



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA



LUCAS BARROS ZANONI LOPES MORENO

O NOVO ENSINO MÉDIO: NA TEORIA E PRÁTICA

SÃO CARLOS – SP  
2024

LUCAS BARROS ZANONI LOPES MORENO

O NOVO ENSINO MÉDIO: NA TEORIA E PRÁTICA

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de São Carlos.

Orientador: Prof. Dr. Wladimir Seixas

SÃO CARLOS – SP  
2024

## RESUMO

Durante um intenso processo de reformulação curricular a partir da homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o presente trabalho de conclusão de curso, procura entender quais as principais mudanças para um professor de matemática da educação básica e como o mesmo pode se preparar para as mesmas. Como um docente em formação, tive a oportunidade de realizar diversas oportunidades de estágio com práticas de ensino, durante as mesmas, pude observar que tanto professores quanto os alunos passavam por problemas de adaptação para com a nova proposta curricular. Assim, a partir de uma pesquisa bibliográfica e experiência prática de ensino, neste trabalho, vamos apresentar um breve histórico para idealização da BNCC, as principais mudanças para um professor de matemática presentes na base, as dificuldades no ensino da disciplina de matemática, algumas possíveis alterações na proposta, destacar a Base Nacional Comum de Formação de professores, discorrer sobre as metodologias ativas de matemática destacadas pela BNCC e, por fim, expor o planejamento e aplicação de uma experiência prática de ensino de modelagem com uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública em São Carlos - SP.

**Palavras-chave:** Novo Ensino Médio. Itinerários Formativos. Formação de professores. Metodologias ativas. Modelagem Matemática.

## ABSTRACT

During an intense process of curriculum reformulation following the approval of the National Common Core Curriculum (Base Nacional Comum Curricular (BNCC)), this monography seeks to understand the main changes for a secondary school mathematics teacher and how they can prepare for them. As a teacher in training, I had the opportunity to engage in various teaching practices during internships, where I observed both teachers and students facing challenges in adapting to the new curriculum proposal. Therefore, based on a literature review and practical teaching experience, this work will present a brief history leading to the conception of the BNCC, the key changes for a mathematics teacher outlined in the curriculum, challenges in teaching mathematics, potential alterations to the proposal, a focus on the National Common Base for Teacher Training (Base Nacional Comum para Formação de Professores (BNC-F)), an exploration of active mathematics methodologies emphasized by the BNCC, and, finally, the planning and implementation of a practical teaching experience in modeling with a 1st-year High School class in a public school in São Carlos - SP.

**Keywords:** New High School. Educational Pathways. Teacher training. Active methodologies. Mathematical Modeling .

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Habilidades conforme a competência 1.	20
Figura 2 – Habilidades conforme a competência 2.	21
Figura 3 – Habilidades conforme a competência 3.	22
Figura 4 – Habilidades conforme a competência 4.	24
Figura 5 – Habilidades conforme a competência 5.	25
Figura 6 – Quantidade de escolas segundo o total de itinerários oferecidos em 2023.	31
Figura 7 – Novo Ensino Médio versus tamanho das escolas.	31
Figura 8 – Itinerários formativos na rede estadual de SP.	32
Figura 9 – Matriz do Itinerário integrado de MAT/CNT.	36
Figura 10 – Matriz do Itinerário integrado de LGG/CHS.	37
Figura 11 – Conhecimento, prática e engajamento profissionais e sentido de movimento, de relação, de composição e de sinergia.	44
Figura 12 – Competências específicas das três dimensões conhecimento, prática e engajamento.	45
Figura 13 – Esquema de uma modelagem.	56
Figura 14 – Divisão de atividades intelectuais.	57
Figura 15 – Ampulhetas de água com diferentes vazões.	65
Figura 16 – Tarifa por faixa de consumo.	66
Figura 17 – Função tarifária por faixa de consumo de água.	67
Figura 18 – Estudantes entendendo uma conta de água.	74
Figura 19 – Resposta de um grupo para a questão 2 da Atividade B.1.	74
Figura 20 – Respostas de três grupos para a questão 3 da Atividade B.1.	75
Figura 21 – Apresentando a modelagem aos estudantes.	76
Figura 22 – Executando a atividade com as ampulhetas de água.	77
Figura 23 – Resposta de um grupo para a questão 2 da Atividade B.4.	78
Figura 24 – Resposta de um grupo para a questão 2 da Atividade B.4.	79
Figura 25 – Resposta de um grupo para a questão 2 da Atividade B.2.	81

## LISTA DE TABELAS

- Tabela 1 – Proporção de docentes sem formação superior compatível com quaisquer das disciplinas que lecionam Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio - Brasil e regiões (2018) 40
- Tabela 2 – Valores das vazões para as diferentes ampulhetas de água 65
- Tabela 3 – Consumo e valores gastos por dia, mês e ano para diferentes situações. 69

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Momentos na realização de uma investigação.

52

## LISTA DE SIGLAS

**BNCC** Base Nacional Comum Curricular

**BNC-F** Base Nacional Comum para Formação de Professores

**Conae** Conferência Nacional de Educação

**CNE** Conselho Nacional de Educação

**DCN** Diretrizes Curriculares Nacionais

**Enem** Exame Nacional do Ensino Médio

**IBGE** Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

**Inep** Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

**LDB** Lei de Diretrizes e Bases da educação nacional

**MEC** Ministério da Educação

**PCN** Parâmetros Curriculares Nacionais

**PNE** Plano Nacional de Educação

**PRP** Programa de Residência Pedagógica

**Sabesp** Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo

**UFSCar** Universidade Federal de São Carlos

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>UM BREVE HISTÓRICO DA EVOLUÇÃO CURRICULAR NO BRASIL</b>	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>NOVO ENSINO MÉDIO NA TEORIA</b>	<b>14</b>
3.1	PRINCIPAIS MUDANÇAS DA <b>BNCC</b> NO NOVO ENSINO MÉDIO	14
3.2	NOVO ENSINO MÉDIO NA ÁREA DE MATEMÁTICA	17
<b>4</b>	<b>POTENCIAIS CONSEQUÊNCIAS E DESAFIOS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA</b>	<b>27</b>
<b>5</b>	<b>NOVO ENSINO MÉDIO NA PRÁTICA</b>	<b>33</b>
5.1	POSSÍVEIS REFORMULAÇÕES E ALTERAÇÕES DA PROPOSTA	33
<b>6</b>	<b>BASE NACIONAL COMUM PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES: FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA DE PROFESSORES</b>	<b>39</b>
<b>7</b>	<b>METODOLOGIAS ATIVAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA</b>	<b>48</b>
7.1	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	48
7.2	INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA	51
7.3	MODELAGEM MATEMÁTICA	54
7.4	RECOMENDAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DAS METODOLOGIAS ATIVAS	58
<b>8</b>	<b>EXPERIÊNCIA PRÁTICA DE ENSINO</b>	<b>62</b>
8.1	1ª AULA (DUPLA): ENGAJAMENTO E INVESTIGAÇÃO DA CONTA DE ÁGUA	70
8.2	2ª AULA (ÚNICA): APRESENTAÇÃO DA METODOLOGIA E PROPOSTA	71
8.3	3ª AULA (DUPLA): ACOMPANHAR OS MODELOS TRABALHADOS	71
8.4	APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES	72
<b>9</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>82</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>86</b>
<b>APÊNDICE A</b>	<b>APRESENTAÇÃO 1ª AULA</b>	<b>87</b>
<b>APÊNDICE B</b>	<b>FOLHAS DE ATIVIDADES</b>	<b>89</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A etapa do Ensino Médio representa a conclusão do ensino básico e tem como principais objetivos: preparar o corpo discente para a vida adulta e mercado de trabalho. No entanto, mesmo com sua fundamental importância para formação do indivíduo, apenas seis em cada dez estudantes concluem o ensino básico no país. Ademais, de acordo com dados fornecidos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) no censo escolar<sup>1</sup> de 2022, a etapa do ensino médio carrega grandes índices de evasão e reprovação quando comparada com as etapas anteriores. Na tentativa de sempre melhorar a realidade da educação no Brasil, o Plano Nacional de Educação (PNE) prevê mudanças curriculares esporadicamente, simbolizando um período de turbulência e adaptação para professores, alunos, instituições de ensino básico e ensino superior. Após a aprovação da BNCC em 2018 e sua implementação em 2020 muitas mudanças foram previstas e, conseqüentemente, a área de Matemática também sofreu revisão.

A nova base é um documento normativo que estabelece objetivos de aprendizagem comuns para a educação básica, definindo habilidades e competências essenciais para o estudante durante sua jornada escolar. O documento é fundamentado no protagonismo juvenil e apresenta propostas inovadoras como as habilidades socioemocionais, introduzidas desde a educação infantil, e o projeto de vida, uma disciplina que começa no 6º ano do Ensino Fundamental II até o 3º ano do Ensino Médio em que o estudante, com acompanhamento pedagógico, pode refletir sobre sua identidade e objetivos de vida. A BNCC reconhece a velocidade das mudanças no mundo hoje e, conseqüentemente, a necessidade da formação de um cidadão mais autônomo, crítico e com conhecimento sócio emocional de si e dos outros a sua volta, para que o mesmo possa tomar decisões justas e responsáveis, como também, ser capaz de se adaptar, resolver problemas e se apropriar do conhecimento. Dessa forma, a base tem a meta de colocar o aluno no centro do processo de ensino-aprendizagem, no entanto, esse é um desafio que não depende exclusivamente do estudante.

Durante o período atual de reestruturação curricular muita pressão recai sob as instituições de ensino básico e, principalmente, seus docentes, uma vez que as ações dos mesmos definem grande parte do dia a dia escolar e a experiência do corpo discente. A proposta de formar um indivíduo mais autônomo provoca uma alteração dos papéis de aluno e docente durante a aula, enquanto os estudantes devem ser protagonistas, o professor passa a ser mediador do processo. Para auxiliar escolas, professores e cursos de formação, destacamos a existência da BNC-F, que procura trazer alternativas para este momento de adaptação.

De forma geral, o Novo Ensino Médio propõe mais flexibilidade e oferece um currículo comum, composto pelas disciplinas tradicionais com a obrigatoriedade de Português e Matemática, e outro currículo flexível, composto de ensino técnico profissionalizante e itinerários formativos,

<sup>1</sup> <[https://download.inep.gov.br/censo\\_escolar/resultados/2022/apresentacao\\_coletiva.pdf](https://download.inep.gov.br/censo_escolar/resultados/2022/apresentacao_coletiva.pdf)>. Acesso: 07 jun. 2023.

organizados a partir de quatro eixos estruturantes, que reconfiguram as disciplinas em áreas do conhecimento. Para a base, cada aluno possui um perfil e por conseguinte as escolas devem se tornar uma unidade de acordo com as exigências e especificidades de seu corpo discente, seguindo a condição de ofertar no mínimo dois dos onze possíveis itinerários.

A proposta é inovadora e exige uma forte reformulação do ensino “tradicional” composto por aulas expositivas, fato que afeta todas as disciplinas, mas com especial a Matemática, visto que a matéria era ensinada quase que exclusivamente de forma expositiva, acompanhada de exercícios de memorização e repetição, hoje, em contrapartida, espera-se que o aluno desenvolva uma visão crítica do conteúdo para modelar e resolver problemas do seu cotidiano ou comunidade na qual está inserido. Dessa maneira, não é mais suficiente que o estudante apenas aplique fórmulas e resultados, ele precisa compreendê-los. Assim, a realidade docente se torna (re)aprender durante a prática. Quais as notáveis mudanças para um docente de Matemática? Como as escolas estão se adaptando?

Na tentativa de responder essas indagações, surge este trabalho que, a partir de uma pesquisa bibliográfica, procura relacionar a teoria e a prática por trás do novo ensino médio na área de Matemática e, tendo como base material teórico, apresentar um breve histórico curricular do país, analisar as mudanças do novo currículo, entender os desafios e ações de docentes ligados a esse período de mudança curricular, destacar as possíveis alterações para a proposta e outros documentos que concernem a prática como a [BNC-F](#), apresentar as metodologias ativas na Matemática e, por fim, elaborar, aplicar e discutir uma experiência de ensino prática na educação básica com uma das metodologias destacadas.

## 2 UM BREVE HISTÓRICO DA EVOLUÇÃO CURRICULAR NO BRASIL

No contexto atual, ao nos depararmos com um documento como a [BNCC \(BRASIL, 2018\)](#), por vezes, não temos total noção dos marcos legais, leis, medidas ou documentos que antecedem a construção de um currículo comum, fato que caracteriza a educação como um processo político, histórico, lento e dependente de esforços contínuos com reformulações constantes. Neste capítulo, vamos apresentar um breve histórico curricular do país elencando, de acordo com referencial teórico e dados fornecidos pelo MEC, marcos relevantes para o surgimento da [BNCC](#). A rigor, podemos associar a história do currículo no país desde a criação de um sistema público de educação, mas neste trabalho, traçamos os acontecimentos relevantes a partir da Constituição Federal de 1988, uma vez que, foi o primeiro documento que prevê a elaboração de uma base comum para as instituições de ensino no Brasil.

Após o período de Ditadura Militar e sucateamento do ensino público, a Constituição de 1988 evidencia artigos fundamentais para reestruturação da educação, com destaque para os artigos 205 e 210:

Art. 205. A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho.

Art. 210. Serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais. ([BRASIL, 1988](#))

Enquanto o artigo 205 prevê a educação como um dever do Estado e direito de todos. O artigo 210 traça o objetivo de uma formação básica comum. Na tentativa de garantir essas premissas, depois de oito anos, em 20 de dezembro de 1996, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN - 9.394) regulamenta uma base de ensino comum para ensino Fundamental e Médio e, exigindo também, a elaboração de Diretrizes Curriculares Nacionais ([DCN](#)), guiados pelo Conselho Nacional de Educação ([CNE](#)), para orientar o novo currículo, como pode ser visto no

Art. 26 - Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela. ([BRASIL, 1996](#))

De acordo com [Galvão e Gonçalves \(2022\)](#), o intervalo de tempo entre a constituição e aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da educação nacional ([LDB](#)) categoriza a disputa no congresso nacional devido a alteração da lei diversas vezes, evidenciando o caráter inevitavelmente político e burocrático da construção curricular. Após a aprovação da lei, nos quatro anos seguintes, o Ministério da Educação concebeu o currículo a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais ([PCN](#)). Em 1997, dez (10) volumes são consolidados aos anos iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano). Logo após, em 1998, mais dez (10) volumes, na época para os

anos finais do Fundamental (6º ao 9º ano) e, por fim, em 2000 o [PCN](#) para o Ensino Médio é lançado dividido em quatro partes. Além de difundir o novo currículo os [PCN](#) carregavam o objetivo de se tornar um referencial na formação escolar, que também, deveria cumprir com as especificidades locais e regionais da escola, sendo obrigatórios para escolas públicas e aberto para o uso das escolas privadas. Nesse contexto os documentos foram criados com a intenção de auxiliar docentes na construção do currículo e atividades do mesmo, como afirma [Galvão e Gonçalves \(2022\)](#) com relação aos [PCN](#):

São organizados por disciplinas e tem como objetivo orientar o trabalho dos educadores, nos aspectos concernentes aos objetivos educacionais, conteúdos de ensino, o processo pedagógico, o planejamento e a avaliação da aprendizagem dos alunos, na perspectiva de uma formação cidadã. ([GALVÃO; GONÇALVES, 2022](#), p. 14)

Nessa perspectiva, um novo marco para educação no Brasil se iniciava durante o fim dos anos 1990 e início dos anos 2000. O processo de discussão, aprovação e, posteriormente, vivência de um currículo comum, aproximava um pequeno passo para a equidade do processo educativo, tendo em vista que, não haveria diferenciação no ensino do conteúdo básico para todas as escolas. Após pouco mais de oito (8) anos da publicação dos últimos [PCN](#), ocorre o Programa Currículo em Movimento, mediante a elaboração de um currículo para educação Infantil, ensino Fundamental e Médio, que visava melhorar a qualidade da educação, dando início a uma nova reformulação. Já em 2010, entre 28 de março e 01 de abril, ocorreu a Conferência Nacional de Educação ([Conae](#)), onde especialistas tiveram oportunidade de debater sobre os próximos passos para a educação básica no país. Nesse encontro, a [BNCC](#), que conhecemos hoje, foi idealizada pela primeira vez como segmento de um [PNE](#). Assim, semelhante ao período de aprovação da [LDB](#), entre 2010 e 2012 foram discutidas e aprovadas no Congresso Nacional, as resoluções de números 2, 4, 5 e 7, que definiram as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais e para cada uma das três etapas do ensino básico.

Apenas em 25 de julho de 2014, após aprovação da lei de n. 13.005 o [PNE \(BRASIL, 2014\)](#) é regulamentado até o ano de 2024, com o total de vinte (20) metas distintas, que visam a melhora da qualidade da educação básica. Dentre as metas podemos destacar as quatro primeiras metas, que contemplam a universalização da educação para todos em todas as etapas da educação.

Meta 1: Universalizar, até 2016, a educação infantil na pré-escola para as crianças de 4 (quatro) a 5 (cinco) anos de idade e ampliar a oferta de educação infantil em creches de forma a atender, no mínimo, 50% (cinquenta por cento) das crianças de até 3 (três) anos até o final da vigência deste [PNE](#)

Meta 2: Universalizar o ensino fundamental de 9 (nove) anos para toda a população de 6 (seis) a 14 (quatorze) anos e garantir que pelo menos 95% (noventa e cinco por cento) dos alunos concluam essa etapa na idade recomendada, até o último ano de vigência deste [PNE](#).

Meta 3: Universalizar, até 2016, o atendimento escolar para toda a população de 15 (quinze) a 17 (dezesete) anos e elevar, até o final do período de vigência deste [PNE](#), a taxa líquida de matrículas no ensino médio para 85% (oitenta e cinco por cento)

Meta 4: Universalizar, para a população de 4 (quatro) a 17 (dezessete) anos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação, o acesso à educação básica e ao atendimento educacional especializado, preferencialmente na rede regular de ensino, com a garantia de sistema educacional inclusivo, de salas de recursos multifuncionais, classes, escolas ou serviços especializados, públicos ou conveniados. (BRASIL, 2014).

Durante os três anos seguintes, o documento começa a ser elaborado a partir de encontros com especialistas, gestores e professores, com destaque para o Seminário Interinstitucional, entre 17 a 19 de junho de 2015. Ao decorrer dos anos, duas versões da BNCC foram apresentadas e disponibilizadas, a primeira em 16 de setembro de 2015 e a segunda, em 3 de maio de 2016. De 23 de junho a 10 de agosto de 2016, o Consed e Undime promovem vinte e sete (27) Seminários Estaduais para debater a segunda versão e elaborar a terceira, e última. Ainda em 2016, a reforma do ensino médio foi anunciada publicamente a partir de uma medida provisória do presidente Michel Temer no mês de setembro.

Em abril de 2017, após sua finalização, o documento foi entregue ao CNE pelo MEC, para que o mesmo elaborasse um parecer e projeto de resolução para a BNCC. A homologação da base com relação ao ensino Infantil e Fundamental, ocorreu em 20 de dezembro e, já no dia 22, a resolução número 2 apresentada pelo CNE orienta a implantação da mesma. O ano de 2018 dá início a implantação do novo currículo para as duas etapas iniciais e, paralelamente, em abril daquele ano, a versão final do Ensino Médio foi entregue ao CNE, que em 5 de abril, deu início a um Programa de Apoio à Implementação da Base Nacional Comum Curricular (ProBNCC). Foram criados comitês de debate a partir de um formulário on-line entre professores, gestores e técnicos da educação sugerindo alterações no documento a partir de 2 de agosto. No dia 14 de dezembro o documento para a etapa do Ensino Médio é homologado e o país conclui uma base com as aprendizagens previstas para todos os níveis da educação básica.

É evidente que o processo de elaboração e construção de um currículo comum não é uma tarefa simples e, muito menos, algo rápido. É uma ação que mobiliza a participação de diversos órgãos do governo e profissionais da educação. No entanto, com histórico fornecido pelo MEC, é possível observar que as versões da BNCC eram elaboradas, discutidas e até aprovadas a partir das relações entre MEC e CNE, para só depois serem abertas ao parecer da sociedade e professores. Isso simboliza como “uma das críticas mais efetivas à BNCC é a verticalização da sua elaboração e aprovação” (GALVÃO; GONÇALVES, 2022, p. 18).

Os docentes não foram significativamente incluídos na construção do documento, e hoje, passam por um período de adaptação diária, para (re)aprender a prática. A BNCC não é a primeira reforma curricular, contudo, traz mudanças significativas para professores, alunos e escolas, com especial, para etapa do novo ensino médio. Nesse contexto, podemos levantar as principais questões: o que a base propõe de novo? e quais as principais mudanças para o docente de matemática?

### 3 NOVO ENSINO MÉDIO NA TEORIA

A nova base define objetivos de aprendizagem comuns a partir de habilidades e competências para todas as etapas do ensino básico. Dessa forma, ela pretende ser o centro de toda proposta pedagógica e curricular das instituições de ensino no Brasil. Logo, não se caracteriza como um currículo finalizado, apenas impõe os objetivos a serem alcançados, transferindo a responsabilidade de elaboração e formação do currículo para a escola e seu corpo docente. No entanto, o documento reconhece que cada estudante carrega suas individualidades e, conseqüentemente, a escola deve se tornar uma unidade, desenvolvendo diferentes propostas pedagógicas que melhor atendam às necessidades do corpo discente. Neste capítulo, reuniremos as principais informações e considerações presentes na [BNCC](#) a respeito da etapa do ensino médio e da área específica de matemática.

#### 3.1 PRINCIPAIS MUDANÇAS DA [BNCC](#) NO NOVO ENSINO MÉDIO

Na tentativa de reduzir a evasão da última etapa escolar e propor uma experiência de ensino que atenda a juventude, a base reconhece que:

As rápidas transformações na dinâmica social contemporânea nacional e internacional, em grande parte decorrentes do desenvolvimento tecnológico, atingem diretamente as populações jovens e, portanto, suas demandas de formação. Nesse cenário cada vez mais complexo, dinâmico e fluido, as incertezas relativas às mudanças no mundo do trabalho e nas relações sociais como um todo representam um grande desafio para a formulação de políticas e propostas de organização curriculares para a Educação Básica, em geral, e para o Ensino Médio, em particular. ([BRASIL, 2018](#), p. 462)

Nesse contexto, para que o indivíduo seja integrado à sociedade e exerça sua cidadania plena, as instituições de ensino e, por conseguinte, seus docentes enfrentam o desafio de formar jovens mais autônomos, criativos, responsáveis e críticos. Essa formação visa capacitá-los a tomar atitudes responsáveis e a resolver os problemas da realidade em que estão inseridos. Dessa forma, o documento fundamenta-se no protagonismo juvenil, que reconhece o jovem como uma figura capaz de agir e assumir responsabilidade por suas escolhas. Assim, o ensino deve considerar a pluralidade do corpo discente, visando construir uma escola que:

acolha as diversidades, promovendo, de modo intencional e permanente, o respeito à pessoa humana e aos seus direitos. E mais, que garanta aos estudantes ser protagonistas de seu próprio processo de escolarização, reconhecendo-os como interlocutores legítimos sobre currículo, ensino e aprendizagem. ([BRASIL, 2018](#), p. 463)

Para alcançar essa demanda, as instituições precisam oferecer uma formação que atenda aos objetivos de vida do estudante, seja com os estudos e/ou a vida profissional. Uma das grandes medidas para auxiliar os estudantes a traçar objetivos de vida se configura no projeto de vida, que começa desde o primeiro ano do Ensino Fundamental II até o último ano do Ensino Médio, sempre com o acompanhamento pedagógico de um dos professores do corpo docente.

Durante a disciplina, os estudantes devem refletir sobre as suas potencialidades e se enxergarem como sujeitos, para traçar um projeto que almejam com base nas suas identidades e histórias.

O documento define as finalidades do Ensino Médio a partir do art. 35 da [LDB](#) de 1996:

I – a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;

II – a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;

III – o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;

IV – a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina. ([BRASIL, 2018](#), p. 465)

É uma proposta que visa ao desenvolvimento cognitivo e socioemocional do indivíduo, preparando-o para o trabalho e para as mudanças tecnológicas. Diante dessas demandas, a [BNCC](#) propõe a ampliação da carga horária de 2.200 para 3.000 horas, das quais 1.800 são destinadas a um currículo comum composto pelas habilidades das diferentes áreas do conhecimento, sendo Português e Matemática disciplinas obrigatórias. As 1.200 horas restantes estão relacionadas a um modelo mais diversificado e flexível, destinado ao aprofundamento nas áreas escolhidas pelos estudantes. Isso ocorre uma vez que o modelo único anterior “apresentava excesso de componentes curriculares e abordagens pedagógicas distantes das culturas juvenis, do mundo do trabalho e das dinâmicas e questões sociais contemporâneas”. ([BRASIL, 2018](#), p. 467-468).

A base estabelece objetivos de aprendizagem alcançáveis na forma de competências e habilidades, de maneira que as habilidades são intrínsecas às competências.

Na [BNCC](#), competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. ([BRASIL, 2018](#), p. 8).

Assim, são estabelecidas dez (10) Competências Gerais da educação básica, e a cada disciplina são atribuídas Competências Específicas, as quais, por sua vez, estão relacionadas a diversas habilidades segmentadas em diferentes Unidades de Conhecimento. Até o ensino fundamental, as habilidades e disciplinas são seriadas, mesmo que algumas se repitam em determinados anos. Entretanto, a partir do ensino médio, ocorre uma alteração, e o currículo flexível funde as disciplinas em quatro Áreas do Conhecimento, somando-se à oferta de ensino técnico e profissionalizante.

As cinco áreas propostas com as disciplinas relacionadas são: Matemática e suas tecnologias (apenas Matemática), Linguagens e suas tecnologias (Português, Inglês, Artes e Educação Física), Ciências Humanas e Sociais aplicadas (Filosofia, Sociologia, História e Geografia), Ciências da Natureza e suas tecnologias (Física, Química e Biologia) e Formação Técnica

e Profissional. Como as habilidades deixam de ser seriadas, as escolas devem oferecer os *Itinerários Formativos* relacionados a uma das áreas, totalizando cinco, ou *Itinerários Integrados* relacionando duas áreas, exceto a *Formação Técnica*, na combinação quatro dois a dois, totalizando seis. Assim, o currículo prevê até onze itinerários distintos com a condição de oferta mínima de dois itinerários por semestre nas instituições de ensino. Isso se deve ao fato de que a escola não deve oferecer todos os itinerários, mas sim aqueles que melhor se adequam à realidade dos discentes, docentes e à estrutura da instituição. O itinerário de Matemática destaca que:

Matemática e suas tecnologias: aprofundamento de conhecimentos estruturantes para aplicação de diferentes conceitos matemáticos em contextos sociais e de trabalho, estruturando arranjos curriculares que permitam estudos em resolução de problemas e análises complexas, funcionais e não-lineares, análise de dados estatísticos e probabilidade, geometria e topologia, robótica, automação, inteligência artificial, programação, jogos digitais, sistemas dinâmicos, dentre outros, considerando o contexto local e as possibilidades de oferta pelos sistemas de ensino (BRASIL, 2018, p. 466).

Ademais, a base também reitera que a escolha e elaboração dos itinerários formativos devem convergir com os anseios do corpo discente, para que os mesmos possam “construir e desenvolver seus projetos de vida e se integrar de forma consciente e autônoma na vida cidadã e no mundo do trabalho”. (BRASIL, 2018, p. 478).

Durante toda a etapa do currículo flexível no ensino médio não é necessário que o estudante trilhe um caminho fixo ou progressivo com relação às suas escolhas de itinerários formativos. O foco é dar mais protagonismo e poder de escolha ao estudante, para que o mesmo possa decidir quais áreas deseja aprofundar ou conhecer. Para organizar os itinerários a BNCC sugere a orientação a partir das competências e habilidades relacionadas a(s) área(s) do itinerário, como também, a mobilização de metodologias e procedimentos que favoreçam o protagonismo juvenil, a partir de um ou mais dos seguintes eixos estruturantes:

I – investigação científica: supõe o aprofundamento de conceitos fundantes das ciências para a interpretação de ideias, fenômenos e processos para serem utilizados em procedimentos de investigação voltados ao enfrentamento de situações cotidianas e demandas locais e coletivas, e a proposição de intervenções que considerem o desenvolvimento local e a melhoria da qualidade de vida da comunidade;

II – processos criativos: supõem o uso e o aprofundamento do conhecimento científico na construção e criação de experimentos, modelos, protótipos para a criação de processos ou produtos que atendam a demandas para a resolução de problemas identificados na sociedade;

III – mediação e intervenção sociocultural: supõem a mobilização de conhecimentos de uma ou mais áreas para mediar conflitos, promover entendimento e implementar soluções para questões e problemas identificados na comunidade;

IV – empreendedorismo: supõe a mobilização de conhecimentos de diferentes áreas para a formação de organizações com variadas missões voltadas ao desenvolvimento de produtos ou prestação de serviços inovadores com o uso das tecnologias (Resolução CNE/CEB nº 3/2018, Art. 12, §2º). (BRASIL, 2018, p. 479-480)

Portanto, torna-se evidente a intenção transdisciplinar do currículo, juntamente com a configuração dos conteúdos aplicados em situações específicas. A BNCC promove a ideia de

que o estudante deve se envolver de forma ativa durante a experiência de ensino, transformando o papel do professor em um mediador responsável por construir uma sequência didática que estimule uma postura fundamentada no conhecimento científico, mais investigativa, comunicativa, crítica e criativa. O ensino adquire uma natureza extremamente dinâmica e adaptada às circunstâncias do meio. Diante dessas condições, de que forma o novo currículo aborda e propõe a disciplina de Matemática nessa etapa?

### 3.2 NOVO ENSINO MÉDIO NA ÁREA DE MATEMÁTICA

A [BNCC](#) afirma que deve haver uma progressão das aprendizagens entre as etapas do Ensino Fundamental e Médio. Mais especificamente,

a área de Matemática, no Ensino Fundamental, centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à resolução e formulação de problemas em contextos diversos. ([BRASIL, 2018](#), p. 471).

Durante o Ensino Médio, os estudantes devem fortalecer esses conceitos e procedimentos, de forma a expandir os recursos e ferramentas para resolução de problemas mais complexos e abstratos, além de desenvolverem uma visão mais integrada da matemática com a realidade e outras áreas do conhecimento.

As habilidades da disciplina de Matemática são divididas, durante o ensino Fundamental, em cinco Unidades de conhecimento distintas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. Para depois, serem organizadas em três Unidades no Ensino Médio apresentadas como: Números e Álgebra, Geometria e Medidas e Probabilidade e Estatística. Como a etapa final se configura conforme um aprofundamento da etapa anterior, cada uma das unidades tem objetivos específicos de aprendizagem.

Durante o Ensino Fundamental II, em relação às Unidades Números e Álgebra, os estudantes têm a oportunidade trabalhar o pensamento numérico, de forma a progredir a compreensão das propriedades das operações, a partir da “resolução de problemas envolvendo números naturais, inteiros, racionais e reais, em diferentes contextos (do cotidiano, da própria Matemática e de outras áreas do conhecimento)” ([BRASIL, 2018](#), p. 527). O desenvolvimento do pensamento algébrico é explorado pela necessidade de “identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la, utilizando diferentes escritas algébricas, além de resolver situações-problema por meio de equações e inequações” ([BRASIL, 2018](#), p. 527). Ainda nessa unidade o pensamento geométrico também é desenvolvido com foco para “interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras” ([BRASIL, 2018](#), p. 527). Para alcançar esse objetivo devem ser propostos problemas diversificados para trabalhar os conceitos de congruência e semelhança.

Já na Unidade de Geometria e Medidas a noção de medida pode ser construída pelos alunos, a partir do estudo de diferentes grandezas, de forma a obter diferentes expressões para calcular a área de superfícies planas e o volume de sólidos geométricos. Além disso, o pensamento proporcional é trabalhado segundo a

exploração de situações que oportunizem a representação, em um sistema de coordenadas cartesianas, da variação de grandezas, além da análise e caracterização do comportamento dessa variação (diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não proporcional). (BRASIL, 2018, p. 528).

Quanto à Unidade de Probabilidade e Estatística, os estudantes têm a oportunidade de construir espaços amostrais de eventos equiprováveis, com o objetivo de estimar as probabilidades de sucesso, tomando como base a construção de uma árvore de possibilidades, o princípio multiplicativo ou simulações. Ademais, os alunos são estimulados a

interpretar estatísticas divulgadas pela mídia, mas, sobretudo, de planejar e executar pesquisa amostral, interpretando as medidas de tendência central, e de comunicar os resultados obtidos por meio de relatórios, incluindo representações gráficas adequadas. (BRASIL, 2018, p. 528).

A BNCC também enfatiza o uso de tecnologias como planilhas eletrônicas e calculadoras desde os anos iniciais.

Tal valorização possibilita que, ao chegarem aos anos finais, eles possam ser estimulados a desenvolver o pensamento computacional, por meio da interpretação e da elaboração de algoritmos, incluindo aqueles que podem ser representados por fluxogramas. (BRASIL, 2018, p. 528).

Na direção de ampliar essas aprendizagens, para que os estudantes possam desenvolver mais autonomia e recursos matemáticos durante o Ensino Médio, a base recomenda metodologias como modelagem matemática, resolução de problemas e processos de investigação. Nesse contexto, os estudantes devem mobilizar o desenvolvimento de competências que impulsionam o próprio modo de raciocinar, representar, comunicar e argumentar a matemática em discussões e resoluções, de forma a explorar diferentes conceitos e representações. A base destaca que existem habilidades e competências relacionadas diretamente a cada um dos verbos listados acima, mas o desenvolvimento de um deles pode se relacionar com outros, seja como apoio ou consequência para atingi-lo.

O raciocinar é trabalhado a partir da interação dos estudantes que devem investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas dando ênfase nos processos de argumentação matemática. A ação de raciocinar perante um problema se conecta com o argumentar para justificar o raciocínio utilizado, e da mesma forma com o comunicar e representar para expressar generalizações e o caminho da resolução.

Já o representar declara que o ato da representação não é exclusivo da matemática, porém, a ação de construir figuras matemáticas se vê muitas vezes necessária para a compreensão, resolução e a comunicação de resultados de uma atividade, o que ressalta a importância

das representações para compreensão de fatos, ideias e conceitos. Assim, os alunos devem mobilizar todos os registros de representações conhecidas de modo a refletir quais serão as mais apropriadas na busca de soluções e respostas, promovendo o desenvolvimento do raciocínio. Além disso, ao utilizar representações adequadas o estudante pode se comunicar melhor matematicamente e, conseqüentemente, auxiliar na sua argumentação.

Em contrapartida, o comunicar destaca que os estudantes precisam justificar a apresentação de seus resultados, não só em uma linguagem matemática adequada, mas também na tradução para sua língua materna durante apresentações ou relatórios escritos. A comunicação apropriada está relacionada com todos os verbos já listados, uma vez que, ela relaciona o raciocínio, representação e argumentação de um problema.

Por fim, o argumentar está associado à formulação e testagem de conjecturas, com foco para as justificativas matemáticas durante cada passagem. Desse modo, o argumentar está presente durante os processos de raciocinar, representar e comunicar.

Assim, como afirma o documento:

as aprendizagens previstas para o Ensino Médio são fundamentais para que o letramento matemático dos estudantes se torne ainda mais denso e eficiente, tendo em vista que eles irão aprofundar e ampliar as habilidades propostas para o Ensino Fundamental e terão mais ferramentas para compreender a realidade e propor as ações de intervenção especificadas para essa etapa (BRASIL, 2018, p. 530).

Para a área de Matemática, estão previstas cinco Competências Específicas que pressupõem um conjunto de habilidades. Além disso, vale destacar que o código das habilidades de cada competência segue um padrão para sua identificação visual. O primeiro algarismo após a palavra “MAT” indica a competência à qual a habilidade está relacionada. Por exemplo, a habilidade de código EM13MAT204 está associada à segunda competência. A seguir, apresentaremos as competências e suas respectivas habilidades, além de abordar como a base recomenda o desenvolvimento das mesmas.

A primeira Competência destaca:

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.(BRASIL, 2018, p. 531).

E está relacionada com seis habilidades conforme mostra a Figura 1.

Figura 1 – Habilidades conforme a competência 1.

HABILIDADES
<b>(EM13MAT101)</b> Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
<b>(EM13MAT102)</b> Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.
<b>(EM13MAT103)</b> Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.
<b>(EM13MAT104)</b> Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
<b>(EM13MAT105)</b> Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).
<b>(EM13MAT106)</b> Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

Fonte: (BRASIL, 2018, p. 533).

As habilidades relacionadas à primeira competência procuram contribuir na interpretação e compreensão da realidade dos estudantes fundamentada em conceitos matemáticos. O desenvolvimento dessa competência é extremamente amplo e

contribui não apenas para a formação de cidadãos críticos e reflexivos, mas também para a formação científica geral dos estudantes, uma vez que prevê a interpretação de situações das Ciências da Natureza ou Humanas. (BRASIL, 2018, p. 532).

Os estudantes devem, a partir de exemplos reais, construir uma visão mais crítica com relação às afirmações de diferentes meios de comunicação da sociedade, de forma a serem capazes de interpretar e encontrar erros no uso de representações, generalizações e dados.

A segunda Competência enfatiza que:

2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática (BRASIL, 2018, p. 531).

Ligada às três habilidades conforme mostra a Figura 2.

Figura 2 – Habilidades conforme a competência 2.

HABILIDADES
(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

Fonte: (BRASIL, 2018, p. 534).

As habilidades relacionadas à segunda competência incentivam uma postura de investigação e intervenção por parte dos estudantes, ampliando o escopo da primeira competência. Nesse sentido, os estudantes passam a planejar e executar propostas de intervenção de forma cooperativa, ética e sustentável diante de um problema, proporcionando-lhes uma experiência mais significativa no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Adicionalmente, o desenvolvimento desta competência também suscita reflexões sobre

os distintos papéis que a educação matemática pode desempenhar em diferentes contextos sociopolíticos e culturais, como em relação aos povos e comunidades tradicionais do Brasil, articulando esses saberes construídos nas práticas sociais e educativas (BRASIL, 2018, p.534).

A terceira Competência enfatiza:

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018, p. 531).

Para esta competência temos dezesseis habilidades conforme mostra a Figura 3.

Figura 3 – Habilidades conforme a competência 3.

HABILIDADES
(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.
(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.
(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
(EM13MAT313) Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.
(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).
(EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.
(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

A lista de habilidades vinculadas à terceira competência procura desenvolver no corpo docente a capacidade de construir modelos, interpretar e resolver, bem como formular problemas matemáticos a partir de noções, conceitos e procedimentos quantitativos, probabilísticos, estatísticos, geométricos, entre outros. O destaque para “resolver e formular problemas” em vez de apenas “resolver problemas” surge uma vez que

a elaboração pressupõe que os estudantes investiguem outros problemas que envolvem os conceitos tratados; sua finalidade é também promover a reflexão e o questionamento sobre o que ocorreria se algum dado fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescentada ou retirada. (BRASIL, 2018, p. 536).

O objetivo é que os estudantes possam utilizar os conhecimentos adquiridos e aprofundados no Ensino Médio para resolver problemas em suas vidas. Assim, é necessário que as situações-problema sejam contextualizadas com o cotidiano dos estudantes, da comunidade e do mundo do trabalho. Além disso, os estudantes podem ser expostos a diversos tipos de problemas que exigem diferentes processos cognitivos para serem resolvidos. “Há problemas nos quais os estudantes deverão aplicar de imediato um conceito ou um procedimento, tendo em vista que a tarefa solicitada está explícita” (BRASIL, 2018, p. 535). Enquanto existem outros problemas nos quais a aplicação dos conceitos, mesmo que imediata, ainda depende de um grau maior de interpretação por parte do estudante. Além desses casos, ainda podemos ter problemas nos quais a tarefa não está explícita no enunciado; assim, os estudantes precisam mobilizar seus conhecimentos e habilidades a fim de identificar conceitos matemáticos que levem a uma resolução. Em alguns problemas como esse, os estudantes têm que “identificar ou construir um modelo para que possam gerar respostas adequadas” (BRASIL, 2018, p. 535).

Além disso, o desenvolvimento dessa competência destaca o apoio de tecnologias digitais nas habilidades EM13MAT301, EM13MAT307 e EM13MAT309, pois

possibilita aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações. (BRASIL, 2018, p. 536).

A quarta Competência enfatiza as ações de:

4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (BRASIL, 2018, p. 531).

Associada a sete habilidades conforme a Figura 4.

Figura 4 – Habilidades conforme a competência 4.

HABILIDADES
(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a <i>softwares</i> ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a <i>softwares</i> ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.
(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.
(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de <i>softwares</i> que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.
(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa ( <i>box-plot</i> ), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

Fonte: (BRASIL, 2018, p. 539).

O desenvolvimento da quarta competência traz consigo habilidades que estimulam a utilização de diferentes representações do mesmo objeto matemático, o que auxilia diretamente na capacidade de resolução de problemas, comunicar e argumentar matematicamente, uma vez que, “ao conseguirem utilizar as representações matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas” (BRASIL, 2018, p. 538) o que permite diferentes formas de interpretar e raciocinar um mesmo problema.

Para que esse objetivo seja alcançado é recomendado que os estudantes sejam expostos a diferentes representações constantemente, visto que, mesmo com uma grande variedade de representações, ainda existem situações onde uma representação será mais adequada “pois uma representação pode facilitar a compreensão de um aspecto que outra não favorece.” (BRASIL, 2018, p. 538).

Por fim, a quinta Competência destaca:

5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões,

experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Relativa a onze habilidades conforme Figura 5.

Figura 5 – Habilidades conforme a competência 5.

HABILIDADES
(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de $n^{\circ}$ grau.
(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de $2^{\circ}$ grau do tipo $y = ax^2$ .
(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.
(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.
(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.
(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
(EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.
(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.
(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Fonte: (BRASIL, 2018, p. 541).

As habilidades pressupostas para o desenvolvimento da quinta competência estão ligadas

às capacidades de investigação e de formulação de explicações e argumentos, que podem emergir de experiências empíricas – induções decorrentes de investigações e

experimentações com materiais concretos, apoios visuais e a utilização de tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, 540).

A partir dessas experiências os estudantes devem formular conjecturas e, durante o processo, buscar refutá-las ou validá-las a partir de contraexemplos ou argumentos, possibilitando até a demonstração mais formal de algumas proposições.

O desenvolvimento destas habilidades é fundamental para a compreensão da Matemática como uma ciência dedutiva que está sujeita a erros e acertos. É interessante que os estudantes possam tentar deduzir afirmações matemáticas ao invés de apenas aceitá-las como verdadeiras após a verificação de alguns exemplos de forma induzida, e assim, serem capazes de generalizar conceitos e resultados.

O ensino das cinco competências apresentadas não segue uma ordem preestabelecida, elas formam um todo conectado, de modo que o desenvolvimento de uma requer, em determinadas situações, a mobilização de outras. O maior indicativo da relação entre as competências é o fato das habilidades vinculadas a cada uma delas estarem associadas a uma unidade de conhecimento específica. Como já listado acima, no Ensino Médio são contempladas três unidades: Números e Álgebra (21 habilidades); Geometria e Medidas (12 habilidades); Probabilidade e Estatística (10 habilidades). A base redistribui as habilidades já apresentadas nas tabelas das competências em três novas tabelas das unidades de conhecimento para auxiliar na organização curricular das instituições de ensino, uma vez que, os professores podem organizar o currículo a partir de cada unidade pois, com base no código das habilidades, é possível saber qual competência está sendo desenvolvida.

A BNCC espera que os alunos desenvolvam um vasto conjunto de habilidades distintas ao longo dos três anos do ensino médio, com um enfoque especial para uma aprendizagem mais prática da disciplina na realidade. Mesmo que algumas Competências e, conseqüentemente, habilidades estejam associadas a formalização e reflexão de resultados e conceitos, a maioria delas procura desenvolver no corpo discente a capacidade de usar a matemática como ferramenta para interpretação e resolução de problemas reais relacionados ou não com outras áreas do conhecimento. Com o novo currículo já em implementação, podemos nos questionar quais as possíveis conseqüências para o ensino de matemática perante a nova proposta e, também, se potenciais reformulações são necessárias. No capítulo 4 esses questionamentos serão levantados e discutidos.

## 4 POTENCIAIS CONSEQUÊNCIAS E DESAFIOS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Como vimos no capítulo 3, a [BNCC](#) tem como proposta proporcionar um ensino da matemática mais significativo, crítico e integrado. Além de aprofundar os conhecimentos adquiridos nas etapas anteriores e mobilizar a capacidade de raciocinar, comunicar, representar e argumentar dos estudantes, a base procura garantir que o estudante seja capaz de dominar o conteúdo de forma a estabelecer relações e utilizar a matemática como um recurso para compreensão e transformação de sua própria realidade. Para que o corpo discente atinja essa autonomia, não é suficiente que o estudante se encontre passivo à experiência de ensino; ele precisa estar no centro do processo de ensino-aprendizagem. Assim, o novo currículo passa a ser focado no desenvolvimento do indivíduo.

Um dos pontos centrais para entender essa focalização no sujeito está presente no trabalho de [Castro et al. \(2020\)](#) e se configura em compreender que habilidades e competências

não podem ser encaradas como algo exterior ao indivíduo, centradas apenas na ação docente. Pelo contrário, estão relacionadas ao desenvolvimento cognitivo do sujeito expresso por meio da capacidade de estabelecer relações. ([CASTRO et al., 2020](#), p. 5)

Essa perspectiva se torna um desafio pois o autor enfatiza que não há nenhuma diretriz para ação docente no documento e, conseqüentemente, toda a responsabilidade de ressignificação curricular é transferida para as escolas e seus docentes.

Ademais, é notório o enfoque da necessidade de aplicabilidade da matemática na realidade em diversas habilidades da base. Esse fato torna o desenvolvimento das mesmas ainda mais mutável pois essa “realidade” referenciada não faz luz apenas ao cotidiano imediato do estudante, mas também as mudanças tecnológicas, mídias sociais, o mercado de trabalho, a diversidade do país, outros campos da matemática e diferentes áreas do conhecimento.

Essa responsabilidade de compreender e expor a aplicação da matemática em diferentes contextos categoriza o desafio de apresentar uma visão mais integrada da disciplina. O docente deve

mostrar que tudo o que está sendo estudado em determinado momento precisa ser lembrado depois, porque vai ser exigido para superar estratégias. Os alunos não terão que aprender somente para fazer uma avaliação específica e na seguinte ter esquecido ([CASTRO et al., 2020](#), p. 20).

Nessa perspectiva o professor precisa garantir que o estudante de fato encontre sentido no que está fazendo, pois a compreensão será fundamental para a resolução de novos problemas, não basta apenas aplicar uma fórmula ou um conceito cegamente.

Este processo mais crítico com relação a matemática não é uma tarefa simples, é importante que os estudantes desenvolvam autoestima e se sintam capazes de aprender e pensar, para que possam aplicar os conceitos matemáticos em diferentes cenários e contribuir para a construção de uma sociedade mais democrática e equitativa. Dessa forma, podemos levar em consideração que

é necessário compreendermos a relevância do letramento matemático, que é muito mais que saber a matemática por si mesma, mas colocá-la em movimento a serviço da aplicação na sociedade refletindo na maior variedade de contextos. Para tanto, faz-se necessário que o professor, em seu planejamento, reserve espaço para que os estudantes possam se expressar, argumentar, se comunicar e encontrar diferentes resoluções (CASTRO et al., 2020, p. 25).

A partir dessa concepção de aprendizagem colaborativa, onde se exige mais da participação e parecer do corpo discente, as metodologias ativas ganham destaque por colocarem o aluno na posição de protagonista, enquanto o professor passa a ser um mediador do processo de ensino. Contudo, mesmo que relevantes para o contexto da proposta, as metodologias ativas não eram comumente utilizadas e difundidas por docentes na educação básica, o que evidencia mais uma dificuldade configurada como insegurança dos professores

por não terem participado de uma formação inicial que fornecesse amparo quanto ao uso de diversas metodologias ativas de aprendizado, de forma que assegurasse o bom desempenho na execução de competências exigidas pela Base. (CASTRO et al., 2020, p. 23).

Além disso, a base tem a preocupação de revelar a matemática como uma construção histórico-cultural, advinda de relações humanas. No entanto, no trabalho de Pinto (2017) é destacado a lacuna de certas metodologias como Etnomatemática e História da Matemática que levam em consideração o caráter cultural e histórico da matéria em diferentes povos e períodos da civilização. O que mostra uma certa inconsistência de um documento que procura trazer uma experiência de ensino diversificada comum a todas as escolas do Brasil, mas apresenta um número reduzido de metodologias do mesmo tipo.

Os desafios do currículo comum aparecem de forma similar no currículo flexível, no trabalho de Lima e Barroso (2022) são apresentados alguns desafios perante os Itinerários. Como exposto no capítulo 3, a lacuna quanto a operacionalidade para elaboração dos Itinerários Formativos dificulta o trabalho de docentes que não tiveram formação para esta atividade e prejudica a experiência dos alunos. O autor também aponta a questão do aumento da carga horária como uma dificuldade para as escolas visto que

a ampliação do número de aulas diárias, poderá acarretar diferentes horários de início e término dos turnos para cada ano de ensino, como também o desafio em dispor e otimizar o tempo da equipe de gestão escolar. (LIMA; BARROSO, 2022, p. 19).

Na tentativa de auxiliar escolas e docentes, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEduc-SP) elaborou, em 2021, os Itinerários Formativos, a partir da consulta dos interesses do corpo discente, para serem aplicados na rede de ensino pública do Estado de São Paulo em 2022 e 2023. Esses itinerários foram divulgados e disponibilizados em um segmento do Currículo Paulista. No trabalho de Giordano (2023), é apresentada a perspectiva da experiência do próprio autor em relação à aplicação dos itinerários do Currículo em uma escola pública de São Paulo.

Para implementar o currículo flexível, houve uma redução no número de aulas das disciplinas clássicas para turmas do segundo e terceiro ano do ensino médio. No caso da

matemática, a redução de aulas semanais foi de 5 para 3 no segundo ano e de 5 para 2 no terceiro ano. Já para outras disciplinas, a situação foi mais preocupante, chegando ao ponto de alguns “componentes curriculares simplesmente desapareceram da grade curricular, em detrimento dos [itinerários] F[ormativos].” (GIORDANO, 2023, p. 3).

O autor compartilha que, em seu caso específico, teve atribuídas aulas de ‘Educação Financeira Conectada’, área que trabalha há alguns anos, tanto como docente quanto como acadêmico, e ‘Conexões lógicas: eu e o mundo’, na qual era explorado o desenvolvimento do pensamento computacional. Em ambos os Itinerários Formativos, os temas eram familiares para o professor. Contudo, ele aponta uma perspectiva relevante de colegas de trabalho e corpo docente:

O que presenciei, em 2022 e em 2023, foram estudantes escolhendo disciplinas que não compreendiam bem, apesar das orientações recebidas. Quando perguntados sobre as decisões tomadas, não sabiam justificá-las. Muitos sequer recordaram o que escolheram. Do lado dos professores, a situação não era muito melhor: com a redução do número de aulas de sua própria disciplina, eram obrigados a ministrar aulas de IF cuja natureza não compreendiam bem, ou mudar de horário, ou até mesmo de unidade escolar, para completar a sua jornada de trabalho. (GIORDANO, 2023, p. 4).

No cenário compartilhado pelo autor, podemos observar um desinteresse dos estudantes e a dificuldade para operacionalizar o trabalho com o currículo flexível, mesmo com um material de apoio disponibilizado pela Secretaria de Educação de São Paulo. A expectativa de Giordano (2023) para com a proposta não é otimista, mas também apresenta pontos importantes para possíveis consequências da reforma:

Reconhecemos a importância, para a formação dos jovens, da maior parte dos [itinerários] F[ormativos] propostos e, no entanto, não dispomos de recursos para desenvolver, da forma como gostaríamos, componentes curriculares como ‘Estações Meteorológicas’ ou ‘A Música e a Matemática’. Não dispomos de uma política robusta de formação continuada. Não acreditamos que será possível atender às demandas da BNCC, em Matemática, com tamanha redução na grade curricular. Não dispomos de material didático de apoio adequado. As apostilas disponibilizadas, em versão e-book, não são suficientes e nem todas são de boa qualidade. Não passaram pelo crivo do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Não vemos uma reestruturação análoga nos cursos de licenciatura nacionais, capaz de acompanhar tantas inovações e, ainda assim, estamos recebendo os novos estudantes para mais um ano letivo (GIORDANO, 2023, p. 4).

A não aprovação dos materiais didáticos no PNLD configura a impressão que nem o estado está sendo capaz elaborar a proposta que ele mesmo ajudou a construir e propor. Além disso, o autor acredita que não serão capazes de atender as demandas da proposta por não terem a formação continuada e os recursos para tal. Outro ponto relevante é a reestruturação de cursos de licenciatura para atender a BNCC, devido a situação de incertezas a reformulação dos cursos de formação é uma consequência extremamente necessária e imediata perante um currículo já vigente. Castro et al. (2020) também alerta sobre esse paradigma e salienta que enquanto essa reorganização não ocorrer estaremos

diante da seguinte realidade: de um lado um documento de orientação curricular, pautado no desenvolvimento de competências e habilidades, que deve ser tomado como referência para toda a atuação docente e; de outro, professores formados sob outro paradigma, o da centralidade no conteúdo. (CASTRO et al., 2020, p. 27)

Outra consequência, não tão aparente, é apontada no trabalho de Moura (2020), onde foi realizado um estudo das implicações da base na formação de professores. A realidade é a seguinte: diferentes instituições de ensino no país, sejam públicas ou privadas, apresentam necessidades e recursos desiguais. Diante disso, a BNCC estipula um número mínimo de oferta de itinerários e afirma que as propostas curriculares devem atender à realidade docente e estrutural da escola. Dessa forma, “adotar um currículo único em um país com vasta desigualdade e falta de acesso entra em dissenso com o argumento de que a BNCC reduziria as desigualdades, tendo em vista que o acesso não é o mesmo para todos.” (MOURA, 2020, p. 35).

Moura (2020) indica um possível aumento da desigualdade entre escolas que têm acesso aos recursos necessários para atender a proposta e as que serão impossibilitadas de cumprir partes do currículo. No momento, a BNCC apresenta a ideia de equalizar a equação apenas com os objetivos da experiência de ensino ideal, mas sem considerar uma realidade notoriamente heterogênea. Assim, podemos nos questionar como as escolas estão se adaptando à reforma? O que as escolas estão conseguindo cumprir?

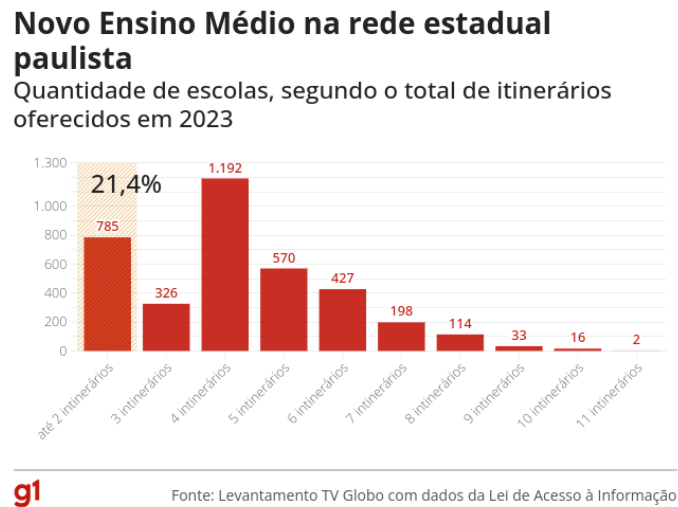
Em uma matéria publicada no portal de notícias G1 em 19/04/2023, Ferreira et al. (2023) já apresentam a situação das escolas públicas do estado no próprio título: “Uma em cada cinco escolas estaduais de SP só oferece até dois itinerários formativos em 2023”. A matéria conduz um levantamento dos itinerários oferecidos em 3.663 escolas do estado, abrangendo 93% das escolas da rede pública. Foram excluídas apenas as escolas quilombolas, indígenas, em hospitais ou penitenciárias, além das escolas que oferecem exclusivamente itinerários do Novotec<sup>2</sup>, o programa do governo estadual em parceria com o Novo Ensino Médio que disponibiliza cursos técnicos e profissionalizantes gratuitos, orientação vocacional e oportunidades de estágio para jovens do Estado de São Paulo como opção de itinerário formativo.

Após a investigação da variedade de itinerários, a pesquisa apresenta um gráfico de barras correlacionando a quantidade de escolas no estado e as respectivas variedades de 2 (oferta mínima) a 11 (oferta máxima). Ver Figura 6.

---

<sup>2</sup> <<https://www.novotec.sp.gov.br/>>

Figura 6 – Quantidade de escolas segundo o total de itinerários oferecidos em 2023.

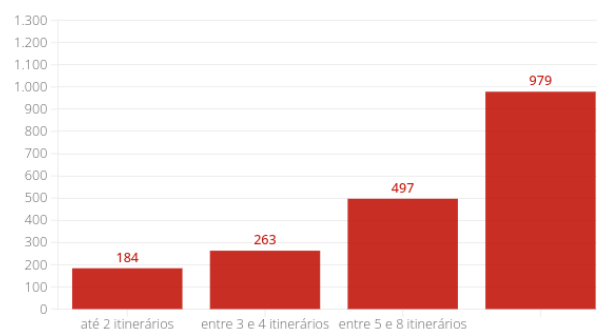


Fonte: (FERREIRA et al., 2023).

Apenas 10% das escolas oferecem 7 ou mais itinerários e esse número cai para 1% quando olhamos para 9 itinerários ou mais. A matéria também traz o parecer de Renato Dias, Coordenador da coordenação pedagógica da SEduc-SP, que em uma entrevista com o portal G1, comenta como a hiper diversidade do currículo dificulta o trabalho do professor no dia-a-dia escolar gerando uma impressão no estudante de não estar se aprofundando no tema. Mesmo com a disponibilização de itinerários elaborados pela SEduc-SP, poucas escolas foram capazes de aplicá-los. A matéria também mostra a correlação entre a quantidade de itinerários oferecidos pela escola e o total de matrículas na instituição. O cruzamento dos dados mostrou que as menores escolas também oferecem menos itinerários. Conforme mostra a Figura 7.

Figura 7 – Novo Ensino Médio versus tamanho das escolas.

**Novo Ensino Médio x tamanho das escolas**  
Média de alunos é menor nas escolas estaduais que oferecem menos itinerários

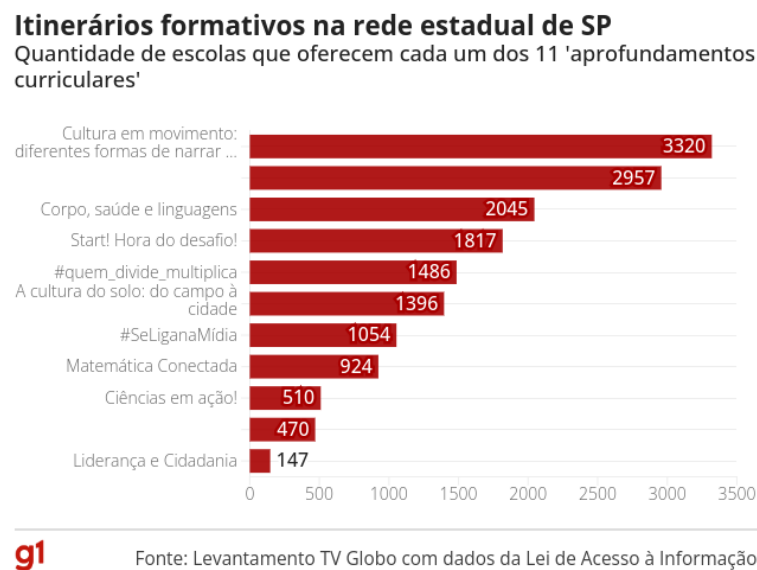


g1 Fonte: Levantamento TV Globo com dados da Lei de Acesso à Informação

Fonte: (FERREIRA et al., 2023).

Não há uma grande variedade nos itinerários oferecidos nas escolas. Dos onze aprofundamentos curriculares criados pelo Currículo Paulista existem 2 que são oferecidos por grande parte das escolas: Cultura em movimento diferentes formas de narrar a experiência humana (relaciona as áreas de linguagens e ciências humanas) e Meu papel no desenvolvimento sustentável (relaciona as áreas de matemática e ciências da natureza). A quantidade de oferta de cada itinerário é mostrado na Figura 8.

Figura 8 – Itinerários formativos na rede estadual de SP.



Fonte: (FERREIRA et al., 2023).

Por fim, a matéria também evidencia que a opinião de estudantes da rede pública é negativa em relação ao Novo Ensino Médio. As disciplinas estão confusas, não atendem às escolhas dos estudantes e não estão adaptadas ao vestibular. Foi constatado que, em algumas escolas, estudantes e professores fazem um acordo informal para retornar ao ensino “tradicional” e oferecer ajuda para o vestibular.

A situação enfrentada por uma considerável parcela das escolas estaduais de São Paulo reflete os desafios e consequências apresentados ao longo deste capítulo. Em um momento caracterizado por incertezas e dificuldades como esse, é válido questionar se algumas reformulações no currículo são necessárias e, em caso afirmativo, quais seriam essas mudanças. Além disso, é relevante indagar como os docentes podem adaptar o ensino às novas demandas. A completa revogação da BNCC, por sua vez, representaria um retrocesso em um currículo que necessita de atualização.

## 5 NOVO ENSINO MÉDIO NA PRÁTICA

Desde 2022, a [BNCC](#) está vigente e obrigatória em todas as escolas públicas do país. Neste cenário, ainda não é possível tirar grandes conclusões da reforma, uma vez que os efeitos da mesma serão observados anos após sua implementação. Além disso, a prática de um novo currículo está totalmente vinculada à ação docente. Dessa forma, as exigências aos professores e cursos de preparação docente foram atualizadas em um documento destinado à formação inicial e continuada de professores, chamado [BNC-F \(BRASIL, 2019b\)](#). Neste capítulo, vamos considerar manifestações em meios de comunicação sobre as possíveis mudanças e alterações na proposta, bem como apresentar as diretrizes e exigências advindas da [BNC-F](#).

Vale ressaltar a escassez de trabalhos publicados que apresentam uma discussão sobre as mudanças curriculares na área de matemática. No trabalho de [Santos e Pereira \(2023\)](#), é realizado um mapeamento das produções científicas vinculadas à área no Ensino Médio, publicadas entre os anos de 2015 a 2021, nas bases referentes ao repositório da revista Boletim de Educação Matemática<sup>3</sup> (Bolema), Revista Eletrônica de Educação Matemática<sup>4</sup> (Revemat) e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações<sup>5</sup> (BDTD), onde foram selecionados 24 trabalhos.

A partir da análise dos trabalhos localizados, [Santos e Pereira \(2023\)](#) constata que, entre os poucos trabalhos que apresentam discussões sobre o currículo,

os mesmos trazem relatos de experiência ou ensaios didáticos (propostas de atividades), apresentando unicamente as habilidades propostas pela Base. Não são apresentados autores que discutem as habilidades, inclusive a sua relevância, ou seja, por que estudar esses conteúdos. ([SANTOS; PEREIRA, 2023](#), p. 18).

Isso evidencia uma possível desconsideração do documento, pois o mesmo não está gerando muitas investigações.

### 5.1 POSSÍVEIS REFORMULAÇÕES E ALTERAÇÕES DA PROPOSTA

No segundo semestre de 2023, o Novo Ensino Médio quase completava 2 anos de aplicação. No entanto, após crescentes pedidos de reformulações na proposta pela comunidade de professores e estudantes por todo o Brasil, o MEC foi pressionado a construir um plano de reavaliação a partir de uma consulta pública com representantes de diversas entidades, como o Conselho Nacional de Educação (CNE), o Conselho Nacional dos Secretários de Educação (Consed) e o Fórum Nacional de Educação (FNE). As alterações apresentadas a seguir advêm de seis matérias jornalísticas publicadas pelo portal de notícias G1<sup>6</sup> entre agosto e dezembro de 2023.

<sup>3</sup> <<https://www.scielo.br/j/bolema/>>

<sup>4</sup> <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>>

<sup>5</sup> <<https://bdtd.ibict.br/vufind/>>

<sup>6</sup> <<https://g1.globo.com>>

A partir da mobilização do Ministério da Educação (MEC) em 2023, uma nova proposta foi elaborada e divulgada em 7 de agosto (SANTOS; TENENTE, 2023), com a intenção de ajustar certas diretrizes do Novo Ensino Médio. Como destacado no capítulo 4, devido à falta de infraestrutura de diversas escolas e à dificuldade de adaptação do corpo docente, a desigualdade entre as instituições de ensino da rede pública e privada aumentava, uma vez que algumas escolas não foram capazes de oferecer além da oferta mínima de dois itinerários. Mesmo com a ampliação da carga horária no ensino médio de 2.400 para 3.000 horas, a divisão das horas entre currículo comum (1.800 horas) e flexível (1.200 horas) resultou em um prejuízo para a visão de muitos estudantes. A redução em 600 horas do currículo comum e a obrigatoriedade apenas de Português e Matemática acarretaram no desaparecimento de algumas disciplinas e, conseqüentemente, em uma desvantagem para vestibulares e o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem).

A primeira proposta de alteração destaca os seguintes tópicos:

- Retomar o mínimo de 2.400 horas de Formação Geral Básica para todos os estudantes que não optarem pela opção de ensino técnico.
- Reintegrar a obrigatoriedade de todas as disciplinas no Ensino Médio e não apenas Português e Matemática.
- Permitir que as redes ofereçam a Formação Geral Básica em 2.100 horas para os estudantes que optarem pelo ensino técnico, com a exigência de no mínimo 800 horas de carga horária destinadas ao curso escolhido.
- Delimitar apenas 3 possibilidades para os itinerários formativos, dos quais, um destinado ao ensino técnico, enquanto os outros relacionam 3 áreas específicas do conhecimento: Linguagens, Matemática e Ciências da Natureza ou Linguagens, Matemática e Ciências Humanas e Sociais.
- Construir parâmetros nacionais para a organização dos itinerários formativos, definindo quais componentes curriculares deverão ser priorizados em cada um deles.
- Proibir a oferta dos componentes curriculares da Formação Geral Básica na modalidade de Educação à Distância.
- Revogar a inclusão de profissionais não licenciados, com reconhecimento de notório saber, na categoria de profissionais do magistério.

Entre as principais reformulações listadas pelo MEC, apenas alguns detalhes nos Itinerários Formativos foram alterados antes da estruturação da proposta como um projeto de lei, enviado ao Congresso Nacional apenas em 24 de Outubro (SANTOS, 2023). Ao invés de limitar para 3 possibilidades fixas de Itinerários, as instituições de ensino devem oferecer de 2 a 4 possibilidades relacionando 3 áreas do conhecimento distintas e oferecer o ensino técnico

quando possível de acordo com a realidade de cada instituição, retomando um pouco mais de flexibilidade para as escolas construírem seus currículos. Assim, deste período em diante o projeto será tramitado pelo Congresso Nacional passando pela Câmara dos Deputados, Câmara do Plenário, Senado e, por fim, a sanção presidencial.

Em uma notícia publicada pelo portal G1 em 25 de outubro (CALGARO, 2023) é destacada a demora habitual de meses ou até anos para a aprovação de um projeto, uma vez que, os parlamentares podem propor alterações em qualquer fase de aprovação e, conseqüentemente, o projeto retorna à Câmara dos deputados para revisão e votação. Assim, nada está oficialmente decidido e todas as mudanças listadas acima não são imutáveis e muito menos serão implementadas ou exigidas. Ademais, a notícia relembra a afirmação em setembro de Camilo Santana, atual Ministro da Educação, de que o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) não possui uma previsão de alteração até 2025, fato que não foi bem recebido pelos estudantes, em especial, da rede pública do país.

Como o Novo Ensino Médio daria início ao seu terceiro ano em vigor, havia muita expectativa de que a prova do ENEM sofresse alterações para se adequar melhor aos moldes da nova proposta em 2024. De acordo com o depoimento de estudantes da rede pública, devido à atual carga horária que reduziu disciplinas tradicionais, principalmente das áreas de Ciências da Natureza e Ciências Humanas e Sociais, eles se viram prejudicados para se preparar para o ENEM e vestibulares, onde as áreas listadas acima seriam exigidas na mesma profundidade para todos os estudantes, ainda que os mesmos possam ter defasagens em determinados tópicos.

Nessa perspectiva, vale ressaltar que até a finalização de todo esse processo o Novo Ensino Médio se mantém nos moldes apresentados capítulo 3 deste trabalho. Assim, para o início de 2024, no que tange a organização das escolas da rede pública, as secretarias de educação de cada estado passam a divulgar o planejamento dos seus respectivos currículos. Renato Feder, secretário da educação de São Paulo, em 17 de novembro, compartilhou o currículo para Ensino Fundamental e Ensino Médio nas resoluções de nº 52 e nº 53 no Diário Oficial do Governo do Estado (G1 SP, 2023). O currículo sofreu mudanças consideráveis quando comparado a 2023, carregando o objetivo central de diminuir as defasagens educacionais e auxiliar no preparo para o vestibular.

Para atingir esse objetivo, a SEduc - SP optou pela eliminação das eletivas e a diminuição de opção e flexibilidade para os itinerários. Além da formação Geral Básica, todos os estudantes terão disciplinas comuns nos “Itinerários Formativos Globais”, contemplando aulas de Redação e Leitura, Matemática Financeira, Inglês, Robótica, Projeto de Vida e Aceleração para Vestibular. Já a parcela flexível do currículo foi contemplada nos “Itinerários Formativos de Aprofundamento”, onde ocorreu a redução de 12 itinerários para apenas 3, cujos temas são: Matemática e Ciências da Natureza, Linguagens e Ciências Humanas e, por fim, Ensino Técnico. Além disso, para atender pedidos da rede, as disciplinas de História, Geografia e Física foram reintegradas no terceiro ano do Ensino Médio com duas aulas cada. Em contrapartida, a carga horária de Artes, Filosofia, Sociologia e Robótica foram reduzidas e adicionadas nos itinerários integrados.

Podemos ver nas Figuras 9 e 10 as matrizes de cada opção curricular para os 3 anos do Ensino Médio, divulgadas pela secretaria (SÃO PAULO, 2023).

Figura 9 – Matriz do Itinerário integrado de MAT/CNT.

ANEXO I - ENSINO MÉDIO – TEMPO PARCIAL - DIURNO						
Itinerário Formativo de Aprofundamento - Áreas de Matemática e Ciências da Natureza (MAT/CNT)						
ÁREA DE CONHECIMENTO	COMPONENTES CURRICULARES	AULAS SEMANAIS			TOTAL	
		1ª série	2ª série	3ª série		
FORMAÇÃO GERAL BÁSICA	LINGUAGENS	LÍNGUA PORTUGUESA	4	3	3	
		LÍNGUA INGLESA	2	0	0	
		ARTE	2	0	0	
	MATEMÁTICA	EDUCAÇÃO FÍSICA	2	1	2	
		MATEMÁTICA	5	3	3	
		BIOLOGIA	2	2	0	
	CIÊNCIAS DA NATUREZA	FÍSICA	2	2	2	
		QUÍMICA	2	2	0	
		FILOSOFIA	2	0	0	
		GEOGRAFIA	2	2	2	
	CIÊNCIAS HUMANAS	HISTÓRIA	2	2	2	
		SOCIOLOGIA	0	2	0	
		<b>AULAS SEMANAIS</b>	<b>27</b>	<b>19</b>	<b>14</b>	<b>2400</b>
	<b>HORAS ANUAIS</b>	<b>810</b>	<b>570</b>	<b>420</b>	<b>1800</b>	
ITINERÁRIO FORMATIVO GLOBAL	EDUCAÇÃO FINANCEIRA	2	2	2		
	INGLÊS	0	2	2		
	TECNOLOGIA E ROBÓTICA	2	0	0		
	PROJETO DE VIDA	2	2	2		
	ACELERAÇÃO PARA VESTIBULAR	0	0	3		
	REDAÇÃO E LEITURA	2	2	2		
ITINERÁRIO FORMATIVO DE APROFUNDAMENTO	TECNOLOGIA E ROBÓTICA	0	4	4		
	EMPREENDEDORISMO	0	2	2		
	BIOTECNOLOGIA	0	2	2		
	QUÍMICA APLICADA	0	0	2		
	<b>AULAS SEMANAIS</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>21</b>	<b>1800</b>	
	<b>HORAS ANUAIS</b>	<b>240</b>	<b>480</b>	<b>630</b>	<b>1350</b>	
<b>TOTAL</b>	<b>AULAS SEMANAIS</b>	<b>35</b>	<b>35</b>	<b>35</b>		
	<b>AULAS ANUAIS</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>	<b>4200</b>	
	<b>HORAS ANUAIS</b>	<b>1050</b>	<b>1050</b>	<b>1050</b>	<b>3150</b>	
<b>OBSERVAÇÃO: As aulas dos componentes que compõem a carga horária do Itinerário Formativo devem ser atribuídas preferencialmente aos professores com licenciatura indicada como prioritária, se não aos professores com licenciatura/habilitação indicada como alternativa, conforme segue:</b>						
COMPONENTE	LICENCIATURA PRIORITÁRIA	LICENCIATURA/HABILITAÇÃO ALTERNATIVA				
EDUCAÇÃO FINANCEIRA	Matemática	Física				
ACELERAÇÃO PARA VESTIBULAR	Todas	Não há				
REDAÇÃO E LEITURA	Língua Portuguesa	Não há				
INGLÊS	Língua Inglesa	Não há				
TECNOLOGIA E ROBÓTICA	Física	Matemática e Química				
EMPREENDEDORISMO	Matemática	Física e Química				
BIOTECNOLOGIA	Biologia	Química				
QUÍMICA APLICADA	Química	Biologia				

Fonte: (SÃO PAULO, 2023, p. 31).

Figura 10 – Matriz do Itinerário integrado de LGG/CHS.

<b>ANEXO II - ENSINO MÉDIO – TEMPO PARCIAL - DIURNO</b>						
<b>Itinerário Formativo de Aprofundamento - Áreas de Linguagens e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas (LGG/CHS)</b>						
	ÁREA DE CONHECIMENTO	COMPONENTES CURRICULARES	AULAS SEMANAIS			TOTAL
			1ª série	2ª série	3ª série	
<b>FORMAÇÃO GERAL BÁSICA</b>	LINGUAGENS	LÍNGUA PORTUGUESA	4	3	3	
		LÍNGUA INGLESA	2	0	0	
		ARTE	2	0	0	
	MATEMÁTICA	EDUCAÇÃO FÍSICA	2	1	2	
		MATEMÁTICA	5	3	3	
	CIÊNCIAS DA NATUREZA	BIOLOGIA	2	2	0	
		FÍSICA	2	2	2	
		QUÍMICA	2	2	0	
	CIÊNCIAS HUMANAS	Filosofia	2	0	0	
		GEOGRAFIA	2	2	2	
		HISTÓRIA	2	2	2	
			SOCIOLOGIA	0	2	0
		<b>AULAS SEMANAIS</b>	<b>27</b>	<b>19</b>	<b>14</b>	<b>2400</b>
		<b>HORAS ANUAIS</b>	<b>810</b>	<b>570</b>	<b>420</b>	<b>1800</b>
<b>ITINERÁRIO FORMATIVO GLOBAL</b>		EDUCAÇÃO FINANCEIRA	2	2	2	
		INGLÊS	0	2	2	
		TECNOLOGIA E ROBÓTICA	2	0	0	
		PROJETO DE VIDA	2	2	2	
		ACELERAÇÃO PARA VESTIBULAR	0	0	3	
		REDAÇÃO E LEITURA	2	2	2	
<b>ITINERÁRIO FORMATIVO DE APROFUNDAMENTO</b>		ARTE E MÍDIAS DIGITAIS	0	2	2	
		LIDERANÇA	0	2	2	
		ORATÓRIA	0	2	2	
		GEOPOLÍTICA	0	0	2	
		FILOSOFIA E SOCIEDADE MODERNA	0	2	2	
		<b>AULAS SEMANAIS</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>21</b>	<b>1800</b>
	<b>HORAS ANUAIS</b>	<b>240</b>	<b>480</b>	<b>630</b>	<b>1350</b>	
<b>TOTAL</b>		<b>AULAS SEMANAIS</b>	<b>35</b>	<b>35</b>	<b>35</b>	
		<b>HORAS ANUAIS</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>	<b>4200</b>
		<b>HORAS ANUAIS</b>	<b>1050</b>	<b>1050</b>	<b>1050</b>	<b>3150</b>
<b>OBSERVAÇÃO: As aulas dos componentes que compõem a carga horária do Itinerário Formativo devem ser atribuídas preferencialmente aos professores com licenciatura indicada como prioritária, se não aos professores com licenciatura/habilitação indicada como alternativa, conforme segue:</b>						
COMPONENTE	LICENCIATURA PRIORITÁRIA	LICENCIATURA/HABILITAÇÃO ALTERNATIVA				
EDUCAÇÃO FINANCEIRA	Matemática	Física				
ACELERAÇÃO PARA VESTIBULAR	Todas	Não há				
REDAÇÃO E LEITURA	Língua Portuguesa	Não há				
INGLÊS	Língua Inglesa	Não há				
TECNOLOGIA E ROBÓTICA	Física	Matemática e Química				
ARTE E MÍDIAS DIGITAIS	Arte	Língua Inglesa, Língua Portuguesa, Sociologia e Filosofia				
LIDERANÇA	Sociologia	Educação Física, Filosofia, Língua Portuguesa				
ORATÓRIA	Língua Portuguesa	Filosofia, Arte e Sociologia				
GEOPOLÍTICA	Geografia	História, Filosofia e Sociologia				
FILOSOFIA E SOCIEDADE MODERNA	Filosofia	Sociologia, História e Geografia				

Fonte: (SÃO PAULO, 2023, p. 31).

Nos artigos 16 e 17 do capítulo IV da carta oficial, consta respectivamente que as escolas da rede paulista devem aplicar a nova organização a partir do primeiro semestre de 2024 e,

as mesmas, devem oferecer os dois Itinerários Integrados necessariamente, enquanto que o Ensino Técnico deve ocorrer apenas se disponível na unidade. Além disso, as matrizes do mesmo serão publicadas em outra resolução. Nessas condições, podemos observar que os estudantes terão menos matérias específicas e o Estado de São Paulo acaba padronizando os currículos das escolas atendendo as exigências, mesmo que mínimas, da [BNCC](#). Na notícia publicada pelo portal de notícias G1 ([G1 SP, 2023](#)), é recordado que em 2021 São Paulo foi o primeiro Estado a aprovar e aderir o novo currículo, construindo todas as opções de Itinerários para que cada rede determinasse o que e como aplicar. Porém, em 2023, com grande parte dos estudantes considerando as disciplinas superficiais, o secretário da Educação, Renato Feder, já havia afirmado que estudaria medidas para reduzir os itinerários desde a consulta pública realizada pelo MEC.

Retornando para o cenário de reavaliação da proposta, com o projeto de lei em estado de urgência na Câmara, já em 10 de dezembro, o deputado Mendonça Filho, ex-Ministro da Educação durante a aprovação do Novo Ensino Médio em 2017, apresenta um relatório com algumas modificações no projeto para ser colocado em análise para votação ([GOMES et al., 2023](#)). O deputado afirma que a proposta pretende dialogar muito com a educação técnica e profissionalizante. As horas destinadas para o currículo comum foram ampliadas mas não atingiram o aumento desejado inicialmente pelo MEC, passando de 1.800 para 2.100 horas, independente da escolha de itinerário. A carga horária para os cursos técnicos foi aumentada para o intervalo de 900 até 1.200 horas a depender da grade do curso. Dessa forma, também não foi aderida uma diferenciação para carga horária da grade comum entre estudantes inscritos e não inscritos no técnico.

Devido a alterações significativas no projeto de lei no primeiro relatório, logo no dia seguinte, em 11 de dezembro, o governo retirou o estado de urgência da pauta, uma vez que a proposta do deputado Mendonça Filho não gerou uma concordância na base e a mesma precisaria de mais discussão e consenso antes de ser levada a votação ([CLAVERY et al., 2023](#)). Assim, a proposta foi deixada em segundo plano para outras pautas que, segundo parlamentares, eram mais urgentes para o país, como a reforma da previdência e o ICMS. Contudo, as escolas do Brasil devem inevitavelmente se preparar para o início do ano letivo e, se não fosse a autonomia das secretarias de ensino, as escolas e professores da rede estariam à mercê de modificações com previsão de aplicação mínima para 2025. Nessas condições extremamente instáveis, podemos nos questionar: Quais ações e/ou documentos procuram auxiliar professores e cursos de preparação docente perante as mudanças?

## 6 BASE NACIONAL COMUM PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES: FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA DE PROFESSORES

Mesmo que a [BNCC](#) traga consequências diretas para as exigências relacionadas ao exercício da profissão docente na educação básica, ela ainda é um documento que tem como foco principal as competências a serem alcançadas pelos estudantes. Contudo, sabemos que, para alcançar tal objetivo, o docente encarregado de trabalhar determinadas competências também deve dominá-las. Na tentativa de proporcionar mais qualidade ao ensino recebido pelos estudantes e, simultaneamente, ampliar a valorização da profissão docente, o MEC entregou ao CNE, em dezembro de 2018, a proposta preliminar da Base Nacional Comum para Formação de Professores. Após alguns meses, em agosto de 2019, as relações entre MEC e CNE resultaram na publicação de um terceiro parecer do documento acompanhado de diretrizes, que será tomado como referência para as discussões a seguir. Vale ressaltar que, já em 2015, as [DCN](#) para [BNC-F](#) haviam sido aprovadas pela resolução de nº 2; contudo, as diretrizes foram revogadas antes mesmo de serem implementadas.

Da mesma forma que a [BNCC](#) busca ser o centro da organização curricular das instituições de ensino básico, a [BNC-F](#) tem por objetivo ser o cerne das propostas pedagógicas dos cursos de formação docente e programas de formação continuada, quer estejam relacionados diretamente ou não com Instituições de Ensino Superior. Dessa maneira, a [BNC-F](#) também se caracteriza como um documento normativo fundamentado em competências gerais e específicas, alinhadas diretamente aos objetivos e competências gerais da [BNCC](#).

Dentre o conteúdo presente no documento, destacamos alguns estudos que retratam a realidade docente e aspectos da profissão no Brasil; princípios e diretrizes para cursos de licenciatura e formação de professores; competências a serem desenvolvidas pelos docentes; alterações na carga horária e, por fim, a formação continuada alinhada com o aprendizado ao longo da vida.

A construção da [BNC-F](#) é uma consequência direta da [BNCC](#). Dessa forma, o breve histórico apresentado no capítulo 2 também influencia na idealização do novo documento. Na Base para os professores, o foco passa a ser a formação. Assim, a Base apresenta alguns dados e trabalhos relevantes em relação à situação da carreira docente, tanto dentro como fora do país. Em 2005, um estudo realizado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) conduziu uma pesquisa sobre as políticas públicas relacionadas aos docentes da educação básica em 25 países. O objetivo era identificar um fator crucial para o bom desempenho dos estudantes, sendo constatado que a qualidade dos professores é o fator principal. Além disso, a OCDE destaca que

A qualidade de um sistema educacional não pode ser maior do que a qualidade de seus professores, porque ela é a alavanca mais importante para melhorar os resultados educacionais ([BRASIL, 2019a](#), p. 7).

Dessa forma, como o objetivo de melhorar a qualidade de ensino aprendizagem dos

estudantes, é fundamental olhar para a formação de professores. Uma das formas de analisar este segmento se configura em entender como os professores foram e estão sendo ensinados nos cursos de formação inicial, mais especificamente, quais as características dos currículos de licenciatura. No Brasil, a partir de estudos relacionados a cursos de licenciatura no país em 2009 pela Fundação Carlos Chagas, foi levantado que os currículos do mesmos:

- (a) não se voltam para as questões ligadas ao campo da prática profissional;
- (b) não observam relação efetiva entre teoria e prática,
- (c) têm uma característica fragmentária e um conjunto disciplinar bastante disperso;
- (d) nos cursos de Pedagogia quase não se encontra aprofundamento dos conteúdos que devem ser ensinados na escola, enquanto nos demais cursos de licenciatura prevalecem os conhecimentos da área disciplinar especializada, em geral totalmente desarticulados do ensino desses conteúdos e do estudo dos fundamentos pedagógicos da ação docente;
- (e) são poucos os cursos que promovem aprofundamento da formação na educação infantil e no ciclo da alfabetização;
- (f) os estágios constam das propostas curriculares sem planejamento e sem vinculação clara com as escolas e com os sistemas escolares, sem explicitar as suas formas de realização e supervisão;
- (g) segundo os próprios alunos de licenciatura, os cursos, em geral, são dados em grande parte com suporte em apostilas, resumos e cópias de trechos ou capítulos de livros, ficando evidente a pauperização dos conhecimentos oferecidos. (BRASIL, 2019a, p. 7).

A precariedade dos cursos de licenciatura pode ser observada em alguns índices relacionados à formação de professores. Com relação ao quadro de professores atuantes, o Anuário Brasileiro da Educação Básica em 2019, mostra a proporção de docentes sem formação de licenciatura específica, para área que estão lecionando, em cada uma das regiões do Brasil no Ensino Fundamental II e Ensino Médio, como mostra a tabela 1.

Tabela 1 – Proporção de docentes sem formação superior compatível com quaisquer das disciplinas que lecionam Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio - Brasil e regiões (2018)

<b>Brasil e regiões</b>	<b>Ensino Fundamental - anos finais</b>	<b>Ensino Médio</b>
Brasil	37,8	29,2
Norte	50,2	29,5
Nordeste	52,9	36,5
Sudeste	27,1	26,1
Sul	23,3	20,8
Centro-oeste	41,9	40,1

Fonte: Anuário Brasileiro da Educação Básica 2019, editado pela Editora Moderna em parceria com o Todos pela Educação apud (BRASIL, 2019a).

Já em relação aos professores em formação, podemos destacar os índices de conclusão dos cursos, especialmente nas áreas de Física, Química e Matemática. A partir de uma análise

do Censo do Ensino Superior, foi constatado que o percentual de ingressantes em 2009 nos cursos de licenciatura que concluíram a graduação foi de apenas 21% em Física e 34% em Química e Matemática. No último Censo do Ensino Superior, divulgado em 2022, o cenário para as três áreas destacadas não sofreu grandes alterações: o percentual de conclusão dos ingressantes em 2013 nas licenciaturas em Física subiu para 24%, enquanto que em Química e Matemática caiu para 31%.

Além disso, o documento também enfatiza a diminuição na valorização e procura da profissão, com base em estudos da OCDE e do Banco Interamericano de Desenvolvimento (BID) em 2018. Esses estudos revelam o interesse de apenas 5%, dentre 15 jovens, em seguir a carreira de docente na educação básica. Entre as justificativas apresentadas, a perspectiva de salário e condições de trabalho foram as mais citadas para explicar a falta de interesse na profissão.

Com o intuito de reverter este panorama, a [BNC-F](#) ressalta a importância na construção de medidas públicas voltadas diretamente aos docentes, destacando também algumas já existentes, como o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e Valorização dos Profissionais da Educação (Fundeb), que destina pelo menos 60% dos recursos financeiros para a complementação salarial dos profissionais da educação, e a Lei do Piso para professores, que, além de determinar um valor mínimo de salário, também prevê pelo menos um terço da carga horária remunerada para o trabalho extraclasse do professor, denominada hora atividade, e os dois terços restantes para atividades em classe onde há interação com o corpo discente. A implementação de medidas como estas é fundamental para proporcionar mais interesse à carreira docente, tendo em vista que “sem avançar na atratividade pela carreira do magistério, na perspectiva de atrair jovens de melhor desempenho do ensino médio, fica mais difícil avançar, por sua vez, na direção de uma formação que leve a um ensino de melhor qualidade.” ([BRASIL, 2019a](#), p. 9).

Durante um período como o atual, além das medidas para ampliar as condições de trabalho, há a necessidade latente de reestruturação dos cursos de formação docente. Tomando como base as exigências da [BNCC](#), já expostas no capítulo 3, a [BNC-F](#) reconhece que os saberes e fazeres docentes estão mais complexos, mas também salienta que as competências que os professores devem desenvolver são específicas e transcendem as competências gerais da [BNCC](#):

Espera-se de um professor profissional que ele esteja preparado para articular estratégias e conhecimentos que permitam desenvolver essas referidas competências em seus estudantes. Ao longo da formação no nível superior, os licenciandos deverão construir uma base robusta de conhecimento profissional que os permita agir sobre a realidade, apoiar as aprendizagens dos estudantes com os quais estão trabalhando, e que ofereça bases substanciais para continuarem aprendendo ao longo de sua carreira. ([BRASIL, 2019a](#), p. 17).

Podemos observar a intenção do documento em interligar mais o processo de formação com a continuidade do exercício do trabalho, para que assim, professores e futuros professores

possam visualizar uma progressão de carreira. Nesse sentido, a base para professores salienta a falta de “identidade” dos cursos de licenciatura, posto que:

Em muitos casos, os cursos de licenciaturas são constituídos por um conjunto de disciplinas do Bacharelado correspondente e mais um pequeno conjunto de disciplinas teóricas da área da Educação, sem nenhuma conexão entre eles e com a prática escolar. Portanto, a construção deste parecer relativo à formação docente tem procurado apontar caminhos que possam efetivamente superar as dicotomias entre teoria e prática, entre escola e universidade, promovendo de fato um currículo que supere a atual fragmentação e a ausência de articulação entre os diferentes saberes. Isso exige dar as licenciaturas identidade própria, num ambiente institucional que promovam a implementação de tais marcos (BRASIL, 2019a, p. 17).

Uma das propostas de intervenção presentes no documento para possibilitar essa aproximação entre o ensino básico e superior indica a criação/regulamentação de institutos de formação de professores. Nesses institutos, além de receberem apoio por meio de programas de editais, eles seriam compostos por docentes das Instituições de Ensino Superior (IES) e professores da rede, proporcionando uma conexão direta entre as instituições.

Quanto a uma perspectiva mais ampla dos cursos, o documento apresenta princípios norteadores para a organização dos currículos:

- (I) A formação de professores exige um conjunto de saberes, conhecimentos, competências e habilidades que são inerentemente alicerçadas na prática. A prática na formação docente deve ir muito além do momento de estágio obrigatório ou outras formas de prática pedagógica. Ela deve estar presente ao longo de toda sua formação;
- (II) O respeito pelo direito de aprender dos seus educandos é essencial no curso destinado à formação docente e o compromisso com a sua aprendizagem como valor em si mesmo e como forma de propiciar experiências de aprendizagem exemplares;
- (III) O direito de aprender dos estudantes ingressantes, manifestado na necessidade de recuperar conteúdos e habilidades que não foram constituídas na Educação Básica, e que são indispensáveis para o exercício profissional da docência;
- (IV) O valor social da escola e da profissão docente;
- (V) O fortalecimento do protagonismo e da autonomia dos estudantes para serem responsáveis por seu próprio desenvolvimento profissional;
- (VI) A articulação entre teoria e prática, tanto no que se refere aos conhecimentos pedagógicos e didáticos quanto no que se refere aos conhecimentos específicos da área de conhecimento ou componente curricular que será objeto do ensino do futuro professor;
- (VII) A centralidade da prática por meio de efetivos estágios, residências pedagógicas ou práticas clínicas, que enfoquem a regência de aula, sob a mentoria de professores ou coordenadores experientes, orientados pela IES e em acordo com o campo de prática;
- (VIII) O reconhecimento e respeito pelas instituições de educação básica como parceiras imprescindíveis à formação de professores, em especial as das redes públicas de ensino;
- (IX) O envolvimento de toda a equipe docente do curso no planejamento e no acompanhamento das atividades de estágio, residências pedagógicas ou práticas clínicas;
- (X) Estabelecimento de parcerias formalizadas, com escolas, redes ou sistemas de ensino e instituições locais para planejamento, execução e avaliação conjunta das atividades práticas previstas na formação do licenciando;
- (XI) Aproveitamento dos tempos e espaços da Prática como Componente Curricular (PCC) para efetivar o compromisso com metodologias inovadoras e projetos interdisciplinares, dentre outros;

(XII) Avaliação da qualidade dos cursos de formação de professores por meio de instrumentos específicos que considerem a matriz de competências aqui definida e os dados objetivos das avaliações educacionais, além de pesquisas científicas que demonstrem evidências na qualidade da formação;

(XIII) Valorização da perspectiva intercultural, das cosmologias e epistemologias dos saberes e conhecimentos conforme as Lei 10.639/2003 e 11.645/2008 e os princípios de igualdade, diversidade e equidade da [BNCC](#). ([BRASIL, 2019a](#), p. 19).

Dentre os princípios apresentados, vale evidenciar o grande enfoque para experiências de ensino reais e todo o aprendizado que advém das mesmas, principalmente, nos itens (I), (VI), (VII), (IX) e (X) por destacarem a importância da regência para formação e que a mesma não deve se restringir apenas às experiências de estágios. Para ampliar as experiências voltadas para o ensino, como também, a preocupação com as mesmas, podemos reforçar as propostas de parcerias com escolas e o envolvimento total da equipe de docentes do curso, para o planejamento e acompanhamento das disciplinas ou programas de estágio. Para garantir que os objetivos para formação docente sejam assegurados, nove princípios para política da mesma também foram enunciados:

I - A formação docente para todas as etapas e modalidades da educação básica como compromisso de estado, buscando assegurar o direito das crianças, jovens e adultos a uma educação de qualidade, na perspectiva da construção de uma nação soberana, democrática, justa e inclusiva;

II - A valorização da profissão docente, que inclui o reconhecimento e o fortalecimento das especificidades dos saberes e práticas específicas de tal profissão;

III - A colaboração constante entre os entes federados na consecução dos objetivos de uma política nacional de formação de professores para a Educação Básica;

IV - A garantia de padrões de qualidade dos cursos de formação de docentes ofertados pelas instituições formadoras nas modalidades presencial e à distância;

V - A articulação entre a teoria e a prática no processo de formação docente, fundada no domínio de conhecimentos científicos e didáticos, contemplando a indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão, visando a garantia do desenvolvimento dos educandos;

VI - A equidade no acesso à formação inicial e continuada, contribuindo para a redução das desigualdades sociais, regionais e locais;

VII - A articulação entre formação inicial e formação continuada;

VIII - A formação continuada entendida como componente essencial da profissionalização docente, devendo integrar-se ao cotidiano da instituição educativa e considerar os diferentes saberes e a experiência docente, bem como o projeto pedagógico da instituição de educação básica na qual atua o docente; e

IX - A compreensão dos docentes como agentes formativos de conhecimento e cultura e, como tal, da necessidade de seu acesso permanente a conhecimentos, informações, vivência e atualização culturais. ([BRASIL, 2019a](#), p. 20).

Tendo como base o apresentado acima, é pertinente destacar os itens (V), (VII) e (VIII). É nítida a intenção de integrar programas de pesquisa e extensão no decorrer das graduações de licenciatura, uma vez que, se pretende articular formação inicial e formação continuada devido a indissociabilidade destes segmentos. Por mais que a possibilidade de associação entre ensino, pesquisa e extensão exista na graduação hoje, ela ainda não é totalmente integralizada e muito menos exigida a todos.

Em continuidade com as reformulações, a [BNC-F](#) também se alicerça na educação integral e, além das dez competências gerais da [BNCC](#), visa que os licenciados desenvolvam

“competências profissionais docentes que se integram, são interdependentes e entre as quais não existe hierarquia” (BRASIL, 2019a, p. 20). As competências específicas estão contidas na esfera profissional e são divididas em três eixos principais: conhecimento, prática e engajamento. A ilustração abaixo retrata as relações e movimentos entre os mesmos:

Figura 11 – Conhecimento, prática e engajamento profissionais e sentido de movimento, de relação, de composição e de sinergia.



Fonte: Figura 1 (BRASIL, 2019a, p. 21).

O eixo do conhecimento é fundamentado em competências específicas que conferem significado e sentido à prática. Nesse contexto, o professor deve: dominar o conteúdo específico da área e compreender como o mesmo pode ser trabalhado em diferentes situações de ensino, conhecer o corpo discente e seus respectivos processos de aprendizagem, identificar diferentes contextos e, por fim, compreender a governança e arranjo do sistema educacional. Este eixo em destaque é fundamental para a autonomia do docente, uma vez que os conhecimentos específicos estarão sempre presentes durante a prática profissional. Assim, é imprescindível que os currículos de formação de professores trabalhem a relação entre “o que os (futuros) professores devem saber e ser capazes de fazer”. (BRASIL, 2019a, p. 21).

Já o eixo da prática enquadra competências específicas que dão continuidade e efetividade às situações de ensino, onde o foco permeia o que deve ser ensinado para como os conteúdos estão sendo trabalhados e recebidos pelo corpo discente. Entre as competências específicas a serem desenvolvidas, espera-se que o professor seja capaz de: planejar sequências didáticas efetivas para o corpo discente, construir e administrar ambientes de aprendizagem, avaliar o rendimento dos alunos e garantir experiências de ensino com foco no conteúdo e desenvolvimento de competências. Da mesma forma que se exige a aplicação de experiências mais ativas e significativas para o corpo discente, o mesmo deve ocorrer durante o processo de formação do licenciado, pois, é no decorrer da prática que o futuro docente pode desenvolver

aquilo que ele será incumbido de trabalhar com os seus alunos. Ademais, proporcionar mais experiências concretas de ensino é crucial pois:

A prática docente é a associação contínua entre objeto de conhecimento e objeto de ensino: a concomitância entre a aprendizagem dos conteúdos a serem ensinados (objetos de conhecimento) e a aprendizagem dos procedimentos e objetivos para selecionar, ordenar, organizar e avaliar os conteúdos para aprender (objetos de ensino) fazem parte fundamental da formação e da relação conhecimento e prática. A epistemologia da prática profissional é o conjunto das ações educativas e a tomada de decisões com base no conhecimento e no engajamento profissional. (BRASIL, 2019a, p. 22).

O terceiro e último eixo retrata um fator vital para a profissionalidade docente: o engajamento. Neste caso, as competências específicas firmam um compromisso moral e ético do professor com: o aperfeiçoamento pessoal e profissional, a aprendizagem e desenvolvimento dos estudantes, a interação e participação entre os pares, o projeto pedagógico e a comunidade. Dessa forma, o eixo do engajamento engloba os dois primeiros, por exigir o envolvimento ativo do docente com os objetivos e grupos presentes na instituição de ensino. O conhecimento, a prática e o engajamento precisam “estar presentes na formação para que possam estar na ação dos futuros professores” (BRASIL, 2019a, p. 22). O documento também apresenta tabelas com todas as habilidades vinculadas às competências específicas. No entanto, essas tabelas são muito extensas. Dessa forma, destacamos na Figura 12 uma imagem que aponta os eixos e suas respectivas competências específicas.

Figura 12 – Competências específicas das três dimensões conhecimento, prática e engajamento.

COMPETÊNCIAS GERAIS		
competências ESPECÍFICAS		
CONHECIMENTO PROFISSIONAL	PRÁTICA PROFISSIONAL	ENGAJAMENTO PROFISSIONAL
1.1 Dominar os conteúdos e saber como ensiná-los	2.1 Planejar ações de ensino que resultem em efetivas aprendizagens	3.1 Comprometer-se com o próprio desenvolvimento profissional
1.2 Demonstrar conhecimento sobre os estudantes e como eles aprendem	2.2 Criar e saber gerir ambientes de aprendizagem	3.2 Estar comprometido com a aprendizagem dos estudantes e disposto a colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender
1.3 Reconhecer os contextos	2.3 Avaliar a aprendizagem e o ensino	3.3 Participar da construção do Projeto Pedagógico da escola e da construção de valores democráticos
1.4 Conhecer a estrutura e a governança dos sistemas educacionais	2.4 Conduzir as práticas pedagógicas dos objetos do conhecimento, competências e habilidades	3.4 Engajar-se com colegas, com as famílias e com a comunidade

Fonte: Tabela 10 (BRASIL, 2019a, p. 23).

Como consequência das novas exigências curriculares, a reestruturação da carga horária dos cursos de licenciatura foi proposta, de maneira a atender as competências profissionais explicitadas acima. Para a (re)organização, as horas complementares foram retiradas e carga horária foi dividida em três grupos, totalizando 3.200 horas com duração mínima de 8 semestres ou 4 anos. A divisão e objetivos dos grupos são:

800 horas (oitocentas horas) de base comum de aprendizagem dos conteúdos científicos, educacionais e pedagógicos que fundamentam a educação, e suas articulações com os sistemas, escolas e práticas educacionais – Grupo I;  
 1600 horas (mil e seiscentas horas) dedicadas à aprendizagem dos conteúdos específicos das áreas e componentes da [BNCC](#), e do domínio pedagógico desses conteúdos – Grupo II;  
 800 horas (oitocentas horas) de prática pedagógica sendo 400h em situação real de trabalho em ambiente de ensino e aprendizagem (monitoria/atividades de iniciação à docência/estágio/residência pedagógica/prática clínica), em projeto definido pela IES e constantes do seu Plano de Desenvolvimento Institucional (PDI) e 400h distribuídas ao longo do curso entre os conteúdos dos itens anteriores – Grupo III; ([BRASIL, 2019b](#), p. 28).

Além disso, o documento recomenda uma ordenação para distribuição da carga horária dos grupos ao longo do curso. O grupo I deve ser restringido ao primeiro ano, na intenção de estabelecer uma base comum para todas as licenciaturas que, além de trazer uma identidade comum aos cursos, também acelera a obtenção do diploma para estudantes que procuram uma segunda licenciatura. O grupo II, por outro lado, deve ser contemplado do segundo ao quarto ano, com foco no aprofundamento de metodologias e conhecimentos específicos da área. Por fim, o grupo III deve ser articulado ao decorrer de toda graduação, com objetivo de oferecer uma carga prática mais expressiva a cada ano:

(I) “familiarização inicial” com a atividade docente (1º ano): 60 horas;  
 (II) “prática pré-profissional” na qual identifica os desafios do contexto pedagógico (2º ano): 140 horas;  
 (III) “prática tutorada” de aula, quando já pode assumir responsabilidades no que diz respeito aos alunos, fazendo escolhas de temas de pesquisa (3º ano) 240 horas;  
 (IV) “prática engajada” em que os estudantes devem mobilizar e colocar em ação seus estudos em prática, planejando aulas e buscando resolver os problemas aos quais se propuseram durante seus anos de estudo e pesquisa (4º ano): 360 horas; ([BRASIL, 2019a](#), p. 30)

Além das alterações relativas à formação inicial, o documento também aborda a formação continuada. Na intenção de incentivar a postura do professor pesquisador, a [BNC-F](#) foca em estimular a formação ao longo da vida, uma vez que essa formação deve persistir durante toda a carreira. Em convergência com esse objetivo, são determinadas orientações para instituições de ensino superior desenvolverem e oferecerem “especializações lato sensu, mestrados profissionais, ou programas mais curtos voltados para uma formação que efetivamente contribua para o aprendizado do professor ao longo da vida” ([BRASIL, 2019a](#), p. 32).

Contudo, a formação continuada também compete às medidas e programas direcionados para docentes da rede. No entanto, este segmento não recebe a mesma atenção, visto que essa

responsabilidade foi atribuída “aos Estados, Municípios e ao Distrito Federal definirem planos destinados à formação continuada específica para seus docentes” (BRASIL, 2019a, p. 32).

Desse modo, a formação continuada é voltada para a oferta de programas ao longo da carreira e oportunidades para especializações. No entanto, os programas e medidas relacionados diretamente aos professores do ensino básico não receberam diretrizes neste documento. Em compensação, foram apresentadas orientações com relação à organização das redes para ofertar programas destinados à formação continuada; no entanto, nada garante que elas serão efetivamente implementadas.

A partir do exposto neste capítulo, fica nítida a tentativa de adequação das licenciaturas à BNCC, visando a construção de um currículo com parte comum e um grande enfoque para experiências práticas. No entanto, é fundamental ter ciência de que estas alterações e exigências ainda precisam do apoio de medidas públicas que favoreçam a concretização das mesmas. Outro ponto relevante faz jus ao quadro vivenciado pelas instituições de ensino básico e docentes no capítulo 4 deste trabalho. Mesmo que alguns cursos e escolas da rede estejam trabalhando para se adaptar, a BNCC foi implementada antes da BNC-F. Em outras palavras, o novo currículo foi instaurado antes das diretrizes para os cursos de licenciatura e professores, fato que pode ter desencadeado parte dos problemas de adequação.

## 7 METODOLOGIAS ATIVAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Como professor é fundamental internalizar que após todas as bases, diretrizes e programas de formação, o que vai de fato dar alguma garantia de aprendizado aos estudantes é a ação docente. No quadro atual, a disciplina de Matemática não sofreu grandes fragmentações quando comparada com outras matérias, uma vez que, além de ter sua obrigatoriedade garantida, é a única atribuída totalmente a uma área de conhecimento. No entanto, no que diz respeito à condução em sala de aula, sabemos que as novas bases esperam sequências didáticas mais críticas, valorizando o raciocínio lógico dedutivo, em detrimento do raciocínio indutivo comumente utilizado, para que assim o estudante possa relacionar a teoria à prática. Além de saber como instigar mais os estudantes, o docente deve ser capaz de observar o desenvolvimento socioemocional dos mesmos, nessa perspectiva, é imprescindível que haja oportunidades para o professor acompanhar o progresso e interação do corpo discente

Para atingir esse objetivo, vimos que as metodologias ativas ganharam espaço e, no caso específico da Matemática, a BNCC ressaltou a investigação matemática, modelagem e resolução de problemas. De forma geral, as metodologias mencionadas, são fundamentadas no estímulo de uma postura menos passiva dos alunos durante a aula, e se diferem levemente na estrutura para atingir esse objetivo. Em suma, o professor deve ser capaz de se colocar como mediador durante o processo de ensino-aprendizagem. Entretanto, essa tarefa não é simples, pois une o domínio do conteúdo e técnicas de ensino com o conhecimento dos seus estudantes, no que se refere aos seus interesses, histórias e como aprendem ou encaram certos conteúdos. Quanto menos souber como acessá-los, mais difícil será gerar engajamento.

Neste capítulo iremos apresentar e discutir brevemente cada uma das metodologias recomendadas pelo novo currículo, elencar recomendações para avaliá-las e, por fim, uma experiência prática de ensino a partir de modelagem. Vale ressaltar também que, as referências escolhidas para as metodologias contém uma vasta quantidade de exemplos, atividades e problemas que podem ser utilizados em sala de aula, e mesmo que não destacados neste trabalho, são amplamente recomendados aos professores de Matemática em busca de boas inspirações para construir suas futuras aulas no novo Ensino Médio.

### 7.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Um problema, ao contrário de um exercício, não tem uma solução imediata e, na maioria dos casos, requer um nível maior de interpretação. Dessa forma, os problemas são muito interessantes em situações de ensino-aprendizagem e são comumente utilizados em diversas metodologias, mas, em especial, a resolução de problemas. Para apresentar a metodologia, vamos recorrer ao livro “A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático” de George Polya, traduzido para o português brasileiro por Heitor Lisboa da Universidade Federal do Rio de Janeiro em 1995. (POLYA, 1995).

De acordo com o autor, essa metodologia foca em um processo generalizado para resolução de problemas matemáticos que, aliado a certos comportamentos do docente e postura ativa dos estudantes durante a aula, possibilita que o corpo discente construa uma aprendizagem mais significativa e amplie suas habilidades de interpretar e resolver problemas. Porém, mesmo que a resolução de problemas seja uma metodologia ativa que busca desenvolver certa autonomia no estudante, o mesmo não deve ser deixado sozinho durante a prática, pois “sem ajuda ou auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso” (POLYA, 1995, p. 1). Entretanto, essa é uma linha muito tênue, posto que, se o docente ajudar demais, os alunos não terão oportunidade de desenvolvimento.

Polya define quatro momentos principais durante a resolução de um problema: (i) a compreensão do problema, (ii) o estabelecimento de um plano, (iii) a execução do plano e, por fim, (iv) a retrospectiva. Cada um com sua devida importância e objetivos. Contudo, vale salientar que as ocasiões onde estudantes apresentarem uma resposta correta de forma impulsiva, sem passar pelas etapas, não devem ser encorajadas, tendo em vista que:

Acontecerá o pior se o estudante atirar-se a fazer cálculos e traçar figuras sem ter compreendido o problema. É geralmente inútil executar detalhes sem perceber a conexão principal ou sem ter feito uma espécie de plano. Muitos enganos podem ser evitados se, na execução do seu plano, o estudante verificar cada passo. Muitos dos melhores efeitos podem ficar perdidos se ele deixar de reexaminar e de reconsiderar a solução completa. (POLYA, 1995, p. 4).

Essa afirmação não visa a represália de momentos brilhantes durante a aula, mas sim, enfatizar que o propósito da metodologia se concentra em como resolver e não apenas chegar a uma resposta certa ou errada, uma vez que, um mesmo problema, pode desencadear as mais variadas resoluções e, conseqüentemente, aprendizagens. Os quatro momentos mencionados precisam seguir a ordem apresentada e devem ser acompanhados de uma postura interrogativa do professor, sendo que o mesmo deve se habituar a realizar sempre os mesmos questionamentos ao discutir com os estudantes. Ao generalizar as indagações, o docente apenas denota uma direção geral, deixando a cargo do estudante a tentativa de resolução. Além disso, essa ação pode ajudar o estudante a internalizar esses questionamentos até um momento em que “será induzido a formular, ele próprio, essa indagação em situação semelhante” (POLYA, 1995, p. 3). A seguir, iremos destacar importância e recomendações de cada um dos quatro momentos.

A **compreensão do problema** depende da interpretação do estudante, que por sua vez, está ligada à formulação de um bom enunciado, à exposição verbal por parte do docente e, também, ao interesse dos estudantes. Assim, o objetivo é que o estudante compreenda o que o problema está pedindo. Neste sentido, o estudante deve se questionar (ou ser questionado de) quais são as incógnitas, os dados e a condicionante. Neste momento, o corpo discente deve tentar responder essas indagações sob vários pontos de vista, se atentando às notações adequadas. Neste primeiro momento, se atente às escolhas dos estudantes para orientá-los a

repensar quando necessário, uma vez que, a interpretação errada poderá levar a uma resolução incorreta também.

Depois da interpretação, chegamos no **estabelecimento de um plano**, ou seja, são vislumbradas as contas, cálculos e/ou desenhos necessários para tentar encontrar a incógnita. Contudo, “o caminho que vai desde a compreensão do problema até o estabelecimento de um plano, pode ser longo e tortuoso” (POLYA, 1995, p. 5). Por vezes, a formulação de um plano pode surgir de forma gradual à medida que o estudante interpreta mas, geralmente, ela também depende de uma boa ideia e, conseqüentemente, os conhecimentos prévios do docente. Para provocar boas ideias o professor pode: recordar conhecimentos anteriores necessários para situação, indagar se o corpo discente não conhece um problema correlato já resolvido e, em último caso, cogitar se é possível reformular o problema, para um problema que busca a mesma incógnita. No entanto, ao utilizar essas alternativas o docente deve se preocupar para não acabar distanciando os estudantes do problema inicial.

Com o plano estabelecido passamos para a **execução do plano**. Em comparação com os momentos anteriores, este é o mais “direto” por representar apenas a aplicação do passo anterior. Todavia, é fundamental que o estudante se atente aos conceitos matemáticos utilizados, verificando, a cada passo da resolução, se os mesmos são válidos ou não. Na intenção de validar os passos tomados, é interessante que o professor diferencie o convencimento intuitivo do formal, tendo em vista que, podemos nos convencer de um passo tomado com ambas as formas. No entanto, sabemos, como matemáticos, que a dedução a partir de regras formais é a que, de fato, traz validação. Assim, deve-se instigar os estudantes se é “possível perceber claramente que um passo está certo? Mas também pode demonstrar que o passo está certo?” (POLYA, 1995, p. 9).

Finalizada a resolução chegamos a **retrospectiva**, que consiste na revisão do trabalho. Por mais que as vezes ignorado, este momento é um dos mais importantes, pois, ao submeter o estudante ao trabalho de análise minuciosa da resolução, ele terá a oportunidade de “consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas” (POLYA, 1995, p. 9). Outro fator relevante é a identificação de possíveis erros ou até o aperfeiçoamento de certas passagens, uma vez que, nada garante que a resolução apresentada pelo aluno esteja totalmente correta ou refinada. Ademais, se a retrospectiva for também compartilhada e discutida em classe, outras formas de resoluções válidas podem ser apresentadas. O docente, pode levantar questões sobre o problema resolvido, com relação a conceitos, métodos e até mesmo outros problemas, proporcionando o aumento do repertório dos estudantes para a resolução de problemas.

Por fim, com relação a postura do professor e alternativas que o mesmo pode tomar para auxiliar seus alunos durante o percurso da resolução, dois pontos são extremamente relevantes para destacar: o método de questionar do professor e as questões boas e más. Como já mencionado anteriormente, durante uma atividade, é fundamental que o docente instigue o raciocínio dos estudante através de perguntas. Contudo, não se pode fazer qualquer tipo de questionamento. Neste sentido, “as sugestões devem ser genéricas, aplicáveis não apenas ao

problema presente, mas também a problemas de todos os tipos, pois só assim, elas poderão desenvolver a capacidade do estudante e não somente uma técnica específica.” (POLYA, 1995, p. 14).

Polya (1995) também indica uma lista de indagações que o docente pode utilizar em suas aulas, mas também enfatiza que esse processo não é algo rígido ou mecânico. Na realidade, a recomendação de repetição das mesmas tem a intenção de internalizar essas questões nos estudantes como parte do processo de resolução de um problema. Além disso, a lista apresentada não é de uso obrigatório. No entanto, a utilização de uma sugestão que entrega uma ideia fundamental da resolução acaba mais por prejudicar do que auxiliar os alunos, pois retira o papel fundamental de raciocinar do corpo discente em busca da solução.

De forma geral, a resolução de problemas é uma metodologia bastante versátil, que, por sua vez, pode ser extremamente desafiadora no início. No entanto, à medida que os alunos começam a se familiarizar com a prática, ela se torna muito recompensadora, uma vez que a resolução de um problema proporciona perspectivas para lidar com problemas correlatos ou mais complexos.

## 7.2 INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Ao pensar em investigação matemática, por vezes, podemos associar ao trabalho sofisticado de muitos matemáticos no desenvolvimento de suas pesquisas e teses. No entanto, a investigação também tem espaço no ensino e se assemelha muito com a forma de pensar e trabalhar do matemático. Para trazer informações sobre a metodologia, levamos em consideração o livro “Investigações matemáticas na sala de aula”, publicado em 2003 com autoria dos educadores matemáticos portugueses João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003). Segundo os autores:

Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. Desse modo, investigar não representa obrigatoriamente trabalhar em problemas difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado. (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 9).

A investigação matemática é caracterizada por quatro momentos distintos, o primeiro consiste no reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar, enquanto o segundo, visa o processo de formulação de conjecturas. Já no terceiro, temos a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas e, finalmente, o quarto momento, faz jus à argumentação, à demonstração e à avaliação do trabalho realizado. As etapas e atividades presentes em cada uma, podem ser visualizadas no Quadro 1.

Quadro 1 – Momentos na realização de uma investigação.

Exploração e formulação das questões	Reconhecer uma situação problema Explorar situações problema Formular questões
Conjecturas	Organizar os dados Formular conjecturas e fazer afirmações sobre elas
Testes e reformulações	Realizar testes Refinar uma conjectura
Justificativa e avaliação	Justificar uma conjectura Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 21).

Ao trabalhar com essa metodologia, é fundamental que ocorram trocas de experiências e discussões entre os pares, uma vez que as atividades de investigação matemática lidam com problemas abertos. Conforme destacado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 23), a questão não “está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição”. Dessa forma, como se trata de uma atividade intrinsecamente ligada às estratégias de quem a investiga, os pontos de partida podem não ser exatamente os mesmos, e, conseqüentemente, os pontos de chegada também podem divergir.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 23), o conceito de investigação matemática, como prática de ensino-aprendizagem, auxilia a transportar para a aula o espírito da matemática genuína, constituindo, assim, uma poderosa metáfora educativa. O estudante é convocado a agir como um matemático, não apenas na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e o professor.

Assim, antes de entrarmos em algumas considerações com relação às fases durante uma aula de investigação matemática, se faz necessário destacar essa imprevisibilidade do processo investigativo, uma vez que, é possível determinar como “começar uma investigação, mas nunca se sabe como ela irá terminar” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 25). Além disso, uma prática de investigação só poderá ser aplicada se estudantes entenderem todos os momentos presentes na investigação e como trabalhar com a mesma. Caso contrário, eles não serão capazes de agir de forma autônoma na atividade. Assim, é função primordial do professor discutir e apresentar como investigar antes de aplicá-la com sua turma.

Uma aula de investigação é constituída por três etapas: (i) a introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, de forma oral ou escrita, (ii) a realização da investigação, seja ela individual, em duplas, grupos ou toda a classe, e (iii) a discussão dos resultados, em que os estudantes apresentam aos demais colegas e professor, o trabalho realizado. É possível

passar por essas etapas de várias formas diferentes. No entanto, vamos destacar o percalço e recomendações dos autores.

A primeira etapa, apesar de relativamente curta, representa o ponto mais decisivo da atividade e trabalha o primeiro momento da metodologia. É durante o momento inicial que o professor deve garantir que “todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles espera no decurso da atividade” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 26). Além disso, é nesta etapa que o professor deve deixar claro no que consiste investigar e, também, aproveitar para estimular essa postura nos estudantes. A utilização de metáforas como “exploradores” ou “irem a descoberta” são recomendações para exemplificar o sentido da metodologia. Essa preocupação se faz extremamente necessária pois os alunos tendem a ter dificuldades em formular e testar conjecturas, tendo em vista que, problemas abertos não são trabalhados usualmente no ambiente escolar. Ainda nesta fase, o professor, de maneira extremamente similar com a resolução de problemas, deve assumir uma postura interrogativa e, dependendo do nível de familiaridade dos estudantes com a tarefa, ele pode até fazer sugestões. Contudo, suas sugestões não devem interferir na interpretação da tarefa, que é a cargo dos estudantes ao formular questões e explorar situações-problema. Outro fator relevante para o sucesso da investigação é o ambiente construído em sala de aula, uma vez que,

É fundamental que o aluno se sinta à vontade e lhe seja dado tempo para colocar questões, pensar, explorar suas ideias e exprimi-las, tanto ao professor como aos seus colegas. O aluno deve sentir que as suas ideias são valorizadas e que se espera que as discuta com os colegas, não sendo necessária a validação constante do professor. (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 28).

A segunda fase consiste no desenvolvimento do trabalho, em que são mobilizados pelos estudantes os três momentos restantes da investigação. Desta forma, espera-se dos estudantes: organizar os dados, formular conjecturas e fazer afirmações sobre elas, realizar testes, refinar as conjecturas, justificá-las e avaliá-las. Neste momento o professor deve assumir uma posição de retaguarda e observar a progressão dos alunos perante a tarefa e prestar apoio, quando necessário. Outro ponto importante, com relação a formulação e teste das conjecturas, se configura na realização de um registro escrito do trabalho, uma vez que, o raciocínio do estudante tende a “ficar confinado ao pensamento do aluno, não existindo uma formulação explícita da conjectura” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 33). O registro escrito dos estudantes também têm papel fundamental para o docente pois

permite ao professor aceder posteriormente ao trabalho dos alunos de forma a analisar o seu desempenho e a planificar as aulas seguintes. Esses elementos são imprescindíveis para o sucesso do momento de discussão do trabalho realizado, quer para os alunos, que assim podem comunicar mais facilmente os resultados, quer para o professor que precisa ter um bom conhecimento daquilo que cada grupo fez. (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 35-36).

A etapa final está relacionada à discussão da investigação, na qual os estudantes devem apresentar oralmente os resultados do trabalho, proporcionando uma excelente oportunidade

para compartilhar conhecimentos. Os estudantes podem debater as diferentes conjecturas, processos e caminhos adotados por cada um ou pelo grupo, enquanto o professor deve garantir que os resultados mais significativos sejam discutidos e estimular o questionamento dos estudantes em relação às informações. Essa etapa é vital para que os estudantes desenvolvam

um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolver a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. Podemos mesmo afirmar que, sem a discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p. 41).

Em síntese, a metodologia de investigação matemática é extremamente rica para trazer discussões para sala de aula, em decorrência de toda a imprevisibilidade do processo de ensino. No entanto, ela procura trabalhar uma formalização de demonstrações que, em muitos casos, representa um desafio tanto para docentes quanto discentes, já que o hábito de demonstrações é dificilmente abordado no ensino básico. Entretanto, vale considerar que a partir do foco na apresentação e discussão de demonstrações formais no atual currículo, a investigação matemática se enquadra como uma boa alternativa que apresenta esse tópico de forma gradual e respeitando as conclusões dos estudantes.

### 7.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

A Matemática essencialmente é uma linguagem que atua como base para o desenvolvimento e formalização de várias outras áreas como Física, Química e Biologia. Em comparação com outras ciências, parte do desenvolvimento da Matemática foi se distanciando do mundo real, uma vez que, um grande número de matemáticos está habituado a estudar e desenvolver estruturas abstratas que não existem ao seu redor. No entanto, a matemática aplicada é um ramo que conversa com as outras áreas do conhecimento e, fundamentalmente, procura descrever a realidade a partir da linguagem matemática. Nesse contexto de pesquisa, que surge a modelagem matemática. Para trazer informações sobre a metodologia, consideramos o livro “Ensino - aprendizagem com Modelagem matemática” do autor Rodney Carlos Bassanezi, publicado em 2002 (BASSANEZI, 2002). A obra destaca que “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. (BASSANEZI, 2002, p. 16).

Situações reais são inevitavelmente complexas, na tentativa de explicar, entender ou traduzir a realidade, já que muitos parâmetros podem ser levados em consideração. Dessa forma, simplificações e a seleção dos parâmetros são imprescindíveis. Nessa perspectiva, sempre é possível refinar um modelo e substituí-lo por um novo que descreve melhor aquele recorte da realidade. Por consequência, a ação de modelagem matemática não é nada trivial, mas sua importância consiste em “se ter uma linguagem concisa que expressa nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidades, além de proporcionar um arsenal enorme de resultados (teo-

remas) que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas.” (BASSANEZI, 2002, p. 20).

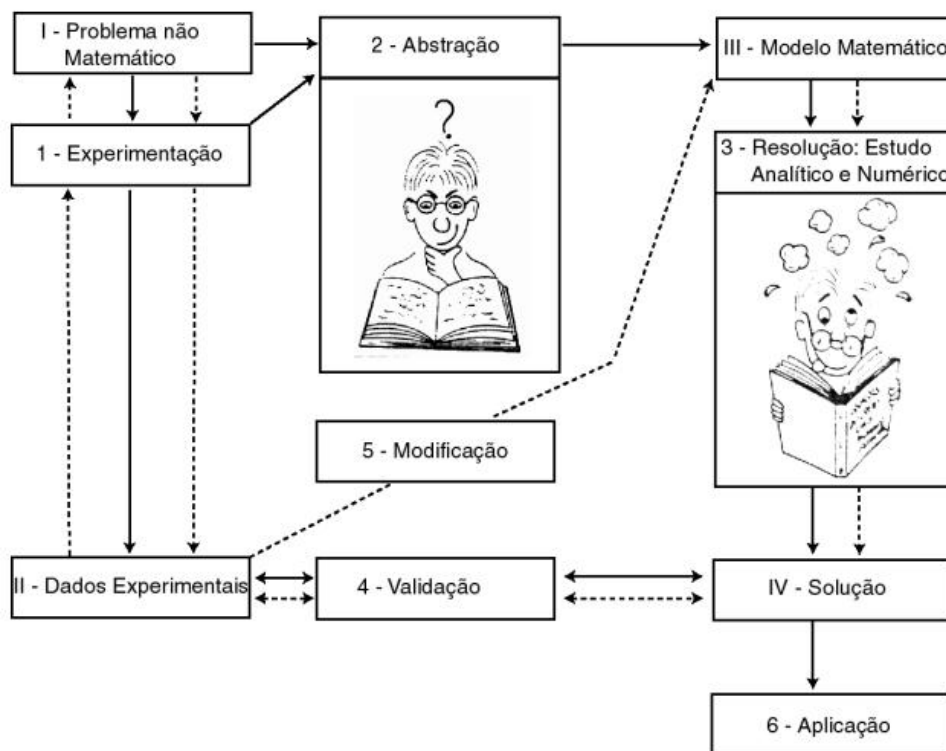
Nessa tentativa de compreender a realidade, os modelos matemáticos já proporcionaram muitos avanços. No entanto, os mesmos são, em grande parte, muito complicados para serem discutidos durante experiências com o ensino básico. Por outro lado, o exercício de tentar relacionar a teoria matemática com o mundo real, pode ser uma atividade muito benéfica para situações transdisciplinares na escola. Assim, entre toda a variedade de modelos, existe o educacional, em que o mesmo deve ser “baseado em um número pequeno ou simples de suposições, tendo, quase sempre, soluções analíticas.” (BASSANEZI, 2002, p. 20). Ademais,

estes modelos não representam a realidade com o grau de fidelidade adequada para se fazer previsões. Entretanto, a virtude de tais modelos está na aquisição de experiência e no fornecimento de ideias para a formulação de modelos mais adequados à realidade estudada. (BASSANEZI, 2002, p. 20).

Durante uma experiência de aprendizagem, a modelagem matemática pode proporcionar um processo mais dinâmico, uma vez que, para construir e validar um modelo os envolvidos farão um exercício de abstração e generalização ao redor do tema e objetivo do trabalho. De certa forma, poderíamos tentar modelar seja qual for a situação, porém, a modelagem não deve ser utilizada tão livremente e, muito menos, sem um objetivo específico. Assim, é recomendável que a ação seja proposta a partir de um fenômeno ou problema real com um certo equilíbrio entre linguagem e conteúdos utilizados, pois em muitos casos, “a introdução de um simbolismo matemático exagerado pode ser mais destrutivo que esclarecedor”. (BASSANEZI, 2002, p. 25).

Durante uma aula tradicional, os teoremas ou resultados matemáticos são expostos a partir da sequência clássica de enunciado, demonstração e aplicação. Ao modelar, convidamos os estudantes, com auxílio do professor, façam o caminho inverso. Assim, Bassanezi (2002) destaca uma série de etapas que são exemplificadas na Figura 13.

Figura 13 – Esquema de uma modelagem.



Fonte: Figura 1.2 (BASSANEZI, 2002, p. 27).

Como já mencionado anteriormente, um modelo pode ser refinado. Dessa forma, as setas contínuas na imagem representam a primeira aproximação para obtenção do modelo, enquanto as setas pontilhadas indicam a busca de um novo modelo que descreve melhor o problema estudado.

Posto o problema, iniciamos a primeira etapa da **Experimentação**, quando ocorre o processo de obtenção dos dados através de experiências ou pesquisas. Em seguida, chegamos a **Abstração**, que consiste na tentativa de formulação do modelo. Nesta segunda etapa, primeiro é preciso selecionar as variáveis entre os dados, depois, procurar interpretar o que desejamos responder no problema a partir do levantamento de perguntas mais específicas. Após um direcionamento mais claro para o que estamos buscando, passamos a formular hipóteses e essencialmente começar a elaborar o modelo.

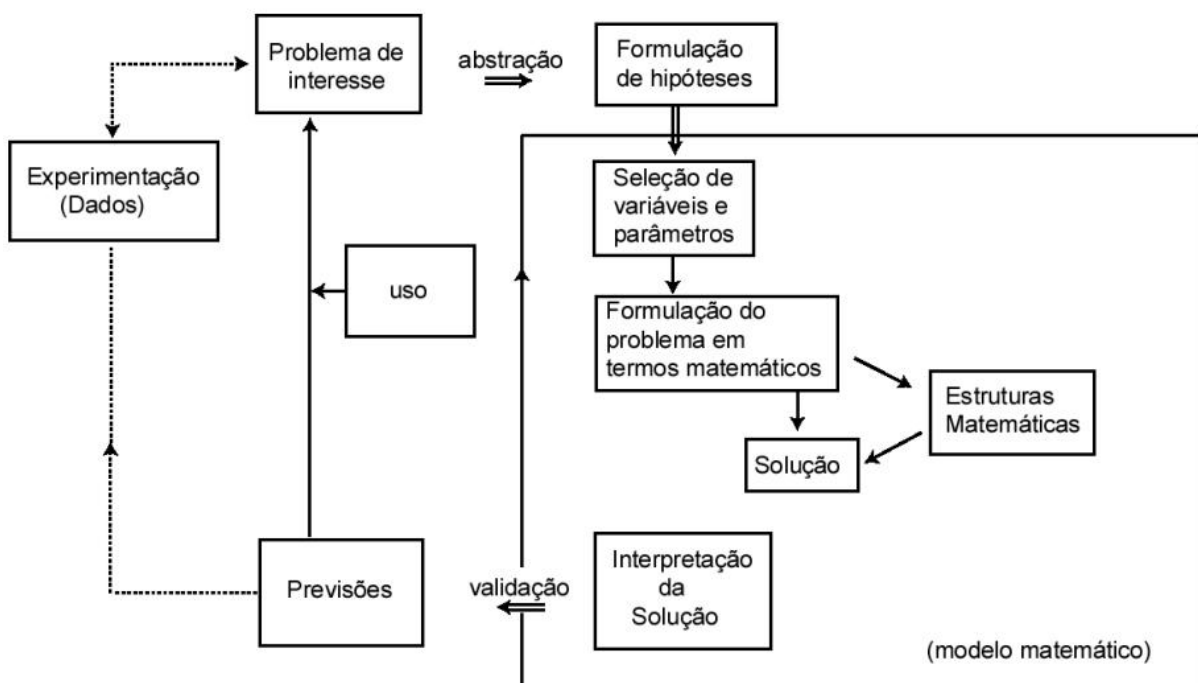
A geração de hipóteses se dá de vários modos: observação dos fatos, comparação com outros estudos, dedução lógica, experiência pessoal do modelador, observação de casos singulares da própria teoria, analogia de sistemas etc. (BASSANEZI, 2002, p. 28).

Em seguida, essa elaboração dá espaço para possíveis simplificações e, se necessário, a reavaliação das medidas anteriores até que um modelo inicial seja definido. Após a elaboração

do mesmo, alcançamos a etapa de **Resolução**, que de forma bem direta, utiliza o modelo para resolver o problema e, conseqüentemente, vamos gerar dados essenciais para a quarta etapa, que é de **Validação**. Nesse sentido, precisamos verificar se os dados obtidos na etapa anterior, se distanciam muito da realidade. Vale ressaltar que “um modelo deve prever, no mínimo, os dados que o originaram. Um bom modelo é aquele que tem capacidade de previsão de novos fatos ou relações insuspeitas.” (BASSANEZI, 2002, p. 30).

Em continuidade, ao validar o modelo, o mesmo pode ter gerado informações muito distantes do esperado, implicando na sua rejeição. Conseqüentemente, existe a necessidade da quinta etapa de **Modificação**. Nesta etapa, é crucial analisar as ações tomadas durante todas as etapas anteriores, uma vez que, a rejeição de um modelo pode fazer jus a vários fatores, como: a obtenção incorreta dos dados experimentais, previsões inconsistentes com a realidade, escolha errada das variáveis, equívocos no desenvolvimento formal da matemática e até a insuficiência dos dados e hipóteses para resolver o problema. Além do caso de rejeição, a fase de modificação também pode ser acionada quando há intenção, única e exclusivamente, de melhorar o modelo. Por fim, se um modelo é validado para a situação desejada, o mesmo pode chegar a última etapa de **Aplicação** em situações análogas. Na Figura 14 podemos sintetizar as ações necessárias da 1ª a 5ª etapa.

Figura 14 – Divisão de atividades intelectuais.



Fonte: Figura 1.3 (BASSANEZI, 2002, p. 32).

Em resumo, a utilização dessa metodologia, em situações de ensino aprendizagem,

pode ser extremamente benéfica para internalizar certos conceitos matemáticos aplicados na realidade, como também, ser uma oportunidade de desenvolvimento da criatividade, criticidade e capacidade de resolução de problemas do corpo discente. No entanto, ela não deixa de ter obstáculos também. Por vezes, a modelagem matemática pode ser um desafio para os estudantes que não estão acostumados a usar a matemática como uma ferramenta crítica e transformadora da realidade. Isso faz com que o ritmo da aula fique bem mais lento que o habitual. Este fato também preocupa uma parcela de professores, já que se sentem inseguros de completar o programa escolar. Entretanto, vale salientar que

A modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com o seu ambiente natural. (BASSANEZI, 2002, p. 38).

Segundo Bassanezi (2002), no contexto educacional, a fase de validação pode não ser prioritária, acarretando em uma focalização muito maior na análise dos dados e processo de obtenção dos modelos, do que no próprio modelo em si. Nesse sentido, é crucial que o docente estimule discussões com relação ao tema escolhido, insistindo que os alunos formulem alternativas para descrever o problema, tendo em vista que, “o fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria matemática”. (BASSANEZI, 2002, p. 38).

#### 7.4 RECOMENDAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DAS METODOLOGIAS ATIVAS

A avaliação é uma ação vital em qualquer experiência de ensino. Sem avaliação, o docente não é capaz de medir o impacto de suas ações no corpo discente e, muito menos, identificar as deficiências dos estudantes em relação ao conteúdo apresentado. Sem um acompanhamento regular, o docente não será capaz de moldar seu planejamento às necessidades dos estudantes, propiciando uma prática muito menos significativa. Para discorrer um pouco sobre recomendações para avaliação de metodologias ativas, além dos livros já destacados nas últimas três sessões, iremos levar em consideração o “Glossário de terminologia curricular” da UNESCO, publicado em 2016, que reúne não só a definição de diversos tipos de avaliação, como também uma grande variedade de outros termos educacionais comumente utilizados no contexto atual, mostrando-se uma excelente referência para qualquer professor da educação básica. (UNESCO-IBE, 2016).

Vale ressaltar que, devido a notória similaridade entre as metodologias exibidas acima, optamos por apresentar as recomendações para avaliação das mesmas em uma única sessão, com a intenção de evitar possíveis repetições desnecessárias no texto, uma vez que, as recomendações para as três são essencialmente as mesmas.

Atualmente, o docente tem à disposição uma grande variedade de tipos de avaliações. Porém, a mais comum no ambiente escolar é a somativa, que segundo o glossário, busca a:

determinação do desempenho do aluno ao final de um período, estágio, curso ou programa, usualmente – mas não necessariamente – envolvendo provas ou exames formais. Avaliações somativas são mais comumente usadas para classificar, dar notas e/ou aprovar estudantes, assim como para propósitos de certificação. (UNESCO-IBE, 2016, p. 23).

Embora a utilização de avaliações somativas seja compreensível para atender à alta demanda do ambiente escolar, uma vez que é possível avaliar um grande contingente de estudantes simultaneamente com uma única avaliação, essas avaliações são aplicadas em períodos específicos e, geralmente, testam uma grande quantidade de conhecimentos em poucas oportunidades. Nessa perspectiva, sem a inserção de outras formas de avaliação para acompanhar o desenvolvimento dos estudantes de maneira gradual, o docente acaba identificando as deficiências da turma de forma retroativa. Mesmo que o professor esteja presente e atento no dia a dia dos estudantes, as aulas de matemática são, em sua maioria, expositivas. Assim, até surgir a oportunidade do aluno agir de forma autônoma e ativa para expor seus conhecimentos durante uma prova, o progresso dos estudantes se limitará a uma mera percepção que o professor tem deles durante as interações em sala de aula.

Entretanto, com a intenção do sistema educacional vigente de entender como os estudantes aprendem e não somente o que aprendem, um acompanhamento mais próximo do professor com a turma, se torna inevitável. Assim, as avaliações formativas podem ser adotadas para este tipo de objetivo, pois representam uma

avaliação conduzida ao longo do processo educacional com o objetivo de potencializar a aprendizagem do estudante. Implica buscar evidências sobre a aprendizagem a fim de fechar o hiato entre desempenho atual e o desejado (de modo a permitir ações para fechar esse hiato); oferecer feedback aos estudantes; e envolver estudantes no processo de avaliação e aprendizagem. (UNESCO-IBE, 2016, p. 21).

As avaliações diagnósticas também podem ser muito cruciais, pois são capazes de fornecer uma perspectiva sobre a heterogeneidade em cada turma de trabalho, uma vez que, esse tipo de avaliação

visa identificar os pontos fortes e fracos de um aluno, com vistas a tomar as ações necessárias para potencializar a aprendizagem. Também usada antes do processo de ensino e aprendizagem, a fim de aferir o nível de prontidão ou de desempenho do aluno. (UNESCO-IBE, 2016, p. 21).

Como já mencionado, as metodologias ativas destacadas acima enfatizam a importância de os estudantes realizarem registros escritos durante as etapas, tanto para promover uma postura ativa do estudante quanto para possibilitar ao professor acompanhar o raciocínio formalizado dos estudantes diante da atividade. Esse foco introduz a intenção intrínseca de avaliação das metodologias ativas, as quais não podem se limitar a uma simples correção de certo ou errado.

Assim como se cobra o detalhamento das ideias do estudante, o professor também tem o dever de fornecer uma devolutiva detalhada, destacando os pontos de deficiência e explicando por que determinadas passagens ou formulações estão incorretas.

Outra recomendação unânime dos três autores se configura na observação do corpo discente durante a atividade. Ao contrário da aula expositiva, em que o professor deve se atentar às reações dos estudantes à medida que desenvolve o conteúdo, durante a aplicação de uma das metodologias ativas, o docente é capaz de observar os alunos enquanto desenvolvem a tarefa e, com certa tranquilidade, pode tomar notas ou ajudar pontualmente quando necessário. No trecho destacado por [Ponte, Brocardo e Oliveira \(2003\)](#), podemos entender a importância dessa ação uma vez que

a observação dos alunos enquanto trabalham é um processo de avaliação fundamental para dar informações ao professor. A sua atenção tanto pode incidir num ou noutro aluno que precisa de uma atenção individual como na atividade de um ou mais grupos. Essa observação é muitas vezes conduzida de modo seletivo, observando cada grupo ou cada aluno por sua vez. Ao observar, o professor não tem de se limitar a uma atitude passiva, pelo contrário, pode fazer perguntas aos alunos de modo a perceber melhor o que eles estão fazendo e a forma como estão pensando. ([PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003](#), p. 125).

Em relação ao entendimento das fases, etapas ou momentos de cada metodologia, tanto [Polya \(1995\)](#) quanto [Ponte, Brocardo e Oliveira \(2003\)](#) trazem uma recomendação muito pertinente. Como há uma distinção clara entre as fases de cada metodologia, o docente pode aproveitar as respectivas descrições para verificar se os estudantes estão cumprindo o objetivo de cada etapa. [Polya \(1995\)](#) elenca os erros mais comuns de cada momento:

A compreensão incompleta do problema, em consequência da falta de concentração, talvez seja a mais deficiência mais comum. No que diz respeito à concepção do plano e a visualização de uma ideia geral da resolução, dois defeitos opostos são muito frequentes: alguns alunos atiram-se ao cálculo e ao desenho sem qualquer plano ou ideia geral; outros esperam desajeitadamente que surja alguma ideia e nada fazem para apressar a sua aparição. Na execução do plano, o defeito mais frequente é o desleixo, a falta de paciência para verificar cada passo. A omissão da verificação do resultado é muito comum: o aluno concentra-se em obter uma resposta, põe de lado o lápis e não se espanta com os resultados, por mais disparatados que eles forem. ([POLYA, 1995](#), p. 59).

[Ponte, Brocardo e Oliveira \(2003\)](#) recomenda uma proposta mais estruturada a partir de relatórios escritos, nos quais um estudante ou grupo deve realizar uma exposição detalhada contendo: a descrição do que foi feito na atividade, o que aprenderam e, por fim, um comentário geral sobre as dificuldades, a condução do trabalho em grupo (se existir) e/ou os interesses despertados. Além de disponibilizar alguns modelos de relatórios, o autor propõe uma avaliação dos mesmos a partir de uma divisão em quatro níveis que descrevem o grau de compreensão de três aspectos: o conhecimento matemático, as estratégias e os processos de raciocínio, e a comunicação.

Por fim, a última recomendação se enquadra na avaliação da capacidade do estudante de se expor oralmente, também destacada por [Ponte, Brocardo e Oliveira \(2003\)](#). A boa

competência de comunicação é valorizada por todos os autores. No entanto, [Ponte, Brocardo e Oliveira \(2003\)](#) levanta as apresentações orais como um método avaliativo eficiente que pode trabalhar o desenvolvimento socioemocional, pois “uma apresentação oral constitui uma situação de avaliação e também de aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento da capacidade de comunicação e de argumentação.” ([PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003](#), p. 125).

Em resumo, a implementação de metodologias ativas demanda a incorporação de diversos tipos de avaliações. A ausência dessas avaliações diversificadas resultará em um acompanhamento e impacto inconclusivos. Contudo, é crucial ressaltar que tais metodologias não devem ser encaradas como substitutas integrais das aulas expositivas. Na prática, torna-se inviável adotar exclusivamente metodologias ativas ao longo das sequências didáticas, uma vez que momentos de exposição são necessários para que os alunos possam utilizar seus conhecimentos prévios e, posteriormente, agir de maneira autônoma.

Analogamente, no âmbito das avaliações, é importante destacar que as avaliações formativas e diagnósticas não substituem integralmente as avaliações somativas. Pelo contrário, essas avaliações são fundamentais para estabelecer um processo avaliativo mais direcionado ao efetivo aprendizado do estudante.

## 8 EXPERIÊNCIA PRÁTICA DE ENSINO

Com base em tudo o que foi exposto até aqui, é incontestável que o trabalho do docente de matemática está mais complexo. Integrar sequências didáticas que aplicam metodologias ativas no cronograma implica mudanças no comportamento docente em sala de aula e mais tempo de planejamento antes, durante e depois das atividades. Durante a minha trajetória na graduação, além do estágio obrigatório, tive a oportunidade de participar do Programa de Residência Pedagógica (PRP) entre 2020 e 2022, assim como o ProEx em 2023, que proporcionaram experiências práticas de ensino-aprendizagem em escolas do estado. Desde o meu ingresso na Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), a grande maioria dos docentes da educação básica com quem tive a oportunidade de trabalhar já solicitou ajuda para propor aulas que fugissem do padrão expositivo. No entanto, no início, isso também era algo com o qual eu não tinha prática.

Além disso, como professores ou futuros professores, sempre temos referências de outros docentes que passaram ou estão passando pelo nosso curso de formação, impactando-nos de alguma forma. Muitas vezes, internalizamos essas referências para o nosso próprio modo de ensinar. Como as minhas referências, e as de vários outros professores, são em sua maioria expositivas, foi necessário me reinventar, visto que ninguém ensina sem antes ter aprendido. Como docente em formação, é um privilégio poder construir e aplicar experiências práticas antes de receber toda a carga de responsabilidades de um profissional atuante, pois é nelas que entendemos a importância do trabalho diário e contínuo do docente.

Não basta somente planejar a prática; independente do cronograma que tenha sido estabelecido, as mais variadas surpresas ocorrem no dia a dia. Dessa forma, a sequência didática que será apresentada, não tem a intenção de passar uma visão pretensiosa de perfeita ou ideal, visto que, um conceito como esse é ilusório. Contudo, é muito mais razoável, a existência da sequência que melhor se adapta a determinado corpo discente. Nessa perspectiva, a atividade entra apenas como um exemplo, onde o mais importante se torna todo o processo. Assim, essa seção será dedicada a apresentar o percalço de planejamento, aplicação e conclusões, perante uma experiência de modelagem com uma turma do 1º ano do Ensino Médio na Escola Estadual Aracy Leite em São Carlos - SP.

Durante o primeiro semestre de 2023 atuei como estagiário na escola com algumas turmas do Ensino Fundamental II. Uma das docentes com quem eu atuava, Profa. Lucineia Julião, também lecionava nas turmas do Ensino Médio. No segundo semestre, comentei com a professora sobre meu Trabalho de Conclusão de Curso e a intenção de aplicar uma sequência de modelagem. Assim, fui convidado a desenvolver uma atividade em dezembro com cinco aulas de 45 min.

Para trabalhar com modelagem matemática é necessário que o docente faça todo o processo de modelagem antes. Dessa forma, ao conduzir a atividade em classe é possível passar da solução para aplicação do modelo com os estudantes. Entretanto, antes de tudo, era

necessário escolher um tema e estudar as possibilidades ao redor dele. Considerando que a escola segue o Currículo Paulista<sup>7</sup>, consulte o Caderno de Habilidades previstas de 2023 para o 1º ano do Ensino Médio, em busca de alguma inspiração. Na intenção de trazer um tema significativo, a seguinte habilidade me chamou a atenção:

(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Como o consumo de água está presente em diversas ações do nosso cotidiano, a oportunidade de analisar o consumo e as contas de água despertou a ideia de discutir o uso consciente da água. Após consultar a professora com relação à temática, decidi preparar uma sequência para investigar o cálculo por trás da cobrança realizada na conta e também modelar os hábitos e vazamentos que desperdiçam água. O objetivo é determinar os respectivos impactos no consumo e o desperdícios que impactam nas famílias e na sociedade.

Com o tema escolhido e um objetivo inicial, eu passei a procurar algumas informações sobre o consumo de água para, além de obter dados relevantes, conseguir construir argumentos convincentes para engajar os alunos na atividade. Durante as pesquisas, encontrei o Painel de Saneamento do Brasil<sup>8</sup>, um portal do governo federal que disponibiliza diversas estatísticas associadas ao saneamento básico do país, estados e municípios. A partir da análise dos dados mais recentes, obtidos do censo do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)<sup>9</sup> de 2021, foi possível obter algumas informações que poderiam ser motivadoras para a atividade. No Brasil, mais de 14% da população não têm acesso à água, configurando mais de 30 milhões de habitantes. O índice da falta de acesso a esgoto é bem mais expressivo, passando dos 43% atingindo mais de 90 milhões de brasileiros. Os índices de São Carlos, em contrapartida, descreviam um cenário muito melhor, onde os habitantes sem acesso a água e esgoto não passavam de 4% da população. Nesse momento, levantei o seguinte questionamento: será que essa água estava sendo bem utilizada?

Na escolha do melhor índice para responder essa pergunta, decidi realizar uma comparação a partir do consumo médio per capita de água, uma vez que, o cálculo do mesmo não inclui as populações sem acesso. Na perspectiva do país, esse consumo chega a 130 litros diários por habitante. Já para o município de São Carlos alcançamos assustadores 241 litros diários por habitante. Mesmo em uma posição privilegiada, a população São Carlense indicava um consumo nada consciente, que extrapolado ao mês, atingia a média de 7,2 m<sup>3</sup>. Assim, eu tinha um contexto para discutir com os alunos sobre alguns hábitos desnecessários e vazamentos, que podem impactar no consumo de água, e conseqüentemente, no desperdício de dinheiro.

<sup>7</sup> <<https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/ensino-medio/materiais-de-apoio-2/>>

<sup>8</sup> <<https://www.painelsaneamento.org.br/>>.

<sup>9</sup> <<https://www.ibge.gov.br/>>.

Para os hábitos, foram elencados três: tomar banho com o chuveiro ligado todo tempo, escovar os dentes com a torneira ligada ao invés de um copo e, por fim, lavar a calçada com mangueira e muitas vezes ao ano. Já para os vazamentos, optei por aqueles que costumam ser imperceptíveis como: filetes de 3mm da torneira da pia e a válvula de descarga disparando ininterruptamente. Para estimar o total de água gasta com cada uma das situações descritas acima, era necessário determinar o volume gasto em uma determinada quantidade de tempo, ou em outras palavras, a vazão envolvida em cada uma das situações. Supondo que as situações tivessem um fluxo constante de água, a partir da vazão e do tempo gasto em cada uma, poderíamos definir funções afins que relacionam o total de água consumido em função do tempo. Assim, surgiu a necessidade de descobrir essas vazões.

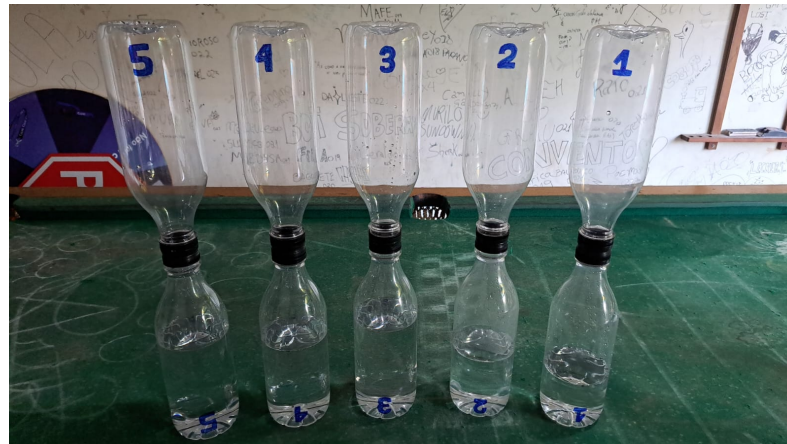
No site da Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo ([Sabesp](http://www.sabesp.com.br))<sup>10</sup>, consegui encontrar vazões para os vazamentos e hábitos. No entanto, eu queria tentar propor uma forma dos alunos calcularem essas vazões em classe. Essa alternativa, por mais que muito rica para um momento de interação com os estudantes, representava um desafio pois, atividades com água costumam ser desastrosas, onde eu poderia correr o risco de desperdiçar água durante uma atividade sobre economia de água. Assim, eu comecei a pensar em formas de medir vazão que diminuíssem ao máximo esses riscos.

A alternativa encontrada foi construir ampulhetas de água, utilizando garrafas de plástico (descartáveis) com um litro e meio de capacidade. Inicialmente, elaborei algo equivalente a uma ampulheta tradicional de areia, a partir da união de duas garrafas boca a boca, vedadas com cola quente e fita isolante. No entanto, uma única passagem para água e ar entre as garrafas, gerou um problema de pressão no sistema, uma vez que, por se tratar de um sistema fechado, para água passar de um lado para o outro, era necessário que o ar subisse, dessa forma, ao virar a ampulheta a água não descia em um fluxo constante e podíamos observar muitas bolhas.

Na intenção de resolver esse problema, tentei adicionar válvulas de pneu de bicicletas nas laterais para possibilitar a saída do ar, o que funcionou, mas deixou seu uso pouco prático. Até que, em um dos testes, notei que se ao invés de apenas virar a ampulheta eu adicionasse um pouco de giro ao movimento, a água formava um redemoinho abrindo uma espécie de passagem, possibilitando que água e ar passassem sem muita interferência e, conseqüentemente, o líquido descia com uma vazão relativamente constante. O mais interessante, é que, a depender do tamanho da passagem e da quantidade de água na garrafa, ao virar com uma certa delicadeza, o líquido ficava estático na parte de cima, tornando a interação algo instigante de um ponto de vista físico. Assim, retornei ao protótipo inicial, e construí uma ampulheta para cada uma das vazões que poderiam ser calculadas. A Figura 15 mostra os protótipos obtidos.

<sup>10</sup> <<https://www.sabesp.com.br/site/interna/Default.aspx?secaold=145>>.

Figura 15 – Ampulhetas de água com diferentes vazões.



Fonte: Arquivo do autor.

Como a tentativa de igualar a vazão das garrafas com a das situações, era uma tarefa praticamente impossível sem mudar as dimensões das garrafas. Resolvi definir, para cada uma, um valor constante que, multiplicado pela vazão calculada, aproxima-se para a vazão desejada. Além disso, para os tempos, foram realizadas onze medições, entre as quais, organizei em ordem crescente e escolhi a mediana para calcular a vazão, uma vez que, mesmo que eu estivesse conseguindo tempos próximos, eles eram dependentes do giro, que após uma generosa quantidade de tentativas, eu adquiro uma certa prática. Como eu não poderia esperar a mesma intimidade dos alunos com o objeto, um único lançamento que não fornecesse o giro suficiente resultaria em um tempo muito fora dos intervalos obtidos por mim, e conseqüentemente, os cálculos das médias dos alunos poderiam ser muito diferentes das calculadas por mim. Os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 2

Tabela 2 – Valores das vazões para as diferentes ampulhetas de água

Volume e situação	Tempo (s)	Vazão da ampulheta (l/min)	Vazão desejada (l/min)	Constante escolhida	Vazão obtida (l/min)
<b>Ampulheta 1: 400ml vazamento do vaso sanitário</b>	15,42	1,56	0,1	1/15	VP = 0,104
<b>Ampulheta 2: 500ml vazamento da torneira</b>	14,02	2,14	0,3	1/7	VT = 0,305
<b>Ampulheta 3: 800ml chuveiro</b>	8,72	5,46	11	2	VC = 10,92
<b>Ampulheta 4: 700ml torneira</b>	11,60	3,62	14	4	VD = 14,48
<b>Ampulheta 5: 800ml mangueira</b>	6,44	7,45	30	4	VM = 29,81

Fonte: Elaborada pelo autor.

Com as vazões calculadas, bastava estabelecer alguns parâmetros gerais e outros específicos para determinarmos o tempo gasto em cada situação, na intenção de fazer uma projeção para o consumo de água diário, mensal e anual. Entretanto, também queremos fazer uma projeção dos gastos. Dessa forma, é vital entender como o valor das contas de água é obtido. Do ponto de vista matemático, uma conta de água calcula o valor de forma linear, em função da quantidade total de metros cúbicos consumidos. No entanto, não é atribuída uma única taxa de variação para qualquer valor total de água consumida. Analogamente ao cálculo do imposto de renda, são definidas faixas de consumo que, por sua vez, tem uma tarifa específica associada, que cresce à medida que o total de água atinge certos valores. Na Tabela 16 podemos visualizar as faixas de consumo da categoria residencial e as respectivas tarifas.

Figura 16 – Tarifa por faixa de consumo.

CATEGORIA - RESIDENCIAL				
FAIXAS DE CONSUMO	UNIDADE	TARIFAS (R\$)		
		ÁGUA	ESGOTO	TOTAL
De 0 a 10	m <sup>3</sup>	2,41	1,92	4,33
De 11 a 20	m <sup>3</sup>	6,05	4,84	10,89
De 21 a 30	m <sup>3</sup>	7,77	6,22	13,99
De 31 a 40	m <sup>3</sup>	9,81	7,85	17,66
De 41 a 50	m <sup>3</sup>	11,65	9,33	20,98
De 51 a 60	m <sup>3</sup>	12,78	10,22	23,00
Acima de 60	m <sup>3</sup>	14,16	11,32	25,48

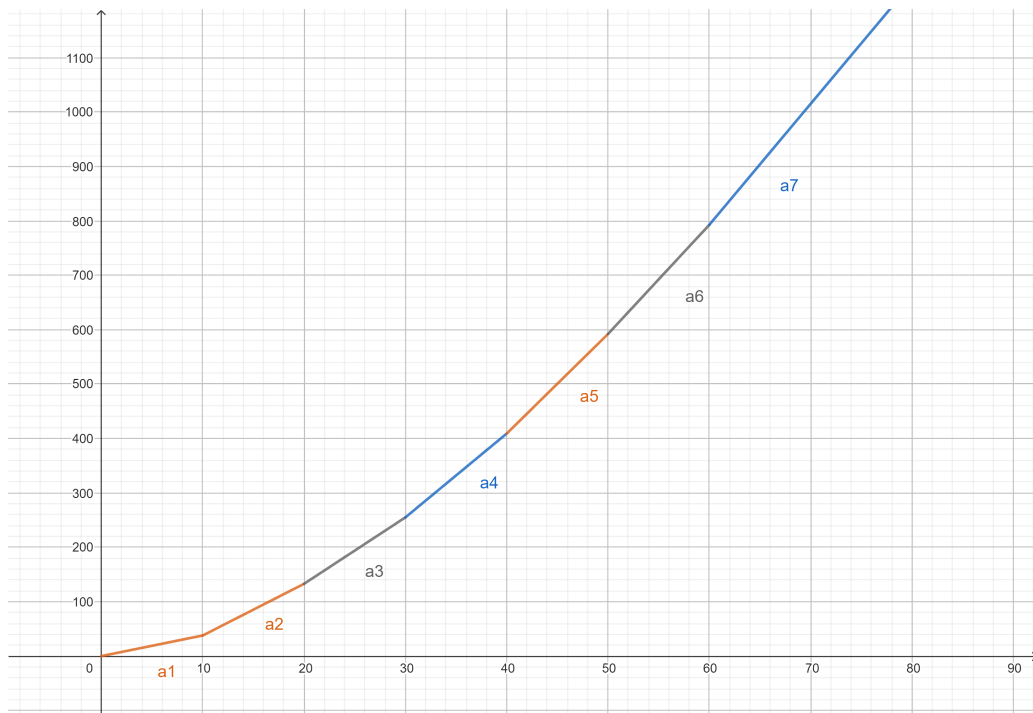
Fonte: (ARES, 2023).

Dessa forma, fica um pouco mais intuitivo perceber que, podemos associar uma função para cada faixa, que se relacionam em um espécie de efeito cascata. Todas as funções, exceto a primeira, devem sempre somar o total gasto na faixa anterior, em uma função definida por partes. Assim, podemos definir algebricamente sete funções tais que

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) = 4,33 * x & \text{se } 0 \leq x \leq 10 \\ f_2(x) = f_1(10) + 10,89 * (x - 10) & \text{se } 10 < x \leq 20 \\ f_3(x) = f_2(20) + 13,99 * (x - 20) & \text{se } 20 < x \leq 30 \\ f_4(x) = f_3(30) + 17,66 * (x - 30) & \text{se } 30 < x \leq 40 \\ f_5(x) = f_4(40) + 20,98 * (x - 40) & \text{se } 40 < x \leq 50 \\ f_6(x) = f_5(50) + 23,00 * (x - 50) & \text{se } 50 < x \leq 60 \\ f_7(x) = f_6(60) + 25,48 * (x - 60) & \text{se } x > 60. \end{cases} \quad (8.1)$$

A representação geométrica das funções é ilustrada na Figura 17.

Figura 17 – Função tarifária por faixa de consumo de água.



Fonte: Elaborada pelo autor com o uso do software Geogebra.

Partindo das funções definidas na equação (8.1) podemos fazer a projeção dos gastos. Há único ponto que devemos nos atentar será a diferença no cálculo de um hábito e um vazamento. O primeiro está relacionado com um gasto que você deixaria de ter, assim, ele deve ser contabilizado de forma regressiva com relação ao consumo. Enquanto que um vazamento representa um gasto além do que foi previsto, implicando que este deve ser contabilizado a partir do consumo total. Assim, em continuidade com a modelagem, vamos definir alguns parâmetros globais, de uma residência hipotética, essenciais para tentar resolver a problemática:

Sejam

- $m$  = o número de moradores.
- $p$  = o consumo médio de água por morador no mês.
- $s$  = a faixa de consumo, tal que  $(m \times p)$  deve estar contido em  $c$ .

Agora, em relação aos parâmetros específicos, precisamos determinar como o tempo desperdiçando água será contabilizado em cada situação. Primeiro, para os vazamentos assumimos um desperdício constante  $w$  em minutos o dia todo. Já levando em consideração os hábitos, precisamos encontrar uma forma de determinar a diferença no consumo se adotássemos um uso mais consciente da água. Desta maneira, é necessário estabelecer parâmetros com relação às duas posturas para comparação.

a) Tomando banho:

- $b$  = o número médio de banhos que cada morador toma por dia.
- $l$  = o tempo médio em minutos do banho com o chuveiro ligado a todo momento.
- $e$  = o tempo que chuveiro fica ligado em um banho que a água é desligada enquanto a pessoa se ensaboa.
- $k$  = o tempo médio em minutos com o chuveiro ligado desnecessariamente, tal que,  $k = (l - e)$ .

b) Escovando os dentes:

- $d$  = o número de vezes que cada morador escova os dentes em média por dia.
- $t$  = o tempo médio em minutos gasto com a torneira aberta para escovar os dentes.

Supondo que meio copo de 0,2l é o suficiente para uma pessoa escovar os dentes. Assim, se  $a$  denota o total de água gasto por dia na casa, segue que,  $a = (d * m) * (0, 1)$ .

c) Lavando a calçada:

- $q$  = a frequência que a calçada é lavada por mês.
- $h$  = o tempo médio em minutos gasto com a mangueira aberta para lavar a calçada.

Supondo uma quantidade de lavagens suficiente ao ano, iremos denotar por  $j$  a frequência ao ano.

A partir dos parâmetros e vazões obtidas, determinamos o total de água desperdiçada ou perdida em cada situação. Feito isso, basta multiplicar os totais pelas tarifas referentes às faixas de consumo que a água seria cobrada, se atentando se o cálculo passar por mais de uma tarifa. Isso irá ocorrer quando a situação resulta em uma quantidade que ultrapassa o domínio da faixa. Assim, definimos cinco funções de consumo em metros cúbicos dadas por

$$c1 : c(w) = [(VP) \times (w) \times (1440)]/1000$$

$$c2 : c(w) = [(VT) \times (w) \times (1440)]/1000$$

$$c3 : c(k) = [(VC) \times (k) \times (m) \times (b) \times (1440)]/1000$$

$$c4 : c(t) = [(VD) \times (d) \times (t) \times (m) \times (1440) - a]/1000$$

$$c5 : c(h) = [(VM) \times (q) \times (h) \times (1440)]/30 - [((VM) \times (j) \times (h) \times (1440)]/365/1000$$

Podemos projetar os gastos para uma residência hipotética, atribuindo valores aos nossos parâmetros. Por exemplo,

$m = 5$  moradores  
 $p = 5m^3$  de consumo médio  
 $s = 20$  a  $30$  metros cúbicos tarifa  $13,99$   
 $b = 1$  vez ao dia em média  
 $l = 10$  minutos  
 $e = 5$  minutos  
 $k = (l - e) = 5$  minutos  
 $d = 3$  vezes ao dia em média  
 $t = 1$  minuto  
 $a = (d \times m) \times (0,1) = (3 \times 5) \times (0,1) = 1,5$   
 $q = 3$  vezes ao mês  
 $h = 10$  minutos  
 $j = 2$  vezes ao ano

Esses valores geram a Tabela 3.

Tabela 3 – Consumo e valores gastos por dia, mês e ano para diferentes situações.

Situações	consumo ou desperdício (m <sup>3</sup> )			economia ou desperdício (reais)		
	1 dia	1 mês	1 ano	1 dia	1 mês	1 ano
<b>Vazamento do vaso sanitário</b>	0,1497	4,4929	54,662	2,09	62,85	764,72
<b>Vazamento da torneira</b>	0,4401	13,205	160,66	6,15	214,76	2.577,14
<b>Tomando banho</b>	0,225	6,75	82,125	3,14	89,01	1.068,09
<b>Torneira</b>	0,0694	2,082	25,331	0,97	29,13	354,38
<b>Mangueira</b>	0,0296	0,8944	10,13	0,41	12,45	141,71

Fonte: Elaborada pelo autor.

Mesmo que os cinco modelos tenham sido construídos eles não, necessariamente, serão todos aplicados. A intenção de construir uma variedade de situações tem por objetivo aumentar as opções tanto para docentes quanto discentes durante a aula. Assim, a partir dos resultados obtidos a priori, era necessário estruturar a sequência didática. As cinco aulas disponíveis eram segmentadas, respectivamente, em dupla - única - dupla. Assim, optei pela divisão descritas a seguir.

## 8.1 1ª AULA (DUPLA): ENGAJAMENTO E INVESTIGAÇÃO DA CONTA DE ÁGUA

- Compartilhar os dados pesquisados com os alunos e refletir sobre algumas estatísticas com auxílio de uma apresentação na forma de slides.
- O objetivo é mostrar a importância de analisar criticamente as informações, tentando induzir erroneamente nos estudantes uma linha de raciocínio precipitada perante alguns gráficos de barras.
- Divisão da classe em grupos para investigar o cálculo por trás das contas de água. Se necessário fazer uma breve revisão de função e função afim com a classe.
- Solicitar que os grupos preencham as folhas de atividade e acompanhar a resolução da mesma.
- Apresentar o efeito cascata da conta de água e as funções que definem seu pagamento.
- Mostrar a função construída no Geogebra e também sua representação algébrica na lousa.

**Apresentação:** Ver Apêndice [A](#).

**Folha de atividade:** Ver Apêndice [B.1](#).

### **Habilidades trabalhadas na atividade:**

- (EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

- (EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

## 8.2 2ª AULA (ÚNICA): APRESENTAÇÃO DA METODOLOGIA E PROPOSTA

- Apresentar e discutir com o que é modelagem? De forma a garantir que a classe entenda o que está sendo requisitado na atividade.
- Interação com as ampulhetas de água, na intenção de mostrar algo curioso e os preparar para as atividades de modelagem.
- Conversar sobre os hábitos e vazamentos que podem afetar nosso consumo de água e quais eles gostariam de tentar modelar.

### **Habilidades trabalhadas na atividade:**

- (EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais
- (EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).

## 8.3 3ª AULA (DUPLA): ACOMPANHAR OS MODELOS TRABALHADOS

- Discorrer sobre as possibilidades de modelagem e solicitar a divisão da classe em grupos, para que os mesmos discutam e pensem em conjunto.
- Acompanhar o trabalho dos estudantes e intervir quando necessário, de forma a entender o raciocínio utilizado e escutá-los de uma forma ativa.
- Apresentar um fechamento com os resultados obtidos, de forma a promover uma discussão proveitosa com os estudantes.

### **Folhas de atividades:**

- Tomando banho. Ver Apêndice [B.2](#).
- Pia com corrimento. Ver Apêndice [B.3](#).

- Caixa da descarga não para de encher. Ver Apêndice B.4.
- Lavando a calçada. Ver Apêndice B.5.
- Escovando os dentes. Ver Apêndice B.6.

**Habilidades trabalhadas na atividade:**

- (EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais
- (EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).
- (EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

## 8.4 APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

Após todo o percalço de pesquisa e planejamento, chegamos a aplicação da atividade e as ponderações em relação ao desempenho dos estudantes. Vale ressaltar que as aulas ocorreram na última semana do período letivo, entre os dias 5 e 7 de dezembro, o que resultou em muitas faltas.

No início da primeira aula, dos 9 alunos que estavam presentes, 2 se mostraram bem apáticos e optaram por não participar. A maioria já estava em ritmo de férias. Assim, a conversa inicial foi um pouco ao redor do tema para que eu adquirisse, pelo menos, um pouco de intimidade antes de propor uma discussão. Inicialmente, perguntei se todos que estavam na classe tinham acesso à água. Após uma confirmação unânime, trabalhei a discussão ao redor dos dados relativos ao acesso a saneamento básico e mostrei a posição privilegiada de São Carlos em relação ao Brasil. A partir daí, levantei a questão se eles achavam que estávamos usando de forma consciente a nossa água. Recebendo apenas acenos de confirmação com uma leve expressão de incerteza, decidi tentar instigá los a pensar um pouco mais:

- Lucas: Mas calma gente, como vocês tem certeza?

- Aluno 1: ah professor, eu acho que não desperdiço água lá em casa.
- Lucas: ok, mas como vocês conseguem dizer se gastam muito ou pouco?
- Aluno 1: nossa professor, eu não sei quanto a gente gasta de água, às vezes eu só vejo os meus pais reclamando que veio muito cara.
- Lucas: Ta, mas e se eu perguntasse quem entre vocês gasta mais água, como vocês fariam?
- Aluno 2: Só ver quem gasta mais.
- Lucas: Hmm, então pra ver se alguém gasta muito a gente tem que ter alguma comparação?

Após esse breve diálogo, voltamos ao questionamento inicial, e convidei os estudantes a compararem o consumo de São Carlos com outras cidades, a partir de alguns gráficos de barras. Nesse momento, os estudantes acabaram se precipitando, logo no primeiro gráfico, respondendo que Recife era a cidade que mais consumia ao olhar a maior quantidade de metros cúbicos, sem antes considerar a diferença notória da população. Após discutir a média per capita do consumo de água e apresentar o gráfico do mesmo, já era possível notar algumas reações com relação ao índice altíssimo de São Carlos.

Para dar continuidade, questionei se alguém sabia como era calculado o valor da conta de água. Após as afirmações negativas, disse que a resposta estava na própria conta e, assim, disponibilizei cópias de duas para serem analisadas: a conta da minha casa (república de estudantes) com 18 moradores e outra conta da casa de um amigo, onde moram 4 pessoas. Em seguida, orientei que os estudantes formassem grupos para discutir e tentar realizar a atividade. Ver Figura 18.

Figura 18 – Estudantes entendendo uma conta de água.



Fonte: Arquivo do autor.

A atividade (ver Apêndice B.1) tinha três questões principais, e fazia questionamentos ao redor da conta da casa com 4 moradores. A primeira questão relacionada ao consumo médio de cada morador diária e mensalmente, foi tratada sem problemas pelos estudantes. Já a segunda, que era voltada a representação algébrica da função que descreve o valor a ser pago da conta de água, foi necessária a recordação do significado de alguns termos para a classe, como domínio e função. Observei erros, apenas de um grupo, na notação do domínio da função a partir do excesso de símbolos de igualdade para descrevê-lo, conforme mostrado na Figura 19.

Figura 19 – Resposta de um grupo para a questão 2 da Atividade B.1.

2) Quais funções definem o total a ser pago das contas de água? Apresente as representações algébricas e o domínio de cada função.

$$\begin{aligned}
 F_1(x) &= 3,78x, \quad D(F) = 0 \leq x \leq 10 \\
 F_2(x) &= F_1(10) + 9,50 \quad | \quad x > 10 \quad D(F) = 10 < x \leq 20
 \end{aligned}$$

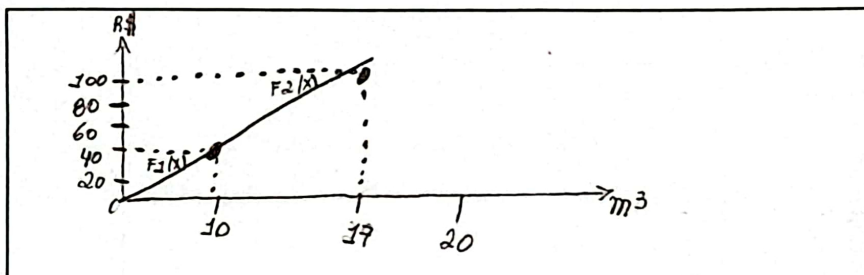
Fonte: Arquivo do autor.

No entanto, na terceira questão, relacionada à representação algébrica da função, quase todos os grupos apresentaram erros. Eu pude observar um certo incômodo sempre que um

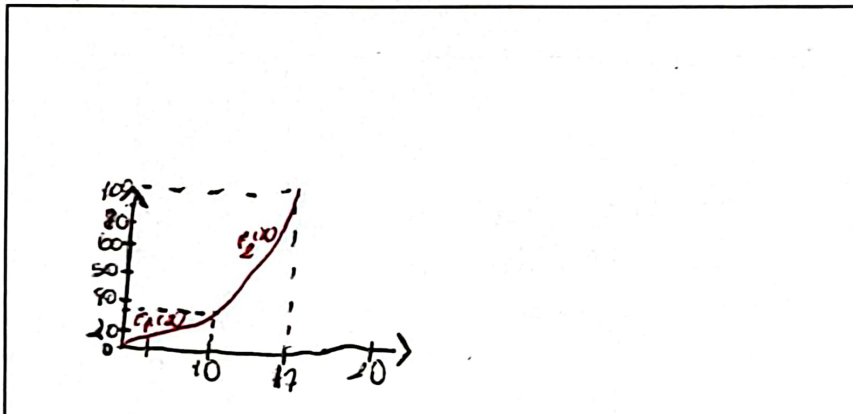
grupo chegava à terceira questão. No momento eu até tentei questionar os alunos quais eram as dúvidas com relação a esse tipo de representação, mas a maioria deles parecia não querer nem escutar, afirmando ser impossível entender a relação entre as duas representações. Mesmo que a classe, em sua maioria, descreveu duas sentenças na segunda questão, no momento de esboçar o gráfico, construíram uma única função ou descreviam duas funções, mas as mesmas não representam retas, conforme mostra a Figura 20

Figura 20 – Respostas de três grupos para a questão 3 da Atividade B.1.

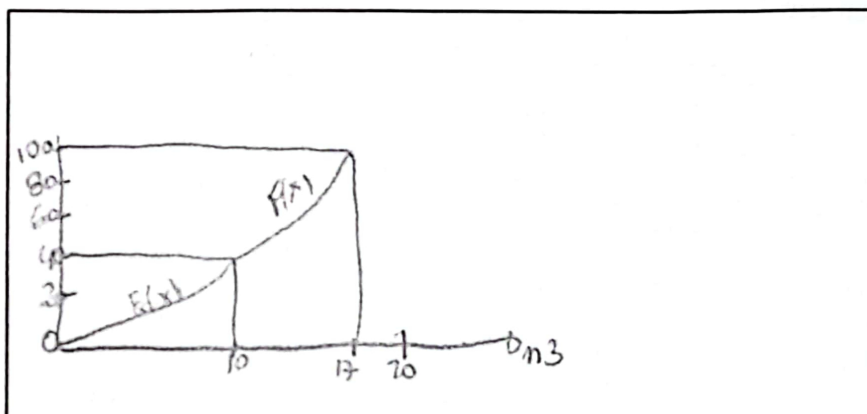
3) faça uma representação gráfica das funções obtidas no item 2).



3) faça uma representação gráfica das funções obtidas no item 2).

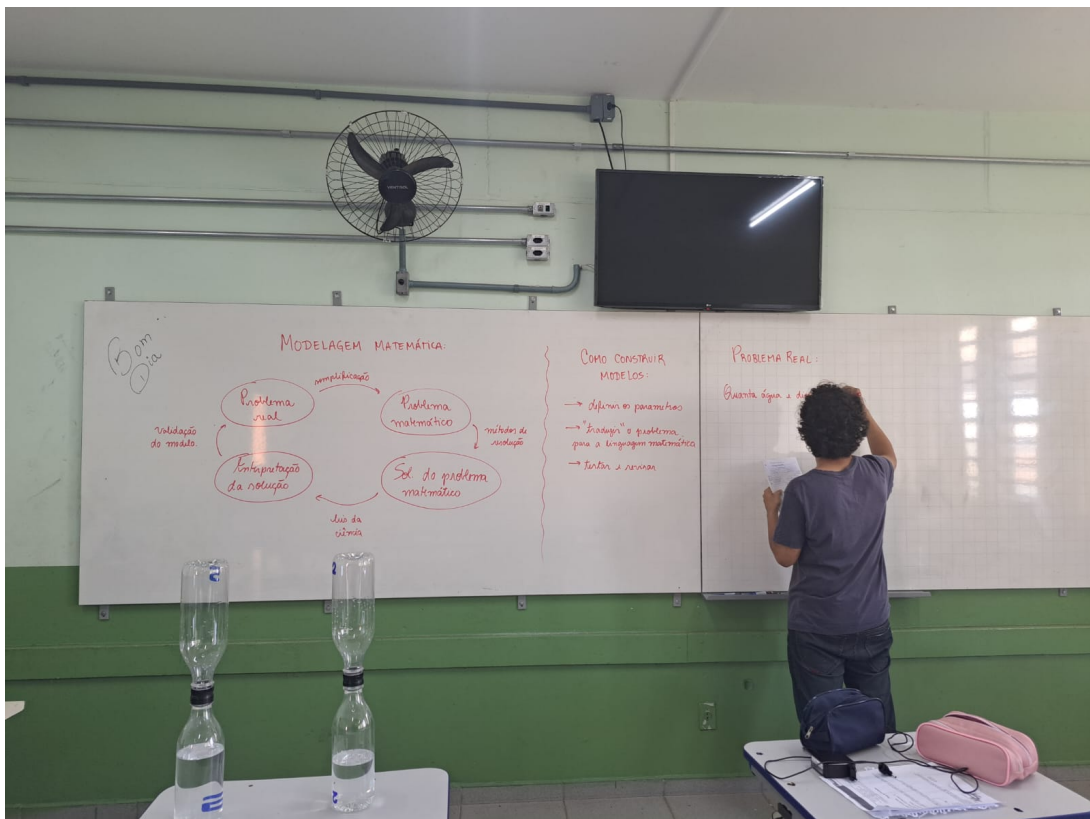


3) faça uma representação gráfica das funções obtidas no item 2).



No momento final da aula, conversei um pouco com os estudantes sobre a importância de lidar com gráficos e, que os mesmos, vão aparecer em diversos veículos de comunicação e informação, aproveitando para relembrar do momento inicial da aula, quando uma má interpretação do gráfico resultou em conclusões erradas. Posteriormente, finalizei a aula mostrando as setes funções em cascata que definem toda conta de água e o gráfico com todas as retas em sequência. Ver Figura 21.

Figura 21 – Apresentando a modelagem aos estudantes.



Fonte: Arquivo do autor.

Já para a segunda aula, além dos alunos do dia anterior, outros 5 alunos compareceram. No entanto, eles estavam fazendo muito barulho, fazendo com que eu perdesse um pouco do tempo da aula para tentar fazer algum acordo com eles. O tempo era curto, mas tive a oportunidade de retomar a conversa sobre consumo consciente, e após conversar um pouco sobre modelagem, argumentamos sobre hábitos e vazamentos, onde pude propor a construção do modelo de gotejamento como exemplo.

Com o objetivo de discutir sobre vazão mostrei as ampulhetas de água que iríamos trabalhar. As mesmas, despertaram muito o interesse e curiosidade dos alunos, até aqueles que não participaram no início levantaram e interagiram principalmente, pela curiosidade perante a propriedade física. Ver Figura 22.

Figura 22 – Executando a atividade com as ampulhetas de água.



Fonte: Arquivo do autor.

Enquanto os estudantes estavam totalmente entretidos, aproveitei para requisitar que eles escolhessem os modelos que tinham o interesse de fazer, com a única exigência que deveriam ser no mínimo dois, com pelo menos um de hábito e um de vazamento que eles decidissem. Finalizando a aula com uma certa expectativa para próxima.

Para a terceira e última aula, os sete alunos presentes decidiram trabalhar em dois modelos. Por recomendação da professora responsável pela disciplina, e pedido dos próprios

alunos, foi solicitado que todos fizessem juntos. Assim, os estudantes interagiram muito mais. De início, decidiram como parâmetros: quatro moradores, com consumo médio de 5 metros cúbicos e, conseqüentemente, estavam na faixa de 20 a 30. Foi dada a continuidade no trabalho partindo das folhas de atividade (Ver Apêndice B) e, durante uma conversa inicial, chegamos a conclusão que um dos trabalhos essenciais para tentar descrever a situações matematicamente era entender quanta água estava sendo desperdiçada. Assim, começamos o trabalho de modelagem do vazamento do vaso sanitário medindo o tempo da garrafa, com auxílio do cronômetro de celular.

Os estudantes não tiveram grandes dificuldades. No entanto, a partir de alguns testes de tempos, os estudantes chegaram no tempo da garrafa de 13,09 segundos. Mesmo sendo um valor diferente do que eu obtive inicialmente, eu só deveria acompanhar se o valor fugiria muito das minhas previsões. No caso, os estudantes obtiveram uma vazão de 0,0305 litros por segundo, enquanto a minha era de 0,026 litros por segundo. Dessa forma, no segundo exercício, os estudantes precisavam calcular a vazão da garrafa e aproximá-la para situação. Ao escutar as estratégias dos estudantes, verifiquei que eles optaram por descobrir quantos litros são gastos em um dia. Achei uma ótima ideia, mas aproveitei para discutir as relações tanto entre as unidades de volume e tempo. Nesse momento, eu já pude observar que os estudante tendem a ignorar algumas unidades de medida e às vezes usam o celular para fazer certas contas, não deixando elas indicadas.

Um dos grupos, por exemplo, calculou a vazão em litros por segundo da garrafa, mas na conta em seguida elas referenciam a vazão  $V_1$  em litros por minuto com mostra a Figura 23.

Figura 23 – Resposta de um grupo para a questão 2 da Atividade B.4.

2) Vazão é uma razão entre volume por unidade de tempo. Vamos chamar a vazão da garrafa 1 de  $V_1$ , e a vazão do vazamento da privada de  $V_p$ .

- Converta a vazão da garrafa 1 com o tempo escolhido no item 1b) para Litros/minuto.
- Sabendo que a vazão do vazamento da privada é aproximadamente um quinze avos da vazão da garrafa 1 determine a vazão  $V_p$  em litros por minuto

Handwritten student work showing calculations for flow rate conversion and comparison:

$$V_1 = \text{vazão média da garrafa}$$

$$V_p = \text{vazão da caixa da privada}$$

$$a - V_1 = \frac{\text{VOLUME}}{\text{Tempo}} = \frac{0,4}{13,09} = 0,0305 \text{ L/s}$$

$$b - V_p = \frac{V_1}{15} = \frac{0,0305}{15} = 0,00203 \text{ L/s}$$

$$0,00203 \times 3440 = 7,012 \text{ por dia}$$



eles foram conversando entre si, para trabalhar a ideia do quanto isso custaria. Aqui a estratégia foi lembrar da primeira aula.

Ao questionar os estudantes como é realizada a cobrança das contas de água eles lembraram da faixa de consumo. Em seguida, eles admitiram que não sabiam muito bem qual taxa usar para o cálculo. Assim, tentei trazer uma experiência própria e como usar a conta de água a nosso favor. Questionei se alguém já tinha tido algum vazamento em casa, com a negativa dos alunos, compartilhei que uma vez passei por esse problema e, muitas vezes, o histórico das contas é o indicador mais forte.

Toda conta traz uma média de consumo e, independentemente se alguma casa consome muito ou pouco, o consumo tende a manter um padrão. Dessa forma, observar uma diferença muito forte no consumo entre os meses, sem nenhuma mudança nos hábitos das pessoas que ali moram, são fortes indicativos de que há um vazamento. Assim, questionei o que aconteceria se o vazamento não existisse. Os estudantes, afirmaram com um certo grau de certeza que aquela água não seria gasta. Assim, aos poucos, eles foram concluindo que seria um gasto além do consumo normal. Foi muito importante ressaltar o caráter de simplificação da modelagem, pois, de fato, é possível pensar em várias formas de calcular o custo.

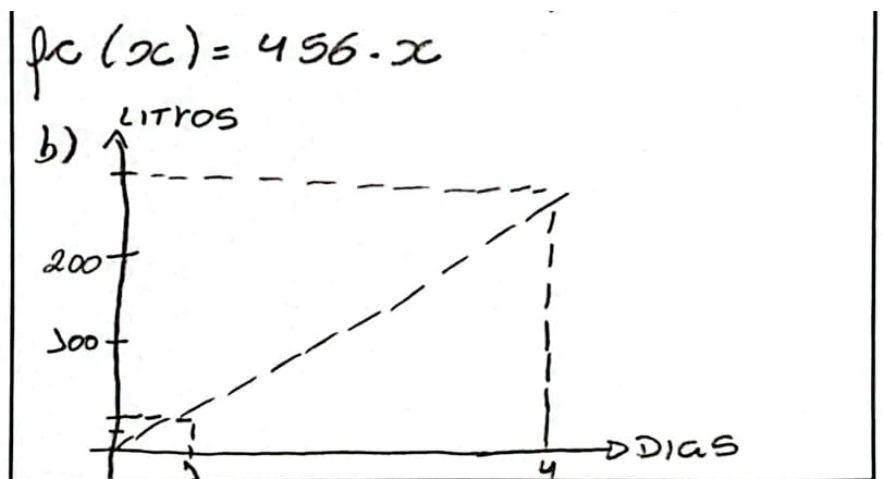
Logo em seguida, demos início a modelagem do hábito de tomar banho com o chuveiro ligado a todo tempo. Os alunos optaram por manter os parâmetros iniciais da atividade anterior, mas ainda era necessário definir o tempo gasto no banho. O tema banho gerou boas discussões na sala. Uma das estudantes comentou tomar banhos de 40 minutos a 1 hora. Nessa hora a classe se espantou e, tivemos que questionar se ela sabia o quanto gastavam com água. A estudante disse não saber exatamente mas sabia que era entre 500 e 700 reais. Como ela mora em 5 pessoas, todos concordaram, inclusive ela, que eles consumiam bastante água. Após essa interação inicial, os estudantes optaram por definir 15 minutos para o tempo do banho e 5 minutos de chuveiro ligado em um banho que desligamos o chuveiro para nos ensaboar, resultando em uma diferença de 10 minutos.

Desse modo, os estudantes começaram a medir os tempos das garrafas na primeira questão. Já nessa segunda atividade, deu para observar que eles estavam com um pouco mais de intimidade para fazer os giros e, o mais interessante, é que eles conseguiram o tempo de 8,86 segundos. Tempo extremamente próximo ao que eu obtive nos testes em casa de 8,72 segundos. Depois, eles calcularam a vazão da garrafa e aproximaram para 11,4 litros por minuto, também bem próxima dos 11 litros por minuto que eu havia modelado. Os estudantes também não passaram por grandes dificuldades na segunda questão, mas ainda deixavam de indicar algumas conversões entre as unidades. Uma melhora foi observada na terceira questão.

Na última questão, eles ignoraram, mais uma vez, o domínio da função. No entanto, em comparação com a atividade anterior, os estudantes projetaram o consumo e os gastos com a água. Além de se empenharem para compartilhar o raciocínio escrito, os estudantes entenderam que o consumo de água, nessa modelagem, estava relacionado com a diferença de tempo entre os dois parâmetros inicialmente definidos. Ademais, ao calcular os gastos, eles mostraram que

entenderam a característica regressiva do mesmo, pois, diferente de um vazamento, estamos calculando um gasto que deixaríamos de ter. Assim os estudantes respeitaram o limite de cada faixa de consumo e utilizaram diferentes taxas para realizar o cálculo. No entanto, o problema com relação aos gráficos persistiu, até apareceram novos, como um grupo que fez a reta do gráfico pontilhada com pode ser visto na Figura 25.

Figura 25 – Resposta de um grupo para a questão 2 da Atividade B.2.



Fonte: Arquivo do autor.

De uma forma geral a experiência relatada foi muito proveitosa. Vale destacar que foi uma atividade fora do habitual e sabemos que sete a nove estudantes facilitam a aplicação dessas experiências. Contudo, esperamos que o percalço relatado e as preocupações ao longo do caminho possam ajudar professores a ter alguma perspectiva do que pode ser feito.

## 9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente Trabalho de Conclusão de Curso, vimos que a educação no Brasil, em todas as instâncias, passa por mudanças drásticas. A partir do breve histórico podemos perceber que tais mudanças não ocorreram subitamente, mas são consequências diretas de inúmeras outras ações e iniciativas que a antecedem. A **BNCC** não é a primeira mudança curricular e, muito menos, será a última. Contudo é inegável que ela é a primeira proposta dessa magnitude.

Durante o capítulo sobre o Novo Ensino Médio na teoria, vimos que um dos grandes objetivos é reduzir a evasão dessa etapa. Assim, a escola deve estar mais voltada para o estudante. Ademais, alicerçado no rápido desenvolvimento da nossa sociedade, há um foco para o desenvolvimento integral do estudante, no que condiz não só o desenvolvimento cognitivo, mas também, sócio emocional. Projeto de vida, currículo flexível, Itinerários Formativos, transdisciplinaridade, Habilidades e Competências são mudanças que afetaram os estudantes, como também, atingiram diretamente os professores. Já em relação a área de Matemática, as mudanças estão mais vinculadas à postura do professor em aula e como queremos impactar o modo de representar, comunicar, raciocinar e argumentar a matemática dos nossos estudantes. Para isso é necessário saber como eles estão mobilizando os conhecimentos.

Dessa forma, o professor de matemática precisa mobilizar que seus estudantes participem ativamente das aulas. Para isso, vimos o destaque com relação às metodologias ativas. No entanto, as mesmas não agem por si só, pois, sem o conhecimento dos interesses e capacidades dos estudantes sempre será difícil aplicar qualquer atividade. Vimos potenciais consequências para o ensino da matemática, nas quais alguns professores não se sentiam preparados para lidar com as novas metodologias e, além disso, grande parte das mudanças gerais no ensino médio ainda estava confusa para os docentes atuantes, resultando em uma experiência relativamente caótica em algumas instituições de ensino. O cenário das escolas do estado de São Paulo foi um grande indicador das dificuldades de adaptação.

No capítulo sobre o Novo Ensino Médio na prática trabalhamos um pouco mais do impacto da **BNCC** na prática, evidenciando que a mesma está passando por reformulações, principalmente, no que concerne ao currículo flexível. Os professores precisam de mais direcionamento. A redução da variedade de Itinerários Formativos e a ampliação das horas destinadas ao currículo comum são os principais tópicos de alteração, uma vez que, muitos estudantes se sentiram prejudicados em exames como o **Enem**. Em meio a este período de incerteza, a independência das secretarias de educação dos estados, se mostrou vital para que as escolas pudessem realizar mudanças pontuais, enquanto mudanças mais estruturadas do **MEC** e **CNE** ainda não são oficializadas.

Com relação direta a este fato, apresentamos a **BNC-F**, uma base de formação para professores. As mudanças nos cursos de licenciatura e formação continuada para professores são inevitáveis, uma vez que, o currículo está notoriamente diferente. Dessa forma, as mudanças dão um destaque especial a prática docente e a postura de professor pesquisador, por acreditar

que as mesmas, são as melhores formas de mobilizar os conhecimentos e se preparar para todas as circunstâncias e adversidades da profissão. No entanto, a oficialização deste documento vir depois da homologação da BNCC é um fato extremamente preocupante que atrasa a recepção da proposta por cursos de formação, escolas, professores e alunos.

Para dar continuidade e, levando em consideração a preocupação dos professores com relação às metodologias, destinamos um capítulo à apresentação da Resolução de problemas, Investigação Matemática e Modelagem Matemática. As mesmas, possuem etapas para seu desenvolvimento e procuram desenvolver uma certa autonomia nos estudantes. No entanto, mesmo com algumas pequenas diferenças na estrutura, todas elas buscam, do docente, uma postura de mediador, onde, o professor deve sempre procurar instigar seus alunos a desenvolverem o próprio modo de raciocinar e pensar nos problemas, e não apenas, entregar resultados que não tem um significado ou sentido aparente para os estudantes. Além disso, também damos destaque às avaliações dessas metodologias que, inevitavelmente, devem ser muito mais formativas do que somente somativas. Os estudantes precisam de mais oportunidades para testar seus conhecimentos e poderem ver onde estão errando implicando desta forma em uma avaliação contínua.

Em concordância com a apresentação das metodologias, frisamos o processo de planejamento, aplicação e correção das atividades de uma proposta de modelagem no capítulo de experiência prática de ensino. Ressaltamos aqui, que a experiência serve apenas como exemplo, onde procurei desenvolver todo o processo de idealização até a atividade de fato, incluindo todos os meus questionamentos, erros, reformulações, acertos e iniciativas. As metodologias ativas implicam mais trabalho docente, mas podem resultar posturas e reações nos alunos que seriam impossíveis em outros formatos de atividade.

Em suma, o trabalho apresentado teve o intuito de apresentar o quadro da educação atual por várias perspectivas e discutir as possibilidades e consequências para os professores de matemática. Mas também, como professor em formação, tinha a preocupação de entender do que realmente se tratavam todas essas bases e novas propostas e, fundamentalmente, me preparar para os novos desafios da profissão docente.

## REFERÊNCIAS

- ARES. **Resolução ARES-PCJ nº 488, de 5 de abril de 2023**. Dispõe sobre a revisão dos valores das Tarifas de água e esgoto e reajuste dos valores dos Preços Públicos dos Demais Serviços a serem aplicados no Município de São Carlos - SP, e dá outras providências, 2023. Disponível em: <[https://www.saaesaocarlos.com.br/inv/2023/05/Resolucao\\_488\\_2023\\_-\\_Revisao\\_Tarifaria\\_-\\_SAAE\\_Sao\\_Carlos.pdf](https://www.saaesaocarlos.com.br/inv/2023/05/Resolucao_488_2023_-_Revisao_Tarifaria_-_SAAE_Sao_Carlos.pdf)>. Acesso em: 20 jan. 2023. Citado na página 66.
- BASSANEZI, R. **Ensino - aprendizagem com Modelagem matemática**. São Paulo: Editora Contexto, 2002. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/256007243\\_Ensino\\_-\\_aprendizagem\\_com\\_Modelagem\\_matematica](https://www.researchgate.net/publication/256007243_Ensino_-_aprendizagem_com_Modelagem_matematica)>. Acesso em: 20 jan. 2024. Citado 5 vezes nas páginas 54, 55, 56, 57 e 58.
- BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Promulgada em 5 de outubro de 1988. Diário Oficial da União, 1988. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/constituicao/constituicao.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm)>. Acesso em: 20 jan. 2024. Citado na página 11.
- BRASIL. **Lei nº9.394, 9.394 de 20 de dezembro de 1996**. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, 1996. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei9394\\_ldbn1.pdf](http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei9394_ldbn1.pdf)>. Acesso em: 20 ago. 2023. Citado na página 11.
- BRASIL. **Plano Nacional de Educação**. Lei nº13.005/2014, 2014. Disponível em: <<https://pne.mec.gov.br/18-planos-subnacionais-de-educacao/543-plano-nacional-de-educacao-lei-n-13-005-2014>>. Acesso em: 6 jun. 2023. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 13.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base**. MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: <<http://download.basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Citado 14 vezes nas páginas 11, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25 e 26.
- BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum para a Formação Inicial e Continuada de Professores da Educação Básica**. 2019. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/docman/setembro-2019/124721-texto-referencia-formacao-de-professores/file>>. Acesso em: 20 jan. 2024. Citado 9 vezes nas páginas 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46 e 47.
- BRASIL. **Resolução CNE/CP Nº 2, de 20 de dezembro de 2019**. Brasil: Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 46.
- CALGARO, F. Entenda em 5 pontos o que prevê o projeto de lei do governo para o novo ensino médio. **Portal G1 de notícias**, 25 out. 2023. Disponível em: <<https://g1.globo.com/educacao/noticia/2023/10/25/entenda-o-que-muda-com-o-projeto-de-lei-do-governo-para-o-novo-ensino-medio.ghtml>>. Acesso em: 20 jan. 2024. Citado na página 35.
- CASTRO, G. A. M. et al. Desafios para o professor de Ciências e Matemática revelados pelo estudo da BNCC do Ensino Médio. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 15, n. 2, p. 1–32, 2020. Citado 4 vezes nas páginas 27, 28, 29 e 30.

CLAVERY, E. et al. Governo retira urgência de projeto do novo ensino médio para construir texto de consenso e focar em medidas econômicas, dizem líderes. **Portal G1 de notícias**, 11 dez. 2023. Disponível em: <<https://g1.globo.com/politica/noticia/2023/12/11/governo-retira-urgencia-para-o-novo-ensino-medio-para-construir-texto-de-consenso-e-focar-em-medidas-economicas-dizem-lideres.ghtml>>. Acesso em: 20 jan. 2024. Citado na página 38.

FERREIRA, A. et al. Itinerários formativos ofertados nas escolas de São Paulo. **Portal G1 de notícias**, 19 abr. 2023. Disponível em: <<https://g1.globo.com/sp/sao-paulo/educacao/noticia/2023/04/19/uma-em-cada-cinco-escolas-estaduais-de-sp-so-oferece-ate-dois-itinerarios-formativos-em-2023.ghtml>>. Acesso em: 02 jun. 2023. Citado 3 vezes nas páginas 30, 31 e 32.

G1 SP. Governo de SP reduz de 12 para 3 itinerários do Ensino Médio e amplia carga horária de matemática e português. **Portal G1 de notícias**, 17 nov. 2023. Disponível em: <<https://g1.globo.com/sp/sao-paulo/noticia/2023/11/17/governo-de-sp-reduz-de-12-para-3-itinerarios-do-ensino-medio-e-amplia-carga-horaria-de-matematica-e-portugues.ghtml>>. Acesso em: 20 jan. 2024. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 38.

GALVÃO, J. I. P.; GONÇALVES, R. M. A trajetória normativa do currículo na educação básica no Brasil. **Revista Cocar**, v. 16, n. 34, p. 1–22, 2022. Citado 3 vezes nas páginas 11, 12 e 13.

GIORDANO, C. C. Desafios do novo ensino médio. **Educação Matemática em Revista**, v. 28, n. 78, p. 186–190, mar. 2023. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.

GOMES, P. H. et al. Novo Ensino Médio: relator aumenta aulas obrigatórias, mas abaixo do que o MEC quer. **Portal G1 de notícias**, 10 dez. 2023. Disponível em: <<https://g1.globo.com/politica/noticia/2023/12/10/relator-na-camara-apresenta-mudancas-em-proposta-do-governo-de-aprimoramento-do-novo-ensino-medio.ghtml>>. Acesso em: 20 jan. 2024. Citado na página 38.

LIMA, D. S. S.; BARROSO, M. Mudanças e desafios no ensino de matemática e suas tecnologias a partir dos itinerários formativos. **Em Teia | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 13, p. 209, 10 2022. Citado na página 28.

MOURA, A. C. R. P. de. **A Base Nacional Comum Curricular (BNCC): implicações para o currículo da educação básica e a formação de professores**. Monografia (Trabalho de conclusão de curso (graduação)) — Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2020. Citado na página 30.

PINTO, A. H. A base nacional comum curricular e o ensino de matemática: flexibilização ou engessamento do currículo escolar. **Bolema**, v. 59, n. 31, p. 1045–1060, 2017. Citado na página 28.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. Citado 5 vezes nas páginas 48, 49, 50, 51 e 60.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. Citado 6 vezes nas páginas 51, 52, 53, 54, 60 e 61.

SÃO PAULO. Resolução SEDUC – 52, de 16-11-2023. **Diário Oficial Caderno Executivo – Seção I**, São Paulo, p. 31, 2023. Disponível em: <[https://www.imprensaoficial.com.br/DO/BuscaDO2001Documento\\_11\\_4.aspx?link=%2f2023%2fexecutivo+secao+i%2fnovembro%](https://www.imprensaoficial.com.br/DO/BuscaDO2001Documento_11_4.aspx?link=%2f2023%2fexecutivo+secao+i%2fnovembro%)>

2f17%2fpag\_0031\_4f911097271feb9a0cf7a5842c7a59a4.pdf&pagina=31&data=17/11/2023&caderno=Executivo%20I&paginaordenacao=100031>. Acesso em: 10 jan. 2024. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.

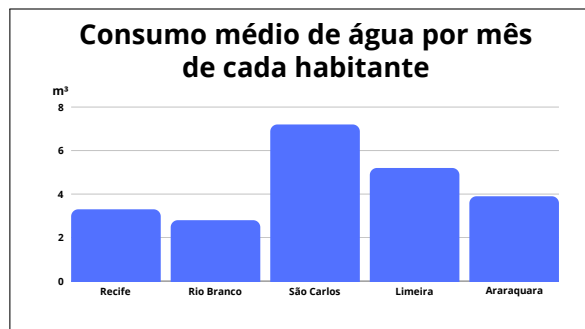
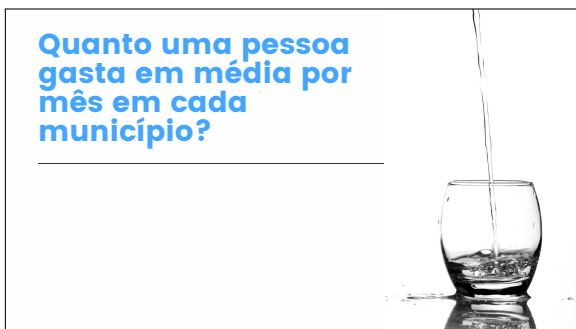
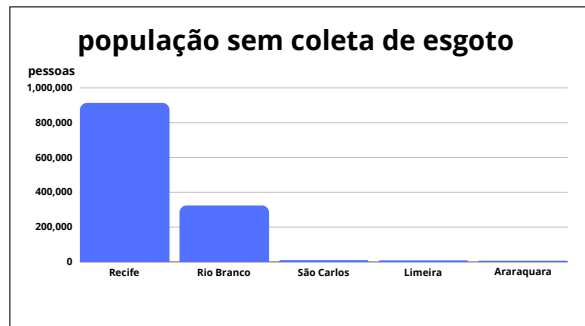
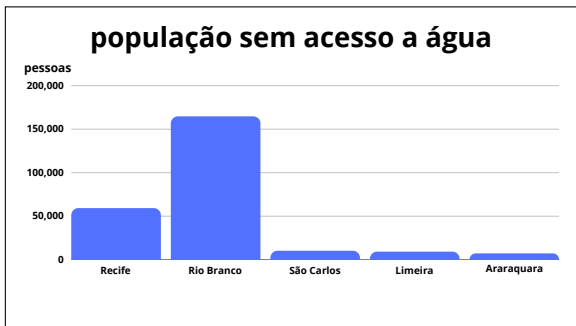
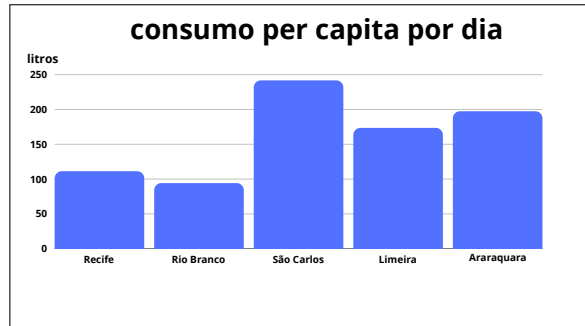
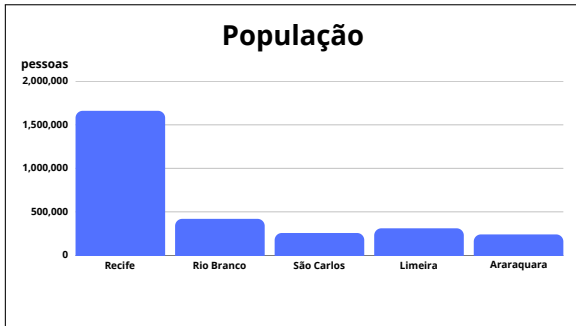
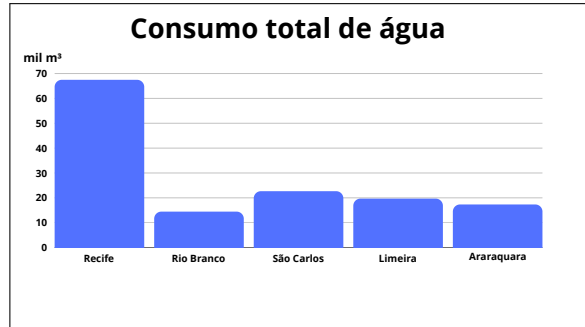
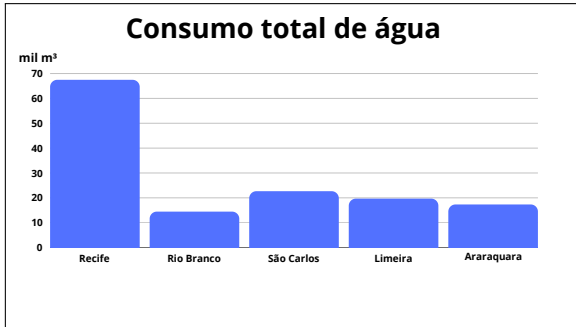
SANTOS, E. Após críticas e consulta pública, projeto de lei que muda Novo Ensino Médio é enviado para o Congresso. **Portal G1 de notícias**, 24 out. 2023. Disponível em: <<https://g1.globo.com/educacao/noticia/2023/10/24/apos-criticas-e-consulta-publica-sobre-reforma-mec-apresenta-proposta-para-novo-ensino-medio.ghtml>>. Acesso em: 10 ago. 2023. Citado na página 34.

SANTOS, E.; TENENTE, L. Proposta do MEC para o Ensino Médio tem avanços, mas precisa de ajustes em 2 temas, avaliam especialistas. **Portal G1 de notícias**, 09 ago. 2023. Disponível em: <<https://g1.globo.com/educacao/noticia/2023/08/09/proposta-do-mec-para-o-ensino-medio-tem-avancos-mas-precisa-de-ajustes-em-2-temas-avaliam-especialistas.ghtml>>. Acesso em: 10 ago. 2023. Citado na página 34.

SANTOS, L. S. dos; PEREIRA, E. C. Um mapeamento das produções científicas: um olhar para a componente matemática na bnnc do ensino médio. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 18, p. 1–23, 2023. Citado na página 33.

UNESCO-IBE. **Glossário de Terminologia Curricular**. Paris: UNESCO, 2016. Disponível em: <[https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000223059\\_por?posInSet=1&queryId=90229cdd-1aad-48db-ba77-ddfe68418109](https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000223059_por?posInSet=1&queryId=90229cdd-1aad-48db-ba77-ddfe68418109)>. Citado 2 vezes nas páginas 58 e 59.

## APÊNDICE A – APRESENTAÇÃO 1ª AULA



## Como é calculado o valor das contas de água?

Sedona Community Church      A WATER DRIVE

## Se dividam em grupos e investiguem as contas de água

Sedona Community Church      A WATER DRIVE

### TARIFA DE ÁGUA E ESGOTO

Recibo do Sacado

Nome do Cliente: AL. Oryvaldes dos. 0860 Cidade Jardim	CPF: 077845	RG: 177820	RECEITA: 1	COM. IND. PUBL: 12445617001
CPF: 08000000	CPF: 90303	CPF: 23062023	CPF: 23062023	CPF: 91

Mês/Ano	Consumo	Ocor.	Descrição dos Lançamentos	Valores Lançados
MAR/2023	14	0	Água	57,86
FEV/2023	18	0		
JAN/2023	7	0		
DEZ/2022	6	0	Esgoto	46,34
NOV/2022	5	0		
OCT/2022	7	0		
SET/2022	19	0		
AUG/2022	22	0		
JUL/2022	20	0		
MAR/2022	21	0		
ABR/2022	22	0		

## Toda conta de água é dividida por faixas de consumo

FAIXAS DE CONSUMO	UNIDADE	CATEGORIA - RESIDENCIAL		
		TARIFAS (R\$)		TOTAL
		ÁGUA	ESGOTO	
De 0 a 10	m³	2,10	1,68	3,78
De 11 a 20	m³	5,28	4,22	9,50
De 21 a 30	m³	6,78	5,43	12,21
De 31 a 40	m³	8,56	6,85	15,41
De 41 a 50	m³	10,17	8,14	18,31
De 51 a 60	m³	11,15	8,92	20,07
Acima de 60	m³	12,36	9,88	22,24

gráficos

## Será que estamos utilizando a nossa água de forma consciente?

para próxima aula, vamos modelar alguns vazamentos e hábitos!

## APÊNDICE B – FOLHAS DE ATIVIDADES

### B.1 CONTA DE ÁGUA

#### FOLHA DE ATIVIDADE 1º ANO ESCOLA ARACY LEITE

**Integrantes do grupo:**

Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_

#### INVESTIGANDO UMA CONTA DE ÁGUA: COMO O VALOR É CALCULADO?

**Ponto de partida:** Em conjunto com seu grupo investigue o cálculo matemático por trás do valor cobrado nas contas de água. Além disso, é importante destacar que: o valor total de consumo na conta é dado em metros cúbicos (1 metro cúbico é equivalente a 1000 litros) e o total que aparece na conta é contabilizado para água e esgoto na mesma quantidade, assim, se o consumo for de 7 metros cúbicos a conta leva em consideração 7 metros cúbicos de água e esgoto para realizar o cálculo.

**Após discutir com o grupo responda às seguintes questões:**

- 1) Se moram 4 pessoas na casa referente a conta, responda:
  - a) Qual o consumo médio de água de cada morador neste mês?
  - b) Qual o consumo médio de água por dia de cada morador?

2) Quais funções definem o total a ser pago das contas de água? Apresente as representações algébricas e o domínio de cada função.



3) faça uma representação gráfica das funções obtidas no item 2).



## B.2 TOMANDO BANHO

### FOLHA DE ATIVIDADE 1º ANO ESCOLA ARACY LEITE

**Integrantes do grupo:**

Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_

### MODELANDO UM HÁBITO: TOMANDO BANHO

**Ponto de partida:** Às vezes, em nossas casas, temos alguns tipos de hábitos ao utilizar a água que apenas aumentam o desperdício, como tomar banho com o chuveiro aberto a todo momento. Em conjunto com seu grupo, calcule a vazão aproximada da garrafa e seguindo as instruções encontre a vazão aproximada do hábito para modelar matematicamente a solução.

**Parâmetros iniciais:** Discuta com o grupo quais são as condições iniciais da casa onde a situação está sendo modelada:

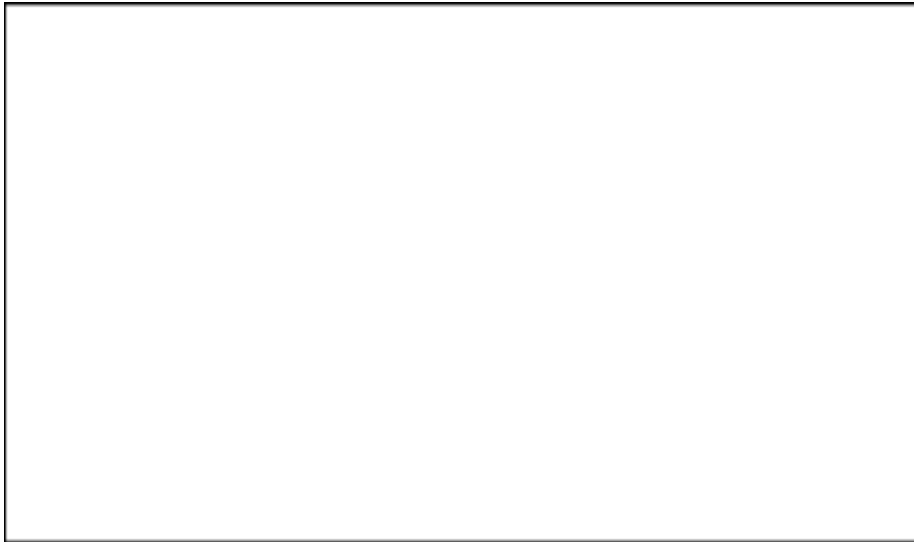
- Qual o número de moradores? \_\_\_\_\_
- Qual o consumo médio de água por morador? \_\_\_\_\_
- Qual a faixa de consumo a casa se encontra? \_\_\_\_\_
- Quantos banhos cada morador toma em média por dia? \_\_\_\_\_
- Qual o tempo médio em minutos do banho com o chuveiro ligado a todo momento? \_\_\_\_\_
- Quanto tempo o chuveiro fica ligado em um banho que a água é desligada enquanto a pessoa se ensaboa? \_\_\_\_\_

**Antes de iniciar algumas instruções para o uso da ampulheta de água:** Sempre faça o giro segurando apenas a parte preta, assim será mais fácil fazer com que a água gire e vai diminuir a chance da ampulheta quebrar. Elas estão bem coladas mas não são indestrutíveis! Manuseie com cuidado.

- 1) Encontrar a vazão aproximada da **garrafa 3** em Litros por minuto, sabendo que ela possui 0,8L de água.
  - a) Com auxílio de um cronômetro marque o tempo de pelo menos 11 giros completos da sua ampulheta. (treinem um pouco antes virar a ampulheta para começar a marcar os tempos). Um giro completo acontece quando o redemoinho se forma logo no início do giro e não é

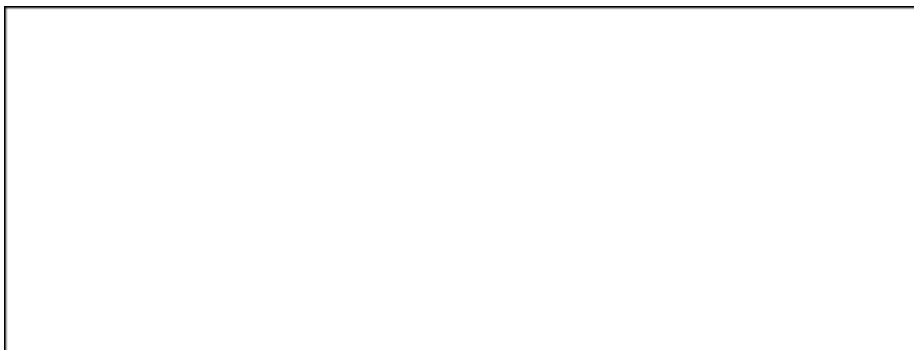
quebrado até toda água chegar à parte preta. Marque os tempos abaixo.

- b) Após coletados os tempos, ordene de forma crescente e selecione a mediana para usar como o tempo para o cálculo da vazão da garrafa 3.



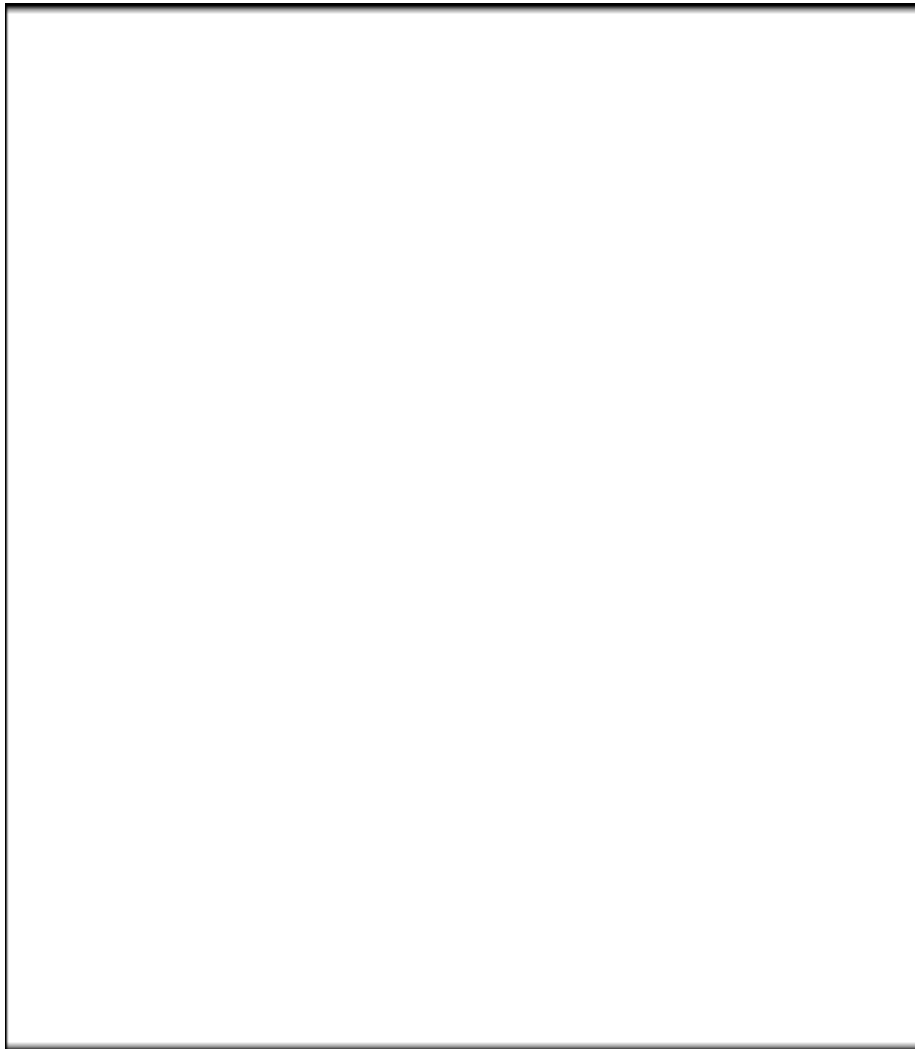
2) Vazão é uma razão entre volume por unidade de tempo. Vamos chamar a vazão da garrafa 3 de  $V_3$ , e a vazão do chuveiro de  $V_C$ .

- a) Converta a vazão da garrafa 3 com o tempo escolhido no item 1b) para Litros/minuto.
- b) Sabendo que a vazão do chuveiro é aproximadamente 2 vezes a vazão da garrafa 3 determine a vazão  $V_C$  em litros por minuto



3) Sabendo a vazão do hábito, modele a situação a partir de uma função afim e que relaciona o total de água desperdiçada ao longo do tempo. Mas se atente aos parâmetros da situação!

- a) Escreva a representação algébrica da função e seu domínio.
- b) Faça a representação gráfica da função.
- c) Calcule o total gasto de água em um dia, um mês e um ano (lembre-se que aqui é o total de água desperdiçada).
- d) Com relação ao item 3c) e a faixa de consumo da casa modelada, calcule o dinheiro gasto com o hábito  $V_c$  em um dia, um mês e um ano.



### B.3 PIA COM CORRIMENTO

#### FOLHA DE ATIVIDADE 1º ANO ESCOLA ARACY LEITE

Integrantes do grupo:

Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_\_

#### MODELANDO UM VAZAMENTO: TORNEIRA VAZANDO

**Ponto de partida:** Às vezes, em nossas casas, temos alguns tipos de vazamento que podem acabar sendo imperceptíveis, como um filete de água que sai da torneira da pia que pouco a pouco gasta água o dia todo. Em conjunto com seu grupo, calcule a vazão aproximada da garrafa e seguindo as instruções encontre a vazão aproximada do vazamento para modelar matematicamente a solução.

**Parâmetros iniciais:** Discuta com o grupo quais são as condições iniciais da casa onde a situação está sendo modelada:

- Qual o número de moradores? \_\_\_\_\_
- Qual o consumo médio de água por morador? \_\_\_\_\_
- Qual a faixa de consumo a casa se encontra? \_\_\_\_\_

**Antes de iniciar algumas instruções para o uso da ampulheta de água:** Sempre faça o giro segurando apenas a parte preta, assim será mais fácil fazer com que a água gire e vai diminuir a chance da ampulheta quebrar. Elas estão bem coladas mas não são indestrutíveis! Manuseie com cuidado.

- 1) Encontrar a vazão aproximada da **garrafa 2** em Litros por minuto, sabendo que ela possui 0,5L de água.
  - a) Com auxílio de um cronômetro marque o tempo de pelo menos 11 giros completos da sua ampulheta. (treinem um pouco antes virar a ampulheta para começar a marcar os tempos). Um giro completo acontece quando o redemoinho se forma logo no início do giro e não é quebrado até toda água chegar à parte preta. Marque os tempos abaixo.
  - b) Após coletados os tempos, ordene de forma crescente e selecione a mediana para usar como o tempo para o cálculo da vazão da garrafa 2.



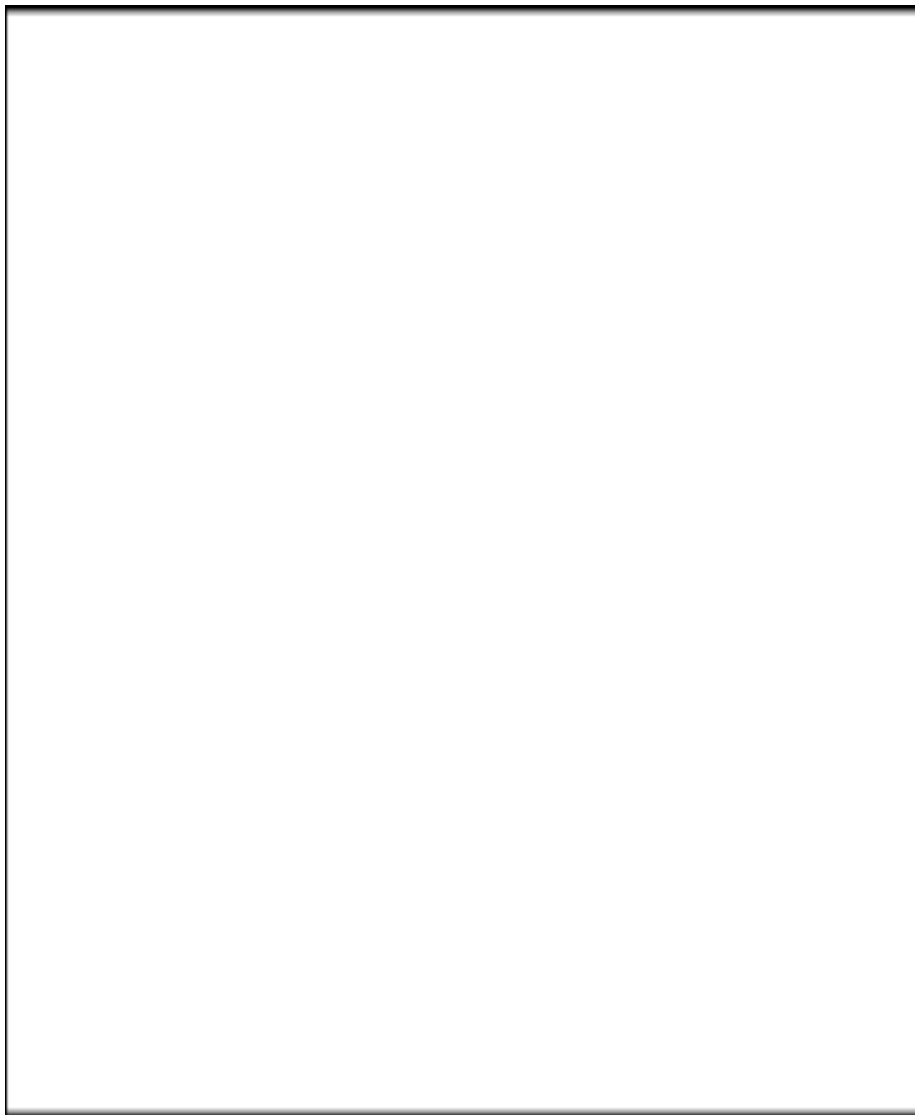
2) Vazão é uma razão entre volume por unidade de tempo. Vamos chamar a vazão da garrafa 2 de  $V_2$ , e a vazão do vazamento da torneira da pia de  $V_T$ .

- a) Converta a vazão da garrafa 2 com o tempo escolhido no item 1b) para Litros/minuto.
- b) Sabendo que a vazão do vazamento da torneira da pia é aproximadamente um sétimo da vazão da garrafa 2 determine a vazão  $V_T$  em litros por minuto



3) Sabendo a vazão do vazamento, modele a situação a partir de uma função afim e que relaciona o total de água desperdiçado ao longo do tempo.

- a) Escreva a representação algébrica da função e seu domínio.
- b) Faça a representação gráfica da função.
- c) Calcule o total gasto de água em um dia, um mês e um ano.
- d) Com relação ao item 3c) e a faixa de consumo da casa modelada, calcule o dinheiro gasto com o vazamento  $V_T$  em um dia, um mês e um ano.



## B.4 CAIXA DA DESCARGA NÃO PARA DE ENCHER

### FOLHA DE ATIVIDADE 1º ANO ESCOLA ARACY LEITE

Integrantes do grupo:

Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_

### MODELANDO UM VAZAMENTO: CAIXA DA PRIVADA

**Ponto de partida:** Às vezes, em nossas casas, temos alguns tipos de vazamento que podem acabar sendo imperceptíveis, como o vazamento da caixa da privada que fica ininterruptamente tentando encher gastando água o dia todo. Em conjunto com seu grupo, calcule a vazão aproximada da garrafa e seguindo as instruções encontre a vazão aproximada do vazamento para modelar matematicamente a solução.

**Parâmetros iniciais:** Discuta com o grupo quais são as condições iniciais da casa onde a situação está sendo modelada:

- Qual o número de moradores? \_\_\_\_\_
- Qual o consumo médio de água por morador? \_\_\_\_\_
- Qual a faixa de consumo a casa se encontra? \_\_\_\_\_

**Antes de iniciar algumas instruções para o uso da ampulheta de água:** Sempre faça o giro segurando apenas a parte preta, assim será mais fácil fazer com que a água gire e vai diminuir a chance da ampulheta quebrar. Elas estão bem coladas mas não são indestrutíveis! Manuseie com cuidado.

- 1) Encontrar a vazão aproximada da **garrafa 1** em Litros por minuto, sabendo que ela possui 0,4L de água.
  - a) Com auxílio de um cronômetro marque o tempo de pelo menos 11 giros completos da sua ampulheta. (treinem um pouco antes virar a ampulheta para começar a marcar os tempos). Um giro completo acontece quando o redemoinho se forma logo no início do giro e não é quebrado até toda água chegar à parte preta. Marque os tempos abaixo.
  - b) Após coletados os tempos, ordene de forma crescente e selecione a mediana para usar como o tempo para o cálculo da vazão da garrafa 1.



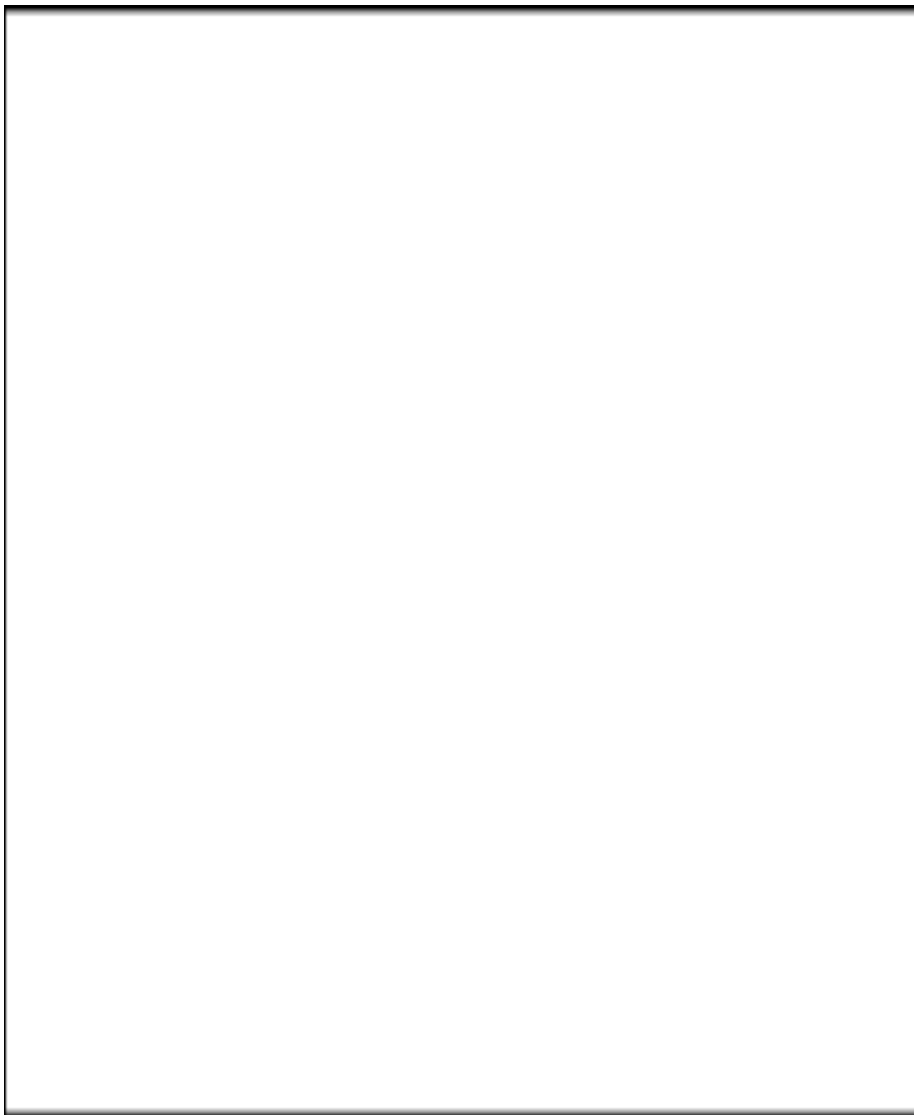
2) Vazão é uma razão entre volume por unidade de tempo. Vamos chamar a vazão da garrafa 1 de  $V_1$ , e a vazão do vazamento da privada de  $V_p$ .

- a) Converta a vazão da garrafa 1 com o tempo escolhido no item 1b) para Litros/minuto.
- b) Sabendo que a vazão do vazamento da privada é aproximadamente um quinze avos da vazão da garrafa 1 determine a vazão  $V_p$  em litros por minuto



3) Sabendo a vazão do vazamento, modele a situação a partir de uma função afim e que relaciona o total de água desperdiçado ao longo do tempo.

- a) Escreva a representação algébrica da função e seu domínio.
- b) Faça a representação gráfica da função.
- c) Calcule o total gasto de água em um dia, um mês e um ano.
- d) Com relação ao item 3c) e a faixa de consumo da casa modelada, calcule o dinheiro gasto com o vazamento  $V_p$  em um dia, um mês e um ano.



## B.5 LAVANDO A CALÇADA

### FOLHA DE ATIVIDADE 1º ANO ESCOLA ARACY LEITE

**Integrantes do grupo:**

Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_

### MODELANDO UM HÁBITO: LAVANDO A CALÇADA

**Ponto de partida:** Às vezes, em nossas casas, temos alguns tipos de hábitos ao utilizar a água que apenas aumentam o desperdício, como usar a mangueira para limpar a calçada quando o uso de uma vassoura já seria suficiente para a limpeza. Em conjunto com seu grupo, calcule a vazão aproximada da garrafa e seguindo as instruções encontre a vazão aproximada do hábito para modelar matematicamente a solução.

**Parâmetros iniciais:** Discuta com o grupo quais são as condições iniciais da casa onde a situação está sendo modelada:

- Qual o número de moradores? \_\_\_\_\_
- Qual o consumo médio de água por morador? \_\_\_\_\_
- Qual a faixa de consumo a casa se encontra? \_\_\_\_\_
- Qual a frequência que a calçada é lavada por mês? \_\_\_\_\_
- Qual o tempo médio em minutos gasto com a mangueira aberta para limpar a calçada em casa? \_\_\_\_\_
- Qual a frequência em um ano em que a calçada deve ser lavada com água? \_\_\_\_\_

**Antes de iniciar algumas instruções para o uso da ampulheta de água:** Sempre faça o giro segurando apenas a parte preta, assim será mais fácil fazer com que a água gire e vai diminuir a chance da ampulheta quebrar. Elas estão bem coladas mas não são indestrutíveis! Manuseie com cuidado.

- 1) Encontrar a vazão aproximada da **garrafa 5** em Litros por minuto, sabendo que ela possui 0,8L de água.
  - a) Com auxílio de um cronômetro marque o tempo de pelo menos 11 giros completos da sua ampulheta. (treinem um pouco antes virar a ampulheta para começar a marcar os tempos). Um giro completo acontece quando o redemoinho se forma logo no início do giro e não é

quebrado até toda água chegar à parte preta. Marque os tempos abaixo.

- b) Após coletados os tempos, ordene de forma crescente e selecione a mediana para usar como o tempo para o cálculo da vazão da garrafa 5.



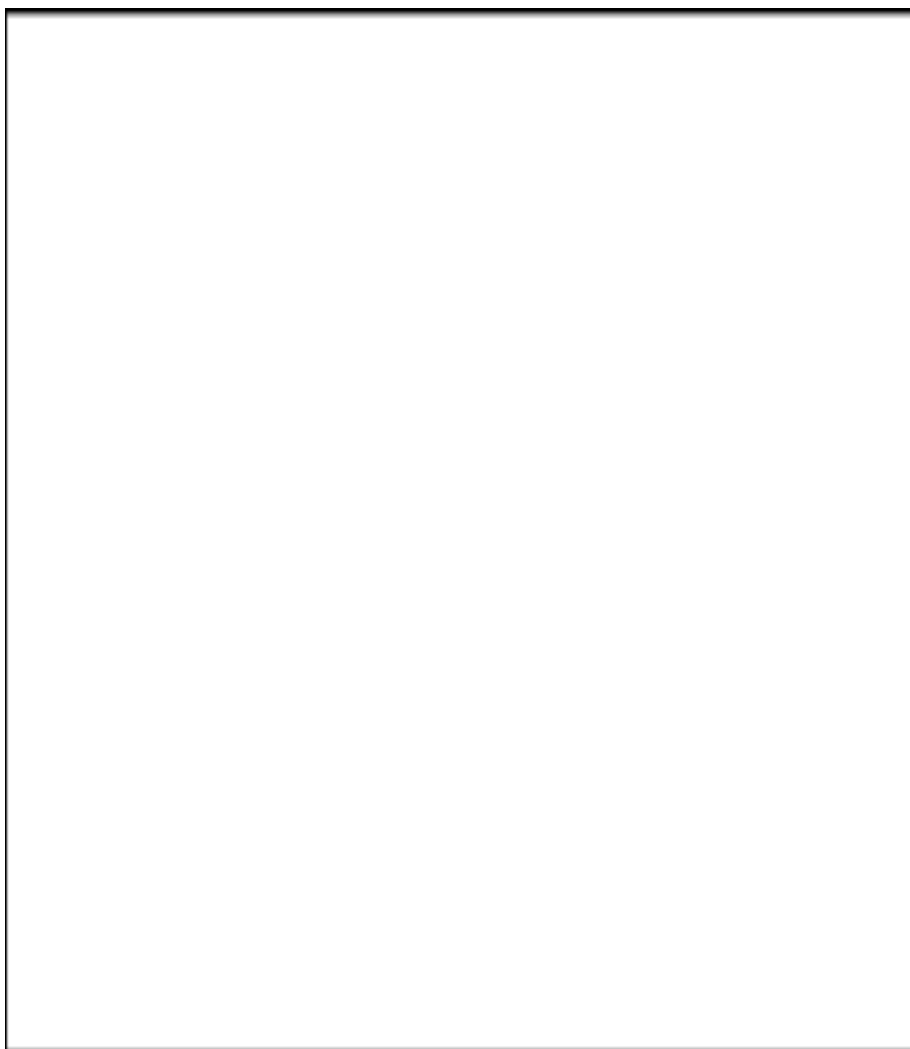
2) Vazão é uma razão entre volume por unidade de tempo. Vamos chamar a vazão da garrafa 5 de  $V_5$ , e a vazão da mangueira ao lavar a calçada de  $V_M$ .

- a) Converta a vazão da garrafa 5 com o tempo escolhido no item 1b) para Litros/minuto.
- b) Sabendo que a vazão da mangueira é aproximadamente 4 vezes a vazão da garrafa 5 determine a vazão  $V_M$  em litros por minuto.



3) Sabendo a vazão do hábito, modele a situação a partir de uma função afim e que relaciona o total de água desperdiçado ao longo do tempo. Mas se atente aos parâmetros da situação!

- a) Escreva a representação algébrica da função e seu domínio.
- b) Faça a representação gráfica da função.
- c) Calcule o total gasto de água em um mês e um ano (lembre-se que aqui é o total de água desperdiçada).
- d) Com relação ao item 3c) e a faixa de consumo da casa modelada, calcule o dinheiro gasto com o hábito  $V_M$  em um mês e um ano.



## B.6 ESCOVANDO OS DENTES

### FOLHA DE ATIVIDADE 1º ANO ESCOLA ARACY LEITE

**Integrantes do grupo:**

Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_\_  
 Nome: \_\_\_\_\_ 1ºano: \_\_\_\_\_

### MODELANDO UM HÁBITO: ESCOVANDO OS DENTES

**Ponto de partida:** Às vezes, em nossas casas, temos alguns tipos de hábitos ao utilizar a água que apenas aumentam o desperdício, como usar a torneira ao invés de meio copo de água ao escovar os dentes. Em conjunto com seu grupo, calcule a vazão aproximada da garrafa e seguindo as instruções encontre a vazão aproximada do hábito para modelar matematicamente a solução.

**Parâmetros iniciais:** Discuta com o grupo quais são as condições iniciais da casa onde a situação está sendo modelada:

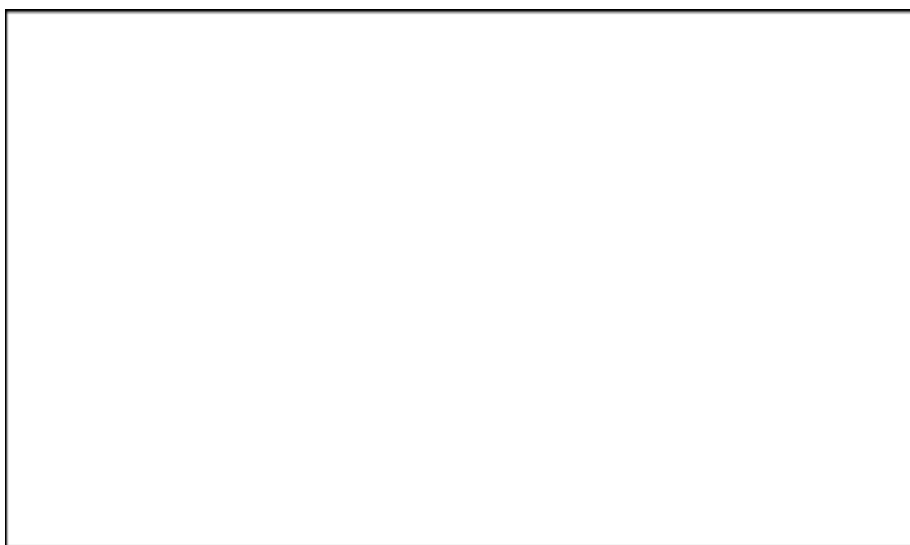
- Qual o número de moradores? \_\_\_\_\_
- Qual o consumo médio de água por morador? \_\_\_\_\_
- Qual a faixa de consumo a casa se encontra? \_\_\_\_\_
- Quantas vezes cada morador escova os dentes em média por dia? \_\_\_\_\_
- Qual o tempo médio em minutos gasto com a torneira aberta para escovar os dentes? (pense no tempo gasto para molhar a escova e a boca) \_\_\_\_\_
- Se meio copo de 200ml é suficiente para uma pessoa escovar os dentes, quantos copos de água serão usados por dia na sua casa modelada? \_\_\_\_\_

**Antes de iniciar algumas instruções para o uso da ampulheta de água:** Sempre faça o giro segurando apenas a parte preta, assim será mais fácil fazer com que a água gire e vai diminuir a chance da ampulheta quebrar. Elas estão bem coladas mas não são indestrutíveis! Manuseie com cuidado.

- 1) Encontrar a vazão aproximada da **garrafa 4** em Litros por minuto, sabendo que ela possui 0,7L de água.
  - a) Com auxílio de um cronômetro marque o tempo de pelo menos 11 giros completos da sua ampulheta. (treinem um pouco antes virar a


ampulheta para começar a marcar os tempos). Um giro completo acontece quando o redemoinho se forma logo no início do giro e não é quebrado até toda água chegar à parte preta. Marque os tempos abaixo.

- b) Após coletados os tempos, ordene de forma crescente e selecione a mediana para usar como o tempo para o cálculo da vazão da garrafa 4.



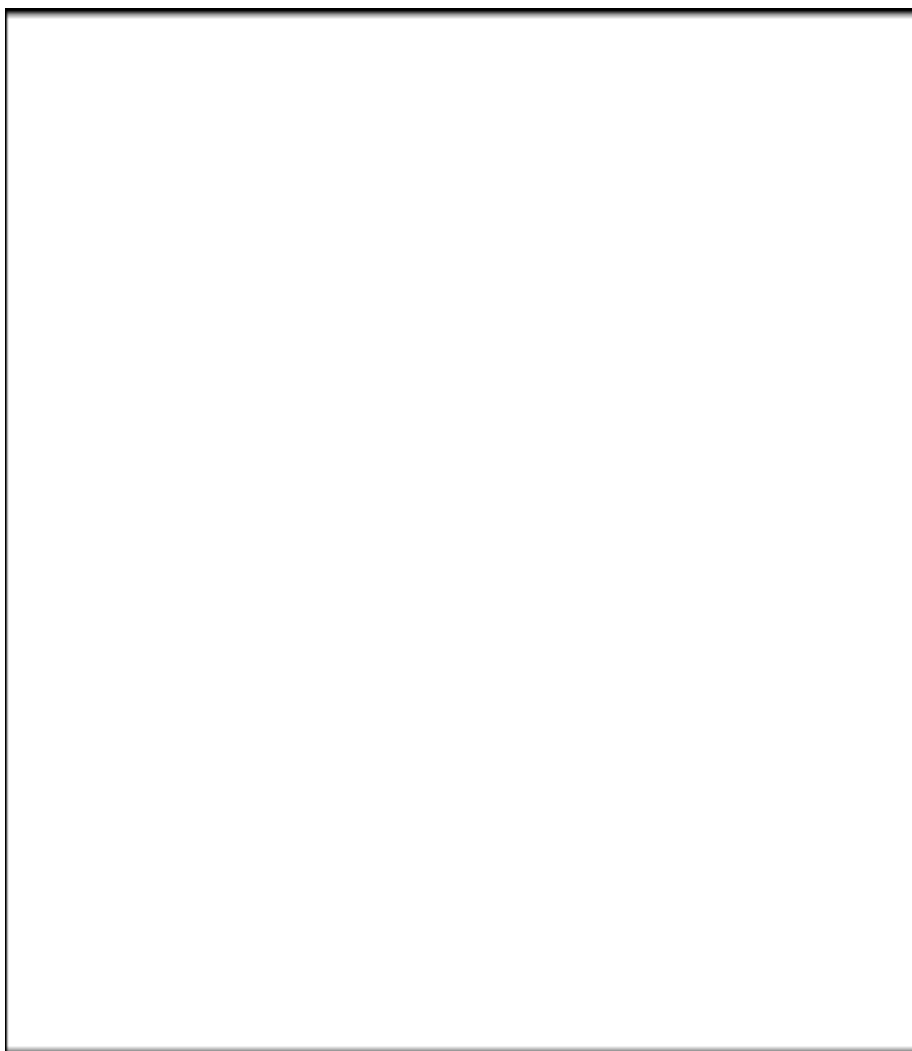
2) Vazão é uma razão entre volume por unidade de tempo. Vamos chamar a vazão da garrafa 4 de  $V_4$ , e a vazão da torneira da pia ao escovar os dentes de  $V_D$ .

- a) Converta a vazão da garrafa 4 com o tempo escolhido no item 1b) para Litros/minuto.  
b) Sabendo que a vazão da torneira é aproximadamente 4 vezes a vazão da garrafa 4 determine a vazão  $V_D$  em litros por minuto



3) Sabendo a vazão do hábito, modele a situação a partir de uma função afim e que relaciona o total de água desperdiçada ao longo do tempo. Mas se atente aos parâmetros da situação!

- a) Escreva a representação algébrica da função e seu domínio.
- b) Faça a representação gráfica da função.
- c) Calcule o total gasto de água em um dia, um mês e um ano (lembre-se que aqui é o total de água desperdiçada).
- d) Com relação ao item 3c) e a faixa de consumo da casa modelada, calcule o dinheiro gasto com o hábito  $V_D$  em um dia, um mês e um ano.



Exceto quando indicado o contrário, a licença deste item é descrito como  
Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0 Brazil

