

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E
ENGENHARIA DE MATERIAIS**

USO DE ELEMENTOS FINITOS ESTENDIDOS PARA A MODELAGEM
COMPUTACIONAL DA FRATURA DE MATERIAL REFRAATÓRIO SUBMETIDO
AO MÉTODO DA CUNHA.

Guilherme da Cunha Mendonça

São Carlos
2023

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E
ENGENHARIA DE MATERIAIS

USO DE ELEMENTOS FINITOS ESTENDIDOS PARA A MODELAGEM
COMPUTACIONAL DA FRATURA DE MATERIAL REFRACTÁRIO SUBMETIDO
AO MÉTODO DA CUNHA.

Guilherme da Cunha Mendonça

Dissertação apresentada
ao Programa de Pós-Graduação em Ciência
e Engenharia de Materiais como requisito
parcial à obtenção do título de MESTRE EM
CIÊNCIA E ENGENHARIA DE MATERIAIS

Orientador: Dr. Rodrigo Bresciani Canto

Coorientador: Dr. Vinicius Fiocco Sciuti

Agência Financiadora: CNPq - Processo: 130232/2021-1

São Carlos

2023

VITAE DO CANDIDATO

Bacharel em Engenharia Civil pela Universidade de Franca (2019).



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Guilherme da Cunha Mendonça, realizada em 28/07/2023.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Rodrigo Bresciani Canto (UFSCar)

Profa. Dra. Ana Paula da Luz (UFSCar)

Prof. Dr. Ricardo Afonso Angélico (USP)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a minha família, principalmente a minha mãe Marta e minha Tia Marli, por todo o suporte à minha educação, também quero dedicar a falecida Maria Onisia, vítima da COVID-19 que conheci durante meus primeiros momentos de 2019 em São Carlos, a considero uma segunda mãe que me acolheu num momento tão difícil que foi o intervalo entre o fim da minha graduação e o início do mestrado.

Agradeço ao professor Rodrigo Canto pelas oportunidades de participar de tutorias e do projeto Embrapii, agradeço novamente ao Rodrigo e ao professor Vinicius Sciuti pelas experiências e conhecimentos que me passaram através das orientações. Também quero agradecer aos meus colegas, principalmente ao Rafael Vargas que me auxiliou em vários assuntos por todo o mestrado. Agradeço ao Igor e Matheus pelas conversas, ideias e companhia no laboratório, quero agradecer também ao Furlan, Salvino e Lucas pelo auxílio no software IsightTM na instalação e interpretação dos dados. Por fim, agradeço a todos do grupo MECM, em especial ao professor Ricardo e a Heloísa pelo conhecimento do AbaqusTM que compartilharam através das reuniões do grupo MECM que contribuíram muito para esse mestrado.

Gostaria também de agradecer aos meus amigos de São Carlos e de Franca, em especial a família Bianchini, a Carolina e o Guilherme por todo o apoio, companhia e conselhos por todo esse tempo.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Contou-se também com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq - Processo n°: 130232/2021-1.

RESUMO

A mecânica da fratura deve ser considerada no projeto estrutural de componentes cerâmicos, sobretudo para os materiais refratários que são comumente susceptíveis a formação de trincas devido às altas variações de temperatura em suas aplicações. A fratura de refratários pode ser analisada a partir de ensaios mecânicos, dentre estes, o ensaio do método da cunha (MC), o qual permite obter crescimento estável de trinca, mesmo em materiais frágeis. Este ensaio foi inicialmente proposto para a medição da energia de fratura do corpo de prova, mas o caminho de propagação da trinca pode também ser analisado. Neste sentido, a simulação computacional pode estimar a propagação da trinca, desde que os parâmetros intrínsecos ao modelo sejam identificados e validados com auxílio de experimentos. O X-FEM (eXtended Finite Element Method), disponível no software AbaqusTM, foi aplicado a um ensaio utilizando o MC em um material refratário sílico-aluminoso comercial. A curva experimental da força horizontal em função do deslocamento de abertura na altura da aplicação de carga foi utilizada como referência para a calibração dos parâmetros de um modelo de propagação de trinca para a simulação computacional do ensaio. Foram realizados procedimentos preliminares de verificação dos modelos 2D e 3D e para garantir a confiabilidade dos modelos, foi realizada uma análise de convergência de malhas e análises de sensibilidade dos parâmetros do modelo. Após a análise dos dois modelos foi definido que o modelo 2D é mais apropriado para o estudo de caso, foi utilizado um processo de otimização utilizando o software IsightTM para buscar uma curva de resposta que mais se aproximasse dos resultados experimentais. Com as propriedades otimizadas pelo IsightTM o modelo 2D com X-FEM foi capaz de representar com boa aproximação o comportamento de fratura do material comparado com as simulações do MC que utilizaram elementos coesivos da literatura.

Palavras-chave: método da cunha; X-FEM; correlação de imagens digitais

ABSTRACT

VALIDATION OF THE USE OF EXTENDED FINITE ELEMENTS FOR COMPUTATIONAL MODELING OF FRACTURE IN REFRACTORY MATERIAL SUBMITTED TO THE WEDGE SPLITTING TEST

Fracture mechanics must be considered in the structural design of ceramic components, especially for refractory materials that are commonly susceptible to cracking due to high temperature variations in their applications. The fracture of refractories can be analyzed through mechanical tests, among them the wedge splitting test (WST), which allows for stable crack growth even in brittle materials. This test was initially proposed to measure the fracture energy of the test specimen, but the crack propagation path can also be analyzed based on field measurements. With a computational simulation, we can estimate crack propagation, provided that the intrinsic parameters of the model are identified and validated with the help of experiments. The X-FEM (eXtended Finite Element Method), available in the software AbaqusTM, was applied to a WST on a commercial silica-aluminous refractory material. The experimental curve of horizontal force as a function of opening displacement at the application of load height was used as a reference for calibrating the parameters of a crack propagation model for the computational simulation of the test. Preliminary validation procedures were carried out for both 2D and 3D models, and to ensure the reliability of the models, mesh convergence analysis and sensitivity analyses of the parameters were performed. After analyzing both models, it was determined that the 2D model was more appropriate for the case study. An optimization process was performed using the software IsightTM to find a response curve that best approximated the experimental results. With the properties optimized by IsightTM, the 2D X-FEM model could represent the fracture behavior of the material with a good approximation compared to the WST simulations that used cohesive elements from the literature.

Keywords: Wedge Splitting Test; X-FEM; Digital Image Correlation

PUBLICAÇÕES

MENDONÇA, G. C.; MAGINADOR, R. V. ; SCIUTI, V. F. ; ANGELICO, R. A. ; CANTO, R. B. Aplicação da técnica dos elementos finitos estendidos (XFEM) para a simulação computacional da fratura pelo método da cunha em material refratário. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS. Anais. Águas de Lindóia - SP, 2022.

MENDONÇA, G. C.; MAGINADOR, R. V. ; SCIUTI, V. F. ; ANGELICO, R. A. ; CANTO, R. B. Aplicação da técnica dos Otimização de parâmetros para a simulação da fratura de um material refratário submetido ao método da cunha via método dos elementos finitos estendidos. In: Congresso Brasileiro de Cerâmica. Anais. Santos - SP, 2024.

SUMÁRIO

FOLHA DE APROVAÇÃO	i
AGRADECIMENTOS	ii
RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
PUBLICAÇÕES	v
SUMÁRIO	vi
LISTA DE TABELAS	viii
LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS	xii
LISTA DE SÍMBOLOS	xiii
1 INTRODUÇÃO	1
2 REVISÃO DA LITERATURA	3
2.1 Concretos refratários	3
2.2 Propriedades mecânicas dos concretos refratários	4
2.3 Método da Cunha	7
2.4 Correlação de imagens digitais	9
2.5 Método dos elementos finitos	11
2.6 X-FEM no Abaqus TM	13
2.7 Conclusão da Revisão	16
3 MATERIAIS E MÉTODOS	17

3.1	Material	17
3.2	Descrição do experimento	17
3.3	Simulação Numérica	18
3.4	Modelo de Elementos Finitos 2D	19
3.5	Modelo de Elementos Finitos 3D	22
3.6	Otimização Isight TM	24
4	RESULTADOS	26
4.1	Uso dos elementos finitos estendidos (X-FEM) para o MC	26
4.2	Tipo de Elemento	28
4.3	Convergência de Malha	29
4.4	Sensibilidade dos parâmetros	31
4.5	Modelo 2D com o uso do Isight TM	32
5	CONCLUSÕES	34
6	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	35
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	36

LISTA DE TABELAS

3.1	Variação dos parâmetros do modelo 2D em função de uma porcentagem dos valores obtidos por Vargas, et al [2].	22
3.2	Variação dos parâmetros do modelo 3D em função de uma porcentagem dos valores obtidos por Vargas [2]	24
4.1	Resumo dos parâmetros obtidos da literatura [2] e através da otimização do software Isight TM	33

LISTA DE FIGURAS

2.1	Ilustração de microestrutura dos concretos refratários. Adaptado da Ref. [8]	3
2.2	Modos de abertura de trinca, adaptado de: [10]	4
2.3	Esquema da Curva-R para dois materiais diferentes, sendo, R_0 , a resistência inicial à fratura e, a_0 , o comprimento inicial da trinca, adaptado de: [15]	6
2.4	Esquema dos mecanismos de tenacificação de materiais refratários, adaptado de: [11]	6
2.5	Formato de CDPs para a utilização do método da cunha, adaptado de: [24].	8
2.6	Esquema do ensaio do MC (medidas em mm), (a) posição da cunha, rolete, suporte e das cargas aplicadas no ensaio; (b) vista transversal; (c) geometria usual de uma amostra, adaptado de: [26]	9
2.7	CDP do MC com malha de elementos finitos utilizada no FEMU e detalhe para a região que contém os elementos coesivos adaptado de: [33]	10
2.8	(a) exemplo de uma geometria , (b) aplicação da malha e (c) malha refinada; adaptado de: [36].	11
2.9	Exemplos de formatos de elementos gerados pelas funções de forma, adaptado de: [38]	12
2.10	Modelos de elementos finitos nas três dimensões para uma estrutura tipo <i>shell</i> genérica, adaptado de: [39]	12
2.11	Princípios dos PNs, onde Ω_o é a região dos nós originais e Ω_p a região dos PN, adaptado de: [41]	13
2.12	Representação da malha de elementos finitos com as opções das regiões de cálculo da σ_1 , adaptado de: [41]	14
2.13	Curva linear (a) e não linear (b) da lei de tração separação, adaptado de: [41]	15
3.1	Fotografia de um CDP montado na máquina de ensaios, com os acessórios para a realização de um ensaio pelo MC dimensões em mm	18

3.2	Modelo 2D com as condições de contorno, em vermelho temos a região de aplicação do X-FEM.	20
3.3	Refinamento da malha, a dimensão média dos elementos respectivamente para as figuras a, b e c são de 2,0, 1,0 e 0,5 mm.	21
3.4	Malha final do modelo de EF 2D com um total de 6739 elementos, demonstrando a região do X-FEM e as condições de contorno. . .	21
3.5	Modelo 3D com as condições de contorno, em vermelho temos a região de aplicação do X-FEM.	22
3.6	Refinamento da malha, a dimensão média dos elementos respectivamente para as figuras a, b e c são de 9, 6 e 4mm.	23
3.7	Malha final do modelo de EF 3D com um total de 4811 elementos, demonstrando a região do X-FEM e as condições de contorno. . .	23
3.8	Fluxograma de otimização utilizado pelo software Isight TM para a realização da identificação dos parâmetros do modelo. Esse software cria uma rotina interativa onde um algoritmo otimiza e varia parâmetros do modelo do material e compara com os resultados obtidos virtualmente até que uma convergência satisfatória seja atingida.	24
3.9	Janela da interface gráfica do Isight TM com os parâmetros que foram variados: módulo de elasticidade (E) entre 14 a 21 GPa, tensão principal máxima (σ_1) entre 1,6 e 2,4 MPa e energia de fratura (Us) entre 0,1 e 0,160 J/m ²	25
4.1	Evolução do dano nos primeiros elementos da região X-FEM do modelo 2D. Em vermelho temos um elemento totalmente danificado e a evolução conforme a simulação avança sequencialmente em a, b, c, d, e.	26
4.2	Modelo 2D totalmente fraturado, com a trinca percorrendo toda a altura do CDP	26
4.3	Evolução do dano nos primeiros elementos da região X-FEM do modelo 3D. Em vermelho temos um elemento totalmente danificado e a evolução conforme a simulação avança sequencialmente em a, b, c, d, e.	27
4.4	Modelo 3D totalmente fraturado, com a trinca percorrendo toda a altura do CDP, onde as vistas a, b e c são respectivamente: frontal, traseira e perspectiva.	27

4.5	CPS4 - Elementos de 4 nós para o estado plano de deformações, o símbolo "x" representa os pontos de integração, adaptado de: [41].	28
4.6	Diferença entre os elementos do tipo CPS4 (estado plano de tensões) e CPE4 (estado plano de deformações) onde a curva de referência foi obtida no trabalho de Vargas, et al: [2].	28
4.7	Representação gráfica dos elementos C3D8 e C3D20, adaptado de: [41].	29
4.8	Curva de força e deslocamento do modelo 2D em função da dimensão média dos elementos, onde a curva de referência foi obtida por Vargas, et al: [2].	29
4.9	Curva de força e deslocamento do modelo 3D em função da dimensão média dos elementos, onde a curva de referência foi obtida por Vargas, et al: [2].	30
4.10	Malha final do modelo 2D (a) e do modelo 3D (b).	30
4.11	Curvas de força horizontal por deslocamento, com o intervalo de parâmetros simulados para o modelo 2D, comparando com a curva experimental, onde a curva de referência foi obtida por Vargas, et al: [2].	31
4.12	Curvas de força horizontal por deslocamento, com o intervalo de parâmetros simulados para o modelo 3D, comparando com a curva experimental onde a curva de referência foi obtida por Vargas, et al: [2].	32
4.13	Curva com os parâmetros otimizados pelo software Isight TM comparando com a curva experimental e com os parâmetros de referência obtidos por Vargas, et al [2].	33

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CDPs - Corpos de Prova

CID - Correlação de Imagens Digitais

CMOD - Crack Opening Mouth Displacement

CVD - Correlação de Volumes Digitais

CZM - Cohezive Zone Model

EF - Elementos Finitos

FEMU - Finite Element Method Updating

IBAR - Industria Brasileira de Artigos Refratários - Ibar - LTDA

LEFM - Linear Elastic Fracture Mechanics

MC - Método da Cunha

MEF - Método dos Elementos Finitos

PPGCEM - Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais

UFSCar - Universidade Federal de São Carlos

VCCT - Virtual Crack Closure Technique

XFEM - eXtended Finite Element Method

LISTA DE SÍMBOLOS

a_0 - comprimento inicial da trinca

E - módulo de Young

F_h - carga horizontal

F_v - carga vertical

G - taxa de liberação de energia de deformação

G_c - taxa de liberação de energia de deformação crítica

K - coeficiente de Intensidade de tensão da ponta da trinca

K_I - coeficiente de intensidade de tensão no modo I

K_{IC} - coeficiente de intensidade de tensão no modo I crítico

K_{IR} - coeficiente de Intensidade de tensão no modo I em função do comprimento da trinca

K_2 - coeficiente de intensidade de tensão no modo II

K_3 - coeficiente de intensidade de tensão no modo III

R - resistência a propagação de trinca (Curva-R)

R_0 - resistência inicial a fratura

α - ângulo da cunha

σ - tensão remota

σ_c - tensão crítica remota aplicada

σ_{max} - tensão de coesão

σ_R - tensão crítica remota aplicada durante a propagação de trinca

ν - coeficiente de Poisson

Ω_o - região dos nós originais

Ω_p - região dos phantom nodes

1 INTRODUÇÃO

Concretos refratários são materiais que podem ser sujeitos a ataques químicos em ambientes de altas temperaturas, aplicados na produção de vários materiais como vidros, metais, cimentos e produtos petroquímicos. Devido a sua aplicação em condições severas que podem resultar em altas variações de temperatura, é esperado o surgimento e propagação de trincas nesses materiais.

O método da cunha (MC) é um ensaio mecânico muito utilizado para o estudo da propagação estável de trincas, pois reduz a energia elástica transmitida da máquina de ensaio para a amostra durante o processo de fratura. Este ensaio pode ser descrito basicamente pela aplicação de uma carga vertical em um corpo de prova (CDP) entalhado, utilizando-se de uma cunha. A cunha transfere a carga vertical em cargas horizontais em dois roletes que solicitam o CDP idealmente em modo I de fratura. Na forma tradicional deste ensaio, o trabalho de fratura do CDP é comumente obtido a partir da área abaixo da curva da força vertical pelo deslocamento do atuador da máquina de ensaios, ou a partir da curva da força horizontal pela abertura da boca da trinca (do inglês, *Crack Mouth Opening Displacement - CMOD*), sendo o CMOD obtido geralmente por extensômetros mecânicos.

Uma maneira de extrair mais dados deste ensaio é através do uso de um conjunto de técnicas experimentais/computacionais, como a correlação de imagens digitais (CID), na qual é possível observar o campo de deslocamentos nas faces CDP e o método dos elementos finitos (MEF), que pode ser utilizado para a modelagem computacional do ensaio. A integração de dados das técnicas citadas pode ser utilizada para a identificação de parâmetros do material, além do trabalho de fratura do CDP. A aplicação do MEF em conjunto com a CID no MC já tem sido explorada na literatura [1, 2]. No entanto, há uma escassez de estudos sobre a utilização do método dos elementos finitos estendidos (*eXtended finite element methodod - X-FEM*), que é uma das técnicas para simular a propagação de trincas em materiais, que já está implementada nativamente no software AbaqusTM.

Diante deste contexto, essa pesquisa teve como propósito verificar o uso do X-FEM para modelos 2D e 3D e comparar com o que foi obtido experimentalmente a partir dos parâmetros obtidos por elementos coesivo do MC por meio do uso do X-FEM. Para isso, um ensaio pelo MC foi modelado em 2D e 3D utilizando o software de elementos finitos AbaqusTM em conjunto com o X-FEM. Algumas propriedades do material, extraídas da referência [1], foram utilizadas tanto como parâmetros iniciais para definir o modelo de material, assim como para comparar com parâmetros obtidos neste trabalho. As condições de contorno do modelo numérico foram estabelecidas com base em dados de CID obtidos também da literatura [3]. Após a verificação do modelo, foi utilizado o software IsightTM para aplicar um algoritmo de otimização dos parâmetros para obter uma curva de resposta que mais se aproximasse dos resultados experimentais.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Concretos refratários

As cerâmicas refratárias recebem esta denominação pois são capazes de manter parte de suas propriedades de interesse em ambientes de altíssimas temperaturas, além de serem capazes de resistir a níveis elevados de tensões geradas por variações volumétricas e por gradientes térmicos, sendo que tais características são importantes para sua aplicação nos mais diversos setores industriais de produção de materiais como metais, vidros, cimentos e produtos petroquímicos [4]. Pesquisas que visam estratégias de aumentar a produtividade e qualidade dos materiais refratários têm sido desenvolvidas devido ao grande interesse industrial nesses materiais [5]. Os produtos refratários podem ser classificadas como monolíticas, ou seja, materiais conformados *in loco*, como concretos, argamassas, massas plásticas e podem ser fabricados e comercializadas em formatos bem definidos, como tijolos, placas, etc. Os monolíticos vêm ganhando bastante destaque, principalmente devido aos avanços de qualidade das matérias primas e do surgimentos de técnicas de processamento que proporcionam as mais diversas propriedades a esses materiais [6].

Os concretos refratários são constituídos por agregados grosseiros que representam a maior fração do material em massa e por partículas finas que formam uma matriz que facilita o processamento, preenchendo os vazios deixados pelos agregados grosseiros, aumentando o fator de empacotamento. Também podem ser aplicados aditivos e ligantes em suas formulações. Na Figura 2.1, é apresentado um esquema com estes constituintes em uma possível microestrutura de um concreto refratário [7, 8].

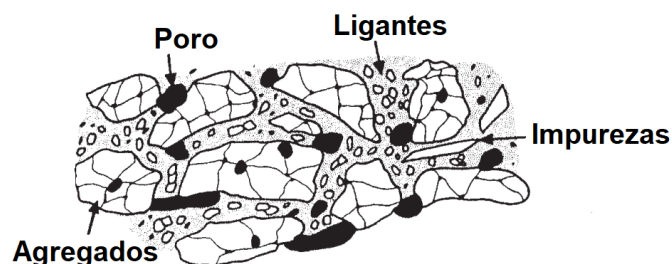


Figura 2.1: Ilustração de microestrutura dos concretos refratários. Adaptado da Ref. [8]

As propriedades dos concretos refratários possuem relação direta com sua composição química e mineralógica. Os principais concretos refratários utilizados são aqueles que possuem agregados aluminosos ou silicatos, bem como os refratários básicos que contém magnésia, embora isso seja fortemente dependente das condições de aplicação [7]. O emprego da alumina como matéria prima já é bem difundido na literatura e na indústria [9], principalmente devido as suas propriedades mecânicas, térmicas e químicas [7].

2.2 Propriedades mecânicas dos concretos refratários

Os concretos refratários são materiais que apresentam comportamento mecânico próximo do elástico-linear em temperatura ambiente, ou seja, quando solicitado mecanicamente há proporcionalidade linear entre tensão e deformação elástica. Tratam-se de materiais geralmente frágeis [10, 11] que falham de maneira catastrófica, o que torna muito importante o estudo da mecânica da fratura para projetos com estes materiais [12].

A mecânica da fratura busca entender e prever a propagação de trincas que podem ser advindas de concentração de tensões em poros, heterogeneidades (fases) e outros defeitos. Existem três tipos de modos de abertura de trinca (Figura 2.2) que variam conforme a orientação da carga aplicada na peça, além disso, um material pode sofrer uma combinação desses modos (I, II e III) [10, 11, 13]. Nesta pesquisa será abordado apenas o modo I de fratura [10, 11, 13].

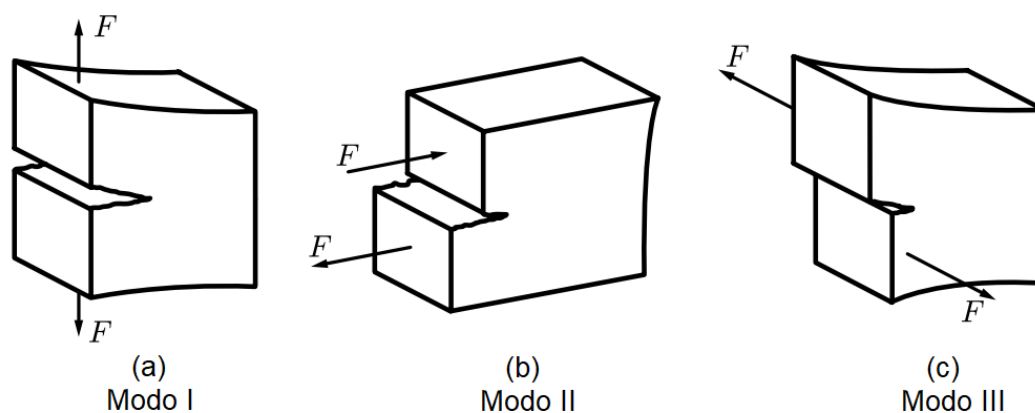


Figura 2.2: Modos de abertura de trinca, adaptado de: [10]

A propagação de trinca nos materiais pode ocorrer de maneira estável ou ins-

tável. A severidade com que ocorre a propagação está diretamente relacionada à curva de resistência à propagação de trincas, denominada de Curva-R, que será discutida mais adiante [11].

Em relação ao comportamento mecânico para materiais elástico-lineares, a propagação da trinca depende da tensão na ponta da mesma. Como é inviável medir ou estimar a tensão em uma região tão diminuta, utiliza-se o fator de intensidade de tensões na ponta da trinca que é definido K e, para o modo I, por K_I [11], definido como:

$$K_I = \sigma x \sqrt{c} \quad (2.1)$$

em que σ é a tensão remota aplicada, x é um fator geométrico e c é o comprimento do defeito. Neste sentido pode-se definir uma situação crítica através de K_{IC} [13] descrito como:

$$K_{IC} = \sigma_c x \sqrt{c} \quad (2.2)$$

sendo σ_c , a tensão remota no momento da fratura, quando K_I atinge o valor crítico K_{IC} , que é uma propriedade do material. Neste instante, a trinca se propaga, geralmente de maneira catastrófica [13].

A taxa de liberação de energia de deformação, G , é determinada como a taxa da perda de energia durante a propagação de uma trinca. Essa taxa é importante, pois, conforme G aumenta até um valor crítico, G_c , a trinca se torna instável e se propaga de maneira rápida e sem controle. Em materiais submetidos ao modo I de fratura, G_c se comporta de maneira muito similar ao K_{IC} [14].

A Curva-R representa a resistência à propagação de trincas. Na Figura 2.3 é esquematizado o comportamento da Curva-R para uma cerâmica frágil (linha tracejada) e para um material cerâmico tenacificado (linha contínua). Uma Curva-R plana ocorre em materiais extremamente frágeis que não possuem mecanismos de dissipação de energia durante a propagação das trincas. Já para materiais refratários tenacificados, a Curva-R aumenta com a propagação da trinca [15].

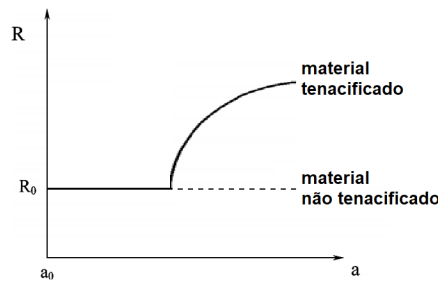


Figura 2.3: Esquema da Curva-R para dois materiais diferentes, sendo, R_0 , a resistência inicial à fratura e, a_0 , o comprimento inicial da trinca, adaptado de: [15]

À medida que surgem defeitos como o micro trincamento no material, ocorrem muitos fenômenos que aumentam o consumo de energia, chamados de mecanismos de tenacificação. Na Figura 2.4 é apresentado um esquema dos principais mecanismos que retardam o avanço da trinca em materiais refratários [11, 16].

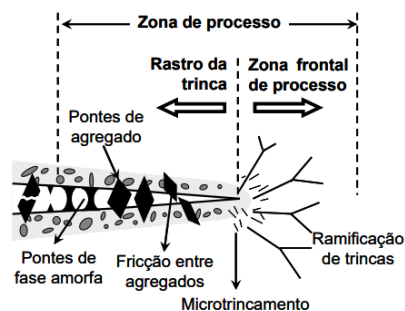


Figura 2.4: Esquema dos mecanismos de tenacificação de materiais refratários, adaptado de: [11]

Esses mecanismos podem ocorrer de maneira simultânea e em diferentes intensidades, dificultando a determinação do comprimento da trinca, pois dificultam a sua propagação em linha reta [11]. Portanto, a resistência à fratura em materiais tenacificados é um fenômeno complexo devido ao caráter não linear que depende da propagação das trincas, demonstrando a importância do estudo e do entendimento do efeito da Curva-R nos materiais [13].

Na literatura já foram amplamente discutidas metodologias e ensaios mecânicos para determinar a Curva-R dos materiais refratários utilizando diferentes geometrias [15, 17–20]. Uma das formas mais usuais é pela dissipação de energia durante a propagação de uma trinca calculada pela teoria da mecânica da fratura.

Para isso, é necessário calcular o K_{IR} que é dado na equação (2.3)

$$K_{IR} = \sigma_R(c)x\sqrt{c} \quad (2.3)$$

A diferença entre a equação (2.2) e a equação (2.3) é a dependência entre a tensão remota aplicada σ_R e o tamanho do defeito c . Para um estado plano de tensões, o K_{IC} é dependente da energia de fratura G :

$$K_{IC} = \sqrt{\left(\frac{EG_c}{1-\nu^2}\right)} \quad (2.4)$$

sendo, E , o módulo de Young e, ν , o coeficiente de Poisson. Para um material com propagação estável, podemos considerar que o valor da Curva-R é o mesmo valor de G_c para cada incremento de tamanho de trinca, portanto, combinando a Equação (2.3) e a Equação (2.4), é possível determinar o valor da Curva-R em qualquer material, desde que a propagação estável ocorra [13], obtendo assim:

$$R = \frac{K_{IR}^2(c)(1-\nu^2)}{E} = \frac{\sigma_R^2(c)x^2(1-\nu^2)}{E} \quad (2.5)$$

Em relação ao escopo dessa pesquisa, o uso do MC é uma forma de obter um desenvolvimento estável da trinca validando o uso da Equação (2.5), além disso, com o surgimento de novas técnicas computacionais, como o uso do MEF em conjunto da técnica de CID, tem-se obtido a Curva-R com menor quantidade de ensaios [1].

2.3 Método da Cunha

O método da cunha (MC) é um ensaio mecânico empregado para obter uma propagação estável de trincas. Ele é usualmente aplicado em materiais frágeis, como concretos refratários, nos quais a fratura tende a ser catastrófica. Esse método foi patenteado por Tschegg em 1986 [21, 22] para obter a energia de fratura dos materiais frágeis [23]. Pesquisas recentes mostraram que o uso do MC em conjunto da CID permitiu a obtenção de outros dados importantes para a mecânica da fratura como K_I , K_{IC} , Curva-R e o comprimento da trinca com menos experimentos [1].

Os possíveis formatos de (CDPs) para aplicação do MC podem ser observados na Figura 2.5. O modelo em formato de cubo Figura 2.5 (a) é recomendado para concretos refratários por ser de fácil fabricação, para aplicar o MC em estruturas já existentes indica-se a utilização de CDPs com formas cilíndricas Figuras 2.5 (b) e (c) devido a fácil extração de amostras utilizando uma serra copo. Porém, o método não está ligado a nenhuma geometria obrigatória, por exemplo, na Figura 2.5 (d) é mostrado um exemplo em que o MC pode ser realizado qualquer formato desde que o material seja capaz de resistir aos esforços induzidos na preparação da amostra [13, 15, 24]. A adição de um entalhe ao longo de toda a espessura do CDP e de ranhuras nas suas faces, como pode ser visto na Figura 2.5 (a), concentra tensões para que a fratura ocorra na região central do CDP e induza a propagação da trinca seguindo um plano vertical [25].

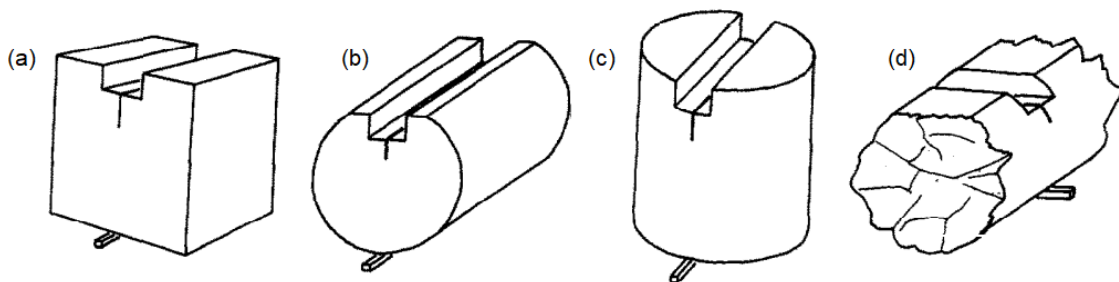


Figura 2.5: Formato de CDPs para a utilização do método da cunha, adaptado de: [24].

O ensaio consiste na aplicação de uma carga vertical (F_v) (podendo ser aplicada em um carregamento monotônico ou em ciclos de carregamentos progressivos) transmitida para os roletes por intermédio da cunha (que dá nome ao ensaio). Com o auxílio dos roletes e dos suportes metálicos, é gerada uma carga horizontal (F_h) que abre a boca da trinca, sendo a abertura (CMOD) usualmente medida por extensômetros mecânicos no CDP. Após a aplicação dos esforços, é gerada uma trinca predominantemente de modo I que divide o CDP em duas partes e a grande vantagem da utilização do método deve-se ao efeito da cunha, que reduz a energia elástica armazenada na máquina de ensaio e permite a evolução de uma trinca estável no CDP. Um esquema do ensaio pode ser observado na Figura 2.6 [13, 24].

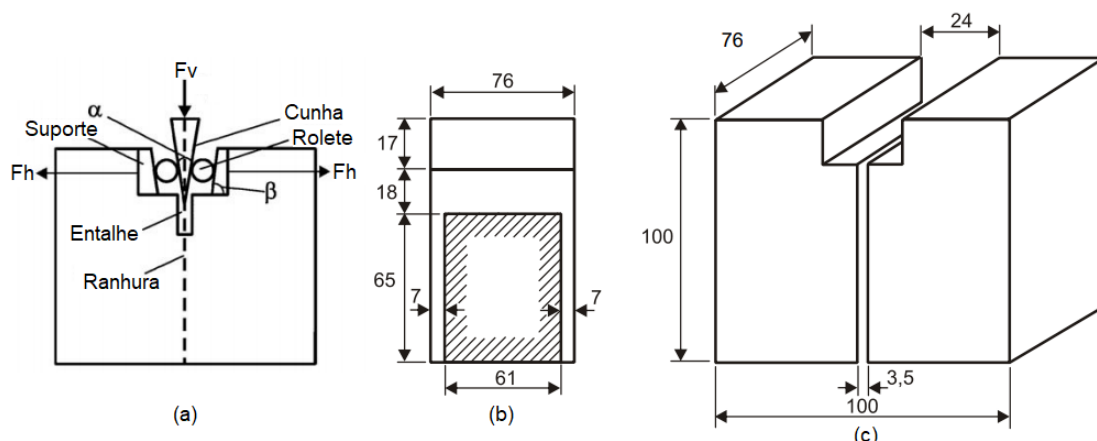


Figura 2.6: Esquema do ensaio do MC (medidas em mm), (a) posição da cunha, rolete, suporte e das cargas aplicadas no ensaio; (b) vista transversal; (c) geometria usual de uma amostra, adaptado de: [26]

A carga vertical aplicada na máquina de ensaio é diferente das cargas horizontais transmitidas ao CDP, isso é demonstrado na Equação (2.6),

$$F_h = \frac{F_v}{2 \operatorname{tg}(\alpha/2)} \quad (2.6)$$

sendo as cargas horizontais (F_h) dependentes do ângulo α da cunha. Na literatura é muito comum o uso de α com valores entre 5° e 15° [24].

Neste projeto serão utilizados resultados provenientes de ensaios pelo MC em CDP em formato paralelepípedo que possuem faces planas para aplicação da CID, como mostrado na Figura 2.6.

2.4 Correlação de imagens digitais

A técnica de Correlação de Imagens Digitais (CID) é um tratamento computacional de imagens obtidas antes e durante um evento causador de deslocamentos no CDP. Dessa forma, é possível obter campos de deslocamento em face(s) fotografada(s) [27]. A CID também pode ser aplicada para modelos 3D de superfícies utilizando duas ou mais câmeras rotacionadas de um ângulo conhecido (stereo-correlação) permitindo obter dados em superfícies curvas [27], ou até mesmo para modelos utilizando volumes obtidos por tomografias computadorizadas, neste caso a técnica é chamada de correlação de volumes digitais (CVD) [28].

A CID de abordagem global utiliza uma malha de elementos finitos para obtenção dos campos de deslocamento e é uma técnica chave para conectar simulações computacionais que utilizam o MEF e os ensaios mecânicos, fornecendo dados que não são possíveis de se obter por extensômetros convencionais. A técnica também auxilia na obtenção de propriedades mecânicas dos materiais quando seus resultados são comparados com um modelo em elementos finitos no qual os parâmetros de comportamento mecânico do material são atualizados iterativamente, o que é conhecido como FEMU (*finite element method updating*) [29, 30]. A utilização da CID para a análise de propagação de trincas em concretos refratários tem demonstrado ótimos resultados em estudos recentes [1–3, 30–32].

Vargas *et al.* [33] utilizaram FEMU baseado na força de reação medida na célula de carga e a resultante da força de reação do modelo MEF (FEMU-F) para obter parâmetros de um modelo coesivo, neste caso, tratam-se dos parâmetros tensão de coesão σ_{max} e energia de fratura J_c . Os autores demonstraram a eficiência do método e comprovaram como a sinergia entre a CID e o MEF no FEMU enriquece as informações obtidas em um único ensaio mecânico. Como mencionado, foram utilizados elementos coesivos, os quais se degradam com o avanço da trinca, mas não permitem que trincas passem pelo interior do elemento e/ou bifurquem. Na Figura 2.7 é mostrada a malha utilizada no procedimento com detalhe para a região de elementos coesivos.

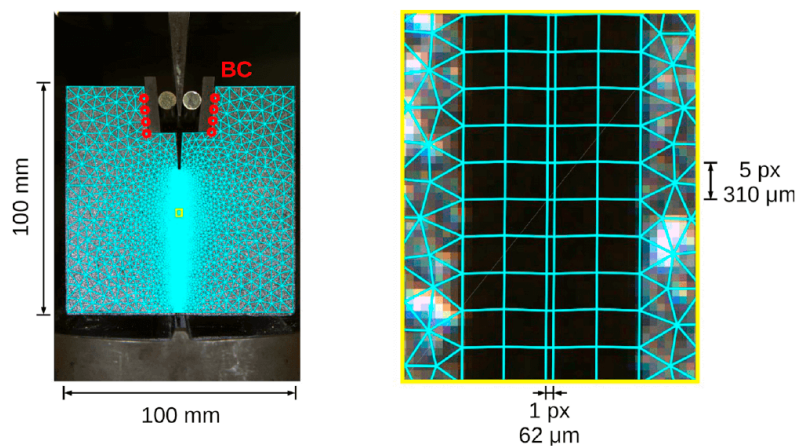


Figura 2.7: CDP do MC com malha de elementos finitos utilizada no FEMU e detalhe para a região que contém os elementos coesivos adaptado de: [33]

2.5 Método dos elementos finitos

O método de elementos finitos (MEF) é empregado para a obtenção de soluções de problemas sem soluções analíticas pelo uso de equações lineares em um domínio de interesse, discretizado por um número finito de elementos [34], essencialmente transformando um problema infinito-dimensional em um problema finito-dimensional [35]. O MEF foi desenvolvido nos anos 1950 para a indústria aeroespacial [36] e com o avanço exponencial da tecnologia e redução dos custos dos computadores, o MEF é cada vez mais utilizado em diversos tipos de problemas, como na análise de problemas extremamente complexos com elementos de diferentes geometrias e tamanhos. Isto permite o uso do MEF nos mais diversos setores da engenharia e da ciência, como mecânica dos sólidos, mecânica dos fluidos, transmissão de calor e no campo do eletromagnetismo [37].

Para a aplicação do MEF, a geometria em estudo é dividida em elementos finitos que formam uma malha, como ilustrado na Figura 2.8. Quando o problema é decomposto em um sistema linear de equações, o número de incógnitas é equivalente ao número de cada nó multiplicado pelo número de graus de liberdade dos nós [36]. Como a quantidade pode chegar na ordem de milhões, devido à complexidade dos projetos de engenharia, por vezes faz-se necessário o uso de computadores e softwares robustos para o processamento do MEF, como os comerciais: NastranTM, ANSYSTM e AbaqusTM [13].

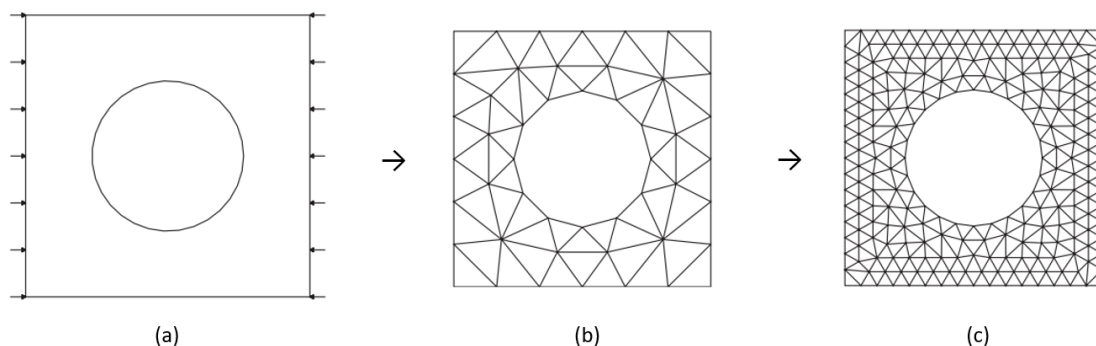


Figura 2.8: (a) exemplo de uma geometria , (b) aplicação da malha e (c) malha refinada; adaptado de: [36]

As funções de forma desempenham um papel essencial na análise por ele-

mentos finitos, sendo utilizadas para aproximar a solução de problemas complexos que são modelados nessa abordagem numérica. Elas representam funções matemáticas que descrevem a distribuição espacial de uma determinada propriedade física dentro de cada elemento finito. Para aplicações de engenharia, a função de forma varia de acordo com o formato do elemento finito, como observado na Figura 2.9 [36, 38].

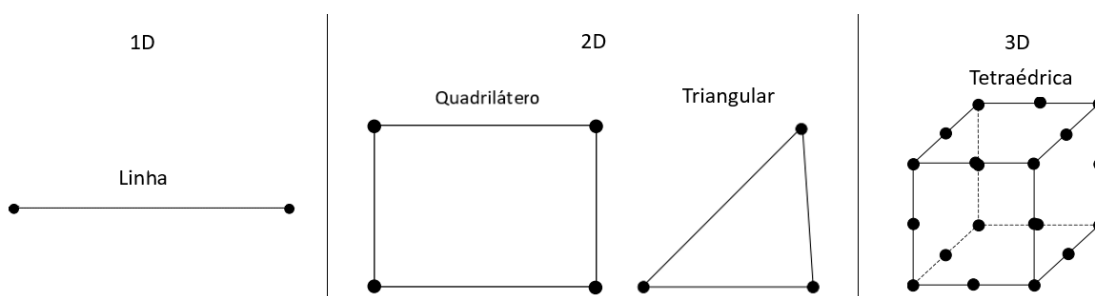


Figura 2.9: Exemplos de formatos de elementos gerados pelas funções de forma, adaptado de: [38]

A escolha das funções de forma depende principalmente do grau de aproximação que se pretende obter no modelo de EF. Elementos simples utilizam-se de funções lineares, neste caso, dependendo apenas de um maior número de elementos para a melhoria da solução. Alguns problemas podem exigir funções de forma mais complexas (*e.g.* polinômio de maior grau), permitindo soluções mais exatas sem alterar a quantidade de elementos. Na Figura 2.10 podem ser observados alguns modelos genéricos nas três dimensões [38].

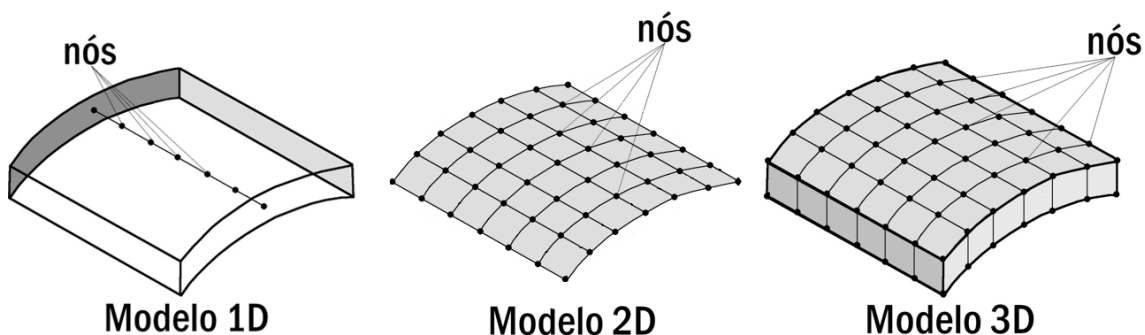


Figura 2.10: Modelos de elementos finitos nas três dimensões para uma estrutura tipo *shell* genérica, adaptado de: [39]

Uma das formas de estudo de propagação de trincas nos materiais é através do uso do Método dos Elementos Finitos Estendido, (X-FEM). No software AbaqusTM, o uso do X-FEM permite que a trinca atravesse os elementos, não havendo necessidade de fazer uma malha contendo a trinca e/ou a sucessiva atualização da malha, tornando mais simples a construção de um modelo. O X-FEM, através do uso de *Phantom Nodes* (PN) pode utilizar duas técnicas para representar descontinuidades nos elementos que são: CZM *Cohesive Zone Model* e VCCT (*Virtual Crack Closure Technique*) [40, 41].

2.6 X-FEM no AbaqusTM

O AbaqusTM utiliza duas técnicas para a propagação de trincas que são o CZM e VCCT, ambas utilizam os PN que são elementos que são sobrepostos nos nós originais. Esses elementos são introduzidos para representar a descontinuidade, como por exemplo, uma trinca, sendo que quando um elemento não apresenta descontinuidade, a posição do PN é idêntica à do elemento original. Por outro lado, quando o elemento é cortado por uma trinca, ele se divide em duas partes, formadas por uma combinação de nós reais e PN. A magnitude da separação entre os PN e os reais é governada pela lei coesiva, onde a separação ocorre quando a resistência coesiva é reduzida a zero. Nesse momento, os nós fantasmas e os reais podem se mover de forma independente, conforme ilustrado na Figura 2.11 [41].

○ *Phantom Nodes*

● *Nós*

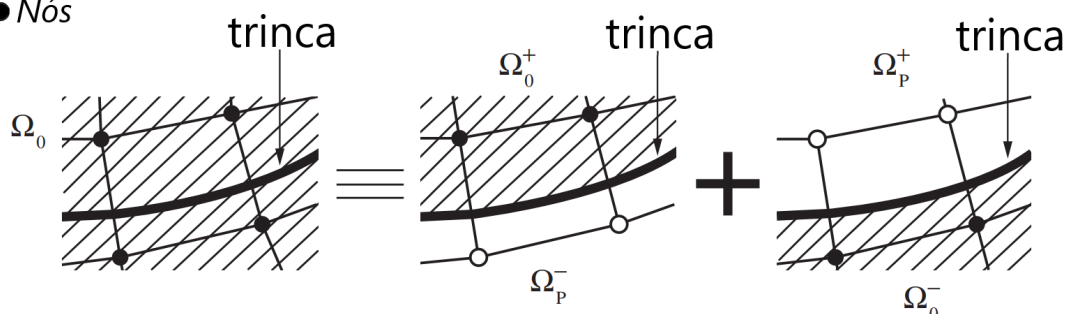


Figura 2.11: Princípios dos PNs, onde Ω_o é a região dos nós originais e Ω_p a região dos PN, adaptado de: [41]

O CZM utiliza como critério de iniciação de dano a tensão σ_1 . Esse critério de iniciação de dano está presente nativamente no software AbaqusTM, a partir de uma variável f ,

$$f = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{max}^0} \quad (2.7)$$

sendo σ_{max}^0 representado pelo valor de σ_1 definido no AbaqusTM pelo usuário e a σ_{max} o valor máximo entre as tensões principais que ocorrem no elemento. Quando o valor de f na chega ao valor 1, a propagação da trinca é iniciada [41].

Por padrão no AbaqusTM, utiliza-se os valores da σ_1 no centroide de um elemento para determinar se o critério de iniciação de dano foi atingido, essa aproximação é recomendada para casos onde se tem uma malha suficientemente refinada. Porém, quando se tem malha mais grosseiras a aproximação de cálculo pelo centroide pode não ser o suficiente, sendo mais indicado que σ_1 seja extrapolada para a ponta da trinca. É possível também utilizar uma combinação das duas alternativas, onde σ_1 pode ser extrapolada para a ponta da trinca e se o critério de iniciação de dano for atingido, utilizar os valores de tensão obtidos do centroide do elemento para determinar a propagação de trinca. As três formas de calcular da tensão está ilustrada na Figura 2.12 [41].

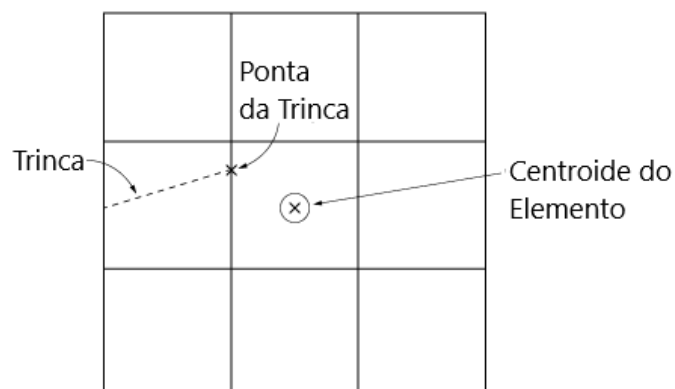


Figura 2.12: Representação da malha de elementos finitos com as opções das regiões de cálculo da σ_1 , adaptado de: [41]

A evolução do dano, e conseqüentemente da trinca no AbaqusTM, ocorre pela existência de uma variável de dano que aumenta após o critério de iniciação de dano ser atingido.

Com a aplicação de um carregamento, a variável de dano aumenta de 0 até 1 representando a redução da rigidez dos elementos enquanto são degradados. Essa lei de dano pode ser linear ou não linear e é representada pela lei de tração separação conforme pode ser observado na Figura 2.13. A área abaixo da curva tração-separação é a energia de fratura (U_s). Quando a área abaixo da curva atinge o valor de U_s , o elemento se torna completamente separado pela trinca [41].

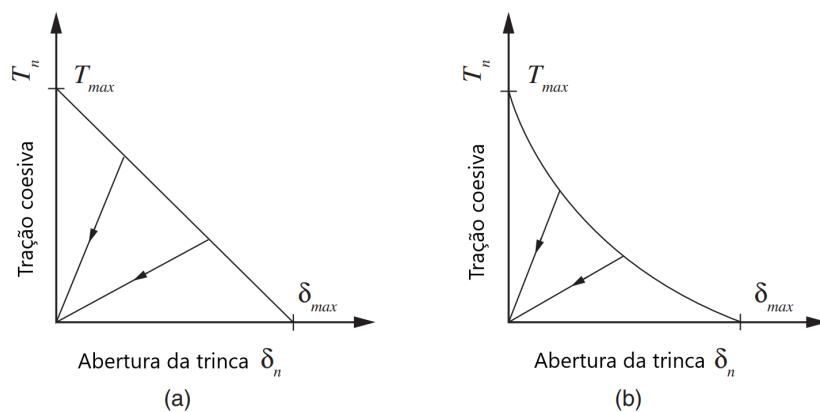


Figura 2.13: Curva linear (a) e não linear (b) da lei de tração separação, adaptado de: [41]

Outra técnica para propagar trinca utilizando o X-FEM é através do método LEFM (Linear Elastic Fracture Mechanics) baseado no VCCT. A propagação da trinca é baseada na taxa de liberação de energia G . A liberação da energia é calculada na ponta da trinca através do VCCT e a propagação ocorre quando G chega a um valor crítico da energia G_c , ambos definidos no AbaqusTM. A grande vantagem do VCCT, é que ele permite que exista uma combinação das energias do modo I, II e III de fratura [41].

Existem três leis que podem ser aplicadas no Abaqus para utilizar o VCCT que são a Benzeggagh-Kenane (BK), Power (Lei das potências) e Reeder. Para um demonstrativo de como funciona uma dessas leis, a lei das potências é descrita por Wu e Reuter [42] pela equação (2.8):

$$\frac{G}{G_c} = \left(\frac{G_I}{G_{Ic}}\right)^{am} + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIc}}\right)^{an} + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIc}}\right)^{ao} \quad (2.8)$$

sendo G_I , G_{Ic} , G_{II} , G_{IIc} , G_{III} , G_{IIIc} , respectivamente, a liberação de energia e a liberação crítica de energia dos modos I, II, III de fratura. Sendo que a_m , a_n e a_o são pesos de cada uma das contribuições e os valores de G_{Ic} , G_{IIc} , G_{IIIc} são propriedades do material. A principal diferença entre o CZM e o LEFM é devido a sua necessidade de criar uma interação de contato entre duas partes no modelo do AbaqusTM [41].

2.7 Conclusão da Revisão

A fratura de refratários pode ser analisada a partir de ensaios mecânicos, dentre estes, o ensaio do MC, o qual permite obter a propagação estável de trinca, mesmo em materiais frágeis. Através do uso conjunto de EF e CID é possível obtenção de informações importantes sobre o comportamento mecânico dos materiais. Por meio da simulação numérica, é possível estudar o comportamento do material sob diferentes condições de carregamento e obter informações sobre tensões, deformações e fraturas. A CID, por sua vez, permite a análise dos deslocamentos na superfície de uma peça cerâmica durante o ensaio, permitindo a obtenção de informações sobre deformações na região da trinca. Através do uso X-FEM no software AbaqusTM é possível modelar a propagação de trincas e descrever descontinuidades nos elementos através do uso de técnicas como Phantom Nodes, Cohesive Zone Model (CZM) e Virtual Crack Closure Technique (VCCT).

A aplicação do X-FEM através do CZM consiste na incorporação de uma função de enriquecimento nas funções de forma dos elementos finitos com uma condição de dano, que permite a propagação de uma trinca em uma região específica, possibilitando a modelagem de descontinuidades, como trincas, sem a necessidade de realizar um remalhamento constante [43]. A aplicação do X-FEM pode ser realizada em todo o material ou restrita a uma região específica da amostra, como já é conhecido o caminho percorrido pela trinca conforme observado experimentalmente e visando reduzir o custo computacional, optou-se por aplicar o X-FEM apenas na região esperada da trinca.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Material

Os dados experimentais utilizados neste estudo foram obtidos da Ref [1]. O material do CDP analisado pelo MC é um concreto refratário comercial fornecido pela empresa IBAR (Indústrias Brasileiras de Artigos Refratários - Ibar - LTDA). Este material recebeu uma ampla investigação em estudos realizados por Miyaji *et al.* [44], Pereira *et al.* [45] Staffuza *et al.* [46], Vargas *et al.* [1, 13, 31, 33] e Sciuti *et al.* [3]. Trata-se de um concreto refratário aluminoso de baixo teor de cimento contendo mulita e zircônia fundida, sendo classificado como de ultra baixo teor de cimento ($0,2\% < \text{CaO} < 1,0\%$) e sua composição química em massa é de 45% de Al_2O_3 , 1,2% de Fe_2O_3 e 50% de SiO_2 . Sua composição mineralógica consiste em quartzo (SiO_2), mulita ($\text{Al}_6\text{Si}_2\text{O}_{13}$), cianita (Al_2SiO_5), β cristobalita (SiO_2) e alumina (Al_2O_3) [44]. Para a fabricação do CDP, os autores [44–46] utilizaram uma relação água/cimento de 8,5% em função da massa do concreto. Sua temperatura de queima é de 540°C , não ocorrendo a transformação de fase entre α quartzo para β quartzo, possibilitando a ocorrência de fases anisotrópicas, as quais podem causar o início e a propagação de trincas no material durante seu processamento [1, 45].

3.2 Descrição do experimento

O CDP utilizado por Vargas *et al.* [1] possui as dimensões de $100 \times 100 \times 72,5 \text{ mm}^3$. Uma fotografia do CDP montado entre as placas de compressão da máquina de ensaios, com destaques para os dispositivos de ensaio (cunha, placas e roletes), em aço, pode ser observada na Figura 3.1.

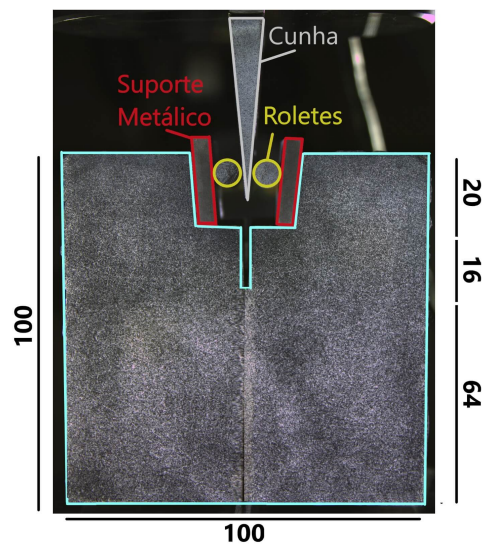


Figura 3.1: Fotografia de um CDP montado na máquina de ensaios, com os acessórios para a realização de um ensaio pelo MC dimensões em mm

Para melhorar o contraste da amostra para o uso da técnica de CID, o material recebeu uma pintura chamada de mosqueado (*mouchetis*, em francês e *Speckle*, em inglês), em que é aplicada uma camada fina de tinta aerossol branca e posteriormente sobreposta por gotículas de tinta aerossol preta, permitindo a obtenção de pequenas regiões com tons de cinza distintos e dispersas de forma aleatória na superfície da amostra.

O ensaio foi realizado em uma máquina universal de ensaios da marca MTS, série 810, com uma célula de carga de 5 kN. Os experimentos foram controlados pelo deslocamento do atuador, com uma velocidade de $35 \mu \cdot \text{min}^{-1}$.

Para a aquisição das imagens e estudo da propagação das trincas, foram utilizadas duas câmeras Canon 50D com lentes objetivas com aberturas de 28-135 μm , utilizando como iluminação quatro luminárias de LEDs. Foram obtidas 258 imagens de cada face da amostra (frontal e traseira). O ensaio teve uma duração total aproximada de 45 min, com uma taxa de aquisição de uma imagem a cada 10 segundos.

3.3 Simulação Numérica

Para a simulação numérica do modelo, foi utilizado o software comercial de elementos finitos AbaqusTM.

Foi considerado um modelo linear-elástico, onde a ruptura ocorre através da

tensão última ou deformação última (representando um modelo elástico). Como critério de inicialização de dano, foi considerada a tensão principal máxima (σ_1).

Para modelar a propagação das trincas, foi utilizado o X-FEM, dentre as suas duas técnicas para aplicação, foi aplicado o CZM, que utiliza elementos baseados na lei coesiva de tração-separação, a grande vantagem do uso do CZM em relação ao VCCT é o fato de poder ser aplicado em toda uma região do CDP.

Para garantir a confiabilidade dos resultados do modelo 2D, foram realizados diversos procedimentos de verificação. Inicialmente, uma análise de convergência de malhas foi conduzida para avaliar a do tamanho dos elementos da malha nos resultados finais, buscando obter a melhor relação de custo e benefício computacional entre as simulações. Após determinar os elementos e aprimorar a eficiência da malha, foi feita uma análise de sensibilidade para avaliar como cada parâmetro afeta o resultado da simulação. O mesmo ocorreu para o modelo 3D, para melhor representar o modelo 2D no ambiente 3D foi aplicado o CMOD de forma distribuída, também foi feita uma análise da influência do refinamento da malha e adicionalmente, uma análise de sensibilidade das propriedades foi conduzida para ajustar os parâmetros do modelo. Essa análise permitiu identificar a influência de cada propriedade nas simulações e ajustar os parâmetros de acordo com as características do material.

Após a verificação dos dois modelos e definido que o modelo 2D é mais apropriado para o estudo de caso, foi utilizado um processo de otimização utilizando o software IsightTM para buscar uma curva de resposta que mais se aproximasse dos resultados experimentais. Esse processo consistiu na variação dos parâmetros do modelo, como módulo de elasticidade, energia de fratura e tensão máxima limite, utilizando um algoritmo de otimização incorporado no software.

3.4 Modelo de Elementos Finitos 2D

O modelo numérico 2D de elementos finitos foi desenvolvido usando o software AbaqusTM. O modelo possui as dimensões nominais do MC de 100 x 100 x 72,5 mm³ iguais à do CDP ensaiado.

Como forma preliminar de estudar o material, foram utilizadas propriedades obtidas na literatura [2], o critério adotado para a iniciação de dano foi a tensão

máxima principal (σ_1), considerando uma tensão limite de 2 MPa e energia de fratura de 136 J/m², foram utilizados elementos do tipo CPS4 (*Four-node plane stress element*).

Como condição de contorno na região superior de aplicação de carga (onde, no experimento, se situam a cunha, roletes e placas metálicas), foram aplicados os deslocamentos da abertura da boca da trinca (CMOD) obtido via CID na direção horizontal. Foi utilizado O CMOD médio dentre as duas faces do corpo de prova, os deslocamentos verticais nesses pontos foram restringidas para simplificar o modelo, após verificar que sua influência nos resultados é baixa, o que é esperado nesse tipo de ensaio concebido para um carregamento predominantemente de abertura. O modelo 2D criado no AbaqusTM está ilustrado na Figura 3.2.

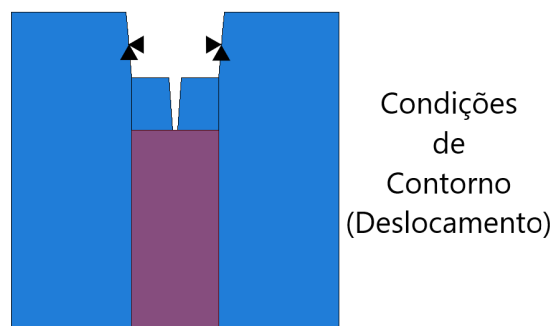


Figura 3.2: Modelo 2D com as condições de contorno, em vermelho temos a região de aplicação do X-FEM.

A análise de convergência de malhas tem como objetivo otimizar o custo computacional e reduzir significativamente o tempo de simulação sem perder a qualidade das análises. Para isso, foram definidos elementos de 2,0, 1,75, 1,50, 1,25, 1,00, 0,75 e 0,50 mm com respectivamente 3120, 3059, 3838, 5891, 9264, 16471 e 37184 elementos (conforme ilustrado na Figura 3.3) em todo o CDP.

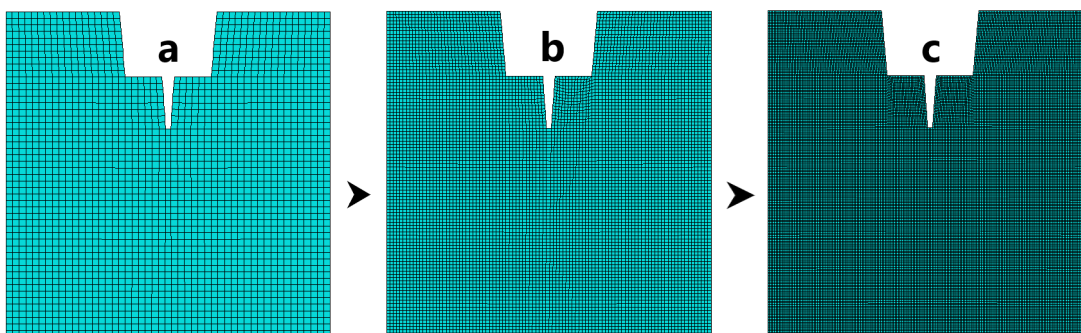


Figura 3.3: Refinamento da malha, a dimensão média dos elementos respectivamente para as figuras a, b e c são de 2,0, 1,0 e 0,5 mm.

Após a determinação da malha com elementos médios de 0.75 mm, reduziu os elementos da área externa para 4mm ao X-FEM visando reduzir o custo computacional das análises, como observado na Figura 3.4.

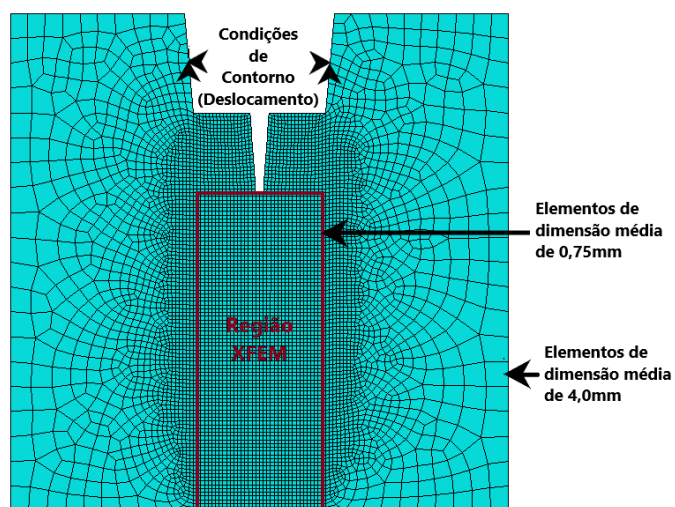


Figura 3.4: Malha final do modelo de EF 2D com um total de 6739 elementos, demonstrando a região do X-FEM e as condições de contorno.

Foi conduzido um teste preliminar para analisar a sensibilidade dos parâmetros: módulo de elasticidade (E), energia de fratura (U_s) e tensão principal máxima (σ_1). Para cada parâmetro, foram realizadas variações de -10% e 20% em relação aos valores obtidos no trabalho de Vargas [2], com o objetivo de se aproximar o máximo possível da curva experimental. A Tabela 3.1 apresenta os valores utilizados.

Tabela 3.1: Variação dos parâmetros do modelo 2D em função de uma porcentagem dos valores obtidos por Vargas, et al [2].

Variação de Parâmetros-%	-10	0	20
Módulo de Elasticidade (E) - GPa	15,3	17,0	20,4
Energia de Fratura (Us) - J/m ²	122,4	136,0	163,2
Tensão Máxima Limite (σ_1) - MPa	1,8	2,0	2,4

3.5 Modelo de Elementos Finitos 3D

O modelo numérico 3D (Figura 3.5) de elementos finitos também foi desenvolvido utilizando o software AbaqusTM. No modelo 3D, foram adotadas os mesmos parâmetros e características utilizadas nas simulações preliminares dos modelos 2D. Isso inclui o módulo de elasticidade de 17 GPa, o coeficiente de Poisson de 0,2, a tensão máxima principal (σ_1) de 2 MPa e a energia de fratura de 136 J/m², foram utilizados elementos do tipo C3D8 (*Eight-node brick element*). Além disso, a aplicação do X-FEM também foi realizada na região esperada da trinca.

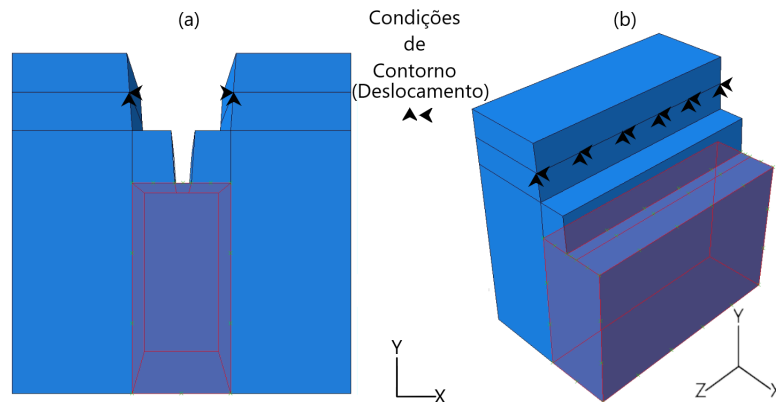


Figura 3.5: Modelo 3D com as condições de contorno, em vermelho temos a região de aplicação do X-FEM.

Assim como no modelo 2D, foi realizado também uma convergência de malhas com o objetivo de reduzir de forma expressiva o tempo de simulação, embora devido à complexidade do modelo 3D, foram utilizados elementos mais grossos em comparação ao modelo 2D. Foram realizadas análises com malhas de 9, 8, 7, 6, 5, 4 mm com respectivamente 1243, 2184, 2842, 4811, 7460, 15500 elementos. A Figura 3.6 apresenta diferentes configurações de malha utilizadas para obter a convergência.

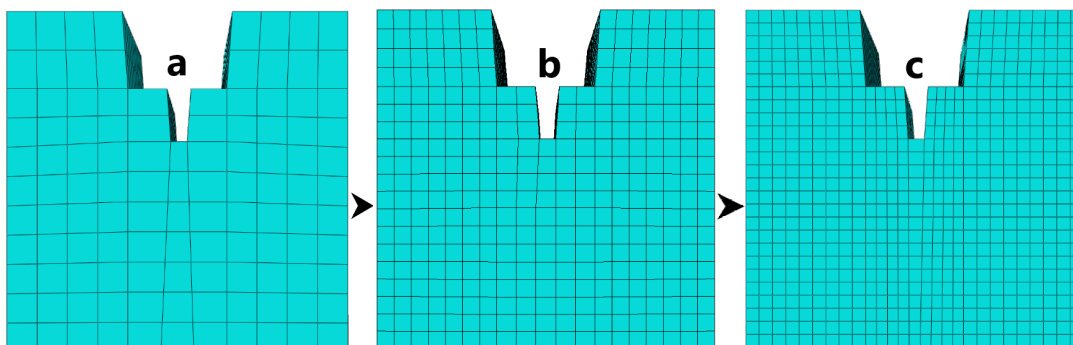


Figura 3.6: Refinamento da malha, a dimensão média dos elementos respectivamente para as figuras a, b e c são de 9, 6 e 4mm.

Similar ao modelo 2D, a condição de contorno foi aplicada na região superior de aplicação de carga (onde se situam os roletes). Como medida de deslocamentos, foi utilizado o CMOD médio das duas faces do corpo de prova de forma distribuída no eixo Z, os deslocamentos nos eixos Y e Z foram restringidos para simplificar o modelo.

Devido aos problemas de convergência em malhas mais finas, foi utilizada uma malha mais grosseira com elementos com dimensão média de 6mm para o estudo da variação dos parâmetros, a malha final pode ser observada na Figura 4.9.

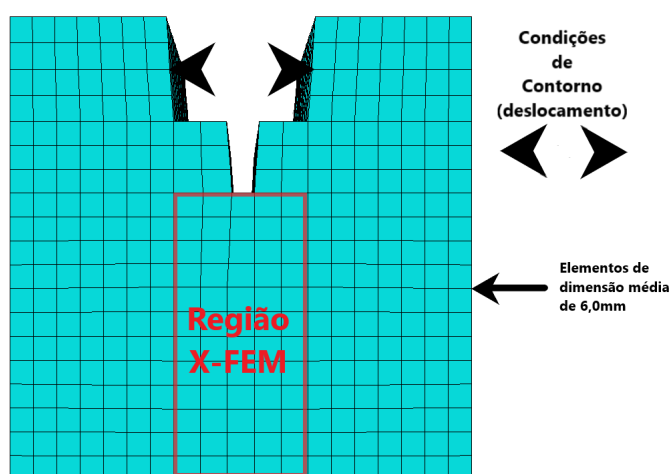


Figura 3.7: Malha final do modelo de EF 3D com um total de 4811 elementos, demonstrando a região do X-FEM e as condições de contorno.

Foi feita uma análise de sensibilidade dos parâmetros: módulo de elasticidade (E), energia de fratura (Us) e tensão principal máxima (σ_1). As variações foram utilizadas de -25% e 25% em relação aos valores obtidos no trabalho de Vargas [2]. A Tabela 3.2 apresenta os valores utilizados.

Tabela 3.2: Variação dos parâmetros do modelo 3D em função de uma porcentagem dos valores obtidos por Vargas [2]

Varição de Parâmetros-%	-25	0	25
Módulo de Elasticidade (E) - GPa	12,75	17,0	21,25
Energia de Fratura (Us) - J/m ²	102,0	136,0	170,0
Tensão Máxima Limite (σ_1) - MPa	1,5	2,0	2,5

3.6 Otimização IsightTM

Uma abordagem sistemática para estudar a variação de parâmetros é conduzido por meio do uso do software IsightTM. Esse software pode ser utilizado para estudo das variáveis do material, possibilitando a comparação dos resultados das simulações com os dados experimentais, utilizando um fluxograma de otimização, como ilustrado na Figura 3.8.

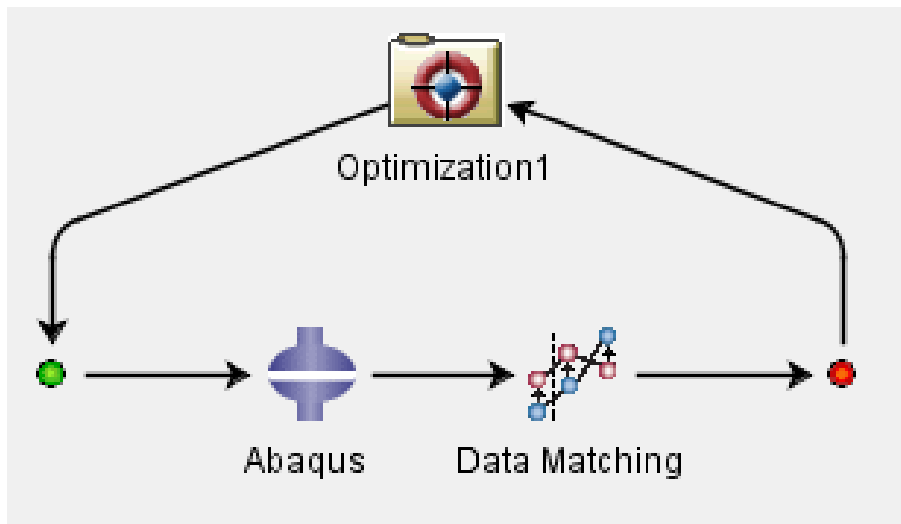
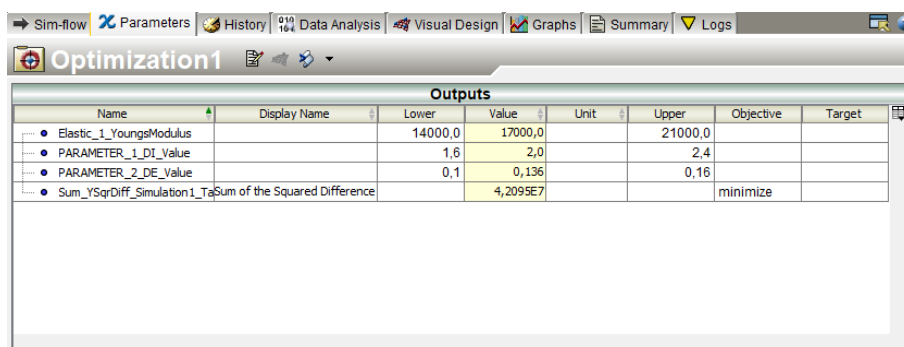


Figura 3.8: Fluxograma de otimização utilizado pelo software IsightTM para a realização da identificação dos parâmetros do modelo. Esse software cria uma rotina interativa onde um algoritmo otimiza e varia parâmetros do modelo do material e compara com os resultados obtidos virtualmente até que uma convergência satisfatória seja atingida.

O software utilizado proporciona uma rotina automatizada que permite a execução de sucessivas simulações computacionais. Nesse processo, os parâmetros do modelo constitutivo são variados em uma faixa de valores definidas pelo usuário, e os resultados são comparados com a curva experimental, buscando-se um ajuste adequado, conforme ilustrado na Figura 3.9. O algoritmo *Pointer* foi utilizado nessa análise, onde esse algoritmo utiliza quatro métodos de otimização e os aplica de maneira híbrida ao longo da análise, onde o algoritmo escolhe quais os métodos mais adequados para a solução do problema, as variáveis de comparação entre os dados experimentais e simulados são estabelecidas como a minimização do quadrado da diferença entre as curvas simuladas e obtidas experimentalmente.



The screenshot shows the 'Optimization1' window in Isight. The 'Outputs' table is displayed with the following data:

Name	Display Name	Lower	Value	Unit	Upper	Objective	Target
Elastic_1_YoungsModulus		14000,0	17000,0		21000,0		
PARAMETER_1_DI_Value		1,6	2,0		2,4		
PARAMETER_2_DE_Value		0,1	0,136		0,16		
Sum_YSqrDiff_Simulation1_Ta	Sum of the Squared Difference		4,2095E7			minimize	

Figura 3.9: Janela da interface gráfica do IsightTM com os parâmetros que foram variados: módulo de elasticidade (E) entre 14 a 21 GPa, tensão principal máxima (σ_1) entre 1,6 e 2,4 MPa e energia de fratura (U_s) entre 0,1 e 0,160 J/m².

4 RESULTADOS

Os resultados da modelagem numérica utilizando o software de elementos finitos AbaqusTM serão apresentados para os modelos 2D e 3D. Essa análise permitirá avaliar as diferenças e semelhanças entre os resultados dos dois modelos.

4.1 Uso dos elementos finitos estendidos (X-FEM) para o MC

Na Figura 4.1 é apresentada a evolução da degradação de elementos que são atravessados pela trinca ao longo do tempo de uma simulação 2D, fornecendo informações sobre o processo de propagação da trinca. Na Figura 4.2 é mostrada a representação da amostra completamente danificada.

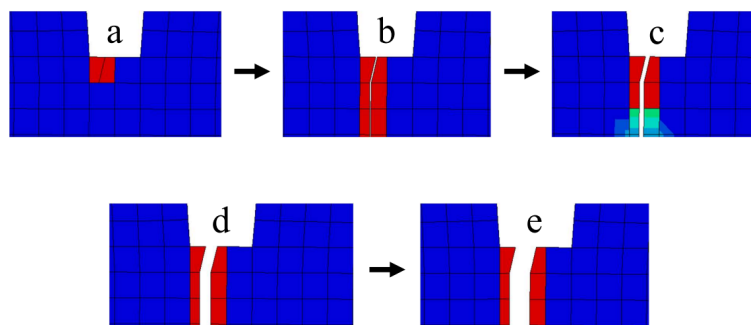


Figura 4.1: Evolução do dano nos primeiros elementos da região X-FEM do modelo 2D. Em vermelho temos um elemento totalmente danificado e a evolução conforme a simulação avança sequencialmente em a, b, c, d, e.

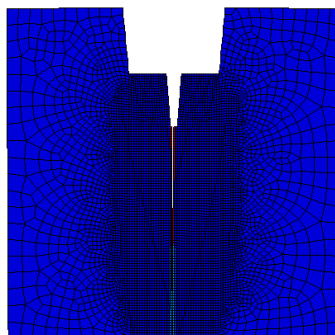


Figura 4.2: Modelo 2D totalmente fraturado, com a trinca percorrendo toda a altura do CDP

O X-FEM também pode ser utilizado para simular a propagação de trincas em modelos 3D. A evolução da degradação do elemento ao longo do tempo é ilustrada na Figura 4.3. Ao analisar a Figura 4.4, são observadas diferenças significativas em relação ao modelo 2D, é particularmente interessante observar uma pequena curva presente na Figura 4.4b, enquanto no modelo 2D a propagação da trinca ocorreu exclusivamente em linha reta.

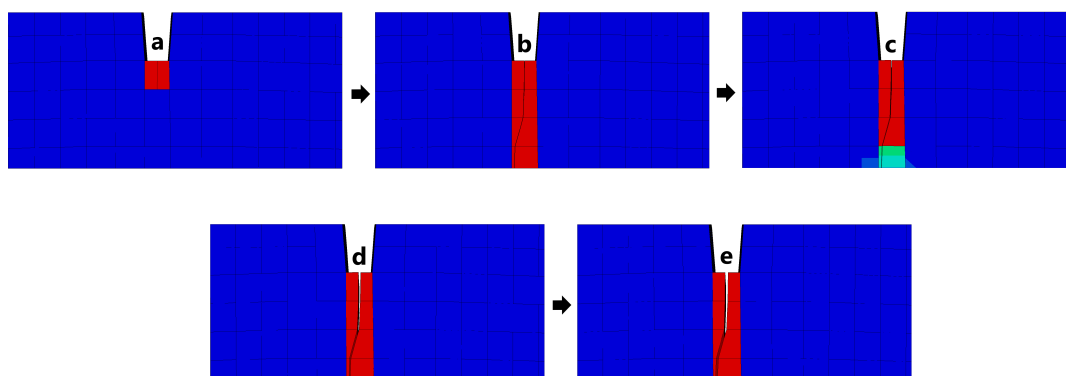


Figura 4.3: Evolução do dano nos primeiros elementos da região X-FEM do modelo 3D. Em vermelho temos um elemento totalmente danificado e a evolução conforme a simulação avança sequencialmente em a, b, c, d, e.

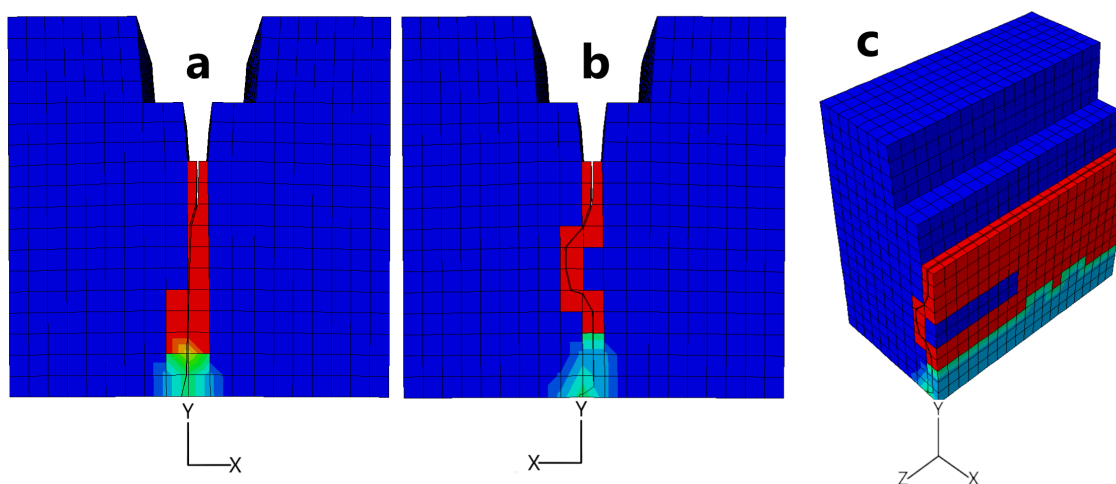


Figura 4.4: Modelo 3D totalmente fraturado, com a trinca percorrendo toda a altura do CDP, onde as vistas a, b e c são respectivamente: frontal, traseira e perspectiva.

4.2 Tipo de Elemento

Foi realizada uma avaliação de variação entre os elementos quadrilaterais utilizados no modelo, comparando o CPE4 sob a hipótese de estado plano de deformações e o CPS4 (Figura 4.5) sob a hipótese do estado plano de tensões.

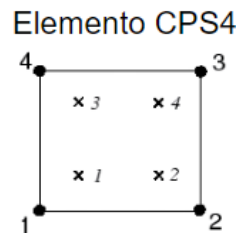


Figura 4.5: CPS4 - Elementos de 4 nós para o estado plano de deformações, o símbolo "x" representa os pontos de integração, adaptado de: [41].

Conforme observado na Figura 4.6, não foram encontradas diferenças significativas nos resultados das análises. Vale ressaltar que, na literatura [47] sobre o ensaio do método da cunha com ranhura para madeira, foram utilizados elementos do tipo CPS4, o que reforça a escolha deste elemento para o modelo em questão.

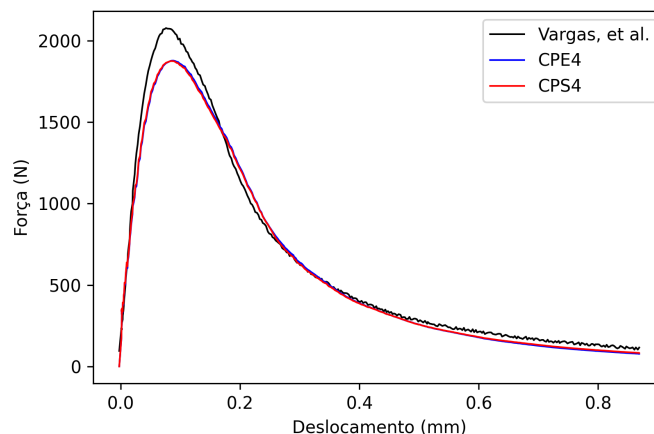


Figura 4.6: Diferença entre os elementos do tipo CPS4 (estado plano de tensões) e CPE4 (estado plano de deformações) onde a curva de referência foi obtida no trabalho de Vargas, et al: [2].

Para o modelo 3D foram testados diferentes elementos como C3D20 (*twenty-node linear brick* - Figura 4.7b), porém, não obtivemos uma convergência nas

análises, mas obtivemos sucesso na convergência utilizando elementos do tipo C3D8 (Figura 4.7a).

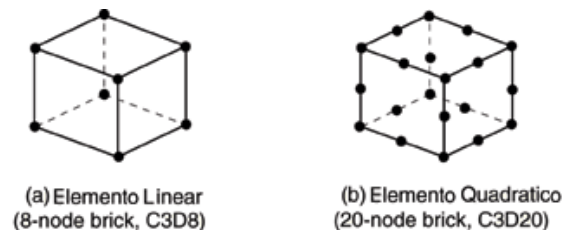


Figura 4.7: Representação gráfica dos elementos C3D8 e C3D20, adaptado de: [41].

4.3 Convergência de Malha

Foram avaliados elementos com dimensão média de 2,0, 1,75, 1,50, 1,25, 1,00, 0,75 e 0,50 mm com respectivamente 3120, 3059, 3838, 5891, 9264, 16471 e 37184 elementos. A Figura 4.8 ilustra as curvas resultantes dessas análises em função das diferentes densidades de elementos.

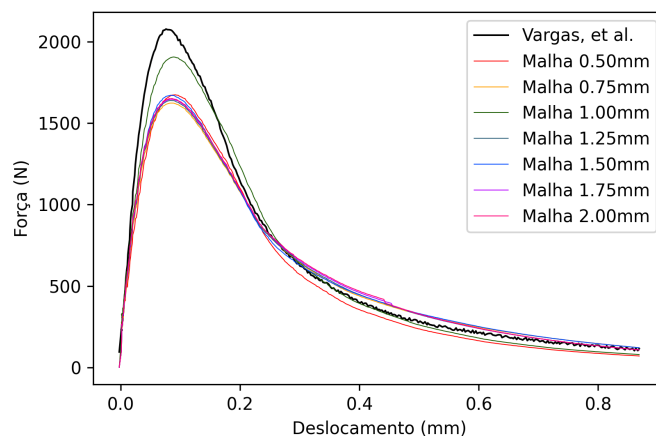


Figura 4.8: Curva de força e deslocamento do modelo 2D em função da dimensão média dos elementos, onde a curva de referência foi obtida por Vargas, et al: [2].

A escolha de elementos de dimensão de 0,75mm ocorreu devido ao custo computacional da análise ser inferior comparado com o de 0,5mm e também pela similaridade com os resultados obtidas pelas curvas. Para reduzir ainda mais o custo computacional, na região externa do X-FEM foram utilizados elementos de 4,0mm, onde se obteve uma malha com total de 6749 elementos.

Para o modelo 3D, foram considerados elementos de dimensões com malhas

de 9, 8, 7, 6, 5, 4 mm com respectivamente 1243, 2184, 2842, 4811, 7460, 15500 elementos. Os resultados das simulações para cada refinamento de malha são apresentados na Figura 4.9.

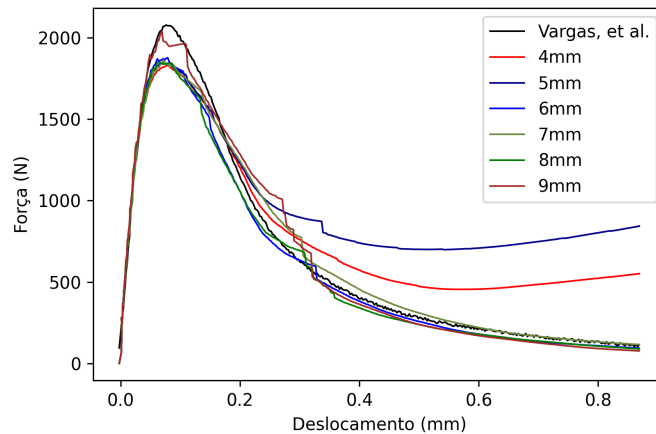


Figura 4.9: Curva de força e deslocamento do modelo 3D em função da dimensão média dos elementos, onde a curva de referência foi obtida por Vargas, et al: [2].

Devido aos problemas de convergência em refinamentos de 4 e 5mm, foram utilizados elementos com dimensões de 6,0 mm na região de aplicação do X-FEM para determinar a malha final do modelo. Em resumo, a malha utilizada para a análise de sensibilidade dos parâmetros dos modelos 2D e 3D pode ser observada conforme a Figura 4.10:

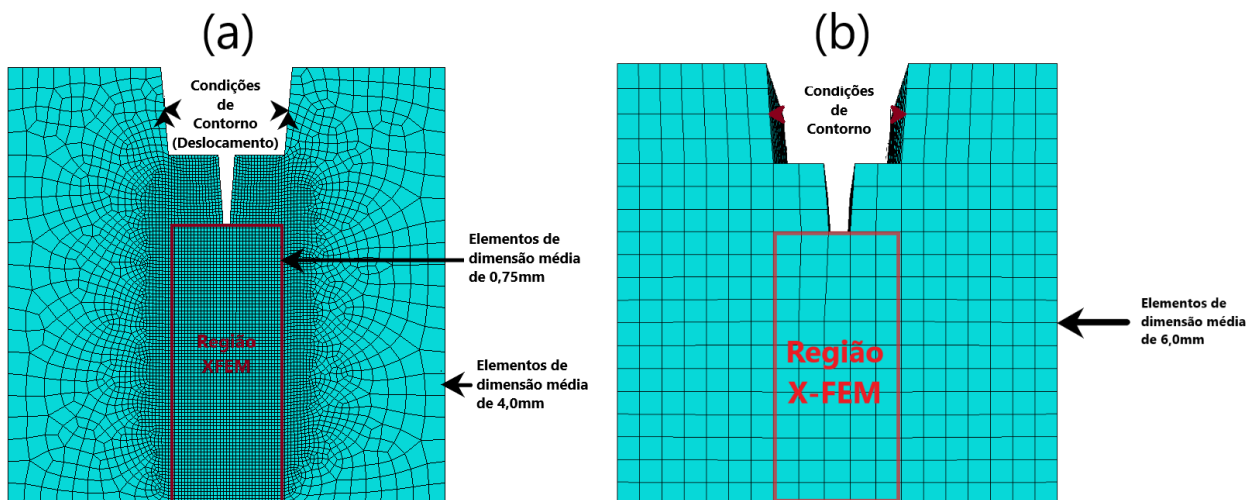


Figura 4.10: Malha final do modelo 2D (a) e do modelo 3D (b).

4.4 Sensibilidade dos parâmetros

É possível observar o efeito de cada um dos três parâmetros analisados na Figura 4.11. As curvas são apresentadas em função do deslocamento, onde as regiões sombreadas representam as respostas obtidas, variando-se os parâmetros de interesse de -10% a 20% em relação aos parâmetros da literatura [2], mantendo os restantes inalterados. O aumento de σ_1 (em verde) aumenta a força próxima à região do pico de carga. O aumento da U_s (em lilás), relacionado à quantidade de energia necessária para a falha após o início do dano no material, tende a deslocar a curva para a direita. Por fim, incrementos em E (em azul) alteram positivamente a carga, visível principalmente na parcela inicial antes do pico (ver zoom na Figura 4.11).

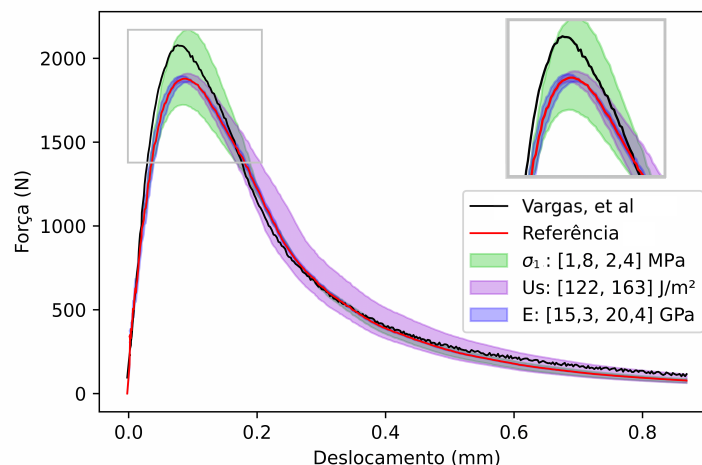


Figura 4.11: Curvas de força horizontal por deslocamento, com o intervalo de parâmetros simulados para o modelo 2D, comparando com a curva experimental, onde a curva de referência foi obtida por Vargas, et al: [2].

Através da Figura 4.12, podem ser observados os efeitos dos parâmetros analisados para o modelo 3D. As sombras representam a variação dos parâmetros de interesse entre -25% a 25%. Os parâmetros do modelo 3D se comportaram de maneira muito similar a resposta obtida pelo 2D, onde o aumento de σ_1 elevou a força no pico da carga e o aumento da U_s desloca a curva para direita. A principal diferença foi no E que afetou em todas as etapas da simulação.

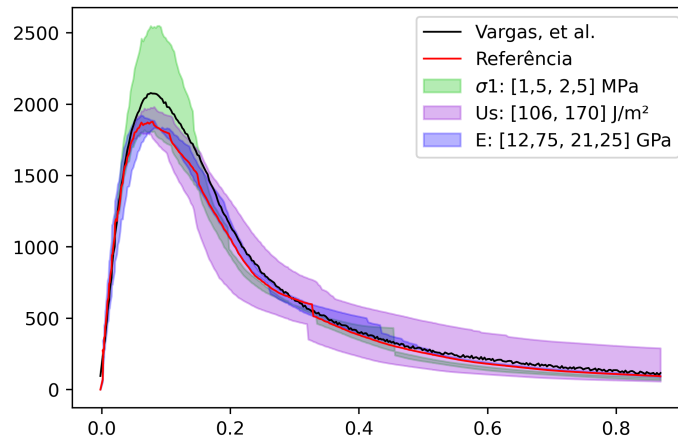


Figura 4.12: Curvas de força horizontal por deslocamento, com o intervalo de parâmetros simulados para o modelo 3D, comparando com a curva experimental onde a curva de referência foi obtida por Vargas, et al: [2]

Portanto, apesar de ter sido importante para a verificação do modelo 2D, devido aos problemas numéricos da simulação e alto custo computacional, foi utilizado o modelo 2D para a otimização dos parâmetros pelo IsightTM.

4.5 Modelo 2D com o uso do IsightTM

O software IsightTM foi utilizado para a otimização dos parâmetros do modelo 2D. Durante esse processo de 101 iterações (ou simulações), os parâmetros σ_1 , módulo de elasticidade e energia de fratura foram variados, conforme apresentado em detalhes na Figura 3.9. Após as interações, verificou-se que a combinação dos parâmetros que tiveram a menor diferença entre quadrados e obtiveram uma maior proximidade com os resultados experimentais foram: tensão principal máxima σ_1 2,1 MPa; módulo de elasticidade de 18,4 GPa e uma energia de fratura de 140,8 J/m². Esses parâmetros otimizados obtiveram uma curva similar a curva obtida por elementos coesivos (Figura 4.13), onde através dessa otimização, obteve-se uma representação importante para a análise e caracterização do material estudado, além de verificar o X-FEM como uma ferramenta viável para a simulação da fratura deste material.

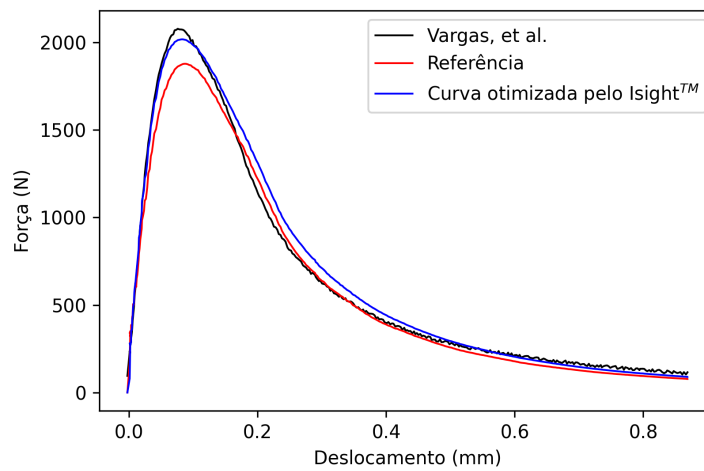


Figura 4.13: Curva com os parâmetros otimizados pelo software IsightTM comparando com a curva experimental e com os parâmetros de referência obtidos por Vargas, et al [2]

Através da Tabela 4.1, podemos comparar a otimização do IsightTM com os parâmetros obtidos por Vargas, et al [2].

Tabela 4.1: Resumo dos parâmetros obtidos da literatura [2] e através da otimização do software IsightTM.

Parâmetros obtidos por:	Vargas, et al[2]	Isight TM
Módulo de Elasticidade (E) - GPa	17,0	18,4
Energia de Fratura (Us) - J/m ²	136,0	140,8
Tensão Máxima Limite (σ_1) - MPa	2,0	2,1

5 CONCLUSÕES

Este estudo realizou por meio da combinação de simulação numérica e dados experimentais da literatura, uma verificação da viabilidade do uso dos elementos finitos estendidos (X-FEM) para a simulação da fratura de um material refratário pelo Método da Cunha (MC). Foi criado um modelo computacional em EF do MC no software AbaqusTM, para modelar a propagação de trincas utilizando o X-FEM. No modelo numérico 2D, os parâmetros foram ajustados por meio de um teste de sensibilidade preliminar das propriedades mecânicas desse material, e o mesmo foi replicado ao modelo 3D, buscando discutir qual modelo seria melhor representativo do que foi obtido experimentalmente. Por meio das simulações realizadas, concluiu-se que devido ao alto custo computacional do modelo 3D e aos problemas de convergência desse modelo, o modelo 2D seria mais adequado para o estudo. Assim, os parâmetros de material do modelo 2D foram otimizados com o auxílio do software IsightTM, garantindo uma convergência satisfatória entre as simulações realizadas e os dados experimentais da literatura. Ademais, os parâmetros obtidos a partir da otimização foram próximos aos obtidos com a modelagem a partir de modelos de zona coesiva, disponível na literatura para o mesmo ensaio pelo MC. Portanto, a combinação do MC e simulação numérica com o X-FEM, auxiliada pela otimização de parâmetros de material, resultou em uma ferramenta viável para simular a propagação de trincas no material estudado.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como continuação deste estudo, sugere-se a realização de análises adicionais para aprofundar a compreensão e caracterização do uso do método X-FEM, principalmente em relação a modelos 3D. Algumas sugestões incluem:

- Analisar o uso do X-FEM em modelos 3D, como ensaios de flexão em três pontos. Isso permitiria investigar a aplicabilidade e eficácia do X-FEM em diferentes situações, visando aumentar sua performance e possíveis limitações em casos de maior complexidade geométrica;

- Investigar o uso do X-FEM em modelos 3D com uma pré-trinca. Isso permitiria avaliar a capacidade do X-FEM em lidar com situações de fratura pré-existente. Esse estudo forneceria informações importantes sobre o custo computacional destas simulações;

- Explorar diferentes abordagens para a aplicação das condições de contorno, considerando a possibilidade de utilizar dados de campos de deslocamentos obtidos por correlação de imagens digitais. Essa investigação permitiria analisar a sensibilidade do modelo através de diferentes formas de aplicação das condições de contorno, permitindo o estudo do processo de trinca do material.

Essas sugestões visam ampliar o conhecimento e a compreensão do X-FEM, os resultados dessas análises adicionais contribuirão para uma utilização mais precisa e efetiva do X-FEM.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Vargas, R., Neggers, J., Canto, R., Rodrigues, J., Hild, F.. Analysis of wedge splitting test on refractory castable via integrated dic. *Journal of the European Ceramic Society* 2016;36(16):4309–4317.
- [2] Vargas, R., Neggers, J., Canto, R., Rodrigues, J., Hild, F.. Analysis of a castable refractory using the wedge splitting test and cohesive zone model. *Journal of the European Ceramic Society* 2019;39(13):3903–3914.
- [3] Sciuti, V., Vargas, R., Canto, R., Hild, F.. Pyramidal adaptive meshing for digital image correlation dealing with cracks. *Engineering Fracture Mechanics* 2021;256:107931.
- [4] Lee, W.E., Moore, R.E.. Evolution of in situ refractories in the 20th century. *Journal of the American Ceramic Society* 1998;81(6):1385–1410.
- [5] Bezerra, B.P. ; Otimização do processo de secagem de concretos refratários. 2020. Dissertação (Mestrado em Ciência e Engenharia de Materiais) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2020.
- [6] Luz, A.P.. Advanced high carbon-containing refractory castables. 2010. Tese (Doutorado em Ciências Exatas e da Terra) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010.
- [7] Saracura, R.G.M.. ; Estudo da fissuração de concretos refratários durante o processo de cura auxiliado pela técnica de correlação de imagens digitais. 2015. Dissertação (Mestrado em Ciência e Engenharia de Materiais) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.
- [8] Lee, W., Vieira, W., Zhang, S., Ahari, K.G., Sarpoolaky, H., Parr, C.. Castable refractory concretes. *International Materials Reviews* 2001;46(3):145–167.
- [9] Gogtas, C., Lopez, H.F., Sobolev, K.. Role of cement content on the properties of self-flowing Al_2O_3 refractory castables. *Journal of the European Ceramic Society* 2014;34(5):1365–1373.
- [10] Rosler, J., Harders, H., Baker, M.. Mechanical behaviour of engineering

materials: metals, ceramics, polymers, and composites. Springer Science I& Business Media; 2007.

- [11] Miyaji, D.Y.. Concretos refratários contendo agregados eutéticos eletrofundidos: energia de fratura e a resistência ao dano por choque térmico. ; 2012.
- [12] Barsoum, M.. Fundamentals of ceramics. CRC press; 2002.
- [13] Maginador, R.V.. ; Analysis of crack propagation in the wedge splitting test via digital image correlation and finite element analyses. 2019. Dissertação (Mestrado em Ciência e Engenharia de Materiais) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2019.
- [14] Ribeiro, G.C.. Investigação da propagação estável de trinca pelo método da cunha em refratários: tijolo e concreto. ; Universidade de São Paulo; 2014.
- [15] Mazzei, A., Rodrigues, J., Pandolfelli, V.. Alumina-mullite-zirconia composites obtained by reaction sintering part ii. r-curve behavior. Journal of Materials Science 2000;35(11):2815–2824.
- [16] Cunha-Duncan, F., Bradt, R.. Fratura de refratários. Cerâmica 2003;49(312):199–215.
- [17] Wieninger, H., Kromp, K., Pabst, R.. Crack resistance curves of alumina at high temperatures. Journal of materials science 1987;22(4):1352–1358.
- [18] Steinbrech, R.W., Reichl, A., Schaarwächter, W.. R-curve behavior of long cracks in alumina. Journal of the American Ceramic Society 1990;73(7):2009–2015.
- [19] Mazzei, A., Rodrigues, J.. Alumina-mullite-zirconia composites obtained by reaction sintering: Part i. microstructure and mechanical behaviour. Journal of Materials Science 2000;35(11):2807–2814.
- [20] Albuquerque, M.d.C.F.d., Rodrigues, J.d.A.. Characteristics of the double-torsion test to determine the r-curve of ceramic materials. Materials Research 2006;9(4):361–368.
- [21] Tschegg, E.. Prüfeinrichtung zur Ermittlung von bruchmechanischen Kennwerten sowie hierfür geeignete, Prüfkörper, Austrian Pat. AT 390328B,

registered. 1986.

- [22] Brühwiler, E., Wittmann, F.H.. The wedge splitting test, a new method of performing stable fracture mechanics tests. *Engineering Fracture Mechanics* 1990;35(1-3):117–125.
- [23] Seitzl, S., García, B.N., Merta, I.. Wedge splitting test method: quantification of influence of glued marble plates by two-parameter fracture mechanics. *Frattura ed Integrità Strutturale* 2014;8(30):174–181.
- [24] Brühwiler, E., Wittmann, F.. The wedge splitting test, a new method of performing stable fracture mechanics tests. *Engineering fracture mechanics* 1990;35(1-3):117–125.
- [25] Rieder, K.A., Tschegg, E., Harmuth, H.. Notch sensitivity of ordinary ceramic refractory materials. *Journal of materials science letters* 1998;17(8):675–678.
- [26] Ribeiro, S., Rodrigues, J.. The influence of microstructure on the maximum load and fracture energy of refractory castables. *Ceramics International* 2010;36(1):263–274.
- [27] Hild, F., Roux, S.. Digital image correlation. *Optical methods for solid mechanics A full-field approach* 2012;:183–228.
- [28] Buljac, A., Jailin, C., Mendoza, A., Neggers, J., Taillandier-Thomas, T., Bouterf, A., et al. Digital volume correlation: review of progress and challenges. *Experimental Mechanics* 2018;58(5):661–708.
- [29] Besnard, G., Hild, F., Roux, S.. “finite-element” displacement fields analysis from digital images: application to portevin–le châtelier bands. *Experimental mechanics* 2006;46(6):789–803.
- [30] Vargas, R., Tsitova, A., Bernachy-Barbe, F., Bary, B., Canto, R., Hild, F.. On the identification of cohesive zone model for curved crack in mortar. *Strain* 2020;56(6):e12364.
- [31] Vargas, R., Neggers, J., Canto, R., Rodrigues, J., Hild, F.. Comparison of two full-field identification methods for the wedge splitting test on a refractory. *Journal of the european ceramic society* 2018;38(16):5569–5579.

- [32] Sciuti, V., Hild, F., Pandolfelli, V., Santos, T., Smaniotto, B., Canto, R.. Digital image correlation applied to *in situ* evaluation of surface cracks upon curing of MgO-containing refractory castables. Journal of the European Ceramic Society 2020;.
- [33] Vargas, R., Neggers, J., Canto, R.B., Rodrigues, J.A., Hild, F.. Analysis of a castable refractory using the wedge splitting test and cohesive zone model. Journal of the European Ceramic Society 2019;39(13):3903–3914.
- [34] Nikishkov, G.. Introduction to the finite element method. University of Aizu 2004;;1–70.
- [35] Rade, D.A.. Método dos elementos finitos aplicados à engenharia mecânica. Universidade Federal de Uberlândia Uberlândia 2011;;111.
- [36] Jacob, F., Ted, B.. A first course in finite elements. Wiley; 2007.
- [37] Seshu, P.. Textbook of finite element analysis. PHI Learning Pvt. Ltd.; 2003.
- [38] Tavares, J.M.R.S., Padilha, A.J.M.N.. Introdução ao método dos Elementos Finitos. 1998.
- [39] Carrera, E., Pagani, A., Augello, R., Wu, B.. Popular benchmarks of nonlinear shell analysis solved by 1d and 2d cuf-based finite elements. Mechanics of Advanced Materials and Structures 2020;27(13):1098–1109.
- [40] Bergara, A., Dorado, J., Martin-Meizoso, A., Martínez-Esnaola, J.. Fatigue crack propagation in complex stress fields: Experiments and numerical simulations using the extended finite element method (XFEM). International Journal of Fatigue 2017;103:112–121.
- [41] Abaqus-6.14, . Abaqus 6.14 Documentation. Dassault Systèmes Simulia Corp.; Providence, RI, USA.; 2014.
- [42] Wu, E.M., Reuter Jr, R.. Crack extension in fiberglass reinforced plastics. T and M report, University of Illinois 1965;275:0.
- [43] Budyn, E., Zi, G., Moës, N., Belytschko, T.. A method for multiple crack growth in brittle materials without remeshing. International journal for numerical methods in engineering 2004;61(10):1741–1770.
- [44] Miyaji, D., Tonnesen, T., Rodrigues, J.d.A.. Fracture energy and thermal

shock damage resistance of refractory castables containing eutectic aggregates. *Ceramics International* 2014;40(9):15227–15239.

- [45] Pereira, A., Miyaji, D., Cabrelon, M., Medeiros, J., Rodrigues, J.. A study about the contribution of the α - β phase transition of quartz to thermal cycle damage of a refractory used in fluidized catalytic cracking units. *Cerâmica* 2014;60:449–456.
- [46] Stafuzza, D.B.D., Rodrigues, J.A., Miyaji, D., Canto, R.B.. Aplicação da técnica de correlação de imagens digitais ao método da cunha de energia de fratura em concretos refratários. In: Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais - 20° CBECiMat. Joinville; 2012, p. 2300–2307. In Portuguese.
- [47] Ostapska, K., Malo, K.A.. Calibration of a combined xfm and mode i cohesive zone model based on dic measurements of cracks in structural scale wood composites. *Composites Science and Technology* 2021;201:108503.