Universidade Federal de São Carlos
Centro De Ciências Exatas e Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional
Em Ensino de Ciências Exatas

Aparecido Cavalcante de Souza

MODELAGEM MATEMÁTICA:
UMA EXPERIÊNCIA NA ESCOLA

São Carlos – SP

2025

Universidade Federal de São Carlos
Centro De Ciências Exatas e Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional
Em Ensino de Ciências Exatas

Aparecido Cavalcante de Souza

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA NA ESCOLA

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre Profissional no Ensino de Ciências Exatas, sob orientação do Professor Doutor José Antônio Salvador.
Orientador: Prof. Dr. José Antonio Salvador

São Carlos – SP
2025

Souza, Aparecido Cavalcante de

Modelagem Matemática: : uma experiência na escola / Aparecido Cavalcante de Souza -- 2025.
63f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, São Carlos
Orientador (a): José Antonio Salvador
Banca Examinadora: José Antonio Salvador, Érica Regina Filletti Nascimento, Wladimir Seixas
Bibliografia

1. Modelagem matemática. 2. Equações do 1º grau. I. Souza, Aparecido Cavalcante de. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática (SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Arildo Martins - CRB/8 7180

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia Programa de
Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Aparecido Cavalcante de Souza, realizada em 21/02/2025.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Jose Antonio Salvador (UFSCar)

Prof.ª Dra. Érica Regina Filletti Nascimento (UNESP)

Prof. Dr. Wladimir Seixas (UFSCar)

Dedico este trabalho ao meu companheiro, Frank Luis Gonçalves pelo seu incentivo, companheirismo, paciência durante esses anos de realização do mestrado, o qual pude evoluir não só como profissional, mas como ser humano.

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus pelo dom da vida que me permitiu essa realização.

Ao meu pai (*in memorian*), por possibilitar a minha formação como estudante em boa parte da minha trajetória.

A minha mãe (*in memorian*), por acreditar, incentivar e apoiar meus estudos em todas as fases da minha vida.

As minhas irmãs, Susete, Joaquina e Rosimeire pelo incentivo, paciência.

Ao meu orientador Prof. Dr. José Antônio Salvador, pela oportunidade neste projeto de mestrado. Agradeço seu apoio, paciência, confiança, companheirismo, amizade, humildade e simplicidade que demonstrou durante nossos convívios diários quer seja presencial quer seja via Google Meet.

Agradeço aos meus professores do PPGECE, que durante os dois anos de aulas através de suas respectivas disciplinas me orientaram a ser um ator além do pensar, do idealizar, no intuito de formar novos pensadores capazes de atuar em sua realidade, transformando-a para o bem comum.

Agradeço aos meus colegas de Turma de mestrado, Adriana, André, Bruna, Dayana, Jonas, José, Melquias, Paula, Rafael, Vinicius e Wilson pelos momentos que vivemos nesses dois anos.

Aos funcionários do Departamento de Matemática, principalmente a Kelly Farias Azevedo Schiabelli, secretária do Departamento de Pós-Graduação, pelas orientações e prontidão em responder aos e-mails, tirar dúvidas, e nas conversas pessoalmente.

E a todos que me ajudaram ou torceram por mim, direta ou indiretamente, gostaria de registrar meus mais sinceros agradecimentos.

Não poderia deixar de citar aqui, minha grande amiga Luciana Brunelli Cirilo, pelo seu incentivo e pelas palavras encorajadoras.

A todos, o meu muitíssimo obrigado.

RESUMO

Este trabalho teve, como objeto de estudo, o uso da Modelagem Matemática para o ensino e aprendizagem de equações do 1º grau na Educação Básica. O objetivo principal foi, por meio da realização de uma alternativa pedagógica de ensino usando modelagem matemática, abordar o conceito de equações em uma experiência na escola. A proposta foi desenvolver, planejar, realizar e analisar essa alternativa de ensino com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental Anos Finais de uma escola pública de uma cidade do interior de São Paulo. Os resultados foram analisados e discutidos com os alunos.

Palavras-chave: Ensino Fundamental Anos Finais; Modelagem Matemática; Equações do 1º grau

ABSTRACT

The object of this study was the use of mathematical modeling for the teaching and learning of first-degree equations in basic education. The main objective was, through the implementation of a pedagogical teaching alternative using mathematical modeling, to approach the concept of equations in a school experience. The proposal was to develop, plan, carry out and analyze this teaching alternative with Middle School 8th grade students (Ensino Fundamental Anos Finais) from a public school in a city in the interior of São Paulo. The results were analyzed and discussed with the students.

Keywords: Middle School (Ensino Fundamental Anos Finais); Mathematical Modeling; First-Degree Equations.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A Modelagem Matemática é um processo de ensino-aprendizagem e constitui-se numa metodologia ativa que está ocupando atualmente parte dos trabalhos que alguns professores estão desenvolvendo na educação básica com muitos estudantes.

O presente trabalho propõe-se a verificar como os alunos do Ensino Fundamental Anos Finais, especificamente do 8º ano, de uma escola estadual, onde lecionei em 2023 numa cidade do interior do estado de São Paulo, utilizam a matemática lecionada em sala no cotidiano. Optou-se pela modelagem matemática como metodologia de trabalho pois ela consegue, por meio de um problema proposto pelos alunos, levá-los a refletir sobre as possibilidades de sua resolução e suas implicações com a matemática. Queremos mostrar ao aluno que a Matemática não é um conjunto de fórmulas e regras ou algo que já está pronto. Na verdade, ela é um conhecimento vivo e dinâmico, que foi desenvolvido ao longo da história por diferentes sociedades para atender às necessidades da humanidade. Por isso, a Matemática tem sua própria linguagem e é organizada de forma sistemática.

Segundo os PCNs, "Sendo a matemática uma forma especial de pensamento e linguagem, a apropriação deste conhecimento pelo aluno se dá por um trabalho gradativo, interativo e reflexivo" (BRASIL, 1998, p. 107).

Apesar de ter experiência na educação ao longo desses 25 anos de magistério, uma proposta de trabalho com os alunos inovadora das aulas tradicionais é sempre estimuladora.

A escolha da turma do 8º ano deve-se ao fato de equações do 1º grau, medidas, grandezas diretamente e inversamente proporcionais, representação gráfica de sistemas de equações do 1º grau, fazer parte do conteúdo programático dessa série e não atrapalhou o andamento normal das aulas. A direção da escola, assim como a coordenação pedagógica tinham conhecimento que o experimento seria desenvolvido com a turma.

A abordagem pedagógica desenvolvida se alinha com a BNCC, que destaca que é essencial utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.

É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. As técnicas de resolução de equações e inequações, inclusive no plano cartesiano, devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema, e não como objetos de estudo em si mesmos.

A modelagem matemática, utilizada em uma experiência na escola com equações do 1º grau, pode ajudar no aprendizado dos alunos? Para responder tal pergunta analisaremos os dados coletados a partir da observação e guiados pelos seguintes pontos:

• Informar os alunos do processo da modelagem matemática.

• Através do conteúdo dado sobre equações do 1º grau, provocar a ocorrência de uma aprendizagem significativa.

• Fazer com que os alunos dessem exemplos onde a matemática está inserida no cotidiano das pessoas.

• Partindo da realidade da escola, através da merenda escolar, explorar a modelagem matemática através do conteúdo estudado.

O texto segue uma estrutura, explicada a seguir. No Capítulo 1 é descrito uma visão geral do trabalho.

No Capítulo 2, relato uma descrição do meu percurso profissional como professor, minha entrada no mestrado profissional e a importância e o significado do estudo para meu crescimento profissional.

No Capítulo 3, apresento a descrição do ambiente escolar, estrutura física, direção da escola, coordenação, corpo docente e discente, funcionários, dando uma visão geral de todos os participantes da escola.

No Capítulo 4, é descrita a Metodologia da Pesquisa e como se relaciona com toda a construção do trabalho, a sua articulação com a BNCC. São citados alguns autores e as suas definições sobre modelagem matemática, e é apresentado resumidamente um trabalho de modelagem matemática com funções polinomiais do 1º grau.

No Capítulo 5, apresentamos a fundamentação teórica dos assuntos que foram trabalhados em sala de aula com os alunos, que faz parte do conteúdo escolar da referida série.

No Capítulo 6, apresentamos a modelagem matemática desenvolvida com professores de Cálculo numa universidade do sul do país, onde percebemos que mesmo professores tem dificuldades para formular exemplos práticos onde a matemática pode ser utilizada. Em seguida, descrevemos as aplicações de atividades com os alunos, a definição de modelagem matemática, aplicação das atividades, análise das respostas fornecidas pelos estudantes, e os comentários do que eles pensaram sobre as questões respondidas e um comentário geral do que foi observado. No Capítulo 7, foram feitas as considerações finais, a escolha da modelagem matemática como objeto de estudo, as impressões do professor e dos alunos no desenvolvimento desta pesquisa, levando a uma reflexão sobre as implicações para a prática pedagógica.

Quando pensamos nas implicações, podemos abordar questões como a adaptação dos métodos às necessidades individuais dos estudantes, a utilização de novas tecnologias, a promoção de uma aprendizagem mais ativa e significativa, além da criação de um ambiente que favoreça a inclusão e a diversidade.

2. TRAJETÓRIA PROFISSIONAL

Quando se faz uma apresentação de um trabalho, de um artigo, ou mesmo de um conteúdo, desde que se conheça o que queremos falar, se torna uma tarefa fácil, mas quando temos que nos descrever aí a tarefa se torna um pouco mais difícil e complexa. Vamos lá. Primeiramente, vou descrever um pouco minha trajetória como estudante e depois como professor de matemática. Iniciei os estudos fazendo o grupo escolar (Fundamental I), como era chamado na época. Finalizada essa etapa, fui fazer o ginasial (Fundamental II). Ambas as etapas de ensino foram feitas na rede estadual de ensino do Estado de São Paulo. Terminado o ginásio, fui fazer o colegial (Ensino Médio) numa escola particular. Findo o colegial (eram três anos) e ainda não sabendo o que queria profissionalmente, fiz o quarto ano técnico em química e, paralelamente, trabalhava em um escritório como faturista.

E agora? O que fazer? A pergunta que todo jovem se faz em qualquer época. Trabalhar, ou continuar a estudar, pois, financeiramente, a minha família não teria condições de me proporcionar apenas os estudos. Decidi então, como gostava de matemática, prestar o vestibular para Engenharia Civil numa faculdade particular. Passei e comecei a fazer o curso, gostava da parte de cálculo, geometria, álgebra, mas não da parte de engenharia.

Aí veio aquele medo continuar fazendo um curso só por fazer ou largar e prestar matemática. Nesse momento, surgiu uma oportunidade: lecionar numa escola para uma turma de 6ª série (atual 6º ano do Ensino Fundamental Anos Finais) na rede estadual como professor ACT (admitido em caráter temporário), já que eu ministrava aulas particulares de matemática para me manter no curso de engenharia. Essa experiência foi decisiva: abandonei o Curso de Engenharia Civil e prestei matemática na Fuvest, passando na USP em São Carlos (ICMC). A graduação em matemática não foi fácil, confesso.

Durante a graduação, surgiu a oportunidade de fazer um concurso de professor de matemática para a rede estadual de São Paulo, como treineiro, pois ainda faltava um tempo para finalizar a graduação. Eu e meus amigos resolvemos fazer para ver como era a prova. Todos nós passamos, pois, como costumo dizer, tudo estava “bem fresco” na cabeça.

Como o concurso tinha prazo de validade de dois anos, no último ano de graduação, a secretaria da educação chamou os candidatos para a escolha de vagas. Eu havia terminado a graduação no final do primeiro semestre e pude escolher. No ano seguinte, assumi o cargo na cidade de Campinas, permanecendo lá por um ano e, no próximo, já consegui remoção para uma cidade do interior de São Paulo.

Um ano após essa remoção, surgiu a oportunidade de prestar uma prova para coordenador pedagógico da escola onde trabalhava. No começo, achei que seria difícil, pois não tinha experiência na função. Passei e comecei a trabalhar como coordenador pedagógico do Ensino Médio, ficando nessa função durante 7 anos e 10 meses. Nesse período, em busca por conhecimento, fiz uma especialização na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Após sair da coordenação pedagógica, me transferi para uma escola do Programa de Ensino Integral (PEI), onde trabalhei durante 6 anos.

Há alguns anos, eu tinha incentivado uma grande amiga a fazer o PROFMAT, ela fez e dizia por que eu não fazia. Outra amiga também já tinha me falado a mesma coisa. Resolvi prestar, acabei não fazendo a prova. Foi quando, em 2021, acabei retomando a ideia de fazer e incentivado por meu companheiro que resolvi prestar novamente. Passei no PPGECE e iniciei os estudos em 2022.

Acredito que nós, professores, sempre buscamos nos atualizar, estudar, buscar novos desafios. Estou na fase final como professor da rede estadual de Ensino de São Paulo e acredito que a educação transforma a vida das pessoas, assim como mudou a minha.

Por meio dela, temos acesso a conhecimentos, habilidades e competências que permite a nós desenvolvermos tanto pessoalmente como profissionalmente, aprimorarmos a qualidade de vida e contribuirmos para o desenvolvimento econômico e social do país. Sendo um direito humano fundamental e mais igualitária, pois desempenha um papel crucial na formação do caráter e na disseminação de conhecimentos e valores fundamentais para a vida em sociedade.

3. CONTEXTO DA ESCOLA

Utilizando informações da proposta pedagógica da escola, faremos uma apresentação dos ambientes social, cultural e físico da escola. A escola localiza-se em um município do interior de São Paulo e é de fácil acesso. Sendo central, absorve estudantes tanto da área central como de outros bairros da cidade, o que caracteriza seu alunado como heterogêneo.

A escola considerada atende estudantes de classe social predominante média-baixa, com pais de ocupações profissionais diversas (profissionais liberais, autônomos, comerciantes, funcionários públicos, cortadores de cana, entre outros) com nível de escolaridade até o ensino médio.

A maioria das famílias dos estudantes participam das decisões da escola, quando sua presença é solicitada principalmente, em reuniões de pais/mestres, oportunidade em que dialogam com professores, direção e funcionários. Há uma relação de respeito entre a escola e a comunidade, mesmo que haja conflitos, o que é de se esperar numa relação envolvendo pessoas e interesses diversos. Para tanto, a principal estratégia para dirimir conflitos é a capacidade de ouvir e dialogar. A Associação de Pais e Mestres, assim como os demais colegiados, participam das discussões e das decisões da escola no que concerne à proposta pedagógica, ao uso de verbas, bem como na realização de eventos e projetos por ela empreendidos.

A escola conta com um grêmio estudantil ativo e motivado, que considera imprescindível participar de todos os projetos, insistindo na implementação das próprias ideias, recebendo o aval da equipe escolar, quando realistas e exequíveis.

A Unidade Escolar conta com o Programa de Melhoria da Convivência e Proteção Escolar - CONVIVA SP**,** criado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, cuja proposta é de que toda escola seja um ambiente de aprendizagem solidário, colaborativo, acolhedor e seguro, na busca da melhoria da aprendizagem. O Programa visa identificar vulnerabilidades de cada unidade escolar para a implementação do Método de Melhoria de Convivência (MMC), além de atrelar ações proativas de segurança.

O CONVIVA/SP é composto por projetos e ações articuladas entre convivência entre convivência e colaboração; articulação pedagógica e psicossocial; proteção e saúde; segurança Escolar. A parceria com a Polícia Militar, vizinhança solidária e Conselho Tutelar tem papel fundamental em nossa rede protetiva.

A expectativa da família dos estudantes é de que a escola seja capaz de preparar seus filhos para o mercado de trabalho, para o ingresso na universidade e para o exercício da cidadania, valorizando, dessa forma, o trabalho formador e educativo da escola, sem desconsiderar sua função que é, sobretudo, ensinar conteúdo.

Com relação à comunidade intraescolar, verifica-se um relacionamento baseado na cooperação, no trabalho coletivo e no profissionalismo. Problemas de relacionamento entre os profissionais que atuam na unidade escolar existem, e precisamos considerá-los como um reflexo da sociedade, se não quisermos correr o risco de falsear a realidade.

A relação professor e estudante não apresenta problemas graves; no entanto, sempre que necessário, a equipe escolar intervém junto a estudantes, pais, professores e funcionários, no sentido de resolver conflitos e pacificar as partes envolvidas, o que, na medida do possível, é conseguido por meio de diálogo e respeito.

A equipe escolar cumpre seu papel com seriedade e dedicação. A maioria dos professores é efetiva com uma boa formação acadêmica. A parte administrativa não apresenta problemas. O ensino nesta escola tem qualidade considerada média, como se verifica nos resultados das avaliações externas e internas.

O aluno não difere, em seu desempenho escolar, dos estudantes de outras escolas estaduais. Uma minoria se sobressai, demonstrando grande capacidade intelectual e de aprender, são disciplinados e motivados e seus responsáveis apresentam um bom grau de escolaridade. Segundo dados levantados pela escola, uma parcela de estudantes, oriundos em sua maioria, das classes sociais mais baixas, cujos responsáveis, tem pouca escolaridade, tendem a exigir liberdade e atitudes incompatíveis, sendo alguns deles, resistentes a qualquer medida socioeducativa da escola, tumultuando o ambiente escolar. Há um terceiro grupo, o dos estudantes que se dedicam, tendo em vista, apenas, alcançar as médias necessárias para serem promovidos. São filhos de trabalhadores braçais, que têm, também, pouca escolaridade. De qualquer forma, todos os grupos acima apresentam exceções, e temos que ter isso em vista para não estereotiparmos o alunado.

A equipe escolar trabalha no sentido de que o maior número possível de estudantes compreenda os motivos pelos quais frequentam uma escola. Tem sido possível, em alguns casos, conseguir alcançar tal objetivo, por meio de intervenções diferenciadas e individualizadas, as quais podem se constituir num sucesso para alguns estudantes.

Quanto à estrutura física, a unidade escolar é composta por dois prédios, não interligados. O principal abriga cinco salas de aula, secretaria, cozinha, salas de direção, de coordenação, de professores, para uso de depósito de materiais pedagógicos, de informática, de leitura, sanitários para professores e funcionários, pátio coberto que serve como refeitório e cantina escolar (atualmente desativada e funcionando como refeitório para professores e funcionários) que atuam nos 3 períodos da unidade escolar (U.E.). O segundo prédio contém sete salas de aula, dois sanitários para estudantes (masculino e feminino) e uma sala como depósito. As salas de aulas são amplas, comportam cada uma, no máximo, trinta e cinco (35) estudantes, não apresentam grandes problemas de conservação graças ao trabalho de conscientização dos estudantes e da comunidade visando a preservação do prédio escolar. Porém, os corredores e escadarias são estreitos, principalmente para atender ao fluxo de estudantes em suas movimentações diárias no início e no término das aulas.

A secretaria tem bom espaço físico e outro específico adaptado para o arquivo morto. As salas da direção e da coordenação têm espaço físico adequado ao ambiente escolar. A sala de informática conta com 10 computadores ligados à Internet, além de tablets e notebooks disponíveis para a comunidade escolar e controlados pelo PROATEC (professor responsável por orientar os estudantes e toda equipe escolar a utilizar a plataforma SEDUC). A sala dos professores é extremamente pequena e desconfortável, não se adequando ao seu propósito. As áreas de depósito e almoxarifado precisam de adequação para seu melhor funcionamento, pois são estreitas demais.

A escola possui uma quadra poliesportiva coberta, uma quadra de voleibol pequena e descoberta e um minicampo de grama. O restante da unidade contém um amplo espaço gramado, muitas árvores, bancos, além de jardins. A conservação em geral é boa, graças à aplicação dos recursos recebidos dos governos estadual e federal, como também ao trabalho de conscientização da equipe escolar, estudantes e comunidade visando a preservação do prédio escolar. A aplicação dos recursos provenientes da Secretaria de Estado da Educação - Verba de Manutenção Escolar, do recurso federal do Programa

Dinheiro Direto na Escola (PDDE), e dos recursos próprios da Associação de Pais e Mestres (APM), tem contribuído em muito na conservação do prédio escolar e de suas atividades pedagógicas.

O município possui a mesma estrutura de pequenos municípios do interior do Estado de São Paulo: oferece à população praças, igrejas, comércio compatível com os munícipes, Centro Pedagógico para diversos eventos, hospitais e postos de saúde. Sua infraestrutura conta com saneamento básico, rede elétrica e asfalto na maioria das ruas dos bairros.

4. REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, apresentamos o conceito de modelagem matemática, usando algumas definições de autores e sintetizando cada fase da modelagem matemática. Em seguida é apresentado a BNCC e suas relações com a modelagem matemática.

4.1 – Breve história

Almeida, Silva e Vertuan (2022, p. 15) apresentam seu entendimento sobre modelagem.

Segundo o dicionário Houaiss (2009), o termo “modelagem” significa dar forma a algo por meio de um modelo. Seguindo esse entendimento podemos dizer que a modelagem matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. O modelo matemático, nesse caso, é o que “dá forma” à solução do problema e a modelagem matemática é a “atividade” de busca por essa solução.

Bassanezi (2002, p. 16) entende que “[...] a modelagem matemática consiste na transformação de problemas reais em problemas matemáticos e na sua resolução e interpretação das soluções na linguagem do mundo real.

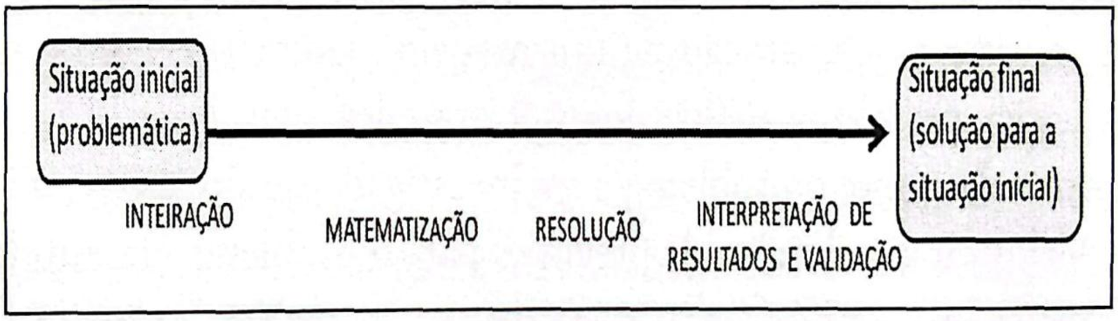
Dionísio Burak (1992, p. 62), em sua tese, define a modelagem matemática como um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões”.

O autor Ubiratan D'Ambrosio defende que a modelagem matemática é essencial para compreender e solucionar problemas do mundo real. Segundo ele, a aprendizagem é uma reflexão e ação, o que provoca uma modificação na realidade escolar, e quando um estudante cria modelos matemáticos para estudar, compreender e, até, resolver um problema, por meio de conceitos e procedimentos matemáticos, de certa forma, a Modelagem Matemática está sendo usada como estratégia pedagógica.

Bento de Jesus Caraça (1901-1948), matemático português, publicou, em 1941, a primeira edição de seu livro *Fundamentos da Matemática*, no qual argumenta que a atividade matemática se desenvolve impulsionada por duas buscas: a busca de respostas para questões oriundas da própria Matemática e a busca da compreensão de fenômenos ou de respostas para problemas da realidade física, social e cultural que envolve o homem. Para o matemático, a busca por soluções para problemas mediadas pela construção de modelos não é novidade, remetendo ao próprio desenvolvimento da Matemática e de suas aplicações.

O autor explica que uma atividade de modelagem matemática, nesse contexto, envolve fases relativas ao conjunto de procedimentos necessários para configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema. Essas fases são caracterizadas como: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação (Figura 1).

Figura 1: Fases da Modelagem Matemática



Fonte: Almeida (2022, p. 15)

INTEIRAÇÃO

O termo “inteiração” remete a “ato de inteirar-se”, “informar-se sobre”, “tornar-se ciente de”, no caso do nosso trabalho, o aluno inteirar-se do problema da alimentação servida na escola. Em termos da atividade de modelagem matemática, essa etapa representa um primeiro contato com a situação-problema que se pretende estudar para conhecer as características e especificidades desta. Implica, portanto, cercar-se de informações sobre essa situação por meio da coleta de dados quantitativos e qualitativos, seja mediante contatos diretos ou indiretos. A inteiração conduz a formulação do problema e a definição de metas para sua resolução. Essa formulação é orientada pela falta de compreensão, de entendimento da situação. Todavia, ao mesmo tempo, essa formulação também requer que alguns aspectos já sejam conhecidos e é justamente esta a função da inteiração: tornar alguns aspectos conhecidos. Assim, a escolha de um tema e a busca de informações a seu respeito constituem o foco central nessa fase. Ainda que seja uma etapa inicial, a inteiração pode se estender durante o desenvolvimento da atividade, considerando que a necessidade de novas informações pode emergir no seu decorrer.

MATEMATIZAÇÃO

A situação-problema, identificada e estruturada na fase de inteiração, de modo geral, apresenta-se em linguagem natural e não parece diretamente associada a uma linguagem matemática. Assim gera-se a necessidade da transformação de uma representação, linguagem natural, para uma outra, linguagem matemática. Esta linguagem evidência o problema matemático a ser resolvido.

A busca e a elaboração de uma representação matemática são mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente essas características. Daí que a segunda fase da modelagem matemática é caracterizada por "matematização", considerando esses processos de transição de linguagens, de visualização e de uso de símbolos para realizar descrições matemáticas. Essas descrições são realizadas a partir de formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações em relação às informações e ao problema definido na fase de inteiração. Nesse sentido, parece adequada a caracterização já apresentada por Freudenthal (1973:43) para a matematização como sendo "dar significado matemático para a organização da realidade".

RESOLUÇÃO

Esta fase consiste na construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado na situação e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões para o problema em estudo.

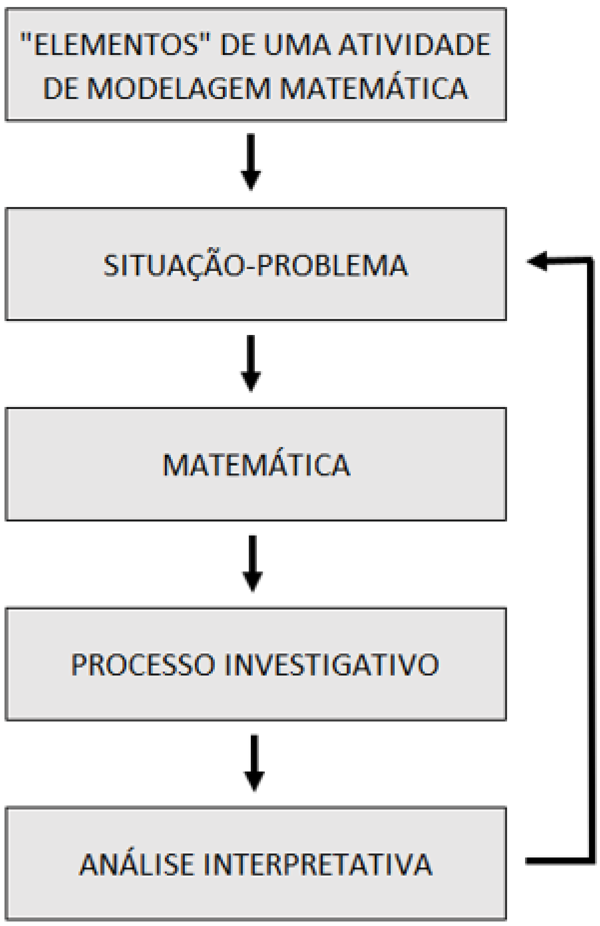
INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS E VALIDAÇÃO

A interpretação dos resultados indicados pelo modelo implica a análise de uma resposta para o problema. A análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da representação para a situação. Essa fase visa, para além da capacidade de construir e aplicar modelos, ao desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de avaliar esse processo de construção de modelos e os diferentes contextos de suas aplicações.

Ainda que essas fases constituam procedimentos necessários para a realização de uma atividade de modelagem matemática, elas podem não decorrer de forma linear, e, pois, constantes movimentos de "ida e vinda" entre elas caracterizam a dinamicidade da atividade.

A identificação dessas fases para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem coloca em evidência aspectos que caracterizam a modelagem matemática: o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são predefinidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução. Assim, constituem-se elementos que caracterizam uma atividade de modelagem matemática

Figura 2: Elementos que caracterizam uma atividade de modelagem Matemática



Fonte: Adaptado de Almeida (2022, p. 17)

Levando em consideração que atividades assim caracterizadas podem ser incluídas em aulas regulares de Matemática, debruçamo-nos sobre a condução de atividades de modelagem em ambientes educativos escolares, especialmente da educação básica. Nesse contexto, a tônica da discussão está no cenário pedagógico e as questões relativas ao ensino e a aprendizagem ocupam lugar de destaque.

Nesse contexto, a modelagem matemática constitui uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática. Assim, trata-se de uma “maneira” de se trabalhar, nas aulas da disciplina, com atividades conduzidas nas quais se identificam características fundamentais: a) envolve um conjunto de ações cognitivas do indivíduo; b) envolve a representação e manipulação de objetos matemáticos; c) é direcionada para objetivos e metas estabelecidas e/ou reconhecidas pelo aluno.

Na tentativa de identificar as ações cognitivas do aluno envolvido em uma atividade de modelagem matemática é preciso considerar que ele, ao se deparar com a situação real (situação inicial), identifica suas intenções e limitações para matematizar e desenvolver a atividade procurando a resposta final para o problema. Diante da atividade intencional, o indivíduo realiza ações cognitivas tanto implicitamente (por meio de procedimentos) como explicitamente (por meio de representações, de modo geral simbólicas). A interação entre o conhecimento matemático e conhecimento extra matemático, em certa medida, serve de “pano de fundo” para as ações cognitivas destinadas a apresentar e explicar a situação em estudo.

Quando o aluno se depara com uma situação-problema que pretende investigar, inicialmente, precisa compreender o problema, fazendo algumas aproximações ou idealizações, chegando ao que denominamos representação mental da situação. Consideramos que a transição da situação-problema, para a representação mental da situação, implica diversas habilidades como entendimento da situação, apreensão de significado, interpretação de fatos e informações, agrupamento de ideias. O que se sabe sobre a situação na representação mental da situação corresponde já a um segundo estágio do conhecimento. Assim, entendemos que nessa transição a ação cognitiva que se pode identificar é a compreensão da situação.

A partir da representação mental da situação, os envolvidos com a atividade de modelagem precisam identificar o problema e definir metas para a sua resolução.

A formulação de um problema para uma situação requer a estruturação e/ou simplificações deliberadas das informações acerca da situação.

Assim, a ação cognitiva relevante que verificamos na identificação do problema é a estruturação da situação.

Compreender a situação-problema por meio da Matemática implica procurar respostas para o problema suscitado por essa situação - respostas fundamentadas em uma interpretação matemática para o problema. Essa estruturação é medida por conhecimentos e habilidades que levam à identificação de regularidades e relações até então desconhecidas. Identifica-se, assim, a ação de "matematização" que culmina na construção de um modelo matemático e é fundamentada na definição e no julgamento de hipóteses que guiam a construção do modelo. Portanto, à fase da modelagem matemática caracterizada como matematização, corresponde uma ação cognitiva também caracterizada como matematização, uma vez que a transição que busca uma linguagem matemática evidencia um problema matemático a ser resolvido, a elaboração de um modelo matemático é mediada por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente essas características, a organização de partes, a identificação de componentes.

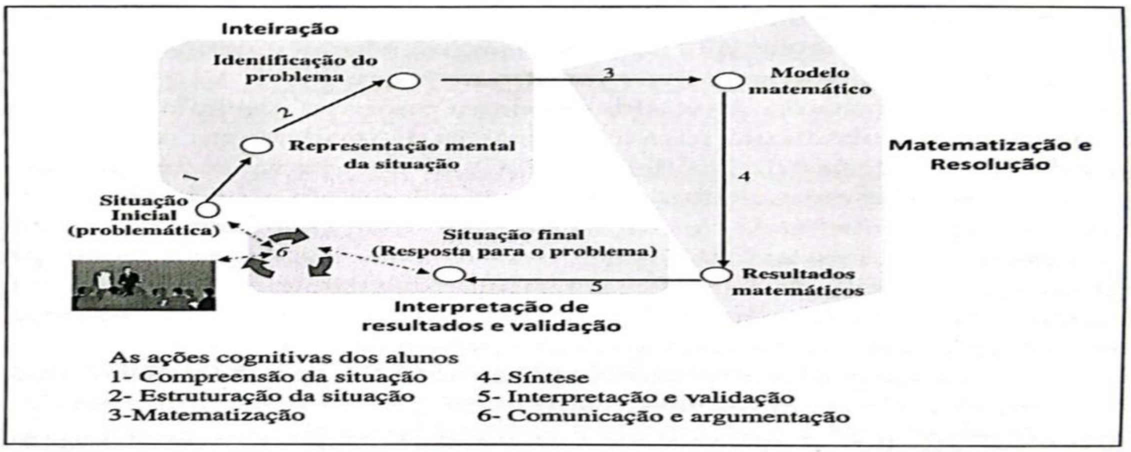
A construção e/ou resolução de um modelo matemático, com vistas a apresentar resultados matemáticos para o problema, requer o domínio de técnicas e procedimentos matemáticos e uma coordenação adequada das diferentes representações associadas aos objetos matemáticos. Nessa ação cognitiva, que denominamos síntese, torna-se necessário o uso de conceitos, técnicas, métodos e representações, a solução de problemas específicos, usando conhecimentos prévios, a visão de padrões, o uso de recursos tecnológicos como software, por exemplo. A análise de uma resposta obtida para o problema, inicialmente, em termos de resultados matemáticos por meio do modelo matemático, constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade. Nessa etapa, o aluno se depara com a necessidade de comparação e distinção de ideias, generalização de fatos, articulação de conhecimentos de diferentes áreas. A ação cognitiva dos alunos, nessa transição, é caracterizada como interpretação e validação uma vez que diz respeito à análise da representação matemática associada ao problema, tanto em relação aos procedimentos matemáticos quanto em relação à adequação da representação para a situação.

Finalmente, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática culmina com a comunicação de uma resposta do problema para outros. Essa comunicação implica, essencialmente, o desenvolvimento de uma argumentação que possa convencer os próprios modeladores e aqueles aos quais esses resultados são acessíveis de que a solução apresentada é razoável e consistente, tanto do ponto de vista da representação matemática e dos artefatos matemáticos a ela associados, quanto da adequação dessa representação para a situação em estudo. Nessa ação, o aluno necessita expor para outros o julgamento do valor de teorias e métodos, apresentar e justificar suas escolhas baseadas em argumentos racionalmente fundamentados, reconhecer que a situação requer alguma subjetividade.

Assim, a comunicação e argumentação também constituem ações cognitivas dos alunos envolvidos em atividades de modelagem matemática.

A figura 3, ilustra as ações cognitivas dos alunos e suas relações com as diferentes fases do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.

Figura 3



Fonte: Almeida (2022, p. 19)

A caracterização da modelagem matemática, em relação a outras atividades investigativas, reside justamente na presença desse conjunto de ações. Ou seja, o "aluno modelador" se envolve com essas ações. Esse envolvimento pode ser mais ou menos intenso em algumas atividades, dependendo da familiarização do aluno com atividades de modelagem.

Wellington de Almeida Jacome, em sua dissertação de mestrado propõe uma sequência didática que possa dar suporte ao desenvolvimento das etapas da Modelagem Matemática, para estudar a Função Polinomial do 1° grau, analisando os impactos dos aparelhos elétricos na conta de energia elétrica utilizando o software dinâmico GeoGebra no esboço gráfico. De forma específica, buscou-se trazer a Modelagem Matemática como uma opção de construção da prática didática para o ensino e aprendizagem de função polinomial do 1º grau com auxílio do GeoGebra aplicados a conta de energia elétrica residencial.

4.2 – Base nacional comum curricular (BNCC) e sua relação com modelagem matemática

Nesta parte, fizemos um recorte da BNCC e o ensino da matemática, para mostrar onde a modelagem matemática está inserida e como pode ser aplicada relacionando sua definição e exemplos do cotidiano dos alunos.

A Área de Matemática

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais.

A matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos.

Assim, espera-se que os alunos desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações.

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático[1], definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e percebe o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). Considerando esses pressupostos, e em articulação com as competências gerais da BNCC, a área de Matemática e, por consequência, o componente curricular de Matemática devem garantir aos alunos o desenvolvimento de competências específicas.

4.2.1 A Matemática

Reconhecemos que a BNCC propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização.

A unidade temática Números tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática.

[1] Segundo a Matriz do Pisa 2012, o “letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.”. Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf

Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações.

Com referência ao Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos. Para que aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de problemas, sobretudo os geométricos, nos quais os números racionais não são suficientes para resolvê-los, de modo que eles reconheçam a necessidade de outros números: os irracionais. Os alunos devem dominar também o cálculo de porcentagem, porcentagem de porcentagem, juros, descontos e acréscimos, incluindo o uso de tecnologias digitais. No tocante a esse tema, espera-se que saibam reconhecer, comparar e ordenar números reais, com apoio da relação desses números com pontos na reta numérica. Cabe ainda destacar que o desenvolvimento do pensamento numérico não se completa, evidentemente, apenas com objetos de estudos descritos na unidade Números. Esse pensamento é ampliado e aprofundado quando se discutem situações que envolvem conteúdo das demais unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística.

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade.

Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações.

No Ensino Fundamental – Anos Finais, os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado no Ensino Fundamental – Anos Iniciais. Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. As técnicas de resolução de equações e inequações, inclusive no plano cartesiano, devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema, e não como objetos de estudo em si mesmos.

Na BNCC, relativa ao 7º Ano, temos a seguintes unidade Temática, objetos de Conhecimento e Habilidades, que conversam(articulam) com o conteúdo de modelagem matemática, referente ao tema abordado na dissertação. Na BNCC, relativa ao 7º Ano, temos a seguintes unidade Temática Álgebra, cujos objetos de Conhecimento e Habilidades, que conversam(articulam) com o conteúdo de modelagem matemática, referente ao tema abordado na dissertação são: a linguagem algébrica: variável e incógnita, a habilidade trabalhada é: (EF07MA10) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita; Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica, a habilidade trabalhada é: (EF07MA11) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas; Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais, as habilidades trabalhadas são: (EF07MA12) Reconhecer se as duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes e (EF07MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas; Equações polinomiais do 1º grau, a habilidade trabalhada é: (EF07MA14) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.

No 8º ano, essa unidade temática, Álgebra é retomada, pois trabalhamos com o valor numérico de expressões algébricas, Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano, Sistemas de equações polinomiais de 1º grau e variação de grandezas, diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.

5. – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA ENVOLVIDA NO PROCESSO DE ENSINO DAS ATIVIDADES

Como descrevemos no início desse trabalho, a atividade de modelagem matemática com os alunos do 8º ano do fundamental II foi realizada conjuntamente com o desenvolvimento do conteúdo bimestral. O conteúdo de grandezas, diretamente e inversamente proporcionais, equações do 1º grau, foi trabalhado com os alunos. O material teórico usado neste trabalho foi baseado no material digital do Estado de São Paulo, disponível no repositório digital do Centro de mídias da educação de São Paulo (CMSP).

5.1 - O que é grandeza?

Tudo aquilo que pode ser medido é denominado grandeza. Por exemplo:

- Comprimento;
- Capacidade;
- Volume;
- Número de seguidores em uma rede social.

Exemplos de grandezas que se relacionam:

- Quantidade de ingredientes e número de porções servidas em uma receita;
- Quantidade de barras de chocolate compradas e preço a ser pago;
- Quantidade de operários em uma fábrica e número de peças produzidas.

5.2 - Grandezas proporcionais e não proporcionais

A variação de uma grandeza pode provocar a variação de outra, não é mesmo?

Nos casos em que a variação de uma grandeza implica que outra varie na mesma proporção, dizemos que são **grandezas proporcionais**.

Quando a variação de uma grandeza implica a variação de outra, mas não na mesma proporção, dizemos que são grandezas **não proporcionais**.

Exemplo: Em uma lanchonete, um copo de suco de laranja custa R$ 4,00. Ao se comprar dois copos de suco, serão pagos R$ 8,00. Ou seja, a quantidade de copos de suco e o preço pago por eles são proporcionais, pois, ao duplicar ou triplicar a quantidade de copos de suco, o preço vai variar na mesma proporção.

5.3 - Grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais

Duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando o aumento de uma implica o aumento da outra na mesma proporção. E, se uma diminui, a outra também diminui, de forma proporcional.

Exemplo: medida do lado de um quadrado e a medida de seu perímetro.

De forma contrária, duas grandezas são **inversamente proporcionais** quando o aumento de uma resulta na diminuição da outra, ou vice-versa, de forma proporcional.

Exemplo: tempo para percorrer um trajeto e velocidade aplicada.

5.4 - Incógnita

Incógnita é um termo usado na Matemática para se referir a um valor desconhecido em uma equação ou um problema. É representada geralmente por uma letra ou símbolo. Exemplo:

t – 12 = 20

O valor desconhecido representado pela letra é 32, pois, para t = 32, temos:

$\mathbf{32} - 12 = 20.$

5.4.1 - Equação de 1º grau com uma incógnita

Equações de 1º grau com uma incógnita são aquelas que podem ser escritas como uma equação equivalente da forma $\boldsymbol{ax+b=0}$, em que $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ são números conhecidos, com $\boldsymbol{a}$ diferente de zero. Nesse caso, a **incógnita** é $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ são chamados de coeficientes. Veja:

$2x + 4 = 0$ é uma equação de 1º grau com uma incógnita com coeficientes $a = 2$ e $b = 4$.

Vamos analisar o exemplo:

Pensei em um número natural, adicionei 32 a ele e obtive 98. Em qual número eu pensei?

x + 32 = 98

Para resolver a equação, nesse caso, podemos aplicar o <u>princípio aditivo</u> das igualdades ou o método prático da <u>operação inversa</u>.

Resolvendo a equação aplicando o princípio aditivo das igualdades:

$$\mathbf{x + 32 = 98}$$

$$x + 32 - \mathbf{32} = 98 - \mathbf{32}$$

$$x = 66$$

Aplicando o princípio aditivo das igualdades, subtraímos **32** dos dois membros da equação.

O número pensado é 66.

Resolvendo a equação aplicando o método prático da operação inversa:

$$\mathbf{x + 32 = 98}$$

$$x = 98 - \mathbf{32}$$

$$x = 66$$

Aplicando o método da operação inversa, o objetivo é isolar a incógnita, e os números são trocados de membro na equação sempre utilizando a operação inversa, no caso o **32**.

O número pensado é 66.

5.4.2 - Propriedade distributiva da multiplicação na resolução de equações

Observe o desenvolvimento da equação 4(x + 1) = 0

$$4(x + 1) = 0$$

$$4(x + 1) = 0$$

$$\boxed{4x + 4 = 0}$$

Observe que neste exemplo além da propriedade distributiva da multiplicação, usamos as operações elementares (adição, subtração e divisão).

Depois de aplicar a propriedade distributiva da multiplicação, podemos usar o princípio multiplicativo das igualdades ou o método prático da operação inversa para resolver a equação.

E quando houver frações na equação? $\boxed{\frac{1}{6}-\frac{x}{2}=-\frac{2x}{3}+\frac{1}{4}}$

Para resolver a equação acima, determinamos frações equivalentes com denominadores iguais. Para isso, podemos calcular o mínimo múltiplo comum dos denominadores e, em seguida, calcular os novos numeradores. Veja:

$$\frac{1}{6}-\frac{x}{2}=-\frac{2x}{3}+\frac{1}{4}$$

$$\frac{1\cdot 2}{6\cdot 2}-\frac{x\cdot 6}{2\cdot 6}=-\frac{2x\cdot 4}{3\cdot 4}+\frac{1\cdot 3}{4\cdot 3}$$

$$\frac{2}{12}-\frac{6x}{12}=-\frac{8x}{12}+\frac{3}{12}$$

m.m.c.	
2,3,4,6	2
1,3,2,3	2
1,3,1,3	3
1,1,1,1	2 · 2 · 3 = 12

$$\left(\frac{2}{12}-\frac{6x}{12}\right)\cdot 12=\left(-\frac{8x}{12}+\frac{3}{12}\right)\cdot 12$$

$$2-6x=-8x+3$$

$$-6x+8x=3-2$$

$$2x=1$$

$$x=\frac{1}{2}$$

5.5 – Equações (Professor pode utilizar a história da Matemática para conversar sobre a importância das equações)

Uma tabela que os babilônios achavam muito útil é uma tabulação dos valores de $n^3 + n^2$ para valores inteiros de n, tabela essencial na álgebra babilônia; esse assunto atingiu nível consideravelmente mais alto na Mesopotâmia que no Egito. Muitos textos de problemas do período babilônio antigo mostram que a solução da equação quadrática completa de três termos não constituía dificuldade séria para os babilônios, pois tinham desenvolvido operações algébricas flexíveis. Podiam transportar termos em uma equação somando iguais a iguais, e multiplicar ambos os membros por quantidades iguais para remover frações ou eliminar fatores. Somando 4ab a $(a - b)^2$ podiam obter $(a + b)^2$, pois muitas fórmulas simples de fatoração lhes eram familiares. Não usavam letras para quantidades desconhecidas pois o alfabeto não fora inventado, mas palavras como “comprimento”, “largura”, “área” e “volume” serviam bem nesse papel. Que tais palavras possam ter sido usadas em um sentido bem abstrato é sugerido pelo fato de os babilônios não hesitarem em somar um “comprimento” com uma “área”, ou “área” com um “volume”.

A álgebra egípcia tratara muito de equações lineares, mas os babilônios evidentemente as acharam demasiado elementares para merecer muita atenção. Um problema pede o peso x de uma pedra se $(x + x/7) + 1/11(x + x/7)$ é um mina; a resposta é dada simplesmente como 48; 7, 30 gin, onde 60 gin formam um mina. Em outro problema em um texto da Babilônia antiga, achamos duas equações lineares simultâneas em duas incógnitas, chamadas respectivamente “primeiro anel de prata” e “segundo anel de prata”. Se as denotarmos por x e y, em nossa notação as equações são $x/7 + y/11 = 1$ e $6x/7 = 10y/11$. A resposta é dada laconicamente em termos da regra

$$\frac{x}{7} = \frac{11}{7+11} + \frac{1}{72} \quad \text{e} \quad \frac{y}{11} = \frac{7}{7+11} - \frac{1}{72}$$

Em outro par de equações, parte do método de resolução está incluído no texto. Aqui ¼ da largura + comprimento = 7 mãos e comprimento + largura = 10 mãos. A solução é achada primeiro substituindo cada “mão” por 5 “dedos” e então observando que uma largura de 20 dedos e um comprimento de 30 dedos satisfazem a ambas as equações.

Em seguida, porém, a solução é achada por um método alternativo, equivalente a uma eliminação por combinação. Exprimindo todas as dimensões em termos de mãos, e fazendo comprimento e largura iguais a x e y respectivamente, as equações ficam $y + 4x$

= 28 e $x+y = 10$. Subtraindo a segunda da primeira tem-se o resultado $3x = 18$; daí $x = 6$ mãos ou 30 dedos e $y = 20$ dedos.

Esse método de resolução de equações que os babilônios utilizavam envolvendo duas incógnitas é interessante pois eles já tinham a noção da resolução algébrica tal nós a utilizamos nos dias de hoje.

Fazendo um paralelo com o trabalho que os alunos desenvolveram, podemos pensar no número de alunos que estudam nos três períodos de funcionamento da escola, manhã, tarde e noite e escrever uma equação com três variáveis $x + y + z = c$, onde x representa a quantidade de alunos do período da manhã, y a quantidade de alunos do período da tarde e z a quantidade de alunos do período noturno, resultando uma quantidade c de alunos que representa a soma desses 3 períodos.

6. ATIVIDADES

Neste capítulo, descrevemos como foi a parte de aplicação com os alunos, utilizando a modelagem matemática, apresentando as etapas da pesquisa. Inicialmente citamos uma atividade desenvolvida com professores de Cálculo numa universidade do sul do país, onde percebemos que mesmo professores tem dificuldades para formular exemplos práticos onde a matemática pode ser utilizada.

Bassanezi (2010, p. 45 e 46) entende que "[...] A formulação de problemas novos ou interessantes nem sempre é uma atividade muito simples para um professor de matemática. Numa experiência realizada com 30 professores de Cálculo de universidades do sul do país (UNICAMP-1981), pudemos verificar, intuitivamente, que a criatividade para a formulação de problemas novos ou com algum interesse prático foi muito pouco significativa. A situação colocada, na ocasião, aos professores era simplesmente formular um problema próprio, relativo ao programa que ensinavam na disciplina Cálculo I. Os professores tiveram 2 horas para cumprir esta atividade e os problemas propostos foram, quase todos, exemplos encontrados nos livros textos adotados na época. O resultado desta experiência serviu-nos de motivação para a procura de estratégias que possibilitasse o desenvolvimento de habilidades na criação de problemas. Neste sentido, a modelagem pareceu-nos o procedimento mais eficaz.

6.1 Proposta do professor

O início de uma modelagem se faz com a escolha de temas. Faz-se um levantamento de possíveis situações de estudo as quais devem ser, preferencialmente, abrangentes para que possam propiciar questionamentos em várias direções. Por exemplo, se o tema escolhido for vinho pode-se pensar em problemas relativos à vinicultura, fabricação, distribuição, efeitos do álcool no organismo humano, construção de tonéis, entre outros. Se for abelha, poderão surgir problemas de dinâmica populacional, dispersão de colmeias, formas dos alvéolos, comercialização do mel, comunicação dos insetos, interação com plantações etc.

É muito importante que os temas sejam escolhidos pelos alunos que, desta forma, se sentirão corresponsáveis pelo processo de aprendizagem, tornando sua participação mais efetiva. É claro que a escolha final dependerá muito da orientação do professor que discursará sobre a exequibilidade de cada tema, facilidade na obtenção de dados, visitas, bibliografia etc.

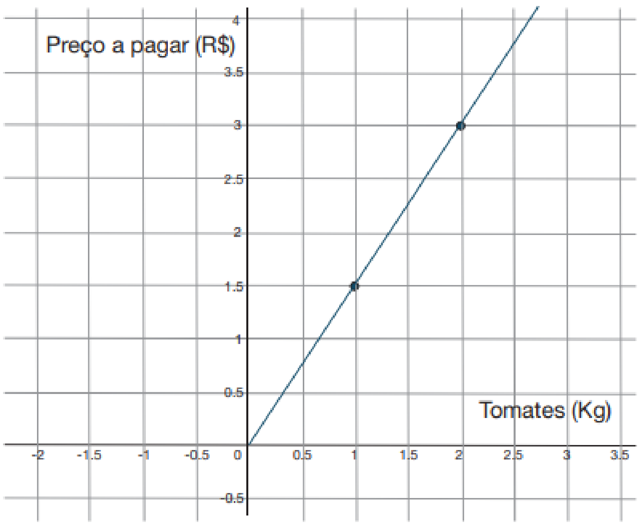
Tanto no caso em que haja apenas um tema escolhido como quando os temas são diversificados, os alunos devem trabalhar em pequenos grupos com problemas específicos do tema comum de cada grupo. Assim, o levantamento de problemas deve ser feito em grupos já definidos - o professor não deve propor problemas, mas deve atuar como monitor em cada grupo, sugerindo situações globais que devem ser incorporadas pelos alunos.

Iniciamos a aula com os alunos propondo que eles pensassem sobre onde a Matemática está presente no nosso dia a dia. Por se tratar de uma pergunta bem geral, os alunos ficaram em dúvida para responder.

Para ajudar na resposta, propusemos para que os alunos resolvessem o seguinte problema, que se encontra no Currículo em ação do 8º ano:

O gráfico a seguir, relaciona o valor pago de acordo com o peso (massa) adquirido do tomate. Agora, analise o gráfico a seguir e responda aos itens propostos:

Figura 4, gráfico relacionando a massa(kg) de tomates e o preço a pagar em reais.



Fonte: Currículo em ação (p. 51)

a) Qual o preço de 2 kg de tomates?

b) Qual o valor pago por 5 kg?

c) Quanto pagarei se levar 7 kg?

d) Como você classificaria essas grandezas?

O objetivo do problema era os alunos analisarem o gráfico das duas grandezas e constatar que a quantidade de tomates dada em kg e o preço em reais, são duas grandezas diretamente proporcionais.

No item a) o preço de 2 kg de tomate custa R$ 3,00 o que o aluno pode identificar observando o ponto no gráfico.

Para calcular os itens b) e c) bastaria fazer uma regra de três simples e identificar o preço de 1 kg de tomate. Nesse caso a maioria dos alunos conseguiram fazer essa análise. Percebemos que nesse exemplo as variáveis são contínuas (quantidade de tomates em kg e o preço a pagar em reais).

Após a resolução e correção dessas questões, enumeramos mais alguns exemplos da aplicação da matemática, fazendo alguns questionamentos aos alunos:

• Quando nos levantamos de manhã, instintivamente estamos utilizando matemática. Como assim professor? Foi a pergunta que fizeram. Então enumeramos passos que fazemos ao levantarmos utilizando a matemática no nosso cotidiano.

• Tenho 10 minutos para preparar o café da manhã e tomar banho.

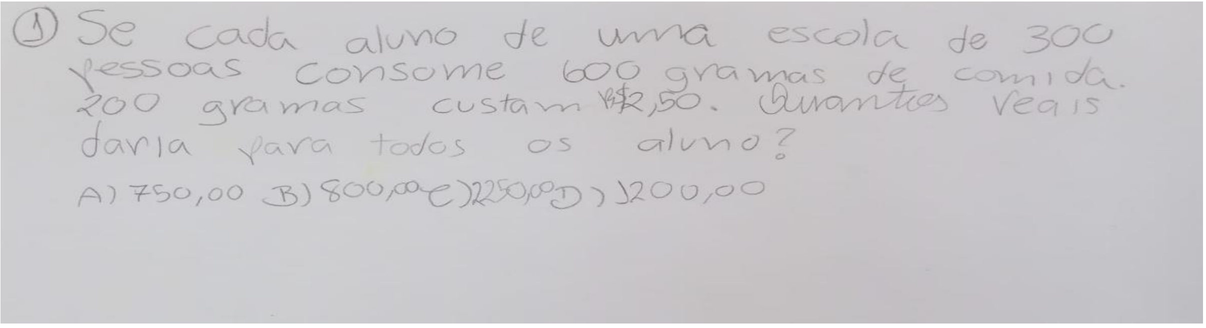
• Cinco minutos (5) para sair de casa e chegar ao ponto de ônibus, pois sei o horário que ele passa, e assim por diante. Esse cálculo de realização das tarefas, no caso o tempo, é uma aplicação da matemática que não paramos para pensar e que se faz presente no nosso dia a dia.

6.2 – Diagnóstico inicial dos alunos

Em seguida, os alunos individualmente, em duplas ou grupos colocaram no papel onde eles achavam que a matemática está presente no nosso dia a dia.

Muitos alunos formularam problemas para mostrar essa presença da matemática no cotidiano. Vale ressaltar aqui que uma parte dos alunos tiveram dificuldades para formular os exemplos, validando esta citação a respeito do ensino da Matemática, Meyer (2011, p. 24): [...] A maioria das pessoas não consegue relacionar a matemática nem com as outras ciências e muito menos com situações de seus cotidianos, porque foi criado um universo à parte, ou seja, para elas, a matemática não está presente em outros contextos. Selecionamos alguns exemplos apresentados pelos alunos:

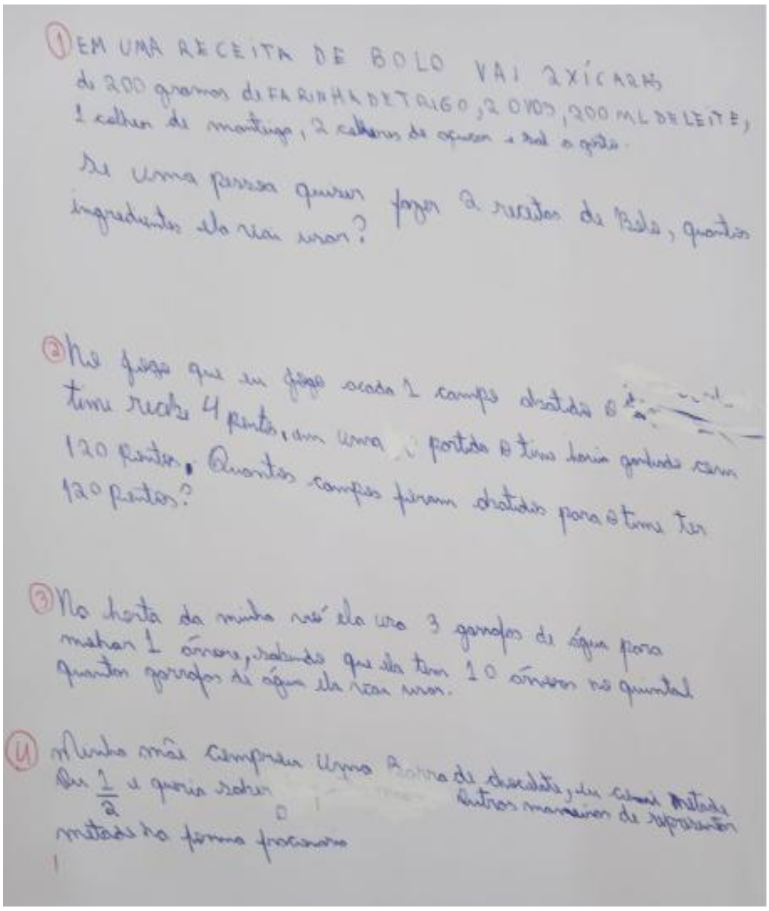
Figura 5. Elaborada pelos alunos. Fonte: arquivos do autor.


(1) Se cada aluno de uma escola de 300 pessoas consome 600 gramas de comida. 200 gramas custam R$2,50. Quantos reais daria para todos os aluno?
A) 750,00 B) 800,00 C) 2250,00 D) 1200,00

Fonte: arquivos do autor.

Comentário**:** na figura 5, o aluno utilizando sua própria linguagem e criatividade para escrever o problema, elaborou um problema simples que pode ser resolvido utilizando a multiplicação.

Figura 6. Elaborada pelos alunos.


(1) EM UMA RECEITA DE BOLO VAI 2 XÍCARAS de 200 gramas de FARINHA DE TRIGO, 2 OVOS, 200 ML DE LEITE, 1 colher de manteiga, 2 colheres de açúcar e sal a gosto. Se uma pessoa quiser fazer 2 receitas de bolo, quantos ingredientes ela vai usar?

(2) No jogo que eu jogo a cada 1 campo destruído o time recebe 4 pontos, em uma partida o time teria ganhado com 120 pontos. Quantos campos foram destruídos para o time ter 120 pontos?

(3) Na horta da minha vó ela usa 3 garrafas de água para molhar 1 árvore, sabendo que ela tem 10 árvores no quintal quantas garrafas de água ela vai usar.

(4) Minha mãe comprou uma barra de chocolate, eu comi metade que $\frac{1}{2}$ e queria saber outras maneiras de representar metade na forma fracionária

Fonte: arquivos do autor.

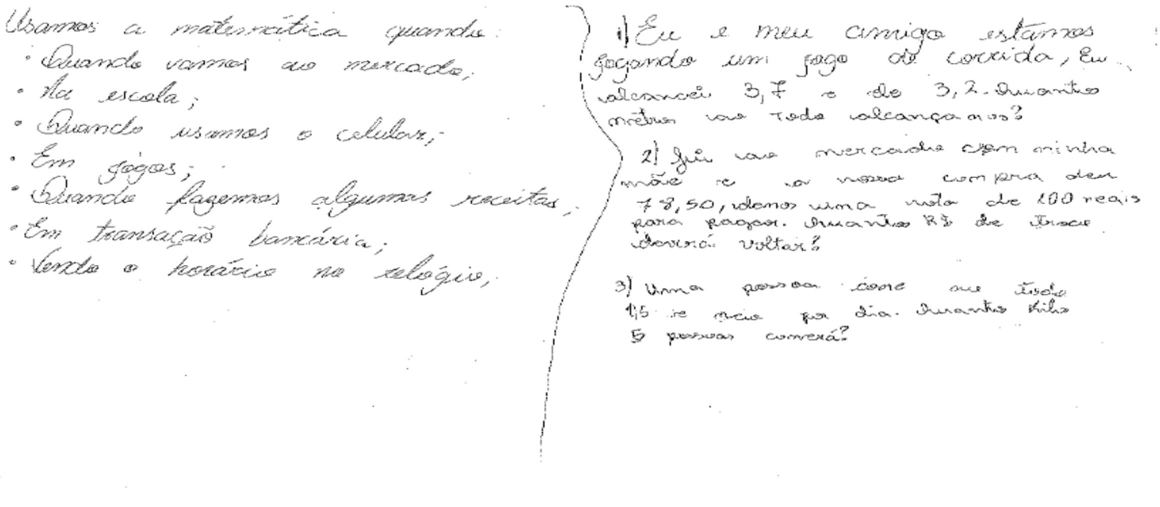
Comentários**:** na figura 6, o aluno utiliza a criatividade para escrever cada um dos problemas utilizando uma linguagem que ele entende. No problema 1, a receita de um bolo e as quantidades para fazê-lo. O elemento matemático para resolvê-lo é o uso da multiplicação, no caso o dobro da receita.

No problema 2, vemos a criatividade do aluno para a elaboração. Neste caso o elemento matemático para a resolução do problema é a divisão.

No problema 3, a criatividade também foi utilizada para a elaboração do problema. O elemento matemático utilizado para a resolução é a multiplicação.

No problema número 4 o aluno elabora um problema envolvendo números racionais no caso ½ e pergunta outra forma de se representar ½, o que podemos talvez entender que ele pergunte a forma de número racional, ½ = 0,5. já se encontra escrito na forma fracionária.

Figura 7. Elaborada pelos alunos. Fonte: arquivos do autor.


Usamos a matemática quando:
- Quando vamos ao mercado;
- Na escola;
- Quando usamos o celular;
- Em jogos;
- Quando fazemos algumas receitas;
- Em transação bancária;
- Vendo o horário no relógio;

1) Eu e meu amigo estamos jogando um jogo de corrida, Eu alcancei 3,7 e ele 3,2. Quantos metros nós todo alcançamos?

2) Fui ao mercado com minha mãe e a nossa compra deu 78,50, demos uma nota de 100 reais para pagar. Quantos R$ de troco deverá voltar?

3) Uma pessoa come ao todo 1,5 de [illegible] por dia. Quantos kilo 5 pessoas [illegible]?

Fonte: arquivos do autor.

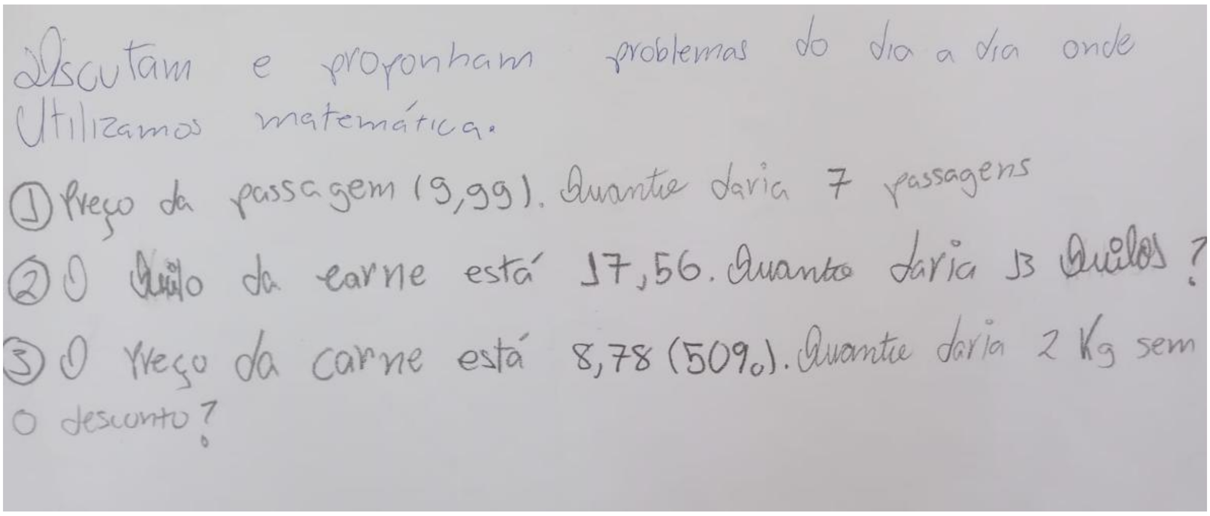
Comentário**:** na figura 7, esse grupo de alunos cita alguns exemplos onde a matemática é usada no nosso dia a dia e depois coloca 3 problemas utilizando sua criatividade na elaboração.

No primeiro, utilizando números decimais os alunos destacam a pontuação em metros e perguntam qual a pontuação total, o elemento matemático da resolução se faz pela adição.

No segundo, uma situação no supermercado, o elemento matemático na resolução do mesmo é a subtração.

No terceiro, utilizam como elemento matemático na resolução, a multiplicação. Note que neste problema os alunos ao escreverem 1,5 eles reforçam que é meio ao referir-se a 1,5.

Figura 8. Elaborada pelos alunos. Fonte: arquivos do autor.



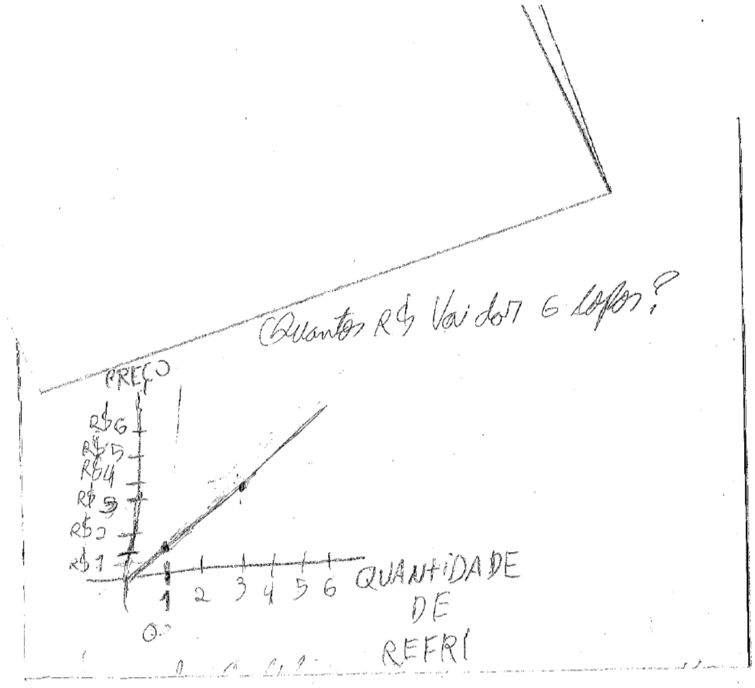
Fonte: arquivos do autor.

Comentário: na figura 8, destacamos a criatividade na elaboração dos problemas por parte dos alunos. No problema 1, o elemento matemático na resolução é a multiplicação.

No problema 2, o elemento matemático também é a multiplicação.

No problema 3, o elemento matemático é a porcentagem e a multiplicação.

Figura 9. Elaborada pelos alunos.



Fonte: arquivos do autor.

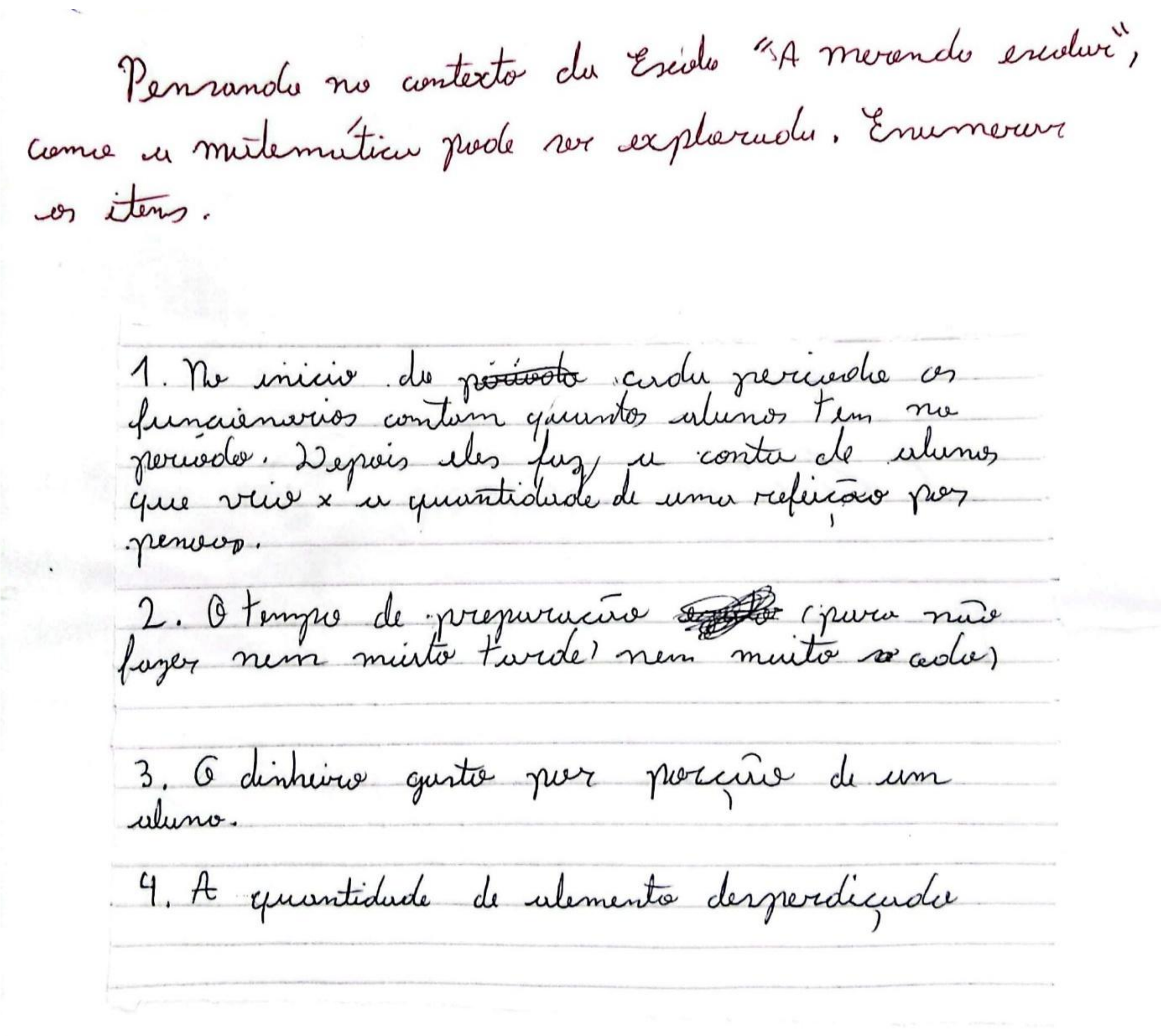
Na figura 9, o problema formulado aqui pelos alunos assemelha-se ao exemplo dado em sala de aula da figura 4, gráfico relacionando a massa (kg) de tomates e o preço a pagar em reais. Nesse caso os alunos relacionaram a quantidade de refrigerantes com o valor a ser pago em reais.

Comentário**: e**sse grupo de alunos elaboraram um problema parecido com o exemplo que fizemos em sala de aula. Nesse caso as variáveis são contínuas.

Diante do que foi apresentado e discutido com os alunos, resolvemos que deveríamos explorar apenas um assunto comum para ser trabalhado com todos os grupos da sala de aula, pois como diz Meyer (2011, p. 25): [...] o sujeito do processo cognitivo é o aprendedor, é o aluno. Cada pessoa constrói o seu conhecimento, o sujeito atribui significados pelos próprios meios.

Como a matemática se faz presente em vários ambientes da escola, os alunos optaram por explorar a Merenda Escolar. Os alunos se dividiram por grupos e descreveram o que poderia ser explorado em relação a merenda escolar. Alguns resultados coletados são apresentados abaixo:

Figura 10. Elaborada pelos alunos. Fonte: arquivos do autor.



Pensando no contexto da Escola "A merenda escolar", como a matemática pode ser explorada. Enumerar os itens.

1. No início do ~~período~~ cada período os funcionários contam quantos alunos tem no período. Depois eles faz a conta de alunos que vai x a quantidade de uma refeição por pessoa.

2. O tempo de preparação ~~[illegible]~~ (para não fazer nem muito tarde nem muito cedo)

3. O dinheiro gasto por porção de um aluno.

4. A quantidade de alimento desperdiçada

Fonte: arquivos do autor.

Comentários**:** na figura 10, questão 1, os alunos destacaram um hábito que já existe na rotina da escola que é a contagem do número de alunos no início de cada período da escola, para as merendeiras poderem fazer o cálculo da quantidade de alimentos que será preparada.

Na questão 2, os alunos colocam como variável na preparação da merenda escolar o tempo para que a refeição não seja preparada nem muito cedo nem muito tarde e seja servida no horário correto.

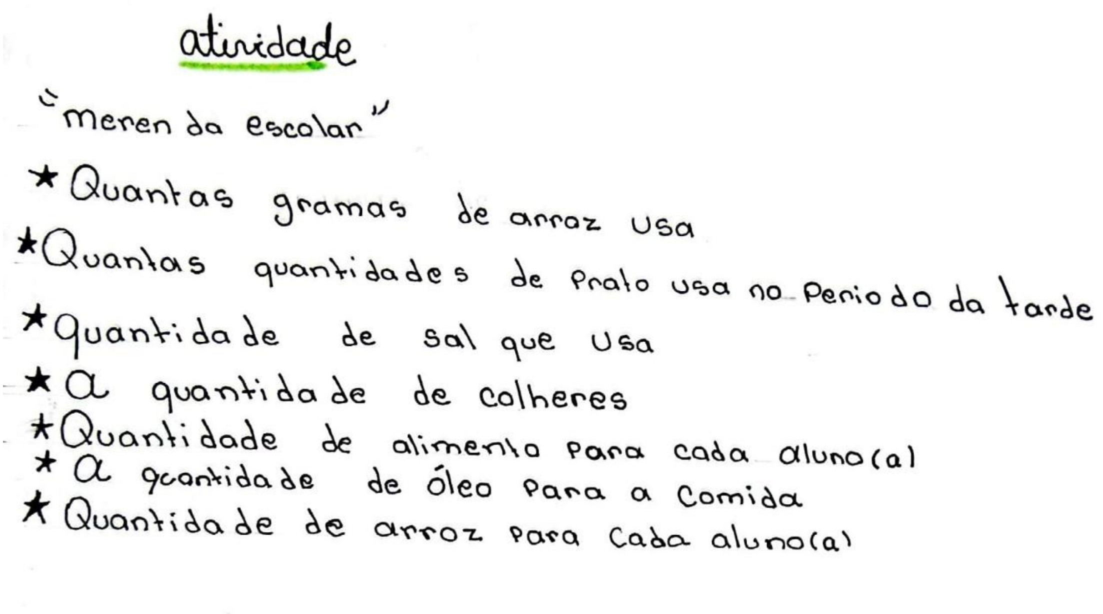
Na questão 3, os alunos argumentam que há um custo em reais(R$) para cada refeição servida por aluno.

7

Na questão 4, os alunos levantam a quantidade de alimentos que é desperdiçada por refeição.

Percebe-se que há uma simplicidade na elaboração das questões por parte dos alunos, mas, ao mesmo tempo é possível verificar a consciência dos mesmos em relação ao tema.

Figura 11. Elaborada pelos alunos. Fonte: arquivos do autor.



atividade

"meren da escolar"

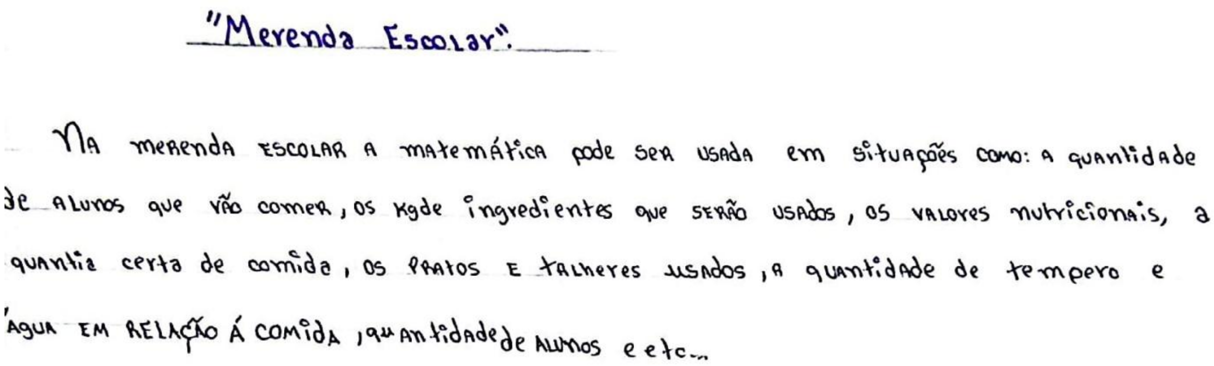
* Quantas gramas de arroz usa
* Quantas quantidades de prato usa no periodo da tarde
* quantidade de sal que usa
* a quantidade de colheres
* Quantidade de alimento para cada aluno(a)
* a qcantidade de óleo para a comida
* Quantidade de arroz para Cada aluno(a)

Fonte: arquivos do autor.

Comentários: na figura 11, esse grupo de alunos, enumerou quantidades de alimentos que podem ser usadas para fazer a merenda escolar, percebe-se que no caso do arroz, eles colocaram gramas, ao invés de kg, não tendo muita noção que a unidade grama seria uma quantidade muito pequena para fazer a representação, e no último item voltam a repetir a quantidade de arroz. Quantidade de óleo, aqui chamei atenção do grupo pois faltou colocar a grandeza que utilizariam. Quantidade de colheres, não interferem na preparação da merenda.

Esse exemplo dado pelos alunos, e depois discutido, mostra que tiveram dificuldades na elaboração do que foi pedido.

Figura 12. Elaborada pelos alunos. Fonte: arquivos do autor.



"Merenda Escolar".

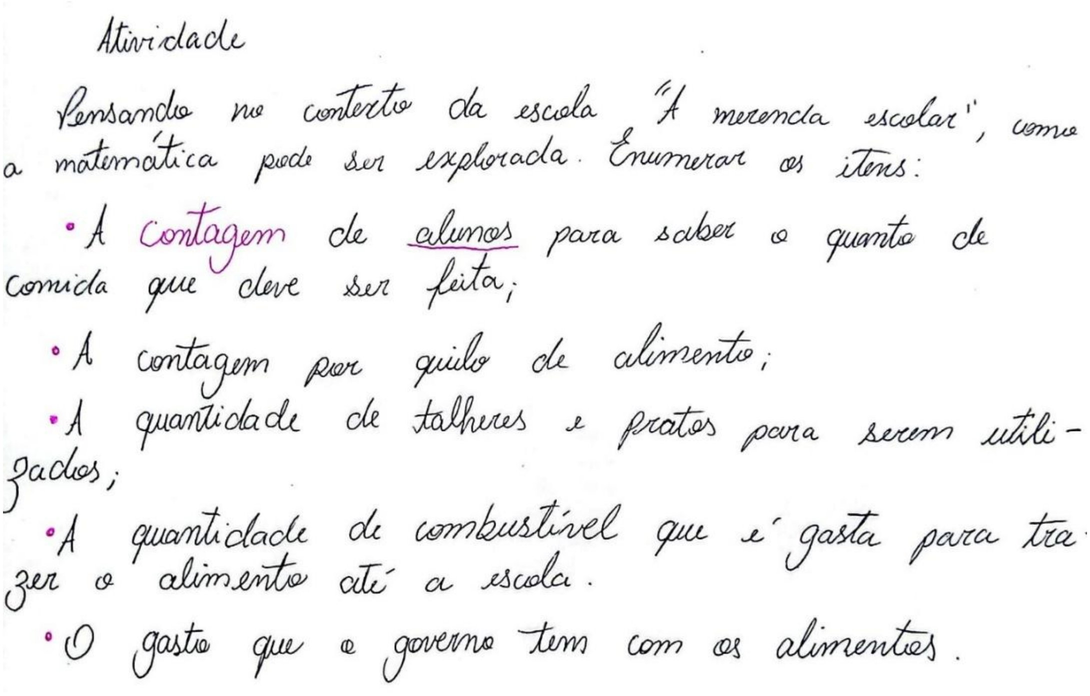
Na merenda escolar a matemática pode ser usada em situações como: a quantidade de alunos que vão comer, os kg de ingredientes que serão usados, os valores nutricionais, a quantia certa de comida, os pratos e talheres usados, a quantidade de tempero e água em relação á comida, quantidade de alunos e etc...

Fonte: arquivos do autor.

Comentários: na figura 12, esse grupo de alunos, enumerou quantidades de alunos, utilizou a grandeza massa(kg) dos ingredientes que serão utilizados, destacou que é possível saber os valores nutricionais de cada alimento etc.

Percebe-se que os alunos citaram o que eles acham interessante calcular no preparo da merenda escolar, utilizando a matemática.

Figura 13. Elaborada pelos alunos. Fonte: arquivos do autor.



Atividade

Pensando no contexto da escola "A merenda escolar", como a matemática pode ser explorada. Enumerar os itens:

- A contagem de alunos para saber o quanto de comida que deve ser feita;
- A contagem por quilo de alimento;
- A quantidade de talheres e pratos para serem utilizados;
- A quantidade de combustível que é gasta para trazer o alimento até a escola.
- O gasto que o governo tem com os alimentos.

Fonte: arquivos do autor.

Comentários: na figura 13, esse grupo de alunos, colocou que se pode fazer a contagem da quantidade de alunos para saber o quanto de comida deve ser preparada. Ressaltaram também quantos quilos de tomate deve ser usada na preparação da merenda escolar. Colocaram também sobre a quantidade de talheres e pratos que serão utilizados para servir a merenda. A quantidade de combustível que é gasta para o transporte da merenda. Quanto o governo gasta para a compra dos alimentos.

6.3 Proposta de modelagem dos alunos

Os alunos se dividiram por grupos e cada grupo recebeu as seguintes perguntas para trabalhar as questões referentes a modelagem matemática no contexto da merenda escolar:

1. Fale um pouco sobre o que você sabe sobre equações do 1º grau, e de que maneira você pode conectar as equações com os fatos de seu dia a dia.

2. O que você pensa de trabalhar matemática, ou seja, equações do 1º grau, como no caso da merenda escolar na escola?

3. Conforme, informações fornecidas o preço das refeições da escola é:

Tabela 1: Preço das refeições por segmento de Ensino.

. Fundamental 2/Ensino Médio= desjejum ou lanche da tarde: R$3,25 por aluno;
. Refeição (almoço ou jantar): R$6,20 por aluno;
. EJA= refeição: R$5,95 por aluno.

Fonte: Informações fornecidas pela nutricionista da escola

Como você organizaria estes dados pensando em equações do 1º grau.

4. Utilizando as informações nutricionais:

Tabela 2: Informação nutricional (média semanal)

Informação Nutricional (média semanal) - 30% das necessidades diárias				
	Energia (kcal)	Carboidrato (g)	Proteína (g)	Lipídeo (g)
	570,29	97,69	19,65	7,76

Fonte: (TACO 4ª Edição 2011/ tabela de composição nutricional dos alimentos IBGE 2011)

Como você poderia trabalhar esses dados matematicamente?

Foi discutido com os alunos se eles queriam incluir mais alguma pergunta. Os alunos disseram que as perguntas já eram suficientes. Apresentamos algumas resoluções apresentadas por grupos de alunos.

Figura 14. Elaborada pelos alunos.

1. Fale um pouco sobre o que você sabe sobre equações do 1º grau, e de que maneira você pode conectar as equações com os fatos de seu dia-a-dia.

R: As equações tem uma incognita elevada do 1º grau e você pode conectar as equações varias formas como determinar o custo total de um produto com base no preço por unidade e na quantidade comparada como na merenda escolar.

2. O que você pensa de trabalho matemática, ou seja, equações do 1º grau, como no caso da merenda escolar na escola?

R: Ela tem varias utilidades como: quantos alimentos sobrou, quanto gasto, o tempo de preparo, tempo de validade, quantos alunos comeu.

3. Conforme informações fornecidas, o preço das refeicões da escola é:

fundamenta 2/ Ensino Médio (des jejum ou lanche da tarde) = R$ 3,25 por aluno;

Reifeição (almoço ou Jantar) = R$ 6,20 por aluno.

EJA = reifeição = R$ 5,95 por aluno.

Como você organizaria estes dados pensando em equacões do 1º Grau.

Período	Preço por aluno
F2 e E.M.	3,25 e 6,20
EJA	5,95

4. Utilizando as informações nutricionais

Energia (KCal)	Carboidrato (g)	Proteína (g)
570,29	97,69	19,65

Lipídeo (g)
7,76

Como você poderia trabalhar esses dados matematicamente?

R: Fazendo graficos, tabela.

Fonte: arquivos do autor.

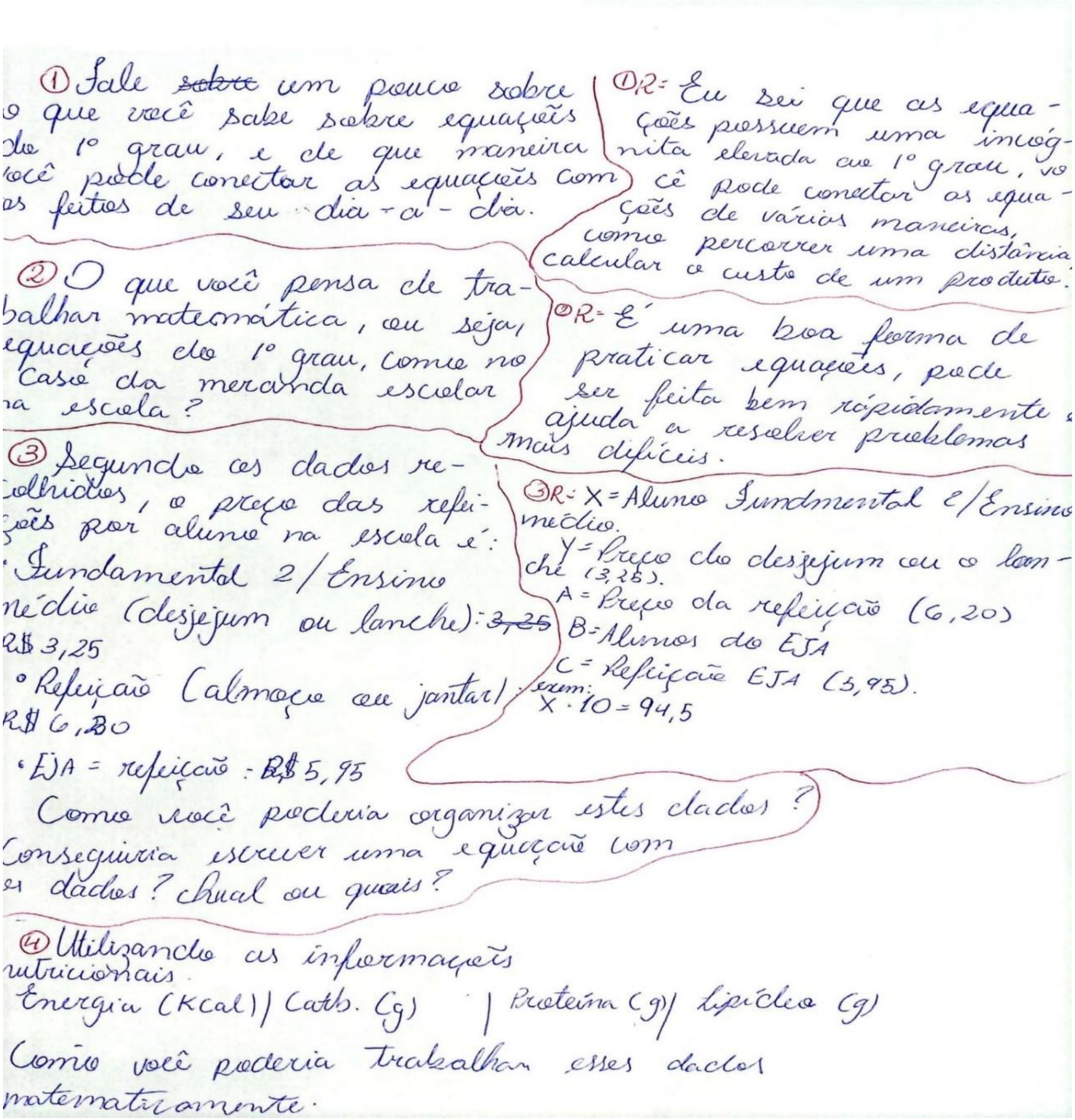
Comentários**: n**a figura 14, questão 1, os alunos reconhecem que na equação do 1º grau há uma incógnita e que se pode relacionar as incógnitas com o custo total, preço por unidade e nas quantidades dos alimentos comprados para se fazer a merenda escolar.

Na questão 2, os alunos enumeraram as várias possibilidades do trabalho com equações do 1º grau utilizados na merenda escolar.

Na questão 3, os alunos organizaram uma tabela colocando as duas grandezas período escolar e preço das refeições.

Na questão 4, os alunos responderiam que com os dados poderiam ser elaborados gráficos, tabelas.

Figura 15. Elaborada pelos alunos. Fonte: arquivos do autor.



① Fale ~~sobre~~ um pouco sobre o que você sabe sobre equações do 1º grau, e de que maneira você pode conectar as equações com os feitos de seu dia-a-dia.

①R= Eu sei que as equações possuem uma incógnita elevada ao 1º grau, você pode conectar as equações de várias maneiras, como percorrer uma distância, calcular o custo de um produto.

② O que você pensa de trabalhar matemática, ou seja, equações do 1º grau, como no caso da merenda escolar na escola?

②R= É uma boa forma de praticar equações, pode ser feita bem rápidamente e ajuda a resolver problemas mais difíceis.

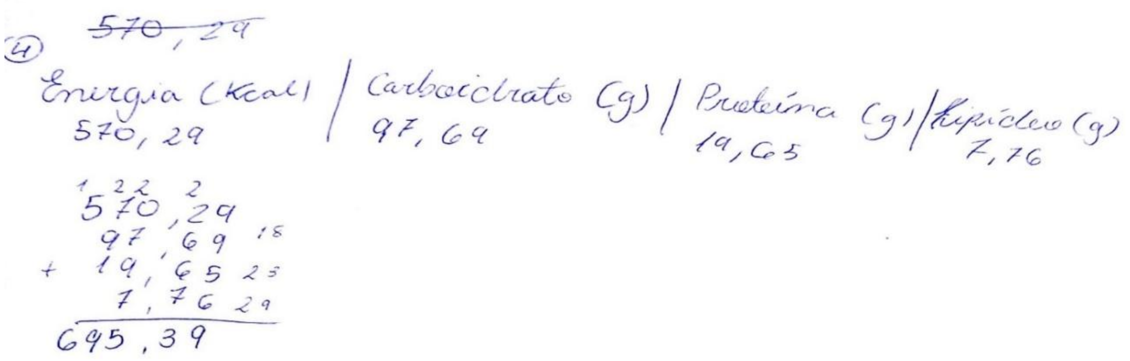
③ Segundo os dados recolhidos, o preço das refeições por aluno na escola é:

- Fundamental 2/Ensino médio (desjejum ou lanche): ~~3,25~~ R$ 3,25
- Refeição (almoço ou jantar): R$ 6,20
- EJA = refeição: R$ 5,95

Como você poderia organizar estes dados? Conseguiria escrever uma equação com os dados? Qual ou quais?

③R= X = Aluno Fundmental e/Ensino médio.
Y = Preço do desjejum ou o lanche (3,25).
A = Preço da refeição (6,20)
B = Alunos do EJA
C = Refeição EJA (5,95).
exem: X · 10 = 94,5

④ Utilizando as informações nutricionais
Energia (Kcal) | Carb. (g) | Proteína (g) | Lipídeo (g)
Como você poderia trabalhar esses dados matematicamente.



④ ~~570,29~~
Energia (Kcal) | Carboidrato (g) | Proteína (g) | Lipídeo (g)
570,29 | 97,69 | 19,65 | 7,76

  570,29
   97,69
+ 19,65
    7,76

  695,39

Fonte: arquivos do autor.

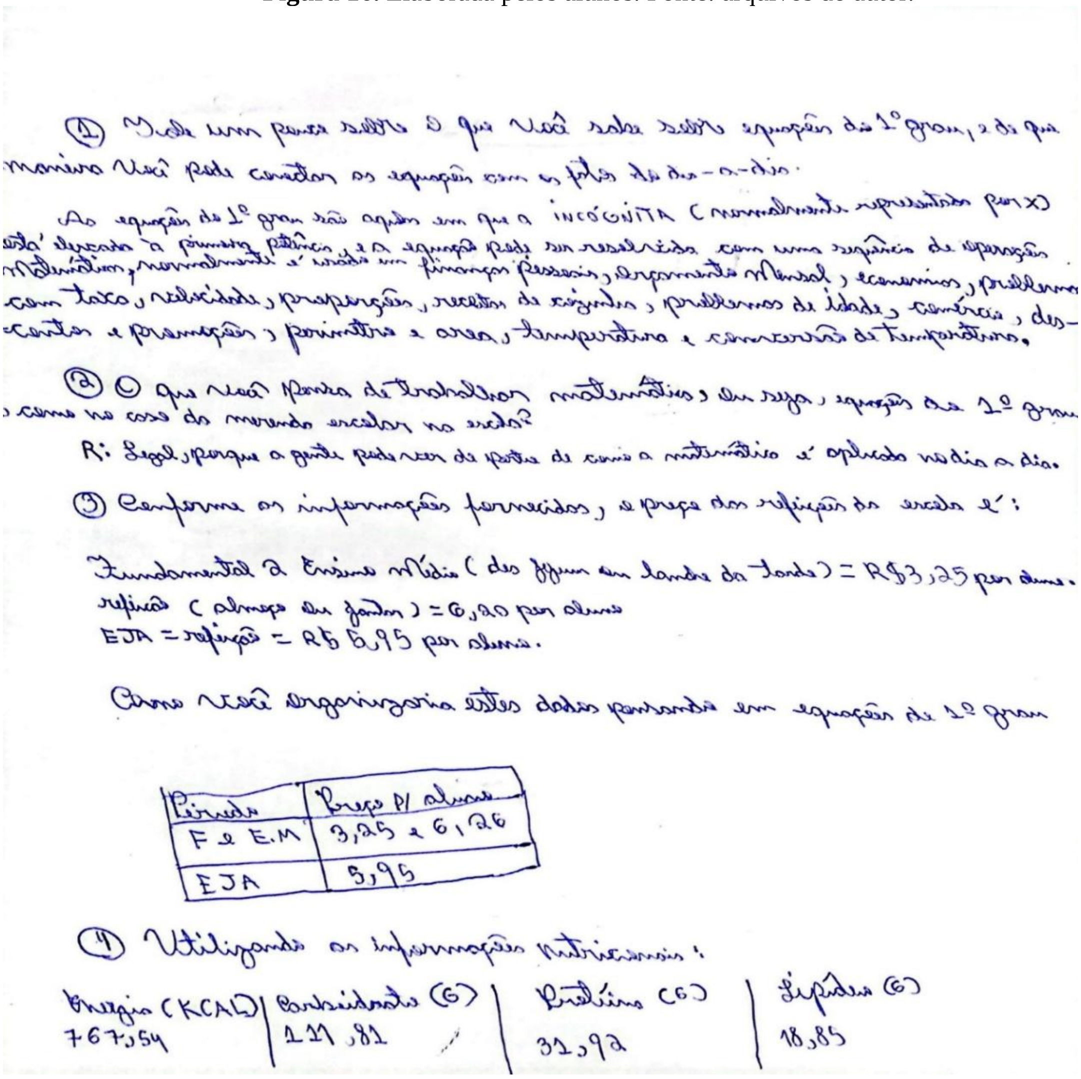
Comentários: na figura 15, questão 1, os alunos destacaram que na equação do 1º grau há uma incógnita elevada ao 1º grau e que se pode conectar as equações de várias maneiras como calcular a distância, calcular o custo de um produto.

Na questão 2, os alunos responderam, mas percebe-se que não entenderam a pergunta.

Na questão 3, os alunos associaram variáveis aos dados apresentados X, Y, A, B e C mas não chegaram a formalizar uma relação entre elas.

Na questão 4, os alunos somaram as quantidades.

Figura 16. Elaborada pelos alunos. Fonte: arquivos do autor.



1) Fale um pouco sobre o que você sabe sobre equações do 1º grau, e de que maneira você pode conectar as equações com os fatos do dia-a-dia.

As equações do 1º grau são aquelas em que a INCÓGNITA (normalmente representada por x) está elevada à primeira potência, e a equação pode ser resolvida com uma sequência de operações matemáticas, normalmente é usado em finanças pessoais, orçamento mensal, economias, problemas com taxa, velocidade, proporções, receitas de cozinha, problemas de idade, comércio, descontos e promoções, perímetro e area, temperatura e conversão de temperatura.

2) O que você pensa de trabalhar matemática, ou seja, equações do 1º grau como no caso da merenda escolar na escola?

R: Legal, porque a gente pode ver de perto de como a matemática é aplicada no dia a dia.

3) Conforme as informações fornecidas, o preço das refeições da escola é:

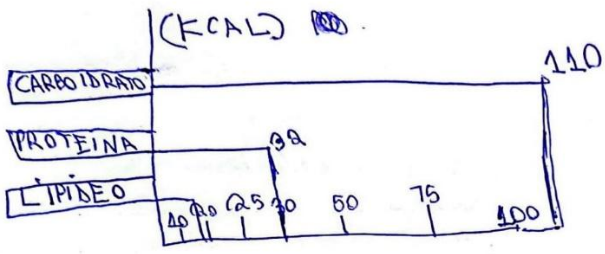
Fundamental e Ensino Médio (dos jovens ou lanche da tarde) = R$3,25 por aluno.
refeição (almoço ou jantar) = 6,20 por aluno
EJA = refeição = R$ 5,95 por aluno.

Como você organizaria estes dados pensando em equações do 1º grau

Período	Preço p/ aluno
F e E.M	3,25 e 6,26
EJA	5,95

4) Utilizando as informações nutricionais:

Energia (KCAL)	Carboidrato (G)	Proteína (G)	Lipídeo (G)
767,54	111,81	31,92	18,85



Fonte: arquivos do autor.

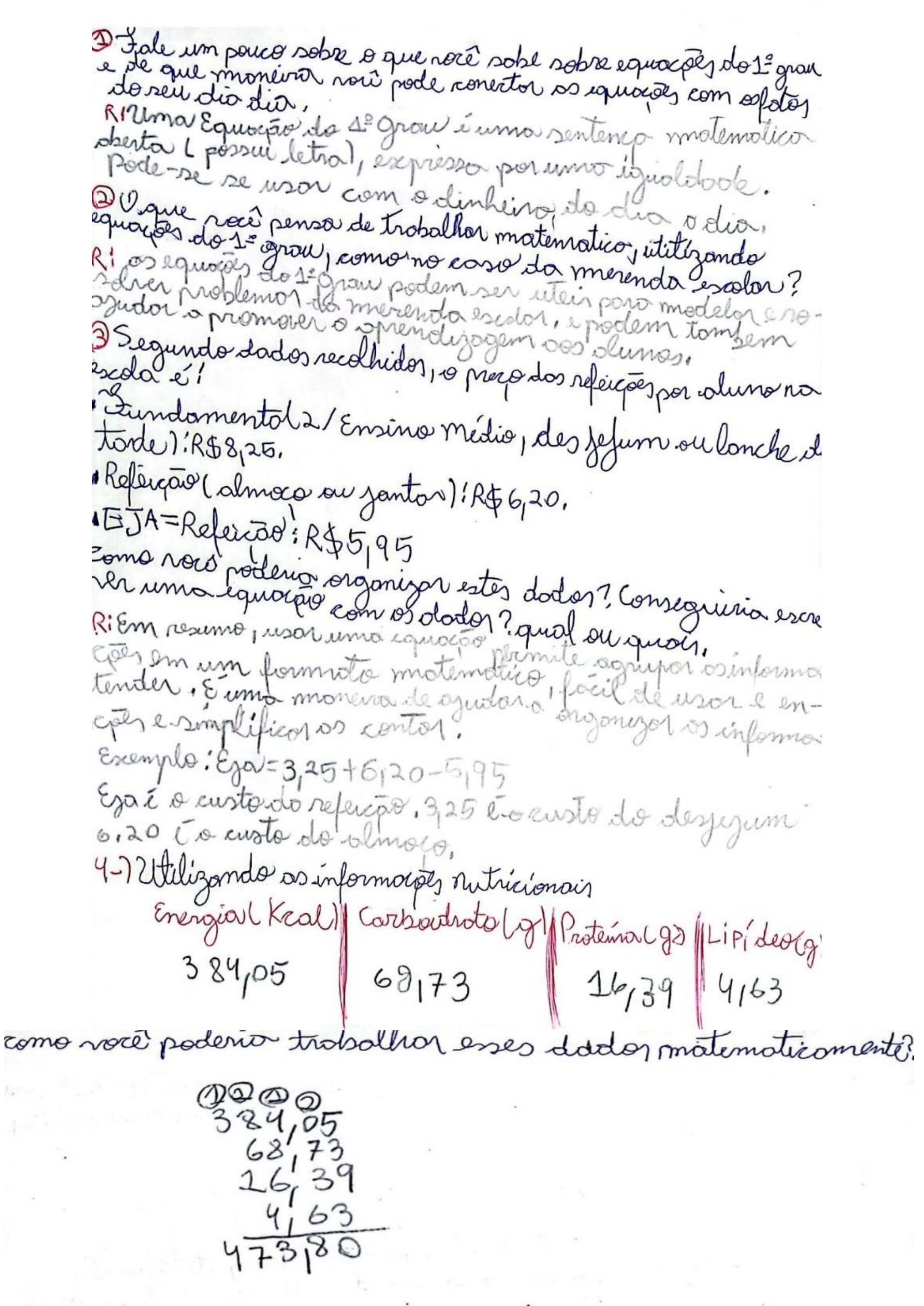
Comentários**:** na figura 16, questão 1, os alunos destacaram que na equação do 1º grau existe uma incógnita, geralmente representada por “x” elevada a primeira potência e suas aplicações em diferentes situações.

Na questão 2, os alunos responderam que é “legal” ver onde a matemática é aplicada no dia a dia.

Na questão 3, os alunos construíram uma tabela relacionando as duas grandezas período e valor por refeição(R$).

Na questão 4, os alunos organizaram os dados construindo um gráfico.

Figura 17. Elaborada pelos alunos.


① Fale um pouco sobre o que você sabe sobre equações do 1º grau e de que maneira você pode conectar as equações com os fatos do seu dia dia,

R: Uma Equação do 1º grau é uma sentença matemática aberta (possui letra), expressa por uma igualdade. Pode-se se usar com o dinheiro, do dia o dia.

② O que você pensa de trabalhar matemática, utilizando equações do 1º grau, como no caso da merenda escolar?

R: os equações do 1º grau podem ser úteis para modelar e resolver problemas da merenda escolar, e podem também ajudar a promover o aprendizagem dos alunos.

③ Segundo dados recolhidos, o preço das refeições por aluno na escola é:

- Fundamental 2 / Ensino Médio, desjejum ou lanche d tarde): R$ 8,25.
- Refeição (almoço ou jantar): R$ 6,20.
- EJA = Refeição: R$ 5,95

Como você poderia organizar estes dados? Conseguiria escrever uma equação com os dados? qual ou quais.

R: Em resumo, usar uma equação permite agrupar as informações em um formato matemático fácil de usar e entender. É uma maneira de ajudar a organizar as informações e simplificar as contas.

Exemplo: Eja = 3,25 + 6,20 − 5,95

Eja é o custo da refeição, 3,25 é o custo do desjejum 6,20 é o custo do almoço.

4-) Utilizando as informações nutricionais

Energia (Kcal)	Carboidrato (g)	Proteína (g)	Lipídeo (g)
384,05	68,73	16,39	4,63

como você poderia trabalhar esses dados matematicamente?

$$\begin{array}{r} 384,05 \\ 68,73 \\ 16,39 \\ 4,63 \\ \hline 473,80 \end{array}$$

Fonte: arquivos do autor.

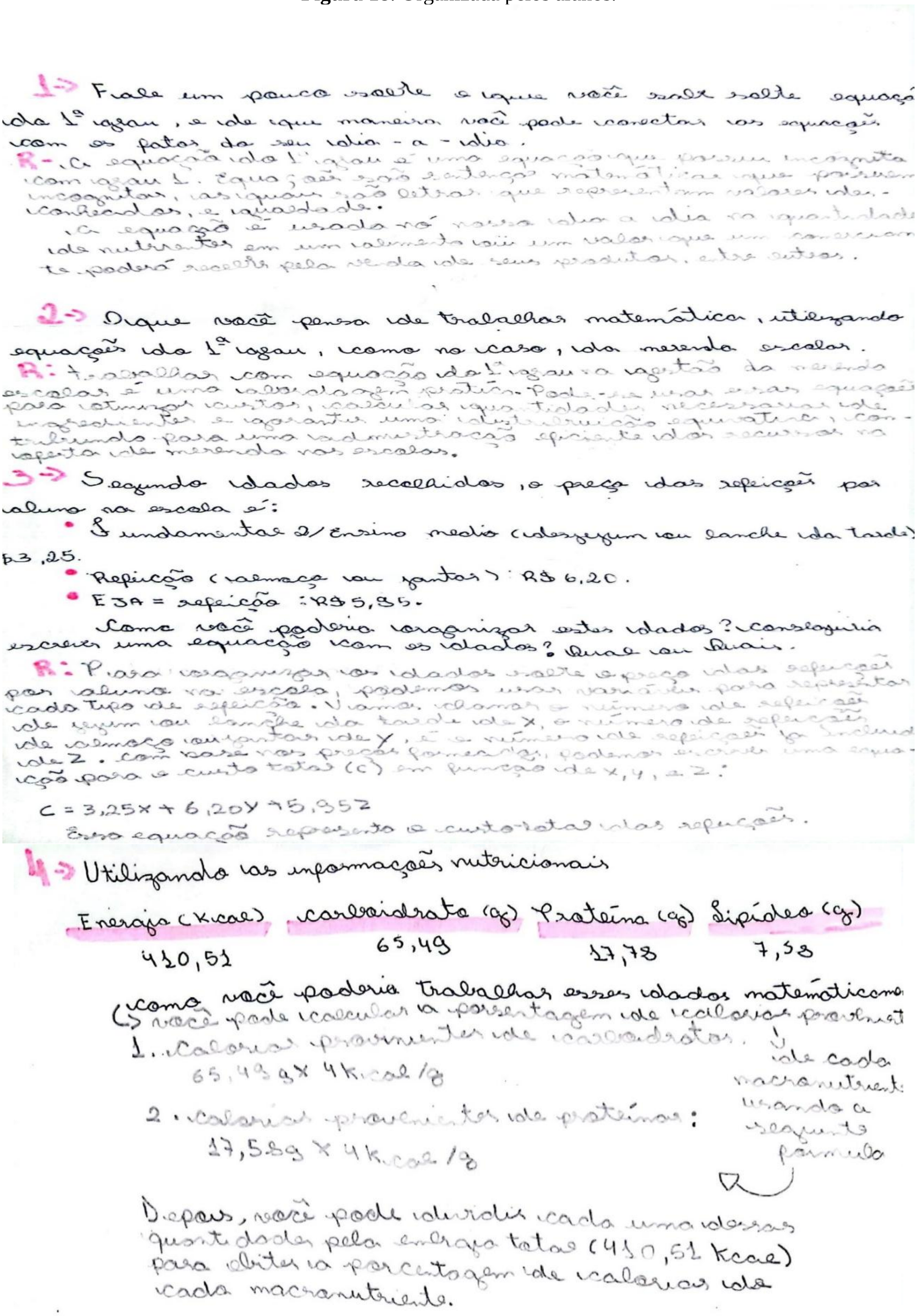
Comentários**:** na figura 17, questão 1, os alunos escreveram que equação do 1º grau é uma sentença matemática aberta (possui letra), expressa por uma igualdade. E que a equação do 1º grau pode ser usada com dinheiro, no dia a dia.

Na questão 2, os alunos responderam que as equações do 1º grau são úteis para modelar e resolver problemas da merenda escolar, e podem também ajudar a promover a aprendizagem dos alunos.

Na questão 3, os alunos disseram que o uso das equações permite agrupar as informações em formato matemático, fácil de usar e entender e simplificar as contas. No caso, fizeram uma soma algébrica com os custos de cada refeição.

Na questão 4, os alunos não responderam a pergunta.

Figura 18. Organizada pelos alunos.


1-> Fale um pouco sobre o que você sabe sobre equação do 1º grau, e de que maneira você pode conectar as equações com os fatos do seu dia-a-dia.

R- A equação do 1º grau é uma equação que possui incógnita com grau 1. Equações são sentenças matemáticas que possuem incógnitas, as quais são letras que representam valores desconhecidos, e igualdade.

A equação é usada no nosso dia a dia na quantidade de nutrientes em um alimento ou em valor que um comerciante poderá receber pela venda de seus produtos, entre outros.

2-> O que você pensa de trabalhar matemática, utilizando equações do 1º grau, como no caso, da merenda escolar.

R: Trabalhar com equação do 1º grau na gestão da merenda escolar é uma abordagem prática. Pode-se usar essas equações para otimizar custos, calcular quantidades necessárias de ingredientes e garantir uma distribuição equitativa, contribuindo para uma administração eficiente dos recursos na oferta de merenda nas escolas.

3-> Segundo dados recolhidos, o preço das refeições por aluno na escola é:

- Fundamental 2/Ensino medio (desjejum ou lanche da tarde) R$ 3,25.
- Refeição (almoço ou jantar): R$ 6,20.
- EJA = refeição: R$ 5,95.

Como você poderia organizar estes dados? Conseguiria escrever uma equação com os dados? Qual ou quais.

R: Para organizar os dados sobre o preço das refeições por aluno na escola, podemos usar variáveis para representar cada tipo de refeição. Vamos chamar o número de refeições de jejum ou lanche da tarde de x, o número de refeições de almoço ou jantar de y, e o número de refeições ja incluida de z. Com base nos preços fornecidos, podemos escrever uma equação para o custo total (c) em função de x, y, e z:

$$c = 3{,}25x + 6{,}20y + 5{,}95z$$

Essa equação representa o custo total das refeições.

4-> Utilizando as informações nutricionais

Energia (kcal)	carboidrato (g)	Proteína (g)	Lipídeo (g)
410,51	65,49	17,78	7,58

Como você poderia trabalhar esses dados matemáticamente

-> você pode calcular a porcentagem de calorias provenientes de cada macronutriente usando a seguinte fórmula

1. Calorias provenientes de carboidratos.

65,49 g × 4 kcal/g

2. Calorias provenientes de proteínas:

17,58 g × 4 kcal/g

Depois, você pode dividir cada uma dessas quantidades pela energia total (410,51 kcal) para obter a porcentagem de calorias de cada macronutriente.

Fonte: arquivos do autor.

Comentários**:** na questão 1, os alunos definiram corretamente equações do 1º grau, usando a definição dada em sala de aula. Citaram alguns exemplos onde ela pode ser aplicada.

Na questão 2, os alunos colocaram vários exemplos de utilização das equações no dia a dia.

Na questão 3, os alunos montaram uma equação para calcular o custo total das refeições por período escolar, mas não se trata de uma equação do 1º grau, pois os alunos utilizaram mais que uma variável.

Na questão 4, os alunos escreveram alguns cálculos para fazer a quantidade de calorias de carboidrato e proteínas.

Figura 19. Organizada pelos alunos. Fonte: arquivos do autor.

1-) Fale um pouco sobre o que você sabe sobre equações do 1º grau, e de que maneira você pode ~~[illegible]~~ conectar as equações com os fatos do seu dia-a-dia

R: Equação de 1º grau são contas que envolvem letras e Numeros, Pode se conectar em varias aplicações da area de finanças, em contabilidade e em economia tambem.

2-) O que você pensa de trabalhar matematica, utilizando equações do 1º grau como no caso da merenda escolar?

R: Acho um pouco complicado

3-) Segundo dados recolhidos, o preço das refeições por aluno na escola é:

- Fundamental 2/ensino medio (desjejum ou lanche da tarde) R$3,25
- Refeição (almoço ou janta): R$6,20
- Eja = refeição : R$ 5,95

Como você poderia organizar estes dados? (conseguiria uma equação com os dados? Qual ou quais?

R: So com tabelas, dados e etc.

4-) Utilizando as informações Nutricionais

Energia (K cal)	~~[illegible]~~ Carboidrato (g)	Proteina (g)	Lipideo (g)
767,54	111,81	31,92	18,35

Como você poderia trabalhar esses dados matematicamente

Poderia fazer divisões com os dados e fazer contas para chegar a um resultado

Fonte: arquivos do autor.

Comentários: na figura 19, questão 1, os alunos disseram que as equações do 1º grau, são contas onde usamos letras e números e algumas aplicações onde elas aparecem.

Na questão 2, os alunos colocaram que é complicado trabalhar com equações do 1º grau.

Na questão 3, os alunos disseram que podemos fazer tabelas e cálculos com os dados apresentados.

Na questão 4, os alunos escreveram que podemos fazer divisões com os cálculos e fazer contas para se chegar a um resultado.

Comentário Geral:

A partir dos dados e informações sobre estes dados que foram coletados pelos alunos, por meio de questões propostas previamente e suas respostas, percebeu-se que a maioria entendeu o que é uma equação do 1º grau, pois cada grupo descreveu, com suas palavras e sem usar um rigor matemático, o tema equação de 1º grau.

Alguns alunos têm uma dificuldade com o uso de letras para representar dados, muitos não entendem e até dizem que a matemática tinha que ser só números e não essa complicação de usar letras. Como esses alunos vieram da pandemia de Covid 19 que tivemos, alguns conceitos matemáticos realmente eles não tiveram, assim mesmo o com retomadas e explicações de conteúdos, principalmente com operações básicas, alguns alunos ainda precisam de tempo para assimilar.

Fazer uma atividade envolvendo a modelagem matemática como essa foi importante para os alunos que puderam vivenciar uma prática de aplicação da matemática do cotidiano deles. Por falta de tempo não pude explorar mais alguns outros tópicos, mas a experiência foi gratificante por permitir que parte dos alunos se apropriassem de um conteúdo de forma efetiva.

Para muitos alunos a merenda escolar é mais que uma pausa para um lanche. É o alicerce para a saúde, bem-estar e aprendizado de crianças e adolescentes. Na escola o cardápio das refeições é elaborado por nutricionista se adequando à faixa etária e estado de saúde dos estudantes.

Sendo as refeições de qualidade, a merenda escolar oferece os nutrientes essenciais para o crescimento físico e cognitivo dos alunos, o que reflete diretamente no desempenho escolar deles.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Primeiramente, este trabalho foi um grande desafio, pois utilizar um método, uma metodologia diferente das aulas convencionais é sempre uma tarefa difícil.

A escolha de um tema para trabalhar com os alunos foi uma das primeiras dificuldades a serem superadas, por haver uma diversidade de metodologias ativas de diversos campos teórico-pedagógicos. Nesse sentido, o apoio do professor orientador desta pesquisa foi fundamental. A atividade prática desenvolvida, logo após a pandemia da Covid-19, com os alunos, por meio da modelagem matemática, foi importante pois foi bem estimulante para todos envolvidos nela. Outro ponto desafiador foi que esses alunos do 8º ano durante a fase da pandemia da Covid- 19 estavam cursando o 5º ano do Ensino Fundamental I e 6º ano do Ensino Fundamental II, o que causou grande prejuízo no processo de ensino-aprendizagem desses alunos.

Outro desafio a ser ultrapassado foi aplicar a modelagem em aulas com turmas com as quais o pesquisador teve o primeiro contato após remover-se de outra escola. Mesmo sendo o primeiro ano em que o pesquisador trabalhou nessa escola, por parte da direção da escola e coordenação, houve uma recepção favorável ao desenvolvimento do projeto. Entretanto, com as merendeiras, houve certa desconfiança em passar informações para os alunos.

O uso da modelagem matemática mobiliza várias competências cognitivas, tais como, reconhecer padrões, trabalhar em grupo, registrar as informações, relações entre variáveis, e ainda estimula a interdisciplinariedade, fatores essenciais no processo ensino-aprendizagem no século XXI.

Por outro lado, claro está para o autor, que o uso da modelagem matemática não substitui todas as aulas expositivas, mas é, junto delas, uma alternativa pedagógica para o desenvolvimento de mais competências cognitivas e o fortalecimento dos conceitos matemáticos, para os alunos.

Na modelagem matemática, o docente orienta e direciona os pensamentos dos alunos, não dá a resposta, constrói o conceito com os alunos, intervém quando necessário para direcionar o pensamento matemático dos alunos, fazendo questionamentos para os alunos.

O produto deste trabalho foi fazer as atividades diferenciadas com os alunos, as quais foram satisfatoriamente realizadas por eles, pois houve uma interação maior que possibilitou a busca pelo conhecimento para resolver as situações-problema e discutir suas soluções.

Essa foi a primeira experiência deste especialista em trabalhar. modelagem matemática. Entretanto, ele continuará pesquisando sobre como se utilizar dessa metodologia para que uma próxima aplicação dela seja otimizada em favor de um processo ensino-aprendizagem mais eficiente. Além do mais, para o pesquisador, como professor da rede pública estadual paulista, houve um profundo aprendizado com essa experiência, pois ele, sem dar as respostas prontas aos alunos, orientou-os na busca das soluções, tornando-os protagonistas da aprendizagem.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, A.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1. Ed., 2ª reimpressão - São Paulo: Editora Contexto, 2022.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 3 ed., 2ª reimpressão - São Paulo: Editora Contexto, 2013.

B. BOYER, CARL. **História da matemática**/Carl B. Boyer, Uta C. Merzbach; [tradução de Helena Castro]. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL. (2018). Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 23 de jul. 2023.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem.** 1992. 2v. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP, 1992. Disponível em https://hdl.handle.net/20.500.12733/1576775. Acesso em: 25 set. 2023.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. 1ª Edição. Lisboa: Sá da Costa Editora, 1986.

CMSP - SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. **Currículo em Ação Matemática, Ciências da Natureza e Ciências Humanas**, 2023. Disponível em: https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2023/01/EFAF_8ano_1sem_Estudante_MAT-CN-CH_web.pdf. Acesso em: 12 de abr. 2023

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. Campinas, Summus, 1986.

JÁCOME, Wellington de Almeida. **Modelagem Matemática: uma sequência didática aplicando função polinomial do 1º grau na conta de energia residencial dos alunos do ensino médio de uma escola estadual do Rio Grande Do Norte**, 2024. 106 f.

MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo **Modelagem em Educação Matemática**/João Frederico da Costa de Azevedo Meyer, Ademir Donizeti Caldeira, Ana Paula dos Santos Malheiros – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.