

Universidade Federal de São Carlos  
Centro de Educação e Ciências Humanas  
Programa de Pós-Graduação em Educação

Ana Carolina Faustino

**ELEMENTOS DA PROPOSTA FREIRIANA EM PRÁTICAS DOCENTES DE  
PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS EM UM AMBIENTE DE RESOLUÇÃO DE  
PROBLEMAS MATEMÁTICOS**

São Carlos

2014

ANA CAROLINA FAUSTINO

**ELEMENTOS DA PROPOSTA FREIRIANA EM PRÁTICAS DOCENTES DE  
PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS EM UM AMBIENTE DE RESOLUÇÃO DE  
PROBLEMAS MATEMÁTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestra em Educação, Área de Concentração – Educação, Linha de Pesquisa Educação em Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cármen Lúcia Brancaglioni Passos.

São Carlos

2014



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

Centro de Educação e Ciências Humanas  
Programa de Pós-Graduação em Educação

---

**Folha de Aprovação**

---

Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Ana Carolina Faustino, realizada em 28/02/2014.

**Comissão Julgadora:**

Profa. Dra. Maria do Carmo de Sousa (UFSCar)

Profa. Dra. Regina Célia Grandó (UFSC)

Profa. Dra. Carmen Lucia Brancaglioni Passos (UFSCar)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação.

A educação matemática crítica deve sempre estar vinculada às questões de igualdade, e, por conseguinte, deve tentar considerar a natureza dos obstáculos de aprendizagem que os diferentes grupos de estudantes podem enfrentar. Considerando os horizontes futuros dos estudantes, a educação matemática crítica torna-se a pedagogia da esperança.

(SKOVSMOSE, 2007, p. 76).

Sonhamos com uma escola pública capaz, que se vá constituindo aos poucos num espaço de criatividade. Uma escola democrática em que se pratique uma pedagogia da pergunta, em que se ensine e se aprenda com seriedade, mas em que a seriedade jamais vire sisudez. Uma escola em que, ao se ensinarem necessariamente os conteúdos, se ensine também a pensar certo.

(FREIRE, 2001a, p. 24).

Dedico esta dissertação à minha mãe e ao meu pai que colorem meus dias com sua amorosidade e paciência impaciente...

Ana Carolina Faustino

## AGRADECIMENTOS

A Deus, pela saúde e pela oportunidade de viver este momento.

Às minhas irmãs, Mariana Faustino e Melina Faustino, à minha sobrinha Maria Julia e a toda minha família pelo apoio e amor.

A Andrea Chironna, pelo companheirismo, apoio e por deixar meus dias mais floridos.

À Carmén Lucia Brancaglioni Passos, pelo diálogo cuidadoso, pelos momentos de troca e pelas ricas interações que possibilitaram meu desenvolvimento profissional e pessoal.

Aos alunos e às alunas, às professoras, às merendeiras, aos serventes e à equipe gestora da escola onde esta pesquisa foi realizada, por me acolherem e por me ensinarem.

Aos amigos críticos que fiz durante o mestrado, em especial aos integrantes do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática-GEM.

À professora Denise Vilela, por sempre trazer consigo um sorriso recheado de questionamentos; aos professores Ademir Donizete Caldeira, Maria do Carmo de Sousa e Renata Prenstteter Gama, pelos momentos de aprendizagem.

À Luci de Fátima Montezuma e Livia Vasconcelos, pelas leituras e pelas contribuições realizadas durante a pré-qualificação.

Às professoras Regina Célia Grando e Maria do Carmo de Sousa, por aceitarem o convite para participarem das bancas de qualificação e de defesa e pelas ricas contribuições que trouxeram nestes momentos.

Às minhas amigas, Vanessa Cristina Giroto, Juliana Franzi, Vanessa Gabassa, Debora Amaral, Francisca e Juliana Nonato, que preenchem de forma singular minhas lembranças da graduação e do mestrado.

À Urze Cia de Dança Contemporânea pelos belos momentos que pude vivenciar no palco, pela amizade e carinho apoio de todos os seus integrantes enquanto eu escrevia este estudo.

À Bruna Carla Casali, Danielle Lacerda por me ouvirem, pelos momentos que dividimos e por estarem ao meu lado durante o período do mestrado. À Vanessa Zulueta e Nara Sousa Capouillez, pela amizade, apoio e carinho.

Aos professores e professoras do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFSCar, que contribuíram para minha formação profissional e pessoal.

À Bety Kiuomura e ao Collegium Sapiens por aceditarem em mim e pelas oportunidades propiciadas.

A CAPES, pelo apoio financeiro, que possibilitou que eu me dedicasse exclusivamente ao mestrado.

## RESUMO

Este estudo, de cunho qualitativo, tem como objetivo investigar que elementos da epistemologia freiriana estão presentes nas práticas de professoras dos anos iniciais ao criar um ambiente de resolução de problemas nas aulas de matemática. A questão norteadora da pesquisa é: “Que elementos da proposta freiriana favorecem a construção de práticas docentes por meio da resolução de problemas nas aulas de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental?” A partir do objetivo geral, foram projetados três objetivos específicos: analisar que elementos da prática docente contribuem para o trabalho de resolução de problemas durante as aulas de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental; identificar e analisar as interações realizadas entre os alunos e alunas e entre eles e a professora durante o trabalho com a metodologia de resolução de problemas nas aulas de matemática e identificar e descrever alguns elementos da proposta freiriana que favorecem a construção de práticas docentes por meio da resolução de problemas nos anos iniciais do ensino fundamental. A produção dos dados foi realizada em duas turmas do 5º ano do ensino fundamental de uma escola pública, do interior de São Paulo. Foram utilizados como instrumentos de pesquisa: diário de campo, relatórios de entrada múltipla, entrevista semiestruturada e diálogos reflexivos com duas professoras. Para a análise dos dados construídos, recorreu-se à triangulação dos dados que resultou na elaboração de duas seções que abordam a “Prática Docente” e “Interação e diálogo”. Na primeira delas, foram analisadas as entrevistas com as professoras, as anotações do diário de campo e os relatórios de entrada múltipla focalizando os elementos constituintes da prática docente das professoras. Na segunda, foram focalizadas a interação e o diálogo na busca pela construção de uma aula de matemática dialógica. Visando contribuir para o campo do ensino e de aprendizagem de matemática, foram identificadas práticas docentes que contribuem para que os alunos e as alunas possam refletir e interagir sobre o problema matemático, adquirir um jeito pessoal para resolvê-los e encontrar neles o sentido genuíno da descoberta, do enriquecimento intelectual, da tomada de decisões, possibilitando que ele ou ela ultrapasse o papel de mero repetidor e/ou aplicador de fórmulas que não dialogam com sua vida cotidiana. Os resultados obtidos neste estudo possibilitaram indentificar alguns aspectos das práticas docentes das professoras, durante as aulas de matemática, que vão ao encontro dos elementos da proposta freiriana. Considera-se que a ênfase no ensino de matemática, nos anos iniciais do ensino fundamental, não consiste na busca de respostas certas e prontas, mas no processo de problematização a partir do diálogo entre as crianças e entre estas e a professora em torno do problema matemático. Os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem valorizam a comunicação na forma de diálogo para interação entre eles e elas, o que resulta em melhoria na prática docente e na concepção do aluno ou da aluna quanto à matemática.

**Palavras-chave:** Metodologia de Resolução de Problemas. Educação Matemática. Prática Docente.

## ABSTRACT

This qualitative study aims to investigate which elements of Freire's epistemology are present in the practices of elementary school teachers when creating a problem-solving environment in mathematics classes. The guiding question of the research is: "What elements of Freire's epistemology favor the construction of teaching practices through problem-solving in mathematics classes in the early years of elementary school?" Based on the general objective, three specific objectives were designed: to analyze which elements of teaching practice contribute to the work of problem-solving during mathematics classes in the early years of elementary school; to identify and analyze the interactions between students and between them and the teacher during work with the problem-solving methodology in mathematics classes; and to identify and describe some elements of Freire's proposal that favor the construction of teaching practices through problem-solving in the early years of elementary school. Data production was carried out in two 5th grade classes of a public school in the interior of São Paulo. The following research instruments were used: field diary, multiple-entry reports, semi-structured interviews and reflective dialogues with two teachers. To analyze the data collected, data triangulation was used, resulting in the creation of two sections that address "Teaching Practice" and "Interaction and Dialogue". In the first section, the interviews with the teachers, the notes from the field diary and the multiple-entry reports were analyzed, focusing on the constituent elements of the teachers' teaching practice. In the second section, the focus was on interaction and dialogue in the search for the construction of a dialogical mathematics class. Aiming to contribute to the field of mathematics teaching and learning, teaching practices were identified that help students reflect and interact on mathematical problems, acquire a personal way to solve them and find in them the genuine meaning of discovery, intellectual enrichment and decision-making, enabling them to go beyond the role of mere repeaters and/or applicators of formulas that do not dialogue with their daily lives. The results obtained in this study made it possible to identify some aspects of the teachers' teaching practices during mathematics classes, which are in line with the elements of Freire's epistemology. It is considered that the emphasis in teaching mathematics in the early years of elementary school does not consist of the search for correct and ready answers, but in the process of problematization based on dialogue between children and between them and the teacher regarding the mathematical problem. Those involved in the teaching and learning process value communication in the form of dialogue for interaction between them, which results in improvements in teaching practice and in the student's conception of mathematics.

**Keywords:** Problem Solving. Methodology. Math Education. Teaching Practice.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Relatório de entrada múltipla.....	57
Figura 2- O problema dos cavalos- Dupla A.....	76
Figura 3- O problema dos cavalos- Dupla B.....	78
Figura 4- O problema dos cavalos- Dupla C.....	79
Figura 5- O problema dos cavalos- Dupla D.....	81
Figura 6- A prazo ou à vista?- Dupla A.....	86
Figura 7- A prazo ou à vista?- Dupla B.....	87
Figura 8- A prazo ou à vista?- Dupla C.....	88
Figura 9- A prazo ou à vista?- Dupla D.....	90
Figura 10- A prazo ou à vista?- Dupla E.....	91
Figura 11- A prazo ou à vista?- Dupla F.....	92
Figura 12- O problema do cachorro quente- Dupla A.....	97
Figura 13- O problema do cachorro quente- Dupla B.....	109
Figura 14- O problema do passeio ao observatório- Dupla A.....	112
Figura 15- O problema dos assentamentos- Dupla A.....	117
Figura 16- O problema dos assentamentos- Dupla B.....	118

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	11
2 SALA DE AULA: REFLEXÕES SOBRE UMA PRÁTICA EDUCATIVA DIALÓGICA OU LIBERTADORA.....	20
2.1 Algumas aproximações entre a Pedagogia Crítica e a Educação Matemática.....	35
3 REFLEXÕES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA.....	39
3.1 Resolução de problemas: possíveis caminhos.....	42
4 CAMINHOS METODOLÓGICOS.....	49
4.1 Instrumentos utilizados na coleta de dados.....	54
4.1.1 Diário de campo.....	54
4.1.2 Diálogos reflexivos.....	55
4.1.3 Entrevistas.....	56
4.1.4 Relatórios de entrada múltipla.....	56
4.2 Caracterização das participantes da pesquisa.....	58
4.2.1 Professora Alda.....	58
4.2.2 Professora Elisa.....	59
4.2.3 Caracterização da escola.....	59
4.3 Análise e interpretação dos dados.....	60
5.1 Prática docente a partir do olhar das professoras.....	61
5.2 Prática docente frente à resolução de problemas.....	72
5.2.1 O problema dos cavalos.....	73
5.2.2 A prazo ou à vista?.....	84
5.2.5 O problema do cachorro quente.....	96
5.3. Considerações sobre a prática das professoras.....	98
A partir do que acima foi exposto, pode-se dizer que a relação das professoras com os estudantes em um ambiente de resolução de problemas, pauta-se na <i>busca por uma relação horizontalizada entre os agentes do conhecimento</i> .....	100
6 INTERAÇÃO E DIÁLOGO EM AMBIENTES DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS..	102
6.1 Interação e diálogo nas aulas de matemática.....	105
6.2. Possibilidades de diálogo frente à resolução de problemas.....	107
6.2.1 O problema do cachorro quente: possibilidades de interação.....	107
6.2.2 O problema do passeio ao observatório: possibilidades de interação.....	110

6.2.3 O problema dos assentamentos: possibilidades de interação .....	115
6.3. Considerações sobre a construção de uma aula de matemática dialógica.....	120
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	122
REFERÊNCIAS .....	124

## 1 INTRODUÇÃO

Não é possível entender-me apenas como classe, ou como raça ou como sexo, mas, por outro lado, minha posição de classe, a cor da minha pele e o sexo com que cheguei ao mundo não podem ser esquecidos na análise do que faço, do que penso, do que digo. Como não pode ser esquecida a experiência social de que participo, minha formação, minhas crenças, minha cultura, minha opção política, minha esperança. (FREIRE, 2007, p.18).

A socialização que recebi como aluna na escola básica e na universidade, o apoio da minha família para que eu estudasse, minha experiência como professora, a classe social na qual tenho origem, minhas crenças em relação ao ensino, perpassam minha forma de compreensão do mundo e a construção deste trabalho. Por isso, primeiramente versarei<sup>1</sup> sobre minha experiência educativa com o componente curricular de matemática e sobre meu percurso como pesquisadora, destacando os episódios que me levaram à construção da pesquisa. Posteriormente apresentarei a questão e os objetivos da pesquisa assim como os capítulos em que o texto está organizado.

Minha experiência escolar iniciou-se na educação infantil. Eu e minha irmã frequentávamos a escola em período integral. Tanto meu pai como minha mãe eram funcionários públicos municipais e não tinham com quem nos deixar no período oposto ao das aulas. Eles encontraram na escola o lugar seguro, onde ficávamos enquanto realizavam suas atividades obrigatórias diárias.

Dessa fase escolar, recordo-me de que as mesas não eram individuais; sentávamos em grupo, em mesas com mais ou menos quatro cadeiras ao redor. Não me lembro como se realizou o ensino e a aprendizagem da matemática durante a educação infantil. Isso não quer dizer que eles não ocorriam, mas minhas memórias com esse componente curricular iniciam apenas na primeira série do ensino fundamental. Recordo-me de realizarmos atividades de recorte e de colagem, de desenhar no caderno e da professora ensinar-nos a contornar e a pintar os desenhos. Havia um período dedicado às brincadeiras no parque, quando nos divertíamos livremente. Também havia um momento dedicado às brincadeiras de roda no pátio onde cantávamos e participávamos de roda como a de corre cutia. No período da tarde também havia um momento dedicado ao sono quando todas as crianças que permaneciam na escola no período da tarde dormiam.

---

<sup>1</sup> Para discorrer sobre minhas experiências escolares e os caminhos que me levaram ao desenvolvimento desta pesquisa utilizei a primeira pessoa do singular. Ressalto que, no restante do texto, utilizaremos a terceira pessoa do plural, pois consideramos que o desenvolvimento da pesquisa não se deu de forma isolada, mas foi fazendo-se nos diálogos com a orientadora, com as crianças e com as professoras.

As professoras mandavam lições de casa e eu as realizava com a ajuda da minha mãe. Esta comprou uma lousinha e pendurou na parede do quintal para que utilizássemos nos momentos de realização de tarefas. Minha mãe fazia comigo as atividades e tentava me ensinar a juntar as sílabas para eu aprender a ler. Ela ficava muito brava, pois, muitas vezes, eu não conseguia juntá-las. Nessa época, eu já sabia escrever meu nome completo, as letras do alfabeto e a maioria das sílabas.

Na primeira série, ingressei na Escola Estadual Profª Elydia Benetti e rapidamente comecei a ler e escrever. Eu adorava escrever histórias e cada aluno ou aluna<sup>2</sup> tinha um livrinho composto por folhas de linguagem com todas as histórias que criavam durante o ano.

Durante o ensino fundamental, minhas experiências com o componente curricular de matemática foram positivas e realizaram-se na perspectiva da educação tradicional. Recordo-me das lições de casa em que eu fazia uma sequência de números no meu caderno. Minha mãe sempre se preocupava em conferir a legibilidade dos números e apagava quando ela achava que eles não estavam grafados de forma adequada. Ao chegar ao final da sequência, eu sempre queria saber qual era o próximo número que viria e ficava a perguntar para minha mãe qual era. Desta forma, eu sempre me adiantava aos pedidos da professora e levava a tarefa acrescida de mais números.

Para a realização das contas, as professoras costumavam utilizar, em sala de aula, materiais manipuláveis como tampinhas de garrafa e palitos de sorvete. Na primeira série, nós confeccionamos um ábaco fechado com tampinhas de garrafa de refrigerantes para que pudéssemos contar com o seu auxílio.

No ano de 1992, foi inaugurada a Escola Municipal Educação Básica Carmine Botta, que ficava a apenas dois quarteirões da minha casa; então, minha mãe e meu pai optaram por me transferir para esta escola, onde estudei até completar o ensino fundamental. Tenho excelentes recordações das minhas professoras de matemática nesta escola. O meu desempenho nesta disciplina continuou sendo extremamente satisfatório. Saber a tabuada de “cor e salteado” era uma exigência escolar e nós tínhamos chamadas orais para verificar seu domínio.

Como nesta escola não havia ensino médio, no ano de 1998, fui matriculada na Escola Estadual Prof. Sebastião de Oliveira Rocha localizada próximo ao centro da cidade, onde cursei o primeiro e o segundo anos. Havia uma diferença nessa escola: ao invés dos

---

<sup>2</sup> Opto por utilizar crianças, seres humanos, estudantes, alunos e alunas, professores e professoras, homens e mulheres e educadores e educadoras. Por mais que me importe com a beleza do que enuncio, importo-me mais ainda com minha opção por não reproduzir uma linguagem machista, preocupação já apontada por Freire (2011).

professores e professoras mudarem de sala, eram os alunos e as alunas que o faziam. Essa escola era bem grande perto das outras em que eu havia estudado anteriormente. O professor de matemática era muito carismático e parecia gostar muito de ensinar. Eu gostava especialmente do conteúdo de matrizes e tinha um desempenho excelente nas aulas.

No presente contexto, interessa destacar que, paralelamente ao ensino médio, eu ministrava aulas de ballet clássico na escola Ballet Expressão; assim, minha primeira experiência docente foi realizada com o ensino de dança para crianças de classe alta.

No terceiro ano do ensino médio, a pedido da diretora do Ballet Expressão, a quem tenho enorme gratidão, foi-me concedida uma bolsa de estudos no Collegium Sapiens, escola particular da cidade de São Carlos e, apesar de continuar saboreando a sensação de prazer ao aprender, comecei a vivenciar a experiência de fracasso diante da matemática e das outras disciplinas.

No primeiro mês, os professores e as professoras estavam fazendo revisão dos conteúdos que haviam sido trabalhados no primeiro e no segundo ano do ensino médio. A maioria dos alunos e das alunas da sala já conhecia os conteúdos e eles se saíram muito bem. Porém, para mim, nem todos os conteúdos que estavam sendo trabalhados eram uma revisão, pois era a primeira vez que eu estava tendo contato com eles. Percebi como era grande a diferença de conteúdos que haviam sido trabalhados durante o primeiro e o segundo ano cursado na escola pública e na da escola particular. Para sanar essa defasagem, eu passei a frequentar a escola também no período da tarde, realizando as atividades com auxílio dos monitores, o que me possibilitou que eu esclarecesse minhas dúvidas e conseguisse melhorar meu desempenho gradativamente. Mesmo com a melhora, minhas notas não eram compatíveis com as que eu tirava na escola pública.

Todos os professores e professoras desta escola eram excelentes e, a todo o momento, incentivavam os alunos e as alunas a prestarem o vestibular, visando ao ingresso no ensino superior. As aulas de matemática eram expositivas, iniciadas com a exposição dos conteúdos e, em seguida, realizávamos exercícios do livro, que geralmente seguiam o modelo dos que compunham os vestibulares das universidades públicas. Fizemos diversos simulados durante o ano e, com o passar do tempo, eu fui me acostumando à forma e ao ritmo de ensino.

O ensino e a atividade docente sempre me pareceram muito estimuladoras; além disso, eu concebia o trabalho docente como uma forma de transformar o mundo; por essas razões, dentre as diversas profissões, optei por Pedagogia. No final do ano de 2000, prestei vestibular, fui aprovada e, em 2001, ingressei no curso de licenciatura em Pedagogia, na Universidade

Federal de São Carlos (UFSCar).

Durante a graduação, cursei uma disciplina que abordava a metodologia do ensino de matemática. Nesta disciplina, fizemos uma pesquisa sobre os livros paradidáticos que abordavam o componente curricular de matemática e que eram destinados às séries iniciais do ensino fundamental. Posteriormente cada aluno ou aluna socializou com a turma os livros que encontraram.

Como trabalho final da disciplina, elaboramos um livro que aliava literatura infantil e conteúdo matemático. O grupo de que participei optou por trabalhar o sistema de numeração decimal e elaboramos um livro chamando “Ourozimbo”. Nesta história, o personagem principal é transportado para um lugar onde os números se apresentam de forma divertida e poética. Optamos por elaborar um “livro vivo”; assim, em suas páginas, havia mecanismos artesanais que as crianças podiam mexer, e os números apareciam por detrás de algum objeto do ambiente. Cada grupo teve a oportunidade de socializar com os outros alunos e alunas da turma o livro que havia elaborado.

No ano de 2006, ingressei por concurso público como professora efetiva na rede estadual de ensino, onde lecionei até 2012. Em 2006, lecionei em uma segunda série do ensino fundamental, na Escola Estadual Visconde da Cunha Bueno, localizada em Santa Eudóxia, distrito de São Carlos.

Em 2007, tive o grande prazer de lecionar na primeira série do Ensino Fundamental da Escola Estadual Profa. Elydia Benetti, escola em que eu cursei a minha primeira série. Nesta ocasião, tive a oportunidade de trabalhar com a minha professora da primeira série e que continuava com seu trabalho nesta escola.

Dos anos de 2008 a 2011, lecionei em turmas de quarta série do ensino fundamental, em escolas estaduais centrais, sendo que os três primeiros anos foram na Escola Estadual Prof. Luiz Augusto de Oliveira e o último, na Escola Estadual Eugênio Franco. Em 2010, ingressei por concurso público como professora efetiva na rede municipal de ensino e passei a acumular dois cargos: no período da manhã, na rede municipal e no período da tarde, na rede estadual. A experiência de trabalhar nos dois períodos não possibilitava que eu tivesse tempo para estudar e complementar minha formação, o que gerava insatisfação. Por esse motivo, no final de 2010, optei por voltar a lecionar em apenas um período para que pudesse buscar alguma especialização.

Minha prática de sala de aula alimentava-me com novos questionamentos e eu sentia falta de cursos de formação continuada. Então, em 2010, ingressei em um curso de

especialização gratuito oferecido pela USP, na modalidade semipresencial, intitulado “Ética, valores e saúde na escola”. Essa especialização contribuiu para minha formação como pesquisadora na medida em que desenvolvemos um projeto em grupos por semestre, além do trabalho de conclusão de curso.

Em 2011, inscrevi-me como aluna especial na disciplina “Estudos sobre comportamento e cognição: fundamentos biológicos e comportamentais de habilidades numéricas básicas”, ministrada pelos professores João do Carmo e Paulo Prado, do Programa de Pós-Graduação em Psicologia da UFSCar.

As inquietações e as reflexões que nasceram dessa experiência de seis anos como educadora em escolas públicas da cidade de São Carlos-SP despertaram o interesse em desenvolver esta pesquisa. Questionamentos que são frutos do lidar cotidianamente com os desafios que as crianças e que os professores e as professoras enfrentam no ensinar e no aprender matemática me conduziram a buscar respostas no mestrado.

Um desses questionamentos é sobre uma situação em que o professor ou a professora presencia um aluno ou uma aluna se esforçar intelectualmente para resolver uma situação-problema e, por fim, desistir e fazer uma das perguntas mais comuns na sala de aula: “Qual conta eu uso para resolver esse problema, professora? É de mais ou de menos?”.

Perguntas similares a estas me despertaram para a urgência de pesquisar com afinco a prática docente de professoras dos anos iniciais ao criar um ambiente de resolução de problema. Durante meu trabalho como professora, participei com meus alunos e minhas alunas, por dois anos consecutivos (2009 e 2010), de um projeto da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, intitulado “Jornada de Matemática”<sup>3</sup>, em que as equipes selecionadas tinham que resolver algoritmos e buscar soluções, individuais e em grupos, para situações-problema convencionais e não convencionais.

Essa experiência me possibilitou experimentar e buscar com os alunos e as alunas estratégias para a resolução de situações-problema e fomentou meu entusiasmo e minha vontade de pesquisar a prática docente das professoras dos anos iniciais ao criar ambientes de resolução de problemas. Durante minhas aulas e também durante as atividades da Jornada de Matemática, percebi que as crianças que conseguiam êxito nos exercícios matemáticos

---

<sup>3</sup>Voltado a alunos do 5º ano do Ensino Fundamental da rede estadual, a Jornada de Matemática é promovida pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo com o objetivo de desenvolver o conhecimento e raciocínio matemáticos dos estudantes. Os integrantes da equipe vencedora recebem prêmios. Informações obtidas em <http://www.educacao.sp.gov.br> Acesso em 23/02/2014.

começavam a construir seu próprio repertório de estratégias para a resolução dos problemas; ao mesmo tempo, observei que a aprendizagem dos algoritmos não garantia, necessariamente, o sucesso na resolução de situações-problema.

A afirmação de Guimarães Rosa “Porque existem analfabetos para as entrelinhas” inspirou-me a pensar sobre a produção do fracasso escolar na área da matemática, parafraseando-o: “Porque existem analfabetos para as situações-problema”.

No final do ano de 2011, inscrevi-me no processo seletivo para o mestrado em Educação na UFSCar com o projeto de pesquisa intitulado “A matemática e a resolução de problemas em sala de aula: algumas estratégias e intervenções de ensino” e, felizmente, fui aprovada. Durante a realização das disciplinas do mestrado, a participação em seminários, em fóruns e em congressos e no exame de qualificação, o título, a questão de pesquisa, os objetivos e a metodologia se modificaram ou se reafirmaram gerando o texto atual.

Assim, este texto, intitulado “*Elementos da proposta freiriana em práticas docentes de professoras dos anos iniciais em um ambiente de resolução de problemas matemáticos*”, é fruto de todas essas reflexões.

A questão norteadora da pesquisa é: Que elementos da proposta freiriana favorecem a construção de práticas docentes por meio da resolução de problemas nas aulas de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental?

O objetivo geral consiste em investigar que elementos da epistemologia freiriana estão presentes nas práticas de professoras dos anos iniciais ao criar um ambiente de resolução de problemas nas aulas de matemática.

A partir do objetivo geral, projetamos três objetivos específicos, a saber:

- analisar que elementos da prática docente contribuem para o trabalho de resolução de problemas durante as aulas de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental;
- identificar e analisar as interações realizadas entre os alunos e as alunas e entre eles e a professora durante o trabalho com a metodologia de resolução de problemas nas aulas de matemática;
- identificar e descrever alguns elementos da proposta freiriana que favorecem a construção de práticas docentes por meio da resolução de problemas nos anos iniciais do ensino fundamental.

A pesquisa empírica foi realizada em duas turmas de 5º ano do ensino fundamental de uma escola pública, da rede municipal. A construção dos dados foi realizada nas turmas de duas professoras, em interação com seus alunos e suas alunas durante o primeiro semestre de

2013.

A construção dos dados se desenvolveu em duas salas de aula, ambiente complexo, que abrange conflitos, interações, vozes, ruídos, onde o processo de conhecer é vivenciado por um grupo de seres humanos e não por um único indivíduo; portanto, concebemos o sujeito de aprendizagem como o grupo de alunos e alunas, o que justifica nossa aproximação de epistemologias dialógicas e o afastamento de epistemologias monológicas:

A epistemologia genética de Piaget é um caso de epistemologia monológica, como também é o construtivismo radical como apresentado por Glasersfeld. Contudo, podemos pensar em um grupo de pessoas, ao invés de uma pessoa individual, como sendo o “sujeito que aprende”. [...] Podemos ver o sujeito da aprendizagem como parte de uma rede, que inclui seres humanos e elementos não-humanos. O sujeito da aprendizagem pode então ser definido em termos de relacionamento interpessoal, bem como em termos de relações humano-tecnológicas. O sujeito da aprendizagem torna-se uma unidade relacional. (SKOVSMOSE, 2007, p.229).

Em consequência do que foi exposto, o presente estudo mobilizou como referencial teórico para tratar da dinâmica de sala de aula e da concepção de ensino o aporte teórico de Paulo Freire, que desenvolveu uma teoria em que o conceito de diálogo e de interação são fundamentais. Além disso, corroboramos com esta perspectiva teórica em relação ao vínculo que deve existir entre o ensino dos conteúdos e a leitura crítica do mundo. Para estabelecer a ligação entre a Pedagogia Crítica e a Educação Matemática, utilizamos algumas reflexões de Ole Skovsmose (2001, 2007, 2008, 2010).

Skovsmose (2007) já chamava nossa atenção para o fato de que os estudantes resolvem, em média, durante o ensino fundamental e médio, cerca de 10.000 exercícios que têm seus enunciados apresentados em forma de ordens que não convidam o estudante a ser criativo, a se apaixonar pelos desafios da matemática, a reinventar os problemas e a pensar matematicamente.

Desta forma, passam pelos bancos escolares alunos e alunas que, mesmo sendo alfabetizados e sabendo resolver as quatro operações fundamentais, não conseguem resolver situações-problema básicas. Esse é de fato um obstáculo que precisa ser investigado, no sentido de encontrarmos estratégias para superá-lo e de propiciar um ensino efetivo desta disciplina a todas as crianças.

Além da importância da matemática no que diz respeito ao seu aspecto instrumental, entendemos a sua relevância para a formação humana uma vez que a matemática nos ajuda a interpretar o mundo, a formular hipóteses e contribui de forma significativa para o desenvolvimento da ciência e, segundo Skovsmose (2007), pode ajudar a desenvolver

competências democráticas. Tomamos aqui o conceito de democracia com base em Skovsmose (2007, p.19), ao observar que “democracia também se referia a um “modo de vida”: ao modo de negociar e de fazer mudanças. Democracia se refere aos procedimentos políticos assim como as formas de ação em grupo e em comunidades”. Neste sentido, o conceito de democracia abarca uma forma de interagirmos, de nos organizarmos que pode ser potencializado (ou não) no ambiente escolar por meio da educação matemática.

Nesta perspectiva, pretendemos fazer com que as considerações finais desse trabalho contribuam para a formação matemática dos docentes dos anos iniciais do ensino fundamental e que eles tenham elementos para refletir sobre a forma de intervir durante o ensino de matemática por meio da resolução de problemas. Dessa forma, a dissertação está composta por cinco seções que serão delineados a seguir.

Inicialmente, a seção intitulada *A sala de aula: reflexões sobre uma prática educativa dialógica ou libertadora* tem o propósito de discutir a perspectiva de educação que fundamenta o desenvolvimento deste estudo; posteriormente, versa sobre os elementos que podem condicionar a prática de um professor ou uma professora que busca a superação de uma prática educativa tradicional. Discutimos ainda sobre os possíveis avanços que podem ocorrer na prática pedagógica que visa a uma educação dialógica e libertadora no ambiente escolar.

A seguir, a segunda seção, intitulada *Reflexões sobre a resolução de problemas nas aulas de matemática*, aborda as concepções de trabalho em sala de aula, buscando caminhar para ambientes de aprendizagem de resolução de problemas. Posteriormente, discutiremos as perspectivas do ensino de resolução de problemas e suas implicações para o ensino.

Na terceira seção, intitulada *Caminhos metodológicos*, apresentamos a metodologia e os procedimentos utilizados na investigação, o contexto em que foi desenvolvida a pesquisa de campo, a caracterização da escola, do grupo de alunos e alunas e das professoras. Em seguida, são descritos os instrumentos da pesquisa e a produção e a análise dos dados.

Dando continuidade ao desenvolvimento, na quarta seção, intitulada *Prática docente: construindo ambientes de resolução de problemas*, apresentamos a análise e a interpretação dos dados que são referentes à prática docente das duas professoras.

A quinta seção, intitulada *Interação e diálogo em ambientes de resolução de problemas*, versa sobre a análise e a interpretação dos dados que se relacionam com a construção de uma aula de matemática mais dialógica.

Finalizado o desenvolvimento deste estudo, serão apresentadas as *Considerações*

*Finalis*; nelas, tecemos algumas reflexões a partir desta investigação, indicando como pesquisas realizadas com professores ou professoras que ensinam matemática podem contribuir para repensar a formação de docentes dos anos iniciais.

## 2 SALA DE AULA: REFLEXÕES SOBRE UMA PRÁTICA EDUCATIVA DIALÓGICA OU LIBERTADORA

Esta seção dedica-se a discutir os elementos que podem condicionar a prática de um professor ou de uma professora que busca a superação de uma prática educativa tradicional. Versa ainda sobre os possíveis avanços que podem ocorrer na prática docente que visa a uma educação dialógica e libertadora no ambiente escolar; assim, são destacados alguns elementos que podem contribuir para a construção de uma prática docente nesta perspectiva.

Freire (1987) traça a diferença entre a educação bancária e a educação dialógica ou libertadora, sendo que a primeira concebe o ser humano como ser da adaptação, do ajustamento, reduzindo-o ao status de coisa e desconhecendo-o como um ser histórico. Nesta acepção, a educação tem a função de domesticar o ser humano estimulando sua ingenuidade e tornando os seres humanos autômatos. Desta forma, a educação bancária é o ato de depositar, de transferir conhecimentos e valores para os alunos e as alunas que, nessa perspectiva, tem uma postura passiva em relação ao conhecimento. Este tipo de educação mantém e estimula a contradição na relação professor-aluno e está baseada no antidiálogo.

Na educação bancária, a relação entre o professor ou a professora e os alunos e as alunas é horizontalizada; nela, aquele(a) se configura como o detentor do conhecimento e este(a) como o objeto passivo que o recebe. Segundo Freire (2001b, p. 92),

[...] a educação passa a ser o *ato de depositar*, no qual os alunos são os depósitos e o professor aquele que deposita. Em lugar de comunicar, o professor dá comunicados que os alunos recebem pacientemente, aprendem e repetem. É a concepção *acumulativa* da educação (concepção bancária). [...] Na concepção bancária da educação, o conhecimento é um dom concedido por aqueles que se consideram como seus possuidores àqueles que eles consideram que nada sabem. Projetar uma ignorância absoluta sobre os outros é característica de uma ideologia de opressão. É uma negação da educação e do conhecimento como processo de procura. O professor apresenta-se a seus alunos como seu *contrário* necessário: considerando que a ignorância deles é absoluta, justifica sua própria existência.

Em contraposição a esta visão, Freire elabora o conceito de educação libertadora considerando-a humanista, problematizadora e tem como função o desvelamento do mundo e da realidade, apoiando-se na concepção de homem e de mulher como sujeitos históricos, inacabados, em permanente processo de formação, que estão no mundo em relação com os outros. Tal proposta se baseia no diálogo como elemento fundamental das relações educativas.

O autor ressalta a necessidade precípua da superação da contradição professor (a)-

aluno (a), a partir de uma relação dialógica: educando torna-se educando-educador e educador torna-se educador-educando. Partindo desta perspectiva, considera-se essencial a busca pela construção de uma prática docente libertadora e a consequente superação de uma prática educativa bancária.

A prática em sala de aula é extremamente complexa e diariamente alimenta o professor ou a professora com questionamentos, principalmente quando este(a) reflete sobre a prática com o objetivo de tornar sua perspectiva teórica coerente com sua prática. Esse movimento faz com que a prática traga questionamentos para se pensar a teoria.

Pensando nesta relação entre teoria e prática, Freire e Faundez (1985, p.35) sintetizam um questionamento essencial: “Como ligar nossas ideias e valores a nossas próprias ações?” Complementarmente a esta indagação, Freire e Shor (1986) trazem alguns questionamentos que surgiram de reflexões sobre a prática docente e são recorrentes para aqueles e aquelas que buscam uma educação dialógica como citados a seguir: “Como é que os professores se transformam em educadores libertadores?” (p.11); “Os professores e os alunos são iguais num programa libertador?” (p.11); “Como a educação libertadora se diferencia da educação tradicional?” (p. 27); “Como conciliar minha prática de ensino com minha opção política?” (p.60); “O que é diálogo, nesta forma de conhecimento?” (p.124).

A estes questionamentos soma-se a indagação de Domite (1993, p.12): “O que leva o educador a questionar o próprio sistema de influências de ordem ideológica, psicológica, metodológica, entre outras, e, então, questionar e contestar o sistema educacional?”.

Essas questões fomentam algumas reflexões as quais serão tratadas nesta seção. Não se tem aqui a pretensão de trazer respostas a estas perguntas ou de esgotar cada uma delas, pois cada educador ou educadora deve reinventar sua prática pedagógica em cada sala de aula, com cada grupo de alunos e alunas, porém são estas questões que alinhavam a discussão e as reflexões que serão propostas a seguir.

A sala de aula e o ambiente escolar como um todo trazem exigências para os professores e as professoras que geralmente são incompatíveis com uma educação libertadora ou dialógica. Entre elas estão: a socialização dos professores e professoras em uma escola tradicional; a formação pedagógica no ensino superior dentro de um modelo tradicional; a socialização dos alunos e das alunas em uma escola tradicional; a relação estabelecida entre disciplina em sala de aula e autoritarismo; poucas possibilidades dos professores e das professoras assistirem ou participarem de aulas dialógicas; imposição de um extenso currículo oficial; a enganosa associação de educação tradicional, ao rigor e da educação dialógica, à

falta de rigor (FREIRE; SHOR, 1986); os horários fixos e estanques para cada componente curricular; as avaliações externas; as avaliações bimestrais; pouco tempo para ensinar uma grande quantidade de conteúdo; as fichas de avaliação e o cumprimento do livro didático.

A maioria dos professores e das professoras que atualmente lecionam nos anos iniciais do ensino fundamental nas escolas brasileiras tiveram experiências educativas como alunos e alunas em escolas de modelos tradicionais pautadas em aulas expositivas. Soma-se a esta experiência a formação básica em nível superior que também segue um modelo tradicional de aulas expositivas, como ressalta Freire e Shor (1986, p. 27):

Os professores têm poucas oportunidades de ver salas de aulas libertadoras. Os programas de formação de professores são quase sempre tradicionais e as escolas que eles frequentam não estimulam a experimentação.

De acordo com o que foi exposto, pode-se dizer que os educadores e as educadoras estão imersos num processo de socialização a partir de um modelo tradicional que permeia a prática de cada professor ou professora, condicionando-os.

A socialização de alunos e alunas em uma escola tradicional também é um fator que pode condicionar a atitude que eles terão frente à proposta de uma educação dialógica, na qual todos e todas podem expressar suas visões de mundo em relação ao objeto cognoscível, perspectiva que vai de encontro a uma postura passiva dos estudantes que esperam receber o conhecimento dos professores ou das professoras. Freire e Faundez (1985, p.43) destacam que, na educação tradicional,

O professor é o que detém a verdade e, como tal, tem de dizer a verdade. Mas nenhum de nós tem a verdade, ela se encontra no devir do diálogo; [...] Assim, quando se propõe que o verdadeiro é uma busca e não um resultado, que o verdadeiro é um processo, que o conhecimento é um processo e, enquanto tal, temos de fazê-lo e alcançá-lo através do diálogo, através de rupturas, isto não é aceito pela grande maioria dos estudantes que se acham acostumados com que o professor, hierarquicamente, tenha a verdade, ele o sábio, e portanto não aceitam o diálogo. Para eles o diálogo é sinal de fraqueza do professor, para eles a modéstia no saber é mostra de fraqueza e ignorância.

Desta forma, o modelo de professor ou de professora tradicional está internalizado em cada profissional e estar consciente disto pode ajudá-lo a refletir sobre como se pode agir de forma diferente, visto que se está condicionado, porém não determinado. Segundo Freire (2011a, p.66),

No momento em que os indivíduos, atuando e refletindo, são capazes de perceber o condicionamento de sua percepção pela estrutura em que se encontram, sua

percepção muda, embora isso não signifique, ainda, a mudança da estrutura. Mas a mudança da percepção da realidade, que antes era vista como algo imutável, significa para os indivíduos vê-la como realmente é: uma realidade histórico-cultural, humana, criada pelos homens e que pode ser transformada por eles.

Neste sentido, a percepção dos condicionamentos não basta para que a realidade seja transformada, porém ela é essencial para que, por meio da práxis, o ser humano possa transformar a realidade.

Outro elemento que condiciona a prática dos professores e das professoras é o currículo formal que é estabelecido a priori, sem a participação democrática deles e delas, os quais realmente colocarão este currículo em prática dentro das salas de aulas. Os docentes se colocam numa corrida diária para conseguir cumprir o currículo estabelecido, pois os conteúdos indicados por ele serão cobrados por meio de avaliações externas ao final do ano letivo. Segundo Freire e Shor (1986, p.96),

O controle estatal do currículo requer o reinado dos administradores e contadores que, então, necessitam de uma pedagogia quantificável para controlar o que os professores e alunos fazem em cada sala de aula. Essa hierarquia considera que a abordagem da transferência de conhecimento é a mais adequada à manutenção da autoridade. Essa corrente de autoridade termina nas escolas e universidades passivas, dominadas pela pedagogia de transferência, no País inteiro. Os professores estão no final dessa grande corrente de poder político, apenas um elo acima dos alunos.

Assim sendo, como resposta à necessidade de mensurar o que tem sido feito em relação à educação básica, os governantes criaram avaliações externas em grande escala. Estas avaliações expressam as exigências e as pressões do governo sobre as escolas. Nas escolas do Estado de São Paulo, destinadas aos anos iniciais do ensino fundamental, são aplicadas, a cada ano, pelo menos duas avaliações externas; são elas: o Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) e a Prova Brasil (INEP/MEC).

Nessa corrida para cumprir o programa curricular e ensinar todos os conteúdos estabelecidos para o ano letivo, muitas vezes, o educador ou a educadora recorre ao livro didático que reflete os conteúdos do currículo oficial que serão cobrados nas avaliações externas, porém ele não considera as diferenças e as necessidades reais de cada turma; é elaborado por especialistas que tomam como referência os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Práticas em sala de aula que elegem o livro didático como único recurso didático, sem adaptações à realidade de cada turma, podem revelar existência de concepções pedagógicas inadequadas. Além disso, é importante destacar que é difícil encontrar um livro que atenda as particularidades das diferentes regiões brasileiras. Isso destaca a importância fundamental da

boa formação do professor ou da professora para que ele ou ela tenha autonomia.

Skovsmose (2007, p.33-34) faz uma descrição elucidativa sobre a utilização do uso do livro didático nas aulas de matemática, que seguem modelos tradicionais:

O ensino tradicional de matemática é dominado pelo uso do livro-texto, que é seguido, mais ou menos, página por página. Outras espécies de materiais são usadas somente como complementos. O livro-texto ocupa a cena. As aulas são estruturadas mais ou menos da mesma maneira. Um elemento da aula é que o professor faz uma exposição de algumas ideias teóricas. Essa exposição é dada como aula plenária, onde o estudante, frequentemente, tem a possibilidade de interromper e levantar questões. Um segundo elemento da aula é que os estudantes resolvem exercícios, quer individualmente, quer em grupos. Em geral, esses exercícios são formulados nos livros-textos. [...] Os exercícios são formulados de tal modo que cada um deles tenha somente uma resposta. Deveria ser fácil corrigir a solução com um gabarito.

Assim, evidencia-se que o livro didático alicerça a maior parte do trabalho do educador ou da educadora quando aquele é tomado como dieta única nas aulas de matemática. Sua elaboração não considera o contexto de vida dos alunos e das alunas, pois ele é produzido por autoridades externas à sala de aula visando atender a um aluno ou uma aluna homogêneo(a) e idealizado(a).

O livro didático passa a expressar uma autoridade na medida em que ele tem de antemão uma resposta correta, que serve como base para as correções feitas pelo professor ou pela professora dentro da sala de aula. Ao invés de servir como um elemento de auxílio ao trabalho docente, na maioria das vezes, ele passa a engessar sua atuação. Sobra pouco espaço e tempo para que o educador ou educadora se aventure a criar atividades que realmente atendam às necessidades dos alunos e das alunas reais que estão na sala de aula. Além disso, muitos sentem-se seguros em utilizar o livro didático quando precisam ensinar conteúdos que não dominam plenamente.

Outro aspecto que pode condicionar a prática docente em sala de aula consiste na enganosa associação do ensino tradicional ao rigor e do ensino dialógico à ausência dele. Estas associações podem fazer com que o educador ou a educadora se sinta mais seguro(a) ao desenvolver uma perspectiva tradicional. O ensino tradicional é facilmente associado ao rigor, o qual está baseado na descrição da realidade, que é tomada como verdade absoluta. Por outro lado, na educação libertadora ou dialógica, também há rigor, porém este não se constitui apenas na descrição da realidade, mas na busca por sua interpretação. Analisando a questão da rigorosidade em uma aula dialógica, a partir da perspectiva freiriana, Gabassa (2009, p.47) afirma que:

Essas indicações de Freire, na verdade, nos mostram que é preciso começar a aprender de forma diferente, democrática e dialógica, mas que essa aprendizagem depende da vivência dela mesma, ou seja, aprende-se a fazer diálogo dialogando e a fazer democracia, fazendo democracia. Os/as estudantes não vão aprender a participar se apenas falamos em participação. De fato, temos de experimentá-la.

Assim, durante o processo educativo dialógico, o estudante vivencia o diálogo e aprende a dialogar, aprende a argumentar, a ouvir e a se debruçar sobre o objeto cognoscível de forma rigorosa. Segundo Freire e Shor (1986, p.36), “a meu ver, a sala de aula libertadora é exigente, e não permissiva. Exige que você pense sobre as questões, escreva sobre elas, discuta-as seriamente”.

Em consequência do que se discorreu, pode-se concluir que existem elementos que condicionam a prática pedagógica em sala de aula; resta, agora, examinar se há espaço para sua mudança, para sua transformação e para a superação da aula baseada em um modelo tradicional. Freire (1996, p. 54) ajuda a refletir sobre esta questão ao apontar que:

O fato de me perceber no mundo, com o mundo e com os outros me põem numa posição em face do mundo que não é de quem nada tem a ver com ele. Afinal, minha presença no mundo não é a de quem a ele se adapta mas a de quem nele se insere. É a posição de quem luta para não ser apenas *objeto*, mas sujeito também da História. Gosto de ser gente porque, mesmo sabendo que as condições materiais, econômicas, sociais e políticas, culturais e ideológicas em que nos achamos geram quase sempre barreiras de difícil superação para o cumprimento de nossa tarefa histórica de mudar o mundo, sei também que os obstáculos não se eternizam.

Assim, este teórico ressalta a necessidade de indivíduos se reconhecerem como sujeitos históricos, condicionados, porém não determinados. Neste sentido, eles estão inseridos em um sistema que possui elementos que influenciam a prática educativa do educador ou da educadora, porém isso não o(a) imobiliza, visto que é sujeito da transformação.

A literatura também aponta alguns elementos importantes para a construção de uma aula dialógica. Estes elementos não se constituem como uma receita, mas como uma postura política, democrática do professor ou da professora em sua sala de aula a qual contribui para a criação de um ambiente democrático e dialógico, onde professor ou professora e alunos e alunas se constituem como sujeitos cognoscentes.

Dentre os elementos que podem contribuir para o estabelecimento de uma prática libertadora ou dialógica em sala de aula estão o pensar a prática pedagógica; o trabalho

coletivo entre os educadores e as educadoras; a valorização do potencial de transformação presente em cada atividade desenvolvida na sala de aula; o estabelecimento de uma relação horizontalizada entre professor ou professora e alunos e alunas; a disciplina baseada na democracia e na liberdade; a interação entre os sujeitos cognoscentes baseadas no diálogo; tomar como ponto de partida o saber de experiência feito de estudantes para, posteriormente, chegar ao saber socialmente valorizado e à participação das famílias na escola.

A reflexão sobre a prática e a formação permanente do professor ou da professora são elementos que podem contribuir para a melhoria do trabalho do educador ou da educadora progressista; assim, se ele ou ela busca a melhoria de sua prática educativa, por se conceber como inacabado e em constante formação, encontra na reflexão sobre a prática uma possibilidade de transformação e de busca por coerência entre o discurso e a própria prática, como se pode observar nos dizeres de Freire (2001a, p.106-107) apresentados a seguir:

[...] quanto mais penso criticamente, rigorosamente, a prática de que participo ou a prática de outros, tanto mais tenho a possibilidade, primeiro, de compreender a razão de ser da própria prática, segundo, por isso mesmo, me vou tornando capaz de ter prática melhor.

Nesta acepção, a reflexão crítica sobre a prática pode constituir-se como elemento de desenvolvimento profissional, pois, ao refletir sobre sua prática de sala de aula, o educador e a educadora podem encontrar elementos que contribuem para o planejamento de suas próximas aulas; além disso, este processo pode auxiliá-los na busca pela aproximação daquilo que ele ou ela auspícia com suas atitudes concretas na sala de aula.

A problematização da prática possibilita que o educador ou a educadora, cada vez mais, aproxime suas atitudes de seus ideais e construa diariamente uma prática docente mais coerente. Analisando a concepção de conhecimento da prática em Cochran-Smith e Lytle (1999), Passos (2010, p. 13-14) destaca que:

O conhecimento necessário para o ensino é gerado quando o professor, em seu local de trabalho, intencionalmente passa a investigar sua prática, considerando ao mesmo tempo, o conhecimento teórico adquirido durante a formação inicial e o conhecimento em movimento que está sendo apropriado por ele de acordo com as necessidades apontadas pela prática. Em outras palavras, para as autoras o professor aprende gerando conhecimento local da prática a partir do contexto em que ensina, investiga e teoriza, conseguindo acima de tudo, conectar esse tipo de conhecimento às questões sociais, culturais e políticas do seu entorno.

Em outras palavras, pode-se dizer que o conhecimento teórico e o conhecimento gerado na prática docente passam a dialogar quando o professor ou a professora reflete de forma crítica sobre a sua prática.

Freire e Shor (1986) destacam a importância do trabalho coletivo entre os professores e as professoras, do compartilhamento de questionamentos, de experiências e de novos caminhos que são construídos diariamente. Neste sentido, o apoio de um grupo se constitui como um elemento essencial no processo formativo do educador ou da educadora que busca passar de um professor transferidor para um professor libertador.

Outro elemento que pode contribuir para construção de uma prática docente mais dialógica é compreensão de que a mudança se faz de forma gradual, em cada atividade. O trabalho em sala de aula também pode gerar a frustração do professor ou da professora ao não conseguir atender de forma imediata e integral às suas expectativas e aos resultados em busca de uma prática pedagógica libertadora e dialógica. A mudança não se faz de forma mágica e instantânea, não se instaura como um decreto, pois cabe ao professor ou à professora reinventar sua forma de se relacionar com os alunos e com as alunas, a cada dia e em cada atividade. Nas palavras de Freire e Shor (1986, p.48),

Se o professor não pensar em termos de graduabilidade, pode cair na cilada imobilizadora de dizer que ou tudo é mudado de uma só vez, ou não vale a pena tentar mudar nada. Ao visar apenas as grandes mudanças, os professores podem perder o contato com o potencial transformativo de cada atividade.

Na referida passagem, fica claro que as mudanças ocorrem paulatinamente no esforço diário do professor ou da professora de concretização dos seus valores e dos seus ideais, no esforço em traduzir em cada uma das atividades, em cada uma das interações, suas opções políticas e seus ideais, na revisão diária das possíveis incoerências que podem ocorrer no contexto da sala de aula e na essencial valorização das pequenas mudanças que vão se instaurando na construção de uma educação dialógica, que vai se fazendo e se reinventando a cada dia no efetivo trabalho dele ou dela juntamente com seus alunos e suas alunas.

As atividades desenvolvidas em sala de aula refletem a postura política do professor ou da professora; neste sentido, é essencial que estas sejam construídas com o objetivo de causar reflexão crítica dos alunos e das alunas. Uma reflexão aprofundada sobre o objeto cognoscível, muitas vezes, demanda tempo. Nas aulas de matemática, por exemplo, a reflexão crítica pode demandar tempo para argumentar, refletir, analisar a perspectiva do outro,

escolher um caminho para se chegar ao resultado e compartilhá-lo. Por isso, uma reflexão sobre o intervalo de tempo que dura uma atividade passa a ser um elemento essencial no planejamento das atividades.

O que você ouve muito dos professores, Paulo, é que eles estão sempre correndo para “dar a matéria”, para “dar o programa”, para “terminar o básico ou o fundamental”. Eles são oprimidos por essa corrida até o fim do semestre. São pressionados a usar certos livros didáticos, ou a dar certos tópicos obrigatórios numa dada ordem prescrita, em aulas demais, com alunos demais. Haverá exames obrigatórios no final, e o curso seguinte do currículo exigirá que o curso anterior tenha coberto determinada quantidade de matéria. Os professores que se afastam desse procedimento temem ficar mal se seus alunos forem mal em testes padronizados ou nos cursos seguintes. [...] A ideia de analisar uma quantidade pequena de material não-tradicional defronta com a preocupação com o currículo que angustia permanentemente o professor. (FREIRE; SHOR, 1986, p.110).

No trecho citado, evidencia-se que as listas de exercícios intermináveis, mecânicos e repetitivos, presentes em uma educação tradicional, vão gradativamente sendo substituídas pela análise rigorosa de uma quantidade pequena de materiais, os quais são escolhidos de forma cuidadosa pelo professor ou pela professora de acordo com seus objetivos.

Neste sentido, opta-se pela qualidade, pela reflexão e pelo aprofundamento durante o processo de conhecer o objeto. Com a finalidade de estabelecer uma reflexão crítica a partir de uma atividade, é essencial que o tempo utilizado em cada um das atividades propostas pelo professor ou pela professora também seja redimensionado, pois a interação dos alunos e das alunas juntamente com o professor ou a professora demanda tempo. Desta forma, a resolução de problemas, ao priorizar a reflexão, a troca de ideias e a horizontalização na relação do professor ou da professora com as crianças pode constituir-se como um elemento que contribui para a construção de uma prática docente mais dialógica.

A verticalização da relação professor(a)-aluno(a), que passa pela democratização do uso da voz, pela valorização da linguagem e da visão de mundo dos alunos e das alunas, também é fundamental para a busca de uma educação dialógica ou libertadora, como ensina Freire e Shor(1986). Professor(a) e aluno(a) não são iguais; o primeiro possui aqui uma função de diretividade, a qual não deve cair nem no autoritarismo nem na licenciosidade, mas deve pautar-se em uma postura democrática que se recria em cada sala de aula. Neste sentido, os autores ressaltam que:

[...] não posso ser autoritário. Por outro lado, não posso cair no laissez-faire. Tenho que ser radicalmente democrático, responsável e diretivo. Não diretivo dos estudantes, mas diretivo do processo no qual os estudantes estão comigo. Enquanto

dirigente do processo, o professor libertador não está fazendo alguma coisa *aos* estudantes, mas *com* os estudantes. (Freire; Shor, 1986, p.61).

A partir do que foi exposto, pode-se dizer que a aula dialógica também implica uma postura de diretividade do professor ou da professora, sendo que este não pode cair em uma postura autoritária, porém, ao mesmo tempo, não pode cair numa postura licenciosa. Ele ou ela deve buscar juntamente com os alunos e as alunas uma disciplina que esteja baseada na democracia e na liberdade, sendo que, em cada sala de aula, esse contrato pedagógico deve ser reconstruído.

Na perspectiva de educação libertadora, a educação possui uma natureza política; sendo assim, ela não pode ser concebida como neutra, pois a escolha dos materiais, das atividades, a forma de se relacionar com os alunos e as alunas expressam a concepção de educação e a visão de mundo do professor ou da professora.

Desta forma, por não ser neutra, a educação e as escolhas do professor ou da professora estão imbuídas de suas opções políticas e de seus valores, os quais são explicitados pelo educador libertador, sem, ao mesmo tempo, impor estes aos estudantes. Numa aula dialógica, os últimos também podem explicitar sua visão de mundo visto que o ponto de partida do conhecimento escolar deve ser o saber de experiência feito dos alunos e das alunas para se chegar ao saber epistemológico. Neste sentido, é essencial que o educador ou a educadora que busque uma educação dialógica tome como ponto de partida a visão de mundo do aluno ou da aluna e não a sua. Segundo Freire e Betto (1986, p.77),

Na metodologia dialética, o ponto de partida não é o saber do educador, mas sim a prática social dos educandos. É essa prática que constitui o eixo em torno do qual gira o processo educativo. Antes de se elaborarem conceitos, é preciso extrair dos educandos os elementos de sua prática social: quem são, o que fazem, o que sabem, o que vivem, o que querem, que desafios enfrentam. Aqui o conceito aparece como ferramenta que ajuda a aprofundar o conhecimento do real, e não a fazer dele uma mera abstração. Ter em conta o princípio da epistemologia medieval de que “o conhecido sempre toma a forma do conhecente”, ou seja, toda a leitura é sempre a partir de minha realidade, do contexto em que me encontro, e não do discurso abstrato do emissor. O aprendizado comum, que liga teoria e práxis, só se dá a partir da realidade coletivamente refletida. Portanto, a metodologia dialética é indutiva, nela o processo de teorização do real vai do pessoal ao coletivo [...].

Deste modo, ao valorizar e partir da visão de mundo dos alunos e das alunas, o educador ou educadora os tira da periferia do processo de produção do conhecimento e os coloca no centro deste processo.

Assim, a teoria freiriana analisa de forma crítica a relação entre a visão de mundo do professor ou da professora, a visão de mundo do aluno e da aluna e a cultura. Freire ressalta

que o estudante traz consigo vivências pessoais, “saber de experiência feito”, que pode ser mobilizado durante o ato de conhecer e se constitui como ponto de partida para se chegar a um saber mais rigoroso.

De acordo com Freire (1996), a curiosidade ingênua, que caracteriza o saber de experiência feito com que o aluno ou a aluna chega à escola, é essencial como ponto de partida e, baseando-se nele, é fundamental superá-lo por meio de uma rigorosidade metódica levando à curiosidade epistemológica. Para tanto, é precípua que o educador ou a educadora respeite o saber de experiência feito do educando e que discuta a razão de ser de alguns saberes, a realidade concreta a que se deva associar a disciplina em questão.

Conforme esta acepção, o educador ou a educadora expressa e dialoga com os alunos e as alunas sobre sua visão de mundo, pois tem claro para si que não há uma educação que se faça neutra, mas, ao mesmo tempo, valoriza e respeita a visão de mundo dos educandos por se saber inacabado e por se compreender também como sujeito que aprende. A mediação realizada na interação entre educador e educando não tem por objetivo que o segundo assimile a visão de mundo e os valores do primeiro.

Deste modo, a partir dos estudos de Freire, pode-se dizer que, nas aulas de matemática, quando os alunos e as alunas estão diante de um problema, eles e elas podem apoiar-se em seu saber de experiência feito ao elaborar suas estratégias pessoais para a resolução de determinado problema, conectando suas experiências pessoais com o desafio que o problema em questão sugere. Nesta perspectiva, faz-se necessário que o ensino de matemática possibilite aos alunos e às alunas oportunidades para buscarem suas estratégias e não restrinja o aprendizado à mera aplicação de contas e de fórmulas.

Ao valorizar o saber de experiência do aluno e da aluna, o professor ou a professora possibilita que eles e elas se utilizem de estratégias pessoais; demonstra, assim, não através de sua fala, mas de seus atos, que valoriza as diferentes perspectivas em torno do objeto de conhecimento na medida em que cada ser humano apresenta uma visão de mundo diferente sobre ele.

Desta forma, o professor ou a professora não precisa oferecer um modelo de resolução para o aluno ou a aluna para que ele ou ela apenas o repita. O docente passa a problematizar, a desafiar, a dialogar com os educandos sobre as situações-problema, sobre os caminhos que os estudantes estão escolhendo como estratégia de resolução.

É fundamental destacar que considerar o “saber de experiência feito”, partindo da compreensão de mundo que o aluno e a aluna possuem não quer dizer restringir a educação a

eles, o que geraria um processo educativo que contribuiria para a exclusão. Portanto o “saber de experiência feito” é o ponto de partida e não o ponto de chegada, fazendo-se necessário que este seja superado.

Freire e Shor (1986) ressaltam que partir do conhecimento dos estudantes não quer dizer que a educação deve restringir-se a eles, pois o conhecimento socialmente valorizado também se constitui como uma fonte de poder à qual todos os alunos e todas as alunas devem ter acesso.

O simples fato de não ensinar os conteúdos socialmente valorizados pela sociedade incorre em fator de exclusão dos estudantes. Alguns poderiam perguntar: “É necessário que os alunos e as alunas aprendam à matemática socialmente valorizada?”. A partir dos estudos das obras de Freire, considera-se que é essencial que todas as crianças tenham acesso à matemática socialmente valorizada, pois o conhecimento dela também se constitui como uma forma de poder que os ajudará a atuar no mundo e a transformá-lo. Além disso, o acesso a esse conhecimento acaba por garantir aos sujeitos maior proteção social, especialmente se se considerar o contexto atual, o de uma sociedade do saber organizada essencialmente em torno da produção do conhecimento.

Portanto, faz-se necessário que todos os alunos e todas as alunas se apropriem da linguagem padrão, podendo ela ser a forma de inglês padrão, a linguagem matemática ou língua padrão de nosso país, pois o domínio do saber socialmente valorizado também significa poder e possibilidade de os estudantes se movimentarem no mundo.

Outro elemento essencial na construção de uma aula dialógica consiste na importância do professor ou da professora e do aluno e da aluna que, ao se assumirem como sujeitos históricos que participam do processo de conhecer, elaborem perguntas e não se restrinjam apenas a uma pedagogia da resposta. Nas palavras de Freire e Faundez (1985, p.47),

O que se pretende autoritariamente com o silêncio imposto, em nome da ordem, é exatamente afogar nele a indagação. Tu tens razão; um dos pontos de partida para a formação de um educador ou de uma educadora, numa perspectiva libertadora, democrática, seria essa coisa aparentemente tão simples: O que é perguntar?

A aproximação rigorosa do objeto cognoscível exige que os sujeitos cognoscentes não se restrinjam à busca de resposta mas também criem perguntas. É nas perguntas que se encontra a força motriz de construção do conhecimento.

A aprendizagem, na perspectiva libertadora, está baseada no diálogo, o qual se constitui na forma de mediação entre alunos e alunas, professores e professoras, como

ensinam Freire e Shor (1986, p.123), ao observarem que:

O diálogo é uma espécie de postura necessária, na medida em que os seres humanos se transformam cada vez mais em seres criticamente comunicativos. O diálogo é o momento em que os humanos se encontram para refletir sobre sua realidade tal como a fazem e re-fazem. [...] Através do diálogo, refletindo juntos sobre o que sabemos e não sabemos, podemos, a seguir, atuar criticamente para transformar a realidade. [...] O diálogo *sela* o relacionamento entre os sujeitos cognitivos, podemos, a seguir, atuar criticamente para transformar a realidade.

Assim, o diálogo tem um papel fundamental no processo educativo e, para que os seres humanos possam compartilhar suas reflexões sobre a realidade, faz-se necessário que o professor ou a professora ouça seus alunos e suas alunas. A disposição diária para ouvir e para valorizar colocações, perguntas, dúvidas, posicionamentos dos alunos e das alunas possibilitam que eles e elas abandonem suas posturas silenciosas e se engajem no diálogo. Por isso, cabe ao docente exercitar a valorização das falas deles e delas, para que estes e estas se sintam à vontade para explicitar sua visão de mundo, negociando e argumentando com seus pares e com o professor ou a professora. Segundo Freire e Shor (1986, p.216),

Não existe algo como “perguntas estúpidas” dos alunos, nem existe algo como “a resposta” do professor. Todas as perguntas merecem respostas, e nós, talvez, nunca tenhamos a resposta, mas possivelmente uma das respostas. Devemos evitar o dogmatismo e o desrespeito.

Ao exteriorizar uma postura de ouvinte cuidadoso, de respeito e de rigorosidade durante a argumentação para buscar explicitar os pontos de concordância e de discordância, o professor ou a professora serve de exemplo aos alunos e às alunas para que estes também interajam com seus pares, ouvindo-os e argumentando.

Desta forma, o professor ou a professora cria oportunidades para que seus alunos e suas alunas testemunhem que a fala e a visão de mundo das outras crianças também é importante, também merece atenção, pois ela tem o potencial de ensinar e de questionar. Esse processo contribui para a democratização da fala na sala de aula e o consequente estabelecimento do diálogo.

Portanto, faz-se necessário que o educador ou a educadora corporifique suas palavras pelo exemplo, demonstrando sempre a disposição ao diálogo e ao saber escutar, como ensina Freire (1996).

Quando o educador ou a educadora se concebe como um ser incompleto, em permanente aprendizagem e que ensina, mas que, ao mesmo tempo, aprende com seus alunos e suas alunas, a necessidade de ouvir as crianças é reforçada pelo fato de que, ao ouvi-las, o

professor ou a professora também pode aprender. Segundo Freire e Faundez (1985, p. 44), “a pergunta que o aluno, livre para fazê-la, faz sobre um tema, pode colocar ao professor um ângulo diferente, do qual lhe será possível aprofundar mais tarde uma reflexão mais crítica”.

Outro conceito fundamental da teoria freiriana é o diálogo. Na perspectiva da educação bancária, o professor ou a professora toma para si a fala, passando a narrar, a dissertar e a depositar nos alunos e nas alunas, como em:

Por isto mesmo é que uma das características desta educação dissertadora é a “sonoridade” da palavra e não sua força transformadora. Quatro vezes quatro, dezesseis; Pará, capital Belém, que o educando fixa, memoriza, repete, sem perceber o que realmente significa quatro vezes quatro. O que verdadeiramente significa capital, na afirmação, Pará, capital Belém. Belém para o Pará e Pará para o Brasil. (FREIRE, 2005, p.66).

Do exposto, infere-se que uma educação que não se pretenda domesticadora e que esteja a serviço do bem comum da sociedade, e não apenas de uma minoria que detém o poder, deve substituir o monólogo narrativo da educação bancária pelo diálogo, priorizando a interação e a dialogicidade na relação professor/professora-aluno/aluna.

A partir dos estudos da obra freiriana, considera-se que a participação das famílias na escola também pode contribuir para a construção de uma educação dialógica ou libertadora, a partir de ações que possibilitem o compartilhamento de quais são suas expectativas em relação à educação de suas crianças e sua visão de mundo.

Neste sentido, buscar uma escola democrática significa também que as relações que são estabelecidas neste ambiente devem sê-lo; portanto as relações com os familiares das crianças não devem ser carregadas de autoritarismo, mas de democracia, a qual se expressa pela participação das famílias na escola.

Do que até aqui foi exposto, pode-se dizer que alguns dos elementos que condicionam a prática docente do professor ou professora que busca uma educação libertadora ou dialógica são:

- socialização dos professores e das professoras em uma escola tradicional;
- formação pedagógica no ensino superior no modelo tradicional;
- socialização dos alunos e das alunas em uma escola tradicional;
- relação estabelecida entre disciplina em sala de aula e autoritarismo;
- poucas possibilidades dos professores e das professoras participarem de aulas dialógicas;
- associação de educação tradicional ao rigor e da educação dialógica à falta de rigor;

- pouco tempo para ensinar uma grande quantidade de conteúdo;
- imposição de um extenso currículo oficial expresso por horários fixos e estanques para cada componente curricular e cumprimento do livro didático.

Os elementos que condicionam a prática do professor ou da professora apontam para a dificuldade da mudança, porém esta dificuldade não implica em determinismo nem imobilidade. Deste modo, os elementos que contribuem para uma prática dialógica podem ser assim sintetizados:

- reflexão sobre a prática pedagógica;
- trabalho coletivo entre educadores e educadoras;
- formação permanente;
- valorização do potencial de transformação presente em cada atividade desenvolvida na sala de aula;
- reflexão sobre o intervalo de tempo demandado por uma atividade desenvolvida dentro de uma perspectiva dialógica;
- relação horizontalizada entre professor ou professora e alunos e alunas;
- elaboração de perguntas durante o processo de conhecer tanto por parte dos alunos e das alunas como dos professores e das professoras;
- disciplina baseada em democracia e em liberdade;
- interação entre os sujeitos cognoscentes baseadas no diálogo;
- saber de experiência feito dos alunos e das alunas tomado como ponto de partida para, posteriormente, chegar ao saber socialmente valorizado;
- participação das famílias na escola.

Analisando os elementos que condicionam e os que contribuem para uma prática docente dialógica, conclui-se que a dificuldade convive com a esperança e com a possibilidade de mudança e de transformação que vão se fazendo diariamente, dentro de cada sala de aula, dentro de cada escola.

Buscando estabelecer um diálogo entre a Pedagogia Crítica e a Educação Matemática, na próxima seção, serão abordadas possíveis aproximações entre os estudos de Freire e a Educação Matemática.

## 2.1 Algumas aproximações entre a Pedagogia Crítica e a Educação Matemática

Nesta seção, busca-se estabelecer um diálogo entre a Pedagogia Crítica de Paulo Freire e a Educação Matemática. Na literatura sobre Educação Matemática, foi possível identificar dois teóricos que têm suas concepções de Educação relacionadas com a Pedagogia Crítica de Freire: Marilyn Frankenstein e Ole Skovsmose.

A primeira autora busca compreender as contribuições da epistemologia freireana para o campo da Educação Matemática e é citada pelo próprio Freire (2013, p. 102) como uma estudiosa que utilizou, de forma coerente, a epistemologia freiriana para o ensino da matemática. Ela discute esta abordagem crítica da disciplina no texto “Educação matemática crítica: uma aplicação da epistemologia de Paulo Freire”.

Frankenstein (2001) discute a Educação Matemática à luz dos princípios epistemológicos da teoria freireana, buscando investigar de que maneira a Educação Matemática pode contribuir para uma educação crítica, para a construção de uma sociedade mais justa, humana e democrática. Segundo a autora, uma educação que esteja vinculada à mudança social e à emancipação dos seres humanos deve incluir em suas estratégias a alfabetização matemática. Olhar a prática escolar em Educação Matemática sob a ótica freireana faz com que a análise considerando elementos fundamentais como:

[...] a importância do raciocínio quantitativo no desenvolvimento da consciência crítica, as formas pelas quais a ansiedade matemática ajuda a sustentar ideologias hegemônicas e as conexões entre o nosso currículo específico e o desenvolvimento da consciência crítica. Além disso, sua teoria pode fortalecer nossa energia na luta por humanização, focalizando nossa atenção sobre os inter-relacionamentos entre nossa prática de ensino diária concreta e o contexto ideológico e estruturais mais amplos. (FRANKESTEIN, 2001, p.117).

A primeira questão destacada pela autora diz respeito à cristalização de crenças em relação ao conhecimento matemático e à tecnologia. Segundo Frankenstein (2001, p.126), a linguagem matemática “encoraja grupos dominados a acreditarem e agirem como se tivessem mentes não matemáticas”. A matemática é vista como um conhecimento para privilegiados, o que faz com que muitos alunos e alunas acarretem para si o insucesso com esse componente curricular julgando-se incapazes de apreendê-lo. Faz-se necessário perguntar a favor de quem e contra quem o conhecimento matemático é empregado. Desta forma, em uma sociedade altamente tecnológica, o conhecimento matemático também pode estar a favor da ocultação de verdades e o estabelecimento de crenças. Assim, Frankenstein (2001, p.110) defende que:

Tanto as (aparentes) complexidades da tecnologia quanto as (superficialmente) maravilhosas mudanças concretas que foram feitas na vida do dia-a-dia, desde a lavagem das máquinas até processadores de palavras, convencem as pessoas de que o controle de nossa sociedade altamente técnica deve ser deixada para especialistas. Educação crítica [...] precisa opor-se a essa crença e mostrar para as pessoas que elas podem compreender como a tecnologia opera e no interesse de quem.

Para Frankenstein, na perspectiva freiriana, a Educação Matemática deve possibilitar que o aluno ou a aluna questione suas próprias crenças em relação à matemática. É vital que a Educação Matemática contribua para que o estudante compreenda a disciplina como uma construção humana, inacabada, inacabamento expresso pelo seu movimento em que o ser humano é sujeito.

Outro autor que trata da Educação Matemática relacionando-a com os pressupostos da Pedagogia Crítica é Ole Skovsmose. Freire e Skovsmose auspiciam uma educação ligada à igualdade, à justiça, à emancipação, aos aspectos democráticos e que abarca aspectos políticos e sociais da Educação. Enquanto Freire se dedicou ao campo da educação geral, desenvolvendo sua teoria crítico-dialógica, Skovsmose, inspirado na Pedagogia Crítica e na Teoria Crítica da Educação, desenvolveu a Educação Matemática Crítica. Os dois autores iniciaram o desenvolvimento de sua teoria a partir do chão de seus países; Freire, no Brasil e Skovsmose, na Dinamarca. Posteriormente souberam enriquecê-las e complementá-las a partir de deslocamentos, viajando pelo mundo.

O pernambucano Paulo Freire, nascido na cidade de Recife, teve seu deslocamento forçado, tendo que deixar seu país por imposição do governo brasileiro durante o regime militar<sup>4</sup> e ficou exilado por quase 16 anos. Ole Skovsmose é dinamarquês e, por decisão própria, se envolveu em projetos em outros países, que possibilitaram a descentralização de sua teoria do chão das escolas dinamarquesas. Desta forma, o deslocamento propiciou que os autores se reinventassem e conseguissem olhar suas teorias a partir de outros contextos como, por exemplo, o da África, onde os dois estiveram.

Freire concebe a Educação como um ato político; por isso não pode fazer-se neutra. O próprio discurso de que a Educação é neutra consiste em uma escolha que tem como objetivo ocultar o próprio caráter político dela. Ambos teóricos afastam-se das visões mecanicistas e salvadoras da Educação, buscando analisar os limites da escola, mas, ao mesmo tempo, seu campo de possibilidades como pode ser observado nos trechos seguintes:

---

<sup>4</sup>Regime ou ditadura militar no Brasil foi o regime autoritário que governou o país de 1º de abril de 1964 até 15 de março de 1985.

[...] os educadores progressistas sabem muito bem que a educação não é a alavanca da transformação da sociedade, mas sabem também o papel que ela tem nesse processo. A eficácia da educação está em seus limites. Se ela tudo pudesse ou se ela pudesse nada, não haveria porque falar de seus limites. Falamos deles precisamente porque, não podendo tudo pode alguma coisa. (FREIRE, 2001a, p.30).

[...] hemos sostenido que larelación entre educación matemática y equidad es crítica em el sentido de que no hay resonancia o disonancia intrínsecas. Dependiendo del contexto y de cómo se organice la educación matemática, puede apoyar a la justicia social o crear y perpetuar procesos de exclusión. (SKOVSMOSE; VALERO, 2007, p.49).

Os dois compartilham de uma visão de incerteza em relação aos fins da educação. Essa incerteza caracteriza o caráter crítico de como eles olham o mundo e alicerçaram a forma como escrevem. Neste sentido, possuem uma visão aporética da Educação, que distancia esta e o conhecimento de uma visão essencialista. Portanto a Educação não tem uma relação direta nem com o bem ou com o mal, nem com as mazelas da sociedade, nem com o progresso.

Estes teóricos chamam a atenção para o fato de que a Educação pode ter diferentes finalidades e também pode estar a serviço de formar estudantes dóceis e passivos, pois, para eles,

A tradição da matemática escolar pode preparar estudantes para funcionar em funções de emprego subordinadas no processo de produção, onde cuidado e obediência são qualidades essenciais. Essa tradição pode cultivar uma docilidade que qualifica a maioria para operar de um modo acomodado na sociedade de hoje. (SKOVSMOSE, 2007, p.216).

Desta maneira, o processo de alfabetização política – como o processo linguístico – pode ser uma prática para a *domesticação dos homens*, ou uma prática para sua libertação. No primeiro caso, a prática da conscientização não é possível em absoluto, enquanto no segundo caso o processo é, em si mesmo, conscientização. Daí uma ação desumanizante, de um lado, e um esforço de humanização, de outro. (FREIRE, 2001b, p.31).

Cientes de que a Educação poderia gerar tanto exclusão como inclusão, injustiça como justiça, eles dispenderam esforços para buscar e conceber uma Educação que pudesse ser compreendida também como esperança, termo este que compõe o título do livro “Pedagogia da Esperança: Um reencontro com a pedagogia do oprimido” de Paulo Freire e também o título do capítulo “Matemática pode significar esperança” que faz parte do livro “Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade” de autoria de Ole Skovsmose.

A superação da contradição entre educador e educando também se constitui em um ponto de convergência fundamental. Tanto professores e professoras como alunos e alunas

olham para o objeto cognoscível de perspectivas diferentes e, a partir do diálogo, podem juntos elaborar perguntas sobre ele.

Skovsmose herda essa superação tanto da Educação Crítica como também de Freire. Ambas as correntes defendem uma posição de horizontalidade entre educador e educando.

A partir do que foi exposto, pode-se dizer que Freire e Skovsmose distanciam de uma concepção epistemológica monológica e o primeiro concebe, no campo mais específico da educação, e o segundo, no campo da educação matemática, uma concepção epistemológica dialógica.

Esta epistemologia dialógica justifica uma aproximação do pensamento do autor Ole Skovsmose que pensa uma Educação Matemática baseada em certo tipo de interação e diálogo, ajudando a estabelecer quais são os elementos de uma educação problematizadora na área de matemática.

Na próxima seção, serão abordadas possíveis categorizações da resolução de problemas e possíveis implicações para a prática docente, buscando estabelecer relação com as reflexões apresentadas nesta seção.

### 3 REFLEXÕES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

No decorrer desta seção, são discutidas as formas de organizar a sala de aula durante as aulas de matemática e sua articulação com a resolução de problemas.

Buscando superar a ingenuidade de que a matemática serviria para o bem ou para o mal, não tendo intrínseco a si uma relação de causa e efeito nem com a reprodução das relações sociais e tampouco com a justiça social, com a equidade e com a democracia, Skovsmose (2001, 2008) ressalta que a matemática não garante nem um caminho nem o outro. Neste sentido, este estudo corrobora com a argumentação do autor, concebendo que tanto a ciência, a escola, como a matemática e a educação matemática não possuem uma essência que as conduzam à humanização ou à desumanização, mas se configuram como um campo de possibilidades tanto para esta como para aquela.

Apoiando-se nesta visão aporética da Educação, Skovsmose possibilita pensar diversas formas que a Educação Matemática pode ser organizada dentro do ambiente escolar. Para tanto, em contraposição à visão de Educação baseada no paradigma do exercício, o autor elabora uma forma de organização da Educação Matemática que viabilize a investigação e o desenvolvimento de competências democráticas, ao partir do conceito de cenários para a investigação.

Analisando as formas como as aulas de matemática se organizavam e como poderiam se organizar, Skovsmose (2008) fez uma distinção entre dois tipos de organização das aulas de matemática que são o *paradigma do exercício* e os *cenários para investigação*. O primeiro deles está baseado na educação tradicional.

Segundo Skovsmose (2007), este modelo de aula se baseia no *paradigma do exercício* e se apoia na posição do professor como indivíduo que detém o monopólio do saber em sala de aula. Esse monopólio é legitimado pelo livro didático que contém exercícios elaborados por autoridades externas à sala de aula. O conteúdo é ensinado aos alunos e às alunas por intermédio de explicações orais e de exercícios de fixação.

O que Skovsmose (2008) chamou de educação tradicional baseada no *paradigma do exercício* teve reflexos no ensino de resolução de problemas, o que já foi assinalado por Bertini (2009). A existência de uma única resposta certa é uma condição central no paradigma do exercício, excluindo a possibilidade dos alunos e das alunas de questionarem a relevância daquele exercício se as condições e os elementos do problema fornecido são, ou não,

relevantes.

Para avançar em uma aula baseada no paradigma do exercício, o aluno ou a aluna precisa satisfazer-se com os elementos dados pelo problema e tomá-lo como verdade inquestionável, buscando apenas manipular os dados para buscar a resposta correta. O reflexo deste tipo característico de educação no ensino de matemática e, mais especificamente, no ensino-aprendizagem de situações-problema fez com que se partisse do mais simples para o mais geral. Assim, iniciava-se pelo ensino dos algoritmos e, de posse desse conhecimento, buscava-se aplicá-lo nas situações-problema.

Historicamente o ensino de situações-problema ocorreu de forma fragmentada do ensino dos algoritmos<sup>5</sup>. Foi no final da década de 1970 que as situações-problema passaram a ser encaradas como uma possibilidade para ensinar matemática, porém o estudo de Coelho e Carvalho (2008) ressalta que ainda há educadores e educadoras que concebem a resolução de problemas como um ponto de partida para o ensino de matemática, como algo novo. Entretanto, ainda se ensina de forma dicotômica os algoritmos e as situações-problema, sendo que o ensino dos algoritmos não garante necessariamente que o aluno ou a aluna conseguirá resolver situações-problema com sucesso, como aponta Justo (2009). Além disso, o ensino tradicional só admite uma resposta certa para os problemas, resposta que o professor ou o livro didático possuem a priori e que é inquestionável, gerando o que Skovsmose (2007, p. 81) denomina de ideologia da certeza, que:

[...] designa uma atitude para com a matemática. Refere-se a um respeito exagerado em relação aos números. A ideologia afirma que a matemática, mesmo quando aplicada, apresentará soluções corretas asseguradas por suas certezas. A precisão da matemática (pura) é como que transferida para a precisão das soluções dos problemas. A matemática é vista como uma ferramenta adequada para resolver problemas de uma área abrangente de questões cotidianas e tecnológicas. Essa afirmação tem uma raiz na filosofia da matemática, mas, também, na matemática trabalhada em sala de aula.

Assim sendo, pode-se dizer que é importante que as atividades propostas em sala de

---

<sup>5</sup>Um algoritmo é uma sequência de passos pré-estabelecidos que, se seguidos, devem levar ao sucesso de uma tarefa. Isto é, se executarmos, numa sequência, os passos elaborados para realizar um algoritmo de uma operação matemática, estes certamente nos levarão a um resultado correto. Algoritmo também aparece, nos programas escolares, com o nome de técnica operatória. A técnica do "vai um" é o algoritmo convencional da adição e os seus passos, numa sequência, são: 1o. passo, colocar os números a serem somados na posição vertical, unidade sobre unidade, dezena sobre dezena e assim por diante; 2o. passo, somar as unidades; 3o. passo, se a soma das unidades ultrapassar 10, "vai uma ou mais dezenas" para a coluna das dezenas e ....assim por diante. Em geral, os algoritmos convencionais apresentam a forma mais econômica e resumida de realizar, por escrito, o cálculo de uma operação. Em geral, são arranjos muito elegantes e belos! Esse comentário nos remete à observação de Poincaré', "o matemático não estuda a matemática pura porque ela seja útil; ele a estuda porque deleita-se com ela, e deleita-se com ela porque ela é bela." (MENDONÇA, 1996, p.57).

aula possibilitem que os alunos e as alunas procurem suas próprias formas de resolver um problema ou mesmo um exercício, possibilitando que ele ou ela não fique preso a modelos de resolução fornecidos a priori pelo professor ou pela professora dentro de um modelo, chamado por Freire de educação bancária.

O autor citado critica a mera transmissão do conhecimento, ressaltando a importância de:

*Saber que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção. Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, a suas inibições; um ser crítico e inquietor, inquieto em face da tarefa que tenho – a de ensinar e não a de transferir conhecimento. (FREIRE, 1996, p.47).*

Neste sentido, é essencial que se pense formas de organizar a educação matemática na sala de aula que não estejam baseadas na supressão do diálogo, mas na sua potencialização que possibilite o desenvolvimento de competências democráticas; assim:

[...] a educação matemática pode também ter um potencial para desenvolver um forte auxílio para ideais democráticos, embora este potencial não seja compreendido por nenhuma força intrínseca à educação matemática. Como ela pode operar em relação aos ideais democráticos dependerá do contexto, da maneira como o currículo é organizado, do modo como as expectativas dos estudantes são reconhecidas etc. (SKOVSMOSE, 2007. p.72).

Do exposto, infere-se que é necessário pensar sobre as condições de ensino que potencializem o desenvolvimento de competências democráticas e que possibilitem que os alunos e as alunas se envolvam em atividades de investigação.

Buscando superar uma proposta de ensino baseada no paradigma do exercício, Skovsmose (2007) elaborou o conceito de *cenários para investigação*, que são ambientes de aprendizagem que favorecem e que potencializam a investigação.

Nesses cenários, a aprendizagem é potencializada pela interação entre educadores e educandos por intermédio do diálogo. A organização dos alunos e das alunas em grupos otimiza as interações entre eles e elas e faz com que cada um tenha oportunidade de ouvir as estratégias do outro, organizar e expor sua forma de pensar.

Ao concordar com esta aceção, concebe-se a sala de aula como um espaço onde a aprendizagem deve ser perpassada por relações dialógicas entre professor ou professora e alunos e alunas. O diálogo pode constituir-se como um caminho propício para o ensino da matemática na sala de aula, não carregando em si o medo, o autoritarismo e a necessidade de

dar respostas certas e prontas ao professor ou a professora, mas construído na confiança entre educador e educando, no questionamento que busca conhecer, no respeito à fala do outro (que pode constituir-se tanto em um discente quanto em um docente). O educador ou a educadora também estará refletindo sobre aquele conhecimento e colocando-se no diálogo para levantar questões, elaborar estratégias, ouvir, fazer-se ouvir, defender posições sempre se baseando no respeito mútuo e na força dos argumentos. Desta forma,

Um professor e um estudante podem ser diferentes, mas podem de qualquer modo entrar em uma situação de diálogo como iguais. Aqui igualdade, entre outras coisas, refere-se à ideia de que discussões, afirmações e boas razões não têm um poder especial apenas porque são estabelecidos por alguém que está em uma posição mais poderosa. Quaisquer discussão ou afirmação pode obter força apenas a partir de seu próprio conteúdo e não a partir das pessoas (ou das posições) que a apresentem. (SKOVSMOSE, 2007, p. 231- 232).

Nesta acepção, os estudantes e o docente se tornam parceiros no processo de ensino e aprendizagem e é por intermédio do diálogo que o educador ou a educadora percebe se os alunos e as alunas se aproximam do objeto de aprendizagem.

### 3.1 Resolução de problemas: possíveis caminhos

Esta seção é dedicada a discutir as categorizações de resolução de problemas e suas implicações para a prática docente do educador ou da educadora. A resolução de problemas tem-se configurado como uma possibilidade de superação de um ensino tradicional nas aulas de matemática. Segundo Mendonça (1993, p. 13-14),

A nosso ver, o estudo e sistematização da **Resolução de Problemas** forneceram um considerável avanço em relação aos antigos métodos de ensino, métodos estes, comumente considerados **tradicional**. As bases destes, apoiam-se no reconhecimento do grave equívoco demonstrado pela **educação matemática tradicional**, na qual o professor mantinha uma relação de exagerado controle com o conhecimento. Extremamente preocupada com a seriação dos conteúdos e com o rigor dos resultados, a maioria dos professores desconfiava de qualquer tipo de pensamento intuitivo e nem ao menos se preocupava em relacionar a situação de um problema com situações reais.

Concordando com a acepção dada, reconhece-se a contribuição da resolução de problemas para o estabelecimento de um ambiente de aprendizagem mais democrático a partir de uma relação horizontalizada entre professor ou professora e estudantes. Nesta perspectiva, o docente deixa de ser o único detentor do conhecimento, o aluno ou a aluna assume-se como sujeito do conhecimento deixando de desempenhar uma postura passiva.

Os documentos oficiais nacionais e internacionais trazem, em suas diretrizes, a resolução de problemas como um caminho promissor para as aulas de matemática. O documento internacional que inaugura a resolução de problemas como foco da Educação Matemática foi elaborado em 1980, nos Estados Unidos, pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Desde então, a resolução de problemas figura como elemento precípua para o fazer matemática nos documentos elaborados por este órgão. Assim, o NCTM (2000, p.52 apud VAN DE WALLE, 2009, p. 57) ressalta que:

Resolver problemas não é apenas uma meta da aprendizagem matemática, mas também um modo importante de fazê-la. A resolução de problemas é uma parte integrante de toda a aprendizagem matemática e, portanto, não deve ser apenas uma parte isolada do programa de matemática. A Resolução de Problemas em Matemática deve envolver todas as cinco áreas de conteúdo descritas nos Padrões do NCTM. Os bons problemas integrarão múltiplos tópicos e envolverão a matemática significativa.

Essas ideias também estão presentes nas propostas curriculares do Brasil. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (BRASIL, 2001, p.15) destacam a necessidade da superação “de um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para os alunos” e estabelece a resolução de problemas como um dos sete objetivos gerais para o ensino fundamental. Desta forma, este nível de ensino teria comoumde seus objetivos:

Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis; (BRASIL, 2001, p.51).

Para o primeiro ciclo do ensino fundamental, ciclo em que foi realizada a construção de dados desta pesquisa, a resolução de problemas aparece de forma central; assim, segundo os PCN (BRASIL, 2001), tem-se como objetivo:

- Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais, e em alguns casos racionais. (p.80);
- Vivenciar processos de resolução de problemas, percebendo que para resolvê-los, é preciso compreender, propor e executar um plano de solução, verificar e comunicar a resposta. (p.82).

Esta diretriz ressalta o trabalho com a resolução de problemas como um caminho para o fazer matemática nos anos iniciais do ensino fundamental e relaciona este trabalho com a

consolidação das operações fundamentais e a necessidade de comunicação e de verificação da resposta.

Apesar dos avanços vinculados à resolução de problemas como um caminho propício para o fazer matemática, é essencial buscar compreender o significado do termo *problema*, pois, ao longo do tempo, ele vem recebendo conotações diferentes que podem implicar práticas docentes divergentes. Conforme Mendonça (1993, p. 261),

De um modo geral, segundo os estudiosos de Resolução de Problemas, **problema** é uma situação que gera conflito e sua solução não é óbvia, ou seja, quando o aluno recorre ao conjunto de respostas imediatamente disponível e não obtém sucesso na solução, está frente a um problema. Deve, então, criar uma **saída própria**, original. Logo o que para um aluno é um problema pode não ser para outro aluno.

Nesta perspectiva, um problema é compreendido como uma situação que coloca o aluno ou a aluna numa situação de busca, de elaboração de uma solução própria, o que pode fazer com que o mesmo problema se configure como tal para uma criança e para a outra, não.

Lamonato (2007) também ajuda a delimitar as características da resolução de problemas e traça uma diferenciação entre esta e a investigação matemática e resolução de problemas, trazendo reflexões que ajudam a especificar no que ela se constitui. Segundo Cunha (2000 apud LAMONATO, 2007), na realização de exercícios, os alunos e as alunas já conhecem que tipo de algoritmo deve ser realizado desde o início. Em contrapartida, quando um aluno ou uma aluna está frente a um problema, ele e ela inicialmente desconhecem o algoritmo que pode levar à resolução.

Ainda de acordo com Lamonato (2007), um elemento essencial que difere resolução de problemas da investigação matemática, é a clareza que se tem no ponto de partida, sendo que, na primeira, o ponto de partida é mais definido do que na segunda. Portanto, o ponto de partida da resolução de problemas é mais fechado do que o ponto de partida em uma investigação matemática.

Uma concepção de resolução de problemas que vai ao encontro das diretrizes do NCTM é a do teórico Van de Walle para quem:

É importante compreender que a matemática deve ser ensinada por meio da Resolução de Problemas. Quer dizer, tarefas ou atividades baseadas em resolução de problemas são o veículo pelo qual se pode desenvolver o currículo desejado. A aprendizagem é um resultado do processo de Resolução de Problemas. (VAN DE WALLE, 2009, p.58).

O autor citado (2009) ressalta que se pode pensar o momento da lição em três fases: a

fase “antes” de uma lição, a fase “durante” uma lição e a fase “depois” de uma lição.

Oliveira (2012, p. 57), fazendo referência a esse autor, esclarece que, no primeiro momento, o “antes”, o professor ou a professora deve garantir que os estudantes estejam preparados para receber a tarefa e também se assegurar de que todas as expectativas estejam claras.

No momento “durante”, os estudantes resolvem o problema, criando estratégias e o professor ou a professora observa e avalia o trabalho. Nessa segunda fase, é essencial que o docente escute de forma ativa, possibilite que os alunos e as alunas caminhem de forma autônoma, faça sugestões e encoraje à verificação e ao teste de ideias.

Na fase “depois”, os estudantes compartilham com a turma as ideias que tiveram na resolução do problema. Nesse momento, o professor ou a professora conduz a discussão e, ao final, apresenta a síntese das principais ideias.

O papel da resolução de problemas na construção de um ambiente de aprendizagem favorável à criação também é ressaltada por alguns autores do campo da Educação Matemática. Segundo Vila e Callejo (2006, p.10), o conceito de problema pode ser compreendido da seguinte forma:

Um problema não é simplesmente uma tarefa matemática, mas uma ferramenta para pensar matematicamente, um meio para criar um ambiente de aprendizagem que forme sujeitos autônomos, críticos e propositivos, capazes de se perguntar pelos fatos, pelas interpretações e explicações de ter seu próprio critério estando, ao mesmo tempo, abertos aos de outras pessoas.

A partir da definição destes autores, evidencia-se que a resolução de problemas é concebida como uma forma de criar um ambiente de aprendizagem propício para o estabelecimento de interações que possibilitem aos alunos e às alunas a compreensão dos conhecimentos matemáticos de uma forma crítica, superando um ensino mecânico deste componente curricular. Estes teóricos também argumentam que é necessário ao professor ou à professora compreender as crenças que os alunos e as alunas possuem em relação à matemática e como elas podem influenciar a forma de estudantes agirem durante o trabalho com a metodologia de resolução de problemas.

Conforme Vila e Callejo (2006, p.45), “é necessário diagnosticar aquelas crenças que não são adequadas para desenvolver a atividade mais genuinamente matemática – a resolução de problemas – e planejar experiências que as desestabilizem”.

Allevato e Onuchic (2011, p.80), referindo-se a Schoroeder e Lester (1989), discutem três concepções sobre resolução de problemas: “(1) ensinar sobre resolução de problemas; (2)

ensinar matemática *para* resolver problemas; e (3) ensinar matemática *através* da resolução de problemas”.

A primeira acepção definida como “ensinar *sobre* resolução de problemas”, em que o foco principal repousava na heurística da resolução de problemas, é expressa pelo ensino das estratégias de resolução. O teórico George Polya (1897-1985) contribuiu de forma significativa para a forma como são entendidos o ensino e aprendizagem de problemas, dedicando-se de forma sistemática à heurística da resolução de problemas matemáticos. No livro “A arte de Resolver Problemas” (2006), ele expõe quatro momentos em que um estudante deve passar na resolução de um problema. O primeiro seria a compreensão do problema; o segundo, o estabelecimento de um plano; o terceiro, a execução dele e, por último, o retrospecto da resolução do problema.

Polya (2006) ressalta a essencial necessidade de despertar nos alunos e nas alunas o interesse pelos problemas e o cuidado que o educador deve ter ao selecioná-los. Por outro lado, este teórico o faz ressaltando a importância da imitação no processo de ensino observando que,

Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os. O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar. (POLYA, 2006, p.4).

Pelo que foi exposto nesta acepção, a imitação tem um papel importante no processo de ensino-aprendizagem de resolução de problemas, todavia pode-se considerar que é essencial dar oportunidades para que os alunos e as alunas, frente a uma situação-problema, tenham a oportunidade de buscar suas próprias estratégias de resolução e não seguir um modelo a priori.

Coelho e Carvalho (2008, p. 3), apesar de reconhecerem as importantes contribuições dos estudos de Polya para o ensino da matemática, apontam que “sua abordagem privilegiou aspectos práticos da resolução de problemas e deixou de considerar as diferenças individuais e as interações sociais”.

Na segunda acepção, “ensinar matemática *para* resolver problemas”, valorizavam-se dois momentos distintos, sendo que, primeiramente, se ensinava os conceitos matemáticos e que, posteriormente, se utilizava os problemas como uma forma de aplicar os conceitos e fixá-los.

A partir da concepção de educação exposta na seção anterior, concebe-se a resolução

de problemas não como uma forma de fixar regras e técnicas matemáticas, mas como um meio para o ensino de ideias e conceitos; portanto esse estudo se distancia das concepções de ensinar *sobre* resolução de problemas e ensinar matemática *para* a resolução de problemas e aproxima-se da concepção de “ensinar matemática *através* da resolução de problemas”.

Segundo Allevato e Onuchic (2011, p.80), na terceira acepção, “o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento, e os professores, os responsáveis por conduzir esse processo”. Já, de acordo com Domite (1993, p. 260), “sob esse enfoque problemas são propostos ou formulados para contribuir na formação dos conceitos antes mesmo de sua apresentação em linguagem matemática”.

Assim sendo, este trabalho se aproxima desta acepção, porém entende que o objetivo do ensino não é apenas o objeto cognoscível, mas suas relações com o mundo e com as razões de ser do próprio objeto cognoscível.

Conforme Freire (1979, p.27), o conhecimento “reclama a reflexão crítica de cada um sobre o ato mesmo de conhecer, pelo qual se reconhece conhecendo e, ao reconhecer-se assim, percebe o “como” de seu conhecer e os condicionamentos a que está submetido seu ato”.

Como exemplo, pode-se apontar o ensino da operação de divisão para os estudantes de um 5º ano do ensino fundamental, em que a grande maioria dos exercícios e dos problemas parte do pressuposto de que as quantidades, as coisas devem ser divididas em partes iguais. Tistu, o personagem do livro “O menino do dedo verde”, aprende na escola a dividir sete andorinhas por dois fios, resultando em três andorinhas e meia para cada fio. Como estratégia para não dormir na aula, o menino susurra a seguinte música:

Um quarto de andorinha...  
Será a sua pata,  
Ou será a sua asinha?  
Se fosse uma empada eu comia todinha. (DRUON, 1989, p.17).

Nesta passagem do livro, Maurice Druon, de forma extremamente poética, chama atenção para o fato de que, durante a aula, não eram feitas perguntas de como meia andorinha iria parar no fio, pois o objetivo era apenas aprender a somar, subtrair e, neste caso específico, dividir, mesmo à custa de dividir o passarinho ao meio que, na vida real, implicaria sua morte. Estas perguntas eram restritas aos pensamentos de Tistu, que não se adequava à escola e logo a abandonou para receber uma educação auspiciada por seus pais. O ensino do conteúdo

matemático também precisa ajudar a fazer perguntas, pensar a realidade de forma crítica e buscar a razão de ser dos fatos. Será que fora da escola tudo é dividido em partes iguais? Os latifundiários e os indígenas recebem uma parte igual da terra? Por que isto ocorre? Todos e todas possuem casa própria, possuem terras? Por que isto ocorre?

A resolução de problemas pode constituir-se em um meio de ensinar conceitos e ideias matemáticas e ajudar os alunos e as alunas a lerem criticamente informações matemáticas que perpassam suas interações diárias.

Nesta perspectiva, a resolução de problemas, como qualquer outro conteúdo, deve ajudar os alunos e as alunas a compreenderem a realidade de forma crítica. Segundo Freire (2001a, p. 29), “para o educador progressista coerente, o necessário ensino dos conteúdos estará sempre associado a uma “leitura crítica” da realidade”.

Portanto, entende-se que o objetivo do ensino através da resolução de problemas não é só um meio de ensinar conceitos e conteúdos matemáticos mas também um meio para que os alunos e as alunas aprendam a razão de ser dos conteúdos; a resolução de problemas deve ajudar estes e estas a compreenderem o mundo relacionando determinado conceito matemático com a realidade em que se vive para lê-la de forma crítica.

Daí que a função gnosiológica não possa ficar reduzida à simples relação do sujeito cognoscente com o objeto cognoscível. Sem a relação comunicativa entre sujeitos cognoscentes em torno do objeto cognoscível desapareceria o ato cognoscitivo. A relação gnosiológica, por isto mesmo, não encontra seu termo no objeto conhecido. Pela intersubjetividade, se estabelece a comunicação entre os sujeitos a propósito do objeto. Esta é a razão pela qual, estudando as três relações constitutivas do conhecimento, a gnosiológica, a lógica e a histórica, Eduardo Nicol acrescenta uma quarta, fundamental, indispensável ao ato do conhecimento, que é a relação dialógica. (FREIRE, 1979, p.44).

Neste sentido, é precípuo que os sujeitos cognoscentes compartilhem suas visões de mundo sobre o objeto cognoscível buscando compreender as relações que o último possui com a vida.

Na próxima seção, serão tratados os procedimentos metodológicos utilizados durante o desenvolvimento da pesquisa.

## 4 CAMINHOS METODOLÓGICOS

[...] enquanto necessidade ontológica, a esperança precisa da prática para tornar-se concretude histórica. É por isso que não há esperança na pura espera, nem tampouco se alcança o que se espera na espera pura, que vira assim, espera vã. (FREIRE, 2011b, p. 15).

Em concordância com os objetivos estabelecidos nesta pesquisa, ela se caracteriza como uma investigação qualitativa, que busca a interpretação e a compreensão do fenômeno estudado. De acordo com Borba (2013, p. 25), “pesquisas realizadas segundo uma abordagem qualitativa nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações”. Esta pesquisa não se caracteriza como uma pesquisa puramente teórica que possui como objetivo, por exemplo, a compreensão de uma perspectiva teórica sobre a Educação, mas busca compreender como as ideias se concretizam nas escolas públicas brasileiras assim como ensina Freire (1985, p. 15), ao apontar que:

Acadêmica, não academicista, pois que esta, a academicista, se entretém com a sonoridade das palavras, com a descrição dos conceitos e não com a compreensão crítica do real que, em lugar de ser, ele também, puramente descrito, deve ser transformado. Experiência validamente acadêmica, enquanto preocupada com a relação prática-teoria.

Neste sentido, foi necessário que a pesquisadora fosse até uma escola para compreender a prática pedagógica de duas professoras do ensino fundamental durante as aulas de matemática e dialogasse com elas sobre uma perspectiva metodológica: resolução de problemas para ensinar matemática.

A produção dos dados ocorreu em duas salas do 5º ano do ensino fundamental e tem, como principais sujeitos de pesquisa, as duas educadoras que lecionavam nestas salas. É essencial ressaltar que os alunos e as alunas, que compunham as classes dessas professoras, também são participantes da pesquisa na medida em que as interações entre as educadoras e os educandos se constituíram em sujeitos da investigação, porém o foco esteve direcionado para as ações, as estratégias e as intervenções de ensino das duas docentes selecionadas.

A pesquisadora participou, durante um semestre, quinzenalmente, dos Horários de Trabalho Pedagógico Coletivo (HTPC)<sup>6</sup> da escola e acompanhou, uma vez por semana, as aulas de matemática do 5º ano do período da manhã e do 5º ano do período da tarde, em dias e

---

<sup>6</sup> O Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo-HTPC é destinado à reflexão coletiva sobre o trabalho pedagógico que está sendo desenvolvido com os alunos e alunas. É um momento em que a equipe gestora, juntamente com os professores e professoras da escola podem trocar experiências, realizar leituras, traçar metas, elaborar projetos interdisciplinares, compartilhar dilemas e buscar soluções.

horários que foram definidos com a escola, de acordo com o estabelecido pelas professoras das salas. Com o objetivo de proteger a identidade dos participantes da pesquisa, foram utilizados nomes fictícios para se referir às professoras, aos alunos e às alunas e também para a escola em que a pesquisa foi realizada.

A professora que lecionava no 5º ano da manhã foi chamada de Alda; a professora que lecionava no período da tarde foi chamada de Elisa e a escola foi intitulada Balão Mágico.

A escolha dos participantes se deu de acordo com o recorte da pesquisa, sendo que se optou por desenvolver o trabalho de campo no 5º ano por este se constituir a etapa final dos anos iniciais do 1º ciclo do ensino fundamental, além de ser o ano em que a pesquisadora lecionou durante mais de cinco anos, quando surgiram as inquietações que a levaram a se aproximar do objeto de estudo desta pesquisa. Na escola referida, havia apenas duas professoras que lecionavam no 5º ano; ambas foram convidadas e aceitaram participar dela.

Foram realizados 37 encontros no primeiro semestre de 2013 entre o período de 18/02/2013 a 20/06/2013. A cada semana eram realizados três encontros, sendo que, no primeiro deles, a pesquisadora se reunia com as duas professoras para discutir os referenciais teóricos a respeito da resolução de problemas e para elaborar os problemas matemáticos. Nos dois encontros seguintes, eram desenvolvidos os problemas matemáticos na sala de aula com cada uma das professoras, juntamente com os alunos e as alunas. Além disso, dois desses encontros foram destinados à realização das entrevistas com as duas professoras.

Ao todo, foram trabalhados doze problemas matemáticos, sendo que um deles foi selecionado de um livro paradidático e outro, da dissertação de Mengale (2011); os demais foram elaborados conjuntamente pelas professoras Alda e Elisa e pela pesquisadora. Diante da quantidade de dados obtidos, foram escolhidos cinco desses problemas para serem analisados em profundidade nesta pesquisa. O critério para a escolha dos cinco problemas foi o de selecionar aqueles que trariam mais elementos que pudessem responder à questão e atingir os objetivos desta pesquisa.

É importante esclarecer que a primeira parte do HTPC que ocorria na escola era reservada para a equipe gestora dialogar com os professores e as professoras e, na segunda parte, as professoras se reuniam com os pares, de acordo com o ano em que estavam lecionando, para discutirem o conteúdo semanal e as atividades que estavam sendo propostas. Nesse segundo momento é que a pesquisadora se reunia com as duas educadoras do 5º ano participantes da pesquisa. Nesses momentos, ocorriam diálogos sobre os problemas matemáticos que seriam desenvolvidos com os estudantes, além de discussões de textos sobre

o referencial teórico da Educação Matemática.

Em algumas reuniões dos HTPCs, todo o período foi ocupado com discussões coletivas de interesse da escola como, por exemplo, as avaliações externas (SARESP), a elaboração das avaliações bimestrais e a organização de festividades na escola. Desse modo, não foi possível estabelecer diálogos com as educadoras em todos os encontros. Como alternativa para que as reuniões com a pesquisadora ocorressem, as professoras propuseram que ela fosse à escola nos horários das aulas, pois, durante o período em que as crianças estivessem nas aulas de Educação Física (ministradas por outra professora), elas poderiam dedicar-se à elaboração e à discussão dos problemas que seriam implementados em suas aulas de matemática.

No segundo encontro com as participantes, denominado de diálogo reflexivo, a pesquisadora e as duas professoras discutiram trechos do livro “A matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender”<sup>7</sup>. A discussão pautou-se principalmente no capítulo 2, intitulado de “Um ambiente para ensinar e aprender matemática”. A pesquisadora selecionou este livro por ele se dedicar aos anos iniciais do ensino fundamental e por discorrer sobre a dinâmica de sala de aula a partir da resolução de problemas. No terceiro encontro com as duas educadoras, foram discutidos aspectos da Educação Matemática Crítica; em especial, o conceito de cenários para investigação.

As reuniões semanais, em geral, eram dedicadas para seleção ou elaboração de um problema matemático por semana, o qual seria desenvolvido nas salas selecionadas.

Quando levados para a sala de aula, os problemas eram resolvidos pelos alunos e pelas alunas, organizados em duplas ou em trios. Para tanto, em todas as atividades desenvolvidas, foi entregue uma folha de sulfite contendo um problema matemático para cada grupo. Cada folha de sulfite estava dividida em quatro sessões iguais, sendo que, na primeira delas, estaria o problema matemático e, nas outras sessões, as crianças poderiam colocar a resolução do problema; quando necessário, a professora ou a pesquisadora poderia anotar as estratégias e as intervenções pedagógicas.

Os alunos e as alunas realizavam a atividade e tanto a pesquisadora como a professora acompanhavam o trabalho dos grupos, fazendo as intervenções pedagógicas que eram consideradas necessárias. Este momento também era aproveitado para observarem e para selecionarem quais grupos seriam escolhidos para compartilhar a forma que resolveram o

---

<sup>7</sup>NACARATO, Adair. *A matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender.*/ Adair Mendes Nacarato, Brenda Leme da Silva Mengali, Cármen Lucia BrancaglionPassos.- Belo Horizonte: Autêntica: 2009.- ( Tendências em Educação Matemática)

problema com os demais colegas.

A dupla ou o trio de alunos e alunas selecionados para o momento de socialização era convidado pela professora e pela pesquisadora para ir até a lousa e compartilhar sua resolução. Depois de aceitar o convite, cada dupla ou trio se dirigia até a lousa e explicava a forma como resolvera o problema; assim, os alunos e as alunas eram responsáveis por apresentarem suas resoluções e aos outros cabia ouvir, fazer perguntas, tirar dúvidas e complementar o que foi explicado.

Entende-se que tal pesquisa foi realizada em colaboração *com* as pessoas participantes e não *para* elas, *sobre* elas ou *por* elas, tal como orienta Freire. Nesse sentido, as professoras e seus alunos e suas alunas não são sujeitos da pesquisa, mas participantes de uma pesquisa realizada com as docentes e os estudantes de suas classes. Durante as reuniões de planejamento e de implementação das aulas com resolução de problemas, buscou-se estabelecer com as duas educadoras uma relação colaborativa.

Segundo Fiorentini (2013, p.59), “Um grupo autenticamente colaborativo é constituído por pessoas voluntárias, no sentido de que participam do grupo espontaneamente, sem serem coagidas ou cooptadas por alguém a participar.” Neste sentido, este estudo tem algumas das dimensões de um trabalho colaborativo visto que as duas educadoras aceitaram de forma espontânea participar da pesquisa, pois, após a aprovação do Projeto de Pesquisa pela Secretaria Municipal de Educação do município em que a pesquisa se realizou, este órgão encaminhou à Escola Balão Mágico uma cópia do Projeto, e as duas professoras do 5º ano confirmaram espontaneamente seu interesse em participar da pesquisa.

O objetivo inicial das reuniões era o de realizar discussões sobre a temática da resolução de problemas e, de algum modo, elas se mobilizaram a partir dessas discussões para trabalhar com essa temática com seus alunos e suas alunas. É essencial destacar que esta dimensão do trabalho colaborativo não foi inteiramente atendida visto que, por falta de tempo das educadoras para discutir os textos durante o HTPCs, se optou por priorizar a elaboração dos problemas matemáticos, realizando o planejamento e o replanejamento das atividades.

Fiorentini (2013, p.62) explica que “A primeira tarefa consiste em definir como será entendido o trabalho colaborativo, para, então, definir-se o papel a ser assumido por cada um no grupo.[...] sendo cada participante responsável ou protagonista do processo”.

Considera-se essencial que a pesquisadora e as duas professoras compartilhassem a responsabilidade de educar matematicamente os alunos e as alunas. Neste sentido, quando a pesquisadora estava em sala de aula e era requisitada pelos alunos e pelas alunas, ela teve o

compromisso de intervir buscando a aprendizagem matemática das crianças. Não se sustenta aqui a ilusão da não interferência do pesquisador nas atividades desenvolvidas em sala de aula, pois o simples fato de um pesquisador ou uma pesquisadora estar presente na sala de aula se concretiza como um fator que influencia a forma como os alunos e as alunas irão agir.

Concebe-se que o compromisso por parte do pesquisador ou da pesquisadora com a educação matemática dos alunos e das alunas fortalece a relação colaborativa entre aquele ou aquela e a professora da sala, além de incluir as crianças nesta relação de parceria. Assim, neste processo, todos os envolvidos- pesquisador(a), professor(a), aluno(a)- são considerados como sujeitos que aprendem e ensinam uns com os outros.

A imersão da pesquisadora no ambiente da sala de aula possibilitou que sua interferência fosse minimizada gradativamente e beneficiasse tanto os alunos e as alunas como também a própria pesquisadora, que, ao desenvolver seu estudo, aprendeu com os participantes dele e pode refletir sobre como sua presença estava ou não interferindo nos dados da pesquisa. Conforme ensina Fiorentini (2013, p.63), “o apoio mútuo entre os membros do grupo é fundamental para o sucesso e a sobrevivência de seu ambiente colaborativo. Esse apoio pode ser intelectual, técnico ou afetivo”.

Trabalhos colaborativos de parceria entre professores ou professoras e pesquisadora foram utilizados em pesquisas na área de Educação Matemática como as de Bertini (2009) e as de Oliveira (2012).

A dissertação de mestrado de Bertini (2009) ajudou a refletir sobre as características de uma relação entre pesquisadora e professora que se pretendesse colaborativa. A autora discute, em sua pesquisa, se as interações entre a pesquisadora e a professora foram colaborativas; mas a pesquisa não se caracterizou como colaborativa porque o processo de escrita da dissertação é de autoria da pesquisadora. Conforme Fiorentini (2013, p. 75),

A pesquisa colaborativa, portanto, implica parceria e trabalho conjunto- isto é, um processo efetivo de “co-laboração” e não apenas de “co-operação”, ao longo de todo o processo investigativo, passando por todas as suas fases, que vão desde a concepção, planejamento, desenvolvimento e análise do estudo, chegando, inclusive, à “co-participação” do processo de escrita e de autoria do relatório final.

Assim, destaca-se que o presente estudo possui algumas dimensões da pesquisa colaborativa e não contempla todas as etapas dela, pois a escrita deste estudo é de autoria da pesquisadora.

Como instrumento de pesquisa, optou-se por utilizar registros em diário de campo, entrevistas semiestruturadas, diálogos reflexivos com as duas professoras e relatórios de

entrada múltipla produzidos durante as aulas. As entrevistas foram gravadas em áudio.

Houve benefícios na utilização do gravador ou do vídeo na construção dos dados quando da realização das aulas nas turmas das duas professoras e buscou-se utilizá-los, porém é essencial destacar que o uso deles na sala de aula durante o desenvolvimento da pesquisa foi negociado na escola e foram inseridos na medida em que estes instrumentos se tornaram necessários.

Na seção 3.1, serão descritos os instrumentos de coletas de dados utilizados nesta investigação; a seção 3.2 versará sobre a caracterização dos participantes da pesquisa e, finalmente, a seção 3.3 discorrerá sobre a forma como foi realizada a análise de dados.

#### **4.1 Instrumentos utilizados na coleta de dados**

Serão abordados nesta seção os instrumentos utilizados durante a construção dos dados, destacando as especificidades de cada um deles e a forma como foram utilizados nesta pesquisa com o objetivo de que um complementasse o outro.

##### **4.1.1 Diário de campo**

O diário de campo é resultado da observação participante que a pesquisadora fez sobre as situações didáticas envolvendo situações-problema que foram desenvolvidas em duas salas de 5º ano, de uma escola pública do ensino fundamental.

Em todas as idas à unidade escolar, a pesquisadora levou consigo um caderno e uma caneta para fazer as anotações necessárias. Findos estes encontros, ela redigiu as notas de campo em um computador de acordo com o prescrito por Bogdan e Bliken (1999).

Uma parte descritiva e uma parte reflexiva compõem o diário de campo, sendo que, na primeira, foram relatados os acontecimentos e descritos os lugares e as pessoas; na segunda parte, foram registrados sentimentos, percepções, aprendizagens, questionamentos e reflexões da pesquisadora. Esta parte reflexiva do diário de campo foi indicada na dissertação pela notação C.O. e designa os comentários do observador.

Buscando organizar as notas registradas no diário, foi estabelecida uma separação das notas a partir de dois títulos. O primeiro grupo de notas foi intitulado de “Encontros” por se entender que a sala de aula se configura em um lugar de *encontros* de diferentes visões sobre o mundo e os objetos cognoscíveis. Este grupo de notas se refere às informações que foram

tomadas a partir da observação participativa em sala de aula. Nestes momentos, os alunos e as alunas das duas salas dos 5º anos resolveram problemas matemáticos em um ambiente coordenado e organizado pelas professoras em parceria com a pesquisadora.

O segundo grupo de notas se refere aos encontros com as duas professoras realizados durante os HTPCs e foram intitulados de *diálogos reflexivos* por terem como objetivo principal a reflexão sistemática sobre a prática das professoras, o planejamento das atividades e o estudo de textos referentes à Educação Matemática Crítica. Os dois conjuntos de notas foram numerados separadamente, de acordo com a ordem em que foram ocorrendo. No próximo item, será discutido como foram realizados os encontros reflexivos.

#### **4.1.2 Diálogos reflexivos**

Os diálogos reflexivos se constituem em encontros entre a pesquisadora e as duas professoras e tiveram como objetivo discutir, dialogar a respeito das aulas de matemática, as intervenções que foram feitas pelas professoras durante as atividades, sobre os desdobramentos das atividades desenvolvidas, tomando como referência os estudos sobre resolução de problemas nas aulas de matemática e a Educação Matemática Crítica, defendida por Skovsmose.

Segundo Freire (2001a, p.106), “quanto mais penso criticamente, rigorosamente, a prática de que participo ou a prática de outros, tanto mais tenho a possibilidade, primeiro, de compreender a razão de ser da própria prática.” Os diálogos reflexivos tiveram o intuito de ouvir o que as professoras tinham a dizer a respeito de suas participações, experiências, aprendizagens, ensinamentos, possibilitando que ocorressem reflexões sobre a própria prática. Portanto, todos os passos foram seguidos de diálogo e de comunicação entre as pessoas participantes da pesquisa: professoras e pesquisadora.

Os diálogos reflexivos ocorreram durante os HTPCs. Como já mencionado, na primeira parte dessa reunião, a equipe gestora da escola se reunia com todas as professoras da escola, inclusive com as participantes desta pesquisa e, em um segundo momento, as professoras se reuniam com seus pares para discutirem as especificidades de cada ano/série. Durante esse segundo momento, a pesquisadora foi autorizada pela direção da escola a se reunir com as duas educadoras do 5º ano. Nesses momentos, ocorriam os diálogos reflexivos.

### **4.1.3 Entrevistas**

Tendo como elementos norteadores a questão e os objetivos da pesquisa, foram elaboradas algumas questões que serviram como base para a realização de uma entrevista semi-estruturada.

Foi realizada uma entrevista com a professora do 5º ano A e uma com a professora do 5º ano B, sendo que se optou por áudio para gravá-las. Cada entrevista durou, em média, 40 minutos e teve como temática principal as concepções das educadoras em relação à resolução de problemas.

O registro da gravação das entrevistas foi complementada pelas notas de campo elaboradas pela pesquisadora. Após a pesquisadora realizar as transcrições desses encontros, ela fazia complementações e entregava-as para as professoras conferirem e fazerem as alterações que desejassem.

### **4.1.4 Relatórios de entrada múltipla**

Durantes as aulas, foram utilizados como um dos instrumentos de coleta de dados os relatórios de entrada múltipla, adaptados de Powell e Bairral (2006, p. 79-80), segundo os quais “um relatório de entrada múltipla é um veículo para construir imagens de uma determinada parte da matemática e um meio de registro, em prosa, de múltiplas versões da reflexão em uma determinada tarefa”.

Assim, os relatórios de entrada múltipla consistiram em apresentar para os alunos e as alunas as atividades de resolução de problemas em folhas de sulfite divididas em quatro colunas. O enunciado do problema sempre aparece na primeira coluna e as demais partes, para o uso dos alunos e das alunas ou da pesquisadora e da professora. Esses registros foram feitos sempre durante a aula em que os problemas foram desenvolvidos. Na sequência, há um exemplo de relatório de entrada múltipla, utilizado na sala da professora Alda, seguido da transcrição das anotações inseridas nele.

Figura 1- Relatório de entrada múltipla

<p>No município de São Carlos há dois assentamentos que reivindicam o direito à terra. Um deles é chamado Nova São Carlos, possui 83 famílias e está localizado nas proximidades da estrada do Broa. O outro chamado Santa Helena, é um pequeno assentamento que fica no balneário do 29 e é constituído por 29 famílias.</p> <p>a) Qual a diferença entre o número de famílias do assentamento Nova São Carlos e do assentamento Santa Helena?</p> <p>b) Qual o número total de famílias que vivem em assentamentos no município de São Carlos?</p> <p><i>b- ) 83 - 29 ----- 141</i></p> <p><i>O total de família é 141</i></p> <p><i>P: Ao que corresponde cada um dos números da conta?</i> <i>A: 83 Nova São Carlos 29 Santa Helena 29 balneário</i></p> <p><i>P: Vamos reler para vermos se é isso mesmo. Leia em voz alta.</i> <i>P: Quantos assentamentos tem?</i> <i>A: 2</i> <i>P: Como chamam os assentamentos? Nova São Carlos, Santa Helena</i></p> <p><i>a-) 83 - 29 ----- 54</i></p> <p><i>Há diferença de 54 famílias</i></p>	<p><i>P: O que é o balneário? Um lugar que ficam onde estão os assentamentos</i></p> <p><i>P: Como vamos fazer para descobrir o total?</i></p> <p><i>83 + 29 ----- 112</i></p> <p><i>R: Há 112 famílias</i></p>	<p><i>15,00 - 4,50 ----- 10,50</i></p> <p><i>Lucas foi ao supermercado comprar um saco de balas que custa 4,50 sendo que ele tem 15,00. Quanto ele vai receber de troco?</i></p> <p><i>R: Ele recebeu 10,50 reais</i></p>	
<p>Há diferença de 54 famílias</p>	<p>O total de família é 141  <i>P: Ao que corresponde cada um dos números da conta?</i>  <i>A: 83 Nova São Carlos, 29 Santa Helena, 29 balneário.</i>  <i>P: Vamos reler para ver se é isso mesmo. Leia em voz alta.</i>  <i>A: Quantos assentamentos têm?</i>  <i>P: 2</i>  <i>A: Como chamam os assentamentos?</i>  <i>P: Nova São Carlos e Santa Helena</i></p>	<p><i>A: O que é balneário?</i>  <i>P: Um lugar que fica onde estão os assentamentos.</i>  <i>A: Como fazemos para descobrir o total?- os estudantes fizeram o algoritmo da adição utilizando os dois números que correspondem a quantidade de famílias de cada assentamento</i>  <i>P: Há 112 famílias</i></p>	<p>Lucas foi ao supermercado comprar um saco de balas que custa 4,50 sendo que ele tem 15,00. Quanto ele vai receber de troco?  <i>R: Ele recebeu 10,50.</i></p>

Observa-se que o problema matemático aparece impresso na primeira coluna e as outras colunas são destinadas às estratégias de resolução que os alunos e as alunas utilizaram e as possíveis intervenções pedagógicas da professora. Segundo Mengali (2011), este recurso possibilita que a pesquisadora tenha acesso aos registros dos educandos bem

como as intervenções que foram feitas pela docente durante a atividade, além de se concretizar em uma ferramenta que auxilia tanto a professora como os alunos e as alunas a formularem perguntas. Diferentemente de Mengali (2011), que realizava as intervenções e os momentos posteriores à realização das atividades, nesta pesquisa, a pesquisadora e as professoras, ou mesmo os alunos, preencheram essas colunas durante a realização da atividade.

## **4.2 Caracterização das participantes da pesquisa**

O trabalho de pesquisa de campo foi desenvolvido em duas salas de aula e tinha como principais participantes duas professoras do 5º ano do ensino fundamental. Como já mencionado, os alunos e as alunas que compõem as classes dessas professoras também são participantes da pesquisa na medida em que as interações entre as educadoras e educandos se constituíram em objeto de investigação, porém o foco estava direcionado para as ações, as estratégias e as intervenções de ensino das duas docentes que serão caracterizadas no próximo item.

### **4.2.1 Professora Alda**

A professora Alda é licenciada em Pedagogia e ministra aulas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em uma escola da rede municipal, há aproximadamente quinze anos. Ela é professora efetiva e dedica-se exclusivamente a este emprego; não trabalha em outro período ou escola, nem desempenha outro tipo de trabalho remunerado.

A educadora demonstra interesse em participar de cursos de formação continuada, porém não realizou nenhum que tratasse mais especificamente do componente curricular de matemática. O último curso de formação continuada de que ela participou intitulava-se Alfabetização e Letramento e vinculava-se mais especificamente à alfabetização. Os sentimentos e as experiências da educadora em relação ao componente curricular de matemática são positivos.

A classe da professora Alda era constituída por 22 alunos e alunas, com idade entre nove e dez anos.

#### **4.2.2 Professora Elisa**

A professora Elisa cursou primeiramente o Magistério (no Ensino Médio) e, em seguida, se licenciou em Pedagogia. Ela trabalha como professora efetiva em uma escola da rede municipal há aproximadamente treze anos, sendo que durante seis anos atuou como coordenadora pedagógica.

Esta professora demonstra interesse em participar de cursos de formação continuada, sendo que já participou de vários cursos oferecidos pela Secretaria Municipal de Educação, tanto na área de português como na de matemática.

A classe da professora Elisa era constituída por 21 alunos e alunas que possuíam entre nove e dez anos.

#### **4.2.3 Caracterização da escola**

A instituição escolar onde a pesquisa se desenvolveu foi criada em 1988; caracteriza-se como uma escola de Educação Básica da rede municipal de ensino e está localizada num bairro periférico de uma cidade do interior de São Paulo.

A escola atendia, no período em que a pesquisa foi realizada, cerca de 207 alunos e alunas, distribuídos do 1º ao 5º ano do ensino fundamental, nos períodos da manhã e da tarde. Os estudantes possuem um nível socio-econômico bastante heterogêneo, sendo que 59 pertencem à área rural e 148, à área urbana. Os alunos e as alunas que são da área rural são provenientes de fazendas, de chácaras, de sítios, de acampamento de sem terra e dependem do transporte cedido pela Prefeitura para se locomoverem até a escola.

A escola é composta por seis salas de aulas regulares e uma sala de educação especial, que funcionam nos dois períodos. Além disso, a escola possui outros espaços como biblioteca, parque infantil, teatro de arena, almoxarifado, zeladoria, secretaria, diretoria, quadra poliesportiva coberta, sala de professores, cozinha, despensa e pátio coberto, onde funciona o refeitório da escola e são servidas as refeições para as crianças. Há um banheiro masculino e um feminino destinado aos funcionários e aos professores e às professoras assim como um banheiro masculino e um feminino destinado aos alunos e às alunas. Estes banheiros ficam próximos das salas de aulas, o que facilita o acesso dos estudantes.

O quadro docente da escola, no ano de 2013, era constituído de vinte professores e professoras, uma diretora, uma vice-diretora, duas coordenadoras, sendo que uma destas é

responsável pelo período vespertino; além disso, duas das professoras são destinadas à educação especial e trabalham com as crianças na sala de recursos.

A próxima seção será dedicada a discutir a forma como foi realizada a análise e a interpretação dos dados.

### **4.3 Análise e interpretação dos dados**

Nas seções destinadas à análise e à interpretação dos dados, construídas durante o trabalho de período de campo, buscou-se estabelecer um diálogo entre a questão, os objetivos e o *corpus* da pesquisa.

O *corpus* de análise desta pesquisa é constituído por uma entrevista inicial realizada com as duas educadoras, o diário de campo da pesquisadora e as atividades das crianças que foram desenvolvidas em relatórios de entrada múltipla.

Buscando responder à questão norteadora da pesquisa, foi realizada a organização dos dados empíricos, a leitura das entrevistas realizadas com as duas professoras e das notas de campo e dos relatórios de entrada múltipla produzidos durante as aulas. Assim, foram discutidas primeiramente as concepções das professoras em relação à resolução de problemas e como ocorreu a aproximação delas com a teoria; em seguida, foram apresentados o contexto de elaboração dos problemas, sua proposição e sua execução com os alunos e as alunas.

Para discorrer sobre a última etapa, foram selecionadas algumas atividades dos alunos e das alunas, que são representativas e ilustram as estratégias de resolução de problema utilizadas pelas crianças durante o desenvolvimento da pesquisa.

Posteriormente, foram discutidas diferentes estratégias, utilizadas pelos alunos e pelas alunas durante o trabalho em sala de aula com a metodologia de resolução de problemas, e as intervenções de ensino, realizadas pelas professoras Alda e Elisa e pela pesquisadora, que foram facilitadoras no processo de compreensão dos conceitos matemáticos e que contribuíram para construção de uma aula de matemática mais dialógica.

Para analisar os dados construídos, procurou-se estabelecer uma triangulação dos dados. Assim, a partir das diversas leituras feitas do *corpus* de análise, foi feito o cruzamento das entrevistas, do diário de campo e dos relatórios de entrada múltipla, que resultou na elaboração de duas dimensões ou categorias de análise: 1. Prática docente; 2. Interação e diálogo.

Os dados construídos durante a pesquisa de campo serão analisados nas próximas seções.

## **5 PRÁTICA DOCENTE: CONSTRUINDO AMBIENTES DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Esta seção discorrerá sobre a prática docente a partir do olhar das professoras, enfocando o que cada uma delas revelou sobre sua prática docente. A partir dos estudos de Freire, concebe-se a prática docente como a dimensão social da formação humana. Neste sentido, ela se constitui como uma forma de intervenção no mundo, como um processo formativo em que tanto professor ou professora quanto aluna e aluno se formam.

Desta forma, a história de vida das professoras, suas experiências enquanto eram alunas do ensino básico, enquanto alunas do ensino superior, os cursos de formação continuada de que participam, as condições de trabalho, o contexto da sala, as relações que estabelecem na escola se constituem como elementos que influenciam a sua atuação.

Neste estudo, não será feita uma discussão sobre a prática escolar em todas suas dimensões; será relevante discutir a prática docente de duas professoras que se aventuraram a introduzir em suas aulas a resolução de problemas para ensinar matemática. Nesse sentido, entendem-se como prática docente os aspectos singulares da profissão, em que o professor ou a professora planeja suas aulas com o objetivo de que seus alunos ou suas alunas compreendam os aspectos conceituais que estão em jogo, sem deixar de considerar o papel social do conhecimento.

### **5.1 Prática docente a partir do olhar das professoras**

Esta seção tratará sobre a prática docente das professoras Alda e Elisa. A partir das entrevistas, foi possível identificar elementos relativos à atuação de cada uma das professoras, alguns sentimentos e experiências em relação ao componente curricular de matemática e as motivações que as levaram a se tornarem professoras.

Na entrevista realizada com a professora Alda, ela externalizou as motivações que a levaram a cursar Pedagogia.

Dentro das profissões que mais se aproximava eu optei pelo magistério que eu ia lidar com pessoas. Então eu não vou dizer que foi por adoração, como muitos dizem, por amor. Foi o que mais se aproximava daquilo que eu queria e que, por falta de condições financeiras e de tempo, eu não pude fazer porque eu precisava de tempo integral para fazer Psicologia e, na época, eu não dispunha disso, mas poderia lidar com pessoas. Então eu optei pela Pedagogia. (Entrevista concedida por Alda em 18/04/2013)

A partir do exposto, pode-se dizer que a primeira opção da educadora era o curso de Psicologia, mas que, por condições financeiras e por falta de tempo para se dedicar em tempo integral a este curso, ela optou pelo curso de Pedagogia pela possibilidade de trabalhar em uma profissão em que são estabelecidas relações com seres humanos.

A professora Elisa primeiramente cursou o magistério e, em seguida, fez a licenciatura em Pedagogia como pode ser observado no trecho que segue:

Olha eu fiz Magistério. É que na verdade foi uma vontade que meu pai tinha. E como eu ainda não sabia direito o que eu iria fazer. Ele falou: “Filha, eu gostaria muito que você começasse assim, ter uma profissão, então faz o Magistério amadurece a ideia”. Então eu fiz, gostei do grupo que eu trabalhei. Chegou ao final do 4º ano de Magistério eu pensei nossa eu acho que eu me encontrei. Então eu prestei Pedagogia na UFSCar consegui passar e o no meu primeiro ano eu senti que realmente era o que eu queria, o que eu procurava e eu dei continuidade. (Entrevista concedida por Elisa em 23/04/2013)

A fala da professora Elisa evidencia que a motivação inicial para a escolha da profissão foi o incentivo familiar para que ela se tornasse professora; posteriormente, com a experiência que a educadora teve no nível superior, essa opção foi reafirmada por ela.

Na entrevista, há também, por parte da professora Alda, o reconhecimento da força e do poder da ideologia tradicional em sua formação, quando esta ainda era aluna do ensino fundamental:

Enfim, existem n formas de se explorar a matemática. Cabe ao professor saber aproveitar cada oportunidade, pois eu tive muito medo durante a minha vida, os professores diziam simplesmente: “Resolva”. Os professores da minha época não faziam essa relação da matemática com a realidade; então, para mim foi difícil. (Entrevista concedida por Alda em 18/04/2013)

Evidencia-se, nesta fala da professora, a relação entre a matemática e o medo, além do caráter tradicional das aulas dessa disciplina na sua experiência como aluna do ensino básico. Os exercícios tinham suas comandas expressas no imperativo “resolva” e o ensino de matemática não era vinculado às condições culturais dos alunos e das alunas, o que, na visão da professora Alda, tornava difícil a aprendizagem deste componente curricular. Segundo Freire (2001b, p.92),

O professor fala da realidade como se esta fosse sem movimento, estática, separada em compartimentos e previsível; ou então, fala de um tema estranho à experiência existencial dos estudantes: neste caso sua tarefa é *encher* os alunos do conteúdo da narração, conteúdo alheio à realidade, separado da totalidade que a gerou e poderia dar-lhe sentido.

Neste sentido, o processo educativo pelo qual a professora passou enquanto ainda era estudante se pautava na descrição da realidade de forma desvinculada de sua experiência existencial. Mendonça (1993, p. 14-15) destaca que os procedimentos utilizados na educação tradicional decorrem de:

- 1) a supervalorização de aspectos formais da Matemática, estando o professor assim, dominado pela organização interna da mesma, o que justificava o controle e a dominação na sua relação com os alunos. Esta visão formalista permeou praticamente toda a concepção de ensino, desde o final do século passado e até há bem pouco, incluindo a que foi concebida no movimento da Matemática Moderna, movimento este, reconhecidamente influenciado pela visão- a formalista- da Escola Bourbaki;
- 2) a orientação epistemológica do pensamento do professor, influenciada por duas correntes filosóficas principais: as correntes empirista e racionalista. Os empiristas (tais como Locke, Berkeley, Hume) afirmavam que o conhecimento vem de uma informação sensorial, através dos sentidos, o que justificava o professor **explicar**, pois, suas palavras, formando **um discurso de autoridade**, deveriam **calar** no pensamento do aluno; os racionalistas (tais como Descartes ou Kant) não privilegiavam a informação sensorial e defendiam que a razão pura é o melhor meio para alcançar o conhecimento, o que justifica ensinar o aluno a raciocinar sobre os símbolos matemáticos. Os racionalistas apoiavam também as suas afirmações na certeza e na clareza do conhecimento matemático, na sua ótica, fundada na razão pura.

Assim, a relação de dominação e de controle, presente no processo de ensino da educação tradicional, está também presente na vivência da professora Alda quando ela relacionou a matemática com o medo. Deste modo, as vivências da educadora, enquanto ainda era estudante, ocorreram dentro de uma perspectiva de educação tradicional e se constituiu como um elemento dificultador de sua aprendizagem. Nos dizeres de Freire (1986, p.99), “Os estudantes e os professores são socializados, ano após ano, para uma forma mecânica de educação, e essa forma se torna sinônimo de rigor profissional.”

A socialização dentro de um modelo tradicional se configura como um elemento condicionante da prática docente da professora Alda, visto que, enquanto era aluna, a educadora não testemunhou nenhuma aula dialógica ou libertadora.

As pesquisas de Baumann e Bicudo (2008) corroboram com o exposto pela professora Alda quando se refere à falta de conexão da matemática com o dia-a-dia na experiência dos futuros professores e professoras, enquanto ainda eram estudantes. Segundo as autoras citadas (2008, p.6), “Os graduandos em Pedagogia argumentam que receberam um ensino tradicional de Matemática e, dessa forma, sentiriam dificuldades em fazer os alunos terem outra visão

dessa disciplina”.

As experiências da educadora, no período em que era aluna do ensino básico, em uma perspectiva tradicional, constituíram-se como um elemento condicionante de sua prática docente. Segundo Freire (2011a, p. 21), é essencial indagar “Porque se a realidade, criada pelos homens, dificulta-lhes objetivamente seu atuar e seu pensar autênticos, como podem, então, transformá-la para que possam pensar e atuar verdadeiramente?”

Após se ter examinado como a vivência da educadora pode condicionar sua prática docente, cabe inquirir quais as possibilidades de superação desses condicionamentos. É fato que o condicionamento existe, porém ele não determina as ações das professoras. Conforme Freire (2011a, p. 19), “É preciso que se seja capaz de, estando no mundo, saber-se nele. Saber que, se a forma pela qual está no mundo condiciona a sua consciência deste estar, é capaz, sem dúvida, de ter consciência desta consciência condicionada.”

Assim, um elemento possibilitador de transformação constitui-se no desenvolvimento de uma prática docente reflexiva. Esta prática reflexiva possibilita análise, conscientização, planejamento de ações que podem levar a superação de práticas incoerentes com a perspectiva política assumida pelo professor ou pela professora, permitindo, deste modo, a busca pela coerência. Nos dizeres de Freire (2011a, p. 20),

Afirmamos anteriormente que a primeira condição para que um ser pudesse exercer um ato comprometido era a sua capacidade de atuar e refletir. É exatamente esta capacidade de atuar, operar, de transformar a realidade de acordo com finalidades propostas pelo homem, à qual está associada sua capacidade de refletir, que o faz um ser da práxis.

Neste sentido, assumindo-se como um “ser da práxis”, que se sabe condicionado, o professor ou a professora tem na reflexão sobre a prática docente a possibilidade de transformação da realidade. De acordo com Veiga (1989, p.21-22), a prática docente reflexiva prescinde de:

- vínculo da unidade indissolúvel entre teoria e prática, entre finalidade e ação, entre o saber e o fazer, entre concepção e execução; ou seja entre o que o professor pensa e o que ele faz;
- acentuada presença da consciência;
- ação recíproca entre professor, aluno e realidade;
- uma atividade criadora (em oposição a uma atividade mecânica, repetitiva e burocratizada);
- um momento de análise e crítica da situação e um momento de superação e de proposta de ação.

Consequentemente, infere-se que a prática reflexiva se torna uma ferramenta de possibilidade para a transformação diária e de busca pela coerência; assim, a prática docente da professora Alda é condicionada e não determinada pelas suas experiências enquanto aluna do ensino básico.

Foi possível identificar nas falas das duas professoras os sentimentos que elas externalizam em relação à matemática como pode ser observado no trecho a seguir:

Eu sou apaixonada pela matemática, porque a matemática não é só uma disciplina, eu acho que ela faz parte da vida do aluno. O aluno convive com a matemática desde criança. Na escola quando a gente sistematiza, não é nada mais nada menos, do que aquilo que ele convive no dia a dia. O que falta às vezes no professor é ele fazer essa relação. É o professor propiciar na sala de aula um momento... (Entrevista concedida por Alda em 18/04/2013)

Como explicitado pela professora Alda, há sentimentos positivos em relação à matemática e ela concebe que esta disciplina possui uma relação com a vida, cabendo ao professor ou professora criar oportunidades para que o aluno ou aluna vivencie e perceba esta relação.

Elisa abordou sentimentos e experiências em relação à matemática, enfatizando suas experiências com o ensino deste componente curricular, destacando que o conhecimento profissional do professor ou da professora não se restringe à formação inicial obtida durante o curso de graduação mas também no envolvimento em processos formativos; entre eles, pode-se apontar o exercício cotidiano da prática em sala de aula, o que está explicitado na seguinte fala:

Olha, no começo quando eu trabalhei com matemática, eu achei um pouco difícil explicar alguns conceitos que eu mesma não tinha certeza do porquê. Sabe, de repente você faz a divisão, mas você não consegue explicar o que você está fazendo. Mecânico! Mas você não consegue explicar para o aluno o porquê da divisão. Porque estou pegando aquele número? Porque estou dividindo daquela forma? Se há outra forma de fazer, decompndo o número. E isso eu fui aprendendo com o tempo, através de algumas formações que a Secretaria de Educação ofereceu. A formadora tirou várias dúvidas que eu tinha e de vários outros professores, para explicar de uma forma mais simples de mostrar para o aluno o porquê que eu estou fazendo aquilo! Qual o conceito? Onde é que eu estou querendo chegar? Porque eu estou usando a divisão ou a multiplicação? Hoje eu acredito que eu sei bem mais do que quando eu comecei. Sei explicar para o aluno o porquê que a gente está fazendo aquilo, uma outra forma que a gente pode chegar ao mesmo resultado.(Entrevista concedida por Elisa em 23/04/2013)

A partir da fala da professora Elisa, pode-se dizer que o processo diário de ensinar matemática no ensino fundamental se constituiu também como um processo formativo que aprimorou a forma como ela ensinava matemática. A educadora considera que o formar-se

professor ou professora não se restringe à formação básica ou inicial realizada nos cursos de graduação, mas que é um processo contínuo no sentido de que a prática em sala de aula traz novos questionamentos para os professores e as professoras, como já ensinava Freire (2001a, p.58), ao observar que:

Ninguém começa a ser educador numa terça-feira às quatro da tarde. Ninguém nasce educador ou é marcado para ser educador. A gente se faz educador, a gente se forma como educador, permanentemente na prática e na reflexão sobre a prática.

Por isso, pode-se dizer que o processo de se formar professor se configura como um processo contínuo. Vislumbra-se este mesmo aspecto na fala da professora Alda no momento em que ela ressalta que a formação inicial em nível superior não é suficiente. A professora destaca a necessidade de cursos de formação continuada para que as professoras possam melhorar sua prática docente, como pode ser observado na sequência:

A única disciplina que eu não leciono é educação física inclusive a aula de artes sou eu quem dou. Se você está trabalhando geografia, matemática, ciências, você está trabalhando matemática, se está falando de volume, quando está falando de água, de porcentagem, tudo você está trabalhando matemática, português, na interpretação de texto, porque o problema não é nada mais nada menos que uma boa interpretação de texto. As disciplinas estão interligadas, não tenho nem dúvida disso. Eu acho que até facilita. O que está faltando é uma formação para os docentes. Porque o professor sai da Pedagogia muito, muito cru, ele vai aprender dentro da sala de aula como proceder, só que esse aprender demanda tempo. Eu acredito que o sistema deveria oferecer cursos mais assim pontuais para o aluno trabalhar com o material concreto, disponibilizar esses materiais na escola que muitas vezes a gente não tem um lugar próprio, porque tudo o professor tem que adaptar. A escola está muito carente de material concreto e isso dificulta o trabalho do professor. (Entrevista concedida por Alda em 18/04/2013)

De certo modo, a professora Alda reclama da ausência de formação continuada e também de apoio institucional ao se referir à falta de materiais pedagógicos e de espaço para acondicioná-los na escola. Segundo Day (2001, p.17), “planificar e apoiar o desenvolvimento profissional ao longo de toda a carreira é uma responsabilidade conjunta dos professores, das escolas e do governo”.

As entrevistas foram importantes para que as educadoras pudessem dizer o que pensam sobre resolução de problemas; também foi possível analisar o que as educadoras dizem sobre isso. Ambas as professoras consideram importante fazer com que os alunos e as alunas entendam, por meio de situações-problema, desenhos ou diálogos, ideias que estão envolvidas nas quatro operações. Elas disseram que buscam ensinar essas ideias das quatro operações de forma contextualizada a partir de situações-problema, desenhos, diálogos;

portanto, a situação-problema é proposta antes da sistematização do algoritmo, como pode ser observado na fala da professora Alda:

Primeiro, a gente envolve os alunos em situações-problema para eles entenderem o que é a adição. Às vezes, através de desenho, quando está nas séries iniciais. Quando está no 5º ano, você já começa a fazê-lo através de diálogos de situações, depois você parte para o algoritmo. Mas o algoritmo também é importante porque, se o aluno não souber, ele não vai executar o problema. É necessário que o aluno, além de compreender o problema domine os procedimentos do algoritmo. A criança tem que entender primeiro o que é a adição depois você parte para o algoritmo. Normalmente parte de uma conversa, de um desenho, às vezes você nem está estudando matemática, e surge uma situação na sala de aula em que o aluno precisa utilizar a matemática para resolvê-la.

Isso não só na adição como nas outras operações também, mas sempre primeiro dando algum embasamento, depois entrando no algoritmo. (Entrevista concedida por Alda em 18/04/2013)

Conforme se evidencia do que precede, a professora Alda considera essencial que o aluno ou aluna compreenda a ideia matemática que está envolvida na atividade que ele está realizando; assim os problemas matemáticos possibilitam que essa compreensão ocorra de forma mais fácil. No entanto, os argumentos a posteriori demonstram a relevância que o ensino dos algoritmos possui no ensino da matemática para referida professora. A compreensão de que o problema matemático é uma maneira de contextualizar o que está sendo ensinado, aparece de forma similar na fala da professora Elisa, porém com um pouco menos de ênfase no ensino do algoritmo:

[...] se você ensina primeiro as operações, sem contextualizar nos problemas, o aluno fica: Mas que conta eu vou usar? É de mais? É de menos? É de vezes? É de dividir? Então se você dá o problema... Mas que forma você vai usar para estar resolvendo isso? Então, às vezes eles fazem um desenho, às vezes eles utilizam alguma conta. Ah, então você utilizou essa conta para estar resolvendo esse problema? Tem alguma outra conta que poderia ser utilizada também para resolver este problema? Fica mais fácil através do problema o aluno identificar a operação, porque se você dá a operação primeiro sem contextualizar depois ele parece que não sabe! (Entrevista concedida por Elisa em 23/04/2013).

Do exposto, pode-se dizer que, para estas duas educadoras, a resolução de problemas se configura como uma possibilidade de compreensão das ideias matemáticas, de contextualização do algoritmo e também como um ponto de partida para o ensino dos conceitos matemáticos, concepção que vai ao encontro das diretrizes presentes no PCNs de Matemática (BRASIL, 2001, p.43), documento oficial que é tomado como referência pela Secretaria Municipal de Educação na qual as professoras estão inseridas:

O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No

processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégias para resolvê-las.

O vínculo entre a vida e a matemática também é um elemento presente na fala das educadoras. A professora Alda e a professora Elisa destacam que é papel do professor ou da professora aproveitar as situações do dia-a-dia das crianças para introduzir a matemática e que esta busca está presente na prática pedagógica de cada uma delas:

[...] eu penso assim que a matemática é como eu te disse ela é a vida, ninguém foge da matemática. Em qualquer momento da vida [...] o aluno está envolvido na matemática. Se ele está vendo um prédio, ali está a matemática, se ele está no mercado, ali está a matemática! Não é? Se ele está numa rua, ali está a matemática. A matemática faz parte da vida do aluno. O que falta ao professor às vezes é mostrar para o aluno essa realidade. Então, ele tem medo da matemática, sendo que ele está convivendo com ela diariamente, a todo instante. Mas às vezes o professor coloca esse conhecimento de uma forma muito sistematizada, muito distante, e ele pega medo. Não é? Agora, se ele for introduzindo [a matemática] a partir do conhecimento do aluno [...] ele foi no mercadinho, fez isso, fez aquilo ou, vamos estudar a estrutura da escola como ela é feita? Como é feita a janela? Como que é feita a sala de aula? (Entrevista concedida por Alda em 18/04/2013)

Evidencia-se, na fala da professora Alda, a necessidade de partir do conhecimento do aluno ou da aluna. Essa preocupação também é partilhada pela professora Elisa como pode ser observado no trecho seguinte:

Bom! É eu procuro aproveitar alguma coisa da turma! Não é? Por exemplo, um problema simples para gente... Na elaboração de uma tabela, de um gráfico. Então, a idade deles, ou a refeição preferida da turma, o sabor de um sorvete, os doces que nós organizaríamos para uma festa de aniversário! Dessa forma. (Entrevista concedida por Elisa em 23/04/2013)

Nos depoimentos das professoras, observa-se que elas fizeram referência a aspectos que podem fazer parte do saber de experiência dos alunos e das alunas. De certo modo esse tipo de pronunciamento se faz presente quando professores dos anos iniciais se referem ao ensino de matemática para os primeiros anos de escolarização.

Nos primeiros cinco anos do ensino fundamental, geralmente o professor ou a professora tem a possibilidade de lecionar as disciplinas de português, matemática, história, ciências, geografia e artes. Com isso, ele ou ela tem oportunidade de conviver intensamente e de conhecer melhor seus alunos e suas alunas, aumentando as possibilidades para elaborar situações que partam da realidade dos alunos ou das alunas. Segundo Ponte (2002, p. 3), “nos níveis de escolaridade mais elementares, onde vigora um regime de monodocência, as investigações matemáticas têm origem, muitas vezes, em situações da realidade ou do

cotidiano dos alunos”.

Quando a pesquisadora questionou a professora Alda a respeito do papel da matemática na tomada de decisões, a resposta foi afirmativa como pode ser observado no seguinte excerto:

*Pesquisadora:* Você acha que esse trabalho com a matemática pode influenciar, ajudar o aluno a ter uma visão crítica da vida, a tomar decisões?

*Professora:* Principalmente na tomada de decisões, não tenho nem dúvida. (Entrevista concedida por Alda à pesquisadora em 18/04/2013)

Quando oportunizado aos alunos e as alunas que se envolvessem com problemas matemáticos que permitiram que tomassem decisões, eles passaram a utilizar a matemática juntamente com elementos da própria realidade para tomar decisões.

Outro aspecto presente na entrevista da professora Alda e da professora Elisa, refere-se à utilização do livro didático nas aulas de matemática.

*Pesquisadora:* Você utiliza livro didático na aula de matemática?

*Professora:* Também!

*Pesquisadora:* Qual que é nome do livro?

*Professora:* O livro que nós estamos usando é o Projeto Prosa.

*Pesquisadora:* Projeto Prosa.

*Professora:* Mas não é assim, não é que eu sigo o livro didático, não é isso, mas ele facilita pra lição de casa, às vezes uma figura colorida ajuda o aluno a entender melhor a situação.

*Pesquisadora:* Quantas vezes por semana você dá lição de casa?

*Professora:* De segunda a quinta! As sextas não! Não só matemática, a lição de casa vai depender das aulas ministradas no dia e daquela que você sentir mais necessidade, normalmente a matemática. (Entrevista concedida por Alda em 18/04/2013)

De acordo com o trecho apresentado, a prática docente da professora Alda não é engessada pelo livro didático; ela não o segue de forma linear, mas o utiliza como um dos recursos para complementar as atividades que ela desenvolve com os alunos e as alunas, principalmente nas tarefas de casa. Para a referida professora, as imagens presentes nos livros se constituem em recursos visuais que podem auxiliar as crianças na realização das atividades.

A professora Alda envia lição de casa quatro vezes por semana buscando contemplar todos os componentes curriculares que foram ministrados durante o período. Essa atividade é elaborada de acordo com o que foi ensinado na sala de aula e a partir daquela que a educadora sentiu necessidade de ser reforçada, a qual, segundo ela, geralmente é matemática. A forma como o livro didático é utilizado também aparece na entrevista da professora Elisa:

[Uso o livro didático] Às vezes para lição de casa, pois para a lição de casa é mais fácil. E também são situações problemas. Eu não trabalho a sequência do livro, analiso o que é interessante para reforçar o que o aluno aprendeu durante aquela semana ou aquele mês ou aquele dia. Gente nós vamos fazer a atividade da página tal, exercício tal eu procuro ler com eles, eu não peço para que eles copiem o problema, eu peço para que eles coloquem o número da página, o número do problema e a resolução do problema que pode ser através de um desenho, que pode ser através de uma conta, coisas assim simples. (Entrevista concedida por Elisa em 23/04/2013)

Percebe-se que a professora Elisa não segue o livro didático, mas o utiliza como um recurso de apoio ao trabalho desenvolvido na sala de aula. Para tanto, ela seleciona nesse material algumas atividades que possibilitam que os alunos e as alunas retomem, durante a lição de casa, o que foi aprendido em sala de aula durante aquele dia. A educadora não solicita que as crianças copiem as questões impressas no livro didático; orienta-os a registrar no caderno o número da atividade e, em seguida, a colocar a resolução. Nota-se que as lições de casa referentes ao componente curricular de matemática, selecionadas pela professora Elisa, geralmente estão relacionados com a resolução de problemas. A educadora orienta as crianças para resolverem os problemas em casa utilizando desenhos e contas.

Pode-se concluir que as duas educadoras estabelecem uma relação entre a lição de casa e o conteúdo ensinado na sala de aula. Elas não seguem a sequência do livro didático, mas o utilizam como um recurso de apoio, principalmente nas tarefas de casa.

Sentei ao lado das duas professoras do 5º ano. Elas estavam discutindo as atividades de língua portuguesa que iriam trabalhar durante a semana.

Então a professora Elisa falou: “Nós estamos trabalhando coisas diferentes esta semana”, “Sim acho que foi porque eu não estava presente no último HTPC e não tivemos tempo de conversar está meio corrido”, respondeu a professora Alda. Em seguida se dirigiu a mim tentando explicar a necessidade de reorganizarmos nossas reuniões: “Viu, Ana, era disso que eu estava falando hoje de manhã, nós só temos este momento do HTPC para realizarmos o planejamento de todas as disciplinas se quisermos trabalhar juntas”, eu respondi que compreendia e me dirigindo a professora Elisa, disse: “Hoje de manhã eu e a professora Alda conversamos e ela sugeriu que fizéssemos esse encontro no HTPC de quinze em quinze dias para vocês terem tempo de preparar as atividades que vocês trabalham durante a semana e questões relacionadas com os outros componentes curriculares”. Elas concordaram e explicaram ainda que, além disso, precisavam preparar as avaliações que já estavam chegando. Finalizei com: “Então ficamos combinadas assim: toda semana aplicaremos uma atividade com as crianças e os encontros nos HTPCs ocorrerão de 15 em 15 dias.” (Diário de campo da pesquisadora)

Vislumbra-se, no trecho citado, que as duas educadoras buscaram trabalhar de forma colaborativa com a pesquisadora, buscando discutir e organizar juntas o planejamento semanal. Neste sentido, pode-se dizer que a prática docente das professoras está pautada no trabalho de parceria, próximas ao colaborativo, entre os pares que atuam no mesmo ano

daquela escola.

Por outro lado, este trecho também sinaliza a falta de tempo que as educadoras possuem para realizar uma prática docente mais colaborativa, demonstrando aspectos da precariedade das condições de trabalho, as quais levaram as educadoras a solicitar que os encontros realizados entre elas e a pesquisadora fossem mais espaçados, pois o tempo que elas tinham para dialogar sobre as seis disciplinas que lecionam estava sendo predominantemente utilizado para o desenvolvimento das atividades de matemática, fazendo com que as outras disciplinas entrassem em descompasso.

Além disso, as educadoras ressaltaram que também necessitavam de tempo para a elaboração das avaliações da aprendizagem dos alunos e das alunas. Assim, diante dos argumentos das educadoras, os encontros delas com a pesquisadora passaram a ser quinzenais.

Também há, nas entrevistas, trechos que explicitam a disponibilidade das educadoras em participar de cursos de formação continuada, aspecto que vai ao encontro de uma concepção de formação permanente. A professora Alda realizou um curso de formação continuada relacionado ao componente curricular de português, intitulado “Alfabetização e Letramento”.

*Pesquisadora:* Você já fez algum curso de formação continuada?

*Professora:* Alfabetização e letramento.

*Pesquisadora:* Teve algum que era relacionado com a matemática?

*Professora:* Não. (Entrevista concedida por Alda em 18/04/2013)

Vislumbra-se, neste trecho, que a educadora não realizou nenhum curso de formação continuada que estivesse ligado ao componente curricular de matemática.

A participação em cursos de formação continuada também pode ser observada na fala da professora Elisa, sendo que esta participou de cursos relacionados tanto com o componente curricular de português como ao do componente curricular de matemática.

*Pesquisadora:* Você já realizou algum curso de formação continuada?

*Professora:* Sim! Nas áreas de português e matemática.

*Pesquisadora:* Os cursos que eram na área de matemática eles tratavam do que?

*Professora:* Olha, eles sempre procuraram abordar a importância de trabalhar os conteúdos de uma forma diferente com o aluno, procurando abordar problemas, do dia a dia da escola, contextualizando.

*Pesquisadora:* Algum destes cursos era específico sobre resolução de problema?

*Professora:* Não! Resolução de problemas, não! Mas assim, nos cursos sobre matemática eles ressaltaram a necessidade dos professores formularem problemas que estejam de acordo com o cotidiano do aluno. Partindo do que ele está vivendo para realizar a problematização. (Entrevista concedida por Elisa em 23/04/2013)

Nota-se, no trecho apresentado, que os cursos de formação continuada de que a professora Elisa participou destacavam a necessidade de vincular a formulação dos problemas com a experiência de vida dos alunos e das alunas. A disposição das professoras de trabalhar de forma colaborativa, a adesão voluntária em participar desta pesquisa e a participação das duas educadoras em cursos oferecidos pela Secretaria Municipal de Educação demonstra a preocupação delas com o próprio desenvolvimento profissional.

A próxima seção discutirá sobre a prática docente a partir do desenvolvimento da metodologia de resolução de problemas nas aulas de matemática.

## **5.2 Prática docente frente à resolução de problemas**

Primeiramente, será discutido o contexto de elaboração das atividades e será relatado como os problemas matemáticos foram implementados nas salas das professoras Alda e Elisa durante o primeiro semestre de 2013.

No primeiro contato realizado com as professoras, a pesquisadora conversou sobre a possibilidade de elaborarem juntas problemas matemáticos que, de certo modo, levassem os estudantes a se envolverem com a resolução de problemas para emprenderem matemática. Embora as professoras tenham aceitado a proposta, elas explicaram que, nas primeiras semanas de aula do período letivo, seria difícil fazê-lo. As professoras ressaltaram que “no início ficaria difícil prepararmos uma situação problema juntas, pois, elas ainda estavam conhecendo as crianças, ainda, não haviam feito nenhuma avaliação diagnóstica” (Diário de campo 18/02/2013). Essa preocupação das professoras demonstra que a prática docente delas parte dos saberes que as crianças já possuem.

Por essa razão, o primeiro problema matemático trabalhado com os alunos e as alunas, intitulado “O problema dos cavalos”, foi selecionado a partir de problemas conhecidos pelas duas educadoras e pela pesquisadora, o que possibilitou que elas se sentissem mais seguras no primeiro encontro e também tivessem a possibilidade de conhecer melhor os estudantes antes de elaborar um problema novo.

Além disso, a pesquisadora e as professoras dialogaram sobre o texto intitulado “Um ambiente para ensinar e aprender matemática”, capítulo 2 do livro “A matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender”. Esse texto tratava da dinâmica de sala de aula a partir da resolução de problemas; por isso foi escolhido pela

pesquisadora para embasar o diálogo estabelecido entre elas.

Em comum acordo, optou-se por criar, nas aulas de matemática, um ambiente de aprendizagem de resolução de problemas em que as crianças, em duplas ou em trios, juntas, resolveriam problemas matemáticos. Segundo Lopes e Nacarato (2009, p.10), nesta nova dinâmica de sala de aula de matemática:

[...] os alunos podem construir um “relacionamento pessoal” com a matemática. Nesse ambiente os alunos compostam-se como matemáticos, explorando situações e problemas autênticos, aplicando conceitos novos e negociando os significados conceituais com seus colegas, buscando criar novas estratégias de solução. Nessa nova dinâmica, o professor propõe uma situação problema antes de qualquer explicação ou demonstração. Os alunos organizados em pequenos grupos, trabalham juntos para resolver cada problema.

Assim, seguindo esta aceção, o papel das professoras, em conjunto com a pesquisadora, consistiu em selecionar e elaborar o problema matemático, organizar as crianças nos grupos, observar a forma como elas estavam resolvendo a atividade buscando fazer intervenções que auxiliassem as crianças na compreensão do conhecimento matemático e no engajamento no diálogo com seu par. No momento da socialização, foi necessário selecionar os grupos que iriam iniciar a discussão e incentivar a sala toda a se engajar no diálogo sobre os problemas matemáticos. Finalmente, depois da socialização, foi necessário sistematizar conceitos matemáticos que surgiram durante a socialização.

O próximo item discorrerá a respeito da escolha do primeiro problema matemático e do contexto de seu desenvolvimento nas salas de aula das professoras Alda e Elisa.

### **5.2.1 O problema dos cavalos**

Optou-se por trabalhar o problema intitulado “O problema dos cavalos”, pois, ele era o que mais se aproximava da realidade das crianças e por ter mais de uma possibilidade de resposta. Na sequência, será apresentado o problema selecionado:

*João Carlos é pai de três filhos. No mês passado ele faleceu. Agora seus filhos terão que dividir os 19 cavalos deixados pelo pai. O que sugerem que façam para que essa divisão não deixe nenhum dos três filhos em desvantagem?*

A partir da análise das atividades, pode-se dizer que esse problema possibilitou que os alunos e as alunas apresentassem diferentes soluções para o cavalo que restou na divisão. Como estratégia de resolução para este problema, as duplas utilizaram: desenho, desenho e cálculo mental, algoritmo da divisão e cálculo mental.

Para a realização da atividade, a turma da professora Alda foi organizada em oito duplas e dois trios. A ideia era que os alunos e as alunas resolvessem o problema matemático, podendo discutir com o parceiro ou a parceira. A professora Alda distribuiu os relatórios de entrada múltipla para cada grupo e, em seguida, perguntou à pesquisadora se ela poderia realizar a leitura do problema com as crianças. A pesquisadora assentiu. Alda pediu para que todos os alunos e as alunas acompanhassem a leitura. Explicou que ela iria ler em voz alta e que eles iam ler com os olhos. Ela, então, iniciou a leitura e fez várias intervenções durante esse processo:

*“João Carlos é pai de três filhos. No mês passado ele faleceu”. - Ela parou de ler e indagou: “Todo mundo sabe o que é faleceu?” “Morreu”- responderam os interpelados. Diante da resposta dos alunos a professora prosseguiu com a leitura: “Agora seus filhos terão que dividir os 19 cavalos deixados pelo pai”. Então, ela passou a leitura novamente e disse: “Agora vem a pergunta” e continuou com a leitura: “O que sugerem que façam para que essa divisão não deixe nenhum dos três filhos em desvantagem?”. Quando a professora terminou a leitura ela explicou para os alunos e alunas que eles e elas não poderiam ser injustos com nenhum dos filhos, que era para eles pensarem que eles eram advogados contratados pelos filhos para resolver o problema deles da melhor forma. Então, ela pediu que eles comessem a resolver. (Diário de campo da pesquisadora 27/02/2013)*

A leitura do professor ou da professora é importante para a criança, na medida em que, ao ler um problema matemático, ele ou ela se torna um bom modelo de leitor para os alunos e as alunas. Por outro lado, importa notar que a professora Alda não fez uma leitura contínua do problema. A educadora fez pequenas pausas na leitura para trazer questionamentos que ela considerava que auxiliariam os alunos e as alunas na resolução do problema, contudo ela antecipou o que os alunos e as alunas deveriam fazer por si só.

Segundo Freire e Faundez (1985, p.46), “o que está acontecendo é um movimento unilinear, vai de cá para lá e acabou, não há volta, e nem sequer há uma demanda; o educador, de modo geral, já traz a resposta sem se lhe terem perguntado nada!”

Tal postura, todavia, antecipa dúvidas de que os alunos e as alunas poderiam ter ao fazerem sua própria leitura do problema e não possibilita que eles e elas identifiquem suas próprias dúvidas para elaborarem questionamentos. Além disso, quando ela explica na intervenção: *Agora vem a pergunta: O que sugerem que façam para que essa divisão não*

*deixe nenhum dos três filhos em desvantagem?* Ela antecipou qual a operação matemática que deveria ser utilizada para a resolução do problema: divisão. Neste sentido, esta intervenção da educadora não propiciou um ambiente de aprendizagem em que os alunos e as alunas pudessem criar estratégias pessoais e elaborar perguntas.

A leitura do problema matemático sucedeu-se de forma análoga na sala da professora Elisa como pode ser observado através das anotações realizadas no diário de campo:

Quando terminou de entregar, a professora foi até a frente e iniciou a leitura: “*João Carlos*”... Logo é interrompida por uma aluna: “Ah professora, não precisa ler”. “*Eu vou ler e depois vocês resolvem*”- respondeu a professora e deu continuidade a leitura do problema até o final. Quando terminou de ler, ela fez algumas perguntas para os alunos e as alunas sobre o enunciado do problema: “*Quantos filhos ele tinha?*”, “*Qual foi a herança?*”. Todas essas perguntas foram respondidas corretamente. Então a professora emitiu um “*Mãos a obras*”. (Diário de campo 28/02/2013).

Observou-se que, após a leitura, as duas professoras explicaram para as crianças a necessidade de elas registrarem por escrito como elas haviam resolvido o problema matemático. As professoras destacaram que as crianças poderiam utilizar todo o espaço do sulfite para explicitar o máximo possível o processo de solução. Foi ressaltado que elas deveriam utilizar a primeira coluna e, quando terminassem, deveriam continuar na segunda coluna e assim sucessivamente. Segundo Van de Valle (2009, p.63), “É necessário dizer a eles o que é esperado deles além de uma resposta simples, de modo que eles estejam claramente preparados para a fase de *discussão* da lição”.

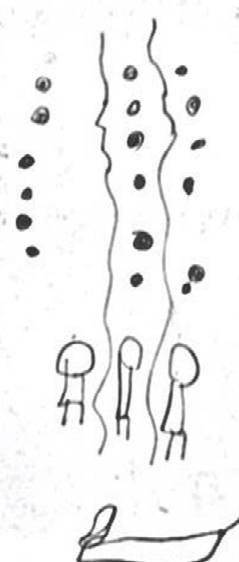
Nas duas turmas, verificou-se que, no momento de resolução para o questionamento “*O que sugerem que façam para que essa divisão não deixe nenhum dos três filhos em desvantagem?*”, algumas duplas colocaram como solução a venda do cavalo que restou da divisão de 19 cavalos por três irmãos. Embora as duplas tenham atribuído diferentes valores para esse cavalo, todos eram múltiplos de 3, o que possibilitaria outra divisão exata. As duplas perceberam um valor de dinheiro, múltiplo de 3, que poderia ser repartido igualmente para os três irmãos.

Houve ainda respostas bastante criativas, casos em que as duplas escolheram opções a partir das quais não foi necessário utilizar o cálculo matemático, como, por exemplo: a) deixariam o cavalo com a mãe; b) matariam o cavalo; c) deixariam o cavalo trancado com uma fêmea para que resultasse em mais cavalinhos de modo a reparti-los entre os irmãos; d) doariam o cavalo para uma fazenda; e) doá-lo à mãe; f) fazer um churrasco de cavalo.

A seguir serão comentadas algumas das resoluções apresentadas pelas crianças como

na Figura 2.

Figura 2- O problema dos cavalos- Dupla A

<p>João Carlos é pai de três filhos. No mês passado ele faleceu. Agora seus filhos terão que dividir os 19 cavalos deixados pelo pai. O que sugerem que façam para que essa divisão não deixe nenhum dos três filhos em desvantagem?</p>	<p>NÓS VENDEREMOS O CAVALO POR 3.000 E OS IRMÃOS FICAM COM MIL PRA CADA UM.</p>		
<p>Nós venderemos o cavalo por 3000 e os irmãos ficam com mil para cada um.</p>			

Primeiramente esta dupla tentou resolver o problema matemático com o algoritmo da divisão, mas não conseguiu fazer a conta. Pode-se observar que o número que corresponde à quantidade de cavalos foi colocado no divisor enquanto que o número que corresponde ao número de filhos foi colocado no dividendo. Os vários cálculos realizados aparentemente não se relacionam com os dados do problema. Decerto as crianças relacionaram o problema matemático com a ideia de divisão, porém ainda não dominavam os procedimentos do algoritmo da divisão, mas não conseguiam expressar o que seria dividido.

A professora Elisa, que estava circulando pelos grupos, fez uma intervenção ao perceber que os estudantes dessa dupla associaram a resolução do problema à ideia de divisão, mas que não haviam conseguido dar continuidade:

A professora começou a recolher as folhas, mas quando chegou na última dupla (A) ela viu que eles haviam feito várias contas e não haviam chegado ao resultado correto. A professora perguntou às crianças: “*Em qual resultado vocês chegaram depois de fazer tantas contas?*” Os alunos não souberam responder. A professora perguntou-lhes: “*Quantos cavalos têm para ser divididos?*” Os alunos responderam: “19”, depois ela perguntou-lhes: “*Para quantos filhos?*” Eles responderam: “Três.” Ela pediu para que eles fizessem um desenho do que estavam pensando. O aluno desenhou os três filhos e ficou tentando desenhar um cavalo. Então, ele disse que não sabia desenhar cavalo. A professora ressaltou que não precisava fazer um cavalo, que o cavalo podia ser um pontinho e fez um pontinho na folha da dupla, e disse: “*Dei um cavalo para esse filho, agora vocês vão dando os outros.*” O aluno pegou o lápis e distribuiu mais cinco cavalos para esse filho. Passou o lápis para o colega da dupla que distribuiu mais seis cavalos. A professora falou que eles tinham que contar para saber quantos já tinha dividido. Eles contaram e viram que estava faltando. Então, continuaram colocando os pontinhos até chegar em 19. Então, a professora indagou: “*Mas todos ficaram com o mesmo número?*” O aluno disse: “*Não.*” (Diário de campo 28/02/2013)

A professora fez a intervenção nesta dupla indicando com a pergunta: “Quantos cavalos tinham para ser divididos?” que eles deveriam realizar a operação *divisão* e pediu para que os estudantes buscassem resolver o problema com desenho para verificar se o resultado da conta estava correto. Considera-se que a intervenção da educadora, ainda que antecipando a conta a ser realizada, colocou o educando no centro do processo de aprendizagem, pois ela optou por não dizer se a conta estava certa ou errada. Quando os alunos não souberam dizer o resultado do problema, ela procurou construir juntos com a dupla uma forma de resolvê-lo.




Seguindo a sugestão da professora, a dupla resolveu o problema matemático pelo desenho. Os estudantes desenharam três pessoas e distribuíram os cavalos entre elas, realizando subtrações sucessivas. O cavalo que sobrou foi desenhado em tamanho maior, abaixo do desenho dos três filhos. As crianças verificaram que o resultado obtido com a divisão por meio da ilustração era diferente do resultado obtido com a conta; assim, notaram que havia algum equívoco na realização da conta.

Na continuidade da intervenção da educadora com essa dupla, ela perguntou o que poderia ser feito com o cavalo que restou e um dos alunos disse que ele poderia ser vendido por três mil. A professora concordou e ficou observando a dupla. Eles justificaram que cada um dos irmãos ficaria com mil. Para esses alunos, a divisão de três mil por 3 não apresentava dificuldade. A operação foi realizada mentalmente por um dos alunos que ditou o que poderia

ser colocado como resposta para o colega escrever. Naquele momento, nem a professora e nem a pesquisadora se manifestaram em relação à unidade monetária para o valor estabelecido para a venda do cavalo, pois não haviam visualizado a forma como as crianças haviam feito o registro escrito no relatório de entrada múltipla.

As crianças da dupla B optaram por resolver o problema matemático pelo desenho como pode ser observado a seguir.

Figura 3- O problema dos cavalos- Dupla B

<p>João Carlos é pai de três filhos. No mês passado ele faleceu. Agora seus filhos terão que dividir os 19 cavalos deixados pelo pai. O que sugerem que façam para que essa divisão não deixe nenhum dos três filhos em desvantagem?</p> <p>DEU 6 PRA CADA UM E SOBROU 1 QUE ELCS PODEM VENDER POR 3.000. VAI FICAR 1000 PRA CADA UM.</p>			
<p>Deu 6 para cada 1 e sobrou 1 que eles podem vender por 3.000. Vai ficar 1000 para cada um.</p>			

Os alunos distribuíram os cavalos que foram representados por pequenos pontinhos para os irmãos representados por desenhos. Posteriormente, os estudantes optaram por vender o cavalo restante por três mil (eles também não escreveram a unidade monetária *reais*), um número que é divisível por 3 e que possibilita a realização de uma conta exata. A divisão exata indica que o problema foi resolvido de “forma justa” para os três irmãos: todos receberam a mesma parte da herança.

Nos relatórios de entrada múltipla da dupla C, pode-se observar que os estudantes utilizaram o algoritmo da divisão para resolver o problema. Eles não utilizaram o desenho.

Em seguida, os estudantes elaboraram três opções para o destino do cavalo que sobrou. Na primeira, o cavalo seria doado; na segunda, eles propõem matar o cavalo; na terceira, eles atribuem um valor múltiplo de 3 que permite a divisão exata e, desse modo, haveria a partilha justa do dinheiro da venda entre os três irmãos.

Figura 4- O problema dos cavalos- Dupla C

<p>João Carlos é pai de três filhos. No mês passado ele faleceu. Agora seus filhos terão que dividir os 19 cavalos deixados pelo pai. O que sugerem que façam para que essa divisão não deixe nenhum dos três filhos em desvantagem?</p> <p><math>19 \div 3</math> 16</p> <p>Pensamos e dividimos os cavalos cada filho ficou com 6 cavalos e sobrou 1, com esse cavalo que sobrou primeiro pensamos em matá-lo, depois em doá-lo e por último vendê-lo por 900,00 reais e cada um ficou com 300,00 reais</p>	<p><i>2 não teve prejuízo</i></p>	<p><math>19 \overline{) 3}</math> 16</p> <p>Pensamos e dividimos os cavalos cada filho ficou com 6 cavalos e sobrou 1, com esse cavalo que sobrou primeiro pensamos em matá-lo, depois em doá-lo e por último vender por 900,00 reais e cada um ficou com 300,00 reais e não teve prejuízo.</p>
---	-----------------------------------	---

Vislumbra-se na resolução da dupla C que as crianças criaram três opções diferentes de destinos para o cavalo que restou. Essa variedade de resposta nos remete a relação existente entre a criatividade e a resolução de problemas nas aulas de matemática.

Segundo Gontijo (2007, p.160), as habilidades criativas nas aulas de matemática caracterizam-se “pela capacidade de apresentar pensamento original, usando símbolos matemáticos que resultam em mais de uma estratégia de resolução ou em mais do que uma resposta correta”. As professoras Alda e Elisa buscaram construir ambientes em que os alunos

e as alunas puderam criar suas próprias estratégias de resolução e, após a resolução dos problemas pelos grupos, elas buscaram socializar as diferentes estratégias.

No relatório de entrada múltipla da dupla D, também foram registradas três soluções diferentes para a mesma questão, motivo pelo qual a educadora convidou esta dupla para socializar com a turma a forma como resolveram o problema. A figura 5 apresenta o relatório de entrada múltipla da Dupla E.

A dupla D também resolveu o problema utilizando o algoritmo da divisão de forma correta. É interessante que, ao obterem o quociente seis, multiplicaram esse resultado pelo divisor 3, encontrando 18 e registram tratar-se de um valor “perto” do 19, número de cavalos inicialmente dado. As alunas que compunham a dupla responderam que cada irmão ficaria com 6 cavalos e propuseram três possíveis destinos para o cavalo restante.

Na primeira opção fizeram de forma similar às outras duplas ao atribuírem um valor múltiplo de 3 (R\$216,00), para que a venda pudesse ser realizada e o valor dividido igualmente entre os irmãos. Observa-se que elas utilizaram a palavra “lucro”, para o valor que atribuíram à venda, a qual não apareceu em outras respostas.

Na segunda opção da dupla D, as alunas optaram “fazer um churrasco de cavalo” e transformar a carne do cavalo frita em “carne misteriosa” e vendê-la a um restaurante da região. Isso revela que elas tinham conhecimento de que esse tipo de carne não é legalmente comercializado para consumo. Depois de associarem o valor da venda (R\$ 159,00) para cada 10 kg de carne é que as alunas estabelecem que o cavalo pesaria 10kg. Observa-se que elas optam por um valor que é múltiplo de 3 para a venda dos 10 kg de carne e, assim, esse valor poderia ser dividido igualmente para os três irmãos.

Na terceira opção, a dupla criou uma possibilidade em que os irmãos fariam uma “boa ação”, doando o cavalo que restou para uma clínica veterinária na qual estaria sendo tratado o cavalo da Presidente Dilma. Segundo as alunas, havia um anúncio no jornal informando que o cavalo da Presidente estaria necessitando um possível transplante de órgãos e, como os irmãos não pensaram em outro destino para o cavalo, resolveram doá-lo para essa clínica. Em troca, a Presidente os recompensou com três fazendas, no valor de R\$ 60.000,00. Assim cada irmão ficou com R\$ 20.000,00. Novamente, as alunas atribuíram à fazenda um valor múltiplo de 3.

Figura 5- O problema dos cavalos- Dupla D

<p>João Carlos é pai de três filhos. No mês passado ele faleceu. Agora seus filhos terão que dividir os 19 cavalos deixados pelo pai. O que sugerem que façam para que essa divisão não deixe nenhum dos três filhos em desvantagem?</p> <p> <math display="block">\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \times 3 \\ 6 \\ \hline 1 \end{array}</math> <math display="block">3 \times 3 = 9</math> <math display="block">6 \times 3 = 18</math> <p>perdo 19 sobrará 1 Cada irmão ganhará 6 cavalos</p> </p>	<p>1ª opção</p> <p>Vende-se o cavalo que sobrar pelo preço de R\$ 216,00 dividindo este lucro entre eles cada filho vai ganhar R\$ 72,00.</p> <p>2ª opção</p> <p>Fazer um churrasco de cavalo, depois transformar a carne de ca-</p>	<p>cavalo frita em carne misteriosa e vender para um restaurante da região por R\$ 159,00 cada 10 kg e com esse lucro cada filho ganhará R\$ 53,00.</p> <p>O cavalo que venderam pesava 10 kg.</p> <p>3ª opção</p> <p>Tinha um anúncio no jornal, onde uma clínica veterinária onde estavam cuidando</p>	<p>do do cavalo da fazenda da presidente Dilma. O cavalo teve um problema nos órgãos internos e necessitavam de uma doação. Como não pensaram em outro destino para o cavalo o doaram. A presidente muito agradecida deu 3 fazendas uma para cada filho R\$ 60.000,00 cada filho ganha R\$ 20.000,00</p>
<p>19 <math>\overline{) 19} \times 3</math> 6 1</p> <p>3x3=9 6x3=18 perdo 19 sobrará 1</p> <p>Cada irmão ganhará 6 cavalos.</p>	<p>1ª opção: Vende-se o cavalo que sobrar pelo preço de R\$ 216,00, dividindo este lucro entre eles cada filho vai ganhar R\$ 72,00.</p> <p>2ª opção: Fazer um churrasco de cavalo, depois transformar a carne de</p>	<p>cavalo frita em carne misteriosa e vender para um restaurante da região por R\$ 159,00 cada 10 kg. E com esse lucro cada filho ganhará R\$ 53,00.</p> <p>O cavalo que venderam pesa 10 kg.</p> <p>3ª opção: Tinha um anúncio no jornal, onde uma clínica veterinária onde estavam cuidando</p>	<p>do cavalo da fazenda da presidente Dilma. O cavalo teve um problema nos órgãos internos e necessitavam de uma doação. Como não pensaram em outro destino para o cavalo o doaram. A presidente muito agradecida deu 3 fazendas uma para cada filho R\$ 60000,00. Cada filho ganha R\$ 20000,00.</p>

Ainda que os alunos e as alunas tivessem certa criatividade para o destino do cavalo que restou, considera-se que o fato das professoras Alda e Elisa terem iniciado a atividade com a leitura inicial, fazendo antecipações da operação que deveria ser utilizada para resolver o problema, trouxe poucas contribuições para que a atividade gerasse um ambiente de

aprendizagem, como o defendido por Skovsmose (2008) em que os alunos e as alunas tivessem mais autonomia no desenvolvimento da atividade.

Assim sendo, no encontro realizado na semana seguinte, a pesquisadora e as duas professoras dialogaram a respeito da atividade realizada na semana anterior. Nesta ocasião, a pesquisadora mencionou que seria importante deixar os alunos e as alunas fazerem a leitura inicial sem a participação delas. Discutiui-se sobre a possibilidade de descentralizar delas o papel de fazer a leitura inicial do problema. As professoras concordaram em experimentar uma nova estratégia e sugeriram que uma possibilidade para descentralizar delas a leitura do problema seria a professora fazer uma primeira leitura de forma contínua, sem nenhuma interrupção e, depois, ela solicitaria a algum aluno ou a alguma aluna que fizesse a leitura. Segundo elas, seria nesse momento que as dúvidas de compreensão do problema poderiam ser explicitadas pelo coletivo da classe.

Uma segunda possibilidade encontrada nessa discussão entre as professoras e a pesquisadora seria a de pedir aos alunos e às alunas que fizessem a leitura individualmente e, se surgissem dúvidas sobre a leitura, eles ou elas poderiam socializá-las com todo o grupo. Se a professora considerasse necessário, solicitaria outras leituras para que toda turma tivesse compreendido claramente o problema.

Finalmente a terceira opção discutida com as professoras para desenvolver a tarefa seria entregar a folha com o problema aos alunos e às alunas e solicitar que eles e elas iniciassem a atividade sem haver leitura coletiva. Nessa opção, cada grupo (dupla ou trio) deveria fazer a leitura do problema tantas vezes quanto achasse necessário.

Observa-se que, nas discussões a respeito das possibilidades de descentralizar o papel das professoras na implementação do problema em suas aulas, ele vai transformando-se e, de certo modo, revela que as discussões teóricas e metodológicas promovidas nos diálogos entre a pesquisadora e elas estavam sendo acionadas.

Verificou-se que, nas três possibilidades discutidas com as professoras, o nível de autonomia que se proporciona aos alunos e às alunas é crescente. Na primeira opção, os alunos e as alunas contariam com um modelo de um “bom leitor”, uma leitura sem pausas e sem antecipação de perguntas, enquanto que, na última, a participação da professora seria a de acompanhar os alunos e as alunas que teriam autonomia para ler e resolver o problema a partir de estratégias pessoais.

A partir deste diálogo reflexivo com as duas professoras, notou-se que a professora Alda, nas aulas seguintes, agiu de acordo com a terceira possibilidade. Ela sempre entregava o

relatório de entrada múltipla com o problema impresso na primeira coluna para os alunos e as alunas e deixava a eles e a elas o papel de lerem e resolverem o problema.

Depois do diálogo reflexivo relatado, a professora Elisa, a princípio, passou a utilizar a segunda opção e, ao longo do semestre, ela optou por utilizar a terceira possibilidade. Ela percorreu um processo mais gradual para descentralizar a leitura inicial de sua figura.

Verificou-se que, ao longo do semestre, a professora Elisa foi percebendo que os alunos e as alunas estavam conseguindo caminhar por si só e, quando surgiam dúvidas, eles e elas conseguiam elaborar perguntas para explicitar o que não estavam entendendo. Aí sim, ela entrava em ação, fazendo as intervenções necessárias.

Dessa forma, pode-se dizer que centralizar a leitura inicial do problema na figura do professor ou professora pode constituir-se como um elemento limitador no trabalho de resolução de problemas e que a descentralização é uma estratégia que pode dar mais autonomia para os alunos e as alunas no processo de resolução dos problemas.

Com essa postura, enquanto os alunos e as alunas resolviam os problemas, as duas educadoras circulavam entre as duplas ou os trios, observando como estavam interagindo e quais os caminhos que estavam utilizando para resolvê-los. Quando surgia alguma dúvida, as crianças chamavam a professora, como pode ser observado no trecho seguinte, ocorrido na turma da professora Elisa.

A primeira dupla que chamou a professora foi a que resolveu o problema utilizando a conta de divisão. Eles disseram que ficava 6 cavalos para cada um dos filhos e que sobrava um. Neste momento a educadora olhou para a forma como esta dupla tinha registrado a conta na folha e percebeu que havia um equívoco e contradizia a resposta apresentada oralmente.

A conta estava registrada da seguinte forma:

$$\begin{array}{r} 19 \quad | \quad 3 \\ 18 \quad | \quad 18 = 18 \\ 1 \end{array}$$

A professora perguntou por que o resultado da conta foi 18.

Os alunos responderam que viram na tabuada do três.

Então a professora perguntou quantos cavalos havia para dividir, os alunos responderam que 19.

Ela, então, questionou: “*Se há 3 filhos, o resultado pode ser 18 para cada um?*”

Os alunos perceberam que tinham registrado de forma errada e disseram: “*Não, a resposta era 6 para cada um e sobrava 1*”. Então, as crianças apagaram o 18 anteriormente registrado no quociente e escreveram 6.

Posteriormente, a professora retornou à afirmação inicial dos alunos, ou seja, que havia sobrado 1 cavalo (o resto da divisão) e ressaltou que eles tinham que dividir tudo igualmente entre os três irmãos e que, então, eles precisavam pensar no que fazer com o cavalo que tinha sobrado.

Um dos alunos prontamente respondeu: “*Eu mataria e depois comeria a carne*”. Então a professora pediu para que um aluno ouvisse o outro e colocassem a justificativa que achassem melhor. (Diário de campo 28/02/2013)

Observou-se que, na passagem evocada, a professora Elisa fez as intervenções pedagógicas buscando compreender como os alunos haviam chegado ao resultado, sem dizer que a conta registrada no relatório estava incorreta. Ela não impôs uma resposta aos alunos, mas incentivou-os a refletir sobre o problema matemático; retomou os dados iniciais, sempre ouvindo os integrantes da dupla para que juntos pudessem chegar à resposta final. Essa postura possibilitou que os alunos desenvolvessem seus argumentos e passassem a valorizar não somente a intervenção da professora mas também a do colega.

Como algumas crianças resolveram o problema através do cálculo do algoritmo da divisão e outras, por meio de desenhos, as professoras Alda e Elisa optaram por discutir com a turma as diferentes estratégias durante a socialização da atividade.

Os questionamentos que as duas educadoras fizeram durante a socialização foram no sentido de que os alunos e as alunas justificassem a forma como chegaram ao resultado e explicitassem porque escolheram determinado valor para vender o cavalo.

Em ambas as turmas houve diversidade de resposta o que enriqueceu o momento da socialização, pois foi possível trazer para a discussão coletiva as diferentes estratégias de resolução do problema e também os diferentes destinos que poderiam ser dados ao cavalo que sobrou.

### **5.2.2 A prazo ou à vista?**

O segundo problema matemático foi elaborado conjuntamente pelas professoras e a pesquisadora, durante o HTPC, que discutiu com elas a possibilidade de trabalhar um problema sobre vendas e elas concordaram com a proposta. A professora Alda ressaltou que, no início do ano, as crianças ainda não estavam trabalhando com números decimais. Assim, optou-se por elaborar um problema envolvendo a compra de óculos, que tem relação com a realidade das crianças, visto que muitas delas usam óculos. Além disso, ficou combinado que, para os preços desses produtos, seriam usados números inteiros tendo em vista o desconhecimento de decimais por parte dos alunos da professora Alda como já observado.

A pesquisadora foi até uma loja de óculos verificar os valores de óculos e, durante o HTPCs, o problema foi elaborado com base nas informações coletadas. Buscou-se fazê-lo com uma questão mais aberta que possibilitasse às crianças a opção de apresentar mais de uma resposta. A condução das aulas foi similar à ocorrida com o problema da aula anterior “A

*A mãe de Bia levou-a ao oftalmologista que confirmou a necessidade da menina usar óculos para enxergar melhor. Mãe e filha foram pesquisar o preço dos óculos. Bia gostou muito de um modelo na loja Boa Vista. A vendedora explicou para elas que os óculos poderiam ser pagos à vista pelo valor de R\$ 189,00 ou em 10 parcelas de R\$ 22,00.*

*Qual a diferença entre o preço total a prazo e o preço à vista*

*Qual a melhor forma de pagamento, à vista ou a prazo? Justifique sua resposta:*

É importante ressaltar que o objetivo da atividade não era impor uma resposta como certa, mas possibilitar que os alunos e as alunas refletissem sobre a diferença existente entre as duas formas de se realizar uma compra para que, assim, eles e elas pudessem tomar uma decisão que comportasse uma justificativa a partir da vivência deles e delas com as questões financeiras enfrentadas pelas famílias.

Apesar de haverem muitas variações nas estratégias utilizadas pelos alunos e pelas alunas, há algo em comum em algumas delas. A maioria dos grupos optou por resolver o primeiro item do problema por meio do algoritmo da multiplicação e, em seguida, pelo algoritmo da divisão. Para o segundo item do problema, apareceram diversas respostas com justificativas e argumentos coerentes.

Entre as possibilidades de respostas encontradas pelas crianças, há a possibilidade de pagar os óculos à vista, pois, segundo elas, esta forma de pagamento é mais barata e mais vantajosa quando se possui o valor total do dinheiro para fazê-lo. Outra possibilidade explicitada pelas crianças foi de pagá-los a prazo, pois esta forma de pagamento possibilita que o consumidor pague de pouco em pouco visto que os pagamentos são distribuídos mensalmente.

Algumas duplas trouxeram elementos de suas vidas para a discussão e explicitaram que, mesmo sendo mais caro, diante da necessidade do produto, os pais poderiam optar por pagar a prazo, pois não dispunham de todo o dinheiro na data da compra, como pode ser observado nos relatórios de entrada múltipla que seguem como o da dupla A.

Figura 6- A prazo ou à vista?- Dupla A

<p>A mãe de Bia levou-a ao oftalmologista que confirmou a necessidade da menina usar óculos para enxergar melhor. Mãe e filha foram pesquisar o preço dos óculos. Bia gostou de muito de um modelo na loja Boa Vista. A vendedora explicou para elas que o óculos poderia ser pago à vista pelo valor de R\$ 189,00 ou em 10 parcelas de R\$ 22,00.</p> <p>a) Qual a diferença entre o preço total a prazo e o preço à vista? b) Qual a melhor forma de pagamento, à vista ou a prazo? Justifique sua resposta: <i>A prazo porque tem mais tempo para pagar</i></p> <p><i>a) a diferença entre o preço total a prazo e o preço à vista é de R\$ 31,00</i></p> <p><i>22</i> <i>22</i> <i>22</i> <i>22</i> <i>22</i> <i>22</i> <i>22</i> <i>22</i> <i>22</i> <i>22</i> <hr/><i>220</i></p>	<p><i>189</i> <hr/><i>031</i></p>	<p>A prazo porque tem mais tempo de pagar. a) A diferença entre a vista e a prazo é que a parcela vai pagar 31 reais a mais.</p>
--	---------------------------------------	--

A dupla A selecionou como estratégia de resolução a conta por decomposição das parcelas para encontrar o valor total do pagamento a prazo. A dupla realizou uma conta de adição com dez parcelas de 22. Iniciaram a adição somando duas unidades do 22 e indicando com uma seta o resultado 4; em seguida, eles assinalam que adicionaram o 4 obtido anteriormente, com outro 4, resultado da soma de outras unidades e assim sucessivamente chegando a 20 unidades. Depois, eles somam as ordens das dezenas, de forma parecida, chegando ao total de 20 dezenas. Observa-se que o resultado final considerou as 20 dezenas e as 20 unidades, pois o total dessa adição resultou em 220.

Para calcular a diferença dos valores entre as duas formas de pagamento, a dupla realizou o algoritmo da subtração de forma correta, chegando ao resultado 31. Mesmo percebendo a diferença maior entre os valores a prazo e à vista, a dupla optou por realizar o pagamento a prazo por considerar que, desse modo, haveria mais tempo para completá-lo. Essa decisão foi essencial para a dupla na tomada de decisão da forma como deveria ser efetuado o pagamento.

De forma semelhante à dupla A, como indicado no relatório de entrada múltipla a



em cada coluna do relatório como cada membro da dupla encaminharia a ação proposta. Na segunda coluna, está explicitado como uma das crianças resolveria o problema. Ela optou pelo pagamento a prazo e apresentou como justificativa que, desta forma, “não precisaria efetuar o pagamento todo de uma vez.” Na terceira coluna, aparece a opção da outra criança da dupla. Ela justifica que, deste modo, seria obtido um desconto de R\$ 31,00 e que, com esse valor, poderiam ser compradas outras coisas. Depois disso, as crianças discutiram as vantagens e desvantagens de cada uma das respostas e chegaram à conclusão de que a melhor forma de pagamento seria a apresentada na terceira coluna, o que pode ser observado a seguir:

Figura 8- A prazo ou à vista?- Dupla C

<p>A mãe de Bia levou-a ao oftalmologista que confirmou a necessidade da menina usar óculos para enxergar melhor. Mãe e filha foram pesquisar o preço dos óculos. Bia gostou de muito de um modelo na loja Boa Vista. A vendedora explicou para elas que o óculos poderia ser pago à vista pelo valor de R\$ 189,00 ou em 10 parcelas de R\$ 22,00.</p> <p>a) Qual a diferença entre o preço total a prazo e o preço à vista? b) Qual a melhor forma de pagamento, à vista ou a prazo? Justifique sua resposta:</p>	<p>122, x 10 ----- 1220</p> <p>11 220 -189 ----- 031</p> <p>031,00</p> <p>ⓐ PARCELAS POR QUE VOCE NÃO PAGA TUDO DE UMA VEZ</p>	<p>2º</p> <p>R\$ 22,00 x 10 ----- R\$ 220,00</p> <p>R\$ 220,00 - R\$ 189,00 ----- R\$ 031,00</p> <p>a) 31 reais e 0 centavos. b) A vista por que voce tem um desconto de R\$ 31,00, que dá para comprar outras coisas.</p>	<p>Conclusão da dupla:</p> <p>a) 31 reais e 0 centavos b) A vista por que voce pode comprar varias outras coisas se voce tiver o dinheiro na mão compensa pagar de uma vez sobra 31 reais para gastar.</p>
	<p>122 x 10 ----- 220</p> <p>220 -189 ----- 031</p> <p>a) 31,00 b) Parcelas porque você não paga tudo de uma vez.</p>	<p>R\$ 22,00 x 10 ----- R\$ 220,00</p> <p>R\$ 220,00 R\$ 189,00 ----- R\$ 031,00</p> <p>a) 31 reais e 0 centavos b) A vista porque tem um desconto de R\$ 31,00, que dá para comprar outras coisas.</p>	<p>Conclusão da dupla: a) 31 reais e 0 centavos b) A vista porque você pode comprar várias outras coisas se você tiver o dinheiro na mão compensa pagar de uma vez sobra 31 reais para gastar.</p>

Observa-se que os alunos dessa dupla sugerem que outras compras podem ser feitas com a diferença de preço entre as duas possibilidades, mas ponderam que isso poderá ser feito no caso de se “ter o dinheiro na mão”. Esse tipo de conclusão remete ao cotidiano das famílias e às recomendações de economistas: sempre que se tem dinheiro em mãos, é mais vantajoso fazer os pagamentos à vista.

Nas respostas presentes no relatório da dupla D (Figura 9), percebe-se que as crianças construíram o algoritmo da multiplicação para o cálculo do valor a prazo e montaram o algoritmo da subtração de forma correta colocando o número maior no minuendo e o menor, no subtraendo; iniciaram a subtração pela direita, começando pela ordem da unidade. Entretanto, a conta foi feita de forma incorreta.

Embora as alunas tenham percebido que não era possível subtrair 9 de 0 (zero) unidades, realizaram a troca de uma dezena por 10 unidades, conseguiram realizar a subtração nesta ordem, obtendo o resto 1; contudo, quando foram realizar a subtração na ordem das dezenas, não consideraram que uma delas já havia sido trocada por 10 dezenas e, assim, obtiveram como resto 41.

A professora, ao circular pela classe, observou que o resultado da conta desta dupla estava incorreto e perguntou aos alunos se eles aceitariam ir à lousa apresentar o resultado. A dupla aceitou e foi até a lousa fazer a explicação no momento da socialização.

Ao selecionar uma dupla que havia chegado a um resultado incorreto, a educadora criou uma oportunidade para que toda turma pudesse rever o procedimento da operação de subtração com reserva, utilizando o algoritmo simplificado, quando é preciso realizar troca entre as ordens que compõem os números para a realização da subtração.

Segundo Mengali (2011), é importante que não se priorizem na seleção das duplas para a socialização apenas aquelas que encontraram respostas corretas mas também aquelas que geraram questionamentos produtivos para os alunos e as alunas. Um dos critérios utilizados por Mengali (2011, p.204) em sua pesquisa foi o de escolher “estratégias inadequadas ou incompletas cuja apresentação e intervenções dos colegas podem possibilitar que seus autores as reavaliem e se apropriem das ideias em circulação; estratégias criativas e diferenciadas”.

Indo ao encontro dos critérios estabelecidos por Mengali (2011), a próxima dupla selecionada para o momento da socialização resolveu o problema com estratégias criativas e diferenciadas. A dupla E elaborou quatro opções de possíveis respostas para o problema,

sendo que, na primeira opção, as alunas sugerem pagamento à vista, pois resultaria numa economia de R\$ 31,00.

Figura 9- A prazo ou à vista?- Dupla D

A mãe de Bia levou-a ao oftalmologista que confirmou a necessidade da menina usar óculos para enxergar melhor. Mãe e filha foram pesquisar o preço dos óculos. Bia gostou muito de um modelo na loja Boa Vista. A vendedora explicou para elas que o óculos poderia ser pago à vista pelo valor de R\$ 189,00 ou em 10 parcelas de R\$ 22,00.

a) Qual a diferença entre o preço total a prazo e o preço à vista?  
b) Qual a melhor forma de pagamento, à vista ou a prazo?  
Justifique sua resposta:

$$\begin{array}{r} 22 \times 220 = \\ 10 \quad 189 \\ \hline 220 \quad 099 \end{array}$$

A DIFERENÇA É DE 41  
O MELHOR É A PRAZO PORQUE SE PODE PAGAR DE POUCO EM POUCO.

A diferença é de 41.  
O melhor é a prazo porque pode se pagar de pouco em pouco.

Na segunda opção (proposta pela dupla E), nota-se que as alunas explicitaram as vantagens e as desvantagens de se efetuar o pagamento a prazo. Elas destacaram que a vantagem do pagamento a prazo consiste na distribuição do pagamento ao longo dos meses e ressaltam que, ao final desta opção, ficaria mais caro.

Na terceira opção, as alunas explicitaram ter mobilizado elementos da realidade, que não faziam parte do enunciado do problema e teceram considerações, elaborando outra hipótese que incluía a negociação com o vendedor da loja.

Figura 10- A prazo ou à vista?- Dupla E

<p>A mãe de Bia levou-a ao oftalmologista que confirmou a necessidade da menina usar óculos para enxergar melhor. Mãe e filha foram pesquisar o preço dos óculos. Bia gostou muito de um modelo na loja Boa Vista. A vendedora explicou para elas que o óculos poderia ser pago à vista pelo valor de R\$ 189,00 ou em 10 parcelas de R\$ 22,00.</p> <p>Qual a diferença entre o preço total a prazo e o preço à vista? Qual a melhor forma de pagamento, à vista ou a prazo? Justifique sua resposta:</p> <p style="text-align: center;"> <math display="block">\begin{array}{r} 22,00 \\ \times 10 \\ \hline 220,00 \\ 189,00 - \\ \hline 031,00 \end{array}</math> </p>	<p>1ª opção Pagar à vista por que é mais barato do que a prazo e elas economizaram R\$31,00.</p> <p>2ª opção Pagar a prazo, por que o dinheiro é distribuído mensalmente porém é mais caro.</p> <p>3ª opção Pagar 1 parcela de R\$110,00 e 2 parcelas de 10</p>	<p>R\$55,00 é claro que para isso teremos que conversar com o vendedor.</p> <p>4ª opção Comprar o óculos à vista e vendê-lo por R\$ 330 e comprar novamente a prazo e gastar os R\$ 110,00 que sobrou em lazer.</p>
<p>22,00 X 10 220,00 189,00 - 031,00</p>	<p>1ª opção: Pagar à vista por que é mais barato do que a prazo e elas economizam R\$ 31,00. 2ª opção: Pagar a prazo porque o dinheiro é distribuído mensalmente, porém é mais caro. 3ª opção: Pagar uma parcela de 110,00 e 2 parcelas de</p>	<p>R\$55,00, é claro que para isso teremos que conversar com o vendedor. 4ª opção: Comprar o óculos à vista e vendê-lo por R\$ 330,00 e comprar novamente a prazo e gastar os R\$ 110,00 que sobrou em lazer.</p>

A 4ª opção também apresenta uma situação de negociação em que a pessoa poderia comprar os óculos a prazo por R\$ 220,00, vendê-lo por R\$ 330,00, e com o suposto lucro, utilizar esse valor com o lazer. Pode-se dizer que, de certo modo, a escolha dessa situação-problema foi propícia para que os alunos ou as alunas utilizassem a matemática na tomada de decisões. A segunda opção não foi discutida durante a socialização das diferentes estratégias apresentadas, entretanto isso poderia ter sido feito para que houvesse a compreensão de que a proposta não seria favorável ao consumidor já que o valor proposto seria o mesmo valor a prazo e, ainda, o cliente teria menos tempo para quitar o débito. Desta forma, passou despercebido tanto pela professora da turma como para a pesquisadora uma situação suscetível de discutir elementos da realidade.

Na resolução da dupla F, observou-se que o item b do enunciado do problema possibilitou a elaboração de diferentes respostas e fez com que os alunos e as alunas apresentassem diferentes soluções para justificar a forma de compra escolhida. Complementarmente, esse tipo de pergunta, ao gerar diferentes respostas, favoreceu uma maior interação entre os estudantes no momento da socialização, como na Figura 11. Assim, durante a socialização dos problemas: “O problema dos cavalos” e “O problema A prazo ou à vista”, foram apresentadas pelas duplas de alunos, selecionados para ela, diversas respostas para uma mesma questão o que possibilitou aos alunos e às alunas a compreensão de que pode haver mais de uma resposta para um mesmo problema. Isso contribuiu para que esses estudantes não tivessem, em suas práticas de aprender matemática, a ideia de que, na matemática da escola, os problemas sempre têm resposta e que essa resposta é única.

Figura 11- A prazo ou à vista?- Dupla F

<p>A mãe de Bia levou-a ao oftalmologista que confirmou a necessidade da menina usar óculos para enxergar melhor. Mãe e filha foram pesquisar o preço dos óculos. Bia gostou muito de um modelo na loja Boa Vista. A vendedora explicou para elas que o óculos poderia ser pago à vista pelo valor de R\$ 189,00 ou em 10 parcelas de R\$ 22,00.</p> <p>a) Qual a diferença entre o preço total a prazo e o preço à vista?  b) Qual a melhor forma de pagamento, à vista ou a prazo?  Justifique sua resposta:</p> $\begin{array}{r} 22 \\ \times 10 \\ \hline 220 \\ + 189,00 \\ \hline 409,00 \end{array}$ <p>A diferença é de 31,00 reais.  O melhor jeito é pagar a vista.</p>	<p>gar a vista porque você vai economizar 31,00 reais e você pode fazer várias coisas com esse dinheiro, mas se você tiver dinheiro de sobra você pode pagar a prazo porque você vai gastar mais e nem vai perceber que pagou mais, se eu fosse você eu ia comprar a prazo porque eu não tenho dinheiro para comprar à vista. Se você tiver dinheiro na mão é melhor você pagar a vista que fica mais barato.</p>	<p>a) A diferença é de 31,00 reais  b) O melhor jeito é PA</p>
	<p>gar a vista porque você vai economizar 31,00 reais e você pode fazer várias coisas com esse dinheiro, mas se você tiver dinheiro de sobra você pode pagar a prazo porque você vai gastar mais e nem vai perceber que pagou mais, se eu fosse você eu ia comprar a prazo porque eu não tenho dinheiro para comprar à vista. Se você tiver dinheiro na mão é melhor você pagar</p>	<p>a vista que fica mais barato.</p>

Vila e Callejo (2006, p.44) explicam que essa concepção se transforma em uma crença que perpetua por toda a vida das pessoas. As autoras definem crenças em relação à matemática como “visões em torno da matemática e de seu ensino/aprendizagem”. Elas, explicam ainda que as crenças podem comprometer a relação das pessoas com a matemática, entendendo-se que:

[...] as crenças são uma forma de conhecimento pessoal e subjetivo, que está mais profunda e fortemente arraigado que uma opinião; constroem-se por meio de experiências, informações, percepções, etc., e delas se desprendem algumas práticas. As crenças gozam de uma certa estabilidade, mas são dinâmicas, já que a experiência ou o contraste com outras podem modificá-las; estão, pois, submetidas à evolução e à mudança. As crenças relacionam-se umas com as outras, formando uma estrutura mais ampla, que chamaremos de sistemas de crenças. (VILA; CALLEJO, 2006, p. 44).

O caráter dinâmico e mutável das crenças dos professores e das professoras e dos alunos e das alunas pode ser explorado através da resolução de problemas, buscando primeiro selecionar problemas e, em seguida, estabelecendo interações que contribuam para que as crenças sejam revistas. Segundo Vila e Callejo (2006, p.49), “As crenças podem também se originar pelo tipo de atividades, mais ou menos estereotipadas, repetitivas ou criativas, que são propostas nas aulas de matemática e que fazem parte da cultura escolar, ou pela própria organização dos conteúdos”. Para as professoras participantes desta pesquisa, embora elas tenham se expressado nas entrevistas que procuram trabalhar os problemas relacionando-os com o cotidiano das crianças, implicitamente elas concebiam a resolução de problemas como uma complementação aos conteúdos trabalhados, como forma de verificar se havia ocorrido o aprendizado de algoritmos por parte dos alunos e das alunas. Os problemas que normalmente faziam parte do cotidiano das aulas delas eram com uma única solução.

Essa perspectiva de resolução, implementada durante a pesquisa nas turmas das professoras Elisa e Alda, aproximaram-nas da perspectiva de ensinar matemática através da resolução de problemas e contribuíram para que as crianças pudessem discutir criticamente as possíveis soluções para um problema.

Segundo Franskestein (2001), a Educação Matemática Crítica deve pautar-se em três questões fundamentais: “(1) relação entre raciocínio quantitativo e o desenvolvimento da consciência crítica”, (2) “desocultação de crenças e ideologias hegemônicas em relação à matemática” e (3) “relação entre o currículo específico e a consciência crítica”.

Como foi exposto até aqui, pode-se dizer que as situações-problema que possibilitam mais de uma resposta podem contribuir para o questionamento sobre as crenças em relação à matemática e a forma dos alunos e das alunas se comportarem frente à resolução de problemas. Esse questionamento só será possível se houver por parte do professor ou da professora intervenções que conduzam às crianças ao debate, no qual as diferentes estratégias que elas criaram para resolver o problema ou as opções de respostas apresentadas sejam socializadas com esse objetivo.

Durante o momento de socialização do problema matemático “A prazo ou à vista?”, a professora Elisa conseguiu elaborar boas perguntas, trazendo novos elementos para o diálogo que estava ocorrendo.

A dupla que foi à lousa apresentou como resposta que a melhor forma de pagar os óculos seria à vista; então, a professora Elisa estabeleceu um diálogo com a turma através de perguntas que fizessem os alunos e as alunas trazerem outros elementos para a discussão, como pode ser observado a seguir:

Professora Elisa: “Alguma dupla chegou a outra opinião?”

Aluno/a 1: “A gente colocou a prazo porque se a pessoa não tem o dinheiro, se o dinheiro está em casa ou no banco a pessoa compra a prazo.”

Aluno/a 2: “A minha mãe comprou a prazo, porque a minha mãe precisava comprar a geladeira e está pagando até hoje.”

Professora Elisa: “Se comprássemos a prazo e começássemos a pagar no mês de março, no dia 22, que seria amanhã. Quando pagaríamos a última parcela?” (Diário de Campo da Pesquisadora)

Em seguida, os alunos e as alunas começaram, de forma coletiva, a contar nos dedos das mãos quando seria o pagamento da última parcela, sendo que a cada dedo levantado, era verbalizado o nome do mês que viria na sequência. Assim contaram até 10, número de meses necessários para concretizar o pagamento total do produto. Posteriormente, as crianças responderam que a última parcela seria paga no dia 22 do mês de janeiro de 2014.

Inicialmente a professora Elisa focalizou a discussão do contexto do problema, possibilitando que as crianças que não tinham ido à lousa que explicitassem outras formas diferentes para responder a mesma questão.

Para o momento de socialização na sala da professora Alda, foram selecionadas três duplas que haviam chegado aos mesmos resultados por meio de estratégias diferentes. A primeira dupla a expressar sua estratégia para os colegas chegou ao resultado do valor total dos óculos, se comprado a prazo, através da soma de 10 parcelas iguais. Eles adicionaram dez vezes o valor 22, obtendo 220. A segunda dupla chegou a este mesmo resultado por meio da

multiplicação; registrou a conta na lousa para que os colegas pudessem ver como haviam procedido:

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 10 \\ \hline 00 \\ 22 + \\ \hline 220 \end{array}$$

A terceira dupla, selecionada pela professora Alda para explicar aos colegas sua estratégia, realizou o mesmo procedimento da segunda dupla, mas colocou o zero na ordem das unidades para completar a multiplicação de 1 dezena por 22, da seguinte forma:

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 10 \\ \hline 00 \\ 220 \\ \hline 220 \end{array}$$

Depois das apresentações das duplas, a professora Alda explicou para a turma que o sinal de + (mais) poderia ser utilizado no lugar do zero, contudo, que o mais adequado seria utilizar o 0 (zero) pois ele explicitava o valor posicional dos números.

Observa-se que, na socialização conduzida pela professora Alda, o foco recaiu nos procedimentos algorítmicos da conta de multiplicação. Para a professora, esse era o principal objetivo com o problema proposto. Percebe-se que, durante a elaboração do problema, construído em parceria entre a pesquisadora e as duas participantes da pesquisa, houve a intenção de trazer uma situação com elementos do cotidiano das crianças (compra de óculos) que envolvesse compras a prazo ou à vista; porém, após o desenvolvimento da atividade, observou-se que a professora também se preocupou com o aprendizado de conteúdos matemáticos relativos às operações aritméticas.

Essa ênfase pôde ser observada na condução das próximas atividades que a professora Alda propôs à turma. Após a socialização das estratégias utilizadas para resolver o problema dos óculos, as crianças realizaram uma atividade que tinha como objetivo a sistematização dos procedimentos utilizados no algoritmo da subtração. Os alunos e as alunas continuaram sentados nos grupos, mas cada um recebeu uma folha de sulfite e fez as contas de subtração individualmente. A professora Alda explicou para a pesquisadora que reparou na dificuldade das crianças na realização dos cálculos de subtração utilizando o algoritmo. Assim,

posteriormente ao trabalho com um problema que trabalhava o conceito de subtração, as crianças resolveram um exercício com diversas operações de subtração com o objetivo de sistematizar o algoritmo dela.

### 5.2.5 O problema do cachorro quente

O que motivou a elaboração do problema do cachorro quente foi a Festa Junina que iria ocorrer na escola no período em que a pesquisa estava sendo realizada. Na semana em que a escola comemorou esta festa, a Prefeitura enviou alimentos que estão relacionados a esta festividade para que fossem servidos aos alunos e às alunas durante o horário do lanche. Entre os alimentos estavam pipoca, salsicha, pão de leite. Como os pães de leite eram pequenos em relação ao tamanho das salsichas, as merendeiras cortaram as salsichas pela metade para compor o cachorro quente que seria servido.

Durante a reunião coletiva do HTPC, as professoras e a equipe gestora discutiram sobre como seria a comemoração na semana e o que iria ocorrer. A diretora explicou que o cardápio especial seria servir pipoca em um dia e o cachorro quente, em outro. Posteriormente, no momento em que a pesquisadora se reuniu com as duas educadoras, a professora Elisa sugeriu que fosse feito um problema que estivesse relacionado com a Festa Junina que iria ocorrer; assim, seria um problema matemático que estaria no contexto das crianças. Em outras palavras, faria referência à realidade dos alunos e das alunas.

Desta forma, a situação-problema foi elaborada conjuntamente pela pesquisadora e pelas professoras. Em seguida, o texto do problema foi lido pelas merendeiras para que elas verificassem se estava de acordo com o cardápio que seria servido. As merendeiras explicaram que elas preparavam dois pães para cada criança, e não um como constava na primeira versão do problema que fora elaborado. As modificações sugeridas pelas merendeiras foram acrescentadas, o problema foi revisado e se chegou à versão seguinte:

*Na próxima quinta-feira será realizada aqui na escola a Festa Junina. Neste dia os alunos receberão suco de goiaba e um lanche típico composto por pão de leite, salsicha e molho, conhecido por todos como cachorro quente. Para cada pão de leite as merendeiras usarão meia salsicha e cada aluno terá direito a dois lanches. Sabendo que no período da manhã há 124 alunos e no período da tarde há 126, responda:*

- a) Quantos pães de leite serão necessários?*
- b) Quantas salsichas serão necessárias?*

No momento em que essa situação-problema foi proposta, a professora Elisa leu para a turma o problema; solicitou que as crianças o lessem nos pequenos grupos e, em seguida, iniciassem a resolução. A educadora circulou pela sala observando como os grupos estavam se saindo, fazendo as intervenções, como pode ser observado nos relatórios de entrada múltipla que seguem:

Figura 12- O problema do cachorro quente- Dupla A

<p>Na próxima quinta-feira será realizada aqui na escola a Festa Junina. Neste dia os alunos receberão suco de goiaba e um lanche típico composto por pão de leite, salsicha e molho, conhecido por todos como cachorro quente. Para cada pão de leite as merendeiras usarão meia salsicha e cada aluno terá direito a dois lanches. Sabendo que no período da manhã há 124 alunos e no período da tarde há 126, responda:</p> <p>a) Quantos pães de leite serão necessários?</p> <p>b) Quantas salsichas serão necessárias?</p> <p>a) <math display="block">\begin{array}{r} 124 \\ +126 \\ \hline 250 \end{array}</math></p> <p>R: Para necessário 250 pães de leite</p>	<p><math display="block">\begin{array}{r} 250 \\ \times 2 \\ \hline 500 \end{array}</math></p> <p>R: Será necessária 125 salsichas</p> <hr/> <p>Na festa Junina tinha 200 crianças e cada uma ia ganhar uma lembrança que custava 2,00 R\$ cada um. Quanto eles iriam gastar ao todo?</p>	<p>R:</p> <p>Quantos pães vou precisar? 250</p> <p>Quantas crianças têm ao todo? 250</p> <p>Quantos pães cada criança poderá comer?</p> <p>Se eu tenho 250 pães e 250 crianças. Será possível cada uma delas comer 2? Não. Porque vai faltar</p> <p>a) Vão ser necessários 500 pães.</p> <p><math display="block">\begin{array}{r} 250 \\ +250 \\ \hline 500 \end{array}</math></p>
<p>a) 124 +126 250</p> <p>R: Será necessário 250 pães.</p>	<p>250 <math>\times 2</math> 500</p> <p>b) Será necessária 125 salsichas.</p> <p>Na Festa Junina tinha 200 crianças e cada uma ia ganhar uma lembrança que custava 2,00 R\$ cada um. Quanto eles iriam gastar ao todo?</p>	<p>P: Quantos pães vou precisar? A: 250</p> <p>P: Quantas crianças têm ao todo? A: 250</p> <p>P: Quantos pães cada criança poderão comer? A: 2</p> <p>P: Se eu tenho 250 pães e 250 crianças. Será possível cada uma delas comer 2? A: Não. Porque vai faltar</p> <p>a) Vão ser necessários 500 pães</p> <p><math display="block">\begin{array}{r} 250 \\ +250 \\ \hline 500 \end{array}</math></p>

A dupla A apresentou uma solução incorreta para o problema, o que foi percebido pela educadora quando ela circulava entre as duplas. Frente à resolução apresentada pelas crianças, a educadora fez alguns questionamentos, registrados no relatório de dupla entrada, que fizeram com que elas analisassem novamente a resolução que haviam registrado.

### 5.3. Considerações sobre a prática das professoras

A partir da análise das entrevistas e do desenvolvimento dos problemas na sala de aula das professoras Alda e Elisa, foi possível identificar alguns elementos que compunham a prática docente delas durante as aulas de matemática.

A prática docente da professora Alda e Elisa em um ambiente de resolução de problemas é condicionada pela *socialização dentro de um modelo tradicional, enquanto ainda era estudante*. Tal elemento foi observado na entrevista da professora Alda, quando ela relatara a dificuldade de aprender matemática e o medo relacionado à disciplina, pois a matemática não tinha relação com a vida, com as vivências sociais e culturais dela. Na prática das professoras, tal elemento relaciona-se com a antecipação dúvidas das crianças por meio de uma leitura pausada e com respostas as perguntas que ainda não foram feitas.

Havia também a preocupação com o uso correto dos algoritmos das operações aritméticas. Essa não é uma crítica à prática das professoras, mas resultado dos inúmeros desafios enfrentados por elas na condução de sua tarefa de ensinar. Segundo Day (2001, p. 11),

O pensamento e acção dos professores constituem o resultado da interacção entre as suas histórias de vida, a sua fase de desenvolvimento profissional, o cenário da sala de aula e da escola e os contextos mais amplos, sociais e políticos nos quais trabalham.

Neste sentido, é importante destacar que outro elemento que influencia essa necessidade de sistematização dos algoritmos é quanto as necessidades de aprendizagem dos alunos e alunas que compõem a turma.

A professora Alda considerava que uma das necessidades de aprendizagem das crianças consistia nos procedimentos para resolver os algoritmos da adição, da multiplicação, da divisão e da multiplicação. Essa necessidade foi notada pela educadora nas provas bimestrais de matemática, pois, segundo ela, apesar de algumas crianças compreenderem a

ideia expressa nos problemas, cometiam erros na hora de executar o algoritmo, resolvendo os problemas de forma incorreta. Portanto, a educadora sente a necessidade de garantir que todos os seus alunos e alunas dominem essas habilidades, necessárias ao bom desempenho em matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

Skovsmose (2008) ressalta que, depois de um período de investigação, os alunos e as alunas conseguem perceber a necessidade de adicionar e de subtrair números corretamente. Estes procedimentos podem ser sistematizados a partir de atividades mais tranquilas; este período é denominado pelo autor de *trabalho de escritório*. A consolidação dos procedimentos de execução dos algoritmos é precedida, assim, pela compreensão da necessidade de dominar tais habilidades.

Neste estudo, a prática docente das professoras não é engessada pela utilização do livro didático; assim, tal elemento não se configura como condicionador da prática docente, mas como um elemento facilitador da prática docente das professoras que o utilizam de forma autônoma e o incluem no planejamento de suas aulas.

Foi possível identificar três aspectos na prática das professoras que estão relacionados com o saber de experiência das crianças. O primeiro deles consiste na elaboração de problemas a partir das vivências sociais e culturais dos alunos e das alunas. Assim, nota-se, nas entrevistas, que as educadoras buscam elaborar as atividades a partir dos dados da turma como, por exemplo, a elaboração de um gráfico a partir do sabor de sorvete preferido das crianças, como explicitado na entrevista das professoras, ou na elaboração do problema a partir da Festa Junina, como o que foi desenvolvido.

No planejamento das atividades a serem desenvolvidas, essa busca se expressa pela elaboração de problemas baseados no contexto de origem das crianças, como o referente às festividades que as crianças participaram na Escola Balão Mágico e no lanche que elas receberiam durante a semana comemorativa da Festa Junina, presentes no problema “O problema do cachorro quente”.

O segundo aspecto consiste na interação das professoras com as crianças incentivando-as a resolver os problemas a partir das diferentes estratégias o que possibilita que estas possam acionar seus saberes de experiências para elaborar as estratégias de resolução.

O terceiro aspecto é a compreensão das estratégias utilizadas pelas crianças com ponto de partida para intervenção. As professoras iniciaram a interação com as crianças partindo da compreensão das estratégias que os alunos haviam utilizado para depois fazerem a

intervenção; assim, elas buscavam compreender o ponto de vista das crianças para depois intervir.

Neste sentido, pode-se dizer que o *saber de experiência feito dos alunos e das alunas tomado como ponto de partida para, posteriormente, chegar ao saber socialmente valorizado*, constitui-se em um elemento da epistemologia freiriana presente nos ambientes de resolução de problemas desenvolvidos pelas professoras que pode contribuir para a aprendizagem da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

As interações das professoras com as crianças foram permeadas pela busca da horizontalização da relação professor(a)- aluno(a). Elas possibilitaram que as crianças interagissem em pequenos grupos e escolhessem a melhor forma para resolver o problema em questão. As entrevistas concedidas pelas professoras também mostram que elas aprendiam matemática enquanto ensinavam; que se colocaram numa perspectiva de aprendizes ao ensinar. As professoras passaram gradativamente, no decorrer deste estudo, a compartilhar com as crianças a responsabilidade pelo processo de aprendizagem.

A elaboração de problemas a partir dos passeios realizados pelas crianças como “Passeio ao observatório” e na aproximação da compra de produtos que algumas crianças necessitam consumir representada pela compra dos óculos no “A prazo ou à vista”, proporcionaram práticas que revelam a preocupação das professoras em ensinar matemática através da resolução de problemas. Pode-se dizer que, durante a resolução dos problemas, houve a promoção de criatividade tanto nas estratégias de resoluções quanto na possibilidade de um mesmo problema ter mais de uma resposta. Nota-se também a importância de se criar um ambiente de aprendizagem em que as crianças sejam incentivadas a elaborar perguntas sobre as dúvidas que possuem em relação aos problemas. Segundo Freire e Shor (1986), “o professor precisa ser um aprendiz ativo e cético na sala de aula, que convida os estudantes a serem curiosos e críticos... e criativos”.

A partir do que acima foi exposto, pode-se dizer que a relação das professoras com os estudantes em um ambiente de resolução de problemas, pauta-se na *busca por uma relação horizontalizada entre os agentes do conhecimento*.

No que concerne ao processo de se formar professora, tanto a professora Alda como a professora Elisa e também a pesquisadora que, em muitos momentos, foi ativa nas ações desenvolvidas na sala de aula, concebem esse processo como permanente. Nota-se este elemento na entrevista realizada com a professora Elisa quando esta destacou que, durante o trabalho diário da sala de aula, ela foi aprimorando a forma de ensinar matemática. Na

entrevista com a professora Alda, este elemento foi explicitado quando ela ressaltou a insuficiência da formação inicial do pedagogo, destacando a necessidade de que fossem oferecidos cursos de formação continuada para as professoras que estão em exercício da função docente. A concepção de que o processo de se formar professor ou professora ocorre de forma contínua também fica explícita na disponibilidade das duas educadoras ao participarem desta pesquisa e, em parceria com a pesquisadora, discutirem a matemática nos anos iniciais através da resolução de problemas. Portanto, pode-se dizer que o aceite delas em participar da pesquisa expressa que elas se assumem como seres inacabados que, neste caso, são protagonistas de seu desenvolvimento profissional. Desta forma, a *reflexão sobre a prática* e a *formação permanente* são elementos da proposta freiriana que contribuíram para a prática docente das professoras Alda e Elisa durante as aulas de matemática.

Assim, em um ambiente de resolução de problemas nos anos iniciais do ensino fundamental, as professoras desenvolveram uma prática em que foi possível identificar alguns elementos da Pedagogia Crítica, influências das vivências das educadoras enquanto eram alunas do ensino básico, pressupostos da formação inicial delas, assim como as demandas de aprendizagem reais dos alunos e das alunas que compunham a turma.

Foi possível criar um ambiente de aprendizagem de resolução de problemas em que os alunos e as alunas desenvolviam os problemas em pequenos grupos interagindo e dialogando com seus pares e socializavam as diferentes estratégias de resolução e, quando necessário, eram realizados alguns procedimentos para consolidação de habilidades.

A interação entre as educadoras e as crianças pautou-se na construção de uma aula de matemática dialógica. Assim, na próxima seção, são discutidas as possibilidades de diálogo e de interação no ambiente de resolução de problemas dos anos iniciais.

## 6 INTERAÇÃO E DIÁLOGO EM AMBIENTES DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Esta seção versa sobre as possibilidades de interação e de diálogo em ambientes de resolução de problemas nos anos iniciais do ensino fundamental. Assim, serão analisadas as entrevistas das professoras Alda e Elisa, tendo como foco o que elas explicitam sobre as interações e os momentos de diálogo com as crianças. Será discutida ainda a construção de uma aula de matemática dialógica durante o trabalho com a metodologia de resolução de problemas.

Durante anos, professores e professoras comunicaram os conteúdos a seus alunos e suas alunas, pressupondo que a aprendizagem deles era garantida apenas por esse dissertar de conteúdos. Segundo Skovsmose (2010), a comunicação nas aulas tradicionais de matemática está baseada em um absolutismo burocrático, em que os erros dos alunos são tratados todos da mesma forma, dispensando a argumentação e o esclarecimento dos processos de resolução.

Neste sentido, nas aulas de matemática ditas tradicionais, a comunicação geralmente se restringe à apresentação dos conteúdos. Depois de realizados alguns exercícios, a comunicação passa a se restringir à validação e à refutação de respostas aos exercícios propostos pelo professor ou professora. A comunicação pauta-se no resultado final dos exercícios e não no processo de resolução deles. Segundo Mendonça (1993, p. 37),

Quase não há diálogo na sala de aula de matemática. Na maior parte do tempo, o professor fala e os alunos ouvem- quando ouvem! O papel do professor tem sido falar aos alunos sobre as relações da matemática, ou seja, tentar impô-las a eles mas não dialogar com eles, sobre o seu conhecimento e o deles. Dentro desse panorâma da ausência do diálogo, os alunos não manifestam seu próprio modo de pensar. Estes somente devem repetir, **imitar** o que o professor explica ou relata. Quanto mais percebem que seus pontos de vista não são ouvidos, mais calados se tornam, pelo menos sobre seus conhecimentos matemáticos. Certamente os alunos pensam e falam sobre outras coisas- **mudos** por cinco ou mais horas é que eles não podem ficar...ficam, então, indisciplinados.

Porém, para teóricos como Freire (1979), Skovsmose (2010) e para pesquisadores da área da Educação como Gabassa (2009), é possível a construção de aulas dialógicas. Para eles, a educação deve estar ligada à igualdade, à humanização e à democratização por meio de uma relação horizontalizada entre educador (a) e educando (a) que está alicerçada no diálogo.

Conforme Freire (2011a, p. 37), “O homem está no mundo e com o mundo. Se apenas estivesse no mundo não haveria transcendência nem se objetivaria a si mesmo. Mas como pode objetivar-se, pode também distinguir entre um eu e um não eu.”. Desta forma, o autor concebe o homem como um ser da relação, pois, ao se perceber como um “eu” que difere do

“não-eu”, instaura-se a possibilidade de interagir com o outro.

De acordo com a acepção dada, a aprendizagem está intimamente ligada com os processos de interação que, no ambiente da sala de aula, podem ocorrer entre o estudante e o objeto que está sendo conhecido, entre os estudantes e o professor ou a professora e entre os pares de alunos ou alunas. Por isso, faz-se necessário buscar diariamente a construção de uma aula de matemática dialógica. Neste sentido, Freire define o diálogo dentro de uma perspectiva libertadora como:

[...] essa conexão, essa relação epistemológica. O objeto a ser conhecido, num dado lugar, vincula esses dois sujeitos cognitivos, levando-os a refletir juntos sobre o objeto. O diálogo é a confirmação conjunta do professor e dos alunos no ato comum de conhecer e re-conhecer o objeto de estudo. Então, em vez de transferir o conhecimento estaticamente, como se fosse uma posse *fixa* do professor, o diálogo requer uma aproximação dinâmica na direção do objeto. (Freire; Shor, 1986, p.124).

Assim, é essencial que o educador ou a educadora busque propiciar momentos em que os alunos e as alunas tenham a possibilidade de conhecerem outras formas de olhar para o objeto cognoscível, de conhecer diferentes estratégias que não somente as suas. É importante que os estudantes discutam outras formas de se chegar ao mesmo resultado, compartilhando com os colegas como resolveram os problemas, as perguntas que se fizeram e, junto com o professor ou professora, busquem compreender as estratégias que foram utilizadas e, posteriormente, sistematizem as estratégias que possibilitaram resolver o problema de forma correta.

Nesse contexto, o diálogo se constitui como elemento potencializador do processo de ensino na medida em que ele possibilita que o indivíduo compartilhe sua visão de mundo, argumente, se humanize, ouça e conheça as visões dos outros estudantes. Neste sentido, o professor e a professora, assim como o aluno e a aluna, devem estar conscientes de que devem assumir uma postura dialógica, aberta, curiosa e indagadora, assumindo-se, assim, epistemologicamente curiosos.

Para tanto, a dinâmica de grupo deve estar embasada no diálogo, no respeito ao saber do aluno ou da aluna, na consciência de inacabamento, elementos que levam o aluno ou aluna e o professor ou a professora à disponibilidade para ouvir, para a curiosidade, à busca pelo conhecimento, propiciando a todos e a todas a possibilidade de pronunciar a palavra verdadeira, pois:

O diálogo é este encontro dos homens, mediatizados pelo mundo, para pronunciá-lo, não se esgotando, portanto, na relação eu-tu. Esta é a razão porque não é possível o

diálogo entre os que querem a pronúncia do mundo e os que não a querem; entre os que negam aos demais o direito de dizer a palavra e os que se acham negados deste direito primordial de dizer a palavra, reconquistam esse direito, proibindo que este assalto desumanizante continue. (FREIRE, 1987, 45).

Considera-se que as atividades desenvolvidas na sala de aula devem estar alicerçadas em relações dialógicas. Neste sentido, as aulas de matemática devem ser permeadas pelo diálogo em torno do objeto cognoscível, pelo encontro de lógicas diferentes em torno do problema matemático.

Propor a construção de uma aula de matemática dialógica não significa que se compartilhe de uma visão ingênua de que estabelecer uma relação dialógica com os alunos e as alunas seja tarefa fácil; isso pôde ser observado durante a realização desta pesquisa.

Freire (1985, 1987) já ensinava que o diálogo demanda paciência, humildade, esperança, pensamento crítico, fé e amor nos homens, confiança, disposição para ouvir e para argumentar e o reconhecimento de que o outro é diferente.

Deste modo, a construção de uma aula de matemática mais dialógica é diária; necessita de investimento dos alunos e das alunas e do professor ou da professora para compartilhar suas visões de mundo sobre o objeto de conhecimento. Discorrendo sobre as dificuldades de estabelecer uma relação dialógica, Skovsmose (2010, p.137) destaca que:

Devemos estar cientes também que, em um contexto escolar, há muitas razões para o professor assim como os alunos desistirem do diálogo e não agirem dialogicamente. Um professor é responsável pela classe e surgem situações em que ele precisa tomar decisões prontamente. Além disso, o contexto escolar em geral não proporciona um pano de fundo conveniente para uma ação dialógica.

Cientes das dificuldades, mas esperançosos e crédulos na sua possibilidade de concretização, concebe-se que é por meio de relações dialógicas que se vislumbra a possibilidade para uma educação que não domestique os alunos e as alunas, mas os desafiem a pensar, a refletir de forma crítica sobre os conteúdos e sobre ele ou ela em relação com o mundo.

Poder-se-á dizer, uma vez mais, que tudo isto requer tempo. Que não há tempo a perder, visto que existe um programa que deve ser cumprido. E, uma vez mais, em nome do tempo que não se deve perder, o que se faz é perder tempo, alienando-se a juventude com um tipo de pensamento formalista, com narrações quase que exclusivamente verbalistas. Narrações, cujo, conteúdo “dado” deve ser pacientemente recebido e memorizado para depois ser repetido. (FREIRE, 1979, p.35).

Seguindo esta acepção, concebe-se que uma educação humanizadora deva estar

baseada no diálogo e na interação buscando a construção de uma aula de matemática mais dialógica. A próxima seção versará sobre as entrevistas realizadas com as professoras Alda e Elisa focalizando a interação e o diálogo, ocorridos entre elas e os alunos e alunas.

### 6.1 Interação e diálogo nas aulas de matemática

A partir das entrevistas, foi possível perceber que a organização dos alunos e das alunas, em duplas e em trios, faz parte da prática docente das professoras Alda e Elisa, pois cotidianamente elas organizam as crianças desta forma, em grupos, favorecendo a interação e o diálogo entre os pares como observa uma das professoras:

[...] eu sempre uso um aluno sempre ajudando o outro. Aquele que domina mais, ajudando aquele que tem um pouquinho mais de dificuldade porque, às vezes, a linguagem do aluno é mais forte que a do professor. Às vezes ele não entende o que o professor fala, mas a fala do aluno está mais próxima da dele. Nesse momento eu também utilizo dupla. Pego pares [de alunos] que estão mais próximos não tão distantes, Não é? [...] (Entrevista concedida por Alda em 18/04/2013).

Ao colocar as crianças em dupla, a professora Alda está possibilitando que uma conheça a visão de mundo da outra sobre o objeto que está sendo conhecido; demonstra que a fala de cada aluno ou aluna merece ser ouvida pela outra criança, que se pode aprender com o outro na medida em que cada aluno ou aluna parte de seu saber de experiência vivido. Segundo Skovsmose (2001, p.62),

Em uma epistemologia dialógica, o diálogo e a discussão vêm a desempenhar um papel crucial. A ideia principal é simples: meu conhecimento é inadequado, pode ser melhorado. Mas você está na mesma situação. Para melhorar nosso entendimento, movemo-nos na direção de mais conhecimento, dependemos um do outro. Não posso dizer a você qualquer verdade nem você pode me dizer nada. Mas, se interagirmos numa relação dialógica, seremos capazes de nos mover na direção de mais conhecimento. A condição para a obtenção de conhecimento, não é que consigamos mais informações verdadeiras, mas que interagjamos de maneira única, caracterizada como uma relação dialógica.

Seguindo a aceção acima, pode-se dizer que a professora Alda valoriza a interação e o diálogo, os quais se constituem como elementos de sua prática docente. É possível perceber, ainda, na fala da professora Alda, uma justificativa para este tipo de agrupamento das crianças, pois, segundo ela, muitas vezes, a linguagem utilizada pelo professor ou professora pode estar distante da linguagem utilizada pelas crianças e, ao colocar os pares para dialogar, essa distância de linguagem entre os interlocutores é diminuída. Portanto, aprende-se muito

ouvindo e entrando em diálogo com professores e professoras, mas não só com eles ou elas. As crianças também aprendem muito em diálogos com seus pares.

Neste sentido, a professora Alda demonstra que a organização das crianças em duplas ou em trios se configura como um elemento facilitador na construção de uma aula dialógica.

Outro aspecto importante, destacado pela professora Elisa, é que a organização das duplas ou dos trios deve sempre objetivar a melhor aprendizagem dos alunos e das alunas. Se uma determinada dupla não está contribuindo para que cada um de seus participantes compreenda melhor o que está sendo estudado, a dupla deve ser revista. Por isso, essa organização é trabalhosa já que a professora precisa interferir na sua composição para que o trabalho dos alunos e das alunas seja produtivo como está explicitado na fala de uma das professoras:

É um “jogo de xadrez” até mesmo para você estabelecer os lugares que eles vão sentar. Sabe, às vezes, você faz a troca, você percebe que nas duplas que nós estamos estabelecendo para a realização do seu trabalho. Muitas vezes se você deixa à vontade, que seria o ideal, a dupla não rende! Não é? Você pode ver que as crianças que têm mais dificuldade, elas procuram se unir, e então, não sai. Eles ficam patinando. Então, você tem que ter esse olhar, para ver como que um [aluno], na dupla, um pode contribuir para o entendimento do outro. Na troca, ali, no pensamento. Então, não é fácil estabelecer as duplas. É interessante? É, mas não é uma coisa simples de se organizar para que tenha sucesso. (Entrevista concedida por Elisa em 23/04/2013)

Este trabalho também exige que as professoras acompanhem cada grupo para poder interferir no momento adequado como pode ser observado no excerto seguinte:

[...] passar [entre os alunos] para ajudar o grupo a organizar o pensamento e a desenvolver, não dar a resposta pronta. Porque se eles estão em grupo, eles estão para trocar informações entre eles e um tentar ajudar o outro. Ai, depois que você deu um tempo, que você vê que realmente [um aluno] não consegue você vai dando algumas dicas de como [ele pode] chegar lá, mas não dar resposta pronta. Eu penso dessa forma. (Entrevista concedida por Elisa à pesquisadora em 23/04/2013)

Durante as interações com os alunos e as alunas, a professora Elisa explicou que busca primeiramente compreender o caminho que a criança utilizou para resolver a atividade, sem responder se o resultado está certo ou errado. Esta postura de disponibilidade para entender a forma como o aluno ou a aluna chegou ao resultado possibilita que ele ou ela entre em diálogo com a professora para explicitar e para argumentar sobre a validade do caminho que escolheu, validando-o ou refutando-o. Nos dizeres de Mendonça (1993, p. 46),

[...] para um educador transformar cognitivamente um educando, ele deve negociar com o universo de conhecimento do educando (naturalmente essa negociação só pode se dar, se houver diálogo) e aproveitá-lo como ponto de partida para novos

conceitos. Aponta-se aqui o significado de pré-requisito para a aquisição de novos objetos do conhecimento matemático- o conhecimento prévio do aluno é pré-requisito para a aquisição de novos objetos de conhecimento matemático a ser adquirido-, e não como tem sido comumente considerado, uma noção de ordem lógica, apontado pelo matemático, como um fato imediatamente anterior ao estudado. Partir do que e do como o aluno sabe é uma ação motivadora para sua crescente evolução e progressivo enriquecimento cognitivo.

Neste percurso, a professora Alda afirma que também pode perceber possíveis incompreensões das crianças que requerem que ela faça uma intervenção adequada para que a criança refute o caminho que escolheu e possa escolher um novo.

A intervenção, é justamente [para] ver o que o aluno está pensando. Não é? Para você poder [...] Não ter um tipo só de [...], não focar num tipo só de resolução. Primeiro você vê o que o aluno está pensando, como que ele está interpretando aquele problema e depois [faz] a intervenção. (Entrevista concedida por Alda em 18/04/2013)

Pode-se inferir que a concepção das educadoras sobre o papel do professor ou da professora durante as atividades em grupo se distancia da simples validação ou da refutação das respostas. Mais do que fornecer respostas, verifica-se que elas declaram que procuram problematizar, dialogar com as crianças fazendo perguntas que possibilitem que elas explicitem a forma como chegaram a determinado resultado.

No próximo item, será discutido o desenvolvimento dos problemas matemáticos em sala de aula focalizando os momentos de interação e de diálogo ocorridos durante o trabalho com a metodologia de resolução de problemas na aula de matemática.

## **6.2. Possibilidades de diálogo frente à resolução de problemas**

Nesta seção, serão tratadas as possibilidades de construção de uma aula mais dialógica frente à resolução de problemas. Serão apresentados os problemas matemáticos que foram desenvolvidos durante o trabalho de campo da pesquisa que mais evidenciam esse aspecto assim como o contexto de sua elaboração.

### **6.2.1 O problema do cachorro quente: possibilidades de interação**

Neste item, serão abordadas as possibilidades de diálogo e de interação propiciadas durante o desenvolvimento do problema “O problema do cachorro quente”, cuja motivação para sua elaboração foi apresentada no capítulo anterior. Para tanto, foi selecionado o relatório

de entrada múltipla da dupla B, pois nele foram registrados momentos em que é possível analisar a interação entre as crianças de cada grupo e a professora.

Para responder a questão, as crianças da dupla B somaram o 124, que correspondia ao número de alunos e alunas do período da manhã, com o 126 que correspondia ao número de alunos e alunas do período da tarde e obtiveram como resultado o número total de alunos e alunas da escola: 250.

O algoritmo foi realizado corretamente, obtendo o número 250 como resultado. Porém, no enunciado do problema, está presente uma informação que as crianças desconsideraram. Esta informação se refere à quantidade mínima de pães que cada criança teria o direito de comer, pois cada uma poderia comer dois pães e não apenas um.

A educadora Alda percebeu que as crianças não haviam considerado esse dado e iniciou as intervenções, anotando no relatório de múltipla entrada, questões que conduzissem os alunos ao caminho para responderem corretamente a questão.

Nota-se que a educadora não pautou a comunicação que teve com as crianças no certo ou errado; ao invés disso, ela dialogou, elaborou perguntas que possibilitaram que as crianças percebessem que elas não haviam considerado um item que constava no problema.

Vislumbra-se, no registro da dupla B (figura 13), que, frente ao problema, os estudantes optaram por fazerem contas. Realizaram com os mesmos números contas de adição, de subtração e de multiplicação. Isso evidencia que esta dupla acredita que, para resolver um problema matemático, deve ser feita uma continha, porém as crianças não conseguiram identificar qual era a ideia que o problema passava e se aventuraram em realizar diversos algoritmos. A resposta para o item (a) foi correta, porém a questão (b) não foi respondida pela dupla.

Diante da quantidade de contas feita pela dupla, a educadora sentou-se ao lado dela para interagir com as crianças. Seu objetivo era de que as crianças conseguissem analisar o caminho que haviam percorrido até o momento. A educadora estabeleceu uma relação dialógica com as crianças, elaborando questionamentos que as ajudassem a refletir sobre o problema.

Figura 13- O problema do cachorro quente- Dupla B

<p>Na próxima quinta-feira será realizada aqui na escola a Festa Junina. Neste dia os alunos receberão suco de goiaba e um lanche típico composto por pão de leite, salsicha e molho, conhecido por todos como cachorro quente. Para cada pão de leite as merendeiras usarão meia salsicha e cada aluno terá direito a dois lanches. Sabendo que no período da manhã há 124 alunos e no período da tarde há 126, responda:</p> <p>a) Quantos pães de leite serão necessários?</p> <p>b) Quantas salsichas serão necessárias?</p>	$\begin{array}{r} 124 \\ +126 \\ \hline 250 \end{array}$ <p>→ Por qual motivo fizeram essas contas? fizemos essas contas para ver qual ia dar certo</p> <p>→ E como vocês vão saber qual dá certo?</p> <p>→ Somando o que? somando o período da manhã e da tarde todo</p> $\begin{array}{r} 250 \\ +250 \\ \hline 500 \end{array}$ <p>→ Preciso fazer todas essas contas? não porque a resposta é a de +</p>	<p>→ O que eu preciso fazer então antes de fazer tantas contas? O que eu preciso fazer para não ficar fazendo um monte de contas?</p> <p>→ pensar antes de fazer as contas</p> <p>250 salsichas</p>
$\begin{array}{r} 124 \\ +126 \\ \hline 250 \end{array}$ $\begin{array}{r} 124 \\ -126 \\ \hline 098 \end{array}$ $\begin{array}{r} 124 \\ \times 126 \\ \hline 182 \end{array}$ <p>a) Serão necessários 500 pães de leite.</p>	<p>P: Por qual motivo fizeram essas contas?</p> <p>A: Fizemos essas contas para ver qual ia dar certo.</p> <p>P: E como vocês vão saber qual dá certo?</p> <p>A: Somando.</p> <p>P: Somando o que?</p> <p>A: Somando o período da manhã e o da tarde</p> <p>P: Precisa fazer todas essas contas?</p> <p>A: Não porque a resposta é a de +.</p>	<p>P: O que eu preciso fazer então antes de fazer as contas? O que eu preciso fazer para não ficar fazendo um monte de contas?</p> <p>A: Pensar antes de fazer as contas</p> <p>b) 250 salsichas</p> <p>Em uma escola há 300 alunos e há 600 sacos de pipoca. Quantos sacos de pipoca dá para cada aluno?</p>

Para responder à primeira das perguntas, uma das crianças teve como primeiro reflexo o impulso de pegar a borracha para apagar as contas. Então, a professora solicitou que ela não apagasse, mas explicasse o porquê de terem feito tais contas. Com esta interação, a professora possibilitou que as crianças explicassem o caminho e as motivações que as levaram à

realização das contas. A professora Alda não fez uma correção gabaritária, dizendo se estava certo ou errado, mas possibilitou que as alunas justificassem o que haviam feito. Segundo Domite (1993, p. 39-40),

[...] o professor tem de reconhecer que a troca de pontos de vista com os alunos, aproximando-se de seus interesses e procurando compreender o que e como eles sabem, constitui um fator essencial da tarefa do professor- o que não significa abandonar a preocupação de ver os alunos evoluírem, nem destruir seu estilo e, muito menos estar sem rumo quando inicia uma aula dialógica.

Neste sentido, considera-se que substituir o “está certo” e o “está errado” por indagações como: “Por quê?” e “Por qual motivo?” possibilitou que aquelas alunas explicitassem a forma como chegaram ao resultado e contribuiu para a construção de uma aula de matemática mais dialógica. Portanto, pode-se concluir que a prática docente dessa professora está permeada pela construção de uma aula de matemática dialógica.

### 6.2.2 O problema do passeio ao observatório: possibilidades de interação

Durante o HTPC, a pesquisadora presenciou a coordenadora pedagógica e as professoras Alda e Elisa discutindo a elaboração de um bilhete para ser enviado aos pais e às mães dos alunos e das alunas, solicitando-lhes autorização para que as crianças do 5º ano pudessem participar de um passeio ao observatório da cidade. Aproveitando o contexto da visita a este local, a pesquisadora e as duas educadoras pensaram na possibilidade de elaborar um problema matemático que estivesse relacionado com o passeio. Para viabilizar a proposta, a pesquisadora visitou o observatório para que pudesse pensar em situações-problema que poderiam propiciar as aprendizagens matemáticas a partir do contexto do passeio e dos ambientes em que as crianças circulariam.

A partir das informações coletadas, foi elaborado, em conjunto, pela pesquisadora e pelas professoras Alda e Elisa, um problema com duas questões:

*Na visita ao Observatório Dietrich Schiel, nossa turma assistirá uma palestra que aborda temas da Astronomia. Esta palestra ocorrerá em um auditório que possui 4 fileiras compostas de 5 cadeiras, do lado esquerdo do corredor e 5 fileiras compostas por 5 cadeiras do lado direito do corredor.*

- a) *Quantas pessoas sentadas o auditório comporta?*
- b) *Sobrarão lugares, no auditório, se os 24 alunos da nossa classe e a professora assistirem a palestra? Quantos?*

A primeira questão envolve a idéia de multiplicação referente à ideia de disposição retangular. A disposição retangular possibilita a aplicação da propriedade comutativa da multiplicação. Para iniciar a resolução, a professora Elisa solicitou que os grupos fossem formados a partir de sua indicação, como pode ser observado no trecho do diário de campo:

A professora iniciou o agrupamento dos alunos em duplas e trios dizendo: “*Hoje eu gostaria que a Isabelle se sentasse com o Alex.*” Os dois alunos assentiram e formaram a dupla. A professora se dirigiu à Dora, que havia se afastado do restante da turma e disse: “*Você quer formar dupla com alguém?*” A aluna fez um sinal de não com a cabeça. Então a professora pediu para dois alunos se sentarem do lado de Dora e os alunos o fizeram formando um trio. (Diário de campo da pesquisadora)


No momento em que todas as duplas e os trios estavam formados, a professora Elisa fez a primeira leitura do problema e solicitou que um aluno fizesse a segunda leitura.

Enquanto a professora fazia a primeira leitura, a aluna Dora foi afastando sua cadeira do trio que ela compunha. Ela se sentou de lado na cadeira e fixou o olhar para o chão. Quando a professora terminou a leitura, ela se dirigiu a essa aluna e pediu que ela se juntasse ao trio e a aluna a atendeu. Essa intervenção da professora indica sua preocupação com a interação entre os alunos e as alunas da turma.

Após a segunda leitura, ela pediu que as crianças fizessem uma leitura em pequenos grupos e que iniciassem a resolução do problema. A professora Elisa salientou que, se houvesse dúvida, era para cada criança levantar a mão que ela ou a pesquisadora se dirigiriam ao grupo.

Entre as respostas selecionadas para serem socializadas, estava uma estratégia de resolução por meio do desenho das cadeiras. Os alunos e as alunas utilizaram a disposição retangular para representar como as cadeiras estão dispostas no auditório. As marcas deixadas nos quadradinhos desenhados indicavam que elas realizaram a contagem. Essa dupla também fez a multiplicação. A outra dupla selecionada para o momento da socialização resolveu o problema apenas com as contas. Cabe ressaltar que a educadora não precisou fazer intervenção nas duas primeiras duplas selecionadas. A seguir, será apresentada a resolução da dupla que utilizou as contas para chegar ao resultado.

Figura 14- O problema do passeio ao observatório- Dupla A

<p>Na visita ao Observatório Dietrich Schiel, nossa turma assistirá uma palestra que aborda temas da Astronomia. Esta palestra ocorrerá em um auditório que possui 4 fileiras compostas de 5 cadeiras, do lado esquerdo do corredor e 5 fileiras compostas por 5 cadeiras do lado direito do corredor.</p> <p>a) Quantas pessoas sentadas o auditório comporta?</p> <p>b) Sobrarão lugares, no auditório, se os 24 alunos da nossa classe e a professora assistirem a palestra? Quantos?</p>	<p>a) R: 45 pessoas poderiam ficar sentadas no auditório.</p> <p>b) Sobraram 20 lugares no auditório.</p> $\begin{array}{r l} 4 & 50 \\ \times 5 & \times 5 \\ \hline 20 & 25 \end{array}$ $\begin{array}{r} 20 \\ + 25 \\ \hline 45 \end{array}$ <p>Lugares <math>\begin{array}{r} -45 \\ \hline 21 \\ -01 \\ \hline 20 \end{array}</math></p>	
	<p>a) R: 45 pessoas poderiam ficar sentadas no auditório.</p> <p>b) Sobraram 20 lugares no auditório.</p> $\begin{array}{r l} 6 & 450 \\ \times 5 & \times 5 \\ \hline 20 & 25 \end{array}$ $\begin{array}{r} 20 \\ + 25 \\ \hline 45 \end{array}$ $\begin{array}{r} 45 \\ -24 \\ \hline 21 \\ -01 \\ \hline 20 \end{array}$	

Após a socialização das estratégias de resolução desse problema, foi distribuída aos estudantes uma atividade que tinha como objetivo sistematizar a nomenclatura utilizada na multiplicação. Para realizar essa tarefa, as crianças continuaram nas duplas e nos trios em que estavam anteriormente. A atividade em questão consistia em encontrar o produto de dois números e o enunciado era assim expresso: Qual o produto entre 8 e 79?

A maioria das duplas conseguiu realizar o exercício sem a necessidade de intervenção pedagógica, porém algumas crianças tiveram dificuldade em resolver a tarefa porque desconheciam o significado da palavra *produto* no contexto da linguagem matemática. Serão apresentadas, na sequência, as anotações do diário da pesquisadora relatando esse episódio em que o diálogo entre a pesquisadora e as crianças de uma dupla se fez presente:

O trio da Dora, do Sonic e do Mário me chamou: Professora, não conseguimos entender o que é para fazer. Então, questionei-os: “Qual é a pergunta?” Os alunos e a aluna leram o enunciado e responderam: “Está querendo saber o produto”. Então eu disse: “Isso mesmo, e o que é produto então?”. A aluna Dora disse: “Produto de limpeza, produto a gente utiliza para lavar roupa e limpar a casa”. E o aluno Mário complementou: “Produto é aquilo que a gente compra”. Então, eu respondi: “Isso mesmo vocês tem razão, mas na matemática a palavra produto não tem esse significado, ela tem outro significado. É isso que nós precisamos descobrir para entender o exercício. No momento da socialização dos problemas, da aula passada a aluna Samy disse que se trocássemos os números que faziam parte da conta de multiplicação de lugar não iria mudar o resultado. Vocês se lembram de que fizemos a conta colocando o número que tinha mais zeros primeiro em cima e depois o colocamos embaixo? E vimos que isso não mudava o resultado da conta de multiplicação? Ou seja, a ordem dos fatores não alterou o produto. O que seria o produto então neste caso?”

“Seria o resultado”, falou Iani, da dupla ao lado”.

“Então, nós temos que fazer uma continha de vezes para achar o resultado?” Indagou Sonic.

Eu assenti e deixei o trio continuar a resolução do exercício”. (Diário de Campo da pesquisadora)

A polissemia das palavras e sua especificidade de significado dentro do campo da matemática podem fazer com que o aluno ou a aluna não compreenda uma determinada situação-problema. O trecho acima evidencia que Dora e Mário tinham um saber de experiência a respeito do significado da palavra *produto* que não coincidia com o significado utilizado na matemática.

Embora o diálogo mencionado não tenha ocorrido entre a professora da turma (Elisa), pode-se dizer que esse diálogo estabelecido com os alunos e a aluna sobre esses diferentes significados da palavra *produto*, permitiu que seus saberes de experiência fossem explicitados; possibilitou também que aqueles estudantes compreendessem que tinham um conhecimento sobre aquele vocábulo, mas que, na matemática, algumas palavras possuem outros significados, os quais eles e elas necessitam conhecer. Situações-problema, que se referem à matemática e somente a ela, geralmente possuem em seu enunciado palavras que possuem um significado criado pelo ser humano no âmbito desta ciência e o estabelecimento dessas relações podem ser feitas a partir do diálogo sobre o que o educando já conhece a respeito da palavra e se este conhecimento coincide ou não com o da matemática.

Em outras palavras, partir do saber de experiência do aluno ou da aluna e realizar as intervenções adequadas possibilita que ocorra compreensão dos motivos da dificuldade em determinada situação e favoreça sua superação.

Esse episódio remete ao teórico Freire (1979) que ajuda a compreender como a comunicação pode ser estabelecida de formas diferentes, tomando a dialogicidade como parte fundante do processo de aprendizagem. Em uma de suas obras, ao tomar como objeto de análise a prática do agrônomo extensionista, o autor citado apresenta os conceitos de comunicação e de extensão como ideias antagônicas, sendo que a tarefa do educador se constitui na comunicação.

O educador ou educadora extensionista busca estender o seu conhecimento e suas técnicas ao educando, coisificando-o, por meio de uma relação verticalizada entre educador e educando, onde o primeiro busca que o segundo se torne cada vez mais parecido com ele. O conhecimento do educador ou da educadora é entendido como superior e não se considera a visão de mundo do estudante, pois esta é considerada inferior.

Uma prática extensionista não contribui para a leitura crítica do mundo e não possibilita que o estudante se veja como ser da transformação social. Neste sentido, a prática extensionista está a serviço da domesticação, da submissão.

Um conceito freiriano que está intimamente ligado ao de extensão é o de invasão cultural, que é uma das características de uma teoria antidialógica. Nela não há respeito à visão de mundo dos educandos, sendo que há uma hierarquização entre a visão de mundo do educador e do educando. O professor ou professora considera sua visão de mundo superior e tenta estendê-la ao educando como algo bom. O educando passa a ser objeto da ação do invasor por meio de relações autoritárias. Em outras palavras, um educador ou uma educadora comprometido com a igualdade e com a busca de uma educação problematizadora não seria coerente se desenvolvesse uma prática educativa que coisifica o educando ao invés de humanizá-lo.

Em contraposição a esta visão de extensão, Freire desenvolve o conceito de comunicação. Para que ocorra comunicação, educador ou educadora constrói uma relação horizontalizada com o educando, possibilitando que as diferentes formas de conhecer o mundo sejam valorizadas. A visão de mundo dos estudantes passa a ser valorizada; é a partir dela que o educador ou a educadora irá agir para posteriormente superá-la. Nessa acepção, o indivíduo deixa de ser concebido como objeto de depósito e passa a ser sujeito do conhecimento.

As dinâmicas estabelecidas pelo professor ou pela professora na rotina da sala de aula de matemática nos anos iniciais irão determinar as interações e as negociações de significados nas situações de ensino. Romper com a dicotomia teoria-prática implica ao professor ou à professora que ensina matemática nos anos iniciais criar um repertório de saberes incluindo o saber do conteúdo matemático, o saber pedagógico do conteúdo, o saber curricular, o saber das Ciências da Educação (GAUTHIER et al., 1998; SHULMAN, 1986; TARDIF, 2002)<sup>8</sup> e também que a dialogicidade (FREIRE, 1979) é parte fundante do processo de aprendizagem.

A comunicação nas aulas de matemática se constitui em um processo social no qual os participantes (professor ou professora e alunos e alunas) interagem trocando informações influenciando-se mutuamente. Além disso, abrange um conjunto de processos interativos desencadeados na sala de aula, na diversidade dos contextos em que se passam, das representações e das formas de expressão, possibilitando negociação de significados.

Assim, pode-se dizer que a comunicação nas aulas de matemática pode influenciar a aprendizagem dos alunos e das alunas no que se refere à compreensão dos conceitos matemáticos.

### **6.2.3 O problema dos assentamentos: possibilidades de interação**

Alguns alunos e alunas que estudam na Escola Balão Mágico moram em assentamentos. A partir desta realidade, a pesquisadora e as duas professoras elaboraram um problema sobre os assentamentos que existem no município e como eles são constituídos.

Neste problema, além de se trabalhar os essenciais e indispensáveis conceitos da matemática, também foi possível discutir sobre as dificuldades habitacionais enfrentadas pelos moradores do município em que os alunos e alunas desta escola vivem. O problema matemático intitulado “O problema dos Assentamentos” é o seguinte:

---

<sup>8</sup>GAUTHIER, C. et al. *Por uma teoria da Pedagogia: pesquisas contemporâneas sobre o Saber Docente*. Ijuí, RS: Unijuí, 1998.

SHULMAN, L. Those who understand: the knowledge growths in teaching. IN *Educational Researcher*, 1986, fev, p. 4-14.

TARDIF, M. *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

*No município de São Carlos há dois assentamentos que reivindicam o direito à terra. Um deles é chamado Nova São Carlos, possui 83 famílias e está localizado nas proximidades da estrada do Broa. O outro chamado Santa Helena, é um pequeno assentamento que fica no balneário do 29 e é constituído por 29 famílias .*

*Qual a diferença entre o número de famílias do Assentamento Nova São Carlos e do assentamento Santa Helena?*

*Qual o número total de famílias que vivem em assentamentos no município de São Carlos?*

Ao iniciar a atividade, a professora Alda solicitou que os alunos e as alunas colocassem a folha de sulfite em um lugar que permitisse que todas as crianças do grupo pudessem ler o enunciado. Depois ela solicitou que eles e elas realizassem a leitura; em seguida, instruiu-os para que levantassem a mão no caso de alguma dúvida. Nenhuma criança levantou a mão para tirar dúvidas. A educadora perguntou novamente se alguém gostaria de fazer alguma pergunta e as crianças disseram que não. A seguir, a educadora pediu que resolvessem o problema matemático proposto e que, após terminarem essa tarefa, era para elaborarem um problema matemático coerente com o assunto e resolvê-lo.

A pesquisadora sentou-se ao lado da professora Alda para anotar as intervenções que ela fez com as crianças. As falas da professora durante as intervenções foram registradas pela pesquisadora no relatório de entrada múltipla da dupla e as respostas dos alunos e das alunas foram registradas por cada um deles ou delas.

Observa-se, na resolução da dupla A, registrada no relatório de entrada múltipla, que a professora Alda notou que a questão “b” havia sido resolvida de forma incorreta, pois as crianças da dupla somaram os três números presentes no problema, sem compreender a que cada um dos números se referia. A interação da educadora objetivava que as crianças refletissem sobre o que cada um dos números colocados na conta se referia e compreendessem o enunciado do problema. Como eles repetiram os números sem significação, ela solicitou que as crianças relessem o enunciado do problema em voz alta e, em seguida, fez novos questionamentos intermediários até que eles conseguissem perceber as incoerências presentes na resposta anterior.

Figura 15- O problema dos assentamentos- Dupla A

<p>No município de São Carlos há dois assentamentos que reivindicam o direito à terra. Um deles é chamado Nova São Carlos, possui 83 famílias e está localizado nas proximidades da estrada do Broa. O outro chamado Santa Helena, é um pequeno assentamento que fica no balneário do 29 e é constituído por 29 famílias.</p> <p>a) Qual a diferença entre o número de famílias do assentamento Nova São Carlos e do assentamento Santa Helena?</p> <p>b) Qual o número total de famílias que vivem em assentamentos no município de São Carlos?</p> <p><i>83</i> <i>- 29</i> <i>54</i> <i>Há diferença de 54 famílias</i></p>	<p><i>83</i> <i>29</i> <i>112</i></p> <p>O total de família é 141</p> <p>P: Ao que corresponde cada um dos números da conta?</p> <p>A: 83 Nova São Carlos 29 Santa Helena 29 balneário</p> <p>P: Vamos reler para ver se é isso mesmo. Leia em voz alta.</p> <p>P: Quantos assentamentos tem?</p> <p>A: 2</p> <p>P: Como chamam os assentamentos? Nova São Carlos, Santa Helena</p>	<p>P: O que é o balneário? Um lugar que ficam as casas dos assentamentos</p> <p>P: Como vamos fazer para descobrir o total?</p> <p><i>83</i> <i>+ 29</i> <i>112</i></p> <p>R: Há 112 famílias</p>	<p><i>15,00</i> <i>- 4,50</i> <i>10,50</i></p> <p>Lucas foi ao supermercado comprar um saco de bala que custa 4,50 sendo que ele tem 15,00. Quanto ele vai receber de troco?</p> <p>R: Ele recebeu 10,50 reais</p>
<p>Há diferença de 54 famílias</p>	<p>O total de família é 141</p> <p>P: Ao que corresponde cada um dos números da conta?</p> <p>A: 83 Nova São Carlos, 29 Santa Helena, 29 balneário.</p> <p>P: Vamos reler para ver se é isso mesmo. Leia em voz alta.</p> <p>A: Quantos assentamentos têm?</p> <p>P: 2</p> <p>A: Como chamam os assentamentos?</p> <p>P: Nova São Carlos e Santa Helena</p>	<p>A: O que é balneário?</p> <p>P: Um lugar que fica onde estão os assentamentos.</p> <p>A: Como fazemos para descobrir o total?- os estudantes fizeram o algoritmo da adição utilizando os dois números que correspondem a quantidade de famílias de cada assentamento</p> <p>P: Há 112 famílias</p>	<p>Lucas foi ao supermercado comprar um saco de balas que custa 4,50 sendo que ele tem 15,00. Quanto ele vai receber de troco?</p> <p>R: Ele recebeu 10,50.</p>

A dupla B resolveu o problema de forma correta. Foi selecionado o relatório de entrada múltipla dessa dupla para analisar o problema elaborado por ela como pode ser observado a seguir:

Figura 16- O problema dos assentamentos- Dupla B

<p>No município de São Carlos há dois assentamentos que reivindicam o direito à terra. Um deles é chamado Nova São Carlos, possui 83 famílias e está localizado nas proximidades da estrada do Broa. O outro chamado Santa Helena, é um pequeno assentamento que fica no balneário do 29 e é constituído por 29 famílias.</p> <p>a) Qual a diferença entre o número de famílias do assentamento Nova São Carlos e do assentamento Santa Helena? <i>54 em mais</i></p> <p>b) Qual o número total de famílias que vivem em assentamentos no município de São Carlos? <i>112 famílias.</i></p> <p><i>a) a diferença é cinquenta e quatro</i></p>	<p><i>1) 83</i> <i>- 29</i> <i>54</i></p> <p><i>2) + 83</i> <i>29</i> <i>112</i></p> <p><i>b) vivem 112 famílias no município de São Carlos.</i></p>	<p><i>Na sala da professora Camila há 12 crianças da zona rural e a 15 da cidade. Quantas crianças da cidade há a mais do que da zona rural?</i></p> <p><i>15</i> <i>- 12</i> <i>03</i></p> <p><i>R: Tem 3 crianças a mais do que da fazenda</i></p>
<p>a) A diferença é cinquenta e quatro.</p>	<p>b) Vivem 112 famílias no município de São Carlos.</p>	<p>Na sala da professora Camila há 12 crianças da zona rural e há 15 da cidade. Quantas crianças da cidade há a mais que da zona rural? R: Tem 3 crianças a mais do que da fazenda</p>

O problema matemático elaborado por esta dupla parte do saber de experiência feito dos alunos e das alunas, pois a referência para o problema matemático é a própria vida das crianças que, neste caso, consiste na origem dos alunos e das alunas da classe (zona rural) e o contexto escolar (classe da professora Camila). Porém é essencial ressaltar que a maioria dos problemas que foi elaborado pelos alunos e pelas alunas durante o desenvolvimento desta pesquisa, ainda seguem o modelo escolar como pode ser observado no relatório de entrada múltipla da dupla A: de partida, já se sabe qual a operação que pode ser utilizada para resolvê-lo.

Durante a socialização da atividade, a educadora e a pesquisadora fizeram alguns questionamentos para a turma buscando dialogar com as crianças sobre as condições de

moradia das pessoas.

A educadora Alda perguntou às crianças: “O que é casa própria?”. Uma das alunas respondeu: “É uma casa, um lar em que você mora e que pertence a você.”. Outra criança complementou a resposta da colega ressaltando que: “A casa é própria quando você é dono da casa.”. Diante das respostas, a educadora fez um novo questionamento: “Só as famílias que moram em assentamentos não possuem casa própria?”. Algumas crianças responderam que moravam em casas alugadas e que não possuíam casa própria; outras disseram que moravam em casa própria e outras, que moravam em uma fazenda, mas que esta não pertencia a seus pais.

A partir da resposta das crianças, a educadora fez novos questionamentos: “As nossas famílias lutam para ter uma casa própria?” e “Como elas fazem isso?”. Algumas crianças explicaram que os pais “lutam” para ter casa própria. Um dos alunos destacou que morava em um conjunto habitacional e que o pai pagava essa casa, um pouco por mês. Com a ajuda da educadora, eles e elas puderam dialogar e compreender que, apesar desse aluno e sua família morarem em uma casa própria, o pai dele ainda estava lutando para pagá-la. Outras crianças se manifestaram compartilhando com a turma a situação habitacional de suas famílias. Um aluno explicou que ele e a família moravam em uma fazenda, que fazia tempo que eles moravam naquela casa, mas que não sabia se eles tentavam ou não comprar uma casa só deles. Uma aluna disse que sua família lutava, pagando todo mês o aluguel de uma casa para ter um lugar para morar.

A professora Alda, então, ressaltou para toda a turma que, pelos dizeres dos alunos e das alunas da classe, era possível perceber que a maioria das famílias, de uma forma ou de outra, lutava para ter casa própria e que os sem terra lutavam por um direito que deveria ser garantido para todos e todas. A professora propôs que uma aluna do assentamento fizesse uma redação sobre como ocorria a luta dos sem terra, e a aluna disse que a traria no dia seguinte.

Considera-se que o desenvolvimento da atividade analisada possibilitou que os alunos e as alunas dialogassem sobre um problema social que aflige as famílias das crianças e possibilitou a valorização da luta das pessoas que moram em assentamento.

As duas educadoras perceberam o potencial da resolução de problemas para ensinar matemática para o desenvolvimento de cidadãos críticos. Os problemas que elas propuseram para a turma revelam essa preocupação bem como o diálogo ocorrido durante as aulas.

### 6.3. Considerações sobre a construção de uma aula de matemática dialógica

Os processos de ensino e aprendizagem são perpassados por alguns elementos constituintes do diálogo ou podem apresentar algumas características de uma aula dialógica em alguns momentos. Assim, concebe-se que a construção de uma aula de matemática dialógica se faz diariamente a partir dos elementos e das relações que são construídas em cada sala de aula.

Observou-se, por meio desta pesquisa, que, tanto através das entrevistas com as professoras Alda e Elisa como durante o desenvolvimento dos problemas, a prática docente das professoras se pauta na interação entre os pares de alunos e alunas e entre elas e as crianças. As duas educadoras buscaram a construção de uma aula de matemática dialógica durante o trabalho com a metodologia de resolução de problemas e propiciaram momentos em que as crianças pudessem interagir com seus pares em pequenos grupos.

Houve também a possibilidade de interação das educadoras e os participantes de cada dupla ou trio. Este momento foi reservado para que elas se movimentassem entre os pequenos grupos para interagir com as crianças a partir do registro realizado nos relatórios de entrada múltipla. Ocorreram ainda momentos de socialização das diversas estratégias de resolução dos problemas que possibilitavam que todos os alunos e as alunas interagissem no grupo constituído pela totalidade da turma, juntamente com a pesquisadora e a professora.

Os estudantes se engajaram nas discussões propostas, explicitando melhor a forma que utilizaram para resolver o problema matemático, em um movimento de ideias e de negociação de significados. Observou-se que apenas a aluna Dora resistiu em interagir nos grupos com os colegas, porém, ao longo do desenvolvimento das atividades, gradativamente ela começou a interagir e a dialogar com eles e elas.

Além disso, foi possível identificar que, em alguns momentos, durante a interação da professora com as crianças, algumas delas perguntavam: “Está certo professora?”. Mesmo diante de uma resposta correta dos alunos e das alunas, a professora indagava “Por que você fez assim?” ou “Explique como você fez”. Inicialmente as crianças interpretavam a fala da educadora como “está errado”, pois, no mesmo instante, elas pegavam a borracha e apagavam a resposta, mas aos poucos essa prática foi sendo transformada.

Essa atitude dos alunos e das alunas alicerça-se na compreensão do papel do professor ou da professora como validador de respostas. Segundo Alrø e Skovsmose (2010, p. 21), “O propósito de se ensinar Matemática é apontar erros e corrigi-los. Esse parece ser o

entendimento comum sobre o que é Educação Matemática para muitos alunos.”. Com o desenvolvimento das atividades, as crianças passaram a perceber que o objetivo da indagação era que elas explicitassem o quê e como haviam feito e, com o tempo, passaram a argumentar, de forma mais clara, sobre os caminhos que tinham utilizado na resolução de problemas.

Durante a interação, os alunos e as alunas passaram a perceber que as respostas indagativas da professora não eram sinônimas de incorreção, mas uma tentativa de compreender os caminhos que eles e elas haviam seguido durante o processo de resolução.

Assim, o *diálogo* constitui-se em um elemento da epistemologia freiriana presente nos ambientes de resolução de problemas que, efetivamente, contribui para a aprendizagem da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

Neste estudo, as práticas das professoras Alda e Elisa contribuem para a construção de uma aula de matemática que vai ao encontro dos elementos da proposta freiriana ao incentivarem as crianças a registrarem de forma escrita as estratégias utilizadas; ao incentivá-las a explicar oralmente as estratégias utilizadas; ao elaborarem problemas que propiciem que as crianças deem mais de uma resposta possibilitando que elas utilizem a criatividade; ao interagirem com as crianças de forma que possibilitem e incentivem que elas elaborem perguntas para explicitar o que não estão entendendo e ao partirem da compreensão das estratégias que os alunos estão utilizando para realizar a intervenção.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao investigar o desenvolvimento de problemas matemáticos em duas turmas do 5º ano do ensino fundamental, buscou-se responder a seguinte questão: “Que elementos da proposta freiriana favorecem a construção de práticas docentes por meio da resolução de problemas nas aulas de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental?”

O desenvolvimento deste estudo possibilitou sugerir algumas práticas docentes referentes ao ensino e aprendizagem de matemática dos anos iniciais, práticas estas que vão ao encontro dos elementos da proposta freiriana discutidos nas seções 2, 5 e 6.

A organização das crianças em grupos, durante o trabalho de resolução de problemas, possibilitou que elas interagissem e compartilhassem suas visões de mundo sobre o objeto que estava sendo conhecido.

Pode-se afirmar que, nessa perspectiva, a criança teve a possibilidade de interagir com o colega e de compreender que existe mais de um caminho possível para chegar ao mesmo resultado. A organização dos grupos durante o trabalho de resolução de problemas teve como critério a melhoria da aprendizagem matemática e a melhoria da qualidade das interações de todas as crianças da turma.

A seleção ou a elaboração de problemas que se relacionem com os saberes de experiência de alunos e alunas possibilitou que as crianças criassem suas próprias estratégias e acionassem seus saberes de experiência para elaborá-las. Os problemas que propiciaram mais de uma possibilidade de resposta estimularam a criatividade das crianças durante o fazer matemática.

Assim, pode-se concluir que a interação do docente com as crianças durante as aulas de matemática deve embasar-se no diálogo. Cabe ao docente estimular as crianças a se engajarem no diálogo com os colegas. O professor precisa partir da compreensão das estratégias de resolução da criança para realizar as correções e as possíveis problematizações. Essa prática permite estimular as crianças a expressarem, de forma escrita e oral, como pensaram e quais os caminhos que utilizaram para chegar a determinado resultado. Além disso, oportuniza às crianças a utilização de diferentes estratégias para resolverem os problemas, incentivando-as a utilizarem aquela que elas julgarem ser a mais adequada no momento. O ambiente de resolução de problemas criado pelas professoras, nesta pesquisa, possibilitou que os alunos, se expressassem através de desenhos, algoritmos, cálculo mental e resolvessem os problemas que lhes foram propostos.

Ficou confirmado, no decorrer esta pesquisa, que, durante os anos iniciais do ensino fundamental, muitas vezes, nas aulas de matemática, as crianças utilizam palavras que já faziam parte de seu vocabulário que, fora da sala de aula, possuem outros significados. Há, portanto, necessidade de se ter cuidado com o óbvio. O que parece evidente ao professor, adulto, nem sempre o é para as crianças que ainda estão construindo seu repertório de saberes.

Assim, a interação com as crianças deve partir da compreensão delas sobre o significado da palavra e buscar a compreensão dos vários significados de tal palavra em diferentes contextos e sua utilização específica durante a aula de matemática.

A ênfase no ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental não consiste na busca de respostas certas e prontas, mas no processo de problematização a partir do diálogo entre as crianças e entre estas e a professora em torno do problema matemático. Os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem valorizam a comunicação na forma de diálogo para interação entre eles e elas, o que resulta em melhoria na prática docente e na concepção do aluno ou da aluna quanto à matemática.

Considera-se que este estudo traz reflexões importantes em relação a prática de professores e professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental em uma escola pública de uma cidade do interior de São Paulo mas também suscita novos estudos, novas indagações, que podem desdobrar-se em outras investigações, em outras histórias.

## REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, Norma S. G.; ONUCHIC, Lourdes R. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro, v. 25-n. 41, p.73-98, 2011.
- Alrø, Helle; OLE, Skovsmose. *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*. Tradução Orlando Figueiredo. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.
- BAUMANN; Ana P.P.; BICUDO, M.Aparecida V. *Características da formação de professores de matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental com foco nos cursos de Pedagogia e de Matemática*. 2008. Disponível em: [http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebapem2008/upload/48-1-A\\_gt1\\_baumann\\_ta.pdf](http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebapem2008/upload/48-1-A_gt1_baumann_ta.pdf). Acesso em: 10 fev.2014.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1999.
- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental*. 3. ed. Brasília: A Secretaria, 2001.
- BERTINI, L. de F. *Compartilhando conhecimentos no ensino de matemática nas séries iniciais: uma professora no contexto de tarefas investigativas*. Dissertação (Mestrado). São Carlos, UFSCar, 2009.
- BUENO, Fabiane R. N. B. *A Resolução de Problemas Matemáticos na 5ª série do Ensino Fundamental sob uma perspectiva transdisciplinar*. Porto Alegre, 2009. Disponível em: [http://tede.pucrs.br/tde\\_busca/arquivo.php?codArquivo=2273](http://tede.pucrs.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=2273). Acesso em: 05 maio 2013.
- CARVALHO, Dione L. A. *Resolução de problemas: uma prática pedagógica inovadora*. In: 31ª Reunião Anual da ANPED, 2008. Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/31ra/1trabalho/GT19-3978--Int.pdf>. Acesso em: 22 ago. 2011.
- CUNHA, M. I. Conta-me agora! As narrativas como alternativas pedagógicas na pesquisa e no ensino. *Revista da Faculdade de Educação*, 23 (1-2). São Paulo: FE/USP, 1997. Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S010225551997000100010&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S010225551997000100010&script=sci_arttext). Acesso em: 24 set.2011.
- DAY, Christopher. *Desenvolvimento profissional de professores: os desafios da aprendizagem permanente*. Portugal: Porto Editora, 2001.
- DRUON, Maurice. *O menino do dedo verde*. Tradução D. Marcos Barbosa/ilustrações de Marie Louise Nery 35. ed. Rio de Janeiro : José Olympio, 1989. Disponível em: [http://www.goodreads.com/ebooks/download/265795.\\_?doc=24271](http://www.goodreads.com/ebooks/download/265795._?doc=24271). Acesso em: 20 jan. 2013.
- FRANKESTEIN, Marilyn. Educação matemática crítica: uma aplicação da epistemologia de Paulo Freire. In: BICUDO, M. A. *Educação Matemática*. São Paulo: Editora Moraes, 2001.

FREIRE, Paulo. *A Educação na Cidade*. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001a.

\_\_\_\_\_. *Conscientização: teoria e prática da libertação: uma introdução ao pensamento de Paulo Freire*. São Paulo: Centauro, 2001b.

\_\_\_\_\_. *Educação e mudança*. 2. ed. rev. e atual. São Paulo: Paz e Terra, 2011a.

\_\_\_\_\_. *Extensão ou comunicação?* 14. ed. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1979. (O Mundo, Hoje, v.24).

\_\_\_\_\_. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

\_\_\_\_\_. *Pedagogia da Esperança: um reencontro com a pedagogia do oprimido*. 17.ed.- São Paulo: Paz e Terra, 2011b.

\_\_\_\_\_. *Pedagogia da tolerância*. 2. ed. Rio de Janeiro. Editora Paz e Terra, 2013.

\_\_\_\_\_. *Pedagogia do Oprimido*. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 2005.

\_\_\_\_\_. *Política e Educação: ensaios*. 5. ed. São Paulo, Cortez, 2001 (Coleção Questões da Nossa Época; v.23).

FREIRE, Paulo; ANTONIO, Faunde. *Por uma pedagogia da pergunta*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985.

FREIRE, Paulo; Betto, Frei.. *Essa escola chamada vida: depoimentos ao repórter Ricardo Kotscho*. (Série: Educação em ação). Ática: São Paulo, 1986.

FREIRE, Paulo; MACEDO, Donaldo. *Alfabetização: leitura do mundo e leitura da palavra*. 3. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2006.

FURLAN, Joyce. *Processos de avaliação na resolução de problemas em Estocástica*. Itatiba. Universidade São Francisco, 2011.

MENDONÇA, Maria. C. D. A intensidade dos algoritmos nas séries iniciais: uma imposição sócio-histórico-estrutural ou opção valiosa? *Zetetiké. Revista de Educação Matemática*, v. 4, n.5, p.57-76, 1996. Disponível em: <http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/article/view/2584> Acesso em: 13 mar. 2014.

\_\_\_\_\_. *Problematização: um caminho a ser percorrido em educação matemática*. Campinas-SP. Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Programa de Pós Graduação em Educação, 1993. Disponível em <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000072065&fd=y> Acesso em: 13 mar. 2014.

GABASSA, V. *Comunidades de Aprendizagem: a construção da dialogicidade na sala de aula*. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal de São Carlos. Disponível em <http://utopiadream.info/ca/wpcontent/uploads/2012/04/TeseVG.pdf>. Acesso em: 1 set.2013.

GAUTHIER, C. *Por uma teoria da Pedagogia: pesquisas contemporâneas sobre o Saber Docente*. Ijuí, RS: Unijuí, 1998.

GONTIJO, C. H. Criatividade em Matemática: um olhar sobre a perspectiva de sistemas. In: *Zetetiké. Revista de Educação Matemática – Cempem – FE – Unicamp*, v. 15, n. 28, jul./dez. 2007. Disponível em: <http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/article/viewFile/2413/2175> Acesso em: 10 mar.2014.

\_\_\_\_\_. Resolução e formulação de problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em matemática. In: *Anais do SIPEMAT*. Recife. Programa de Pós Graduação em Educação-Centro de Educação- Universidade Federal de Pernambuco, 2006, 11p. Disponível em: <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/SIPEMAT06/artigos/gontijo.pdf> Acesso em: 10 mar. 2014.

JUSTO, Jutta C. R. *Resolução de problemas matemáticos aditivos: possibilidades de ação docente*. Porto Alegre, 2009. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/21445/000737083.pdf?...1>. Acesso em: 05 maio 2013.

LAMONATO, M. *Investigando Geometria: aprendizagens de professoras da educação infantil*. São Carlos: UFSCar, 2007. Disponível em [http://www.btdt.ufscar.br/htdocs/tedeSimplificado/tde\\_arquivos/8/TDE-2008-06-26T12:08:38Z-1903/Publico/1839.pdf](http://www.btdt.ufscar.br/htdocs/tedeSimplificado/tde_arquivos/8/TDE-2008-06-26T12:08:38Z-1903/Publico/1839.pdf). Acesso em: 20 out. 2013.

LAMONATO, Maiza; Passos, Cármen, L. B. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. In: *Zetetiké.Revista de Educação Matemática*. FE/Unicamp. v. 19, n. 3,jul/dez 2011. Disponível em:[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica\\_artigos/artigo\\_lamonato\\_passos.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica_artigos/artigo_lamonato_passos.pdf). Acesso em: 5 maio 2013.

MENGALI, Brenda. *A cultura da sala de aula numa perspectiva de resolução de problemas: o desafio de ensinar matemática numa sala multisseriada*. Itatiba. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade São Francisco. 2011

NACARATO, Adair. *A matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender.*/ Adair Mendes Nacarato, Brenda Leme da Silva Mengali, Cármen Lucia Brancaglioni Passos.- Belo Horizonte: Autêntica: 2009.- ( Tendências em Educação Matemática)

OLIVEIRA, Sandra Alves. *Resolução de problemas na formação continuada e em aulas de matemática nos anos iniciais*. São Carlos, UFSCar, 2012. Tese. 171 f. Disponível em [http://www.btdt.ufscar.br/htdocs/tedeSimplificado//tde\\_busca/arquivo.php?codArquivo=5544](http://www.btdt.ufscar.br/htdocs/tedeSimplificado//tde_busca/arquivo.php?codArquivo=5544) Acesso em: 02 maio 2013.

PASSOS, Carmem. *A comunicação nas aulas de matemática revelada nas narrativas escritas em diários reflexivos de futuros professores*. Disponível em: <http://nonio.eses.pt/interaccoes/artigos/H2%281%29.pdf>. Acesso em: 18 set. 2011.

PASSOS, Cármen L. B. *Processo de formação de professores: narrativas, grupo colaborativo e mentoria*. São Carlos: EduFSCar, 2010. 74 p. (Coleção UAB-UFSCar).

PIMENTEL, Danilo Eudes. *Metodologia da resolução de problemas no planejamento de atividades para a transição da Aritmética para a Álgebra*. - São Carlos, UFSCar. 2010. 133 f. Disponível em: [http://200.136.241.56/htdocs/tedeSimplificado/tde\\_busca/arquivo.php?codArquivo=3724](http://200.136.241.56/htdocs/tedeSimplificado/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=3724) Acesso em: 02 maio 2012.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PONTE, J.P. *Actividades de Investigação: na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, 2002.

POWELL, A.B; BAIRRAL, Marcelo. *A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades*. Campinas, SP: Papirus, 2006. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática.)

SÃO PAULO. *Relatório pedagógico 2009 Saresp: matemática*/Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2010.

SHOR, Ira; FREIRE, Paulo. *Medo e Ousadia: o cotidiano da professora*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986.

SHULMAN, L. Those who understand: the knowledge growths in teaching. IN *Educational Researcher*, 1986, fev, p. 4-14.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas, SP: Papirus, 2001.

\_\_\_\_\_. *Educação crítica: incerteza, matemática e responsabilidade*. Tradução Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

\_\_\_\_\_. *Desafios da reflexão em educação matemática crítica*. Campinas, SP: Papirus, 2008.

SKOVSMOSE, Ole; VALERO, Paola. Educación matemática y justiça social: hacerle frente al asparadojas de lasociedad de lainformaciónpg. In: D`AMBRÓSIO, U. et al. *Educación matemática y exclusión*. Barcelona: Graó, 2007.

TARDIF, M. *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

VAN de WALLE, J. A. *Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação na sala de aula*. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6.ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. *Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas*. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

VEIGA, Ilma. *A prática pedagógica do professor de didática*. Campinas, SP: Papirus. 1989.