

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PPGECiv - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Impacto do Fogo em Estruturas de Madeira: Aplicação de
Otimização para Treliças Submetidas a Incêndio**

Matheus Henrique Morato de Moraes

São Carlos
Dezembro de 2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PPGECiv - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Impacto do Fogo em Estruturas de Madeira: Aplicação de
Otimização para Treliças Submetidas a Incêndio**

Matheus Henrique Morato de Moraes

Tese apresentada à Universidade Federal de São Carlos, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, na área de concentração Estruturas e Geotecnia, para obtenção do título de Doutor.

Orientador: André Luis Christoforo

Coorientador: Wanderlei Malaquias Pereira Junior

Área de concentração: Estruturas e Geotecnia

São Carlos
Dezembro de 2025



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Folha de Aprovação

Defesa de Tese de Doutorado do candidato Matheus Henrique Morato de Moraes, realizada em 04/12/2025.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Andre Luis Christoforo (UFSCar)

Prof. Dr. Niander Aguiar Cerqueira (UENF)

Profa. Dra. Cristiane Inácio de Campos (UNESP)

Prof. Dr. Markssuel Teixeira Marvila (UFV)

Prof. Dr. Flávio Antônio Ferreira (UFV)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

RESUMO

Este trabalho investiga o dimensionamento ótimo de treliças de madeira do tipo Howe em condições normais e de incêndio, com o objetivo de compreender os efeitos do fogo sobre a eficiência estrutural e a seleção das seções transversais. A pesquisa parte da lacuna existente na literatura quanto a metodologias integradas que combinem análise térmica, modelagem estrutural e otimização aplicada a sistemas reticulados de madeira. Propõe-se um procedimento capaz de quantificar a influência da degradação térmica no comportamento resistente e geométrico das barras, além de fornecer parâmetros para o pré-dimensionamento em situação de incêndio. A metodologia emprega uma formulação determinística acoplada ao algoritmo *Firefly Algorithm*, responsável pela busca de configurações de menor peso estrutural, com verificação simultânea dos estados limites último e de serviço, das restrições geométricas, da esbeltez e das áreas mínimas admissíveis. São analisados quatro vãos (6, 9, 12 e 15 metros) e três tempos de exposição ao fogo (10, 20 e 30 minutos), considerando propriedades térmicas e mecânicas de cinco espécies de madeira (Cambará-rosa, Cupiúba, Angelim-pedra, Garapa e Jatobá). Cada combinação é avaliada por meio de trinta execuções independentes, permitindo a caracterização estatística das soluções obtidas. Os efeitos do incêndio são quantificados por meio do Índice de Correção de Área Bruta (ICAB) e do Incremento de Peso Bruto (IPB), utilizados como medidas da ampliação das seções e do aumento da massa estrutural necessários para compensar a perda resistente causada pela carbonização. Para 10 minutos de exposição, observou-se ICAB máximo igual a 3,48, indicando aumentos pontuais superiores a 240% da área bruta inicial, enquanto o IPB máximo atingiu 57,68%. Aos 20 minutos, o ICAB máximo foi 2,78, associado a um IPB máximo de 97,13%, evidenciando a possibilidade de quase duplicação da massa estrutural. Para 30 minutos, o ICAB máximo manteve-se em 2,78, sugerindo estabilização das exigências geométricas impostas pelas restrições normativas, enquanto o IPB máximo alcançou 155,30%, indicando que a massa total da treliça pode mais do que dobrar. Em todos os cenários, as soluções permaneceram dentro dos limites normativos, com valores negativos da função de restrição g . Os resultados confirmam que o tempo de exposição ao fogo exerce influência decisiva no dimensionamento de treliças de madeira, sendo o IPB altamente sensível à severidade térmica, enquanto o ICAB fornece uma medida objetiva das exigências geométricas impostas pela carbonização, oferecendo subsídios quantitativos consistentes para o pré-dimensionamento estrutural em situação de incêndio.

Palavras-chave: treliças de madeira, incêndio em estruturas, carbonização da madeira, otimização estrutural.

ABSTRACT

This work investigates the optimal design of Howe-type timber trusses under normal and fire conditions, with the objective of understanding the effects of fire on structural efficiency and on the selection of cross sections. The research is based on a gap in the literature regarding integrated methodologies that combine thermal analysis, structural modeling, and optimization applied to timber truss systems. A procedure is proposed that is capable of quantifying the influence of thermal degradation on the resistant and geometric behavior of the members, in addition to providing parameters for preliminary design under fire conditions. The methodology employs a deterministic formulation coupled with the Firefly Algorithm, which is responsible for searching for configurations with minimum structural weight, with simultaneous verification of ultimate and serviceability limit states, geometric constraints, slenderness, and minimum admissible areas. Four spans (6, 9, 12, and 15 meters) and three fire exposure times (10, 20, and 30 minutes) are analyzed, considering the thermal and mechanical properties of five timber species (Cambará-rosa, Cupiúba, Angelim-pedra, Garapa, and Jatobá). Each combination is evaluated through thirty independent runs, allowing the statistical characterization of the obtained solutions. The effects of fire are quantified by means of the Gross Area Correction Index (ICAB) and the Gross Weight Increase (IPB), used as measures of the increase in cross sections and the increase in structural mass required to compensate for the loss of resistance caused by charring. For 10 minutes of exposure, a maximum ICAB equal to 3.48 was observed, indicating localized increases greater than 240% of the initial gross area, while the maximum IPB reached 57.68%. At 20 minutes, the maximum ICAB was 2.78, associated with a maximum IPB of 97.13%, indicating the possibility of an almost doubling of the structural mass. For 30 minutes, the maximum ICAB remained at 2.78, suggesting stabilization of the geometric requirements imposed by normative constraints, while the maximum IPB reached 155.30%, indicating that the total mass of the truss may more than double. In all scenarios, the solutions remained within normative limits, with negative values of the constraint function g . The results confirm that fire exposure time exerts a decisive influence on the design of timber trusses, with IPB being highly sensitive to thermal severity, while ICAB provides an objective measure of the geometric requirements imposed by charring, offering consistent quantitative support for preliminary structural design under fire conditions.

Keywords: timber trusses; structural fire; wood charring; structural optimization.

Sumário

1.	INTRODUÇÃO	15
1.1	OBJETIVOS	17
1.2	JUSTIFICATIVA.....	18
1.3	INEDITISMO, LACUNAS E CONTRIBUIÇÕES.....	18
1.4	ESTRUTURA DA TESE.....	20
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
2.1	PREMISSAS PARA O PROJETO DE ESTRUTURAS DE COBERTURA SEGUNDO A ABNT NBR 7190-1 (2022A)	22
2.1.1	<i>ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS DE PROJETO</i>	<i>23</i>
2.1.2	<i>COMBINAÇÕES DE AÇÕES PARA O ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU)</i>	<i>23</i>
2.1.3	<i>COMBINAÇÕES DE AÇÕES PARA O ESTADO LIMITE DE SERVIÇO (ELS)</i>	<i>24</i>
2.1.4	<i>VERIFICAÇÃO DO ELU.....</i>	<i>26</i>
2.1.4.1	<i>VERIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS NORMAIS</i>	<i>27</i>
2.1.4.2	<i>ESTABILIDADE DE PEÇAS COMPRIMIDAS OU FLEXO COMPRIMIDAS</i>	<i>27</i>
2.1.5	<i>VERIFICAÇÃO DO ELS.....</i>	<i>30</i>
2.2	REGRESSÃO SIMBÓLICA.....	30
2.3	ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO <i>FIREFLY ALGORITHM</i> (FA).....	33
2.4	CARBONIZAÇÃO DA MADEIRA	36
2.4.1	<i>EVOLUÇÃO DOS MODELOS DE CÁLCULO.....</i>	<i>39</i>
2.4.2	<i>IMPORTÂNCIA NORMATIVA</i>	<i>39</i>
2.5	COMPORTAMENTO DOS ESFORÇOS RESISTENTES EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO	40
2.5.1	<i>CÁLCULO DAS CAPACIDADES RESISTENTES</i>	<i>40</i>
2.5.2	<i>PARÂMETROS GERAIS DOS MATERIAIS</i>	<i>42</i>
2.5.3	<i>TAXA DE CARBONIZAÇÃO</i>	<i>42</i>
2.5.4	<i>GEOMETRIA INICIAL DOS ELEMENTOS</i>	<i>43</i>
2.5.5	<i>REDUÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL</i>	<i>43</i>
2.5.6	<i>PARÂMETROS DE EXPOSIÇÃO AO INCÊNDIO</i>	<i>44</i>
2.5.7	<i>RESULTADOS DA ANÁLISE COMPARATIVA</i>	<i>45</i>
2.5.7.1	<i>REDUÇÃO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO NORMAL.....</i>	<i>46</i>
2.5.7.2	<i>REDUÇÃO DO MOMENTO FLETOR RESISTENTE</i>	<i>47</i>
2.5.7.3	<i>REDUÇÃO DA FORÇA CORTANTE RESISTENTE</i>	<i>48</i>
2.5.8	<i>OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DETERMINÍSTICA</i>	<i>49</i>
2.6	CONCLUSÕES DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	51
3.	MATERIAIS E MÉTODOS.....	53

3.1	MODELO ESTRUTURAL.....	54
3.2	PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICA.....	57
3.3	PADRÃO DA IDENTIFICAÇÃO DAS SIMULAÇÕES.....	59
3.4	HIPÓTESES ESTRUTURAIS E CONSIDERAÇÕES SOBRE AS PROPRIEDADES DA MADEIRA.....	60
3.5	AÇÕES, CARREGAMENTOS E COMBINAÇÕES.....	61
3.5.1	AÇÕES PERMANENTES.....	61
3.5.2	AÇÕES VARIÁVEIS.....	61
3.5.3	COMBINAÇÕES CONSIDERADAS.....	62
3.6	FUNÇÃO OBJETIVO.....	63
3.6.1	TRATAMENTO DE RESTRIÇÕES.....	64
3.7	TIPOS DE VARIÁVEIS PARA PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO UTILIZADO.....	64
3.8	ALGORITMO E PARÂMETROS ADOTADOS NA OTIMIZAÇÃO.....	65
3.9	RESTRIÇÕES DE PROJETO.....	65
3.9.1	RESTRIÇÕES EM CONDIÇÕES NORMAIS.....	66
3.9.2	RESTRIÇÕES EM CONDIÇÕES DE INCÊNDIO.....	66
3.10	ÍNDICE DE CORREÇÃO DE ÁREA BRUTA (ICAB).....	70
3.11	PARÂMETROS UTILIZADOS PARA APLICAÇÃO DA REGRESSÃO SIMBÓLICA 71	
4.	RESULTADOS.....	72
4.1	OTIMIZAÇÃO EM CONDIÇÕES NORMAIS.....	72
4.1.1	CONVERGÊNCIA DOS RESULTADOS EM CONDIÇÕES NORMAIS.....	76
4.1.2	RESTRIÇÕES EM CONDIÇÕES NORMAIS.....	80
4.1.3	RESTRIÇÕES ELU EM CONDIÇÕES NORMAIS.....	83
4.2	OTIMIZAÇÃO EM CONDIÇÕES DE INCÊNDIO.....	84
4.2.1	RESULTADOS DO ÍNDICE DE CORREÇÃO DE ÁREA BRUTA (ICAB).....	91
4.2.2	CONVERGÊNCIA DOS RESULTADOS EM CONDIÇÕES DE INCÊNDIO.....	97
4.2.3	RESTRIÇÕES EM CONDIÇÕES DE INCÊNDIO.....	100
4.2.4	RESTRIÇÕES ELU EM CONDIÇÕES DE INCÊNDIO.....	104
5.	CONCLUSÕES.....	109
	REFERÊNCIAS.....	113
	APENDICE A.....	120
	APÊNDICE B.....	124
	APENDICE C.....	129

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Estrutura de árvore hierárquica.....	31
Figura 2.2: Conceitos evolutivos: (a) Mutação; (b) Otimização de constantes; (c) Cruzamento.	32
Figura 2.3: Migração entre populações.....	33
Figura 2.4: Fluxograma de processos do algoritmo FA.....	35
Figura 2.5: Distribuição típica das zonas térmicas na madeira durante a carbonização.....	38
Figura 2.6: Representação esquemática da seção transversal de madeira carbonizada, destacando as regiões de carvão, madeira aquecida e madeira intacta.....	39
Figura 2.7: Modelo de distribuição do efeito do incêndio.....	44
Figura 2.8: Espessura Nominal de Carbonização para as Classes do presente estudo.....	45
Figura 2.9: Espessura Efetiva de Carbonização para as Classes do presente estudo.....	46
Figura 2.10: Redução da Resistência Nominal à Compressão ao Longo do Tempo.....	47
Figura 2.11: Redução do Momento Fletor Nominal Resistente ao Longo do Tempo.....	48
Figura 2.12: Redução da Força Cortante Nominal Resistente ao Longo do Tempo.....	49
Figura 3.1: Fluxograma da metodologia do processo de otimização.....	54
Figura 3.2: Treliças e suas variáveis de projeto: (a) Treliça Howe e (b) Variáveis de projeto.....	55
Figura 3.3: Dimensões do galpão.....	56
Figura 3.4: Forças de vento (wk) no telhado dos galpões.....	62
Figura 3.5: Representação gráfica de variáveis contínuas e discretas.....	64
Figura 3.6: Modelo de distribuição do efeito do incêndio.....	69
Figura 4.1: Box plot da função objetivo penalizada W das treliças tipo Howe sem condição de incêndio em função do vão: (a) 6 m, (b) 9 m, (c) 12 m e (d) 15 m.....	73
Figura 4.2: Decaimento da função objetivo penalizada W das treliças tipo Howe em condições normais em função do vão: (a) 6 m, (b) 9 m, (c) 12 m e (d) 15 m.....	77
Figura 4.3: Restrições (g) para a tipologia de Howe para o vão: (a) 6 m, (b) 9 m, (c) 12 m e (d) 15 m.....	81
Figura 4.4: Box plot da função objetivo penalizada W das treliças tipo Howe com condição de incêndio em função do vão: (a) 6 m, (b) 9 m, (c) 12 m e (d) 15 m.....	86
Figura 4.5: Decaimento da função objetivo penalizada W das treliças tipo Howe com condição de incêndio em função do vão: (a) 6 m, (b) 9 m, (c) 12 m e (d) 15 m.....	97
Figura 4.6: Restrições (g) para os vãos 6, 9, 12 e 15 m para a tipologia de Howe: (a) 6 m, (b) 9 m, (c) 12 m e (d) 15 m.....	103
Figura B.1: Coeficiente de forma externos (C_e).....	127
Figura B.2: Combinações entre os coeficientes de forma externos (C_e) e internos (C_i) no telhado dos galpões.....	128
Figura B.3: Forças de vento (wk) no telhado dos galpões.....	128

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Coeficiente de fluência (ϕ)	25
Tabela 2.2: Valores dos coeficientes KE	28
Tabela 2.3: Flechas limites para elementos correntes fletidos	30
Tabela 2.4: Propriedades Mecânicas e Físicas das Madeiras Consideradas no Estudo	42
Tabela 3.1: Valores nominais padrão da seção transversal utilizados como variáveis	56
Tabela 3.2: Descrição das distâncias nodais da treliça e dimensões dos galpões	57
Tabela 3.3: Propriedades físicas e mecânicas das cinco espécies de madeira nativa	58
Tabela 3.4: Especificações para as madeiras utilizadas no dimensionamento	59
Tabela 3.5: Combinações consideradas no dimensionamento	63
Tabela 3.6: Parâmetros de entrada do FA	65
Tabela 3.7: Valores de kfi	67
Tabela 4.1: Resumo dos resultados obtidos no processo de otimização das treliças Howe sem condição de incêndio	72
Tabela 4.2: Resumo das variáveis de projeto (treliça Howe sem condição de incêndio), medidas em mm	75
Tabela 4.3: Organização das restrições adotadas no modelo de otimização estrutural para condição normal	80
Tabela 4.4: Resumo das restrições do ELU em condições normais	83
Tabela 4.5: Resumo dos resultados obtidos no processo de otimização das treliças Howe com condição de incêndio	84
Tabela 4.6: Resumo das variáveis de projeto obtidas das simulações considerando-se o incêndio.	88
Tabela 4.7: Áreas brutas otimizadas e índice de correção de área bruta (ICAB) por grupo estrutural e tempo de exposição ao fogo	91
Tabela 4.8: Organização das restrições adotadas no modelo de otimização estrutural para condição de incêndio	101
Tabela 4.9: Resumo das restrições do ELU em condições de incêndio	104
Tabela A.1: Taxas de carbonização de projeto β_0 e β_n de madeira	121
Tabela A.2: Taxas de carbonização de projeto β_0 e β_n de madeira	122
Tabela B.1: Classificação para as dimensões dos galpões	125
Tabela B.2: Resultados dos fatores meteorológicos e fator $S2$	126
Tabela B.3: Resultados Vk e q para vento a 0° e 90°	126
Tabela C.1: Estatísticas com os valores médios amostrais $\rho_{12\%}$ ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	129
Tabela C.2: Estatísticas dos resultados obtidos para a resistência na compressão paralela às fibras f_{c0} (MPa)	130
Tabela C.3: Estatísticas dos resultados obtidos para o módulo de elasticidade na compressão medido na direção paralela às fibras E_{c0} (MPa)	130
Tabela C.4: Classes de resistência (CR) e resistência característica para compressão paralela às fibras ($f_{c0,k}$) (MPa)	131
Tabela C.5: Estatísticas dos resultados obtidos para a resistência na tração paralela às fibras f_{t0} (MPa)	132
Tabela C.6: Estatísticas dos resultados obtidos para o módulo de elasticidade na tração medido na direção paralela às fibras E_{t0} (MPa)	132
Tabela C.7: Resultados das resistências características para tração paralela às fibras da madeira ($f_{t0,k}$) (MPa)	133

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Descrição
A	Área da seção transversal, Amplitude
A_{fir}	Área da seção transversal residual após carbonização
b	Largura ou espessura da seção transversal, parâmetro meteorológico
b_1	Largura do banzo inferior
b_2	Largura do banzo superior
b_3	Largura das diagonais
b_4	Largura dos montantes secundários
b_5	Largura do montante principal
C_e	Coefficientes de forma externo
C_i	Coefficientes de forma interno
d_{char}	Espessura total carbonizada
$d_{char,0}$	Espessura nominal de carbonização em face única
$d_{char,n}$	Espessura efetiva de carbonização em múltiplas face
d_{ef}	Espessura de carbonização efetiva
$E_{0,2}$	Módulo de resistência à temperatura normal para o 20º percentil
$E_{0,ef}$	Módulo de elasticidade efetivo
$E_{0,05}$	Módulo de elasticidade característico
$E_{0,med}$	Módulo de elasticidade paralelo às fibras médio
$E_{c0,med}$	Módulo de elasticidade à compressão paralela às fibras médio
e_{carb}	Espessura total carbonizada
$e_{carb,0}$	Espessura nominal de carbonização em face única
$e_{carb,n}$	Espessura efetiva de carbonização em múltiplas face
$f_{0,2}$	Resistência à temperatura normal para o 20º percentil
f_{c0}	Resistência à compressão paralela às fibras
f_{c90}	Resistência à compressão perpendicular às fibras
f_{t0}	Resistência à tração paralela às fibras
f_{t90}	Resistência à tração perpendicular às fibras
f_v	Resistência ao cisalhamento
FO	Função objetivo
F_d	Ação combinada de cálculo
F_G	Ação permanente
F_Q	Ação Variável
g	Restrições de desigualdade

h	Altura total da seção, Restrições de igualdade
h_{fir}	Altura residual efetiva após carbonização
h_1	Altura do banzo inferior
h_2	Altura do banzo superior
h_3	Altura das diagonais
h_4	Altura dos montantes secundários
h_5	Altura do montante principal
I	Momentos de inércia
$ICAB$	Índice de Correção de Área Bruta
IPB	Incremento de Peso Bruto
K_E	Coefficiente de flambagem por flexão
k_{mod}	Coefficiente de modificação das resistências
k	Coefficiente adimensional
k_{fi}	Coefficiente de ponderação em situação de incêndio
k_0	Fator que depende do tempo de exposição ao fogo
L	Vão total da treliça, Comprimento real da barra
L_0	Comprimento de flambagem
L_i	Comprimento individual da barra i
M	Momento fletor atuante
M_{Rd}	Momento resistente de cálculo
N	Força normal atuante
N_c	Força normal de compressão
N_t	Força normal de tração
N_{Rd}	Força resistente de cálculo
N_{ite}	Número de iterações
N_{pop}	Tamanho da população
P	Função de penalidade estática
PP	Ação de Pesos Próprio
Q	Ação Variável
Q_k	Ação variável característica
q	Pressão dinâmica do vento
R_p	Fator de penalização
r	Raio de giração, Distância entre vagalumes
S_1	Fator topográfico
S_2	Fator de influência da rugosidade do terreno

S_3	Fator estatístico
t	Tempo de exposição ao fogo, iteração
V_{Rd}	Força cortante resistente de cálculo
V_0	Velocidade básica do vento
V_k	Velocidade característica do vento
\vec{x}	Vetor das variáveis de projeto
\bar{x}	Média
W	Função Objetivo Penalizada
W_{fir}	módulo resistente da seção residual após carbonização
w	Força de vento
z	Altura sobre o terreno
$()_c$	Compressão
$()_d$	Cálculo
$()_{ef}$	Efetivo
$()_{fir}$	Condição de incêndio
$()_{fi}$	Coeficiente em com consideração de incêndio
$()_k$	Característico
$()_{lim}$	Limite
$()_{max}$	Máximo
$()_{min}$	Mínimo
$()_r$	Relativo
$()_{sob}$	Sobrepessão
$()_{suc}$	Sucção
$()_t$	Tração
$()_v$	Cisalhamento
$()_x$	Coordenada no plano horizontal perpendicular ao eixo da peça
$()_y$	Coordenada no plano vertical perpendicular ao eixo da peça
α	Fator de aleatoriedade
α_{max}	Limite superior do fator de aleatoriedade
α_{min}	Limites inferior do fator de aleatoriedade
β	Taxa de carbonização, termo de atração entre os vaga-lumes
β_0	Taxa nominal de carbonização em face única, Atratividade entre vaga-lumes
β_n	Taxa efetiva de carbonização em múltiplas faces
γ	Parâmetro de absorção de luz (

γ_w	Coeficiente de ponderação das resistências
γ_g	Coeficientes de majoração das ações permanentes
γ_q	Coeficiente de majoração de ações variáveis
δ_{inst}	Flecha instânea
δ_{fin}	Flecha final
$\vec{\eta}$	Vetor de números aleatórios entre 0 e 1
λ	Esbeltez da peça
λ_{rel}	Esbeltez relativa
μ	Mediana
ρ	Densidade do material da barra
$\rho_{12\%}$	Densidade da madeira em umidade de 12%
σ	Tensão normal, desvio padrão
σ_{Nc}	Tensão atuante de compressão
σ_{Nt}	Tensão atuante de tração
ϕ	Coeficiente de fluência da madeira
ψ_0	Fator de combinação das ações variáveis
ψ_1	Fator de redução
ψ_2	Fator de redução
$\vec{\omega}$	Função de atualização da variável de projeto

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Sigla	Significado
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ANN	<i>Artificial Neural Network</i>
AS/NZS	Australia Standards/New Zealand Standards
CLT	Cross Laminated Timber
DDO	Deterministic Design Optimization
ELU	Estado Limite Último
ELS	Estado Limite de Serviço
EN	European Norm
EC	Euro Code
FA	Firefly Algorithm
FSC	Forest Stewardship Council
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
IC	Intervalo de Confiança
ICAB	Índice de Correção de Área Bruta
IPB	Incremento de Peso Bruto
ISO	International Organization for Standardization
IQR	Intervalo Interquartil
NBR	Norma Brasileira
ODS	Objetivos de Desenvolvimento Sustentável
PEFC	Programme for the Endorsement of Forest Certification
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
PPGECiv	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
SR	<i>Symbolic Regression</i>
TF	Taxa de factibilidade
TLBO	Teaching Learning Based Optimization
UFSCar	Universidade Federal de São Carlos
USP	Universidade de São Paulo

1. INTRODUÇÃO

A escolha da madeira como material de construção é amplamente fundamentada por suas vantagens ambientais e estruturais em relação ao concreto e ao aço. Primeiramente, a madeira é um recurso natural renovável, especialmente quando oriunda de reflorestamentos certificados, como os promovidos pelas certificações FSC (*Forest Stewardship Council*) e PEFC (*Programme for the Endorsement of Forest Certification*). Sua produção consome significativamente menos energia e emite menos gases de efeito estufa do que os materiais concorrentes (Milaj *et al.*, 2017). Durante o crescimento, árvores sequestram carbono da atmosfera, transformando a madeira em um sumidouro de carbono que contribui para a mitigação das mudanças climáticas (Kam-Biron; Podesto, 2012).

Além disso, a madeira possui uma relação resistência-peso altamente favorável, permitindo estruturas leves que suportam grandes cargas. Essa propriedade a torna competitiva com materiais mais densos, como o concreto e o aço, especialmente em construções onde a eficiência energética e a redução de emissões de CO₂ são prioridades (Abed *et al.*, 2022). Por sua vez, avanços como a utilização de madeira lamelada colada (MLC) e madeira lamelada cruzada (CLT, *Cross Laminated Timber*) demonstram que a madeira não apenas iguala, mas supera os materiais tradicionais em termos de desempenho ambiental (Balasbaneh; Sher, 2021).

A produção florestal brasileira é baseada em espécies como *pinus* e *eucalipto*, que tem se destacado pela alta produtividade e eficiência no mercado global. Contudo, o manejo predatório praticado no passado causou a extinção de algumas espécies nativas e apresenta desafios na precificação (Zhao *et al.*, 2024). Por outro lado, estudos indicam que práticas de reflorestamento e monitoramento rigoroso podem restaurar a biodiversidade e fortalecer a capacidade de sequestro de carbono (Muys; Hetemäki; Palahi, 2013).

Nesse contexto, a norma ABNT NBR 7190-1 (2022a) estabelece critérios técnicos para projetos de estruturas de madeira no Brasil, abrangendo requisitos como cálculo estrutural, qualidade dos materiais e resistência ao impacto ambiental. Inspirada no Eurocódigo 5 1995-1-1 (2004a), que regula estruturas de madeira na Europa, a ABNT NBR 7190-1 (2022a) incorpora princípios que alinham a segurança estrutural, promovendo o uso eficiente de madeiras provenientes de florestas manejadas.

Entretanto, o comportamento da madeira sob altas temperaturas representa um desafio crucial ao seu emprego estrutural. A exposição ao fogo compromete a integridade das peças devido à perda de propriedades mecânicas e à degradação térmica da superfície. Durante o incêndio, a madeira forma uma camada carbonizada que atua como isolante,

reduzindo a penetração do calor, mas também diminuindo a seção resistente. A compreensão desse fenômeno é essencial para o desenvolvimento de estratégias de projeto que assegurem a estabilidade estrutural durante o evento térmico e após o resfriamento (Mindeguia *et al.*, 2017).

Outro aspecto crítico é o colapso progressivo, que ocorre frequentemente durante a fase de resfriamento, após a extinção inicial das chamas. Pesquisas experimentais mostram que colunas de madeira podem falhar durante essa fase devido à propagação interna de calor, mesmo sem exposição contínua às chamas. Essas falhas ocorrem horas após o término do aquecimento, destacando a importância de projetar estruturas que considerem os efeitos térmicos residuais (Gernay *et al.*, 2023).

Estudos recentes demonstram a eficácia de tratamentos retardantes de chama e revestimentos protetores, que reduzem a velocidade de carbonização e prolongam a resistência ao fogo (Koval; Andreev; Agafonova, 2023, Žajdlík; Šuhajda; Průša, 2023). Estratégias complementares, como sensores térmicos e sistemas automáticos de supressão de incêndios, têm sido incorporadas a projetos modernos, aumentando o nível de segurança (Zang *et al.*, 2024).

Esses avanços demonstram que o projeto de estruturas de madeira sob incêndio deve integrar soluções passivas e ativas de proteção, associadas a métodos analíticos e computacionais que considerem a degradação térmica e mecânica do material. O uso de ferramentas como o OpenSees permite a simulação numérica do comportamento estrutural, possibilitando prever a resposta das peças sob condições reais de incêndio (Chen *et al.*, 2023). Em edifícios de múltiplos pavimentos, princípios de engenharia de segurança contra incêndios, aliados ao dimensionamento baseado em desempenho, asseguram conformidade normativa e confiabilidade estrutural (Bartlett *et al.*, 2016).

A crescente preocupação com o desempenho da madeira em situações de incêndio tem impulsionado o desenvolvimento de métodos de projeto que incorporam análises térmicas e modelos de otimização estrutural. Diversos autores têm aplicado algoritmos meta-heurísticos, como o Teaching-Learning-Based Optimization (TLBO) e o Firefly Algorithm (FA), para aprimorar o dimensionamento de elementos de madeira expostos ao fogo, otimizando variáveis como a seção transversal e reduzindo o consumo de material sem comprometer a segurança (Han; Tesfamariam, 2025, Moraes *et al.*, 2025, Ulusoy, 2022).

Complementarmente, pesquisas têm avançado na modelagem da carbonização da madeira sob curvas térmicas reais, permitindo avaliar a perda de resistência e o tempo até o colapso potencial de elementos estruturais (Pečenko; Hozjan; Huč, 2023). Abordagens paramétricas de tempo equivalente de resistência ao fogo, associadas a modelos de zona dupla para incêndios em compartimentos, têm proporcionado maior precisão nas estimativas de temperatura e profundidade de carbonização (Barber *et al.*, 2020, Girompaire; Dagenais,

2024) No campo experimental e computacional, o estudo de painéis de CLT submetidos a incêndios localizados evidencia a influência do tipo de adesivo, espessura e revestimento na propagação térmica e na estabilidade global das estruturas (Phillion *et al.*, 2022).

Essas contribuições reforçam a importância de integrar modelagem térmica, análise estrutural e otimização computacional para o desenvolvimento de projetos mais seguros e eficientes, alinhados às diretrizes normativas como o Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b). Essa integração representa uma tendência contemporânea na engenharia de estruturas de madeira, promovendo não apenas o aumento da segurança (Clancy; Young; Leicester, 2002).

Diante desse cenário, torna-se evidente que novas pesquisas são fundamentais para o aperfeiçoamento das metodologias de análise e projeto de estruturas de madeira expostas ao fogo. A compreensão aprofundada dos fenômenos térmicos e mecânicos envolvidos, aliada ao uso de ferramentas numéricas e estratégias de otimização, representa um caminho promissor para ampliar o conhecimento científico e consolidar diretrizes mais precisas de dimensionamento. Assim, o desenvolvimento de estudos que integrem modelagem térmica e análise estrutural contribuem não apenas para o avanço da engenharia de estruturas de madeira, mas também para a promoção de práticas construtivas mais seguras, eficientes e ambientalmente responsáveis.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho consiste em desenvolver e aplicar uma abordagem de otimização para treliças de madeira do tipo Howe submetidas a diferentes condições de incêndio, considerando a interação entre efeitos térmicos, mecânicos e geométricos no desempenho estrutural.

Como objetivos específicos têm-se:

- Simular o comportamento estrutural de treliças de madeira de diferentes vãos em situação de incêndio, contemplando diferentes espécies e tempos de exposição ao fogo.
- Avaliar a influência de variáveis críticas, como profundidade de carbonização e degradação térmica e mecânica, na capacidade resistente das barras e no desempenho global da treliça.
- Integrar métodos de análise estrutural e o algoritmo de otimização FA a fim de identificar soluções mais eficientes e seguras para o dimensionamento.

1.2 JUSTIFICATIVA

O uso da madeira como material estrutural tem sido impulsionado por suas reconhecidas vantagens ambientais, econômicas e tecnológicas. Entretanto, a sua vulnerabilidade ao fogo ainda constitui uma das principais barreiras à ampla adoção em projetos de engenharia civil. A exposição a altas temperaturas provoca a degradação das propriedades mecânicas e a redução progressiva da seção resistente, exigindo abordagens de projeto que conciliem segurança estrutural, eficiência material.

Nas últimas décadas, os modelos normativos de dimensionamento em situação de incêndio, como o Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b) e a AS/NZS 1720.4 (2019), forneceram avanços importantes na quantificação da carbonização e na avaliação da resistência residual. Contudo, essas formulações são essencialmente simplificadas e empíricas, desenvolvidas a partir de ensaios padronizados em corpos de prova de pequena escala e voltadas para elementos isolados. Ainda são escassos os estudos que integram modelagem térmica, análise estrutural e otimização numérica em sistemas reticulados, sobretudo no contexto brasileiro e para espécies de madeira nativa. Essa lacuna compromete a aplicação de estratégias de projeto baseadas em desempenho, especialmente para estruturas treliçadas, cuja resposta global depende fortemente da interação entre barras e da redistribuição dos esforços sob degradação térmica.

As espécies provenientes de florestas nativas foram selecionadas por oferecerem maior estabilidade e previsibilidade em seus parâmetros mecânicos. Materiais oriundos de florestas plantadas, como pinus e eucalipto, costumam apresentar maior frequência de imperfeições naturais, entre elas nós, desvios de grã e heterogeneidades decorrentes do crescimento acelerado. Tais características ampliam a dispersão dos valores de resistência e rigidez, o que comprometeria a comparabilidade entre as espécies avaliadas e dificultaria a identificação dos efeitos térmicos durante o processo de otimização. A utilização de madeiras nativas, portanto, proporciona um conjunto mais uniforme de propriedades e aumenta a consistência das análises numéricas realizadas em condições ambientais e de incêndio.

1.3 INEDITISMO, LACUNAS E CONTRIBUIÇÕES

A presente pesquisa propõe uma formulação inédita que combina otimização estrutural determinística com simulação da perda geométrica e resistente decorrente da carbonização, empregando o *Firefly Algorithm* (FA) acoplado a uma rotina de verificação normativa segundo a ABNT NBR 7190-1 (2022a) e o Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b). Tal integração permite quantificar o impacto do incêndio na eficiência estrutural de treliças de madeira do tipo Howe,

considerando variações de vão, tempo de exposição e propriedades térmico mecânicas das espécies.

A originalidade deste estudo reside na proposição do Índice de Correção de Área Bruta (ICAB) e do Incremento de Peso Bruto (IPB), que traduzem, de forma quantitativa, a influência do fogo na necessidade de aumento de seção e no acréscimo de massa estrutural. Esses parâmetros inovadores permitem interpretar o comportamento global da treliça sob incêndio e servem como ferramenta prática para o pré-dimensionamento e a identificação de barras críticas, oferecendo uma ponte entre o modelo analítico e a decisão de projeto.

O caráter inédito também se manifesta na aplicação sistemática de algoritmos meta heurísticos em estruturas de madeira sob fogo, campo ainda incipiente na literatura internacional e praticamente inexistente no cenário nacional. Ao explorar o potencial da otimização como instrumento de projeto, esta tese amplia as fronteiras da análise termo estrutural e contribui para a evolução do dimensionamento de estruturas de madeira com base em desempenho, abordagem alinhada às tendências mais atuais da engenharia civil.

Do ponto de vista científico, o trabalho oferece uma contribuição metodológica relevante ao propor um framework numérico capaz de reproduzir e comparar condições de incêndio com diferentes tempos de exposição e classes de madeira. Do ponto de vista prático, fornece subsídios para a elaboração de projetos mais seguros e eficientes, orientando a escolha de espécies, seções e estratégias de proteção passiva. Assim, a pesquisa reforça o papel da madeira como material de engenharia de alta performance, promovendo o seu uso racional e sustentável em consonância com as políticas de descarbonização e os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável da Agenda 2030.

Nesse sentido, os avanços metodológicos e aplicados apresentados nesta tese dialogam diretamente com os esforços globais de promoção de infraestrutura resiliente e de baixo impacto ambiental. O estudo contribui para o ODS 9 na medida em que desenvolve uma solução computacional inovadora para o dimensionamento de estruturas expostas ao fogo, fortalecendo práticas de engenharia baseadas em desempenho. Alinha-se também ao ODS 11 ao fornecer evidências e ferramentas que apoiam o emprego de sistemas construtivos mais seguros e sustentáveis, ampliando a viabilidade de edificações em madeira em contextos urbanos. Ao otimizar o uso de espécies e seções e ao considerar a eficiência material como componente central do projeto, a pesquisa responde ao ODS 12 ao incentivar padrões de produção responsáveis e o aproveitamento racional dos recursos florestais. Finalmente, ao evidenciar o potencial da madeira como alternativa estrutural de baixa emissão de carbono e ao integrar análises que contribuem para a mitigação de riscos associados ao fogo, o trabalho se articula com o ODS 13, reforçando estratégias de enfrentamento às mudanças climáticas. Esses alinhamentos ampliam o alcance dos resultados e demonstram que a abordagem adotada contribui simultaneamente para o avanço científico, para práticas

de engenharia mais seguras e para a promoção de uma agenda construtiva ambientalmente comprometida.

Em síntese, o trabalho se justifica pela sua originalidade metodológica, pelo ineditismo na integração entre otimização estrutural e análise térmica, e pela relevância científica e tecnológica de seus resultados para o dimensionamento seguro de estruturas de madeira em situação de incêndio.

1.4 ESTRUTURA DA TESE

A presente tese está organizada em cinco capítulos que conduzem o leitor de maneira progressiva pelos fundamentos teóricos, pelas bases normativas e pela formulação metodológica adotada, até a apresentação e discussão dos resultados e a síntese conclusiva. Essa estrutura foi concebida para integrar, de forma articulada, os aspectos térmicos, mecânicos e geométricos que caracterizam o comportamento das treliças de madeira em situação de incêndio, assegurando alinhamento entre os objetivos propostos, as escolhas metodológicas e as análises realizadas.

No Capítulo 1 apresenta-se a introdução geral do trabalho, contextualizando o uso da madeira como material estrutural e as implicações de sua exposição ao fogo. São discutidos os avanços no campo da modelagem térmica e mecânica, bem como a relevância da otimização estrutural aplicada a sistemas de treliças. O capítulo inclui ainda os objetivos da pesquisa e a justificativa científica e técnica que fundamenta o estudo.

No Capítulo 2 reúne-se a revisão bibliográfica utilizada como suporte teórico. São apresentados os critérios normativos da ABNT NBR 7190-1 (2022a) para o projeto de estruturas de madeira, bem como os fundamentos da carbonização, modelos de cálculo, degradação térmica e reduções das propriedades resistentes. Também são discutidos estudos comparativos sobre o comportamento estrutural da madeira sob incêndio, além dos conceitos associados à otimização estrutural determinística e estratégia de otimização baseada no *Firefly Algorithm*. Esse conjunto de referências estabelece as bases conceituais e normativas que sustentam a formulação proposta.

No Capítulo 3 descreve-se os materiais e métodos empregados. Detalha-se o modelo estrutural das treliças Howe, as propriedades físicas e mecânicas das cinco espécies de madeira utilizadas, as combinações de carregamentos, as hipóteses estruturais adotadas e os parâmetros normativos aplicados. Apresenta-se a metodologia aplicada para o tratamento de restrições, a função objetivo, a definição das variáveis de projeto e a formulação para condições normais e de incêndio. O capítulo integra também o Índice de Correção de Área Bruta (ICAB), que permite a quantificação da ampliação das seções em razão da carbonização.

No Capítulo 4 apresenta-se e discute os resultados das simulações em um conjunto integrado de análises que abrange tanto as condições normais quanto os diferentes cenários de incêndio. Inicialmente, são avaliados o desempenho das treliças Howe, a convergência das execuções, as variáveis de projeto e o atendimento às restrições normativas, estabelecendo a referência estrutural para as comparações posteriores. Em seguida, são examinados os efeitos do fogo sobre o comportamento global, com ênfase no aumento do peso estrutural, na profundidade de carbonização, na perda de propriedades mecânicas e na interação entre esbeltez e vão. O capítulo incorpora a interpretação dos índices ICAB e Incremento de Peso Bruto (IPB), que quantificam respectivamente o acréscimo de área bruta e o incremento de massa exigidos para compensar a degradação térmica, permitindo identificar barras críticas e comparar o desempenho entre espécies. As restrições em situação de incêndio são avaliadas de forma detalhada, evidenciando o deslocamento das soluções para regiões mais severas à medida que o tempo de exposição aumenta. Esse conjunto articulado de resultados permite compreender, de forma sintética e consistente, a influência do incêndio na eficiência estrutural das treliças e nos parâmetros de projeto.

No Capítulo 5 reúne-se as conclusões gerais do trabalho, destacando as contribuições científicas, as implicações práticas para o dimensionamento de treliças de madeira submetidas ao incêndio e as recomendações para projetos futuros. Também são sugeridas direções para pesquisas subsequentes que possam integrar modelos probabilísticos, análises de confiabilidade e técnicas híbridas de otimização.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A divisão em Aspectos Fundamentais é essencial para organizar e fundamentar os pilares teóricos e metodológicos do trabalho. Neste capítulo apresenta-se os conceitos-chave e as bases normativas indispensáveis para a compreensão do comportamento das estruturas de madeira em situações de incêndio e os fundamentos da otimização. Essa estruturação busca garantir clareza no desenvolvimento da pesquisa, permitindo que os tópicos subsequentes sejam abordados com maior profundidade e alinhamento aos objetivos do estudo. Assim, a divisão contribui para facilitar a integração entre os conceitos teóricos, as normas aplicáveis e as técnicas analíticas, estabelecendo uma transição lógica e estruturada para os capítulos seguintes.

2.1 PREMISSAS PARA O PROJETO DE ESTRUTURAS DE COBERTURA SEGUNDO A ABNT NBR 7190-1 (2022A)

O uso da madeira em estruturas demanda o cumprimento rigoroso de normas específicas que assegurem seu desempenho e segurança. No contexto brasileiro, a ABNT NBR 7190-1 (2022a) estabelece os critérios de cálculo estrutural, a classificação das espécies, os procedimentos de ensaio e as recomendações complementares para o projeto de elementos estruturais em madeira. Essas diretrizes normativas orientam todas as etapas do projeto, desde a concepção até a execução das estruturas.

Entre as aplicações mais comuns, destacam-se as estruturas de cobertura e telhamento, compostas por elementos que garantem a estanqueidade da edificação, impedindo a ação direta das intempéries e assegurando conforto e privacidade aos usuários. Geralmente, esses sistemas são formados por treliças planas que apoiam as vigas longitudinais (terças), que, por sua vez, sustentam o conjunto de telhas e demais componentes de fechamento.

O desenvolvimento de projetos de cobertura em madeira requer, portanto, uma sequência bem definida de etapas, pautadas por premissas técnicas e normativas: definição da concepção estrutural (geometria), levantamento de ações e carregamentos, análise estrutural, dimensionamento, detalhamento e execução. Cada uma dessas fases é interdependente e contribui para o desempenho global da estrutura, reforçando a importância de uma abordagem integrada e conforme os requisitos estabelecidos pela norma brasileira vigente.

2.1.1 ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS DE PROJETO

A ABNT NBR 7190-1 (2022a) estabelece que as ações a serem consideradas no dimensionamento de elementos em madeira e seus sistemas de ligação, quando determinadas separadamente (conforme o método usual de projeto), devem ser combinadas entre si. Essas combinações buscam majorar os esforços e deslocamentos atuantes na estrutura, incorporando coeficientes de segurança e garantindo a confiabilidade da solução.

Entretanto, a norma não desconsidera a relação custo-benefício, uma vez que as combinações propostas baseiam-se em métodos probabilísticos, evitando o mero acréscimo descontrolado de valores em uma única variável. Assim, nas seções seguintes, apresentam-se as metodologias para o cálculo de esforços e deslocamentos de projeto em estruturas de madeira, fundamentadas no método dos estados limites.

2.1.2 COMBINAÇÕES DE AÇÕES PARA O ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU)

Para avaliar e dimensionar estruturas de madeira nos Estados Limite Último (ELU) e de Serviço (ELS), a norma ABNT NBR 7190-1 (2022a) recomenda a aplicação da ABNT NBR 8681 (2003). No caso do dimensionamento no ELU, utiliza-se a combinação última normal, correspondente a situações com probabilidade de ocorrência suficientemente elevada, conforme estabelecido na ABNT NBR 8681 (2003), assim como descrito na Eq. 2.1.

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} \cdot F_{Gi,k} + \gamma_{q1} \cdot F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \gamma_{qj} \cdot F_{Qj,k} \cdot \psi_{0j} \quad \text{Eq. 2.1}$$

Nessa combinação, F_d representa a valor de cálculo da ação combinada, γ_{gi} são os coeficientes de majoração das ações permanentes, $F_{Gi,k}$ são os valores característicos das ações permanentes, γ_{q1} é o coeficiente de majoração da ação variável principal, γ_{qj} são os coeficientes de majoração das ações variáveis secundárias, $F_{Q1,k}$ é o valor característico da ação variável principal, ψ_{0j} são os fatores de combinação das ações variáveis secundárias, $F_{Qj,k}$ é o valor característico das ações variáveis secundárias, m e n correspondem ao número de ações permanentes e de ações variáveis secundárias, respectivamente.

As ações permanentes e variáveis podem ser analisadas de duas formas: conjuntamente ou separadamente. Quando consideradas juntas, as ações permanentes adotam o mesmo coeficiente de ponderação (γ_g), e as ações variáveis, igualmente, o mesmo coeficiente (γ_q). Se analisadas separadamente, cada ação possuirá seu próprio coeficiente (γ).

Além da combinação do ELU (combinação última normal), a ABNT NBR 7190-1 (2022a) recomenda o uso de uma variação dessa combinação com redução da ação variável principal quando o vento é considerado a ação principal e apenas duas ações variáveis de

naturezas distintas atuam sobre a estrutura. Nessa condição, a norma permite uma redução de 25% na ação do vento ($F_{Qw,k}$) quando considerada como ação variável principal, como apresentado na Eq. 2.2. Tal consideração só é permitida em verificações de peças de madeira e não se aplica em verificação de ligações.

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} \cdot F_{Gi,k} + \gamma_{qw} \cdot 0,75 \cdot F_{Qw,k} + \gamma_{q2} \cdot F_{Q2,k} \cdot \psi_{0,q2} \quad \text{Eq. 2.2}$$

onde γ_{qw} é o coeficiente de majoração da ação do vento, γ_{q2} é o coeficiente de majoração do fator de combinação da carga variável secundária e $\psi_{0,q2}$ é o fator de combinação da carga variável secundária.

Fraga (2020) discute que essa redução pode ser questionada quanto à área de confiabilidade e segurança das estruturas sob o viés da inversão de esforços. Ventos de sobrepressão são raramente considerados como ação variável principal em uma combinação de ações, exceto em alguns casos cujo ângulo de inclinação do telhado de duas águas for superior a 40°, como descreve a ABNT NBR 6123 (2023). Por outro lado, quando ocorre a incidência de ventos de sucção, devido à sua atuação contrária à gravidade, a ação do vento pode assumir a condição de protagonismo na combinação crítica, amenizada apenas pelas ações permanentes. Nesse sentido, a redução da ação do vento sob essas condições pode não representar uma consideração conservadora, sobretudo quando se trata das barras do banzo inferior. Portanto, a consideração ou não da referida redução de 25% deve ser ponderada pelo projetista ao se efetuar as combinações de ações.

2.1.3 COMBINAÇÕES DE AÇÕES PARA O ESTADO LIMITE DE SERVIÇO (ELS)

Com o intuito de garantir a usabilidade e evitar que as estruturas de madeira apresentem deformação ou deslocamento excessivo, que afetem a utilização da construção ou em aspectos estéticos, além de vibrações excessivas, a ABNT NBR 7190-1 (2022a) define que as estruturas devem ser verificadas no Estado Limite de Serviço (ELS), que está atrelado à deformabilidade, vibrações, durabilidade e utilização da estrutura.

Ao se avaliar estruturas de cobertura, os deslocamentos máximos podem ser combinados e posteriormente comparados com valores limites estabelecidos por norma. A ABNT NBR 7190-1 (2022a) prevê duas hipóteses, considerando deslocamentos instantâneos (δ_{inst}) ou deslocamentos finais ou efetivos (δ_{fin}).

Levando em conta que a madeira possui características distintas de outros materiais, tal como a significativa deformação ao longo do tempo (fluência), a ABNT NBR 7190-1 (2022a) estabelece que as verificações quanto aos critérios de segurança em ELS devem ser consideradas adotando a combinação rara de serviço conforme a ABNT NBR 8681 (2003) para a avaliação das flechas instantâneas (δ_{inst}). Os deslocamentos instantâneos,

desconsiderando os efeitos da fluência, são deformações que ocorrem na estrutura, também conhecidas como flechas, calculadas conforme a Eq. 2.3.

$$\delta_{inst} = \sum_{i=1}^m \delta_{inst,Gi,k} + \delta_{inst,Q1,k} + \sum_{j=2}^n \delta_{inst,Qj,k} \cdot \psi_{1,j} \quad \text{Eq. 2.3}$$

onde $\delta_{inst,Gi,k}$ são as flechas instantâneas devido à ação do peso próprio, $\delta_{inst,Q1,k}$ é a flecha devido à ação variável principal, $\delta_{inst,Qj,k}$ são flechas variáveis secundárias e ψ_1 é o fator de redução para condição frequente.

Já para a avaliação das flechas finais (δ_{fin}) a ABNT NBR 7190-1 (2022a) prevê que se deve considerar a combinação quase permanente e os efeitos da fluência conforme a Eq. 2.4:

$$\delta_{fin} = \sum_{i=1}^m \delta_{fin,Gi,k} + \sum_{j=1}^n \delta_{fin,Qj,k} \quad \text{Eq. 2.4}$$

onde $\delta_{fin,Gi,k}$ e $\delta_{fin,Qj,k}$ são as flechas finais devido a ações de peso próprio e variáveis, respectivamente, calculadas conforme a Eq. 2.5 e Eq. 2.6, respectivamente.

$$\delta_{fin,Gi,k} = \delta_{inst,Gi,k} + \delta_{creep} = \delta_{inst,Gi,k} \cdot (1 + \phi) \quad \text{Eq. 2.5}$$

$$\delta_{fin,Qj,k} = \delta_{inst,Qj,k} + \delta_{creep} = \delta_{inst,Qj,k} \cdot \psi_2 \cdot (1 + \phi) \quad \text{Eq. 2.6}$$

onde δ_{creep} é a flecha considerando os efeitos da fluência na madeira e ϕ é o coeficiente de fluência da madeira dado pelo ABNT NBR 7190-1 (2022a), conforme a Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Coeficiente de fluência (ϕ)

Materiais	Classe de umidade		
	(1)	(2 e 3)	(4)
Madeira serrada, MLC, MLCC, LVL e roliça	0,6	0,8	2,0 ^a
Compensado estrutura	0,8	1,0	2,5
OSB estrutural	1,5	2,25	-

^a Não é permitido o uso de MLCC para a classe de umidade 4.

Fonte: ABNT NBR 7190-1 (2022a)

Segundo a ABNT NBR 7190-1 (2022a) “a madeira possui características distintas de outros materiais de construção, como por exemplo, a significativa deformação ao longo do tempo (fluência)”. Devido a essa condição, faz-se necessária a aplicação do coeficiente de fluência (ϕ) na estimativa dos deslocamentos finais ou efetivos (Eq. 2.5 e Eq. 2.6), sendo estabelecido a partir do material e da classe de umidade à qual o sistema estrutural está exposto. Classes de umidade mais altas resultam em flechas mais acentuadas, uma vez observados os coeficientes de fluência apresentados na Tabela 2.1.

2.1.4 VERIFICAÇÃO DO ELU

A fim de verificar as solicitações no ELU, a ABNT NBR 7190-1 (2022a) determina que as peças principais isoladas devem ter uma área mínima de seção transversal de 5000 mm² e espessura mínima de 50 mm.

Nos parâmetros de resistência (f) e módulo de elasticidade (E), a norma estabelece classes de resistência para madeira dos grupos das Coníferas e Folhosas, sobre condição padrão de referência, ou seja, teor de umidade (U) igual a 12%.

O método dos estados limites baseia-se na premissa de majoração dos esforços e minoração das resistências (f) e do módulo de elasticidade (E). Os coeficientes de minoração têm o intuito de compensar as incertezas da resistência característica, bem como os efeitos adversos das imperfeições geométricas. A ABNT NBR 7190-1 (2022a) propõe essa minoração através da utilização dos coeficientes de modificação (k_{mod}) e do coeficiente de ponderação da resistência (γ_w), conforme apresentado na Eq. 2.7.

$$X_d = k_{mod} \cdot \frac{X_k}{\gamma_w} \quad \text{Eq. 2.7}$$

Nessa equação, X_k é valor característico da resistência da madeira, k_{mod} é o coeficiente de modificação da madeira. O coeficiente de ponderação da resistência (γ_w) assume o valor de 1,4 para tensões normais e 1,8 para tensões de cisalhamento.

O coeficiente de modificação (k_{mod}) altera os valores característicos das propriedades de resistência da madeira em função da classe de carregamento da estrutura e da classe de umidade admitida, calculado conforme a Eq. 2.8.

$$k_{mod} = k_{mod_1} \cdot k_{mod_2} \quad \text{Eq. 2.8}$$

em que k_{mod_1} é o coeficiente de modificação 1, definido a partir da classe de carregamento e o tipo de madeira conforme o item 5.8.4.1 da ABNT NBR 7190-1 (2022a) e k_{mod_2} é o coeficiente de modificação 2, definido a partir da classe de umidade e o tipo de material utilizado, de acordo com o item 5.8.4.2 da ABNT NBR 7190-1 (2022a).

A norma ABNT NBR 7190-1 (2022a) define que, nas verificações de ELU, quando a verificação for referente à estabilidade lateral de vigas, deve ser considerado o valor efetivo para o módulo de elasticidade ($E_{0,ef}$), conforme a Eq. 2.9:

$$E_{0,ef} = k_{mod_1} \cdot k_{mod_2} \cdot E_{0,med} \quad \text{Eq. 2.9}$$

As verificações de ELU referentes à estabilidade de peças comprimidas e flexo comprimidas exigem o valor característico para o módulo de elasticidade ($E_{0,05}$), definido na norma como 70% do valor médio do módulo de elasticidade à compressão paralela às fibras ($E_{c0,med}$), assim como apresentado na Eq. 2.10.

$$E_{0,05} = 0,7 \cdot E_{c0,med} \quad \text{Eq. 2.10}$$

Nas verificações de ELS, deve ser considerado o valor médio do módulo de elasticidade ($E_{c0,med}$).

2.1.4.1 VERIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS NORMAIS

Tomando como base o modelo estrutural treliçado, as barras são solicitadas apenas a esforços normais, sendo necessária sua verificação à tração (Eq. 2.11) e a compressão simples (Eq. 2.12). Ambas são extraídas da ABNT NBR 7190-1 (2022a).

$$\sigma_{Nt,d} = \frac{N_{t,d}}{A} \leq f_{t0,d} \quad \text{Eq. 2.11}$$

$$\sigma_{Nc,d} = \frac{N_{c,d}}{A} \leq f_{c0,d} \quad \text{Eq. 2.12}$$

Nessas equações, $\sigma_{Nt,d}$ é o valor de cálculo da tensão atuante de tração, $N_{t,d}$ é o valor de cálculo da força de tração, A é a área da seção transversal, $f_{t0,d}$ é o valor de cálculo da resistência à tração paralela às fibras, $\sigma_{Nc,d}$ é o valor de cálculo da tensão atuante de compressão, $N_{c,d}$ é o valor de cálculo da força de compressão.

Cabe destacar que peças submetidas à compressão simples (Eq. 2.12), devem ser verificadas quanto à estabilidade, devido à possibilidade de ocorrência de esforços de segunda ordem à medida que a esbeltez do elemento se eleva, originando excentricidades.

2.1.4.2 ESTABILIDADE DE PEÇAS COMPRIMIDAS OU FLEXO COMPRIMIDAS

As peças submetidas à compressão e à flexocompressão devem ser verificadas no ELU de estabilidade da ABNT NBR 7190-1 (2022a), que foi baseada no processo de verificação do *Eurocode 5* EN 1995-1-1 (2004a). É necessário calcular alguns parâmetros geométricos, nas direções x e y , para o dimensionamento estrutural, tais como o índice de esbeltez da peça (λ_i) (Eq. 2.13 e Eq. 2.14), raio de giração (r_i) (Eq. 2.15 e Eq. 2.16) e comprimento de flambagem ($L_{0,i}$) (Eq. 2.17 e Eq. 2.18), onde a variável i representa a direção na qual a propriedade geométrica está sendo calculada.

$$\lambda_x = \frac{L_{0,x}}{r_x} \quad \text{Eq. 2.13}$$

$$\lambda_y = \frac{L_{0,y}}{r_y} \quad \text{Eq. 2.14}$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad \text{Eq. 2.15}$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad \text{Eq. 2.16}$$

$$L_{0,x} = K_E \cdot L_x \quad \text{Eq. 2.17}$$

$$L_{0,y} = K_E \cdot L_y \quad \text{Eq. 2.18}$$

Nessas equações, I_x e I_y são os momentos de inércia da direção x e y, respectivamente. L_x e L_y são o comprimento real das barras nas direções x e y, respectivamente. K_E é o coeficiente de flambagem por flexão definido no item 6.5.3 da ABNT NBR 7190-1 (2022a), assim como apresentado na Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Valores dos coeficientes K_E

Modos de flambagem						
Valores de projeto para K_E	0,65	0,80	1,20	1,00	2,10	2,40
Código das condições de extremidade		Rotação e translação lateral impedidas, translação vertical livre				
		Rotação e translação vertical livres, translação lateral impedida				
		Rotação livre e translações impedidas				
		Rotação impedida e translações livres				
		Rotação e translações livres				

Fonte: ABNT NBR 7190-1 (2022a)

Cabe destacar que os índices de esbeltez das peças têm limites máximos estabelecidos por norma, conforme o item 9.3 da ABNT NBR 7190-1 (2022a). As peças sujeitas à compressão axial ou à flexocompressão não podem possuir esbeltez maior que 140 ($\lambda_{lim,c} = 140$). Por outro lado, para peças submetidas à tração ou flexotração, aplica-se o limite de esbeltez de 173 ($\lambda_{lim,t} = 173$).

Na verificação da condição de estabilidade de peças comprimidas e flexo comprimidas, é necessário calcular o índice de esbeltez relativa, conforme o item 6.5.4 da ABNT NBR 7190-1 (2022a). O índice de esbeltez relativo nas direções x ($\lambda_{rel,x}$) e y ($\lambda_{rel,y}$), são calculados conforme a Eq. 2.19 e Eq. 2.20, respectivamente.

$$\lambda_{rel,x} = \frac{\lambda_x}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} \quad \text{Eq. 2.19}$$

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} \quad \text{Eq. 2.20}$$

A ABNT NBR 7190-1 (2022a) define uma esbeltez relativa crítica com um valor de 0,3 ($\lambda_{rel,cri} = 0,3$). Logo, para as condições em que a esbeltez relativa em x ($\lambda_{rel,x}$) e y ($\lambda_{rel,y}$), forem menores ou iguais à esbeltez relativa crítica ($\lambda_{rel,x} \leq \lambda_{rel,cri}$ ou $\lambda_{rel,y} \leq \lambda_{rel,cri}$), dispensa-se a verificação da estabilidade. Na verificação de estabilidade, utiliza-se a condição de segurança relativa aos esforços normais de compressão, como apresentado na Eq. 2.11, e na condição de flexocompressão, assim como apresentado no item 6.3.7 da ABNT NBR 7190-1 (2022a).

Nos casos de índice de esbeltez relativa superior a 0,3, em qualquer direção, além das condições de segurança de compressão simples e flexocompressão, devem ser atendidas as condições de estabilidade conforme a Eq. 2.21 e Eq. 2.22.

$$\frac{\sigma_{Nc,d}}{k_{cx} \cdot f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{m,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{My,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad \text{Eq. 2.21}$$

$$\frac{\sigma_{Nc,d}}{k_{cy} \cdot f_{c0,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{m,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad \text{Eq. 2.22}$$

onde, $\sigma_{Mi,d}$ é a tensão normal de flexão proveniente do momento fletor de cálculo de primeira ordem devido às forças laterais, excentricidades na aplicação das forças axiais, curvatura inicial da barra, deformações induzidas ou quaisquer outras situações em que há momentos fletores de primeira ordem atuando na barra; k_M é o coeficiente de correção para o qual é adotado um valor de 0,7 para seções retangulares e 1,0 para outras seções transversais.

É importante salientar que, para condições de treliças ideais, as tensões normais de flexão devido a momentos fletores de primeira ordem não atuam nas barras das treliças, pois treliças trabalham predominantemente com esforços normais de tração e compressão.

Os coeficientes k_{cx} e k_{cy} são calculados segundo a Eq. 2.23 e Eq. 2.24, respectivamente.

$$k_{cx} = \frac{1}{k_x + \sqrt{(k_x)^2 + (\lambda_{rel,x})^2}} \quad \text{Eq. 2.23}$$

$$k_{cy} = \frac{1}{k_y + \sqrt{(k_y)^2 + (\lambda_{rel,y})^2}} \quad \text{Eq. 2.24}$$

Os coeficientes k_x e k_y são calculados conforme a Eq. 2.25 e Eq. 2.26, respectivamente.

$$k_x = 0,5 \cdot \left[1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,x} - 0,3) + (\lambda_{rel,x})^2 \right] \quad \text{Eq. 2.25}$$

$$k_y = 0,5 \cdot \left[1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,y} - 0,3) + (\lambda_{rel,y})^2 \right] \quad \text{Eq. 2.26}$$

Da Eq. 2.25 e Eq. 2.26, β_c é o fator para peças estruturais que atendam aos limites de divergência de alinhamento, sendo adotado o valor de 0,2 para madeira maciça serrada e peças roliças e 0,1 para madeira lamelada (MLC e MLCC) e madeira lamelada (LVL).

2.1.5 VERIFICAÇÃO DO ELS

Na verificação do ELS, a ABNT NBR 7190-1 (2022a) estabelece valores limites para as flechas, onde se tem a flecha instantânea (δ_{inst}) e final (δ_{fin}). Os valores limites dependem da configuração estática da estrutura, cujos valores estão impressos na Tabela 2.3.

Tabela 2.3: Flechas limites para elementos correntes fletidos

Tipo	δ_{inst}	δ_{fin}
Vigas biapoiadas ou contínuas	L/300 a L/500	L/150 a L/300
Vigas em balanço	L/150 a L/250	L/75 a L/150
Treliças	L/300	L/150

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 7190-1 (2022a) e Calil Júnior *et al.* (2019).

Logo, o dimensionamento de sistemas estruturais em madeira deve atender a esses requisitos normativos.

2.2 REGRESSÃO SIMBÓLICA

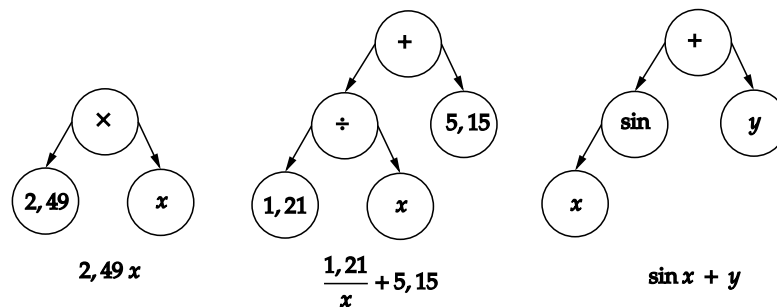
Diferentemente dos métodos tradicionais, em que os parâmetros independentes são pré-definidos e tenta-se encontrar os melhores valores de coeficientes, a Regressão Simbólica é inspirada na teoria da evolução de Darwin e se utiliza de conceitos evolutivos para buscar a melhor combinação dos parâmetros independentes com os coeficientes, mutuamente, a fim de minimizar tanto o erro de previsão quanto a complexidade do modelo (Abdusalamov; Hillgärtner; Itskov, 2023, Angelis; Sofos; Karakasidis, 2023, Cranmer, 2023).

Embora as redes neurais artificiais (ANN - *Artificial Neural Network*) sejam poderosas, frequentemente funcionam como “caixas-pretas”, dificultando a interpretação dos resultados e a compreensão dos processos subjacentes. Dessa forma, a falta de transparência pode

gerar desconfiança na tomada de decisões. Em contrapartida, a *Symbolic Regression* (SR) oferece uma abordagem mais transparente e humanamente interpretável, gerando expressões matemáticas simbólicas e elucidando as relações subjacentes nos dados. Por conseguinte, a SR apresenta-se como uma abordagem para a descoberta de novas leis físicas e para a validação de modelos existentes, promovendo uma maior confiança e aplicabilidade em diversas áreas científicas e tecnológicas (Angelis; Sofos; Karakasidis, 2023).

A obtenção de um modelo de regressão simbólica torna-se possível apenas pela definição das variáveis independentes e dependentes, os operadores matemáticos e os parâmetros de cálculo e critério de parada a serem considerados. Os operadores matemáticos podem ser unários (funções trigonométricas, expoentes, logaritmos) ou binários (adição, subtração, multiplicação, divisão). Comumente, a fim de melhor compreender o algoritmo, as equações são representadas no esquema de estrutura de árvore hierárquica (Figura 2.1). Nesse formato, os nós (círculos na Figura 2.1) representam as variáveis, constantes e as operações matemáticas.

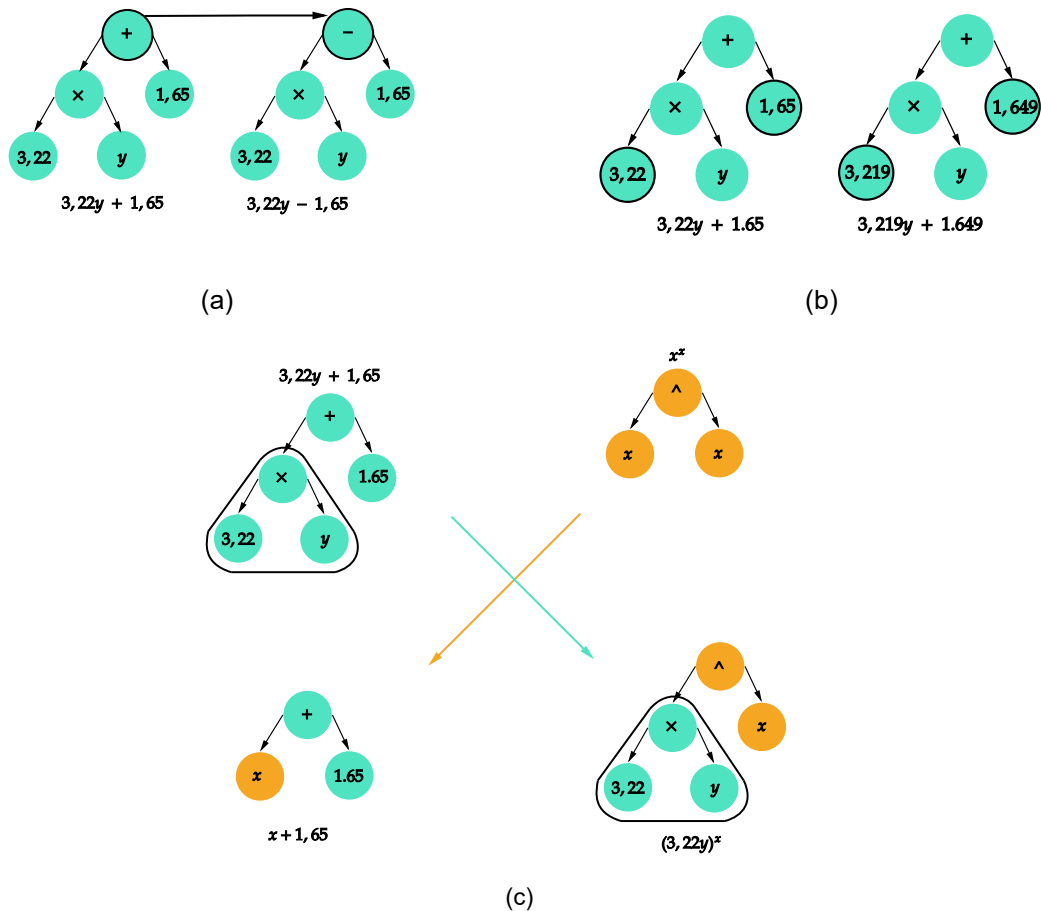
Figura 2.1: Estrutura de árvore hierárquica



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Considerando-se um algoritmo clássico de Regressão Simbólica com apenas uma população por geração, a primeira geração de equações é gerada randomicamente. Com isso, as equações mais aptas da primeira geração são utilizadas para a construção das equações da segunda geração, adicionando-se nós e utilizando-se de conceitos evolutivos como mutação (Figura 2.2a), cruzamento (Figura 2.2b) e otimização (Figura 2.2c). Nesse processo, o algoritmo identifica continuamente as equações promissoras (produzem menores erros) e descarta aquelas com baixo desempenho. Dessa maneira, torna-se intuitivo que novas gerações produzam equações com melhores desempenhos que as anteriores, por conseguinte, o erro médio diminui até que, em determinado momento, a execução do algoritmo é finalizada. A Regressão Simbólica também pode ser terminada pela definição máxima de interações e o tempo máximo de execução (Angelis; Sofos; Karakasidis, 2023).

Figura 2.2: Conceitos evolutivos: (a) Mutação; (b) Otimização de constantes; (c) Cruzamento.

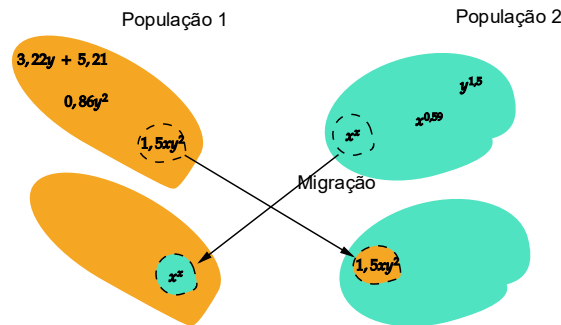


Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Dentre as diversas ferramentas e algoritmos para obtenção de um modelo de Regressão Simbólica, o PySR se destaca por ser uma biblioteca Python *open source* de alto desempenho que busca melhorar o algoritmo tradicional de Regressão Simbólica. Consequentemente, a adição de novas abordagens no algoritmo clássico resulta em modelos mais precisos do que aqueles obtidos por meio das demais ferramentas de Regressão Simbólica (Angelis; Sofos; Karakasidis, 2023).

Por se tratar de um algoritmo multi-populacional, o PySR se caracteriza por gerar populações independentes e posteriormente realizar a migração entre elas. Na geração das populações, subamostras são selecionadas aleatoriamente e avaliadas quanto à sua precisão. Por conseguinte, aquela que apresenta melhor precisão é selecionada para reprodução por mutação, cruzamento ou otimização explícita (Figura 2.2). Dessa forma, várias populações evoluem independentemente e, ao final de um número especificado de rodadas de evolução, a migração entre elas é realizada (Figura 2.3).

Figura 2.3: Migração entre populações



Fonte: Moraes et al. (2025)

2.3 ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO *FIREFLY ALGORITHM* (FA)

O *Firefly Algorithm* (FA) é baseado em um modelo de otimização probabilística de inspiração biológica proposto por Yang (2008). FA é um método de características populacionais, no qual uma partícula (vaga-lumes) percorre o espaço da amostra em busca da solução ótima e viável.

O algoritmo foi inspirado na bioluminescência e na influência da interação entre os vaga-lumes no período de acasalamento. Portanto, o método de otimização FA baseia-se em como os vaga-lumes podem emitir luz e ser percebidos por outros indivíduos da mesma população. Ao conceber o algoritmo, Yang (2008) definiu alguns preceitos para auxiliar no desenvolvimento, incluindo: todos os vaga-lumes têm um único gênero e, tendo um único sexo, são atraídos uns pelos outros; a capacidade de atração de cada vaga-lume é proporcional ao seu brilho próprio, mas distâncias maiores entre os indivíduos diminuem tal capacidade.

Quando a população inicial é criada, o vaga-lume (variável de projeto) inicia uma caminhada aleatória, estimada pela Eq. 2.27, de modo que \vec{x} "se move" de acordo com uma função de atualização da variável de projeto ($\vec{\omega}$), na qual \vec{x} é o vetor das variáveis de projeto, $\vec{\omega}$ é o vetor da função de atualização e t é o número de iterações.

$$\vec{x}^{t+1} = \vec{x}^t + \vec{\omega}^t \quad \text{Eq. 2.27}$$

Com base nesta nova direção, são originadas novas posições e possíveis soluções para o ponto ideal de projeto (Wang *et al.*, 2016). Assim, os vaga-lumes se movem em cada etapa do processo iterativo descrito na Eq. 2.28.

$$\vec{\omega}^t = \beta \cdot (\vec{x}_j^t - \vec{x}_i^t) + \alpha \cdot (\vec{\eta} - 0,5 \cdot \vec{\epsilon}) \quad \text{Eq. 2.28}$$

Onde β é um termo de atração entre os vaga-lumes i e j ; \vec{x}_i se refere ao vaga-lume i ; \vec{x}_j ao vaga-lume j ; $\vec{\eta}$ é o vetor de números aleatórios entre 0 e 1; α é o fator de aleatoriedade (Equação 4); e \vec{e} é um vetor unitário.

A fim de garantir a aleatoriedade no processo de otimização, é aplicado um fator de aleatoriedade (α) obtido por meio da Eq. 2.29, que segue um comportamento de decaimento exponencial conforme o número de iterações t , o fator θ é constante (0,98), α_{min} e α_{max} são os limites mínimo e máximo do fator de aleatoriedade (α).

$$\alpha = \alpha_{min} + (\alpha_{max} - \alpha_{min}) \cdot \theta^t \quad \text{Eq. 2.29}$$

β é a atratividade entre os vaga-lumes do enxame, apresentada na Eq. 2.30, no qual β_0 é a atratividade para uma distância $r = 0$; r_{ij} é uma distância euclidiana entre os vaga-lumes i e j (Eq. 2.31); e γ é o parâmetro de absorção de luz (Eq. 2.32).

$$\beta = \beta_0 \cdot e^{\gamma \cdot r_{ij}^2} \cong \frac{\beta_0}{(1 + \gamma \cdot r_{ij}^2)} \quad \text{Eq. 2.30}$$

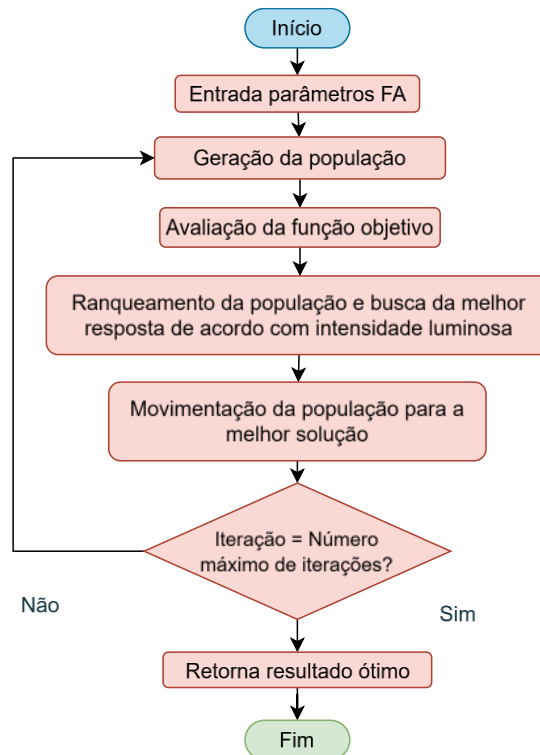
$$r_{ij} = |\vec{x}_i^t - \vec{x}_j^t| = \sqrt{\sum_{k=1}^d (\vec{x}_{i,k} - \vec{x}_{j,k})^2} \quad \text{Eq. 2.31}$$

$$\gamma = \frac{1}{(x_{max} - x_{min})} \quad \text{Eq. 2.32}$$

Da Eq. 2.30, Eq. 2.31 e Eq. 2.32, k é o k -ésimo componente do vetor das variáveis de projeto \vec{x} , d é o número de variáveis de projeto, x_{max} é o limite superior das variáveis de projeto e x_{min} é o limite inferior das variáveis de projeto.

Cabe destacar que o FA ou qualquer outro método probabilístico de otimização requer atenção na definição dos parâmetros do algoritmo (atratividade: β e γ ; aleatoriedade: α). O parâmetro γ é a variação da atratividade por meio da absorção de luz $\{\gamma \in [0, \infty)\}$, essencial para determinar a velocidade de convergência e o comportamento do algoritmo. A maioria varia entre 0,1 e 10. A representação do fluxo de processos para a otimização via o algoritmo FA é apresentado na Figura 2.4.

Figura 2.4: Fluxograma de processos do algoritmo FA.



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

O *Firefly Algorithm* (FA) tem se destacado como uma das técnicas mais promissoras entre os métodos de otimização inspirados na natureza, sendo amplamente aplicado na engenharia estrutural para resolver problemas complexos de dimensionamento, forma e topologia. Sua principal vantagem está na capacidade de escapar de mínimos locais, mantendo um equilíbrio entre exploração e intensificação da busca, o que o torna particularmente eficaz para problemas com múltiplas variáveis e restrições não lineares (Tripathi, 2019).

Na área de otimização estrutural de treliças, o FA tem sido amplamente utilizado para minimizar o peso e o custo de estruturas sujeitas a restrições de deslocamento, tensão e frequência. Estudos demonstram que o método apresenta desempenho comparável, e em muitos casos superior, a outros algoritmos meta-heurísticos, como o *Genetic Algorithm* (GA) e o *Particle Swarm Optimization* (PSO), apresentando melhor estabilidade e tempo de convergência (Wu *et al.*, 2017).

Versões aprimoradas e híbridas do Firefly também vêm sendo desenvolvidas para otimizações estruturais mais robustas. Por exemplo, Gebremedhen; Woldemichael; Hashim (2020) propuseram um modelo híbrido FA com metodologia OC (*Optimality Criteria*), alcançando reduções adicionais de 5% a 15% no peso estrutural em comparação com métodos determinísticos tradicionais. No estudo desenvolvido por Carbas (2020) desenvolveu uma versão aprimorada do FA para o dimensionamento ótimo de estruturas metálicas, obtendo soluções mais econômicas e estáveis sob restrições normativas.

Além de otimização de forma e tamanho, o FA também tem sido aplicado com sucesso em análises de confiabilidade e monitoramento estrutural. Feng; Wang e Zhang (2022) apresentaram uma versão modificada do algoritmo, o *Modified Nelder–Mead Firefly Algorithm* (m-NMFA), para atualização probabilística de modelos estruturais, destacando sua rapidez e precisão na identificação de danos e calibração de modelos.

No contexto computacional, o FA tem sido integrado a plataformas de análise estrutural, como o ANSYS, para realizar otimizações automáticas de geometrias e empilhamentos em compósitos, mostrando aplicabilidade prática em projetos reais (Marannano; Ricotta, 2022)

De forma geral, estudos recentes reforçam que o desempenho superior do FA está associado à sua natureza populacional e ao modelo de atratividade exponencial, que garante diversidade de soluções e evita a convergência prematura (Yang; He, 2018). Essa combinação torna o *Firefly Algorithm* uma ferramenta poderosa, versátil e adaptável para otimizações estruturais complexas, consolidando-se como um método eficiente e confiável na engenharia moderna.

2.4 CARBONIZAÇÃO DA MADEIRA

A carbonização da madeira é um processo termodegradativo em que, sob aquecimento intenso, ocorrem secagem interna, pirólise e formação de carvão, com transformação gradual das propriedades físico-mecânicas do material. Conforme definido por Figueroa e Moraes (2009), do ponto de vista térmico, o aquecimento estabelece um gradiente de temperatura que segmenta a seção em zonas com comportamentos distintos da superfície para o núcleo: camada de carvão, base do carvão, zona de pirólise e madeira não afetada (Figueroa; Moraes, 2009).

Essas zonas térmicas correspondem a diferentes regimes de reação no interior da madeira, que se sucedem conforme a temperatura aumenta e o suprimento de oxigênio se torna limitado. Na superfície exposta ao fogo, ocorre inicialmente a combustão completa, em que o oxigênio disponível é suficiente para oxidar o material e gerar chamas. Logo abaixo dessa camada, forma-se a camada de carvão, produto sólido da decomposição térmica, que atinge temperaturas em torno de 650 °C e apresenta baixa densidade e condutividade térmica. Essa camada atua como uma barreira ao calor, reduzindo a penetração da energia térmica para o interior do elemento (Figueroa; Moraes, 2009).

Abaixo do carvão surge a base do carvão, com temperaturas próximas de 350 °C, onde ainda há liberação de gases e vapores combustíveis. Em seguida, localiza-se a zona de pirólise, com temperatura média de 280 °C, na qual ocorre a despolimerização dos principais constituintes da madeira (hemicelulose, celulose e lignina) acompanhada da liberação de

compostos voláteis e alcatrões. A base da zona de pirólise, em torno de 250 °C, marca a transição entre a madeira degradada e a região não afetada, denominada madeira intacta, cujo núcleo se mantém abaixo de 200 °C (Figuroa; Moraes, 2009).

Essa estratificação térmica, conforme ilustrado na Figura 2.1, evidencia que o gradiente de temperatura provoca uma progressão contínua da frente de degradação em direção ao interior da peça, ao mesmo tempo em que uma parte da seção permanece estruturalmente íntegra. O equilíbrio entre a condução de calor e a formação da camada carbonizada explica o comportamento característico da madeira sob incêndio: perda gradual de resistência combinada com autoproteção térmica parcial (Figuroa; Moraes, 2009).

Quando exposta a altas temperaturas, a madeira sofre degradação térmica progressiva, que compromete suas propriedades mecânicas e reduz a capacidade resistente das peças. A formação da camada carbonizada é um fenômeno característico desse processo, atuando simultaneamente como isolante térmico (ao proteger o núcleo do elemento) e como agente redutor da seção transversal efetiva (Mindeguia *et al.*, 2017). A compreensão da cinética de carbonização é, portanto, essencial para prever a estabilidade estrutural durante e após a exposição ao fogo.

Na Figura 2.5 ilustra-se o perfil típico de uma seção transversal de madeira após exposição ao fogo, evidenciando a distinção entre a seção original e a seção residual. Observa-se a presença de diferentes zonas: a camada de carvão, a madeira aquecida, a madeira intacta e o efeito de arredondamento nas bordas, que resulta da retração térmica e da progressão irregular da frente de carbonização. Essa perda gradual de material é o principal fator responsável pela redução da capacidade resistente dos elementos estruturais durante o incêndio (Figuroa; Moraes, 2009).

Figura 2.5: Distribuição típica das zonas térmicas na madeira durante a carbonização



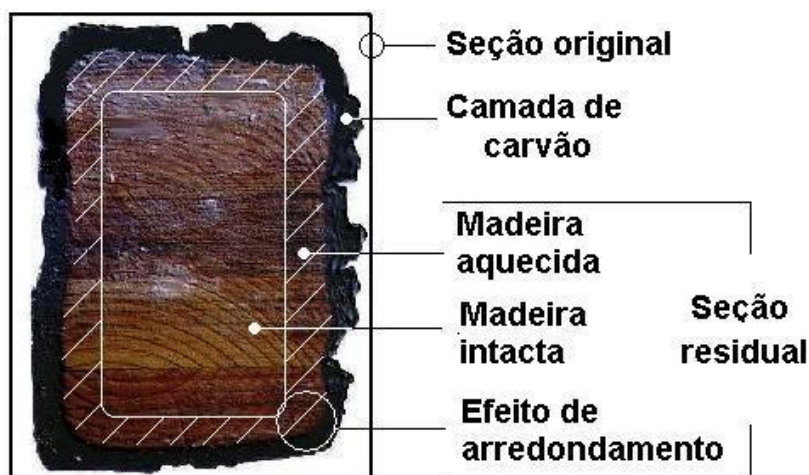
Fonte: Figueroa e Moraes (2009)

A evolução desse gradiente térmico resulta na formação de uma camada carbonizada superficial, cuja presença altera significativamente o comportamento estrutural da madeira sob fogo. Embora essa camada possua baixa resistência mecânica, ela atua como isolante térmico, restringindo a condução de calor e retardando o avanço da frente de pirólise. Em contrapartida, sua formação implica a redução progressiva da seção transversal efetiva responsável pela resistência aos esforços (Mindeguia *et al.*, 2017).

O ritmo de avanço da frente de carbonização é usualmente expresso pela taxa de carbonização (mm/min), que tende a apresentar comportamento aproximadamente linear com o tempo de exposição em ensaios padronizados. Essa taxa é influenciada por variáveis como densidade, teor de umidade, composição química, orientação dos grãos e intensidade do fluxo térmico incidente (Friquin, Kathinka, 2010, Friquin, Kathinka Leikanger, 2011). De modo geral, madeiras de maior densidade carbonizam mais lentamente, enquanto o teor de umidade elevado retarda o processo em razão da energia necessária para a evaporação da água antes do início efetivo da pirólise.

Do ponto de vista geométrico-estrutural, o resultado visível desse processo é a configuração da seção residual: uma casca de carvão periférica, seguida por uma camada aquecida (com propriedades degradadas) e um núcleo intacto. O avanço desigual do calor, somado à retração térmica, origina o efeito de arredondamento nas bordas e cantos, fator importante no cálculo da área resistente remanescente. Como apresentado na Figura 2.6, essa morfologia sintetiza a consequência prática da carbonização, onde surgem as camadas de autoproteção térmica, proporcionada pela camada de carvão e de perda progressiva de capacidade resistente, decorrente da redução efetiva da seção (Pinto, 2005).

Figura 2.6: Representação esquemática da seção transversal de madeira carbonizada, destacando as regiões de carvão, madeira aquecida e madeira intacta.



Fonte: Pinto (2005)

2.4.1 EVOLUÇÃO DOS MODELOS DE CÁLCULO

Historicamente, os primeiros modelos para calcular a taxa de carbonização da madeira baseavam-se em observações empíricas e experimentos simples. Esses modelos iniciais, desenvolvidos principalmente durante a primeira a metade do século XX, forneciam uma base fundamental para entender como diferentes espécies de madeira reagiam ao fogo. Com o tempo, esses modelos foram refinados para incluir uma variedade de fatores que afetam a carbonização, como densidade, umidade e composição química.

Avanços recentes na tecnologia e na modelagem computacional permitiram a criação de modelos mais sofisticados, que levam em consideração a complexidade das reações térmicas e químicas da madeira durante a exposição ao fogo. Modelos baseados em elementos finitos e simulações numéricas, por exemplo, oferecem uma previsão mais precisa da taxa de carbonização, considerando diferentes cenários de incêndio, como incêndios de propagação e fogos paramétricos (Richter *et al.*, 2021).

Esses modelos mais recentes também incorporam dados de experimentos em escala real e simulam a resposta térmica de estruturas de madeira sob diferentes condições de fogo. A integração de variáveis como a composição química específica de diferentes espécies de madeira e as condições de carga durante a exposição ao fogo tem contribuído para aumentar a precisão e a aplicabilidade desses modelos em situações de projeto real (Friquin, Kathinka, 2010).

2.4.2 IMPORTÂNCIA NORMATIVA

As normas desempenham um papel crucial na padronização dos métodos de cálculo da taxa de carbonização, garantindo que as estruturas de madeira atendam aos requisitos

mínimos de segurança em caso de incêndio. Normas como o Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b), que estabelecem métodos simplificados e avançados para o cálculo da taxa de carbonização, são amplamente adotadas em todo o mundo para orientar o projeto de estruturas de madeira. Essas normas consideram fatores como a densidade da madeira, a direção do fluxo de calor e a temperatura de exposição, fornecendo diretrizes claras para a avaliação da resistência ao fogo (Cachim; Franssen, 2010).

A padronização promovida por essas normas não só facilita a uniformidade nos cálculos e projetos de engenharia, mas também assegura que as construções em madeira sejam seguras e confiáveis. No entanto, a aplicação dessas normas em condições não padronizadas, como incêndios com exposições térmicas variáveis, ainda apresenta desafios. Nesses casos, pode ser necessário recorrer a modelos avançados ou personalizados para garantir que a segurança estrutural seja adequadamente avaliada (Richter *et al.*, 2021).

Desta forma, a evolução dos modelos de cálculo da taxa de carbonização e a implementação de normas rigorosas são essenciais para garantir a segurança das estruturas de madeira em situações de incêndio. A contínua pesquisa e inovação nesse campo permitirão o desenvolvimento de soluções ainda mais eficazes, adaptadas às complexidades das condições reais de incêndio, promovendo assim a construção de edificações mais seguras e sustentáveis.

2.5 COMPORTAMENTO DOS ESFORÇOS RESISTENTES EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

A análise comparativa feita por Moraes *et al.* (2025) dos modelos normativos utilizados para o cálculo da taxa de carbonização da madeira é essencial para identificar as forças e fraquezas de cada abordagem, considerando diferentes contextos de aplicação. Esta análise se baseia nos preceitos normativos da AS/NZS 1720.4 (2019) e do Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b), baseando-se em critérios técnicos que avaliam precisão, conservadorismo, facilidade de aplicação e adaptabilidade. Também inclui um estudo de caso prático, ilustrando a aplicação de cada norma em um cenário real.

Moraes *et al.* (2025) avalia a redução das capacidades resistentes de elementos de madeira em situação de incêndio segue uma abordagem numérica baseada em normas consagradas, como o Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b), e a AS/NZS 1720.4 (2019), conforme estudo desenvolvido por Moraes *et al.* (2025).

2.5.1 CÁLCULO DAS CAPACIDADES RESISTENTES

Para o dimensionamento em situações em que há flexão, o momento fletor resistente (M_{Rd}) é determinado com base na resistência característica de projeto à compressão paralela

às fibras (f_{c0k}) e no módulo resistente da seção transversal reduzida em condição de incêndio (W_{fir}). A fórmula pode ser expressa na Eq. 2.33.

$$M_{Rd} = f_{c0,k} \cdot W_{fir} \quad \text{Eq. 2.33}$$

O módulo resistente residual após carbonização (W_{fir}) reflete a capacidade geométrica da seção para resistir à flexão (Eq. 2.34), sendo diretamente influenciado pela redução da seção transversal devido à atuação do incêndio, onde b representa a largura constante da seção.

$$W_{fir} = \frac{b \cdot h_{fir}^2}{6} \quad \text{Eq. 2.34}$$

Em situações de incêndio, o cálculo do momento fletor resistente (M_{rd}) em estruturas de madeira considera a redução da seção transversal causada pela carbonização. Essa redução afeta diretamente o módulo resistente da seção residual após carbonização (W_{fir}), o qual determina a capacidade geométrica da madeira de resistir aos esforços de flexão. O módulo resistente reduzido é calculado considerando a altura residual da peça (h_{fir}), que varia em função do tempo (t) de exposição ao fogo e da taxa de carbonização, onde h é a altura da seção transversal original, tal como apresentado na Eq. 2.35.

$$h_{fir}(t) = h - d_{ef}(t) \quad \text{Eq. 2.35}$$

A capacidade portante à compressão (N_{rd}) inclui a área da seção transversal residual após carbonização (A_{fir}) em função do tempo de exposição ao fogo (t), tal como apresentado na Eq. 2.36.

$$N_{Rd} = f_{c0,k} \cdot A_{fir}(t) \quad \text{Eq. 2.36}$$

A área da transversal residual após carbonização (A_{fir}) é diretamente afetada pela altura residual efetiva após a carbonização (h_{fir}), conforme definido anteriormente. Essa espessura varia de acordo com as condições normativas aplicadas e o tempo de exposição ao incêndio. A formulação para cálculo da área transversal reduzida (A_{fir}) está expressa na Eq. 2.37.

$$A_{fir}(t) = b \cdot h_{fir}(t) \quad \text{Eq. 2.37}$$

Em situações em que os esforços cortantes são predominantes, a força cortante resistente de cálculo (V_{rd}) deve ser determinada considerando a seção transversal reduzida (A_{fir}), influenciada pela carbonização, e a resistência característica de cálculo ao cisalhamento paralelo às fibras (f_{v0d}). O cálculo do V_{rd} também incorpora o coeficiente de ponderação da madeira (γ_w), conforme apresentado na Eq. 2.38.

$$V_{Rd} = f_{v0,k} \cdot \frac{A_{fir}}{1,5} \quad \text{Eq. 2.38}$$

Em combinação, as equações apresentadas anteriormente descrevem como a carbonização influencia a capacidade resistente tanto ao esforço normal de compressão (N_{rd}), esforço cortante (V_{rd}) e no momento fletor (M_{rd}), integrando os efeitos geométricos e materiais do incêndio no dimensionamento da madeira. Essas relações permitem estimar a degradação das propriedades resistentes ao longo do tempo, auxiliando na avaliação da segurança estrutural em situações de fogo.

2.5.2 PARÂMETROS GERAIS DOS MATERIAIS

Na pesquisa desenvolvida por Moraes *et al.* (2025), foram consideradas madeiras do tipo folhosas (D20, D30, D40, D50, D60). A Tabela 2.4 apresenta as propriedades mecânicas utilizadas no presente estudo, tais como a resistência característica à compressão paralela às fibras ($f_{c0,k}$), resistência característica à tração paralela às fibras ($f_{t0,k}$), módulo de elasticidade médio paralelo às fibras ($E_{c0,med}$), densidade da madeira em umidade de 12% ($\rho_{12\%}$) e tipo da madeira (conífera ou folhosa). Esses parâmetros são usados para determinar a resistência dos elementos sob carregamento e sua degradação ao longo do tempo durante o incêndio.

Tabela 2.4: Propriedades Mecânicas e Físicas das Madeiras Consideradas no Estudo

Classe	Tipo	$f_{c0,k}$ (kN/cm ²)	$f_{t0,k}$ (kN/cm ²)	$E_{c0,med}$ (kN/cm ²)	$\rho_{12\%}$ (kg/m ³)
D20	Folhosa	2,0	0,4	1000	500
D30	Folhosa	3,0	0,5	1200	625
D40	Folhosa	4,0	0,6	1650	750
D50	Folhosa	5,0	0,7	1800	850
D60	Folhosa	6,0	0,8	1950	1000

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

2.5.3 TAXA DE CARBONIZAÇÃO

Para o desenvolvimento desta análise comparativa, Moraes *et al.* (2025) utilizam as normas AS/NZS 1720.4 (2019) e Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b), tal como descrito no Apêndice A. Descrito nos itens A.1.1 e A.1.2, para determinar a taxa de carbonização (β), que representa a velocidade com que a madeira perde seção devido à carbonização em situação de incêndio. Essas normas correlacionam β à densidade da madeira e à condição de exposição, considerando também ajustes específicos para os primeiros minutos de aquecimento, período no qual a pirólise ainda não está plenamente desenvolvida.

A norma AS/NZS 1720.4 introduz uma dependência direta entre densidade e taxa de carbonização, conferindo maior precisão na diferenciação entre madeiras leves e densas. Já o Eurocode 5, de caráter mais conservador, adota valores fixos de β (0,65 mm/min para madeiras de densidade < 450 kg/m³ e 0,50 mm/min para densidades \geq 450 kg/m³), incluindo

o fator k_0 que reduz a espessura efetiva nos primeiros 20 minutos. Essa diferença metodológica é relevante, pois a escolha da norma impacta diretamente a previsão da espessura residual e, conseqüentemente, a resistência remanescente.

Com base nessas prescrições, a evolução da carbonização foi simulada em incrementos temporais de 1 minuto, permitindo correlacionar o avanço da frente térmica à degradação das propriedades mecânicas e ao desempenho estrutural residual das vigas e pilares.

2.5.4 GEOMETRIA INICIAL DOS ELEMENTOS

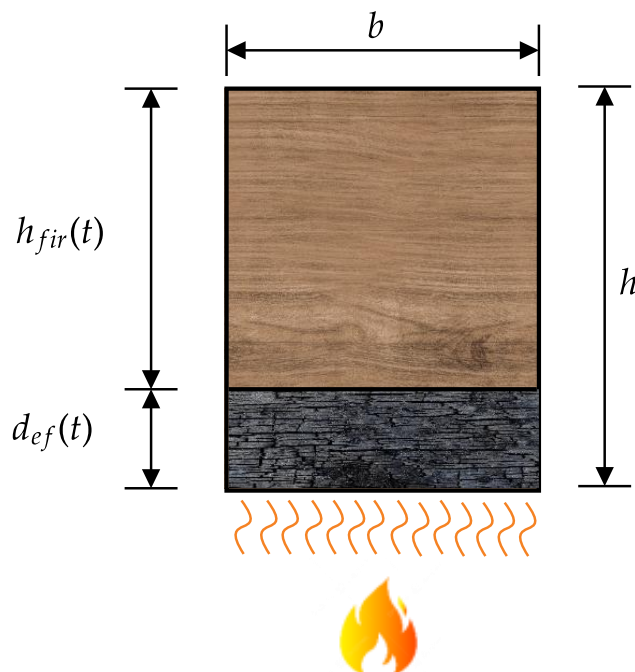
A definição da geometria inicial dos elementos é um passo essencial para a avaliação da influência da carbonização sobre o comportamento estrutural. No estudo desenvolvido por Moraes *et al.* (2025), foram adotadas seções retangulares típicas de elementos de cobertura e sustentação: 12 cm × 36 cm para vigas e 16 cm × 36 cm para pilares. Os comprimentos foram definidos como 500 cm e 300 cm, respectivamente, de forma a representar condições usuais de projeto para sistemas de cobertura em madeira laminada ou maciça.

Essas dimensões foram selecionadas para garantir proporcionalidade entre esbeltez e rigidez, permitindo a comparação entre esforços normais e fletores sob diferentes estágios de carbonização. Além disso, a padronização geométrica facilita a análise paramétrica da perda de seção ao longo do tempo, isolando o efeito da densidade e das propriedades mecânicas das diferentes classes de madeira. O modelo adotado reflete, portanto, um cenário representativo e conservador, adequado às simulações de incêndio em regime unidirecional.

2.5.5 REDUÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL

Durante a simulação do incêndio, Moraes *et al.* (2025) observam que a redução da seção transversal efetiva é consequência direta da formação da camada carbonizada. No estudo conduzido por Moraes *et al.* (2025), a espessura carbonizada foi obtida como função do tempo de exposição, conforme os parâmetros normativos previamente mencionados. Em cada instante, a seção residual foi recalculada considerando a perda de material apenas na face inferior dos elementos, correspondente à base das peças (12 cm para a viga e 16 cm para o pilar), conforme representado na Figura 2.7. A redução foi limitada ao mínimo teórico, garantindo que valores não negativos fossem atribuídos às dimensões.

Figura 2.7: Modelo de distribuição do efeito do incêndio



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Essa simplificação unidirecional da carbonização, na qual o fogo atua em apenas uma das faces, permite reproduzir um cenário de exposição controlada, com fluxo térmico concentrado e medição precisa da perda de espessura. Tal abordagem, além de representar uma condição crítica de projeto, facilita a calibração dos modelos térmicos e mecânicos, permitindo avaliar de forma consistente o impacto da perda geométrica sobre a rigidez, a estabilidade e a capacidade resistente ao longo do tempo. O processo iterativo de atualização das dimensões assegura coerência entre a evolução da carbonização e as propriedades mecânicas remanescentes, prevenindo inconsistências numéricas em estágios avançados de degradação.

2.5.6 PARÂMETROS DE EXPOSIÇÃO AO INCÊNDIO

Os parâmetros de exposição térmica foram definidos entre 0 e 120 minutos, com incremento de 1 minuto, abrangendo desde a condição ambiente até o colapso potencial do elemento. Esse intervalo é compatível com os ensaios normativos de resistência ao fogo e possibilita a observação da transição entre os estágios de carbonização inicial, estabilização e colapso térmico.

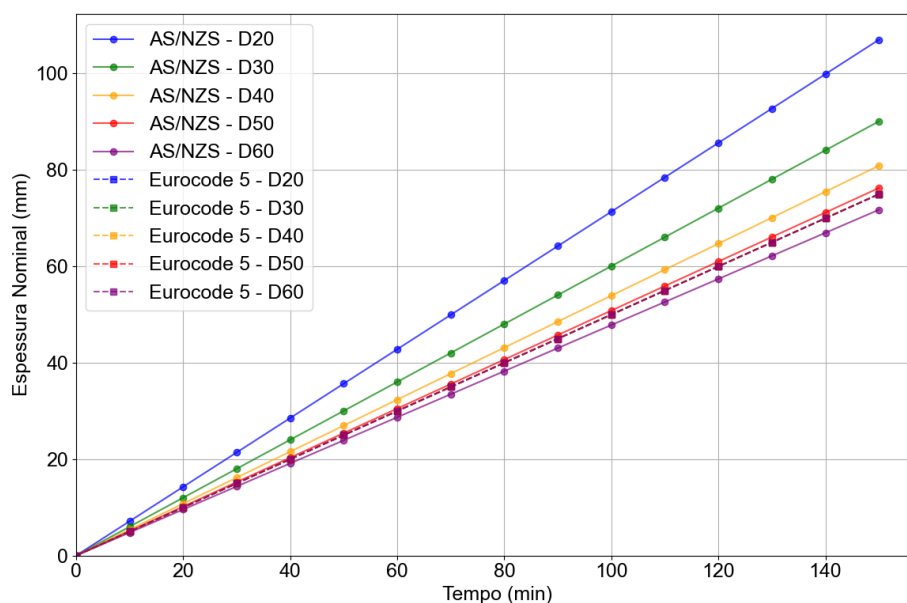
Para cada tempo t , foram determinadas as espessuras nominais e efetivas de carbonização, as quais refletem, respectivamente, a perda física de material e o acréscimo adicional da camada aquecida não carbonizada. As correções de espessura foram aplicadas conforme os procedimentos da AS/NZS 1720.4 (2019) e do Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b),

conforme apresentado no item A.1.1 e A.1.2, respectivamente, apresentados no Apêndice A. Essa metodologia permitiu avaliar o desempenho comparativo das diferentes classes de madeira sob exposição controlada, estabelecendo uma base quantitativa para as análises de resistência residual

2.5.7 RESULTADOS DA ANÁLISE COMPARATIVA

A Figura 2.8 ilustra a evolução da espessura nominal de carbonização ao longo do tempo para diferentes classes de madeira (D20 a D60), conforme definido por duas normas distintas: AS/NZS e Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b). A análise detalhada do comportamento das curvas permite identificar as diferenças metodológicas entre as normas, bem como compreender o impacto de cada abordagem na previsão da taxa de carbonização (β) e na evolução da espessura carbonizada.

Figura 2.8: Espessura Nominal de Carbonização para as Classes do presente estudo



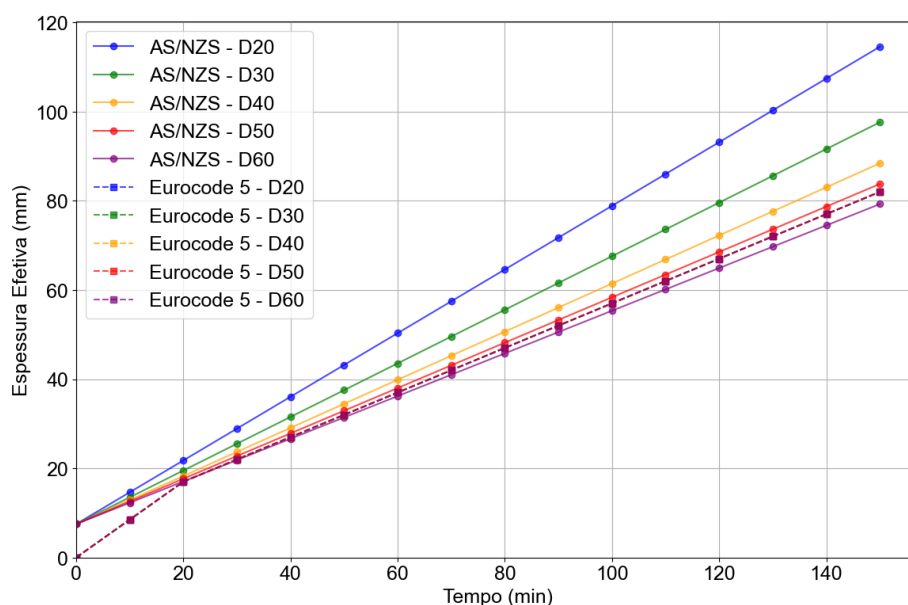
Fonte: Moraes *et al.* (2025)

A norma AS/NZS utiliza uma fórmula em que a taxa de carbonização é diretamente influenciada pela densidade da madeira, tal como apresentado na Eq. A.1 presente no Apêndice A. Esse modelo gera taxas de carbonização mais elevadas para madeiras de menor densidade, como as classes D20 e D30, resultando em inclinações maiores para essas curvas. Por outro lado, madeiras de maior densidade (D50 e D60) apresentam taxas menores e, conseqüentemente, uma evolução mais lenta da espessura carbonizada. Essa abordagem confere maior precisão, já que as diferenças entre classes de madeira são evidenciadas, mesmo em densidades mais altas.

Já a norma Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b) adota valores fixos para a taxa de carbonização, com $\beta_0=0,65$ mm/min para coníferas e folhosas de baixa densidade (<450

kg/m³), e $\beta_0=0,50$ mm/min para folhosas de densidade superior ou igual a 450 kg/m³. Uma diferença significativa entre as normas, que pode ser observada Figura 2.9 que apresenta a evolução da espessura efetiva de carbonização ao longo do tempo, é que nos primeiros 20 minutos de exposição ao fogo, o Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b) aplica um ajuste adicional por meio do fator k_0 , que reduz proporcionalmente a espessura de carbonização nos minutos iniciais. Esse ajuste reflete o comportamento mais lento da propagação térmica no início da combustão, resultando em curvas de menor inclinação nesse período inicial. Após os 20 minutos, o fator estabiliza-se em 1, e a evolução da espessura nominal torna-se linear, mantendo a taxa de carbonização fixa. Esse comportamento influencia diretamente a sobreposição das curvas, que ocorre em todas as classes de madeira.

Figura 2.9: Espessura Efetiva de Carbonização para as Classes do presente estudo



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

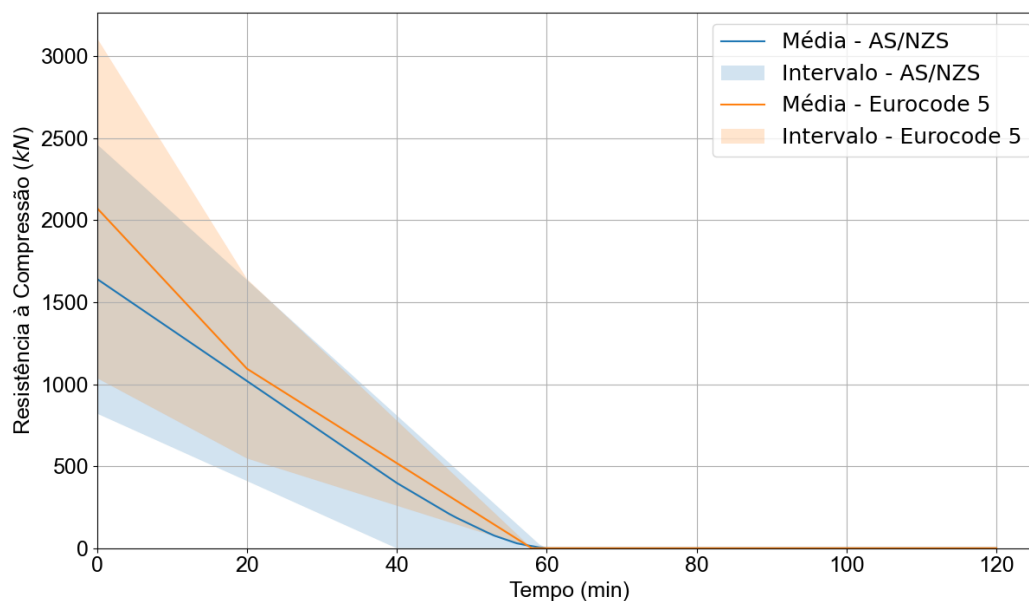
Na Figura 2.9 evidencia-se que, enquanto a AS/NZS diferencia mais claramente as densidades, especialmente para madeiras de baixa densidade, o Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b) apresenta sobreposição significativa das curvas, intensificada pela adição fixa de 7 mm da zona aquecida. A AS/NZS resulta em espessuras efetivas ligeiramente maiores para madeiras menos densas, enquanto o Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b) oferece valores mais conservadores para madeiras de alta densidade, com maior realismo inicial devido ao ajuste proporcional.

2.5.7.1 REDUÇÃO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO NORMAL

Na Figura 2.10 apresenta-se a evolução da resistência à compressão da madeira exposta ao fogo ao longo do tempo, com base nos modelos normativos do Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b) e do AS/NZS 1720.4 (2019). As curvas médias de ambos os modelos são

exibidas, acompanhadas por intervalos máxima e mínimos para as classes de resistências consideradas, representando a variação potencial em condições reais. Observa-se uma redução progressiva da resistência à compressão em função do tempo de exposição, com diferenças nos valores médios e nos intervalos entre as normas analisadas, refletindo diferentes abordagens e pressupostos no cálculo da resistência residual.

Figura 2.10: Redução da Resistência Nominal à Compressão ao Longo do Tempo



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

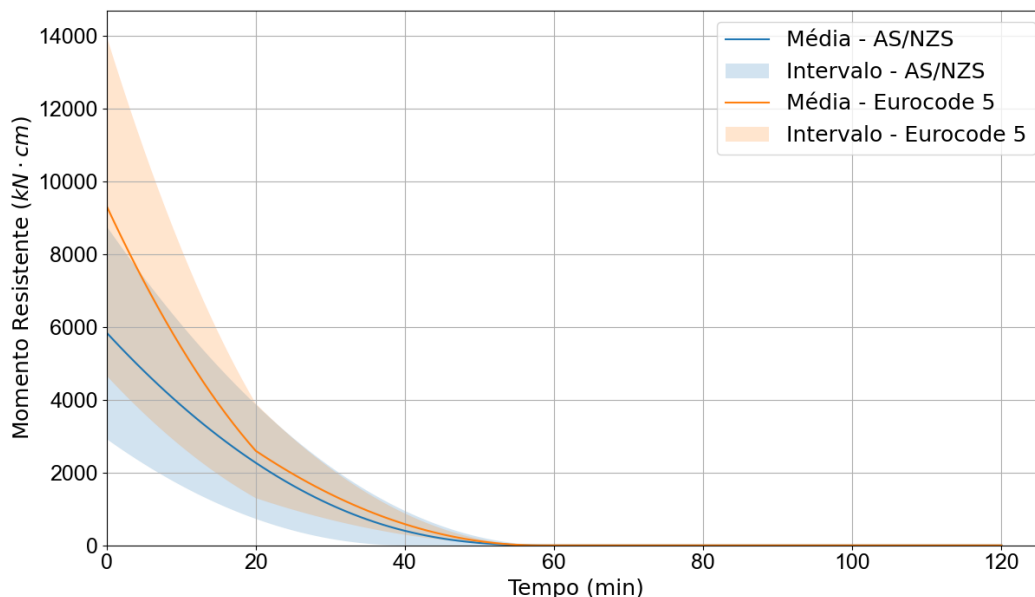
As curvas revelam que ambas as normas apresentam uma tendência de redução linear na resistência à compressão ao longo do tempo, especialmente até cerca de 60 minutos de exposição ao fogo. Entretanto, observa-se que para valores de classe de resistência menores, a norma AS/NZS 1720.4 (2019) apresenta uma redução total da resistência por volta dos 40 minutos, enquanto o Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b) mantém valores residuais por mais tempo. Essa diferença reflete abordagens distintas no cálculo das taxas de carbonização e nos critérios de avaliação das propriedades térmicas e mecânicas da madeira. Além disso, o intervalo de variação mais amplo na AS/NZS indica maior incerteza associada a este modelo. Esses resultados ressaltam a importância de selecionar a norma mais adequada às condições específicas do projeto, considerando o impacto da confiabilidade do modelo na segurança estrutural em situações de incêndio.

2.5.7.2 REDUÇÃO DO MOMENTO FLETOR RESISTENTE

Na Figura 2.11 apresenta-se a evolução do momento fletor resistente nominal de elementos de madeira expostos ao fogo, com base nos modelos normativos do Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b) e da AS/NZS 1720.4 (2019). As curvas exibem valores médios acompanhados por intervalos de variação, refletindo incertezas associadas a diferentes

classes de resistência e às condições de cálculo normativo. Nota-se uma redução acentuada no momento resistente ao longo do tempo, com diferenças na taxa e na magnitude da perda de capacidade resistente entre as normas, especialmente nos primeiros 40 minutos de exposição ao fogo.

Figura 2.11: Redução do Momento Fletor Nominal Resistente ao Longo do Tempo



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

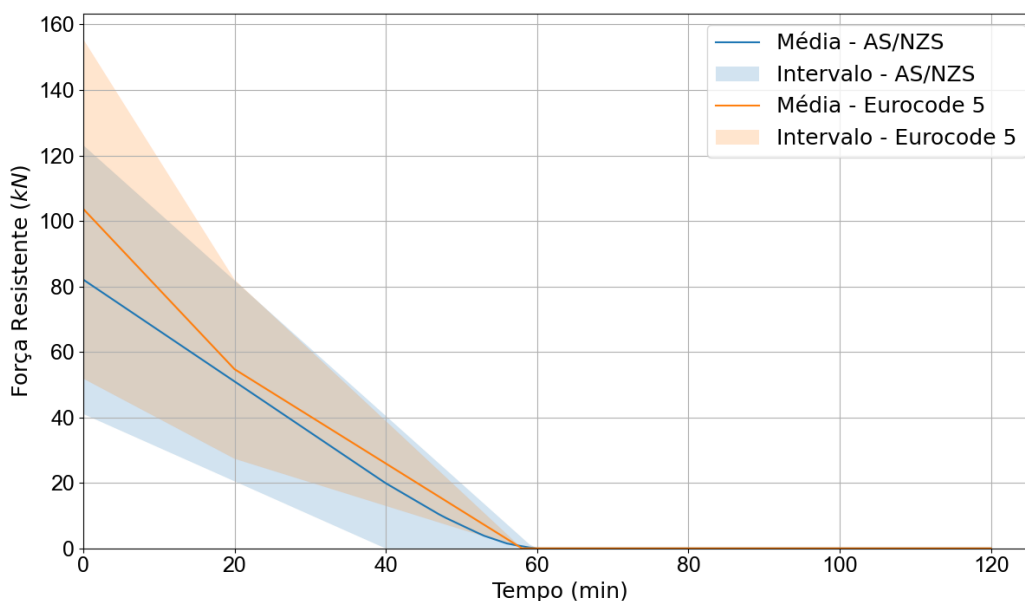
Ao analisar das curvas é possível observar que ambas as normas descrevem uma queda exponencial no momento fletor resistente com o tempo de exposição ao fogo. A norma AS/NZS 1720.4 (2019) apresenta reduções mais rápidas para momentos fletores iniciais elevados, especialmente para elementos de menor resistência, resultando em um valor residual próximo de zero por volta dos 40 minutos de exposição. Em contraste, o Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b) apresenta uma redução mais gradual, mantendo valores residuais superiores por maior período. Essa diferença pode ser atribuída às distintas suposições sobre taxas de carbonização e comportamento térmico da madeira. Além disso, os intervalos de variação são mais amplos para a AS/NZS, indicando maior incerteza em sua aplicação prática. Esses resultados destacam a necessidade de avaliar cuidadosamente a escolha normativa com base no desempenho esperado da estrutura em situações de incêndio.

2.5.7.3 REDUÇÃO DA FORÇA CORTANTE RESISTENTE

Na Figura 2.12 ilustra-se a evolução da força cortante resistente nominal de elementos de madeira expostos ao fogo ao longo do tempo, baseada nos modelos normativos do Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b) e da AS/NZS 1720.4 (2019). As curvas médias são acompanhadas por intervalos de confiança, refletindo as incertezas relacionadas às diferentes classes de resistência e aos métodos normativos. Observa-se uma redução contínua da força

cortante resistente com o tempo de exposição, variando entre as normas analisadas, principalmente nos primeiros 60 minutos.

Figura 2.12: Redução da Força Cortante Nominal Resistente ao Longo do Tempo



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

As curvas evidenciam uma diminuição praticamente linear da força cortante resistente durante a exposição ao fogo, convergindo para valores próximos de zero após cerca de 60 minutos. A norma AS/NZS 1720.4 (2019) apresenta uma redução mais acelerada para elementos de resistência inicial menor, enquanto o Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b) descreve uma perda mais gradual, mantendo valores residuais levemente superior. Os intervalos de variação mais amplos na AS/NZS sugerem maior incerteza associada a essa norma, especialmente em cenários de curto prazo. Essas diferenças podem ser atribuídas às distintas premissas sobre taxas de carbonização e comportamento mecânico da madeira sob altas temperaturas. Esses resultados destacam a importância de avaliar cuidadosamente as condições de aplicação de cada norma, especialmente em projetos onde a força cortante desempenha papel crítico na segurança estrutural.

2.5.8 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DETERMINÍSTICA

A Otimização Estrutural Determinística, conhecida como *Deterministic Design Optimization* (DDO), não considera explicitamente as incertezas relacionadas às ações e às resistências. Para contornar esse aspecto, são empregados valores nominais das ações, valores característicos das resistências e fatores parciais de segurança. Uma formulação típica de DDO está expressa na Eq. 2.39.

$$\begin{array}{ll}
\text{determine:} & \mathbf{d} \\
\text{que minimiza:} & f(\mathbf{d}) \\
\text{sujeito a:} & \sigma(\mathbf{d})_i \leq \sigma_{ADM}, i = 1, \dots, n_{PC}, \mathbf{d} \in \mathcal{D}
\end{array}
\tag{Eq. 2.39}$$

De maneira tal que, σ representa a tensão de trabalho, n_{PC} indica o número de pontos materiais críticos, e σ_{ADM} é a tensão admissível, a qual pode ser definida a partir da tensão de escoamento do material ou da resistência à fadiga correspondente a um determinado número de ciclos. Esse formato, conhecido como “formato das tensões admissíveis”, é empregado no projeto de componentes mecânicos e em algumas normas técnicas mais antigas. Uma abordagem mais moderna, utilizada na engenharia de estruturas, é o “formato dos estados limites”, no qual a formulação DDO se apresenta na Eq. 2.40.

$$\begin{array}{ll}
\text{determine:} & \mathbf{d} \\
\text{que minimiza:} & f(\mathbf{d}) \\
\text{sujeito a:} & \phi_{Ri} \cdot R_i(\mathbf{d}) \geq \gamma_G \cdot G_n + \gamma_Q \cdot Q_n + \gamma_W \cdot W_n, i = 1, \dots, n_{LS}, \mathbf{d} \in \mathcal{D}
\end{array}
\tag{Eq. 2.40}$$

Sendo n_{LS} o número de equações de estado limite a verificar, $R_i(\cdot)$ uma função de resistência para cada estado limite, ϕ_R γ 's são os coeficientes parciais de segurança para resistência e ações, respectivamente; sub-índice $(\cdot)_n$ para valor nominal e G , Q e W as ações permanente, acidental e de vento, respectivamente.

Observa-se que a função objetivo $f(\mathbf{d})$ em DDO geralmente está relacionada ao volume de materiais ou ao custo de manufatura. A formulação adotada permite identificar configurações ótimas do ponto de vista estritamente mecânico. No entanto, devido ao fato de que o efeito das incertezas não é considerado de forma explícita, a segurança da estrutura otimizada pode ser comprometida quando comparada à estrutura original.

Como exemplo, considera-se um projeto baseado em norma técnica. Para cada modo de falha, há uma equação de projeto correspondente a uma equação de estado limite. No projeto convencional, a resistência do elemento estrutural é calculada a partir de cada equação de projeto, sendo a resistência final a maior entre todas. A equação que determina a resistência final corresponde ao modo de falha dominante, em relação a margem de segurança mínima especificada em norma. Contudo, as margens de segurança nos demais modos de falha apresentam folgas adicionais em relação ao mínimo normativo. Ao resolver um problema de otimização conforme a Eq. 2.40, para a mesma condição de projeto, se existir número suficiente de variáveis de projeto (ou seja, graus de liberdade), observa-se que todos os modos de falha serão projetados exatamente no limite. Sob a ótica da confiabilidade de um

sistema em série, torna-se evidente que a confiabilidade da estrutura otimizada mostra-se inferior à da estrutura projetada pelo processo convencional.

Considerando-se outro exemplo, aborda-se o projeto ótimo de estruturas hiperestáticas. De um ponto de vista determinístico, a representação do colapso progressivo de elementos hiperestáticos e a quantificação da probabilidade de ocorrência dos diferentes caminhos de falha revelam-se complexas. Em uma formulação DDO elementar, os elementos hiperestáticos seriam simplesmente eliminados, resultando em uma estrutura isostática. Entretanto, a capacidade excedente desses elementos pode ser mobilizada em caso de falha primária de um componente, proporcionando um caminho alternativo de suporte às cargas. Uma formulação baseada em confiabilidade permite calcular não apenas as probabilidades de falha primária de cada elemento, mas também as probabilidades de falha condicionais dos demais, após uma falha inicial, resultando na estimativa da probabilidade de perda de equilíbrio e da ocorrência de cada caminho de falha. Assim, a confiabilidade estrutural apresenta-se como uma ferramenta adequada para solucionar problemas de otimização envolvendo estruturas hiperestáticas.

2.6 CONCLUSÕES DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica realizada fornece o alicerce conceitual e metodológico que sustenta o desenvolvimento desta pesquisa. A análise das normas técnicas nacionais e internacionais, notadamente a ABNT NBR 7190-1 (2022a) e o Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b), permitiu compreender os critérios de dimensionamento e verificação de elementos estruturais de madeira em condições normais e de incêndio, evidenciando a evolução das abordagens de cálculo e as limitações ainda presentes quanto à consideração da degradação térmica e geométrica do material.

O estudo dos fenômenos de carbonização, degradação térmica e redução das propriedades mecânicas mostrou que o comportamento da madeira em altas temperaturas é fortemente dependente de fatores como densidade, umidade, fluxo térmico e tempo de exposição, sendo indispensável a incorporação desses efeitos nos modelos de cálculo. Por meio da análise comparativa das capacidades resistentes e da redução da seção efetiva ao longo do tempo, foi possível estabelecer o intervalo de exposição ao fogo representativo para a estrutura como um todo, permitindo caracterizar o regime térmico crítico e subsidiar o intervalo de tempo de exposição ao fogo a ser considerado nas etapas subsequentes de otimização.

A Figura 2.10, Figura 2.11 e Figura 2.12 mostram que o aumento do tempo de exposição ao fogo intensifica a degradação das propriedades mecânicas e reduz a capacidade resistente dos elementos de madeira. Observa-se que, aos 30 minutos, a perda

acumulada situa-se entre 80 e 95 por cento da capacidade original, o que indica um estágio avançado de dano térmico e redução da seção remanescente. Esses resultados corroboram a escolha dos tempos de 10, 20 e 30 minutos adotados na metodologia, pois representam três níveis progressivos de deterioração. Assim, as figuras ilustram de maneira clara como o comportamento estrutural se altera ao longo da exposição ao fogo e reforçam a importância de avaliar o desempenho da treliça em diferentes fases do aquecimento.

De forma integrada, os conteúdos revisados possibilitaram estabelecer a base teórica necessária para a formulação do modelo numérico e para a definição das variáveis, restrições e parâmetros utilizados na otimização das treliças em situação de incêndio. Constatou-se que, apesar dos avanços na modelagem e nas normas, ainda são escassas as pesquisas que associam otimização estrutural, degradação térmica e variabilidade dos materiais em sistemas treliçados de madeira. Assim, a presente investigação contribui para preencher essa lacuna, propondo um modelo de análise que unifica aspectos térmicos, mecânicos e geométricos sob uma abordagem de otimização determinística aplicada a treliças de madeira.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Este capítulo apresenta, em detalhe, a metodologia adotada para otimizar a massa de treliças de madeira, considerando tanto as condições normais ($t = 0$ min) quanto diferentes cenários de incêndio ($t = 10, 20$ e 30 min).

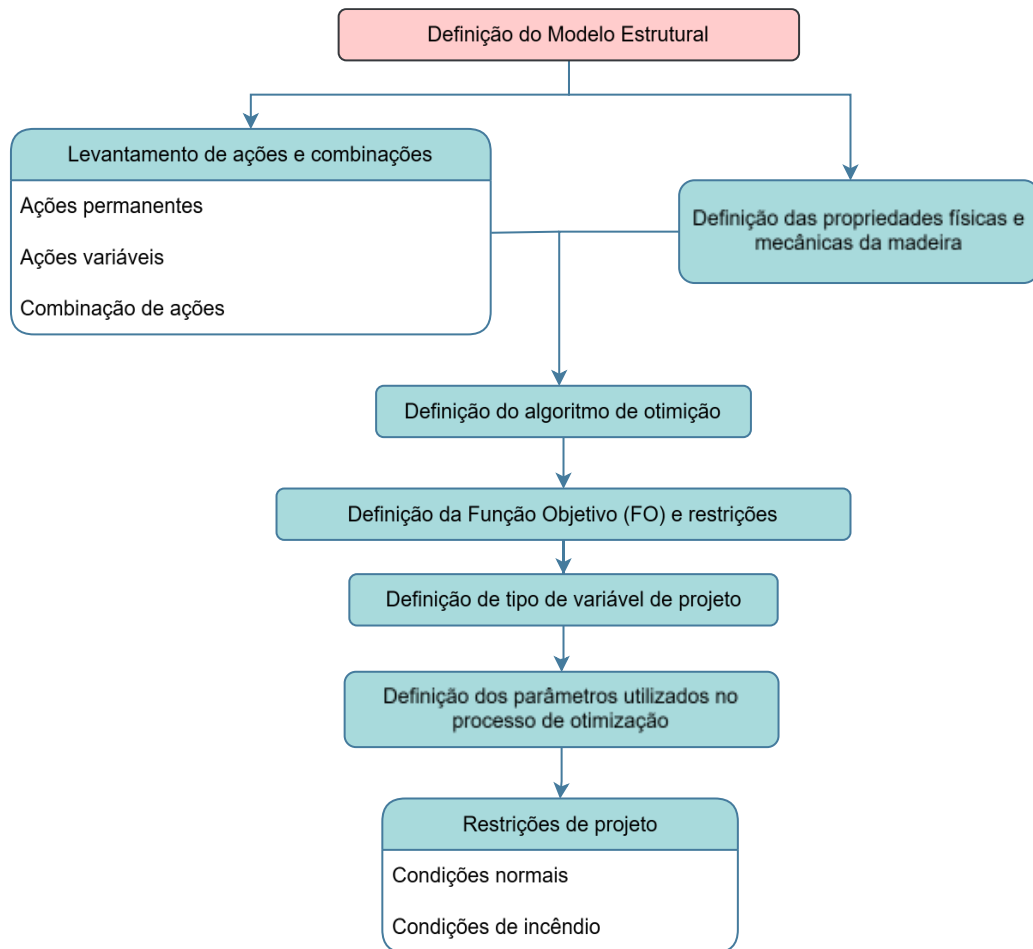
Inicialmente, descreve-se a tipologia estrutural (Howe) que foi avaliada para vãos de 6, 9, 12 e 15 m, utilizando cinco espécies nativas (Cambará-rosa, Cupiúba, Angelim-pedra, Garapa e Jatobá), cujas propriedades físicas e mecânicas foram determinadas experimentalmente conforme a norma ABNT NBR 7190-3 (2022b).

Em seguida, as ações permanentes e variáveis são especificadas de acordo com as normas brasileiras ABNT NBR 6120 (2019), ABNT NBR 6123 (2023) e ABNT NBR 8681 (2003), bem como as combinações de carregamentos adotadas para verificação nos estados limites último (ELU) e de serviço (ELS).

Para incorporar os efeitos da degradação térmica, foram adotadas as diretrizes do Eurocode 5 1995-1-2 (2004b), que consideram a carbonização da seção transversal e a redução das propriedades mecânicas e de rigidez da madeira em função do tempo de exposição ao fogo. A estratégia de otimização baseou-se no algoritmo Firefly (FA), cuja lógica geral do processo é resumida na Figura 3.1, que ilustra o fluxograma metodológico adotado neste estudo.

Essa abordagem integrada permite uma avaliação robusta e comparativa do desempenho estrutural de diferentes tipos de treliças de madeira submetidas a múltiplas condições de carregamento e de exposição ao fogo. Os principais componentes do processo de modelagem e otimização são apresentados a seguir, iniciando-se pela definição dos modelos estruturais.

Figura 3.1: Fluxograma da metodologia do processo de otimização.



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

3.1 MODELO ESTRUTURAL

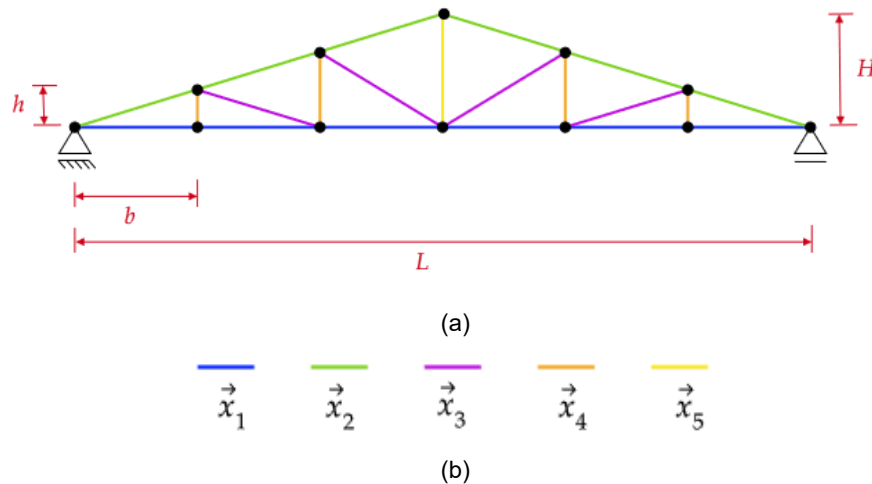
A treliça Howe foi analisada no presente estudo, sendo representada na Figura 3.2. Esta tipologia foi escolhida devido à sua ampla aplicação em projetos de coberturas, especialmente em estruturas de galpões. No entanto, destaca-se que o método de otimização proposto é geral e pode ser aplicado a outros tipos de treliça.

Para a realização do estudo paramétrico, as treliças foram modeladas considerando-se quatro diferentes vãos: 6, 9, 12 e 15 metros. A configuração geométrica dos nós (Figura 3.2a) seguiu proporções fixas, com espaçamento definido por $b = L/6$ e altura por $h = L/24$, onde L representa o vão total.

As variáveis de projeto correspondem às dimensões das seções transversais dos elementos estruturais, agrupadas de acordo com sua função na treliça. Foram definidas cinco variáveis de projeto: \vec{x}_1 para o banzo inferior, \vec{x}_2 para o banzo superior, \vec{x}_3 para as diagonais, \vec{x}_4 para os montantes secundários e \vec{x}_5 para o montante principal. A organização dessas

variáveis está ilustrada na Figura 3.2b, em que cada cor representa um grupo distinto de barras posicionadas nas treliças. A estrutura geral do vetor de variáveis de projeto está detalhada na Eq. 3.1, onde b_i e h_i correspondem, respectivamente, à largura e à altura da seção transversal da variável i .

Figura 3.2: Treliças e suas variáveis de projeto: (a) Treliça Howe e (b) Variáveis de projeto



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

$$\vec{x}_i = (b_i; h_i)$$

Eq. 3.1

Após a definição geométrica apresentada na Figura 3.2, estabelecem-se as delimitações fundamentais do modelo estrutural adotado. A treliça é tratada como um sistema bidimensional composto por barras retilíneas, cujos nós são idealizados como articulações perfeitas, o que implica a inexistência de transferência de momento entre elementos e restringe o comportamento estrutural à atuação de esforços exclusivamente axiais. Essa idealização é coerente com o objetivo de representar o comportamento global da treliça e permite um tratamento matemático compatível com as rotinas de otimização aplicadas neste estudo. A análise estrutural é conduzida sob a hipótese de linear elasticidade, considerando a madeira como material homogêneo na direção das fibras. As propriedades mecânicas utilizadas correspondem ao módulo de elasticidade e demais parâmetros característicos da espécie, sendo atualizados quando necessário em função do tempo de exposição ao fogo. Adota-se, portanto, um modelo que não incorpora efeitos não lineares de natureza geométrica ou constitutiva, o que inclui a ausência de instabilidade por grandes deslocamentos, não linearidades locais de rigidez e fenômenos de plastificação.

A ação térmica é incorporada por meio da degradação progressiva das propriedades mecânicas e pela redução da seção resistente devido à carbonização, conforme os procedimentos definidos no capítulo anterior. Apesar de contemplar a variação temporal do

desempenho da madeira, a solução estrutural em cada etapa mantém-se linear, o que significa que não se realiza o acoplamento termomecânico completo entre campo de temperaturas e deformações. Esta escolha reduz custo computacional e possibilita a execução de séries extensas de simulações e iterações do algoritmo de otimização.

As ligações não são modeladas de forma explícita. As rigidezes rotacionais de juntas, efeitos locais em conectores, excentricidades e modos de falha associados às ligações são desconsiderados, uma vez que o enfoque recai sobre o comportamento axial dos membros e sobre a resposta global da estrutura. Do mesmo modo, todos os carregamentos são aplicados no plano da treliça e convertidos em forças nodais equivalentes, sem considerar efeitos tridimensionais ou interações com sistemas estruturais adjacentes.

Em problemas de otimização, pode ser considerado um conjunto de variáveis distintas, nas quais cada variável tem um conjunto ordenado de valores (Hsu, 1985). Portanto, considerou-se valores para dimensões nominais para a madeira serrada conforme a ABNT NBR ISO 3179 (2011). Com base nos valores nominais padrão, as variáveis discretas de projeto podem assumir valores nominais padrão da espessura da seção transversal de uma barra genérica i (b_i) e altura da seção transversal de uma barra genérica i (h_i), assumindo os valores apresentados na Tabela 3.1.

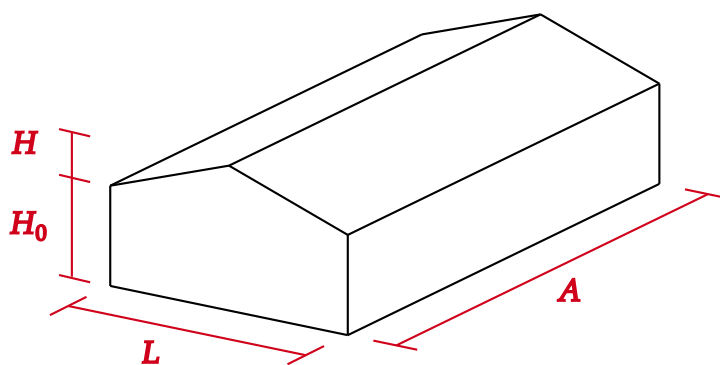
Tabela 3.1: Valores nominais padrão da seção transversal utilizados como variáveis

Dimensão	Valores nominais padrão (mm)
Espessura (b_i)	16, 19, 22, 25, 32, 38, 50, 63, 75, 100, 125, 150, 175, 200, 250 e 300
Altura (h_i)	75, 100, 115, 125, 150, 160, 175, 200, 225, 250, 275 e 300

Fonte: Adaptado da ABNT NBR ISO 3179 (2011)

Foram estabelecidas dimensões para o galpão em cada um dos vãos adotados. A representação gráfica das dimensões do galpão é apresentada na Figura 3.3, assim como os valores das dimensões das treliças e dos galpões na Tabela 3.2.

Figura 3.3: Dimensões do galpão.



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Tabela 3.2: Descrição das distâncias nodais da treliça e dimensões dos galpões

Variável / Galpão	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4
L (m)	6	9	12	15
h (m)	0,25	0,375	0,5	0,625
b (m)	1	1,5	2	2,5
H (m)	0,75	1,125	1,5	1,875
H_0 (m)	5			
Inclinação (%)	25 ^a			
A (m)	20	25	30	35
Distância entre treliças (m)	5			

^a Valor adotado conforme recomendação do fabricante (Telha São Carlos, 2022).

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

3.2 PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICA

Para a caracterização das propriedades físicas e mecânicas da madeira nativa utilizada no dimensionamento das estruturas, foram seguidos os procedimentos estabelecidos pela norma ABNT NBR 7190-3 (2022b), com base no pressuposto de que os lotes analisados são homogêneos, conforme os critérios definidos na ABNT NBR 7190-1 (2022a).

As propriedades mecânicas da madeira são notoriamente anisotrópicas, apresentando variações significativas conforme o tipo de solicitação (tração, compressão, cisalhamento ou flexão) e a direção de aplicação da carga (longitudinal, radial ou tangencial) (Miyoshi; Kojiro; Furuta, 2018). Além disso, a variabilidade intrínseca entre árvores da mesma espécie e os processos de beneficiamento exigem que a caracterização seja realizada por amostragem estatística representativa.

Neste contexto, a ABNT NBR 7190-3 (2022b) estabelece quantidades mínimas de corpos de prova para a caracterização de espécies pouco conhecidas. Para caracterizações mínimas e simplificadas, recomenda-se a utilização de ao menos 12 corpos de prova para a determinação das propriedades mecânicas e 6 para propriedades físicas, extraídos de lotes homogêneos com volume superior a 12 m³. De acordo com esta norma, os corpos de prova devem ser retirados a pelo menos 30 cm das extremidades das peças, respeitando uma distância mínima de cinco vezes a menor dimensão da seção transversal.

Todos os ensaios foram realizados no Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeiras (LaMEM) da Escola de Engenharia de São Carlos (USP), onde foram confeccionados e testados corpos de prova conforme as exigências normativas. Ao todo, 360 corpos de prova foram utilizados, cobrindo cinco espécies distintas, adquiridas de madeiras da região de São Carlos – SP estudo conduzido por Moraes (2023). Sendo os resultados da caracterização desenvolvida por Moraes (2023) apresentados no Apêndice C.

Cabe destacar que, a adoção de espécies provenientes de florestas nativas foi motivada pela necessidade de garantir maior estabilidade e confiabilidade às propriedades mecânicas utilizadas na modelagem e na otimização. Madeiras de florestas plantadas, como pinus e eucalipto, apresentam maior incidência de defeitos naturais, incluindo nós, desvios de grã e variações estruturais associadas ao rápido crescimento. Essas irregularidades ampliam a variabilidade dos parâmetros de resistência e rigidez, o que dificultaria a análise comparativa entre espécies e a avaliação dos efeitos térmicos nas etapas de otimização. A escolha pelas espécies nativas, portanto, assegura um conjunto mais homogêneo de propriedades e melhora a consistência das simulações em condições ambientais e de incêndio.

Foram realizados ensaios para a determinação da resistência característica à compressão ($f_{c0,k}$) em MPa, módulo de elasticidade médio ($E_{c0,m}$) na direção paralela às fibras, para a determinação da resistência à tração na direção paralela às fibras ($f_{t0,k}$) e para a determinação da densidade aparente ($\rho_{12\%}$) para as cinco espécies mencionadas. Os valores característicos de resistência à tração e à compressão, fundamentais para o dimensionamento estrutural, foram obtidos com base no conjunto de doze resultados amostrais destas propriedades. Cabe destacar que a adoção dos dados obtidos do processo de caracterização das espécies assegura consistência metodológica e possibilita uma melhor comparação entre os modelos estruturais otimizados em diferentes condições, incluindo aqueles submetidos à ação do fogo. Na Tabela 3.3 são apresentados a identificação (ID), o nome popular, o nome científico das espécies avaliadas, os valores médios e os respectivos coeficientes de variação (CV) da densidade aparente e do módulo de elasticidade na compressão paralela às fibras, assim como os valores característicos de resistência à tração e à compressão na direção paralela às fibras.

Tabela 3.3: Propriedades físicas e mecânicas das cinco espécies de madeira nativa

ID	Nome Popular	Nome Científico	$\rho_{12\%}$ (kg/m ³)	$f_{c0,k}$ (MPa)	$f_{t0,k}$ (MPa)	$E_{c0,m}$ (MPa)
01	Cambará-rosa	<i>Erisma sp.</i>	682,88 (4,76)	26,95	32,23	13000,88 (13,24)
02	Cupiúba	<i>Goupia glabra</i>	846,42 (2,33)	38,59	50,80	13891,98 (17,33)
03	Angelim-pedra	<i>Hymenolobium petraeum</i>	695,77 (3,92)	45,68	54,72	11648,41 (15,46)
04	Garapa	<i>Apuleia leiocarpa</i>	896,24 (5,28)	66,50	82,54	17498,15 (9,76)
05	Jatobá	<i>Hymenaea sp.</i>	1054,23 (4,51)	88,43	123,68	20466,62 (12,22)

Fonte: Moraes (2023)

Essas propriedades foram fundamentais na formulação do modelo de otimização e na análise comparativa entre as diferentes soluções estruturais propostas no presente estudo. A escolha da espécie de madeira impacta diretamente na eficiência estrutural, na massa final da treliça e na sua capacidade de resistir a ações térmicas, sendo, portanto, um fator decisivo para o dimensionamento otimizado em condições normais e de incêndio. As especificações admitidas para o dimensionamento são apresentadas na Tabela 3.4.

Tabela 3.4: Especificações para as madeiras utilizadas no dimensionamento

Tipo de madeira	Serrada
Classe de carregamento	Longa duração
Classe de umidade	II
Umidade de equilíbrio (%)	12
Categoria da madeira	1ª Categoria
Tempos de incêndio (min)	0, 10, 20 e 30

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Os tempos de 10, 20 e 30 minutos foram definidos com base no comportamento apresentado no item 2.5.7, que evidencia perdas expressivas de resistência ao longo da exposição ao fogo. Em particular, aos 30 minutos, a redução da capacidade portante atinge valores entre 80 e 95 por cento, indicando um cenário de deterioração severa. Esses intervalos representam fases distintas da evolução do dano térmico e permitem analisar de forma comparativa o desempenho estrutural em diferentes estágios do incêndio, tal como estudo conduzido por Moraes *et al.* (2025).

3.3 PADRÃO DA IDENTIFICAÇÃO DAS SIMULAÇÕES

Para sistematizar a análise e facilitar a leitura dos resultados, foi adotada uma convenção de nomenclatura padronizada do tipo w-x-y-z para identificar cada simulação realizada. Nesse formato, “w” representa a tipologia da treliça no caso do presente estudo H para a treliça Howe; “x” indica o vão da estrutura, em metros (6, 9, 12 ou 15); “y” corresponde ao identificador (ID) utilizando os valores 1, 2, 3, 4 e 5 para as espécies Cambará-rosa, Cupiúba, Angelim-pedra, Garapa e Jatobá, respectivamente; e “z” expressa o tempo de exposição ao fogo, em minutos (0, 10, 20 e 30). Essa codificação permite a associação direta entre os parâmetros geométricos, materiais e térmicos de cada instância avaliada, simplificando o rastreamento das combinações e dos resultados de otimização.

A adoção desse sistema é especialmente útil diante da grande quantidade de simulações realizadas, abrangendo múltiplas combinações de vãos, espécies e tempos de exposição. Dessa forma, cada modelo computacional gerado pelo algoritmo pode ser identificado de maneira única, evitando ambiguidades e facilitando a comparação entre cenários. Por exemplo, a notação H-9-03-20 refere-se a uma treliça do tipo Howe, com vão de 9 metros, utilizando a espécie ID 03 (Angelim-pedra) e exposição ao fogo de 20 minutos. Essa estrutura de codificação foi mantida em todas as figuras, tabelas e discussões de resultados para garantir uniformidade metodológica.

Além de favorecer a clareza dos resultados, essa nomenclatura também reflete a organização do banco de dados gerado pelas simulações, servindo como chave de indexação para os arquivos de entrada e saída do algoritmo *Firefly*. Assim, o sistema w-x-y-z não apenas cumpre uma função descritiva, mas também operacional, permitindo que os resultados sejam

processados, agrupados e analisados de forma automatizada em função das variáveis estruturais e térmicas.

3.4 HIPÓTESES ESTRUTURAIS E CONSIDERAÇÕES SOBRE AS PROPRIEDADES DA MADEIRA

A formulação proposta para o problema estrutural considera uma treliça ideal, composta por barras retilíneas e nós articulados, submetida exclusivamente a esforços axiais de tração e compressão. Nessa condição, as ações aplicadas incidem apenas nos nós, e as barras não resistem a momentos fletores nem a esforços cortantes. Adota-se que a direção das fibras da madeira coincide com o eixo longitudinal de cada barra axial, de modo que as propriedades de resistência e rigidez utilizadas no modelo referem-se exclusivamente às direções paralelas às fibras. Essa hipótese é coerente com a natureza dos elementos de treliça e assegura representatividade física adequada, uma vez que o comportamento resistente da madeira é significativamente superior nessa orientação. Assim, o modelo mantém-se consistente com o escopo de uma estrutura idealizada e com os princípios de projeto utilizados na formulação de problemas de otimização estrutural.

Dessa forma, o conjunto de parâmetros empregados, tal como a densidade aparente ($\rho_{12\%}$), resistência característica à compressão ($f_{c0,k}$), a resistência à tração na direção paralela às fibras ($f_{t0,k}$) e o módulo de elasticidade médio ($E_{c0,m}$) na direção paralela às fibras, são suficientes e representativas para o desenvolvimento da simulação. Esses parâmetros permitem capturar as respostas essenciais do sistema frente às solicitações axiais, associando as propriedades térmicas e mecânicas da madeira à perda de rigidez e capacidade resistente ao longo do tempo de exposição ao fogo. Além disso, a utilização desses valores garante compatibilidade com as restrições normativas e com o processo de otimização, reduzindo a complexidade computacional sem comprometer a fidelidade do modelo.

É importante evidenciar que, em análises que envolvam elementos submetidos à flexão, cisalhamento ou interação esforço axial e momento fletor, como ocorre em vigas, pórticos ou modelos numéricos mais completos, seria necessária a inclusão de variáveis complementares para representar adequadamente os fenômenos estruturais. Entre elas, destacam-se o módulo de elasticidade transversal da madeira (G), as resistências características à compressão e à tração na direção perpendicular às fibras ($f_{t,90k}$ e $f_{c,90k}$), a resistência ao cisalhamento (f_v). Nessas situações, a interação entre esforços e o acoplamento entre deslocamentos impõem uma modelagem mais abrangente, que extrapola as hipóteses do modelo axial adotado para as treliças do presente estudo.

3.5 AÇÕES, CARREGAMENTOS E COMBINAÇÕES

A determinação das ações atuantes nas treliças segue as exigências das normas ABNT NBR 6120 (2019), 6123 (2023) e 8681 (2003). A fim de facilitar o entendimento, esta seção foi subdividida em dois tópicos: ações permanentes e variáveis.

3.5.1 AÇÕES PERMANENTES

As ações de natureza permanente que atuam nas treliças são oriundas do peso próprio dos elementos de madeira e de materiais da cobertura.

A estimativa do carregamento oriundo do peso próprio pode ser feita por meio de fórmula empírica ou adoção de perfis para as diferentes posições da treliça. No presente estudo, o processo de cálculo do peso próprio foi obtido por meio de um processo iterativo, onde foi calculado o peso próprio da treliça (PP) para cada grupo de barras, assim como descrito no item 3.1, onde o valor é atualizado a cada iteração.

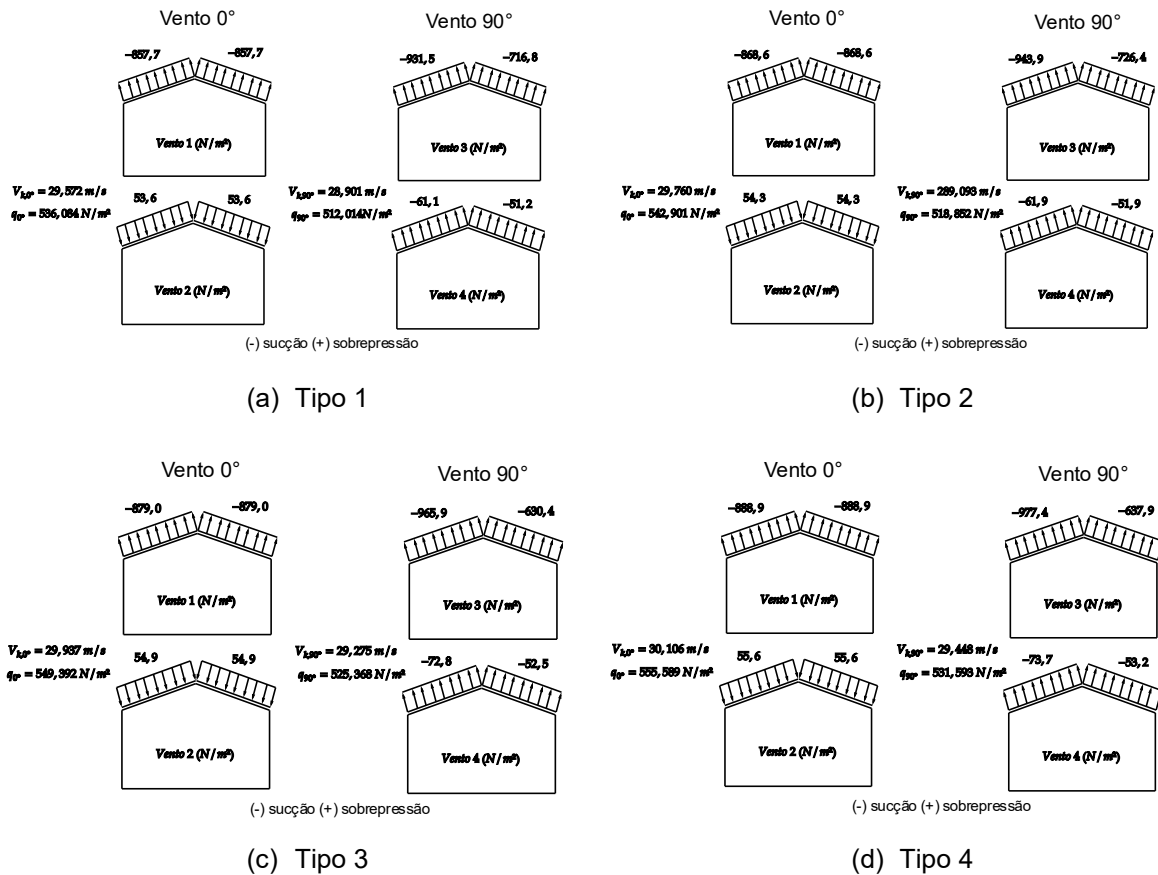
Além disso, foi considerado o carregamento de uma telha termoacústica (G) composta por telhas metálicas modelo trapezoidal na parte superior, preenchida com material isolante, o poliuretano (PU) na parte central, e telha metálica modelo forro na parte inferior, considerando uma carga G de 350 N/m^2 conforme o catálogo do fabricante (Telha São Carlos, 2022).

Na obtenção dos esforços e deslocamento de cálculo, onde as ações permanentes foram consideradas separadamente, assumiram-se os coeficientes de ponderação da ABNT NBR 8681(2003). Sendo os coeficientes de ponderação $\gamma_g = 1,4$ e $\gamma_g = 1,3$ para efeito desfavorável para carga permanente e peso próprio da madeira, respectivamente. E para efeito desfavorável o coeficiente de ponderação $\gamma_g = 1,0$ para esforços permanentes.

3.5.2 AÇÕES VARIÁVEIS

A ABNT NBR 7190-1 (2022a) estabelece que, para coberturas comuns com inclinação menor ou igual a 3%, que não estejam sujeitas a carregamentos atípicos, e na ausência de especificação em contrário, deve ser prevista uma sobrecarga (Q) vertical característica mínima de 250 N/m^2 de área construída, em projeção horizontal.

Adicionalmente, a determinação das cargas de vento na estrutura foi obtida por meio das diretrizes estabelecidas pela ABNT NBR 6123 (2023), para galpões retangulares com telhados de duas águas simétricas. Tal como apresentado na Figura 3.4, sendo o procedimento de cálculo detalhado no Apêndice B.

Figura 3.4: Forças de vento (w_k) no telhado dos galpões

Fonte: Adaptado do software *iTruss* v.0.0.1

No cálculo dos esforços e deslocamentos de cálculo, assim como as ações permanentes, as ações variáveis foram consideradas separadamente, considerando os seguintes fatores de combinação (ψ_0) e redução (ψ_1 e ψ_2) para cargas variáveis conforme a ABNT NBR 8681 (2003):

- Sobrecarga na cobertura de galpão comercial: $\gamma_q = 1,5$; $\psi_0 = 0,7$; $\psi_1 = 0,6$; $\psi_2 = 0,4$;
- Ação do vento: $\gamma_q = 1,4$; $\psi_0 = 0,6$; $\psi_1 = 0,3$; $\psi_2 = 0$.

Onde γ_q coeficientes de ponderação para ações variáveis; ψ_0 são fatores de combinação para ações variáveis; ψ_1 e ψ_2 são fatores de redução para as ações variáveis.

3.5.3 COMBINAÇÕES CONSIDERADAS

Como descrito nos itens 3.5.1 e 3.5.2, para ações permanentes foram consideradas carga do peso próprio da treliça (PP) e a carga devido à telha termoacústica (G) de 350 N/m^2 , já para ações variáveis foram consideradas a sobrecarga (Q) de 250 N/m^2 e carga de sucção ou sobrepressão do vento (w_{sob} ou w_{suc}) assim como mostrado na Figura 3.4.

Por meio da área de influência é possível transformar as cargas distribuídas em cargas nodais. Utilizou-se um algoritmo de análise matricial para obtenção dos esforços normais nas barras e os deslocamentos nodais, a fim de possibilitar a combinação dos esforços e deslocamentos.

Portanto, as combinações utilizadas para o dimensionamento e avaliação da FO, com seus respectivos coeficientes de majoração (γ), fator de combinação (ψ_0) e fator de redução para ações variáveis (ψ_1), estão descritas na Tabela 3.5.

Tabela 3.5: Combinações consideradas no dimensionamento

Estado Limite		Ação Permanente	Ação Variável
ELU	Combinação 1	$1,4 \cdot G + 1,3 \cdot PP$	$1,5 \cdot Q + 1,4 \cdot w_{sob} \cdot 0,6$
	Combinação 2	$1,4 \cdot G + 1,3 \cdot PP$	$1,4 \cdot w_{sob} + 1,5 \cdot Q \cdot 0,5$
	Combinação 3	$1,0 \cdot G + 1,0 \cdot PP$	$1,4 \cdot 0,75^a \cdot w_{suc}$
	Combinação 4*	$0,6 \cdot (1,4 \cdot G + 1,3 \cdot PP)$	$0,6 \cdot (1,5 \cdot Q + 1,4 \cdot w_{sob} \cdot 0,6)$
	Combinação 5*	$0,6 \cdot (1,4 \cdot G + 1,3 \cdot PP)$	$0,6 \cdot (1,4 \cdot w_{sob} + 1,5 \cdot Q \cdot 0,5)$
	Combinação 6*	$0,6 \cdot (1,0 \cdot G + 1,0 \cdot PP)$	$0,6 \cdot (1,4 \cdot 0,75^a \cdot w_{suc})$
ELS	Combinação 7 ^b	$\delta G_{inst} + \delta PP_{inst}$	$\delta Q_{inst} + 0,3 \cdot \delta w_{sob,inst}$
		$\delta G_{inst} + \delta PP_{inst}$	$\delta w_{sob,inst} + 0,4 \cdot \delta Q_{inst}$
	Combinação 8 ^c	$\delta G_{fin} + \delta PP_{fin}$	δQ_{fin}

^a – Consideração das ações que tenham um tempo de atuação muito reduzido (vento ou a parcela das cargas móveis devida ao impacto), para garantir a condição mais desfavorável à estrutura, podem ser multiplicadas por 0,75.

^b – Condição de flechas instantâneas, assim como apresentado na Eq. 2.3.

^c – Condição de flechas finais considerando o efeito da fluência, assim como apresentado na Eq. 2.4.

* – Combinação usada para condição de incêndio.

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

3.6 FUNÇÃO OBJETIVO

O processo de otimização do presente trabalho tem como intuito minimizar o peso total do sistema estrutural treliçado, decisão baseada no estudo feito por Kromoser, Braun e Ortner (2021) considerando-se restrições de deslocamento nodal, resistência mecânica das barras, dimensões mínimas, áreas mínimas e critérios geométricos devido à instabilidade estrutural. A função objetivo (FO) foi formulada de forma a quantificar o peso total da estrutura, apresentado na Eq. 3.2, onde A_i e L_{0_i} são a área da seção transversal e o comprimento da barra i , ρ_i é a densidade do material da barra i e n é o número de barras presentes na treliça.

$$FO(A_i, \rho_i, L_{0_i}) = \sum_i^n A_i \cdot \rho_i \cdot L_{0_i} \quad \text{Eq. 3.2}$$

3.6.1 TRATAMENTO DE RESTRIÇÕES

Em problemas de otimização, as equações de restrição devem ser tratadas. Para tanto, a técnica da penalidade externa (Kuri-Morales; Gutiérrez-García, 2002, Yeniyay, 2005) foi utilizada, na qual a FO é modificada para se tornar uma pseudo FO, onde g_j representa restrições de desigualdade e h_k representa as restrições de igualdade. No método da penalidade externa, a ideia é adicionar termos de penalidade à FO para que as restrições sejam satisfeitas de forma aproximada. Esse termo adicional foi composto pelo produto entre o fator de penalização (R_p) e a função de penalidade estática $P(\vec{x})$ (Eq. 3.3), resultando na FO penalizada (W), conforme a Eq. 3.4. A função de penalidade é uma função não negativa que aumenta à medida que as restrições são violadas, e o fator de penalização é um número positivo que controla a magnitude dos termos de penalidade adicionados.

$$P(\vec{x}) = \sum_{j=1}^m \max[0, g_j(\vec{x})]^2 + \sum_{k=1}^n [h_k(\vec{x})]^2 \quad \text{Eq. 3.3}$$

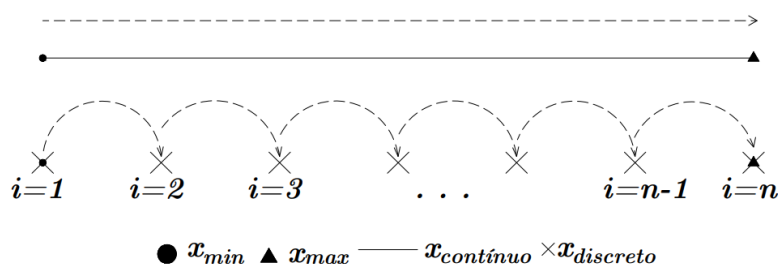
$$W(A_i, \rho_i, L_{0_i}, \vec{x}) = FO(A_i, \rho_i, L_{0_i}) + R_p \cdot P(\vec{x}) \quad \text{Eq. 3.4}$$

Em que j e k consistem na j -ésima restrição de desigualdade e na k -ésima restrição de igualdade, respectivamente; m e n são o número total de restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente; g e h são o conjunto de restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente; e \vec{x} é o vetor de solução (população aleatória).

3.7 TIPOS DE VARIÁVEIS PARA PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO UTILIZADO

Em problemas de otimização, existem três tipos de variáveis que podem ser adotadas: as contínuas, as discretas e o sistema misto (contínua e discreta). As variáveis contínuas podem assumir infinitos valores em um intervalo, enquanto para as variáveis discretas tem-se um conjunto finito de valores admitidos, assim como representado na Figura 3.5.

Figura 3.5: Representação gráfica de variáveis contínuas e discretas.



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Devido à existência de valores predefinidos para seções transversais de madeira serrada que podem ser catalogadas, por meio de normativas vigentes e limitações construtivas, é usual a aplicação de variáveis discretas (Villar-García *et al.*, 2019). Desta forma, optou-se por utilizar variáveis discretas na presente pesquisa conforme descrito na Tabela 3.1.

3.8 ALGORITMO E PARÂMETROS ADOTADOS NA OTIMIZAÇÃO

O algoritmo a ser utilizado neste estudo é o *Firefly Algorithm* (FA), descrito no item 2.3. Este algoritmo, baseado em um modelo de otimização probabilística inspirado na bioluminescência dos vaga-lumes, foi escolhido por sua capacidade de escapar de mínimos locais e manter um equilíbrio eficiente entre exploração e intensificação da busca. A aplicação do FA se mostra adequada para o problema de otimização estrutural, permitindo uma busca eficaz por configurações ótimas, considerando as restrições impostas pela análise estrutural.

A Tabela 3.6 apresenta os parâmetros de entrada adotados para a aplicação do FA, os quais foram definidos com base no estudo de sensibilidade realizado por Pereira *et al.* (2020). Estes parâmetros controlam aspectos essenciais do processo de otimização, como a atratividade entre as soluções (representada pela variável β_0), o número de iterações (N_{ite}), o tamanho da população (N_{pop}), e o fator de aleatoriedade, que varia entre α_{min} e α_{max} . Além disso, foi incorporado um fator de penalidade (R_p) para tratar as violações das restrições de projeto durante a execução do algoritmo.

Tabela 3.6: Parâmetros de entrada do FA

Parâmetro	Significado	Valor adotado
β_0	Atratividade entre vaga-lumes	0,90
N_{ite}	Número de iterações	600
N_{pop}	Tamanho da população	120
α_{min}	Fator de aleatoriedade mínimo	0,20
α_{max}	Fator de aleatoriedade máximo	1,00
R_p	Fator de Penalidade	10^5

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

3.9 RESTRIÇÕES DE PROJETO

Como estabelecido por Moraes *et al.* (2023), problemas de otimização estrutural demandam o uso de métodos específicos para o tratamento de restrições. No presente estudo, foi adotado o método de penalização externa, com a formulação de uma função objetivo penalizada que incorpora as restrições de desigualdade (g_j) infracitadas.

3.9.1 RESTRIÇÕES EM CONDIÇÕES NORMAIS

As restrições de projeto em condições normais são apresentadas a seguir. A primeira delas corresponde a uma restrição de desigualdade relacionada à verificação geométrica da espessura mínima admissível das barras da treliça, denotada por b_i . De acordo com a ABNT NBR 7190-1 (2022a), a espessura mínima admissível (b_{min}) é de 5 cm. A verificação desta condição é descrita pela Eq. 3.5.

$$g_j(\vec{x}) = \frac{b_{min}}{b_i} - 1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n_{elem} \quad \text{Eq. 3.5}$$

Onde n_{elem} é o número de elementos da treliça.

A segunda restrição (Eq. 3.6) refere-se à área mínima da seção transversal (A_i), com valor mínimo de 50 cm², conforme também definido pela mesma norma.

$$g_j(\vec{x}) = \frac{A_{min}}{A_i} - 1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n_{elem} \quad \text{Eq. 3.6}$$

A terceira restrição (Eq. 3.7) trata da limitação geométrica para impedir peças chatas, relacionando os valores da base (b_i) e da altura da peça (h_i).

$$g_j(\vec{x}) = 1 - \frac{h_i}{b_i} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n_{elem} \quad \text{Eq. 3.7}$$

A quarta restrição (Eq. 3.8) trata do índice de esbeltez (λ_i) das barras, com limites de 140 para barras comprimidas e 173 para barras tracionadas.

$$g_j(\vec{x}) = \frac{\lambda_i}{\lambda_{lim}} - 1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n_{elem} \quad \text{Eq. 3.8}$$

A quinta restrição (Eq. 3.9) considera o estado limite último (ELU) para tensões normais (σ_i), tanto em tração quanto em compressão, em três diferentes combinações 1, 2 e 3 de carregamento conforme apresentado na Tabela 3.5.

$$g_j(\vec{x}) = \frac{\sigma_i}{\sigma_{lim}} - 1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n_{elem} \quad \text{Eq. 3.9}$$

Por fim, foi considerada a sexta restrição relacionada ao estado limite de serviço (ELS) conforme as combinações 7 e 8 apresentadas na Tabela 3.5, voltada à verificação do deslocamento nodal máximo (δ_{max}), conforme expressa na Eq. 3.10.

$$g_j(\vec{x}) = \frac{\delta_{max}}{\delta_{lim}} - 1 \leq 0 \quad j = 1, 2 \quad \text{Eq. 3.10}$$

Essas formulações seguem o modelo apresentado por Moraes *et al.* (2023), no qual cada restrição foi numericamente identificada e incorporada ao algoritmo de otimização por meio de uma função penalizada.

3.9.2 RESTRIÇÕES EM CONDIÇÕES DE INCÊNDIO

Para a formulação das restrições em situação de incêndio, foram consideradas as recomendações do Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b), as quais orientam sobre a redução das

propriedades da madeira sob altas temperaturas, bem como os efeitos geométricos da carbonização da seção transversal.

Considerando a redução das propriedades mecânicas, no caso do presente estudo, a resistência característica à compressão paralela às fibras $f_{c0,k}$, à tração paralela $f_{t0,k}$, tal como descrito na Eq. 3.11, de forma similar ao módulo de elasticidade médio $E_{c0,m}$, tal como descrito na Eq. 3.12, são convertidos para valores de cálculo em situação de incêndio utilizando os coeficientes de modificação com considerações de incêndio $k_{mod,fi}$ e γ_{fi} .

$$f_{d,fi} = k_{mod,fi} \cdot \frac{f_{0,2}}{\gamma_{w,fi}} \quad \text{Eq. 3.11}$$

$$E_{ef,fi} = k_{mod,fi} \cdot \frac{E_{0,2}}{\gamma_{w,fi}} \quad \text{Eq. 3.12}$$

Onde $k_{mod,fi}$ é o coeficiente de modificação em situação de incêndio igual a 1,0 (conforme item 11.2.3 da ANBT NBR 7190-1(2022a)), que inclui os efeitos da redução de resistência e rigidez de madeira, $\gamma_{w,fi}$ é o coeficiente de minoração da resistência da madeira em situação de incêndio, igual a 1,0 (conforme item 11.2.3 da ANBT NBR 7190-1(2022a)), $f_{0,2}$ é a resistência à temperatura normal para o 20º percentil e $E_{0,2}$ é o módulo de resistência à temperatura normal para o 20º percentil.

$$f_{0,2} = k_{fi} \cdot f_k \quad \text{Eq. 3.13}$$

$$E_{0,2} = k_{fi} \cdot E_{0,05} \quad \text{Eq. 3.14}$$

k_{fi} é o coeficiente de ponderação em situação de incêndio dado pela Tabela 3.7, f_k é a resistência característica que pode ser de tração ou compressão ($f_{c0,k}$ e $f_{t0,k}$) e $E_{0,05}$ é o valor característico inferior (quinto percentil) do módulo de elasticidade da madeira na flexão, tal como descrito na Eq. 3.15.

$$E_{0,05} = 0,7 \cdot E_{c0,med} \quad \text{Eq. 3.15}$$

$E_{c0,med}$ é o valor médio do módulo de elasticidade na compressão na direção paralela às fibras da madeira.

Tabela 3.7: Valores de k_{fi}

Material	k_{fi}
Madeira serrada	1,25
Madeira lamelada colada	1,15
Madeira lamelada colada cruzada	1,15
Painéis à base de madeira	1,15
LVL	1,10

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

O Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b) estabelece dois parâmetros de taxa de carbonização. O primeiro parâmetro, denotado como β_0 , aplica-se quando a carbonização ocorre em apenas uma das faces da peça de madeira. Já o segundo parâmetro, β_n , é utilizado quando a carbonização afeta mais de uma face da peça. Este último parâmetro, β_n , leva em conta o efeito do arredondamento dos cantos em seções retangulares, onde a queima é mais rápida.

As taxas de carbonização, tanto para madeiras serradas quanto para MLC (madeira lamelada colada), são apresentadas na Tabela A.1 apresentada no Apêndice A.

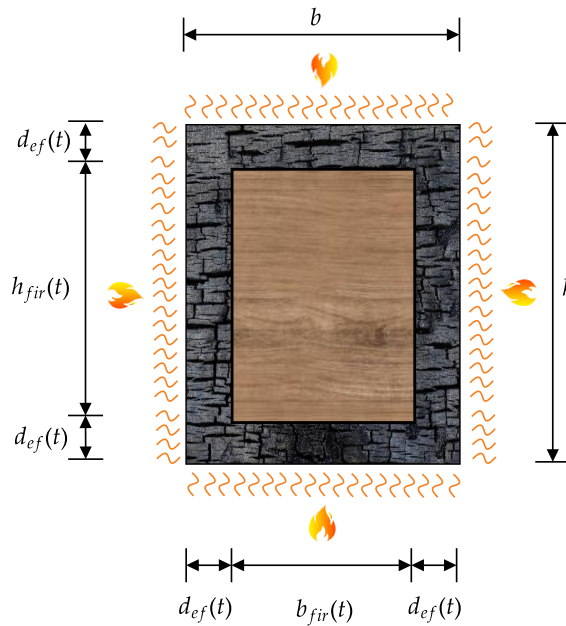
De acordo com a norma EN 1995-1-2 (Comité Europeu de Normalização - CEN, 2004b), a espessura da camada carbonizada depende do número de faces da madeira expostas ao fogo e pode ser calculada conforme a Eq. A.4 para condição de carbonização de uma única face e de acordo com a Eq. A.5 para a condição de carbonização de múltiplas faces.

A espessura efetiva de carbonização (d_{ef}) é determinada pela Eq. A.6, onde d_0 é igual a 7 mm, e k_0 é um fator que depende do tempo de exposição ao fogo. Se o tempo de exposição for inferior a 20 minutos, o valor de k_0 é menor que um, reduzindo o efeito de d_0 . Em incêndios com duração igual ou superior a 20 minutos, k_0 assume o valor de 1,00.

Isso reflete a consideração da norma de que o aquecimento da madeira é relativamente lento nos primeiros minutos de um incêndio.

A metodologia implementada neste estudo para a avaliação da redução das capacidades resistentes de elementos de madeira em situação de incêndio segue uma abordagem numérica baseada em normas consagradas, como o Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b). Para o presente estudo, as dimensões em situação de incêndio foram consideradas com múltiplas atuações em todas as faces, como apresentado na Figura 3.6.

Figura 3.6: Modelo de distribuição do efeito do incêndio.

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

A dimensão da altura residual (h_{fir}) e da base residual da peça (b_{fir}) são funções do tempo (t) de exposição ao fogo e da taxa de carbonização, onde h é a altura da seção transversal original e b é a base original da seção, tal como apresentado na Eq. 3.16 e Eq. 3.17, respectivamente.

$$h_{fir}(t) = h - 2 \cdot d_{ef}(t) \quad \text{Eq. 3.16}$$

$$b_{fir}(t) = b - 2 \cdot d_{ef}(t) \quad \text{Eq. 3.17}$$

A área transversal reduzida (A_{fir}) é diretamente afetada pela altura residual (h_{fir}) e pela base residual (b_{fir}), conforme definido anteriormente. Essa espessura varia de acordo com as condições normativas aplicadas e o tempo de exposição ao incêndio. A formulação para cálculo da área transversal reduzida (A_{fir}) está expressa na Eq. 3.18.

$$A_{fir}(t) = b_{fir}(t) \cdot h_{fir}(t) \quad \text{Eq. 3.18}$$

As restrições de projeto em condições de incêndio, levando em consideração as dimensões residuais, são apresentadas a seguir. Dentre elas, a restrição de desigualdade relacionada à verificação geométrica da espessura mínima admissível das barras da treliça, denotada por b_i^{fi} . De acordo com a ABNT NBR 7190-1 (2022a), a espessura mínima admissível (b_{min}) é de 5 cm. A verificação desta condição é descrita pela Eq. 3.19.

$$g_j(\vec{x}) = \frac{b_{min}}{b_i^{fi}} - 1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n_{elem} \quad \text{Eq. 3.19}$$

A Eq. 3.20 refere-se à área mínima da seção transversal carbonizada (A_i^{fi}), com valor mínimo de 50 cm².

$$g_j(\vec{x}) = \frac{A_{min}}{A_i^{fi}} - 1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n_{elem} \quad \text{Eq. 3.20}$$

A Eq. 3.21 trata da restrição do índice de esbeltez (λ_i) das barras, com limites de 140 para barras comprimidas e 173 para barras tracionadas.

$$g_j(\vec{x}) = \frac{\lambda_i^{fi}}{\lambda_{lim}} - 1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n_{elem} \quad \text{Eq. 3.21}$$

A Eq. 3.22 considera a restrição do estado limite último (ELU) para tensões normais em condição de incêndio (σ_i^{fi}), tanto em tração quanto em compressão, em três diferentes combinações de carregamento para as combinações 4, 5 e 6, conforme apresentado na Tabela 3.5.

$$g_j(\vec{x}) = \frac{\sigma_i^{fi}}{\sigma_{lim}^{fi}} - 1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n_{elem} \quad \text{Eq. 3.22}$$

3.10 ÍNDICE DE CORREÇÃO DE ÁREA BRUTA (ICAB)

Para avaliação do impacto do incêndio sobre os elementos estruturais das treliças, foi adotado um indicador denominado índice de correção de área bruta (ICAB). Este índice expressa a razão entre a área bruta de cada elemento estrutural da treliça obtida para diferentes tempos de exposição ao fogo ($t = 10, 20$ e 30 minutos) e a área bruta inicial correspondente à condição de temperatura ambiente ($t = 0$). A equação geral para o cálculo do ICAB é apresentada pela Eq. 3.23.

$$ICAB_{i,t} = \frac{A_{i,t}}{A_{i,0}} \quad \text{Eq. 3.23}$$

Da Eq. 3.23, $ICAB_{i,t}$ refere-se à razão entre a área bruta necessária de um determinado elemento estrutural i da treliça, quando submetido a uma condição de exposição ao fogo por um tempo t , $A_{i,t}$ representa a área bruta da seção transversal do elemento estrutural i após otimização considerando a exposição ao fogo por um tempo t (em minutos) e $A_{i,0}$ corresponde à área bruta do mesmo elemento sob condição normal, ou seja, sem efeitos térmicos considerando a melhor resposta (condição que resulta na menor FO). O objetivo da utilização do ICAB é quantificar o acréscimo percentual necessário na área dos elementos das treliças para garantir o atendimento às restrições de projeto mesmo sob degradação térmica. Valores superiores a 1 indicam a necessidade de se ampliar a seção transversal como estratégia compensatória frente à perda de resistência mecânica e rigidez associada ao aumento da temperatura.

3.11 PARÂMETROS UTILIZADOS PARA APLICAÇÃO DA REGRESSÃO SIMBÓLICA

A geração das equações simbólicas foi realizada por meio da biblioteca PySR (*Python Symbolic Regression*), que utiliza algoritmos evolutivos para descobrir expressões matemáticas interpretáveis a partir de dados numéricos. Como variáveis explicativas (x), foram utilizadas: a razão entre vão e altura da treliça (L/H) adimensional, o tempo de exposição ao fogo (t , em minutos), a resistência característica à compressão paralela às fibras ($f_{c0,k}$) em MPa, a resistência à tração paralela ($f_{t0,k}$) MPa e o módulo de elasticidade médio paralelo às fibras ($E_{c0,m}$) em MPa. A variável resposta (y) foi o índice de correção de área bruta (ICAB) adimensional, obtido a partir da razão entre as áreas otimizadas sob fogo e em condição ambiente.

O algoritmo de regressão simbólica foi configurado com operadores binários de soma, subtração, multiplicação e divisão e operadores unários square e cube. Os operadores unários square e cube correspondem, respectivamente, à elevação de uma variável ao quadrado (x^2) e ao cubo (x^3). Essas operações são importantes para capturar efeitos não lineares simples no comportamento da variável resposta (ICAB) em relação às variáveis independentes. Ao incluir esses operadores no espaço de busca, o algoritmo pode identificar padrões mais complexos de variação que não seriam possíveis com modelos exclusivamente lineares, mantendo ainda a interpretabilidade das equações geradas.

Além disso, foi definido um limite máximo de complexidade das expressões de 40 e número total de iterações definido em $1 \cdot 10^4$. A seleção do melhor modelo foi realizada com base no critério "best", que considera a menor perda (*loss*) com menor complexidade estrutural. Também foi definido um critério de parada antecipada baseado em erro e em complexidade, definindo os limites para o erro de $1 \cdot 10^{-10}$ e complexidade de 30.

4. RESULTADOS

Nesta seção, são discutidos os resultados obtidos no processo de otimização para as treliças avaliadas. Para a representação dos resultados, foi adotada uma identificação do tipo $w-x-y-z$ para as treliças. Conforme apresentado no capítulo 3, “w” indica a tipologia da treliça (H para a treliça Howe), “x” indica o vão da treliça em metros (6, 9, 12 ou 15), “y” representa o ID utilizando os valores 1, 2, 3, 4 e 5 para as espécies Cambará-rosa, Cupiúba, Angelim-pedra, Garapa e Jatobá, respectivamente e “z” representa o tempo de exposição ao fogo em minutos (0, 10, 20 e 30).

4.1 OTIMIZAÇÃO EM CONDIÇÕES NORMAIS

A Tabela 4.1 apresenta os resultados gerais das 30 execuções do algoritmo de otimização para as diferentes configurações de treliças consideradas, avaliadas em condições normais (sem incêndio). Os valores registrados da FO penalizada (kg) nas tabelas incluem o valor máximo (W_{max}) e o valor mínimo (W_{min}), bem como a amplitude (A), a mediana (μ), a média (\bar{x}), o desvio padrão (σ) e a taxa de factibilidade (TF). Cabe destacar que a taxa de factibilidade representa a razão entre o número total de testes em que todas as restrições foram atendidas e o número total de testes realizados.

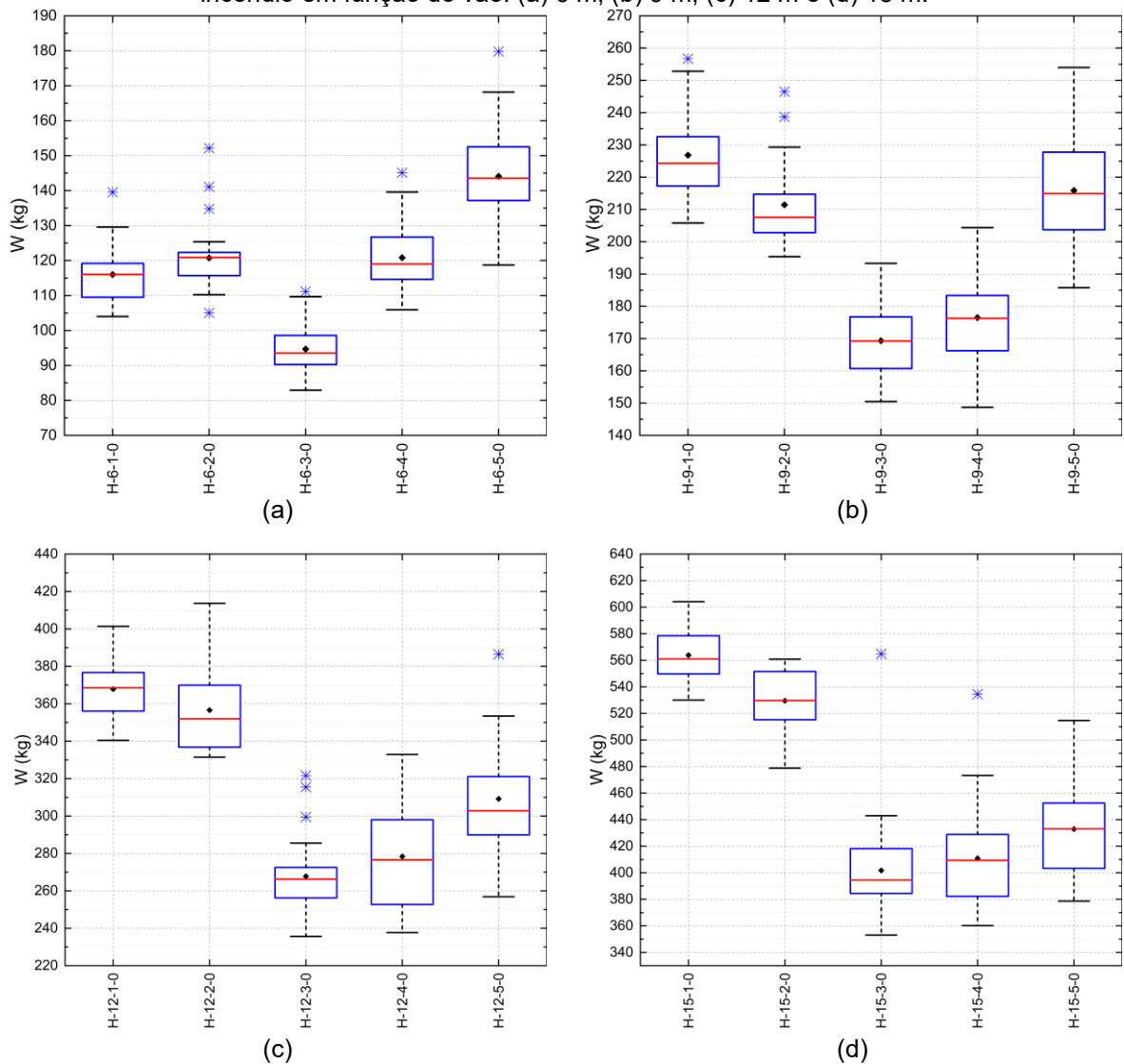
Tabela 4.1: Resumo dos resultados obtidos no processo de otimização das treliças Howe sem condição de incêndio

Treliça	W_{max} (kg)	W_{min} (kg)	A (kg)	μ (kg)	\bar{x} (kg)	σ (kg)	TF (%)
H-6-1-0	139,53	104,00	35,53	116,06	116,01	8,07	100
H-6-2-0	152,14	105,03	47,12	120,88	120,76	9,10	100
H-6-3-0	111,16	82,92	28,24	93,55	94,68	6,66	100
H-6-4-0	145,13	105,92	39,20	118,99	120,81	9,53	100
H-6-5-0	179,77	118,71	61,05	143,54	144,11	12,78	100
H-9-1-0	256,68	205,81	50,88	224,30	226,81	13,40	100
H-9-2-0	246,50	195,36	51,14	207,55	211,43	11,81	100
H-9-3-0	193,29	150,46	42,83	169,23	169,33	11,08	100
H-9-4-0	204,36	148,70	55,67	176,26	176,48	14,54	100
H-9-5-0	254,00	185,75	68,25	214,91	215,89	17,77	100
H-12-1-0	401,35	340,45	60,90	368,50	367,81	15,09	100
H-12-2-0	413,67	331,45	82,22	351,97	356,60	19,90	100
H-12-3-0	321,59	235,67	85,92	266,28	267,78	19,18	100
H-12-4-0	332,87	237,72	95,14	276,61	278,40	26,01	100
H-12-5-0	386,45	256,85	129,60	302,81	309,15	25,94	100
H-15-1-0	604,13	533,45	70,67	562,08	564,89	18,63	100
H-15-2-0	560,79	478,76	82,03	529,74	528,65	21,16	100
H-15-3-0	442,97	353,05	89,92	392,23	395,16	22,86	100
H-15-4-0	473,29	360,19	113,11	405,51	406,30	27,71	100
H-15-5-0	514,70	378,60	136,10	433,05	432,99	36,13	100

Fonte: Moraes et al. (2025)

A distribuição dos resultados da Função Objetivo Penalizada (W) pode ser visualizada por meio de um gráfico de boxplot, apresentado na Figura 4.1 para condição de $t = 0 \text{ min}$, para a treliça H, respectivamente. Para cada vão analisado, foi gerado um boxplot para a treliça Howe. Nesse tipo de gráfico, a linha central representa a mediana, o ponto em forma de losango representa a média, a caixa representa o intervalo interquartil (IQR), as linhas que se estendem da caixa indicam os valores mínimo e máximo, e os pontos em forma de asterisco representam os outliers.

Figura 4.1: Box plot da função objetivo penalizada W das treliças tipo Howe sem condição de incêndio em função do vão: (a) 6 m, (b) 9 m, (c) 12 m e (d) 15 m.



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

No caso da tipologia Howe, percebe-se que os valores da função objetivo penalizada apresentaram tendência de crescimento com o aumento do vão. Considerando a mediana das 30 execuções para cada configuração, a função objetivo variou aproximadamente de 93,55 a 143,54 kg para 6 m, de 169,23 a 224,30 kg para 9 m, de 266,28 a 368,50 kg para 12

m e de 392,23 a 562,08 kg para 15 m. Esses intervalos refletem o incremento progressivo das solicitações internas com a ampliação do vão e, conseqüentemente, a necessidade de seções mais robustas para atendimento das restrições normativas. Esse comportamento reforça a coerência estrutural do modelo de otimização, que mantém o equilíbrio entre carga, rigidez e geometria característico de sistemas treliçados.

Entre as espécies avaliadas, o Angelim-pedra (ID 03) e a Garapa (ID 04) apresentaram desempenho superior na minimização do peso estrutural, resultado associado à elevada rigidez longitudinal combinada com densidade intermediária. Essa interação favorece a redução da massa global sem comprometer a resistência axial, permitindo que o algoritmo selecione seções de menor peso para atender simultaneamente às restrições normativas e ao objetivo de minimização. Esse resultado reforça a necessidade de uma leitura multidimensional da seleção da espécie, na qual a densidade isolada não é suficiente para determinar o desempenho estrutural. O equilíbrio entre rigidez, resistência e comportamento térmico passa a ser decisivo na definição da solução ótima.

Outro ponto que merece destaque é a estabilidade numérica evidenciada pelo algoritmo. A baixa dispersão das respostas e a convergência sistemática observada nas execuções sugerem que o método adotado explorou o espaço de busca de forma equilibrada e eficiente. Esse comportamento indica que os parâmetros de calibração foram adequados para o tipo de função objetivo analisada, reduzindo a probabilidade de aprisionamento em mínimos locais e favorecendo a obtenção de soluções próximas ao ótimo global. Essa estabilidade é um indicativo de confiabilidade do modelo numérico, aspecto essencial para aplicações projetuais reais em que o engenheiro depende de respostas consistentes para tomada de decisão.

Adicionalmente, o processo de otimização apresentou taxa de factibilidade de 100%, o que indica que todas as soluções viáveis obtidas atenderam integralmente às restrições geométricas e estruturais impostas no problema de projeto. A Tabela 4.2 resume as variáveis de projeto obtidas para a treliça Howe, respectivamente, indicando que as restrições de dimensão e área mínima foram respeitadas. As variáveis foram organizadas segundo os cinco grupos principais de elementos estruturais: banzos inferior (h_1 , b_1), banzo superior (h_2 , b_2), diagonais (h_3 , b_3), montantes secundários (h_4 , b_4) e montante principal (h_5 , b_5), conforme a nomenclatura adotada no estudo.

Tabela 4.2: Resumo das variáveis de projeto (treliça Howe sem condição de incêndio), medidas em mm

Treliça	b ₁ (mm)	h ₁ (mm)	b ₂ (mm)	h ₂ (mm)	b ₃ (mm)	h ₃ (mm)	b ₄ (mm)	h ₄ (mm)	b ₅ (mm)	h ₅ (mm)
H-6-1-0	50	150	50	200	50	115	63	150	50	175
H-6-2-0	50	125	63	115	50	115	50	115	75	150
H-6-3-0	50	115	50	115	75	75	63	125	100	175
H-6-4-0	50	115	75	75	50	115	75	115	75	200
H-6-5-0	50	115	50	115	75	75	75	115	63	115
H-9-1-0	75	150	75	200	50	115	50	150	50	125
H-9-2-0	63	115	75	125	50	115	75	125	100	125
H-9-3-0	50	150	50	175	50	115	50	115	125	125
H-9-4-0	50	115	50	115	50	125	50	125	50	115
H-9-5-0	50	125	50	115	50	115	50	150	75	150
H-12-1-0	100	150	125	150	75	75	63	115	63	175
H-12-2-0	63	175	75	175	63	115	63	115	75	115
H-12-3-0	50	175	100	115	75	75	75	115	100	115
H-12-4-0	50	115	63	125	63	115	63	125	75	115
H-12-5-0	50	115	63	115	75	75	50	150	63	150
H-15-1-0	125	160	150	160	75	75	63	115	75	160
H-15-2-0	63	200	100	160	75	75	100	115	75	150
H-15-3-0	63	175	100	150	75	75	50	115	100	150
H-15-4-0	50	150	100	115	75	75	63	125	63	175
H-15-5-0	50	115	75	115	75	75	100	115	75	250

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Com base na Tabela 4.2, observou-se que diversas configurações atenderam à dimensão mínima prescrita para os elementos estruturais da tipologia Howe. Nos banzos inferiores (variável 1), as treliças H-6-1-0, H-6-2-0, H-6-3-0, H-6-4-0, H-6-5-0, H-9-3-0, H-9-4-0, H-9-5-0, H-12-3-0, H-12-4-0, H-12-5-0, H-15-4-0 e H-15-5-0 atingiram a seção mínima de 50 mm, revelando forte tendência de redução nesses elementos. Para os banzos superiores (variável 2), o atendimento mínimo ocorreu nas treliças H-6-1-0, H-6-3-0, H-6-5-0, H-9-3-0, H-9-4-0 e H-9-5-0, enquanto nas diagonais (variável 3) esse comportamento foi registrado em H-6-1-0, H-6-2-0, H-6-4-0, H-9-1-0, H-9-2-0, H-9-3-0, H-9-4-0 e H-9-5-0. Nos montantes secundários (variável 4), destacam-se as treliças H-6-2-0, H-9-1-0, H-9-3-0, H-9-4-0, H-9-5-0, H-12-5-0 e H-15-3-0. Finalmente, no montante principal (variável 5), apenas H-6-1-0, H-9-1-0 e H-9-4-0 atingiram a dimensão mínima admissível. Esses resultados demonstram que o processo de otimização respeitou os limites impostos pela ABNT NBR 7190-1 (2022a) reproduzindo padrões de dimensionamento coerentes com o comportamento mecânico esperado de sistemas treliçados.

A análise mais detalhada revela que o cumprimento generalizado das dimensões mínimas nos banzos inferiores decorre da natureza predominantemente tracionada desses elementos. Em barras tracionadas, o risco de instabilidade é praticamente inexistente, o que permite reduções significativas de seção até o limite inferior normativo sem prejuízo à segurança. Essa tendência já havia sido descrita em estudos clássicos de Stalnaker e Harris

(1997), que apontam a tração pura como uma condição altamente eficiente para otimização de massa.

O comportamento observado nos banzos superiores contrasta com o dos banzos inferiores. Nessas barras, predominam esforços de compressão e efeitos de flambagem, o que exige maior rigidez para manter a estabilidade global da treliça. A menor frequência de soluções com seção mínima reforça esse entendimento e indica que o algoritmo reconheceu a importância estrutural desses elementos, preservando dimensões superiores ao mínimo para garantir a segurança contra instabilidades locais e globais. Esse comportamento sugere que o Firefly Algorithm captou de forma adequada o balanço entre perda de eficiência por redução de seção e aumento do risco de instabilidade.

Nas diagonais e montantes secundários, o padrão de distribuição de seções evidencia um processo de otimização adaptativa. Elementos cuja participação nos esforços axiais é menos significativa tendem a ser reduzidos até o limite mínimo, enquanto barras que atuam na transferência de cargas inclinadas ou na estabilização do painel apresentam maior variabilidade dimensional. Essa lógica reforça o caráter local da demanda mecânica em treliças Howe e demonstra que o algoritmo foi capaz de modular as seções com base na importância estrutural relativa de cada componente.

O montante principal apresentou comportamento ainda mais restritivo, com poucas ocorrências de atendimento à dimensão mínima. Isso é coerente com a elevada esbeltez típica desses elementos, que frequentemente atuam como barras comprimidas críticas no equilíbrio do painel central. A manutenção de seções superiores ao mínimo normativo evidencia que o modelo de otimização preservou a rigidez necessária para evitar instabilidade e garantir desempenho adequado no estado limite último.

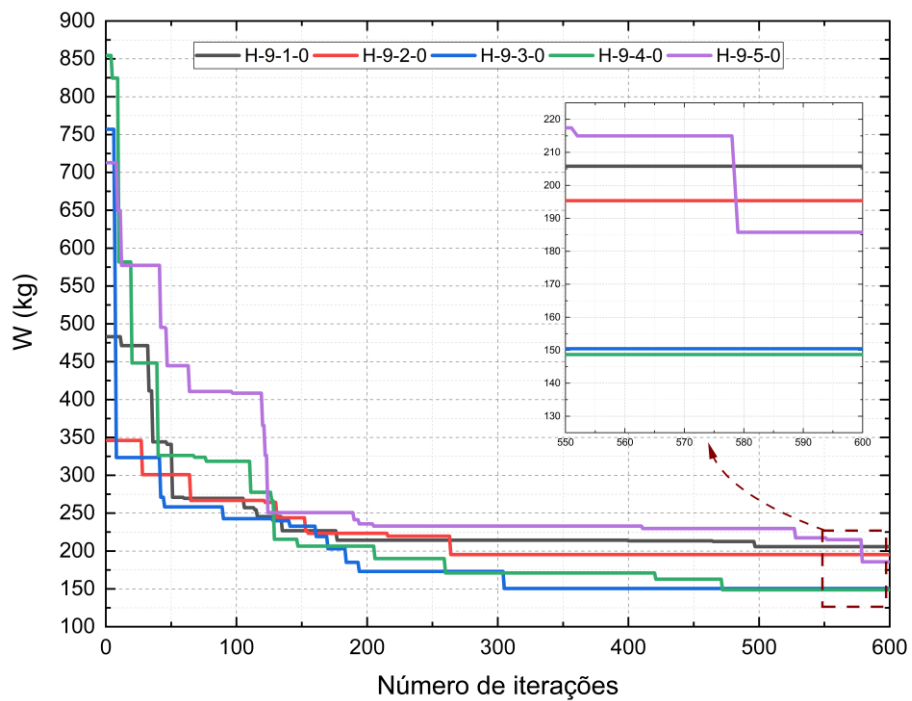
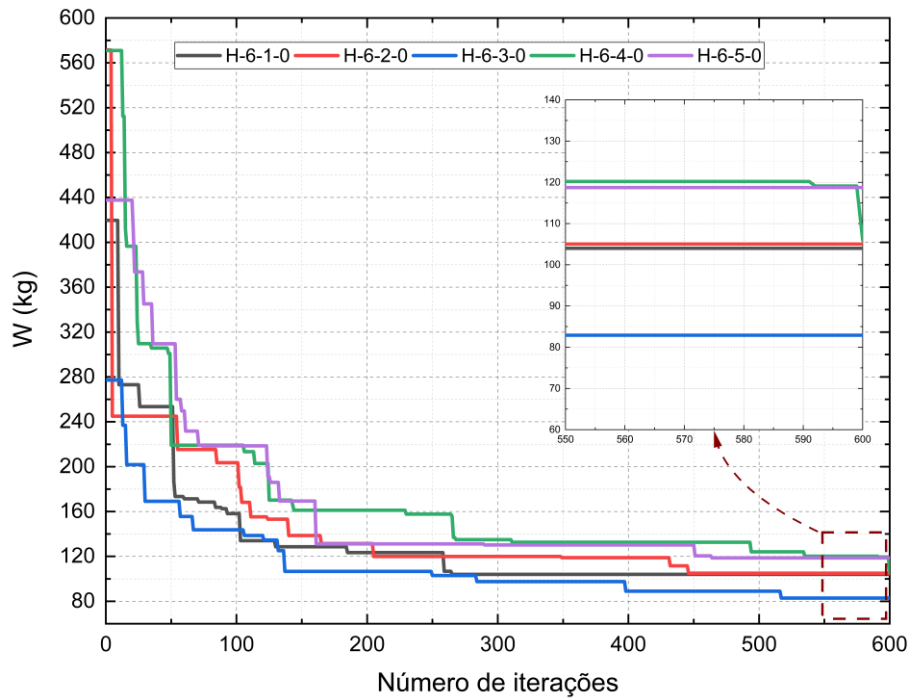
De modo geral, o comportamento registrado na Tabela 4.2 confirma que o processo de otimização não se limitou a reduzir massa, mas promoveu um ajuste racional das seções, respeitando as diferenças de demanda entre tração, compressão e ações combinadas. A coerência entre as soluções encontradas e os princípios clássicos de análise de treliças reforça a robustez do algoritmo e demonstra que o modelo foi capaz de conciliar eficiência estrutural, economia de material e atendimento pleno às exigências normativas. A distribuição seletiva das seções mínimas evidencia uma lógica de projeto alinhada à engenharia estrutural contemporânea, na qual otimização e segurança não são estratégias opostas, mas complementares.

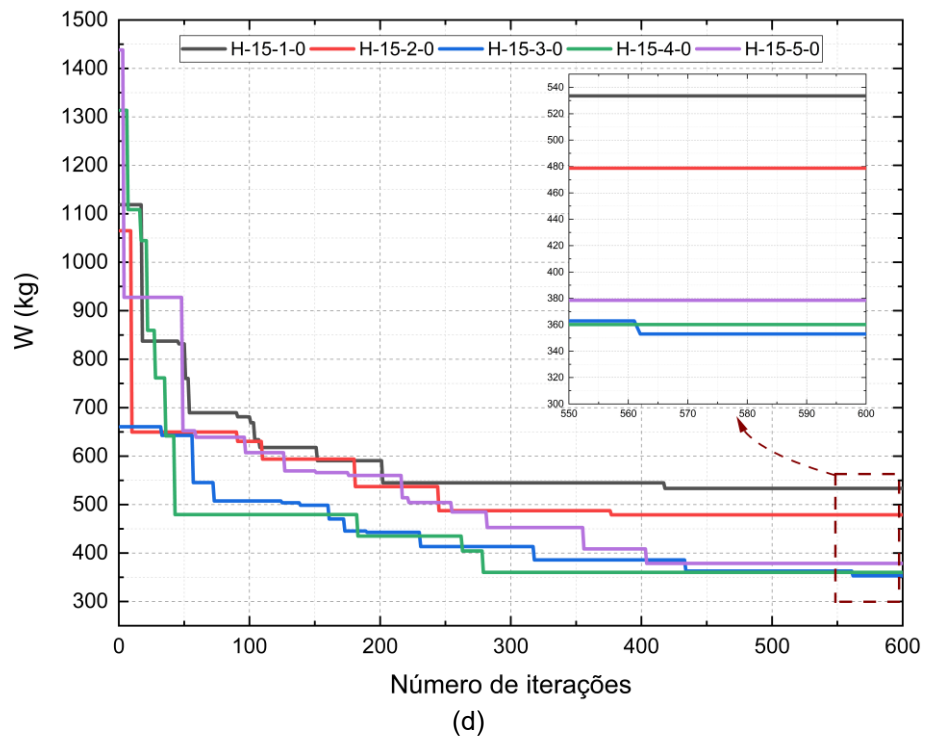
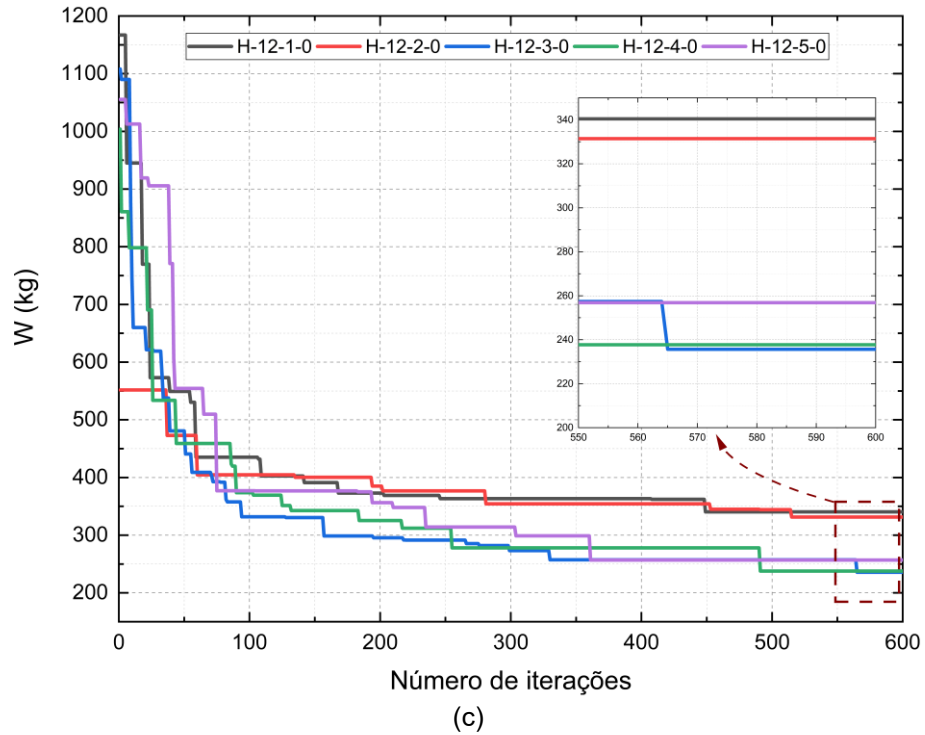
4.1.1 CONVERGÊNCIA DOS RESULTADOS EM CONDIÇÕES NORMAIS

Na Figura 4.2 apresenta-se as curvas de convergência da função objetivo penalizada (W) para a tipologia Howe em condições normais, considerando uma tolerância de 10^{-2} como critério de parada. Observa-se que o algoritmo Firefly apresentou comportamento estável e

convergência rápida para todas as combinações analisadas, demonstrando robustez e consistência na busca do mínimo global. A convergência ocorreu em um intervalo de aproximadamente 260 a 600 iterações, dependendo do vão e da combinação de parâmetros, o que indica equilíbrio entre exploração e intensificação no processo de busca.

Figura 4.2: Decaimento da função objetivo penalizada W das treliças tipo Howe em condições normais em função do vão: (a) 6 m, (b) 9 m, (c) 12 m e (d) 15 m.





Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Para as treliças com vão de 6 m, as convergências ocorreram em 264, 445, 516, 599 e 496 iterações para as configurações H-6-1-0 a H-6-5-0. Observa-se um crescimento moderado no número de iterações conforme o índice da espécie aumenta, o que sugere influência conjunta das propriedades mecânicas e da discretização das seções no ritmo de aproximação ao ótimo. Mesmo assim, as curvas de convergência mantiveram comportamento suave, sem oscilações abruptas, indicando que os parâmetros de controle do algoritmo, como

brilho, coeficiente de absorção e fator de aleatoriedade, foram suficientes para garantir estabilidade já nos menores vãos.

Nas treliças de 9 m, a convergência foi registrada nas iterações 496, 263, 304, 471 e 578. Apesar do aumento do vão, o número de iterações permaneceu dentro do intervalo observado para 6 m, o que demonstra que a ampliação da complexidade geométrica não acarretou elevação proporcional do esforço computacional. Esse comportamento está relacionado à estrutura equilibrada da função objetivo penalizada, que restringe de forma eficiente o espaço de busca às regiões factíveis, evitando divergências numéricas e reduzindo a ocorrência de mínimos locais irrelevantes. Assim, mesmo em um domínio de busca mais amplo, o algoritmo manteve consistência no processo de exploração e refinamento das soluções.

Para os vãos de 12 m, as convergências foram observadas nas iterações 448, 514, 564, 490 e 360. Nota-se uma dispersão ligeiramente mais ampla em comparação aos vãos inferiores, o que é coerente com o aumento da dimensionalidade do problema. A elevação do número de variáveis contínuas e discretas associadas à geometria da treliça eleva o número de caminhos potenciais dentro do espaço n-dimensional da busca. Apesar disso, o algoritmo alcançou estabilidade sem apresentar platôs prolongados, regiões de estagnação ou saltos significativos na função objetivo, evidenciando que a meta-heurística foi capaz de manter o equilíbrio entre diversidade populacional e convergência dirigida.

Nas treliças de 15 m, as convergências ocorreram nas iterações 417, 376, 561, 278 e 403. O comportamento observado confirma que o algoritmo manteve desempenho estável mesmo sob condições mais restritivas, nas quais as limitações de esbeltez, rigidez global e deformações máximas tornam o domínio de soluções viáveis mais estreito. A ausência de oscilações irregulares nas curvas de decaimento reforça que o algoritmo preservou a diversidade mínima necessária para escapar de regiões subótimas, sem comprometer a velocidade de convergência.

De modo geral, a quantidade de iterações até a convergência não apresentou relação linear com o aumento do vão. Essa constatação indica que o tempo de execução é governado por uma interação complexa entre variabilidade das espécies, restrições ativas e distribuição das seções ao longo da treliça. O comportamento registrado reforça o caráter adaptativo do algoritmo, que ajusta o ritmo de exploração e intensificação conforme a topologia estrutural e as exigências mecânicas locais se modificam. Assim, os resultados demonstram que a meta-heurística empregada foi capaz de identificar soluções estáveis e de boa qualidade em diferentes escalas geométricas, consolidando sua aplicabilidade em problemas reais de otimização de treliças de madeira.

4.1.2 RESTRIÇÕES EM CONDIÇÕES NORMAIS

Como discutido no capítulo anterior, as restrições incluem verificações da dimensão e da área mínimas, limitação da esbelteza, limitação geométrica, dimensionamento no Estado Limite Último (ELU), considerando as tensões normais nas barras, e dimensionamento no Estado Limite de Serviço (ELS), considerando a flecha nas condições imediata e final. Na Figura 4.3 apresenta-se as restrições de projeto obtidas nas melhores simulações do estudo para a tipologia e Howe, respectivamente.

A Tabela 4.3 apresentada a identificação de todas as restrições utilizadas no processo de modelagem e otimização da treliça de madeira em condição normal. As restrições estão organizadas conforme a condição de análise, o tipo de verificação e os elementos estruturais envolvidos, além de indicarem o intervalo numérico correspondente no vetor de restrições do algoritmo. São contempladas verificações de esbelteza, Estado Limite Último, Estado Limite de Serviço, área mínima, dimensão mínima e requisitos geométricos. Cada grupo é distribuído entre banzos inferiores, banzos superiores, diagonais, montantes secundários e montante principal. A tabela também diferencia de forma clara a localização de cada verificação dentro da estrutura computacional adotada. Dessa forma, a tabela serve como guia de referência para a organização das restrições implementadas no modelo e entendimento da Figura 4.3.

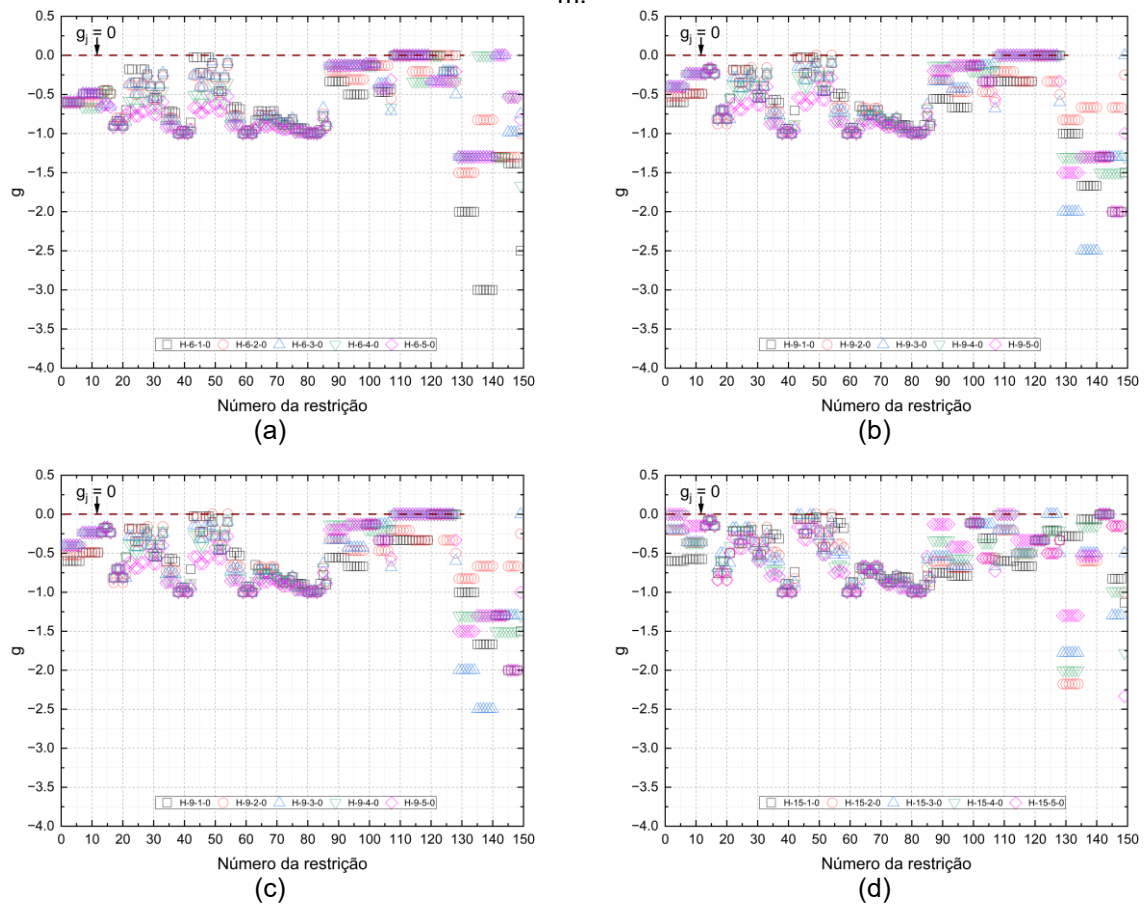
Tabela 4.3: Organização das restrições adotadas no modelo de otimização estrutural para condição normal

Condição	Restrição	Referente	Intervalo
Normal	Esbelteza	Banzos inferiores	1-6
		Banzos superiores	7-12
		Diagonais	13-16
		Montantes secundários	17-20
		Montante principal	21
Normal	ELU	Banzos inferiores	22-27
		Banzos superiores	28-33
		Diagonais	34-37
		Montantes secundários	38-41
		Montante principal	42
Normal	ELU	Banzos inferiores	43-48
		Banzos superiores	49-54
		Diagonais	55-58
		Montantes secundários	59-62
		Montante principal	63
Normal	ELU	Banzos inferiores	64-69
		Banzos superiores	70-75
		Diagonais	76-79
		Montantes secundários	80-83
		Montante principal	84

Normal	ELS	Global condição instantânea	84
		Global condição final	85
Normal	Área mínima	Banzos inferiores	86-91
		Banzos superiores	92-97
		Diagonais	98-101
		Montantes secundários	102-105
		Montante principal	106
Normal	Dimensão mínima	Banzos inferiores	107-112
		Banzos superiores	113-118
		Diagonais	119-122
		Montantes secundários	123-126
		Montante principal	127
Normal	Geométrica	Banzos inferiores	128-133
		Banzos superiores	134-139
		Diagonais	140-143
		Montantes secundários	144-147
		Montante principal	148

Fonte: Autor (2025)

Figura 4.3: Restrições (g) para a tipologia de Howe para o vão: (a) 6 m, (b) 9 m, (c) 12 m e (d) 15 m.



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Com base na análise das soluções de projeto, observou-se que todas atenderam plenamente às restrições impostas, o que confirma a viabilidade das soluções em termos de segurança, estabilidade e desempenho estrutural. A Figura 4.3 evidencia que as treliças investigadas apresentaram valores negativos muito próximos de zero nas verificações de esbeltez, estado limite último, dimensões mínimas e limitação geométrica. Esse comportamento é característico de soluções bem ajustadas às fronteiras do espaço factível, indicando que o algoritmo operou de maneira eficiente ao explorar o limite admissível sem violar os critérios normativos.

Analisando especificamente as soluções da tipologia Howe, verificou-se que todas as restrições foram atendidas. A Figura 4.3 reforça essa constatação, ao apresentar valores próximos de zero estado limite último para alguns casos e preponderantemente para as dimensões mínimas e limitação geométrica.

Embora todas as restrições tenham sido satisfeitas, observa-se que o comportamento das funções não foi homogêneo entre os elementos estruturais. As verificações de dimensões mínimas (107 a 127), por exemplo, mostraram-se pouco decisivas para a convergência das soluções. Isso indica que, na maior parte das barras, o algoritmo encontrou seções capazes de atender às demandas de resistência e estabilidade antes de atingir os limites geométricos mínimos. Esse comportamento sugere que a geometria básica da treliça Howe, associada às propriedades mecânicas das espécies, permitiu soluções economicamente eficientes sem comprometer a integridade estrutural.

Em contraste, as restrições de esbeltez e de estado limite último se manifestaram como os condicionantes mais dominantes, principalmente nas barras comprimidas e nos vãos maiores, como 12 m e 15 m. Esse resultado reforça que a estabilidade global e local desempenha papel central no dimensionamento de treliças de madeira, superando a influência de limitações geométricas e de deformação instantânea. A proximidade dessas restrições em relação a zero revela que o processo de otimização ajustou as seções até o limite admissível de rigidez, alcançando soluções com equilíbrio entre segurança e eficiência material.

Do ponto de vista físico, o fato de restrições como esbeltez e ELU operarem tão próximas da fronteira admissível indica que o algoritmo explorou o máximo potencial resistente das barras sem comprometer a segurança. Essa característica é desejável em processos de otimização, pois aponta para um projeto não redundante, com utilização racional dos recursos estruturais. Já as restrições geométricas desempenharam papel de estabilização numérica, prevenindo configurações inviáveis do ponto de vista construtivo e garantindo proporções compatíveis com o comportamento típico de peças alongadas em madeira.

É relevante destacar que a ativação de certas restrições depende diretamente do contexto de aplicação. Em estruturas de cobertura, flechas instantâneas tendem a dominar,

enquanto restrições de instabilidade ganham maior relevância em vãos longos ou em barras comprimidas centrais. Além disso, as espécies de madeira influenciam diretamente a ativação das restrições, já que propriedades como densidade, módulo de elasticidade e resistência à compressão alteram a distribuição da rigidez global e o comportamento das barras críticas.

Em síntese, os resultados comprovam que o algoritmo de otimização foi capaz de conduzir o projeto a soluções factíveis e próximas da fronteira ótima, conciliando leveza estrutural, confiabilidade e conformidade normativa. As restrições atuaram de maneira complementar, funcionando não apenas como barreiras numéricas, mas como instrumentos de controle projetual que direcionam o processo de otimização para soluções fisicamente coerentes, construtivamente viáveis e materialmente eficientes.

4.1.3 RESTRIÇÕES ELU EM CONDIÇÕES NORMAIS

Na Tabela 4.4 apresenta-se o resumo das restrições de Estado Limite Último (ELU) para a treliça Howe, considerando diferentes tempos de exposição ao fogo (10, 20 e 30 minutos) e vãos de 6 m, 9 m, 12 m e 15 m. Os valores foram obtidos com base nas melhores soluções do processo de otimização e expressam, por meio da média (\bar{x}), desvio padrão (σ) e intervalo de confiança (IC) ao nível de 5% de significância.

Tabela 4.4: Resumo das restrições do ELU em condições normais

Treliça	\bar{x}	σ	IC
H-6-1-0	-0,623587435	0,325528447	(-0.704;-0.5432)
H-6-2-0	-0,687847013	0,27772105	(-0.7564;-0.6193)
H-6-3-0	-0,685185743	0,291032097	(-0.7571;-0.6133)
H-6-4-0	-0,784713784	0,20087469	(-0.8343;-0.7351)
H-6-5-0	-0,846314505	0,141992514	(-0.8814;-0.8113)
H-9-1-0	-0,591819815	0,315046538	(-0.6696;-0.514)
H-9-2-0	-0,607598594	0,336491164	(-0.6907;-0.5245)
H-9-3-0	-0,64989688	0,300103184	(-0.724;-0.5758)
H-9-4-0	-0,678584253	0,290979051	(-0.7504;-0.6067)
H-9-5-0	-0,778109981	0,205931293	(-0.829;-0.7273)
H-12-1-0	-0,553233805	0,329597478	(-0.6346;-0.4718)
H-12-2-0	-0,623857847	0,302842001	(-0.6986;-0.5491)
H-12-3-0	-0,603397623	0,325436867	(-0.6838;-0.523)
H-12-4-0	-0,626542459	0,339094268	(-0.7103;-0.5428)
H-12-5-0	-0,719574512	0,244653332	(-0.78;-0.6592)
H-15-1-0	-0,538454135	0,330384093	(-0.62;-0.4569)
H-15-2-0	-0,573132221	0,325931639	(-0.6536;-0.4926)
H-15-3-0	-0,591752375	0,316839649	(-0.67;-0.5135)
H-15-4-0	-0,635081957	0,307195907	(-0.7109;-0.5592)
H-15-5-0	-0,672836848	0,286829218	(-0.7437;-0.602)

Fonte: Moraes et al. (2025)

Os resultados mostram que todas as treliças analisadas mantêm margens de segurança adequadas, já que os valores médios permanecem abaixo de zero e acompanhados de desvios padrão compatíveis com o comportamento esperado das soluções ótimas. No vão de 6 observa-se o desempenho mais uniforme e conservador. As treliças H-6-4-0 e H-6-5-0, por exemplo, apresentam médias próximas de -0,78 e -0,85 com desvios padrão em torno de 0,20 e 0,14.

Nos vãos intermediários de 9 e 12 verifica-se um aumento moderado na dispersão dos resultados, reflexo do crescimento das solicitações internas. Mesmo assim, as médias permanecem suficientemente negativas para garantir confiabilidade. As treliças H-9-5-0 e H-12-5-0 ilustram esse comportamento, com médias de aproximadamente -0,78 e -0,72 e desvios padrão entre 0,21 e 0,24. A influência positiva das espécies de maior resistência é evidente, proporcionando melhor desempenho mesmo em treliças mais alongadas.

Para o vão de 15 o comportamento segue a tendência esperada de redução gradual das margens de segurança. As médias situam-se entre aproximadamente -0,54 e -0,67, com desvios padrão variando de cerca de 0,28 a 0,33. Apesar do aumento das solicitações, todas as combinações mantêm níveis satisfatórios perante as restrições do ELU. A treliça H-15-5-0 se destaca com média em torno de -0,67 e desvio padrão próximo de 0,29, o que reforça o melhor desempenho das espécies mais rígidas.

Os intervalos de confiança confirmam esses padrões, pois seus limites superiores permanecem negativos e adequadamente afastados do limite de verificação. De forma geral, os resultados mostram que a otimização identificou configurações estruturalmente equilibradas. Os menores vãos apresentam maior uniformidade, enquanto os maiores refletem a variabilidade natural de estruturas mais solicitadas. A influência das propriedades mecânicas das espécies de madeira é consistente ao longo de toda a análise e favorece a obtenção de soluções com melhores margens de segurança.

4.2 OTIMIZAÇÃO EM CONDIÇÕES DE INCÊNDIO

Na Tabela 4.5 apresenta-se os resultados gerais das 30 execuções do algoritmo de otimização para cada um das treliças considerados para o tempo de exposição de 10, 20 e 30 minutos (condição de incêndio). Os valores registrados nas tabelas incluem o valor máximo (W_{max}) e o valor mínimo (W_{min}) da FO penalizada, bem como a amplitude (A), a mediana (μ), a média (\bar{x}), o desvio padrão (σ), a taxa de factibilidade (TF) e o incremento de peso bruto (IPB) que considera como referência os valores da função objetivo penalizada na condição mínima (W_{min}) em condição normal.

Tabela 4.5: Resumo dos resultados obtidos no processo de otimização das treliças Howe com condição de incêndio

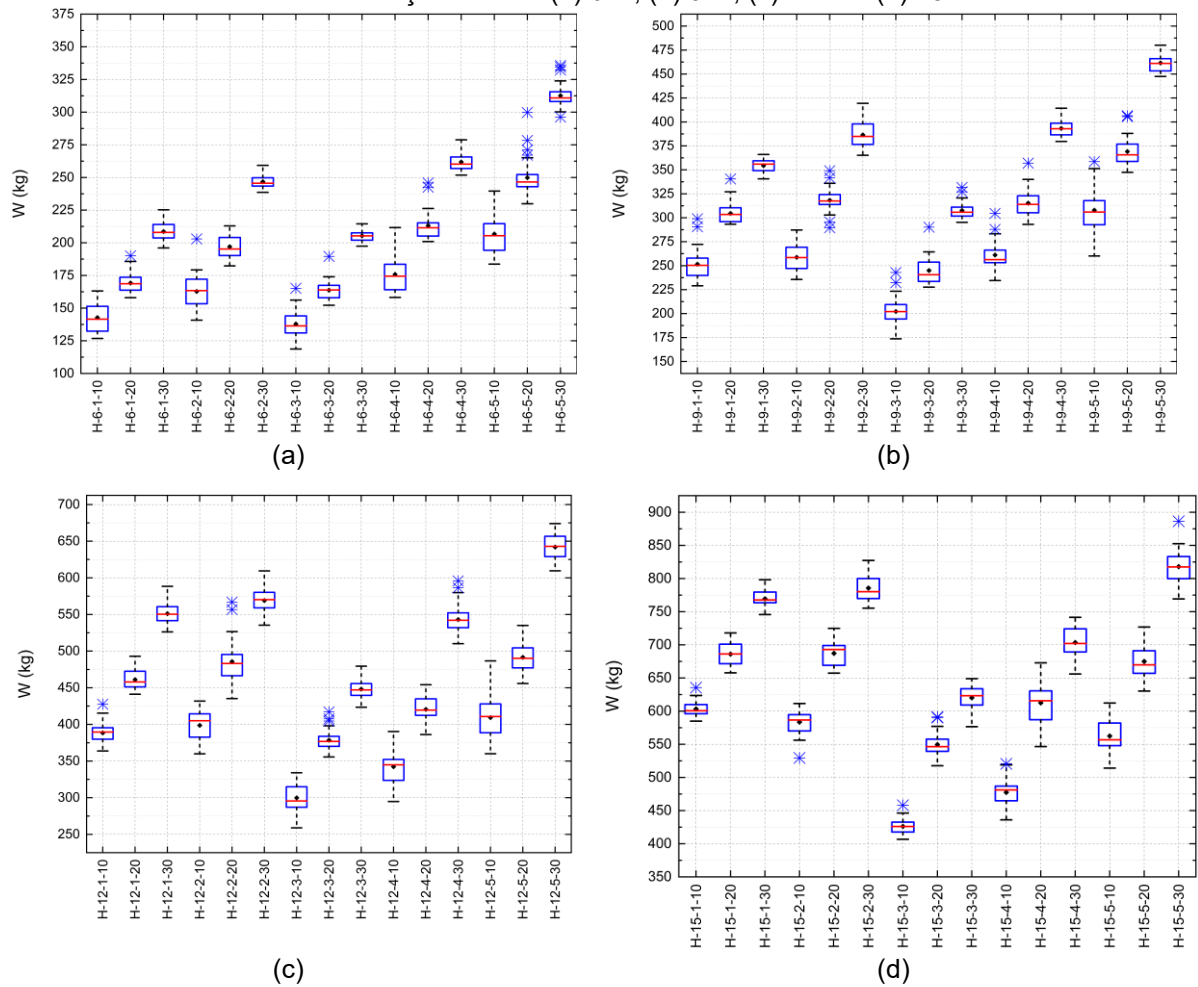
Treliça	W_{max} (kg)	W_{min} (kg)	A (kg)	μ (kg)	\bar{x} (kg)	σ (kg)	TF (%)	IPB (%)
H-6-1-10	163,10	126,81	36,29	141,52	142,75	10,80	100	21,94
H-6-1-20	190,07	157,99	32,08	168,68	169,18	7,89	100	51,91
H-6-1-30	225,25	196,05	29,19	207,95	208,60	7,28	100	88,51
H-6-2-10	202,95	140,80	62,15	163,40	162,81	13,18	100	34,06
H-6-2-20	212,91	182,34	30,57	195,26	197,04	8,09	100	73,61
H-6-2-30	259,26	238,62	20,63	245,62	246,78	4,93	100	127,21
H-6-3-10	165,20	118,74	46,46	136,40	137,84	9,86	100	43,20
H-6-3-20	189,60	152,23	37,37	163,91	163,71	7,65	100	83,59
H-6-3-30	214,50	197,46	17,04	205,28	205,33	4,20	100	138,14

H-6-4-10	211,62	158,19	53,42	174,50	175,81	14,02	100	49,35
H-6-4-20	245,84	200,95	44,88	211,47	213,11	11,04	100	89,71
H-6-4-30	278,82	251,83	26,99	260,23	261,84	6,30	100	137,74
H-6-5-10	239,58	183,67	55,91	205,40	206,74	15,62	100	54,72
H-6-5-20	299,69	229,87	69,82	246,57	249,84	14,59	100	93,63
H-6-5-30	335,74	296,22	39,52	310,85	312,62	9,89	100	149,53
H-9-1-10	299,00	229,02	69,98	250,36	251,57	15,51	100	11,28
H-9-1-20	340,55	293,24	47,31	303,46	304,58	11,36	100	42,49
H-9-1-30	366,07	340,62	25,45	356,01	354,43	7,15	100	65,51
H-9-2-10	287,24	235,62	51,62	258,42	258,69	13,19	100	20,61
H-9-2-20	349,08	289,63	59,45	317,49	318,26	12,19	100	48,25
H-9-2-30	419,41	365,22	54,18	384,90	386,44	12,73	100	86,95
H-9-3-10	242,86	173,61	69,25	202,08	202,12	16,15	100	15,38
H-9-3-20	290,18	227,57	62,62	240,58	244,89	14,44	100	51,24
H-9-3-30	331,59	295,21	36,38	305,73	307,66	8,56	100	96,20
H-9-4-10	304,58	234,47	70,11	256,30	261,13	14,47	100	57,68
H-9-4-20	357,02	293,13	63,89	313,93	315,23	13,77	100	97,13
H-9-4-30	414,29	379,63	34,66	392,87	393,27	8,23	100	155,30
H-9-5-10	358,58	260,09	98,50	305,91	307,93	22,74	100	40,02
H-9-5-20	406,48	347,45	59,03	365,71	369,16	15,00	100	87,06
H-9-5-30	480,04	447,45	32,59	461,06	461,51	9,19	100	140,89
H-12-1-10	427,55	363,80	63,74	389,54	388,49	13,37	100	6,86
H-12-1-20	492,99	441,26	51,73	457,92	461,13	14,18	100	29,61
H-12-1-30	588,41	526,19	62,22	550,41	551,12	13,40	100	54,56
H-12-2-10	431,82	359,82	72,00	405,02	398,72	19,71	100	8,56
H-12-2-20	566,92	435,29	131,63	483,07	485,72	28,33	100	31,33
H-12-2-30	609,49	535,34	74,15	570,23	569,02	16,76	100	61,51
H-12-3-10	334,01	258,88	75,13	295,55	299,80	19,23	100	9,85
H-12-3-20	417,07	355,59	61,48	376,79	378,49	15,16	100	50,88
H-12-3-30	479,52	423,43	56,09	447,07	448,11	12,09	100	79,67
H-12-4-10	390,31	294,81	95,50	344,92	342,28	22,71	100	24,02
H-12-4-20	454,10	386,14	67,96	419,56	420,56	16,73	100	62,43
H-12-4-30	595,86	510,15	85,70	542,08	543,07	20,27	100	114,60
H-12-5-10	486,68	360,03	126,65	410,75	409,26	27,33	100	40,17
H-12-5-20	535,02	455,79	79,23	490,18	491,58	20,19	100	77,45
H-12-5-30	674,01	609,57	64,44	642,98	641,95	17,73	100	137,32
H-15-1-10	635,47	584,93	50,54	600,55	603,33	11,07	100	9,65
H-15-1-20	718,00	657,73	60,27	686,22	686,01	17,15	100	23,30
H-15-1-30	798,10	745,73	52,37	767,69	769,41	12,07	100	39,79
H-15-2-10	611,42	529,51	81,92	586,67	583,41	18,58	100	10,60
H-15-2-20	724,83	657,27	67,56	692,91	687,16	17,24	100	37,29
H-15-2-30	827,36	755,30	72,06	780,22	785,58	19,27	100	57,76
H-15-3-10	458,00	406,82	51,18	426,06	426,09	11,22	100	15,23
H-15-3-20	591,25	517,71	73,55	546,45	549,53	17,43	100	46,64
H-15-3-30	648,96	576,56	72,39	623,28	620,18	18,76	100	63,31
H-15-4-10	520,48	436,04	84,44	481,19	477,51	21,77	100	21,06
H-15-4-20	672,89	546,54	126,35	615,67	612,50	29,59	100	51,74
H-15-4-30	741,56	656,02	85,55	701,96	703,46	22,47	100	82,13
H-15-5-10	612,23	514,14	98,09	556,76	562,56	24,95	100	35,80
H-15-5-20	726,88	630,29	96,58	669,83	674,96	27,16	100	66,48
H-15-5-30	886,31	769,19	117,12	817,52	817,98	25,57	100	103,17

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Na Figura 4.4 apresenta-se os boxplots da função objetivo penalizada das treliças Howe expostas ao incêndio, considerando tempos de 10, 20 e 30 minutos para os vãos de 6, 9, 12 e 15 m. Os resultados revelam um aumento sistemático da massa otimizada à medida que o tempo de exposição ao fogo se prolonga, comportamento diretamente associado à carbonização superficial e à degradação térmica das propriedades mecânicas da madeira, conforme previsto nas diretrizes do Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b).

Figura 4.4: Box plot da função objetivo penalizada W das treliças tipo Howe com condição de incêndio em função do vão: (a) 6 m, (b) 9 m, (c) 12 m e (d) 15 m.



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Na Figura 4.4 apresenta-se a evolução da função objetivo penalizada das treliças Howe para os vãos de 6, 9, 12 e 15 m sob exposição ao fogo por 10, 20 e 30 minutos. A comparação entre as distribuições dos boxplots e os valores estatísticos da Tabela 4.5 mostra um aumento sistemático das médias e medianas de W com o avanço do tempo de exposição, acompanhado da redução gradual do desvio padrão e da amplitude interquartil. Esse comportamento é coerente com a carbonização progressiva e com a degradação térmica das propriedades mecânicas da madeira, fenômenos que reduzem o domínio de soluções viáveis e exigem seções mais robustas.

No vão de 6 m, o comportamento entre as espécies é semelhante, o que permite destacar as espécies ID 01 e ID 05 como representativas do intervalo de resposta. A espécie ID 01 apresenta médias de 142,75 kg, 169,18 kg e 208,60 kg nos tempos de 10, 20 e 30 minutos, enquanto a espécie ID 05 exibe valores superiores, iguais a 206,74 kg, 249,84 kg e 312,62 kg. Em ambas, observa-se redução consistente do desvio padrão, indicando menor variabilidade das soluções conforme a severidade térmica aumenta. As espécies ID 02, ID 03 e ID 04 seguem o mesmo padrão de crescimento progressivo da massa e redução progressiva

da variabilidade, diferindo apenas na magnitude dos valores médios, o que reflete principalmente variações nas propriedades mecânicas.

Nos modelos de 9 m, as diferenças entre espécies permanecem mais associadas à magnitude das massas iniciais do que ao padrão de resposta térmica. A espécie ID 01 apresenta médias de 251,57 kg, 304,58 kg e 354,43 kg, enquanto a espécie ID 05 avança de 307,93 kg para 369,16 kg e atinge 461,51 kg. Outras espécies, como a ID 03, apresentam valores absolutos menores devido às resistências características inferiores, mas seguem o mesmo comportamento geral de aumento progressivo das massas e redução do desvio padrão. Um caso divergente aparece na série H-9-5 aos 10 minutos, onde a amplitude inicial de 98,50 kg é visivelmente maior do que nas outras espécies, sugerindo que, em madeiras de maior resistência, o algoritmo explora combinações geométricas mais variadas nas primeiras execuções. Contudo, a convergência para 30 minutos ocorre de maneira semelhante entre todas as espécies, com estreitamento dos boxplots e valores agrupados.

No vão de 12 m, os efeitos térmicos tornam-se mais pronunciados e uma diferença relevante surge para a espécie ID 02, que apresenta amplitude superior a 130 kg aos 20 minutos, comportamento mais variável do que o observado nas espécies ID 01 e ID 05. A espécie ID 01 cresce de 388,49 kg para 461,13 kg e 551,12 kg, enquanto a espécie ID 05 evolui de 409,26 kg para 491,58 kg e 641,95 kg. Ambas seguem o padrão típico de crescimento progressivo das massas e redução da variabilidade aos 30 minutos. Já a espécie ID 02 exibe aumento súbito da amplitude e do desvio padrão aos 20 minutos, indicando que, especificamente nessa combinação, o espaço de soluções viáveis é mais amplo antes de se estabilizar. Apesar dessa diferença pontual, todas as espécies convergem para comportamentos semelhantes em condições severas, com estreitamento das distribuições e necessidade de seções geometricamente robustas.

No vão de 15 m, todas as espécies apresentam crescimento expressivo das massas e comportamento marcadamente restritivo aos 30 minutos. A espécie ID 01 apresenta médias de 603,33 kg, 686,01 kg e 769,41 kg, enquanto a espécie ID 05 evolui de 562,56 kg para 674,96 kg e 817,98 kg. O padrão de redução do desvio padrão e da amplitude interquartil é consistente entre as espécies, com exceção da espécie ID 04, que apresenta amplitude incomumente alta aos 20 minutos, indicando maior sensibilidade estrutural. Ainda assim, todas as espécies convergem para comportamento semelhante nos 30 minutos, refletindo que o efeito combinado de esbeltez elevada e degradação térmica reduz fortemente a liberdade geométrica independente da espécie.

A análise integrada dos quatro vãos mostra que a diferença entre espécies reside principalmente na magnitude das massas otimizadas e na intensidade pontual de variabilidade em determinados cenários, como os casos observados nas espécies ID 02 e ID 04 nos vãos de 12 e 15 m. Entretanto, o comportamento estrutural de todas as espécies converge para os

mesmos padrões gerais: aumento progressivo das massas com o tempo de exposição e redução progressiva da variabilidade das soluções, evidenciada pela diminuição do desvio padrão e pela compressão das caixas dos boxplots.

A evolução do IPB também segue essa lógica. As espécies ID 01 e ID 05, representativas dos extremos de desempenho mecânico, permitem visualizar o intervalo de resposta térmica para cada vão. No vão de 6 m, o IPB varia de 21,94% para 51,91% e 88,51% na espécie ID 01, enquanto a espécie ID 05 avança de 54,72% para 93,63% e atinge 149,53%. No vão de 9 m, os incrementos variam de 11,28% para 42,49% e 65,51% na espécie ID 01, ao passo que a espécie ID 05 evolui de 40,02% para 87,06% e chega a 140,89%. No vão de 12 m, o IPB da espécie ID 01 cresce de 6,86% para 29,61% e 54,56%, enquanto a espécie ID 05 avança de 40,17% para 77,45% e 137,32%. Finalmente, no vão de 15 m, a espécie ID 01 evolui de 9,65% para 23,30% e 39,79%, enquanto a espécie ID 05 cresce de 35,80% para 66,48% e chega a 103,17%.

Esses resultados mostram que as diferenças entre espécies aparecem principalmente na magnitude dos valores, e não nos padrões qualitativos do comportamento estrutural. As madeiras de maior resistência exigem incrementos mais elevados em condições severas, enquanto madeiras menos resistentes apresentam massas absolutas menores, porém com tendências idênticas. As poucas divergências observadas, como a maior amplitude nas espécies ID 02 e ID 04 em determinados cenários, reforçam que a interação entre material, geometria e degradação térmica pode influenciar a variabilidade de forma pontual, mas não altera o padrão global de resposta.

Na Tabela 4.6 apresenta-se as dimensões finais das variáveis de projeto obtidas pelo processo de otimização das treliças submetidas a tempos de exposição ao fogo de 10, 20 e 30 minutos. As variáveis foram organizadas segundo os cinco grupos principais de elementos estruturais: banzos inferior (h_1 , b_1), banzo superior (h_2 , b_2), diagonais (h_3 , b_3), montantes secundários (h_4 , b_4) e montante principal (h_5 , b_5), conforme a nomenclatura adotada no estudo.

Tabela 4.6: Resumo das variáveis de projeto obtidas das simulações considerando-se o incêndio.

Treliça	b_1 (mm)	h_1 (mm)	b_2 (mm)	h_2 (mm)	b_3 (mm)	h_3 (mm)	b_4 (mm)	h_4 (mm)	b_5 (mm)	h_5 (mm)
H-6-1-10	75	115	75	125	75	115	100	150	125	175
H-6-1-20	100	115	100	125	100	115	100	150	100	175
H-6-1-30	100	150	125	125	100	150	100	160	100	160
H-6-2-10	75	115	75	115	75	115	75	115	100	150
H-6-2-20	100	115	100	115	100	115	100	115	100	115
H-6-2-30	100	150	100	150	100	150	125	125	100	150
H-6-3-10	75	115	75	115	75	115	100	115	75	200
H-6-3-20	100	115	100	115	100	115	100	115	100	160
H-6-3-30	100	150	100	150	100	150	100	150	125	150
H-6-4-10	75	115	75	115	75	125	100	150	100	115
H-6-4-20	100	115	100	115	100	125	100	115	100	175
H-6-4-30	100	150	100	150	100	150	100	150	100	150
H-6-5-10	75	115	75	115	75	115	75	125	150	160
H-6-5-20	100	115	100	115	100	115	100	115	100	150
H-6-5-30	100	150	100	150	100	150	100	150	100	150
H-9-1-10	75	150	100	150	75	115	100	115	75	160
H-9-1-20	100	150	100	175	100	115	125	160	100	115

H-9-1-30	100	175	125	160	100	150	125	150	100	150
H-9-2-10	75	115	75	150	75	115	100	125	75	150
H-9-2-20	100	115	100	125	100	115	100	115	100	150
H-9-2-30	100	150	125	125	100	150	100	150	125	150
H-9-3-10	75	115	75	115	75	115	75	115	100	150
H-9-3-20	100	115	100	115	100	115	100	115	100	150
H-9-3-30	100	150	100	150	100	150	100	150	100	175
H-9-4-10	75	115	75	115	75	115	100	115	100	200
H-9-4-20	100	115	100	115	100	115	100	115	100	150
H-9-4-30	100	150	100	150	100	150	125	125	125	125
H-9-5-10	75	115	75	115	75	115	75	115	100	125
H-9-5-20	100	115	100	115	100	125	100	115	100	115
H-9-5-30	100	150	100	150	100	150	100	160	125	125
H-12-1-10	100	150	125	150	75	115	75	150	75	115
H-12-1-20	125	150	125	175	100	115	100	115	100	115
H-12-1-30	125	175	150	160	125	125	125	125	100	200
H-12-2-10	100	115	75	175	75	115	75	125	100	150
H-12-2-20	100	125	100	160	100	115	100	150	100	150
H-12-2-30	100	160	125	150	125	125	100	160	100	175
H-12-3-10	75	115	100	115	75	115	75	115	100	115
H-12-3-20	100	125	100	150	100	115	100	115	125	225
H-12-3-30	100	150	100	175	125	125	100	150	125	175
H-12-4-10	75	115	75	115	75	115	75	115	100	125
H-12-4-20	100	115	100	115	100	115	100	115	100	115
H-12-4-30	100	150	100	150	125	125	125	125	100	150
H-12-5-10	75	115	75	115	75	115	100	125	75	175
H-12-5-20	100	115	100	115	100	115	100	115	100	125
H-12-5-30	125	125	100	150	125	125	125	125	100	160
H-15-1-10	125	150	150	160	100	115	75	125	100	200
H-15-1-20	150	150	125	200	125	125	100	115	100	150
H-15-1-30	150	160	150	200	125	125	125	150	100	160
H-15-2-10	75	160	100	160	100	115	75	115	100	150
H-15-2-20	100	150	125	150	125	125	125	150	100	125
H-15-2-30	125	150	125	175	125	125	100	200	100	160
H-15-3-10	100	115	100	150	100	115	75	125	100	115
H-15-3-20	100	150	100	175	125	125	100	115	125	160
H-15-3-30	100	175	125	160	125	125	100	150	100	175
H-15-4-10	75	115	100	115	100	115	75	115	100	125
H-15-4-20	100	115	100	125	125	125	100	125	125	125
H-15-4-30	100	150	125	125	125	125	100	160	100	200
H-15-5-10	75	115	100	115	100	115	75	115	75	175
H-15-5-20	100	115	100	115	125	125	100	125	100	175
H-15-5-30	100	150	125	125	125	125	100	160	125	150

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

De modo geral, observa-se um crescimento progressivo das dimensões das seções transversais das barras à medida que o tempo de exposição ao fogo aumenta. Esse comportamento decorre da necessidade de compensar a perda de área útil ocasionada pela carbonização superficial e pela degradação térmica das propriedades mecânicas da madeira, conforme descrito nas equações do Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b). Nas primeiras fases de exposição, sobretudo aos 10 minutos, predominam seções intermediárias, como 75 × 115 mm e 100 × 115 mm, que se mostram suficientes para neutralizar pequenas perdas de rigidez e área resistente, mantendo o desempenho estrutural com acréscimo moderado de massa. Contudo, conforme o tempo de fogo atinge 20 e 30 minutos, o algoritmo passa a selecionar seções consideravelmente mais robustas, frequentemente na faixa entre 100 × 150 mm e 150 × 200 mm, em especial nas barras submetidas à compressão. Esse padrão confirma que a estabilidade, sensível à esbelteza e à redução do módulo de elasticidade, emerge como a restrição dominante no comportamento das treliças em condição de incêndio prolongado.

Nos vãos menores, como 6 m e 9 m, a variação das seções é relativamente limitada. As solicitações internas são menores e os efeitos térmicos se concentram em uma perda superficial moderada, o que permite que a treliça mantenha desempenho adequado com aumentos discretos de seção. Nesses cenários, o incremento de massa é contido e a otimização encontra soluções nas quais os banzos e diagonais operam com segurança dentro dos limites normativos de deformação, resistência e instabilidade. Esse comportamento indica que, em estruturas compactas, a relação entre perda térmica e rigidez residual preserva um equilíbrio favorável, retardando a necessidade de reforços geométricos mais expressivos.

À medida que o vão se amplia para 12 m e 15 m, o comportamento estrutural se altera de forma marcante. O aumento do comprimento efetivo das barras intensifica a esbeltez e amplifica o impacto da degradação térmica, fazendo com que os elementos comprimidos se tornem altamente vulneráveis à flambagem. Consequentemente, o algoritmo passa a aplicar aumentos mais homogêneos nas seções de praticamente todos os grupos estruturais, uma vez que a perda de rigidez em apenas alguns elementos comprometeria a estabilidade global da treliça. Esse crescimento quase uniforme das dimensões nas barras comprimidas e secundárias evidencia um processo de redistribuição interna de esforços no qual a integridade global é priorizada em detrimento de soluções localizadas mais leves. Assim, a otimização direciona o sistema para configurações mais robustas, que garantem equilíbrio estrutural mesmo em um cenário de perda avançada de propriedades mecânicas.

Entre os elementos estruturais, os que apresentaram maior sensibilidade ao aumento do tempo de exposição foram, sobretudo, o montante principal e as diagonais. Ambos sofreram incrementos significativos de dimensões, reflexo direto da degradação do módulo de elasticidade e da consequente perda de capacidade resistente. À medida que essas barras comprimidas perdem rigidez, tornam-se incapazes de manter sua função estrutural plena, obrigando o algoritmo a ampliar suas seções para restaurar o equilíbrio interno da treliça. Por outro lado, os banzos inferiores, predominantemente tracionados, exibiram variação geométrica mais moderada, já que a tração é menos sensível aos efeitos da perda térmica e da carbonização superficial. Esse contraste reforça a importância das barras comprimidas como elementos críticos para o desempenho sob incêndio.

Os resultados confirmam que o tempo de exposição ao fogo funciona como variável decisiva para o comportamento das treliças. O avanço do incêndio não altera apenas a geometria final, mas reorganiza o regime interno de equilíbrio e modifica a sequência de ativação das restrições, deslocando o controle do dimensionamento para a estabilidade global nos estágios mais severos. A análise da Tabela 4.6 indica que o algoritmo responde a essas mudanças de forma altamente adaptativa, ajustando as seções com precisão às demandas térmicas e garantindo soluções factíveis, seguras e coerentes com a realidade construtiva. Dessa maneira, o processo de otimização não apenas reproduz os efeitos físicos da

degradação térmica, mas antecipa a necessidade de reforço em elementos críticos, consolidando-se como ferramenta eficaz para previsão do comportamento estrutural e para o dimensionamento racional de treliças de madeira em situações de incêndio.

4.2.1 RESULTADOS DO ÍNDICE DE CORREÇÃO DE ÁREA BRUTA (ICAB)

Na Tabela 4.7 apresenta-se os valores das áreas brutas otimizadas para os cinco principais grupos de barras das treliças Howe (banzo inferior, banzo superior, diagonais, montantes secundários e montante principal) considerando a variação de tempo de exposição ao fogo e do vão da treliça. Para cada grupo e para cada instância avaliada, é indicado o respectivo valor do ICAB. Estes dados possibilitam identificar padrões de sensibilidade ao fogo por categoria ou grupo de barra e fornecem informações importantes para a elaboração de modelos preditivos

Tabela 4.7: Áreas brutas otimizadas e índice de correção de área bruta (ICAB) por grupo estrutural e tempo de exposição ao fogo

Treliça	A ₁ (mm ²)	ICAB ₁	A ₂ (mm ²)	ICAB ₂	A ₃ (mm ²)	ICAB ₃	A ₄ (mm ²)	ICAB ₄	A ₅ (mm ²)	ICAB ₅
H-6-1-0	7500	1,00	10000	1,00	5750	1,00	9450	1,00	8750	1,00
H-6-1-10	8625	1,15	9375	0,94	8625	1,50	15000	1,59	21875	2,50
H-6-1-20	11500	1,53	12500	1,25	11500	2,00	15000	1,59	17500	2,00
H-6-1-30	15000	2,00	15625	1,56	15000	2,61	16000	1,69	16000	1,83
H-6-2-0	6250	1,00	7245	1,00	5750	1,00	5750	1,00	11250	1,00
H-6-2-10	8625	1,38	8625	1,19	8625	1,50	8625	1,50	15000	1,33
H-6-2-20	11500	1,84	11500	1,59	11500	2,00	11500	2,00	11500	1,02
H-6-2-30	15000	2,40	15000	2,07	15000	2,61	15625	2,72	15000	1,33
H-6-3-0	5750	1,00	5750	1,00	5625	1,00	7875	1,00	17500	1,00
H-6-3-10	8625	1,50	8625	1,50	8625	1,53	11500	1,46	15000	0,86
H-6-3-20	11500	2,00	11500	2,00	11500	2,04	11500	1,46	16000	0,91
H-6-3-30	15000	2,61	15000	2,61	15000	2,67	15000	1,90	18750	1,07
H-6-4-0	5750	1,00	5625	1,00	5750	1,00	8625	1,00	15000	1,00
H-6-4-10	8625	1,50	8625	1,53	9375	1,63	15000	1,74	11500	0,77
H-6-4-20	11500	2,00	11500	2,04	12500	2,17	11500	1,33	17500	1,17
H-6-4-30	15000	2,61	15000	2,67	15000	2,61	15000	1,74	15000	1,00
H-6-5-0	5750	1,00	5750	1,00	5625	1,00	8625	1,00	7245	1,00
H-6-5-10	8625	1,50	8625	1,50	8625	1,53	9375	1,09	24000	3,31
H-6-5-20	11500	2,00	11500	2,00	11500	2,04	11500	1,33	15000	2,07
H-6-5-30	15000	2,61	15000	2,61	15000	2,67	15000	1,74	15000	2,07
H-9-1-0	11250	1,00	15000	1,00	5750	1,00	7500	1,00	6250	1,00
H-9-1-10	11250	1,00	15000	1,00	8625	1,50	11500	1,53	12000	1,92
H-9-1-20	15000	1,33	17500	1,17	11500	2,00	20000	2,67	11500	1,84
H-9-1-30	17500	1,56	20000	1,33	15000	2,61	18750	2,50	15000	2,40
H-9-2-0	7245	1,00	9375	1,00	5750	1,00	9375	1,00	12500	1,00
H-9-2-10	8625	1,19	11250	1,20	8625	1,50	12500	1,33	11250	0,90
H-9-2-20	11500	1,59	12500	1,33	11500	2,00	11500	1,23	15000	1,20
H-9-2-30	15000	2,07	15625	1,67	15000	2,61	15000	1,60	18750	1,50
H-9-3-0	7500	1,00	8750	1,00	5750	1,00	5750	1,00	15625	1,00
H-9-3-10	8625	1,15	8625	0,99	8625	1,50	8625	1,50	15000	0,96
H-9-3-20	11500	1,53	11500	1,31	11500	2,00	11500	2,00	15000	0,96
H-9-3-30	15000	2,00	15000	1,71	15000	2,61	15000	2,61	17500	1,12
H-9-4-0	5750	1,00	5750	1,00	6250	1,00	6250	1,00	5750	1,00
H-9-4-10	8625	1,50	8625	1,50	8625	1,38	11500	1,84	20000	3,48
H-9-4-20	11500	2,00	11500	2,00	11500	1,84	11500	1,84	15000	2,61
H-9-4-30	15000	2,61	15000	2,61	15000	2,40	15625	2,50	15625	2,72
H-9-5-0	6250	1,00	5750	1,00	5750	1,00	7500	1,00	11250	1,00
H-9-5-10	8625	1,38	8625	1,50	8625	1,50	8625	1,15	12500	1,11
H-9-5-20	11500	1,84	11500	2,00	12500	2,17	11500	1,53	11500	1,02
H-9-5-30	15000	2,40	15000	2,61	15000	2,61	16000	2,13	15625	1,39
H-12-1-0	15000	1,00	18750	1,00	5625	1,00	7245	1,00	11025	1,00
H-12-1-10	15000	1,00	18750	1,00	8625	1,53	11250	1,55	8625	0,78
H-12-1-20	18750	1,25	21875	1,17	11500	2,04	11500	1,59	11500	1,04

H-12-1-30	21875	1,46	24000	1,28	15625	2,78	15625	2,16	20000	1,81
H-12-2-0	11025	1,00	13125	1,00	7245	1,00	7245	1,00	8625	1,00
H-12-2-10	11500	1,04	13125	1,00	8625	1,19	9375	1,29	15000	1,74
H-12-2-20	12500	1,13	16000	1,22	11500	1,59	15000	2,07	15000	1,74
H-12-2-30	16000	1,45	18750	1,43	15625	2,16	16000	2,21	17500	2,03
H-12-3-0	8750	1,00	11500	1,00	5625	1,00	8625	1,00	11500	1,00
H-12-3-10	8625	0,99	11500	1,00	8625	1,53	8625	1,00	11500	1,00
H-12-3-20	12500	1,43	15000	1,30	11500	2,04	11500	1,33	28125	2,45
H-12-3-30	15000	1,71	17500	1,52	15625	2,78	15000	1,74	21875	1,90
H-12-4-0	5750	1,00	7875	1,00	7245	1,00	7875	1,00	8625	1,00
H-12-4-10	8625	1,50	8625	1,10	8625	1,19	8625	1,10	12500	1,45
H-12-4-20	11500	2,00	11500	1,46	11500	1,59	11500	1,46	11500	1,33
H-12-4-30	15000	2,61	15000	1,90	15625	2,16	15625	1,98	15000	1,74
H-12-5-0	5750	1,00	7245	1,00	5625	1,00	7500	1,00	9450	1,00
H-12-5-10	8625	1,50	8625	1,19	8625	1,53	12500	1,67	13125	1,39
H-12-5-20	11500	2,00	11500	1,59	11500	2,04	11500	1,53	12500	1,32
H-12-5-30	15625	2,72	15000	2,07	15625	2,78	15625	2,08	16000	1,69
H-15-1-0	20000	1,00	24000	1,00	5625	1,00	7245	1,00	12000	1,00
H-15-1-10	18750	0,94	24000	1,00	11500	2,04	9375	1,29	20000	1,67
H-15-1-20	22500	1,13	25000	1,04	15625	2,78	11500	1,59	15000	1,25
H-15-1-30	24000	1,20	30000	1,25	15625	2,78	18750	2,59	16000	1,33
H-15-2-0	12600	1,00	16000	1,00	5625	1,00	11500	1,00	11250	1,00
H-15-2-10	12000	0,95	16000	1,00	11500	2,04	8625	0,75	15000	1,33
H-15-2-20	15000	1,19	18750	1,17	15625	2,78	18750	1,63	12500	1,11
H-15-2-30	18750	1,49	21875	1,37	15625	2,78	20000	1,74	16000	1,42
H-15-3-0	11025	1,00	15000	1,00	5625	1,00	5750	1,00	15000	1,00
H-15-3-10	11500	1,04	15000	1,00	11500	2,04	9375	1,63	11500	0,77
H-15-3-20	15000	1,36	17500	1,17	15625	2,78	11500	2,00	20000	1,33
H-15-3-30	17500	1,59	20000	1,33	15625	2,78	15000	2,61	17500	1,17
H-15-4-0	7500	1,00	11500	1,00	5625	1,00	7875	1,00	11025	1,00
H-15-4-10	8625	1,15	11500	1,00	11500	2,04	8625	1,10	12500	1,13
H-15-4-20	11500	1,53	12500	1,09	15625	2,78	12500	1,59	15625	1,42
H-15-4-30	15000	2,00	15625	1,36	15625	2,78	16000	2,03	20000	1,81
H-15-5-0	5750	1,00	8625	1,00	5625	1,00	11500	1,00	18750	1,00
H-15-5-10	8625	1,50	11500	1,33	11500	2,04	8625	0,75	13125	0,70
H-15-5-20	11500	2,00	11500	1,33	15625	2,78	12500	1,09	17500	0,93
H-15-5-30	15000	2,61	15625	1,81	15625	2,78	16000	1,39	18750	1,00

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Com base nesses resultados, observa-se que os valores de ICAB apresentam ampla variação entre os diferentes grupos de barras e entre as diversas instâncias de projeto analisadas. Em algumas configurações, o índice permanece próximo da unidade, o que indica necessidade mínima de correção geométrica mesmo sob efeito térmico. Em outras, entretanto, o aumento requerido na área bruta é substancial, alcançando duplicações ou até triplicações da seção original para que a peça continue atendendo às exigências normativas em condição de incêndio. Um exemplo onde isto ocorre é a treliça H-12-2-10, na qual o montante principal (Variável 5) apresenta ICAB igual a 3,48, correspondendo a um acréscimo superior a 248% em relação à área inicial. Essa amplitude evidencia que o comportamento térmico estrutural não é homogêneo ao longo da treliça e que diferentes elementos respondem de forma distinta às reduções de rigidez e resistência, o que reforça a necessidade de ferramentas preditivas capazes de considerar simultaneamente o tempo de exposição, as propriedades mecânicas da madeira e a função estrutural de cada barra.

Com o objetivo de prever o ICAB de maneira analítica e reduzir a dependência exclusiva de simulações completas de otimização, foram aplicadas técnicas de regressão simbólica para o desenvolvimento de equações preditivas específicas para cada grupo de barras das treliças tipo Howe. Essa estratégia possibilita a geração de expressões

matemáticas interpretáveis, capazes de estimar o índice a partir de variáveis fundamentais do projeto, como o vão total da treliça, o tempo de exposição ao fogo e os parâmetros mecânicos da madeira. As equações resultantes oferecem ao projetista uma ferramenta auxiliar para o pré-dimensionamento, permitindo antecipar a necessidade de aumento de área bruta com base em características termomecânicas e geométricas, sem reexecutar todo o processo de otimização para cada novo cenário analisado. Como variáveis explicativas (x), foram utilizadas: a razão entre vão e altura da treliça (L/H) adimensional, o tempo de exposição ao fogo (t , em minutos), a resistência característica à compressão paralela às fibras ($f_{c0,k}$) em MPa, a resistência à tração paralela ($f_{t0,k}$) MPa e o módulo de elasticidade médio paralelo às fibras ($E_{c0,m}$) em MPa

Inicialmente, foi gerado um modelo geral considerando-se todos os grupos ou categorias de barras e instâncias de projeto. Apesar da simplicidade estrutural da equação, o modelo apresentou desempenho moderado, com coeficiente de determinação R^2 de 46,60, erro percentual médio absoluto (MAPE) de 18,73%, e erro máximo absoluto de 119,78%. A regressão correspondente ao modelo geral está representada na Eq. 4.1.

$$ICAB = \frac{1,577175t + \frac{1,5186210 \cdot 10^{-6} \cdot E_{c0m}^3 + 1,02563654439828f_{t0,k}}{f_{t0,k}^3}}{(L/H)^2 - f_{c0k} + 0,502764955874834f_{t0,k}} + 0,97499883 + \frac{1794,49031716371}{f_{t0,k}^3} \quad \text{Eq. 4.1}$$

Com o objetivo de melhorar a precisão na estimativa do ICAB, na sequência, foram ajustadas equações específicas para cada grupo de barras.

Para o banco inferior (Variável 1), o modelo apresentou excelente desempenho preditivo, com R^2 de 85,17, MAPE de 8,35%, e erro máximo absoluto de 29,31. A regressão obtida é apresentada na Eq. 4.2.

$$ICAB = t \left(f_{t0k} \left(-2,6840458 \cdot 10^{-5} - \frac{0,06426197}{f_{t0,k} + t} - \frac{4,1390386}{E_{c0,m} + \left(\frac{L}{H}\right)^2} \right) + 0,20087817 - \frac{8,393734}{f_{c0,k} + 33,66915} \right) - \frac{0,053606108f_{c0k} - 0,172043030248168}{-f_{c0,k}t + 521,1366} + 1,0056336 \quad \text{Eq. 4.2}$$

O modelo correspondente ao banco superior (Variável 2) também forneceu bons resultados, com R^2 de 69,83 e MAPE de 10,82%, embora o erro máximo absoluto tenha sido de 56,83, indicando alguns pontos com maior dispersão. A regressão gerada é apresentada na Eq. 4.3.

A análise dos modelos de regressão simbólica desenvolvidos para estimar o Índice de Correção de Área Bruta revelou comportamentos distintos entre os grupos estruturais, refletindo tanto as características mecânicas de cada barra quanto sua sensibilidade à degradação térmica. O modelo geral, representado pela Eq. 4.1, consolidou todas as observações disponíveis, incorporando variáveis geométricas, propriedades da madeira e tempos de exposição ao fogo em uma única expressão analítica. Embora apresente estrutura compacta, seu desempenho foi apenas moderado, com R^2 igual a 46,60% e erro percentual médio absoluto de 18,73%. Esse resultado indica que, ao tentar representar simultaneamente barras tracionadas, comprimidas e sujeitas à instabilidade, o modelo generaliza tendências globais, mas não captura adequadamente as particularidades de cada componente da treliça. A grande dispersão dos dados provenientes de elementos com comportamentos muito diferentes limita a capacidade do modelo em fornecer estimativas confiáveis, o que reforça a necessidade de regressões específicas para cada grupo estrutural.

Nesse contexto, o modelo ajustado para o banzo inferior, apresentado na Eq. 4.2, destacou-se como um dos mais precisos. Com R^2 igual a 85,17% e MAPE de 8,35%, a equação representou de maneira fiel o crescimento do ICAB ao longo do tempo de exposição ao fogo. Esse desempenho elevado está diretamente relacionado ao comportamento predominantemente tracionado do banzo inferior, que apresenta regime quase linear de deformações e baixa ativação de restrições de esbeltez e área mínima. A degradação térmica atua sobre esse elemento de maneira contínua e previsível, o que se traduz em curvas ICAB regulares e de fácil modelagem simbólica. Dessa forma, o modelo obtido para o banzo inferior constitui uma ferramenta confiável para o pré-dimensionamento de treliças em condições de incêndio.

A regressão simbólica desenvolvida para o banzo superior, representada pela Eq. 4.3, apresentou desempenho intermediário, com R^2 igual a 69,83% e MAPE de 10,82%. Nesse grupo, a alternância entre tração e compressão decorrente das combinações de vento, peso próprio e redistribuição interna de esforços gera maior dispersão nos valores observados de ICAB. Essas mudanças de regime estrutural explicam a complexidade da equação ajustada, que incorpora interações não lineares envolvendo resistências mecânicas e módulo de elasticidade. Ainda que menos precisa que o modelo do banzo inferior, a regressão do banzo superior representa adequadamente a tendência média de crescimento do ICAB, sendo útil para análises preliminares e estimativas iniciais.

As diagonais, tratadas na Eq. 4.4, apresentaram um dos melhores desempenhos entre todos os grupos, com R^2 igual a 86,51% e MAPE de 8,13%. O alto grau de ajuste resulta da função estrutural desses elementos, que trabalham predominantemente como barras inclinadas com esforços axiais relativamente estáveis e geometria invariável. A constância nos comprimentos e ângulos das diagonais reduz a dispersão dos dados e facilita a

identificação de padrões progressivos de variação, permitindo que o modelo simbólico capture de forma precisa os efeitos acumulados da degradação térmica sobre o ICAB. Assim como no banzo inferior, a regressão obtida para as diagonais se mostra altamente eficiente e aplicável ao pré-dimensionamento.

Os montantes secundários, cuja regressão é representada pela Eq. 4.5, exibiram desempenho moderado, com R^2 igual a 66,03% e MAPE de 13,62%. Esses elementos estão sujeitos a condições estruturais mais complexas, alternando entre tração e compressão em função das ações verticais e da redistribuição térmica dos esforços. Essa instabilidade de regime resulta em curvas ICAB mais dispersas e menos regulares, dificultando a representação analítica por expressões simbólicas compactas. Ainda assim, o modelo obtido consegue captar a tendência geral de crescimento do índice ao longo do tempo, permitindo análises exploratórias e avaliações preliminares da variação geométrica.

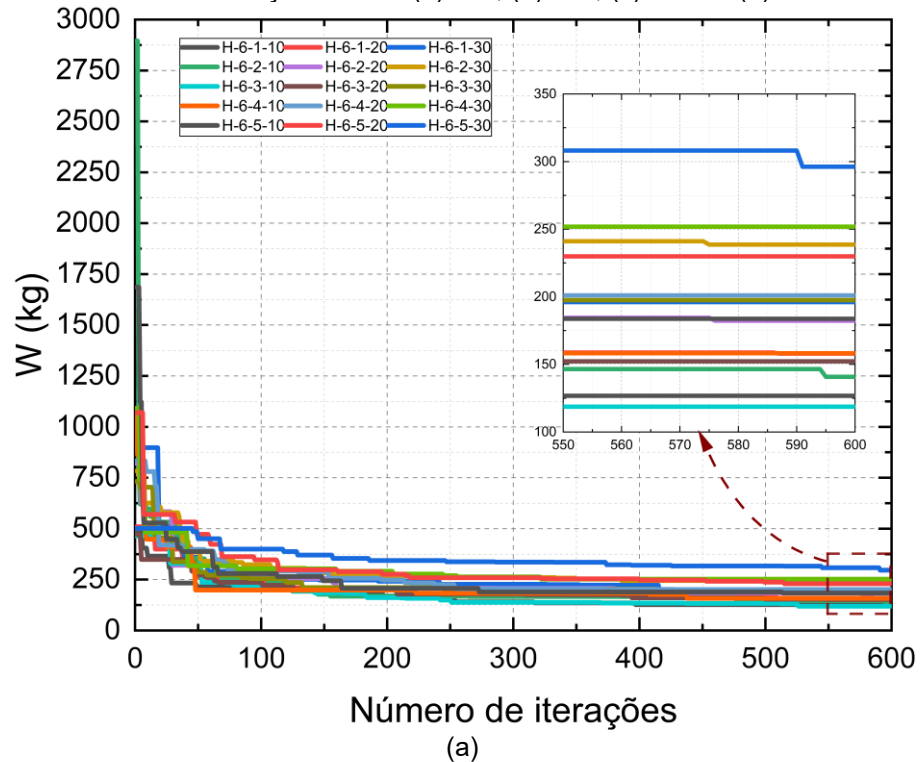
A regressão simbólica do montante principal, apresentada na Eq. 4.6, foi a que apresentou o menor desempenho entre todas as variáveis analisadas. Com R^2 igual a 27,70% e MAPE de 23,17%, o modelo evidencia a grande sensibilidade desse elemento à instabilidade estrutural típica de barras comprimidas esbeltas em condição de incêndio. O montante principal sofre reduções expressivas no módulo de elasticidade e apresenta forte propensão à flambagem, o que gera respostas altamente não lineares e dispersas. Pequenas variações térmicas ou geométricas resultam em grandes oscilações de ICAB, limitando a capacidade do modelo simbólico em representar adequadamente o comportamento desse componente. Além disso, a quantidade reduzida de observações disponíveis para esse grupo contribui para a menor confiabilidade do ajuste.

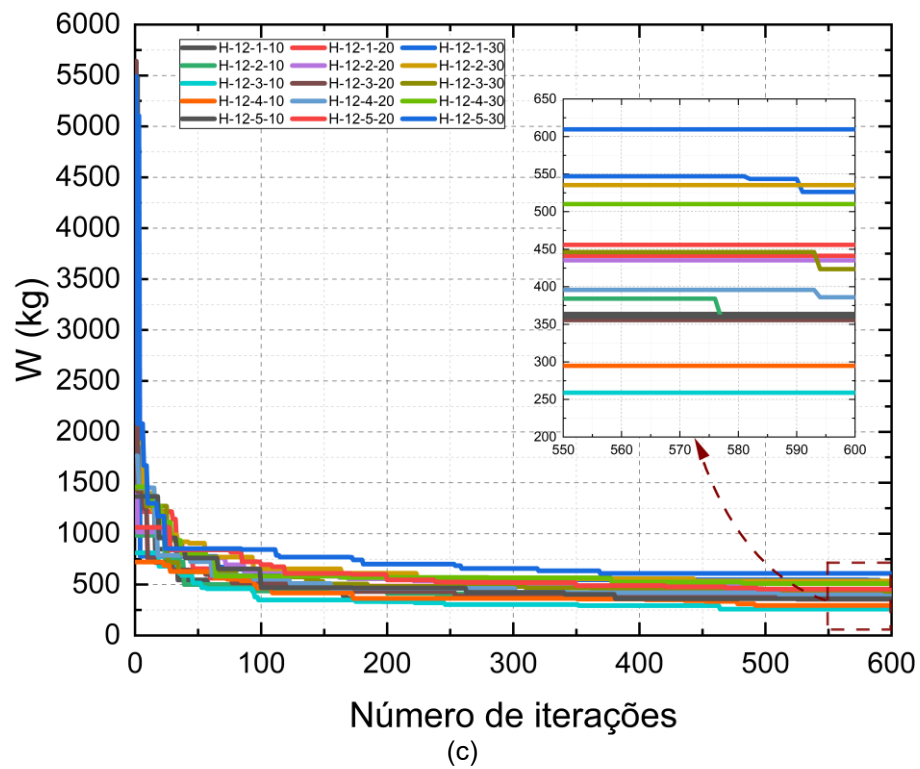
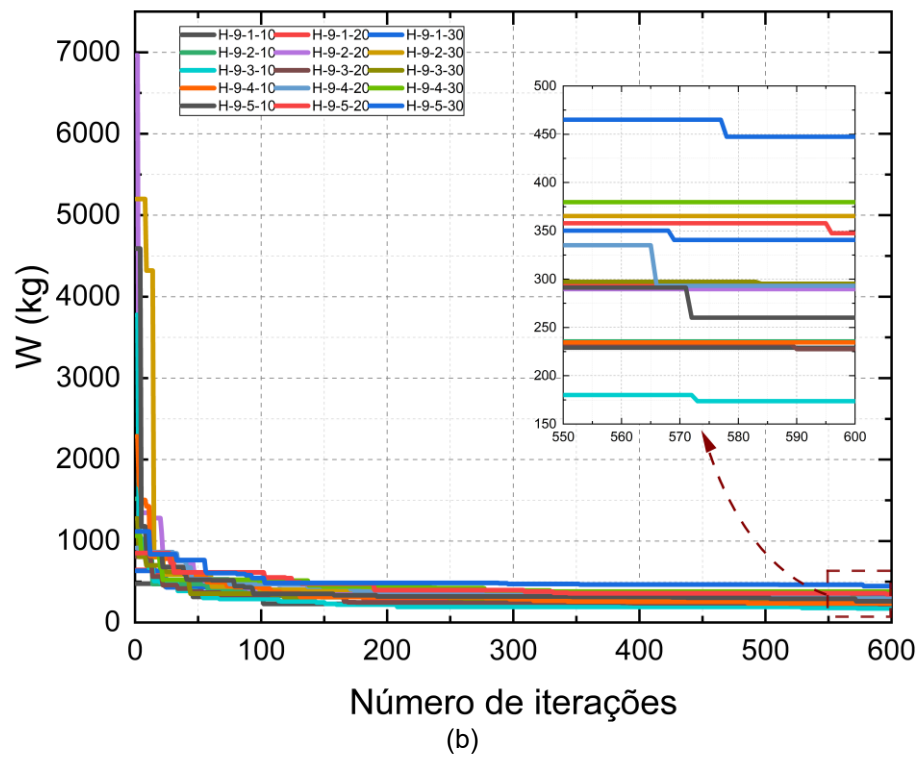
A análise integrada dos modelos evidencia que a qualidade da regressão simbólica está fortemente vinculada à previsibilidade física, ao tipo de solicitação predominante e à estabilidade geométrica de cada grupo estrutural. Elementos com comportamento mais regular e unidirecional, como o banzo inferior e as diagonais, apresentaram equações altamente precisas e de grande aplicabilidade prática. Em contrapartida, barras sujeitas a alternâncias de esforço, como o banzo superior e os montantes secundários, exibiram modelos intermediários. Por fim, o montante principal, caracterizado por elevada instabilidade e forte degradação térmica, apresentou desempenho limitado, indicando que sua modelagem analítica exige abordagens mais sofisticadas ou divisão do domínio em regimes específicos. Dessa forma, o conjunto de equações obtido permite compreender de maneira detalhada o impacto do comportamento termomecânico sobre cada grupo estrutural e fornece uma base sólida para o pré-dimensionamento de treliças de madeira sob condição de incêndio.

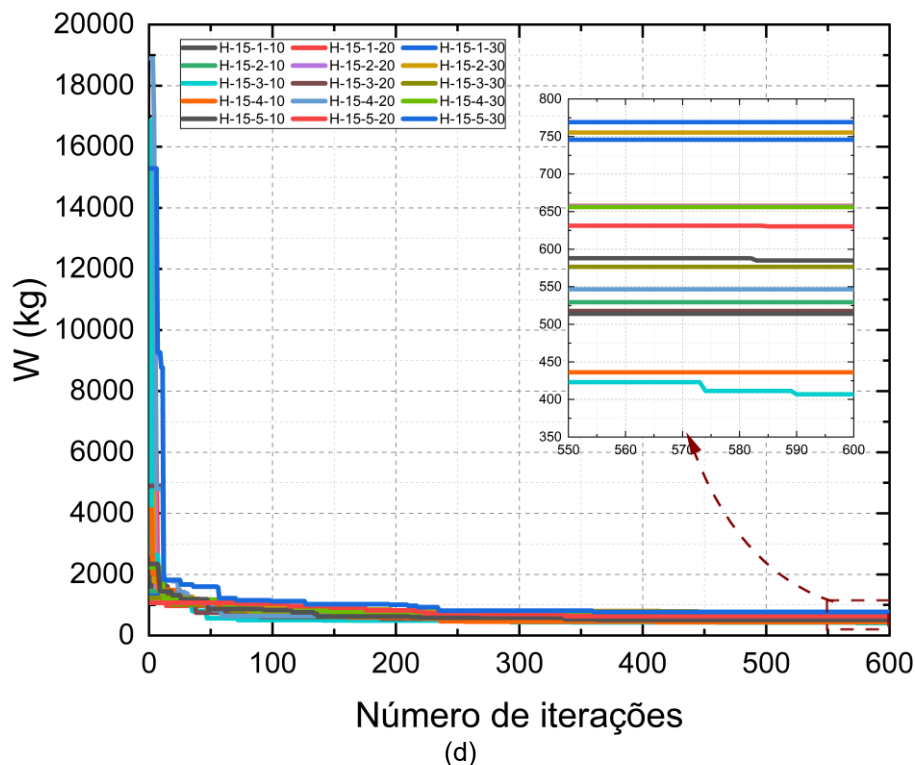
4.2.2 CONVERGÊNCIA DOS RESULTADOS EM CONDIÇÕES DE INCÊNDIO

A Figura 4.5 apresenta os resultados das curvas de convergência das melhores respostas obtidas após 30 repetições do processo de otimização de peso para treliças do tipo Howe com vãos de 6 m, 9 m, 12 m e 15 m, considerando as espécies ID 01, ID 02, ID 03, ID 04 e ID 05, para o tempo de exposição ao fogo de 10, 20 e 30 minutos.

Figura 4.5: Decaimento da função objetivo penalizada W das treliças tipo Howe com condição de incêndio em função do vão: (a) 6 m, (b) 9 m, (c) 12 m e (d) 15 m.







Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Para as treliças com vão de 6 m, considerando uma razão de tolerância de 10^{-2} , a convergência ocorreu nas iterações 396, 586, 476, 594 e 575, abrangendo as simulações com tempos de exposição de 10, 20 e 30 minutos. O intervalo de convergência variou entre aproximadamente 320 e 590 iterações, valor semelhante ao observado nas condições normais, o que demonstra que o aumento do tempo de fogo não comprometeu a taxa de estabilização do algoritmo. Essa estabilidade decorre da baixa complexidade geométrica e do menor número de variáveis de decisão envolvidas nesse vão, o que favorece a rápida exploração do espaço de busca e a convergência suave para a solução ótima global. As curvas apresentaram decaimento progressivo, sem platôs prolongados, confirmando a eficiência da função penalizada e a robustez da meta-heurística frente às alterações térmicas.

Nas treliças com vão de 9 m, as convergências foram alcançadas entre as iterações 101 e 595, com valores típicos em torno de 460 iterações. Essa faixa mais ampla está associada ao aumento do número de restrições simultaneamente ativas, já que o maior comprimento das barras intensifica as verificações de esbeltez e estado limite último (ELU). Apesar disso, o comportamento da função objetivo manteve-se estável e suavemente decrescente, com tendência à saturação após a iteração 300. O menor tempo de convergência foi registrado para H-9-1-10 (101 iterações), o que indica ótima adaptabilidade da estratégia de busca em condições térmicas moderadas. Em contrapartida, o maior valor (595 iterações) foi observado para H-9-5-20, envolvendo a espécie Jatobá (ID 05), cuja elevada densidade e rigidez térmica intensificam as penalizações e tornam a função objetivo

mais sensível a variações locais. Ainda assim, o algoritmo atingiu convergência sem descontinuidades, evidenciando robustez numérica e estabilidade populacional.

Para as treliças com vão de 12 m, as convergências ocorreram nas iterações 167, 549, 590, 576 e 492, apresentando uma dispersão moderada em torno da média observada para os vãos menores. Essa variação reflete o aumento da dimensionalidade do problema, já que o crescimento do vão amplia o número de variáveis contínuas e discretas associadas à geometria e às restrições. Mesmo assim, o algoritmo demonstrou capacidade de estabilização eficiente, alcançando o valor ótimo global sem ocorrência de platôs prolongados ou oscilações significativas na função objetivo penalizada. O decaimento de W mostrou-se quase linear até a iteração 400, seguido de zona de estabilização gradual, indicando maturação populacional controlada e ausência de convergência prematura. O desempenho consistente nessa faixa de vão confirma a eficácia da formulação penalizada e o bom condicionamento numérico do modelo termoestrutural adotado.

Nas treliças de 15 m, a convergência foi obtida nas iterações 517, 564, 570, 353 e 546, indicando um padrão de desempenho coerente mesmo para as maiores geometrias, em que as restrições de esbelteza, compressão e deformação tornam-se mais rigorosas. O algoritmo manteve estabilidade e eficiência computacional, com decaimento suave e ausência de saltos locais, demonstrando equilíbrio entre diversidade populacional e intensificação da busca. Embora a complexidade estrutural seja superior e o número de variáveis discretas mais elevado, o Firefly apresentou comportamento previsível e repetível, o que evidencia robustez escalar, isto é, sua capacidade de preservar a taxa de convergência mesmo com o aumento do tamanho e da complexidade do problema.

De forma geral, o intervalo global de convergência variou entre 101 e 595 iterações, com médias situadas entre 460 e 520 iterações, independentemente do vão ou do tempo de exposição. Esse resultado demonstra que o tempo de incêndio e a degradação térmica, embora aumentem as restrições e alterem o espaço de busca, não comprometem a eficiência do algoritmo, que se mostrou capaz de ajustar dinamicamente a população e alcançar soluções ótimas com estabilidade numérica.

4.2.3 RESTRIÇÕES EM CONDIÇÕES DE INCÊNDIO

Na Figura 4.6 apresenta-se a distribuição das restrições de projeto (g) para as treliças da tipologia Howe, considerando os melhores resultados obtidos pelo processo de otimização sob condição de incêndio, para diferentes tempos de exposição (10, 20 e 30 minutos) e vãos (6 m, 9 m, 12 m e 15 m). Os gráficos permitem visualizar o grau de solicitação das barras estruturais e a aderência das soluções aos limites impostos pelas normas técnicas, ajustadas ao cenário de degradação térmica da madeira.

A Tabela 4.8 apresentada a identificação de todas as restrições utilizadas no processo de modelagem e otimização da treliça de madeira em condição de incêndio. As restrições estão organizadas conforme a condição de análise, o tipo de verificação e os elementos estruturais envolvidos, além de indicarem o intervalo numérico correspondente no vetor de restrições do algoritmo. São contempladas verificações de esbeltez, Estado Limite Último, Estado Limite de Serviço, área mínima, dimensão mínima e requisitos geométricos. Cada grupo é distribuído entre banzos inferiores, banzos superiores, diagonais, montantes secundários e montante principal. A tabela também diferencia as restrições aplicadas na condição normal e na condição de incêndio, permitindo identificar de forma clara a localização de cada verificação dentro da estrutura computacional adotada. Dessa forma, a tabela serve como guia de referência para a organização das restrições implementadas no modelo e entendimento da Figura 4.6.

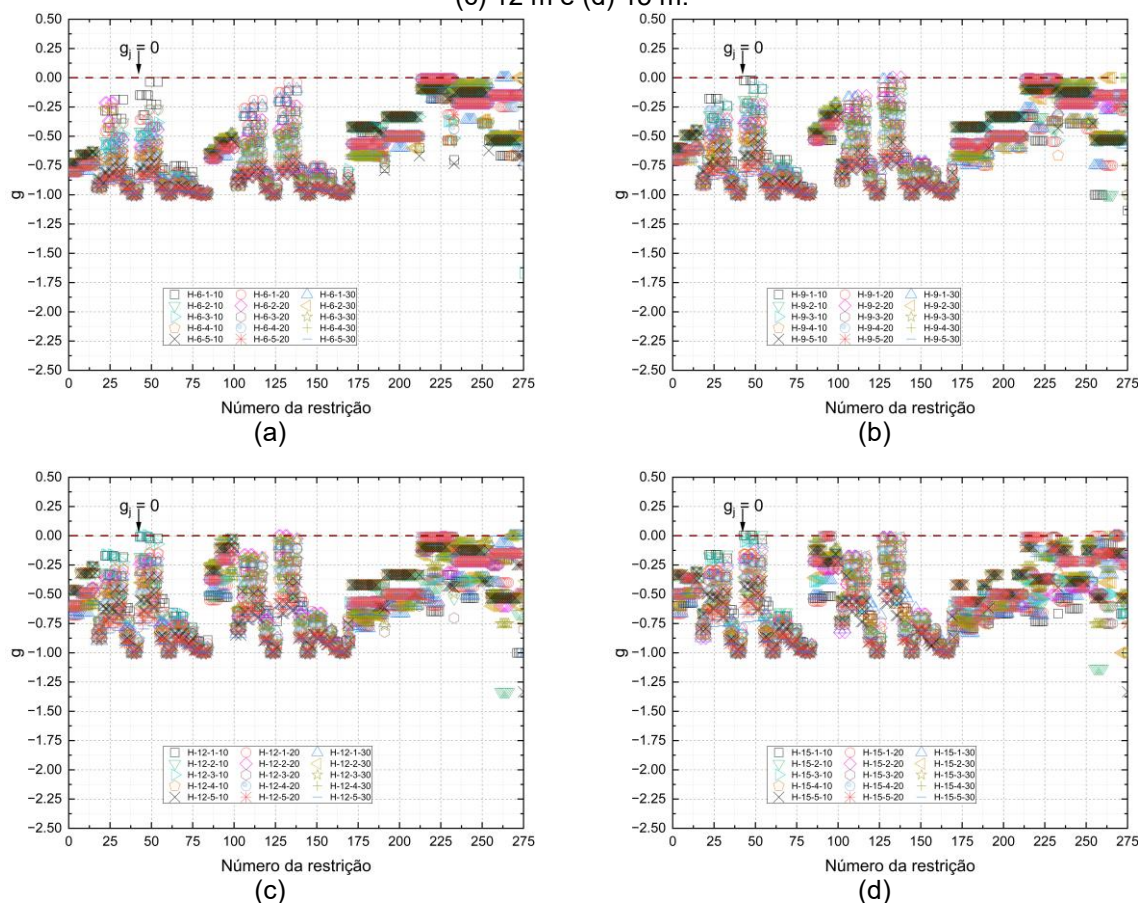
Tabela 4.8: Organização das restrições adotadas no modelo de otimização estrutural para condição de incêndio

Condição	Restrição	Referente	Intervalo
Normal	Esbeltez	Banzos inferiores	1-6
		Banzos superiores	7-12
		Diagonais	13-16
		Montantes secundários	17-20
		Montante principal	21
Normal	ELU	Banzos inferiores	22-27
		Banzos superiores	28-33
		Diagonais	34-37
		Montantes secundários	38-41
		Montante principal	42
Normal	ELU	Banzos inferiores	43-48
		Banzos superiores	49-54
		Diagonais	55-58
		Montantes secundários	59-62
		Montante principal	63
Normal	ELU	Banzos inferiores	64-69
		Banzos superiores	70-75
		Diagonais	76-79
		Montantes secundários	80-83
		Montante principal	84
Incêndio	Esbeltez	Banzos inferiores	85-90
		Banzos superiores	91-96
		Diagonais	97-100
		Montantes secundários	101-104
		Montante principal	105

Incêndio	ELU	Banzos inferiores	106-111
		Banzos superiores	112-117
		Diagonais	118-121
		Montantes secundários	122-125
		Montante principal	126
Incêndio	ELU	Banzos inferiores	127-132
		Banzos superiores	133-138
		Diagonais	139-142
		Montantes secundários	143-146
		Montante principal	147
Incêndio	ELU	Banzos inferiores	148-153
		Banzos superiores	154-159
		Diagonais	160-163
		Montantes secundários	164-167
		Montante principal	168
Normal	ELS	Global condição instantânea	169
		Global condição final	170
Normal	Área mínima	Banzos inferiores	171-176
		Banzos superiores	177-182
		Diagonais	183-186
		Montantes secundários	187-190
		Montante principal	191
Normal	Dimensão mínima	Banzos inferiores	192-197
		Banzos superiores	198-203
		Diagonais	204-207
		Montantes secundários	208-211
		Montante principal	212
Incêndio	Área mínima	Banzos inferiores	213-218
		Banzos superiores	219-224
		Diagonais	225-228
		Montantes secundários	229-232
		Montante principal	233
Incêndio	Dimensão mínima	Banzos inferiores	234-239
		Banzos superiores	240-245
		Diagonais	246-249
		Montantes secundários	250-253
		Montante principal	254
Normal	Geométrica	Banzos inferiores	255-260
		Banzos superiores	261-266
		Diagonais	267-270
		Montantes secundários	271-274
		Montante principal	275

Fonte: Autor (2025)

Figura 4.6: Restrições (g) para os vãos 6, 9, 12 e 15 m para a tipologia de Howe: (a) 6 m, (b) 9 m, (c) 12 m e (d) 15 m.



Fonte: Moraes *et al.* (2025)

A análise dos valores das restrições apresentadas na Figura 4.6 evidencia que todas as soluções permaneceram integralmente dentro do domínio factível, uma vez que os valores de g se mantiveram negativos ao longo de todas as simulações. Os valores médios situam-se predominantemente entre $-0,50$ e $-0,65$, o que indica que as configurações otimizadas não apenas atenderam às exigências normativas, mas também preservaram margens de segurança consistentes em relação aos limites estruturais impostos. Essa característica demonstra que o processo de otimização, mesmo diante do aumento progressivo das exigências térmicas, foi capaz de encontrar soluções factíveis que equilibram resistência, rigidez e limitações geométricas.

Outro ponto importante refere-se à organização visual dos agrupamentos de restrições ao longo do eixo horizontal. Cada cluster de pontos representa um conjunto específico de verificações, como esbelteza, área mínima, estado limite último e limitações geométricas. As distribuições presentes nos gráficos mostram que certos grupos de restrições permanecem significativamente afastados do limite crítico, mesmo nos cenários mais severos.

Quanto as restrições área mínima em condição de incêndio e limitação geométrica, apresentam valores próximos de zero em praticamente todas as treliças se tornando

dominante em condição de incêndio. Já as restrições relacionadas ao estado limite último e à esbeltez se aproximam de zero somente em algumas treliças, isso indica que a limitação deve-se ao critério normativo da área mínima que é preponderante em relação as demais restrições.

Do ponto de vista físico, esse comportamento reforça a interpretação de que, sob temperaturas elevadas e tempos de exposição prolongados, as restrições tornam-se não apenas limites normativos, mas mecanismos estruturais de controle que direcionam o ajuste das seções para manter o equilíbrio da treliça. Assim, a convergência para valores menos dispersos e a aproximação das restrições ao limite g igual a zero podem ser compreendidas como evidências da atuação conjunta entre rigidez residual, tensões axiais redistribuídas e redução da área efetiva carbonizada. A estrutura, para permanecer estável, reduz a liberdade de dimensionamento e converge para regiões específicas do espaço de soluções.

Por fim, a análise completa demonstra que a tipologia Howe apresenta desempenho estrutural robusto em situação de incêndio, mesmo sob degradação térmica intensa. A manutenção de valores negativos de g confirma que todas as soluções atendem às exigências normativas, enquanto a redução da dispersão evidencia que o algoritmo encontra configurações estáveis e consistentes à medida que o sistema se torna mais restrito pelo efeito do fogo.

4.2.4 RESTRIÇÕES ELU EM CONDIÇÕES DE INCÊNDIO

A Tabela 4.9 apresenta o resumo das restrições de Estado Limite Último (ELU) para a treliça Howe, considerando diferentes tempos de exposição ao fogo (10, 20 e 30 minutos) e vãos de 6 m, 9 m, 12 m e 15 m. Os valores foram obtidos com base nas melhores soluções do processo de otimização e expressam, por meio da média, desvio padrão e intervalo de confiança (IC) ao nível de 5% de significância.

Tabela 4.9: Resumo das restrições do ELU em condições de incêndio

Treliça	\bar{x}	σ	IC
H-6-1-10	-0,66830552	0,306374012	(-0.7218;-0.6148)
H-6-1-20	-0,695137457	0,285496937	(-0.745;-0.6453)
H-6-1-30	-0,732802273	0,257017125	(-0.7777;-0.6879)
H-6-2-10	-0,76695692	0,215424311	(-0.8046;-0.7293)
H-6-2-20	-0,763377546	0,230437861	(-0.8036;-0.7231)
H-6-2-30	-0,791557868	0,212261112	(-0.8286;-0.7545)
H-6-3-10	-0,795646682	0,188529616	(-0.8286;-0.7627)
H-6-3-20	-0,811315905	0,177737326	(-0.8424;-0.7803)
H-6-3-30	-0,837011038	0,159949806	(-0.8649;-0.8091)
H-6-4-10	-0,862026496	0,129218222	(-0.8846;-0.8395)
H-6-4-20	-0,872898988	0,122304998	(-0.8943;-0.8515)
H-6-4-30	-0,888674096	0,10933209	(-0.9078;-0.8696)
H-6-5-10	-0,900792203	0,09338351	(-0.9171;-0.8845)
H-6-5-20	-0,908042769	0,088083971	(-0.9234;-0.8927)
H-6-5-30	-0,920124292	0,079445292	(-0.934;-0.9063)
H-9-1-10	-0,643374331	0,304391648	(-0.6965;-0.5902)
H-9-1-20	-0,662540148	0,288142486	(-0.7129;-0.6122)
H-9-1-30	-0,677867912	0,290545134	(-0.7286;-0.6271)
H-9-2-10	-0,690198343	0,274118729	(-0.7381;-0.6423)

H-9-2-20	-0,691697906	0,283027526	(-0.7411;-0.6423)
H-9-2-30	-0,731069757	0,257664294	(-0.7761;-0.6861)
H-9-3-10	-0,692646115	0,278464255	(-0.7413;-0.644)
H-9-3-20	-0,716451778	0,263219243	(-0.7624;-0.6705)
H-9-3-30	-0,754860308	0,236930917	(-0.7962;-0.7135)
H-9-4-10	-0,792180522	0,191250691	(-0.8256;-0.7588)
H-9-4-20	-0,788692911	0,206372899	(-0.8247;-0.7527)
H-9-4-30	-0,83308159	0,162463203	(-0.8614;-0.8047)
H-9-5-10	-0,850351664	0,137314257	(-0.8743;-0.8264)
H-9-5-20	-0,862429158	0,130811421	(-0.8853;-0.8396)
H-9-5-30	-0,880201975	0,118113215	(-0.9008;-0.8596)
H-12-1-10	-0,617396063	0,299764652	(-0.6697;-0.5651)
H-12-1-20	-0,636493468	0,283318406	(-0.686;-0.587)
H-12-1-30	-0,661840893	0,284524396	(-0.7115;-0.6122)
H-12-2-10	-0,663354105	0,283765256	(-0.7129;-0.6138)
H-12-2-20	-0,649280403	0,308451494	(-0.7031;-0.5954)
H-12-2-30	-0,685723148	0,28977336	(-0.7363;-0.6351)
H-12-3-10	-0,635716803	0,32068371	(-0.6917;-0.5797)
H-12-3-20	-0,68352228	0,283242994	(-0.733;-0.6341)
H-12-3-30	-0,698230907	0,287987693	(-0.7485;-0.6479)
H-12-4-10	-0,718080723	0,253228188	(-0.7623;-0.6739)
H-12-4-20	-0,738995211	0,239580761	(-0.7808;-0.6972)
H-12-4-30	-0,775846346	0,217655489	(-0.8139;-0.7378)
H-12-5-10	-0,798494004	0,184320012	(-0.8307;-0.7663)
H-12-5-20	-0,813182627	0,17407247	(-0.8436;-0.7828)
H-12-5-30	-0,844636268	0,153524116	(-0.8714;-0.8178)
H-15-1-10	-0,630609913	0,298338386	(-0.6827;-0.5785)
H-15-1-20	-0,628513319	0,297103455	(-0.6804;-0.5766)
H-15-1-30	-0,634430153	0,294101794	(-0.6858;-0.5831)
H-15-2-10	-0,630722801	0,318650349	(-0.6864;-0.5751)
H-15-2-20	-0,644987182	0,313361863	(-0.6997;-0.5903)
H-15-2-30	-0,671863333	0,285227227	(-0.7217;-0.6221)
H-15-3-10	-0,659859849	0,296060663	(-0.7116;-0.6082)
H-15-3-20	-0,676119956	0,289551822	(-0.7267;-0.6256)
H-15-3-30	-0,680484893	0,28668544	(-0.7305;-0.6304)
H-15-4-10	-0,697413792	0,276732412	(-0.7457;-0.6491)
H-15-4-20	-0,695995777	0,289314093	(-0.7465;-0.6455)
H-15-4-30	-0,729520035	0,259005731	(-0.7747;-0.6843)
H-15-5-10	-0,78477883	0,194867379	(-0.8188;-0.7508)
H-15-5-20	-0,771926446	0,223314273	(-0.8109;-0.7329)
H-15-5-30	-0,80613795	0,186757358	(-0.8387;-0.7735)

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

A Tabela 4.4 sintetiza o comportamento das restrições de Estado Limite Último (ELU) para as treliças Howe, considerando vãos de 6, 9, 12 e 15 m e tempos de exposição ao fogo de 10, 20 e 30 min. De modo geral, observa-se que todos os valores médios do índice de restrição g permanecem negativos, distribuindo-se aproximadamente entre -0,62 e -0,92 ao longo de todas as combinações. Essa faixa de variação indica que, em nenhuma das simulações, as treliças atingiram o limite de escoamento normativo, o que confirma que as soluções obtidas pelo processo de otimização se mantiveram dentro da região de segurança do espaço de projeto. A negatividade consistente de g , associada a intervalos de confiança que não interceptam o valor nulo, evidencia que as barras estruturais, mesmo sob degradação térmica, preservam reservas de resistência compatíveis com as exigências normativas.

Nos modelos de vão de 6 m, as famílias H-6-1 e H-6-2 apresentam valores médios de g na faixa de aproximadamente -0,67 a -0,79, com desvios padrão entre cerca de 0,30 e 0,22. Esses resultados indicam um nível de solicitação moderado, compatível com elementos menos esbeltos e esforços axiais reduzidos. À medida que se avançam as séries H-6-3, H-6-4 e H-6-5, a média de g torna-se progressivamente mais negativa, alcançando valores

próximos de -0,92 para a combinação mais severa, H-6-5-30, cujo valor médio é de -0,9201 com desvio padrão de 0,0794. Essa tendência de intensificação das restrições para madeiras mais resistentes e tempos maiores reflete a necessidade de seções mais robustas para compensar a perda de área efetiva decorrente da carbonização e a redução das propriedades mecânicas. Em termos de ICAB, essa evolução se traduz em incrementos crescentes do índice, uma vez que a espessura carbonizada, somada às exigências de segurança, exige seções iniciais maiores para garantir que a área residual após o incêndio seja suficiente. Consequentemente, o IPB também aumenta, pois o ganho de massa estrutural necessário para satisfazer as restrições mais severas é maior nas combinações de espécies de maior classe resistente e tempos elevados.

Nos vãos de 9 m, o comportamento das séries H-9-1 e H-9-2 revela médias de g menos negativas, concentradas em torno de -0,64 a -0,73, com desvios padrão da ordem de 0,25 a 0,29. Isso indica que, embora o aumento do vão intensifique as solicitações globais, o algoritmo ainda encontra amplo espaço de soluções factíveis com níveis de segurança relativamente confortáveis. A partir das séries H-9-3, H-9-4 e H-9-5, observa-se, novamente, uma progressão das médias para valores mais negativos, atingindo em H-9-5-30 um valor médio de -0,8802 com desvio padrão de 0,1181. Nesses casos, a combinação de maior vão, propriedades mecânicas superiores e degradação térmica prolongada conduz a soluções mais próximas da fronteira de resistência, com dispersões menores, o que indica que o espaço de projeto se torna mais restrito. Em termos de ICAB, isso se reflete em valores significativamente mais elevados, pois a área bruta inicial precisa ser ampliada de forma mais pronunciada para que, após a carbonização, a seção remanescente ainda atenda às solicitações de esforço axial. Em paralelo, o IPB tende a registrar incrementos mais expressivos, já que a ampliação das seções para reestabelecer a segurança implica aumentos proporcionais de massa estrutural.

Nas treliças com vão de 12 m, o efeito da esbelteza passa a desempenhar papel ainda mais relevante. As séries H-12-1 e H-12-2 concentram valores médios de g entre aproximadamente -0,62 e -0,69, com desvios padrão próximos a 0,28 a 0,31, o que indica um cenário de solicitações mais intensas em comparação com os vãos menores, mas ainda com certa margem de variação geométrica. A partir das configurações H-12-3, H-12-4 e H-12-5, intensifica-se a tendência de aprofundamento das restrições, culminando em H-12-5-30, que apresenta média de g igual a -0,8446 e desvio padrão de 0,1535. Observa-se, também, a redução progressiva dos desvios padrão com o aumento do tempo de exposição, o que sugere uma convergência do algoritmo a soluções mais concentradas. Esse estreitamento da variabilidade está diretamente relacionado ao aumento do ICAB, dado que, em vãos maiores, o efeito da flambagem térmica em barras comprimidas exige seções iniciais significativamente ampliadas para que a área residual, após o incêndio, ainda garanta estabilidade global. O IPB

acompanha esse comportamento, indicando crescentes acréscimos percentuais de massa, principalmente nas barras mais solicitadas, como banzos superiores e diagonais principais, que se tornam elementos críticos no balanceamento entre rigidez, resistência e segurança ao fogo.

No caso dos vãos de 15 m, as treliças operam de forma ainda mais próxima da fronteira normativa. As séries H-15-1 e H-15-2 exibem valores médios de g em torno de -0,63 a -0,67, com desvios padrão próximos de 0,29 a 0,32, o que confirma a maior sensibilidade dessas estruturas a variações geométricas e térmicas. Já as séries H-15-3 e H-15-4 apresentam médias que evoluem de valores próximos de -0,66 para aproximadamente -0,73, com diminuição gradual da dispersão, enquanto a série H-15-5 atinge valores médios entre -0,78 e -0,81, com desvios padrão entre 0,22 e 0,19. Em H-15-5-30, por exemplo, a média de g é -0,8061 com desvio padrão de 0,1868, o que indica que as soluções se encontram em um regime estrutural severo, embora ainda dentro da faixa de segurança. Esse quadro é coerente com valores elevados de ICAB, uma vez que, para vãos longos, a necessidade de controle de deslocamentos, flambagem e perda de rigidez requer seções iniciais altamente robustas, de modo que a área residual após a carbonização continue compatível com as exigências de projeto. Em consequência, o IPB também atinge patamares mais altos, sugerindo que a otimização das treliças de 15 m sob incêndio implica aumento significativo de massa estrutural, especialmente em barras comprimidas, nas quais a combinação de esbeltez geométrica e degradação térmica é mais crítica.

A evolução temporal dos resultados da Tabela 4.9 reforça essa interpretação para todas as famílias de treliças. Em geral, o aumento do tempo de exposição de 10 para 30 minutos provoca uma redução sistemática das médias de g , que se tornam mais negativas, e uma diminuição dos desvios padrão, que se tornam menores. Isso demonstra que o efeito acumulado da carbonização e da redução das propriedades mecânicas estreita o domínio de soluções viáveis, conduzindo o algoritmo a pontos de projeto mais próximos do limite resistente. Essa tendência é refletida diretamente nos indicadores ICAB e IPB. À medida que o tempo de exposição aumenta, o ICAB cresce de forma monotônica, pois a espessura de seção comprometida pelo fogo exige seções iniciais progressivamente maiores para manter a integridade estrutural. O IPB, por sua vez, acompanha esse agravamento das restrições, uma vez que o acréscimo percentual de massa necessário para compensar a combinação entre perda de área e perda de rigidez torna-se mais significativo em tempos maiores de incêndio.

Em síntese, a leitura conjunta da Tabela 4.9 e dos indicadores ICAB e IPB evidencia que as restrições ELU em condição de incêndio não apenas garantem a segurança normativa das treliças Howe, como também fornecem um elo quantitativo claro entre o estado limite de resistência e a resposta global em termos de área e massa. Valores médios de g mais

negativos, associados a menores desvios padrão e intervalos de confiança mais estreitos, estão diretamente relacionados a incrementos de ICAB e IPB, isto é, a maiores exigências de correção de área bruta e a maiores acréscimos percentuais de peso. Essa coerência entre variáveis locais de restrição e indicadores globais de projeto confirma a robustez da formulação adotada e reforça a utilidade dos parâmetros ICAB e IPB como ferramentas práticas para interpretar e orientar o dimensionamento de treliças de madeira sob condição de incêndio.

5. CONCLUSÕES

O presente trabalho desenvolveu uma investigação abrangente sobre o comportamento de treliças de madeira do tipo Howe submetidas a condições normais e a cenários de incêndio com tempos de exposição de 10, 20 e 30 minutos. A pesquisa articulou, de forma integrada, análise térmica normatizada, modelagem estrutural, caracterização experimental das propriedades das espécies e aplicação de um algoritmo meta-heurístico para busca de soluções ótimas. Essa integração permitiu avaliar com precisão o efeito simultâneo da geometria, das propriedades da madeira, da carbonização e das restrições normativas sobre o dimensionamento estrutural, oferecendo um panorama completo e detalhado das respostas mecânicas e térmicas envolvidas.

A formulação desenvolvida demonstrou que o avanço do incêndio promove alterações profundas no regime de equilíbrio das treliças. O aumento do tempo de exposição produziu reduções sistemáticas da área resistente e das propriedades mecânicas, o que obrigou o algoritmo a ampliar progressivamente as seções iniciais para garantir que as restrições do estado limite último fossem satisfeitas. Esse comportamento foi observado de modo consistente em todos os vãos e espécies analisados. As barras comprimidas, especialmente os banzos superiores e o montante principal, mostraram sensibilidade elevada à degradação térmica. Esses elementos passaram a exercer papel central na definição das configurações finais, visto que a combinação entre esbeltez, perda de rigidez e carbonização restringiu severamente a margem de otimização disponível nesses componentes.

De forma global, o comportamento do Incremento Percentual de Peso (IPB) apresentou forte dependência do tempo de exposição ao incêndio. Para 10 minutos, os valores de IPB variaram entre 6,86 % e 57,68 %, com predominância de casos abaixo de 40 %, indicando incrementos ainda moderados de massa estrutural. Aos 20 minutos, observou-se crescimento sistemático do IPB, com valores compreendidos entre 23,30 % e 97,13 %, caracterizando um regime de transição no qual o aumento de peso passa a exercer influência significativa no dimensionamento. Para 30 minutos, os incrementos tornaram-se substancialmente mais elevados, com IPB variando entre 39,79 % e 155,30 %, sendo recorrentes valores superiores a 100 %, o que confirma que, nesse estágio, a perda de capacidade resistente impõe aumentos expressivos de seção e massa para garantir o atendimento aos estados limites estruturais.

De maneira análoga, o Índice de Correção de Área Bruta (ICAB) apresentou variações diretamente associadas ao tempo de exposição ao incêndio. Para 10 minutos, os valores de ICAB variaram entre 0,70 e 3,48, com predominância de resultados situados entre 1,00 e 1,50, embora ocorram valores pontuais elevados, como o ICAB máximo de 3,48, associados a

combinações críticas de geometria, esbeltez e função estrutural das barras. Aos 20 minutos, os ICABs concentraram-se em faixas mais elevadas, variando entre 0,93 e 2,78, com recorrência de valores próximos a 2,00, indicando maior uniformização do controle imposto pela perda de seção resistente. Para 30 minutos, os índices mantiveram-se elevados, com variação entre 1,00 e 2,78 e predominância de valores superiores a 2,00, evidenciando que, para tempos de exposição mais longos, o dimensionamento passa a ser sistematicamente governado pela necessidade de ampliação das áreas brutas iniciais dos elementos estruturais.

A análise comparativa entre as espécies demonstrou que a densidade, a rigidez e a resistência mecânica influenciam de maneira direta o resultado da otimização. Madeiras de maior densidade, como o Jatobá, apresentaram comportamento mais favorável nos cenários severos, com seções menores e menor sensibilidade ao avanço da carbonização. Madeiras mais leves, embora gerassem treliças mais econômicas em condição ambiente, exigiram aumentos percentuais mais elevados sob fogo. Apesar dessas diferenças, todas as espécies convergiram para o mesmo padrão qualitativo de resposta térmica. Isso reforça que, independentemente da espécie, a ação combinada entre esbeltez, perda de propriedades e carbonização define o comportamento estrutural dominante.

De modo complementar, os resultados evidenciam que o aumento do vão estrutural está diretamente associado ao crescimento da complexidade do problema de otimização, tanto do ponto de vista mecânico quanto térmico. À medida que o vão aumenta, intensificam-se os efeitos de esbeltez global e local, ampliam-se os comprimentos de flambagem e reduz-se a margem admissível entre resistência disponível e solicitações atuantes, especialmente em situação de incêndio. Essa combinação torna o espaço de soluções progressivamente mais restrito e conduz, de forma sistemática, à necessidade de seções transversais mais robustas, refletidas nos maiores valores de ICAB e IPB observados nos vãos de 12 e 15 metros. Assim, treliças de maior vão não apenas demandam maior quantidade de material, mas também exigem análises mais refinadas, nas quais a interação entre estabilidade, degradação térmica e critérios normativos passa a governar o dimensionamento de maneira predominante.

As diferenças entre os vãos também ofereceram informações relevantes. Em treliças de 6 e 9 metros, observou-se maior liberdade geométrica, maior dispersão das soluções e redução mais moderada das propriedades ao longo do tempo. Já em vãos de 12 e 15 metros, a elevada esbeltez reduziu drasticamente o espaço de soluções admissíveis. Nessas configurações, as restrições passaram a atuar quase em conjunto, aproximando diversas barras de valores muito próximos de zero para g . Essa aproximação revela que a estabilidade global se torna o mecanismo predominante no controle do dimensionamento. Assim, o comportamento térmico reorganiza não apenas as dimensões, mas também a hierarquia das

restrições estruturais. O tempo de exposição deixa de ser apenas uma variável física e passa a funcionar como uma variável de projeto que altera o regime mecânico da treliça.

A relevância científica desta tese reside na formulação de um método capaz de quantificar o impacto do fogo em treliças de madeira com rigor térmico e estrutural, oferecendo instrumentos inéditos para interpretar o comportamento dessas estruturas. A proposição dos parâmetros ICAB e IPB representa uma contribuição inovadora, pois traduz de forma direta os efeitos da carbonização em variáveis úteis ao pré-dimensionamento. Além disso, a aplicação sistemática de um algoritmo meta-heurístico em um cenário termoestrutural com múltiplas espécies, vãos e condições de incêndio representa um avanço significativo em uma área ainda pouco explorada na literatura nacional e internacional. A pesquisa contribui também ao incorporar critérios normativos atualizados, garantindo aderência às práticas de engenharia contemporâneas e promovendo a integração entre cálculos térmicos, mecânicos e de otimização.

Do ponto de vista prático, os resultados oferecem subsídios importantes para o dimensionamento de galpões, coberturas e outras tipologias que empregam treliças de madeira. A abordagem proposta permite identificar barras críticas, estimar incrementos mínimos de seção para situações de incêndio e orientar a escolha de espécies de forma mais racional. O estudo ainda reforça o papel da madeira enquanto material sustentável, renovável e de desempenho competitivo, contribuindo para ampliar sua aplicação em projetos que exigem segurança e eficiência energética.

Apesar dos avanços alcançados, algumas limitações devem ser reconhecidas. O modelo térmico adotou taxas de carbonização normativas, o que limita a representação de cenários reais de incêndio, nos quais fenômenos como variações de fluxo térmico, propagação de chamas e diferenças de ventilação podem alterar os resultados. A modelagem estrutural permaneceu restrita ao plano, não captando efeitos tridimensionais de torção e interação entre diferentes unidades do sistema estrutural. Além disso, a abordagem determinística não considerou as incertezas inerentes às propriedades físicas, térmicas e mecânicas da madeira, nem a variabilidade estatística da própria carbonização, fatores que podem ter relevância significativa em análises de segurança e confiabilidade.

Essas limitações indicam caminhos promissores para pesquisas futuras. Sugere-se o desenvolvimento de modelos probabilísticos que integrem otimização e análise baseada em confiabilidade, permitindo avaliar a variabilidade das propriedades e a probabilidade de falha sob diferentes cenários de incêndio. Recomenda-se também a inclusão de modelos térmicos mais avançados, como incêndios paramétricos, incêndios localizados e simulações tridimensionais de transferência de calor. A ampliação para tipologias tridimensionais de treliças e para conexões reais de madeira pode enriquecer a compreensão do comportamento do sistema. Ensaios experimentais, em pequena ou grande escala, poderiam validar o modelo

desenvolvido e aprofundar a análise das interações entre carbonização, instabilidade e capacidade resistente.

Em síntese, a tese apresentou uma formulação sólida, inovadora e aplicável ao dimensionamento de treliças de madeira em situação de incêndio, integrando modelagem térmica, análise estrutural, otimização e critérios normativos em uma única abordagem. O conjunto dos resultados confirma que a metodologia proposta é capaz de fornecer soluções eficientes, seguras e alinhadas às tendências contemporâneas de desempenho, promovendo avanços significativos para a engenharia de estruturas de madeira e contribuindo para seu desenvolvimento sustentável e tecnológico no cenário brasileiro.

REFERÊNCIAS

ABDUSALAMOV, R.; HILLGÄRTNER, M.; ITSKOV, M. "Automatic generation of interpretable hyperelastic material models by symbolic regression", **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 124, n. 9, p. 2093–2104, 2023. DOI: 10.1002/nme.7203.

ABED, J.; RAYBURG, S.; RODWELL, J.; NEAVE, M. "A Review of the Performance and Benefits of Mass Timber as an Alternative to Concrete and Steel for Improving the Sustainability of Structures", **Sustainability**, v. 14, n. 9, p. 5570, 2022. DOI: 10.3390/su14095570.

ANGELIS, D.; SOFOS, F.; KARAKASIDIS, T. E. "Artificial Intelligence in Physical Sciences: Symbolic Regression Trends and Perspectives", **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 30, n. 6, p. 3845–3865, 2023. DOI: 10.1007/s11831-023-09922-z.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. **ABNT NBR 7190: Projeto de estruturas de madeira**. Rio de Janeiro – RJ, ABNT, 1997.

_____. **ABNT NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro – RJ, ABNT, 2003.

_____. **ABNT NBR ISO 3179: Madeira serrada de coníferas – Dimensões nominais**. Rio de Janeiro – RJ, ABNT, 2011.

_____. **NBR 6120: Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro – RJ, ABNT, 2019.

_____. **NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro – RJ, ABNT, 2023.

_____. **NBR 7190-1: Projeto de estruturas de madeira. Parte 1: Critérios de dimensionamento**. Rio de Janeiro – RJ, ABNT, 2022a.

_____. **NBR 7190-3: Projeto de estruturas de madeira. Parte 3: Métodos de ensaio para corpos de prova isentos de defeitos para madeiras de florestas nativas**. Rio de Janeiro – RJ, ABNT, 2022b.

AUSTRALIAN STANDARD - AS; NEW ZEALAND STANDARD - NZS. **AS/NZS 1720.4: Timber Structures - Fire Resistance of Timber Elements**. Sydney, Australia/Wellington, New Zealand, Standards Australia/Standards New Zealand, 2019. Disponível em: <https://www.standards.org.au>.

BALASBANEH, A. T.; SHER, W. "Comparative sustainability evaluation of two engineered wood-based construction materials: Life cycle analysis of CLT versus GLT", **Building and Environment**, v. 204, p. 108112, 2021. DOI: 10.1016/j.buildenv.2021.108112.

BARBER, D.; DIXON, R.; RACKAUSKAITE, E.; LOOI, K. "A method for determining time equivalence for compartments with exposed mass timber, using iterative parametric fire curves". In: **11th International Conference on Structures in Fire (SiF2020)**, 2020. **Anais** [...] Online, The University of Queensland, 2020. DOI: 10.14264/f53607f. Disponível em: <https://espace.library.uq.edu.au/view/UQ:f53607f>. Acesso em: 8 set. 2025.

BARTLETT, A.; WIESNER, F.; HADDEN, R.; BISBY, L.; LANE, B.; LAWRENCE, A.; PALMA, P.; FRANGI, A., "NEEDS FOR TOTAL FIRE ENGINEERING OF MASS TIMBER BUILDINGS". **2016 World Conference on Timber Engineering (WCTE 2016)**, [S.l.: s.n.], 2016. . Disponível em: <https://www.research.ed.ac.uk/en/publications/needs-for-total-fire-engineering-of-mass-timber-buildings>. Acesso em: 8 dez. 2024.

CACHIM, P. B.; FRANSSSEN, J.-M. "Assessment of Eurocode 5 Charring Rate Calculation Methods", **Fire Technology**, v. 46, n. 1, p. 169–181, 2010. DOI: 10.1007/s10694-009-0092-x.

CALIL JÚNIOR, C.; LAHR, F. A. R.; DIAS, A. A.; MARTINS, G. C. A. **Estruturas de madeira: Projetos, Dimensionamento e Exemplos de Cálculo**. 1ª edição ed. Rio de Janeiro – RJ, Elsevier - GEN LTC, 2019.

CARBAS, S., "Enhanced Firefly Algorithm for Optimum Steel Construction Design". In: Dey, N. (Org.), **Applications of Firefly Algorithm and its Variants**, Springer Tracts in Nature-Inspired Computing. Singapore, Springer Singapore, 2020. p. 119–146. DOI: 10.1007/978-981-15-0306-1_6. Disponível em: http://link.springer.com/10.1007/978-981-15-0306-1_6. Acesso em: 12 dez. 2025.

CHEN, C.; JIANG, L.; QIU, J.; ORABI, M. A.; CHAN, W. S.; USMANI, A. "OpenSees development for modelling timber structural members subjected to realistic fire impact", **Fire and Materials**, v. 47, n. 4, p. 461–478, 2023. DOI: 10.1002/fam.3115.

CLANCY, P.; YOUNG, S. A.; LEICESTER, R. H. "Engineering Design of Timber Structures for Fire Resistance", **Australian Journal of Structural Engineering**, v. 4, n. 1, p. 1–15, 2002. DOI: 10.1080/13287982.2002.11464903.

COMITÉ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO - CEN. **EN 1995-1-1: Eurocode 5: Design of timber structures - Part 1-1: Design of timber structures - Part 1-1: General Common rules and rules for buildings**. Bruxelas - Bélgica, European Committee for Standardization CEN, 2004a.

_____. **EN 1995-1-2: Eurocode 5: Design of timber structures - Part 1-2: General - Structural fire design**. Bruxelas - Bélgica, European Committee for Standardization CEN, 2004b.

CRANMER, M. **Interpretable Machine Learning for Science with PySR and SymbolicRegression.jl**. [S.l.], arXiv. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/2305.01582>. Acesso em: 8 jul. 2025. , 2023

FENG, Z.; WANG, W.; ZHANG, J. "Probabilistic Structural Model Updating with Modal Flexibility Using a Modified Firefly Algorithm", **Materials**, v. 15, n. 23, p. 8630, 2022. DOI: 10.3390/ma15238630.

FIGUEROA, M. J. M.; MORAES, P. D. de. "Comportamento da madeira a temperaturas elevadas", **Ambiente Construído**, v. 9, p. 157–174, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1590/s1678-86212009000400525>.

FRAGA, I. F. **Influência dos modelos idealizados de ligações no dimensionamento de treliças planas de madeira**. 2020. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, São Carlos - SP, 2020.

FRIQUIN, K. "A Review of Models for the Charring Rate of Solid Wood, Nail- and Glue-Laminated Structural Members", **Journal of Structural Fire Engineering**, v. 1, n. 1, p. 61–72, 2010. DOI: 10.1260/2040-2317.1.1.61.

FRIQUIN, K. L. "Material properties and external factors influencing the charring rate of solid wood and glue-laminated timber", **Fire and Materials**, v. 35, n. 5, p. 303–327, 2011. DOI: 10.1002/fam.1055.

GEBREMEDHEN, H. S.; WOLDEMICHAEL, D. E.; HASHIM, F. M. "A firefly algorithm based hybrid method for structural topology optimization", **Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences**, v. 7, n. 1, p. 44, 2020. DOI: 10.1186/s40323-020-00183-0.

GERNAY, T.; ZEHFUSS, J.; BRUNKHORST, S.; ROBERT, F.; BAMONTE, P.; MCNAMEE, R.; MOHAINE, S.; FRANSSEN, J.-M. "Experimental investigation of structural failure during the cooling phase of a fire: Timber columns", **Fire and Materials**, v. 47, n. 4, p. 445–460, 2023. DOI: 10.1002/fam.3110.

GIROMPAIRE, L.; DAGENAIS, C. "Fire Dynamics of Mass Timber Compartments with Exposed Surfaces: Development of an Analytical Model", **Fire Technology**, v. 60, n. 3, p. 1477–1501, 2024. DOI: 10.1007/s10694-023-01528-y.

HAN, T.; TESHAMARIAM, S. "Reliability analysis of timber columns under fire load using numerical models with equivalent section temperature", **Engineering Structures**, v. 324, p. 119345, 2025. DOI: 10.1016/j.engstruct.2024.119345.

HSU, C. S. "A discrete method of optimal control based upon the cell state space concept", **Journal of Optimization Theory and Applications**, v. 46, n. 4, p. 547–569, 1985. DOI: 10.1007/BF00939159.

KAM-BIRON, M.; PODESTO, L. "The Growing Role of Wood in Building Sustainability", p. 318–326, 2012. DOI: 10.1061/41168(399)38.

KOVAL, Yu. N.; ANDREEV, A. S.; AGAFONOVA, N. Z. "Analysis of the Application of Fire Protective Composition for Wooden Structures", **Stroitel'nye Materialy**, v. 819, n. 11, p. 10–13, 2023. DOI: 10.31659/0585-430X-2023-819-11-10-13.

KROMOSER, B.; BRAUN, M.; ORTNER, M. "Construction of All-Wood Trusses with Plywood Nodes and Wooden Pegs: A Strategy towards Resource-Efficient Timber Construction", **Applied Sciences**, v. 11, n. 6, p. 2568, 2021. DOI: 10.3390/app11062568.

KURI-MORALES, A. F.; GUTIÉRREZ-GARCÍA, J. "Penalty Function Methods for Constrained Optimization with Genetic Algorithms: A Statistical Analysis". 2002. **Anais [...]** Berlin, Heidelberg, Springer, 2002. p. 108–117. DOI: 10.1007/3-540-46016-0_12.

LAHR, F. A. R.; ARROYO, F. N.; ALMEIDA, T. H.; ALMEIDA FILHO, F. M.; MENDES, I. S.; CHRISTOFORO, A. L. "Full Characterization of *Erisma uncinatum* Warm Wood Specie", **International Journal of Materials Engineering**, v. 6, n. 5, p. 147–150, 2016a. .

LAHR, F. A. R.; CHRISTOFORO, A. L.; SILVA, C. E. G.; ANDRADE JUNIOR, J. R.; PINHEIRO, R. V. "Avaliação de propriedades físicas e mecânicas de madeiras de Jatobá (*Hymenaea stilbocarpa* Hayne) com diferentes teores de umidade e extraídas de regiões distintas", **Revista Árvore**, v. 40, n. 1, p. 147–154, 2016b. DOI: 10.1590/0100-67622016000100016.

MARANNANO, G.; RICOTTA, V. "Firefly Algorithm for Structural Optimization Using ANSYS". 2022. **Anais [...]** Cham, Springer International Publishing, 2022. p. 593–604. DOI: 10.1007/978-3-030-91234-5_59.

MILAJ, K.; SINHA, A.; MILLER, T. H.; TOKARCZYK, J. A. "Environmental Utility of Wood Substitution In Commercial Buildings Using Life-Cycle Analysis.", **Wood and Fiber Science**, v. 49, n. 3, p. 338–358, 2017. .

MINDEGUIA, J.-C.; CUEFF, G.; DRÉAN, V.; AUGUIN, G. "Simulation of charring depth of timber structures when exposed to non-standard fire curves", **Journal of Structural Fire Engineering**, v. 9, n. 1, p. 63–76, 2017. DOI: 10.1108/JSFE-01-2017-0011.

MIYOSHI, Y.; KOJIRO, K.; FURUTA, Y. "Effects of density and anatomical feature on mechanical properties of various wood species in lateral tension", **Journal of Wood Science**, v. 64, n. 5, p. 509–514, 2018. DOI: 10.1007/s10086-018-1730-z.

MORAES, M. H. M. de. **Análise comparativa do desempenho mecânico de tipologias de treliças planas de madeira para classes de resistência distintas via algoritmo de otimização**. 2023. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos - SP, 2023. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/20.500.14289/17903>. Acesso em: 12 dez. 2025.

MORAES, M. H. M. de; FRAGA, I. F.; LAHR, F. A. R.; MASCARENHAS, F. J. R.; JUNIOR, W. M. P.; CHRISTOFORO, A. L.; MORAES, M. H. M. de; FRAGA, I. F.; LAHR, F. A. R.; MASCARENHAS, F. J. R.; JUNIOR, W. M. P.; CHRISTOFORO, A. L. "Effects of Fire Conditions on the Structural Optimization of Timber Trusses", **Forests**, Company: Multidisciplinary Digital Publishing InstituteDistributor: Multidisciplinary Digital Publishing InstituteInstitution: Multidisciplinary Digital Publishing InstituteLabel: Multidisciplinary Digital

Publishing Institute publisher: publisher, v. 16, n. 10, 2025. DOI: 10.3390/f16101578 Disponível em: <https://www.mdpi.com/1999-4907/16/10/1578>. Acesso em: 5 dez. 2025.

MORAES, M. H. M. D.; FRAGA, I. F.; LAHR, F. A. R.; MASCARENHAS, F. J. R.; JUNIOR, W. M. P.; CRISTOFORO, A. L. "Effects of Fire Conditions on the Structural Optimization of Timber Trusses", **Forests**, v. 16, n. 10, p. 1578, 2025. DOI: 10.3390/f16101578.

MORAES, M. H. M. D.; FRAGA, I. F.; MENEZES, I. S.; LAHR, F. A. R.; PANZERA, T. H.; FREIRE, R. T. S.; DIAS, A. M. P. G.; SANTOS, H. F. D.; FAUSTINO, E.; PEREIRA JUNIOR, W. M.; CRISTOFORO, A. L. "Comparative Analysis of the Mechanical Performance of Timber Flat Truss Typologies for Different Strength Classes via Optimization Algorithm", **Buildings**, v. 13, n. 8, p. 1946, 2023. DOI: 10.3390/buildings13081946.

MORAES, M. H. M. D.; SANTOS, H. F. D.; FRAGA, I. F.; MENEZES, I. S.; PEREIRA JUNIOR, W. M.; LAHR, F. A. R.; CRISTOFORO, A. L. "Modelos normativos de carbonização da madeira: uma comparação entre o Eurocode 5 e a AS/NZS 1720.4", **Caderno Pedagógico**, v. 22, n. 1, p. e13195, 2025. DOI: 10.54033/cadpedv22n1-056.

MUYS, B.; HETEMÄKI, L.; PALAHI, M. "Sustainable wood mobilization for EU renewable energy targets", **Biofuels, Bioproducts and Biorefining**, v. 7, n. 4, p. 359–360, 2013. DOI: 10.1002/bbb.1421.

PEČENKO, R.; HOZJAN, T.; HUČ, S. "Modelling charring of timber exposed to natural fire", **Journal of Wood Science**, v. 69, n. 1, p. 19, 2023. DOI: 10.1186/s10086-023-02091-4.

PEREIRA, L. L. M.; SANTOS, D. C.; MORAES, M. H. M.; GONÇALVES FILHO, G. M.; ANCIOTO JUNIOR, E. M.; PEREIRA JUNIOR, W. M.; DANTAS, M. J. P. "Estudo de Sensibilidade do Algoritmo de Colônia de Vagalumes para um Problema de Engenharia Envolvendo Dimensionamento de Trelças", **TEMA (São Carlos)**, v. 21, n. 3, p. 583, 2020. DOI: 10.5540/tema.2020.021.03.583.

PHILION, E.; CHORLTON, B.; GALES, J.; KOTSOVINOS, P. "Structural Fire Modeling Strategies for Exposed Mass Timber Compartments and Experimental Gaps for Model Validation", **Journal of Performance of Constructed Facilities**, v. 36, n. 6, p. 04022049, 2022. DOI: 10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0001761.

PINTO, E. M. **Determinação de um modelo para a taxa de carbonização transversal a grã para a madeira de E. citriodora e E. grandis**. 2005. Tese Doutorado – Universidade de São Paulo, 2005. DOI: 10.11606/T.88.2005.tde-31052006-163139. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/88/88131/tde-31052006-163139/>. Acesso em: 4 nov. 2025.

PURKISS, J. **Fire Safety Engineering Design of Structures: Design of Structures, Second Edition**. 2. ed. London, CRC Press, 2006.

RICHTER, F.; KOTSOVINOS, P.; RACKAUSKAITE, E.; REIN, G. "Thermal Response of Timber Slabs Exposed to Travelling Fires and Traditional Design Fires", **Fire Technology**, v. 57, n. 1, p. 393–414, 2021. DOI: 10.1007/s10694-020-01000-1.

SILVA, C. E. G. da; ALMEIDA, D. H.; ALMEIDA, T. H.; CHAHUD, E.; BRANCO, L. A. M. N.; CAMPOS, C. I.; ROCCO LAHR, F. A.; CHRISTOFORO, A. L. "Influence of the Procurement Site on Physical and Mechanical Properties of Cupiúba Wood Species", **BioResources**, v. 13, n. 2, p. 4118–4131, 2018. DOI: 10.15376/biores.13.2.4118-4131.

STALNAKER, J. J.; HARRIS, E. C. **Structural Design in Wood**. Boston, MA, Springer US, 1997. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/978-1-4615-4082-3>. Acesso em: 11 nov. 2025.

TEIXEIRA, J. N.; WOLENSKI, A. R. V.; AQUINO, V. B. de M.; PANZERA, T. H.; SILVA, D. A. L.; CAMPOS, C. I.; SILVA, S. A. M.; LAHR, F. A. R.; CHRISTOFORO, A. L. "Influence of provenance on physical and mechanical properties of Angelim-pedra (*Hymenolobium petraeum* Ducke.) wood species", **European Journal of Wood and Wood Products**, v. 79, n. 5, p. 1241–1251, 2021. DOI: 10.1007/s00107-021-01692-4.

TELHA SÃO CARLOS. **Catálogo de Telhas São Carlos**. 2022. Telha São Carlos. [Comercial]. Disponível em: https://telhasaocarlos.com.br/wp-content/uploads/2019/04/CatalogoTelhaSaoCarlos_2019-compactado.pdf. Acesso em: 22 nov. 2022.

TRIPATHI, S. "A Brief Review of Firefly Algorithm: Application in Structural Optimization Problem", **Journal of the Institute of Engineering**, v. 15, n. 2, p. 183–191, 2019. DOI: 10.3126/jie.v15i2.27665.

ULUSOY, S. "Optimum design of timber structures under fire using metaheuristic algorithm", v. 74, n. 2, p. 115–124, 2022. .

VILLAR-GARCÍA, J. R.; VIDAL-LÓPEZ, P.; RODRÍGUEZ-ROBLES, D.; GUAITA, M. "Cost optimisation of glued laminated timber roof structures using genetic algorithms", **Biosystems Engineering**, v. 187, p. 258–277, 2019. DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2019.09.008.

WANG, L.; WANG, X.; WANG, R.; CHEN, X. "Reliability-based design optimization under mixture of random, interval and convex uncertainties", **Archive of Applied Mechanics**, v. 86, n. 7, p. 1341–1367, 2016. DOI: 10.1007/s00419-016-1121-0.

WU, Y.; LI, Q.; HU, Q.; BORGART, A. "Size and Topology Optimization for Trusses with Discrete Design Variables by Improved Firefly Algorithm", **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2017, n. 1, p. 1457297, 2017. DOI: 10.1155/2017/1457297.

YANG, X.-S. **Nature-inspired metaheuristic algorithms**. Frome, Luniver Press, 2008.

YANG, X.-S.; HE, X.-S., "Why the Firefly Algorithm Works?". In: Yang, X.-S. (Org.), **Nature-Inspired Algorithms and Applied Optimization**, Cham, Springer International Publishing, 2018. p. 245–259. DOI: 10.1007/978-3-319-67669-2_11. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-319-67669-2_11. Acesso em: 12 dez. 2025.

YENIAY, Ö. "Penalty Function Methods for Constrained Optimization with Genetic Algorithms", **Mathematical and Computational Applications**, v. 10, n. 1, p. 45–56, 2005. DOI: 10.3390/mca10010045.

ŽAJDLÍK, T.; ŠUHAJDA, K.; PRŮŠA, D. "Medium-Scale Fire Resistance Testing of Timber Structures with Composite Cement Fibre Materials", **Buildings**, v. 13, n. 2, p. 527, 2023. DOI: 10.3390/buildings13020527.

ZANG, X.; LIU, W.; WU, D.; PAN, X.; ZHANG, W.; BIAN, H.; SHEN, R. "Contemporary Fire Safety Engineering in Timber Structures: Challenges and Solutions", **Fire**, v. 7, n. 1, p. 2, 2024. DOI: 10.3390/fire7010002.

ZHAO, S.; YEOM, C.; CAI, H.; WANG, Q. "Assessing Forestry Strategy for Addressing Climate Change and Its Challenges Toward Carbon Neutrality in China", **Journal of Sustainability Research**, v. 6, n. 3, 2024. DOI: 10.20900/jsr.20240063. Disponível em: https://sustainability.hapres.com/htmls/JSR_1644_Detail.html. Acesso em: 8 dez. 2024.

APENDICE A

Este apêndice apresenta uma síntese dos principais modelos normativos utilizados para o cálculo da taxa de carbonização e da redução das propriedades resistentes da madeira em situação de incêndio. O objetivo é fornecer uma base conceitual do procedimento para obtenção da taxa e espessura de carbonização, para normas AS/NZS 1720.4 (2019), Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b) e a norma brasileira ABNT NBR 7190-1 (2022a), destacando suas premissas conceituais, parâmetros de aplicação e diferenças metodológicas.

Ao consolidar os fundamentos normativos em um mesmo apêndice, busca-se favorecer a rastreabilidade dos procedimentos e garantir coerência entre o referencial teórico, a metodologia de análise e os resultados obtidos, assegurando consistência científica e aplicabilidade prática às conclusões desta pesquisa.

A.1 MODELOS NORMATIVOS PARA CARBONIZAÇÃO DA MADEIRA

Ao longo do tempo, estudos experimentais e modelos para estimar a taxa de carbonização levaram ao desenvolvimento de especificações técnicas que foram incorporadas nas normas de dimensionamento de estruturas de madeira. Essas normas permitiram a padronização dos procedimentos de cálculo da capacidade resistente, levando em conta os efeitos do incêndio e da carbonização dos elementos estruturais. Foi nesse contexto que surgiu o método da seção transversal reduzida (Purkiss, 2006).

A.1.1 AS/NZS 1720.4

A norma australiana e neozelandesa AS/NZS 1720.4 (2019) define uma fórmula geral (Eq. A.1) para calcular a taxa de carbonização da madeira (β) em função de sua densidade aparente (ρ). A equação é representada como:

$$\beta = 0,4 + \left(\frac{280}{\rho}\right)^2 \quad \text{Eq. A.1}$$

A espessura da camada carbonizada ($d_{char,n}$) é determinada pela Eq. A.2, sendo o resultado do produto entre a taxa de carbonização (β) e o tempo de exposição ao fogo (t). Nesta norma, a taxa de carbonização é considerada constante ao longo do tempo.

$$d_{char,n} = \beta \cdot t \quad \text{Eq. A.2}$$

A espessura efetiva de carbonização, calculada em milímetros, é dada pela Eq. A.3. Ela inclui um adicional de 7,5 mm, que corresponde à espessura da região interna aquecida após a camada carbonizada. Nessa região, as propriedades mecânicas são igualmente desconsideradas:

$$d_{ef} = d_{char,n} + 7,5 \quad \text{Eq. A.3}$$

A.1.2 EUROCODE 5

O Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b) distingue entre dois parâmetros de taxa de carbonização. O primeiro parâmetro, denotado como β_0 , aplica-se quando a carbonização ocorre em apenas uma das faces da peça de madeira. Já o segundo parâmetro, β_n , é utilizado quando a carbonização afeta mais de uma face da peça. Este último parâmetro, β_n , leva em conta o efeito do arredondamento dos cantos em seções retangulares, onde a queima é mais rápida, tal como Tabela A.1.

Tabela A.1: Taxas de carbonização de projeto β_0 e β_n de madeira

	β_0 mm/min	β_n mm/min
a) Madeira conífera		
Madeira lamelada colada com uma densidade característica ≥ 290 kg/m	0,65	0,7
Madeira maciça com uma densidade característica ≥ 290 kg/m ³	0,65	0,8
b) Madeira folhosa		
Madeira maciça ou madeira lamelada colada com uma densidade característica de 290 kg/m ³	0,65	0,7
Madeira maciça ou lamelada colada com uma densidade característica de ≥ 450 kg/m ³	0,50	0,55
c) LVL		
Densidade característica de ≥ 480 kg/m ³	0,65	0,7
d) Painéis		
Painéis de madeira	0,9 ^a	
Compensado	1,0 ^a	
Painéis à base de madeira que não sejam compensado	0,9 ^a	

^a Os valores aplicam-se a uma densidade característica de 450 kg/m³ e uma espessura de painel de 20 mm.

Fonte: Adaptado Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b)

De acordo com a norma Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b), a espessura da camada carbonizada depende do número de faces da madeira expostas ao fogo e pode ser calculada conforme a Eq. A.4 para condição de carbonização de uma única face e de acordo com a Eq. A.5 para a condição de carbonização de múltiplas faces.

$$d_{char,0} = \beta_0 \cdot t \quad \text{Eq. A.4}$$

$$d_{char,n} = \beta_n \cdot t \quad \text{Eq. A.5}$$

A espessura efetiva de carbonização (d_{ef}) é determinada pela Eq. A.6, onde d_0 é igual a 7 mm, e k_0 é um fator que depende do tempo de exposição ao fogo. Se o tempo de

exposição for inferior a 20 minutos, o valor de k_0 é menor que um, reduzindo o efeito de d_0 . Em incêndios com duração igual ou superior a 20 minutos, k_0 assume o valor de 1,00. Tal como descrito na equação Eq. A.6.

$$d_{ef} = d_{char} + k_0 \cdot d_0 \quad \text{Eq. A.6}$$

$$\text{Para } t < 20 \text{ minutos: } k_0 = \frac{t}{20}$$

$$\text{Para } t \geq 20 \text{ minutos: } k_0 = 1,00$$

Isso reflete a consideração da norma de que o aquecimento da madeira é relativamente lento nos primeiros minutos de um incêndio.

A.1.3 ABNT NBR 7190-1:2022

A ABNT NBR 7190-1 (2022a) que apresenta grande similaridade com o Eurocode 5 EN 1995-1-2 (2004b), distingue dois parâmetros principais relacionados à taxa de carbonização da madeira sob incêndio. O primeiro parâmetro, designado como β_0 , refere-se à situação em que a carbonização ocorre apenas em uma face da peça de madeira. O segundo parâmetro, β_n , é aplicado quando mais de uma face da seção de madeira é exposta ao fogo, levando em consideração o arredondamento dos cantos em peças de seção retangular, o que acelera a taxa de carbonização nesses pontos.

As taxas de carbonização, tanto para madeiras serradas quanto para MLC (madeira lamelada colada), em espécies de coníferas e folhosas, são apresentadas na Tabela A.2.

Tabela A.2: Taxas de carbonização de projeto β_0 e β_n de madeira

Material	Tipo	β_0 mm/min	β_n mm/min
Coníferas	MLC, MLCC ou madeira serrada	0,65	0,7
Folhosas ^a	Baixa densidade	0,65	0,7
	Média e alta densidades	0,50	0,55
LVL	$\rho_{aparente} \geq 480 \text{ kg/m}^3$	0,65	0,7
Painéis ^b	Painéis de madeira Compensado e outros	0,9*	
		1,0*	
		0,9*	

^a Aplica-se tanto para madeira serrada como para MLC.

^b Valores de β válidos para $\rho = 450 \text{ kg/m}^3$ e $h_p \geq 20 \text{ mm}$. Para outras densidades e espessuras, o valor de β_0 deve ser substituído por, com ρ_k em kg/m^3 e h_p em mm

Fonte: Adaptado ABNT NBR 7190-1 (2022a)

De acordo com a ABNT NBR 7190-1 (2022a), a espessura da camada carbonizada depende do número de faces da madeira expostas ao fogo. Ela pode ser calculada usando a Eq. A.7 para a condição de carbonização em uma única face e a Eq. A.8 para a carbonização em múltiplas faces, considerando as diferenças no comportamento térmico entre essas situações.

$$e_{carb,0} = \beta_0 \cdot t \quad \text{Eq. A.7}$$

$$e_{carb,n} = \beta_n \cdot t \quad \text{Eq. A.8}$$

A espessura efetiva de carbonização (e_{ef}) é determinada pela Eq. A.9, onde d_0 é igual a 7 mm, e k_0 é um fator que depende do tempo de exposição ao fogo. Se o tempo de exposição for inferior a 20 minutos, o valor de k_0 é menor que um, reduzindo o efeito de d_0 . Em incêndios com duração igual ou superior a 20 minutos, k_0 assume o valor de 1,00. Tal como descrito na Eq. A.9.

$$e_{ef} = e_{carb} + k_0 \cdot d_0 \quad \text{Eq. A.9}$$

$$\text{Para } t < 20 \text{ minutos: } k_0 = \frac{t}{20}$$

$$\text{Para } t \geq 20 \text{ minutos: } k_0 = 1,00$$

APÊNDICE B

O presente apêndice reúne as informações complementares utilizadas para a determinação das cargas de vento consideradas no dimensionamento das treliças de madeira avaliadas neste estudo. Essas cargas foram obtidas a partir das diretrizes da ABNT NBR 6123 (2023), que estabelece os procedimentos para o cálculo das pressões dinâmicas e das forças atuantes em diferentes tipos de coberturas e edificações.

A descrição apresentada neste apêndice tem como finalidade assegurar a rastreabilidade dos parâmetros adotados no modelo de otimização, incluindo a definição da velocidade básica do vento (V_0), os fatores de correção S_1 , S_2 e S_3 , os coeficientes de forma externos e internos (C_e e C_i), e as combinações de sucção e sobrepressão aplicadas às coberturas.

Esses parâmetros foram incorporados ao modelo computacional como descrito no item 3.5, garantindo conformidade com as prescrições normativas e consistência entre a formulação teórica e o comportamento esperado de estruturas reais.

B.1 AÇÃO DO VENTO E PARÂMETROS DE CÁLCULO SEGUNDO A ABNT NBR 6123 (2023)

Adicionalmente, a determinação das cargas de vento na estrutura foi obtida por meio das diretrizes estabelecidas pela ABNT NBR 6123 (2023), para galpões retangulares com telhados de duas águas simétricas.

As treliças, submetidas ao processo de otimização, foram concebidas com o intuito de compor galpões com a finalidade de serem utilizados para armazenamento de defensivos agrícolas. Considerando a região metropolitana de Goiânia, região sul, sudeste e oeste e do estado de Goiás, determinou-se uma velocidade básica do vento (V_0) de 35 m/s.

A fim de determinar a força de vento atuante na estrutura, é necessário obter a velocidade característica do vento (V_k) (Eq. B.1), por meio do produto dos fatores S_1 , S_2 e S_3 e a velocidade básica do vento (V_0), além disso, é necessário obter a pressão dinâmica do vento (q), conforme especificado no item 4.2 da ABNT NBR 6123 (2023). Onde V_k e q são calculados seguindo a formulação expressa na Eq. B.2 e Eq. B.3, respectivamente.

$$V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \quad \text{Eq. B.1}$$

$$q = 0,613 \cdot V_k^2 \quad \text{Eq. B.2}$$

Abaixo são apresentados os valores considerados para os fatores S_1 , S_2 e S_3 .

A determinação do fator topográfico (S_1) que toma como base as condições do relevo do terreno, pode ser obtido por meio do item 5.2 da ABNT NBR 6123 (2023). O presente trabalho considerou um terreno fracamente acidentado, que resulta em $S_1 = 1,0$.

O fator estatístico (S_3) que se baseia nos conceitos estatísticos, que considera o grau de segurança requerido e a vida útil da edificação, pode ser obtido por meio do item 5.4 da ABNT NBR 6123 (2023). O presente trabalho considerou uma edificação do grupo 3 que se trata de edificações e instalações industriais com baixo fator de ocupação, tal como depósitos ($S_3 = 0,95$).

O fator S_2 considera a influência da rugosidade do terreno, das dimensões da edificação ou parte da edificação em estudo, e de sua altura sobre o terreno, podendo ser obtido por meio do item 5.3 da ABNT NBR 6123 (2023). Esse parâmetro é calculado conforme a Eq. B.4, onde b é o parâmetro meteorológico usado na determinação de S_2 , F_r é o fator de rajada, z é altura sobre o terreno sendo a soma das dimensões H e H_0 ($z = H + H_0$), p é o expoente da lei de potência de variação de S_2 .

$$S_2 = b \cdot F_r \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^p \quad \text{Eq. B.3}$$

Quanto à rugosidade do terreno, foi estabelecida tomando como base um terreno plano com obstáculos, tais como sebes e muros, poucos quebra-ventos de árvores, edificações baixas e esparsas, classificada como Categoria III de rugosidade. Acerca das dimensões da edificação, todos os tipos de galpões foram classificados segundo o item 5.3.2 da ABNT NBR 6123 (2023), assim como descrito na Tabela B.1, onde A e B são a menor e maior dimensão em planta do galpão.

Tabela B.1: Classificação para as dimensões dos galpões

Galpão	Dimensões			Classe	
	A (m)	L (m)	z (m)	Vento 0°	Vento 90°
Tipo 1	20	6	5,75	Classe A	Classe B
Tipo 2	25	9	6,125		
Tipo 3	30	12	6,5		
Tipo 4	35	15	6,875		

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Uma vez estabelecidas as classes relacionadas às dimensões dos galpões, assim como a categoria de rugosidade, determinam-se os parâmetros meteorológicos b , F_r e p , obtendo assim o fator S_2 , seguindo a formulação apresentada na Eq. B.3. Os resultados obtidos para o fator S_2 para o vento a 0° e 90° são apresentados na Tabela B.2.

Tabela B.2: Resultados dos fatores meteorológicos e fator S_2

Galpão	z (m)	Vento 0°				Vento 90°			
		b	F_r	p	S_2	b	F_r	p	S_2
Tipo 1	5,75	0,94	1,00	0,10	0,889	0,94	0,98	0,105	0,869
Tipo 2	6,125				0,895				0,875
Tipo 3	6,5				0,900				0,880
Tipo 4	6,875				0,905				0,886

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

Os resultados de V_k e q para os galpões nos ventos a 0° e 90° são apresentados na Tabela B.3.

Tabela B.3: Resultados V_k e q para vento a 0° e 90°

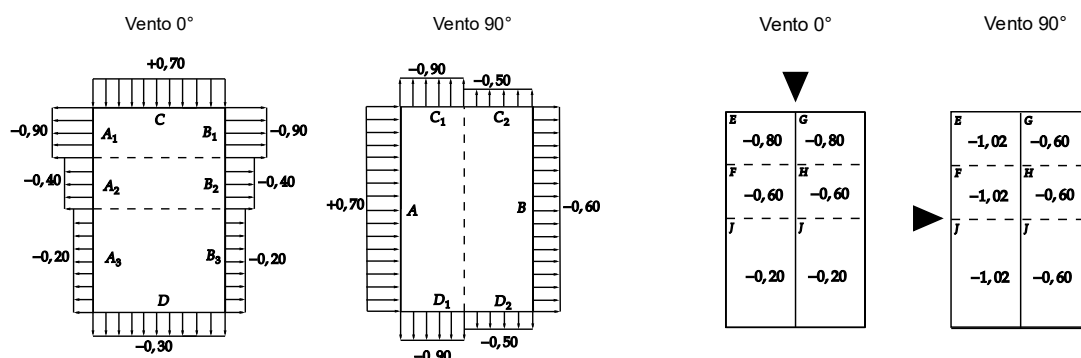
Galpão	V_0 (m/s)	S_1	S_3	Vento 0°			Vento 90°		
				S_2	V_k (m/s)	q (N/m ²)	S_2	V_k (m/s)	q (N/m ²)
Tipo 1	35	1,00	0,95	0,889	29,572	536,084	0,869	28,901	512,014
Tipo 2	35	1,00	0,95	0,895	29,760	542,901	0,875	29,093	518,852
Tipo 3	35	1,00	0,95	0,900	29,937	549,392	0,880	29,275	525,368
Tipo 4	35	1,00	0,95	0,905	30,106	555,589	0,886	29,448	531,593

Fonte: Moraes *et al.* (2025)

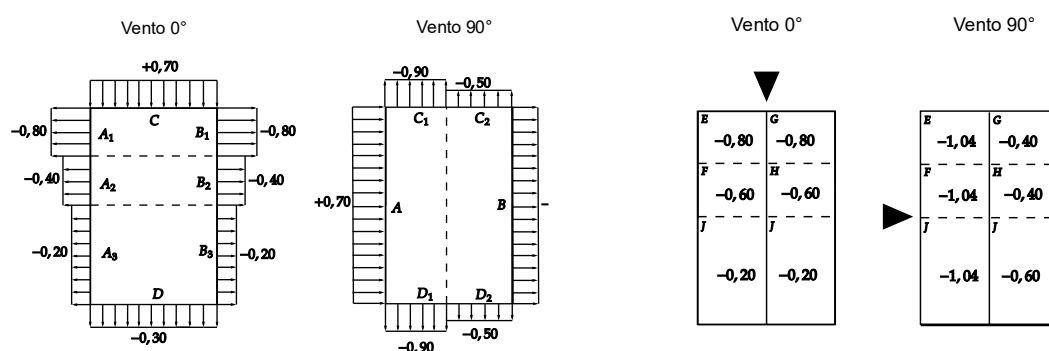
No cálculo das ações devido ao vento nos galpões, os valores de pressão dinâmica do vento, em ambas as direções devem ser combinados com os coeficientes de forma e pressão externo e interno. Na determinação da ação do vento atuante (w_k) na estrutura, deve-se fazer o produto entre a diferença dos coeficientes de forma externo (C_e) e interno (C_i) pela pressão dinâmica do vento (q), como apresentado na Eq. B.4.

$$w_k = (C_e - C_i) \cdot q \quad \text{Eq. B.4}$$

O coeficiente de forma externo (C_e) é aplicado para parede e telhado, como prevê a ABNT NBR 6123 (2023), calculados por meio do *software iTruss* v.0.0.1. Os resultados dos coeficientes de forma externos (C_e) de parede e telhado para todos os tipos de galpão são apresentados na Figura B.1.

Figura B.1: Coeficiente de forma externos (C_e)

(a) Tipo 1 e Tipo 2

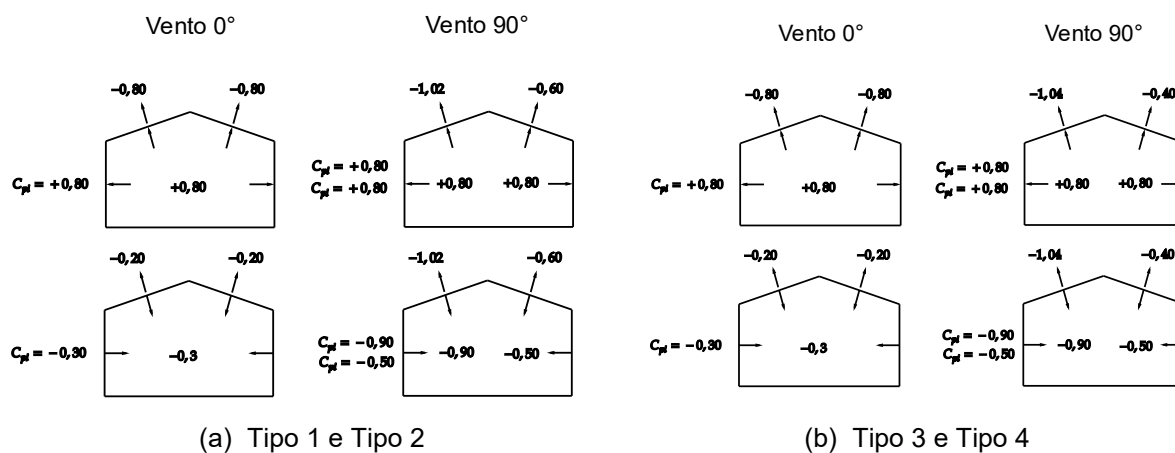


(b) Tipo 3 e Tipo 4

Fonte: Adaptado do *software iTruss v.0.0.1*

O coeficiente de forma interno (C_i) foi obtido a partir da análise da hipótese de aberturas dominantes nas diferentes direções do galpão. Os galpões foram considerados perfeitamente vedados nos encontros de elementos, não possuindo aberturas fixas. Adicionalmente, foram consideradas aberturas móveis de um portão (5 m × 2,5 m) em cada uma das entradas principais e cinco janelas (2 m × 1 m) para cada uma das laterais do galpão, totalizando 12,5 m² e 10 m² para as entradas principais e laterais do galpão, respectivamente. Portanto, o coeficiente de forma interno (C_i) foi determinado conforme estabelecido no item 6.2.5 da ABNT NBR 6123 (2023). A Figura B.2 apresenta os coeficientes de forma externo e interno quantificados, para as combinações críticas para as duas direções (0° e 90°).

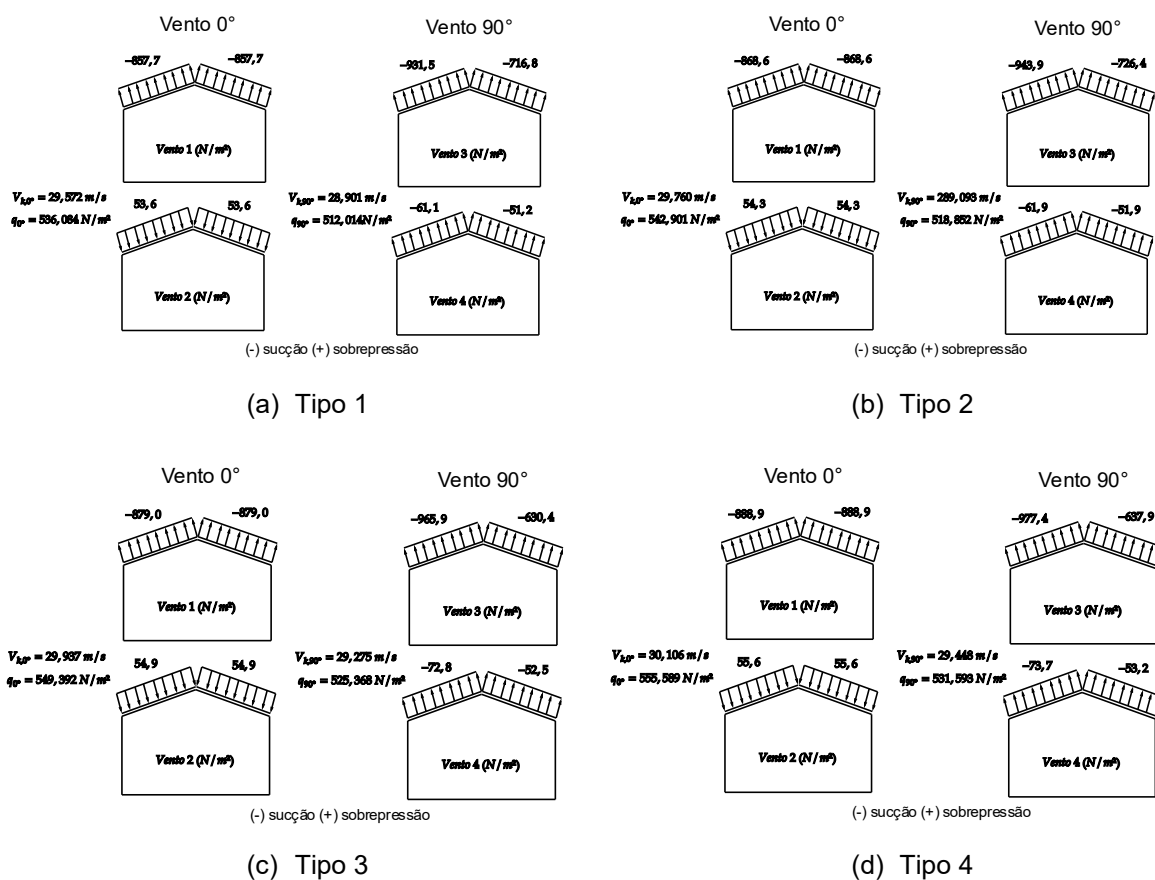
Figura B.2: Combinações entre os coeficientes de forma externos (C_e) e internos (C_i) no telhado dos galpões



Fonte: Adaptado do *software iTruss v.0.0.1*

De posse de todos os resultados, o carregamento (w_k) foi calculado por meio da Eq. B.4 e seus resultados são apresentados na Figura B.3 e foram incorporados no texto por meio Figura 3.4.

Figura B.3: Forças de vento (w_k) no telhado dos galpões



Fonte: Adaptado do *software iTruss v.0.0.1*

APENDICE C

Neste apêndice apresenta-se os resultados da caracterização das cinco espécies efetuadas na pesquisa de Moraes (2023) que foram utilizadas processo de otimização para os modelos de treliça Howe. Ademais, no decorrer do texto, foram apresentadas as discussões envolvendo a caracterização das espécies de madeira e o processo de otimização.

C.1 DENSIDADE APARENTE

A Tabela C.1 apresenta o valor médio (\bar{x}) da densidade aparente da madeira ($\rho_{12\%}$) em $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ das espécies avaliadas, o desvio padrão (DP), o coeficiente de variação (CV %), o valor mínimo (min) e máximo (max) valor e o intervalo de confiança (IC) do valor médio ao nível de 5% de significância.

Tabela C.1: Estatísticas com os valores médios amostrais $\rho_{12\%}$ ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)

ID	Espécie	\bar{x}	DP	CV (%)	min	max	IC
01	Cambará-rosa	682,88	41,56	6,09	620,09	740,14	(659,36; 706,39)
02	Cupiúba	846,42	45,73	5,40	778,40	896,13	(820,55; 872,3)
03	Angelim-pedra	695,77	33,12	4,76	644,57	741,89	(677,03; 714,51)
04	Garapa	896,24	41,29	4,61	828,56	953,91	(872,88; 919,61)
05	Jatobá	1054,23	56,79	5,39	998,02	1148,61	(1022,1; 1086,36)

Fonte: Moraes (2023)

Com o intuito de validar os resultados obtidos, é possível verificar valores normativos e comparar com resultados obtidos em outras pesquisas, por meio dos valores médios e o intervalo de confiança (IC). Nesse contexto, para a densidade aparente da madeira ($\rho_{12\%}$), para espécies dicotiledôneas de florestas nativas, quando comparados com os valores apresentados pela ABNT NBR 7190 (1997), observou-se valores próximos aos obtidos no presente estudo em seus intervalos de confianças.

No estudo desenvolvido por Lahr *et al.* (2016a) onde foi executada a caracterização completa da espécie Cambará-rosa (*Erismia sp.*), foi observada uma densidade aparente ($\rho_{12\%}$) de $680 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Similarmente, Silva *et al.* (2018) caracterizaram a espécie Cupiúba (*Goupia glabra*) obtendo uma densidade $840 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Os resultados obtidos para as espécies Angelim-pedra (*Hymenolobium petraeum*) e Jatobá (*Hymenaea sp.*) considerando a densidade obtida por Teixeira *et al.* (2021) e Lahr *et al.* (2016b) de $640 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ e $1050 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$,

respectivamente. Valores os quais aproximam-se dos resultados obtidos no presente estudo, dentro dos intervalos de confiança.

C.2 COMPRESSÃO PARALELA ÀS FIBRAS

A Tabela C.2 apresenta o valor médio (\bar{x}) da resistência na compressão paralela às fibras (f_{c0}) em MPa das espécies avaliadas, o desvio padrão (DP), o coeficiente de variação (CV %), o valor mínimo (min) e máximo (max) e o intervalo de confiança (IC) do valor médio ao nível de 5% de significância.

Tabela C.2: Estatísticas dos resultados obtidos para a resistência na compressão paralela às fibras f_{c0} (MPa)

ID	Espécie	\bar{x}	DP	CV (%)	max	min	IC
01	Cambará-rosa	33,73	5,31	15,74	26,89	42,77	(30,73; 36,73)
02	Cupiúba*	55,12	13,25	24,04	38,59	74,17	(47,63; 62,62)
03	Angelim-pedra	65,26	17,1	26,2	38,3	84,6	(55,58; 74,94)
04	Garapa	71,93	7,32	10,18	62,29	86,97	(67,79; 76,07)
05	Jatobá	100,09	9,88	9,87	79,40	105,78	(94,5; 105,68)

Fonte: Moraes (2023)

Analogamente, a Tabela C.3 apresenta o valor médio (\bar{x}) do módulo de elasticidade na compressão medido na direção paralela às fibras (E_{c0}) em MPa das espécies avaliadas, o desvio padrão (DP), o coeficiente de variação (CV %), o valor mínimo (max) e máximo (min) e o intervalo de confiança (IC) do valor médio ao nível de 5% de significância.

Tabela C.3: Estatísticas dos resultados obtidos para o módulo de elasticidade na compressão medido na direção paralela às fibras E_{c0} (MPa)

ID	Espécie	\bar{x}	DP	CV (%)	min	max	IC
01	Cambará-rosa	13000,88	2672,5	20,56	9719,72	16956,5	(11488,77; 14512,99)
02	Cupiúba	13891,98	2674,63	19,25	8847,38	18974,4	(12378,67; 15405,29)
03	Angelim-pedra	11648,41	2254,44	19,35	8274,85	17597,9	(10372,84; 12923,98)
04	Garapa	17498,15	2950,39	16,86	12519,9	21068,1	(15828,81; 19167,49)
05	Jatobá	20466,62	1765,82	8,63	17106,4	23097,2	(19467,51; 21465,72)

Fonte: Moraes (2023)

Na sequência, os valores de resistência característica para compressão paralela às fibras ($f_{c0,k}$), obtidos por meio dos valores amostrais ($f_{c0,1}, f_{c0,2}, \dots, f_{c0,n}$) para $n = 12$ corpos de provas, a resistência na compressão média paralela às fibras ($f_{c0,m}$), sendo esta essencial para a avaliação da classe de resistência (CR), sendo a classe D20 ($20 < f_{c0,k} < 30$ MPa), D30

($30 \leq f_{c0,k} < 40$ MPa), D40 ($40 \leq f_{c0,k} < 50$ MPa), D50 ($50 \leq f_{c0,k} < 60$ MPa) e D60 ($f_{c0,k} > 60$ MPa), assim como apresentado na Tabela C.4.

Tabela C.4: Classes de resistência (CR) e resistência característica para compressão paralela às fibras ($f_{c0,k}$) (MPa)

ID	Espécie	$f_{c0,1}$	$f_{c0,m}$	$f_{c0,k}$	CR
01	Cambará-rosa	26,89	33,73	26,95	D20
02	Cupiúba*	38,59	55,12	38,59	D30
03	Angelim-pedra*	38,30	65,26	45,68	D40
04	Garapa	62,29	71,93	66,50	D60
05	Jatobá	79,40	100,09	88,43	D60

Fonte: Moraes (2023)

Como o intuito de comparar os resultados obtidos no presente estudo, é possível verificar valores normativos e comparar com resultados obtidos em outras pesquisas, por meio dos valores médios e o intervalo de confiança (IC). Nesse sentido, ao comparar os resultados com os valores médios apresentados pela ABNT NBR 7190, as propriedades de resistência e rigidez na compressão com as espécies presentes na versão anterior da norma de estrutura de madeira, a ABNT NBR 7190 (1997), para espécies dicotiledôneas de florestas nativas, constatou-se valores de resistência e módulo de elasticidade próximos aos valores obtidos no presente estudo em seus intervalos de confiança.

No programa experimental desenvolvido por Lahr *et al.* (2016a) foi executada uma caracterização completa da espécie Cambará-rosa (*Erisma sp.*), em que foi observada uma resistência média na compressão paralela às fibras ($f_{c0,m}$) de 34 MPa e um módulo de elasticidade médio na compressão paralela às fibras de 12764 MPa. Similarmente, Silva *et al.* (2018) caracterizaram a espécie Cupiúba (*Goupia glabra*) e obtiveram uma resistência média na compressão paralela às fibras ($f_{c0,m}$) de 57,42 MPa e um módulo de elasticidade médio na compressão paralela às fibras ($E_{c0,m}$) de 12970 MPa, resultados os quais se aproximam do obtido pelo programa experimental realizado no presente trabalho. Para as espécies Angelim-pedra (*Hymenolobium petraeum*) e Jatobá (*Hymenaea sp.*) a resistência média na compressão paralela às fibras ($f_{c0,m}$) obtida por Teixeira *et al.* (2021) e Lahr *et al.* (2016b) foram de 55,45 e 94,38 MPa, respectivamente, 10850 MPa e 21759 MPa para o módulo de elasticidade médio na compressão paralela às fibras ($E_{c0,m}$), respectivamente. Esses valores os quais aproximam-se dos resultados obtidos no presente estudo, dentro dos intervalos de confiança.

C.3 TRAÇÃO PARALELA ÀS FIBRAS DA MADEIRA

Os valores médios (\bar{x}) da resistência na tração paralela às fibras (f_{t0}) em MPa das espécies avaliadas, o desvio padrão (DP), o coeficiente de variação (CV %), o valor máximo (max) e mínimo (min) e o intervalo de confiança (IC) do valor médio ao nível de 5% de significância, estão apresentados na Tabela C.5.

Tabela C.5: Estatísticas dos resultados obtidos para a resistência na tração paralela às fibras f_{t0} (MPa)

ID	Espécie	\bar{x}	DP	CV (%)	min	max	IC
01	Cambará-rosa	46,05	12,10	26,28	30,23	66,8	(39,2; 52,89)
02	Cupiúba*	72,57	26,89	37,05	41,37	116,5	(57,36; 87,79)
03	Angelim-pedra*	78,17	35,77	45,76	35,53	131,32	(57,93; 98,4)
04	Garapa	117,91	43,33	36,75	71,93	188,7	(93,39; 142,43)
05	Jatobá	160,32	32,81	20,47	115,16	209,85	(127; 156,44)

Fonte: Moraes (2023)

Analogamente, a Tabela C.6 apresenta o valor médio (\bar{x}) do módulo de elasticidade na tração medido na direção paralela às fibras (E_{t0}) em MPa das espécies avaliadas, o desvio padrão (DP), o coeficiente de variação (CV %), o valor (min) e mínimo (min) e o intervalo de confiança (IC) do valor médio ao nível de 5% de significância.

Tabela C.6: Estatísticas dos resultados obtidos para o módulo de elasticidade na tração medido na direção paralela às fibras E_{t0} (MPa)

ID	Espécie	\bar{x}	DP	CV (%)	min	max	IC
01	Cambará-rosa	12908,44	1792,33	13,88	10704,4	15792,8	(11894,33; 13922,54)
02	Cupiúba*	13415,47	2133,75	15,91	11051,2	19311,4	(12208,19; 14622,75)
03	Angelim-pedra*	11611,67	2736,78	23,57	8201,52	19592,8	(10063,19; 13160,15)
04	Garapa	16989,81	2489,66	14,65	12897,1	20517,9	(15581,15; 18398,47)
05	Jatobá	21520,09	3161,65	14,69	16488,8	26413,2	(19731,22; 23308,96)

Fonte: Moraes (2023)

Na sequência, os valores de resistência característica para tração paralela às fibras ($f_{t0,k}$), obtidos por meio dos valores amostrais ($f_{t0,1}, f_{t0,2}, \dots, f_{t0,n}$) para $n = 12$ corpos de provas, a resistência média na tração paralela às fibras ($f_{t0,k}$) os resultados são apresentados na Tabela C.7.

Tabela C.7: Resultados das resistências características para tração paralela às fibras da madeira ($f_{t0,k}$)(MPa)

ID	Espécie	$f_{t0,1}$	$f_{t0,m}$	$f_{t0,k}$
01	Cambará-rosa	30,23	46,05	32,23
02	Cupiúba*	41,37	72,57	50,80
03	Angelim-pedra*	35,53	78,17	54,72
04	Garapa	71,93	117,91	82,54
05	Jatobá	115,16	160,32	123,68

Fonte: Moraes (2023)