

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

VITOR GARCIA CASTELETTI

**ESTUDO COMPARATIVO SOBRE A UTILIZAÇÃO DE
BARRAS DE FRP E DE AÇO NO PROJETO DE
TABULEIRO DE PONTES RODOVIÁRIAS DE
CONCRETO**

SÃO CARLOS - SP
2025

VITOR GARCIA CASTELETI

ESTUDO COMPARATIVO SOBRE A UTILIZAÇÃO DE BARRAS DE FRP E DE AÇO NO PROJETO DE TABULEIRO DE PONTES RODOVIÁRIAS DE CONCRETO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a conclusão da graduação em Engenharia Civil.

Orientador: Fernando Menezes de Almeida Filho

São Carlos - SP
2025

Dedico aos meus pais, minha irmã, meus avôs e tios que sempre me apoiaram e me ajudaram nessa jornada.

Dedico aos meus amigos, que mesmo nos momentos mais difíceis estiveram juntos comigo.

RESUMO

As lajes são a parte constituinte de uma ponte de concreto de múltiplas vigas, sendo que na maioria dos casos são executadas utilizando barras de aço com função de resistir aos esforços. No entanto, esse material pode vir a apresentar problemas a longo prazo, como corrosão e perda de resistência devido a ocorrência de manifestações patológicas. Logo, uma alternativa para esse problema seria o uso de barras de polímeros reforçados com fibras (FRP), pois elas apresentam uma capacidade superior ao aço para resistir a diversas intempéries no ambiente. Com isso, o objetivo desse trabalho foi estudar as barras de FRP aplicadas em tabuleiros de pontes rodoviárias e comparar com as barras de aço, buscando dados existentes na bibliografia sobre o emprego de armaduras passivas de FRP, principalmente no exterior, onde a sua utilização já é mais consagrada. Para o objeto de estudo foi realizado dimensionamento para 4 casos de lajes de pontes, sendo dois casos com barras de aço e outros dois com barras de FRP, onde foi definida uma tipologia de vão de laje com múltiplas vigas e os cálculos foram realizados seguindo as definições da ABNT NBR 6118: 2023 e a ABNT NBR 17196: 2025. De acordo com os resultados conclui-se que as barras de FRP pode ter aplicabilidade em tabuleiros de pontes, no entanto ainda é necessário mais estudos para melhor quantificar os benefícios da sua utilização, principalmente em relação à vida útil do material e os gastos com manutenção desse tipo de estrutura.

Palavras-chave: Lajes de pontes; barras de polímeros reforçados com fibras; dimensionamento; vida útil, classe de agressividade ambiental.

ABSTRACT

Slabs are a constituent part of a multi-beam concrete bridge, and in most cases, they are made using steel rebars to resist stress. However, this material may present problems in the long term, such as corrosion and loss of resistance due to pathological manifestations. Therefore, an alternative to this problem would be the use of fiber-reinforced polymer bars, as they have a greater capacity than steel to resist various types of pathological manifestations in the environment. Therefore, the objective of this text was to study FRP rebars applied to road bridge decks and compare them with steel rebar, searching for existing data in the bibliography mainly abroad, where its use is already more established. For the object of study, dimensioning was carried out for 4 cases of bridge slabs, two cases with steel rebars and two with FRP rebars, where a slab span typology with multiple beams was defined and the calculations were performed following the definitions of ABNT NBR 6118: 2023 and ABNT NBR 17196: 2025. According to the results, it is concluded that FRP rebars can be used in bridge decks, however, further studies are still needed to better quantify the benefits of their use, especially in relation to the lifespan of the material and the maintenance costs of this type of structure.

Key words: Bridge slabs, fiber-reinforced polymer (FRP) rebars, dimensioning, life span, concrete exposure classification.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fluxograma dos objetivos do trabalho	16
Figura 2 - Elementos de uma ponte	18
Figura 3 - Principais tipos de fissuras em uma laje de ponte	20
Figura 4 - Exemplo de deslocamento com exposição das armaduras em uma laje de ponte	21
Figura 5 - Disposição das cargas do trem tipo TB-450	22
Figura 6 - Micrografia de uma barra de fibra de vidro	24
Figura 7 - Primeira ponte com barras poliméricas na Europa	27
Figura 8 - Ponte de concreto utilizando barras poliméricas em Oslo, Noruega.....	27
Figura 9 - Corte transversal da ponte, apresentando a laje, longarinas e guarda corpo	28
Figura 10 - Corte transversal da ponte, apresentando a disposição das armaduras na laje.....	29
Figura 11 - Execução da Morristown Bridge.....	30
Figura 12 - Disposição dos carregamentos da carga móvel utilizada na ponte	31
Figura 13 - Corte da seção transversal da ponte no caso 1 (cm).....	35
Figura 14 - Vista em planta da seção da pré laje no caso 1 (cm).....	35
Figura 15 - Corte da seção transversal da ponte no caso 2 (cm).....	37
Figura 16 - Vista em planta da seção da pré laje no caso 2 (cm).....	37
Figura 17 - Representação das bordas, eixos e esforços na laje.....	47
Figura 18 - Momentos na direção x.....	48
Figura 19 - Momento na direção y.....	48
Figura 20 - Corte genérico em x com as armaduras	58
Figura 21 - Corte genérico em y com as armaduras	58
Figura 22 - Definição das tensões $ \sigma_1 $ e $ \sigma_2 $	66
Figura 23 - Concreto de envolvimento da armadura	71
Figura 24 - Área de concreto circundante efetiva para cálculo da taxa de armadura efetiva na barra de FRP	72
Figura 25 - Exemplos do carregamento teórico (esquerda) e o carregamento adotado (direita).....	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Carregamentos na situação de içamento.....	41
Tabela 2 - Ações permanentes diretas agrupadas.....	42
Tabela 3 - Ações variáveis consideradas separadamente	42
Tabela 4 - Esforços solicitantes característicos e de cálculo para o içamento	43
Tabela 5 - Carregamentos na situação de execução	44
Tabela 6 - Fatores de ponderação para os esforços na execução.....	44
Tabela 7 - Esforços solicitantes característicos e de cálculo para a execução	45
Tabela 8 - Carregamentos permanentes e variáveis distribuídos nas lajes	46
Tabela 9 - Tabela escolhida com indicação para os principais fatores considerados para escolha da tabela	49
Tabela 10 - Valores destacados utilizados na interpolação	50
Tabela 11 - Valores interpolados da tabela 20.....	50
Tabela 12 - Valores dos fatores de redução para combinação frequente de fadiga .	52
Tabela 13 - Fatores de ponderação para os esforços em serviço.....	52
Tabela 14 - Esforços de momento na seção x positiva	53
Tabela 15 - Esforços de momento na seção y positiva	53
Tabela 16 - Esforços de momento na seção x negativa.....	53
Tabela 17 - Tabela escolhida para determinar os esforços cortantes	54
Tabela 18 - Esforços cortantes atuantes em cada um dos casos	54
Tabela 19 - Coeficientes de redução de resistência para barras de FRP	56
Tabela 20 - Coeficientes e resistência de cálculo para barras de GFRP	56
Tabela 21 - Dados da seção considerada no içamento e execução	58
Tabela 22 - Dados da seção na direção x negativa considerada em serviço.....	59
Tabela 23 - Dados da seção x positiva considerada em serviço.....	59
Tabela 24 - Dados da seção y positiva considerada em serviço.....	59
Tabela 25 - Correspondência entra a classe de agressividade ambiental e o comprimento nominal	60
Tabela 26 - Cobrimento nominal a ser utilizado em função da classe de agressividade ambiental.....	60
Tabela 27 - Dimensionamento da seção no Estado Limite Último Normal ou de Construção para as barras de aço	63
Tabela 28 - Dimensionamento da seção no Estado Limite Último Normal ou de	

Construção para as barras de FRP	64
Tabela 29 - Verificação para o Estado Limite Último de Fadiga do Concreto	67
Tabela 30 - Parâmetros para as curvas S-N (Woller) para os aços dentro do concreto (Adaptada).....	68
Tabela 31 - Verificação da tensão máxima nas barras de aço.....	69
Tabela 32 - Verificação da tensão máxima nas barras de FRP	69
Tabela 33 - Abertura limite de fissuras	71
Tabela 34 - Limites de abertura de fissura para estruturas de concreto com barras de FRP	73
Tabela 35 - Verificação da abertura de fissuras para as seções com barras de aço	74
Tabela 36 - Verificação da abertura de fissuras para as seções com barras de FRP	74
Tabela 37 - Caso 6 utilizado para a determinação da flecha imediata na laje no içamento e execução	77
Tabela 38 - Caso 18 e 21 utilizados para a determinação da flecha imediata na laje em serviço.....	79
Tabela 39 - Limites para deslocamentos.....	80
Tabela 40 – Verificação da flecha imediata e flecha diferida no tempo.....	81
Tabela 41 - Verificação da dispensa da armadura de cisalhamento	84
Tabela 42 - Verificação da armadura de cisalhamento para as seções com barras de aço	86
Tabela 43 - Verificação da armadura de cisalhamento para as seções com barra de FRP	87
Tabela 44 - Valores do coeficiente α_{ot}	89
Tabela 45 - Comprimento de trespasse e ancoragem para as seções com barra de aço	90
Tabela 46 - Comprimento de trespasse e ancoragem para as seções com barra de FRP	90
Tabela 47 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas com seção transversal retangular	91
Tabela 48 - Verificação da área de armadura máxima e mínima para as seções de aço	92
Tabela 49 - Verificação da área de armadura máxima e mínima para as seções de FRP	93

Tabela 50 - Comprimento total para o caso 1 da seção com armadura de aço	94
Tabela 51 - Comprimento total para o caso 1 da seção com armadura de FRP	94
Tabela 52 - Comprimento total para o caso 2 da seção com armadura de aço	94
Tabela 53 - Comprimento total para o caso 2 da seção com armadura de FRP	94
Tabela 54 - Comparativo entre as quantidades de materiais gastos por volume e quilo.....	97
Tabela 55 - Levantamento do preço das barras por metro de acordo com o diâmetro	98
Tabela 56 - Orçamento final da laje para cada um dos casos.....	99

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 JUSTIFICATIVA	14
1.2 OBJETIVOS	15
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO	16
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1 ELEMENTOS DE UMA PONTE	17
2.2 MANIFESTAÇÕES PATOLÓGICAS EM PONTES RODOVIÁRIAS	19
2.3 PRINCIPAIS NORMAS PARA O DIMENSIONAMENTO DE UMA LAJE DE CONCRETO DE PONTES	21
2.4 BARRAS DE POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRAS (FRP).....	23
2.5 UTILIZAÇÃO DE BARRAS DE POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRAS NO EXTERIOR.....	25
2.6 ESTUDO DE CASO: MORRISTOWN BRIDGE	28
2.7 NORMAS NACIONAIS SOBRE AS BARRAS DE POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRAS	31
3 METODOLOGIA	34
4 RESULTADOS OBTIDOS	40
4.1 LEVANTAMENTO DE CARGAS E ESFORÇOS PARA A SITUAÇÃO DE IÇAMENTO	40
4.2 LEVANTAMENTO DE CARGAS E ESFORÇOS PARA A SITUAÇÃO DE EXECUÇÃO	43
4.3 LEVANTAMENTO DE CARGAS E ESFORÇOS PARA A SITUAÇÃO DE SERVIÇO	45
4.4 DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DAS BARRAS E DO CONCRETO	55
4.5 SEÇÕES ADOTADAS	57
4.6 DIMENSIONAMENTO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE CONSTRUÇÃO E ESTADO LIMITE ÚLTIMO NORMAL	61
4.7 DIMENSIONAMENTO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FADIGA: VERIFICAÇÃO DO CONCRETO E BARRA	64
4.8 DIMENSIONAMENTO NO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO: VERIFICAÇÃO DA	

ABERTURA DE FISSURAS	70
4.9 DIMENSIONAMENTO NO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO: VERIFICAÇÃO DA FLECHA IMEDIATA E DIFERIDA NO TEMPO	75
4.10 DIMENSIONAMENTO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO: VERIFICAÇÃO DA ARMADURA DE CISALHAMENTO	81
4.11 COMPRIMENTO DE TRESPASSE E ANCORAGEM DAS BARRAS	87
4.12 VERIFICAÇÃO DA ÁREA DE ARMADURA LONGITUDINAL MÁXIMA E MÍNIMA	91
4.13 DETERMINAÇÃO DO QUANTITATIVO	93
5 CONCLUSÃO	100
5.1 PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS	101
REFERÊNCIAS.....	103

1 INTRODUÇÃO

O modo de transporte rodoviário é o que tem maior importância para o fluxo de cargas e pessoas dentro do território nacional, onde aproximadamente 58% dos transportes são feitos por rodovias e 75% da produção é escoada pela malha rodoviária (G1, 2018). Além disso, os outros modais de transporte não apresentam um desenvolvimento tão grande e completo como as rodovias, mesmo que esses tenham benefícios em relação ao rodoviário. Com isso, as estradas são uma parte fundamental do produto interno bruto (PIB) do país, sendo que a sua manutenção e funcionamento influenciam diretamente nos preços dos produtos e serviços oferecidos no país.

Levando em consideração que as rodovias são o principal caminho para o escoamento da produção brasileira, os elementos que a compõem devem apresentar um funcionamento adequado e devem ter baixa necessidade de manutenção. Entre essas estruturas têm-se as obras de artes especiais, que tem como função vencer um obstáculo natural, como vales e rios e estão sujeitas a uma carga variável ao longo do seu comprimento (Associação Brasileira de Normas técnicas, 2021). Com a expansão da malha rodoviária brasileira, principalmente depois da década de 1950 e o governo de Juscelino Kubitschek, muitas pontes foram construídas e são mantidas até os dias atuais, o que significa que já atingiram metade da vida útil, que é considerada como 100 anos (Costa e Souza: 2021). Com isso, a manutenção dessas estruturas é de grande importância, pois a sua utilização em condições inadequadas pode levar a ocorrência de graves acidentes e interrupções do tráfego, ou até mesmo a reconstrução total da estrutura, gerando transtornos e grandes gastos.

Como ocorre com qualquer estrutura de concreto, as pontes também estão sujeitas ao aparecimento de manifestações patológicas, o que acaba causando danos à estrutura, reduzindo a sua capacidade de carga e funcionalidade. Um grande problema que isso pode vir a gerar é quando a estrutura se encontra em um ambiente agressivo, onde pode ocorrer a penetração de alguns agentes, como a água, sulfato e cloretos, e por consequência a ocorrência de corrosão nas barras (Costa e Souza, 2021). Infelizmente, esse fenômeno não acaba sendo apenas estético, mas pode também gerar problemas estruturais graves, já que as barras têm grande importância para resistir aos esforços de tração (El-Salakawy; Kassem; Benmokrane: 2002).

Com isso, a procura por soluções para esse tipo de problema é constante, onde várias saídas foram propostas, sendo que cada uma acaba por funcionar melhor em diferentes situações. Entre elas têm-se a substituição das barras de aço por barras de polímero reforçado com fibras (FRP), do inglês *Fiber-Reinforced Polymer*, que podem ser feitas de diversos materiais, porém o enfoque nesse trabalho será nas produzidas a partir de fibras de vidro e basalto, pois são as abordados na ABNT NBR 17196: 2025: Projeto de estruturas de concreto armado com barras de polímero reforçado com fibras (FRP) e na ABNT NBR 17201: 2025: Barras de polímero reforçado com fibras (FRP) destinadas a armaduras para estruturas de concreto armado: Parte 1: Requisitos. A principal característica que esse material tem a oferecer é a sua capacidade em resistir à corrosão e oxidação em ambientes agressivos, sem reduzir significativamente a capacidade de carga do elemento estrutural (El-Salakawy; Kassem; Benmokrane: 2002). Logo a sua aplicação tem potencial em aumentar a segurança das estruturas, além de reduzir a necessidade de manutenção da ponte ao longo da sua vida útil.

No exterior, essa tecnologia já é aplicada de maneira bem desenvolvida, especialmente em países frios, como Canadá, Japão, Estados Unidos, principalmente em rodovias que apresentam grande acúmulo de neve e em regiões industriais (Trejo, *et al.*, 2000). Logo, mesmo que o Brasil não apresenta precipitação de neve significativa, existem locais na região Sul que utilizam sal nas estradas, de maneira esporádica, para evitar o acúmulo de gelo na superfície do pavimento (UOL, 2025) sendo que essa substância pode penetrar no concreto e atingir as barras, causando uma a despassivação do aço e iniciando o processo de corrosão. Regiões próximas à costa tem aplicabilidade para esse tipo de barra, principalmente por conta dos efeitos da maresia. Também é importante enfatizar que os tipos de carregamentos que uma ponte pode estar sujeita, principalmente os móveis, podem afetar o concreto, criando fissuras e deslocamentos, aumentando o potencial para danos às barras.

No entanto, mesmo as barras de polímeros reforçados com fibras apresentarem vários benefícios, ela ainda não é aplicada no Brasil. Logo, é necessário entender em quais situações esse elemento pode ser aplicado, levando em conta o contexto nacional, como as condições climáticas, tipos de cargas, custos de produção, transporte, manutenção e viabilidade. Com isso, é necessário comparar os resultados que podem ser obtidos com as barras de aço em relação às barras poliméricas, realizando o dimensionamento de uma laje de concreto para ponte, analisando

principalmente os custos em relação aos gastos de materiais.

1.1 JUSTIFICATIVA

As obras de artes especiais são uma parte fundamental do escoamento da produção e deslocamento de pessoas no Brasil, logo o funcionamento seguro desse dispositivo deve ser assegurado durante toda a vida útil da obra. Porém, no Brasil a manutenção dessas estruturas muitas vezes não é feita de maneira adequada pelas empresas responsáveis, onde existem diversos casos de pontes que apresentam danos estruturais graves e que futuramente podem levar a ocorrência de algum acidente, como o colapso do dispositivo. Outro problema em relação a manutenção é que dependendo do trabalho que será feito é necessário interditar pelo menos uma faixa daquela via, afetando assim o fluxo de veículos e pessoas, causando transtornos e muitas vezes grandes perdas financeiras. Esse último empecilho se deve principalmente à falta de opções de vias seguras e adequadas para o tráfego dos veículos, especialmente distante às grandes áreas urbanas, como São Paulo, Campinas e outras grandes metrópoles.

Toda a estrutura de uma ponte está sujeita a danos devido ao uso e ao passar do tempo, porém as lajes são o local onde o fluxo de veículos ou pessoas passam constantemente, sendo que esse elemento deve suportar diretamente grandes cargas durante toda a sua vida útil, sendo que elas são variáveis, levando ao problema de fadiga na estrutura. Também é importante ressaltar que essa estrutura estará em contato constante com diversas substâncias que podem ser consideradas nocivas para o concreto como também para as barras de aço.

Com isso, é importante que sejam pensadas soluções para reduzir a necessidade de manutenção dessas estruturas, além de reduzir o seu custo ao longo de um período, onde mesmo que o investimento inicial para a construção seja maior, será possível em um número "x" de anos ter o retorno desse valor devido aos menores custos de manutenção. Uma solução que começou a ser utilizada de maneira mais abrangente em países do exterior foram as barras de polímero reforçado com fibras, que podem ser produzidas a partir de vidro, carbono, basalto e outros materiais. A sua utilização é feita principalmente em países frios, onde é utilizado sal nas rodovias para evitar a formação de uma camada escorregadia de neve nas estradas, porém essa substância causa problemas ao concreto e as barras de aço, causando corrosão na

última. Como as fibras poliméricas apresentam grande resistência à corrosão esse material se mostrou uma solução viável para esses locais, sendo difundido principalmente no Japão e nos Estados Unidos.

No Brasil existe um contexto um pouco diferente daquele visto no exterior, onde não temos ocorrência significativa de neve, e raramente é utilizado o sal em rodovias. No entanto, essas barras têm o potencial de resistir a diversas substâncias nocivas, principalmente aqueles provenientes de áreas industriais ou em locais com maresia. Mesmo que o material apresente um custo de produção superior às barras de aço ele pode apresentar um menor gasto com transporte e manuseio, já que se trata de um material mais leve, e tem uma maior resistência à corrosão, sendo menos afetado por aberturas de fissuras e como a manutenção de uma ponte, caso seja feito, é uma atividade muito custosa, é possível que tenha retorno a longo prazo.

Outro fator de extrema importância é a segurança dessas estruturas, onde nos últimos anos ocorreram acidentes em pontes de concreto devido à falta de manutenção e, por consequência, o colapso da estrutura em decorrência de falhas nas barras de aço e no concreto. Logo, a utilização desse material poderia ser mais um fator de segurança para essas estruturas, onde se é esperado que as barras poliméricas sofram menos danos devido ao longo do tempo.

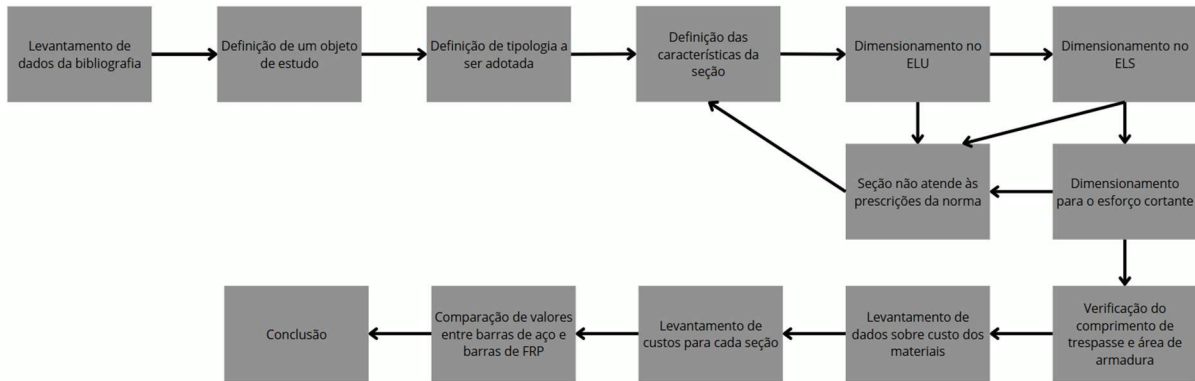
1.2 OBJETIVOS

O presente trabalho teve como objetivo estudar lajes de pontes de concreto armado produzidas com barras de polímeros reforçados com fibras (PRF) em substituição às barras de aço. Os objetivos específicos estão listados a seguir:

1. Levantar dados sobre o uso de barras de polímeros reforçados com fibras na bibliografia, principalmente de sua aplicação em lajes de pontes;
2. Definir uma tipologia do objeto de estudo (tabuleiro de ponte) em que possa ser utilizada barras de FRP;
3. Dimensionar a quantidade e diâmetro de barras de aço e de polímero reforçado com fibras de uma laje de uma obra de arte especial (ponte), para todos os estados limites;
4. Comparar os resultados obtidos entre os dois tipos de barras, levando em conta a quantidade de material utilizado.

Na figura 1 é apresentado um fluxograma mais detalhado sobre os objetivos do trabalho.

Figura 1 - Fluxograma dos objetivos do trabalho



Fonte: Autor (2025)

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

No capítulo 1 é apresentado um contexto inicial sobre o tema do trabalho, justificativa e objetivos.

No capítulo 2 é realizada uma abordagem mais aprofundada sobre as pontes rodoviárias e as barras de polímero reforçado com fibras, se baseando na bibliografia disponível.

No capítulo 3 é mostrado o objeto de estudo detalhado e abordado as primeiras definições para realizar os cálculos na apresentação de resultados.

No capítulo 4 o autor realiza dimensionamento completo da laje de ponte para dois casos com ambos os materiais, além de ser feita uma comparação de resultados sobre o consumo de material e previsão orçamentária.

No capítulo 5 é apresentada a conclusão do autor sobre o uso de barras FRP em tabuleiros de pontes, expõe as limitações do estudo e traz propostas para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo serão abordados as características de uma ponte de concreto, especialmente as suas lajes, sendo apresentados os principais tipos de manifestações patológicas que podem surgir e a realização de manutenção. A abordagem de normas sobre pontes também será feita, já que é um importante dado para o dimensionamento desse tipo de estrutura, e para ajudar a definir a aplicação das barras FRP. As características das barras de polímero reforçado com fibras serão apresentadas, como também a sua aplicação em lajes de pontes.

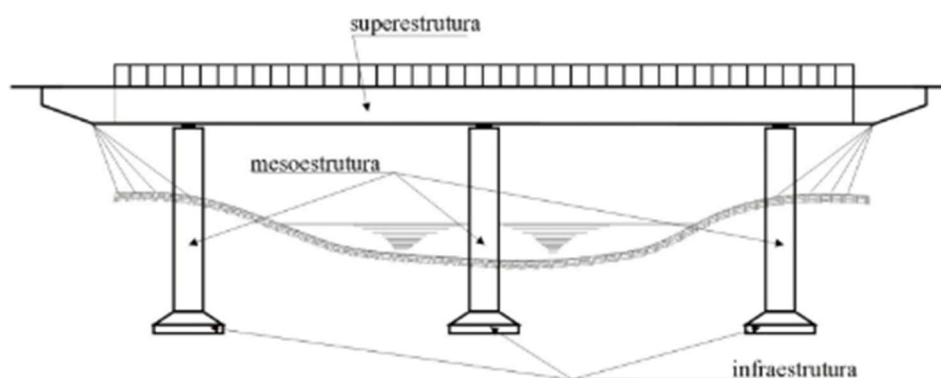
2.1 ELEMENTOS DE UMA PONTE

As pontes são estruturas de grande complexidade divididas em diversas subestruturas com diferentes funções como estrutural e de proteção. Entre as principais tem-se:

- Superestrutura: Tem a função de receber as cargas acidentais e móveis, como, por exemplo, as cargas provenientes de pessoas, veículos, vento, placas, postes e guarda corpo. O elemento mais importante é a laje, sendo por onde os veículos trafegam diretamente (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2021);
- Mesoestrutura: Elemento intermediário da ponte que recebe as cargas que são provenientes da superestrutura, além de resistir aos esforços do vento e em algumas situações de água, como em pontes que cruzam corpos de água. Os elementos que a compõem geralmente são os pilares (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2021);
- Infraestrutura: Tem o objetivo de receber a carga da mesoestrutura e transferi-la para o solo. É composta basicamente pela fundação (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2021);
- Encontros: Elementos que podem receber as cargas provenientes da infraestrutura, além de transferi-los para o solo. Também tem a função de contenção, muitas vezes recebendo os empuxos horizontais provenientes do solo (Vitório, 2002).

A seguir é possível observar uma representação genérica de uma obra de arte especial onde é mostrado cada um dos elementos citados anteriormente (Figura 2).

Figura 2 - Elementos de uma ponte



Fonte: Vitório (2002)

Como foi possível observar, as pontes são estruturas muito complexas formadas por diversos elementos estruturais. Cada um desses deve resistir a diferentes tipos de esforços e ações, que são calculados de maneira diferente. Como esse estudo se trata de um trabalho de conclusão de curso, não será estudada a ponte como um todo, mas apenas um elemento específico. Desse modo, o estudo será voltado para as lajes de concreto armado das pontes.

Os tabuleiros de pontes são um dos principais elementos da ponte, presentes em grande parte das construções do tipo. Esse elemento deve suportar cargas que são constantes, como o peso próprio dos elementos estruturais (concreto armado da laje) e peso próprio não estrutural (guarda corpos, postes e outros elementos que são fixos na estrutura, porém não resistem aos esforços), e que variam ao longo da extensão da laje como o trânsito de veículos, além de que também estão em contato direto com o ambiente e com substâncias nocivas. Por conta disso, essa estrutura é uma das que mais são deterioradas ao longo do tempo (Bouguerra, 2011). Com isso, ela se mostra como um objeto de estudo extremamente interessante, já que é possível encontrar diversos dados na bibliografia sobre a sua deterioração e o uso de barras poliméricas em sua execução, além de que em diversos países no exterior essa técnica já é aplicada há algumas décadas, como nos Estados Unidos e Japão (Trejo, 2000).

Por último, a execução de uma laje de ponte não é algo muito simples, já que podem existir diversas soluções para a mesma situação. Pode ser escolhido por utilizar seções maciças de concreto, ou então pode apresentar seção nervuradas para as lajes (Leonhardt, 1979). Outra questão importante é a forma como ela será executada, podendo ser feita em apenas uma seção, já em seu local final, com o uso

de formas ou então com uma pré-laje moldada fora da posição final (no entanto ainda é possível fazer a concretagem no canteiro de obras) e após o içamento da seção para a posição final será realizada uma concretagem de uma segunda camada de concreto armado, para completar a seção. Nesse trabalho, a abordagem será focada no uso de lajes maciças com pré lajes moldadas no canteiro de obras.

2.2 MANIFESTAÇÕES PATOLÓGICAS EM PONTES RODOVIÁRIAS

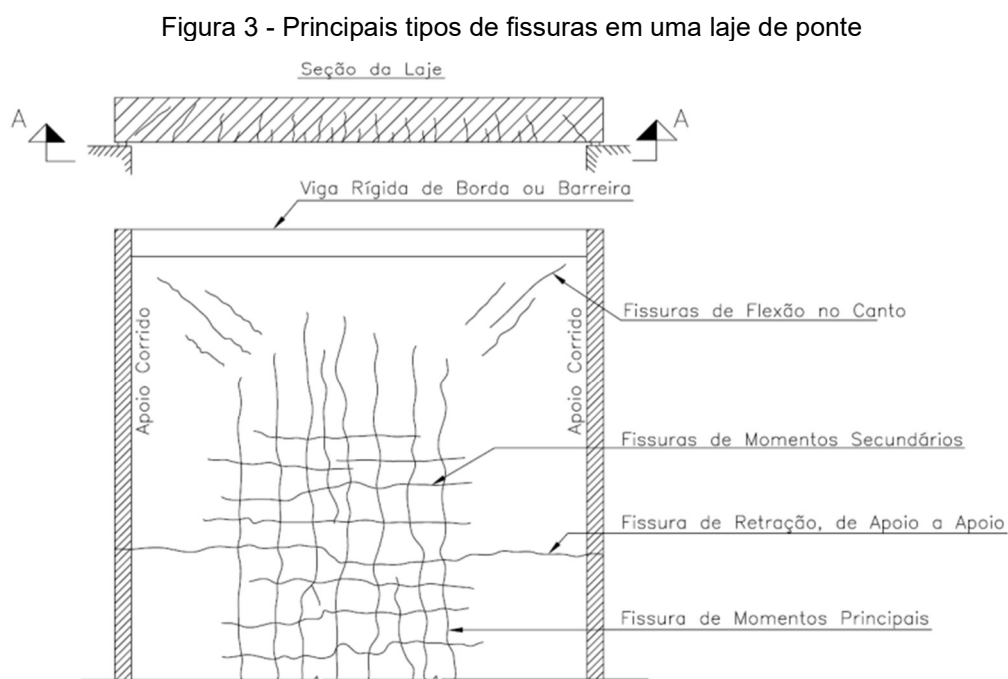
As primeiras pontes de concreto foram construídas na metade final do século XIX, onde a primeira foi na França, que apresentava uma abóbada com largura de 16,50 metros e um vão de 4 metros (Vitório, 2002). Após isso, o uso de concreto foi evoluindo, sendo realizado inúmeros estudos na área descobrindo os limites do material e novas técnicas de execução. Isso permitiu que o concreto armado fosse amplamente utilizado na sociedade moderna, sendo o principal modo construtivo, com isso ele também foi largamente aplicado em obras de artes especiais, principalmente aquelas voltadas para o tráfego rodoviário. Atualmente, as pontes mais longas do mundo, não necessariamente as de maior vão, utilizam concreto armado em sua estrutura, pois se trata de um material bem conhecido e que apresenta excelente desempenho em elementos desse tipo.

Essas são estruturas presentes em todos os lugares do mundo, fazendo parte do cotidiano da população, sendo que no Brasil não é diferente. Elas são utilizadas em rodovias, para superar obstáculos, como vales, rios, trilhos de trem e outras vias, sendo que o seu nível de complexidade varia de acordo com as características físicas do terreno, tamanho do vão a ser superado e as necessidades do projeto. Com isso, os viadutos são encontrados em todo o país, sendo que o material para sua construção varia desde a madeira, até concreto armado e aço. Existe uma estimativa que em território nacional existam pelo menos 137.000 pontes, dos mais diferentes tipos e materiais, sendo que 6.612 são de responsabilidade do DNIT, e de acordo com esse mesmo órgão aproximadamente 3.351 encontram-se em um estado de conservação ruim (da Silva e de Melo, 2021, *apud* Timerman, 2015). Isso ilustra que mais do que 50% das pontes rodoviárias administradas pelo DNIT encontram problemas sérios, que podem colocar a estrutura em risco e por consequência as pessoas e bens que trafegam pelo local.

Outro fator importante a se atentar é o fato de que muitas pontes já atingiram a

vida útil de projeto, ou estão próximas, sendo ele de 100 anos. Também é importante levar em conta que o tráfego nas rodovias não é o mesmo que há algumas décadas, sendo que os carregamentos dos veículos são diferentes (atualmente existem veículos de carga com dimensões e carregamentos muito superiores), suas quantidades aumentaram e de acordo com a ABNT NBR 7187: 2021 outros tipos de esforços devem ser levados em consideração em relação às normas anteriores (Costa e Souza, 2021).

Como em qualquer estrutura de concreto, a falta de manutenção causa o aparecimento de diversos tipos de manifestação patológica, que inicialmente são apenas estéticas e que não necessitam de intervenção imediata. No entanto, podem evoluir e se tornar mais complicadas, podendo reduzir a resistência da estrutura e causar riscos estruturais. Nas lajes de pontes, de acordo com Pereira *et al.* (2010), esses tipos de manifestações patológicas podem vir a ocorrer de maneira semelhante, sendo possível observar na figura 3 os principais tipos de fissuras que acontecem nessa estrutura em serviço. Importante ressaltar que a maior parte dessas fissuras apareçam nas direções das armaduras, sendo que o seu surgimento pode estar atrelado diretamente pela utilização de área de aço insuficiente para os esforços na seção.



Fonte: Pereira et al. (2010)

De acordo com Pereira *et al.* (2010), a abertura de fissuras permite a entrada

de cloretos, o que pode ocasionar a corrosão da armadura de aço e perda da seção. Dependendo do acaso é possível que ocorra a perda parcial, ou até total, de um trecho da armadura, reduzindo assim significativamente a capacidade resistente da laje. Isso pode gerar um efeito dominó, em que com a perda de capacidade resistente irá surgir novas manifestações patológicas, que intensificarão a perda de resistência da seção.

Ainda de acordo com Pereira *et al.* (2010), na figura 4 é apresentada uma laje com o deslocamento do concreto e exposição de grande parte da armadura, que já aparenta estar em um processo avançado de corrosão. Esse problema pode estar relacionado ao uso de um concreto com características inadequadas, má execução, baixo cobrimento da armadura e esforços incompatíveis com o de projeto.

Figura 4 - Exemplo de deslocamento com exposição das armaduras em uma laje de ponte



Fonte: Pereira et al. (2010)

Segundo Pereira *et al.* (2010), ainda há várias outras manifestações patológicas que podem ocorrer em lajes de concreto armado de pontes, como carbonatação, desagregação do material e infiltração. Todos esses tipos de problemas podem auxiliar na entrada de agentes degradantes, auxiliando na perda de função estrutural do elemento.

2.3 PRINCIPAIS NORMAS PARA O DIMENSIONAMENTO DE UMA LAJE DE CONCRETO DE PONTES

Para o projeto de uma ponte de concreto é importante levar em conta as prescrições presentes em diversas normas publicadas pela ABNT. Existem 3 que são relacionadas diretamente ao dimensionamento dessas estruturas, sendo elas a ABNT NBR 7187: 2021 – Projeto de pontes, viadutos e passarelas de concreto, a ABNT NBR 7188: 2024 - Ações devido ao tráfego de veículos rodoviários e de pedestres em

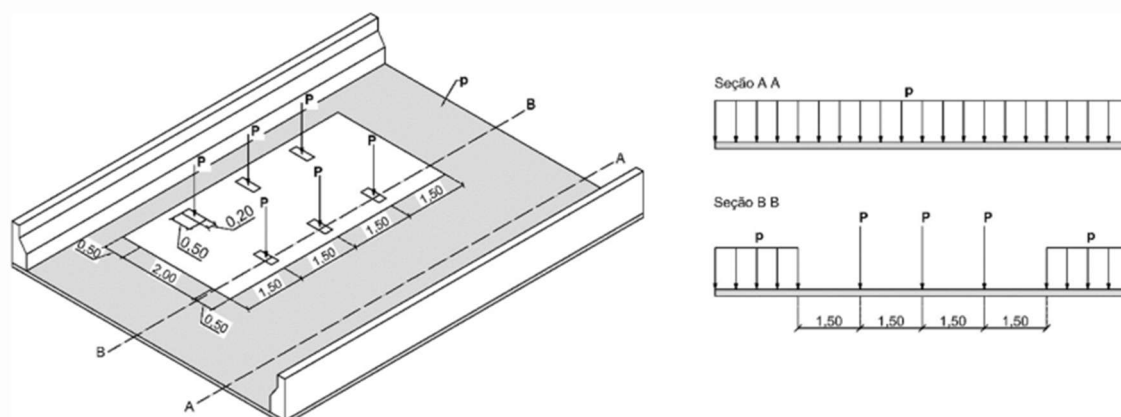
pontes, viadutos e passarelas e a ABNT NBR 6118: 2023 - Projeto de estruturas de concreto. Outras normas também têm importância como aquelas relacionadas às características do concreto e aço, no entanto isso é de maneira mais indireta, logo elas não foram abordadas de maneira mais aprofundada nesse trabalho.

Para a ABNT NBR 7187: 2021, os principais pontos abordados por ela, e que são importantes para o dimensionamento de uma laje, são (Associação Brasileira de Normas, 2021):

- Definição dos elementos estruturais de uma ponte;
- Tipos de ações a serem consideradas, sendo que para lajes devem ser considerados o peso próprio do elemento estrutura e a carga móvel;
- Combinações para o dimensionamento e as verificações para os estados limites;
- Dimensões mínimas permitidas para os elementos estruturais. Em lajes a altura mínima é de 18 centímetros para laje maciça;
- Detalhamento das armaduras longitudinais e transversais;
- Durabilidade da estrutura. Como já foi citado anteriormente a vida útil deve ser de pelo menos 100 anos.

Na ABNT NBR 7188: 2024, a definição da carga móvel é o trecho mais importante para esse tipo de obra. Nele são determinadas as dimensões e carregamentos do trem tipo, além de como ele deve ser considerado na estrutura (Associação Brasileira de Normas, 2024). Na figura 5 é apresentada a disposição do trem tipo. Essas informações serão importantes para o levantamento dos esforços na estrutura, e serão apresentados mais aprofundados no tópico 4.

Figura 5 - Disposição das cargas do trem tipo TB-450



Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2023)

A ABNT NBR 6118: 2023 será utilizada para determinar as dimensões da seção e do aço. Os modelos de cálculos apresentados por ela serão utilizados de maneira direta, ou então adaptados, levando em conta o que foi apresentado nas normas citadas anteriormente. Importante ressaltar que ela será utilizada no dimensionamento das seções com barras de aço. Para aquelas com barras de FRP será utilizada a ABNT NBR 17196: 2025, que será abordada mais à frente.

A ABNT NBR 6118: 2023 também será utilizada para determinar os parâmetros do aço e do concreto, como o módulo de elasticidade, resistência a tração, resistência à compressão e outras características relevantes. Os valores máximos para a os estados limites de serviço também serão extraídos dessa norma. No capítulo 4, esse tema será apresentado de maneira mais detalhada.

As normas citadas em detalhe anteriormente não apresentam nenhum tipo de informação que contemple o uso de outros materiais no lugar das barras de aço. Isso se deve ao fato da norma que aborda o uso de barras FRP é a ABNT NBR 17196: Projeto de estruturas de concreto armado com barras de polímero reforçado com fibras (FRP). Essa norma será abordada em detalhes no tópico 2.7.

2.4 BARRAS DE POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRAS (FRP)

As barras de polímeros reforçadas com fibra podem ser consideradas uma inovação com grande potencial na construção civil, pois elas apresentam algumas características interessantes em relação às barras tradicionais de aço. Alguns dos pontos positivos da sua utilização é que apresenta grande resistência a tração, baixa corrosão e menor peso próprio. No entanto, como qualquer material, esse não apresenta apenas vantagens, mas também alguns problemas, como uma menor aderência ao concreto, custo inicial superior, baixa ductilidade, o que pode levar a uma ruptura frágil, causando o colapso sem “aviso” da estrutura e módulo de elasticidade muito inferior ao do aço (Trejo, 2000).

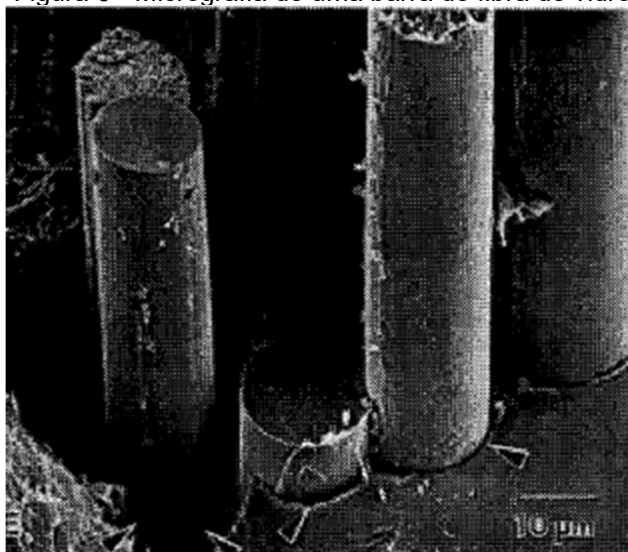
A maior resistência à tração do material em relação ao aço é dada principalmente por conta da sua resistência à tração característica ser muito superior ao aço. De acordo com a norma NBR 17196: 2025 (Associação Brasileira de Normas, 2025) esse valor para a barra de FRP é entorno de 800 MPa, enquanto para o aço esse valor é 500 MPa, de acordo com a norma ABNT NBR 6118: 2023 (Associação Brasileira de Normas, 2023). No entanto, o modulo de elasticidade apresenta valores

muito inferiores, o que indica que as barras de FRP estão sujeitas a maiores deformações quando sujeita aos esforços.

De acordo com Chataigner *et al.* (2024), estudos em campos nos últimos anos mostraram que as barras de FRP apresentam quase nenhum dano significativo, porém, quando realizado ensaios acelerados é possível observar que o material sofre mais efeitos adversos. O autor ainda cita a importância que os ensaios acelerados podem não mostrar a realidade do material quando aplicado em campo. Logo, é possível observar que esse tipo de material apresentou comportamento satisfatório, de acordo com a literatura, em campo com relação aos efeitos das manifestações patológicas, um dos principais pontos para a sua aplicação.

As barras FRP podem ser compostas por diversos tipos de materiais, dependendo das características que são buscadas naquela obra. Entre esses materiais têm-se as barras de fibra de vidro (Figura 6) fabricadas a partir de calcário, alumínio e areia. As principais características são o seu baixo custo (em relação a outros tipos de barra de polímero reforçadas com fibras) e grande resistência à tração em relação às outras barras poliméricas. No entanto, apresenta baixa resistência a ambientes alcalinos e problemas em suportar carregamentos cíclicos (Trejo, 2000). Com isso, essas barras feitas desse material podem não apresentar um comportamento tão interessante quando utilizadas em pontes, principalmente por conta dos efeitos de fadiga, porém existem algumas alternativas mais caras feitas a partir de fibra de vidro em que são voltadas para esse tipo de uso, como as “C-Glass Fibers” e “S-Glass Fibers” (Trejo, 2000).

Figura 6 - Micrografia de uma barra de fibra de vidro



Fonte: Trejo (2000)

Outro tipo de barra é a de fibras de carbono, produzidas a partir do grafite. Elas apresentam grande resistência à umidade e produtos químicos, grande resistência a cargas principalmente em relação ao momento e baixa expansão térmica. O principal problema com esse tipo de barra é que todas as suas fibras são orientadas em uma mesma direção, logo a sua resistência aos esforços cortantes acaba sendo significativamente muito menor que a resistência aos esforços de momento (Trejo, 2000). Ainda existem barras feitas a partir de outros materiais, porém as suas características acabam não sendo tão interessantes para a aplicação em pontes em um geral, como as barras de aramida, que são largamente utilizadas na indústria aeroespacial, logo acabam tendo um alto valor no mercado.

Além dos elementos já citados anteriormente, essas barras também contam com a adição de polímeros a elas, como o próprio nome já diz, para fazer a ligação das fibras no elemento, proteger as mesmas de danos físicos e ataques químicos e como um meio de transferir as cargas para as fibras (Trejo, 2000). O tipo de resina a ser utilizada deve levar em conta o material das barras e as necessidades de projeto, pois cada tipo de resina tem uma diferente característica e aplicabilidade. Entre elas têm as resinas poliméricas, que têm como principais características positivas a resistência a elementos químicos e um custo não muito alto. Outras resinas são as de epóxi, que começaram a ser utilizadas mais recentemente, além as de poliamida e vinil.

2.5 UTILIZAÇÃO DE BARRAS DE POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRAS NO EXTERIOR

No exterior a utilização de barras poliméricas começou no início dos anos 80, onde o Japão foi um dos países pioneiros na aplicação da técnica. O motivo para o uso nesse país foi devido às baixas temperaturas no inverno, que acabam causando o acúmulo de neve, e para evitar que isso ocorra, é aplicado sal nas estradas. Um grande problema da utilização desse material é que ele consegue penetrar nas fissuras do concreto e entrar em contato com as barras de aço, causando a corrosão das armaduras e por consequência a perda de capacidade portante. Um dos primeiros exemplos de aplicação de barras poliméricas no Japão foi em uma ponte em Soto-Noto, onde um viaduto que apresentava condições precárias de suas barras teve que ser completamente substituído, sendo utilizadas barras de carbono no lugar de aço

(Trejo, 2000). Após a utilização nessa ponte houve aplicação em outras diversas estruturas do mesmo tipo, onde muitas empresas começaram a produzir o material voltado para essa aplicação.

Após isso, o Japão começou a produzir diversos guias para servir de base para a aplicação do material. Nenhum desses guias tratam especificamente sobre pontes de concreto, mas sim sobre estruturas de concreto em um geral, no entanto é possível estender a sua aplicabilidade para viadutos. Alguns temas abordados nesses guias foram os métodos construtivos, design, estruturas de concreto protendido (muito utilizado em pontes de grandes dimensões) (Trejo, 2000). Com isso, é possível notar que o Japão foi um país que apresentou grande aplicabilidade da técnica desde o século passado, fazendo uso do material em diversas situações e normalizando o seu uso.

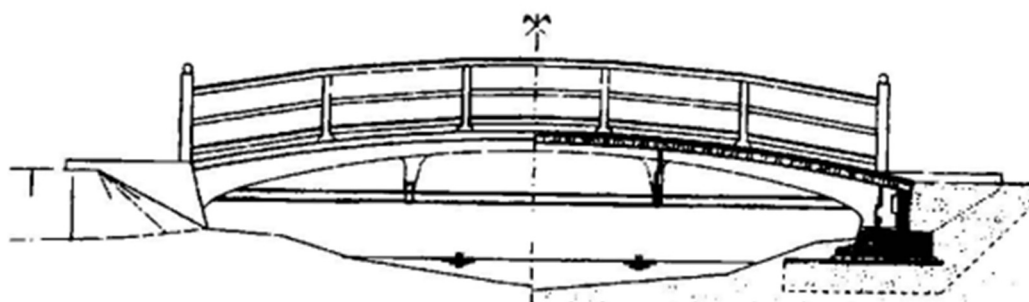
De acordo com Banthia, Benmokrane e Mufti (2007), na Europa as barras poliméricas já são utilizadas há algumas décadas para a execução de pontes. A primeira estrutura do tipo a ser construída foi uma ponte para pedestres de pequeno porte no Reino Unido em 1996 (Figura 7), sendo construída totalmente utilizando barras poliméricas. Logo após isso houve a aplicação da técnica em uma ponte em Oslo, Noruega, também sendo uma passarela de concreto de pequenas dimensões com o tráfego apenas de pedestres e veículos de golfe com o peso máximo de 5,5 toneladas, apresentando um comprimento de 10 metros (Figura 8). Um dos principais aspectos dessa construção foi a redução do cobrimento da armadura, de 50 mm para 25 mm e devido a resistência do material à corrosão houve aumento do critério para o surgimento de fissuras sendo alterado de 0,2 mm para 0,5 mm. Ao final, foram instalados instrumentos para medir os deslocamentos da estrutura ao longo do seu uso, onde ao final do estudo apresentou valores dentro daqueles esperados para uma ponte tradicional (Haugerud e Mathisen, 1997). Esse estudo foi de grande importância para demonstrar que a utilização de barras poliméricas era algo possível de ser executado, obviamente que é importante levar em conta que se trata de uma ponte de pequeno porte, no entanto já demonstrava o potencial do material.

Figura 7 - Primeira ponte com barras poliméricas na Europa



Fonte: Banthia, Benmokrane e Mufti (2007)

Figura 8 - Ponte de concreto utilizando barras poliméricas em Oslo, Noruega



Fonte: Haugerud e Mathisen (1997)

Outros locais que fazem o uso de barras poliméricas nesse tipo de estrutura são o Canadá e os Estados Unidos. A sua utilização começou alguns anos após as primeiras obras no Japão, e atualmente já foram realizados diversos estudos sobre o assunto. Um dos principais se tratou de 5 lajes de diferentes pontes no Canadá, que foram monitoradas por um período de 8 anos, desde 1999 até 2007 (Banthia; Benmokrane; Mufti, 2007). Esse estudo comprovou diversas características positivas sobre as barras poliméricas, demonstrando que elas apresentam resistência a ambientes alcalinos, além de apresentarem um desempenho adequado para resistir aos esforços a que a estrutura estava submetida. Após esses estudos o *Canadian Highway Bridge design* (Código Canadense de Design de Pontes) começou a permitir o uso dessas barras em estruturas de obras de artes especiais.

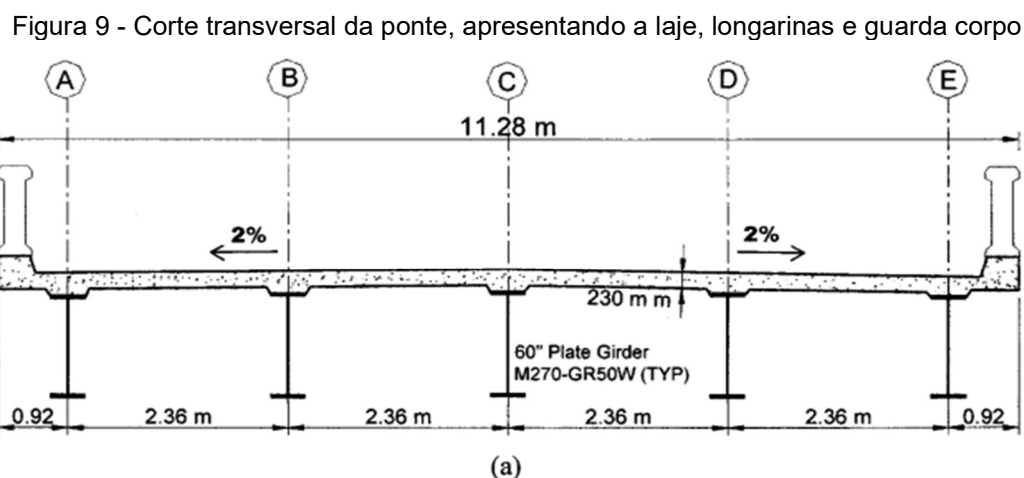
O Instituto Americano do Concreto publicou um guia para a execução de estruturas com esse tipo de barra, chamado de ACI 440.1R-15. Nele é citado o uso

desse tipo de barras em diversas lajes de pontes, sendo que no Canadá mais de 200 pontes foram construídas utilizando esse método. Esse uso em diversas estruturas comprova a capacidade de utilização desse material em lajes de pontes, e que esse material vem sendo utilizado nesse contexto (American Concrete Institute, 2015).

2.6 ESTUDO DE CASO: MORRISTOWN BRIDGE

No ano de 2003 foi realizado um estudo em uma ponte com a laje sendo composta unicamente por barras poliméricas de fibra de carbono (Benmokrane *et al.*, 2006). Esse estudo foi realizado na *Morristown Bridge*, localizada em Morristown, Vermont, Estados Unidos.

O design que a ponte apresentava era de 5 longarinas que apoiavam a laje, sendo que elas apresentavam um vão longitudinal de 43,90 metros e distâncias de centro a centro das vigas de 2,36 metros e um trecho com laje em balanço com 0,92 metros (Figura 9) (Benmokrane *et al.*, 2006).

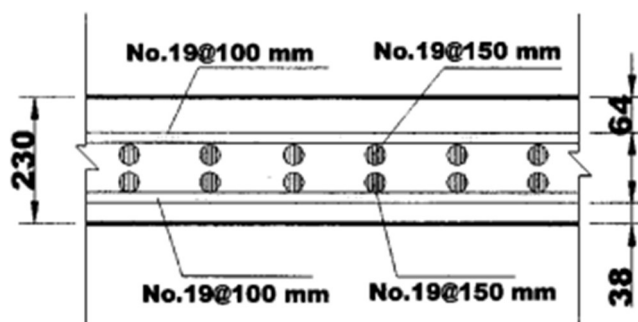


Fonte: Benmokrane et al. (2006)

As lajes eram compostas por estruturas de concreto armado *in loco*, apresentando espessura de 0,23 metros, comprimento de 43,90 metros e largura total de 11,28 metros, a laje é contínua ao longo das direções longitudinais e transversais, pois foi moldada já no local. Ambas as armaduras positivas e negativas foram armadas com barras poliméricas de fibra de carbono (GFRP) e seguiram as recomendações da AASHTO 2000 e *ACI Design Guidelines* (ACI 440.1R-01). Com isso ela foi armada com barras de aproximadamente 19 mm de diâmetro, tanto no topo como na base nas direções longitudinais e transversais, para facilitar a execução na obra, já que elas podiam apresentar dimensões diferentes (Figura 10), de acordo com os valores

calculados. Além disso, foi necessário fazer o trespasse da barra na direção longitudinal, sendo adotado um comprimento de 0,80 metros. Já para a direção transversal não houve necessidade por conta do vão apresentar comprimento inferior ao da barra. Não foi dado mais detalhes construtivos da ponte (Benmokrane *et al.*, 2006).

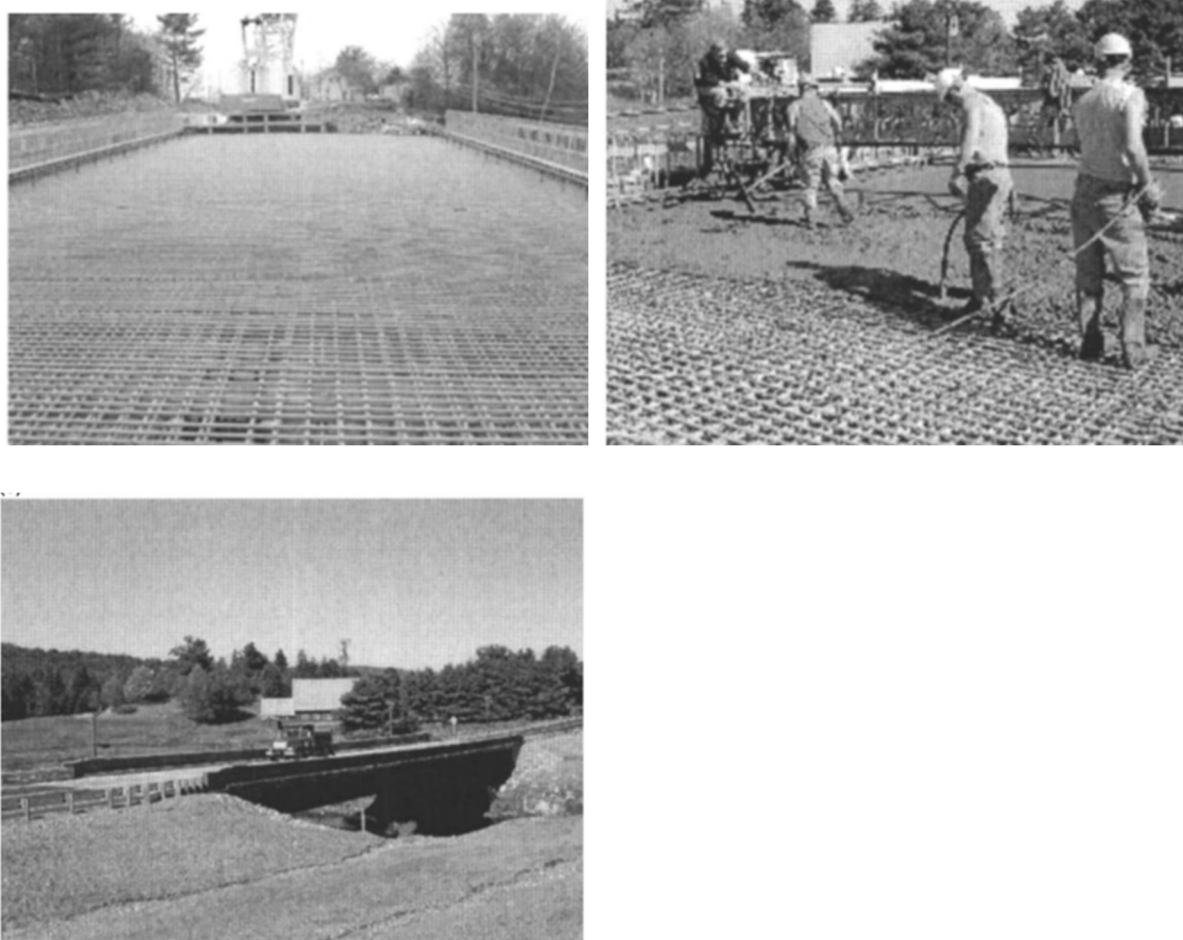
Figura 10 - Corte transversal da ponte, apresentando a disposição das armaduras na laje



Fonte: Benmokrane et al. (2006)

Com relação à execução, ela foi bem recebida pelos trabalhadores responsáveis, principalmente pelo fato de as barras apresentarem um peso próprio muito menor que as de aço (GFRP = 2200 kg/m³ e Aço = 7850 kg/m³, valores de peso obtido na ABNT NBR 17196: 2025 e ABNT NBR 6118: 2023), o que facilitou o transporte e posicionamento do material. Além disso, foi necessário um número semelhante de espaçadores que aqueles utilizados em barras de aço. Na figura 11 é possível observar a execução da ponte (Benmokrane *et al.*, 2006). Importante ressaltar um detalhe em que os trabalhadores parecem estar pisando diretamente sobre as armaduras, algo que não poderia ser feito, no entanto não é possível dizer se existe algum tipo de estrutura suportando o peso dos funcionários.

Figura 11 - Execução da Morristown Bridge



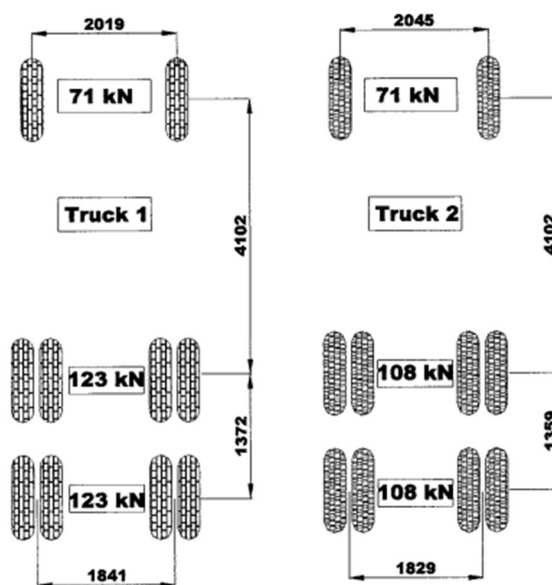
Fonte: Benmokrane et al. (2006)

Após a execução da obra foi realizada a verificação da deformação e da deflexão das lajes sobre uma carga móvel. Para medir esses valores foram utilizados sensores de fibra óptica (FOS) posicionados em pontos estratégicos da estrutura. Eles foram posicionados no meio do vão da ponte, local onde há maiores deformação, sendo 11 colados nas barras de GFRP. Com isso foi possível medir a deformação tanto da laje como das vigas (Benmokrane *et al.*, 2006).

Com isso, foram utilizados dois veículos para representar a carga móvel, com suas dimensões e carga apresentadas na figura 12, sendo que eles foram passados em diferentes pontos da seção transversal da ponte para obter a deformação máxima. Além disso, ela também foi testada com a passagem regular de veículos. Com isso, foi obtido que a deformação máxima da GRFP foi de 0,19%, sendo o valor máximo permitido pela ACI 440.1R-03 para barras sujeitas à fadiga era de 14,0%. Para o concreto o valor máximo calculado de tensão de deformação foi de 45μ , sendo o valor de fissuração de $\varepsilon_{cr} = 112\mu$. Além disso, ao longo de 13 meses foram feitas

verificações de abertura de fissuras, e não foi visualizado o aparecimento dessa manifestação patológica. É importante ressaltar, que o carregamento dos veículos utilizados é inferior aos calculados, no entanto as tensões de deformação foram multiplicadas de acordo com a razão entre as cargas dos veículos utilizados e os de cálculo (Benmokrane *et al.*, 2006).

Figura 12 - Disposição dos carregamentos da carga móvel utilizada na ponte



Fonte: Benmokrane et al. (2006)

Com isso, nesse estudo, foi possível obter dados que mostram a possibilidade de executar lajes de concreto com barras FRP mantendo a segurança da estrutura. Além disso, esse estudo demonstrou que a execução não é de grande dificuldade por parte da mão de obra, podendo até ser observado benefícios, principalmente em relação ao transporte do material.

2.7 NORMAS NACIONAIS SOBRE AS BARRAS DE POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRAS

No início de 2025 foi publicada a ABNT NBR 17196: 2025 - Projeto de estruturas de concreto armado com barras de polímero reforçado com fibras (FRP), que aborda os requisitos para projetar estruturas com barras FRP passivas em estruturas de concreto armado. Essa norma se baseia na ACI 440.1R (2015), guia utilizado nos Estados Unidos para a execução de estruturas com esse tipo de material. Em Dalfré, Ferreira, Mazzú (2020) é possível observar que diversos conceitos provenientes de normas estrangeiras foram adaptados ao cenário nacional e depois

descritas na norma, como o fator de redução ambiental (CE) e as equações para o cálculo do Estado Limite Último, no entanto foram realizadas pequenas alterações nesses valores buscando uma maior segurança para o cenário nacional. A publicação dessa norma foi de grande importância para o uso dessas barras, já que é possível ter respaldo técnico para o projeto dessas estruturas. Antes da publicação dela, era necessário utilizar normas estrangeiras, o que dificultava o acesso a essas informações.

Os principais pontos dessa norma em relação ao dimensionamento e relevantes para lajes são apresentados de maneira resumida a seguir, sendo abordados em maiores detalhes no tópico 4, quando foi realizado o dimensionamento do objeto de estudo (Associação Brasileira de Normas, 2025):

- Definição dos tipos de estruturas onde essas barras podem ser aplicadas. Sendo eles lajes maciças, pilares e vigas que não estejam sujeitas a situações com temperaturas superiores a 80°C;
- Não pode ser aplicada a lajes nervuradas sobre vigas ou lajes maciças que estejam apoiadas diretamente sobre pilares;
- Apenas as armaduras passivas podem ser dimensionadas de acordo com essa norma;
- São permitidos apenas o uso de concretos com classe de resistência entre a C20 e C50;
- É permitido o uso de seções que contenham barras de aço, sendo necessário para esses casos utilizarem também o que está prescrito na ABNT NBR 6118: 2023;
- Apresenta as classes de agressividade que devem ser consideradas para esse tipo de estrutura, variando de CAA-FRP-I a CAA-FRP-III. Também são apresentados os cobrimentos das barras, fator água cimento do concreto, abertura máxima de fissuras e a classe de concreto mínima;
- Subtende-se pela norma que os concretos utilizados podem ter as mesmas características do que aqueles definidos pela ABNT NBR 6118: 2023;
- Prescreve quais barras são permitidas a utilização, sendo elas as barras

de polímero reforçadas com fibras de basalto e barras de polímero reforçadas com fibras de vidro. Não é permitido o uso de outros tipos de materiais;

- Define as características físicas das barras de FRP, como peso próprio, módulo de elasticidade, resistência à tração e a deformação última à tração;
- São apresentados o comprimento de ancoragem e trespasse mínimos;
- São definidas as possíveis configurações para estribos;
- Coeficientes de ponderação para as resistências dos materiais e para os carregamentos, de acordo com combinações consideradas;
- Dimensionamento para o Estado Limite Último e Estado limite de Serviço;
- Detalhamento das armaduras para os diferentes tipos de elementos.

Além dessa norma, também foi publicada a ABNT NBR 17201-1: 2025 – Barras de polímeros reforçados com fibras (FRP) destinadas a armaduras para estruturas de concreto armado. Parte 1: Requisitos. Os principais pontos abordados por ela são (Associação Brasileira de Normas, 2025):

- As propriedades exigidas para as barras de FRP, sendo um pouco mais completas do que as apresentadas na norma de projeto;
- A durabilidade esperada para o material;
- Ensaio que podem ser utilizados para a determinação das propriedades físicas e mecânicas do material;
- Estabelece que as barras de FRP não podem ser dobradas na obra, sendo necessário um processo especial para isso, realizado apenas na fabricação do material.

Essa norma será utilizada apenas como base para as principais características das barras de FRP e que serão necessárias para a realização do dimensionamento da estrutura.

Com isso, é possível perceber que essas duas normas permitem o cálculo de uma laje de ponte que utiliza armadura passiva de FRP. Logo, elas serão utilizadas constantemente no dimensionamento do objeto de estudo desse trabalho, sendo apresentado em maiores detalhes no capítulo 4.

3 METODOLOGIA

Esse trabalho tem como pesquisa o estudo de lajes de pontes de concreto armado apoiadas sobre múltiplas vigas. Para o desenvolvimento do trabalho, foi necessário definir um objeto de estudo, já que existem diversos tipos de tabuleiros de pontes de concreto. Com isso, foi consultada a bibliografia como base, sendo escolhida um tipo de laje que se encontra bem estudada e que também já foi utilizada em outras ocasiões, como em construções do mundo real. Também foi definido que se tratará de uma ponte com pequenas dimensões, podendo ser a ponte de uma rodovia vicinal de mão simples, apresentando apenas 2 faixas de tráfego.

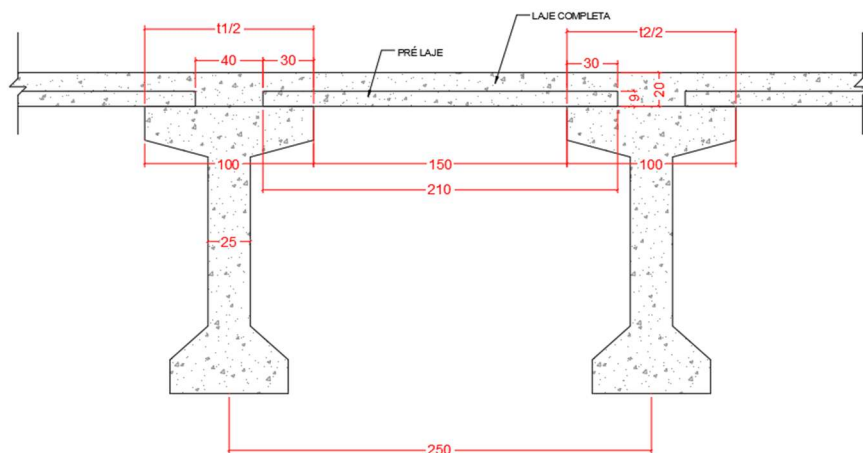
Com isso, foram definidos 2 casos de lajes de ponte a serem estudados, sendo as suas características iniciais apresentadas a seguir:

- Caso 1;
 - Longarina com dimensão;
 - Transversal = 1,00 metros;
 - Distância entre longarinas (eixo a eixo) = 2,50 metros;
 - Número de longarinas = 4;
 - Largura total da ponte = 7,50 metros;
 - Pré-laje com dimensões;
 - Longitudinal (direção da ponte) = 0,495 metros;
 - Transversal (direção da ponte) = 2,10 metros;
 - Vão efetivo = $1,50 + 0,15 + 0,15 = 1,80$ metros;
 - Espessura = 0,09 metros;
 - Distância entre a borda da pré laje e a alça de içamento = 0,15 metros;
 - Laje completa com dimensões;
 - Longitudinal (direção da ponte) = 1,00 metro (será analisada a faixa de metro);
 - Transversal (direção da ponte) = 2,50 metros;
 - Vão efetivo calculado de acordo com a seguinte equação retirada da ABNT NBR 6118: 2023:
 - $l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$;
 - l_0 é a distância entre as faces externas dos apoios consecutivos;

- a_1 menor valor entre $t_1/2$ e $0,3 \cdot h$, onde h é a altura da laje e t_1 está apresentado na figura 13;
- a_2 é o menor valor entre $t_2/2$ e $0,3 \cdot h$ onde t_2 está apresentado na figura 13;
- Vão efetivo = 1,62 metros;
- Espessura inicial = 0,20 metros (essa será a altura mínima, mas se necessário ela será aumentada);
- Classe de agressividade para as barras de aço;
 - CAA III;
- Classe de agressividade para as barras de FRP;
 - CAA - FRP II.

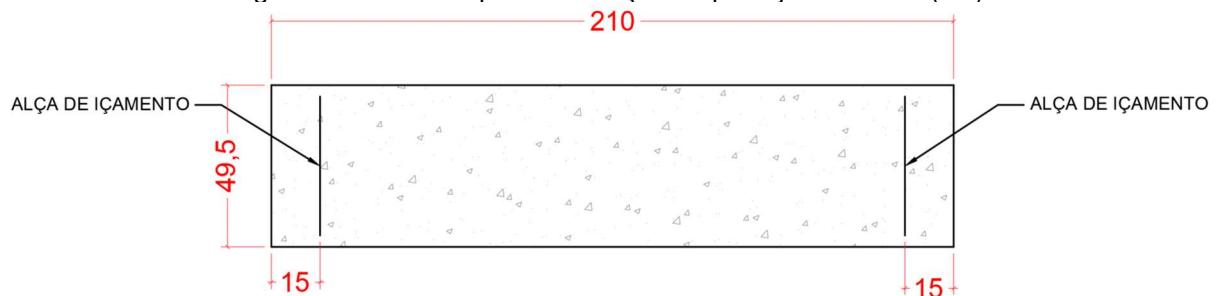
Uma representação da seção da ponte estudada pode ser observada nas figuras 13 e 14.

Figura 13 - Corte da seção transversal da ponte no caso 1 (cm)



Fonte: Autor (2025)

Figura 14 - Vista em planta da seção da pré laje no caso 1 (cm)



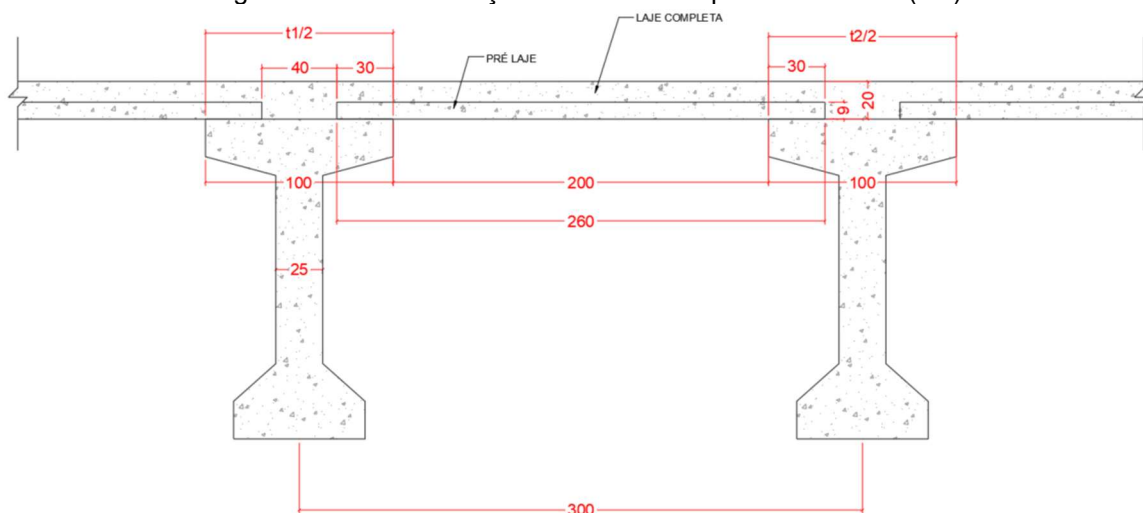
Fonte: Autor (2025)

- Caso 2:
 - Longarina com dimensão;

- Transversal = 1,00 metros;
- Distância entre longarinas (eixo a eixo) = 3,00 metros;
- Número de longarinas = 4;
- Largura total da ponte = 9,00 metros;
- Pré-laje com dimensões;
 - Longitudinal (direção da ponte) = 0,495 metros;
 - Transversal (direção da ponte) = 2,60 metros;
 - Vão efetivo = $2,00 + 0,15 + 0,15 = 2,30$ metros;
 - Espessura = 0,09 metros;
 - Distância entre a borda da pré laje e a alça de içamento = 0,15 metros;
- Laje completa com dimensões;
 - Longitudinal (direção da ponte) = 1,00 metro (será analisada a faixa de metro);
 - Transversal (direção da ponte) = 3,00 metros;
 - Vão efetivo calculado de acordo com a seguinte equação retirada da ABNT NBR 6118: 2023:
 - $l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$;
 - l_0 é a distância entre as faces externas dos apoios consecutivos;
 - a_1 menor valor entre $t_1/2$ e $0,3 \cdot h$, onde h é a altura da laje e t_1 está apresentado na figura 15;
 - a_2 é o menor valor entre $t_2/2$ e $0,3 \cdot h$ onde t_2 está apresentado na figura 15;
 - Vão efetivo = 3,12 metros;
 - Espessura inicial = 0,20 metros (essa será a altura mínima, mas se necessário ela será aumentada);
- Classe de agressividade para as barras de aço;
 - CAA III;
- Classe de agressividade para as barras de FRP;
 - CAA - FRP II.

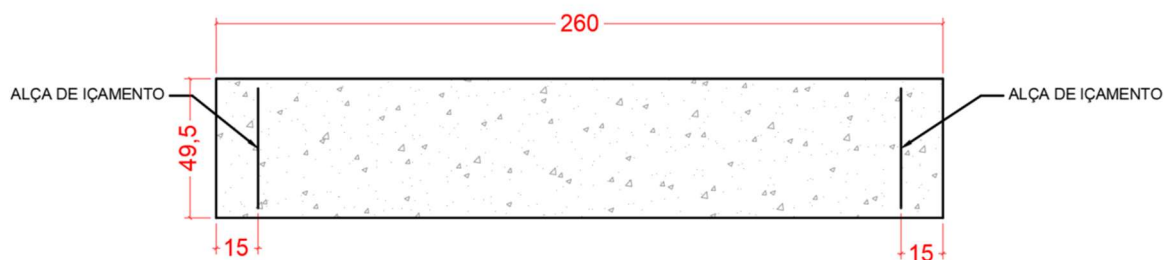
Uma representação da seção da ponte estudada pode ser observada nas figuras 15 e 16.

Figura 15 - Corte da seção transversal da ponte no caso 2 (cm)



Fonte: Autor (2025)

Figura 16 - Vista em planta da seção da pré laje no caso 2 (cm)



Fonte: Autor (2025)

Em ambos os casos, os esforços calculados para a pré laje foram feitos considerando apenas 1 painel. Para o caso da laje completa o cálculo foi realizado por faixa de metro.

A partir das tipologias foram definidos 4 casos de estudo, sendo eles:

- Caso 1 aço – Ponte com as dimensões apresentadas no caso 1 e seção da laje armada com barras de aço;
- Caso 1 FRP – Ponte com as dimensões apresentadas no caso 1 e seção da laje armada com barras de FRP;
- Caso 2 aço – Ponte com as dimensões apresentadas no caso 2 e seção da laje armada com barras de aço;
- Caso 2 FRP – Ponte com as dimensões apresentadas no caso 2 e seção da laje armada com barras de FRP.

Por fim, foi necessário definir outras características da ponte, que foram os mesmos para ambos os casos, sendo importante para a determinação de alguns

coeficientes apresentados na ABNT NBR 7188: 2024 e apresentados no capítulo 4.

- Distância entre transversinas = 20 metros;
- Número de faixas de tráfego = 2 faixas + faixas de acostamento.

Com a situação determinada, foi necessário realizar os cálculos para 3 situações apresentadas a seguir:

- Içamento da pré laje: A pré laje será içada por meio da alça de içamento e posicionada sobre as longarinas;
- Execução da laje completa. Considerando a situação em que a laje será executada, onde apenas a pré laje vai resistir aos esforços e existirá uma capa de concreto sobre ela, além de uma sobrecarga de trabalho;
- Serviço. Situação em que a laje estará em serviço, onde a seção como um todo irá resistir às solicitações. Nessa seção será considerada a passagem de um trem tipo como sobrecarga.

Com o objeto de estudo foi realizado o cálculo para ambos os casos, considerando que uma seção feita apenas com barras de aço e outra seção apenas com barras FRP. A ABNT NBR 7187: 2021 e a ABNT NBR 7188: 2024 foram utilizadas como base para ambos os tipos de barras, no entanto, o dimensionamento das barras de aço foi feito considerando o que foi apresentado na ABNT NBR 6118: 2023, já para as barras de FRP foi considerado aquilo apresentado na ABNT NBR 17196: 2025, com ressalvas para quando outra norma era citada.

Com isso, foi realizado o dimensionamento da ponte. Para o levantamento das cargas, foram considerados o peso próprio da estrutura e sobrecargas acidentais, como a de pessoas e veículos. Para as seções no içamento e execução, os esforços foram encontrados por meio da utilização do FTOOL, considerando uma seção bi apoiada, já para a seção em serviço, foram utilizadas as tabelas de Rüsçh, considerando uma seção engatada e bordas indeterminadas. Após isso, foram realizados o dimensionamento da estrutura, para o Estado Limite Último, fadiga e esforços cortante, e para os Estados Limites de serviço, para a flecha e abertura de fissuras. Depois, foram verificados os comprimentos de ancoragem e trespasse. Após a realização do dimensionamento, foi realizado um levantamento de dados, considerando o consumo total de material, sendo considerada a seção completa da laje da ponte. Por último, foi realizado o levantamento dos custos dos materiais aplicados, para cada um dos casos, e feito um orçamento para a obra, comparando o

custo total para cada uma das barras. Importante ressaltar que foi considerado apenas os custos do material, mão de obra, logística, armazenamento e transporte não foi considerado devido a dificuldade de levantar esses dados.

4 RESULTADOS OBTIDOS

A seguir será apresentado o dimensionamento da laje da ponte para ambos os casos citados no capítulo 3, sendo para cada caso feito uma seção com barra de aço e outra com barra de FRP, totalizando um total de 4 casos. O dimensionamento foi realizado para todas as situações, como já citadas anteriormente (içamento, execução e serviço).

A primeira etapa para realizar o dimensionamento foi realizar o levantamento das cargas e esforços para cada uma das etapas construtivas. Para a obtenção desses esforços foi utilizado diferentes métodos, dependendo da etapa. Após isso foi realizado o dimensionamento das seções para os Estados Limites, verificação do comprimento de ancoragem e trespasse, área de aço e FRP mínimas e por fim foi apresentado o quantitativo de material gasto e um orçamento para todos os casos.

4.1 LEVANTAMENTO DE CARGAS E ESFORÇOS PARA A SITUAÇÃO DE IÇAMENTO

A situação de içamento é a primeira etapa construtiva a que a estrutura irá ser submetida. Para o seu cálculo foi considerada apenas o peso próprio da pré laje de concreto, sendo calculado pela equação 1.

$$\text{Carregamento/metro} = \gamma_{conc} * hc * lc \quad (\text{equação 1})$$

Onde:

- γ_{conc} = Peso próprio do concreto = 25 kN/m³ (ABNT NBR 6120: 2019);
- hc = Espessura da pré laje;
- lc = Comprimento da seção na direção longitudinal da ponte (0,5 metros).

Com isso foram obtidos os carregamentos para cada uma das situações e os seus vão efetivos considerados para o cálculo, sendo esses valores apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Carregamentos na situação de içamento

Içamento	Altura da pré-laje (h_c) (m)	Carregamento/metro (kN/m)	Vão efetivo (m)
Caso 1 Aço	0,09	1,13	1,80
Caso 1 FRP	0,11	1,38	1,80
Caso 2 Aço	0,09	1,13	2,30
Caso 2 FRP	0,13	1,63	2,30

Fonte: Autor (2025)

Com os carregamentos obtidos, foi possível encontrar os esforços na estrutura. Com isso, foi utilizado o auxílio do software FTOOL, onde os carregamentos foram aplicados para cada um dos casos.

Após a obtenção dos esforços solicitantes característicos foi necessário obter os esforços de cálculo, sendo ele o esforço característico multiplicado pelo fator de majoração. Para esse tipo de estrutura foi necessário levar em conta 3 combinações de esforços:

- Combinações últimas especiais ou de construção (cálculo de área de armadura e verificação do cisalhamento no Estado Limite Último). Foi utilizada a equação 2;

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} F_{Qj,k} \right] \quad (\text{equação 2})$$

- Combinação frequente de serviço (verificação da abertura máxima de fissuras para o Estado Limite de Serviço). Foi utilizada a equação 3;

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \psi_1 F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{2j} F_{Qj,k} \quad (\text{equação 3})$$

- Combinação quase permanente de serviço (verificação da flecha máxima na estrutura no Estado Limite de Serviço). Foi utilizada a equação 4.

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} F_{Qj,k} \quad (\text{equação 4})$$

Onde:

- $F_{Gi,k}$ = Carregamento permanente;
- $F_{Q1,k}$ = Carregamento variável principal;
- $F_{Qj,k}$ = Carregamento variável secundário.

Os fatores de ponderação, ψ_j , foram obtidos da ABNT NBR 8681: 2003 nas Tabelas 2 e 4, apresentadas como Tabelas 2 e 3 respectivamente.

Tabela 2 - Ações permanentes diretas agrupadas

Combinação	Tipo de estrutura	Efeito	
		Desfavorável	Favorável
Normal	Grandes pontes ¹⁾	1,30	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾	1,35	1,0
	Edificação tipo 2 ³⁾	1,40	1,0
Especial ou de construção	Grandes pontes ¹⁾	1,20	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾	1,25	1,0
	Edificação tipo 2 ³⁾	1,30	1,0
Excepcional	Grandes pontes ¹⁾	1,10	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾	1,15	1,0
	Edificação tipo 2 ³⁾	1,20	1,0

¹⁾ Grandes pontes são aquelas em que o peso próprio da estrutura supera 75% da totalidade das ações.
²⁾ Edificações tipo 1 são aquelas onde as cargas acidentais superam 5 kN/m².
³⁾ Edificações tipo 2 são aquelas onde as cargas acidentais não superam 5 kN/m².

Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2003)

Tabela 3 - Ações variáveis consideradas separadamente

Combinação	Tipo de ação	Coefficiente de ponderação
Normal	Ações truncadas ¹⁾	1,2
	Efeito de temperatura	1,2
	Ação do vento	1,4
	Ações variáveis em geral	1,5
Especial ou de construção	Ações truncadas ¹⁾	1,1
	Efeito de temperatura	1,0
	Ação do vento	1,2
	Ações variáveis em geral	1,3
Excepcional	Ações variáveis em geral	1,0

¹⁾ Ações truncadas são consideradas ações variáveis cuja distribuição de máximos é truncada por um dispositivo físico de modo que o valor dessa ação não pode superar o limite correspondente. O coeficiente de ponderação mostrado na tabela 4 se aplica a esse valor limite.

Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2003)

Com isso, foram adotados os seguintes coeficientes de ponderação

- 1,25 = Coeficiente de ponderação da carga permanente no ELU;
- 1,30 = Coeficiente de ponderação de carga dinâmica no ELU;
- Para os esforços do ELS não foi utilizado fatores de ponderação.

No entanto, para as seções com barras FRP é necessário considerar mais um fator de ponderação para os esforços, por conta do risco de ruptura frágil. Esse

coeficiente pode ser adotado como $\gamma_{n,1}=1,10$ de acordo com o t3pico 11.6.2 da ABNT NBR 17196: 2025, sendo que esse fator deve multiplicar o esfor3o encontrado para todas as combina33es. Os esfor3os caracter3sticos e de c3lculo para cada um dos casos s3o apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Esfor3os solicitantes caracter3sticos e de c3lculo para o i3amento

I3amento	Momento caracter3stico (M_{sk}) (kN.m/m)	Momento de c3lculo ELU ($M_{sd,ELU}$) (kN.m/m)	Momento de c3lculo frequente ($M_{sd,freq}$) (kN.m/m)	Momento de c3lculo quase permanente ($M_{sd,perm}$) (kN.m/m)	Cortante caracter3stica (V_{sk}) (kN/m)	Cortante de c3lculo (V_{sd}) (kN/m)
Caso 1 A3o	0,50	0,81	0,50	0,50	1,00	1,63
Caso 1 FRP	0,60	1,08	0,66	0,66	1,20	2,15
Caso 2 A3o	0,70	1,14	0,70	0,70	1,30	2,11
Caso 2 FRP	1,10	1,97	1,21	1,21	1,90	3,40

Fonte: Autor (2025)

Com todos os esfor3os obtidos e majorados de acordo com os coeficientes para cada um dos casos, foi poss3vel come3ar o dimensionamento da pr3 laje para o i3amento, sendo apresentado mais 3 frente.

4.2 LEVANTAMENTO DE CARGAS E ESFOR3OS PARA A SITUA33O DE EXECU33O

O levantamento de cargas foi feito de maneira semelhante 3 etapa de i3amento, no entanto haver3 outras duas cargas al3m do peso pr3prio da estrutura. A presen3a de uma capa de concreto que n3o ir3 resistir aos esfor3os nessa etapa e uma sobrecarga de trabalho, ambos provenientes da concretagem da laje em seu local definitivo. Sendo assim foi utilizada a equa33o 5 para a obten33o dos carregamentos nessa fase construtiva.

$$\text{Carregamento/metro} = \gamma_{conc} * h * lc + S_{cs} * lc \quad (\text{equa33o 5})$$

Onde:

- h = altura total da laje;
- S_{cs} = Sobrecarga de servi3o na laje = 1,0 kN/m².

Com isso, foi obtido os seguintes carregamentos para cada um dos casos, sendo apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 - Carregamentos na situação de execução

Execução	Altura total da laje (h) (m)	Carregamento permanente/ metro (kN/m)	Carregamento sobrecarga/ metro (kN/m)	Vão efetivo (m)
Caso 1 Aço	0,22	2,75	0,50	1,80
Caso 1 FRP	0,25	3,13	0,50	1,80
Caso 2 Aço	0,22	2,75	0,50	2,30
Caso 2 FRP	0,26	3,25	0,50	2,30

Fonte: Autor (2025)

Com os carregamentos obtidos foi seguido o mesmo processo usado no içamento para a obtenção dos esforços, com o auxílio do software FTOOL.

Para obter os esforços de cálculo para cada uma das situações foi necessário aplicar coeficientes de ponderação, sendo eles apresentados na Tabela 6, com base nos valores apresentados nas tabelas 2 e 4 da ABNT NBR 8981: 2003, apresentadas como Tabelas 2 e 3 e as equações 2 a 4 para as combinações aplicadas.

Tabela 6 - Fatores de ponderação para os esforços na execução

Situação	Fator de majoração carga permanente	Fator de ponderação carga variável
Estado Limite último	1,25	1,20
Estado Limite de Serviço frequente	1,00	0,40
Estado limite de serviço quase permanente	1,00	0,30

Fonte: Autor (2025)

Os esforços obtidos para as barras de FRP também foram multiplicados pelo fator como $\gamma_{n,1}=1,10$ de acordo com o tópico 11.6.2 da ABNT NBR 17196: 2025.

Os esforços característicos e de cálculo para cada um dos casos são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Esforços solicitantes característicos e de cálculo para a execução

Execução	Momento característico permanente (M_{sk}) (kN.m/m)	Momento característico sobrecarga (M_{sk}) (kN.m/m)	Momento de cálculo ELU ($M_{sd,ELU}$) (kN.m/m)	Momento de cálculo frequente ($M_{sd,freq}$) (kN.m/m)	Momento de cálculo quase permanente ($M_{sd,perm}$) (kN.m/m)	Cortante característica permanente (V_{sk}) (kN/m)	Cortante característica sobrecarga (V_{sk}) (kN/m)	Cortante de cálculo (V_{sd}) (kN/m)
Caso 1 Aço	1,10	0,40	1,86	1,26	1,22	2,50	0,80	4,09
Caso 1 FRP	1,30	0,40	2,32	1,61	1,56	2,80	0,80	4,91
Caso 2 Aço	1,80	0,70	3,09	2,08	2,01	3,20	1,10	5,32
Caso 2 FRP	2,10	0,70	3,82	2,62	2,54	3,70	1,10	6,55

Fonte: Autor (2025)

Com os esforços obtidos, foi possível realizar o dimensionamento da seção para a situação de concretagem.

4.3 LEVANTAMENTO DE CARGAS E ESFORÇOS PARA A SITUAÇÃO DE SERVIÇO

Para essa situação será necessário utilizar uma abordagem diferente daquelas apresentadas anteriormente. Uma das possibilidades seria utilizar algum programa de elementos finitos, como o SAP 2000 ou o STRAP, no entanto foi optado por utilizar outro método. Como se trata de uma estrutura onde o intuito é apenas realizar um estudo, e ela não será executada, foi optado por utilizar como base o livro “*Berechnungstabeln für rechtwinklige Fahrbahnplatten von Straßenbrücken*” de autoria de Hubert Rüschi, engenheiro que realizou diversos estudos e pesquisas na área de concreto armado e concreto protendido, sendo esse método renomado e muito utilizado antes da popularização dos softwares de elementos finitos.

A utilização desse método não é muito complexa, no entanto é necessário muita atenção e conhecimento sobre a nomenclatura utilizada. O conceito básico desse método é utilizar as tabelas apresentadas no livro para obter tanto os esforços de cortante como também os esforços de momento. Porém, é preciso primeiramente definir quais vão ser os valores de entrada para utilizar a tabela. Por questão de simplificação primeiro será abordado como foi obtido os esforços de momento e depois como foram obtidos os esforços para a cortante.

Primeiramente foi necessário determinar os carregamentos permanentes (g) atuantes na laje. Para isso foi utilizada equação 6.

$$g = \gamma_{conc} * hlaje + \gamma_{pav} * emédia * grec \quad (\text{equação 6})$$

Onde:

- γ_{pav} = Peso próprio do pavimento = 24 kN/m³;

- $eméd$ = Espessura média do pavimento = 0,08 metros;
- $grec$ = Constante de recapeamento = 2,0.

Também é necessário definir os carregamentos provenientes do Trem tipo TB-450, onde são consideradas 2 cargas (a carga de passeio não foi considerada) de acordo com a ABNT NBR 7188: 2024, sendo elas:

- P = Carregamento de cada roda = 75 kN
- p = Carga distribuída = 5

Para aplicar esses carregamentos na laje, eles devem ser inseridos nas equações 7 e 8.

$$Q = P * CIV * CNF * CIA \quad (\text{equação 7})$$

$$q = p * CIV * CNF * CIA \quad (\text{equação 8})$$

Onde:

- Q = carga concentrada;
- q = carga distribuída;
- CIV = Coeficiente de impacto vertical = 1,303
- CNF = Coeficiente de número de faixas = 1,000;
- CIA = Coeficiente de impacto adicional = 1,250.

Com isso, foi possível obter os carregamentos permanentes e variáveis, concentrados e distribuídos na laje, sendo os valores apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Carregamentos permanentes e variáveis distribuídos nas lajes

Serviço	Carga permanente (g) (kN/m ²)	Carga concentrada (Q) (kN)	Carga distribuída (q) (kN/m ²)
Caso 1 Aço	9,42	122,14	8,14
Caso 1 FRP	10,17	122,14	8,14
Caso 2 Aço	9,42	122,14	8,14
Caso 2 FRP	10,42	122,14	8,14

Fonte: Autor (2025)

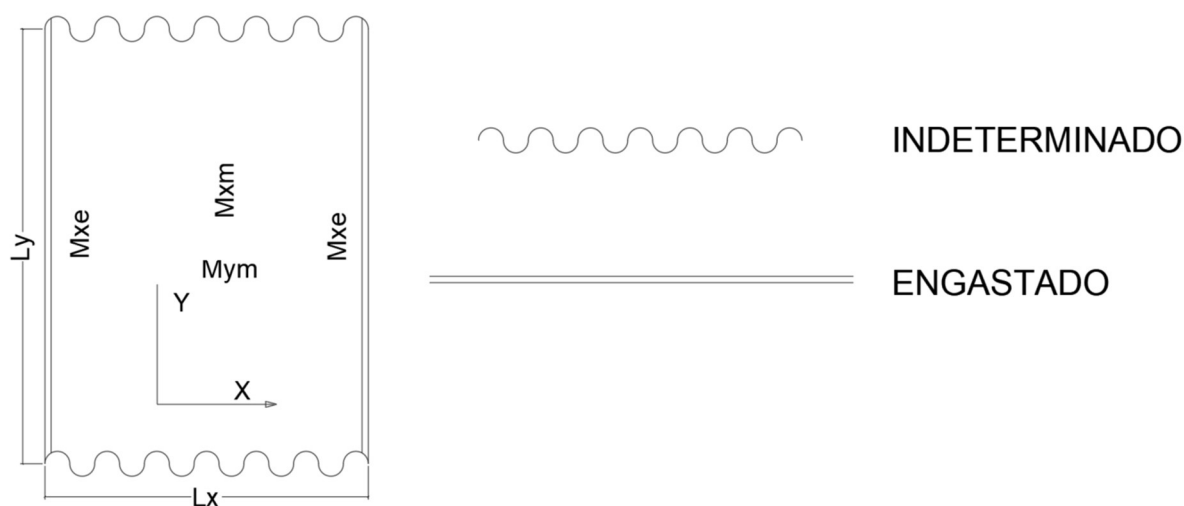
Para os esforços de momento, é necessário definir qual será a tabela utilizada dentre os quase 200 presentes no livro. Esse processo irá obter a mesma tabela para todos os casos, logo ele será apresentado de maneira resumida. Primeiramente foi necessário definir quais as condições de vinculação das extremidades da laje da

ponte, que podem ser as seguintes.

- Livre: Normalmente a borda que não está engastada para uma laje em balanço;
- Apoiado: Quando há apenas impedimentos para os deslocamentos, mas a rotação não é impedida;
- Engastado: Quando há impedimentos tanto para deslocamento como para rotação;
- Indeterminado: Quando há impedimentos no apoio, no entanto ele não influencia nos cálculos da estrutura.

Com isso, foi possível determinar que a estrutura irá apresentar engastamento nas bordas perpendiculares à menor direção, pois se trata de uma laje central e as lajes vizinhas foram definidas com as mesmas dimensões em planta e espessura. No entanto, nas bordas paralela à menor direção foi considerada uma borda com apoio indeterminado, pois a laje apresenta uma dimensão muito maior na longitudinal do que na transversal. Também foi definido os eixos da laje e quais momentos vão atuar na laje, sendo todas essas informações apresentadas na figura 17.

Figura 17 - Representação das bordas, eixos e esforços na laje



Fonte: Autor (2025)

A seguir é apresentado o diagrama de momentos em cada uma das direções da laje, nas figuras 18 e 19.

Figura 18 - Momentos na direção x

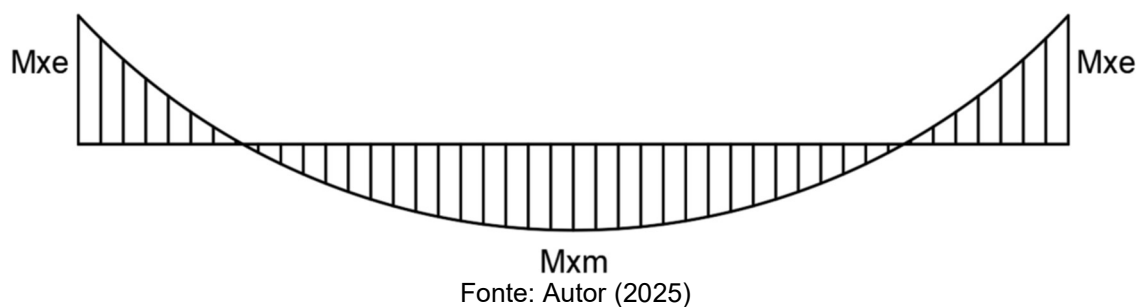
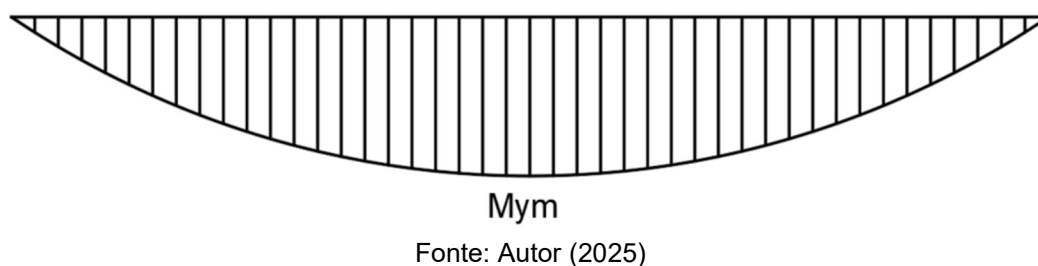


Figura 19 - Momento na direção y



Com a definição das bordas foi necessário definir a relação L_y/L_x , sendo:

- L_x = menor direção do vão = 2,60 ou 3,10 (depende do caso);
- L_y = Maior direção do vão = 20,00 metros.

Como essa relação é muito superior a 2, ela foi considerada como infinita, logo:


- $L_y/L_x = \infty$.

Outro dado muito importante para a escolha da tabela foi determinar a direção do tráfego. Na laje em estudo, a direção do tráfego foi considerada como na direção da maior dimensão, ou seja, em y.

O último fato para definir é o tipo de carga móvel a ser utilizada. De acordo com a ABNT NBR 7188: 2024 para pontes de veículos pode ser considerado o veículo tipo TB-450 para a determinação de cargas. Com isso, a tabela a ser utilizada deve apresentar o veículo "*Brückenklasse 24 bis 60*" (o livro utilizado foi escrito em Alemão), que pode ser considerado como um equivalente do TB-450.

Com todos esses dados definidos, foi possível escolher a tabela que melhor se adequou para a situação estudada, sendo ela apresentada na Tabela 9, e no livro é a tabela 27 B. Os dados de entrada na tabela foram marcados em vermelho.

Tabela 9 - Tabela escolhida com indicação para os principais fatores considerados para escolha da tabela

Nr. 27 B		$l_y / l_x = \infty$	Fahrtrichtung \updownarrow	Gleichlast über die ganze Platte Für m_{xm} $k = 0,0477$ Für m_{ym} $k = 0,0069$ Für m_{xe} $k = 0,0833$	$m = k \cdot g \cdot l_x^2$ g oder p in kN/m ² ; l_x in m															
Brückenklasse 24 bis 60		Raddruck des SLW von 1,0 kN			Gleichlast um SLW von 1 kN/m ²															
l_x / a	m_{xm} in Plattenmitte				m_{ym} in Plattenmitte				$-m_{xe}$ in Randmitte				für alle Werte t/a							
	t/a				t/a				t/a				m_{xm}		m_{ym}		$-m_{xe}$			
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2
0,50	0,118	0,083	0,041	0,020	0,097	0,051	0,031	0,008	0,250	0,190	0,120	0,050	—	—	—	0,01	—	—	—	0,10
1,00	171	129	078	061	149	091	051	023	320	260	180	090	—	—	—	01	—	—	—	28
1,50	266	216	175	120	187	134	080	038	420	400	340	250	—	0,05	—	03	—	—	—	35
2,00	332	290	250	195	215	168	096	064	58	56	51	400	—	10	—	05	0,03	—	—	35
2,50	399	357	318	264	248	198	137	096	72	70	66	55	—	27	—	13	08	—	—	37
3,00	452	415	370	330	287	239	179	141	85	84	80	78	0,30	53	0,05	24	20	—	—	80
4,00	0,56	0,52	0,485	0,440	0,361	0,315	0,262	0,222	1,06	1,06	1,01	0,98	0,80	1,11	0,13	0,57	0,35	2,20	—	—
5,00	65	62	58	53	430	389	338	295	1,21	1,21	1,18	1,14	1,25	1,79	21	83	1,00	4,25	—	—
6,00	74	71	67	63	498	457	412	370	1,32	1,32	1,30	1,26	1,65	2,90	28	1,33	1,40	7,60	—	—
7,00	82	79	75	70	56	52	479	433	1,41	1,41	1,40	1,36	2,00	4,50	33	2,03	2,00	11,80	—	—
8,00	87	85	81	76	61	58	54	490	1,47	1,47	1,47	1,44	2,40	6,30	42	2,89	2,40	16,20	—	—
9,00	91	89	85	80	66	63	59	54	1,52	1,52	1,52	1,50	2,75	8,40	48	3,82	3,00	21,60	—	—
10,00	0,94	0,91	0,87	0,82	0,71	0,67	0,63	0,58	1,54	1,54	1,54	1,53	3,12	10,55	0,56	4,85	3,50	26,30	—	—

Fonte: Rüsç (1981)

Com a tabela definida, foi necessário definir os dados de entrada para encontrar os fatores que multiplicarão os carregamentos móveis. Esses valores podem variar de caso a caso, pois depende da espessura da laje e a dimensão do menor vão. Inicialmente foi necessário determinar um fator t dado pela equação 9.

$$t = \sqrt{0,2 * b} + 2 * eméd * hlaje \quad (\text{equação 9})$$

Onde:

b = Largura da roda do trem tipo = 0,2 m.

Explicando como funciona a tabela, os valores verticais são provenientes da relação Lx/a , onde "a" é a distância entre os centros da roda do trem tipo. Já para os valores horizontais, ele é obtido a partir da relação t/a . Com isso, é possível encontrar os valores apresentados a seguir:

- K_{xmQ} = Fator que vai multiplicar o carregamento concentrado para obter o momento em x no meio do vão;
- K_{xeQ} = Fator que vai multiplicar o carregamento concentrado para obter o momento em x no engaste;
- K_{yeQ} = Fator que vai multiplicar o carregamento concentrado para obter o momento y no meio do vão;
- K_{xmq} = Fator que vai multiplicar o carregamento distribuído em x para obter o momento no meio do vão;
- K_{xeq} = Fator que vai multiplicar o carregamento distribuído em x para obter o momento no engaste;

- Kyeq = Fator que vai multiplicar o carregamento distribuído em y para obter o momento no meio do vão.

No entanto, os valores encontrados não foram exatamente os mesmos presentes na tabela, logo foi feita uma interpolação linear para os valores em destaque na Tabela 10. Os mesmos valores de interpolação foram obtidos para todos os casos.

Tabela 10 - Valores destacados utilizados na interpolação

Nr. 27 B		$l_y / l_x = \infty$	Fahrtrichtung ↑	Gleichlast über die ganze Platte			$m = k \cdot g \cdot l_x^2$											
				Für m_{xm} $k = 0,0417$	Für m_{ym} $k = 0,0069$	Für m_{xe} $k = -0,0833$	g oder p in kN/m ² ; l_x in m											
Brückenklasse 24 bis 60				Raddruck des SLW von 1,0 kN				Gleichlast um SLW von 1 kN/m ²										
l_x / a	m_{xm} in Plattenmitte			m_{ym} in Plattenmitte			$-m_{xe}$ in Randmitte				für alle Werte l/a							
	l/a			l/a			l/a											
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2
0,50	0,118	0,083	0,041	0,020	0,097	0,051	0,031	0,008	0,250	0,190	0,120	0,050	—	—	—	0,01	—	0,10
1,00	171	129	078	061	149	091	051	023	320	260	180	090	—	—	—	01	—	28
1,50	266	216	175	120	187	134	080	038	420	400	340	250	—	0,05	—	03	—	35
2,00	332	290	250	195	215	168	096	064	58	56	51	400	—	10	—	05	0,03	35
2,50	399	357	318	264	248	198	137	096	72	70	66	55	—	27	—	13	08	37
3,00	452	415	370	330	287	239	179	141	85	84	80	78	0,30	53	0,05	24	20	80
4,00	0,56	0,52	0,485	0,440	0,361	0,315	0,262	0,222	1,06	1,06	1,01	0,98	0,80	1,11	0,13	0,57	0,55	2,20
5,00	65	62	58	53	430	389	338	295	1,21	1,21	1,18	1,14	1,25	1,79	21	83	1,00	4,25
6,00	74	71	67	63	498	457	412	370	1,32	1,32	1,30	1,26	1,65	2,90	28	1,33	1,40	7,60
7,00	82	79	75	70	56	52	479	433	1,41	1,41	1,40	1,36	2,00	4,50	33	2,03	2,00	11,80
8,00	87	85	81	76	61	58	54	490	1,47	1,47	1,47	1,44	2,40	6,30	42	2,89	2,40	16,20
9,00	91	89	85	80	66	63	59	54	1,52	1,52	1,52	1,50	2,75	8,40	48	3,82	3,00	21,60
					0,47	0,43	0,38	0,34	1,54	1,54	1,54	1,53	3,12	10,55	0,56	4,85	3,50	26,30

Fonte: Rüsç (1981)

Os valores encontrados para cada um dos carregamentos estão apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 - Valores interpolados da tabela 20

Serviço	KxmQ	KymQ	KxeQ	Kxmq	Kymq	Kxeq
Caso 1 Aço	0,093	0,063	0,204	0,000	0,000	0,000
Caso 1 FRP	0,091	0,062	0,201	0,000	0,000	0,000
Caso 2 Aço	0,121	0,080	0,248	0,000	0,000	0,000
Caso 2 FRP	0,119	0,078	0,246	0,000	0,000	0,000

Fonte: Autor (2025)

Para os carregamentos permanentes foi seguido um processo mais simples, onde é utilizada a equação presente no canto superior direito para encontrar os momentos, sendo dado pela equação 10.

$$m = k * g * l_x^2 \quad (\text{equação 10})$$

Onde k é definido para cada um dos momentos como:

- $k_{xmp} = 0,0417$;
- $k_{ymp} = 0,0069$;
- $k_{xep} = -0,0833$.

Com todos esses dados, é possível encontrar os esforços característicos em cada uma das seções da laje. Para a obtenção do momento, foi utilizada a equação

11 genérica, que pode ser extrapolada para as outras situações.

$$M_{xmk} = Q * k_{xm}Q + q * K_{xm}q + g * K_{xmp} \quad (\text{equação 11})$$

No entanto, os valores encontrados são os valores característicos, para obter os valores de cálculo foi necessário multiplicar cada um dos carregamentos separadamente por seus respectivos coeficientes de ponderação. As combinações consideradas vão ser as seguintes:

- Combinações últimas normais (cálculo de área de armadura e verificação do cisalhamento no Estado Limite Último). Foi utilizada a equação 12;

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} F_{Qj,k} \right] \quad (\text{equação 12})$$

- Combinação frequente de serviço (verificação da abertura máxima de fissuras para o Estado Limite de Serviço). Foi utilizada a equação 13;

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \psi_1 F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{2j} F_{Qj,k} \quad (\text{equação 13})$$

- Combinação quase permanente de serviço (verificação da flecha máxima na estrutura no Estado Limite de Serviço). Foi utilizada a equação 14;

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} F_{Qj,k} \quad (\text{equação 14})$$

- Combinação frequente de fadiga (verificação se o concreto e a armadura resistem aos esforços de fadiga). A equação é a mesma do que a combinação frequente, no entanto o ψ_1 é substituído por ψ_{fad} , obtido na tabela 7 da ABNT NBR 8681: 2003, apresentado como Tabela 12.

Tabela 12 - Valores dos fatores de redução para combinação frequente de fadiga

Carga móvel e seus efeitos dinâmicos	$\Psi_{1,fad}$	N
Passarelas de pedestres	0	-
Pontes rodoviárias		
Laje do tabuleiro	0,8	2×10^6
Vigas transversais	0,7	2×10^6
Vigas longitudinais ¹⁾		2×10^6
- vão até 100 m	0,5	2×10^6
- vão de 200 m	0,4	2×10^6
- vão ≥ 300 m	0,3	2×10^6
- meso e infraestrutura ⁶⁾	0	2×10^6
Pontes em ferrovias especializadas	1,0	2×10^6
Pontes em ferrovias não especializadas	0,8	2×10^6
Pontes rolantes ⁵⁾		
Leves ou de uso eventual	0	20 000
Moderadas ²⁾	1,0	100 000
Pesadas ³⁾	1,0	500 000
Severas ⁴⁾	1,0	2×10^6

¹⁾ O valor de $\Psi_{1,fad}$ pode ser interpolado linearmente entre 100 m e 300 m.
²⁾ Caso em que 50% dos ciclos ocorrem sob carga nominal.
³⁾ Caso em que 65% dos ciclos ocorrem sob carga nominal.
⁴⁾ Caso em que 80% dos ciclos ocorrem sob carga nominal.
⁵⁾ Na falta de indicação precisa do ciclo operacional da ponte rolante, permite-se o uso dos valores fornecidos nesta tabela.
⁶⁾ Desde que ligadas à super apenas por aparelhos de apoio. Não é o caso, por exemplo, de pontes em pórtico ou estaiadas.

Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2003)

13. Com isso, os valores adotados de ponderação estão apresentados na Tabela

Tabela 13 - Fatores de ponderação para os esforços em serviço

Situação	Fator de majoração carga permanente	Fator de ponderação carga móvel
Estado Limite último	1,25	1,50
Estado Limite de Serviço frequente	1,00	0,50
Estado limite de serviço quase permanente	1,00	0,30
Estado limite último de fadiga	1,35	0,80 - 0,00*

* Para a fadiga são considerados o fator para o carregamento mínimo e máximo

Fonte: Autor (2025)

Os esforços obtidos para as barras de FRP também foi multiplicado pelo fator como $\gamma_{n,1}=1,10$ de acordo com o tópico 11.6.2 da ABNT NBR 17196: 2025. Nas tabelas 14, 15 e 16 são apresentados os esforços de cálculo para cada uma das

combinações em cada uma das seções.

Tabela 14 - Esforços de momento na seção x positiva

Momento em x positivo (kN.m)					
Serviço	Momento no ELU ($M_{x_m,ELU}$) (kN.m/m)	Momento no ELS frequente ($M_{x_m,ELS}$) (kN.m/m)	Momento no ELS quase permanente ($M_{x_m,ELS}$) (kN.m/m)	Momento no ELU de fadiga ($M_{x_m,fad}$) (kN.m/m)	Momento no ELU de fadiga mínimo ($M_{x_m,fad, mín}$) (kN.m/m)
Caso 1 Aço	18,52	6,75	4,47	10,53	1,41
Caso 1 FRP	20,11	7,40	4,95	11,53	1,72
Caso 2 Aço	24,58	9,17	6,22	14,23	2,41
Caso 2 FRP	27,03	10,20	6,97	15,77	2,92

Fonte: Autor (2025)

Tabela 15 - Esforços de momento na seção y positiva

Momento em y positivo (kN.m)					
Serviço	Momento no ELU ($M_{y_m,ELU}$) (kN.m/m)	Momento no ELS frequente ($M_{y_m,ELS}$) (kN.m/m)	Momento no ELS quase permanente ($M_{y_m,ELS}$) (kN.m/m)	Momento no ELU de fadiga ($M_{y_m,fad}$) (kN.m/m)	Momento no ELU de fadiga mínimo ($M_{y_m,fad, mín}$) (kN.m/m)
Caso 1 Aço	11,86	4,05	2,50	6,44	0,23
Caso 1 FRP	12,79	4,38	2,72	6,95	0,29
Caso 2 Aço	15,10	5,20	3,24	8,24	0,40
Caso 2 FRP	16,28	5,62	3,52	8,91	0,48

Fonte: Autor (2025)

Tabela 16 - Esforços de momento na seção x negativa


Momento em x negativo (kN.m)					
Serviço	Momento no ELU ($M_{x_e,ELU}$) (kN.m/m)	Momento no ELS frequente ($M_{x_e,ELS}$) (kN.m/m)	Momento no ELS quase permanente ($M_{x_e,ELS}$) (kN.m/m)	Momento no ELU de fadiga ($M_{x_e,fad}$) (kN.m/m)	Momento no ELU de fadiga mínimo ($M_{x_e,fad, mín}$) (kN.m/m)
Caso 1 Aço	-40,52	-14,57	-9,58	-22,78	-2,82
Caso 1 FRP	-43,80	-16,03	-10,64	-25,01	-3,42
Caso 2 Aço	-50,27	-18,72	-12,66	-29,06	-4,82
Caso 2 FRP	-55,43	-20,85	-14,23	-32,27	-5,82

Fonte: Autor (2025)

Com os momentos calculados ainda resta obter a cortante atuante na região próxima aos apoios da laje, sendo que foi considerado apenas a cortante atuando no apoio da seção na menor direção. O método utilizado foi semelhante ao empregado anteriormente, onde foram utilizadas as tabelas de Rüsçh, no entanto esse método

apresenta algumas limitações. A quantidade de tabelas que podem ser obtidas é muito menor, tendo apenas 4 possibilidades. Além disso, as vinculações apresentadas nessas tabelas não são iguais às vinculações utilizadas para o cálculo, logo foi utilizada uma que apresente as vinculações e a relação L_y/L_x mais próximas à laje estudada. Com isso, optou-se por utilizar a tabela 99, apresentada como Tabela 17.

Tabela 17 - Tabela escolhida para determinar os esforços cortantes

N ^o	 $l_y / l_x = \infty$	Gleichlast über die ganze Platte		$q_x = 0,5 \cdot g \cdot l_x$ g oder p in kN/m ² ; l_x in m								
		Brückenklasse 24 bis 60				Raddruck des SLW von 1,0 kN				Gleichlast um SLW von 1 kN/m ²		
l_x / a	q_x in Randmitte Fahrtrichtung \leftrightarrow				q_x in Randmitte Fahrtrichtung \downarrow				für alle Werte l/a			
	l/a				l/a							
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	k_1	k_2	k_1	k_2
	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1				
0,50	1,92	0,98	0,420	0,140	1,90	1,10	0,340	0,130	—	0,10	—	—
1,00	2,19	1,26	58	280	2,14	1,20	60	280	—	20	—	—
1,50	2,30	1,32	66	380	2,27	1,32	73	42	—	35	0,02	0,03
2,00	2,38	1,36	72	470	2,36	1,38	81	54	—	50	0,4	1,2
2,50	2,45	1,39	78	55	2,44	1,42	88	63	0,01	73	0,9	2,3
3,00	2,48	1,42	82	62	2,50	1,46	94	68	10	1,00	1,5	4,2
4,00	2,54	1,46	0,90	0,69	2,56	1,53	1,03	0,75	0,26	1,60	0,26	1,00
5,00	2,56	1,50	0,96	75	2,62	1,58	1,09	79	37	2,26	3,9	1,90
6,00	2,57	1,52	1,00	78	2,63	1,61	1,13	80	48	2,95	4,5	2,86
7,00	2,58	1,54	1,02	78	2,64	1,64	1,16	78	56	3,65	5,0	3,81
8,00	2,60	1,55	1,03	78	2,64	1,64	1,16	76	68	4,35	5,3	4,78
9,00	2,60	1,56	1,03	74	2,65	1,65	1,16	68	80	5,05	5,5	5,75
10,00	2,62	1,56	1,02	0,71	2,65	1,65	1,14	0,63	0,91	5,74	0,59	6,77

Fonte: Rüsç (1981)

Os valores de carga permanente e carga móvel utilizada foram os mesmos que aqueles apresentados para o valor de momentos. L_x , L_y , a , t e b também foram os mesmos valores. Com isso foi realizada a interpolação dos valores para encontrar a força cortante na seção para a carga móvel.

Para a cortante da carga permanente foi utilizada a equação apresentada no canto superior direito da tabela 17, sendo ela a equação 15.

$$q_x = 0,5 \cdot g \cdot L_x \quad (\text{equação 15})$$

Com isso, foram obtidos os seguintes valores apresentados na Tabela 18.

Tabela 18 - Esforços cortantes atuantes em cada um dos casos

Serviço	Carga permanente (g) (kN/m ²)	Carga concentrada (Q) (kN)	Carga distribuída (q) (kN/m ²)	KVQ	KVq	Esforço cortante na seção (kN/m)
Caso 1 Aço	9,42	122,14	8,14	0,907	0,000	176,63
Caso 1 FRP	10,17	122,14	8,14	0,873	0,000	188,46
Caso 2 Aço	9,42	122,14	8,14	1,002	0,000	197,15
Caso 2 FRP	10,17	122,14	8,14	0,963	0,000	210,25

Fonte: Autor (2025)

Onde:

- KVQ = Fator que vai multiplicar o carregamento concentrado;
- KVq = Fator que vai multiplicar o carregamento distribuído.

Logo, foi possível obter todos os esforços atuantes em todas as seções para cada um dos casos e situações.

4.4 DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DAS BARRAS E DO CONCRETO

As características do aço utilizado no “caso 1 aço” e “caso 2 aço” estão apresentadas a seguir de acordo com os valores de acordo com a ABNT NBR 6118: 2023.

- Categoria do aço = CA50;
- Resistência característica do aço (f_{yk}) = 500 MPa;
- Fator de segurança do aço = 1,15;
- Resistência de cálculo do aço (f_{yd}) = 435 MPa;
- Módulo de elasticidade do aço (E_s) = 210000 MPa.

Para as barras de FRP utilizadas no “caso 1 FRP” e “caso 2 FRP”, foram adotados os valores apresentados na ABNT NBR 17196: 2025, sendo seus valores apresentados a seguir.

- Tipo de barra considerada = Barras de polímero reforçados com fibras de vidro (GFRP);
- Resistência característica do GFRP (f_{fk}) = 800 MPa;
- Módulo de elasticidade do GFRP (E_f) = 45000 MPa.

Diferentemente das barras de aço, a resistência de cálculo da barra de FRP é definida por dois fatores, sendo eles apresentados na equação 16.

$$f_{fd} = f_{fk} * \frac{CE}{\gamma_{FRP}} \quad (\text{equação 16})$$

Onde:

- f_{fd} = Resistência de cálculo do GFRP;
- CE = Coeficiente de redução ambiental, sendo que de acordo com ABNT NBR 17196: 2025 = 0,85;
- γ_{FRP} = Coeficiente de redução de resistência, que depende do tipo de combinação, sendo obtido a partir da tabela 7 da ABNT NBR 17196: 2025, apresentada como Tabela 19.

Tabela 19 - Coeficientes de redução de resistência para barras de FRP

Combinação	γ_{FRP}
ELU Normal	1,30
ELU Especial ou de construção	1,20
ELU Excepcional	1,20
ELU Fadiga e ELU Fluência	3,00
ELS	1,00

Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2025)

Com isso, foi possível obter os coeficientes de redução e a resistência de cálculo do GFRP para cada uma das combinações. Os valores estão apresentados a seguir na Tabela 20.

Tabela 20 - Coeficientes e resistência de cálculo para barras de GFRP

Combinação	Coeficiente de redução ambiental (CE)	Coeficiente de ponderação (γ_{FRP})	Resistência de cálculo do GFRP (MPa)
ELU Normal	0,85	1,30	29423
ELU Especial ou de Construção	0,85	1,20	31875
ELU Fadiga ou Fluência	0,85	3,00	12750
ELS	0,85	1,00	38250

Fonte: Autor (2025)

Para o concreto foram utilizados os mesmos valores para todas as situações de execução e serviço, apenas para o içamento que será diferente, já que para as classes de agressividade adotados para ambos os materiais é permitido utilizar a mesma classe de concreto, de acordo com as normas ABNT NBR 6118: 2023 e ABNT NBR 17196: 2025. Os valores adotados estão apresentados a seguir:

- Classe de agressividade para o caso com aço = CAA III;
- Classe de agressividade para o caso com FRP = CAA-FRP- II;
- Classe do concreto = C30;
- Resistência à compressão característica (f_{ck}) = 30 MPa;
- Fator de segurança do concreto = 1,40;
- Resistência à compressão de cálculo (f_{cd}) = 21,40 MPa;
- Resistência média à tração do concreto ($f_{ct,m}$) = 2,90 MPa;
- Resistência à tração inferior do concreto ($f_{ct,inf}$) = 2,03 MPa;
- Módulo de elasticidade inicial (E_{ci}) = 30672 MPa;
- Módulo de elasticidade secante (E_{cs}) = 26838 MPa.

No entanto, para a situação de içamento da estrutura de concreto, foram considerados diferentes valores para o concreto. Isso se deve ao fato de que o içamento

vai ocorrer em um período em relação à concretagem inferior a 28 dias. Com isso, a resistência à compressão do concreto para t dias foi obtida pela equação 17.

$$f_{cj} = f_{ck} * \beta_1 \quad (\text{equação 17})$$

Onde:

- $\beta_1 = \text{Exp}(fator\ s * (1 - (\frac{28}{t})^{\frac{1}{2}}))$
- *Fator s* = De acordo com o tipo de cimento adotado, sendo considerado CP III = 0,38
- *t* = tempo para a seção ser solicitada = 7 dias

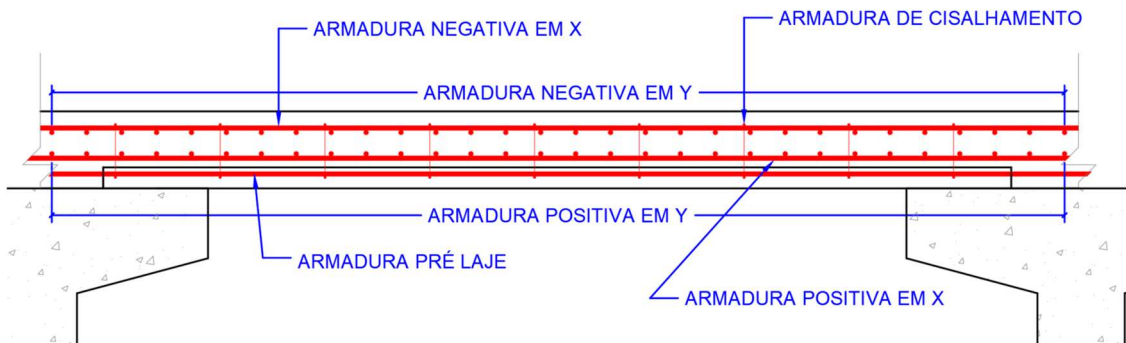
Com isso, foram obtidos os seguintes valores para o içamento, a partir da ABNT NBR 6118: 2023:

- Classe de agressividade para o caso com aço = CAA III;
- Classe de agressividade para o caso com FRP = CAA-FRP- II;
- Classe do concreto = C30;
- Resistência à compressão característica (f_{ck}) = 30 MPa;
- Resistência à compressão para t dias (f_{ct}) = 20,52;
- Fator de segurança do concreto = 1,40;
- Resistência à compressão de cálculo (f_{cd}) = 14,7 MPa;
- Resistência média à tração do concreto ($f_{ct,m}$) = 2,25 MPa;
- Resistência à tração inferior do concreto ($f_{ct,inf}$) = 1,57 MPa;
- Módulo de elasticidade inicial (E_{ci}) = 30672 MPa;
- Módulo de elasticidade para t dias (E_{ct}) = 25356 MPa;
- Módulo de elasticidade secante para t dias (E_{ct}) = 21593 MPa.

4.5 SEÇÕES ADOTADAS

Para a seção, em cada um dos casos foi necessário adotar dimensões e armaduras diferentes, devido às necessidades de acordo com o dimensionamento. Nas figuras 20 e 21 são apresentadas um corte genérico mostrando as armaduras consideradas.

Figura 20 - Corte genérico em x com as armaduras



Fonte: Autor (2025)

Figura 21 - Corte genérico em y com as armaduras



Fonte: Autor (2025)

As seções que foram adotadas inicialmente precisaram sofrer alterações para que fosse possível resistir aos esforços nos diferentes estados limites. Isso causou pequenas alterações na dimensão da laje, já que o aumento na altura da laje altera o vão efetivo. Logo essas mudanças foram consideradas para o dimensionamento, sendo seus valores apresentados nas tabelas 21 a 24.

Para a situação do içamento e execução a seção considerada será a mesma, sendo ela apresentada na Tabela 21. Importante ressaltar que a armadura mínima adotada foi de 12,5 milímetros, independente se um diâmetro menor suportava os esforços, por conta da pequena dimensão da laje e grandes esforços construtivos.

Tabela 21 - Dados da seção considerada no içamento e execução

Içamento/ execução	Altura da pre laje (d_w) (m)	Largura da seção (b_w) (m)	Cobrimento (c) (cm)	Inércia da seção bruta de concreto (cm^4)	Diâmetro do estribo (mm)	Diâmetro da armadura de flexão (mm)	Espaçamento (s) (cm)	Área de armadura (A_s) (cm^2/m)	Altura útil (d) (cm)
Caso 1 Aço	0,09	0,50	3,5	3038	6,3	12,5	10	6,10	4,25
Caso 1 FRP	0,11	0,50	4,0	5546	6,3	12,5	10	6,10	5,75
Caso 2 Aço	0,09	0,50	3,5	3038	6,3	12,5	10	6,10	4,25
Caso 2 FRP	0,13	0,50	4,0	9154	8,0	12,5	10	6,10	7,58

Fonte: Autor (2025)

Para direção y na seção da pré-laje não foi considerada o posicionamento de barras, já que a estrutura vai trabalhar como uma laje apoiada em apenas uma direção.

Para a seção com armadura negativa na direção x foram considerados os valores apresentados na Tabela 22.

Tabela 22 - Dados da seção na direção x negativa considerada em serviço

Serviço em x -	Altura da seção (d_w) (m)	Largura da seção (b_w) (m)	Cobrimento (c) (cm)	Inércia da seção bruta de concreto (cm^4)	Diâmetro do estribo (mm)	Diâmetro da armadura de flexão (mm)	Espaçamento (s) (cm)	Área de armadura (A_s) (cm^2/m)	Altura útil (d) (cm)
Caso 1 Aço	0,22	1,00	3,5	88733	6,3	10	10	7,85	17,37
Caso 1 FRP	0,25	1,00	4,0	130208	6,3	16	10	20,10	19,57
Caso 2 Aço	0,22	1,00	3,5	88733	6,3	12,5	10	12,20	17,52
Caso 2 FRP	0,26	1,00	4,0	146467	8,0	16	10	20,10	20,40

Fonte: Autor (2025)

Na seção com armadura positiva na direção x, para as barras de aço, foram adotadas duas camadas de armadura, uma que foi concretada juntamente com a pré laje e outra que foi adicionada quando foi concretada a camada superior da laje com 2 centímetros de distância da pré laje. Assim sendo, foi calculado o centro geométrico entre as barras para ser considerada como altura útil. Para a barra de FRP foi desprezada a capacidade da armadura da pré laje de resistir aos esforços na situação de serviço, pois não há espaço para realizar o trespasse dessa armadura, como está apresentado no tópico 4.11. Dessa forma, foram obtidos os valores apresentados na Tabela 23.

Tabela 23 - Dados da seção x positiva considerada em serviço

Serviço em x +	Altura da seção (d_w) (m)	Largura da seção (b_w) (m)	Cobrimento (c) (cm)	Inércia da seção bruta de concreto (cm^4)	Diâmetro do estribo (mm)	Diâmetro da armadura de flexão 1° camada (pré-laje) (mm)	Diâmetro da armadura de flexão 2° camada (mm)	Espaçamento (s) (cm)	Área de armadura (A_s) (cm^2/m)	Altura útil (d) (cm)
Caso 1 Aço	0,22	1,00	3,5	88733	6,3	12,5	10	10	20,05	13,82
Caso 1 FRP	0,25	1,00	4,0	130208	6,3	-	12,5	10	12,20	11,38
Caso 2 Aço	0,22	1,00	3,5	88733	6,3	12,5	10	10	20,05	13,82
Caso 2 FRP	0,26	1,00	4,0	146467	8,0	-	20	10	31,40	10,00

Fonte: Autor (2025)

Para a seção em com armadura positiva na direção y foi considerada que a armadura estava a 2 cm acima da pré laje mais o diâmetro da armadura positiva na direção x. Com isso, os valores obtidos estão apresentados na Tabela 24.

Tabela 24 - Dados da seção y positiva considerada em serviço

Serviço em y +	Altura da seção (d_w) (m)	Largura da seção (b_w) (m)	Cobrimento (c) (cm)	Inércia da seção bruta de concreto (cm^4)	Diâmetro da armadura de flexão (mm)	Espaçamento (s) (cm)	Área de armadura (A_s) (cm^2/m)	Altura útil (d) (cm)
Caso 1 Aço	0,22	1,00	3,5	88733	10	10	7,85	9,50
Caso 1 FRP	0,25	1,00	4,0	130208	12,5	10	12,2	10,13
Caso 2 Aço	0,22	1,00	3,5	88733	10	10	7,85	9,50
Caso 2 FRP	0,26	1,00	4,0	146467	12,5	10	12,2	8,38

Fonte: Autor (2025)

Para a armadura negativa em y foi adotado a área mínima, pois a laje foi considerada apenas apoiada em suas extremidades dessa direção. Logo os cálculos para essa seção não serão apresentados, sendo adotado barras de diâmetro de 10

mm e espaçamento de 10 cm. Apenas será apresentado para calcular a área mínima e máxima da seção.

É importante ressaltar alguns detalhes, para as barras de FRP foram consideradas as mesmas seções disponíveis no mercado para barras de aço para facilitar a comparação de resultados. Os cobrimentos foram considerados diferentes para a barra de aço e a barra de FRP. Para barras de aço foi utilizada a Tabela 25, obtida no item 7.4.7.6 da ABNT NBR 6118: 2023 e para barras de FRP foi utilizada a Tabela 26, obtida no item 7.2.2 da ABNT NBR 17196: 2025.

Tabela 25 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o comprimento nominal

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ^c
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga ^b /pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto protendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

^a Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2023)

Tabela 26 - Cobrimento nominal a ser utilizado em função da classe de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental	Cobrimento nominal de vigas, pilares e paredes	Cobrimento nominal de lajes
	mm	mm
CAA-FRP-I	30	20
CAA-FRP-II	40	40
CAA-FRP-III	55	55

Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2025)

Com as seções e área de armadura definidas para cada uma das seções e casos, é possível começar o dimensionamento da laje.

4.6 DIMENSIONAMENTO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE CONSTRUÇÃO E ESTADO LIMITE ÚLTIMO NORMAL

Para o dimensionamento da seção em todos os Estados Limites foram seguidas as orientações da ABNT NBR 6118: 2023 para as barras de aço e a ABNT NBR 17196: 2025 para as barras de FRP. Com isso, para o estado limite último de construção e normal foi seguido o processo apresentado a frente.

Para as seções com barras de aço foi determinado inicialmente a profundidade da linha neutra na seção, obtida a partir da equação 18.

$$x = \frac{A_s * f_{yd}}{0,68 * b_w * f_{cd}} \quad (\text{equação 18})$$

Onde:

- A_s = Área da seção transversal da armadura de aço longitudinal de tração;
- b_w = Largura da seção (para a situação em serviço o valor adotado foi 1,00 metro e para a seção no içamento e execução foi adotado 0,50 metro).

Com isso foi possível verificar o domínio em que a peça se encontra. De acordo com o item 14.6.4.3 da NBR 6118: 2023 o limite para concretos com $F_{ck} < 50$ MPa é dado pela equação 19:

$$\frac{x}{d} \leq 0,45 \quad (\text{equação 19})$$

Onde:

- d = Altura útil da seção.

No entanto, esse limite foi verificado apenas para a seção em serviço, pois as outras seções (içamento e concretagem) são transitórias. Caso esse limite fosse verificado para essas situações, seria necessário uma seção muito mais alta, o que comprometeria a altura da seção final, já que haveria uma redução da altura útil nas direções x e y positivas.

Para calcular o momento máximo que a seção resiste foi utilizada a equação 20.

$$M_{rd} = A_s * z * f_{yd} \quad (\text{equação 20})$$

Onde z é dado pela equação 21.

$$z = d - 0,4 * x \quad (\text{equação 21})$$

Com isso, tem-se que para a seção resistir aos esforços a equação 22 deve ser obedecida.

$$M_{rd} > M_{sd} \quad (\text{equação 22})$$

Onde:

- M_{sd} = Momento de cálculo na seção

Para o dimensionamento das seções do “caso 1 FRP” e “Caso 2 FRP”, foi seguido o seguinte processo.

Primeiramente foi definido a taxa de armadura para qual acontece a transição entre os modos de falha, sendo ele dado pela equação do item 17.1.2.4 da NBR 17196: 2025, apresentada como equação 23.

$$\rho_{fb} = \lambda * \alpha_c * \eta_c * \frac{f_{cd} * E_f * \varepsilon_{cu}}{f_{fd} * (E_f * \varepsilon_{cu} + f_{fd})} \quad (\text{equação 23})$$

Onde:

- λ = Índice de esbeltez = 0,8, para $F_{ck} \leq 50$ MPa (item 2.4 “Cálculo e detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado”);
- α_c = Parâmetro de redução da resistência do concreto = 0,85 para $F_{ck} \leq 50$ MPa (Carvalho; Figueiredo Filho, 2024);
- η_c = Coeficiente de fragilidade = 1,00 para $F_{ck} \leq 50$ MPa (Carvalho; Figueiredo Filho, 2024);
- ε_{cu} = Deformação última do concreto à deformação = 0,035.

Com isso, é possível determinar a profundidade da linha neutra, que é dado pela equação 24.

$$x = \begin{cases} \frac{f_d * A_f}{\lambda * \alpha_c * \eta_c * f_{cd} * b_w} \text{ para } \rho_f \leq \rho_{fb} \\ \frac{\varepsilon_{cu} * A_f * E_f}{2 * b_w * \alpha_c * \eta_c * f_{cd}} * \left(-1 + \sqrt{\frac{4 * \lambda * \alpha_c * f_{cd} * b_w * d_w}{\varepsilon_{cu} * A_f * E_f}} \right) \text{ para } \rho_f > \rho_{fb} \end{cases} \quad (\text{equação 24})$$

Onde:

- $\rho_f = \frac{A_f}{b_w * d_w}$ = Taxa de armadura efetiva;

- A_f = Área da seção transversal da armadura de FRP longitudinal de tração.

Caso ocorra o que está determinado pela primeira equação, o rompimento será pela ruptura da armadura longitudinal. Caso o que está representado na segunda equação ocorra, o rompimento será pelo esmagamento do concreto. Ambos os modos de ruptura são aceitos pela ABNT NBR 17196: 2025. Além disso, a norma não informa nenhum limite do qual deve ser limitado a relação x/d , logo esse valor não foi verificado.

De acordo com o item 17.1.2.6 da ABNT NBR 17194: 2025 o momento resistente pode ser calculado pela equação 25:

$$M_{rd} = \sigma_{fd} * A_f * \left(d - \frac{\lambda * x}{2} \right) \quad (\text{equação 25})$$

Onde:

- $\sigma_{fd} = \begin{cases} f_{fd}, \text{para } \rho_f \leq \rho_{fb} \\ \frac{b_w * x * \alpha_c * \eta_c * f_{cd}}{A_f}, \text{para } \rho_f > \rho_{fb} \end{cases}$

Com essas equações, foi possível obter os momentos resistentes em cada uma das seções, sendo eles apresentados nas Tabelas 27 e 28.

Tabela 27 - Dimensionamento da seção no Estado Limite Último Normal ou de Construção para as barras de aço

Estado limite último Aço	Profundidade da linha neutra (x) (cm)	x/d	x/d limite	Momento solicitante de cálculo (M_{sd}) (kN.m/m)	Momento resistente de cálculo (M_{rd}) (kN.m/m)
Caso 1: Içamento	5,32	-	-	0,81	5,61
Caso 1: Construção	3,64	-	-	1,86	7,40
Caso 1: Serviço em x +	5,98	0,433	0,45	18,52	99,60
Caso 1: Serviço em x -	2,34	0,135	0,45	40,25	56,09
Caso 1: Serviço em y +	2,34	0,247	0,45	11,91	29,23
Caso 2: Içamento	5,32	-	-	1,14	5,61
Caso 2: Construção	3,64	-	-	3,09	7,40
Caso 2: Serviço em x +	5,98	0,433	0,45	24,58	99,60
Caso 2: Serviço em x -	3,64	0,211	0,45	50,27	83,75
Caso 2: Serviço em y +	2,34	0,247	0,45	15,10	29,23

Fonte: Autor (2025)

Tabela 28 - Dimensionamento da seção no Estado Limite Último Normal ou de Construção para as barras de FRP

Estado limite último FRP	Taxa de armadura balanceada (ρ_{fb})	Taxa de armadura à flexão (ρ_f)	Modo de ruptura	Profundidade da linha neutra (x) (cm)	Tensão instalada na armadura FRP (σ_{fd}) (kN/cm ²)	Momento solicitante de cálculo (M_{sd}) (kN.m/m)	Momento resistente de cálculo (M_{rd}) (kN.m/m)
Caso 1: Içamento	0,012	0,011	ARMADURA	7,37	56,67	1,08	9,67
Caso 1: Construção	0,018	0,011	ARMADURA	5,04	56,67	2,32	12,89
Caso 1: Serviço em x +	0,020	0,005	ARMADURA	4,65	52,31	20,11	60,71
Caso 1: Serviço em x -	0,021	0,008	ARMADURA	7,22	52,31	43,91	175,41
Caso 1: Serviço em y +	0,020	0,005	ARMADURA	4,65	52,31	12,79	52,74
Caso 2: Içamento	0,012	0,009	ARMADURA	7,37	56,67	1,97	15,99
Caso 2: Construção	0,018	0,009	ARMADURA	5,04	56,67	3,82	19,21
Caso 2: Serviço em x +	0,020	0,012	ARMADURA	11,98	52,31	27,08	85,56
Caso 2: Serviço em x -	0,021	0,008	ARMADURA	7,22	52,31	55,43	184,14
Caso 2: Serviço em y +	0,020	0,005	ARMADURA	4,65	52,31	16,28	41,57

Fonte: Autor (2025)

Importante ressaltar o que governou a altura para a seção com barra de aço foi o limite determinando por x/d . Na seção x positiva, onde existem duas camadas de aço, foi necessário aumentar a altura da camada de concreto para que o rompimento ocorresse pelo escoamento da armadura, não pelo concreto. Já para a seção de FRP as seções podem ser consideradas como superdimensionadas para a situação ELU, já que ele apresenta resistência característica à tração superior ao aço, no entanto, como será apresentado a seguir, o problema maior desse tipo de barra é com o ELS, já que ele apresenta um módulo de elasticidade inferior ao aço, enquanto a deformação última à tração é superior.

4.7 DIMENSIONAMENTO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FADIGA: VERIFICAÇÃO DO CONCRETO E BARRA

O dimensionamento último de fadiga é feito comparando a tensão no concreto e na barra para duas situações. Uma com a carga permanente e a carga móvel aplicada e outra apenas com a carga permanente aplicada, sendo usados os coeficientes de ponderação para essa combinação. De acordo com a ABNT NBR 6118: 2023 os esforços de fadiga devem ser considerados apenas as ações de baixa e média intensidade com número de repetição de até 2000000 de ciclos. Logo, foi apenas considerada a fadiga na seção em serviço, sendo que no içamento e execução

ela foi considerada como atendida.

A verificação da fadiga será feita para o concreto comprimido e para as barras tracionadas. A resistência do concreto à tração foi desprezada, logo ele não foi verificado.

Inicialmente foi necessário determinar o momento de inércia no estágio II (II). Mesmo que a seção não esteja fissurada para os esforços utilizados na combinação de fadiga, a seção ainda foi considerada como fissurada, pois os esforços cíclicos podem gerar fissuras, reduzindo assim a sua inércia. A inércia no estágio II foi calculada pela equação para seções retangulares segundo a equação apresentada em Carvalho e Figueiredo Filho (2024).

$$I_{x,II_0} \begin{cases} = b_f * x_{II}^3 + \alpha_e * A_s * (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) * A'_s * (x_{II} - d)^2 \text{ para barra de aço} \\ = b_f * x_{II}^3 + \alpha_e * A_f * (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) * A'_f * (x_{II} - d)^2 \text{ para barra FRP} \end{cases} \quad (\text{equação 26})$$

Onde:

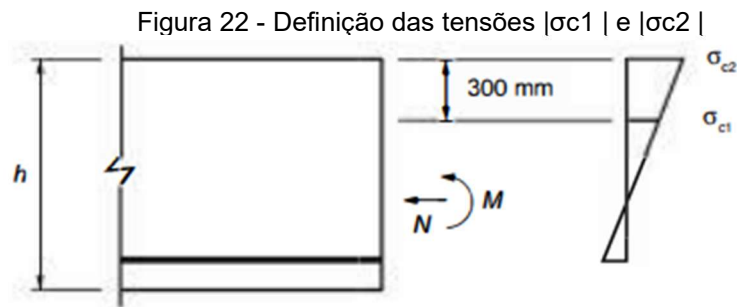
- A'_s = Área da seção longitudinal da armadura de aço longitudinal de compressão;
- A'_f = Área da seção longitudinal da armadura de FRP longitudinal de compressão;
- $\alpha_e = \begin{cases} 15 \text{ para barras de aço} \\ \frac{E_f}{E_{cs}} \text{ para barras de FRP} \end{cases}$ = Relação entre os módulos de elasticidade;
- $x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 * a_1 * a_3}}{2 * a_1}$ = Posição da linha neutra;
- $a_1 = \frac{b_w}{2}$;
- $a_2 = \begin{cases} (\alpha_e - 1) * A'_s + \alpha_e * A_s \text{ para barra de aço} \\ (\alpha_e - 1) * A'_f + \alpha_e * A_f \text{ para barra de FRP} \end{cases}$;
- $a_3 = \begin{cases} -d' * (\alpha_e - 1) * A'_s - d * \alpha_e * A_s \text{ para barras de aço} \\ -d' * (\alpha_e - 1) * A'_f - d * \alpha_e * A_f \text{ para barras FRP} \end{cases}$.

Com isso foi possível verificar se a seção de concreto comprimido resiste aos esforços. De acordo com o item 23.3.6 da NBR 17196: 2025 a resistência do concreto pode ser determinada a partir da NBR 6118: 2023. Logo, a verificação do concreto em compressão foi feita de acordo com o item 23.5.4.1 da NBR 6118: 2023. Assim sendo, a equação 27 deve ser satisfeita.

$$\eta_{c,grad} * \gamma_f * \sigma_{c,m\acute{a}x} \leq f_{cd,fad} \quad (\text{equa\c{c}\~{a}o 27})$$

Onde:

- $f_{cd,fad} = 0,45 * f_{cd}$;
- $\eta_{c,grad} = \frac{1}{1,5 - 0,5 * (\frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}})}$;
- $|\sigma_{c1}| = \begin{cases} \frac{|\sigma_{c2}|}{x_{II}} * x_{II} & \text{para } x_{II} \geq 30\text{cm} \\ 0 & \text{para } x_{II} \leq 30\text{cm} \end{cases}$ = é o menor valor, em m\u00f3dulo, da tens\u00e3o de compress\u00e3o a uma dist\u00e2ncia n\u00e3o maior que 300 mm da face (Figura 22);
- $|\sigma_{c2}| = \frac{M_{sd,f\acute{a}d,m\acute{a}x} * x_{II}}{I_{x,II}}$ = \u00e9 o maior valor, em m\u00f3dulo, da tens\u00e3o de compress\u00e3o a uma dist\u00e2ncia n\u00e3o maior que 300 mm da face (Figura 22).



Fonte: Associa\u00e7\u00e3o Brasileira de Normas t\u00e9cnicas (2023)

Com isso, a verifica\u00e7\u00e3o da fadiga do concreto comprimido \u00e9 apresentada na Tabela 29.

Tabela 29 - Verificação para o Estado Limite Último de Fadiga do Concreto

Verificação da fadiga do concreto	Momento de fadiga máximo no ELU ($M_{sd,Fad,máx}$) (kN.m/m)	Relação entre os módulos de elasticidade (α_e)	Tensão máxima no concreto (σ_{c2}) (MPa)	Tensão mínima no concreto (σ_{c1}) (MPa)	Gradiente de tensões no concreto ($\eta_{c,grad}$)	$\eta_{c,grad} \cdot \gamma_f \cdot \sigma_{c2}$ (MPa)	$f_{cd,fad}$ (MPa)
Caso 1 aço: Serviço em x -	22,78	15,00	5,49	0,00	0,67	3,66	9,64
Caso 1 aço: Serviço em x +	10,53	15,00	2,75	0,00	0,67	1,83	9,64
Caso 1 aço: Serviço em y +	6,46	15,00	4,23	0,00	0,67	2,82	9,64
Caso 1 FRP: Serviço em x -	25,01	1,68	8,18	0,00	0,67	5,46	9,64
Caso 1 FRP: Serviço em x +	11,53	1,68	10,96	0,00	0,67	7,31	9,64
Caso 1 FRP: Serviço em y +	6,95	1,68	7,94	0,00	0,67	5,29	9,64
Caso 2 aço: Serviço em x -	29,06	15,00	6,07	0,00	0,67	4,05	9,64
Caso 2 aço: Serviço em x +	14,23	15,00	3,71	0,00	0,67	2,48	9,64
Caso 2 aço: Serviço em y +	8,24	15,00	5,39	0,00	0,67	3,59	9,64
Caso 2 FRP: Serviço em x -	32,27	1,68	9,89	0,00	0,67	6,59	9,64
Caso 2 FRP: Serviço em x +	15,77	1,68	12,58	0,00	0,67	8,39	9,64
Caso 2 FRP: Serviço em y +	8,91	1,68	13,74	0,00	0,67	9,16	9,64

Fonte: Autor (2025)

Para a verificação de fadiga das barras, os processos para cada tipo são semelhantes. Com isso, eles serão apresentados juntamente, sendo enfatizado as diferenças quando necessário.

Inicialmente foi determinado a tensão máxima da barra, a partir da combinação que considera uma carga móvel na pior situação e a carga permanente, e a tensão mínima na barra, a partir da combinação em que considera apenas a carga permanente. Com isso, as tensões na barra foram obtidas a partir das equações 28 e 29.

$$\sigma_{fd,máx} = \frac{\alpha_e * M_{sd,fád,máx} * y_{tII}}{I_{II}} \quad (\text{equação 28})$$

$$\sigma_{fd,mín} = \frac{\alpha_e * M_{sd,fád,mín} * y_{tII}}{I_{II}} \quad (\text{equação 29})$$

Onde:

- y_{tII} = Distância da linha neutra à fibra mais tracionada.

Com isso, para calcular a variação da fadiga foi utilizada a equação 30.

$$\Delta_{\sigma} = \frac{\sigma_{fd,m\acute{a}x}}{\sigma_{fd,m\acute{i}n}} \quad (\text{equação 30})$$

Logo, para a barra de aço, tem-se no item 23.5.5 da NBR 6118: 2023 a equação 31, que deve ser atendida para a seção resistir à variação de tensão.

$$\Delta_{\sigma} \leq \Delta f_{sd,fad} \quad (\text{equação 31})$$

Onde:

- $\Delta f_{sd,fad}$ = É determinado pela tabela 23.2 da NBR 6118: 2023, adaptada e apresentada como tabela 30.

Tabela 30 - Parâmetros para as curvas S-N (Woller) para os aços dentro do concreto (Adaptada)

Armadura passiva, aço CA-50									
Valores de $\Delta f_{sd,fad,min}$, para 2×10^6 ciclos									
Caso	ϕ mm								Tipo ^b
	10	12,5	16	20	22	25	32	40	
Barras retas ou dobradas com $D^c \geq 25\phi$	190	190	190	185	180	175	165	150	T ₁
Barras dobradas ou estribos ^{d, e} com $D < 25\phi$									T ₁
$D_{min} = 8\phi$, para $\phi \geq 20$ mm	105	105	105	105	100	95	90	85	
$D_{min} = 5\phi$, para $\phi < 20$ mm	90	90	90	–	–	–	–	–	
$D_{min} = 3\phi$, para $\phi \leq 10$ mm	85	–	–	–	–	–	–	–	
Ambiente marinho ^e Classe IV	110	110	110	110	110	110	110	110	T ₄
Barras soldadas ^e (incluindo solda por ponto ou das extremidades) e conectores mecânicos	85	85	85	85	85	85	85	85	T ₄

Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2023)

Para as barras de aço foi considerado o caso “Barras retas ou dobradas com $D^c \geq 25\phi$ ”, pois foram consideradas apenas barras retas na seção.

Para as barras de FRP, a verificação é apresentada no item 23.3.4 da NBR 17196: 2025. Nele, é definido a equação 32, que deve ser respeitada para considerar que as barras resistem à variação de tensão.

$$\Delta_{\sigma} \leq \Delta f_{fd,fad} \quad (\text{equação 32})$$

$$\Delta f_{fd,fad} = C_E * \frac{f_{fk}}{\gamma_{FRP,fad}} \quad (\text{equação 33})$$

Com isso, foi possível verificar se todas as seções suportam a variação de tensão que elas estão submetidas. Os resultados estão apresentados nas Tabelas 31 e 32.

Tabela 31 - Verificação da tensão máxima nas barras de aço

Verificação da fadiga do aço	Momento de fadiga máximo no ELU ($M_{sd,Fad,m\acute{a}x}$) (kN.m/m)	Momento de fadiga mínimo no ELU ($M_{sd,fad,min}$) (kN.m/m)	Relação entre os módulos de elasticidade (α_e)	Tensão máxima no aço ($\sigma_{s,m\acute{a}x}$) (MPa)	Tensão mínima no aço ($\sigma_{s,min}$) (MPa)	Variação da tensão no aço ($\Delta\sigma_s$) (MPa)	Variação de tensão admissível ($\Delta f_{sd,fad}$) (MPa)
Caso 1 aço: Serviço em x -	22,78	2,82	15,00	186,08	23,04	163,05	190,00
Caso 1 aço: Serviço em x +	10,53	1,41	15,00	45,19	6,05	39,14	190,00
Caso 1 aço: Serviço em y +	6,46	0,23	15,00	99,54	3,54	95,99	190,00
Caso 2 aço: Serviço em x -	29,06	4,82	15,00	157,36	26,10	131,26	190,00
Caso 2 aço: Serviço em x +	14,23	2,41	15,00	61,07	10,34	50,73	190,00
Caso 2 aço: Serviço em y +	8,24	0,40	15,00	126,96	6,16	120,80	190,00

Fonte: Autor (2025)

Tabela 32 - Verificação da tensão máxima nas barras de FRP

Verificação da fadiga do FRP	Momento de fadiga máximo no ELU ($M_{sd,Fad,m\acute{a}x}$) (kN.m/m)	Momento de fadiga mínimo no ELU ($M_{sd,fad,min}$) (kN.m/m)	Relação entre os módulos de elasticidade (α_e)	Tensão máxima no FRP ($\sigma_{f,m\acute{a}x}$) (MPa)	Tensão mínima no FRP ($\sigma_{f,min}$) (MPa)	Variação da tensão no FRP ($\Delta\sigma_f$) (MPa)	Variação de tensão admissível ($\Delta f_{d,fad}$) (MPa)
Caso 1 FRP: Serviço em x -	25,01	3,42	1,68	67,39	9,11	58,17	226,67
Caso 1 FRP: Serviço em x +	11,53	1,72	1,68	88,14	13,12	75,02	226,67
Caso 1 FRP: Serviço em y +	6,95	0,29	1,68	59,91	2,46	57,45	226,67
Caso 2 FRP: Serviço em x -	32,27	5,82	1,68	83,32	15,02	68,30	226,67
Caso 2 FRP: Serviço em x +	15,77	2,92	1,68	55,33	10,22	45,10	226,67
Caso 2 FRP: Serviço em y +	8,91	0,48	1,68	93,36	5,07	88,29	226,67

Fonte: Autor (2025)

Para a verificação da fadiga foi possível perceber que o concreto para as seções de aço apresentam maior resistência do que para as seções de FRP, sendo esse um fator limitante para a segunda. Já para a verificação da fadiga nas barras, foi possível perceber que na maioria dos casos as seções com aço apresentou valores mais próximos do limite. Isso já era esperado, pois as barras de FRP normalmente apresentam maior resistência a fadiga (*American Concrete Institute, 2015*). No entanto, é importante notar que as seções com FRP apresentavam maior área de armadura e concreto, o que também influencia na variação de tensão. Logo, seria

necessário realizar uma comparação com mesmas seções e áreas de material para determinar se as seções com FRP apresentam melhor comportamento em relação à fadiga das barras.

4.8 DIMENSIONAMENTO NO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO: VERIFICAÇÃO DA ABERTURA DE FISSURAS

Para a verificação da abertura de fissuras, os métodos utilizados apresentam diferenças entre as barras de aço e as de FRP. No entanto, em ambos os casos, todas as seções foram verificadas para a abertura de fissuras utilizando a combinação frequente de ações.

Para a barra de aço, foi necessário verificar se houve a fissuração da peça de concreto. Para isso, foi utilizado o item 17.3.1 da ABNT NBR 6118: 2023, onde é apresentado a equação 34, para o cálculo do momento de fissuração.

$$M_r = \frac{\alpha * f_{ctk,inf} * I_c}{y_t} \quad (\text{equação 34})$$

Onde:

- $f_{ctk,inf} = 0,21 * f_{ck}^{2/3}$;
- y_t = Distância entre a linha neutra e fibra mais tracionada da seção, no estágio I.

Para o cálculo da tensão máxima na barra de aço foi utilizada a equação 35.

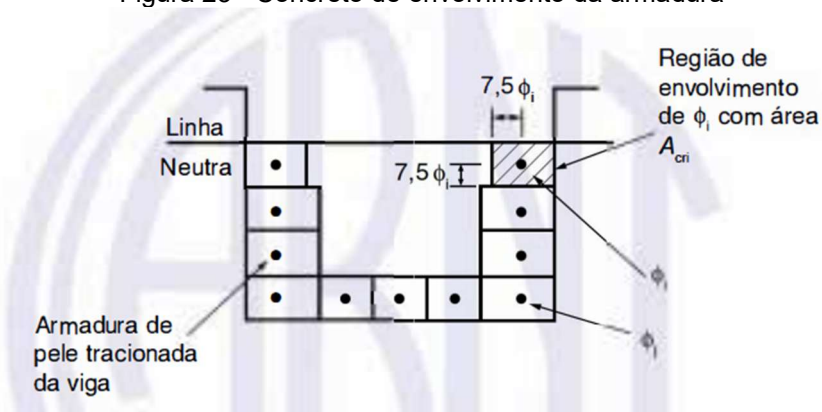
$$\sigma_{si} = \frac{\alpha_e * M_{sd,fád,máx} * y_{tII}}{I_{II}} \quad (\text{equação 35})$$

Onde:

- α_e = Relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto pode ser adotado = 15 de acordo com a ABNT NBR 6118: 2023;
- y_{tII} = Distância entre a linha neutra e fibra mais tracionada da seção, no estágio II.

Além disso, foi necessário definir a área de concreto de envolvimento da barra (A_{cri}), apresentado no item 17.3.3.2 da ABNT NBR 6118 :2023. A seguir é apresentada a figura 23 para definir A_{cri} .

Figura 23 - Concreto de envolvimento da armadura



Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2023)

A partir disso, foi possível calcular a abertura de fissuras da peça. Ela foi obtida pelo menor valor entre os obtidos pela equação 36, apresentadas no item 17.3.3.2 da ABNT NBR 6118: 2023.

$$w_k = \begin{cases} \frac{\phi_i}{12,5 * \eta_i} * \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} * \frac{3 * \sigma_{si}}{f_{ct,m}} \\ \frac{\phi_i}{12,5 * \eta_i} * \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} * \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \end{cases} \quad (\text{equação 36})$$

Onde:

- ϕ_i = Diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;
- η_i = Coeficiente de conformação superficial da armadura passiva considerada;
- E_{si} = Módulo de elasticidade do aço da barra considerada;
- $f_{ct,m}$ = Resistência média a tração do concreto;
- ρ_{ri} = Taxa de armadura passiva em relação à área da região de envolvimento (A_{cri}).

O limite máximo de abertura da seção foi obtido por meio da tabela 13.4 da ABNT NBR 6118: 2023, apresentada como Tabela 33.

Tabela 33 - Abertura limite de fissuras

Classe de agressividade ambiental			
CAA I	CAA II	CAA III	CAA IV
$w_k \leq 0,4 \text{ mm}$	$w_k \leq 0,3 \text{ mm}$	$w_k \leq 0,3 \text{ mm}$	$w_k \leq 0,2 \text{ mm}$

Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2023)

Para as barras de FRP foi necessário começar determinando o momento de fissuração da peça. Ele é apresentado no item 17.2.1 da ABNT NBR 17196: 2025, sendo o momento de fissuração, apresentado pela equação 37.

$$M_r = \frac{f_{ctk,inf} * I_c}{y_t} \quad (\text{equação 37})$$

Também foi calculado a tensão na armadura no estágio II, determinado pela equação 38.

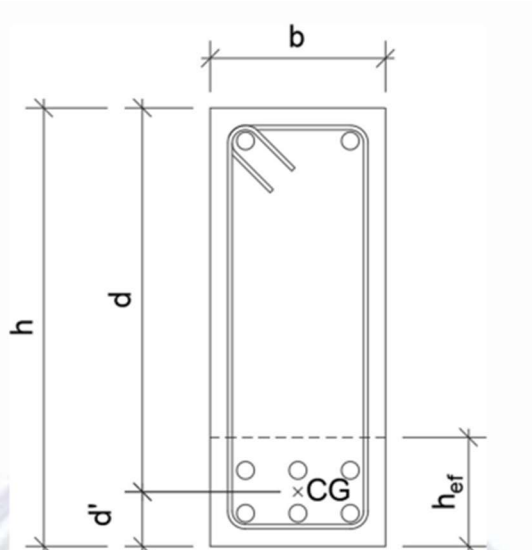
$$\sigma_f = \frac{\alpha_e * M_{sd,fád,máx} * y_{tII}}{I_{II}} \quad (\text{equação 38})$$

Onde:

- α_e = Relação entre o módulo de elasticidade da barra FRP e do concreto.

Foi necessário obter um valor chamado h_{ef} , obtido a partir da Figura 3 da ABNT NBR 17196: 2025, apresentada como figura 24.

Figura 24 - Área de concreto circundante efetiva para cálculo da taxa de armadura efetiva na barra de FRP



Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2025)

Ainda foi determinado a resistência de aderência de cálculo entre a barra de FRP e o concreto, determinada pela equação 39, apresentada no item 9.1 da ABNT NBR 17196: 2025.

$$f_{bd} = \eta_1 * \eta_2 * \eta_3 * \eta_4 * f_{ctd} \quad (\text{equação 39})$$

Onde:

- $\eta_1 = 1,5$ para barras com revestimento de areia; $1,3$ para barras com fios

enrolados em espiral ou nervuras superficiais e 0,7 para barras com reentrâncias no comprimento. Foi adotado 1,3;

- $\eta_2 = 1,0$ para barras em boa aderência e 0,7 para barras em má aderência. Foi considerada em boa aderência;
- $\eta_3 = 1,0$ para barras com diâmetro inferior a 20 mm e 0,8 para barras com diâmetro superior a 20 mm;
- $\eta_4 = 1,0$;
- f_{ctd} = Resistência à tração do concreto, determinada de acordo com a ABNT NBR 6118: 2023.

Com isso, a abertura característica de fissura em seções de concreto com barras FRP foram obtidas a partir da equação 40, extraída do item 17.2.3 da ABNT NBR 17196: 2025.

$$w_k = \frac{2}{E_f} * \left(1,5 * c_{nom} + 0,25 * \frac{f_{ctm}}{\tau_b} * \frac{\phi}{\rho_{ef}} \right) * \left[\sigma_f - 0,5 * \frac{f_{ctm}}{\rho_{ef}} * \left(1 + \frac{E_f}{E_{cs}} * \rho_{ef} \right) \right] \quad (\text{equação 40})$$

Onde:

- c_{nom} = Cobrimento nominal da armadura;
- $\rho_{ef} = \frac{A_f}{bw * h_{ef}}$, taxa de armadura efetiva, onde h_{ef} é obtido pelo menor valor entre $2,5d'$ e $(h-x_{ii})/3$;
- $\tau_b = 1,8 * f_{bd}$ = Tensão de aderência.

Com isso, a abertura máxima de limites de acordo com a classe de agressividade foi obtida a partir da tabela 8 da ABNT NBR 17196: 2025, apresentada como Tabela 34.

Tabela 34 - Limites de abertura de fissura para estruturas de concreto com barras de FRP

Classe de agressividade ambiental	$w_{m\acute{a}x}$ mm
CAA-FRP-I	0,7
CAA-FRP-II	0,6
CAA-FRP-III	0,5

Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2025)

Logo, foram calculadas as aberturas de fissuras para todos os casos, sendo os resultados apresentados nas Tabelas 35 e 36.

Tabela 35 - Verificação da abertura de fissuras para as seções com barras de aço

Verificação da abertura de fissura com barra de aço	Momento de cálculo frequente ($M_{sd,freq}$) (kN.m/m)	Momento de fissuração (M_f) (kN.m/m)	Tensão máxima na barra no estágio II (σ_{si}) (MPa)	Taxa de armadura em relação à área de envolvimento (ρ_n)	Tamanho da abertura de fissuras (w_1) (mm)	Tamanho da abertura de fissuras (w_2) (mm)	Tamanho da abertura de fissuras (w) (mm)	Abertura máximas das fissuras características (w_k) (mm)
Caso 1 aço: Içamento	0,50	1,59	24,06	0,014	0,0016	0,0173	0,0016	0,3000
Caso 1 aço: execução	1,26	2,05	60,64	0,014	0,0081	0,0436	0,0081	0,3000
Caso 1 aço: Serviço em x -	14,57	24,53	119,02	0,010	0,0248	0,0938	0,0248	0,3000
Caso 1 aço: Serviço em x +	6,75	24,53	28,97	0,010	0,0015	0,0228	0,0015	0,3000
Caso 1 aço: Serviço em y +	4,06	24,53	62,56	0,010	0,0069	0,0452	0,0069	0,3000
Caso 2 aço: Içamento	0,70	1,59	33,69	0,014	0,0032	0,0242	0,0032	0,3000
Caso 2 aço: execução	2,08	2,05	100,10	0,014	0,0220	0,0720	0,0220	0,3000
Caso 2 aço: Serviço em x -	18,72	24,53	101,37	0,017	0,0225	0,0598	0,0225	0,3000
Caso 2 aço: Serviço em x +	9,17	24,53	39,35	0,010	0,0027	0,0310	0,0027	0,3000
Caso 2 aço: Serviço em y +	5,20	24,53	80,12	0,010	0,0113	0,0579	0,0113	0,3000

Fonte: Autor (2025)

Tabela 36 - Verificação da abertura de fissuras para as seções com barras de FRP

Verificação da abertura de fissura com barra de FRP	Momento de cálculo frequente ($M_{sd,freq}$) (kN.m/m)	Momento de fissuração (M_f) (kN.m/m)	Tensão máxima na barra no estágio II (σ_f) (MPa)	Resistência de aderência da barra (f_{bd}) (MPa)	Tensão de aderência (τ_a) (MPa)	h_{ef} (cm)	Taxa de armadura efetiva (ρ_{ef})	Tamanho da abertura de fissuras (w) (mm)	Abertura máximas das fissuras características (w_k) (mm)
Caso 1 FRP: Içamento	0,66	2,41	20,59	1,41	2,53	3,18	0,038	0,1208	0,6000
Caso 1 FRP: execução	1,61	1,89	49,70	1,81	3,26	3,22	0,038	0,0294	0,6000
Caso 1 FRP: Serviço em x -	16,03	14,84	43,18	1,57	2,82	7,23	0,028	0,4000	0,6000
Caso 1 FRP: Serviço em x +	7,40	12,98	56,60	1,81	3,26	7,68	0,016	0,5905	0,6000
Caso 1 FRP: Serviço em y +	4,38	12,98	37,73	1,81	3,26	7,72	0,016	0,3400	0,6000
Caso 2 FRP: Içamento	1,10	2,45	29,83	1,41	2,53	3,47	0,035	0,1841	0,6000
Caso 2 FRP: execução	2,62	2,1	70,45	1,57	2,82	3,52	0,035	0,0477	0,6000
Caso 2 FRP: Serviço em x -	20,85	14,23	53,81	1,57	2,82	7,54	0,027	0,0510	0,6000
Caso 2 FRP: Serviço em x +	10,20	20,27	35,77	1,45	2,61	7,41	0,042	0,3000	0,6000
Caso 2 FRP: Serviço em y +	5,62	12,98	58,90	1,81	3,26	7,78	0,016	0,5400	0,6000

Fonte: Autor (2025)

É possível observar pelos resultados, que para a seção de FRP, a verificação da fissuração foi um ponto determinante para as dimensões da seção e das barras, pois seus valores foram muito mais próximos dos limites estabelecidos pela norma. Já para as barras de aço, ela não foi muito importante, já que os valores encontrados foram bem distantes dos valores limites estabelecidos pela norma.

4.9 DIMENSIONAMENTO NO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO: VERIFICAÇÃO DA FLECHA IMEDIATA E DIFERIDA NO TEMPO

A determinação da flecha foi realizada apenas para as seções localizadas no meio do vão na direção x. Para as seções no içamento e na execução não foram consideradas as flechas deferidas no tempo, pois se trata de situações transitórias. Além disso, os valores da flecha imediata foram somados a cada etapa de construção ou seja:

- Flecha no içamento = Flecha obtida no içamento;
- Flecha na execução = Flecha obtida no içamento + Flecha obtida na execução;
- Flecha em serviço = Flecha obtida no içamento + Flecha obtida na execução + Flecha obtida em serviço.

Inicialmente foi necessário determinar o momento de fissuração da laje. Para a laje com barra de aço ele foi obtido por meio da equação 41.

$$M_r = \frac{\alpha * f_{ct,m} * I_c}{y_t} \quad (\text{equação 41})$$

Onde:

- $f_{ct,m} = 0,3 * f_{ck}^{2/3}$.

Com o momento de fissuração foi possível obter a inércia da seção pelo método simplificado de Branson. Com isso, no item 17.3.2.1.1 da ABNT NBR 6118: 2023 é apresentada a equação 42.

$$EI = E_{cs} * \left\{ \left(\frac{M_r}{M_{sd,perm}} \right)^3 * I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{sd,perm}} \right)^3 \right] * I_{II} \right\} \leq E_{cs} * I_c \quad (\text{equação 42})$$

A equação pode ser reescrita para obter a equação 43.

$$I_e = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_{sd,perm}} \right)^3 * I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{sd,perm}} \right)^3 \right] * I_{II} \right\} \leq I_c \quad (\text{equação 43})$$

Para as barras de FRP, o momento de fissuração foi obtido pela equação 37. Já o momento de inércia equivalente foi obtido a partir do item 17.2.2.3 da ABNT NBR 17196: 2025, com a equação 44.

$$I_e = \frac{I_{II}}{1 - \gamma * \left(\frac{M_r}{M_{sd,perm}}\right)^2 * \left(1 - \frac{I_{II}}{I_c}\right)} \leq I_c \quad (\text{equação 44})$$

Onde:

- $\gamma = 1,7 - 0,7 * \left(\frac{M_r}{M_{sd,perm}}\right)$.

A partir da equação 44, foi possível obter a equação 45.

$$EI = E_{cs} * \frac{I_{II}}{1 - \gamma * \left(\frac{M_r}{M_{sd,perm}}\right)^2 * \left(1 - \frac{I_{II}}{I_c}\right)} \leq E_{cs} * I_c \quad (\text{equação 45})$$

Com isso, foi possível observar que em ambos os materiais a Inércia equivalente foi adotada apenas se a seção fissurar.

Para a determinação da flecha foi utilizada a combinação quase permanente de ações. Inicialmente é preciso determinar o coeficiente α_c que depende do tipo de vinculação e carregamento aplicado na seção. Para obter esses carregamentos foram utilizadas as tabelas de Catoia, Catoia e Pinheiro (2010).

Para a seção na situação de içamento e execução, a seção foi considerada com as suas vinculações apenas impedindo o deslocamento em x e y, a rotação foi determinada como livre. O carregamento foi considerado distribuído constante. Com isso, foi utilizado o caso 6 da tabela 3.1a, como apresentado na Tabela 37.

Tabela 37 - Caso 6 utilizado para a determinação da flecha imediata na laje no içamento e execução

TABELA 3.1a				
DESLOCAMENTOS ELÁSTICOS EM VIGAS				
CASO	VINCULAÇÃO E CARREGAMENTO	FLECHA		EQUAÇÃO DA ELÁSTICA
		W_{max}	x	
1		$\frac{1}{8} \frac{p\ell^4}{EI}$	0	$\frac{p\ell^4}{24EI} (\alpha^4 - 4\alpha + 3)$
2		$\frac{1}{30} \frac{p\ell^4}{EI}$	0	$\frac{p\ell^4}{120EI} (\alpha^5 - 5\alpha + 4)$
3		$\frac{11}{120} \frac{p\ell^4}{EI}$	0	$\frac{p\ell^4}{120EI} (-\alpha^5 + 5\alpha^4 - 15\alpha + 11)$
4		$\frac{1}{3} \frac{P\ell^3}{EI}$	0	$\frac{P\ell^3}{6EI} (\alpha^3 - 3\alpha + 2)$
5		$\frac{1}{2} \frac{M\ell^2}{EI}$	0	$\frac{M\ell^2}{2EI} (1 - \alpha)^2$
6		$\frac{5}{384} \frac{p\ell^4}{EI}$	0,5ℓ	$\frac{p\ell^4\alpha}{24EI} (\alpha^3 - 2\alpha^2 + 1)$
7		$\frac{3}{460} \frac{p\ell^4}{EI}$ (*)	0,519ℓ	$\frac{p\ell^4\alpha}{360EI} (3\alpha^4 - 10\alpha^2 + 7)$
8		$\frac{1}{120} \frac{p\ell^4}{EI}$	0,5ℓ	$\frac{p\ell^4\alpha}{960EI} (16\alpha^4 - 40\alpha^2 + 25)$ (**)
9		$\frac{1}{48} \frac{P\ell^3}{EI}$	0,5ℓ	$\frac{P\ell^3\alpha}{48EI} (-4\alpha^2 + 3)$ (**)
10		(a ≥ b) $\frac{Pb}{3EI\ell} \sqrt{\left(\frac{\ell^2 - b^2}{3}\right)^3}$	$\sqrt{\left(\frac{\ell^2 - b^2}{3}\right)}$	x < a : $\frac{Pbx}{6EI\ell} (\ell^2 - b^2 - x^2)$ x = a : $\frac{Pa^2b^2}{3EI\ell}$ x > a : $\frac{Pa(\ell - x)}{6EI\ell} (2\ell x - a^2 - x^2)$
11		$\frac{1}{9\sqrt{3}} \frac{M\ell^2}{EI}$	0,423ℓ	$\frac{M\ell^2\alpha}{6EI} (\alpha^2 - 3\alpha + 2)$
12		(a ≥ 0,423ℓ) $\frac{M}{3EI\ell} \sqrt{\left(\frac{\ell^2 - b^2}{3}\right)^3}$	$\sqrt{\left(\frac{\ell^2 - b^2}{3}\right)}$	x < a : $\frac{Mx}{6EI\ell} (\ell^2 - 3b^2 - x^2)$ x > a : $\frac{M(\ell - x)}{6EI} (x^2 + 3a^2 - 2\ell x)$

Extraída de ISNARD; GREKOW; MROZOWICZ (1971) e de SCHIEL (1976).
Revista e adaptada por Libânio M. Pinheiro, Bruna Catoia e Thiago Catoia.
 $\alpha = x / \ell$ (*) Valor aproximado (**) $\alpha \leq 0,5$

Fonte: Catoia, Catoia e Pinheiro (2010)

A partir disso, foi obtida a equação 46.

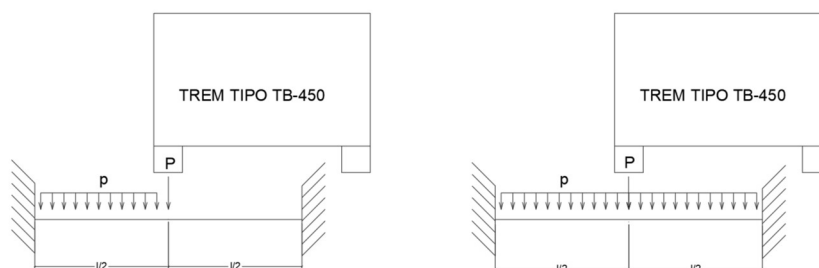
$$\alpha_{t,0} = \frac{5}{384} * \frac{p * l^4}{EI} \quad (\text{equação 46})$$

Onde:

- p = carga distribuída
- l = Distância entre os apoios

Para a seção em serviço foi feita a sobreposição de efeitos. Normalmente, seria considerada carga distribuída apenas fora da projeção do veículo trem tipo, no entanto, por questão de simplificação, toda a seção da laje foi considerada com o carregamento distribuído. É possível observar um esboço das duas hipóteses apresentadas na figura 25.

Figura 25 - Exemplos do carregamento teórico (esquerda) e o carregamento adotado (direita)

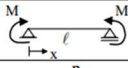
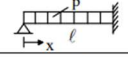
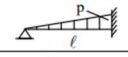
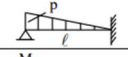
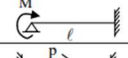
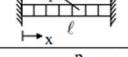

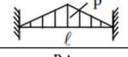
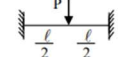
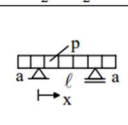
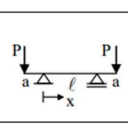


Fonte: Autor (2025)

Outra questão a ser abordada é que foi considerado apenas o carregamento atuando no centro do vão. Isso se deve ao fato de a laje apresentar pequenas dimensões, no máximo 2,20 metros, e a distância para aplicação de cargas no trem tipo na direção transversal é apenas 2,00 metros. Com isso, a flecha por conta do carregamento aplicado nas extremidades, mas com duas rodas, provavelmente seria bem menor. Obviamente que em um projeto real seria necessário verificar se a flecha causada pelo carregamento em outras posições seria menor que para o carregamento aplicado no centro da laje.

Com essas premissas adotadas foram considerados os casos 18 e 21 da tabela 3.1a de Catoia, Catoia e Pinheiro (2010). Ela está apresentada como Tabela 38.

Tabela 38 - Caso 18 e 21 utilizados para a determinação da flecha imediata na laje em serviço

TABELA 3.1b				
DESLOCAMENTOS ELÁSTICOS EM VIGAS				
CASO	VINCULAÇÃO E CARREGAMENTO	FLECHA		EQUAÇÃO DA ELÁSTICA
		w_{max}	x	
13		$\frac{M\ell^2}{8EI}$	$0,5\ell$	$\frac{M\ell^2\alpha}{2EI}(1-\alpha)$
14		$\frac{3}{554} \frac{p\ell^4}{EI}$ (*)	$0,422\ell$	$\frac{p\ell^4}{48EI}(2\alpha^4 - 3\alpha^3 + \alpha)$
15		$\frac{3}{1258} \frac{p\ell^4}{EI}$ (*)	$0,447\ell$	$\frac{p\ell^4}{120EI}(\alpha^5 - 2\alpha^3 + \alpha)$
16		$\frac{1}{328} \frac{p\ell^4}{EI}$ (*)	$0,402\ell$	$\frac{p\ell^4}{240EI}(-2\alpha^5 + 10\alpha^4 - 11\alpha^3 + 3\alpha)$
17		$\frac{M\ell^2}{27EI}$	$\frac{1}{3}\ell$	$\frac{M\ell^2}{4EI}(\alpha^3 - 2\alpha^2 + \alpha)$
18		$\frac{1}{384} \frac{p\ell^4}{EI}$	$0,5\ell$	$\frac{p\ell^4}{24EI}(\alpha^4 - 2\alpha^3 + \alpha^2)$
19		$\frac{1}{764} \frac{p\ell^4}{EI}$ (*)	$0,525\ell$	$\frac{p\ell^4}{120EI}(\alpha^5 - 3\alpha^3 + 2\alpha^2)$
20		$\frac{7}{3840} \frac{p\ell^4}{EI}$	$0,5\ell$	$\frac{p\ell^4}{960EI}(16\alpha^5 - 40\alpha^3 + 25\alpha^2)$ (**)
21		$\frac{1}{192} \frac{P\ell^3}{EI}$	$0,5\ell$	$\frac{P\ell^3}{48EI}(-4\alpha^3 + 3\alpha^2)$ (**)
22		$\frac{Pa}{24EI}(6a^2\ell + 3a^3 - \ell^3)$	-a	x < 0: $\frac{Px}{24EI}(x^3 + 4ax^2 + 6a^2x + \ell^3 - 6a^2\ell)$
		$\frac{p\ell^2}{384EI}(5\ell^2 - 24a^2)$	$0,5\ell$	0 < x < l: $\frac{Px}{24EI}(x^3 - 2\ell x^2 + 6a^2x - 6a^2\ell + \ell^3)$
23		$\frac{Pa^2}{6EI}(2a + 3\ell)$	-a	x < 0: $\frac{Px}{6EI}(x^2 + 3ax - 3a\ell)$
		$-\frac{Pa\ell^2}{8EI}$	$0,5\ell$	0 < x < l: $\frac{Pa}{2EI}x(x-\ell)$

Extraída de ISNARD; GREKOW; MROZOWICZ (1971) e de SCHIEL (1976).
Revista e adaptada por Libânio M. Pinheiro, Bruna Catoia e Thiago Catoia.
 $\alpha = x/\ell$ (*) Valor aproximado (**) $\alpha \leq 0,5$

Fonte: Catoia, Catoia e Pinheiro (2010)

Com isso, foi obtida a equação 47 para a carga distribuída.

$$\alpha_{t,0} = \frac{1}{384} * \frac{p * l^4}{EI} \quad (\text{equação 47})$$

Para a carga pontual, foi obtida a equação 48.

$$\alpha_{t,0} = \frac{1}{192} * \frac{p * l^3}{EI} \quad (\text{equação 48})$$

A flecha limite para seções com barra de FRP deve atender a ABNT NBR 6118: 2023, segundo o item 13.1.6 da ABNT NBR 17196: 2025. Logo a flecha limite para elementos lineares é estabelecida no item 13.3 da ABNT NBR 6118: 2023, sendo válido para seções com barras de aço também. Na Tabela 39 é indicado o deslocamento limite, sendo $l/250$.

Tabela 39 - Limites para deslocamentos

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento-limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$\ell/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas variáveis de utilização	$\ell/350$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$\ell/250^a$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$\ell/350 + \text{contraflecha}^b$
			Ocorrido após a construção do piso	$\ell/600$
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento	

Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2023)

Também foi necessário definir o valor da flecha diferida no tempo, levando em conta o efeito de fluência do concreto. Esse valor foi calculado da mesma maneira para ambos os tipos de barra. Para a barra de aço o processo é prescrito no item 17.3.2.1.2 da ABNT NBR 6118: 2023 e para barras de FRP no item 17.2.2.5 da ABNT NBR 17196: 2025.

Com isso, foi necessário obter o fator α_f determinado pela equação 49.

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 * \rho'} \quad (\text{equação 49})$$

Onde:

- $\Delta\xi = \xi_{(t)} - \xi_{(t_0)}$;
- $\xi_{(t)} = \begin{cases} 0,68 * 0,996^t * t^{0,32} & \text{para } t \leq 70 \text{ meses,} \\ 2 & \text{para } t > 70 \text{ meses} \end{cases}$;
- t = Tempo em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;
- t_0 = Tempo, em meses, relativa à aplicação da carga de longa duração;
- $\rho' = \frac{A_s'}{b_w * d}$;
- A_s' = Área de armadura de compressão = 0.

Obtido o valor do fator α_f foi possível aplica-lo na equação 50, para obter o valor da flecha total no tempo infinito.

$$a_{t,\infty} = a_{t,0} * (1 + \alpha_f) \quad (\text{equação 50})$$

Para a flecha diferida no tempo, os valores máximos permitidos são os mesmos que foram apontados na Tabela 39. Logo, ele foi definido como $l/250$. Na Tabela 40 está apresenta a verificação da flecha para todos os casos.

Tabela 40 – Verificação da flecha imediata e flecha diferida no tempo

Verificação da flecha imediata e diferida no tempo	Momento de cálculo permanente ($M_{d,perm}$) (kN.m/m)	Momento de fissuração (M_f) (kN.m)	Inércia equivalente (I_e) (cm ⁴)	Flecha imediata para carga distribuída ($a_{distribuída}$) (cm)	Flecha imediata para carga pontual ($a_{pontual}$) (cm)	Flecha imediata total ($a_{t,0}$) (cm)	t (dias)	t_0 (dias)	Coefficiente função do tempo ($\xi_{(t)}$)	Fator α_f	Valor da flecha total no tempo infinito (a_{∞}) (cm)	Comprimento do vão (m)	Valor da flecha limite (a_{lim}) (cm)
Caso 1 aço: Içamento	0,50	2,28	3038	0,0380	-	0,038	-	-	-	-	-	1,80	0,720
Caso 1 aço: execução	1,22	2,93	3038	0,0980	-	0,098	-	-	-	-	-	1,80	0,720
Caso 1 aço: Serviço em x +	4,47	35,05	88733	0,0010	0,000	0,099	INFINITO	28	1,34	1,34	0,232	1,62	0,648
Caso 1 FRP: Içamento	0,66	2,41	5546	0,0250	-	0,025	-	-	-	-	-	1,80	0,720
Caso 1 FRP: execução	1,56	1,89	5546	0,0630	-	0,063	INFINITO	-	-	-	-	1,80	0,720
Caso 1 FRP: Serviço em x +	4,95	12,89	130208	0,0010	0,000	0,063	INFINITO	28	1,34	1,34	0,148	1,65	0,660
Caso 2 aço: Içamento	0,70	2,28	3038	0,1020	-	0,102	INFINITO	-	-	-	-	2,30	0,920
Caso 2 aço: execução	2,01	2,93	3038	0,2620	-	0,262	INFINITO	-	-	-	-	2,30	0,920
Caso 2 aço: Serviço em x +	6,22	35,05	88733	0,0030	0,000	0,265	INFINITO	28	1,34	1,34	0,619	2,12	0,848
Caso 2 FRP: Içamento	1,10	2,56	9154	0,0490	-	0,049	INFINITO	-	-	-	-	2,30	0,920
Caso 2 FRP: execução	2,54	2,33	9154	0,2480	-	0,248	INFINITO	-	-	-	-	2,30	0,920
Caso 1 FRP: Serviço em x +	6,97	21,18	146647	0,0020	0,000	0,250	INFINITO	28	1,47	1,47	0,617	2,15	0,860

Fonte: Autor (2025)

A verificação da flecha limite também foi um ponto determinante no dimensionamento das seções com FRP, pois mesmo apresentando seções mais robustas que as com aço, os valores de flecha foram bem próximos ao limite em relação ao outro material. Logo, quando foram determinadas seções com menor altura ou menor área de armadura para as barras de FRP, os valores limites eram inferiores aos calculados, indicando que a seção não atendia as prescrições das normas.

4.10 DIMENSIONAMENTO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO: VERIFICAÇÃO DA ARMADURA DE CISALHAMENTO

A verificação da armadura cortante foi feita apenas para as seções próximas do apoio na direção x, tanto para as situações de içamento, execução e serviço. Caso fosse necessário armadura cortante para a pré laje, a sua dimensão seria aumentada, já caso fosse necessário apenas para a laje em seu estado final, seria vislumbrado a possibilidade tanto de aumentar a seção ou como de colocar armadura transversal. Caso fosse optado por armar, toda a estrutura seria armada naquela direção, isso por conta de o vão não ser muito grande na direção x. Por último, a disposição da armadura de cisalhamento foi feita com o encontro das barras na vertical, como já foi

apresentado na Figura 21, considerando estribos duplos fechados.

Para a verificação da dispensa da armadura de cisalhamento para seções de aço, foi utilizada a seção 19.4.1 da ABNT NBR 6118: 2023. Nela é apresentada a equação 51, onde foi obtido o valor da cortante que seção resiste.

$$V_{rd1} = [\tau_{rd} * k * (1,2 + 40\rho_1) + 0,15 * \sigma_{cp}] * b_w * d \quad (\text{equação 51})$$

Onde:

- $\tau_{rd} = 0,25 * f_{ctd}$;
- $f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$;
- $\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w * d}$ não maior que $|0,02|$;
- A_{s1} = área da armadura de tração de aço que se estende no mínimo até $d - l_{b,nec}$. Como as armaduras definidas se estenderão por toda a seção, esse valor será considerado igual a área de aço de tração na seção;
- $\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c}$, onde $N_{sd} = 0$, pois a força normal na laje será dispensada;
- $k = |1,6 - d|$, já que será considerada que mais de 50% da armadura inferior chega ao apoio.

Com isso, a equação 52 deveria ser verdadeira, para haver a dispensa da armadura de cisalhamento.

$$V_{sd} \leq V_{rd1} \quad (\text{equação 52})$$

Onde:

- V_{sd} = Força cortante solicitante de cálculo, para a combinação de Estado Limite último de Construção (para as seções do içamento e execução) e Estado Limite Último Normal (para a seção em serviço).

Para a seção com barra de FRP, foi realizado um processo semelhante. Ele é apresentado no item 19.4.1.2 da ABNT NBR 17196: 2025, onde se tem a equação 53.

$$V_{rd1} = \left[\tau_{rd} * k * (1,2 + 40\rho_f) + 0,15 * \sqrt{\frac{E_f}{210}} \right] * b_w * d \quad (\text{equação 53})$$

Onde:

- $\tau_{rd} \leq 0,25 * f_{ctd}$;

- $\rho_f = \frac{A_{f1}}{b_w * d}$;
- A_{s1} = área da armadura de tração de FRP que se estende no mínimo até $1,5 * d - l_{b,nec}$. Como as armaduras definidas se estenderão por toda a seção, esse valor será considerado igual a área de FRP de tração na seção.

Além disso, também foi necessário verificar se as bielas de concreto resistem aos esforços, sendo utilizada a mesma equação para ambas as seções. Com isso, foi utilizada a equação 54 apresentada no item 17.4.2.2 nas ABNT NBR 6118: 2023 e ABNT NBR 17196: 2025.

$$V_{rd2} = 0,5 * \alpha_{v1} * f_{cd} * b_w * 0,9 * d \quad (\text{equação 54})$$

Onde:

- $\alpha_{v1} = (0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \leq 0,5 (f_{ck})$ em MPa.

Com isso, as equações 55 e 56 deveriam ser verdadeiras para haver a dispensa da armadura de cisalhamento nas seções de ambos os materiais.

$$V_{sd} \leq V_{rd1} \quad (\text{equação 55})$$

$$V_{sd} \leq V_{rd2} \quad (\text{equação 56})$$

A verificação da armadura de cisalhamento está apresentada na Tabela 41.

Tabela 41 - Verificação da dispensa da armadura de cisalhamento

Verificação da dispensa da armadura de cisalhamento	Tensão de cisalhamento resistente (τ_{rd}) (kN/cm ²)	k	ρ_1	α_{v1}	Força resistente de projeto (V_{rd1}) (kN/m)	Força resistente de projeto (V_{rd}) (kN/m)	Força solicitante de cálculo (V_{sd}) (kN/m)
Caso 1 aço: Içamento	0,03	1,55	0,014	0,60	16,19	83,62	1,63
Caso 1 aço: execução	0,04	1,56	0,014	0,55	20,85	112,57	4,09
Caso 1 aço: Serviço em x -	0,04	1,46	0,004	0,55	120,44	552,74	176,65
Caso 1 FRP: Içamento	0,03	1,54	0,020	0,50	5,76	94,71	2,15
Caso 1 FRP: execução	0,04	1,54	0,020	0,50	7,43	138,50	4,91
Caso 1 FRP: Serviço em x -	0,04	1,40	0,020	0,50	46,06	566,13	188,46
Caso 2 aço: Içamento	0,03	1,56	0,014	0,60	16,19	83,62	2,11
Caso 2 aço: execução	0,04	1,56	0,014	0,55	20,85	112,57	5,32
Caso 2 aço: Serviço em x -	0,04	1,40	0,006	0,55	126,73	548,76	197,15
Caso 2 FRP: Içamento	0,03	1,52	0,020	0,50	7,51	124,88	3,40
Caso 2 FRP: execução	0,04	1,52	0,020	0,50	9,68	182,61	6,55
Caso 1 FRP: Serviço em x -	0,04	1,40	0,020	0,50	47,73	590,14	210,25

Fonte: Autor (2025)

Com isso, foi possível perceber que as seções para içamento e execução resistem aos esforços cisalhantes. No entanto, as seções em serviço para nenhuma das hipóteses resistem aos esforços. Logo, foi optado por adotar armaduras para combater esses esforços, por conta da grande diferença entre a força resistente e a solicitante, sendo necessário uma seção com dimensões muito superiores à adotada atualmente para resistir aos esforços sem o uso de armadura transversal.

Para o dimensionamento de lajes com barras de aço para a força cortante foi seguido o item 19.4.2 da ABNT NBR 6118: 2023, que afirma que pode ser aplicado os critérios estabelecidos no item 17.4.2 da mesma norma onde é determinado que a determinação da armadura será feita de maneira semelhante em relação a vigas.

Inicialmente é necessário determinar a tensão na armadura transversal passiva (f_{ywd}), dado pelos seguintes valores.

- $f_{ywd} = 435 \text{ MPa}$, para lajes com espessura $> 35 \text{ cm}$;
- $f_{ywd} = 250 \text{ MPa}$, para lajes com espessura $\leq 15 \text{ cm}$;
- Para os valores entre esses dois limites é permitida a interpolação linear dos valores.

Para o dimensionamento foi utilizado o modelo de cálculo I, já que a partir dele é possível obter uma área de aço maior, sendo a favor da segurança. Nesse modelo, é determinado que as diagonais de compressão inclinada têm valor $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal. Com isso, foi possível encontrar a cortante resistente da seção, determinada pela equação 57, obtida no item 17.4.2.2 da ABNT NBR 6118: 2023.

$$V_{rd,s3} = V_{cs} + V_{sw} \quad (\text{equação 57})$$

Onde:

- $V_{cs} = 0,6 * f_{ctd} * b_w * d$, para elementos na flexão simples e na flexo tração. Essa é a parcela da cortante resistida pelos mecanismos complementares de treliça;
- $V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) * 0,9 * d * f_{ywd} * (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha)$. Essa é a parcela de força resistida pelos estribos de aço;
- A_{sw} = Área de aço da seção transversal da armadura de cisalhamento;
- s = Espaçamento entre os estribos (valor máximo de 30 cm);
- α = Ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural. Nesse caso os estribos serão posicionados verticalmente, logo $\alpha = 90^\circ$.

Com isso, para que a seção resista aos esforços foi necessário que a equação 58 seja verdadeira.

$$V_{sd} \leq V_{rd,s3} \quad (\text{equação 58})$$

Para as armaduras de FRP, de acordo com o item 19.4.2.1 da ABNT NBR 17196: 2025, é necessário que apresente uma seção com espessura mínima de 25 cm e a armadura para força cortante pode ser dimensionada como em 17.4.4 da mesma norma. Esse item apresenta apenas um modelo de cálculo, logo os estribos serão considerados na vertical, como foi feito para o aço. A partir disso, é utilizada a equação 59.

$$V_{rd,f3} = V_{cf} + V_f \quad (\text{equação 59})$$

Onde:

- $V_{cf} = 0,6 * f_{ctd} * b_w * x_{II}$, para elementos na flexão simples e na flexocompressão. Essa é a parcela da cortante resistida pelos

mecanismos complementares de treliça;

- $V_f = 0,9 * d * f_{fvd} * \left(\frac{A_{tf}}{s}\right)$. Essa é a parcela de força resistida pelos estribos de FRP;
- $f_{fvd} = f_{fvk} / \gamma_{FRP}$;
- $f_{fvk} =$ menor valor entre f_{fbk} e $0,5\%E_f$;
- $f_{fbk} = \left(0,05 * \frac{r_b}{\phi} + 0,3\right) * f_{fk}$
- $r_b =$ Raio de dobra definido conforme a ABNT NBR 17201: 2025, sendo utilizado 3ϕ ;
- $A_{tf} =$ Área de aço da seção transversal da armadura de cisalhamento;
- $s =$ Espaçamento entre os estribos (valor máximo de 30 cm).

Com isso, para que a seção resista aos esforços de cisalhamento, foi necessário que a equação 60 seja atendida.

$$V_{sd} \leq V_{rd,f3} \quad (\text{equação 60})$$

Para ambas as barras foi necessário verificar as bielas de concreto comprimidos, sendo elas verificadas pela já apresentada equação 54. Importante ressaltar que não foi verificada a área de armadura mínima para a armadura transversal em nenhuma das hipóteses, já que elementos estruturais de superfície plana necessita de armadura transversal apenas em situações específicas, apenas foi considerado um espaçamento máximo de 30 cm.

Com isso, foi possível fazer a verificação das seções, apresentadas nas Tabelas 42 e 43.

Tabela 42 - Verificação da armadura de cisalhamento para as seções com barras de aço

Verificação da armadura de cisalhamento aço	Diâmetro da barra do estribo (mm)	Espaçamento (s) (cm)	Área da armadura de cisalhamento (A_{sw}) (cm ²)	f_{ywd} (MPa)	Força cortante absorvida por treliça (V_{cs}) (kN/m)	Força cortante resistida por armadura transversal (V_{sw}) (kN/m)	Cortante resistente relativa à ruína da diagonal comprimida (V_{Rd2}) (kN/m)	Cortante relativa resistente à ruína por tração diagonal ($V_{Rd,s3}$) (kN/m)	Cortante solicitante na seção (V_{sd}) (kN/m)
Caso 1 aço: Serviço em x -	6,3	30	5,58	314,75	150,93	91,52	884,38	242,46	176,65
Caso 2 aço: Serviço em x -	6,3	30	5,58	314,75	149,85	90,86	878,02	240,71	197,15

Fonte: Autor (2025)

Tabela 43 - Verificação da armadura de cisalhamento para as seções com barra de FRP

Verificação da armadura de cisalhamento FRP	Diâmetro da barra do estribo (mm)	Espaçamento (s) (cm)	Área da armadura de cisalhamento (A_{st}) (cm ²)	f_{vd} (kN/cm ²)	Força cortante absorvida por treliça (V_{ct}) (kN/m)	Força cortante resisitida por armadura transversal (V_{st}) (kN/m)	Cortante resistente relativa à ruína da diagonal comprimida (V_{Rd2}) (kN/m)	Cortante relativa resistente à ruína por tração diagonal ($V_{Rd,rs}$) (kN/m)	Cortante solicitante na seção (V_{sd}) (kN/m)
Caso 1 FRP: Serviço em x -	6,3	10	5,58	22,5	23,97	170,1	566,13	194,07	188,46
Caso 1 FRP: Serviço em x -	8	15	9,00	22,5	24,52	190,66	590,14	215,18	210,25

Fonte: Autor (2025)

A partir disso, foi possível perceber que a armadura de FRP resiste à esforços cortantes muito menores que as barras de aço. Isso reflete em uma área de armadura transversal adotada muito superior para as barras de polímeros reforçados com fibras.

4.11 COMPRIMENTO DE TRESPASSE E ANCORAGEM DAS BARRAS

O comprimento de trespasse foi importante para determinar se as armaduras da pré-laje podem ser utilizadas nessas seções, devido ao espaço limitado para realizar a ancoragem. Também foi usado para determinar a quantidade a mais de armadura utilizada na direção y da laje, já que ela apresenta comprimento superior a 12 metros (tamanho máximo de barras de aço). As barras de FRP também foram consideradas como tendo comprimento máximo de 12 metros, pois não foi possível obter fontes que apresentassem o valor máximo. O comprimento de ancoragem foi importante para determinar a quantidade de barra a mais que será utilizada nas extremidades da barra.

Para as barras de aço, foram utilizados os requisitos apresentados no item 9.3, 9.4 e 9.5 da ABNT NBR 6118: 2023. Inicialmente foi necessário obter a resistência de aderência de calculado, entre a armadura e o concreto, obtido no item 9.3.2.1 da ABNT NBR 6118: 2023, apresentada como a equação 61.

$$f_{bd} = f_{ctd} * \eta_1 * \eta_2 * \eta_3 \quad (\text{equação 61})$$

Onde:

- $f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$;
- $\eta_1 = 1,0$, de acordo com a tabela 8.2 da ABNT NBR 6118: 2023;
- $\eta_2 = 1,0$, pois são consideradas situações de boa aderência de acordo com o item 9.3.1 da ABNT NBR 6118: 2023;
- $\eta_3 = 1,0$ pois foi adotado apenas barras com $\theta \leq 32 \text{ mm}$;

Foi necessário calcular o comprimento básico de ancoragem, apresentado no item 9.4.2.4 da ABNT NBR 6118: 2023, apresentada como equação 62.

$$l_b = \frac{\phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \geq 25 * \phi \quad (\text{equação 62})$$

Já o comprimento necessário para ancoragem, obtido no item 9.4.2.5 da ABNT NBR 6118: 2023, é apresentado como equação 63.

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min} \quad (\text{equação 63})$$

Onde:

- $\alpha = 1,0$ para barras sem gancho;
- $A_{s,calc}$ = Área de aço calculado para os esforços no Estado Limite Último de Construção ou Normal;
- $A_{s,ef}$ = Área de aço efetivo na seção;
- $l_{b,min}$ = Maior valor entre $0,3 * l_b$, 10ϕ e 100 mm .

As emendas das barras em x e a armadura negativa foram realizadas para a seção em que a barra estará comprimida, logo, foi utilizada a equação 64, apresentada no item 9.5.2.3 da ABNT NBR 6118: 2023, para determinar o comprimento mínimo de ancoragem entre barras de aço.

$$l_{0c} = l_{b,nec} \geq l_{0c,min} \quad (\text{equação 64})$$

Onde:

- $l_{0c,min}$ é determinado pelo menor valor entre $0,6 * l_b$, 15ϕ e 200 mm .

Para as barras da seção y positiva, ela estará tracionada em todo o seu comprimento, sendo utilizada a equação 65 para determinar o comprimento mínimo de ancoragem.

$$l_{0c} = \alpha_{0t} * l_{b,nec} \geq l_{0c,min} \quad (\text{equação 65})$$

Onde:

- $\alpha_{0t} = 1,2$, pois será considerada 20% de barras emendadas na mesma seção, já que a laje apresenta grande comprimento, permitindo que a distribuição seja realizada ao longo da seção. Esse valor foi baseado na tabela 9.4 da ABNT NBR 6118: 2023, apresentada como tabela 44.

Tabela 44 - Valores do coeficiente α_{0t}

Barras emendadas na mesma seção %	≤ 20	25	33	50	> 50
Valores de α_{0t}	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0

Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2023)

Para as barras de FRP o processo para determinação do comprimento mínimo de trespasse é apresentado no item 9.2 e 9.4 da ABNT NBR 17196: 2025. Inicialmente foi necessário determinar a resistência de aderência de cálculo entre a barra e o concreto (f_{bd}), já apresentado pela equação 39.

Já o comprimento necessário para ancoragem, obtido no item 9.4.2.5 da ABNT NBR 6118: 2023, é apresentado como equação 66.

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{f,calc}}{A_{f,ef}} \geq l_{b,min} \quad (\text{equação 66})$$

Onde:

- $l_{b,min}$ = maior valor entre 12ϕ e 200 mm .

Foi necessário calcular o comprimento básico de ancoragem, obtido no item 9.2.4 da ABNT NBR 17196: 2025, apresentada como equação 67.

$$l_b = \frac{\phi}{4} * \frac{\sigma_{fd}}{f_{bd}} \geq 20 * \phi \quad (\text{equação 67})$$

Onde:

- $\sigma_{fd} = f_{fk}/\gamma_{FRP}$.

O comprimento de emenda por trespasse é obtido no item 9.4.3 da ABNT NBR 17196: 2025, sendo apresentada a equação 68.

$$l_{0t} = 1,3 * l_b \geq l_{0t,min} \quad (\text{equação 68})$$

Onde:

- $l_{0t,min}$ = o menor valor entre 20ϕ e 300 mm

Com isso, foi possível calcular o comprimento de trespasse e ancoragem para cada uma das situações, apresentados nas Tabelas 45 e 46. Para as armaduras construtivas, ou seja, a y negativa, foi considerado o comprimento de trespasse mínimo.

Tabela 45 - Comprimento de trespasse e ancoragem para as seções com barra de aço

Comprimento de trespasse para barras de aço	Resistência de aderência de cálculo (f_{bd}) (MPa)	Comprimento básico de ancoragem (l_b) (cm)	$A_{s,calc}$ (cm ²)	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Comprimento de ancoragem necessário ($l_{b,nec}$) (cm)	Comprimento do trecho de trespasse (l_{ot}) (cm)
Caso 1 aço: Serviço em x +	1,88	58	3,17	20,05	10	32
Caso 1 aço: Serviço em x -	3,26	33	5,54	7,85	23	-
Caso 1 aço: Serviço em y +	3,26	33	3,00	7,85	15	28
Caso 1 aço: Serviço em y -	-	10	-	-	10	20
Caso 2 aço: Serviço em x +	1,88	58	4,25	20,05	12	32
Caso 2 aço: Serviço em x -	3,26	42	7,05	12,20	24	-
Caso 2 aço: Serviço em y +	3,26	33	3,84	7,85	19	36
Caso 2 aço: Serviço em y -	-	10	-	-	10	20

Fonte: Autor (2025)

Tabela 46 - Comprimento de trespasse e ancoragem para as seções com barra de FRP

Comprimento de trespasse para barras FRP	Resistência de aderência de cálculo (f_{bd}) (MPa)	Comprimento básico de ancoragem (l_b) (cm)	$A_{s,calc}$ (cm ²)	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Comprimento de ancoragem necessário ($l_{b,nec}$) (cm)	Comprimento do trecho de trespasse (l_{ot}) (cm)
Caso 1 FRP: Serviço em x +	1,88	102	3,43	12,2	20	133
Caso 1 FRP: Serviço em x -	1,88	130	4,31	20,1	20	170
Caso 1 FRP: Serviço em y +	1,51	128	2,46	12,2	37	166
Caso 1 FRP: Serviço em y -	-	20	-	-	20	30
Caso 2 FRP: Serviço em x +	1,88	163	5,2	31,4	24	212
Caso 2 FRP: Serviço em x -	1,88	130	5,22	20,1	24	170
Caso 2 FRP: Serviço em y +	1,51	128	3,17	12,2	39	166
Caso 1 FRP: Serviço em y -	-	20	-	-	20	30

Fonte: Autor (2025)

Com isso, foi possível perceber que o comprimento do trespasse da barra FRP é muito superior ao do vão existente entre as pré lajes. Uma solução encontrada para esse problema foi considerar que as armaduras da pré laje, para as barras FRP, não foram consideradas para o cálculo para a seção em serviço, como já havia sido colocado anteriormente. Além disso, é importante ressaltar que os comprimentos de

trespasse e ancoragem, no geral, foram superiores para as barras de FRP do que para as barras de aço, o que influenciou diretamente no consumo de material final. A única exceção foi para a seção x -, onde devido à armadura efetiva de FRP ser muito superior à armadura de cálculo, o seu comprimento de ancoragem foi definido como o mínimo de norma.

4.12 VERIFICAÇÃO DA ÁREA DE ARMADURA LONGITUDINAL MÁXIMA E MÍNIMA

O último ponto a ser verificado nas seções foi se a área de armadura respeita os valores máximos e mínimos de norma.

Para as seções com armadura de aço, a verificação da área de armadura mínima foi feita de acordo com o item 17.3.5.2.1 da ABNT NBR 6118: 2023. A armadura mínima foi considerada atendida se a taxa de armadura apresentada na tabela 17.3 da mesma norma, e aqui apresentada como tabela 47, foi menor que a taxa de armadura de flexão.

Tabela 47 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas com seção transversal retangular

f_{ck} MPa	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
$\rho_{min} = A_{s,min}/A_c$ %	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

^a Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado.

Fonte: Associação Brasileira de Normas técnicas (2023)

A taxa de armadura de flexão foi considerada na seção em que não há emendas e foi dada pela equação 69.

$$\rho_s = \frac{A_s}{A_c} \quad (\text{equação 69})$$

Onde:

- A_c = Área de concreto na seção.

Para as seções com barras de FRP, a área mínima de armadura foi determinada de acordo com o item 17.3.2 da ABNT NBR 17196: 2025. Com isso, a área de armadura deve respeitar a equação 70.

$$\rho_{f,min} = 0,3 * \frac{f_{ctk,sup}}{f_{fd}} < \rho_f \quad (\text{equação 70})$$

Onde:

- $\rho_f = \frac{A_f}{A_c}$ = taxa de armadura de flexão.

Para a área de armadura máxima foi considerada as seções fora das regiões de emenda. Nas seções de aço os valores máximos foram apresentados no item 17.3.5.2.4 da ABNT NBR 6118: 2023 e para as seções com barras FRP foi apresentado no item 17.3.6. Em ambos, a armadura deve ter área menor que 4% da seção de concreto, considerando as armaduras de tração e compressão.

Assim sendo, a verificação das áreas de aço mínima e máxima são apresentadas nas tabelas 48 e 49.

Tabela 48 - Verificação da área de armadura máxima e mínima para as seções de aço

Verificação da área de armadura	Porcentagem de armadura passiva aderente (ρ_s)	Taxa mínima de armadura de flexão (ρ_{min})	Área de armadura na seção (cm ²)	$A_c * 0,04$ (cm ²)
Caso 1 aço: Içamento/ construção	2,023	0,150	6,10	18,00
Caso 1 aço: Serviço em x -	0,533	0,150	27,90	88,00
Caso 1 aço: Serviço em x +	0,911	0,150	27,90	88,00
Caso 1 aço: Serviço em y -	0,533	0,150	15,70	88,00
Caso 1 aço: Serviço em y +	0,533	0,150	15,70	88,00
Caso 2 aço: Içamento/ construção	2,023	0,150	3,10	18,00
Caso 2 aço: Serviço em x -	0,828	0,150	32,25	88,00
Caso 2 aço: Serviço em x +	1,360	0,150	32,25	88,00
Caso 2 aço: Serviço em y -	0,533	0,150	15,70	88,00
Caso 2 aço: Serviço em y +	0,533	0,150	15,70	88,00

Fonte: Autor (2025)

Tabela 49 - Verificação da área de armadura máxima e mínima para as seções de FRP

Verificação da área de armadura	Porcentagem de armadura passiva aderente (ρ_s)	Taxa mínima de armadura de flexão (ρ_{min})	Área de armadura na seção (cm ²)	$A_c * 0,04$ (cm ²)
Caso 1 aço: Içamento/ construção	2.023	0.150	6.10	18.00
Caso 1 aço: Serviço em x -	0.533	0.150	27.90	88.00
Caso 1 aço: Serviço em x +	0.911	0.150	27.90	88.00
Caso 1 aço: Serviço em y -	0.533	0.150	15.70	88.00
Caso 1 aço: Serviço em y +	0.533	0.150	15.70	88.00
Caso 2 aço: Içamento/ construção	2.023	0.150	6.10	18.00
Caso 2 aço: Serviço em x -	0.828	0.150	32.25	88.00
Caso 2 aço: Serviço em x +	1.360	0.150	32.25	88.00
Caso 2 aço: Serviço em y -	0.533	0.150	15.70	88.00
Caso 2 aço: Serviço em y +	0.533	0.150	15.70	88.00

Fonte: Autor (2025)

Com isso, foi possível perceber que as seções apresentam armaduras dentro limites estabelecidos pelas normas. É importante ressaltar que as áreas máximas e mínimas de material não foi um fator determinante para o dimensionamento em nenhum dos casos, além de apresentar valores relativamente próximos para ambos os materiais.

4.13 DETERMINAÇÃO DO QUANTITATIVO

Para a determinação do quantitativo foi utilizada a seção completa da ponte, como foi determinada no tópico 3. Com isso, foi determinado o comprimento total das barras, levando em conta a distribuição das armaduras em toda a ponte, além do comprimento de ancoragem e trespasse, já determinados no tópico 4.12. Para as armaduras que foram concretadas na pré laje (armadura transversal e a armadura longitudinal da pré laje), foi considerada a armadura para cada uma das lajes, sendo seu valor total somado ao final. Os comprimentos totais estão apresentados nas tabelas 50 a 53.

Tabela 50 - Comprimento total para o caso 1 da seção com armadura de aço

Caso 1 barra de aço	Comprimento de distribuição (m)	Espaçamento (cm)	Número de barras	Comprimento reto (m)	Comprimento de ancoragem (m)	Número de trespases	Comprimento trespasse (m)	Comprimento de uma barra (m)	Comprimento total (m)	Diâmetro da barra (mm)	Volume de aço (m³)
Seção em x +	20,00	10	201	7,43	0,10	0	0,00	7,63	1533,63	10	0,12
Seção em x -	20,00	10	201	7,43	0,23	0	0,00	7,89	1585,89	10	0,12
Seção em y +	7,50	10	76	19,93	0,15	1	0,28	10,26	1558,76	10	0,12
Seção em y -	7,50	10	76	19,93	0,10	1	0,20	10,17	1545,08	10	0,12

Caso 1 barra de aço	Número de barras por pré-laje	Número de pré-lajes	Comprimento pré-laje (m)	Comprimento reto (m)	Comprimento de trespasse (m)	Comprimento total de uma barra (m)	Comprimento total (m)	Diâmetro da barra (mm)	Volume de aço (m³)	Volume total de aço (m³)
Íçamento/ construção	5	120	2,10	2,10	0,32	2,74	1644,00	12,5	0,20	0,79
Armadura transversal	35	120	2,10	0,60	0,20	0,80	3360,00	6,3	0,10	

Fonte: Autor (2025)

Tabela 51 - Comprimento total para o caso 1 da seção com armadura de FRP

Caso 1 barra de FRP	Comprimento de distribuição (m)	Espaçamento (cm)	Número de barras	Comprimento reto (m)	Comprimento de ancoragem (m)	Número de trespases	Comprimento trespasse (m)	Comprimento de uma barra (m)	Comprimento total (m)	Diâmetro da barra (mm)	Volume de FRP (m³)
Seção em x +	20,00	10	201	7,42	0,20	0	0,00	7,82	1571,82	12,5	0,19
Seção em x -	20,00	10	201	7,42	0,20	0	0,00	7,82	1571,82	16	0,32
Seção em y +	7,50	10	76	19,92	0,37	1	1,66	11,16	1696,32	12,5	0,21
Seção em y -	7,50	10	76	19,92	0,20	1	0,30	10,31	1567,12	10	0,12

Caso 1 barra de FRP	Número de barras por pré-laje	Número de pré-lajes	Comprimento pré-laje (m)	Comprimento reto (m)	Comprimento de trespasse (m)	Comprimento total de uma barra (m)	Comprimento total (m)	Diâmetro da barra (mm)	Volume de aço (m³)	Volume total de FRP (m³)
Íçamento/ construção	5	120	2,10	2,10	0,40	2,90	1740,00	12,5	0,21	1,42
Armadura transversal	105	120	2,10	0,64	0,30	0,94	11844,00	6,3	0,37	

Fonte: Autor (2025)

Tabela 52 - Comprimento total para o caso 2 da seção com armadura de aço

Caso 2 barra de AÇO	Comprimento de distribuição (m)	Espaçamento (cm)	Número de barras	Comprimento reto (m)	Comprimento de ancoragem (m)	Número de trespases	Comprimento trespasse (m)	Comprimento de uma barra (m)	Comprimento total (m)	Diâmetro da barra (mm)	Volume de aço (m³)
Seção em x +	20,00	10	201	8,93	0,12	0	0,00	9,17	1843,17	10	0,14
Seção em x -	20,00	10	201	8,93	0,24	0	0,00	9,41	1891,41	12,5	0,23
Seção em y +	9,00	10	91	19,00	0,19	1	0,36	9,87	1796,34	10	0,14
Seção em y -	9,00	10	91	19,93	0,10	1	0,20	10,17	1850,03	10	0,15

Caso 2 barra de AÇO	Número de barras por pré-laje	Número de pré-lajes	Comprimento pré-laje (m)	Comprimento reto (m)	Comprimento de trespasse (m)	Comprimento total de uma barra (m)	Comprimento total (m)	Diâmetro da barra (mm)	Volume de aço (m³)	Volume total de aço (m³)
Íçamento/ construção	5	120	2,60	2,40	0,32	3,04	1824,00	12,5	0,22	1,02
Armadura transversal	45	120	2,60	0,60	0,20	0,80	4320,00	6,3	0,13	

Fonte: Autor (2025)

Tabela 53 - Comprimento total para o caso 2 da seção com armadura de FRP

Caso 2 barra de FRP	Comprimento de distribuição (m)	Espaçamento (cm)	Número de barras	Comprimento reto (m)	Comprimento de ancoragem (m)	Número de trespases	Comprimento trespasse (m)	Comprimento de uma barra (m)	Comprimento total (m)	Diâmetro da barra (mm)	Volume de FRP (m³)
Seção em x +	20,00	10	201	8,92	0,24	0	0,00	9,4	1889,40	20	0,59
Seção em x -	20,00	10	201	8,92	0,24	0	0,00	9,4	1889,40	16	0,38
Seção em y +	9,00	10	91	19,92	0,39	1	1,66	11,18	2034,76	12,5	0,25
Seção em y -	9,00	10	91	19,92	0,20	1	0,30	10,31	1876,42	10	0,15

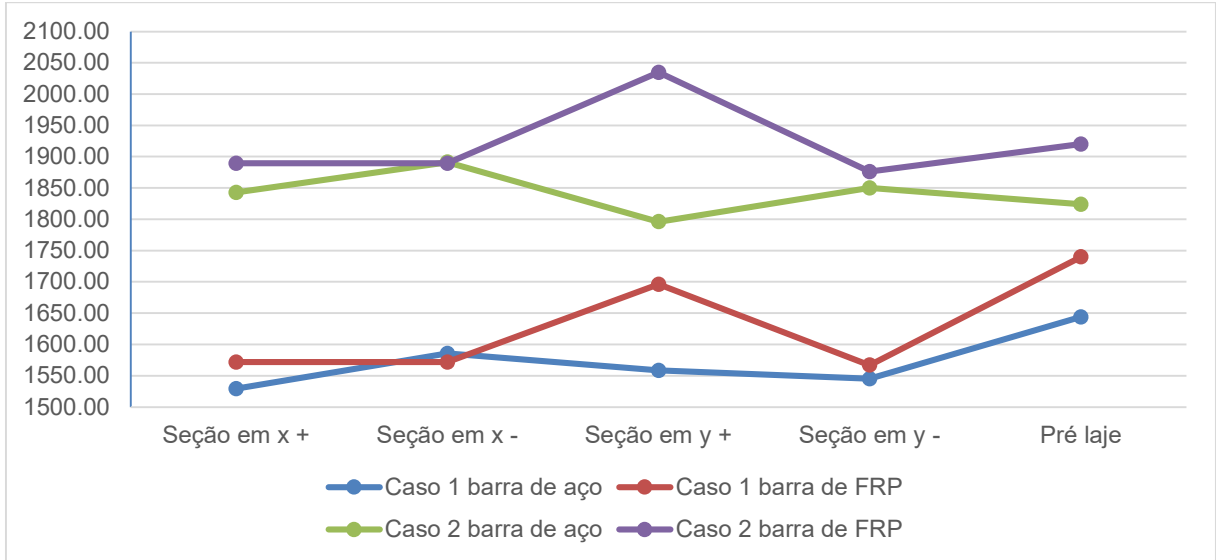
Caso 2 barra de FRP	Número de barras por pré-laje	Número de pré-lajes	Comprimento pré-laje (m)	Comprimento reto (m)	Comprimento de trespasse (m)	Comprimento total de uma barra (m)	Comprimento total (m)	Diâmetro da barra (mm)	Volume de FRP (m³)	Volume total de FRP (m³)
Íçamento/ construção	5	120	2,60	2,40	0,40	3,20	1920,00	12,5	0,23	2,38
Armadura transversal	135	120	2,60	0,66	0,30	0,96	15552,00	8,0	0,78	

Fonte: Autor (2025)

Nos Gráficos 1 a 4 são apresentados os comprimentos totais de barras e

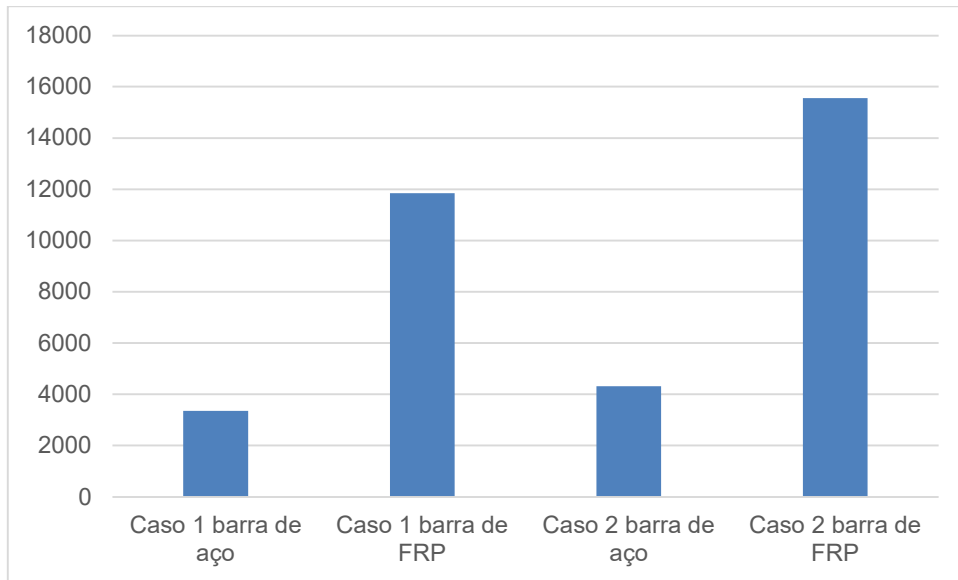
volume de barras utilizados para cada um dos casos e seções.

Gráfico 1: Comprimento em metros de armadura longitudinal para cada uma das seções em cada caso

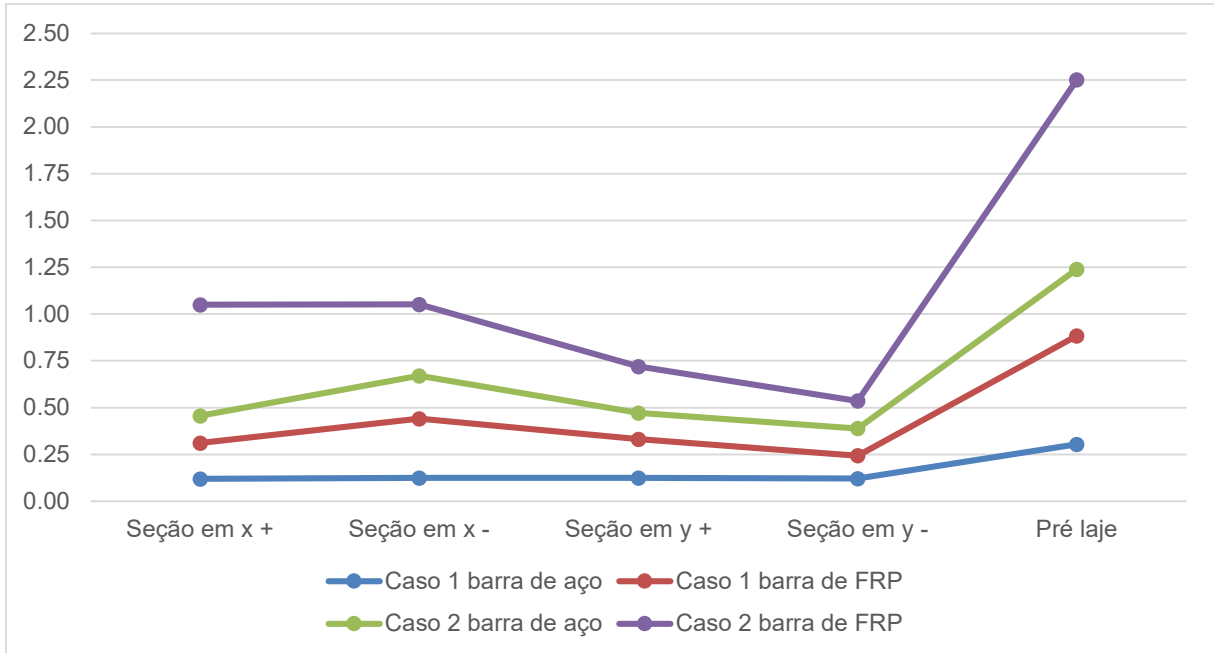


Fonte: Autor (2025)

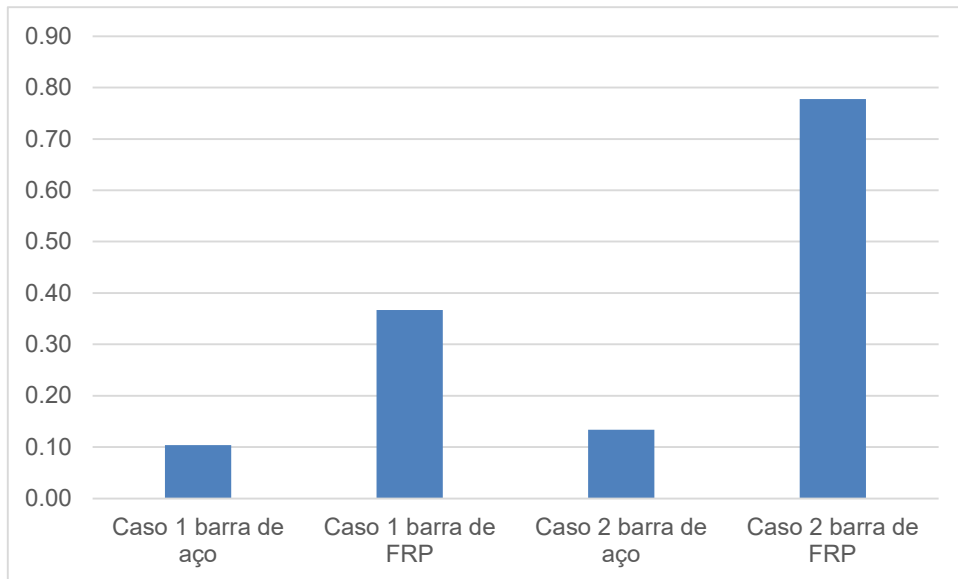
Gráfico 2: Comprimento em metros de armadura transversal para cada uma das seções em cada caso



Fonte: Autor (2025)

Gráfico 3: Volume em m³ de armadura longitudinal para cada uma das seções em cada caso

Fonte: Autor (2025)

Gráfico 4: Volume em m³ de armadura transversal para cada uma das seções em cada caso

Fonte: Autor (2025)

Com os comprimentos totais foi possível obter o volume total de material e por consequência o peso total, seguindo as densidades fornecidas pela ABNT NBR 6118: 2023 para o aço e a ABNT NBR 17196: 2025 para a barra de FRP. Também foi obtido o volume total de concreto de acordo com a altura das seções. Foi feito um comparativo entre as seções de diferentes materiais nos mesmos casos, e obtido a porcentagem de material utilizado na seção de FRP em relação à seção de aço. Os

resultados estão apresentados na tabela 54.

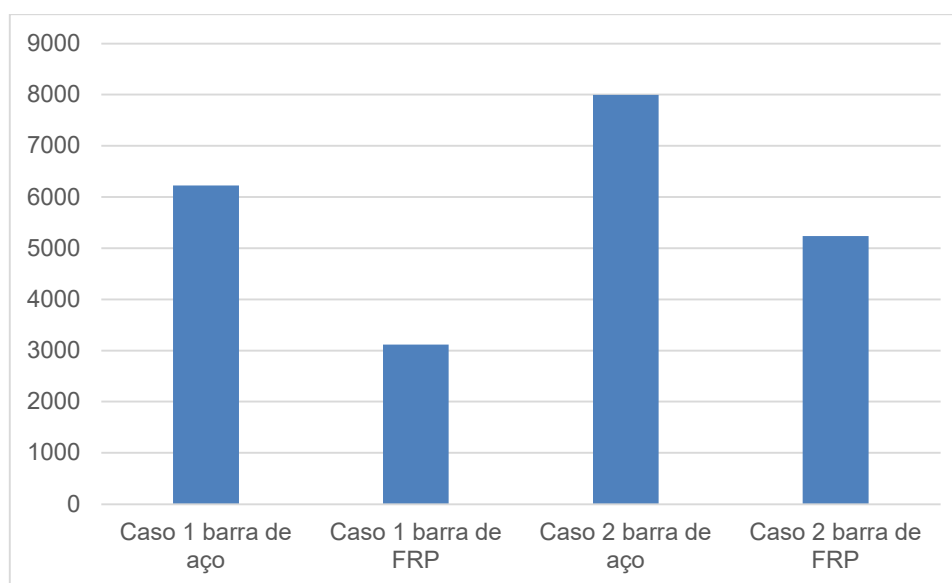
Tabela 54 - Comparativo entre as quantidades de materiais gastos por volume e quilo

Comparativo de quantidade de material gasto	Altura da laje (m)	Área da laje (m ²)	Volume de concreto (m ³)	Porcentagem de concreto na seção de FRP em relação a de aço (%)	Volume total de armadura (m ³)	Porcentagem de volume de armadura na seção de FRP em relação a de aço (%)	Densidade do material (Kg/m ³)	Peso total do material (Kg)	Porcentagem de peso da armadura na seção de FRP em relação a seção de aço (%)
Caso 1 barra de aço	0,22	150	33,00	14	0,78	75	7850	6108	-51
Caso 1 barra de FRP	0,25	150	37,50		1,36		2200	3002	
Caso 2 barra de aço	0,22	180	39,60	18	0,97	118	7850	7642	-39
Caso 2 barra de FRP	0,26	180	46,80		2,12		2200	4667	

Fonte: Autor (2025)

Com isso, foi possível plotar o gráfico 5, que apresenta o peso de material consumido por caso.

Gráfico 5: Peso total em quilogramas para cada uma das seções em cada caso



Fonte: Autor (2025)

A partir das tabelas e gráficos anteriores foi possível tirar várias informações importantes. A primeira delas é que o consumo de concreto é significativamente superior para a seção de FRP, já que ela necessita de maiores dimensões para resistir aos esforços. O mesmo acontece para o volume de armadura, sendo o mesmo motivo causador. Esse fenômeno já era esperado, já que a barra apresenta baixa ductilidade, sendo utilizado alguns coeficientes ponderadores a mais do que em relação à seção com aço. Além disso, a barra de FRP apresenta um coeficiente de elasticidade muito inferior ao aço, causando problemas no dimensionamento principalmente no ELU de fadiga e nos ELS. Já para o peso de material, as seção de FRP apresentou peso total

inferior, no entanto isso foi causado apenas pelo fato desse material apresentar densidade menor que o aço.

Por último, é relevante enfatizar que quando a seção foi aumentada, caso 1 para o caso 2, houve um aumento na porcentagem do consumo da barra FRP em relação à barra de aço significativo. Isso pode indicar que quanto maiores os vãos e os esforços, mais dificuldade vai ser encontrada para aplicar a barra de FRP.

Para a realização do orçamento foram feitas buscas em fornecedores, tanto de barra de aço como de FRP, para obter o preço do metro dos materiais. Com isso foi possível obter o preço por metro de cada uma das barras utilizadas, sendo apresentados na tabela 55. O preço do metro da barra de aço foi utilizado aquele encontrado no site da Arcelor Mittal e o da barra de FRP foi escolhido os valores apresentados no site da VerGraf. No entanto, para o segundo caso não foi possível encontrar valores para todos os diâmetros de barra, logo foi feita uma extrapolação linear para barras com diâmetros superior à 10 mm.

Tabela 55 - Levantamento do preço das barras por metro de acordo com o diâmetro

Material	Diâmetro (mm)					
	6,3	8	10	12,5	16	20
Barra de aço (R\$/m)	1,75	2,44	3,75	5,42	-	-
Barra de FRP (R\$/m)	2,59	3,75	5,22	8,54	14,47	22,92

Fonte: Autor (2025)

Para o concreto, foi estabelecido um preço de R\$300,00/m³, valor encontrado a partir de uma pesquisa na internet e feito o valor médio, sendo considerado apenas o valor do material, onde custo do lançamento foi ignorado. Com isso, é possível fazer um levantamento dos gastos de barra e concreto para o objeto em estudo, apresentado na tabela 56.

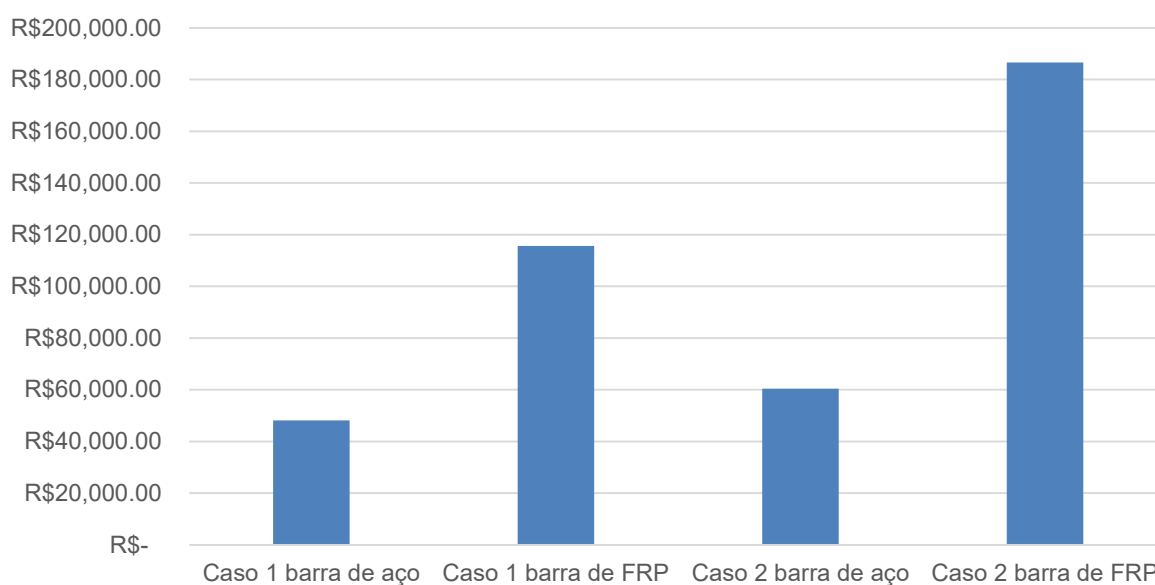
Tabela 56 - Orçamento final da laje para cada um dos casos

Seção	Preço total da barra (R\$)	Porcentagem do custo total da barra na seção de FRP em relação à seção de concreto	Preço total do concreto (R\$)	Porcentagem do custo total do concreto na seção de FRP em relação à seção de concreto	Preço total do material (R\$)	Porcentagem do custo total do material na seção de FRP em relação à seção de concreto
Caso 1 barra de aço	38107,53	174	9900,00	14	48181,45	140
Caso 1 barra de FRP	104387,26		11250,00		115637,26	
Caso 2 barra de aço	48270,91	257	11880,00	18	60408,34	209
Caso 2 barra de FRP	172535,64		14040,00		186575,64	

Fonte: Autor (2025)

No gráfico 6 é apresentado os custos totais dos materiais utilizados na laje de ponte para cada um dos casos.

Gráfico 6: Custos totais de material para cada um dos casos



Fonte: Autor (2025)

Logo, é possível extrair desses dados, que para as seções que utilizam barras de FRP há um gasto consideravelmente superior às barras de aço, mesmo o material apresentando uma densidade menor que o aço. Ainda é importante enfatizar que foi levado apenas os custos dos materiais concreto e barra, não foram analisadas questões logísticas, nem de execução, devido à dificuldade de encontrar dados sobre o assunto na bibliografia.

5 CONCLUSÃO

A partir do que foi apresentado, é possível perceber que as barras de FRP são um material que apresentam potencial para ser utilizado na construção civil, principalmente em lajes de ponte. Esse tipo de estrutura sofre constantemente com manifestações patológicas, que danificam o concreto e o aço, ponto em que as barras de FRP apresentam maior resistência. Na bibliografia foi possível encontrar diversas lajes de pontes que foram executadas com esse tipo de barra, e que apresentaram comportamento próximo ao que era esperado. Além disso, por meio de estudos que acompanharam essas construções por um período foi comprovado a sua capacidade de resistir aos esforços, como também de apresentar poucas manifestações patológicas. Em laboratório também foram realizados ensaios acelerados, que apresentaram resultados um pouco menos positivos do que aqueles em campo, no entanto ainda demonstram a capacidade de aplicar esse material.

Em relação ao dimensionamento da estrutura, foi encontrado bastante dados na literatura internacional, como guias e normas principalmente nos Estados Unidos, Canadá e União Europeia, e em território nacional, com a recente aprovação das normas ABNT NBR 17196: 2025 e ABNT NBR 17201: 2025. De acordo com a própria bibliografia, as equações utilizadas pela ABNT NBR 17196: 2025 utilizam valores a favor da segurança como alguns coeficientes de ponderação, principalmente por conta da baixa ductilidade do material.

Com o dimensionamento, foi possível perceber que o volume de material e o valor gasto com barras de FRP é muito superior ao valor com barras de aço. Isso já era esperado, pelos dados encontrados na literatura e por se tratar de um material recentemente inserido no mercado nacional. No entanto é provável que o seu valor possa sofrer reduções ao longo dos anos, quando o seu uso se tornar mais comum. Além disso, é importante enfatizar que é esperado que ao durante a vida útil da estrutura esse material venha a apresentar um custo de manutenção inferior ao aço, sendo principal ponto de sua aplicação, porém não foi encontrado estudos que comprovavam isso de maneira prática, apenas que o afirmavam. Não foi encontrado na literatura os custos de manutenção para as estruturas que usam barras de FRP, e dados para levantar os custos de manutenção de uma laje de ponte no Brasil.

Com relação aos resultados encontrados, foi possível perceber que existe um embasamento teórico que permite o dimensionamento seguro de estruturas com

barras de FRP. Os resultados apresentados mostraram que as seções com barras de FRP apresentavam volume de material significativamente superior em relação às executadas com barras de aço. Além disso, foi possível perceber que existem algumas dificuldades construtivas, como maior área de armadura e maiores comprimentos de trespasse e ancoragem. Outro ponto a ser abordado, é que a medida em que os esforços e os vãos da estrutura aumentam, é esperado que os custos com o uso de barras de FRP aumentem exponencialmente em relação às barras de aço. Logo, é notável que esse tipo de material pode vir a apresentar um custo muito superior à medida em que os vãos da estrutura e esforços são aumentados.

O levantamento de custos para esse trabalho levou em conta valores encontrados na internet, com barras de comprimento reto, onde não foi considerada a logística, o custo de mão de obra, questões de armazenamento no canteiro de obras e dificuldades técnicas executivas. Logo, é possível que esses resultados não apresentem perfeitamente a realidade, no entanto, por meio deles, é possível ter uma noção da diferença de custos da barra de FRP para a barra de aço.

Assim sendo, a aplicabilidade desse tipo de barra tem potencial para ocorrer no futuro do Brasil. Porém, isso irá apenas ocorrer em lajes de pontes localizadas em locais onde é esperado uma maior agressividade do ambiente. Além disso, o seu maior custo inicial pode dificultar a sua utilização, já que em geral, as empresas que executam esse tipo de obra não são as mesmas que ficarão responsáveis pela manutenção, gerando assim grande desinteresse por sua aplicação.

5.1 PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

Por último, é de grande interesse que o estudo sobre o assunto abordado nesse trabalho não se resume apenas ao que foi apresentado pelo autor, mas que seja expandido por outros pesquisadores. Com isso, seria importante estudar os seguintes pontos:

- Laje de ponte dimensionada com uma composição na seção transversal com barras de aço e barras de FRP em uma mesma estrutura;
- Levantamento orçamentário mais detalhado para uma laje de ponte executada com barras de FRP, levando em conta transporte, armazenamento e mão de obra, além do custo do próprio material. Além disso, o acompanhamento de uma obra real executada com esse tipo

de material poderia elucidar muitos pontos levantados com relação ao método construtivo;

- Levantamento de informações sobre como é feita a manutenção de pontes no Brasil e quais são os seus custos para as concessionárias que as administram.

REFERÊNCIAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 440.1R-15: Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Bars**. Farmington Hills, 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto — Procedimento**. Rio de Janeiro, 2023.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6120: Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 7187: Projeto de pontes, viadutos e passarelas de concreto**. Rio de Janeiro, 2021.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 7188: Ações devido ao tráfego de veículos rodoviários e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas**. Rio de Janeiro, 2024.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 17196: Projetos de estruturas de concreto armado com barras de polímero reforçado com fibras**. Rio de Janeiro, 2025.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 17201: Barras de polímero reforçado com fibras (FRP) destinadas a armaduras para estruturas de concreto armado - Parte 1: Requisitos**. Rio de Janeiro, 2024.
- BANTHIA, Nemkumar; BENMOKRANE, Brahim; MUFTI, Aftab. **Field Study of Glass-Fiber-Reinforced Polymer Durability in Concrete**. Canada. 2007.
- BENMOKRANE, Brahim *et al.* **Design and Testing of Concrete Bridge Decks Reinforced with Glass FRP Bars**. Journal of Bridge engineering. 2006.
- BOUGUERRA, Kheireddine *et al.* **Testing of Full-Scale Concrete Bridge Deck Slabs Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Bars**. Québec, Canada. 2011.
- CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 5ª Edição. São Carlos: EdUFSCar, 2024.
- CATOIA, Bruna. CATOIA, Thiago, PINHEIRO, Libânio Miranda. **TABELA DE VIGAS: Deslocamentos e Momentos de Engaste Perfeito**. Universidade de São Paulo. São Carlos, 2010.
- CHATAIGNER, Sylvain *et al.* **Use of FRP rebars in reinforced concrete structures: overview of the French AFGC guidelines**. JEC Composites Magazine, 2024, 159, p.53-56.
- COSTA, Guilherme Fernando; SOUZA, Vinícius Hanser de; **Conservação e**

Manutenção de Pontes e de Obras de Artes Especiais. Gestão, Tecnologia e Inovação. Revista Eletrônica dos Cursos de Engenharia. 2021.

DA SILVA, Maisa Beatriz Marinho Fausto; DE MELO, Ricardo Almeida. **Condições de Pontes Rodoviárias: Cenário, Diagnóstico e Manutenção.** XII CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS. 2021.

DALFRÉ, Glaucia Maria; FERREIRA, Fernanda Giannotti da Silva; MAZZÚ, Amanda Duarte Escobal. **Dimensionamento de vigas de concreto armadas à flexão com barras não metálicas.** São Carlos. 2020.

EL-SALAKAWY, Ehab; KASSEM, Chakib; BENMOKRANE, Brahim. **Field Application of FRP Composite Bars as Reinforcement for Bridge Decks.** 4° STRUCTURAL SPECIALTY CONFERENCE OF THE CANADIAN SOCIETY FOR CIVIL ENGINEERING. Montreal, Québec. 2002.

HAUGERUD, Stein Atle; MATHISEN, Lars Lund. **The Design of Development of a Novel FRP Reinforced Bridge.** Oslo, Noruega. 1997.

LEONHARDT, Fritz. **Construções de Concreto Armado: Princípios Básicos da Construção de Pontes de Concreto.** Volume 6. Editora Interciência, 2012.

PEREIRA, José Luis Mattos Britto *et al.* **Manual de Recuperação de Pontes e Viadutos Rodoviários.** Rio de Janeiro, 2010.

PORQUE O BRASIL DEPENDE TANTO DO TRANSPORTE RODOVIÁRIO. **G1.** São Paulo, 24, maio de 2018. Disponível em: <<https://g1.globo.com/economia/noticia/por-que-o-brasil-depender-tanto-do-transporte-rodoviario.ghtml>>. Acesso em 05 de dezembro de 2023.

POR QUE POLÍCIA ESPALHOU 500 KG DE SAL EM RODOVIA DE SANTA CATARINA DURANTE FRENTE FRIA. **UOL.** São Paulo, 30, maio de 2025. Disponível em: <https://noticias.uol.com.br/cotidiano/ultimas-noticias/2025/05/30/por-que-500-quilos-de-sal-foram-espalhados-em-rodovia-de-sc.htm>. Acesso em 01 de junho de 2025.

RODRIGUES, Adriana Sommer. *et al.* **Barras de Fibra de Vidro (GFRP) como uma Alternativa Inovadora.** CONGRESSO BRASILEIRO DE PATOLOGIA DAS CONSTRUÇÕES. 2022.

RÜSCH, Hubert. **Berechnungstabellen für rechtwinklige Fahrbahnplatten von Straßenbrücken.** Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1981.

TREJO, David. *et al.* **FRP Reinforcing in bridge decks: State of the art review.** REPORT NO. FHWA-01/1520-2. Texas, Estados Unidos. 2000.

VITÓRIO, Afonso. **Pontes Rodoviárias: Fundamentos, Conservação e Gestão.** Pernambuco: CREA-PE, 2002.