

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCar
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA - CCET
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA - DEMec

**MODELO PARA DETERMINAÇÃO DA PRESSÃO ESPECÍFICA DE CORTE NA
USINAGEM COM DIFERENTES GEOMETRIAS DE ARESTA**

Carla Araújo Perim



São Carlos, SP

2025

CARLA ARAÚJO PERIM

**MODELO PARA DETERMINAÇÃO DA PRESSÃO ESPECÍFICA DE CORTE NA
USINAGEM COM DIFERENTES GEOMETRIAS DE ARESTA**

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de bacharel em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de São Carlos.

Orientador: Prof. Dr.-Ing. Carlos Eiji Hirata Ventura

São Carlos, SP

2025

À memória de minhas avós,
Magnalda e Maria, e ao meu eterno
fiel companheiro, Sunday.
Obrigada por olharem por mim.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, à minha família, Carlos, Mônica, Júlia e Isabel, por sempre me lembrarem que não estou só, mesmo com a distância que nos separou durante este período de estudos. Seja por chamadas de vídeo que varavam a noite ou por ligações ansiosas perguntando sobre o andamento da pesquisa, vocês se fizeram presentes e acreditaram em mim.

Aos meus amigos de atlética, Camila, Maylla, Welington, Lucas, Rafael, Joyce e Jana, por tantos momentos especiais que tornaram a minha vivência universitária verdadeiramente única. Entre milhares de reuniões e correrias para a entrega do nosso maior evento, a Tusca, nunca faltaram boas risadas e companheirismo.

Aos meus amigos da mecânica, Jun, Sofia, Alice, Ana, Murilo e Davi, que compreendem a complexidade que é cursar uma engenharia e nunca me deixaram desistir, mesmo nos momentos mais difíceis. Sei que o sucesso me guiará porque estive cercada de pessoas empenhadas e incríveis, como vocês.

Ao meu namorado, Bruno, que vibra a cada conquista e me abraça a cada dificuldade. Seu apoio incondicional me sustentou até o fim deste TCC, incluindo a compra de energéticos para me manter acordada na reta final.

Ao meu primo Kenny e aos meus amigos, Juliana e Daniel, que há anos caminham comigo, acolhendo com paciência minhas particularidades. Amizade como a de vocês é uma em um milhão e eu sou muito grata por tê-los para a vida toda.

À UFSCar e ao IFES, instituições excepcionais que eu tive a oportunidade de estudar gratuitamente, com acesso a materiais e infraestrutura de qualidade, além de professores excelentes que, a cada dia e cada aula, me formaram não apenas como profissional, mas como pessoa.

Não poderia deixar de agradecer, também, Uéliton, Benício e Felipi, cujas orientações e suporte foram fundamentais para a conclusão bem-sucedida desta pesquisa. Sem vocês, este projeto não teria alcançado o mesmo nível de excelência.

Por fim, quero agradecer especialmente ao meu orientador, Carlos Ventura, que, entre puxões de orelha e debates incansáveis, se tornou um grande parceiro de pesquisa. Admiro profundamente o profissional que é e sou grata por seus ensinamentos, sobretudo por me mostrar que devo buscar estar onde sou feliz.

Cada um de vocês me moldou para ser a Carla que sou hoje. Muito obrigada.

“Aqui, no entanto, nós não olhamos para trás por muito tempo.

Seguimos em frente, abrindo novas portas e fazendo coisas novas, porque somos curiosos e a curiosidade continua nos conduzindo por novos caminhos.”

(Walt Disney)

RESUMO

PERIM, Carla Araújo. Modelo para a determinação da pressão específica de corte na usinagem com diferentes geometrias de aresta. 2025. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2025.

Este trabalho apresenta um método para representação do efeito de arestas de corte arredondadas a partir de um ângulo de saída equivalente, calculado como média ponderada dos ângulos locais ao longo do trecho efetivo da aresta. Isso permite o cálculo dos esforços por meio de modelos mecanísticos baseados na pressão específica de corte obtida para diferentes ângulos de saída. Assim, a partir de ensaios de torneamento ortogonal em latão, com insertos de metal duro chanfrados e variação do avanço, ajustaram-se modelos empíricos para o cálculo das pressões específicas de corte nas direções de corte e avanço. Em seguida, o mesmo tipo de ensaio foi conduzido com insertos preparados com arredondamentos de aresta assimétricos, de modo a verificar a validade do método para o cálculo das componentes da força. Comparando os resultados experimentais aos teóricos, foram observados erros relativos entre 5% e 20,5% para a pressão específica na direção de corte e entre 19,4% e 31,4% na direção de avanço. Essa variação nos erros pode ser atribuída à instabilidade da formação do cavaco em avanços menores, que tende a aumentar os erros observados. De modo geral, pode-se afirmar que o uso do ângulo de saída equivalente para previsão dos esforços atuantes em insertos com diferentes arredondamentos de aresta mostra-se como uma alternativa viável para a otimização do processo.

Palavras-chave: Torneamento. Microgeometria de aresta. Modelagem de esforços de usinagem. Ângulo de saída equivalente.

ABSTRACT

PERIM, Carla Araújo. Model for determining the specific cutting force in machining with different edge geometries. 2025. Bachelor Thesis (Mechanical Engineering) — Federal University of São Carlos, São Carlos, 2025.

This work presents a method for representing the effect of rounded cutting edges based on an equivalent rake angle, calculated as a weighted average of the local angles along the effective edge length. This allows the calculation of forces using mechanistic models based on the specific cutting force obtained for different rake angles. Thus, from orthogonal turning tests on brass with chamfered cemented tungsten carbide cutting inserts and varying feed rates, empirical models were fitted to calculate the specific cutting forces in the cutting and thrust directions. Subsequently, the same type of test was conducted with inserts prepared with asymmetrical edge rounding to verify the validity of the method for calculating the force components. By comparing experimental and theoretical results, relative errors between 5% and 20.5% were observed for the specific cutting force in the cutting direction, while errors between 19.4% and 31.4% were obtained in the feed direction. This variation in errors can be attributed to the instability of chip formation at smaller feed rates, which tends to increase the observed errors. In general, it can be stated that the use of the equivalent rake angle for predicting the forces acting on the cutting inserts with different edge rounding proves to be a viable alternative for process optimization.

Keywords: Turning. Cutting-edge microgeometry. Machining force modeling. Equivalent rake angle.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Forças de usinagem que atuam sobre a ferramenta.....	4
Figura 2 – Seção de corte para o torneamento.....	5
Figura 3 – Geometria na cunha cortante da ferramenta.....	6
Figura 4 – Distribuição das forças ΔF_T e ΔF_N (a) em uma seção transversal perpendicular à aresta de corte e (b) em um sistema de coordenadas cartesianas em função do ângulo Ψ	10
Figura 5 – Equação e parâmetros da elipse.....	12
Figura 6 – Representação do inserto rotacionado em γ_0 , com seus pontos inicial (verde) e final (vermelho) de discretização.....	14
Figura 7 – Análise por coordenadas polares de uma elipse genérica.....	17
Figura 8 – Espessura de cavaco local (Δh) a partir de dois pontos da elipse.....	19
Figura 9 – Retificadora AGATHON DOM Plus.....	22
Figura 10 – Insertos de metal duro com arestas chanfradas.....	22
Figura 11 – (a) Esquemático da conexão do porta-ferramenta ao sistema de aquisição e (b) template do software para aquisição e tratamento dos sinais de força.....	23
Figura 12 – Torno CNC para realização dos testes de usinagem.....	23
Figura 13 – Procedimento de arredondamento de aresta por escovamento.....	25
Figura 14 – Imagens 3D e perfis médios das arestas (a) MG1 e (b) MG2.....	25
Figura 15 – Exemplo de desenho feito para obtenção da área projetada na direção perpendicular à espessura do cavaco (medidas em μm).....	26
Figura 16 – Áreas projetadas (3D) na direção perpendicular à espessura do cavaco.....	27
Figura 17 – Lei de potência de K_{s_c} em função de f/γ	31
Figura 18 – Lei de potência de K_{s_f} em função de f/γ	32
Figura 19 – Valores calculados e experimentais da pressão específica na direção de corte K_{s_c}	35
Figura 20 – Valores calculados e experimentais da pressão específica na direção de	

avanço Ks_f	36
Figura 21 – Mapa de Ks_c com diferentes microgeometrias.....	37
Figura 22 – Mapa de Ks_f com diferentes microgeometrias.....	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros geométricos de aresta definidos após o escovamento.....	26
Tabela 2 – Resultados de força e pressão específica de corte (F_c , Ks_c) e de avanço (F_f , Ks_f).....	28
Tabela 3 – Levantamento de pontos f/γ e Ks	30
Tabela 4 – Forças experimentais de avanço e de corte para as duas microgeometrias.....	33
Tabela 5 – Ângulos de varredura, áreas e pressões específicas para as diferentes condições e direções.....	33
Tabela 6 – Resultados de γ_{eqv} para as diferentes microgeometrias e condições de teste.....	34
Tabela 7 – Comparação entre as pressões específicas calculadas e obtidas experimentalmente.....	34

LISTA DE SÍMBOLOS

a', b', c'	coeficientes da fórmula de Bhaskara
a, S_y	semieixo da elipse alinhado ao eixo x
b, S_x	semieixo da elipse alinhado ao eixo y
D	diâmetro da peça
F	força
F_c	componente de força de usinagem na direção de corte
F_f	componente de força de usinagem na direção do avanço
f	avanço por volta
f_z	avanço por dente
K	índice de forma da elipse
K_s	pressão específica de corte
K_{s_c}	pressão específica associada a F_c
K_{s_f}	pressão específica associada a F_f
n	rotação do eixo/peça
r	raio polar da aresta elíptica
s	seção de corte
v_c	velocidade de corte
v_f	velocidade de avanço
x, y	coordenadas cartesianas do perfil
x', y'	coordenadas do perfil no sistema polar/rotacionado
l_{trecho}	comprimento aproximado do arco por trecho
α	ângulo de folga da ferramenta
β	ângulo de cunha
χ	ângulo de posição
γ	ângulo de saída
γ_0	ângulo de rotação do inserto
γ_{eqv}	ângulo de saída equivalente (chanfro equivalente)
ψ	ângulo polar da aresta elíptica
$\Delta\psi$	varredura angular por trecho/discretização
$\Delta h, \Delta h_{\text{local}}$	incremento da espessura de cavaco por trecho

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 OBJETIVOS.....	1
2 REVISÃO DA LITERATURA.....	3
2.1 MODELO MECANÍSTICO.....	4
2.2 DETERMINAÇÃO DE K_s	6
2.3 ESTADO DA ARTE.....	8
3 MODELO PROPOSTO.....	12
3.1 GEOMETRIA DA ELIPSE ROTACIONADA.....	13
3.1.1 Ângulo inicial (ψ_i): ponto de máximo na coordenada x (contato com a peça).....	14
3.1.2 Ângulo final (ψ_f): fim do avanço.....	15
3.1.3 Perfil da aresta rotacionada.....	16
3.2 ÂNGULO DE SAÍDA EFETIVO LOCAL (γ).....	18
3.3 ESPESSURA DE CAVACO LOCAL (Δh).....	18
3.4 ÂNGULO DE SAÍDA EQUIVALENTE (γ_{eqv}).....	19
3.5 LIMITAÇÕES DO MODELO.....	20
4 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL.....	21
4.1 LEVANTAMENTO DA PRESSÃO ESPECÍFICA DE CORTE.....	21
4.2 TESTES DE VALIDAÇÃO DO MODELO.....	24
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	28
5.1 DETERMINAÇÃO DA PRESSÃO ESPECÍFICA DE CORTE K_s	28
5.2 VALIDAÇÃO DO MODELO.....	32
5.3 APLICAÇÃO DO MODELO.....	37
6 CONCLUSÃO.....	39
REFERÊNCIAS.....	40
APÊNDICE A – CÓDIGO MATLAB.....	43

1 INTRODUÇÃO

O processo de usinagem por torneamento é amplamente utilizado na indústria de manufatura devido à sua versatilidade e capacidade de produzir peças com precisão dimensional, conforme tolerâncias gerais da NBR ISO 2768. Durante o torneamento, a interação entre a ferramenta de corte e o material da peça resulta em um sistema de forças que influenciam diretamente a qualidade do produto final e a vida útil da ferramenta. Neste contexto, a geometria da aresta de corte desempenha um papel crucial na determinação dos esforços envolvidos no processo (FERRARESI, 1977).

Assim, este trabalho tem como objetivo investigar os esforços ao longo da aresta de corte de uma ferramenta durante o processo de torneamento, com foco em arredondamentos de aresta assimétricos, caracterizados por um formato elíptico. A abordagem proposta envolve a discretização da geometria da aresta, permitindo a análise detalhada de parâmetros críticos, como o ângulo de saída (γ) e a espessura do cavaco (h) em cada trecho discretizado. Esses valores foram calculados para cada segmento da aresta e uma média ponderada foi aplicada, normalizada pela soma das espessuras dos cavacos dos trechos discretizados. Este procedimento visou determinar um ângulo equivalente, de maneira a transformar o arredondamento em uma aresta chanfrada equivalente.

Paralelamente, foram realizados testes de torneamento em insertos de metal duro com arestas de fato chanfradas, coletando dados de força para estabelecer uma relação de potência que relaciona a pressão específica de corte (K_s), a espessura do cavaco (h) e o ângulo de saída (γ).

Ao aproximar a geometria arredondada por uma aresta chanfrada equivalente, o processo de obtenção das forças torna-se mais simples e operacional, reduzindo a complexidade geométrica, facilitando a parametrização e a obtenção de K_s por modelos de potência com menos variáveis.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é a obtenção de um modelo geométrico que forneça um chanfro equivalente para um arredondamento de aresta genérico, de

modo a possibilitar a previsão das forças de usinagem com aplicação dessas geometrias de aresta a partir de equações empíricas da pressão específica de corte para diferentes ângulos de saída.

Como objetivos específicos, tem-se a (i) obtenção de um modelo que descreva K_s em função do avanço e do ângulo de saída; e a (ii) determinação dos erros entre os resultados calculados e obtidos experimentalmente, de maneira a se verificar a viabilidade de uso do modelo proposto.

2 REVISÃO DA LITERATURA

A usinagem tem seus parâmetros amplamente conhecidos, o que permite resolver problemas comuns da manufatura de metais. Com base nessas relações, é possível estimar as forças, prever a energia consumida no processo e avaliar aspectos econômicos, apoiando a escolha de condições de corte e a otimização da produção.

O processo de torneamento visa obter superfícies de revolução com o uso de ferramentas monocortantes, ou seja, que possuem uma única aresta de corte. A peça gira em torno do eixo principal da máquina, enquanto a ferramenta se desloca de forma controlada, avança sobre o material e o remove, formando o cavaco. Consideram-se efetivos os movimentos relativos à peça-ferramenta quando resultam em remoção consistente de material (corte) e não em esmagamento ou atrito predominante.

Para descrever esses movimentos, Ferraresi (1977) define alguns princípios de processo, tais como direções e planos de referência, velocidades, ângulos, superfícies, tensões e energia, os quais organizam a cinemática e a geometria do corte e facilitam o entendimento do torneamento.

Em uma operação de usinagem, os principais parâmetros a serem considerados são a velocidade de corte (v_c), o avanço (f) e a profundidade de usinagem (a_p), pois estes definem a taxa de remoção e influenciam diretamente forças, potência, acabamento e desgaste da ferramenta. A velocidade de corte é a velocidade linear da aresta em contato com a peça, segundo a direção e sentido de corte. O avanço é o deslocamento da ferramenta por volta da peça e a sua velocidade é definida segundo a direção e sentido de avanço. A profundidade de corte é a penetração radial da ferramenta em uma passada.

Nas máquinas-ferramenta em que o movimento de corte é produzido pela rotação da peça, determina-se o número de rotações por minuto (n) a partir da velocidade de corte (v_c) e do diâmetro final da peça (D_f). Segundo Ferraresi (1977), os três parâmetros podem ser relacionados como:

$$n = \frac{v_c \cdot 1000}{\pi \cdot D_f} \quad (1)$$

$$v_f = f \cdot n \quad (2)$$

$$a_p = \frac{D_{inicial} - D_{final}}{2} \quad (3)$$

com v_c em m/min, D em mm, n em rpm, f em mm/volta, v_f em mm/min e a_p em mm.

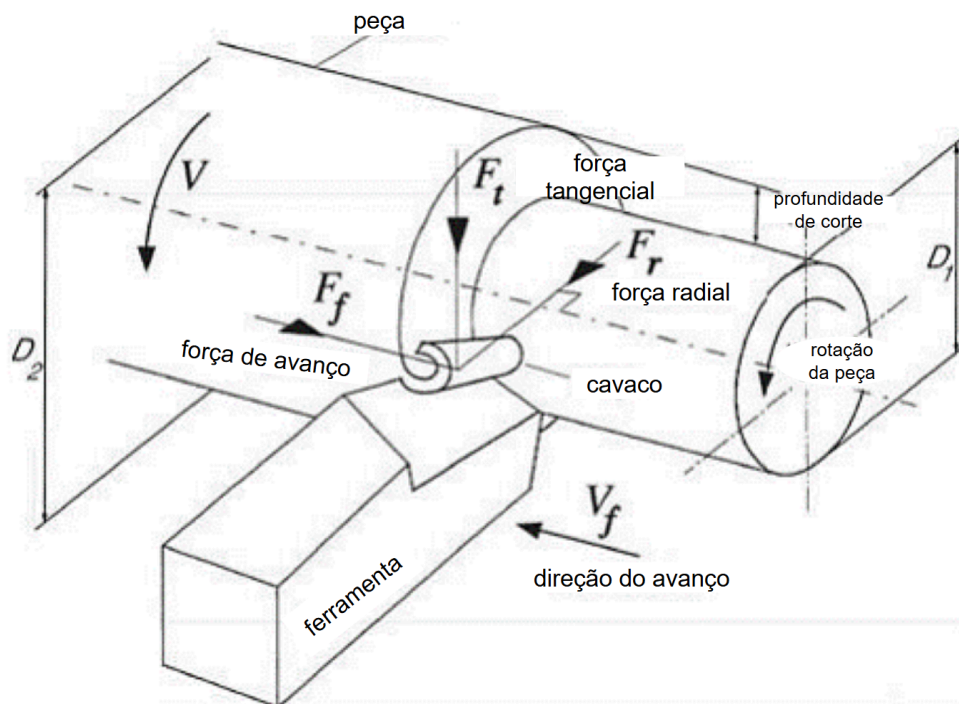
2.1 MODELO MECANÍSTICO

No torneamento, a resultante na aresta pode ser decomposta em três componentes ortogonais (Figura 1): força tangencial/de corte (F_c), de avanço (F_f) e radial (F_r). Para cada direção $i \in \{c, f, r\}$, adota-se a relação mecanística:

$$F_i = K_{s_i} \cdot s_i \quad (4)$$

em que K_{s_i} é a pressão específica de corte (N/mm^2) e s_i é a seção de corte efetiva associada àquela componente.

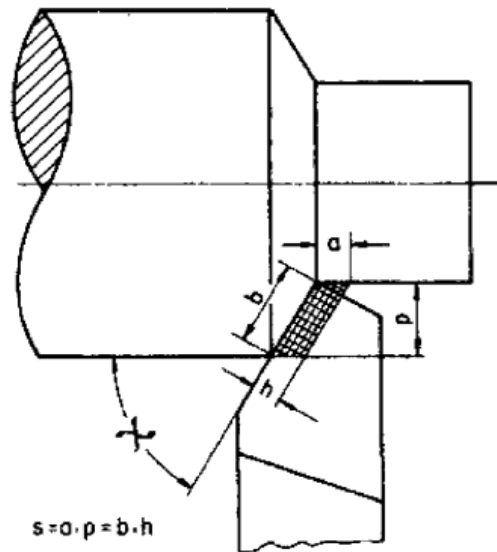
Figura 1 – Forças de usinagem que atuam sobre a ferramenta.



Fonte: American Society of Mechanical Engineers, 2001.

A área da seção do cavaco (s) representa a área instantânea do material efetivamente removido pela ferramenta. No torneamento, essa seção é dada pelo produto entre a profundidade de usinagem e o avanço efetivo na direção considerada (Figura 2).

Figura 2 – Seção de corte para o torneamento.



Fonte: Ferraresi, 1977.

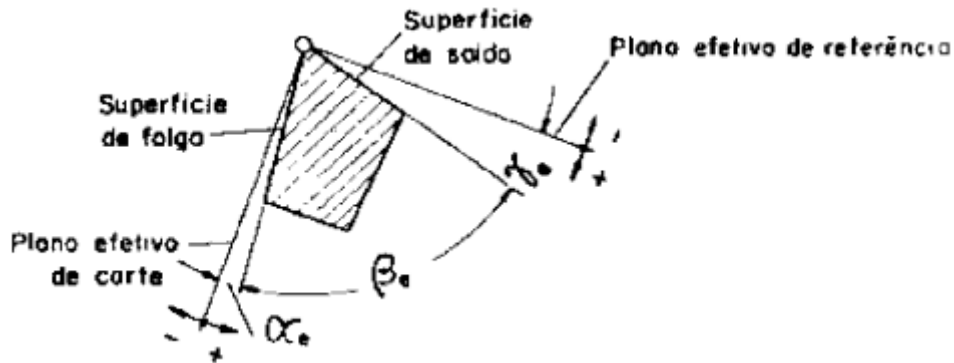
A Figura 2 apresenta ainda o ângulo de posição χ , que, quando igual a 90° , faz com que a largura de corte b coincida com a profundidade de usinagem a_p e a espessura de cavaco h coincida com o avanço por volta f . Logo, a seção s pode ser escrita de modos equivalentes:

$$s = a_p \cdot f = b \cdot h \quad (5)$$

Embora não sejam considerados no equacionamento, os ângulos referentes ao posicionamento da aresta para o corte (Figuras 2 e 3), dando enfoque principalmente aos ângulos de saída (γ), de folga (α) e de posição (χ), governam a direção de escoamento do cavaco, o atrito nas interfaces cavaco-ferramenta e peça-ferramenta, a espessura de cavaco não cortada e a decomposição das forças (F_c , F_f , F_r), afetando diretamente a potência, acabamento e a vida da ferramenta.

Tendo em vista a Equação 4, esses fatores levam a diferentes pressões específicas de corte.

Figura 3 – Geometria na cunha cortante da ferramenta.



Fonte: Ferraresi, 1977.

Entre eles, o ângulo de saída é o mais sensível, sendo que aumentos de γ tendem a reduzir a pressão específica de corte e a força tangencial, ao mesmo tempo em que favorecem a formação de cavacos mais contínuos e temperaturas menores.

2.2 DETERMINAÇÃO DE K_s

Na literatura, não há um modelo único para estimar a pressão específica de corte K_s , mas se sabe que este fator é influenciado pelo material da peça, pela geometria da ferramenta, sua condição de afiação/desgaste e a velocidade de corte. Por isso, K_s é tipicamente obtido por calibração experimental e descrito por relações empíricas ajustadas às condições de interesse.

Ferraresi (1977) cita que o primeiro pesquisador a procurar uma forma de expressar analiticamente K_s foi Taylor, em 1908. Suas fórmulas levam em conta constantes associadas ao avanço f e à profundidade de usinagem a_p , para diferentes materiais.

$$K_s = \frac{88}{f^{0,25} \cdot a_p^{0,07}} \quad \text{para ferro fundido cinzento} \quad (6)$$

$$K_s = \frac{138}{f^{0,25} \cdot a_p^{0,07}} \quad \text{para ferro fundido branco} \quad (7)$$

$$K_s = \frac{200}{f^{0,07}} \quad \text{para aço baixo carbono} \quad (8)$$

Após os estudos de Taylor, várias pesquisas se seguiram nesta área, incluindo aqueles publicados pela American Society of Mechanical Engineers (ASME), pela qual Ferraresi (1977) apresenta um interesse em particular. O modelo ASME dispõe de uma fórmula geral a partir de tabelas disponíveis com valores das constantes para diferentes materiais de ferramentas e peças:

$$K_s = \frac{C_a}{f^n} \quad (9)$$

em que C_a é uma constante que depende do material e n é um expoente empírico igual a 0,2 para aços e 0,3 para ferro fundido.

O método de Kienzle e Victor (1954) é um dos modelos empíricos mais utilizados para estimar forças de corte em regimes convencionais de avanço, expressando a pressão específica como:

$$K_s = \frac{K_{s_1}}{h^z} \quad (10)$$

sendo K_{s_1} a pressão específica de corte para uma seção de 1 mm² e z uma constante do par material-ferramenta, ambas obtidas experimentalmente. Essa formulação vincula explicitamente K_s a h e não a f , como nos casos anteriores, permitindo comparar processos e extrapolar forças para diferentes avanços dentro do domínio de validade do modelo. Suas limitações surgem quando espessuras muito pequenas são aplicadas, em que os efeitos de escala tornam a lei de potência menos representativa.

Vale ressaltar que Altintas (2012) segue uma linha de estudo diferente, na qual a força é decomposta em duas componentes: corte efetivo (cisalhamento) e força de aresta, associado ao raio de aresta e ao atrito, que permanece mesmo quando a espessura de cavaco h é muito pequena. Por exemplo, no torneamento, as forças de corte e de avanço seriam descritas como:

$$F_c = K_{tc} bh + K_{te} b \quad (11)$$

$$F_f = K_{fc} bh + K_{fe} b \quad (12)$$

sendo K_{tc} e K_{fc} os coeficientes de corte (pressões específicas) associados ao cisalhamento do material e K_{te} e K_{fe} os coeficientes relacionados ao processo de deformação na zona terciária, que ocorre na superfície de folga da ferramenta. Este método é útil por separar o efeito escala da equação, já que para espessuras de corte muito pequenas, os modelos atuais de K_s não permitem uma observação efetiva do seu comportamento.

2.3 ESTADO DA ARTE

Na literatura recente, Karpuschewski *et al.* (2018) investigaram a determinação dos componentes da pressão específica de corte e suas constantes em torneamento com altos avanços, medindo as forças e realizando ajustes com equações similares às geradas por Kienzle e Victor (1954) para obter $K_{c1.1}$, $K_{p1.1}$ e $K_{f1.1}$. Os autores observaram que a força e a potência não crescem linearmente com o avanço, recomendando altas taxas de avanço e propondo ampliar os testes (materiais/ferramentas) para esclarecer o comportamento na região em que $a_p/f = 1$.

Paralelamente, Weng *et al.* (2018) desenvolveram um modelo analítico para prever a distribuição de forças no torneamento com inserto redondo, discretizando a aresta (no plano de referência) e calculando, para cada incremento, os parâmetros locais da teoria de corte oblíquo (ângulos de cisalhamento e atrito, espessura de cavaco etc.). O escoamento de cavaco foi analisado observando a superfície de saída ao longo de toda a aresta de corte, a tensão de cisalhamento foi obtida pelo modelo de Johnson-Cook (JOHNSON; COOK, 1983) e corrigida pelo efeito escala, considerando o raio de aresta. As forças totais se assemelharam às obtidas com a teoria de Altintas (2012), resultando da soma das contribuições de cisalhamento e de aresta. Weng *et al.* (2018) validaram o modelo em Inconel 718 e Ti-6Al-4V e observaram uma melhor aderência quando o efeito escala é considerado, com um erro médio menor que 11%, contra erros de 17% sem esse efeito.

Considerando a influência da microestrutura do material no processo, Wu *et al.* (2016) investigaram a microssinagem, avaliando, simultaneamente, o efeito do

raio de aresta e do tamanho de grão do material na força de corte. Também inseriram um método para estimar a parcela de cisalhamento, isolando o efeito de esmagamento, que se torna relevante quando a espessura do cavaco é muito pequena. Foi observado que em microtorneamento controlado, os materiais com grão menor exigem maior força de corte e energia específica, e que essa diferença cresce à medida que aumenta o raio de aresta. Ao separar a força de cisalhamento, os autores mostraram que a influência atribuída ao tamanho de grão é, na verdade, em grande parte relativa à componente da força de aresta, tendo o raio de aresta impacto mais significativo do que a microestrutura na força e na energia específica.

No estudo de Zhang e Guo (2015), a aresta de corte foi discretizada e, em cada trecho, sua geometria local foi avaliada para calcular as forças de cisalhamento e de aresta. A integração ao longo de toda a aresta fornece as componentes totais de força e momento no torneamento, além de mapear a distribuição de carga e orientar ajustes de parâmetros e da geometria da ferramenta. A base teórica segue a formulação proposta por Altintas (2012), modelando a força de corte em duas parcelas: força de cisalhamento e força de aresta.

Pashmforoush *et al.* (2024) consideraram pressões específicas e coeficientes de atrito em três regiões de contato: superfície de saída, flanco e aresta. Com modelos de machine learning (ML) alimentados por modelos físicos, interpretaram os dados de força medidos e inferiram o desgaste de flanco (VB). Essa combinação física com ML elevou a precisão na predição das forças em torneamento, alcançando um coeficiente de correlação R^2 entre 94% e 97%.

Hajdu *et al.* (2023) usaram um modelo de elementos finitos simplificado para obter o campo de deslocamentos que descreve o fluxo do cavaco na superfície de saída. A partir daí, construíram um modelo mecanístico que define a pressão específica K_s em função das variações locais da espessura de cavaco h ao longo de trajetórias curvas. Os resultados preservam a consistência geométrica e apresentam melhor ajuste das componentes radial e axial do que as obtidas com discretizações retas.

Já nos estudos sobre microfresamento frontal com ferramenta de dente único, Biró *et al.* (2018) investigaram como os parâmetros de corte f_z e v_c influenciam o regime da pressão específica de corte K_s e definem uma espessura crítica h_{\min} que separa as regiões de esmagamento e de formação estável de cavaco. O resultado é

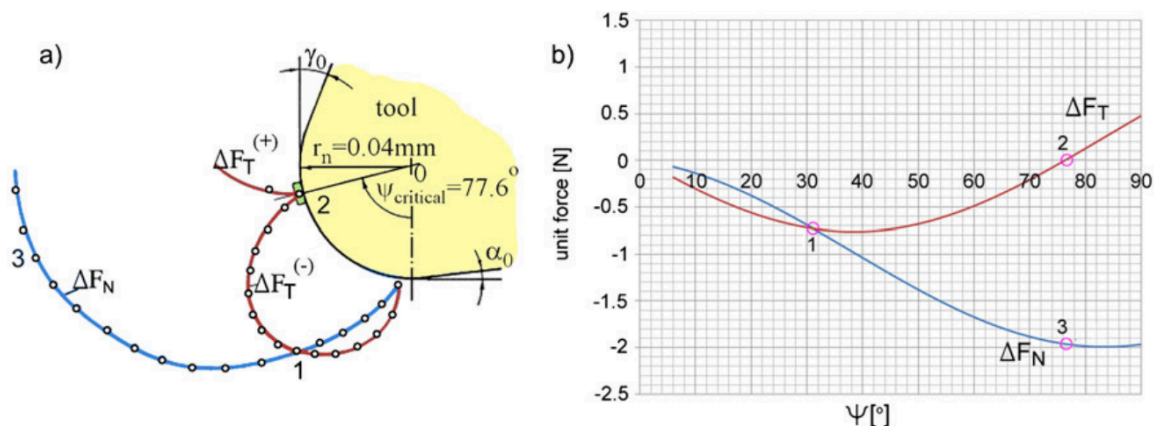
um mapa que permite selecionar os parâmetros e a geometria que evitam o atrito desnecessário e operam no regime estável de microcorte.

No campo matemático, Campocasso *et al.* (2015) descreveram a aresta por discretização e projetaram as forças locais, obtidas por um modelo mecanístico, para então integrá-las em forças e momentos globais no referencial da máquina. Essa abordagem facilita a predição dos esforços no processo de usinagem e mapeia a carga ao longo da aresta, servindo de base para projeto e otimização de geometrias de corte.

A patente de Kedo *et al.* (2025) propôs a utilização do aprendizado de máquina para relacionar parâmetros de ferramenta e de processo aos coeficientes de força de corte. O sistema treina múltiplos modelos de árvores de decisão, avalia o erro em relação a coeficientes de referência e, a partir daí, estima os coeficientes para novas condições operacionais. O método, alimentado por resultados experimentais, oferece uma via para prever coeficientes mecanísticos e apoiar a seleção de condições de usinagem mais eficientes.

Storch e Zawada-Tomkiewicz (2012) propuseram um modelo analítico-experimental para a distribuição de forças unitárias ao longo da aresta arredondada no torneamento de acabamento. Com isso, os autores puderam determinar as tensões normais e tangenciais ao longo da aresta e o ponto de estagnação, que separa a região de corte efetivo da região em que há efeitos significativos de esmagamento (ponto 2 nas Figuras 4a e 4b).

Figura 4 – Distribuição das forças ΔF_T e ΔF_N (a) em uma seção transversal perpendicular à aresta de corte e (b) em um sistema de coordenadas cartesianas em função do ângulo Ψ .



Fonte: Storch e Zawada-Tomkiewicz, 2012.

A região de corte efetivo é definida para forças tangenciais positivas – ou seja, acima do ponto 2 – enquanto a região que não se sabe se há definitivamente formação de cavaco, possui valores negativos de F_T . Conclui-se que as discussões propostas neste trabalho sustentam a tese deste documento, ao justificar a discretização da aresta e a ponderação por h para a obtenção de uma geometria equivalente de corte (STORCH; ZAWADA, 2012).

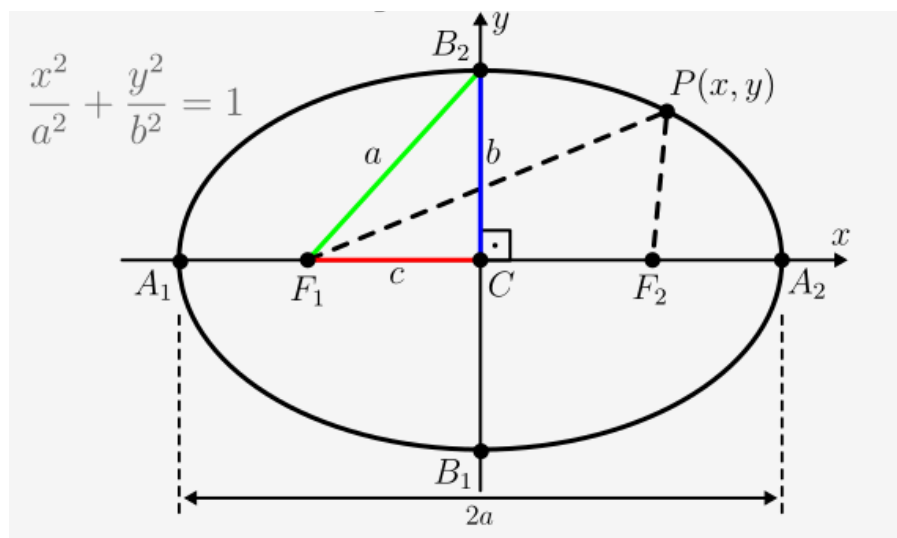
Embora as pesquisas recentes tenham avançado significativamente na compreensão dos parâmetros de corte e na modelagem das forças envolvidas, este trabalho se destaca ao introduzir um método inovador para representar o efeito dos esforços de arestas de corte arredondadas por meio de um ângulo de saída equivalente. Diferentemente das abordagens anteriores, propôs-se a discretização dos parâmetros geométricos de usinagem, como a espessura do cavaco e o ângulo de saída, para calcular uma média ponderada que unifica diferentes variáveis. Além disso, realizou-se múltiplos ensaios de torneamento para desenvolver uma lei de potência que descreve a pressão específica de corte (K_s) com base nesses dois parâmetros críticos. Essa abordagem oferece uma nova perspectiva na análise e otimização dos processos de usinagem, permitindo uma normalização eficaz dos parâmetros e uma previsão equivalente dos esforços envolvidos para insertos com geometrias diferentes.

3 MODELO PROPOSTO

Para o modelo proposto, considera-se um processo de corte ortogonal, ou seja, a aresta de corte é perpendicular à direção de corte e o ângulo de inclinação é nulo. Assim, apenas duas componentes da força de usinagem ocorrem durante o processo: a força de corte F_c e a força de avanço F_f . Além disso, cabe reforçar que os ângulos de saída, tratados aqui em valores absolutos, correspondem sempre a ângulos negativos medidos a partir do plano de referência.

Para a transformação do arredondamento de aresta em um chanfro equivalente, o estudo requer, inicialmente, que o arredondamento possa ser modelado analiticamente por uma geometria conhecida. Para tanto, foi escolhida a elipse, por se aproximar da geometria de arredondamentos produzidos por diferentes métodos (DENKENA *et al.*, 2010; BIERMANN *et al.*, 2016; PETER *et al.*, 2020) e permitir uma análise paramétrica de formatos genéricos, obtidos ao variar os semieixos principais (a e b), conforme demonstrado na Figura 5.

Figura 5 – Equação e parâmetros da elipse.



Fonte: Kleber Kilhian, 2010.

Neste trabalho, denotam-se S_y e S_x como os semieixos ao longo das direções associadas às superfícies de saída e de folga, respectivamente (análogos a “ a ” e “ b ”) e a forma da geometria é definida como uma relação entre os dois: $K = S_y /$

S_α . É importante destacar que a forma da elipse influencia diretamente sua equação, já que, quando $S_\alpha > S_\gamma$, os denominadores são invertidos (Equação 13).

$$\begin{aligned} \text{para } S_\gamma > S_\alpha & \quad \frac{x^2}{S_\gamma^2} + \frac{y^2}{S_\alpha^2} = 1 & (13) \\ \text{para } S_\alpha > S_\gamma & \quad \frac{x^2}{S_\alpha^2} + \frac{y^2}{S_\gamma^2} = 1 \end{aligned}$$

3.1 GEOMETRIA DA ELIPSE ROTACIONADA

Considerando um inserto de corte com ângulo de cunha igual a 90° , para a elipse alinhada aos eixos (linha tracejada cinza, Figura 5), pode-se parametrizar seus semieixos pelo ângulo excêntrico t , que varia de 0 a $\pi/2$, conforme as Equações 14 e 15.

$$x(t) = S_\gamma \cdot \cos(t) \quad (14)$$

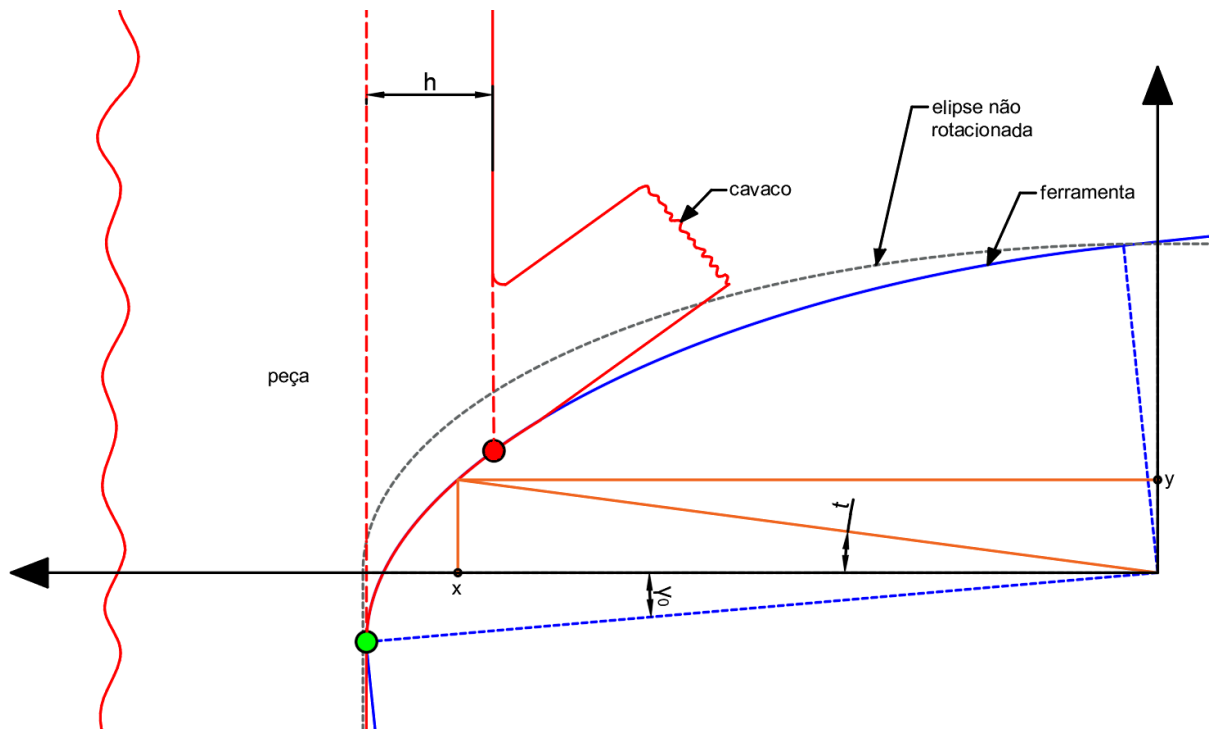
$$y(t) = S_\alpha \cdot \sen(t) \quad (15)$$

Porém, os cálculos geométricos devem considerar a inclinação γ_0 imposta pelo porta-ferramentas (Figura 6). Então, a elipse é rotacionada de γ_0 em torno da origem do sistema XY, conforme Equação 16.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma_0) & -\sen(\gamma_0) \\ \sen(\gamma_0) & \cos(\gamma_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_\gamma \cdot \cos(t) \cdot \cos(\gamma_0) - S_\alpha \cdot \sen(t) \cdot \sen(\gamma_0) \\ S_\gamma \cdot \cos(t) \cdot \sen(\gamma_0) + S_\alpha \cdot \sen(t) \cdot \cos(\gamma_0) \end{bmatrix} \quad (16)$$

A discretização da aresta deve abranger apenas o trecho efetivo de contato, iniciando no ponto de máxima coordenada x da elipse já rotacionada (ponto verde na Figura 6, em que a peça toca a ferramenta) e terminando no limite do contato entre ferramenta e espessura de cavaco não cortado (ponto vermelho).

Figura 6 – Representação do inserto rotacionado em γ_0 , com seus pontos inicial (verde) e final (vermelho) de discretização.



Fonte: Autoria própria, 2025.

3.1.1 Ângulo inicial (ψ_i): ponto de máximo na coordenada x (contato com a peça)

Derivando $X(t)$ da Equação 16 e igualando-o a zero, encontra-se o ponto de máximo na aresta da elipse rotacionada:

$$\frac{dX}{dt} = -S_\gamma \cdot \text{sen}(t)\cos(\gamma_0) - S_\alpha \cdot \cos(t)\text{sen}(\gamma_0) = 0 \quad (17)$$

Dividindo por $\cos(t) \cdot \cos(\gamma_0)$, para $t \neq 0$ no intervalo considerado, obtém-se:

$$tX = \text{arctg}\left(\frac{-S_\alpha \cdot \text{sen}(\gamma_0)}{S_\gamma \cdot \cos(\gamma_0)}\right) \quad (18)$$

Para encontrar os pontos pX e pY na elipse rotacionada e, conseqüentemente, o ângulo inicial ψ_i da discretização, combinam-se as Equações 16 e 18:

$$\begin{aligned}
pX &= [S_\gamma \cdot \cos(tX)] \cdot \cos(t) - [S_\alpha \cdot \sin(tX)] \cdot \sin(t) \\
pY &= [S_\gamma \cdot \cos(tX)] \cdot \sin(t) + [S_\alpha \cdot \sin(tX)] \cdot \cos(t) \\
\psi_i &= \arctg\left(\frac{pY}{pX}\right)
\end{aligned} \tag{19}$$

3.1.2 Ângulo final (ψ_f): fim do avanço

Com o modelo adotado, no qual apenas o contato cavaco-ferramenta é considerado e a elipse se encontra rotacionada, o ponto final de varredura é definido pelo fim do avanço: ψ_f é o menor ângulo $\psi > \psi_i$ tal que:

$$\sum_{\psi_i}^{\psi_f} \Delta h_{trecho}^{(rot)} = f \tag{20}$$

Se f exceder o trecho disponível da microgeometria ($1/4$ de elipse), adota-se ψ_f no limite geométrico do perfil e se considera o trecho restante com ângulo constante igual a γ_0 . Para fins deste estudo, no entanto, são levados em consideração apenas casos em que a espessura de cavaco não cortado fica dentro da região do arredondamento.

O ponto final do avanço, na coordenada x , é obtido a partir do ponto de máxima projeção em x (pX), subtraindo-se o avanço ($pX-f$). A coordenada em y correspondente é determinada pela manipulação da equação da elipse (Equação 13) que pode ser escrita em função de x e y como:

$$\frac{x^2 \cos^2(\gamma_0) + 2xy \cos(\gamma_0) \sin(\gamma_0) + y^2 \sin^2(\gamma_0)}{S_\gamma^2} + \frac{x^2 \sin^2(\gamma_0) - 2xy \cos(\gamma_0) \sin(\gamma_0) + y^2 \cos^2(\gamma_0)}{S_\alpha^2} = 1 \tag{21}$$

em que os denominadores são trocados caso $S_\alpha > S_\gamma$. Substituindo $x = pX - f$ na Equação 21, obtém-se uma equação quadrática em y , a partir da qual são identificados os coeficientes e aplicada a fórmula de Bhaskara. A solução adotada é aquela para a qual $y > 0$, correspondente ao arco superior da elipse (Equação 22).

$$y = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - 4a'c'}}{2a'} \quad (22)$$

Os coeficientes são definidos como:

$$a' = \frac{\text{sen}^2(\gamma_0)}{S_\gamma^2} + \frac{\text{cos}^2(\gamma_0)}{S_\alpha^2}$$

para $S_\gamma > S_\alpha$ $b' = 2x \text{cos}(\gamma_0) \text{sen}(\gamma_0) \left(\frac{1}{S_\gamma^2} - \frac{1}{S_\alpha^2} \right)$

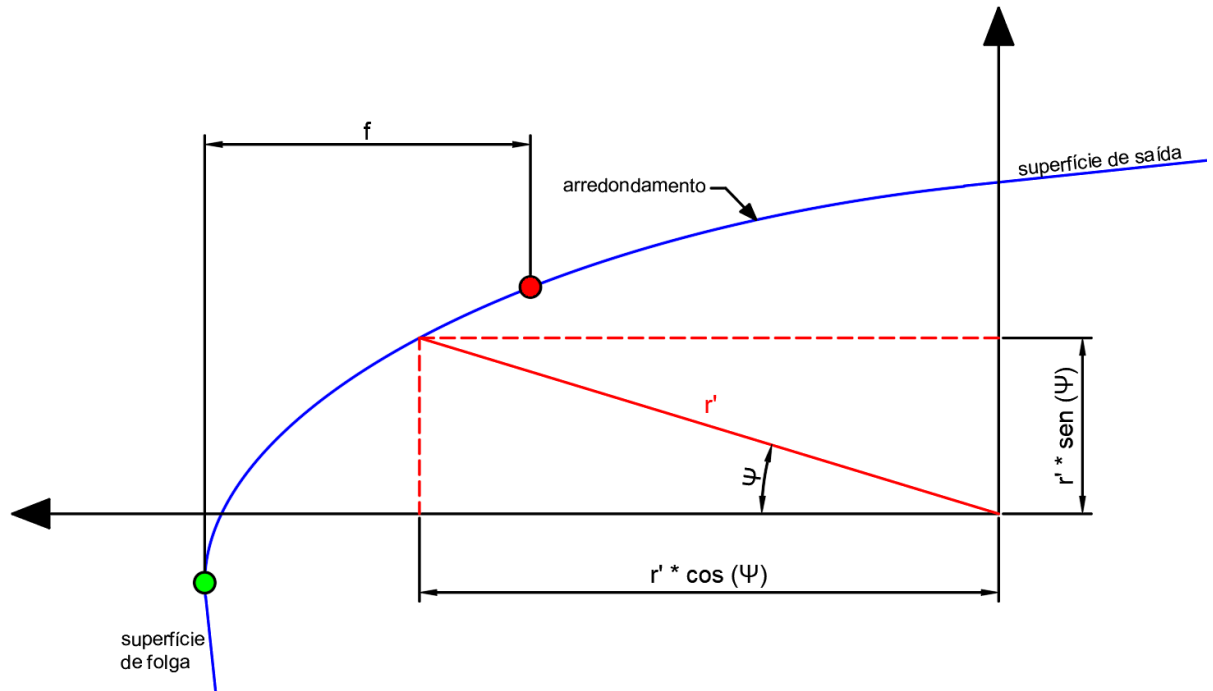
para $S_\alpha > S_\gamma$ $b' = 2x \text{cos}(\gamma_0) \text{sen}(\gamma_0) \left(\frac{1}{S_\alpha^2} - \frac{1}{S_\gamma^2} \right)$

$$c' = \frac{x^2 \text{cos}^2(\gamma_0)}{S_\gamma^2} + \frac{x^2 \text{sen}^2(\gamma_0)}{S_\alpha^2} - 1 \quad (23)$$

3.1.3 Perfil da aresta rotacionada

Com os pontos iniciais e finais da aresta definidos, deseja-se varrer a elipse ponto a ponto a partir de um único parâmetro geométrico, para que todas as equações de ângulo local, espessura de cavaco local, pressão específica e força estejam em função desse parâmetro. Usando coordenadas polares, é possível delimitar a posição de um ponto na aresta da elipse por meio do ângulo ψ e um raio r' , conforme demonstrado na Figura 7.

Figura 7 – Análise por coordenadas polares de uma elipse genérica.



Fonte: Autoria própria, 2025.

Logo, descreve-se a posição de um ponto pela sua projeção nos eixos x e y:

$$x' = r(\psi) \times \cos(\psi) \quad (24)$$

$$y' = r(\psi) \times \sin(\psi) \quad (25)$$

Substituindo as Equações 24 e 25 em cada condição da Equação 13, consegue-se varrer toda a elipse por meio do $r(\psi)$ ou r' .

$$\text{para } S_\gamma > S_\alpha \quad r' = r(\psi) = \frac{S_\gamma \cdot S_\alpha}{\sqrt{(S_\alpha \cdot \cos(\psi - \gamma_0))^2 + (S_\gamma \cdot \sin(\psi - \gamma_0))^2}} \quad (26)$$

$$\text{para } S_\alpha > S_\gamma \quad r' = r(\psi) = \frac{S_\gamma \cdot S_\alpha}{\sqrt{(S_\gamma \cdot \cos(\psi - \gamma_0))^2 + (S_\alpha \cdot \sin(\psi - \gamma_0))^2}}$$

Os parâmetros de forma S_α e S_γ são considerados conhecidos, uma vez que são definidos antes para aplicação no processo de torneamento.

3.2 ÂNGULO DE SAÍDA EFETIVO LOCAL (γ)

Com (x', y') parametrizados por ψ , é possível encontrar o ângulo tangente associado, que será utilizado para cálculo dos ângulos de saída efetivos γ . Sabendo que a tangente da curva em um ponto é dada por $\text{tg}(\psi) = dy / dx$, primeiramente, deve-se derivar x e y em função de ψ . Após manipulações matemáticas, obtém-se:

$$\frac{dx}{d\psi} = \frac{dr}{d\psi} \cos(\psi) - r' \cdot \text{sen}(\psi) \quad (27)$$

$$\frac{dy}{d\psi} = \frac{dr}{d\psi} \text{sen}(\psi) + r' \cdot \cos(\psi) \quad (28)$$

A derivada $dr/d\psi$ pode ser calculada no programa MATLAB, visando facilitar o processo matemático, a partir da função $\text{gradient}(r, \text{psi})$, na qual “ r ” é o raio relacionado à Equação 26 e “ psi ” é o intervalo de ângulos ψ da elipse estipulado no código. A partir disso, o ângulo de saída efetivo local γ pode ser determinado:

$$\gamma(\psi) = \pi - \text{arctg}\left(\frac{dy/d\psi}{dx/d\psi}\right) \quad (29)$$

3.3 ESPESSURA DE CAVACO LOCAL (Δh)

A partir de dois pontos consecutivos (P1 e P2) na discretização da curva da elipse, pode-se especificar o ângulo entre eles como $\Delta\psi$ que, no código MATLAB, é o intervalo definido pela função linspace , logo: $d_psi = \text{psi}(2) - \text{psi}(1)$. As projeções desses pontos na direção do avanço são:

$$P1(x) = r_1 \cdot \cos(\psi) \quad (30)$$

$$P2(x) = r_2 \cdot \cos(\psi + \Delta\psi) \quad (31)$$

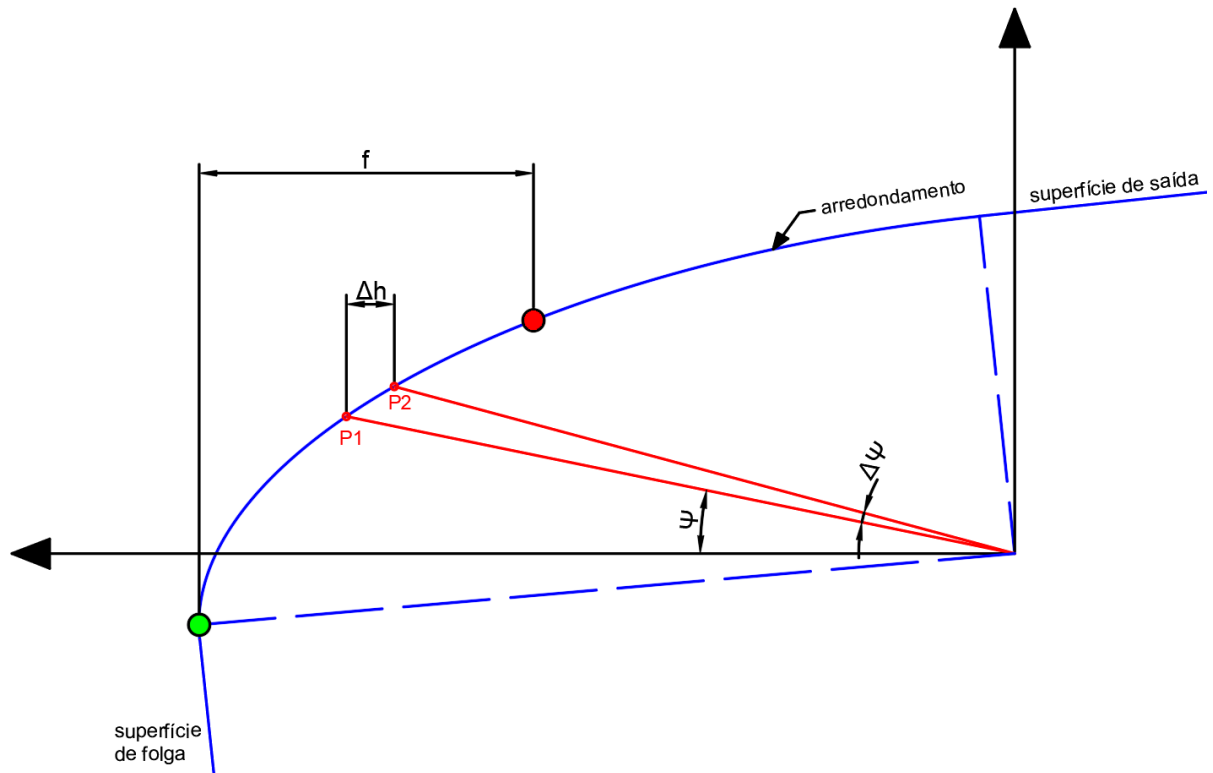
Como visualizado na Figura 8, Δh de cada trecho pode ser encontrado pela subtração da Equação 30 da Equação 31. Para $\Delta\psi \ll 1$, usando $\cos(\Delta\psi) \approx 1$ e $\text{sen}(\Delta\psi) \approx \Delta\psi$, chega-se a uma expressão incremental para a espessura:

$$\Delta h = (r_1 - r_2) \cdot \cos(\psi) + r_2 \cdot \text{sen}(\psi) \cdot \Delta\psi \quad (32)$$

Substituindo $r_2 \approx r_1 + (dr / d\psi) \times \Delta\psi$, define-se Δh para um único r' .

$$\Delta h = \left[-\frac{dr}{d\psi} \cdot \cos(\psi) + r' \cdot \text{sen}(\psi) \right] \Delta\psi \quad (33)$$

Figura 8 – Espessura de cavaco local (Δh) a partir de dois pontos da elipse.



Fonte: Autoria própria, 2025.

3.4 ÂNGULO DE SAÍDA EQUIVALENTE (γ_{EQV})

O ângulo de saída equivalente associado à microgeometria da aresta elíptica é calculado como uma média ponderada do ângulo de saída efetivo local $\gamma(\psi)$ em relação aos incrementos de espessura de cavaco Δh , normalizada pela somatória desses incrementos:

$$\gamma_{eqv} = \frac{\sum [\gamma(\psi) \cdot \Delta h]}{\sum \Delta h} \quad (34)$$

Esse procedimento constitui uma ponderação física do efeito do ângulo de saída na formação de cavaco em determinado trecho, pois aqueles que removem mais material (maior Δh) recebem maior peso na média.

3.5 LIMITAÇÕES DO MODELO

A fim de viabilizar os cálculos, nota-se que algumas hipóteses simplificadoras foram adotadas, o que limita o escopo do modelo:

- O processo ocorre em regime de corte ortogonal, com ângulo de inclinação igual a zero. Assim, a aresta de corte é perpendicular à direção de corte e apenas duas componentes de força são analisadas, F_c e F_f . Isso elimina efeitos tridimensionais e facilita a parametrização da espessura de cavaco e do ângulo de saída local.
- O arredondamento real é assumido como geometricamente equivalente a um arco elíptico, definido pelos semieixos S_y e S_x .
- O contorno efetivo é limitado ao trecho de contato cavaco-ferramenta, assumindo-se que não há participação significativa de regiões da aresta fora desse intervalo na geração das forças.
- A microgeometria é tratada como estacionária, ou seja, não se considera desgaste progressivo, alterações topográficas ou mudanças de atrito ao longo do corte.
- O corte efetivo e o esmagamento são incorporados via ponderação geométrica e entende-se que a ponderação por Δh captura fisicamente a relevância relativa de cada trecho da aresta.
- Considera-se que o material usinado (latão) é isotrópico e homogêneo, sem variações microestruturais relevantes ao longo do corte. Do mesmo modo, supõe-se estabilidade dinâmica da máquina, ausência de vibração significativa e constância das condições de usinagem.

4 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Com o objetivo de avaliar a eficácia do modelo teórico proposto, foram realizados ensaios de torneamento ortogonal para medição das forças com uso de insertos de corte chanfrados e com arestas preparadas por escovamento. O primeiro conjunto de testes teve como objetivo estabelecer uma relação entre a pressão específica de corte K_s , o avanço e o ângulo de saída; o segundo conjunto foi utilizado para validação do modelo.

4.1 LEVANTAMENTO DA PRESSÃO ESPECÍFICA DE CORTE

Conforme mencionado, não há definição teórica consolidada para determinar a pressão específica K_s durante um processo de usinagem, mas se sabe que alguns fatores possuem influência predominante em sua magnitude e comportamento. Neste estudo, o ângulo de saída (γ) e o avanço (f) foram definidos como parâmetros de entrada essenciais para estimá-lo.

A fim de simular diferentes ângulos de saída efetivos, insertos de metal duro foram preparados com chanfros de largura aproximada de 1 mm (de maneira a garantir que o cavaco se forme na região da aresta) e diferentes ângulos: 4°, 14°, 24°, 44° e 64°. A retificação das superfícies de saída e de folga, assim como a preparação das arestas, foi realizada em uma retificadora CNC de quatro eixos Agathon DOM Plus (Figura 9), equipada com rebolo diamantado com tamanho de grão D46, ligante resinoide e concentração C100. Os mesmos parâmetros de retificação foram usados para todos os insertos: velocidade de corte de 20 m/s, velocidade de avanço axial de 4 mm/min e aplicação de óleo mineral integral de forma abundante.

De modo a se evitar efeitos do desgaste da ferramenta abrasiva, o rebolo foi dressado antes da retificação de cada inserto por um rolo dressador de óxido de alumínio com granulometria 180#, utilizado com velocidade de corte de 10 m/s, velocidade de avanço axial de 0,18 mm/min e percurso de dressagem de 0,015 mm. Os insertos obtidos após a retificação são mostrados na Figura 10.

Figura 9 – Retificadora AGATHON DOM Plus.



Fonte: A autoria própria, 2025.

Figura 10 – Insertos de metal duro com arestas chanfradas.

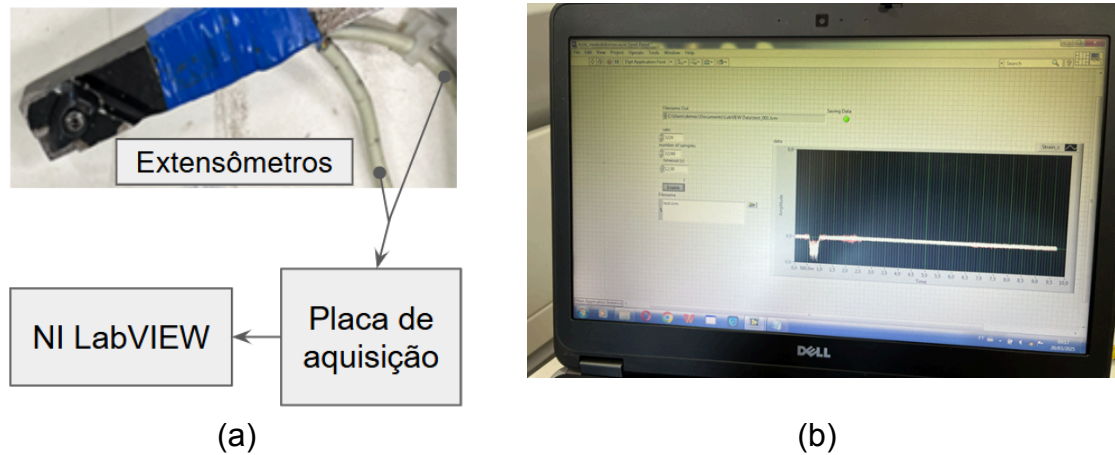


Fonte: A autoria própria, 2025.

Para os ensaios de torneamento, utilizou-se um porta-ferramenta (CRUZ *et al.*, 2022) instrumentado com extensômetros, que permitiram a obtenção das forças de corte e de avanço a partir da aquisição de deformações elásticas desses sensores convertidas em variações de tensão elétrica.

A aquisição dos sinais a uma taxa de 3224 Hz e sua conversão para unidades de força foi feita com a aplicação de um sistema de aquisição NI 9234 (Figura 11a), conectado a um computador pessoal com o software Labview (Figura 11b). Antes da realização dos testes, os sensores foram calibrados com uso de um dinamômetro de mola e a aplicação de cargas conhecidas.

Figura 11 – (a) Esquemático da conexão do porta-ferramenta ao sistema de aquisição e (b) template do software para aquisição e tratamento dos sinais de força.



Fonte: Autoria própria, 2025.

O torno CNC utilizado foi o ROMI Centur 30D (Figura 12) e a usinagem foi feita em paredes de tubos de latão, com diâmetro externo de 46 mm, diâmetro interno de 44 mm e comprimento de 42 mm. Considerando uma profundidade de usinagem constante igual à espessura da parede do tubo (1 mm), cada passe para medição dos esforços correspondeu ao deslocamento da ferramenta na direção de avanço por um trecho de 2 mm.

Figura 12 – Torno CNC para realização dos testes de usinagem.



Fonte: Autoria própria, 2025.

Para cada ângulo de saída (ou chanfro específico), variou-se o avanço (f) em quatro valores: 0,050, 0,100, 0,125 e 0,250 mm/volta, mantendo-se uma velocidade

de corte constante de 200 m/min. Considerando que o porta-ferramenta acrescenta 6° ao posicionamento final do inserto, o ângulo de saída efetivo corresponde à soma do ângulo de saída do porta-ferramenta com o ângulo de chanfro em cada caso.

As pressões específicas de corte nas direções de corte K_{s_c} e avanço K_{s_f} foram obtidas a partir da divisão dos valores médios de força para cada condição de corte pela área correspondente. Na direção de corte, a área foi obtida pelo produto entre a profundidade de usinagem (1 mm) e a projeção da área de contato na direção da espessura do cavaco, que corresponde ao valor do avanço (f). Na direção de avanço, utilizou-se o produto da profundidade de usinagem pela projeção da área na direção perpendicular à direção da espessura do cavaco, ou seja $f \cdot \text{tg}(\gamma)$. Com isso, puderam-se ajustar curvas de potência relacionando a pressão específica ao ângulo de saída γ e ao avanço f .

4.2 TESTES DE VALIDAÇÃO DO MODELO

De maneira a se verificar a viabilidade de se aproximar arredondamentos assimétricos como chanfros com ângulos equivalentes para previsão dos esforços de corte de diferentes microgeometrias, insertos de corte de metal duro tiveram suas superfícies de saída e de folga retificadas por meio do procedimento já descrito e suas arestas preparadas pelo processo de escovamento adaptado em torno mecânico (Figura 13), conforme descrito no trabalho de Barbosa *et al.* (2025). Para isso, utilizou-se uma escova com cerdas impregnadas com SiC 60# presa ao eixo-árvore de um torno mecânico Imor PRN-320, ajustado com rotação de 475 rpm. Os insertos foram fixados em um dispositivo que permitiu a obtenção de ângulos de ataque de 10° e 20° , que resultaram em dois diferentes arredondamentos de aresta. O tempo de escovamento para as duas geometrias foi de 30 s e a profundidade de penetração de 9 mm.

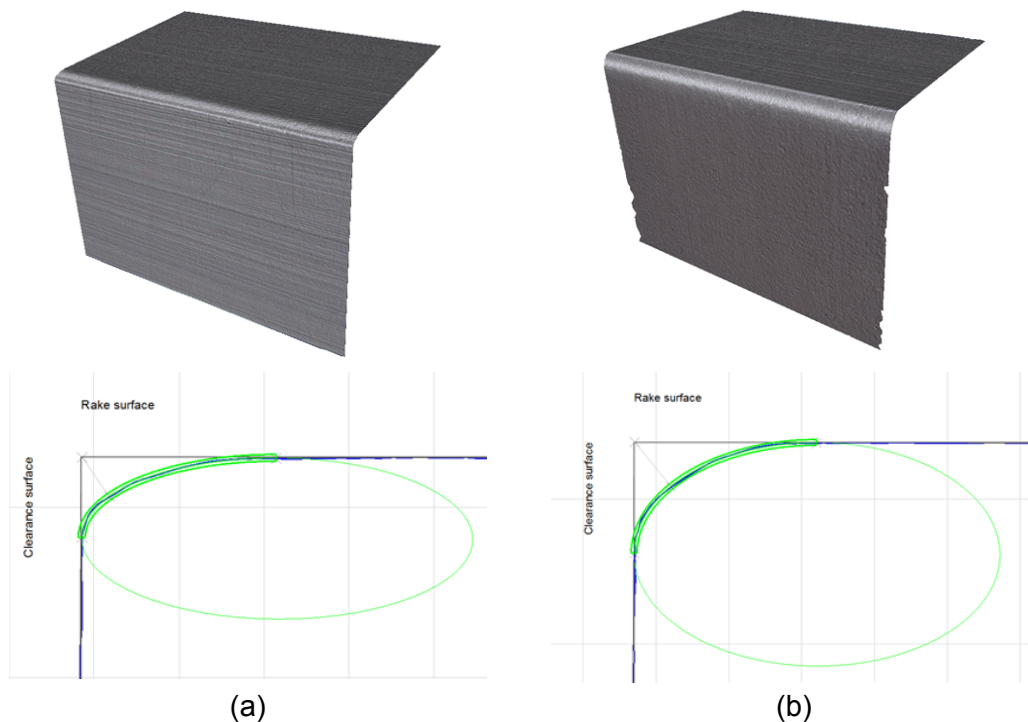
Figura 13 – Procedimento de arredondamento de aresta por escovamento.



Fonte: Autoria própria, 2025.

As arestas confeccionadas foram analisadas no microscópio com variação de foco Alicona InfiniteFocus SL, a fim de se obter os parâmetros geométricos S_y e S_x , cujos valores médios foram calculados a partir de 200 perfis. Assim, definiram-se duas microgeometrias (MG) para os ensaios, apresentadas na Figura 14 e Tabela 1, que inclui ainda o fator de forma, dado por $K = S_y / S_x$.

Figura 14 – Imagens 3D e perfis médios das arestas (a) MG1 e (b) MG2.



Fonte: Autoria própria, 2025.

Tabela 1 – Parâmetros geométricos de aresta definidos após o escovamento.

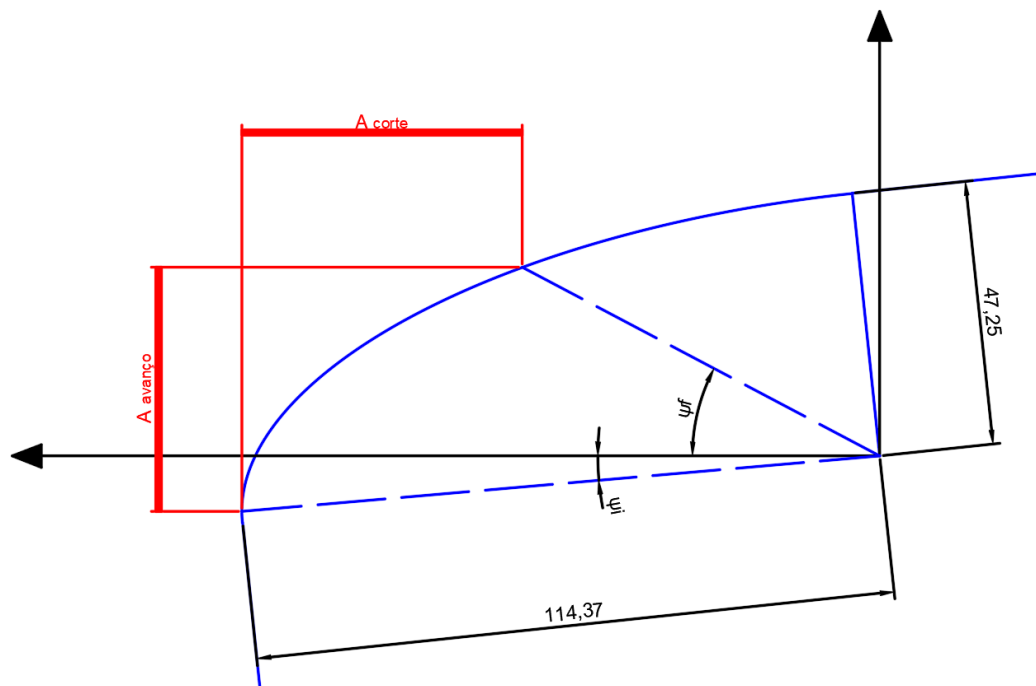
	MG 1	MG 2
Sα [μm]	47,25	77,08
Sγ [μm]	114,37	125,18
K	2,42	1,62

Fonte: A autoria própria, 2025.

Os testes de torneamento foram então repetidos para obtenção das forças geradas pelas duas geometrias. Diferentes valores de avanço foram escolhidos de maneira que o corte fosse realizado sempre na região da geometria de aresta. Para a primeira, foram utilizados 0,05 mm/volta e 0,10 mm/volta; para a segunda, 0,08 mm/volta e 0,11 mm/volta.

Para o cálculo das pressões específicas nas direções de corte K_{sc} e de avanço K_{sf} , foram utilizadas as áreas correspondentes, conforme explicado na seção anterior. No caso da projeção da área na direção perpendicular à espessura do cavaco, foram feitas análises no *software* AutoCAD, conforme apresentado na Figura 15.

Figura 15 – Exemplo de desenho feito para obtenção da área projetada na direção perpendicular à espessura do cavaco (medidas em μm).

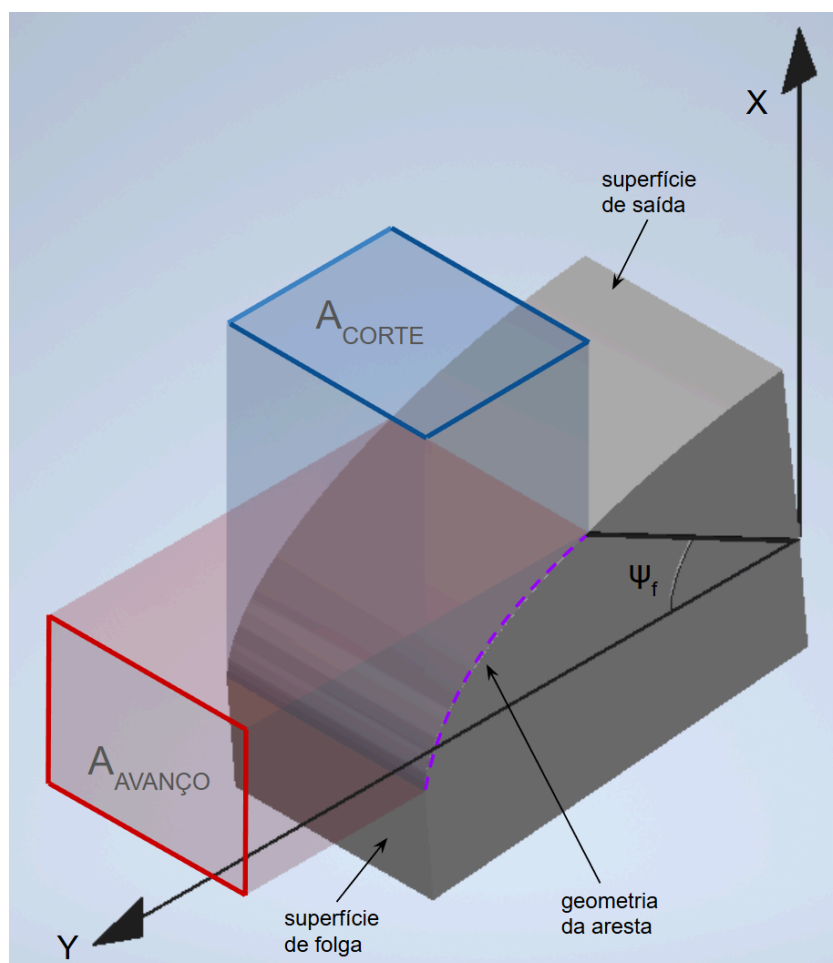


Fonte: A autoria própria, 2025.

Os mesmos desenhos foram utilizados para conferir os ângulos de varredura da aresta em cada condição, isto é, o intervalo $[\psi_i, \psi_f]$ entre o ponto de máximo na coordenada x e o ponto de intersecção com o limite da espessura de cavaco.

A Figura 16 apresenta uma visualização tridimensional das áreas projetadas ao longo da aresta da ferramenta, na qual as áreas de corte e de avanço são destacadas a fim de evidenciar sua relação direta com a espessura do cavaco e com a orientação espacial da ferramenta.

Figura 16 – Áreas projetadas (3D) na direção perpendicular à espessura do cavaco.



Fonte: Autoria própria, 2025.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O modelo para obtenção do ângulo equivalente das microgeometrias foi implementado integralmente em MATLAB (Apêndice A), enquanto os ajustes das curvas de potência para estimar a pressão específica de corte K_s foram realizados em planilhas Excel. Os resultados de K_s encontrados nos testes são então comparados aos valores calculados a partir da equação de potência alimentada por f e γ_{eqv} .

5.1 DETERMINAÇÃO DA PRESSÃO ESPECÍFICA DE CORTE K_s

Após a execução dos testes, obteve-se a Tabela 2, com os valores de força e a pressão específica, calculada utilizando a Equação 4. Nesta tabela, observam-se ainda os ângulos e avanços correspondentes a cada teste.

Tabela 2 – Resultados de força e pressão específica de corte (F_c , K_{s_c}) e de avanço (F_f , K_{s_f}).

(continua)

γ (°)	γ (rad)	f (mm/volta)	$f \cdot \text{tg}(\gamma)$ (mm/volta)	F_c (N)	F_f (N)	K_{s_c} (N/mm ²)	K_{s_f} (N/mm ²)
10	0,175	0,05	0,009	36,15	14,84	722,95	1682,81
10	0,175	0,1	0,018	62,88	22,38	628,82	1268,99
10	0,175	0,125	0,022	71,66	24,35	573,31	1104,97
10	0,175	0,25	0,044	123,04	39,16	492,14	888,37
10	0,175	0,05	0,009	35,78	13,98	715,54	1586,10
10	0,175	0,1	0,018	62,34	21,77	623,38	1234,43
10	0,175	0,125	0,022	71,65	23,36	573,16	1059,89
10	0,175	0,25	0,044	121,48	37,76	485,91	856,66
20	0,349	0,05	0,018	38,49	23,52	769,82	1292,22
20	0,349	0,1	0,036	68,00	37,17	680,03	1021,36
20	0,349	0,125	0,045	79,17	42,67	633,37	937,84
20	0,349	0,25	0,091	134,77	67,96	539,09	746,93
20	0,349	0,05	0,018	38,59	23,56	771,83	1294,35
20	0,349	0,1	0,036	68,37	37,05	683,73	1017,98
20	0,349	0,125	0,045	79,58	43,05	636,60	946,20

(conclusão)

Y (°)	Y (rad)	f (mm/volta)	f·tg(Y) (mm/volta)	F _c (N)	F _f (N)	K _{s_c} (N/mm ²)	K _{s_f} (N/mm ²)
30	0,524	0,05	0,029	42,53	35,06	850,69	1214,38
30	0,524	0,1	0,058	76,60	57,22	766,00	991,08
30	0,524	0,125	0,072	89,00	66,51	711,99	921,65
30	0,524	0,25	0,144	159,86	112,54	639,44	779,72
30	0,524	0,05	0,029	44,07	36,96	881,40	1280,47
30	0,524	0,1	0,058	79,41	59,87	794,08	1037,04
30	0,524	0,125	0,072	94,43	70,10	755,42	971,32
30	0,524	0,25	0,144	173,80	121,60	695,22	842,46
50	0,873	0,05	0,060	62,43	97,10	1248,68	1629,51
50	0,873	0,1	0,119	111,31	161,69	1113,06	1356,73
50	0,873	0,125	0,149	133,37	194,83	1066,94	1307,88
50	0,873	0,25	0,298	215,36	286,68	861,44	962,20
50	0,873	0,05	0,060	61,75	97,00	1235,00	1627,93
50	0,873	0,1	0,119	110,28	159,20	1102,82	1335,86
50	0,873	0,125	0,149	132,77	193,40	1062,14	1298,22
50	0,873	0,25	0,298	215,73	284,71	862,91	955,61
70	1,222	0,05	0,137	84,78	299,95	1695,68	2183,47
70	1,222	0,1	0,275	129,93	394,63	1299,26	1436,33
70	1,222	0,125	0,343	141,43	408,76	1131,47	1190,21
70	1,222	0,25	0,687	199,01	492,29	796,05	716,71
70	1,222	0,05	0,137	87,81	310,97	1756,15	2263,65
70	1,222	0,1	0,275	132,00	395,09	1319,99	1438,01
70	1,222	0,125	0,343	140,80	403,30	1126,37	1174,32
70	1,222	0,25	0,687	191,37	467,48	765,46	680,60

Fonte: Autoria própria, 2025.

A partir desses dados, criou-se uma relação f/γ para ajustar um modelo de potência do tipo proposto na Equação 35. Os resultados levaram à obtenção da Tabela 3.

$$K_s = C \left(\frac{f}{\gamma} \right)^n \quad (35)$$

Tabela 3 – Levantamento de pontos f/γ e Ks.

(continua)

f/γ	K_sc (N/mm²)	K_sr (N/mm²)
0,286	722,95	1682,81
0,573	628,82	1268,99
0,716	573,31	1104,97
1,432	492,14	888,37
0,286	715,54	1586,10
0,573	623,38	1234,43
0,716	573,16	1059,89
1,432	485,91	856,66
0,143	769,82	1292,22
0,286	680,03	1021,36
0,358	633,37	937,84
0,716	539,09	746,93
0,143	771,83	1294,35
0,286	683,73	1017,98
0,358	636,60	946,20
0,716	555,03	755,83
0,095	850,69	1214,38
0,191	766,00	991,08
0,239	711,99	921,65
0,477	639,44	779,72
0,095	881,40	1280,47
0,191	794,08	1037,04
0,239	755,42	971,32
0,477	695,22	842,46
0,057	1248,68	1629,51
0,115	1113,06	1356,73
0,143	1066,94	1307,88
0,286	861,44	962,20
0,057	1235,00	1627,93
0,115	1102,82	1335,86
0,143	1062,14	1298,22
0,286	862,91	955,61
0,041	1695,68	2183,47
0,082	1299,26	1436,33
0,102	1131,47	1190,21
0,205	796,05	716,71

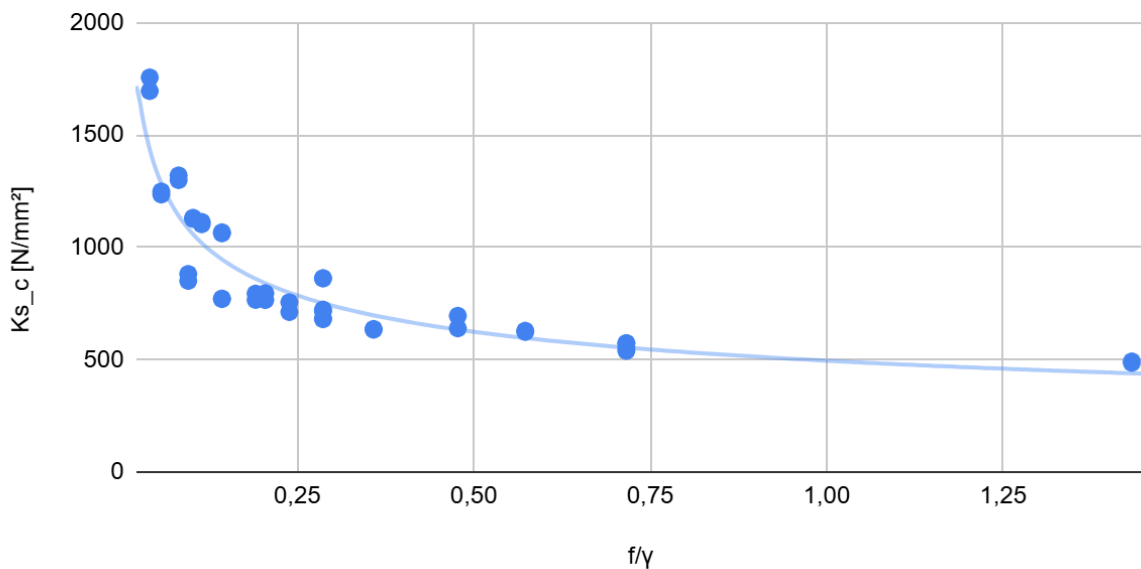
(conclusão)

f/γ	K_{s_c} (N/mm ²)	K_{s_f} (N/mm ²)
0,041	1756,15	2263,65
0,082	1319,99	1438,01
0,102	1126,37	1174,32
0,205	765,46	680,60

Fonte: Autoria própria, 2025.

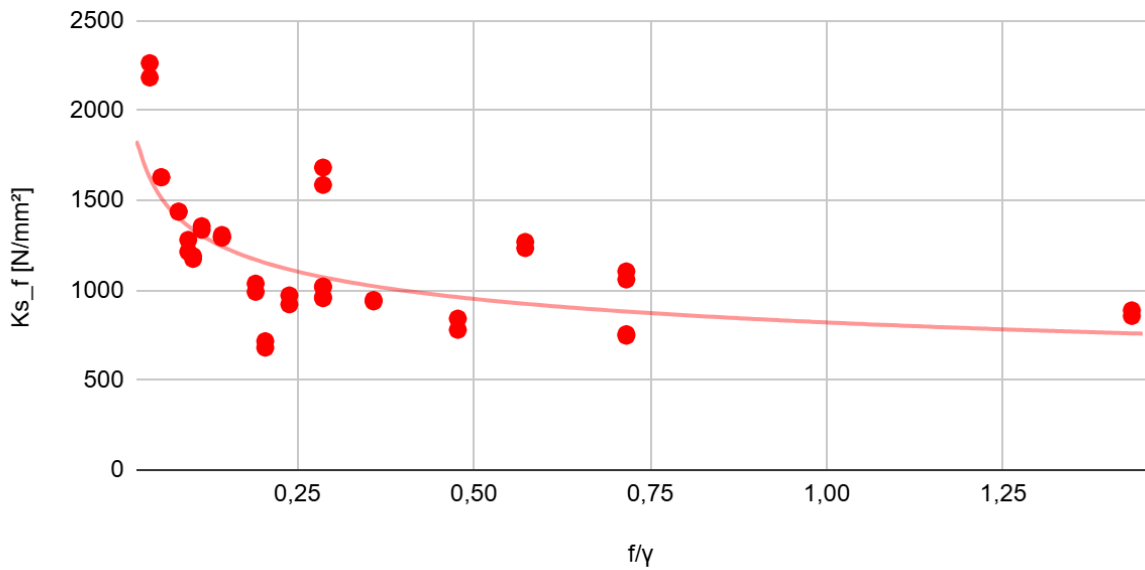
Os pontos da Tabela 3 foram então aproximados por uma lei de potência, resultando nas curvas das Figuras 17 e 18, nas quais se observa um comportamento decrescente da pressão específica com maiores avanços e menores ângulos de saída. Maiores valores de K_s são notados para a direção de avanço, o que está ligado à menor área projetada nesta direção e a maiores forças para ângulos de saída mais altos, isto é, menores relações f/γ . Este último efeito decorre da maior dificuldade de penetração da ferramenta na peça, devido à sua menor afiação.

Figura 17 – Lei de potência de K_{s_c} em função de f/γ .



Fonte: Autoria própria, 2025.

Figura 18 – Lei de potência de Ks_f em função de f/γ .



Fonte: Autoria própria, 2025.

Comparativamente, nota-se a maior dispersão dos dados relacionados à direção de avanço, que pode ter ocorrido devido à oscilação desta componente da força em função da vibração no processo. Isso se reflete diretamente no coeficiente de correlação para o ajuste da função de potência, maior para a direção de corte ($R^2_c = 0,875 > R^2_f = 0,465$). As Equações 36 e 37 contemplam os modelos de potência utilizados para definir Ks_c e Ks_f .

$$Ks_c = 495 \left(\frac{f}{\gamma_{equiv}} \right)^{-0,333} \quad (36)$$

$$Ks_f = 821 \left(\frac{f}{\gamma_{equiv}} \right)^{-0,214} \quad (37)$$

5.2 VALIDAÇÃO DO MODELO

Após os testes de torneamento com as duas microgeometrias preparadas, foram obtidos os resultados mostrados na Tabela 4 para diferentes valores de avanço.

Tabela 4 – Forças experimentais de avanço e de corte para as duas microgeometrias.

Microgeometria	f (mm/volta)	F _c (N)	F _f (N)
S α = 47,25 [μ m] S γ = 114,37 [μ m]	0,05	47,42	50,36
	0,1	71,85	52,54
S α = 77,08 [μ m] S γ = 125,18 [μ m]	0,08	75,22	79,36
	0,11	84,97	73,22

Fonte: Autoria própria, 2025.

Com base na análise dos desenhos em CAD, os ângulos de varredura, as áreas e as pressões específicas para as diferentes condições e direções puderam ser obtidos (Tabela 5).

Tabela 5 – Ângulos de varredura, áreas e pressões específicas para as diferentes condições e direções.

Microgeometria	$\Delta\psi$ (°)	A _{corte} (mm ²)	A _{avanço} (mm ²)	Ks _c (N/mm ²)	Ks _f (N/mm ²)
S α = 47,25 [μ m] S γ = 114,37 [μ m]	32,8	0,05	0,044	948,4	1144,65
	78,2	0,1	0,056	718,45	938,16
S α = 77,08 [μ m] S γ = 125,18 [μ m]	60,8	0,08	0,077	940,21	1030,66
	82,7	0,11	0,084	772,43	871,72

Fonte: Autoria própria, 2025.

Com isso, determinou-se para cada microgeometria e condição de avanço o ângulo de saída equivalente γ_{eqv} do chanfro correspondente à aresta arredondada. Os resultados do modelo são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Resultados de γ_{eqv} para as diferentes microgeometrias e condições de teste.

Microgeometria	f (mm/volta)	$\Delta\psi$ (°)	γ_{eqv} (°)
$S\alpha = 47,25$ [μm]	0,05	32,8	33,22
$S\gamma = 114,37$ [μm]	0,1	78,2	23,79
$S\alpha = 77,08$ [μm]	0,08	60,8	35,15
$S\gamma = 125,18$ [μm]	0,11	82,7	28,84

Fonte: Autoria própria, 2025.

Em ambas as microgeometrias, observa-se que maiores ângulos de varredura $\Delta\psi$, associados aos maiores avanços, levam a menores valores de γ_{eqv} , já que, sendo o fator de forma $K > 1$ nos dois casos, aumenta o trecho da microgeometria que possui ângulos de saída menores (menos negativos).

A partir dos resultados de γ_{eqv} obtidos pelo modelo, aplicam-se as Equações 36 e 37, associando a cada condição o seu ângulo de chanfro equivalente. A Tabela 7 compara as pressões específicas calculadas pelo modelo com as obtidas experimentalmente e apresenta o erro relativo para cada condição. Retoma-se que a primeira microgeometria (MG1) apresenta $S\alpha = 47,25$ μm e $S\gamma = 114,37$ μm , enquanto a MG2 possui $S\alpha = 77,08$ μm e $S\gamma = 125,18$ μm .

Tabela 7 – Comparação entre as pressões específicas calculadas e obtidas experimentalmente.

f (mm/volta)	γ_{eqv} [rad]	f/ γ_{eqv}	Ks_c (N/mm ²)			Ks_f (N/mm ²)			
			Teste	Modelo	Erro (%)	Teste	Modelo	Erro (%)	
MG1	0,05	0,617	0,081	948,4	1142,73	20,49	1144,65	1405,53	22,79
	0,1	0,427	0,234	718,45	802,79	11,74	938,16	1120,2	19,4
MG2	0,08	0,635	0,126	940,21	986,86	4,96	1030,66	1279,12	24,11
	0,11	0,52	0,211	772,43	830,58	7,53	871,72	1144,97	31,35

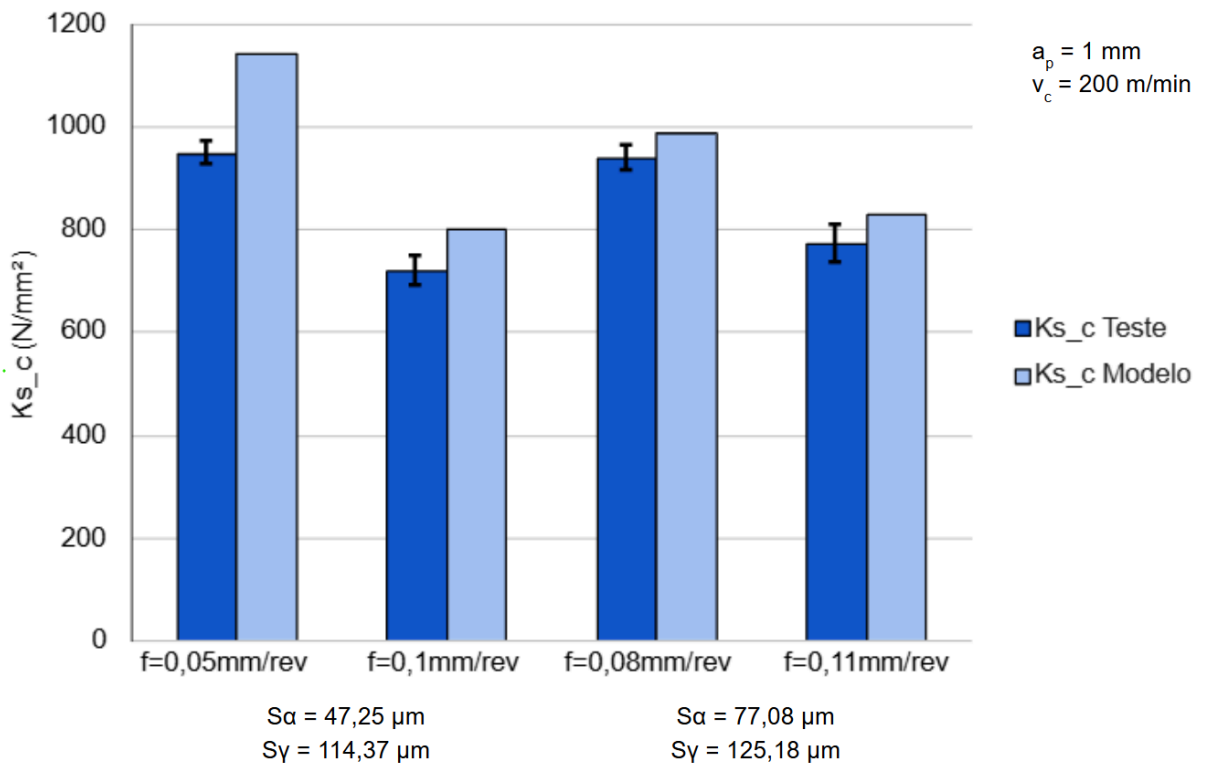
Fonte: Autoria própria, 2025.

A partir da tabela, pode-se aferir que os erros de Ks_c se mantiveram entre 5% e 20,5%, enquanto os de Ks_f variaram de 19,4% a 31,4%, com discrepâncias maiores na direção de avanço. Isso ocorre porque o contato peça-ferramenta

apresenta variações mais significativas ao longo do eixo de avanço, o que leva a uma oscilação da pressão. Já na direção de corte, a ferramenta é mais rigidamente confinada pela pressão do cavaco, reduzindo a dispersão das leituras.

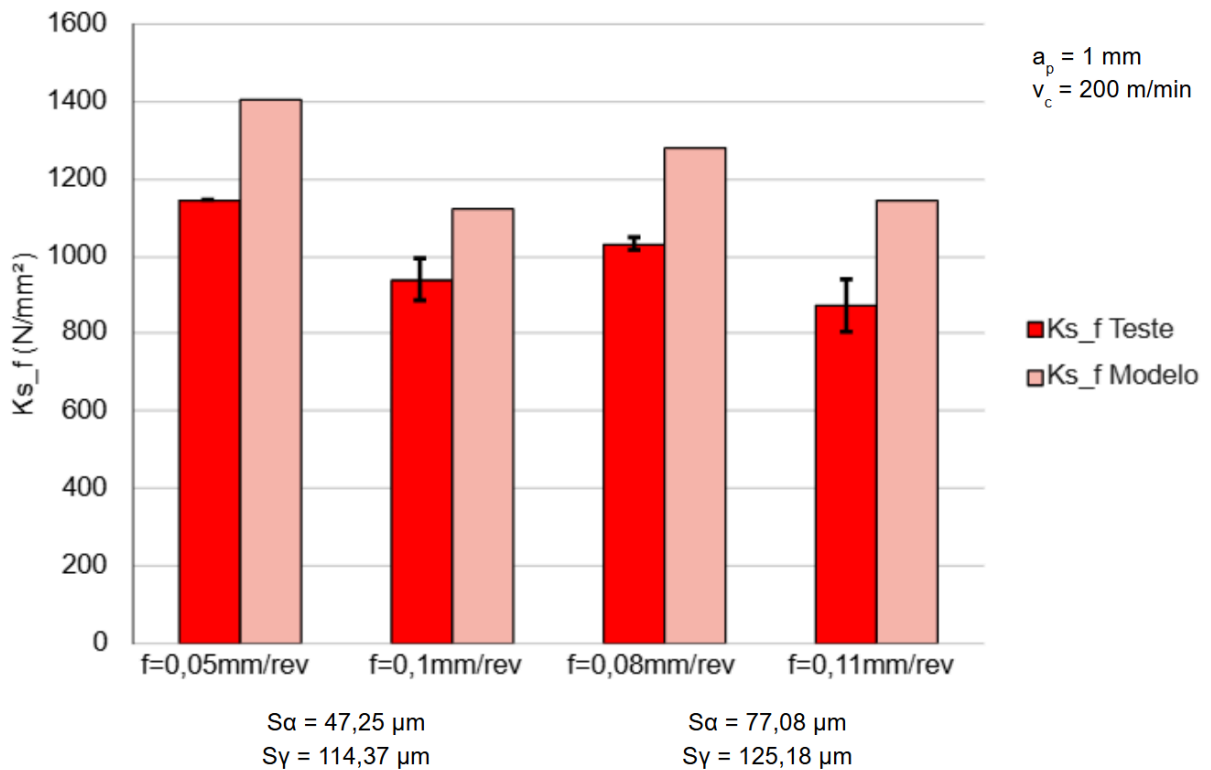
As Figuras 19 e 20 apresentam de forma gráfica a diferença entre as pressões específicas de corte e de avanço, respectivamente, obtidas pelo modelo e pelos experimentos, estes últimos acompanhados de seus respectivos desvios-padrão.

Figura 19 – Valores calculados e experimentais da pressão específica na direção de corte K_{s_c} .



Fonte: Autoria própria, 2025.

Figura 20 – Valores calculados e experimentais da pressão específica na direção de avanço K_{s_f} .



Fonte: Autoria própria, 2025.

Observa-se pelos gráficos que o modelo reproduz o comportamento esperado das pressões específicas de corte e de avanço, com valores mais elevados para os menores avanços e uma tendência de redução à medida que f aumenta. Esse padrão é consistente para as duas microgeometrias avaliadas (MG1 e MG2), indicando que o modelo captura adequadamente a influência do avanço sobre K_s .

Com isso, verifica-se a viabilidade e as limitações de aplicação do modelo proposto para o cálculo das forças na direção de corte e de avanço durante a usinagem. Sendo o procedimento semi-empírico, com forte base geométrica, ele pode ser transferido a outros pares peça-ferramenta, assim como ser aplicado com diferentes velocidades de corte e profundidades de usinagem, embora estes sejam parâmetros de menor influência sobre a pressão específica.

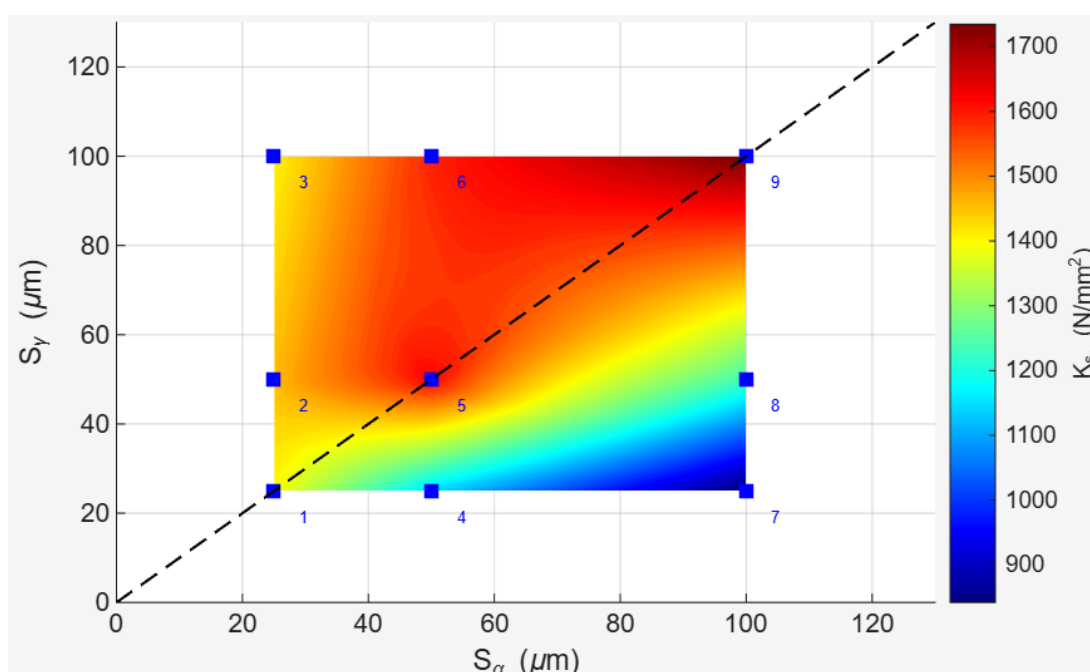
Por fim, destaca-se a existência de uma relação direta entre o ângulo equivalente e o nível de força, sendo que condições com menores γ_{eqv} tendem a apresentar forças mais baixas. Isso ocorre porque, com maiores avanços, uma maior parte da aresta se encontra além do ponto de estagnação, ampliando a fração do

arco em que $h > h_{\min}$ e o corte efetivo predomina sobre o esmagamento. Por consequência, K_s e as componentes F_c e F_f diminuem. Em contrapartida, avanços menores mantêm a interação abaixo ou próxima do ponto de estagnação, onde o efeito do sulcamento e do atrito prevalecem, resultando em esforços maiores nessa faixa.

5.3 APLICAÇÃO DO MODELO

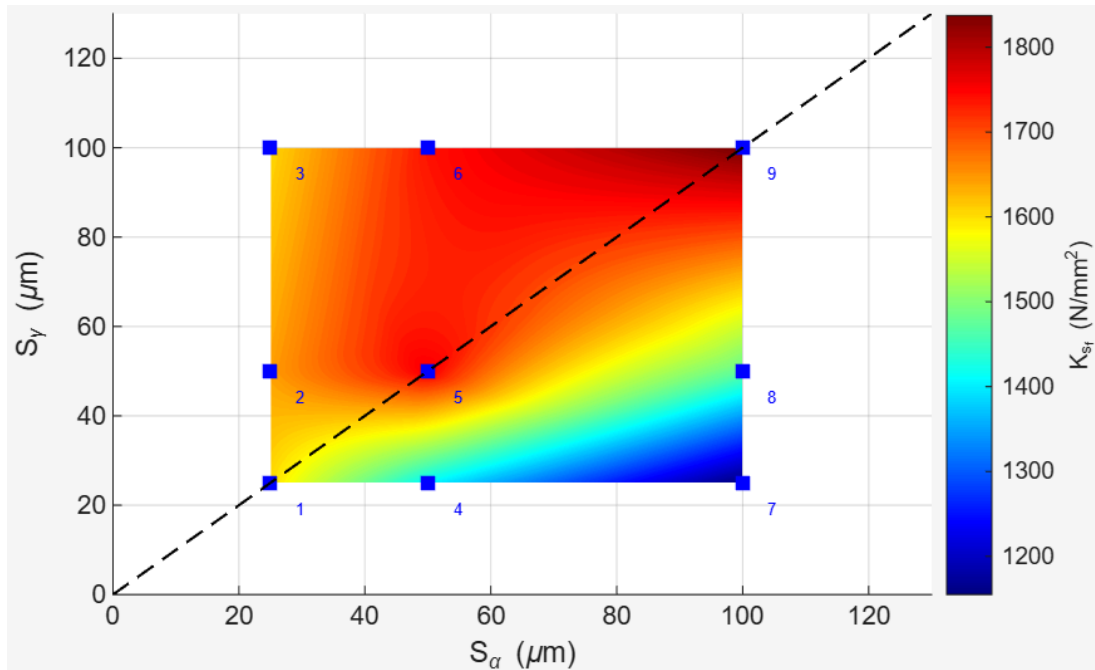
Mesmo considerando suas limitações, o modelo possibilita uma avaliação do comportamento de K_s em diferentes situações. Assim, foram simuladas as pressões específicas de um conjunto de geometrias, com variações de S_y e S_α . Isso permite identificar tendências gerais, regiões críticas e configurações potencialmente mais favoráveis. Os resultados são visualizados nas Figuras 21 e 22 na forma de mapas de intensidade, sendo S_α representado no eixo horizontal e S_y no eixo vertical. Os valores calculados de K_s correspondem à intensidade, indicada por uma escala de cores. Para fins de comparação, adicionou-se uma linha tracejada, que corta o mapa quando $K = 1$.

Figura 21 – Mapa de K_{sc} com diferentes microgeometrias.



Fonte: Autoria própria, 2025.

Figura 22 – Mapa de K_{sf} com diferentes microgeometrias.



Fonte: Autoria própria, 2025.

Nota-se que aumentos em S_γ deslocam a escala para níveis mais elevados de K_s , enquanto aumentos de S_α têm menos impacto. Isso ocorre porque S_γ é responsável pelo arredondamento da aresta na região diretamente envolvida no corte, o que influencia sua afiação e, conseqüentemente, a pressão necessária para o cisalhamento do material.

6 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um método para representar arestas arredondadas por um chanfro equivalente, obtido por uma média ponderada dos ângulos de saída em relação aos incrementos da espessura de cavaco Δh ao longo de um arredondamento genérico. Os resultados indicam que:

- O comportamento das pressões específicas nas direções de corte e de avanço pode ser ajustado por uma lei de potência em função da razão f/γ , sendo erros maiores obtidos para a direção de avanço, que apresentou um R^2 mais elevado, devido à maior instabilidade no processo.
- O modelo geométrico responde adequadamente à variação da espessura de cavaco, que restringe ou expande o comprimento útil da microgeometria. Nos casos estudados, quando $K > 1$, verificou-se que maiores ângulos de varredura gerados por maiores espessuras de cavaco, conduzem a γ_{eqv} menores.
- Para as diferentes condições testadas, o modelo gerou erros relativos entre 5 e 20,5% para K_{s_c} e entre 19,4 e 31,4% para K_{s_f} , sendo considerado adequado para a estimativa das forças em processo de usinagem.

Em síntese, substituir a microgeometria arredondada real por um chanfro equivalente preserva a capacidade preditiva do modelo de forças e simplifica a obtenção de resultados via testes de torneamento, já que as pressões específicas podem ser obtidas a partir de testes com ferramentas com diferentes ângulos de saída, apresentando comportamento contínuo. Evita-se, assim, a necessidade de se testar ferramentas com arestas arredondadas, o que, dependendo da faixa de variação requerida, geraria um número expressivo de testes.

Como trabalhos futuros, recomenda-se o estudo do ponto de estagnação para diferentes geometrias de aresta a partir da análise do comportamento das forças elementares ao longo do arredondamento, assim como da contribuição do cisalhamento e da deformação para a pressão específica de corte em diferentes regiões da aresta; sugere-se também a reprodução do estudo para diferentes microgeometrias, materiais e parâmetros de corte, de maneira a reforçar sua utilidade em diferentes condições de usinagem.

REFERÊNCIAS

ALTINTAS, Y. **Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design**. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.

AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. **Cutting force on the tool nose in the turning process**. ResearchGate, 2023. Disponível em: https://www.researchgate.net/figure/Cutting-force-on-the-tool-nose-in-the-turning-process-Copyright-C-2001-American-Society_fig11_369398357. Acesso em: 20 nov. 2025.

BARBOSA, R.S.; ALVES, U.C.; HASSUI, A.; VENTURA, C.E.H. **Edge preparation of cemented tungsten carbide cutting inserts with an abrasive rotary brush**. *In*: Gomes, M.C., de Oliveira, D., Ziberov, M. (eds) *Innovations in Brazilian Machining. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Cham: Springer, 2025.

BIERMANN, D.; ABMUTH, R.; SCHUMANN, S.; *et al.* **Wet abrasive jet machining to prepare and design the cutting edge micro shape**. *Procedia CIRP*, v. 45, p. 195–198, 2016. DOI: 10.1016/j.procir.2016.02.071.

BIRÓA, I.; SZALAYA, T.; GEIERA, N.; *et al.* **Effect of cutting parameters on section borders of the empirical specific cutting force model for cutting with micro-sized uncut chip thickness**. *Procedia CIRP*, v. 77, p. 598–601, 2018. DOI: 10.1016/j.procir.2018.09.015.

BOULOS, P.; CAMARGO, I. **Geometria analítica: um tratamento vetorial**. 3. ed. São Paulo: Pearson, 2005.

CAMPOCASSO, S.; COSTES, J. P.; FROMENTIN, G; *et al.* **A generalised geometrical model of turning operations for cutting force modelling using edge discretisation**. *Applied Mathematical Modelling*, v. 39, n. 5–6, p. 1853–1873, 2015. DOI: 10.1016/j.apm.2015.02.008.

CRUZ, D.C.; SORDI, V.L.; VENTURA, C.E.H. **Assessment of the surface integrity of ground cemented tungsten carbide cutting inserts and its influence on tool wear in turning of ferritic nodular cast iron**. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, v. 37, p. 613-622, 2022. DOI: 10.1016/j.cirpj.2022.03.014.

DENKENA, B.; LEON, L.; BASSETT, E.; REHE, M. **Cutting edge preparation using abrasive brushing**. Key Engineering Materials, v. 438, p. 1–7, 2010. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.438.1.

FERRARESI, D. **Fundamentos da Usinagem dos Metais**. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1977. 927 p. v. 1.

HAJDU, D.; ASTARLOA, A.; KOVÁCS, I.; DOMBÓVÁRI, Z. **The curved uncut chip thickness model: A general geometric model for mechanistic cutting force predictions**. International Journal of Machine Tools & Manufacture, v. 188, art. 104019, 2023. DOI: 10.1016/j.ijmachtools.2023.104019.

KEDO, Y.; KUMENO, N.; KONO, I. **Cutting force coefficient prediction device, cutting force coefficient prediction method, and cutting force coefficient prediction program**. WO 2025/062669. Propriedade: Hitachi Solutions, LTD. Depósito: 19 dez. 2023. Publicação: 27 mar. 2025. Disponível em: <https://patentscope.wipo.int/search/en/detail.jsf?docId=WO2025062669>. Acesso em: 30 set. 2025.

JOHNSON, G.R.; COOK, W.H. **A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain Rates, and High Temperatures**. Proceedings 7th International Symposium on Ballistics, The Hague, 19-21 April 1983, 541-547.

KARPUSCHEWSKI, B.; KUNDRÁK, J.; VARGA, G.; *et al.* **Determination of specific cutting force components and exponents when applying high feed rates**. Procedia CIRP, v. 77, p. 30–33, 2018. DOI: 10.1016/j.procir.2018.08.199.

KIENZLE, O.; VICTOR, H. **Einfluß der Wärmebehandlung von Stählen auf die Hauptschnittkraft beim Drehen**. Stahl und Eisen, 1954.

KILHIAN, K. **A Equação da Elipse**. O Baricentro da Mente, 06 jul. 2010. Disponível em: <https://www.obaricentrodamente.com/2010/07/equacao-da-elipse.html>. Acesso em: 27 set. 2025.

PASHMFOROUSH, F.; EBRAHIMI ARAGHIZAD, A.; BUDAK, E. **Physics-informed tool wear prediction in turning process: a thermo-mechanical wear-included**

force model integrated with machine learning. Journal of Manufacturing Systems, v. 77, p. 266–283, 2024. DOI: 10.1016/j.jmsy.2024.09.008.

PETER, P.; BORIS, P.; TOMÁS, V.; *et al.* **Cutting edge radius preparation.** In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NANOMATERIALS AND BIOMATERIALS, 2., 2018. Materials Today: Proceedings, v. 22, p. 212–218, 2020. DOI: 10.1016/j.matpr.2019.08.090.

STORCH, B.; ZAWADA-TOMKIEWICZ, A. **Distribution of unit forces on the tool edge rounding in the case of finishing turning.** International Journal of Advanced Manufacturing Technology, v. 60, p. 453–461, 2012. DOI: 10.1007/s00170-011-3617-7.

WENG, J.; ZHUANG, K.; ZHU, D.; GUO, S.; DING, H. **An analytical model for the prediction of force distribution of round insert considering edge effect and size effect.** International Journal of Mechanical Sciences, v. 138, p. 86–98, 2018. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2018.01.024.

WU, X.; LI, L.; HE, N.; YAO, C.; ZHAO, M. **Influence of the cutting edge radius and the material grain size on the cutting force in micro cutting.** Precision Engineering, v. 45, p. 359–364, 2016. DOI: 10.1016/j.precisioneng.2016.03.012.

ZHANG, G.; GUO, C. **Modeling of Cutting Force Distribution on Tool Edge in Turning Process.** Procedia Manufacturing, v. 1, p. 454–465, 2015. DOI: 10.1016/j.promfg.2015.09.001.

APÊNDICE A – CÓDIGO MATLAB

```
clc;
clear;
close all;

%% PARÂMETROS GEOMÉTRICOS

% RAI0
a = 0.114365; %Sγ
b = 0.047247; %Sα

% RAI0 2
%a = 0.12518; %Sγ
%b = 0.07708; %Sα

% avanço
f = 0.11; %mm/volta

% parâmetros fixos
gamma_0_deg = -6;
gamma_0 = deg2rad(gamma_0_deg);

%% ENCONTRANDO PONTOS INICIAIS E FINAIS
% Parametrização da elipse alinhada
t = linspace(0,2*pi,800);
x0 = a*cos(t);
y0 = b*sin(t);

% Rotação: [X;Y] = R(gamma_0)*[x0;y0]
c = cos(gamma_0);
s = sin(gamma_0);
X = c.*x0 - s.*y0;
Y = s.*x0 + c.*y0;

% Ângulo do ponto de MÁXIMA em X na elipse rotacionada
% Condição dX/dt = 0 -> a*cosθ*sin t + b*sinθ*cos t = 0
tXf = atan2(-b*s, a*c);
pX = (a*cos(tXf))*c - (b*sin(tXf))*s;
pY = (a*cos(tXf))*s + (b*sin(tXf))*c;
tX = atan2(pY, pX);

% Ângulo do ponto final do avanço na elipse rotacionada
% (0,b) -> (X,Y) = (-b*sinθ, b*cosθ)
%tY = atan2(b*c, -b*s); %para f>Sα

%para f<Sα
x_tY = pX-f; %ponto na elipse rotacionada
if a>=b
    c_1 = (s^2/a^2)+(c^2/b^2);
    c_2 = 2*x_tY*c*s*((1/(a^2))-(1/(b^2)));
    c_3 = -1+(x_tY^2)*((c^2)/(a^2)+(s^2)/(b^2));
```

```

delta = c_2^2-4*c_1*c_3;
if delta<0
    error('Não há soluções reais para y''.');
end
% Soluções para y'
y1 = (-c_2+sqrt(delta))/(2*c_1);
y2 = (-c_2-sqrt(delta))/(2*c_1);
if y1>0
    y_tY = y1;
elseif y2>0
    y_tY = y2;
end
tY = atan2(y_tY, x_tY);
else
c_1 = (s^2/b^2)+(c^2/a^2);
c_2 = 2*x_tY*c*s*((1/(b^2))-(1/(a^2)));
c_3 = -1+(x_tY^2)*((c^2)/(b^2)+(s^2)/(a^2));
delta = c_2^2-4*c_1*c_3;
if delta<0
    error('Não há soluções reais para y''.');
end
% Soluções para y'
y1 = (-c_2+sqrt(delta))/(2*c_1);
y2 = (-c_2-sqrt(delta))/(2*c_1);
if y1>0
    y_tY = y1;
elseif y2>0
    y_tY = y2;
end
tY = atan2(y_tY, x_tY);
end

%% VARRENDO A ELIPSE EM PSI
% Vetor angular
space = 1000;
psi = linspace(tX, tY, space);
d_psi = psi(2)-psi(1);

% Perfil da aresta elíptica rotacionada
if a>=b
    r = (a*b)./sqrt((b*cos(psi-gamma_0)).^2 + (a*sin(psi-gamma_0)).^2);
else
    r = (a*b)./sqrt((a*cos(psi-gamma_0)).^2 + (b*sin(psi-gamma_0)).^2);
end
dr = gradient(r,psi);
dx = dr.*cos(psi)-r.*sin(psi);
dy = dr.*sin(psi)+r.*cos(psi);

%% CÁLCULO DO ÂNGULO  $\gamma$  (ângulo tangente local)
gamma = pi-atan2(dy, dx);
gamma_deg = rad2deg(gamma);

%% ESPESSURA DE CAVACO LOCAL ( $\Delta h$ )

```

```

h_local = (-dr.*cos(psi)+r.*sin(psi)).*d_psi;

%% CÁLCULO DA MÉDIA PONDERADA
gamma_eqv = sum(h_local.*gamma)/sum(h_local);

%% RESULTADOS
fprintf("\n=== RESULTADOS ===\n");
fprintf("Soma total de Δh: %.6f mm\n", sum(h_local));
fprintf("gamma equivalente (rad): %.6f\n", gamma_eqv);
fprintf("gamma equivalente (graus): %.6f\n", rad2deg(gamma_eqv));
fprintf("Ψ inicial (graus): %.3f\n", rad2deg(tX));
fprintf("Ψ final (graus): %.3f\n", rad2deg(tY));

```