Tabela 3.8.

Tabela 3.8 – Critérios de inclusão e exclusão dos artigos

Inclusão	Exclusão
Artigos publicados em periódicos	Quaisquer outros documentos diferentes de artigos de periódicos
Artigos publicados no intervalo [2010, 2024]	Artigos publicados antes de 2010
Trabalhos disponíveis integralmente nas bases de dados selecionadas	Trabalhos indisponíveis nas bases de dados selecionadas
Trabalhos que aplicam pelo menos um modelo empírico na estimativa das propriedades mecânicas de tração ou compressão em situações envolvendo fibras inclinadas	Trabalhos que dispensam a aplicação de modelos empíricos na estimativa das propriedades mecânicas da madeira em situações envolvendo fibras inclinadas

Fonte: Autoria própria (2024)

Para a combinação de palavras-chave, optou-se por utilizar uma única combinação que abrangesse o maior número de possibilidades a fim de englobar trabalhos realmente correlatos. A combinação adotada foi:

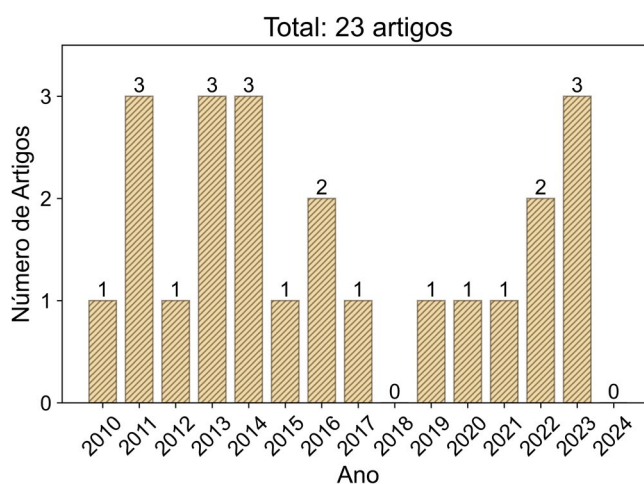
- (*wood** OR *timber* OR *madeira**) AND (*tension* OR *compression* OR *tração* OR *compressão*) AND (Hankinson OR Keylwerth OR Karlsen OR Szücs OR “*empirical model**” OR “*modelo* empírico**”) AND (*fiber** OR *grain* OR *fibra** OR *grã**) AND (*orienta** OR *inclina** OR *slope* OR *angle* OR *ângulo*).

Considerando que a pesquisa aborda estruturas treliçadas que suportam exclusivamente esforços axiais, foram incluídos os termos *tension OR compression OR tração OR compressão*, com o objetivo de selecionar apenas trabalhos que tratem de resistência ou módulo de elasticidade nessas duas condições de solicitação. Assim como pontuado em 3.1, de forma a selecionar artigos estritamente alinhados com a proposta de pesquisa, o filtro empregado para a combinação foi “*Article title, Abstract, Keywords*” (em português, “Título do artigo, Resumo, Palavras-chave”).

3.2.2 CONDUÇÃO

Conforme estabelecido nas diretrizes definidas durante a fase de planejamento (seção 3.2.1), a análise pós-Revisão Sistemática da Literatura (RSL), realizada em 15 de agosto de 2024, possibilitou a obtenção da evolução anual dos artigos nos últimos 15 anos para a combinação de palavras-chave, como ilustrado na Figura 3.12.

Figura 3.12 – Evolução anual dos artigos ao longo dos últimos 15 anos



Fonte: Autoria própria (2024)

Conforme já exposto, o objetivo desta seção de revisão bibliográfica não é demonstrar a originalidade da pesquisa, uma vez que isso já foi abordado no subcapítulo 3.1. Assim, dos 23 artigos quantificados na Figura 3.12, serão selecionados apenas aqueles que fundamentam a problemática da estimativa das propriedades mecânicas por meio de modelos empíricos com o expoente n original.

3.2.3 RELATO

Através da implementação do planejamento na condução da pesquisa, os artigos selecionados para relato foram organizados na Tabela 3.9, destacando-se os autores, as temáticas abordadas, a(s) principal(ais) variável(eis) estudada(s) e o(s) modelo(s) empírico(s) empregado(s).

Tabela 3.9 – Resumo dos principais estudos referentes à aplicação de modelos empíricos na estimativa das propriedades mecânicas da madeira com fibras inclinadas

Autores	Título em português	Variável(eis) estudada(s)	Modelo(s) empírico(s) empregado(s)
Logsdon <i>et al.</i> (2010a)	Influência do ângulo entre o esforço aplicado e a direção das fibras da madeira sobre o módulo de elasticidade	Módulo de elasticidade	Hankinson (1921) Keylwerth (1951) Karlsen <i>et al.</i> (1967) Szücs (1992)
Mascia <i>et al.</i> (2011)	Comparação entre o critério de falha de Tsai-Wu e a fórmula de Hankinson para tração na madeira	Resistência à tração	Hankinson (1921)
Mascia e Nicolas (2012)	Avaliação do critério de Tsai-Wu e da fórmula de Hankinson para uma espécie de madeira brasileira em comparação com testes experimentais de resistência fora do eixo	Resistência à tração e à compressão	Hankinson (1921)
Logsdon <i>et al.</i> (2014a)	Influência do ângulo entre a força e as fibras da madeira na resistência à tração	Resistência à tração	Hankinson (1921) Keylwerth (1951) Karlsen <i>et al.</i> (1967) Szücs (1992)
Carrasco <i>et al.</i> (2017)	Determinação do módulo de elasticidade da madeira em função da inclinação das fibras utilizando tomógrafo acústico	Módulo de elasticidade	Hankinson (1921) Keylwerth (1951) Karlsen <i>et al.</i> (1967) Szücs (1992)
Almeida <i>et al.</i> (2022)	Proposta de modelo para a estimativa da resistência característica à tração inclinada de madeiras de folhosas	Resistência à tração	Hankinson (1921) Keylwerth (1951) Karlsen <i>et al.</i> (1967) Szücs (1992)

Fonte: Autoria própria (2024)

Em contraposição à normativa brasileira ABNT NBR 7190 (1997), Logsdon *et al.* (2010a) argumentaram que ela apenas contemplava a correção da resistência em situações de tensões normais onde o ângulo α entre o esforço e as fibras excede 6° . No entanto, de acordo com os autores, a norma não fornecia orientações sobre a correção do módulo de elasticidade. Assim, Logsdon *et al.* (2010a) identificaram as expressões de Hankinson (1921), Keylwerth (1951), Karlsen *et al.* (1967) e Szücs (1992) e através delas representaram o módulo de elasticidade em função do ângulo α , com o objetivo de verificar sua validade.

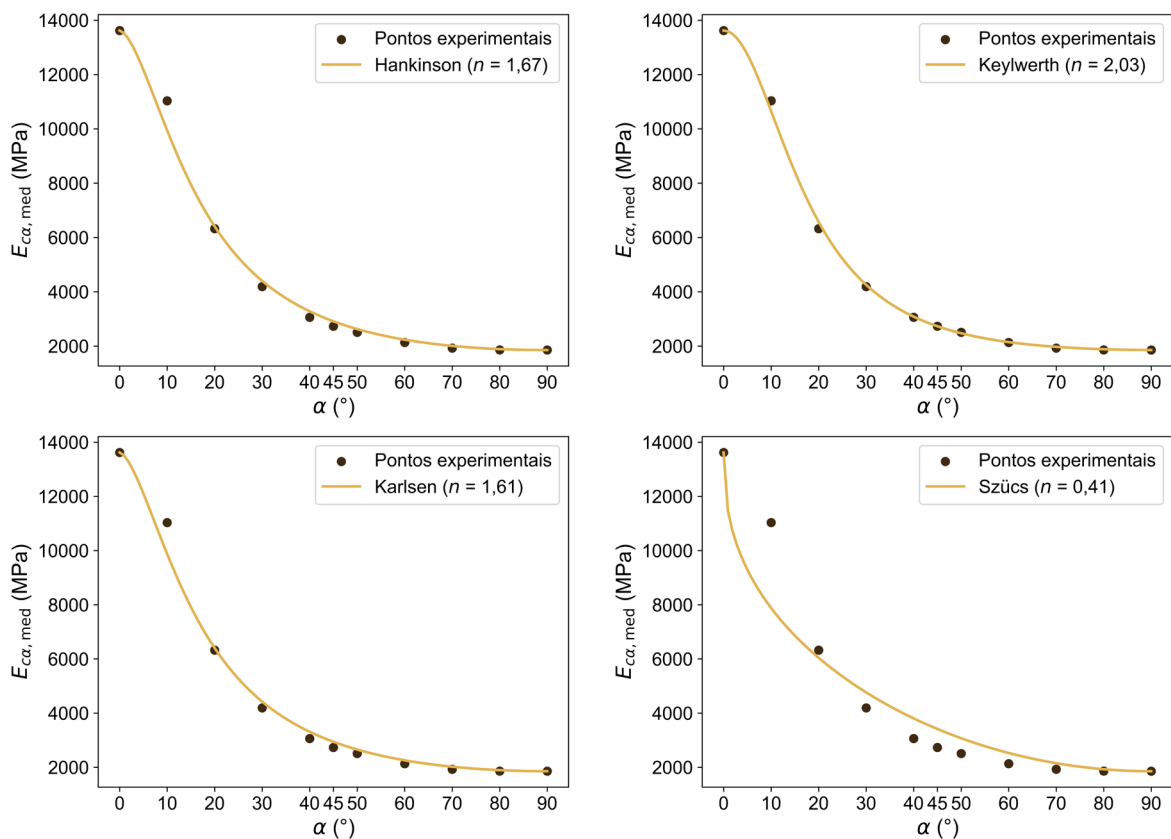
Para realizar esse estudo, os autores utilizaram uma amostra composta por 12 pranchas de madeira da espécie *Aspidosperma populifolium* (Peroba-mica), a partir das quais foram confeccionados 11 corpos de prova de cada uma. Estes, por sua vez, foram utilizados em ensaios de compressão segundo a ABNT NBR 7190 (1997), abrangendo as respectivas 11 inclinações (0° , 10° , 20° , 30° , 40° , 45° , 50° , 60° , 70° , 80° e 90°). Com base nos resultados obtidos, Logsdon *et al.* (2010a) calcularam o valor médio do módulo de elasticidade para cada inclinação, como documentado na Tabela 3.10.

Tabela 3.10 – Valores médios do módulo de elasticidade em cada inclinação ($E_{ca,med}$)

α	0°	10°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	90°
$E_{ca,med}$ (MPa)	13620	11033	6323	4191	3061	2731	2506	2132	1925	1860	1855

Fonte: Adaptado de Logsdon *et al.* (2010a)

Posteriormente, aplicando-se o teste de *pairing* e o teste dos desvios, Logsdon *et al.* (2010a) determinaram os limites do intervalo estatístico referentes aos expoentes n de cada modelo empírico, juntamente com o valor de n que proporcionou o melhor ajuste para cada modelo. Observou-se que o único modelo que contemplou $n_{ótimo}$ com validade estatística foi o de Keylwerth (1951), o que era esperado, uma vez que este modelo foi desenvolvido com base em resultados de módulos de elasticidade (Logsdon *et al.*, 2010a). Por fim, após ajustarem os expoentes, os autores plotaram as funções correspondentes, como mostrado na Figura 3.13.

Figura 3.13 – Ajuste dos modelos, com expoentes que forneceram melhores ajustes, aos pontos experimentais correspondentes ao módulo de elasticidade médio ($E_{ca,med}$)

Fonte: Adaptado de Logsdon *et al.* (2010a)

Na sequência, Mascia *et al.* (2011) e Mascia e Nicolas (2012) conduziram ensaios de resistência à compressão e à tração em exemplares da espécie *Goupia glabra* (Cupiúba) com o objetivo de avaliar o impacto da inclinação das fibras em tais propriedades. Os resultados

experimentais foram posteriormente comparados com os obtidos por meio do modelo empírico de Hankinson (1921) e com o critério de falha de Tsai-Wu.

Para alcançar seus objetivos, seguindo as diretrizes da ABNT NBR 7190 (1997), os autores realizaram oito ensaios em corpos de prova com sete inclinações diferentes, totalizando 56 determinações para cada tipo de sollicitação. Os valores médios obtidos para cada inclinação estão apresentados na Tabela 3.11.

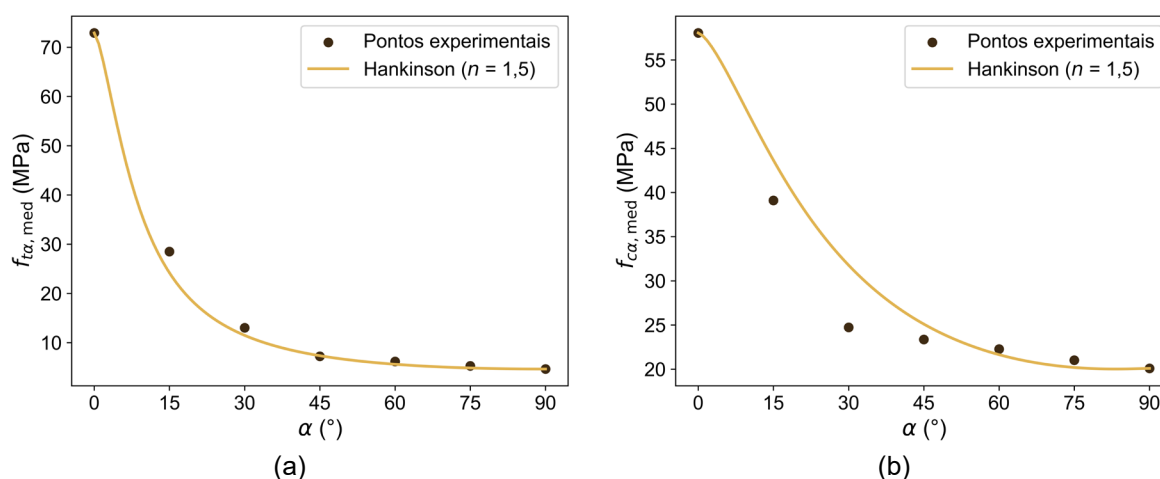
Tabela 3.11 – Valores médios das resistências à tração ($f_{ta,med}$) e à compressão ($f_{ca,med}$) inclinadas em ensaios de resistência uniaxiais

	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$f_{ta,med}$ (MPa)	72,90	28,51	13,03	7,23	6,17	5,29	4,65
$f_{ca,med}$ (MPa)	58,06	39,10	24,73	23,36	22,27	21,02	20,09

Fonte: Adaptado de Mascia *et al.* (2011); Mascia e Nicolas (2012)

Ao compararem seus resultados com o modelo de Hankinson (1921), Mascia *et al.* (2011) e Mascia e Nicolas (2012) obtiveram o melhor ajuste para o expoente $n = 1,5$ em ambas as sollicitações, o que contrasta com o valor normativo estabelecido como 2 ($n = 2$). Os gráficos de dispersão dos pontos experimentais das resistências à tração ($f_{ta,med}$) e à compressão ($f_{ca,med}$), juntamente com a função de Hankinson (1921) para $n = 1,5$, estão plotados na Figura 3.14.

Figura 3.14 – Dados experimentais e modelo de Hankinson para resistência à (a) tração e à (b) compressão



Fonte: Adaptado de Mascia *et al.* (2011); Mascia e Nicolas (2012)

Adotando a mesma metodologia empregada por Logsdon *et al.* (2010a), o trabalho conduzido por Logsdon *et al.* (2014) foi responsável pela investigação da influência do ângulo entre a força aplicada e as fibras da madeira de *Aspidosperma populifolium* (Peroba-mica), na sua resistência à tração. O estudo envolveu a extração de 11 corpos de prova, cada qual com uma inclinação, a partir de 12 pranchas da referida espécie. Os ensaios foram conduzidos

de acordo com as diretrizes estabelecidas pela norma ABNT NBR 7190 (1997). Os resultados obtidos pelos autores estão resumidos na Tabela 3.12, apresentando os valores médios e característicos da resistência à tração em relação à variação da inclinação das fibras.

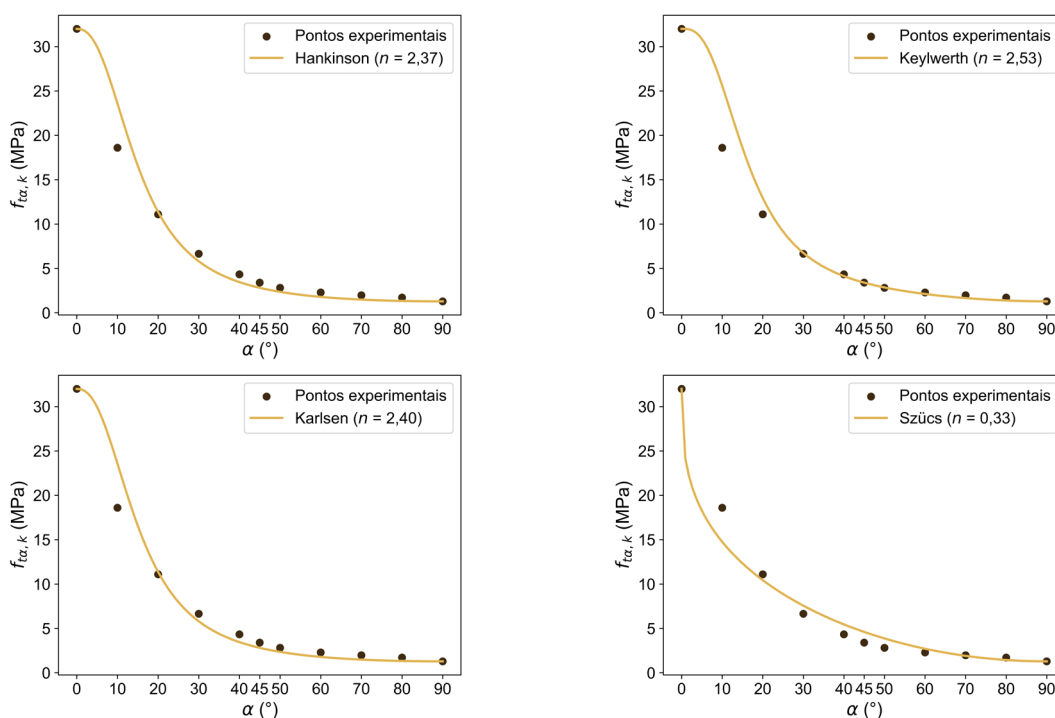
Tabela 3.12 – Valores médios ($f_{ta,med}$) e característicos ($f_{ta,k}$) da resistência à tração em cada inclinação

	0°	10°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	90°
$f_{ta,med}$ (MPa)	41,9	26,5	15,9	9,51	6,20	4,86	4,03	3,28	2,83	2,46	1,84
$f_{ta,k}$ (MPa)	32,0	18,6	11,1	6,66	4,34	3,40	2,82	2,30	1,98	1,72	1,29

Fonte: Adaptado de Logsdon *et al.* (2014)

Em seguida, mediante a aplicação dos testes de emparelhamento e de desvios, Logsdon *et al.* (2014) estabeleceram os limites do intervalo estatístico associados aos expoentes n de cada modelo empírico (Hankinson (1921), Keylwerth (1951), Karlsen *et al.* (1967) e Szücs (1992)), juntamente com a identificação do valor de n que resultou no melhor ajuste para cada modelo. Assim como observado no estudo de Logsdon *et al.* (2010a), o único modelo que demonstrou validade estatística foi o de Keylwerth (1951). Adicionalmente, Logsdon *et al.* (2014) destacaram que o modelo proposto por Hankinson (1921) geralmente subestima os valores de resistência, sendo considerado seguro para a aplicação em projetos estruturais. Após os ajustes apropriados, os autores geraram as representações gráficas apresentadas na Figura 3.15 para cada modelo.

Figura 3.15 – Ajuste dos modelos, com expoentes que forneceram melhores ajustes, aos pontos experimentais correspondentes à resistência característica à tração ($f_{ta,k}$)



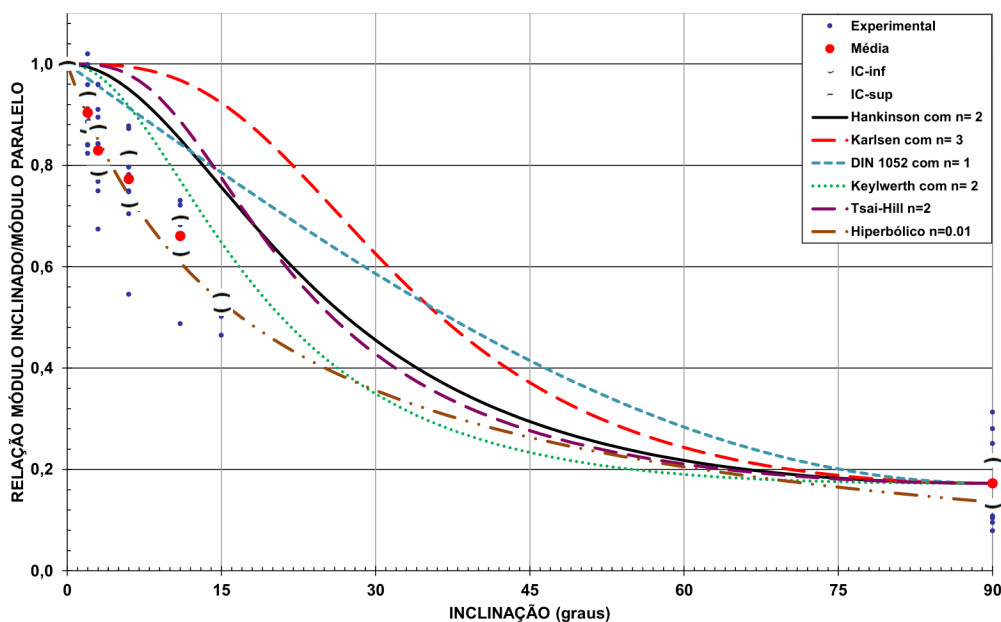
Fonte: Adaptado de Logsdon *et al.* (2014)

Com base nos dois estudos conduzidos por Logsdon *et al.*, os pesquisadores destacam a complexidade de se obter um expoente n estatisticamente válido para as diversas solicitações mecânicas em uma espécie, sugerindo que essa tarefa pode ser inviável. Além disso, salientam que a aleatoriedade intrínseca do parâmetro n é suscetível de se manifestar consistentemente em estudos realizados em diferentes espécies (Logsdon *et al.*, 2010a; Logsdon *et al.*, 2014).

Posteriormente, Carrasco *et al.* (2017) conduziram um estudo adicional, investigando o módulo de elasticidade em relação à orientação das fibras da madeira por meio de ensaios não destrutivos utilizando um tomógrafo acústico. Para tal, os autores selecionaram seis vigas de seis diferentes espécies de madeira, totalizando 36 peças. As dimensões das vigas eram de 150 × 15 × 4 cm e as espécies incluíam *Hymenolobium petraeum* (Angelim), *Manilkara ssp* (Parajú), *Dipteryx odorata* (Cumaru), *Pinus elliottii* Engelm. (*Pinus eliotte*), *Diplotropis ssp* (Sucupira) e *Eucalyptus grandis* (Eucaplito grandis).

Após a experimentação, Carrasco *et al.* (2017) constataram que, dos quatro modelos empíricos analisados, nenhum deles demonstrou significância estatística em sua configuração original. Portanto, os autores procederam à quantificação dos expoentes n ótimos para cada modelo, como pode ser observado no gráfico apresentado na Figura 3.16.

Figura 3.16 – Relação do módulo de elasticidade inclinado às fibras/módulo de elasticidade paralelo às fibras × inclinação das fibras, com os expoentes n ótimos



Fonte: Carrasco *et al.* (2017)

Por fim, menciona-se o estudo conduzido por Almeida *et al.* (2022), cujo objetivo principal foi a proposição de um modelo visando estimar o valor característico da resistência à tração inclinada em relação às fibras da madeira. Esse modelo foi comparado pelos autores

com os modelos empíricos encontrados na literatura correlata, considerando os ajustes ótimos do expoente n , a fim de identificar a melhor adequação.

Para atingir seu objetivo, Almeida *et al.* (2022) utilizaram amostras das seguintes espécies de madeira provenientes de florestas nativas: *Cedrelinga catenaeformis* (Cedroarana), *Ocotea sp.* (Louro-preto), *Vatairea fusca* (Angelem-amargoso), *Pradosia sp.* (Oichu) e *Manilkara huberi* (Maçaranduba). Após a realização dos experimentos, seguindo as diretrizes da ABNT NBR 7190 (1997), os autores obtiveram os valores médios e característicos da resistência à tração, conforme apresentado na Tabela 3.13.

Tabela 3.13 – Valores médios ($f_{ta,med}$) e característicos ($f_{ta,k}$) da resistência à tração em cada inclinação, para cada madeira analisada

	Madeira	0°	10°	20°	45°	60°	90°
$f_{ta,med}$ (MPa)	Cedroarana	53,33	33,39	20,36	6,64	4,05	3,10
	Louro-preto	66,00	42,47	25,74	6,98	4,88	2,65
	Angelem-amargoso	79,00	50,22	30,43	9,65	7,07	2,56
	Oichu	134,16	83,29	49,09	16,17	10,98	3,20
	Maçaranduba	156,33	95,03	61,70	19,36	12,18	5,53
$f_{ta,k}$ (MPa)	Cedroarana	33,50	24,91	10,12	5,28	2,30	1,84
	Louro-preto	54,07	26,08	12,83	5,91	3,14	2,05
	Angelem-amargoso	58,51	43,66	18,29	7,23	5,76	1,57
	Oichu	66,65	46,27	18,11	9,48	7,99	3,21
	Maçaranduba	111,45	63,22	32,66	12,55	9,03	3,33

Fonte: Adaptado de Almeida *et al.* (2022)

De maneira similar aos estudos anteriores, Almeida *et al.* (2022) procederam à quantificação dos expoentes n ótimos para cada modelo empírico (Hankinson (1921), Keylwerth (1951), Karlisen *et al.* (1967) e Szücs (1992)), relacionando-os a cada espécie. Os resultados obtidos podem ser observados na Tabela 3.14.

Tabela 3.14 – Ajustes ótimos dos expoentes n referentes aos modelos usuais da literatura, para a estimativa da resistência característica à tração em função do ângulo α de inclinação das fibras, para cada madeira avaliada

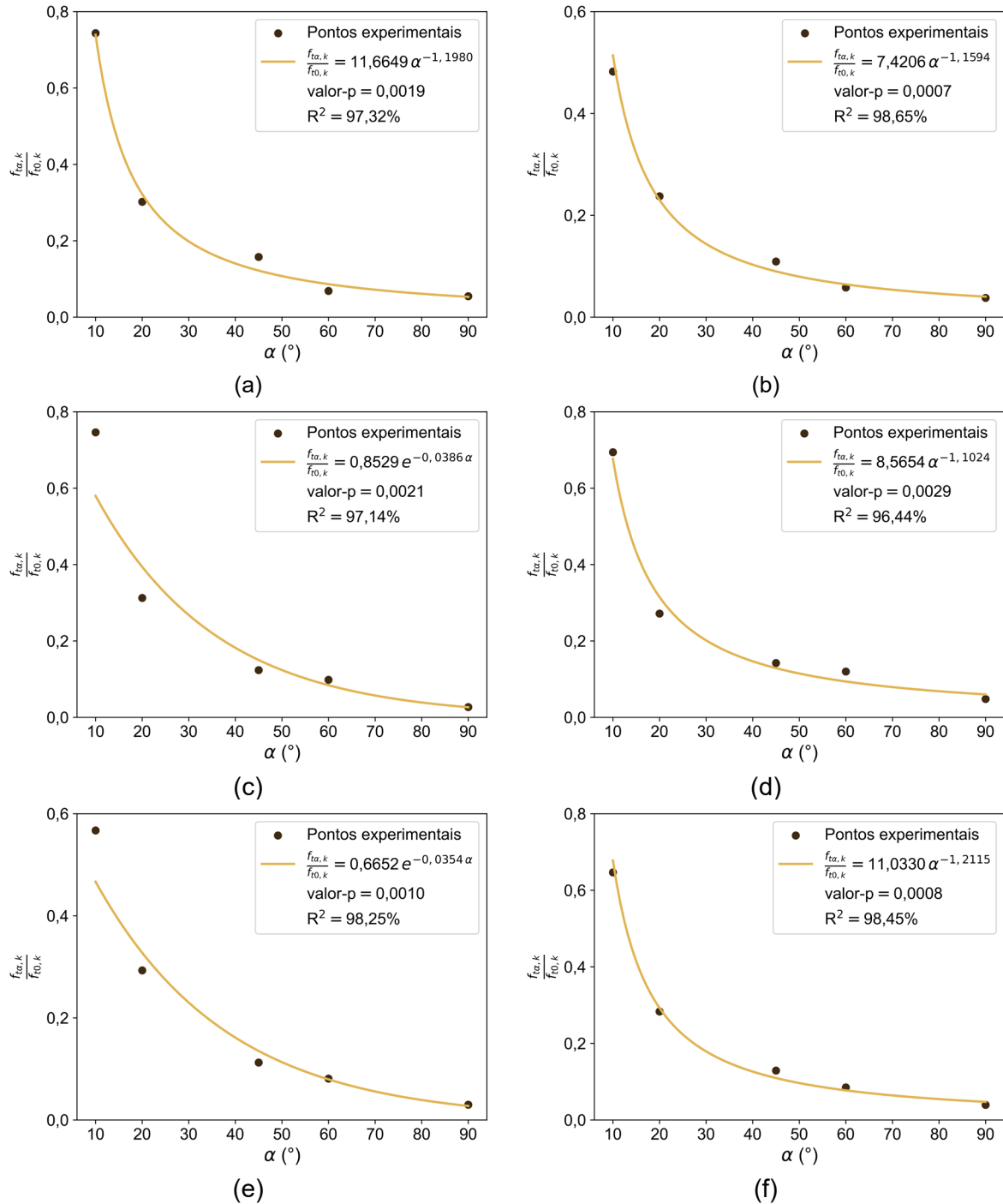
	Madeira	Hankinson (1921)	Keylwerth (1951)	Karlisen <i>et al.</i> (1967)	Szücs (1992)
$n_{ótimo}$	Cedroarana	2,11	2,14	2,13	0,49
	Louro-preto	1,84	1,88	1,83	0,30
	Angelem-amargoso	2,61	2,82	2,66	0,52
	Oichu	2,09	2,13	2,10	0,45
	Maçaranduba	2,19	2,44	2,20	0,38

Fonte: Adaptado de Almeida *et al.* (2022)

Por fim, Almeida *et al.* (2022) desenvolveram equações de estimativa da resistência, de maneira semelhante ao que está sendo proposto neste estudo, usando modelos de

regressão. Os autores conseguiram alcançar maior precisão em seus modelos em comparação com aqueles disponíveis na literatura. Tais funções estão contidas nos gráficos da Figura 3.17.

Figura 3.17 – Melhores ajustes obtidos na estimativa de $f_{\alpha,k}/f_{10,k}$: (a) Cedroarana; (b) Louro-preto; (c) Angelim-amargoso; (d) Oichu; (e) Maçaranduba; (f) conjunto das madeiras estudadas



Fonte: Adaptado de Almeida *et al.* (2022)

Como conclusão preliminar deste subcapítulo, destaca-se a complexidade em estabelecer expoentes n otimizados e fixos para os diferentes modelos empíricos abordados

(Hankinson (1921), Keylwerth (1951), Karlsen *et al.* (1967) e Szücs (1992)). Isso sugere que a inerente aleatoriedade desse parâmetro demanda uma ampla gama de estudos com o propósito de desenvolver equações otimizadas e modelos para a estimativa das propriedades mecânicas em diferentes contextos de sollicitação e espécies de madeira.

3.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No decorrer deste capítulo de revisão bibliográfica, foram abordadas duas seções distintas que contribuem significativamente para a fundamentação do estudo em questão. A primeira seção, intitulada “Análise de Confiabilidade em Treliças de Madeira”, ofereceu uma análise criteriosa das principais pesquisas realizadas nos últimos 15 anos, destacando a importância da modelagem probabilística de variáveis aleatórias e a aplicação da análise de confiabilidade na avaliação do nível de segurança das estruturas. Através da Revisão Sistemática da Literatura (RSL), foi possível identificar as lacunas no conhecimento existente e reconhecer a originalidade da pesquisa aqui proposta, que aborda a confiabilidade em treliças de madeira, considerando a variabilidade da inclinação das fibras. Ademais, observou-se que dos sete artigos selecionados para análise, seis deles utilizaram a Simulação de Monte Carlo (SMC), demonstrando ser um método eficaz e amplamente aceito na comunidade científica.

No que diz respeito à segunda seção, cujo título é “Aplicação de Modelos Empíricos na Estimativa das Propriedades Mecânicas da Madeira com Fibras Inclinadas”, uma revisão dos principais modelos empíricos utilizados na estimativa das propriedades mecânicas da madeira com fibras inclinadas foi apresentada. Através da Revisão Sistemática da Literatura (RSL), foi possível mapear estudos que aplicam esses modelos a dados experimentais, proporcionando uma base sólida para a validação dos modelos de regressão que serão desenvolvidos no âmbito deste estudo. A relevância da pesquisa também foi destacada, uma vez que a literatura carece de investigações relacionadas à inclinação das fibras e à estimativa das propriedades mecânicas da madeira.

Nesse sentido, a revisão bibliográfica realizada oferece uma base sólida para a pesquisa. Ela demonstra a relevância e a originalidade da proposta de investigação, destacando as lacunas no conhecimento existente e fornecendo informações relevantes para a formulação de modelos de regressão e métodos que abordem a confiabilidade em treliças de madeira e a estimativa das propriedades mecânicas da madeira com fibras inclinadas.

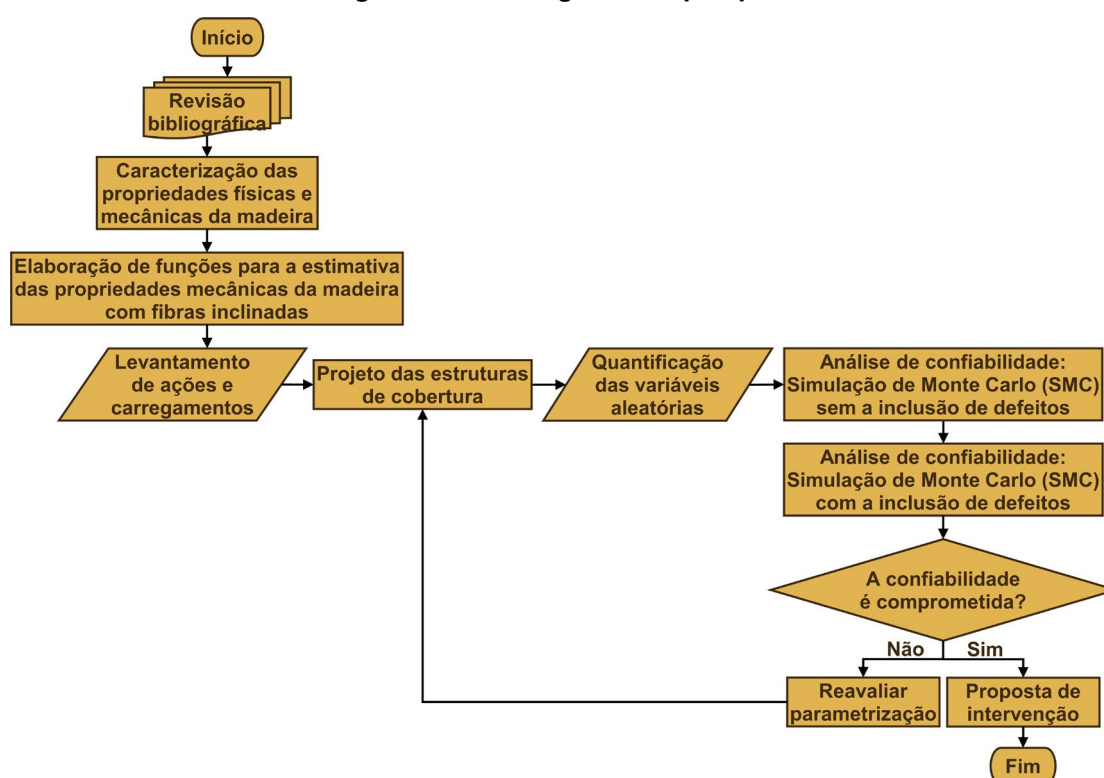
4. MATERIAIS E MÉTODOS

Com o propósito de orientar a produção e análise dos resultados futuros, este capítulo tem o objetivo de apresentar a estrutura metodológica da pesquisa, onde serão detalhados os materiais empregados, os procedimentos experimentais e as técnicas de análise utilizadas para investigar e responder às indagações do presente estudo. Para isso, o capítulo foi segmentado em quatro seções principais:

- Caracterização das propriedades físicas e mecânicas da madeira com fibras inclinadas;
- Estimativa das propriedades mecânicas da madeira com fibras inclinadas;
- Projeto das estruturas de cobertura;
- Análise de confiabilidade.

A estrutura metodológica geral pode ser compreendida com mais clareza através do fluxograma apresentado na Figura 4.1.

Figura 4.1 – Fluxograma da pesquisa



Fonte: Autoria própria (2024)

4.1 CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS DA MADEIRA COM FIBRAS INCLINADAS

Após a revisão bibliográfica, a etapa inicial da pesquisa envolveu a caracterização das propriedades físicas e mecânicas da madeira. Esse processo objetivou a coleta dos dados necessários para a construção das funções de estimativa das propriedades mecânicas em cenários de esforços inclinados em relação às fibras da madeira, bem como para a modelagem probabilística das variáveis aleatórias associadas a essas propriedades. Portanto, neste subcapítulo serão apresentados os métodos utilizados para essa caracterização, juntamente com a análise estatística realizada a partir dos resultados experimentais coletados.

4.1.1 PROGRAMA EXPERIMENTAL

O programa experimental de caracterização das propriedades físicas e mecânicas das amostras de madeira foi desenvolvido no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira (LaMEM) do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC), Universidade de São Paulo (USP).

Para garantir uma representatividade dos resultados em situações de projeto, optou-se por selecionar espécies do grupo das folhosas cujas classes de resistência (Tabela 2.1, Capítulo 2) são frequentemente empregadas em estruturas de cobertura. Tais espécies estão identificadas na Tabela 4.1 abaixo.

Tabela 4.1 – Nomenclatura científica, nomenclatura popular e classes de resistência das espécies estudadas

Nome científico	Nome popular	Classe de resistência
<i>Erismia uncinatum</i>	Cambará	D30
<i>Hymenolobium petraeum</i>	Angelim-pedra	D40
<i>Dinizia excelsa</i>	Angelim-vermelho	D60

Fonte: Autoria própria (2024)

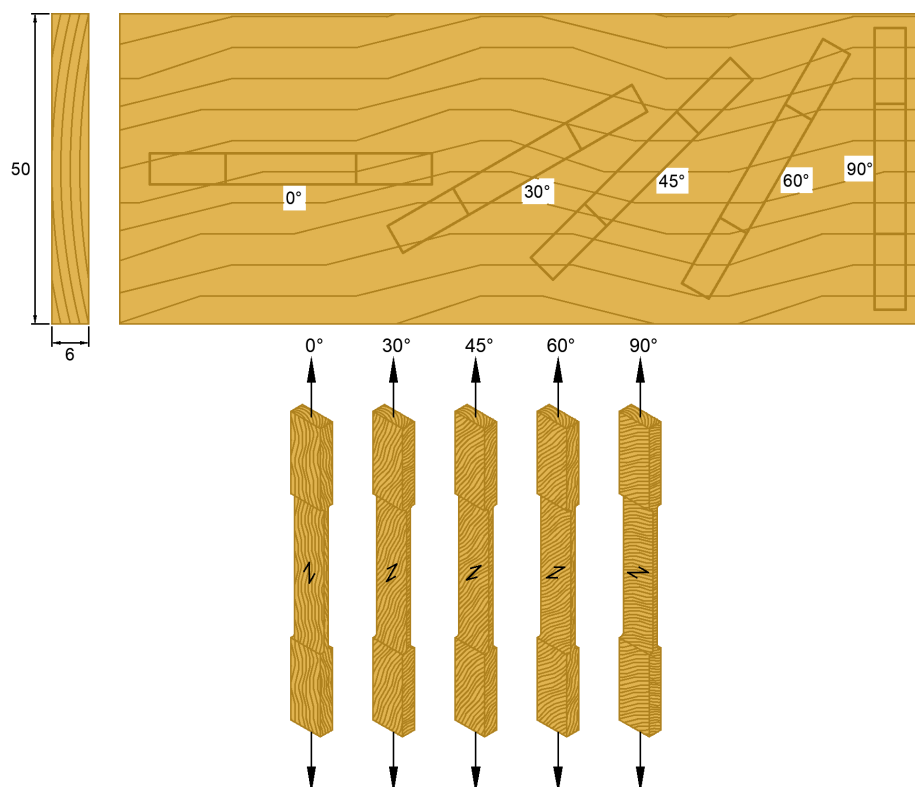
As três espécies de madeira foram adquiridas no comércio local na forma de pranchas (madeira serrada), provenientes da região Sul de Roraima.

No processo de determinação das propriedades físicas e mecânicas das madeiras, foram seguidas as diretrizes estabelecidas pela ABNT NBR 7190-3 (2022), as quais foram detalhadas no Capítulo 2 – “Aspectos Fundamentais”, subcapítulo 2.1. Os ensaios destrutivos realizados incluíram a avaliação das resistências e módulos de elasticidade à compressão e à tração em cinco diferentes inclinações das fibras: 0°, 30°, 45°, 60° e 90°. Essas inclinações foram selecionadas com o objetivo de comparar os resultados obtidos experimentalmente com as estimativas provenientes de modelos empíricos discutidos no Capítulo 3 – “Revisão

Bibliográfica”, subcapítulo 3.2. Para cada inclinação, foram confeccionados 12 corpos de prova isentos de defeitos, obtidos a partir de regiões selecionadas aleatoriamente nas pranchas de madeira. Isso resultou em um total de 60 determinações para cada tipo de solicitação (12 corpos de prova \times 5 inclinações) e 120 determinações para cada espécie de madeira.

É relevante destacar um detalhe importante referente à fabricação dos corpos de prova para os ensaios de resistência. Ao observar a Figura 2.3 do Capítulo 2 – “Aspectos Fundamentais”, é evidente que os corpos de prova apresentam dimensões ou formatos distintos de acordo com a orientação das fibras. No entanto, para os propósitos dos ensaios conduzidos nesta pesquisa, todas as amostras submetidas à compressão e à tração seguiram as dimensões e os formatos representados na Figura 2.3.a e Figura 2.3.b, respectivamente. Essa decisão foi tomada devido à eventual influência que a geometria teria nos resultados, especialmente em inclinações intermediárias em relação aos extremos de 0° e 90° . Além disso, devido às pranchas apresentarem dimensões da seção transversal de 6×50 cm, a fabricação do maior corpo de prova, usado nos ensaios de resistência à tração, não foi comprometida na direção perpendicular às fibras, uma vez que o comprimento de 45 cm do corpo de prova está abaixo do limite de 50 cm da largura da prancha. Tal explicação fica consolidada ao se observar a Figura 4.2.

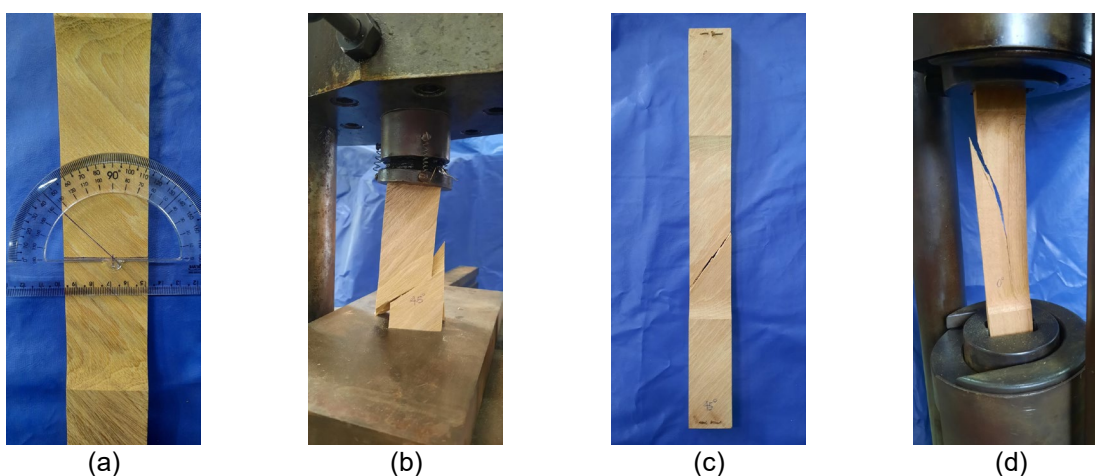
Figura 4.2 – Extração e disposição dos corpos de prova para os ensaios de resistência à tração (dimensões em centímetros)



Fonte: Autoria própria (2024)

Em relação à inclinação das fibras, estas foram mensuradas na região central do corpo de prova, conforme indicado na Figura 4.3.a. Adicionalmente, a Figura 4.3 ilustra que o rompimento do corpo de prova ocorre na porção inclinada: escorregamento das fibras no ensaio de resistência à compressão (Figura 4.3.b) e desprendimento das fibras no ensaio de resistência à tração (Figura 4.3.c). Tal fenômeno não é observado na inclinação de 0° (Figura 4.3.d), a qual apresenta a maior resistência observada.

Figura 4.3 – (a) Inclinação das fibras medida na posição central do corpo de prova; (b) Rompimento do corpo de prova no ensaio de resistência à compressão ($\alpha = 45^\circ$); (c) Rompimento do corpo de prova no ensaio de resistência à tração ($\alpha = 45^\circ$); (d) Rompimento do corpo de prova no ensaio de resistência à tração ($\alpha = 0^\circ$)



Fonte: Autoria própria (2023)

Adicionalmente, todos os demais procedimentos foram realizados em conformidade com a ABNT NBR 7190-3 (2022) e capítulo “Aspectos Fundamentais” – subcapítulo 2.1 – obedecendo a seguinte sequência:

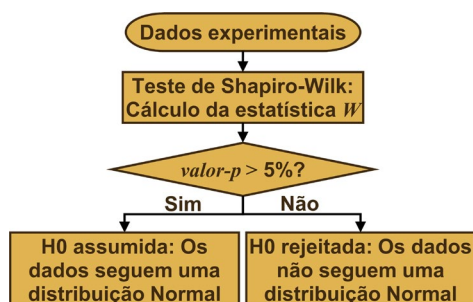
- Determinação da umidade (conforme o item 2.1.2).
- Quantificação da densidade aparente na condição-padrão de 12% de umidade (conforme o item 2.1.3). Para valores de umidade diferentes de 12%, a densidade aparente foi corrigida em consulta ao Diagrama de Kollmann (Figura 2.2).
- Ensaio de resistência à compressão e resistência à tração nas diferentes inclinações (conforme o item 2.1.4), utilizando uma máquina universal AMSLER® com capacidade de 250 kN.
- Correção dos valores de resistência e módulo de elasticidade para a condição-padrão de 12% de umidade (Equação 2.2).
- Determinação dos valores médios e característicos das propriedades mecânicas de resistência e rigidez (Equação 2.1).

4.1.2 ANÁLISE ESTATÍSTICA

Com base nos resultados experimentais, para a subsequente elaboração das funções de estimativa das propriedades mecânicas, bem como sua modelagem probabilística, torna-se essencial a realização do teste de normalidade dos dados. Conforme o próprio nome sugere, esse teste tem como objetivo determinar se uma amostra de dados apresenta evidências suficientes de aderência a uma distribuição Normal. O teste de normalidade utilizado foi o teste de Shapiro-Wilk (Shapiro; Wilk, 1965), amplamente recomendado para amostras de tamanho reduzido (inferior a 50 pontos amostrais) (Souza *et al.*, 2023).

O *valor-p* associado à estatística W de Shapiro-Wilk pode ser interpretado em dois intervalos distintos: um $\text{valor-p} \leq 0,05$ sugere que os dados não apresentam evidências suficientes de aderência a uma distribuição Normal (H_0 rejeitada), enquanto um $\text{valor-p} > 0,05$ indica que a distribuição dos dados não é significativamente diferente de uma distribuição Normal (H_0 assumida). Na Figura 4.4 é apresentado um esquema que esclarece o procedimento do teste de normalidade empregado neste estudo.

Figura 4.4 – Fluxograma do teste de normalidade dos dados experimentais



Fonte: Autoria própria (2024)

Esse teste foi realizado em código *Python*, utilizando a função “*shapiro*” da biblioteca “*scipy.stats*”.

4.2 ESTIMATIVA DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DA MADEIRA COM FIBRAS INCLINADAS

Com os resultados experimentais devidamente tratados por meio de análise estatística, a próxima etapa da pesquisa consistiu na construção de modelos capazes de estimar as quatro propriedades mecânicas estudadas:

- Resistência à compressão e módulo de elasticidade na compressão;
- Resistência à tração e módulo de elasticidade na tração.

Nesse contexto, ao se realizar a Simulação de Monte Carlo (SMC), foram gerados valores aleatórios de inclinação das fibras segundo uma distribuição de probabilidades

específica. Esses valores foram então inseridos nas respectivas funções, permitindo a extração das propriedades mecânicas associadas. Portanto, o objetivo deste subcapítulo é destacar o processo de obtenção dessas funções e enfatizar o critério de seleção dos modelos que proporcionam o melhor ajuste aos dados experimentais.

4.2.1 MODELOS EMPÍRICOS

Em consonância com as pesquisas apresentadas no capítulo de revisão bibliográfica, procedeu-se à avaliação dos modelos empíricos propostos por Hankinson (1921), Keylwerth (1951), Karlsen *et al.* (1967) e Szücs (1992) quanto à sua capacidade de se adequarem aos resultados experimentais obtidos. Dessa forma, assim como mencionado anteriormente, as expressões desses modelos estão dispostas na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Expressões dos modelos empíricos

Modelo	n_{orig}	Equação
Hankinson (1921)	2	$X_{\alpha} = \frac{X_0 \cdot X_{90}}{X_0 \cdot \text{sen}^n \alpha + X_{90} \cdot \text{cos}^n \alpha}$
Keylwerth (1951)	2	$X_{\alpha} = \frac{X_0}{\left(\text{cos}^n \alpha - \frac{X_0}{X_{90}} \cdot \text{sen}^n \alpha \right) \cdot \text{cos}(2\alpha) + \frac{X_0}{X_{45}} \cdot \text{sen}^n(2\alpha)}$
Karlsen <i>et al.</i> (1967)	3	$X_{\alpha} = \frac{X_0}{1 + \left(\frac{X_0}{X_{90}} - 1 \right) \cdot \text{sen}^n \alpha}$
Szücs (1992)	2	$X_{\alpha} = X_0 - (X_0 - X_{90}) \cdot \text{sen}^n \alpha$

Fonte: Autoria própria (2024)

Da Tabela 4.2:

- α : Ângulo de inclinação das fibras em relação ao eixo axial (longitudinal);
- X_0 : Valor da resistência (ou da rigidez) na direção paralela às fibras;
- X_{45} : Valor da resistência (ou da rigidez) na inclinação de 45°;
- X_{90} : Valor da resistência (ou da rigidez) na direção perpendicular às fibras.

Considerando que as formulações originais foram desenvolvidas com base em espécies de madeira distintas, somado ao fato de que a maioria dos estudos na literatura apresenta notáveis divergências em relação aos valores originais, optou-se por empregar a metodologia de cálculo do Erro Percentual Absoluto Médio (EPAM) cometido na previsão de cada propriedade mecânica. Essa decisão foi tomada em virtude do número limitado da amostra (cinco inclinações), que poderia resultar em distorções em um teste *t* pareado. A expressão do EPAM é dada pela Equação 4.1.

$$\text{EPAM (\%)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|X_{\alpha,i}^{\text{estim}} - X_{\alpha,i}^{\text{exp}}|}{X_{\alpha,i}^{\text{exp}}} \times 100 \quad (4.1)$$

Para valores de Erro Percentual Absoluto Médio (EPAM) elevados, a otimização dos parâmetros n foi realizada por meio do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), utilizando a função “*curve_fit*” da biblioteca *Python* “*scipy.optimize*”. Com a calibração dos expoentes n , a decisão sobre o modelo empírico de melhor ajuste foi baseada nos critérios do EPAM cometido na nova estimativa.

4.2.2 MODELOS DE REGRESSÃO

Além dos modelos empíricos, também foram introduzidos modelos de regressão que proporcionam um ajuste *a priori* mais preciso para a estimativa das propriedades mecânicas. Em geral, esses modelos de regressão incluem ajustes lineares, polinomiais, exponenciais, logarítmicos e geométricos. Todavia, os dois últimos não foram empregados, uma vez que não admitem valores nulos em seu domínio ($\alpha = 0^\circ$). Portanto, foram considerados apenas os três primeiros tipos de ajustes. Na Tabela 4.3 são apresentadas as funções que foram adotadas nos modelos propostos nesta pesquisa.

Tabela 4.3 – Expressões dos modelos de regressão para a estimativa das propriedades mecânicas (X)

Modelo	Função	Parâmetros
Linear	$X(\alpha) = \beta_0 + \beta_1\alpha$	$\beta_0; \beta_1$
Polinomial	$X(\alpha) = \beta_0 + \beta_1\alpha + \beta_2\alpha^2$	$\beta_0; \beta_1; \beta_2$
Exponencial	$X(\alpha) = \beta_0 \cdot e^{\beta_1\alpha}$	$\beta_0; \beta_1$

Fonte: Autoria própria (2024)

De posse das curvas otimizadas através das técnicas de regressão para a previsão das propriedades mecânicas, a escolha do melhor ajuste foi baseada em dois critérios de aderência: a Estatística F e o coeficiente de determinação R^2 .

A Estatística F é utilizada em modelos de regressão para avaliar a significância global dos parâmetros do modelo. Ela compara a variabilidade explicada pelo modelo com a variabilidade não explicada, permitindo determinar se o modelo, de forma geral, é significativo. A interpretação da Estatística F envolve duas hipóteses: um *valor-p* $\leq 0,05$ indica a rejeição da hipótese nula (H_0), concluindo que pelo menos um dos parâmetros possui um efeito significativo na variável dependente e que o modelo, como um todo, é significativo. Caso contrário (*valor-p* $> 0,05$), não há evidências suficientes para afirmar que os parâmetros têm um efeito significativo.

Por outro lado, o coeficiente de determinação R^2 avalia a proporção da variabilidade total dos dados explicada pelo modelo de regressão. Um valor de R^2 próximo a 100% sugere que o modelo explica de forma eficaz a variabilidade dos dados, enquanto um valor próximo

a 0% indica que o modelo tem baixa capacidade de explicação da variabilidade. O cálculo do coeficiente de determinação R^2 é feito segundo a Equação 4.2.

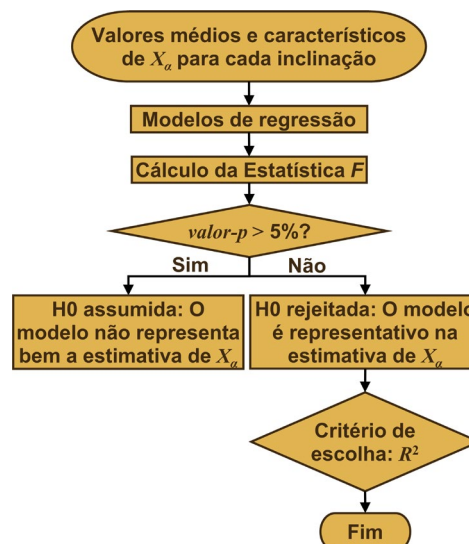
$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (X_{\text{exp},i} - X_{\text{pred},i})^2}{\sum_{i=1}^n (X_{\text{exp},i} - X_{\text{med}})^2} \quad (4.2)$$

Da Equação 4.2:

- X_{exp} : Valores observados;
- X_{med} : Média dos valores observados;
- X_{pred} : Valores preditos pelo modelo;
- n : Número de observações.

Diante do exposto, na Figura 4.5 é apresentado o procedimento para a escolha dos modelos de melhor ajuste.

Figura 4.5 – Critérios de eleição dos modelos de regressão de melhor ajuste



Fonte: Autoria própria (2024)

Adicionalmente à utilização da função `curve_fit` da biblioteca Python `scipy.optimize` para a implementação do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), a função `f` foi empregada para o cálculo da Estatística F , sendo importada da biblioteca `scipy.stats`.

4.3 PROJETO DAS ESTRUTURAS DE COBERTURA

Tipicamente, as análises de confiabilidade são realizadas em estruturas previamente concebidas, ou seja, projetadas e com perfis devidamente alocados no sistema. Portanto, a fim de conduzir essas análises de forma apropriada, é imperativo fornecer informações detalhadas sobre os parâmetros de projeto adotados. Sendo assim, este subcapítulo tem como objetivo principal o fornecimento dessas informações.

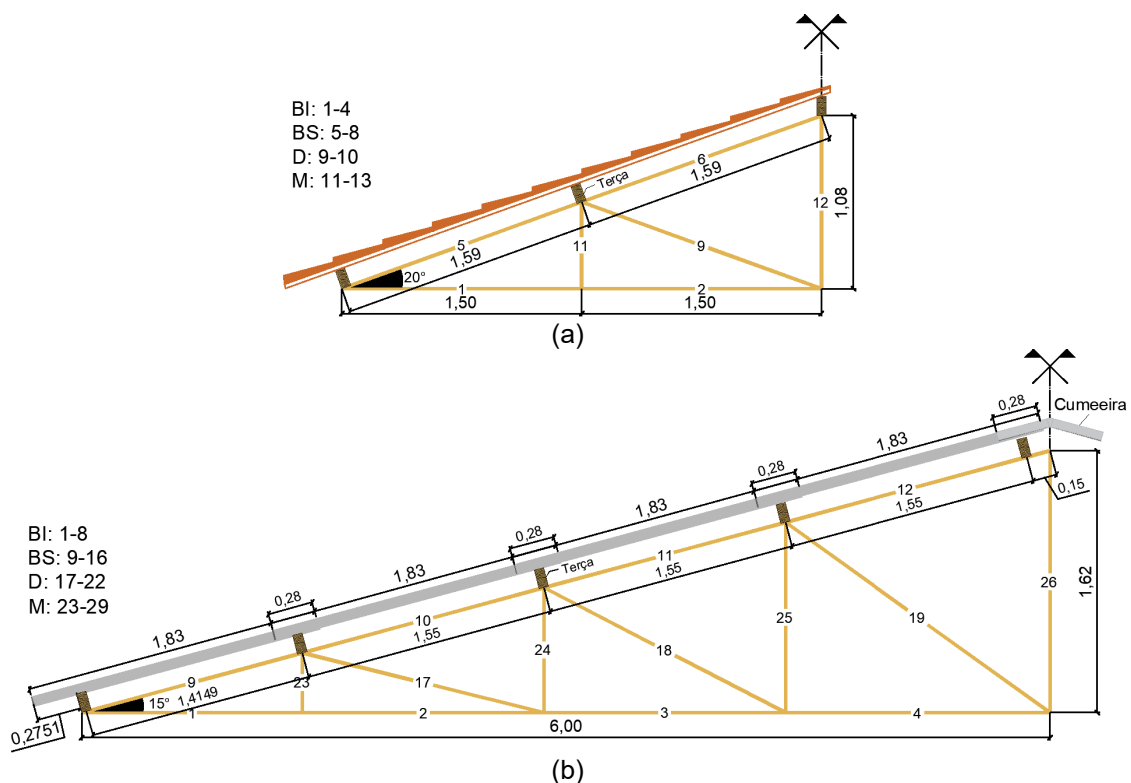
4.3.1 GEOMETRIA

Visando a contemplação de cenários habituais de projeto, foi empregada a tipologia *Howe*, que é a mais recorrente em coberturas com duas águas simétricas no Brasil. Para abranger diferentes situações de carregamento e esforços solicitantes, foram considerados dois vãos, com medidas de 6 e 12 metros. No vão de menor extensão, foram utilizadas telhas cerâmicas, enquanto no vão de maior dimensão, telhas de fibrocimento. Cada uma dessas categorias de telhas permite um intervalo de inclinação entre banzos, conforme as especificações dos fabricantes. Sendo assim, após a análise de catálogos específicos, estabeleceu-se a inclinação de 36% ($\approx 20^\circ$) para as telhas cerâmicas e 27% ($\approx 15^\circ$) para as telhas de fibrocimento.

A disposição das barras na treliça é sensível à inclinação do telhado e ao tipo de telha a ser empregado. Portanto, para fins de projeto, optou-se pelo uso de telhas onduladas de fibrocimento, com uma espessura de 6 mm, para a treliça com vão de 12 metros. Quanto à treliça com vão de 6 metros, projetada para suportar telhas cerâmicas com uma inclinação de 36%, a escolha recaiu sobre as telhas portuguesas, que requerem um espaçamento entre ripas de 38 cm.

Com base no que foi apresentado e em consulta às especificações dos fabricantes, as geometrias projetadas para cada um dos vãos mencionados são retratadas na Figura 4.6.

Figura 4.6 – Geometria das treliças para (a) telhas cerâmicas e (b) telhas de fibrocimento (BI: Banzo Inferior; BS: Banzo Superior; D: Diagonais; M: Montantes)



Fonte: Autoria própria (2024)

É importante salientar que, para as telhas cerâmicas, é imprescindível a incorporação de um sistema composto por caibros e ripas para a fixação das telhas, que possuem dimensões bem menores que o espaçamento entre terças. No entanto, essa medida não se faz necessária para as telhas de fibrocimento, pois estas podem ser apoiadas diretamente nas terças. Levando em consideração que o espaçamento máximo entre as ripas deve ser de 38 cm, espaçamento máximo entre caibros de 50 cm e que o vão das terças é de 3,0 m, a quantidade de ripas (n_{ripas}) e caibros (n_{caibros}) é determinada mediante Equação 4.3.

$$\begin{aligned} n_{\text{ripas}} &= \frac{2 \cdot 1,59}{0,38} + 1 = 9,4 \therefore 10 \text{ ripas} \\ n_{\text{caibros}} &= \frac{3,0}{0,5} + 1 = 7 \text{ caibros} \end{aligned} \quad (4.3)$$

4.3.2 AÇÕES E CARREGAMENTOS

Os carregamentos e as ações delineados neste item foram estimados de acordo com as diretrizes estabelecidas nas normas ABNT NBR 6120 (2019) e ABNT NBR 6123 (2023), com seus respectivos coeficientes de ponderação (γ), fatores de combinação (ψ_0) e fatores de redução (ψ_1 e ψ_2) extraídos da ABNT NBR 8681 (2003). Essa estimativa foi realizada com o auxílio do *software iTruss*, desenvolvido por Fraga (2020), o qual incorpora todas as rotinas mencionadas nesse contexto. Na Tabela 4.4, encontra-se um resumo que apresenta as ações consideradas para o projeto das treliças de madeira.

Tabela 4.4 – Resumo das ações e carregamentos considerados

Natureza	Ação	Valor nominal (N/m ²)	Coefficientes de ponderação	Fatores de combinação e de redução
Permanente	Peso-próprio da treliça (incluindo terças, ripas e caibros)	Quantificada automaticamente pelo <i>software iTruss</i>	$\gamma_g = 1,4$ (D); $\gamma_g = 1,0$ (F)	–
	Peso das telhas	Cerâmicas: 650 Fibrocimento: 180	$\gamma_g = 1,4$ (D); $\gamma_g = 1,0$ (F)	
Variável	Acidental de utilização (LD)	250	$\gamma_q = 1,5$	$\psi_0 = 0,5$ $\psi_1 = 0,4$ $\psi_2 = 0,3$
	Vento (I)	Ver Figura 4.8	$\gamma_q = 1,4$	$\psi_0 = 0,6$ $\psi_1 = 0,3$ $\psi_2 = 0,0$

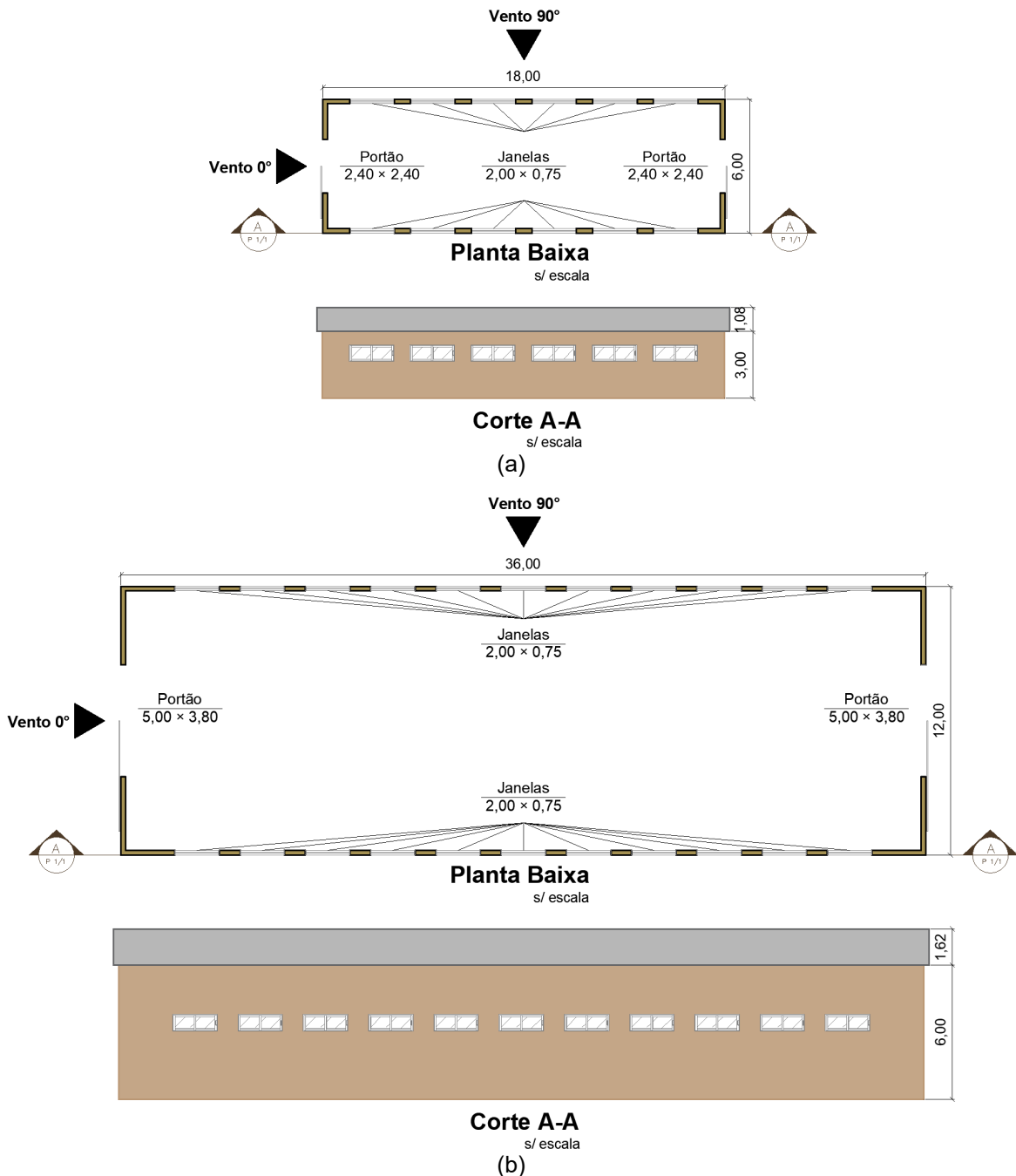
D: Desfavorável; F: Favorável; LD: Longa duração; I: Instantânea

Fonte: Autoria própria (2024)

Observando a Tabela 4.4, nota-se que foram atribuídas classes de carregamento às ações variáveis, conforme Tabela 4 da ABNT NBR 7190-1 (2022). Essa classificação está associada à duração acumulada da ação, um parâmetro essencial para a determinação do coeficiente de modificação parcial k_{mod1} .

Em relação à quantificação da ação do vento na estrutura, esta foi realizada seguindo as diretrizes da ABNT NBR 6123 (2023), considerando um edifício de planta retangular com um telhado simétrico de duas águas. A Figura 4.7 ilustra a planta baixa, o corte transversal e o esquema de aberturas adotado para os edifícios nas duas situações de projeto mencionadas: vão de 6 metros (Figura 4.7.a) e vão de 12 metros (Figura 4.7.b). Já a Tabela 4.5 identifica os parâmetros utilizados no cálculo da pressão dinâmica do vento em conformidade com a ABNT NBR 6123 (2023).

Figura 4.7 – Planta baixa e corte transversal dos edifícios com vãos de (a) 6 metros e (b) 12 metros (dimensões em metros)



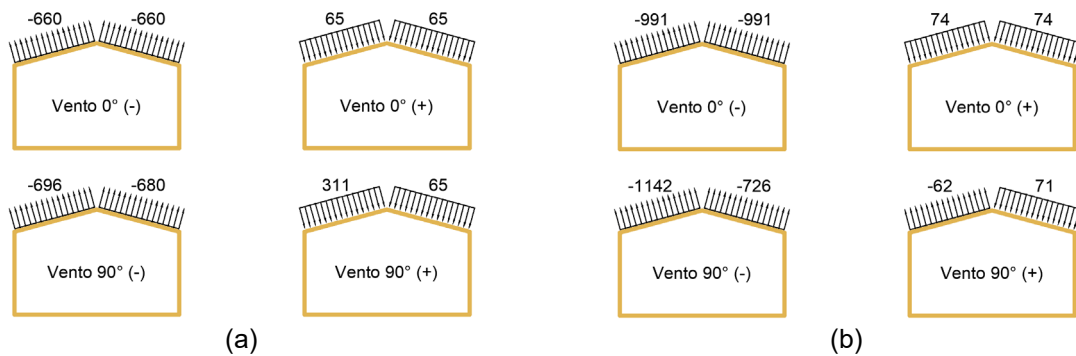
Fonte: Autoria própria (2024)

Tabela 4.5 – Parâmetros para o cálculo da pressão dinâmica do vento

Parâmetro	Descrição
Destino da edificação	Depósito/silo situado em zona rural
Velocidade básica do vento	Município de São Carlos (SP) ∴ $V_0 = 40$ m/s
Topografia do terreno	Terreno plano
Rugosidade do terreno	Zona rural ∴ Categoria III
Fator estatístico	Edificações não destinadas à ocupação humana e sem circulação de pessoas no entorno

Fonte: A autoria própria (2024)

As forças geradas pelo vento em ambas as edificações estão contidas nos diagramas da Figura 4.8, resultados estes que foram obtidos através do *software iTruss*.

Figura 4.8 – Forças devidas ao vento nas edificações com vãos de (a) 6 metros e (b) 12 metros (valores em N/m²)

Fonte: A autoria própria (2024)

4.3.3 DIMENSIONAMENTO

O *software iTruss*, desenvolvido por Fraga (2020), contempla todas as rotinas de dimensionamento apresentadas nos itens 2.2.3 e 2.2.4, as quais estão fundamentadas nas recomendações da ABNT NBR 7190-1 (2022). Essa ferramenta computacional foi programada para detectar as combinações de ações críticas com base nos valores nominais e classes de carregamento de cada ação inserida. Assim, ao fornecer os coeficientes de ponderação (γ) e os fatores de combinação (ψ_0) e de redução (ψ_1 e ψ_2) presentes na Tabela 4.4, as combinações críticas de esforços solicitantes no Estado-Limite Último (ELU) e deslocamentos no Estado-Limite de Serviço (ELS) são exibidas na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Combinações críticas de esforços solicitantes no ELU e deslocamentos no ELS

Estado-limite	Vão da treliça (m)	Combinação	Classe de carregamento da ação variável principal
ELU	6	$S_d = 1,4S_G + 1,5S_{Q_{AU}} + (1,4 \cdot 0,6)S_{Q_{W,90^\circ(+)}}$	Longa duração ∴ $k_{mod1} = 0,70$
ELS		$\delta_{inst} = \delta_{inst,G} + \delta_{inst,Q_{AU}}$	–
		$\delta_{fin} = \delta_{inst,G} (1 + \phi) + 0,3\delta_{inst,Q_{AU}} (1 + \phi)$	–

Tabela 4.6 – Combinações críticas de esforços solicitantes no ELU e deslocamentos no ELS (continuação)

Estado-limite	Vão da treliça (m)	Combinação	Classe de carregamento da ação variável principal
ELU	12	$S_{d,1} = 1,4S_G + 1,5S_{Q_{AU}} + (1,4 \cdot 0,6)S_{Q_{W,0^\circ(+)}}$	Longa duração $\therefore k_{mod1} = 0,70$
		$S_{d,2} = 1,0S_G + 1,4S_{Q_{W,0^\circ(-)}}$	Instantânea $\therefore k_{mod1} = 1,10$
		$S_{d,3} = 1,0S_G + 1,4S_{Q_{W,90^\circ(-)}}$	Instantânea $\therefore k_{mod1} = 1,10$
ELS		$\delta_{inst} = \delta_{inst,G} + \delta_{inst,Q_{AU}}$	–
		$\delta_{fin} = \delta_{inst,G} (1 + \phi) + 0,3\delta_{inst,Q_{AU}} (1 + \phi)$	–

G: Permanente; *Q*: Variável; *AU*: Acidental de Utilização; *W*: Vento

Fonte: Autoria própria (2024)

Da Tabela 4.6:

S_d : Esforço solicitante de cálculo;

δ_{inst} : Deslocamento instantâneo;

δ_{fin} : Deslocamento final;

ϕ : Coeficiente de fluência da madeira, dado pela Tabela 20 da ABNT NBR 7190-1 (2022).

Neste trabalho, foi empregada a abordagem separada do coeficiente parcial de modificação k_{mod1} em função da duração da ação variável principal na combinação. No caso de k_{mod2} , foi considerado o valor de 1,00 referente à classe de umidade (1), isto é, com umidade relativa do ambiente igual ou inferior a 65%. Para essa classe de umidade e para madeira serrada, o coeficiente de fluência (ϕ) é estabelecido como 0,6, conforme a Tabela 20 da ABNT NBR 7190-1 (2022).

Algumas observações adicionais merecem destaque ao analisar a Tabela 4.6. Nota-se que os ventos de sucção foram desconsiderados nas combinações do ELU referentes à treliça com vão de 6 metros. De acordo com Moliterno (2010), no caso específico de coberturas com telhas cerâmicas, quando estas não estão amarradas ou fixadas por meio de pregos na estrutura da armação do telhado, a ação de sucção torna-se irrelevante. Durante uma ventania intensa, pode ocorrer um destelhamento parcial, permitindo a saída do fluxo de ar, sem que a estrutura seja comprometida. Evidentemente, isso não se aplica para coberturas com telhas de fibrocimento, as quais são fixadas na estrutura por meio de ganchos e parafusos. Por essa razão, os efeitos de sucção foram considerados nesse último caso. Moliterno (2010) também acrescenta que, contanto que o possível destelhamento da cobertura com telhas cerâmicas ocorra em um local que não ameace a integridade física de seres humanos, a amarração das telhas é dispensada para inclinações inferiores a 75%.

Uma segunda observação pertinente à Tabela 4.6 é que, para as combinações no ELS, somente as ações permanentes e variável acidental de utilização foram mantidas.

Devido à natureza rígida do material da estrutura, a inclusão da ação do vento nas combinações do ELS é dispensada, uma vez que essa ação possui uma duração instantânea e não impacta o uso normal da estrutura (Calil Junior *et al.*, 2019).

De posse dessas informações, prosseguiu-se para o dimensionamento das estruturas. Embora os valores das propriedades físicas e mecânicas tenham sido obtidos experimentalmente, tais dados serão reservados exclusivamente para as análises de confiabilidade. No processo de dimensionamento, foram empregados os valores correspondentes às classes de resistência das espécies estudadas, com a finalidade de alinhar o cálculo às condições reais de projeto estabelecidas pelos engenheiros de estruturas.

Em consulta a diversas madeireiras nos estados de São Paulo e Minas Gerais, foi possível determinar um conjunto de seções transversais que cumprem os limites mínimos estabelecidos pelo item 9.2.1 da ABNT NBR 7190-1 (2022). Esse item estipula que, para peças principais isoladas, como vigas e barras longitudinais de treliças, a área mínima das seções transversais deve ser de 50 cm² e a espessura mínima de 5 cm. Em peças principais múltiplas, a área mínima da seção transversal de cada elemento componente deve ser de 35 cm² e a espessura mínima de 2,5 cm. Com base nesses dados, a Tabela 4.7 apresenta a relação obtida com tais fornecedores, que por sua vez está em conformidade com as dimensões estipuladas pela ABNT NBR 14807 (2002).

Tabela 4.7 – Relação de perfis obtida por meio de consulta a madeireiras locais

Nome da peça	Espessura (mm)	Largura (mm)
Pranchão	60	500
	80	300
	80	400
Prancha	50	250
	50	300
Viga	50	110
	50	150
	50	200
Tábua	25	150
	25	200
	25	250
	25	300
Caibro	50	50
Ripa	15	50

Fonte: Autoria própria (2024)

Antes de apresentar os perfis resultantes do dimensionamento dos componentes das treliças, é importante mencionar os perfis derivados da estrutura situada acima da treliça, ou seja, as terças, ripas e caibros. Mesmo que esses elementos não sejam o foco da análise de confiabilidade, conhecer suas dimensões é fundamental para calcular as forças oriundas do peso próprio da estrutura. Dado que as ripas e caibros têm dimensões restritas, o seu

dimensionamento é mais dependente do espaçamento entre as peças. Para o espaçamento proposto neste estudo, isto é, 38 cm para as ripas e 50 cm para os caibros, os perfis indicados na Tabela 4.7 para esses tipos de peça cumprem todas as verificações. Quanto às terças, foram adotadas vigas de 50 × 150 mm, que também cumpriram todas as verificações para o espaçamento e carga propostos, desde que haja algum tipo de travamento lateral no meio do vão de 3 metros para prevenir a instabilidade lateral sob esforços de flexão.

Em todo o processo de análise estrutural, foi utilizado o Método dos Elementos Finitos (MEF), destacando-se que o modelo adotado no processamento da estrutura foi o de treliça clássica. Nesse modelo, os elementos de barra são considerados perfeitamente articulados em suas extremidades e submetidos exclusivamente a esforços axiais.

Finalmente, após a implementação de todas as diretrizes mencionadas no *software iTruss*, foi possível obter a relação subsequente de perfis dimensionados para os diferentes grupos da treliça, considerando cada vão e espécie estudados, conforme disposto na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Relação de perfis dimensionados para as treliças

Vão (m)	Madeira/Classe de resistência	Seção transversal (barra crítica entre parênteses)			
		BI (mm)	BS (mm)	D (mm)	M (mm)
6	Cambará/D30	50 × 110 (1)	50 × 250 (5)	50 × 110 (9)	2. 25 × 150 (12)
	Angelim-pedra/D40	50 × 110 (1)	50 × 200 (5)	50 × 110 (9)	2. 25 × 150 (12)
	Angelim-vermelho/D60	50 × 110 (1)	50 × 150 (5)	50 × 110 (9)	2. 25 × 150 (12)
12	Cambará/D30	50 × 250 (2)	50 × 300 (9)	50 × 110 (19)	2. 25 × 150 (26)
	Angelim-pedra/D40	50 × 200 (2)	50 × 250 (9)	50 × 110 (19)	2. 25 × 150 (26)
	Angelim-vermelho/D60	50 × 150 (2)	50 × 200 (9)	50 × 110 (19)	2. 25 × 150 (26)

BI: Banzo Inferior; BS: Banzo Superior; D: Diagonais; M: Montantes

Fonte: Autoria própria (2024)

4.4 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

Após a concepção e o dimensionamento da estrutura, procede-se à implementação das variáveis aleatórias e à configuração necessária para a condução da Simulação de Monte Carlo (SMC). Assim, este subcapítulo visa detalhar a seleção das distribuições de probabilidades, a parametrização das variáveis aleatórias e o processo de configuração da SMC.

4.4.1 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Neste estudo, foram propostas duas abordagens de simulação. A primeira se relaciona ao nível de confiabilidade da estrutura, considerando apenas as variáveis aleatórias inerentes ao problema, como as propriedades físicas e mecânicas do material, a variabilidade

dimensional e a variabilidade das ações e carregamentos. Por sua vez, a segunda abordagem envolve o nível de confiabilidade, levando em conta todas as variáveis aleatórias intrínsecas, juntamente com as variáveis de defeito, que, neste estudo, se referem à variação na inclinação das fibras.

Essa variável pode estar relacionada a dois aspectos: defeitos no momento da serragem da madeira ou à variabilidade inerente ao longo do eixo longitudinal do material. Devido ao fato de a madeira ser um material heterogêneo e anisotrópico (Brémaud *et al.*, 2011; Ozyhar *et al.*, 2012; Malaga-Toboła *et al.*, 2019; Dong *et al.*, 2022; Radwan *et al.*, 2023), suas propriedades mecânicas já apresentam variações consideráveis de acordo com a seção de análise. Isso permite considerar que a inclinação das fibras ao longo do eixo pode apresentar desvios, indo além da situação frequentemente assumida por projetistas, ou seja, o paralelismo das fibras em relação ao esforço aplicado em todas as peças longitudinais de treliças. Essa premissa de desvios inerentes foi muito bem comprovada por Faria *et al.* (2008) no capítulo de revisão bibliográfica.

Entretanto, além dessas considerações, surge outra problemática: a falta de estudos que modelaram probabilisticamente essa variável aleatória. Faria *et al.* (2008) forneceram valores das inclinações, no entanto, em cada ponto de análise, os autores basearam-se em amostras com apenas quatro elementos, o que é insuficiente para estabelecer um modelo probabilístico a partir de tal amostra. Ademais, sabe-se que cada espécie de madeira apresenta características e comportamentos únicos, o que reforça a problemática, uma vez que os autores utilizaram amostras do gênero *Eucalyptus*, que não correspondem às amostras de madeira utilizadas nesta pesquisa.

Para a construção das funções de densidade de probabilidades (FDP) da inclinação das fibras, seria necessária a inspeção visual, conforme a ABNT NBR 7190-2 (2022), de uma amostra representativa de peças estruturais para cada espécie estudada, preferencialmente com $n \geq 30$, de modo a atender ao Teorema Central do Limite. Contudo, devido às limitações de recursos impostas pelas geometrias apresentadas e aos objetivos da presente pesquisa, que se restringem à análise da influência de determinadas inclinações nos índices de confiabilidade, tais inspeções não foram realizadas.

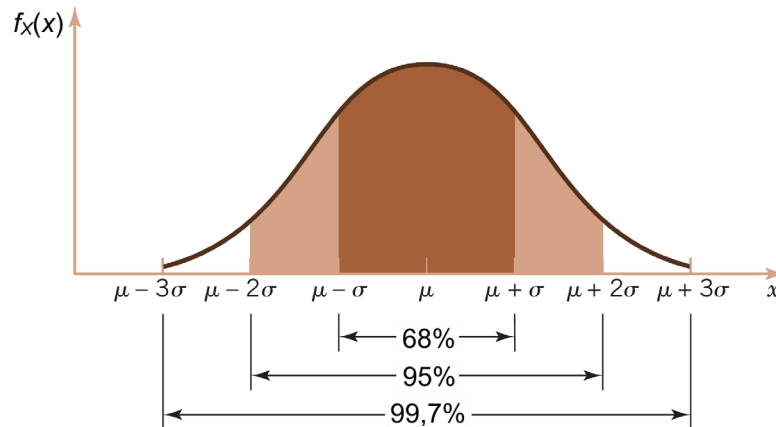
Portanto, a solução adotada neste estudo foi a consideração de faixas de inclinação com distribuição Normal, e parâmetros tais que permitam varrer um intervalo de valores entre 0° e 12° . Através dessas faixas, foi possível determinar a partir de qual média, ou valor esperado, a estrutura começará a apresentar comprometimento em seu índice de confiabilidade. Com base no exposto, a Tabela 4.9 apresenta os intervalos de inclinações, suas distribuições e os parâmetros considerados.

Tabela 4.9 – Distribuições e parâmetros adotados para a inclinação das fibras da madeira

Intervalo	Distribuição	Valor esperado/média (μ)	CV (%) (σ/μ)
1	Normal	2°	$[(2/3)/2] \times 100$
2		4°	$[(2/3)/4] \times 100$
3		6°	$[(2/3)/6] \times 100$
4		8°	$[(2/3)/8] \times 100$
5		10°	$[(2/3)/10] \times 100$

Fonte: Autoria própria (2024)

Observa-se na Tabela 4.9 que todos os desvios-padrão (σ) apresentam o valor de 2/3. Esses desvios foram definidos de forma que, em todas as faixas de inclinação, os valores nos dois extremos da distribuição pudessem ser obtidos a partir das médias imediatamente anterior e posterior. Dessa forma, os desvios-padrão (σ) foram estimados utilizando a regra dos três sigmas, a qual estabelece que aproximadamente 99,7% dos valores de uma distribuição Normal estão contidos em um intervalo de três desvios-padrão (σ) em torno da média (μ), conforme ilustrado na Figura 4.9 e descrito na Equação 4.4.

Figura 4.9 – Probabilidades associadas à distribuição Normal

Fonte: Adaptado de Montgomery e Runger (2021)

$$\begin{cases} \mu - 3\sigma \approx \mu - 2 \\ \mu + 3\sigma \approx \mu + 2 \end{cases} \therefore \sigma \approx \frac{2}{3} \quad (4.4)$$

Quanto às variáveis aleatórias inerentes, os parâmetros necessários podem ser obtidos a partir de materiais bibliográficos correspondentes. No capítulo de revisão bibliográfica, alguns autores fizeram referência a Köhler *et al.* (2007), que, por sua vez, utiliza algumas bases do *Joint Committee on Structural Safety* JCSS (2001) (em português, Comitê Conjunto de Segurança Estrutural). Adicionalmente, é notável a contribuição de Santiago *et al.* (2020), que propõe distribuições de probabilidades de ações fundamentadas em normativas brasileiras. Portanto, ao consultar as referências apropriadas, as variáveis aleatórias e seus respectivos parâmetros são apresentados na Tabela 4.10.

Tabela 4.10 – Distribuições e parâmetros adotados para as variáveis aleatórias do problema

Variável	Distribuição	Valor esperado (média)	CV (%)	Referência
b (mm)	Normal	Obtido no dimensionamento (ver item 4.3.3 e Tabela 4.8)	$\frac{2}{b} \times 100$	JCSS (2001); Köhler <i>et al.</i> (2007)
h (mm)			$\frac{2}{h} \times 100$	
G_T (N/m ²)	Normal	Cerâmicas: 1,06·650 = 689 Fibrocimento: 1,06·180 = 191	12,0	Beck e Corrêa (2013); Santiago <i>et al.</i> (2020)
$Q_{AU,50}$ (N/m ²)	Gumbel	250	40,0	
$V_{0,1}$ (m/s)	Gumbel	0,95·40,0 = 38,0	13,0	
$V_{0,50}$ (m/s)	Gumbel	0,57·40,0 = 22,8	21,0	
$f_{ca,k}$ (MPa)	SD: Normal CD: Determinística	SD: Obtido experimentalmente CD: Em função de α	SD: Obtido experimentalmente CD: Não considera	–
$E_{ca,med}$ (MPa)				
$E_{\alpha,05}$ (MPa)				
$f_{ta,k}$ (MPa)				
$E_{ta,med}$ (MPa)				
ρ_{ap} (kg/m ³)	Normal	Obtido experimentalmente	Obtido experimentalmente	–
k_{mod}	Determinística	0,70 ou 1,10	Não considera	–

G: Permanente; *Q*: Variável; *T*: Telhas; *AU*: Acidental de Utilização; *W*: Vento; SD: Sem Defeito; CD: Com Defeito

Fonte: Autoria própria (2024)

Da Tabela 4.10:

- b : Espessura do perfil;
- h : Altura ou largura do perfil;
- G_T : Peso das telhas;
- $Q_{AU,50}$: Ação variável acidental de utilização no período de referência de 50 anos;
- $V_{0,1}$: Velocidade básica do vento no período de referência de 1 ano;
- $V_{0,50}$: Velocidade básica do vento no período de referência de 50 anos;
- $f_{c,k}$: Valor característico da resistência à compressão;
- $E_{c,med}$: Valor médio do módulo de elasticidade na compressão;
- E_{05} : Valor característico inferior (quinto percentil) do módulo de elasticidade na compressão;
- $f_{t,k}$: Valor característico da resistência à tração;
- $E_{t,med}$: Valor médio do módulo de elasticidade na tração;
- ρ_{ap} : Densidade aparente a 12% de umidade;
- α : Ângulo de inclinação das fibras em relação ao eixo axial (longitudinal);
- k_{mod} : Coeficiente de modificação.

A análise da Tabela 4.10 revela que as propriedades mecânicas são as únicas variáveis que modificam sua configuração em função do tipo de simulação. Com a incorporação do efeito da inclinação das fibras, essas propriedades passam a ser estimadas de maneira determinística por meio das funções de estimativa geradas pelos modelos de regressão. Para esse caso, a variável aleatória em questão é a inclinação das fibras, que por sua vez produzirá valores distintos de propriedades mecânicas.

É importante enfatizar que, ao incluir as inclinações, foram empregados os valores característicos das propriedades mecânicas de resistência, obtidos por meio das funções de estimativa, conforme já mencionado. Isso justifica a inclusão do termo “projetos” no título da pesquisa, ou seja, foi avaliado o impacto da inclinação no índice de confiabilidade da estrutura em uma situação de projeto, e não em uma situação real. A situação real se refere à primeira simulação de confiabilidade que leva em conta apenas as variáveis inerentes ao problema, isto é, sem a consideração do defeito. Portanto, é razoável supor que existem grandes chances de os índices de confiabilidade serem inferiores aos mínimos recomendados por norma quando consideradas as inclinações das fibras, uma vez que o maior valor possível para a resistência na simulação será o valor característico, que, geralmente, é o valor que tem uma probabilidade de 5% de não ser atingido, considerando sua distribuição. No entanto, tal ocorrência não será um problema, pois o objetivo é avaliar a redução nos índices de confiabilidade em situação de projeto à medida que se aumenta a inclinação das fibras.

Diante do que foi mencionado, as simulações que levam em conta a inclinação das fibras não poderão ser comparadas diretamente com a primeira simulação que considera apenas as variáveis aleatórias intrínsecas, uma vez que os resultados das primeiras serão relativamente inferiores aos das segundas. Portanto, para estabelecer um parâmetro de comparação, foi realizada uma simulação na qual os valores de resistência e rigidez foram fixados, todos na direção paralela às fibras. Somente após essa etapa é que foram conduzidas as simulações com as cinco inclinações da Tabela 4.9. Para maior esclarecimento da sequência e quantidade de simulações, recomenda-se a consulta à Figura 4.10.

Outro aspecto que se destaca na Tabela 4.10 são os períodos de referência nas velocidades básicas do vento (V) e na ação variável accidental de utilização (Q_{AU}). Assim como no dimensionamento da estrutura, nas análises de confiabilidade também são calculadas combinações de ações para considerar seu efeito conjunto. No entanto, aqui não são considerados os coeficientes de ponderação (γ) nem os fatores de combinação (ψ). Na verdade, o que se tem é um valor máximo aproximado (S) pela maior combinação entre o valor máximo de um dos processos componentes e o valor de ponto arbitrário (em inglês, *arbitrary point-in-time*) dos demais processos componentes, conforme expresso na Equação 4.5. A consideração do valor arbitrário (que, no caso do vento, é o valor máximo anual) é necessária, pois a probabilidade de coincidência temporal dos valores extremos de dois ou mais carregamentos é extremamente reduzida.

Ventos de pressão inferiores à ação accidental de utilização:

$$S = S_G + S_{Q_{AU},50} + S_{Q_W,1}$$

Ventos de sucção:

$$S = S_G + S_{Q_W,50}$$

(4.5)

Da Equação 4.5:

S_G : Solicitação devida às ações permanentes;

$S_{QAU,50}$: Solicitação devida à ação accidental de utilização no período de referência de 50 anos;

$S_{QW,1}$: Solicitação devida à ação do vento no período de referência de 1 ano;

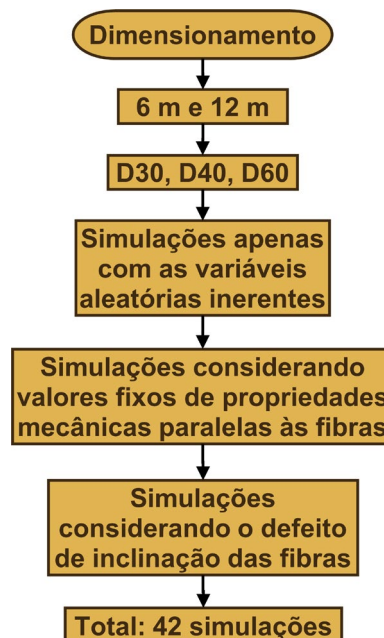
$S_{QW,50}$: Solicitação devida à ação do vento no período de referência de 50 anos.

Portanto, o que é apresentado na Equação 4.5 é uma combinação de ações análoga àquelas utilizadas no dimensionamento (Tabela 4.6), porém, sem a inclusão dos coeficientes de ponderação (γ) e fatores de combinação (ψ). Ambas são calculadas seguindo a regra de Turkstra (Turkstra, 1970), cuja a vantagem é a possibilidade da formulação de um conjunto de problemas de confiabilidade independentes do tempo, servindo como aproximação para a solução do problema de combinação de ações estocásticas.

4.4.2 CONFIGURAÇÕES DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

Considerando toda a parametrização exposta, foram conduzidas 42 Simulações de Monte Carlo (SMC), conforme detalhado no fluxograma da Figura 4.10. Após a execução das SMCs, os índices de confiabilidade foram exibidos apenas para as barras críticas de cada grupo da treliça, pois são elas que determinam o dimensionamento da estrutura. Tais barras foram identificadas anteriormente na Tabela 4.8.

Figura 4.10 – Fluxograma das Simulações de Monte Carlo (SMC)



Fonte: Autoria própria (2024)

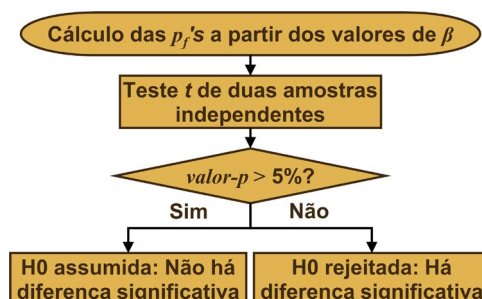
Os índices de confiabilidade, derivados da Simulação de Monte Carlo (SMC) que leva em consideração apenas as variáveis aleatórias inerentes, foram confrontados com os limites estabelecidos pelo EN 1990 (2002). Essa comparação foi realizada considerando a Classe de

Consequência 1 (CC1, RC1 – Edificações agrícolas), conforme exposto previamente na Tabela 2.9 e Tabela 2.10 do Capítulo 2 – “Aspectos Fundamentais”.

Por outro lado, os índices de confiabilidade resultantes das simulações que incorporam a inclinação das fibras foram comparados com os índices obtidos na SMC que considera o paralelismo determinístico das fibras em relação às forças aplicadas. Essa verificação foi realizada levando em conta as probabilidades de falha (p_f) associadas aos índices β , dispondo do teste t de duas amostras independentes e dos Intervalos de Confiança (IC) a 95%, calculados de acordo com as Equações 2.36 e 2.37.

O teste t de duas amostras independentes é um teste estatístico utilizado para comparar as médias de duas amostras ou grupos diferentes para determinar se há uma diferença estatisticamente significativa entre elas. A interpretação do teste t envolve duas hipóteses: um $\text{valor-}p \leq 0,05$ indica a rejeição da hipótese nula (H_0), concluindo que as médias das duas amostras são diferentes, indicando uma diferença significativa. Caso contrário ($\text{valor-}p > 0,05$), a hipótese nula (H_0) é assumida, indicando que as médias das duas amostras são iguais, ou seja, não há diferença significativa entre elas. O referido teste foi realizado em código *Python*, utilizando a função “ t ” da biblioteca “*scipy.stats*”. Na Figura 4.11 é apresentado o procedimento de aferição das divergências por meio do teste t .

Figura 4.11 – Fluxograma do teste t de duas amostras independentes



Fonte: Autoria própria (2024)

Em relação ao número de amostras utilizadas, foram realizados testes de convergência para ambas as geometrias sugeridas. O critério de parada adotado foi a igualdade do índice de confiabilidade (β) na primeira casa decimal em todas as combinações previamente elucidadas. Iniciando com 10.000 amostras e incrementando 10.000 em cada iteração, o valor máximo foi alcançado para a geometria com vão de 12 metros, correspondendo a 150.000 amostras. Assim, decidiu-se adotar um total de 200.000 amostras para todas as simulações.

Para a estimativa de β , foram codificados 25 pontos de integração ($k = 25$) utilizando o método de Gauss-Legendre e uma tolerância do método de Newton-Raphson igual a 10^{-20} , garantindo uma precisão adequada na estimativa.

Por fim, é importante destacar que todas as rotinas foram desenvolvidas utilizando a linguagem de programação *Python*, na plataforma do *Visual Studio Code (VS Code)*. Para a realização das simulações, foram empregadas duas máquinas com as seguintes especificações:

- **Máquina 1:** Sistema operacional *macOS Sonoma*, versão 17; Memória unificada de 8 GB; Processador M1 com CPU de 8 núcleos (4 de desempenho e 4 de eficiência) e GPU de 7 núcleos; SSD de 256 GB.
- **Máquina 2:** Sistema operacional *macOS Sonoma*, versão 17; Memória de 64GB DDR4; Processador *Intel Core i5* de 10ª geração; SSD de 1 TB.

Considerando as especificações mencionadas, em média, foram necessárias 2 horas para cada simulação da treliça com 6 metros de vão (1 hora por combinação) e 9 horas para a treliça com 12 metros de vão (3 horas por combinação). Ao todo foram contabilizadas cerca de 231 horas de simulação.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, serão apresentados os resultados obtidos com base na metodologia empregada. Adicionalmente, serão conduzidas discussões com o objetivo de destacar as contribuições da pesquisa e abrir espaço para reflexões críticas e revisão das diretrizes adotadas. Para cumprir esses objetivos, o capítulo subdivide-se em três seções principais:

- Caracterização das propriedades físicas e mecânicas da madeira com fibras inclinadas;
- Estimativa das propriedades mecânicas da madeira com fibras inclinadas;
- Análise de confiabilidade.

5.1 CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS DA MADEIRA COM FIBRAS INCLINADAS

Conforme mencionado no Capítulo 4 – “Material e Métodos”, a caracterização foi executada exclusivamente para as espécies que se enquadram nas classes de resistência D30, D40 e D60, a saber: *Erismia uncinatum* (Cambará); *Hymenolobium petraeum* (Angelimpedra) e *Dinizia excelsa* (Angelim-vermelho), respectivamente. Portanto, neste subcapítulo, serão expostos os resultados obtidos em laboratório, juntamente com suas análises estatísticas correspondentes.

5.1.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os valores médios e os Coeficientes de Variação (CV) obtidos para as cinco propriedades avaliadas, a saber, resistência à compressão (f_c), módulo de elasticidade na compressão (E_c), resistência à tração (f_t), módulo de elasticidade na tração (E_t) e densidade aparente na umidade de 12% (ρ_{ap}), estão dispostos nos gráficos da Figura 5.1, considerando cada inclinação testada (α).

Figura 5.1 – Valores médios e Coeficientes de Variação (CV) das propriedades mecânicas e físicas das madeiras de Cambará (C), Angelim-pedra (AP) e Angelim-vermelho (AV), obtidos experimentalmente para cada inclinação

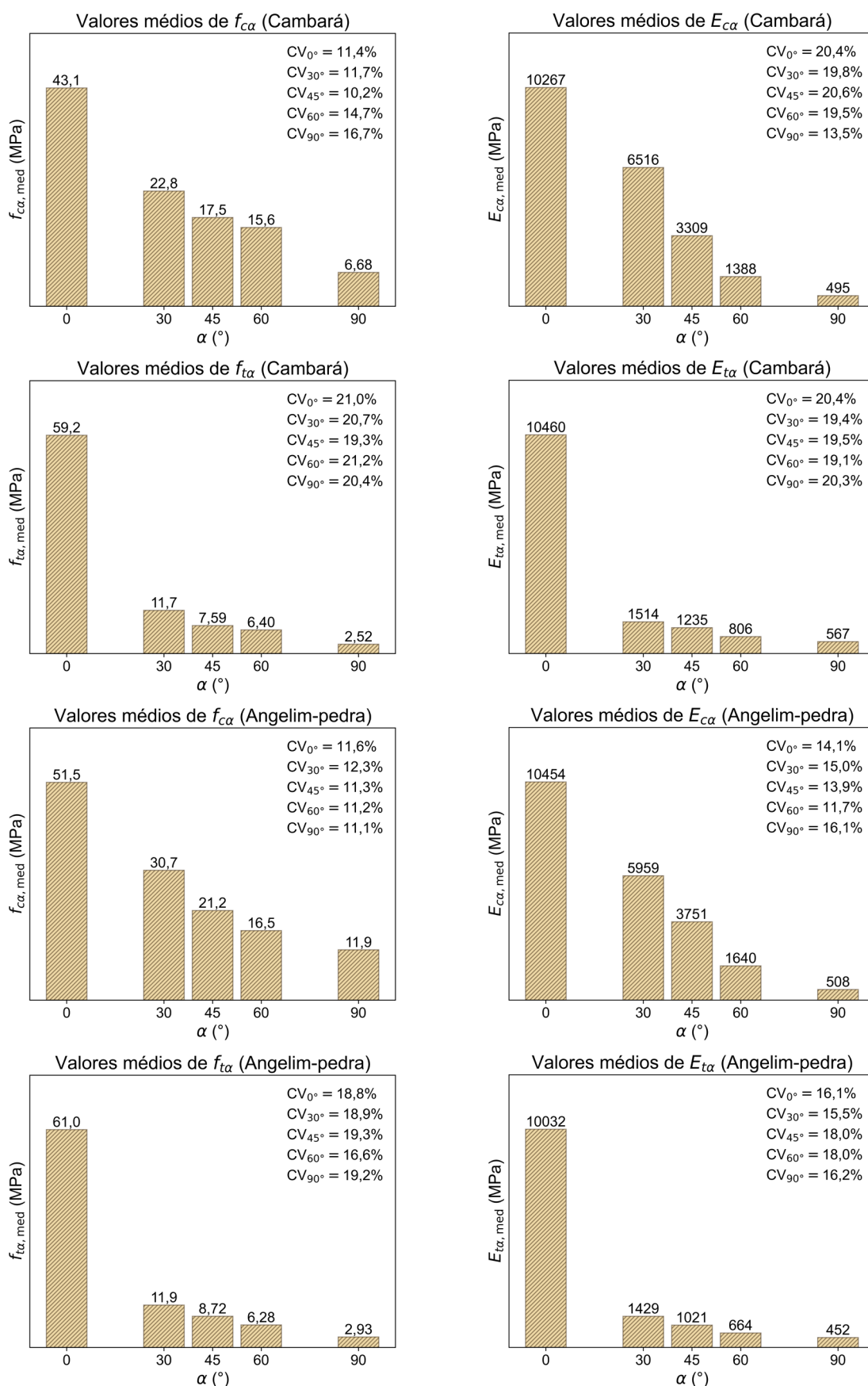
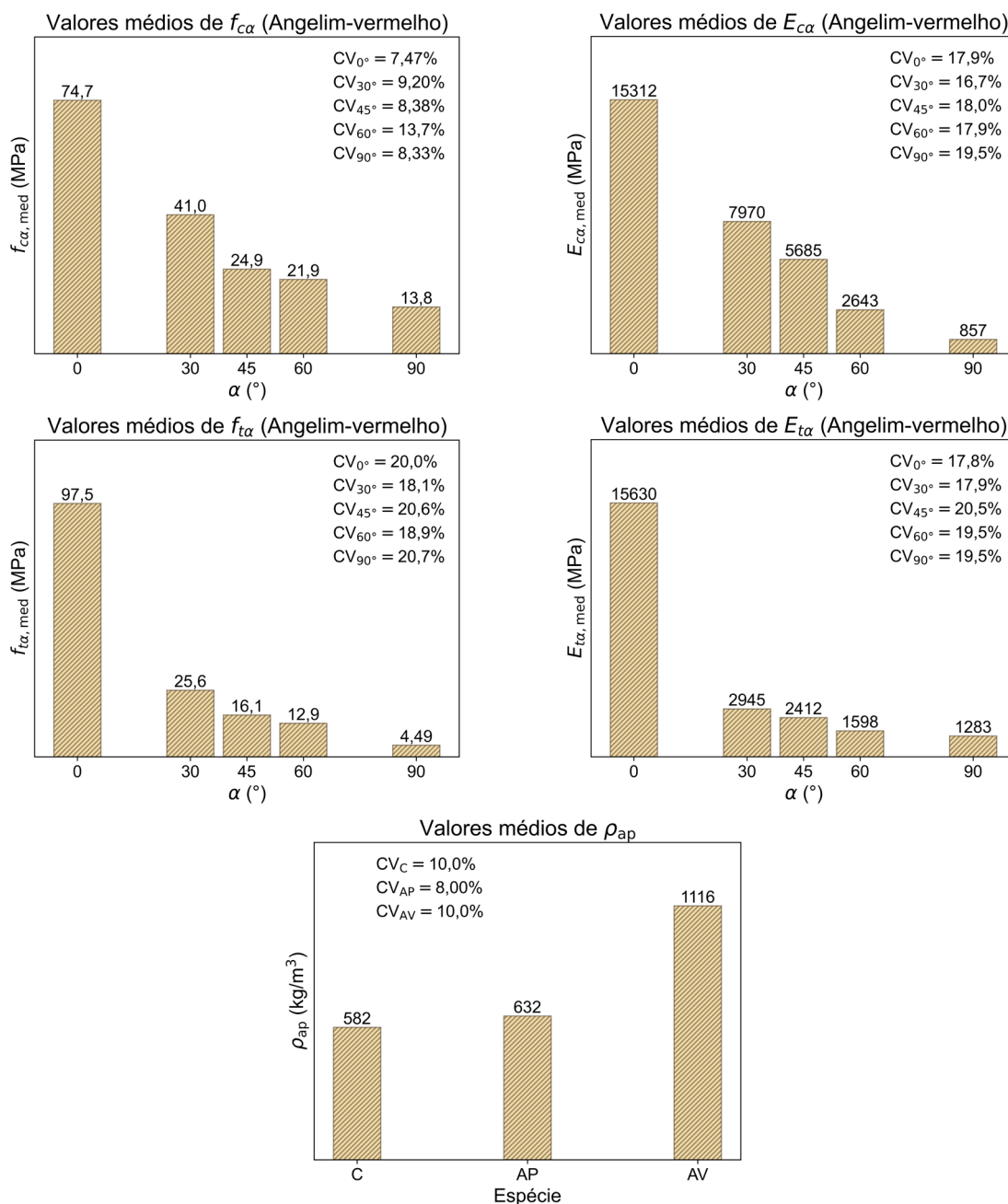


Figura 5.1 – Valores médios e Coeficientes de Variação (CV) das propriedades mecânicas e físicas das madeiras de Cambará (C), Angelim-pedra (AP) e Angelim-vermelho (AV), obtidos experimentalmente para cada inclinação (continuação)



Fonte: Autoria própria (2024)

Os resultados experimentais apresentados foram comparados com pesquisas anteriores encontradas na literatura, onde os autores caracterizaram as mesmas espécies mencionadas neste estudo. Para a espécie *Erismia uncinatum* (Cambará), foram utilizados os dados de Aquino *et al.* (2021). No caso da espécie *Hymenolobium petraeum* (Angelim-pedra), a referência foi o estudo de Teixeira *et al.* (2021), e para *Dinizia excelsa* (Angelim-vermelho), foram consultados os resultados de Couto *et al.* (2018). Essas aferições estão detalhadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Comparativo entre os resultados experimentais (valores médios) e dados da literatura

Madeira	Propr.	Presente estudo				Literat. (\bar{x})	Difer. (%)
		Média (\bar{x})	CV (%)	Min; Max	IC (95%)		
Cambará	ρ_{ap} (kg/m ³)	582	10,0	480; 654	[545; 619]	590	1,36
	f_{c0} (MPa)	43,1	11,4	33,6; 50,2	[40,0; 46,2]	45,6	5,48
	f_{c90} (MPa)	6,68	16,7	5,10; 8,50	[5,97; 7,39]	7,28	8,24
	E_{c0} (MPa)	10267	20,4	6352; 13476	[8938; 11597]	11052	7,10
	E_{c90} (MPa)	495	13,5	391; 601	[453; 538]	529	6,43
	f_{t0} (MPa)	59,2	21,0	41,0; 82,0	[51,3; 67,1]	63,8	7,21
	f_{t90} (MPa)	2,52	20,4	1,80; 3,50	[2,19; 2,84]	2,70	6,67
	E_{t0} (MPa)	10460	20,4	7860; 14290	[9101; 11819]	11426	8,45
	E_{t90} (MPa)	567	20,3	428; 796	[494; 640]	–	–
Angelim-pedra	ρ_{ap} (kg/m ³)	632	8,00	568; 714	[600; 664]	640	1,25
	f_{c0} (MPa)	51,5	11,6	41,6; 61,5	[47,7; 55,3]	54,5	5,50
	f_{c90} (MPa)	11,9	11,1	10,3; 14,6	[11,1; 12,8]	12,7	6,30
	E_{c0} (MPa)	10454	14,1	8631; 13803	[9517; 11391]	11191	6,59
	E_{c90} (MPa)	508	16,1	411; 722	[456; 560]	557	8,80
	f_{t0} (MPa)	61,0	18,8	41,6; 81,0	[53,7; 68,2]	66,7	8,55
	f_{t90} (MPa)	2,93	19,2	2,10; 3,70	[2,58; 3,29]	3,20	8,44
	E_{t0} (MPa)	10032	16,1	7896; 13173	[9006; 11059]	10840	7,45
	E_{t90} (MPa)	452	16,2	346; 579	[406; 499]	–	–
Angelim-vermelho	ρ_{ap} (kg/m ³)	1116	10,0	905; 1292	[1045; 1187]	1130	1,24
	f_{c0} (MPa)	74,7	7,47	63,5; 87,5	[71,2; 78,2]	78,0	4,23
	f_{c90} (MPa)	13,8	8,33	11,9; 15,5	[13,1; 14,5]	–	–
	E_{c0} (MPa)	15312	17,9	8570; 19511	[13569; 17056]	16695	8,28
	E_{c90} (MPa)	857	19,5	517; 1280	[751; 963]	–	–
	f_{t0} (MPa)	97,5	20,0	67,4; 148	[85,1; 110]	105	7,14
	f_{t90} (MPa)	4,49	20,7	3,10; 6,80	[3,90; 5,08]	4,80	6,46
	E_{t0} (MPa)	15630	17,8	11448; 21336	[13859; 17402]	17024	8,19
	E_{t90} (MPa)	1283	19,5	910; 1746	[1124; 1442]	–	–

Fonte: Autoria própria (2024)

Da Tabela 5.1:

- ρ_{ap} : Densidade aparente a 12% de umidade;
- f_{c0} : Resistência à compressão paralela às fibras;
- f_{c90} : Resistência à compressão perpendicular às fibras;
- E_{c0} : Módulo de elasticidade na compressão medido na direção paralela às fibras;
- E_{c90} : Módulo de elasticidade na compressão medido na direção perpendicular às fibras;
- f_{t0} : Resistência à tração paralela às fibras;
- f_{t90} : Resistência à tração perpendicular às fibras;
- E_{t0} : Módulo de elasticidade na tração medido na direção paralela às fibras;
- E_{t90} : Módulo de elasticidade na tração medido na direção perpendicular às fibras.

Pela Tabela 5.1, nota-se que os dados obtidos na presente pesquisa apresentam diferenças percentuais modestas em relação aos valores encontrados na literatura. É importante destacar o Intervalo de Confiança (IC) estabelecido, no qual todos os resultados da literatura se encontram dentro dos intervalos calculados. Isso demonstra a consistência e

a robustez das medições realizadas, bem como a validade dos resultados obtidos na pesquisa em relação às referências anteriores.

Ao analisar a Figura 5.1 e Tabela 5.1, observa-se que, em relação a algumas propriedades, o Coeficiente de Variação (CV) excedeu o valor máximo recomendado pela ABNT NBR 7190-3 (2022) de 18% para solicitações normais. No entanto, é importante destacar que, à medida que o tamanho da amostra aumenta, os CVs tendem a apresentar resultados mais próximos ou até inferiores ao limite normativo estabelecido. Essa ocorrência pode ser justificada com base no trabalho de Silva *et al.* (2020), no qual os autores realizaram testes em mais de 30 corpos de prova de sete espécies de madeira, obtendo valores de CV próximos a 18%. Além disso, as descobertas de Logsdon *et al.* (2010b), que testaram 100 corpos de prova à compressão e concluíram que o limite superior para o CV da distribuição é muito próximo de 18%, também corroboram essa explicação. Ademais, todos os três trabalhos mencionados anteriormente (Couto *et al.*, 2018; Teixeira *et al.*, 2021; Aquino *et al.*, 2021) obtiveram CVs superiores a 18% em algumas de suas propriedades, uma vez que os autores também dispuseram de amostras com 12 corpos de prova.

Por fim, cabe apresentar os valores característicos das resistências à compressão (f_c) e à tração (f_t), bem como os valores característicos inferiores (quinto percentil) dos módulos de elasticidade na compressão (E_{05}) para as três espécies estudadas, em relação às inclinações avaliadas (α). Esses valores são exibidos nos gráficos da Figura 5.2.

Figura 5.2 – Valores característicos das propriedades mecânicas de resistência à compressão (f_c), resistência à tração (f_t) e módulo de elasticidade na compressão (E_{05}) das madeiras de Cambará, Angelim-pedra e Angelim-vermelho, para cada inclinação

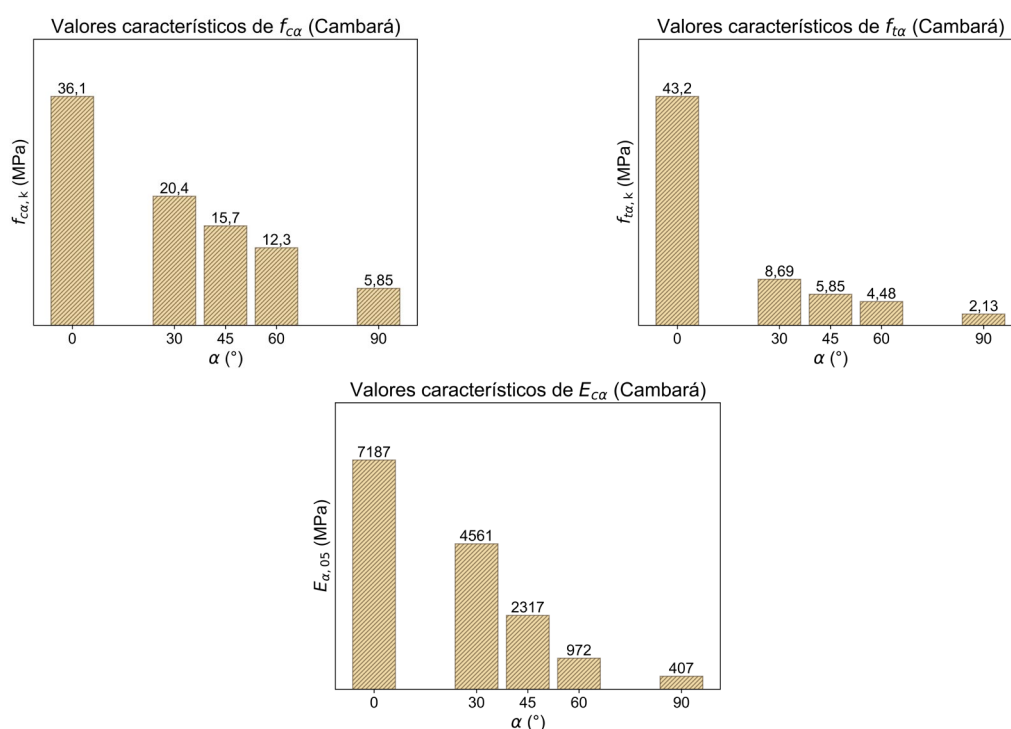
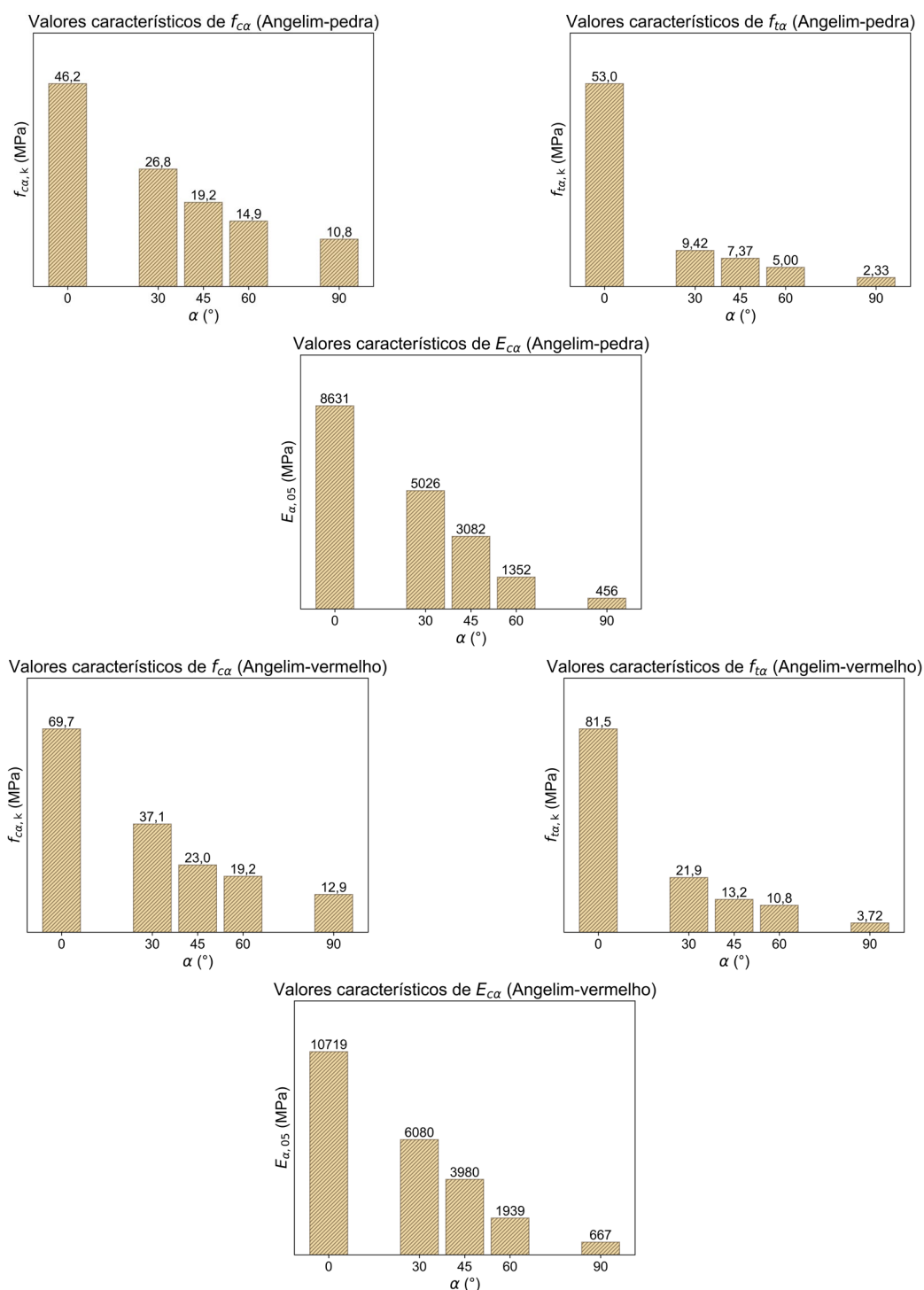


Figura 5.2 – Valores característicos das propriedades mecânicas de resistência à compressão (f_c), resistência à tração (f_t) e módulo de elasticidade na compressão (E_{05}) das madeiras de Cambará, Angelim-pedra e Angelim-vermelho, para cada inclinação (continuação)



Fonte: Autoria própria (2024)

Com base nos valores apresentados na Figura 5.2, permite-se concluir que as espécies em questão de fato se enquadram nas respectivas classes de resistência previamente mencionadas, a saber, D30 ($30 \text{ MPa} \leq f_{c0,k} < 40 \text{ MPa}$) para Cambará, D40 ($40 \text{ MPa} \leq f_{c0,k} < 50 \text{ MPa}$) para Angelim-pedra e D60 ($f_{c0,k} \geq 60 \text{ MPa}$) para Angelim-vermelho.

5.1.2 ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Na preparação para as futuras análises de confiabilidade e testes estatísticos, as premissas de normalidade foram avaliadas por meio do teste de Shapiro-Wilk para cada propriedade e em relação a cada inclinação (α). Os resultados dessa análise estatística estão contidos na Figura 5.3.

Figura 5.3 – Resultados dos testes de normalidade (Shapiro-Wilk) das propriedades mecânicas e físicas das madeiras de Cambará (C), Angelim-pedra (AP) e Angelim-vermelho (AV), para cada inclinação

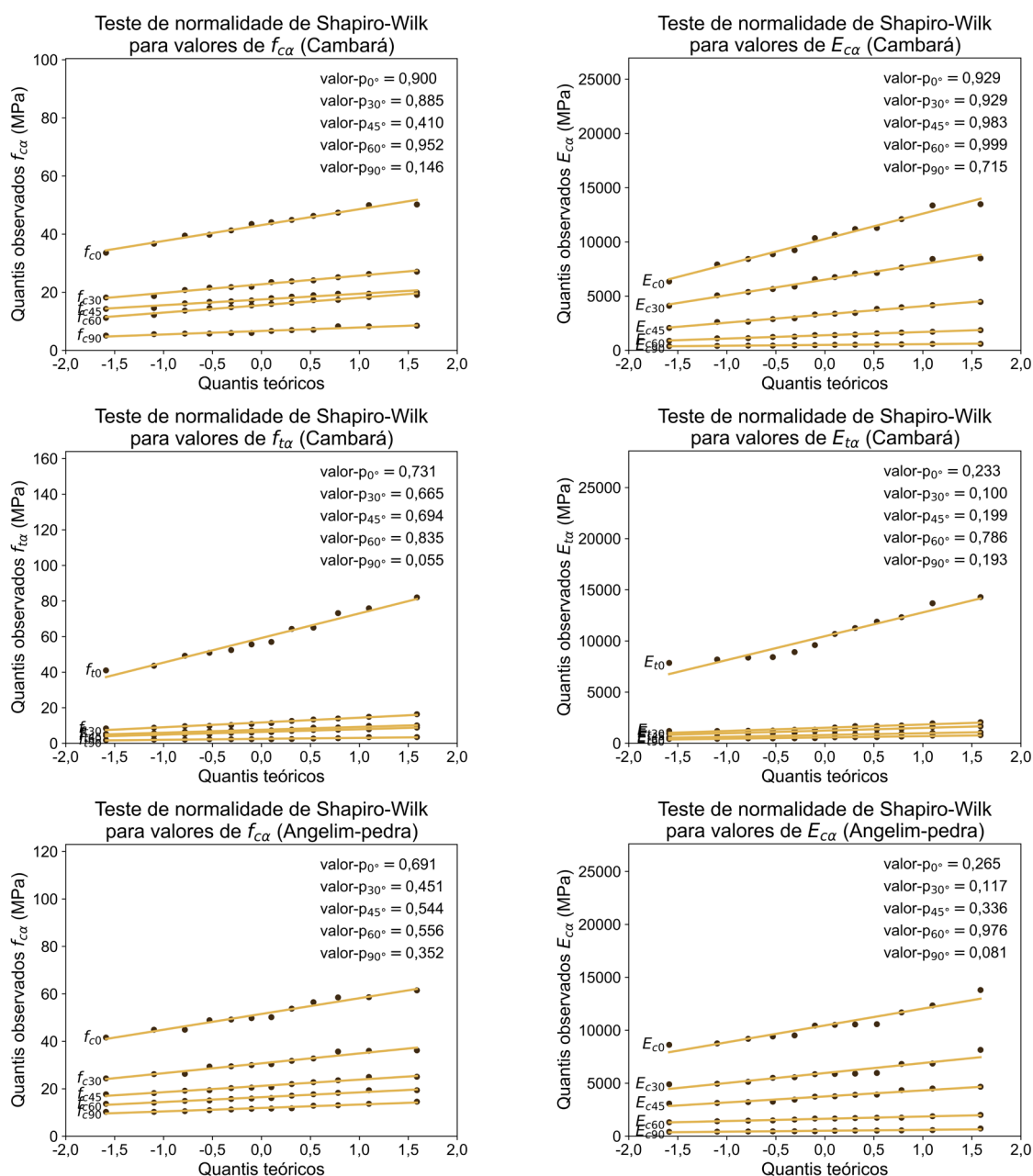
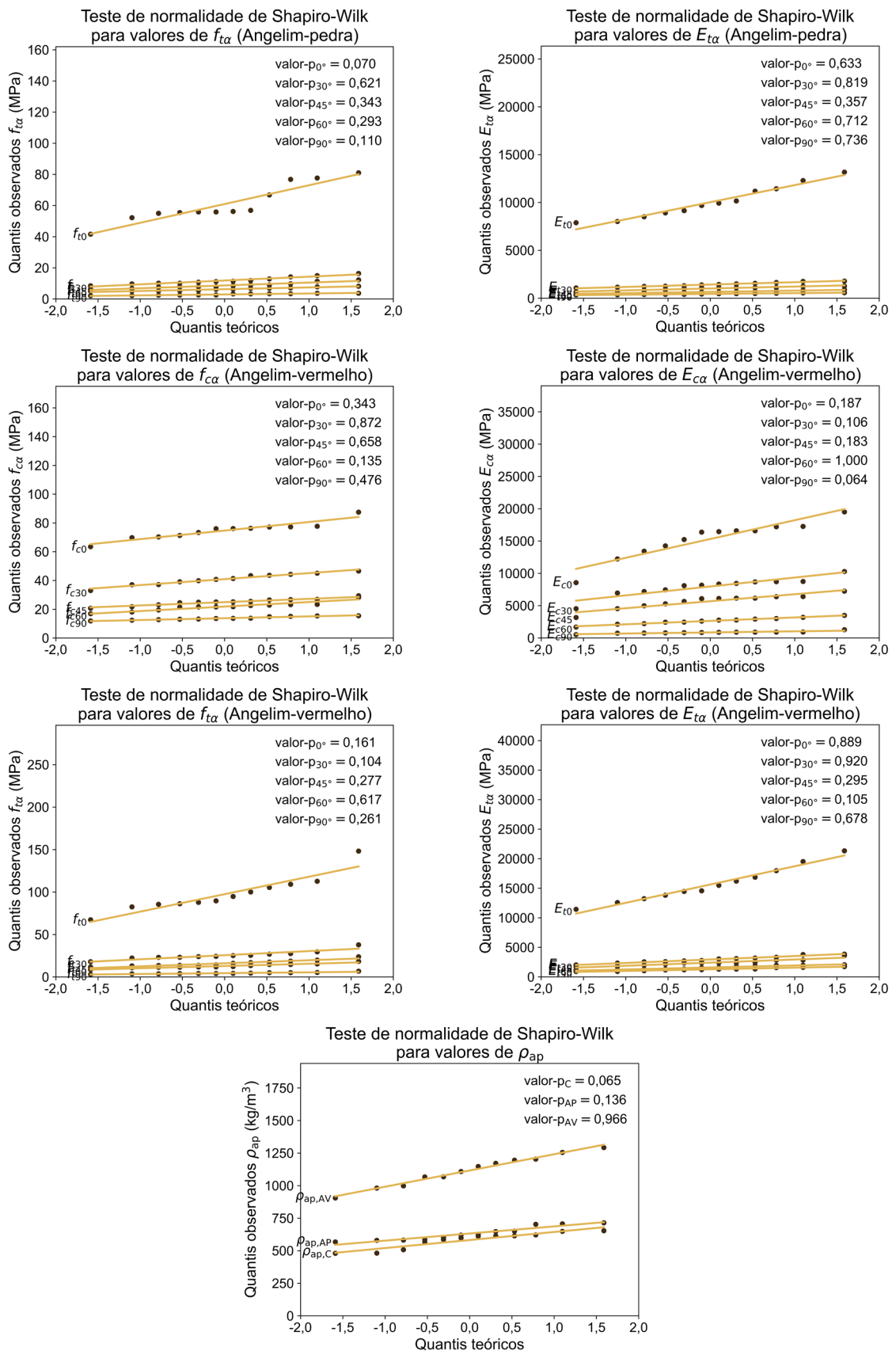


Figura 5.3 – Resultados dos testes de normalidade (Shapiro-Wilk) das propriedades mecânicas e físicas das madeiras de Cambará (C), Angelim-pedra (AP) e Angelim-vermelho (AV), para cada inclinação (continuação)



Fonte: Autoria própria (2024)

Da Figura 5.3:

- f_c : Resistência à compressão;
- E_c : Módulo de elasticidade na compressão;
- f_t : Resistência à tração;
- E_t : Módulo de elasticidade na tração;
- ρ_{ap} : Densidade aparente a 12% de umidade.

De acordo com a Figura 5.3, observa-se que, para todas as propriedades avaliadas, os *valores-p* obtidos a partir do teste de Shapiro-Wilk são superiores ao valor de significância de 5% (ou seja, *valor-p* > 0,05). Portanto, a hipótese nula (H_0) é aceita, indicando que há evidências suficientes para afirmar que todas as propriedades mecânicas seguem uma distribuição Normal.

5.2 ESTIMATIVA DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DA MADEIRA COM FIBRAS INCLINADAS

Após a análise estatística dos resultados experimentais, procede-se à construção dos modelos destinados à estimativa das propriedades mecânicas em estudo, considerando a inclinação das fibras da madeira.

5.2.1 MODELOS EMPÍRICOS

Uma vez que o capítulo de revisão bibliográfica contemplou os modelos empíricos de Hankinson (1921), Keylwerth (1951), Karlsen *et al.* (1967) e Szücs (1992) para estimar as propriedades mecânicas em situações de esforços inclinados em relação às fibras da madeira, os resultados experimentais foram contrastados com esses modelos, com o objetivo de adaptá-los aos dados obtidos nesta pesquisa, caso seja necessário. Importante relembrar que as expressões que os regem foram originalmente desenvolvidas com base em outras espécies de madeira, incorporando expoentes n definidos pelos autores. Essa diversidade pode, naturalmente, levar a divergências significativas em relação aos dados experimentais coletados, conforme documentado em várias pesquisas no capítulo de revisão bibliográfica.

Considerando a limitação do tamanho da amostra (cinco inclinações), a primeira etapa da análise envolveu o cálculo do Erro Percentual Absoluto Médio (EPAM) nas estimativas das propriedades mecânicas sugeridas pelos modelos empíricos. Esse cálculo tem como finalidade identificar eventuais anomalias nos resultados. Caso essa condição se confirme, será possível avançar para o ajuste dos expoentes n . Os resultados do EPAM nas estimativas das propriedades mecânicas, considerando os expoentes n originais, estão apresentados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Erros Percentuais Absolutos Médios (EPAM) cometidos nas estimativas das propriedades mecânicas, considerando os expoentes n originais dos modelos empíricos

Madeira	Propriedade	EPAM (%)			
		Hankinson (1921)	Keylwerth (1951)	Karlsen <i>et al.</i> (1967)	Szücs (1992)
Cambará	$f_{ca,k}$	19,6	11,6	11,7	16,7
	$E_{ca,med}$	39,6	269	32,4	38,9
	$E_{a,05}$	36,3	46,6	28,2	40,1
	$f_{ta,k}$	16,5	14,6	16,0	148
	$E_{ta,med}$	9,93	11,5	28,1	210
Angelim-pedra	$f_{ca,k}$	4,88	2,11	7,00	24,0
	$E_{ca,med}$	40,8	350	33,5	32,5
	$E_{a,05}$	39,3	303	31,7	32,7
	$f_{ta,k}$	18,1	23,1	19,7	161
	$E_{ta,med}$	7,43	8,79	22,1	235
Angelim-vermelho	$f_{ca,k}$	6,20	3,49	9,10	34,0
	$E_{ca,med}$	38,4	226	30,2	31,6
	$E_{a,05}$	37,3	77,0	29,0	28,4
	$f_{ta,k}$	28,2	20,7	15,5	104
	$E_{ta,med}$	9,14	9,62	34,1	153

Fonte: Autoria própria (2024)

Da Tabela 5.2:

$f_{c,k}$: Valor característico da resistência à compressão;

$E_{c,med}$: Valor médio do módulo de elasticidade na compressão;

E_{05} : Valor característico inferior (quinto percentil) do módulo de elasticidade na compressão;

$f_{t,k}$: Valor característico da resistência à tração;

$E_{t,med}$: Valor médio do módulo de elasticidade na tração.

Em virtude da presença de valores significativos de Erro Percentual Absoluto Médio (EPAM), que sinalizam irregularidades em algumas das propriedades mecânicas, a estratégia será voltada para o ajuste dos expoentes n nas respectivas expressões, com o intuito de minimizar os valores de EPAM.

Para efetuar esse ajuste, recorreu-se à biblioteca *Python* “*scipy.optimize.curve_fit*”, que opera com base no Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Isso permite a determinação dos expoentes n que melhor se ajustam aos modelos de previsão das propriedades mecânicas em estudo. Os valores obtidos por meio desse processo estão ilustrados nos gráficos da Figura 5.4, acompanhados dos novos valores de EPAM, considerando os expoentes n otimizados.

Figura 5.4 – Gráficos das funções dos modelos empíricos com expoentes n ajustados

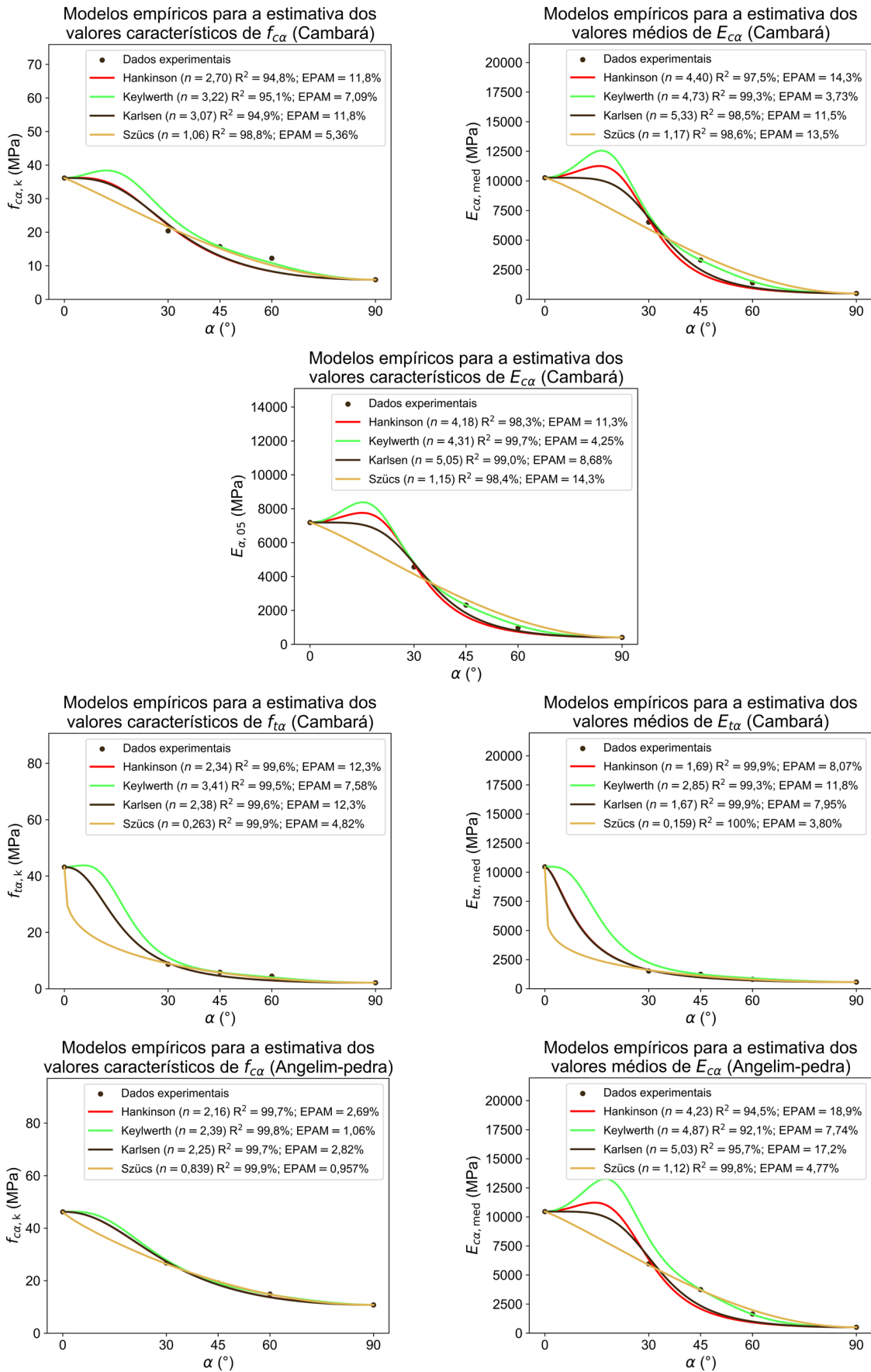


Figura 5.4 – Gráficos das funções dos modelos empíricos com expoentes n ajustados (continuação)

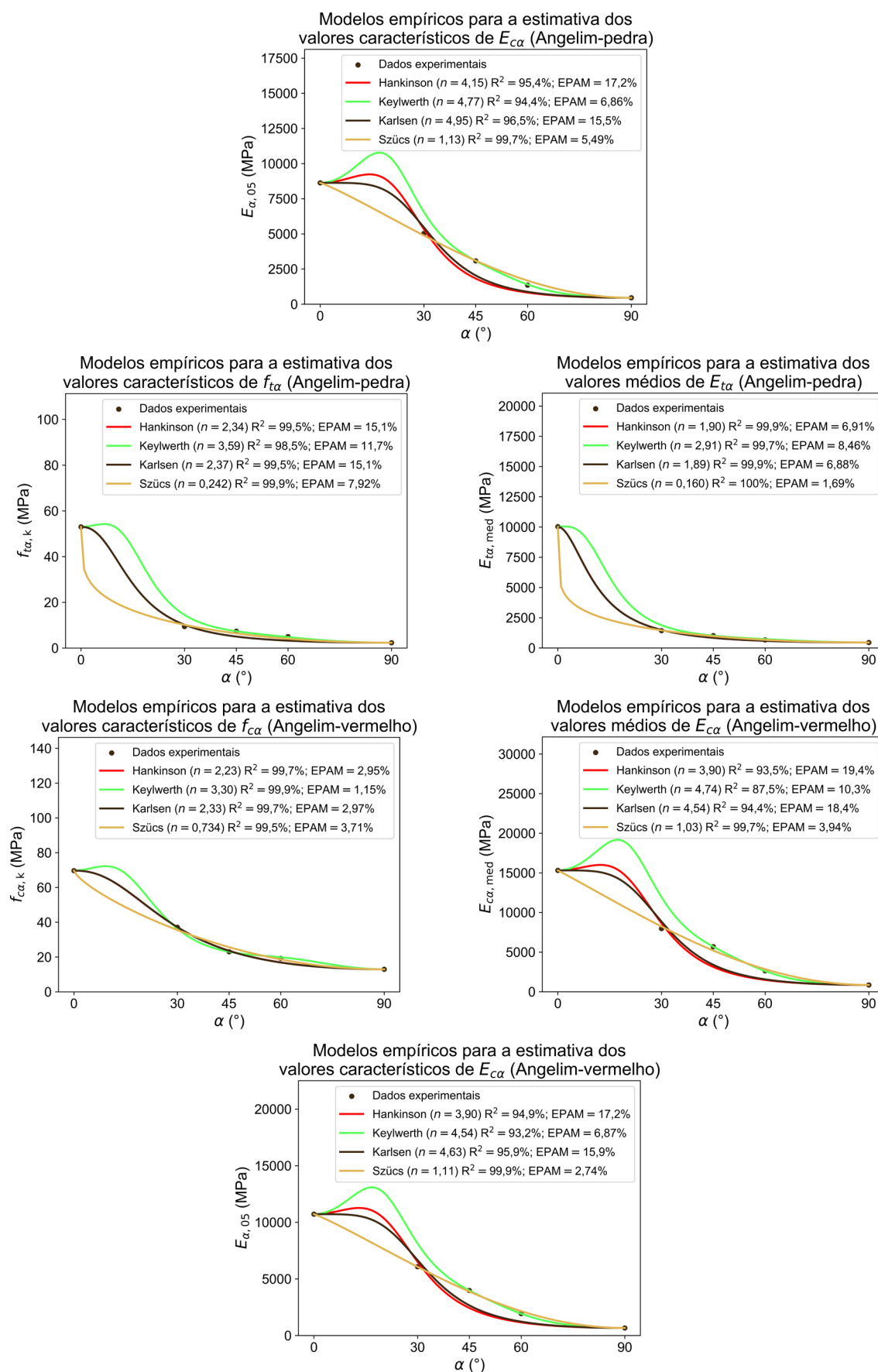
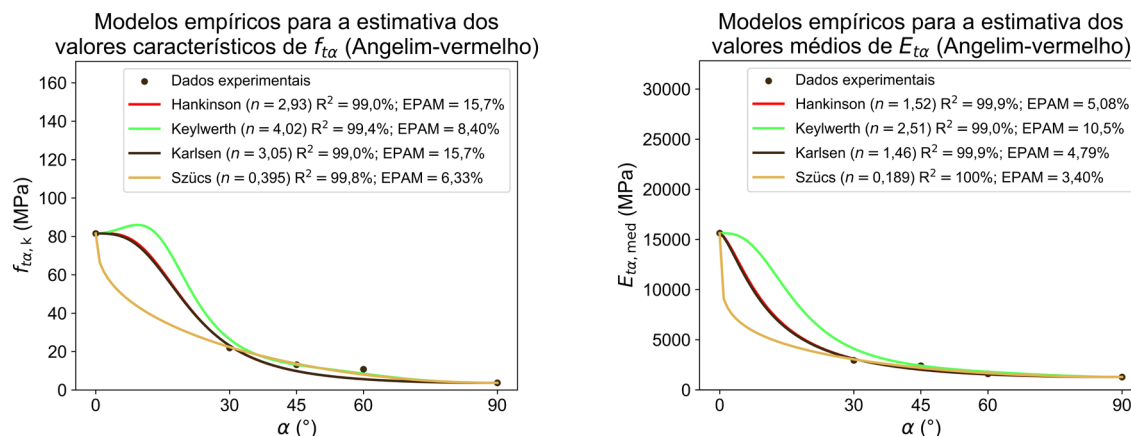


Figura 5.4 – Gráficos das funções dos modelos empíricos com expoentes n ajustados (continuação)



Fonte: Autoria própria (2024)

Da Figura 5.4:

$f_{c,k}$: Valor característico da resistência à compressão;

$E_{c,med}$: Valor médio do módulo de elasticidade na compressão;

E_{05} : Valor característico inferior (quinto percentil) do módulo de elasticidade na compressão;

$f_{t,k}$: Valor característico da resistência à tração;

$E_{t,med}$: Valor médio do módulo de elasticidade na tração.

No presente contexto, observa-se uma significativa redução dos valores de EPAM após a otimização dos expoentes n . Destaca-se também que os coeficientes de determinação (R^2) de todas as funções ajustadas indicaram um excelente ajuste dos modelos otimizados aos dados experimentais. Além disso, verifica-se que, em algumas propriedades, os modelos de Hankinson (1921) e Karlisen *et al.* (1967) apresentam grande semelhança, chegando a se sobrepor. Pelos valores de EPAM e R^2 fica evidente que o modelo de Szücs (1992) apresenta o melhor desempenho na estimativa das propriedades mecânicas aqui apresentadas.

No entanto, algumas considerações devem ser mencionadas. Apesar dos novos valores de EPAM e dos excelentes coeficientes de determinação (R^2), observa-se que, tanto para os valores médios quanto para os valores característicos, os modelos empíricos de Hankinson (1921) e Keylwerth (1951) não fornecem uma estimativa precisa para o módulo de elasticidade na compressão (E_c), quando consideradas as inclinações avaliadas nesta pesquisa. Nos gráficos correspondentes, as curvas apresentam um salto no intervalo de 0° a 30° para ambos os modelos, resultando em valores de módulo de elasticidade na compressão (E_c) superiores ao valor obtido a 0° mesmo em inclinações maiores, o que não condiz com a realidade. Para resolver tal problema, seria necessário testar mais inclinações entre 0° e 30° , visando obter curvas mais ajustadas. Caso isso fosse realizado, os modelos poderiam ser considerados adequados para uso em estimativas, conforme demonstrado nas pesquisas do

Capítulo 3 de revisão bibliográfica. Todavia, para esta pesquisa, tais modelos serão dispensados, adotando-se uma abordagem alternativa que será discutida a seguir.

5.2.2 MODELOS DE REGRESSÃO

Conforme mencionado em “Materiais e Métodos”, ao lidar com a modelagem da variabilidade aleatória da inclinação das fibras, foram propostas distribuições normais com cinco médias distintas. Durante a geração das inclinações aleatórias, seguindo a referida distribuição na Simulação de Monte Carlo (SMC), é necessário associá-las com as respectivas propriedades mecânicas por meio de funções de estimativa. Os modelos empíricos ajustados no item anterior, poderiam ser alternativas para esse procedimento, exceto para o módulo de elasticidade na compressão, conforme discutido anteriormente. No entanto, optou-se também por criar funções por meio de métodos de regressão.

Considerando apenas os modelos linear, polinomial e exponencial, uma vez que os modelos logarítmico e geométrico não possuem o valor nulo em seus domínios, foi possível obter os parâmetros e estatísticas de cada modelo, para cada propriedade mecânica. Os gráficos da Figura 5.5 exibem os modelos de regressão de melhor ajuste (maior R^2), além de suas respectivas estatísticas, coeficientes de determinação R^2 e valores de EPAM.

Figura 5.5 – Modelos de regressão de melhor ajuste para as estimativas das propriedades mecânicas das madeiras de Cambará, Angelim-pedra e Angelim-vermelho

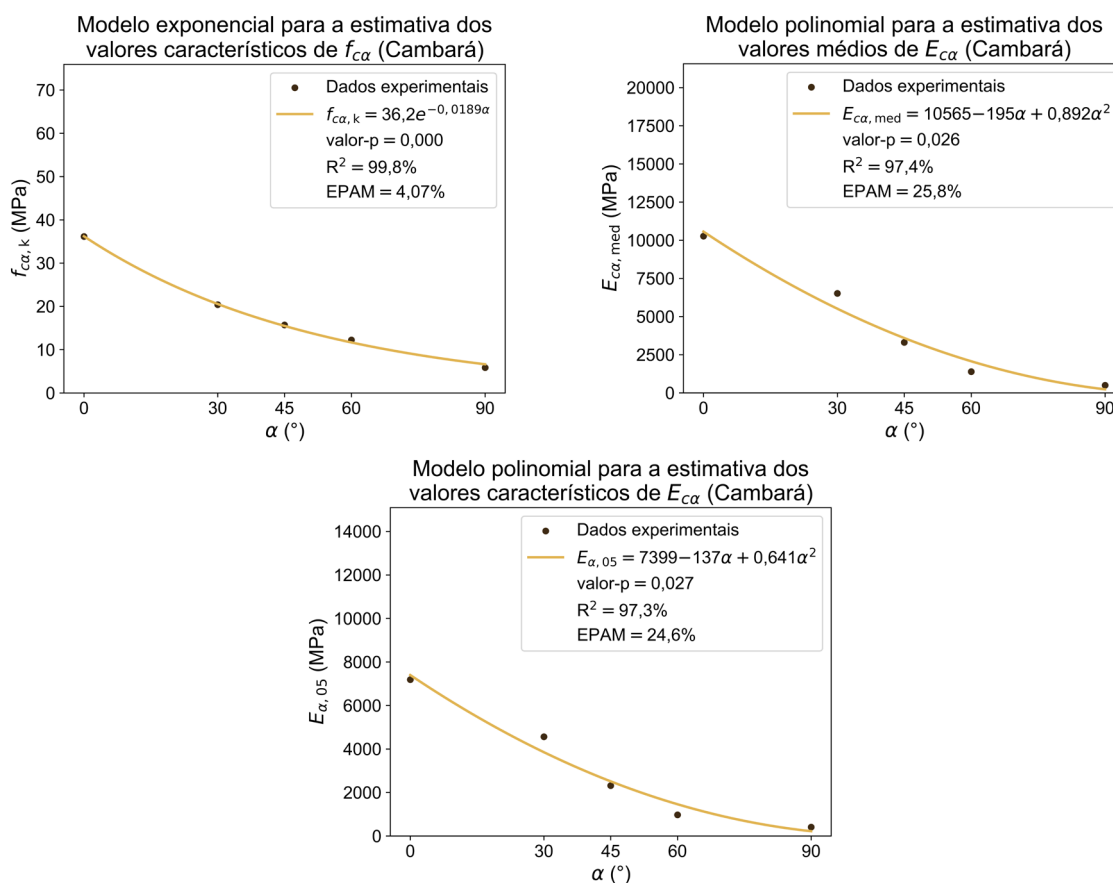


Figura 5.5 – Modelos de regressão de melhor ajuste para as estimativas das propriedades mecânicas das madeiras de Cambará, Angelim-pedra e Angelim-vermelho (continuação)

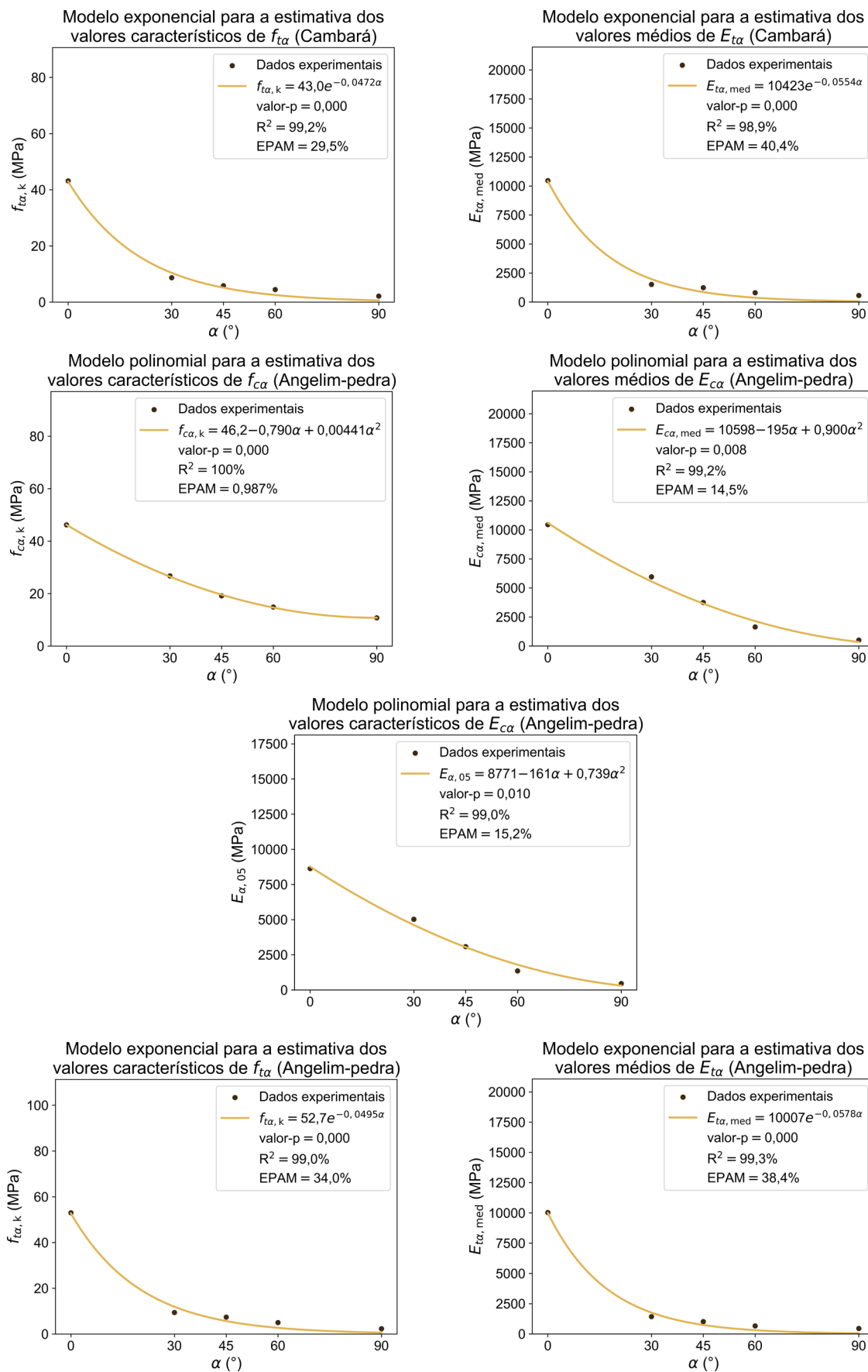
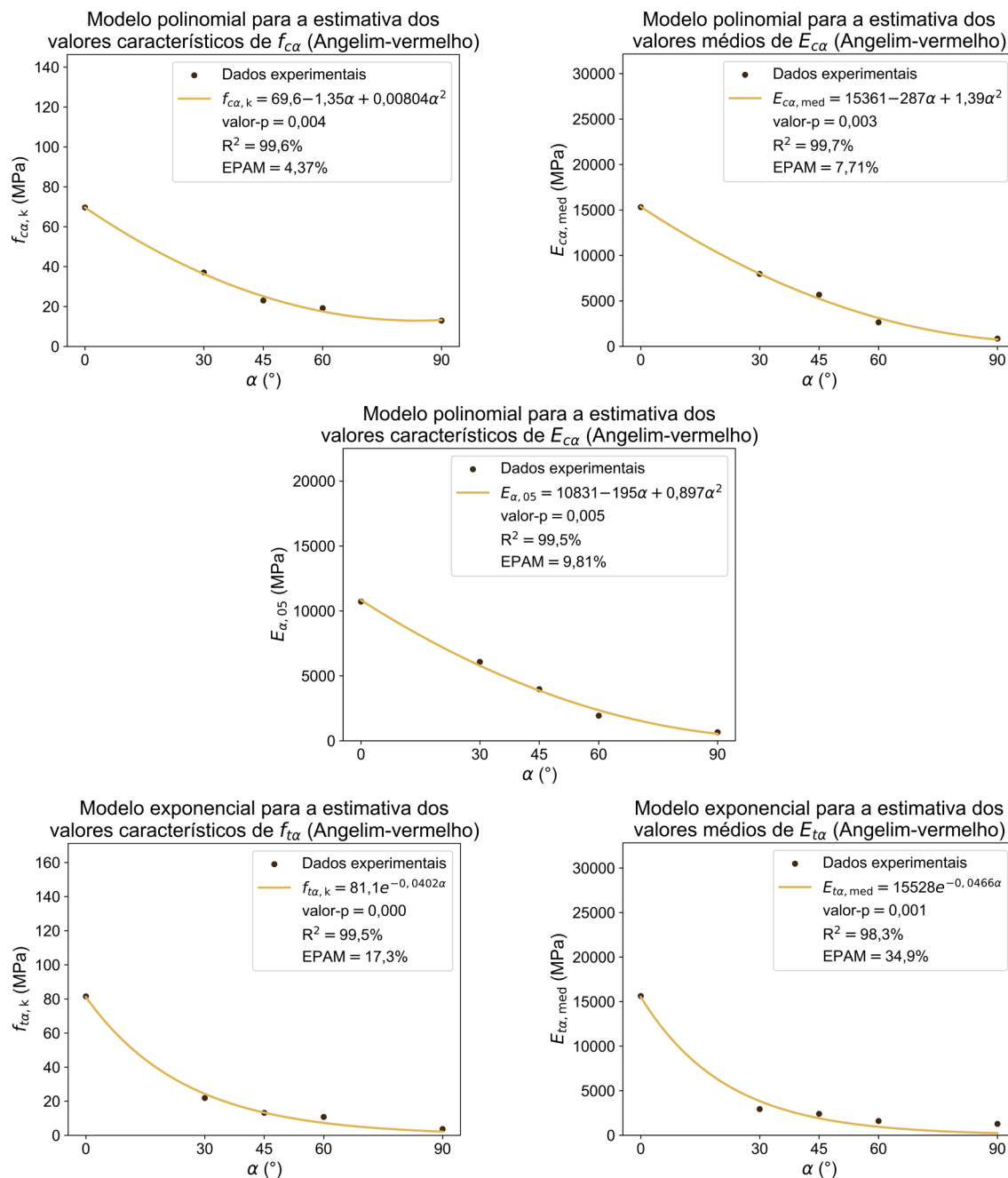


Figura 5.5 – Modelos de regressão de melhor ajuste para as estimativas das propriedades mecânicas das madeiras de Cambará, Angelim-pedra e Angelim-vermelho (continuação)



Fonte: Autoria própria (2024)

Da Figura 5.5:

- $f_{c,k}$: Valor característico da resistência à compressão;
- $E_{c,med}$: Valor médio do módulo de elasticidade na compressão;
- E_{05} : Valor característico inferior (quinto percentil) do módulo de elasticidade na compressão;
- $f_{t,k}$: Valor característico da resistência à tração;
- $E_{t,med}$: Valor médio do módulo de elasticidade na tração.

A observação da Figura 5.5 permite atestar que todos os modelos de melhor ajuste exibiram *valores-p* da Estatística F inferiores a 5% ($\text{valor-p} < 0,05$), resultando na rejeição da hipótese nula (H_0). Isso evidencia a significância estatística do modelo de regressão na previsão da variável dependente.

Entretanto, embora os coeficientes de determinação (R^2) sejam elevados, sugerindo que os modelos conseguem explicar uma grande parte da variação nos dados, os altos índices de Erro Percentual Absoluto Médio (EPAM) observados em determinados modelos, especialmente os relacionados à tração, sinalizam que algumas previsões podem não ser completamente precisas. Tal fato pode ser parcialmente explicado pelo tamanho limitado da amostra (cinco inclinações), que, em face dos altos valores de R^2 , pode resultar em um ajuste otimista e potencialmente restringir a generalização. É importante ressaltar que essas são limitações inerentes a qualquer estudo com um conjunto de dados de tamanho restrito e não diminuem a validade dos resultados obtidos. Para futuros trabalhos, a coleta de mais dados poderia ajudar a validar o modelo e fornecer uma estimativa mais robusta do seu desempenho.

Todavia, considerando que o propósito deste estudo não é promover modelos de estimativa para aplicação em previsões futuras, mas empregá-los para estimar as propriedades mecânicas de uma situação hipotética de projeto, tais modelos de regressão serão preservados para a execução das análises de confiabilidade subsequentes.

5.3 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

Conforme discutido no Capítulo 4 – “Materiais e Métodos”, a presente pesquisa empregou duas modalidades de análises de confiabilidade. A primeira levou em consideração apenas as variáveis aleatórias intrínsecas ao problema, aplicando as distribuições apropriadas para as propriedades físicas e mecânicas da madeira. A segunda incorporou os defeitos provenientes da inclinação das fibras. Para esta última, a análise de confiabilidade é denominada “de projeto”, pois considera os valores característicos das propriedades mecânicas, com o objetivo de identificar o impacto que a inclinação das fibras tem sobre o índice de confiabilidade nestas circunstâncias. Os modelos de regressão desenvolvidos no item anterior foram utilizados para estimar tais propriedades. Portanto, este subcapítulo tem como finalidade apresentar os resultados derivados de todas as análises mencionadas.

5.3.1 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE: VARIÁVEIS ALEATÓRIAS INERENTES

Após as Simulações de Monte Carlo (SMC), foi possível determinar os índices de confiabilidade (β) para as barras críticas de cada grupo da treliça, considerando as espécies

de madeira estudadas e os dois vãos propostos anteriormente. Esses resultados estão apresentados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Índices de confiabilidade (β) obtidos na SMC com variáveis aleatórias inerentes

Vão (m)	Madeira/Classe de resistência	β (barra crítica entre parênteses)			
		BI	BS	D	M
6	Cambará/D30	4,3 (1)	2,8 (5)	3,3 (9)	4,4 (12)
	Angelim-pedra/D40	4,4 (1)	3,1 (5)	4,4 (9)	4,4 (12)
	Angelim-vermelho/D60	4,4 (1)	2,7 (5)	4,2 (9)	4,4 (12)
12	Cambará/D30	2,0 (2)	2,6 (9)	2,6 (19)	4,4 (26)
	Angelim-pedra/D40	1,7 (2)	2,6 (9)	3,2 (19)	4,4 (26)
	Angelim-vermelho/D60	1,9 (2)	2,6 (9)	3,6 (19)	4,4 (26)

BI: Banzo Inferior; BS: Banzo Superior; D: Diagonais; M: Montantes

Fonte: Autoria própria (2024)

Ao analisar a linha correspondente à treliça com vão de 6 metros na Tabela 5.3, observa-se que apenas no banzo superior e nas diagonais o índice de confiabilidade (β) difere de 4,4. Isso ocorre porque nessa treliça foram desconsiderados os ventos de sucção que causariam compressão no banzo inferior e nas montantes. Conforme atestado por Song e Lam (2012), Fraga *et al.* (2021), Menezes *et al.* (2022) e Fraga *et al.* (2022), o fator determinante no dimensionamento de treliças planas de madeira são as verificações de estabilidade de peças comprimidas axialmente. Em termos de projeto, raramente uma barra de treliça tracionada apresentará uma probabilidade de falha significativa, uma vez que as verificações de estabilidade na compressão se encarregarão de aumentar os perfis no dimensionamento, elevando ainda mais a capacidade de resistência à tração.

Outra evidência que corrobora o que foi discutido é a inversão que ocorre na treliça com vão de 12 metros. Com a incidência de ventos de sucção, o banzo inferior é comprimido em duas combinações, resultando em uma queda drástica do seu índice de confiabilidade. Tal fenômeno não é observado nas montantes, pois as solicitações nesse grupo não são tão expressivas quanto nas outras posições. Assim, ao se empregar a seção transversal mínima recomendada pela norma, o perfil se mostra mais do que suficiente para resistir aos esforços de compressão, mesmo em contextos de flambagem.

Contudo, não se pode ignorar os valores reduzidos de β calculados, especialmente na treliça de maior vão. Ao comparar com os índices de confiabilidade apresentados na Tabela 2.10 do Capítulo 2, observa-se que ambos os banzos, em situações de compressão, exibem valores inferiores ao mínimo estipulado pelo EN 1990 (2002), que é de 3,3 para edificações agrícolas. Isso indica que a confiabilidade desses elementos já se encontra comprometida, mesmo sem a consideração de defeitos. No entanto, é importante ressaltar que a estrutura

não está prestes a romper ou atingir seu Estado-Limite Último (ELU). O que se verifica é um grau de confiança reduzido, o que exige atenção.

Existem, *a priori*, duas abordagens para melhorar os valores de β nesses grupos de barras. A primeira consiste em reduzir os desvios das curvas de solicitação (S) e resistência (R) (ver Figura 2.12). No entanto, diminuir o desvio-padrão da resistência (R) requer maior controle de qualidade no processo produtivo dos materiais e um controle dimensional mais rigoroso no processo produtivo dos elementos estruturais. A redução dos desvios da solicitação (S) é limitada, visto que algumas das principais ações, como a ação do vento, estão fora de controle. Além disso, é incoerente tentar reduzir os desvios da madeira, dado que se trata de um material orgânico de origem natural. Uma alternativa mais viável seria aumentar a distância entre as médias de R e S , o que corresponde ao incremento dos coeficientes de segurança.

Entretanto, há uma terceira alternativa: se o problema das treliças está relacionado à instabilidade dos elementos em compressão, normalmente em torno do eixo y , aumentar a espessura dos componentes, mantendo a área da seção transversal, pode ser uma solução eficaz. Vale destacar que as espessuras de 50 mm, escolhidas para as peças principais dos banzos, foram selecionadas por serem as mais comuns nas madeiras locais, além de corresponderem à dimensão mínima estipulada por norma. Dessa forma, foi realizada uma Simulação de Monte Carlo (SMC) na treliça com vão de 6 metros, alterando a seção do banzo superior para 60×125 mm (7500 mm²) e, posteriormente, para 75×100 mm (7500 mm²), utilizando madeira da classe D60. Os índices β obtidos foram 3,6 e 4,1, respectivamente, demonstrando uma melhoria considerável em relação ao valor de 2,7 apresentado na Tabela 5.3, mesmo mantendo a área de seção transversal.

Por fim, é relevante ressaltar que a espécie de madeira exerce pouca influência nos valores do índice β , podendo, inclusive, resultar em valores menores para a classe D60 (banzo superior, vão de 6 metros da Tabela 5.3). Nos casos em que a área do perfil projetado excede a mínima estabelecida por norma, não são os elevados valores das propriedades mecânicas que impactam diretamente os índices β , mas sim a proximidade da equação de estado-limite ao valor nulo, o que determina a viabilidade do uso do perfil. O único fator que pode influenciar, no caso de diferentes espécies de madeira, é a sua variabilidade, representada pelo Coeficiente de Variação (CV). Como mencionado, valores maiores de CV tendem a reduzir os índices β . Em outras palavras, uma vez que os CVs da madeira de Angelim-vermelho são inferiores em muitas propriedades em comparação com as outras duas espécies (ver Figura 5.1), a única explicação para o β do banzo superior da treliça de 6 metros ser menor para essa espécie é que sua equação de estado-limite está mais próxima de zero em relação às das outras espécies.

5.3.2 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE: VARIABILIDADE DA INCLINAÇÃO DAS FIBRAS

Prosseguindo com a análise de confiabilidade que leva em conta as faixas de inclinação das fibras, optou-se por apresentar apenas as barras que demonstraram variabilidade no índice β , omitindo-se os resultados referentes às montantes, uma vez que, em todas as SMCs, seus valores permaneceram constantes em 4,4. Nos gráficos da Figura 5.6, são apresentados todos os índices de confiabilidade (β) calculados, bem como os Intervalos de Confiança (IC) para a inclinação de 0° . Os números plotados na área vazia do gráfico correspondem aos *valores-p* dos testes *t*, todos em relação ao valor de 0° .

Figura 5.6 – Índices de confiabilidade (β) considerando a variabilidade da inclinação das fibras

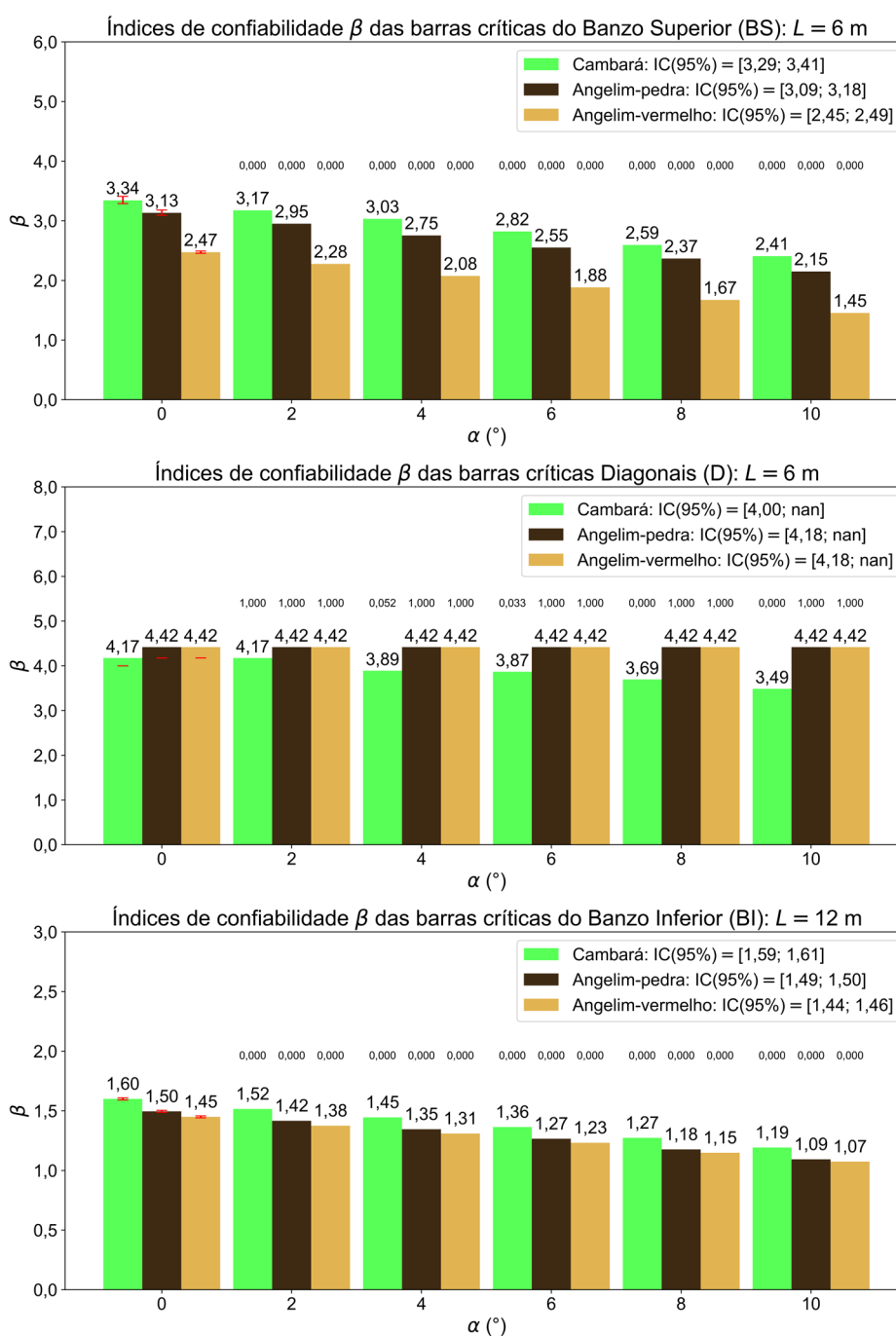
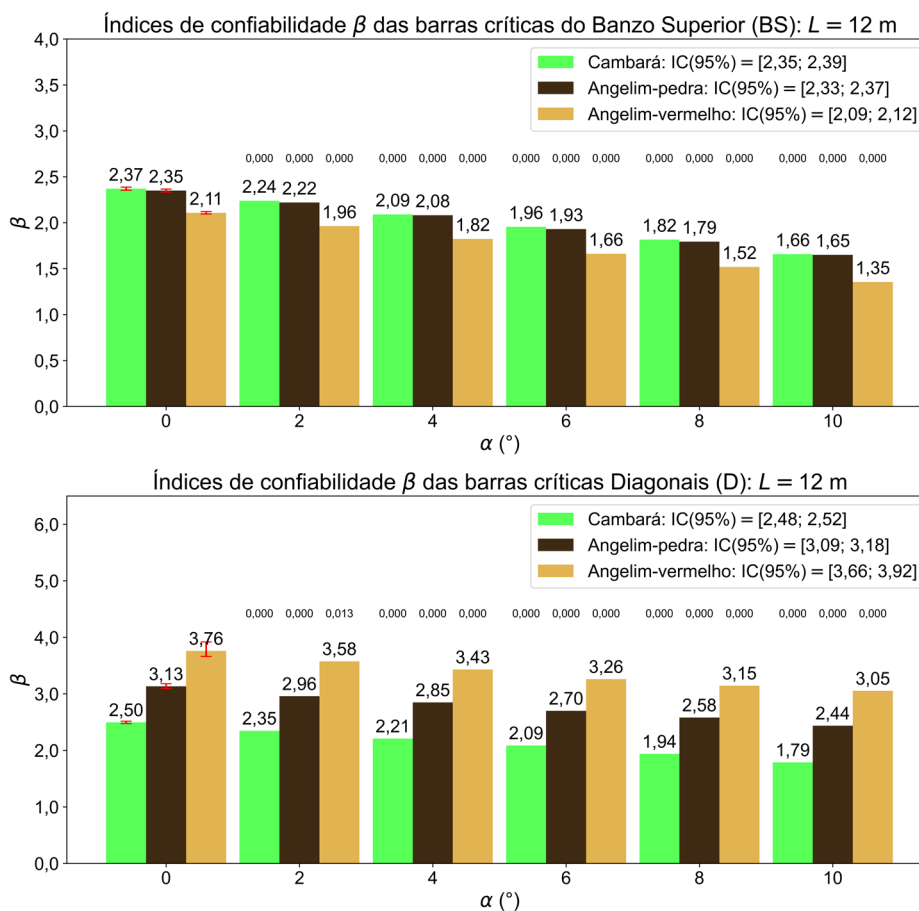


Figura 5.6 – Índices de confiabilidade (β) considerando a variabilidade da inclinação das fibras (continuação)



Fonte: Autoria própria (2024)

Como era de se esperar, os valores de β reduziram em relação àqueles apresentados na Tabela 5.3, uma vez que agora se considera a situação de projeto, onde são incorporados os valores característicos estimados por meio dos modelos de regressão.

Ao avaliar os *valores-p* obtidos por meio do teste *t*, observa-se significância estatística em todas as inclinações, com exceção de alguns valores no gráfico das barras diagonais para o vão de 6 metros, que se repetiram. Contrariando a premissa de Hankinson (1921), em termos de índice de confiabilidade, nota-se que a inclinação das fibras exerce influência estatisticamente significativa nos graus de confiança da estrutura já a partir de 2° de inclinação, estendendo-se às demais inclinações.

À primeira vista, pode parecer que os resultados estatísticos são tendenciosos, uma vez que os valores de β não aparentam estar muito distantes entre si. No entanto, não se pode ignorar que há 200.000 amostras em análise, o que gera um estreitamento considerável nos Intervalos de Confiança (IC). Além disso, reforça-se que a relação entre a probabilidade de falha (p_f) e o índice de confiabilidade (β) não é linear. Para se ter uma ideia, a diferença

percentual entre $\beta = 2,1$ e $\beta = 2,0$ é de 5%. Consultando a tabela do Anexo B, a diferença percentual das probabilidades de falha (p_f) para os β mencionados é de 21,5%.

Uma análise adicional necessária diz respeito aos dois diagramas de barras diagonais. No diagrama inicial ($L = 6$ m), nota-se a impossibilidade de determinar os limites do Intervalo de Confiança (IC). Como abordado no Capítulo 2, a p_f tende a reduzir à medida que o β se eleva. Dessa forma, a quantidade de amostras requeridas para alcançar uma quantidade mínima de pontos no domínio de falha torna-se expressiva quando a p_f é reduzida. A escassez de pontos no domínio de falha acarreta uma variância significativa dos resultados (Beck, 2019). Em virtude da alta variância, pode surgir um valor negativo para o limite inferior do IC, o que contradiz a regra de valores estritamente positivos de p_f (Equação 2.18), impedindo a correlação com um índice de confiabilidade β .

Para atenuar tal circunstância, pode-se empregar técnicas de redução de variância ou incrementar o número de amostras. Contudo, nenhuma dessas estratégias foi implementada, uma vez que os valores de β para as diagonais já se mostram adequados, além de ser um fenômeno comum na presença de altos índices β . Incrementar o número de amostras apenas aumentaria o custo computacional, o que seria desnecessário, visto que as falhas ocorrem primordialmente nos banzos.

Além disso, torna-se evidente que a consideração da aleatoriedade da inclinação das fibras em projetos de estruturas treliçadas de madeira é de fundamental importância, dada sua significância estatística. Tais resultados sugerem que essa variável não pode ser negligenciada nos projetos e dimensionamento de estruturas de madeira.

Diante do exposto, fica evidente que a forma mais eficaz de mitigar o problema da confiabilidade em situações de variação na inclinação das fibras seria o afastamento das médias por meio da calibração de coeficientes de modificação. Essa calibração permitiria adaptar os modelos de projeto às condições reais de variação das propriedades do material, aumentando a precisão e a segurança das estruturas.

No entanto, surge o questionamento sobre como incorporar essa variabilidade nos projetos, uma vez que a aferição da inclinação de todas as peças antes da montagem da estrutura seria impraticável. Para a medição da inclinação das fibras, a peça precisaria estar serrada; contudo, a inclinação das fibras é uma variável prévia para o dimensionamento da peça, o que torna essa aferição impossível.

Portanto, a forma mais eficaz seria a construção de Funções de Densidade de Probabilidades (FDP) da inclinação das fibras. Através de inspeção visual de corpos de prova (preferencialmente $n \geq 30$, de modo a atender ao Teorema Central do Limite) de diferentes espécies de madeira, conforme a ABNT NBR 7190-2 (2022), seria possível construir tais

funções. Os resultados obtidos revelariam a faixa real de inclinações, permitindo a condução de experimentos laboratoriais das propriedades mecânicas com inclinações dentro do intervalo observado. Assim, seria possível construir uma Função de Densidade de Probabilidades Conjuntas (FDPC), com as duas variáveis correlacionadas, isto é, propriedade mecânica e inclinação. Só então seria possível conduzir várias análises de confiabilidade a fim de calibrar coeficientes de modificação para uso em projetos.

Nesse contexto, a presente pesquisa, embora relevante, ainda apresenta limitações, pois a obtenção de coeficientes calibrados requereria um estudo abrangente da modelagem probabilística da inclinação das fibras, o que implicaria em uma análise detalhada de diferentes espécies de madeira. Assim, o trabalho aqui apresentado constitui o primeiro de muitos necessários para se alcançar um consenso sobre a metodologia mais adequada para incorporar a variabilidade da inclinação das fibras em projetos estruturais de madeira. A continuidade dessa linha de pesquisa poderá resultar em avanços significativos no campo da confiabilidade de estruturas de madeira, promovendo a adoção de práticas de projetos mais seguras e eficazes.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo principal a análise de confiabilidade em projetos de elementos de treliças planas de madeira, com foco na inclinação das fibras como variável aleatória predominante. Foram apresentados resultados de caracterização das propriedades físicas e mecânicas da madeira com fibras inclinadas, dispondo de três espécies: *Erisma uncinatum* (Cambará), *Hymenolobium petraeum* (Angelim-pedra) e *Dinizia excelsa* (Angelim-vermelho). Os experimentos realizados demonstraram consistência em relação aos dados disponíveis na literatura.

Foram desenvolvidos modelos de regressão lineares, polinomiais e exponenciais para a estimativa das propriedades mecânicas em relação à orientação das fibras. A maioria desses modelos apresentou significância estatística e desempenho satisfatório em termos de coeficientes de determinação R^2 .

A análise de confiabilidade, desconsiderando a inclinação das fibras, revelou que a estabilidade dos elementos sob compressão axial é fundamental para o dimensionamento de treliças planas de madeira. Verificou-se uma redução dos valores de β em maiores vãos, ficando abaixo dos mínimos estabelecidos pela norma para edificações agrícolas, indicando comprometimento na confiabilidade estrutural. Uma Simulação de Monte Carlo (SMC) adicional demonstrou que a modificação da seção transversal para perfis mais espessos melhorou significativamente os índices de confiabilidade, mesmo sem alterar a área da seção transversal.

Outra conclusão relevante é que a espécie de madeira tem pouca influência sobre o índice β , enquanto a variabilidade, representada pelo Coeficiente de Variação (CV), é mais determinante. Em espécies com menores CVs e índices β reduzidos, as equações de estado-limite mais próximas de zero têm um impacto mais significativo do que as propriedades mecânicas em si.

Já com relação à análise de confiabilidade considerando a inclinação das fibras, os valores- p obtidos pelo teste t destacaram a significância estatística das probabilidades de falha a partir de 2°, desafiando o modelo de Hankinson, que indica um impacto limitado em inclinações iguais ou inferiores a 6°. Embora os valores de β não se mostraram significativos à primeira vista, a ampla quantidade de amostras analisadas resultou em um estreitamento

dos Intervalos de Confiança (IC), reforçando a significância dessa variável na confiabilidade dos elementos.

A pesquisa confirma a importância da variabilidade da inclinação das fibras em projetos de estruturas de madeira, sendo a calibração de coeficientes de modificação uma estratégia eficaz para mitigar problemas de confiabilidade. No entanto, obter coeficientes calibrados exige um estudo detalhado da modelagem probabilística da inclinação das fibras, incluindo uma análise de várias espécies.

Portanto, o trabalho aqui apresentado constitui o primeiro de muitos necessários para alcançar um consenso sobre a metodologia mais adequada para incorporar a variabilidade da inclinação das fibras em projetos estruturais de madeira. A continuidade dessa linha de pesquisa poderá resultar em avanços significativos no campo da confiabilidade estrutural, promovendo a adoção de práticas de projeto mais seguras e eficazes. Como sugestão de trabalhos futuros, aponta-se as seguintes principais vertentes:

- Calibração de relações entre espessura e altura de peças de madeira com o intuito de elevar o índice de confiabilidade dos elementos.
- Análise de confiabilidade considerando a modelagem probabilística real da inclinação das fibras, através dos seguintes passos:
 - Realização de inspeção visual de corpos de prova seguindo as diretrizes da ABNT NBR 7190-2 (2022) para diferentes espécies de madeira.
 - Identificação da faixa real de inclinações das fibras segundo valores extremos de uma Função de Densidade de Probabilidades (FDP).
 - Condução de experimentos laboratoriais das propriedades mecânicas com inclinações dentro do intervalo observado.
 - Desenvolvimento de uma Função de Densidade de Probabilidades Conjuntas (FDPC) com as duas variáveis correlacionadas: propriedade mecânica e inclinação das fibras.
 - Análises de confiabilidade usando a FDPC.
 - Calibração dos coeficientes de modificação para uso em projetos com base nas análises realizadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT NBR 6120. **Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2019.

ABNT NBR 6123. **Forças devidas ao vento em edificações**. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2023.

ABNT NBR 7190. **Projeto de estruturas de madeira**. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 1997.

ABNT NBR 7190. **Projeto de estruturas de madeira**. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2022.

ABNT NBR 7190-1. **Projeto de estruturas de madeira – Parte 1: Critérios de dimensionamento**. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2022.

ABNT NBR 7190-2. **Projeto de estruturas de madeira – Parte 2: Métodos de ensaio para classificação visual e mecânica de peças estruturais de madeira**. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2022.

ABNT NBR 7190-3. **Projeto de estruturas de madeira – Parte 3: Métodos de ensaio para corpos de prova isentos de defeitos para madeiras de florestas nativas**. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2022.

ABNT NBR 8681. **Ações e segurança nas estruturas – Procedimento**. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2003.

ABNT NBR 14807. **Peças de madeira serrada – Dimensões**. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2002.

ALADEGBOYE, O. J.; OPEYEMI, D. A.; ATOYEBI, O. D.; AKINGBONMIRE, S. L.; IBITOGBE, E. M. Reliability analysis of reinforced concrete beam using varying properties. **IOP Conference Series: Earth and Environmental Science**, v. 445, p. 012031, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/1755-1315/445/1/012031>>.

ALMEIDA, J. P. B.; CHRISTOFORO, A. L.; LAHR, F. A. R. Proposta de modelo para a estimativa da resistência característica à tração inclinada de madeiras de folhosas. **Ambiente Construído**, v. 22, n. 4, p. 387–402, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/s1678-86212022000400646>>.

ANG, A. H.-S.; TANG, W. H. **Probability Concepts in Engineering: Emphasis on Applications to Civil and Environmental Engineering**. 2. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006.

AQUINO, V. B. de M.; PANZERA, T. H.; MOLINA, J. C.; CHRISTOFORO, A. L.; LAHR, F. A. R. Influence of harvest region on properties of Cambará wood. **Maderas. Ciencia y tecnología**, v. 23, n. 40, p. 1–12, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.4067/s0718-221x2021000100440>>.

ARAUJO, V. A. de; CORTEZ-BARBOSA, J.; GAVA, M.; GARCIA, J. N.; SOUZA, A. J. D. de; SAVI, A. F.; MORALES, E. A. M.; MOLINA, J. C.; VASCONCELOS, J. S.; CHRISTOFORO, A. L.; LAHR, F. A. R. Classification of wooden housing building systems. **BioResources**, v. 11, n. 3, p. 7889–7901, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.15376/biores.11.3.DeAraujo>>.

AYYUB, B. M.; MCCUEN, R. H. **Probability, Statistics, and Reliability for Engineers and Scientists**. 3. ed. Boca Raton: CRC Press, 2012.

BECK, A. T. **Confiabilidade e Segurança das Estruturas**. [s.l.] Elsevier, ISBN 978-85-352-8895-7, 2019.

BECK, A. T.; CORRÊA, M. R. S. New design chart for basic wind speeds in Brazil. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 10, p. 707–723, 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1679-78252013000400003>>.

BOUSSOUGOU, N. M.; NZIENGUI, C. F. P.; PITTI, R. M. Creep behaviour of timber structures in variable tropical climates: Application to *Dacryodes buettneri* and *baillonella toxisperma* species. **Construction and Building Materials**, v. 344, p. 128284, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.128284>>.

BRÉMAUD, I.; GRIL, J.; THIBAUT, B. Anisotropy of wood vibrational properties: dependence on grain angle and review of literature data. **Wood Science and Technology**, v. 45, p. 735–754, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00226-010-0393-8>>.

BRERETON, P.; KITCHENHAM, B. A.; BUDGEN, D.; TURNER, M.; KHALIL, M. Lessons from applying the systematic literature review process within the software engineering domain. **Journal of Systems and Software**, v. 80, n. 4, p. 571–583, 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jss.2006.07.009>>.

BRITES, R. D.; NEVES, L. C.; SAPORITI MACHADO, J.; LOURENÇO, P. B.; SOUSA, H. S. Reliability analysis of a timber truss system subjected to decay. **Engineering Structures**, v. 46, p. 184–192, 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.07.022>>.

BUCKLIN, O.; MENGES, A.; KRIEG, O.; DREXLER, H.; ROHR, A.; AMTSBERG, F. Mono-Material Wood Wall: Digital Fabrication of Performative Wood Envelopes. **Journal of Facade Design and Engineering**, v. 9, n. 1, p. 1–16, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.7480/jfde.2021.1.5398>>.

CALIL JUNIOR, C.; LAHR, F. A. R.; DIAS, A. A.; MARTINS, G. C. A. **Estruturas de Madeira: Projetos, Dimensionamento e Exemplos de Cálculo**. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019.

CARRASCO, E. V. M.; SOUZA, M. de F.; PEREIRA, L. R. S.; VARGAS, C. B.; MANTILLA, J. N. R. Determinação do módulo de elasticidade da madeira em função da inclinação das fibras utilizando tomógrafo acústico. **Matéria (Rio de Janeiro)**, v. 22, p. e-11935, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1517-707620170005.0271>>.

CHAPRA, S. C.; CLOUGH, D. E. **Applied Numerical Methods with Python for Engineers and Scientists**. 1. ed. New York: McGrawHill LLC, 2022.

CHRISTOFORO, A. L.; LIBARDI, W. **Mecânica dos Sólidos e Introdução aos Métodos Numéricos para Engenharia Civil**. 1. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2019.

CHRISTOFORO, A. L.; ROMANHOLO, G. A.; PANZERA, T. H.; BORGES, P. H. R.; LAHR, F. A. R. Influence of stiffness in bolted connections in wooden plane structure of truss type.

Engenharia Agrícola, v. 31, n. 5, p. 998–1006, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S0100-69162011000500017>>.

ČIZMAR, D.; KIRKEGAARD, P. H.; SØRENSEN, J. D.; RAJČIĆ, V. Reliability-based robustness analysis for a Croatian sports hall. **Engineering Structures**, v. 33, n. 11, p. 3118–3124, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.05.006>>.

COUTO, N. G.; AQUINO, V. B. de M.; ALMEIDA, J. P. B.; ALMEIDA, D. H. de; CHRISTOFORO, A. L.; LAHR, F. A. R. Determination of physical and mechanical properties of wood specie *Dinizia excelsa* Ducke. **International Journal of Materials Engineering**, v. 8, n. 6, p. 158–161, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.5923/j.ijme.20180806.04>>.

DÁNIEL, H.; HABASHNEH, M.; RAD, M. M. Numerical Investigation of Glue Laminated Timber Beams considering Reliability-based Design. **Acta Polytechnica Hungarica**, v. 20, n. 1, p. 109–122, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.12700/APH.20.1.2023.20.8>>.

DIN 1052-1. **Structural use of timber – Design and construction**. Deutsches Institut für Normung E.V. (DIN), Berlin, 1988.

DONG, C.; YANG, Y.; YUAN, C.; BAI, X.; GUO, Z. Effects of anisotropy of lignum vitae wood on its tribological performances. **Composites Part B: Engineering**, v. 228, p. 109426, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2021.109426>>.

DURIOT, R.; POT, G.; GIRARDON, S.; ROUX, B.; MARCON, B.; VIGUIER, J.; DENAUD, L. New Perspectives for LVL Manufacturing from Wood of Heterogeneous Quality—Part. 1: Veneer Mechanical Grading Based on Online Local Wood Fiber Orientation Measurement. **Forests**, v. 12, n. 9, p. 1264, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/f12091264>>.

EN 1990. **Eurocode – Basis of structural design**. European Committee for Standardization, Brussels, 2002.

EN 1995:1-1. **Eurocode 5: Design of timber structures – Part 1-1: General – Common rules and rules for buildings**. European Committee for Standardization, Brussels, 2004.

ENAJAR, A.; NASSEF, A.; EL DAMATY, A. Reliability of toe-nail connections in a gable roof houses under uplift wind loads. **Engineering Structures**, v. 274, p. 115199, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.115199>>.

FARIA, R. de O.; BRAGA JUNIOR, R. A.; ROCHA NETO, A. E. da; TRINDADE, N.; MORI, F. A.; HORGAN, G. W. Reliability of wood grain orientation measurements using laser illumination. **Biosystems Engineering**, v. 100, n. 4, p. 479–483, 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2008.05.006>>.

FRAGA, I. F. **Influência dos modelos idealizados de ligações no dimensionamento de treliças planas de madeira**. 2020. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2020.

FRAGA, I. F.; CHRISTOFORO, A. L.; LAHR, F. A. R.; SILVA, S. A. M. D.; ARROYO, F. N.; AQUINO, V. B. D. M. Influência dos modelos idealizados de ligações no dimensionamento de treliças Howe de madeira. **Revista Principia**, v. 59, n. 3, p. 1028–1050, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.18265/1517-0306a2021id5050>>.

FRAGA, I. F.; MORAES, M. H. M. de; MENEZES, I. S.; ARROYO, F. N.; ALMEIDA, J. P. B.; RODRIGUES, E. F. C.; MASCARENHAS, F. J. R.; AQUINO, V. B. de M.; SILVA, S. A. M. da; LAHR, F. A. R.; PEREIRA JUNIOR, W. M.; CHRISTOFORO, A. L. Influence of roof slope on timber consumption in plane trusses design. **BioResources**, v. 16, n. 4, p. 6750–6757, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.15376/biores.16.4.6750-6757>>.

GREENE, J. M.; HOSANNA, H. R.; WILLSON, B.; QUINN, J. C. Whole life embodied emissions and net-zero emissions potential for a mid-rise office building constructed with mass timber. **Sustainable Materials and Technologies**, v. 35, p. e00528, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.susmat.2022.e00528>>.

GURSEL, A. P.; SHEHABI, A.; HORVATH, A. Embodied energy and greenhouse gas emission trends from major construction materials of U.S. office buildings constructed after the mid-1940s. **Building and Environment**, v. 234, p. 110196, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2023.110196>>.

HANKINSON, R. L. Investigation of crushing strength of Spruce at varying angles of grain. **Air Service Information Circular – ASIC**, v. 3, n. 259, 1921.

HAYES, B. N.; KOLIOU, M.; VAN DE LINDT, J. W. Seismic Behavior of Balloon Frame Cross-Laminated Timber Connections. **Journal of Structural Engineering**, v. 149, n. 9, p. 04023115, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1061/JSENDH.STENG-11984>>.

HOLICKÝ, M.; RETIEF, J. V.; VILJOEN, C. Reliability basis for assessment of existing building structures with reference to SANS 10160. **Journal of the South African Institution of Civil Engineering**, v. 63, n. 1, p. 2–10, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.17159/2309-8775/2021/v63n1a1>>.

HOQ, S. M. A.; JUDD, J. P. Wind Design Procedures for Wood Roof Trusses of Low-Rise Structures. **Journal of Architectural Engineering**, v. 26, n. 3, p. 04020030, 2020. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)AE.1943-5568.0000425](https://doi.org/10.1061/(ASCE)AE.1943-5568.0000425)>.

IZZI, M.; CASAGRANDE, D.; BEZZI, S.; PASCA, D.; FOLLESA, M.; TOMASI, R. Seismic behaviour of Cross-Laminated Timber structures: A state-of-the-art review. **Engineering Structures**, v. 170, p. 42–52, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.05.060>>.

JAYALATH, A.; NAVARATNAM, S.; NGO, T.; MENDIS, P.; HEWSON, N.; AYE, L. Life cycle performance of Cross Laminated Timber mid-rise residential buildings in Australia. **Energy and Buildings**, v. 223, p. 110091, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2020.110091>>.

JCSS. **Probabilistic Model Code**. Joint Committee on Structural Safety, 2001. Disponível em: <<https://www.jcss-lc.org/>>. Acesso em: 15 ago. 2024.

KANG, Y.; SHIN, B.; KIM, S. Enhancing greenhouse gas emission reduction via innovative envelope strategies: A focus on cross-laminated timber buildings for climate adaptation. **Energy and Buildings**, v. 317, p. 114380, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2024.114380>>.

KARLSEN, G. G.; BOLSHAKOV, V. V.; KAGAN, M. Y.; SVENTSITSKY, G. V.; ALEKSANDROVSKY, K. V.; BOCHKARYOV, I. V.; FOLOMIN, A. I. **Wooden structures**. Moscow: Mir Publishers, 1967.

KEYLWERTH, R. Formänderungen in Holzquerschnitten. **Holz als Roh- und Werkstoff**, v. 9, p. 253–260, 1951.

KIRKHAM, W. J.; GUPTA, R.; MILLER, T. H. State of the Art: Seismic Behavior of Wood-Frame Residential Structures. **Journal of Structural Engineering**, v. 140, n. 4, p. 04013097, 2014. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000861](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000861)>.

KÖHLER, J.; SØRENSEN, J. D.; FABER, M. H. Probabilistic modeling of timber structures. **Structural Safety**, v. 29, n. 4, p. 255–267, 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2006.07.007>>.

KOLLMANN, F. F. P.; CÔTÉ JUNIOR, Wilfred. A. **Principles of Wood Science and Technology: I Solid Wood**. 1. ed. reprint, New York: Springer-Verlag, 1984.

KUMAR, V.; LO RICCO, M.; BERGMAN, R. D.; NEPAL, P.; POUDYAL, N. C. Environmental impact assessment of mass timber, structural steel, and reinforced concrete buildings based on the 2021 international building code provisions. **Building and Environment**, v. 251, p. 111195, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2024.111195>>.

LIU, X.; LAM, F. Reliability Analysis of Lateral Bracing Forces in Metal-Plated Wood Trusses. **Journal of Structural Engineering**, v. 143, n. 12, p. 04017171, 2017. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0001908](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001908)>.

LOGSDON, N. B.; FINGER, Z.; JESUS, J. M. H. de. Influência do ângulo entre o esforço aplicado e a direção das fibras da madeira sobre o módulo de elasticidade. **FLORESTA**, v. 40, n. 4, p. 837–848, 2010a. Disponível em: <<https://doi.org/10.5380/rf.v40i4.20335>>.

LOGSDON, N. B.; FINGER, Z.; JESUS, J. M. H. de. Influência do ângulo entre a força e as fibras da madeira na resistência à tração. **Advances in Forestry Science**, v. 1, n. 3, p. 95–100, 2014.

LOGSDON, N. B.; JESUS, J. M. H. de; PENNA, J. E. Avaliação dos estimadores da resistência característica à compressão paralela às fibras. **Scientia Forestalis**, v. 38, n. 88, p. 579–587, 2010b.

MALAGA-TOBOŁA, U.; ŁAPKA, M.; TABOR, S.; NIEŚŁONY, A.; FINDURA, P. Influence of wood anisotropy on its mechanical properties in relation to the scale effect. **International Agrophysics**, v. 33, p. 337–345, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.31545/intagr/110808>>.

MANIA, P.; SIUDA, F.; ROSZYK, E. Effect of Slope Grain on Mechanical Properties of Different Wood Species. **Materials**, v. 13, n. 7, p. 1503, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/ma13071503>>.

MASCIA, N. T.; NICOLAS, E. A. Evaluation of Tsai-Wu criterion and Hankinson's formula for a Brazilian wood species by comparison with experimental off-axis strength tests. **Wood Material Science & Engineering**, v. 7, n. 1, p. 49–58, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/17480272.2012.654820>>.

MASCIA, N. T.; NICOLAS, E. A.; TODESCHINI, R. Comparison between Tsai-Wu failure criterion and Hankinson's formula for tension in wood. **Wood Research**, v. 56, n. 4, p. 499–510, 2011.

MELCHERS, R. E.; BECK, A. T. **Structural Reliability Analysis and Prediction**. 3. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2018.

MENEZES, I. S.; FRAGA, I. F.; MORAES, M. H. M. de; CHRISTOFORO, A. L.; MASCARENHAS, F. J. R.; CAVALHEIRO, R. S.; LAHR, F. A. R.; CHAHUD, E.; BRANCO, L. A. M. N.; SANTOS, H. F. dos. Empirical analysis of roof slope influence on material consumption in timber howe-type trusses. **Wood Research**, v. 67, n. 4, p. 625–635, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.37763/wr.1336-4561/67.4.625635>>.

MOLITERNO, A. **Caderno de Projetos de Telhados em Estruturas de Madeira**. 4. ed. revista. São Paulo: Blücher, 2010.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros**. 7. ed. Rio de Janeiro: GEN LTC, 2021.

MURGA-ORRILLO, H.; AMASIFUÉN, B. P.; LÓPEZ, L. A. A.; INUMA, M. C.; ABANTO-RODRÍGUEZ, C. Cedrelinga catenaeformis (Tornillo) in natural and agroforestry systems: Dendrometry, soil and macrofauna. **Trees, Forests and People**, v. 16, p. 100577, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.tfp.2024.100577>>.

NBCC. **National Building Code of Canada**. Canadian commission on building and fire codes, Ottawa, 2020.

NEPAL, P.; JOHNSTON, C. M. T.; GANGULY, I. Effects on Global Forests and Wood Product Markets of Increased Demand for Mass Timber. **Sustainability**, v. 13, n. 24, p. 13943, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/su132413943>>.

OZYHAR, T.; HERING, S.; NIEMZ, P. Moisture-dependent elastic and strength anisotropy of European beech wood in tension. **Journal of Materials Science**, v. 47, n. 16, p. 6141–6150, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10853-012-6534-8>>.

PALMA, H. A. L. Determinação de propriedades elásticas e de resistência em compensados de *Pinus elliottii*. **Scientia Forestalis**, v. 51, p. 37–48, 1997.

PENVERN, H.; DEMOULIN, L.; POT, G.; VIGUIER, J.; ROUX, B.; HU, M.; OLSSON, A. A laboratory method to determine 3D fibre orientation around knots in sawn timber: case study on a Douglas fir specimen. **Wood Science and Technology**, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00226-024-01583-w>>.

PEREIRA JUNIOR, W. M.; MORAES, M. H. M. de; BECK, A. T.; ARAÚJO, D. L. de; SARMENTO, A. P.; SOUSA, M. A. P. de. Reliability analysis of reinforced concrete frames subjected to post-construction settlements. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 16, n. 5, p. e16503, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1983-41952023000500003>>.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de Madeira**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

PHUTTHANANON, C.; JONGPRADIST, P.; KANDAVORAWONG, K.; DIAS, D.; GUO, X.; JAMSAWANG, P. Reliability assessment for serviceability limit states of stiffened deep cement mixing column-supported embankments. **Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering**, v. 15, n. 9, p. 2402–2422, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2023.05.008>>.

QIN, H.; STEWART, M. G. Construction defects and wind fragility assessment for metal roof failure: A Bayesian approach. **Reliability Engineering & System Safety**, v. 197, p. 106777, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ress.2019.106777>>.

RADWAN, M.; ALBADRI, N. M.; THIEL, D. V.; ESPINOSA, H. G. Near-field measurements for wood anisotropy using cavity-backed slot antennas. **NDT & E International**, v. 137, p. 102854, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2023.102854>>.

RAJČIĆ, V.; ČIZMAR, D.; KIRKEGAARD, P. H.; SØRENSEN, J. D. Robustness analysis of timber truss structure: The World Conference on Timber Engineering (WCTE 2010). Em: WCTE 2010 The Proceedings of the World Conference on Timber Engineering, 2010, [...]. 2010.

RAMAGE, M. H.; BURRIDGE, H.; BUSSE-WICHER, M.; FEREDAY, G.; REYNOLDS, T.; SHAH, D. U.; WU, G.; YU, L.; FLEMING, P.; DENSLEY-TINGLEY, D.; ALLWOOD, J.; DUPREE, P.; LINDEN, P. F.; SCHERMAN, O. The wood from the trees: The use of timber in construction. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 68, p. 333–359, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.rser.2016.09.107>>.

SANTIAGO, W. C.; KROETZ, H. M.; SANTOS, S. H. de C.; STUCCHI, F. R.; BECK, A. T. Reliability-based calibration of main Brazilian structural design codes. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 17, n. 1, p. e245, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1679-78255754>>.

SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples). **Biometrika**, v. 52, n. 3/4, p. 591–611, 1965. Disponível em: <<https://doi.org/10.2307/2333709>>.

SILVA, L. S. Z. R. S.; FERNANDES, F. P. D.; PAULA, L. de S. e; LAHR, F. A. R. Evaluation of the variability of compressive strength parallel to the fibers of hardwood species. **Maderas. Ciencia y tecnología**, v. 22, n. 2, p. 205–212, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.4067/S0718-221X2020005000207>>.

SILVA-SOUZA, K. J. P.; SOUZA, A. F. Woody plant subregions of the Amazon forest. **Journal of Ecology**, v. 108, p. 2321–2335, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/1365-2745.13406>>.

SONG, X.; LAM, F. Stability Analysis of Metal-Plate-Connected Wood Truss Assemblies. **Journal of Structural Engineering**, v. 138, n. 9, p. 1110–1119, 2012. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000502](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000502)>.

SONG, X.; LAM, F.; HUANG, H.; HE, M. Stability Capacity of Metal Plate Connected Wood Truss Assemblies. **Journal of Structural Engineering**, v. 136, n. 6, p. 723–730, 2010. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000163](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000163)>.

SOUZA, R. R. de; TOEBE, M.; MELLO, A. C.; BITTENCOURT, K. C. Sample size and Shapiro-Wilk test: An analysis for soybean grain yield. **European Journal of Agronomy**, v. 142, p. 126666, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.eja.2022.126666>>.

STEWART, M. G. Modelling human error rates for human reliability analysis of a structural design task. **Reliability Engineering & System Safety**, v. 36, n. 2, p. 171–180, 1992. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0951-8320\(92\)90097-5](https://doi.org/10.1016/0951-8320(92)90097-5)>.

SZÜCS, C. A. Estudo do comportamento da madeira a esforços inclinados. Em: Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira (EBRAMEM), 1992, São Carlos. [...]. São Carlos: 1992.

TAYLOR, G. **La Madera**. 1. ed. Barcelona: Blume, 1978.

TEIXEIRA, J. N.; WOLENSKI, A. R. V.; AQUINO, V. B. de M.; PANZERA, T. H.; SILVA, D. A. L.; CAMPOS, C. I.; SILVA, S. A. M.; LAHR, F. A. R.; CHRISTOFORO, A. L. Influence of provenance on physical and mechanical properties of Angelim-pedra (*Hymenolobium petraeum* Ducke.) wood species. **European Journal of Wood and Wood Products**, v. 79, p. 1241–1251, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00107-021-01692-4>>.

TER STEEGE, H.; OLIVEIRA, S. M. de; PITMAN, N. C. A.; SABATIER, D.; ANTONELLI, A.; ANDINO, J. E. G.; AYMARD, G. A.; SALOMÃO, R. P. Towards a dynamic list of Amazonian

tree species. **Scientific Reports**, v. 9, n. 3501, p. 1–5, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s41598-019-40101-y>>.

TER STEEGE, H.; VAESSEN, R. W.; CÁRDENAS-LÓPEZ, D.; SABATIER, D.; ANTONELLI, A.; OLIVEIRA, S. M. de; PITMAN, N. C. A.; JØRGENSEN, P. M.; SALOMÃO, R. P. The discovery of the Amazonian tree flora with an updated checklist of all known tree taxa. **Scientific Reports**, v. 6, n. 29549, p. 1–15, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/srep29549>>.

TURKSTRA, C. J. **Theory of Structural Design Decisions**. 2. ed. Ontario: Solid Mechanics Division, 1970.

WALTZ JUNIOR, M. E.; MCLAIN, T. E.; MILLER, T. H.; LEICHTI, R. J. Discrete bracing analysis for light-frame wood-truss compression webs. **Journal of Structural Engineering**, v. 126, n. 9, p. 1086–1093, 2000. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2000\)126:9\(1086\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:9(1086))>.

WANG, B.; LIU, X.; CHI, M.; LI, Y. Bayesian network based probabilistic weighted high-order fuzzy time series forecasting. **Expert Systems with Applications**, v. 237, p. 121430, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.121430>>.

WANG, W.; EAMON, C. D. Load path uncertainty in a wood structure and the effect on structural reliability. **Engineering Structures**, v. 56, p. 889–896, 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.06.006>>.

YI, J.; PARK, J. H.; PARK, W.; KIM, C.-K.; CHOO, J. F. Testing and Monitoring of the First Timber Bridge for Road Traffic in Korea. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 25, n. 6, p. 2166–2174, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s12205-021-1525-4>>.

YUAN, X.; LI, L.; ZHANG, H.; ZHU, Y.; CHEN, G.; DAGLI, C. Machine Learning-Based Seismic Damage Assessment of Residential Buildings Considering Multiple Earthquake and Structure Uncertainties. **Natural Hazards Review**, v. 24, n. 3, p. 04023024, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1061/NHREFO.NHENG-1681>>.

ZHANG, X.; SHAHNEWAZ, M.; TANNERT, T. Seismic reliability analysis of a timber steel hybrid system. **Engineering Structures**, v. 167, p. 629–638, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.04.051>>.

ZHONG, X.; HU, M.; DEETMAN, S.; STEUBING, B.; LIN, H. X.; HERNANDEZ, G. A.; HARPPRECHT, C.; ZHANG, C.; TUKKER, A.; BEHRENS, P. Global greenhouse gas emissions from residential and commercial building materials and mitigation strategies to 2060. **Nature Communications**, v. 12, n. 6126, p. 1–10, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s41467-021-26212-z>>.

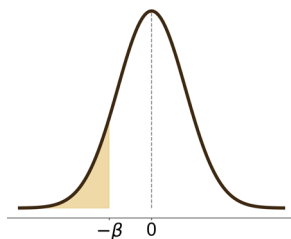
ANEXOS

A. ANEXO A: PESOS (w) E ABSCISSAS (t) DA FUNÇÃO NAS FÓRMULAS DE GAUSS-LEGENDRE

Pontos (k)	Pesos (w)	Abcissas (t)
2	$w_1 = 1,0000000$	$t_1 = -0,577350269$
	$w_2 = 1,0000000$	$t_2 = 0,5773502690$
3	$w_1 = 0,5555556$	$t_1 = -0,774596669$
	$w_2 = 0,8888889$	$t_2 = 0,000000000$
	$w_3 = 0,5555556$	$t_3 = 0,7745966690$
4	$w_1 = 0,3478548$	$t_1 = -0,861136312$
	$w_2 = 0,6521452$	$t_2 = -0,339981044$
	$w_3 = 0,6521452$	$t_3 = 0,3399810440$
	$w_4 = 0,3478548$	$t_4 = 0,8611363120$
5	$w_1 = 0,2369269$	$t_1 = -0,906179846$
	$w_2 = 0,4786287$	$t_2 = -0,538469310$
	$w_3 = 0,5688889$	$t_3 = 0,000000000$
	$w_4 = 0,4786287$	$t_4 = 0,5384693100$
	$w_5 = 0,2369269$	$t_5 = 0,9061798460$
6	$w_1 = 0,1713245$	$t_1 = -0,932469514$
	$w_2 = 0,3607616$	$t_2 = -0,661209386$
	$w_3 = 0,4679139$	$t_3 = -0,238619186$
	$w_4 = 0,4679139$	$t_4 = 0,2386191860$
	$w_5 = 0,3607616$	$t_5 = 0,6612093860$
	$w_6 = 0,1713245$	$t_6 = 0,9324695140$

Fonte: Adaptado de Chapra e Clough (2022)

B. ANEXO B: DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO CUMULATIVA



$$p_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) = 1 - \int_{-\infty}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du = \int_{-\infty}^{-\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du, \quad 0 \leq \beta < \infty$$

β	p_f
0,0	0,500000
0,1	0,460172
0,2	0,420740
0,3	0,382089
0,4	0,344578
0,5	0,308538
0,6	0,274253
0,7	0,241964
0,8	0,211855
0,9	0,184060
1,0	0,158655
1,1	0,135666
1,2	0,115070
1,3	0,096800
1,4	0,080757
1,5	0,066807
1,6	0,054799
1,7	0,044565
1,8	0,035930
1,9	0,028717
2,0	0,022750
2,1	0,017864
2,2	0,013903
2,3	0,010724
2,4	0,008198
2,5	0,006210
2,6	0,004661
2,7	0,003467
2,8	0,002555
2,9	0,001866
3,0	0,001350
3,1	0,000968
3,2	0,000687
3,3	0,000483
3,4	0,000337
3,5	0,000233
3,6	0,000159
3,7	0,000108
3,8	0,000072
3,9	0,000048
4,0	0,000032

Fonte: Adaptado de Beck (2019); Montgomery e Runger (2021)