UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

SILAS PEREIRA DA SILVA

FUNÇÃO POLINOMIAL DE PRIMEIRO GRAU: UMA ABORDAGEM ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Sorocaba

2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS

FUNÇÃO POLINOMIAL DE PRIMEIRO GRAU: UMA ABORDAGEM ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

SILAS PEREIRA DA SILVA

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Ciências Exatas, sob orientação do Prof. Dr. Rogério Fernando Pires.

Orientador: Prof. Dr. Rogério Fernando Pires

Sorocaba

2025

da Silva, Silas Pereira

Função polinomial de primeiro grau: Uma abordagem através da resolução de problemas / Silas Pereira da Silva -- 2025.
156f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba
Orientador (a): Rogério Fernando Pires
Banca Examinadora: Haroldo Aleixo de Lima Junior
Bibliografia

1. Função Polinomial de Primeiro Grau. 2. Resolução de Problemas. 3. Teoria dos Registros de Representação Semiótica. I. da Silva, Silas Pereira. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática (SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Maria Aparecida de Lourdes Mariano - CRB/8 6979

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Silas Pereira da Silva, realizada em 19/12/2025.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Rogerio Fernando Pires (UFU)

Prof. Dr. Haroldo Aleixo de Lima Junior (UNISO)

Prof. Dr. Paulo Cesar Oliveira (UFSCar)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos mestres que me mostraram que sou capaz.

À minha esposa, pelo apoio e carinho constante.

Á minha filha minha fonte inspiração e de luta.

À minha incrivel mãe, fonte inesgotável de amor.

Com carinho o autor.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, quero expressar a minha mais profunda gratidão a Deus, Criador, por me capacitar, engajar e orientar ao longo desta jornada de estudos. Declaro, com toda a força da minha alma e de meu coração, que todas as realizações e conquistas são fruto de Sua infinita misericórdia, graças e bênçãos.

Ao Prof. Dr. Rogério Fernando Pires, agradeço por aceitar a árdua tarefa de ser meu orientador. Sua paciência, dedicação e parceria, somadas às valiosas contribuições e às longas horas de orientação, foram essenciais para a concretização desta pesquisa.

Agradeço aos professores que ministraram aulas nos programas PROFMAT e PPGECE, pelos ensinamentos e pelas riquíssimas contribuições na minha formação, em especial por vivenciar e incentivar meu sonho, tecendo palavras de encorajamento nos momentos de dificuldade. Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade Federal de São Carlos, Campus de Sorocaba, pela oportunidade e pelo suporte institucional oferecido.

Aos meus colegas de turma, especialmente Rogério Lima, pelas parcerias e pelo constante compartilhamento de ideias, pela reciprocidade e incentivo. Um agradecimento especial à minha ex-diretora Cristiane Madureira, por sempre incentivar seus professores a estudar, e aos professores Luiz e Haroldo, pelas parcerias e inspirações. Enfim, a todos os professores da Escola Jardim Daniel David Haddad, onde vivi experiências valiosíssimas, minha sincera gratidão.

Ao Prof. Dr. Anderson Claiton Ferraz (Biro), amigo, irmão e colaborador nos momentos de dúvida, e à professora Marli, assim como aos estudantes da Escola Estadual Jardim Primavera de Salto de Pirapora-SP, agradeço pelas contribuições diretas ao desenvolvimento das atividades.

Aos meus pais, Benedita (Beni) e Carlos (Carlinhos), aos meus irmãos Darci, Ezequiel (Kell), Jane, Márcio, Noeli, Rosália, Shirlei, Sílvia e Telma, minha eterna gratidão pelo exemplo de luta, educação e apoio incondicional, bem como pelas orações e conselhos.

À minha filha Giovanna, agradeço pelo carinho e compreensão nos momentos de ausência, e à minha esposa Janaína (Jana), por assumir com amor os cuidados da família enquanto eu me dedicava aos estudos, sem a qual este trabalho não teria sido possível.

Aos amigos, educadores e a todos que participaram direta ou indiretamente da realização deste projeto, agradeço pelas palavras de apoio, ideias, incentivo e encorajamento. Um agradecimento especial à futura pesquisadora Denise Rodrigues, pelas leituras, textos compartilhados e preciosas contribuições. Aos estudantes da primeira série do Ensino Médio da Escola Jardim Primavera, por aceitarem participar da pesquisa, e a todos os educadores e funcionários da escola, minha profunda gratidão.

Agradeço também à Supervisora Vera Lúcia Ferreira Cooper, à Diretora Roberta Chichorro, às Vice-Diretoras Ledi Maria e Selma Gosser, às Coordenadoras Luciete Aires (EM) e Andréa (EF), e aos coordenadores de área Welinson Jared Correa dos Santos e Anderson Urenhas, pelo companheirismo, paciência, compreensão e apoio pedagógico, essenciais para a realização deste trabalho.

Por fim, agradeço aos membros da banca, Dr. Haroldo Aleixo de Lima Júnior e Dr. Paulo Cesar de Oliveira, pelas preciosas contribuições, sugestões e observações que enriqueceram significativamente este trabalho.

RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo investigar as implicações da Resolução de Problemas (RP), articulada à Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), na aprendizagem do conceito de Função Polinomial de Primeiro Grau, com estudantes da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública do interior do estado de São Paulo. A investigação foi orientada pela seguinte questão de pesquisa: Quais as implicações da utilização da Resolução de Problemas, apoiada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, na aprendizagem do conceito de Função Polinomial de Primeiro Grau? O estudo seguiu os pressupostos da abordagem qualitativa, estruturada nas quatro fases da Engenharia Didática: análise preliminar, análise a priori, experimentação e análise a posteriori. A sequência didática foi organizada em seis encontros interdependentes, fundamentada nos dez passos da Resolução de Problemas, composta por situações-problema elaboradas para mobilizar e coordenar diferentes registros de representação, tais como linguagem natural, algébrico, tabular e gráfico. Essa organização favoreceu o desenvolvimento das atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão, possibilitando a análise das transições entre registros e dos fenômenos de congruência e não congruência. Participaram do estudo dezesseis estudantes, cujos registros produzidos ao longo da sequência didática constituíram o corpus de análise. Os resultados indicaram que, inicialmente, os estudantes mobilizavam os registros de representação de forma fragmentada; contudo, ao longo da sequência didática, evidenciaram avanços na coordenação entre diferentes representações. A análise dos dados evidenciou que a articulação entre a Resolução de Problemas e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica constitui um referencial teórico-metodológico consistente para compreender os processos de construção do conhecimento matemático. Conclui-se que essa articulação favoreceu a compreensão da Função Polinomial de Primeiro Grau como modelo de variação e instrumento de análise de situações contextualizadas, promovendo o desenvolvimento de formas mais elaboradas de pensamento matemático.

Palavras-chave: Função Polinomial de Primeiro Grau; Resolução de Problemas; Teoria dos Registros de Representação Semiótica; Engenharia Didática.

ABSTRACT

This study aimed to investigate the implications of Problem Solving, articulated with the Theory of Registers of Semiotic Representation (TRSR), for the learning of the concept of First-Degree Polynomial Function by 10th-grade students from a public high school in the countryside of São Paulo state, Brazil. The investigation was guided by the following research question: What are the implications of using Problem Solving, supported by the Theory of Registers of Semiotic Representation, for the learning of the concept of First-Degree Polynomial Function? The study followed the assumptions of a qualitative approach and was structured according to the four phases of Didactic Engineering: preliminary analysis, a priori analysis, experimentation, and a posteriori analysis. The didactic sequence was organized into six interdependent sessions, grounded in the ten steps of Problem Solving, and composed of problem situations designed to mobilize and coordinate different registers of representation, such as natural language, algebraic, tabular, and graphical registers. This organization fostered the development of cognitive activities of formation, treatment, and conversion, enabling the analysis of transitions between registers and of phenomena of congruence and non-congruence. Sixteen students participated in the study, and the written productions generated throughout the didactic sequence constituted the corpus of analysis. The results indicated that, initially, students mobilized the registers of representation in a fragmented way; however, over the course of the didactic sequence, they showed progress in the coordination between different representations. Data analysis showed that the articulation between Problem Solving and the Theory of Registers of Semiotic Representation constitutes a consistent theoretical-methodological framework for understanding the processes of construction of mathematical knowledge. It is concluded that this articulation fostered the understanding of the First-Degree Polynomial Function as a model of variation and as an instrument for analyzing contextualized situations, promoting the development of more elaborated forms of mathematical thinking.

Keywords: First-Degree Polynomial Function; Problem Solving; Theory of Registers of Semiotic Representation; Didactic Engineering.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas

BNCC Base Nacional Comum Curricular

ECA Estatuto da Criança e do Adolescente.

ED Engenharia Didática

EF Ensino Fundamental

EM Ensino Médio

ENEM Exame Nacional do Ensino Médio

FAFI Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Sorocaba

INEP Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

LDB Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MRU Movimento Retilíneo Uniforme

OCDE Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

PIZA Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

PPGECE Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

PPL Pessoas Privadas de Liberdade

PPP Projeto Político-Pedagógico

RP Resolução de Problema

SAEB Sistema de Avaliação da Educação Básica

TRRS Teoria dos Registros de Representações Semióticas

UERJ Universidade do Estado do Rio de Janeiro

UFSCar Universidade Federal de São Carlos

UNICAMP Universidade Estadual de Campinas

UNISO Universidade de Sorocaba

SUMÁRIO

Memorial Reflexivo: Do Chão da Escola ao Mestrado: Uma Jornada de Esperança, Resistência e Compromisso com a Educação Pública

Minha trajetória na educação começou em 1991, na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Sorocaba (FAFI), onde iniciei a Licenciatura em Ciências Físicas e Biológicas. Desde cedo, meu interesse pelas Ciências Naturais e pela Matemática foi movido pela vontade de compreender o mundo e formar cidadãos críticos e conscientes.

Em 20 de março de 1992, ainda no segundo ano da graduação, iniciei minha carreira como professor na Escola Estadual Dr. Afonso Vergueiro, onde concluí o Ensino Médio. O convite da vice-diretora Elisabete de Andrade Garcia (in memoriam) foi decisivo para minha trajetória, transmitindo um legado de empatia, responsabilidade e compromisso com a formação integral do aluno.

Lecionar durante a graduação foi um divisor de águas. Enfrentando os desafios da sala de aula, percebi que o papel do professor vai além de transmitir conteúdo: é ser mediador da construção do pensamento crítico e autônomo. Foi com meus alunos que passei a enxergar a escola pública como um espaço essencial de transformação social.

A Licenciatura Plena em Matemática, concluída em 1995, pela Universidade de Sorocaba (UNISO), marcou a transição institucional e o aprofundamento do papel do professor na construção das instituições de ensino e na defesa da educação pública de qualidade.

Em 1998, ao tentar o mestrado em Matemática Aplicada na UNICAMP, a reprovação me fez perceber minha verdadeira vocação: o ensino e a prática docente, não a matemática abstrata. Optei por investir na pós-graduação lato sensu em Ensino de Matemática pela UNISO, aprimorando metodologias e práticas pedagógicas.

Considero que a formação deve ser contínua e reflexiva. Ao longo dos 33 anos de docência na rede estadual paulista, vivenciei importantes transformações pedagógicas, como a inserção das tecnologias digitais e a mudança de foco do conteúdo para uma abordagem voltada a habilidades e competências. Sempre busquei adaptar minha prática, valorizando o potencial de superação dos alunos.

Atualmente, o mestrado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade Federal de São Carlos representa uma reafirmação do meu compromisso com a educação pública e libertadora. Meu objetivo é melhorar as condições de ensino e aprendizado, formando cidadãos críticos e autônomos.

Minha prática é inspirada por Paulo Freire: “Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou construção” (Freire, 1996, p. 25). Em sala de aula, busco diálogo, valorizo as vivências dos alunos e crio um ambiente de participação crítica.

Apesar das dificuldades históricas, como a precarização do trabalho docente e as desigualdades estruturais, mantenho a crença de que a educação é o caminho para uma sociedade mais justa. A Matemática é linguagem para desenvolver o pensamento lógico, estimular o raciocínio crítico e facilitar a compreensão do mundo. Ensinar Matemática é, também, despertar curiosidade e soluções criativas.

Ser professor é mais do que transmitir conteúdos: é formar cidadãos sensíveis, criativos e comprometidos com uma sociedade justa e democrática. A educação transforma realidades e, com isso, transforma a sociedade.

Este memorial homenageia a escola pública, educadores e alunos, cujas vivências e questionamentos me ensinam tanto quanto eu ensino. A educação é uma via de mão dupla: quem ensina aprende duas vezes. Com resiliência e curiosidade, impulsionam nosso crescimento. Este memorial reafirma meu compromisso com o poder transformador da educação, oportunidade para transcender como ser humano e contribuir para um mundo mais justo. Nunca desistirei de fazer do ensino um ato de resistência, esperança e compromisso com o futuro.

O autor

Capítulo I

1 INTRODUÇÃO

A presente investigação teve origem nas experiências docentes acumuladas pelo pesquisador, cuja trajetória iniciou-se lecionando Física e Matemática no Ensino Médio. Posteriormente, atuou como professor de Ciências no Ensino Fundamental e de Biologia e Química no curso técnico de Magistério, voltado à formação de docentes para a Educação Infantil e os anos iniciais do Ensino Fundamental. Essa diversidade de atuações possibilitou a observação, na prática, de dificuldades recorrentes por parte dos estudantes ao aplicarem conhecimentos matemáticos na compreensão dos fenômenos estudados em Ciências.

Na Cinemática, por exemplo, os gráficos são frequentemente tratados apenas como ilustrações, sem o devido reconhecimento da relação funcional entre as grandezas envolvidas. Essa abordagem restrita compromete a compreensão de conceitos essenciais em Física e Química. A função polinomial de primeiro grau, embora geralmente ensinada de forma predominantemente técnica e operacional, está presente em fenômenos como a Lei de Charles na Química, expressa pela função linear $V = k \cdot T$, em que o volume (V) varia diretamente com a temperatura (T).

Em Biologia, determinados processos também podem ser descritos por funções lineares, como o crescimento de plantas em fases específicas do desenvolvimento (Taiz; Zeiger, 2017, p. 115), ou a atividade de Hill em plantas aquáticas, modelada por funções lineares em relação a variáveis ambientais (McNauton, 1967), conforme adaptação de Bachelet (1984) apresentada por Bean (2014, p. 70). Ainda que os alunos conheçam propriedades matemáticas e resolvam exercícios, frequentemente demonstram dificuldade em relacionar essas representações a fenômenos concretos, o que limita a compreensão integrada dos conteúdos.

Complementando essa visão, com base na vivência em sala de aula como professor de Física na educação básica, identificou-se que, apesar da importância da Função Polinomial de Primeiro Grau na compreensão dos fenômenos físicos, muitos estudantes apresentam dificuldades em relacionar as representações matemáticas aos conceitos físicos. Essa função aparece de forma recorrente em conteúdos fundamentais, sendo indispensável para descrever e analisar fenômenos como o Movimento Retilíneo Uniforme, a Lei de Hooke, a Primeira Lei de Ohm, além de conceitos como trabalho mecânico, potência e análise de circuitos elétricos lineares.

Contudo, observou-se que muitos alunos dominam as fórmulas mecanicamente, mas enfrentam dificuldades para interpretar esses fenômenos de modo prático e qualitativo. Por exemplo, poucos reconhecem que os gráficos correspondentes são representados por retas, compreendem o significado do coeficiente angular, como a velocidade constante no Movimento Retilíneo Uniforme (MRU), ou interpretam o termo independente, que representa a posição inicial do corpo. Essa desconexão prejudica a compreensão completa dos conceitos e limita a habilidade dos estudantes em aplicar o conhecimento matemático na análise dos fenômenos físicos.

Essa dificuldade manifesta-se também na leitura e construção de gráficos e tabelas, essenciais para representar grandezas variáveis no tempo. Entender que tabelas, gráficos e expressões matemáticas são diferentes registros que representam o mesmo conceito é um desafio recorrente, dificultando a transição entre eles e a extração de significado físico dos dados.

Verificou-se, ainda, que essa lacuna constitui um obstáculo para que os estudantes percebam que o conhecimento matemático fundamenta a compreensão de outras áreas, como a Física, e sua ausência compartimentaliza o aprendizado, reduzindo a aplicabilidade prática dos conteúdos.

Essa experiência evidencia que o conteúdo matemático, frequentemente percebido pelos estudantes como abstrato, é na verdade uma ferramenta indispensável para a compreensão e análise dos fenômenos físicos, o que reforça a importância de estratégias pedagógicas que integrem efetivamente esses saberes.

Por essa razão, esta dissertação propõe, por meio da Resolução de Problemas, favorecer uma apropriação mais consciente da Função Polinomial de Primeiro Grau, não apenas como conteúdo matemático, mas como instrumento eficaz para analisar fenômenos e resolver situações envolvendo diferentes grandezas. Busca-se, assim, ultrapassar o ensino convencional, promovendo uma compreensão que possibilite aos estudantes estabelecer relações entre representações matemáticas e fenômenos investigados nas Ciências e no cotidiano, a partir das relações entre as grandezas envolvidas.

Costa (2017) e Silva (2016) destacam que a falta de articulação entre Matemática e Ciências prejudica essa compreensão. Conforme Costa (2017, p. 88), “os alunos frequentemente interpretam os gráficos como meras ilustrações visuais, sem compreender que esses gráficos expressam relações funcionais entre as grandezas envolvidas.” Silva (2016, p. 73) observa que “muitos alunos confundem o gráfico de posição em função do tempo com a trajetória física, ignorando a relação entre a inclinação da reta e a velocidade.” Essas dificuldades evidenciam lacunas na compreensão conceitual dos estudantes, que carecem de um trabalho que favoreça a aplicação dos conhecimentos matemáticos na interpretação de fenômenos científicos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reconhece essa limitação ao afirmar:

> O ensino de funções tradicionalmente inicia-se pelo estudo dos números reais e dos conjuntos, suas operações e relações, para posteriormente definir funções como relações específicas. Entretanto, após a definição formal, essa base teórica é frequentemente deixada de lado [...] Assim, o ensino pode ser iniciado diretamente pela compreensão da função como uma dependência entre duas grandezas, facilitando o estudo por meio de situações contextualizadas e suas representações algébricas e gráficas. (Brasil, 2018, p.134).

Assim, trabalhar a Função Polinomial de Primeiro Grau em situações-problema pode favorecer a aprendizagem, auxiliando os estudantes a compreenderem o papel da Matemática na descrição e análise de fenômenos estudados em Ciências.

Entre as dificuldades observadas, destacam-se:

- Relacionar o conceito de função a situações reais;
- Aplicar conhecimentos matemáticos na interpretação de fenômenos físicos;
- Reconhecer a relevância conceitual dos conteúdos estudados;
- Superar a predominância de um ensino excessivamente abstrato, com pouca conexão com aplicações práticas.

Neste trabalho, a aprendizagem é compreendida como o processo em que o aluno relaciona novos conhecimentos a estruturas cognitivas preexistentes, conforme proposto por Duval (2009). A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) estabelece que essa aprendizagem ocorre quando o estudante transita entre diferentes registros, como gráfico, simbólico e tabular, habilidade essencial para compreender a Função Polinomial de Primeiro Grau aplicada a situações reais nos mais diversos contextos.

O conteúdo da Função Polinomial de Primeiro Grau, amplamente presente nos currículos do Ensino Médio, será explorado como eixo articulador entre a abstração matemática e a aplicabilidade prática, com foco na construção de significados matemáticos e na passagem de situações reais para sua formalização nas diversas representações. Essa perspectiva está em consonância com as orientações da BNCC, que enfatiza a importância de relacionar a Matemática a contextos reais e de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico a partir de situações significativas (Brasil, 2018).

No decorrer da metodologia, será apresentada a sequência didática desenvolvida para aplicação em ambiente escolar com estudantes do Ensino Médio, utilizada para analisar os efeitos da abordagem proposta. Essa sequência e sua análise serão discutidas nos capítulos destinados à metodologia e aos resultados da pesquisa, evidenciando a necessidade de estratégias que conectem o conteúdo matemático às experiências dos alunos.

1.1 Problematização

O ensino de Matemática no Brasil enfrenta desafios persistentes, evidenciados por avaliações nacionais e internacionais, como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB, 2022) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA, 2022). A predominância de abordagens centradas na resolução mecânica de exercícios e na apresentação de conteúdos excessivamente formais compromete o interesse dos estudantes e dificulta a construção de conhecimentos matemáticos. Essa abordagem ainda se faz presente em diversos materiais didáticos amplamente utilizados, reduzindo a Matemática a procedimentos algorítmicos.

Ensinar apenas técnicas isoladas é insuficiente; é necessário apresentar a Matemática considerando suas origens, evolução e implicações. Fonseca (1995) destaca essa perspectiva, enquanto D'Ambrosio (1999) ressalta a importância de conectar os aspectos formais da disciplina às experiências dos alunos. A falta de atenção à aplicação prática do ensino cria uma lacuna entre o conteúdo formal da escola e as vivências dos estudantes, prejudicando a construção de conhecimentos matemáticos.

Dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP, 2023) indicam que apenas 16% dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental atingem os níveis esperados de proficiência em Matemática. Além disso, 59% apresentam dificuldades em operações básicas e interpretação de gráficos. O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA, 2022) corrobora essa realidade, apontando que mais de 70% dos alunos brasileiros não alcançam o nível mínimo de proficiência em Matemática, evidenciando fragilidades no raciocínio lógico e na resolução de problemas.

No Ensino Médio, fase em que os estudantes passam a lidar com conteúdos matemáticos mais abstratos e formalizados, essas fragilidades tornam-se ainda mais evidentes no estudo das funções, particularmente da Função Polinomial de Primeiro Grau, que envolve a análise das relações entre grandezas, devido à complexidade crescente dos conteúdos e à maior exigência de aplicação conceitual. Embora esse conteúdo esteja presente nos currículos e possua potencial de aplicação prática, sua abordagem, frequentemente centrada na manipulação algébrica, compromete a compreensão dos alunos e limita sua utilização. Essa forma de ensino reduzida não apenas dificulta a apreensão conceitual, mas também contribui para o desinteresse pela Matemática.

Estudos como o de Diniz, Ferreira e Costa (2020) demonstram que a falta de contextualização no ensino da função polinomial prejudica o engajamento dos estudantes do Ensino Médio. Pesquisas recentes indicam que explorar o tema por meio de situações cotidianas, como análise de despesas ou comparação de preços, favorece a compreensão prática do conceito, aproximando-o de problemas reais e permitindo que os alunos percebam a Matemática como uma prática social aplicada ao cotidiano (Martins; Carvalho, 2019).

Entre os instrumentos oficiais de avaliação, o SAEB (2022) destaca a importância da compreensão e aplicação da função polinomial de primeiro grau. Entre seus descritores, encontram-se:

- D19: Resolver problemas envolvendo funções do 1º grau;
- D20: Analisar crescimento ou decrescimento e zeros de funções reais em gráficos;
- D23: Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau a partir de seus coeficientes;
- D24: Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau a partir de seu gráfico.

Os baixos índices de acerto nesses descritores evidenciam as dificuldades dos alunos em compreender e aplicar esses conceitos. A BNCC (2018) estabelece habilidades específicas para a 1ª série do Ensino Médio, diretamente relacionadas à função polinomial de primeiro grau, tais como:

EM13MAT301: Resolver e elaborar problemas do cotidiano que envolvam equações lineares;

EM13MAT302: Construir modelos empregando funções polinomiais de 1º grau para resolver problemas em contextos diversos;

EM13MAT401: Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano;

EM13MAT501: Investigar padrões representados por funções afins e expressá-los algebricamente.

Diante desse cenário, nota-se um descompasso entre os objetivos do ensino de Matemática e as práticas pedagógicas, especialmente no ensino de funções. Essa lacuna compromete a compreensão dos conceitos, afasta os alunos da disciplina, intensifica a evasão e perpetua desigualdades educacionais.

Nesse sentido, a presente pesquisa teve por objetivo investigar as implicações da Resolução de Problemas (RP), apoiada na Teoria dos Registros de Representação

Semiótica (TRRS), na aprendizagem do conceito de Função Polinomial de Primeiro Grau, com estudantes da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública, no interior do estado de São Paulo.

Para nortear os desdobramentos deste estudo, foi elaborada a seguinte questão de pesquisa:

Quais as implicações da utilização da Resolução de Problemas, apoiada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, na aprendizagem do conceito de Função Polinomial de Primeiro Grau?

Dessa forma, a presente dissertação está estruturada em quatro capítulos, seguidos das Considerações Finais e das Referências.

O Capítulo I – Introdução apresenta o tema, a problematização e a justificativa para a escolha das metodologias RP e TRRS.

O Capítulo II – Referencial Teórico aborda os conceitos fundamentais relacionados à RP e à TRRS, aprofundando a base teórica que sustenta a pesquisa.

O Capítulo III – Abordagem Metodológica apresenta a pesquisa de natureza qualitativa, a aplicação das quatro fases da Engenharia Didática e o uso das metodologias Resolução de Problemas (RP) e Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) na elaboração e aplicação da sequência didática.

O Capítulo IV – Análise dos Dados analisa as atividades e entrevistas realizadas, à luz do referencial teórico, discutindo os resultados e suas implicações para a aprendizagem da Função Polinomial de Primeiro Grau, bem como as contribuições do estudo para a prática pedagógica em Matemática.

As Considerações Finais retomam os objetivos da pesquisa, sintetizam os resultados obtidos e apontam contribuições e possibilidades para estudos futuros.

As Referências reúnem as obras e documentos oficiais que fundamentaram o desenvolvimento da pesquisa.

Capítulo II

2. Resolução de Problemas e TRRS na Matemática

Este capítulo apresenta os fundamentos teóricos que sustentam esta pesquisa, com foco na abordagem da Resolução de Problemas, à luz da perspectiva de Onuchic e Allevato, no ensino da Matemática, especialmente no estudo da Função Polinomial do Primeiro Grau. São discutidas metodologias que valorizam o protagonismo do aluno e a construção ativa do conhecimento, destacando a Resolução de Problemas como estratégia pedagógica que promove a reflexão, a autonomia intelectual e a participação efetiva dos estudantes no processo de aprendizagem matemática.

Nesse contexto, destaca-se a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), desenvolvida por Raymond Duval, fundamentada na psicologia cognitiva, cujo propósito é compreender os processos mentais envolvidos na aprendizagem matemática. Essa teoria busca explicar como os sujeitos produzem, mobilizam e articulam diferentes registros de representação, como o algébrico, o gráfico, o numérico e o verbal, durante a construção do conhecimento matemático. A coordenação e a conversão entre esses registros são consideradas essenciais para o desenvolvimento do pensamento matemático, favorecendo a compreensão conceitual e ampliando a capacidade de análise e interpretação de situações-problema.

2.1 Resolução de Problemas na Educação Matemática

Resolução de Problemas contribui diretamente para o desenvolvimento do pensamento matemático, entendido como a habilidade de formular conjecturas, planejar estratégias, interpretar informações e refletir criticamente sobre diferentes caminhos de solução.

Segundo Onuchic e Allevato (2011), o pensamento matemático pode ser caracterizado como a capacidade de organizar e articular conhecimentos matemáticos de maneira flexível, mobilizando conceitos, procedimentos e representações em contextos variados. Em outras palavras, é o processo de construir sentido, argumentar, generalizar e relacionar ideias matemáticas de forma autônoma. Essa perspectiva reforça a importância de metodologias ativas, como a Resolução de

Problemas, que promovem a reflexão, a criatividade e a autonomia intelectual dos estudantes.

No contexto brasileiro, Onuchic e Allevato (2011) aprofundam essa abordagem ao defenderem o ensino da Matemática por meio da Resolução de Problemas, compreendendo que o processo de ensino e aprendizagem se inicia com situações desafiadoras, anteriores à formalização conceitual.

Nessa perspectiva, o foco está na tríade ensino–aprendizagem–avaliação, entendida como um processo integrado e dinâmico. Essa abordagem de desafios iniciais é reforçada por outros autores, como Romanatto (2004), que destaca que a Resolução de Problemas, quando adotada como metodologia, contribui para o desenvolvimento da autonomia e da reflexão crítica dos alunos, aproximando o ensino matemático de experiências relevantes para os estudantes.

A Resolução de Problemas se consolida, portanto, como estratégia pedagógica que desloca o foco da memorização e da repetição de procedimentos para a investigação ativa de situações matemáticas. Para a aprendizagem, é fundamental que o aluno explore diferentes registros de representação, mobilize seus conhecimentos prévios e construa soluções de forma autônoma, promovendo o pensamento matemático de maneira integrada e relevante.

Para organizar essa abordagem, Allevato e Onuchic (2014) estruturam a metodologia da Resolução de Problemas em dez etapas sequenciais, que organizam o processo de ensino e aprendizagem e favorecem o envolvimento ativo dos estudantes em todas as fases da construção do conhecimento matemático.

Essas dez etapas, propostas por Allevato e Onuchic (2014), estruturam o processo de ensino e aprendizagem de maneira a favorecer o envolvimento do estudante na construção do conhecimento matemático. São elas:

1. Proposição do Problema

A jornada de aprendizagem começa com a proposição de um problema, formulado de maneira acessível, relevante e conectada ao cotidiano dos estudantes. Essa etapa é crucial, pois inicia o processo reflexivo de aprendizagem e motiva os alunos para o estudo. Ao propor problemas contextualizados, como cálculos econômicos ou variações de temperatura ao longo do tempo, o professor desperta o interesse dos estudantes e evidencia a utilidade prática da Matemática. Mais do que uma simples questão, o problema deve constituir-se como um desafio intelectual que mobiliza saberes prévios e estimula a busca por soluções, evitando respostas automáticas e a mera aplicação de fórmulas. Assim, a Resolução de Problemas transforma o conteúdo em conhecimento ativo e relevante para os alunos.

2. Leitura Individual

Após a proposição do problema, a etapa da leitura individual oferece ao aluno a oportunidade de refletir de forma autônoma sobre o enunciado e as possíveis estratégias de solução. Nesse momento, o aluno desenvolve o raciocínio lógico, apoiado em seus conhecimentos prévios sobre funções lineares e suas representações. Essa fase é essencial para que o estudante construa sua própria interpretação do problema e formule hipóteses iniciais de resolução. Ao dedicar tempo à leitura individual, o aluno ganha autonomia e confiança para avançar nas etapas seguintes, que envolvem colaboração e discussão.

3. Leitura em Conjunto

A resolução em grupo é fundamental para desenvolver a cooperação e a flexibilidade cognitiva dos alunos. Trabalhando juntos, eles podem explorar diversas estratégias e métodos para solucionar o problema, como representar a função polinomial de primeiro grau de forma algébrica, gráfica ou tabelar. A troca constante de ideias amplia o repertório de cada estudante, estimulando a criatividade e a adaptação das estratégias de resolução. O grupo se torna um verdadeiro laboratório de ideias, no qual o erro é encarado como oportunidade de aprendizado. A colaboração e a negociação de soluções promovem habilidades sociais e cognitivas, como o pensamento crítico e a tomada de decisões.

4. Resolução em Grupo

A resolução em grupo é fundamental para desenvolver a cooperação e a flexibilidade cognitiva dos alunos. Trabalhando juntos, eles podem explorar diversas estratégias e métodos para solucionar o problema, como representar a função polinomial de primeiro grau de forma algébrica, gráfica ou tabelar. A troca constante de ideias amplia o repertório de cada estudante, estimulando a criatividade e a adaptação das estratégias de resolução. O grupo se torna um verdadeiro laboratório de ideias, no qual o erro é encarado como oportunidade de aprendizado. A colaboração e a negociação de soluções promovem habilidades sociais e cognitivas, como o pensamento crítico e a tomada de decisões.

5. Observar e Incentivar

O papel do professor é essencial nesta etapa: ele atua como observador atento, estimulando os alunos a aprofundarem suas reflexões sem fornecer respostas prontas. Por meio de perguntas provocativas, o docente incentiva os estudantes a explorar diferentes caminhos e a refletir criticamente sobre suas escolhas. Essa postura fortalece a autonomia e cria um ambiente de aprendizagem ativo e colaborativo.

6. Registro na Lousa

A socialização das soluções ocorre por meio do registro na lousa, momento essencial para a construção do conhecimento coletivo. Registrar as estratégias utilizadas pelos grupos proporciona uma visão ampla e clara das diferentes formas de resolver o problema. Para a função polinomial de primeiro grau, o registro pode incluir representações algébricas, gráficas e numéricas, evidenciando múltiplas formas de pensar. Opcionalmente, esse registro pode ocorrer em outro suporte que permita a socialização das soluções, como quadro digital ou cartazes, sem perder a essência da etapa.

7. Plenária

A plenária representa um momento coletivo em que os grupos apresentam suas soluções à turma. Essa etapa é essencial para que os estudantes compartilhem suas estratégias, representações e caminhos percorridos na resolução do problema. Ao socializar as diferentes abordagens, os alunos enriquecem a compreensão do conteúdo e ampliam sua visão sobre o problema trabalhado. O professor atua como mediador, incentivando o respeito às diferentes ideias e promovendo o diálogo entre os grupos. No contexto da função polinomial de primeiro grau, a plenária permite a comparação de representações algébricas, gráficas e tabelares, contribuindo para a construção de um conhecimento mais sólido e articulado.

8. Busca pelo Consenso

A construção do consenso entre os alunos não se limita a uma solução comum, mas envolve negociação e respeito pelas diferentes abordagens. Os alunos são desafiados a ouvir as ideias dos colegas, discutir as divergências e chegar a um acordo sobre a melhor forma de resolver o problema. Esse processo favorece competências sociais como cooperação e respeito às ideias divergentes, habilidades fundamentais no contexto escolar e na vida cotidiana. Ao buscar o consenso, os alunos reforçam a compreensão coletiva da função polinomial de primeiro grau e aprendem a valorizar as contribuições individuais. Esse momento permite analisar diferentes perspectivas e aperfeiçoar as soluções encontradas.

9. Formalização do Conteúdo

Após o consenso, o professor formaliza o conteúdo, conectando as soluções dos alunos aos conceitos teóricos da Matemática. No caso da função polinomial de primeiro grau, o professor explica a fórmula $f(x)=ax+b$, relacionando as representações construídas pelos alunos aos conceitos formais. A formalização deve reforçar o conhecimento adquirido, não sendo uma imposição. Apresentar a teoria após a construção coletiva favorece uma internalização mais sólida do conteúdo, permitindo que os alunos compreendam a aplicabilidade dos conceitos em diferentes contextos.

10. Proposição e Resolução de Novos Problemas

A proposição e resolução de novos problemas, na última etapa do processo de RP, consolidam o aprendizado e favorecem a aplicação dos conceitos em diferentes contextos. Nessa etapa, os alunos podem ser incentivados a formular seus próprios problemas, utilizando o conceito de Função Polinomial de Primeiro Grau para resolver situações além dos exemplos simples.

Os novos problemas devem conectar o conteúdo matemático ao cotidiano, tornando o aprendizado mais contextualizado. A resolução de problemas em diferentes contextos permite que os alunos enxerguem conteúdo sobre funções de forma mais dinâmica, expandindo as estratégias de resolução e promovendo a autonomia na construção do conhecimento.

A RP valoriza o ensino da Matemática ao deslocar o foco da memorização para a investigação ativa de situações cotidianas. Essa abordagem exige que os professores atuem como mediadores, planejando experiências desafiadoras que respeitem os saberes prévios dos alunos, enquanto estimulam engajamento, autonomia e pensamento crítico.

Porém, sua implementação apresenta desafios. Alunos acostumados ao ensino linear, pautado em definição, demonstração, exemplos e exercícios de fixação, podem resistir à reflexão exigida pela RP. Além disso, a heterogeneidade das turmas pode influenciar a proposição de problemas adequados a todos. Nesse caso, o professor deve adaptar o conteúdo, criando um ambiente no qual o erro seja parte natural do aprendizado.

Aplicada ao ensino da Função Polinomial de Primeiro Grau, a metodologia de Resolução de Problemas (RP) faz com que o conceito ultrapasse o caráter de fórmula simples, assumindo o papel de ferramenta útil em situações reais, como cálculos de custos e análise de variações, favorecendo o desenvolvimento da autonomia dos alunos.

Em vez de aplicar conceitos de forma automática, a RP estimula os estudantes a investigar, questionar e construir soluções de maneira autônoma. Essa abordagem é reforçada pela BNCC, que incentiva a investigação das variações presentes nos dados e condições dos problemas, promovendo uma postura ativa e reflexiva. O documento aponta: “pressupõe-se que os estudantes investiguem outros problemas que envolvem os conceitos tratados, para promover a reflexão sobre o que ocorreria se algum dado fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescentada ou retirada” (Brasil, 2018, p. 536).

A RP é uma estratégia pedagógica essencial no ensino da Matemática, destacando-se pela construção ativa do conhecimento. Allevato e Onuchic (2014) propõem três abordagens para a RP: “ensinar sobre”, “ensinar para” e “ensinar por meio de”, cada uma com implicações para o papel do aluno.

A primeira, “ensinar sobre RP”, inspirada em Polya, foca em ensinar as técnicas específicas de resolução, como a compreensão do enunciado, a elaboração de um plano, a execução e a revisão das soluções. Polya (1995, p. 12) define como “ensinar técnicas e etapas para resolver problemas”, desenvolvendo habilidades cognitivas. Porém, tende a tratar o problema como algo secundário, dissociado da construção conceitual. A segunda, “ensinar para RP”, utiliza problemas para aplicar conteúdos já ensinados. Embora útil, pode reduzir a RP a exercícios de fixação, limitando a atuação do aluno à repetição de procedimentos e enfraquecendo o caráter investigativo da abordagem (Onuchic e Allevato, 2011, p. 37).

Por fim, “ensinar por meio de RP” é a abordagem mais construtivista, na qual o problema é o ponto de partida para a construção do saber. Os alunos exploram, levantam hipóteses e buscam soluções antes da formalização conceitual. Onuchic (1999, p. 215) afirma que “o problema não é um exercício no qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula”, mas uma oportunidade para estimular o pensamento crítico e a colaboração.

Compreender essas abordagens é fundamental para práticas pedagógicas eficazes. No ensino da função polinomial de primeiro grau, elas possibilitam experiências de resolução de problemas, com o problema como centro do conhecimento. Para a aprendizagem matemática, é necessário refletir sobre as etapas da resolução, promovendo um pensamento autônomo e crítico.

3. TRRS: Registros e a Aprendizagem Matemática

A semiótica peirceana compreende os signos como mediadores entre percepção e pensamento, ampliando a noção de linguagem para a produção contínua de sentido. Elementos como imagens, equações, palavras, gestos e símbolos tornam-se essenciais na construção do conhecimento, especialmente na Matemática, em que a interpretação desses signos é crucial para compreender conceitos.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), proposta por Raymond Duval, ressalta a importância dos registros semióticos, como sistemas algébrico, gráfico, verbal e numérico, e das atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão no processo de aprendizagem matemática. O trânsito entre registros amplia a flexibilidade cognitiva, permitindo que o aluno visualize conceitos sob diferentes perspectivas e fortaleça o raciocínio e a capacidade de resolver problemas.

Para compreender o papel dos signos na construção do conhecimento matemático, é importante retomar os fundamentos da semiótica peirceana, que oferecem uma base teórica robusta para refletir sobre a mediação sígnica no processo de aprendizagem.

A semiótica peirceana é concebida como teoria do conhecimento que entende os signos como mediadores entre percepção e pensamento. Charles Sanders Peirce não os via como meras convenções restritas à linguagem, mas como elementos universais que intermediam a relação entre a realidade e o pensamento. Nesse sentido, Santaella (1995), uma das principais intérpretes da obra de Peirce no Brasil, afirma que:

> A semiótica peirceana é, antes de tudo, uma teoria sígnica do conhecimento, que desenha, num diagrama lógico, a planta de uma nova fundação para se repensar as eternas e imemoriais interrogações acerca da realidade e da verdade. Trata-se de uma teoria que, ao mesmo tempo, é lógica, epistemológica e ontológica (Santaella, p. 118)

A partir dessa concepção, amplia-se a noção de linguagem: não se trata apenas de transmitir informações, mas de produzir sentido continuamente. No campo educacional, essa perspectiva oferece uma chave interpretativa para compreender como os alunos constroem significados por meio de imagens, equações, gestos, palavras e símbolos. Assim, o ensino da matemática se revela como um campo semiótico, onde aprender é traduzir experiências em signos cada vez mais articulados, refletindo a própria dinâmica do pensamento, segundo Peirce.

Nesse contexto, o modelo peirceano se mostra especialmente útil para analisar como os estudantes atribuem sentido aos conteúdos matemáticos. Segundo essa abordagem, o conceito de signo se desdobra em três elementos fundamentais: o representamen (aquilo que aparece como sinal), o objeto (aquilo que é representado) e o interpretante (o sentido gerado na mente do intérprete).

Santaella (1995) explica que:

> Um signo é aquilo que está no lugar de outra coisa para alguém, sob algum aspecto ou capacidade, e que produz um efeito interpretativo, o interpretante. Esse efeito é gerado na mente do intérprete e pode se manifestar como uma nova compreensão, uma ação ou outro signo. Assim, a semiose é um processo contínuo de produção de sentido,(Santaella, 1995, p. 27).

Essa estrutura é profundamente relacional. Ao analisar a equação $f(x) = 4x - 2$, por exemplo, o representamen corresponde à expressão algébrica; o objeto refere-se ao modelo funcional que representa uma situação de crescimento linear; e o interpretante diz respeito à significação construída pelo aluno, como compreender que o coeficiente 4 indica a taxa de variação, enquanto o termo independente –2 representa o valor inicial, ou seja, o ponto (0, –2).

Essa tríade sígnica se articula com as três categorias fenomenológicas propostas por Peirce: Primeiridade, Secundidade e Terceiridade. Cada uma delas representa uma dimensão da experiência sígnica. A Primeiridade refere-se à qualidade sensível, como perceber a inclinação da reta; a Secundidade diz respeito ao impacto factual, como identificar o ponto onde a reta cruza o eixo y; e a Terceiridade envolve a mediação interpretativa, como concluir que a função descreve um acréscimo constante.

Santaella (1995) complementa a ideia de Peirce ao afirmar que as categorias fenomenológicas, chamadas de Primeiridade, Secundidade e Terceiridade, não devem ser entendidas como etapas cronológicas sucessivas no processo de significação. Essas categorias, oriundas da fenomenologia peirceana, representam modos distintos de apreensão da experiência: a qualidade imediata, a reação ou confronto e a mediação interpretativa. Segundo a autora, essas dimensões coexistem simultaneamente em qualquer experiência sígnica, o que amplia a compreensão da semiose como um processo dinâmico e interativo.

Nesse sentido, ela enfatiza que “as categorias fenomenológicas não são etapas cronológicas, mas dimensões que coexistem em qualquer experiência sígnica”

(Santaella, 1995, p. 118). Essa afirmação reforça a ideia de que o processo de significação não ocorre de forma linear, mas envolve múltiplas camadas perceptivas e interpretativas que se entrelaçam continuamente.

Essa conexão entre tríades aprofunda o entendimento da semiose e revela a complexidade relacional da aprendizagem. Compreendida essa dinâmica entre categorias e elementos, é possível aprofundar a própria natureza do signo e suas múltiplas manifestações.

3.1 O que são signos?

São manifestações visuais, verbais, simbólicas ou sensoriais que representam algo e geram significação. Para Peirce, qualquer fenômeno que provoque esse efeito interpretativo é considerado um signo, seja uma imagem, um número, uma equação, um gesto ou uma sensação.

Santaella (1995) aponta que:

> Um signo é aquilo que está no lugar de outra coisa para alguém, sob algum aspecto ou capacidade, e que produz um efeito interpretativo, o interpretante. Esse efeito é gerado na mente do intérprete e pode se manifestar como uma nova compreensão, uma ação ou outro signo. O signo possui uma natureza profundamente mediadora: ele não é o objeto que representa, mas o meio pelo qual o objeto pode ser compreendido, (Santaella, p. 41).

No ensino da Matemática, essa mediação está presente a todo instante. Por exemplo, o enunciado “Uma bicicleta percorre 5 km por hora. Qual a distância após 4 horas?” ativa diferentes signos: a equação f(x) = 5x; o gráfico com reta ascendente; a tabela com pares ordenados; e a descrição verbal “a cada hora são percorridos 5 km”. Cada um desses elementos e sua articulação constroem o raciocínio matemático. Santaella sintetiza com profundidade: “ Onde houver vida, haverá signos. Signo é sinônimo de vida” (Santaella, 1995, p. 41).

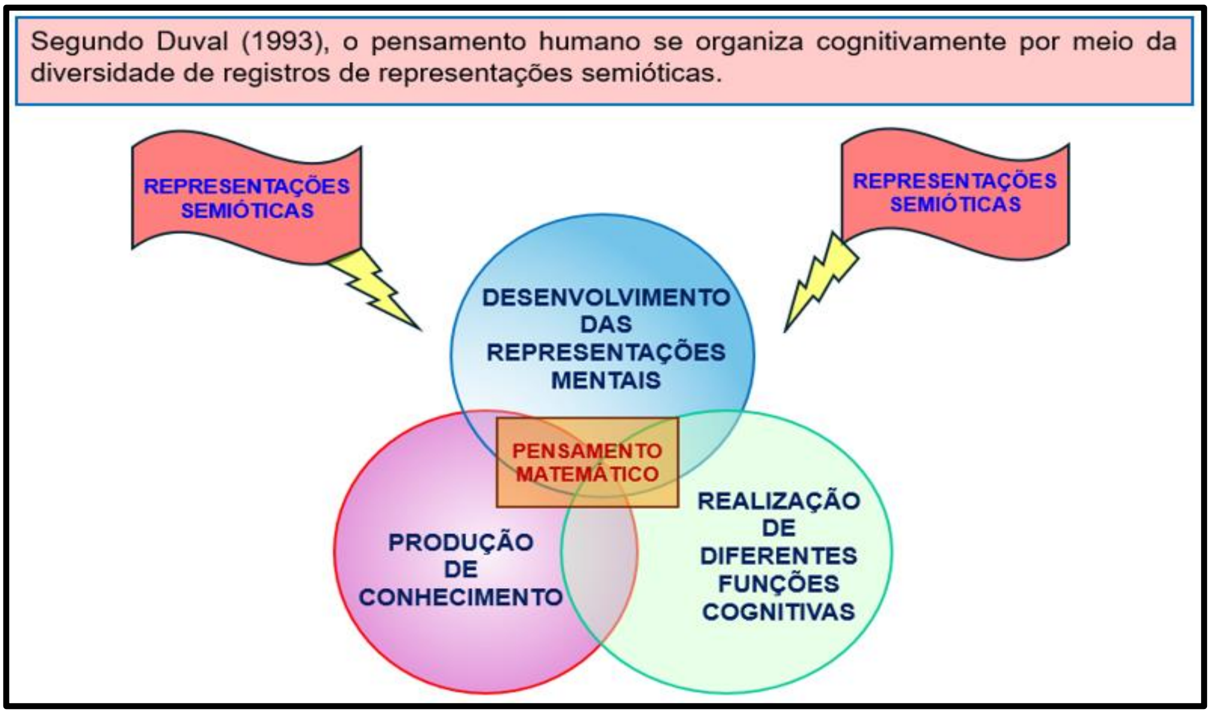
Ao adotar essa perspectiva existencial, legitima-se o ato de interpretar como presente em todos os gestos da vida humana. Reconhecer isso permite que o ensino se conecte com a linguagem da experiência. É nesse horizonte que emerge o conceito de semiose: um processo contínuo em que cada signo gera outro, formando uma cadeia infinita de significações.

Para Peirce (1908/1931–1935), compreender um conceito nunca ocorre de forma instantânea. Ele se constrói como uma rede, entrelaçada por múltiplos signos que se conectam e se transformam. A aprendizagem, assim, não é apenas uma acumulação de informações, mas uma circulação semiótica, em que interpretar significa transitar entre diferentes representações.

3.2 Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS)

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), desenvolvida por Raymond Duval, constitui uma contribuição fundamental para a compreensão dos processos cognitivos envolvidos na aprendizagem matemática, ao defender que o conhecimento é construído por meio da mediação de sistemas de representação, denominados registros semióticos (Duval, 1995, 2003, 2009). Esses registros operam como instrumentos cognitivos essenciais, permitindo aos sujeitos apreender e manipular objetos matemáticos abstratos, cuja mediação no pensamento matemático é sintetizada no esquema a seguir.

Figura 1- Esquema adaptado da explicação sobre a TRRS.



Fonte: Adaptado de Enfim! Se liga na Matemática. YouTube, 06 ago. 2019.

Para Duval (2003), "a apreensão de um objeto matemático envolve diferentes modos de representação, cada um com sua própria estrutura semiótica e regras de uso" (Duval, 2003, p. 14-15). Essa afirmação destaca que a compreensão matemática não se limita à memorização de fórmulas ou procedimentos; exige a apropriação dos diferentes sistemas simbólicos capazes de estruturar o pensamento matemático em suas múltiplas dimensões. Assim, os registros operam como pontes entre a abstração dos conceitos e sua expressão concreta em diferentes linguagens.

Ele distingue quatro tipos principais de registros: língua natural; simbólico (abrange linguagem algébrica, numérica e operatória); gráfico (gráficos cartesianos e diagramas); e figural (figuras geométricas, esboços e esquemas visuais). O reconhecimento dessas categorias é fundamental para compreender como os sujeitos constroem significados ao trabalhar com conceitos matemáticos, mobilizando diferentes formas de registro conforme o contexto do problema ou da atividade proposta.

O domínio da matemática, segundo Duval, depende da habilidade de passar de um registro a outro, mantendo a invariância do conteúdo matemático (DUVAL, 2003, p. 16). Essa habilidade de transitar entre registros, chamada de conversão, é crucial, pois cada registro oferece uma representação parcial do objeto matemático. A capacidade de coordenar registros favorece a resolução de problemas e indica compreensão profunda do conceito.

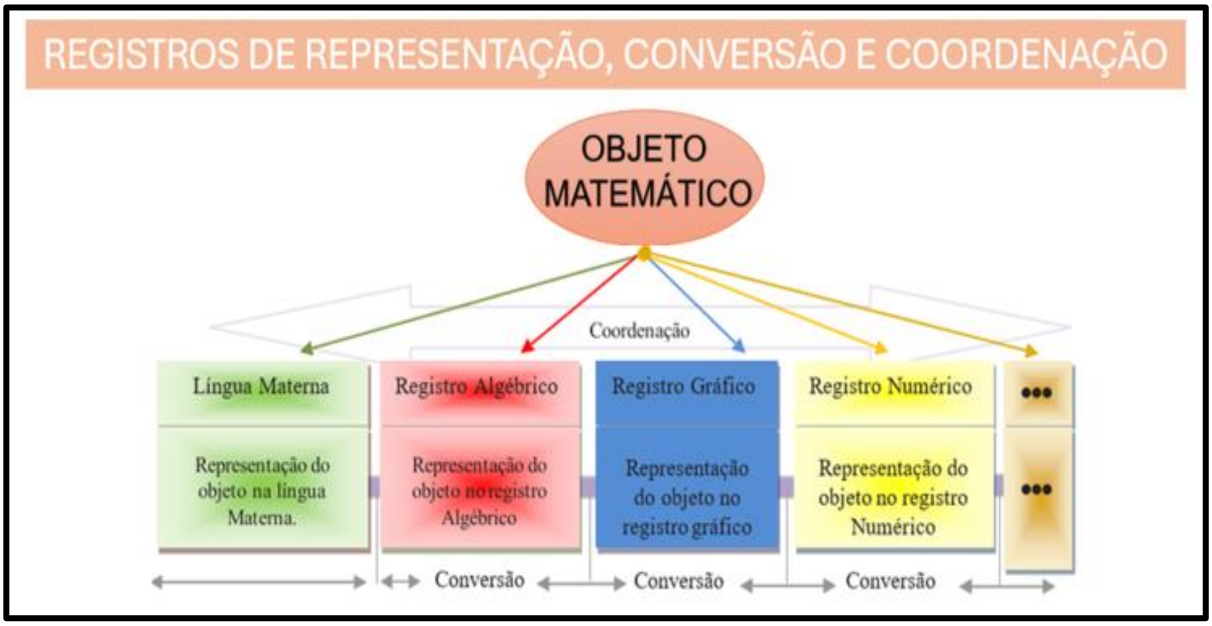
A seguir, será detalhado o conceito de conversão na perspectiva da TRRS, explicitando como essa passagem entre registros ocorre e sua importância para a construção do conhecimento matemático.

3.2.1 Atividades Cognitivas e Coordenação dos Registros

Duval (1995) destaca que o trabalho cognitivo com registros envolve três atividades fundamentais: tratamento, conversão e formação, que estruturam a maneira como o estudante processa, manipula e transfere informações entre diferentes sistemas de representação.

A aprendizagem matemática, portanto, caracteriza-se como um processo integrado e complexo, no qual essas atividades se articulam de forma interdependente e indissociável, cada uma contribuindo de maneira complementar para a construção do significado matemático. Compreender essa articulação é essencial para perceber como a manipulação interna de registros, a transposição entre diferentes sistemas simbólicos e a elaboração de novas representações se combinam, formando a base sobre a qual o estudante desenvolve flexibilidade, raciocínio crítico e autonomia na compreensão de conceitos matemáticos.

Figura 2 – Registros de representação, conversão e coordenação do objeto matemático.



Fonte: Reprodução adaptada da Figura 2 de Henriques e Almouloud (2016).

O tratamento refere-se à transformação realizada internamente a um mesmo registro, sem alterar o sistema semiótico. Por exemplo, no registro algébrico, calcular ou manipular a expressão para analisar variações nos coeficientes ilustra o tratamento. No registro gráfico, pode significar desenhar pontos adicionais ou alterar parâmetros da reta, como ao traçar linhas paralelas para estudar propriedades da função.

A conversão é a atividade mais desafiadora, pois consiste na passagem de uma representação para outro registro, sempre buscando preservar a equivalência semântica. Isso permite compreender que diferentes registros, como o algébrico, o gráfico, o figural e o verbal, tratam de um mesmo objeto matemático.

Por exemplo, ao converter do registro algébrico para o gráfico correspondente, o estudante precisa relacionar parâmetros como coeficiente angular e termo constante a elementos visuais como inclinação e intercepto, consolidando o significado do conceito. De modo análogo, ao transformar uma descrição verbal, como "a cada unidade que x aumenta, o valor de f(x) cresce duas unidades, partindo do valor três", para a expressão algébrica, é necessário identificar nas palavras as relações funcionais e a estrutura simbólica subjacente, ação essencial à compreensão conceitual. Realizar conversões pressupõe também reflexão sobre a articulação entre registros e a avaliação de se as relações matemáticas foram efetivamente preservadas.

A formação é a elaboração de uma nova representação dentro do mesmo registro, em conformidade com suas regras e convenções. Isso inclui produzir corretamente a expressão algébrica de uma função do primeiro grau, construir o gráfico correspondente ou apresentar uma explicação verbal bem estruturada sobre o comportamento da função. A formação constitui a base para o entendimento e manipulação dos objetos matemáticos, sendo suporte para futuras operações de tratamento e conversão.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica afirma que os registros são componentes estruturantes do pensamento matemático e não meras formas alternativas de expressão. Coordenar registros possibilita identificar e corrigir equívocos conceituais, além de promover a flexibilidade necessária à resolução de problemas. Por exemplo, dúvidas na interpretação do coeficiente angular ou do intercepto podem ser sanadas pela articulação entre registros algébrico, gráfico e verbal.

O paradoxo cognitivo descrito por Duval (1995), que aponta a impossibilidade de compreender objetos matemáticos sem recorrer a representações, e o fato de que essas representações não se confundem com os próprios objetos, exige habilidades de conversão refinadas e sustenta uma compreensão consistente dos conceitos.

No contexto da tríade ensino-aprendizagem-avaliação, fundamental na perspectiva de Onuchic e Allevato, a Semiótica de Duval foca especialmente a aprendizagem, enfatizando o desenvolvimento da capacidade do estudante de mobilizar e coordenar registros para a construção do conhecimento matemático.

É imprescindível que o ensino convencional promova experiências articuladas de formação, tratamento e conversão de registros, favorecendo a compreensão dos vínculos semânticos entre coeficiente angular, inclinação da reta, termo constante e intercepto, e desenvolvendo autonomia e flexibilidade conceitual.

É importante destacar que a contextualização da aprendizagem matemática deve considerar que o próprio conhecimento matemático já contém elementos contextualizados, sem se restringir necessariamente ao cotidiano imediato do estudante, conforme aponta a BNCC (p. 527). Além disso, a BNCC (p. 266) reforça que o Ensino Fundamental deve promover o desenvolvimento do letramento matemático, entendido como o conjunto de competências e habilidades para raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, favorecendo a formulação e a resolução de problemas em diferentes contextos, por meio de conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas adequadas.

No ensino das funções do primeiro grau, é fundamental propiciar aos estudantes experiências articuladas de formação, tratamento e conversão de registros. Essa abordagem favorece a compreensão dos vínculos semânticos entre coeficiente angular, inclinação da reta, termo constante e intercepto, consolidando autonomia e flexibilidade conceitual. Assim, a TRRS estabelece uma base sólida para a compreensão matemática e prepara o estudante para desafios variados.

Contudo, é fundamental ressaltar que, embora essenciais, as conversões entre registros nem sempre ocorrem de modo imediato ou fluido. Diversos fatores podem dificultar esse trânsito, gerando fenômenos específicos de congruência ou não congruência cuja análise revela nuances centrais para a aprendizagem e será detalhada a seguir.

3.2.2 Fenômenos de Congruência ou Não-Congruência

A conversão entre registros de representação semiótica é uma atividade central para a compreensão matemática, mas nem sempre se realiza de maneira direta ou imediata. Duval (2003; 2012a) destaca que as conversões apresentam diferentes graus de dificuldade, sendo classificadas como congruentes ou não congruentes, conforme a articulação entre o registro de partida e o de chegada.

Uma conversão é considerada congruente quando o registro de chegada torna reconhecíveis as unidades significantes do registro de partida, permitindo uma correspondência direta e com baixo esforço cognitivo. Isso ocorre, por exemplo, quando o estudante constrói um gráfico ponto a ponto a partir de uma expressão algébrica, pois cada par ordenado é visualizado e a relação entre registros é imediatamente acessível.

A conversão do registro gráfico para o algébrico pode se configurar como congruente ou não congruente, dependendo do modo como as informações estão apresentadas no gráfico. Se este traz explicitamente todos os dados essenciais, como ponto de intercepto nas ordenadas, zeros da função, valores de pontos específicos e inclinação evidenciada, a passagem para a expressão algébrica se dá de modo direto, com baixa exigência cognitiva. Por outro lado, quando o gráfico exige análise de escalas, interpretação de múltiplos pontos, cálculos ou inferências não imediatas, há necessidade de operações mais elaboradas para reconstruir a expressão algébrica.

Nesses casos, a conversão não é espontânea, pois implica leitura global, articulação de diferentes elementos e ativação de conhecimentos prévios, caracterizando a não congruência (Duval, 2012a). Este critério mostra que não é a natureza do registro gráfico ou algébrico que define a congruência, mas sim a maneira como os elementos estão distribuídos e acessíveis à leitura e à tradução semiótica.

Exemplo desse fenômeno ocorre ao converter a seguinte descrição verbal:

O pai de Andrei é um pedreiro muito requisitado na cidade e está estruturando sua prestadora de serviços "CASA DOS SONHOS". Para organizar sua nova empresa, ele contratou uma consultoria chamada "MOEDA VIRTUAL", que propôs uma estrutura salarial motivadora para os auxiliares de pedreiro no serviço de assentamento de tijolos. O salário é composto de uma ajuda de custo fixa de R$ 1.200,00 e um adicional de vinte e cinco centavos (R$ 0,25) por cada tijolo assentado no mês.

Ao passar da linguagem natural para o registro algébrico, torna-se necessário identificar relações implícitas presentes no texto, reconhecendo o coeficiente linear (R$ 1.200,00) e o coeficiente angular (R$ 0,25), atribuindo sentido à estrutura algébrica. O mesmo desafio se apresenta ao analisar um gráfico cartesiano: é preciso reconhecer inclinação, intercepto e outras informações para reconstruir o significado formal da função.

A complexidade no trânsito entre registros e a importância de abordagens didáticas específicas são reforçadas por Ginez e Pires (2021):

> A atividade torna-se mais complicada para o aluno, mas a interpretação de um traçado, uma curva de um gráfico para determinar a expressão algébrica correspondente, fará com que ele adquira conhecimentos sobre funções e isso contribuirá para transitar nos diferentes registros com facilidade, pois, para sanar as dificuldades nesse tipo de atividade, são essenciais abordagens que levem os estudantes a adquirir o conhecimento acerca desses diferentes registros (Ginez; Pires, 2021, p. 19).

Essa análise evidencia que a dificuldade inerente à conversão do registro gráfico para o algébrico não representa apenas um obstáculo, mas também uma oportunidade formativa, promovendo flexibilidade representacional e autonomia no trânsito entre registros.

Os dados das atividades de campo revelaram que, em algumas conversões, os estudantes conseguiram transpor os elementos com facilidade, mostrando congruência. Porém, em outros casos, houve bloqueios conceituais, como omissão do valor fixo, troca de operações ou dificuldades no entendimento do adicional por unidade, resultando em conversões não congruentes. Essas dificuldades indicam a necessidade de abordagens didáticas que promovam a transição entre registros e desenvolvam maior autonomia.

Oliveira e Pires (2012) registram problema semelhante no ensino fundamental:

> A dificuldade central dos alunos deu-se no momento da conversão de um registro escrito em língua natural ou em escrita numérica para um registro na forma algébrica. Alguns generalizavam a sentença em linguagem natural, mas no momento de convertê-las em linguagem algébrica acabavam escrevendo uma expressão que era válida apenas para alguns resultados, não generalizando a situação como um todo. (Oliveira; Pires, 2012, p. 236).

Esses achados reforçam que as dificuldades ligadas à conversão de registros, especialmente da linguagem natural ou numérica para a forma algébrica, não apenas confirmam as proposições de Duval, como também ressaltam a importância de intervenções didáticas voltadas à explicitação, generalização correta e construção autônoma das representações matemáticas.

Duval (2009) organiza a distinção entre conversões congruentes e não congruentes com base em três critérios fundamentais:

I) Correspondência semântica: cada unidade significante do registro de partida deve possuir equivalente claro no registro de chegada.

II) Unicidade semântica terminal: cada unidade do registro de partida deve corresponder a uma única unidade de chegada.

III) Ordem de apreensão: a forma de apreensão, seja global ou sequencial, deve ser preservada entre os registros.

Quando os três critérios são atendidos simultaneamente, a conversão é considerada congruente. Quando apenas parte deles é satisfeita, ou nenhum, ocorre a não congruência, aumentando o esforço cognitivo, fragmentando a interpretação e ampliando a possibilidade de erros. Esses elementos explicam grande parte das dificuldades encontradas pelos estudantes no estudo de funções, sobretudo em situações reais de ensino.

Compreender os fenômenos de congruência e não congruência nas conversões entre registros é fundamental para localizar obstáculos na aprendizagem matemática.

As conversões congruentes favorecem um trânsito mais fluido entre os registros; já as não congruentes demandam operações cognitivas elaboradas e atenção redobrada dos estudantes. Analisar situações didáticas sob esse prisma permite identificar pontos críticos do ensino e valorizar o papel estruturante das conversões na construção do significado matemático, segundo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

3.2.3 Registros de Representação

Registros de representação são sistemas simbólicos que organizam e expressam ideias. Na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), cada registro possui propriedades que influenciam diretamente a forma como o conhecimento é estruturado.

Nesse sentido, Duval (1998) ressalta que:

> A conversão entre registros semióticos é uma atividade cognitiva essencial para a compreensão dos objetos matemáticos. Ela não se limita a uma simples tradução entre linguagens, mas implica uma reorganização conceitual que permite ao aluno estabelecer relações mais complexas entre os diferentes aspectos da matemática (Duval, 1998, p. 49).

Essa consideração de Duval destaca que lidar com diferentes registros não é apenas mudar a aparência dos símbolos, mas acionar novas estratégias mentais e reconstruir os significados envolvidos. Ao alcançar essa reorganização conceitual, o estudante desenvolve uma compreensão mais refinada e flexível dos conceitos matemáticos, tornando-se capaz de transitar com autonomia entre registros e de enxergar diferentes aspectos de um mesmo objeto.

Existe uma distinção conceitual relevante entre registro e representação: a representação é o conteúdo simbólico que expressa uma ideia; o registro é o sistema de signos utilizado para estruturar essa expressão. Por exemplo, a função $f(x)=4x-1$ representa uma relação funcional crescente, e essa representação ocorre dentro do tratamento algébrico.

No entanto, essa mesma função pode ser expressa por diferentes registros, como gráfico (descreve uma reta ascendente no plano cartesiano, interceptando o eixo y no ponto $(0,-1)$), verbal (a descrição "a cada unidade de x, o valor de f(x) aumenta em quatro unidades") e numérico (uma tabela com pares ordenados (x,y)).

Cada registro exige operações cognitivas distintas e ativa diferentes formas de compreensão. Essa diversidade é essencial para a aprendizagem, pois permite ao aluno explorar o conceito sob múltiplas perspectivas. Como sintetiza Duval (2006), compreender um objeto matemático exige saber manipular seus registros e não apenas repetir representações em um único sistema.

Após explorarmos a natureza dos diferentes registros semióticos e compreendermos a diferença fundamental entre registro e representação, fica claro que compreender objetos matemáticos demanda mais do que alternar formas de expressão, exigindo reconstrução de significados.

Para a função polinomial de primeiro grau, por exemplo, os registros mais comuns são: algébrico f(x) = 2x + 3, gráfico (reta crescente no plano cartesiano), verbal ("a cada unidade de x, o valor de f(x) aumenta em duas unidades") e numérico (tabela com pares ordenados). Na resolução de problemas, o professor pode pedir que o aluno converta uma equação para um gráfico ou interprete uma tabela verbalmente. Esse trânsito favorece a compreensão, revela significados latentes e estimula a autonomia interpretativa. Esse movimento entre registros também impacta diretamente o raciocínio matemático.

Ao desenvolver a capacidade de alternar entre diferentes formas de representação, o aluno adapta sua compreensão a variados tipos de problemas e contextos. Visualizar graficamente, analisar algebricamente e expressar verbalmente uma função permite integrar e aprofundar o entendimento, estabelecendo conexões e fortalecendo o raciocínio matemático.

Assim, transitar entre registros não só facilita a compreensão de conteúdos específicos, como também desenvolve competências cognitivas amplas, como flexibilidade e criatividade na resolução de problemas. Dessa forma, o ensino de matemática, ao envolver os alunos nesse trânsito entre múltiplas representações, vai além do conteúdo em si e promove habilidades essenciais para lidar com diferentes situações de aprendizagem.

Diante do exposto, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval oferece fundamentos teóricos sólidos para compreender a construção conceitual na aprendizagem matemática. Ao detalhar a importância do tratamento, conversão e formação, e a distinção entre registro e representação, evidencia-se que a articulação entre registros é indispensável para uma compreensão profunda e flexível dos conceitos.

Integrar essas atividades, especialmente no ensino da função polinomial de primeiro grau, fortalece o desenvolvimento da autonomia intelectual e das competências cognitivas necessárias ao pensamento matemático. Assim, a TRRS consolida-se como referência indispensável para práticas pedagógicas inovadoras e eficazes no ensino de matemática.

Capitulo III

4. Procedimentos Metodológicos

Neste capítulo, são apresentados os procedimentos metodológicos que fundamentam a pesquisa, destacando as características gerais do estudo e a natureza do objeto de análise. São descritos os métodos adotados para a condução, aplicação e organização das atividades de ensino (sequência didática) realizadas durante a coleta

4.1. Sobre o tipo de pesquisa

O método de pesquisa utilizado é o que sustenta as respostas aos questionamentos relacionados à explicitação do problema e aos objetivos do estudo. Portanto, é fundamental que o pesquisador reconheça que o melhor método é aquele que mais se ajusta à compreensão do fenômeno a ser investigado (Haguette, 1992).

Neste estudo, adotou-se a pesquisa qualitativa como abordagem de investigação, por sua adequação aos objetivos propostos e por possibilitar uma compreensão aprofundada do fenômeno estudado. Segundo Minayo (1994), a pesquisa qualitativa busca responder a questões específicas e se concentra em níveis de realidade que não podem ser quantificados. Seu diferencial está na liberdade de expressão tanto do pesquisador quanto dos sujeitos investigados, permitindo que a coleta de informações seja ampla e diversificada.

Essa abordagem possibilita apreender aspectos subjetivos das respostas dos participantes, os quais seriam de difícil mensuração por métodos quantitativos. A coleta e análise dos dados priorizaram o aprofundamento das percepções individuais e coletivas, garantindo uma compreensão ampla do fenômeno educacional investigado.

A adoção dessa abordagem determinou a forma de tratamento das questões e assegurou que a análise estivesse alinhada ao fenômeno estudado. Para Creswell

(2014) e Flick (2018), “a metodologia deve fornecer uma análise robusta e precisa, permitindo uma investigação aprofundada” (Creswell, 2014, p. 35). Lakatos e Marconi (2017) reforçam que a definição do método está diretamente ligada ao tipo de conhecimento que se busca produzir, afirmando que “a definição do tipo de pesquisa a ser adotado implica uma escolha entre diferentes formas de conhecimento” (Lakatos; Marconi, 2017, p. 14).

Inserida no âmbito da pesquisa de campo, a investigação foi desenvolvida diretamente no ambiente escolar, possibilitando a observação das interações e comportamentos dos participantes durante as atividades. Essa proximidade com o contexto analisado proporcionou um retrato fiel da realidade investigada.

A pesquisa foi aprofundada pela aplicação de uma sequência didática cuidadosamente planejada, que permitiu a análise das respostas registradas pelos participantes nas fichas de atividades. Na sequência, após a leitura dessas respostas, elaborou-se uma entrevista semiestruturada com o objetivo de captar, de forma detalhada, as particularidades do raciocínio dos participantes, suas estratégias de resolução e as conexões estabelecidas com o tema estudado em cada atividade.

Além disso, buscou-se compreender como essas reflexões individuais se articularam com os conhecimentos prévios dos alunos, influenciando o processo de aprendizagem e promovendo o desenvolvimento de novas competências.

A análise qualitativa das respostas, associada à entrevista semiestruturada, possibilitou organizar os dados em um quadro mais amplo de desenvolvimento educacional, revelando aspectos da aprendizagem difíceis de mensurar por testes convencionais.

A pesquisa qualitativa é essencial para captar múltiplas perspectivas dos indivíduos e suas interações com o ambiente de ensino. A flexibilidade dessa abordagem, conforme Flick (2018) e Merriam (2014), também se mostrou fundamental, permitindo ajustes contínuos conforme surgiam novas questões e descobertas ao longo do estudo.

4.2. Caracterização da escola e dos alunos participantes

4.2.1 A escola

A pesquisa foi realizada em uma escola pública estadual localizada no município de Salto de Pirapora, que atende aproximadamente novecentos alunos distribuídos em três turnos. Dois desses turnos correspondem ao período de Ensino Integral, com sete horas diárias de atividades, abrangendo o Ensino Fundamental e o Novo Ensino Médio, que inclui cursos técnico-profissionalizantes no período vespertino. O terceiro turno é destinado ao Ensino Médio Regular noturno, atendendo jovens que conciliam estudo e trabalho.

A instituição recebe um público heterogêneo, refletindo diferentes realidades sociais, econômicas e culturais. Destaca-se ainda pela inclusão de alunos com deficiência em classes regulares, conforme estabelecido pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394/1996) e pela Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Lei nº 13.146/2015).

Aproximadamente 60% dos estudantes residem na zona rural, o que evidencia o compromisso da escola com a garantia do direito à educação de qualidade para todos, em consonância com a Constituição Federal de 1988 e o Estatuto da Criança e do Adolescente (Lei nº 8.069/1990).

4.2.2 Os alunos

Participaram da pesquisa dezesseis alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública, com idades entre 15 e 17 anos. A maioria dos alunos dessa turma já frequentava a escola desde o início do Ensino Fundamental II, o que contribuiu para a consolidação de vínculos duradouros com a instituição, fortalecendo o sentimento de pertencimento e estabelecendo laços de confiança entre discentes, docentes e a equipe escolar.

A escolha dos participantes foi feita com base nos critérios descritos no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e no Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). Inicialmente, todos os alunos matriculados na 1ª série do Ensino

Médio foram convidados a participar da pesquisa, conforme estipulado na TALE, que contemplava a participação de 30 alunos.

No entanto, devido à formalização da adesão à pesquisa, que exigia a assinatura dos documentos obrigatórios (TCLE e TALE), apenas 16 alunos participaram efetivamente do estudo. Embora a amostra inicial tenha contemplado 30 alunos, o número de participantes foi reduzido para 16, uma vez que alguns alunos não retornaram os documentos assinados ou optaram por não participar após a explicação detalhada do projeto. Dessa forma, a amostra final consistiu em 16 alunos.

As atividades ocorreram em uma única turma, sem a necessidade de incluir alunos de outras salas, pois a turma selecionada foi aquela com maior número de estudantes que apresentaram rendimento insuficiente nas provas de Matemática, conforme os resultados das provas Paulista nos três primeiros bimestres de 2024.

Esse contexto de familiaridade favoreceu tanto o engajamento nas atividades quanto a expressão espontânea de opiniões durante a investigação, enriquecendo a coleta de dados e possibilitando uma compreensão mais precisa do fenômeno estudado. Os alunos demonstraram reconhecer a relevância do projeto para sua formação acadêmica e pessoal. Para muitos, a iniciativa representou uma oportunidade de aprofundar conhecimentos matemáticos, além de ampliar perspectivas de crescimento pessoal e profissional, ultrapassando os limites do ambiente escolar.

Ao longo das atividades desenvolvidas, foi possível observar distintos níveis de participação, estratégias de resolução e formas de interação com os conteúdos propostos. Tais diferenças refletiram as experiências anteriores, os interesses individuais e as dinâmicas interpessoais da turma, permitindo uma análise mais ampla das potencialidades cognitivas presentes no grupo.

4.3. Metodologia aplicada à pesquisa

Esta investigação adotou a pesquisa qualitativa como abordagem, pois ela é mais adequada para entender profundamente os fenômenos e processos relacionados à aprendizagem no contexto escolar. A pesquisa qualitativa possibilita uma análise detalhada das experiências e percepções dos participantes, o que permite uma compreensão rica e contextualizada do fenômeno investigado, como será detalhado na sequência.

O princípio metodológico adotado foi a Engenharia Didática (ED), devido à sua capacidade de integrar de maneira estruturada a reflexão teórica às práticas da sala de aula. Essa abordagem articula o saber acadêmico com o saber escolar, permitindo que o processo de ensino-aprendizagem seja analisado de forma sistemática e fundamentada.

Conforme Pais (2001):

> As dimensões da teoria e da experiência, no campo didático, devem ser consideradas instâncias complementares do fenômeno da aprendizagem. Isso significa que toda racionalização deve passar por uma verificação experimental e, de forma análoga, toda experiência deve ser submetida a uma análise racional. [...] A estruturação proposta pela engenharia didática mantém um elo de aplicação entre o saber acadêmico e o saber a ser ensinado, aproximando a academia das práticas escolares. (Pais, 2001, p. 104).

A partir da perspectiva de Pais, compreende-se que a aprendizagem não pode ser dissociada do diálogo permanente entre teoria e prática. A ED, nesse sentido, opera como um mecanismo que assegura que o conhecimento científico não permaneça abstrato ou distante do cotidiano escolar, mas se materialize em ações pedagógicas planejadas, experimentadas e analisadas criticamente.

Essa interdependência entre racionalização teórica e validação empírica garante que o processo formativo seja continuamente revisitado, aprimorado e ancorado em evidências provenientes da própria realidade educativa.

A metodologia adotada segue os princípios da Engenharia Didática (Artigue, 1995; 2005), promovendo integração contínua e reflexiva entre teoria e prática. Essa abordagem permite ajustar as atividades conforme necessidades identificadas ao longo do processo, possibilitando ao pesquisador construir, experimentar e aprimorar propostas pedagógicas à medida que surgem novas informações e desafios no contexto escolar (Balacheff, 1990).

Conforme afirma Artigue (1995):

> Estes dados se completam, com frequência, com outros obtidos com a utilização de metodologias externas, como questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos [...] A confrontação das duas análises, a priori e a posteriori, se fundamenta na essência da validação das hipóteses formuladas na investigação. (Artigue, 1995, p. 38).

A leitura da autora evidencia que o rigor da Engenharia Didática depende da triangulação entre diferentes fontes de dados e da comparação criteriosa entre o planejado e o observado. As análises a priori e a posteriori constituem um eixo estruturante do processo investigativo, pois permitem ao pesquisador confrontar suas expectativas teóricas com as respostas concretas dos estudantes. Esse confronto não apenas confirma ou refuta hipóteses, mas também ilumina aspectos do fenômeno didático que só emergem durante a prática, assegurando maior profundidade e confiabilidade ao estudo.

A ED evidencia, assim, o elo entre a racionalidade teórica e as práticas escolares, garantindo que o saber acadêmico seja efetivamente aplicado no ensino. Estruturada de maneira sistemática, contempla diferentes dimensões do ensino-aprendizagem: justificativa e descrição detalhada do tema, formulação de hipóteses, planejamento, experimentação e análise de resultados, promovendo integração entre as etapas e validando as estratégias aplicadas.

O percurso metodológico desta pesquisa foi delineado a partir das quatro fases fundamentais da Engenharia Didática, segundo Artigue (1995):

- Análise preliminar: identificação das dimensões teóricas do fenômeno e planejamento das atividades da sequência didática;
- Análise a priori: formulação de hipóteses e antecipação de dificuldades cognitivas, orientando a elaboração das tarefas e expectativas para cada atividade planejada;
- Experimentação: aplicação da sequência didática, com registro sistemático das produções, dos processos de resolução e das interações dos alunos em situações de aprendizagem planejadas;
- Análise a posteriori: exame detalhado e interpretação criteriosa dos dados obtidos durante a experimentação.

O planejamento e a execução das etapas foram orientados primordialmente por aspectos epistemológicos, ligados à fundamentação do conhecimento matemático e aspectos cognitivos, voltados para a compreensão dos processos de aprendizagem e das operações mobilizadas pelos estudantes na resolução dos problemas propostos.

Cabe destacar que a análise dos dados coletados será apresentada integralmente no capítulo IV, à luz da Resolução de Problemas (Onuchic, 2004) e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 1995, 2003, 2009).Essa fundamentação e o uso articulado dos referenciais teórico-metodológicos conferiram rigor, coesão e alinhamento ao trabalho, possibilitando a construção, experimentação e análise de uma sequência didática centrada na investigação do aprendizado de funções polinomiais do primeiro grau.

4.4 Análise a Priori da Sequência Didática

A análise a priori desta sequência didática tem como objetivo explicitar o que era esperado que os participantes apresentassem como respostas diante das situações-problema propostas, considerando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1995,2003, 2009) e a metodologia de Resolução de Problemas, sistematizada por Allevato e Onuchic (2014).

A abordagem organiza as atividades em contextos diversos, favorecendo a leitura atenta, a análise crítica e a argumentação. As considerações apresentadas a seguir representam expectativas pedagógicas, que foram confrontadas posteriormente com os dados obtidos na análise a posteriori.

A sequência didática foi cuidadosamente estruturada e dividida em seis encontros interdependentes, com atividades elaboradas para promover a mobilização dos participantes nas operações cognitivas de representação e interpretação de funções polinomiais de primeiro grau, em múltiplos registros — verbal, numérico, algébrico e gráfico.

A elaboração das atividades seguiu um processo criativo, sendo, em sua maior parte, de autoria do pesquisador. A inspiração para essas atividades se deu pela necessidade de contextualizar a matemática em situações do cotidiano, utilizando problemas reais para facilitar a compreensão de conceitos como funções polinomiais de primeiro grau.

Durante o desenvolvimento das atividades, foi priorizada a articulação entre teoria e prática, buscando garantir que os participantes pudessem representar, interpretar e manipular a função em diferentes registros semióticos. Esperava-se que, ao longo das atividades, os participantes fossem capazes de construir expressões algébricas coerentes, elaborar tabelas numéricas, desenvolver gráficos e discutir, de maneira crítica, os coeficientes linear e angular das funções envolvidas.

Na formação, os participantes devem organizar informações, elaborar tabelas, construir expressões algébricas coerentes e desenvolver gráficos iniciais, articulando linguagem natural e simbólica. No tratamento, manipulam expressões no mesmo registro, realizam cálculos, aplicam propriedades matemáticas e interpretam coeficientes linear e angular de forma consistente.

Na conversão, transitam entre registros distintos, como tabelas, gráficos, expressões algébricas e linguagem verbal, preservando a invariância do conteúdo, evidenciando compreensão multifacetada e capacidade de relacionar diferentes formas de representação.

Ao longo da sequência, espera-se que os participantes construam representações matemáticas coerentes, interpretem coeficientes, realizem transições entre registros e apliquem conceitos em diferentes contextos, articulando raciocínio lógico e análise crítica. As atividades finais propõem a elaboração de situações-problema próprias, favorecendo autonomia, argumentação fundamentada e consolidação do conhecimento sobre a função polinomial de primeiro grau. A análise a priori estabelece hipóteses claras sobre as respostas cognitivas esperadas, servindo como referência para avaliar a aprendizagem e identificar avanços e desafios na compreensão desse conceito matemático.

PRIMEIRO ENCONTRO - Ficha de Atividades 01

Problema 01- A concessionária "SEU CARRO, SEU SONHO", recém-instalada no comércio da cidade, está selecionando vendedores que almejam crescer junto com a empresa. Marcela teve seu curriculum selecionado e foi contratada para iniciar imediatamente. A empresa explicou que a política salarial é estruturada com uma ajuda de custo de R$ 1.342,00 (equivalente ao salário-mínimo nacional) e uma comissão de 2% sobre o total de vendas. Com base nessas informações, complete a tabela, a seguir responda o que se pede: (Explique detalhadamente como chegou aos valores da tabela).

Total de Vendas (R$)	50.000,00	150.000,00	225.750,00	
Salário Total em (R$)				11842,00

a) Após realizar os cálculos e preencher a tabela, existe uma relação de interdependência entre o salário que Marcela irá receber e o total de vendas efetuadas ao final de cada mês? Quais são as grandezas (variáveis)? Qual delas é a dependente e qual é a independente? Justifique sua resposta.

b) Após analisar o problema e preencher a tabela, discuta com seus colegas sobre o conceito de Função Polinomial de Primeiro Grau. Qual é a relação entre o salário e o total de vendas, e por que isso representa uma função? Considere como a comissão e a ajuda de custo afetam essa relação.

c) Determine a taxa de variação (coeficiente angular) e o coeficiente linear desta função. Justifique sua resposta explicando por que o coeficiente angular é chamado de “taxa de variação” e o coeficiente linear é chamado “termo independente”.

d) A palavra “plenária” vem do latim “plenus”, que significa “cheio” ou “completo”, e representa a ideia de que todos os membros têm o direito de participar. Realize uma plenária entre os pares sobre o tema da função. Determinem juntos a expressão algébrica que descreve o salário (S) de Marcela em função do total de vendas (V) realizadas no mês. Compartilhem suas expressões e discutam a importância de cada componente da expressão algébrica.

Problema 02. O pai de Andrei é um pedreiro muito requisitado na cidade e está estruturando sua prestadora de serviços “CASA DOS SONHOS”. Para organizar sua nova empresa, ele contratou uma consultoria chamada "MOEDA VIRTUAL", que propôs uma estrutura salarial motivadora para os auxiliares de pedreiro no serviço de assentamento de tijolos. O salário é composto de uma ajuda de custo fixa de R$ 1.200,00 e um adicional de vinte cinco centavos (R$ 0, 25) por cada tijolo assentado no mês.

a) “MEIA CUIÉ” é um dos pedreiros da empresa “CASA DOS SONHOS”. Como novembro é o mês de aniversário de sua filha, ele pretende fazer uma festa sem ultrapassar o orçamento de R$ 4.500,00. Para alcançar essa meta, ele projeta que precisará de um salário superior a R$ 15.250,00. Quantos tijolos “MEIA CUIÉ” precisará assentar para conseguir atingir a meta estabelecida?

b) Determine a expressão algébrica que representa o salário mensal (S) de “MEIA CUIÉ” em função do número de tijolos (t) assentados. Explique a relevância do coeficiente linear e do coeficiente angular nesta expressão. Como você usou a expressão algébrica para chegar ao total de tijolos a serem assentados?

c) Esboce o gráfico que expressa o salário (S) de “MEIA CUIÉ” em função do número de tijolos (t) assentados. Em seguida, descreva a relação observada entre o coeficiente linear e o coeficiente angular da função. O que essas informações nos dizem sobre o ganho por tijolo e o valor fixo do salário?

d) Elabore uma situação-problema sobre o tema Função Polinomial de Primeiro Grau, identificando os coeficientes angular e linear. Proponha um passo a passo para escrever a expressão algébrica e construir o gráfico correspondente.

As atividades deste encontro foram planejadas para que os participantes reconheçam e justifiquem a relação de dependência entre variáveis em problemas reais, associando-as ao conceito de função polinomial do primeiro grau, interpretando coeficientes como taxa de variação e termo independente, e construindo expressões algébricas consensuais. A elaboração de situações-problema próprias contribui para o desenvolvimento da autonomia, da argumentação e da capacidade de articular registros semióticos distintos, favorecendo a compreensão inicial da estrutura funcional.

Na etapa de formação, espera-se que os participantes organizem dados em tabelas numéricas, gráficos e expressões algébricas, articulando linguagem natural e simbólica. No tratamento, devem identificar corretamente os coeficientes linear e angular, aplicar propriedades matemáticas e realizar cálculos precisos. A conversão entre registros envolve a transposição entre tabelas, gráficos, expressões algébricas e linguagem verbal, possibilitando compreender a invariância da função em diferentes representações.

Entre as dificuldades esperadas estão: conversão de porcentagens, confusão entre variáveis dependentes e independentes, uso de vírgula ou ponto decimal, bem como trocas de parâmetros ou omissão de variáveis. A construção de gráficos e a participação em discussões plenárias consolidam as representações, permitindo comparar estratégias, validar soluções e compreender a invariância da função nos diferentes registros.

Como evidências de aprendizagem, espera-se coletar diferentes informações dos participantes, como: tabelas, cálculos, expressões algébricas acompanhadas de justificadas, gráficos com escalas e pontos de referência indicados, registros de argumentação no decorrer das discussões, além de textos de criação de problemas. Essas informações permitem analisar a qualidade das transições entre registros, identificar padrões de acertos e dificuldades recorrentes, além de avaliar a adequação das atividades propostas.

SEGUNDO ENCONTRO - Ficha de Atividades 02: Custo, receita e lucro e outras situações

Problema 01: Produção de Artesanatos**:** Maria Eduarda, para controlar suas crises de ansiedade, decidiu iniciar um pequeno negócio de produção de artesanatos, especificamente chaveiros artesanais. Cada chaveiro é vendido por um preço fixo, e há custos variáveis associados à produção de cada unidade, na seguinte composição:

- Custo fixo mensal para aluguel do espaço e materiais básicos: R$ 1.250,00.
- Custo variável por unidade produzida (inclui materiais como couro, miçangas etc.): R$ 2,50 por chaveiro.
- Preço de venda de cada chaveiro: R$ 10,00.

Com base nas informações, responda às questões abaixo:

a) Determine as expressões algébricas que representam a função custo (C), a função receita (R) e uma expressão algébrica para a função lucro (L). Explique o significado do coeficiente linear e do coeficiente angular em cada expressão, relacionando-os com a situação apresentada.

b) Quantos chaveiros Maria Eduarda precisa vender para ter lucro mínimo? Aqui, considere a relação entre os custos e a receita e a quantidade necessária para que o lucro seja maior que zero. Explique seu raciocínio.

c) Esboce no mesmo plano o gráfico da função custo, da função receita e da função lucro. Descreva as características e o comportamento de cada gráfico. Ao desenhar, explique como os coeficientes linear e angular influenciam a inclinação e a posição dos gráficos.

***Problema 02: Problema: Vendas de Camisetas Customizadas*: **Mariele, possuindo um perfil empreendedor, decidiu iniciar um pequeno negócio de venda de camisetas customizadas na comunidade "VILA DO SOSSEGO". Cada camiseta será cuidadosamente customizada à mão e vendida por um preço fixo, acessível aos moradores da comunidade.

Ela precisa calcular os custos envolvidos na produção das camisetas para determinar o preço de venda que lhe permitirá obter um lucro líquido satisfatório. Mariele projetou que os custos mensais, incluindo o aluguel da barraca, materiais de customização, camisetas em branco e outros custos operacionais, totalizam R$ 2.700,00. Além disso, o custo por camiseta customizada, que inclui materiais como tintas e pincéis, é de aproximadamente R$ 13,00 por unidade. Após analisar a projeção de todas as despesas e considerar seu objetivo de lucro, Mariele decidiu que o preço de venda ideal para cada camiseta seria de R$ 40,00.

a) Escreva uma expressão algébrica para o custo total (C), uma para a receita (R) e uma para o lucro (L). Em seguida, identifique e explique o papel do coeficiente angular (inclinação) e do coeficiente linear (intercepto) em cada expressão. Explique seu raciocínio e porque cada coeficiente é importante no contexto deste problema.

b) Calcule a quantidade de camisetas que Mariele precisa vender para cobrir os custos (ou seja, para que a receita iguale os custos). Explique seu processo de raciocínio.

c) Quantas camisetas Mariele precisa vender para que seu lucro seja mínimo? Explique seu processo de raciocínio.

d) Construa no mesmo plano o gráfico para a função custo, receita e função lucro. O que podemos concluir sobre o papel dos coeficientes na inclinação de cada gráfico?

Os problemas deste encontro aprofundam a compreensão da função polinomial do primeiro grau por meio de situações contextualizadas envolvendo custo, receita e lucro, mantendo a articulação entre registros verbal, numérico, algébrico e gráfico.

Espera-se que os participantes selecionem e organizem dados como custos fixos, custos variáveis, preço de venda e quantidade produzida, construindo expressões algébricas que representem adequadamente as funções e permitindo interpretar cada coeficiente.

O coeficiente linear relaciona-se a custos fixos ou margem inicial de lucro, enquanto o coeficiente angular indica custo ou ganho por unidade produzida. Tabelas e esboços de gráficos auxiliam a visualização da estrutura funcional e a correspondência entre diferentes registros.

Na formação das representações, os participantes devem organizar dados e construir tabelas e gráficos iniciais que expressem as relações entre variáveis, articulando a linguagem natural com a simbólica.

No tratamento, manipularão as expressões algébricas para identificar pontos importantes, como o ponto de equilíbrio, a quantidade mínima necessária para lucro e o comportamento crescente ou decrescente das funções, realizando cálculos precisos e fundamentando suas interpretações.

A conversão entre registros é essencial ao coordenar tabelas, expressões algébricas e gráficos no mesmo plano cartesiano, permitindo interpretar inclinações, interceptos e pontos de equilíbrio. Essa etapa evidencia compreensão integrada da função e coordenação entre diferentes formas de representação, configurando a operação cognitiva mais complexa no âmbito da TRRS.

Ao final do encontro, espera-se que os participantes construam expressões algébricas coerentes, interpretem coeficientes linear e angular, realizem transições eficazes entre registros e articulem diferentes formas de representação da função em contextos econômicos, promovendo raciocínio lógico, análise crítica e interpretação fundamentada dos fenômenos matemáticos.

Dessa forma, a análise a priori estabelece hipóteses claras sobre as respostas cognitivas esperadas, servindo como referência para confrontar as produções dos participantes na análise a posteriori e avaliar o impacto das atividades propostas na formação do pensamento cognitivo relacionado à função polinomial do primeiro grau.

TERCEIRO ENCONTRO - Ficha de Atividades 03: Observação de padrões de regularidade e análise do comportamento de uma Função Polinomial de Primeiro Grau.

1. Faça um resumo sobre o conceito, propriedades e características de uma Função Polinomial de Primeiro Grau. Depois, explique com um exemplo prático o que significa dizer que "uma variável depende da outra", aplicando essa ideia ao contexto de funções.

a) Explique com um exemplo prático o que significa dizer que "uma variável depende da outra", aplicando essa ideia ao contexto de funções.

b) Relembre a composição salarial de Marcela da primeira atividade e relacione-a à expressão algébrica de uma função polinomial de primeiro grau $f(x) = ax + b$, com $a,b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. Qual é o papel do coeficiente a na expressão? Como ele afeta o comportamento e a inclinação da função? Justifique sua resposta.

c) Elabore uma situação-problema que envolva uma Função Polinomial de Primeiro Grau e siga os passos abaixo:

- Modele a expressão algébrica correspondente.

- Esboce o gráfico da função, identificando o significado dos coeficientes no contexto do problema.
- Explique o que representam o coeficiente angular (taxa de variação) e o coeficiente linear (valor inicial) tanto no contexto da situação quanto no gráfico.

Situação 02 – Viajando no Chapolin: O custo de uma passagem de ônibus entre "Salto do Peixe" e "Piracema" é de R$6,50. Complete a tabela a seguir para representar o valor total a ser pago em função do número de passagens compradas:

Número de Passagens (x)	1	2	7	9	11	...	x
Valor a ser pago (P) em reais							

a) Determine os coeficientes angular e linear da função que representa essa situação e explique o significado de cada um.

b) Escreva a expressão algébrica P(x) que representa o valor total a ser pago (P) em função do número de passagens (X) e explique seu significado.

c) Construa o gráfico da função P(x) e classifique-o como crescente ou decrescente. Identifique o ponto de intersecção com o eixo y e interprete-o no contexto da situação, explicando o que ele representa.

Nestas atividades da sequência didática, Intui-se aprofundar a compreensão das propriedades estruturais e comportamentais da função polinomial do primeiro grau, permitindo aos participantes reconhecer padrões, regularidades e o comportamento crescente ou decrescente das funções. As atividades articulam registros verbal, numérico, algébrico e gráfico, favorecendo a interpretação da relação funcional entre variáveis e o significado de cada coeficiente em expressões do tipo *f(x)=ax+b.*

Na etapa de formação, espera-se que os participantes organizem os dados em tabelas e construam expressões algébricas coerentes, associando o coeficiente linear ao valor inicial da função e o coeficiente angular à taxa de variação. A elaboração de gráficos iniciais possibilita visualizar a estrutura funcional e estabelecer correspondências entre os registros, permitindo identificar padrões e o comportamento da função.

Durante o tratamento, os participantes manipulam as expressões para identificar informações essenciais, como crescimento ou decrescimento da função, valores iniciais e variação associada. Esta etapa exige precisão nos cálculos, articulação entre procedimentos algébricos e análise do comportamento da função, além de clareza na interpretação dos coeficientes.

A conversão entre registros ocorre na passagem entre linguagem verbal, tabelas, expressões algébricas e gráficos cartesianos. Espera-se que os participantes relacionem os coeficientes da função com o gráfico e com o contexto apresentado, evidenciando compreensão integrada e capacidade de interpretar diferentes formas de representação de maneira articulada.

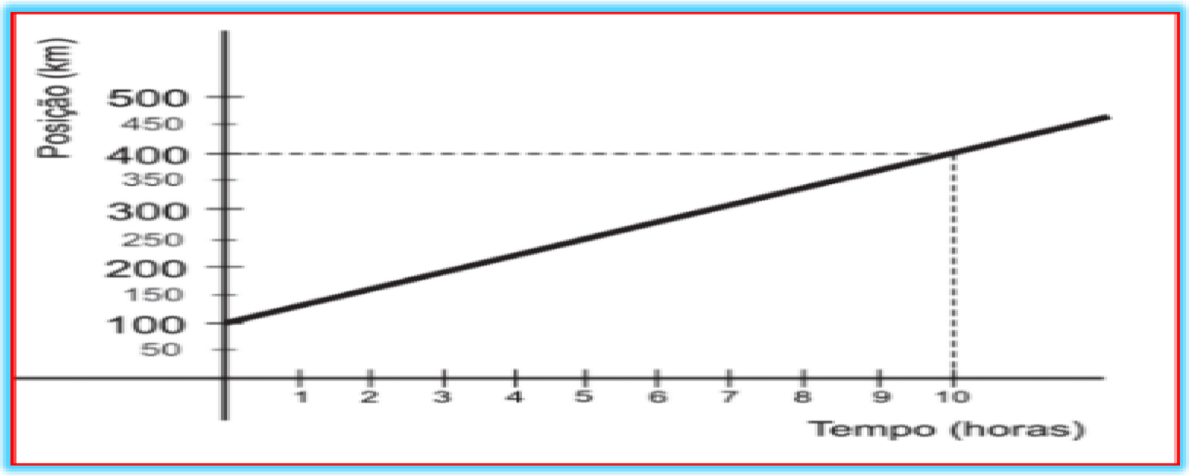
Ao final, os participantes podem elaborar situações-problema próprias, aplicando os conhecimentos construídos por meio da interpretação e articulação entre tabelas, expressões algébricas, gráficos e linguagem verbal, consolidando as operações cognitivas de formação, tratamento e conversão. Esta atividade permite avaliar a consolidação dos conceitos, reforçando autonomia, argumentação e capacidade de interpretação dos fenômenos matemáticos.

Dessa forma, este encontro estabelece expectativas claras sobre as respostas cognitivas dos participantes, fornecendo referência para a análise a posteriori e permitindo observar o desenvolvimento da compreensão da função polinomial do primeiro grau, de forma consistente e articulada com os encontros anteriores.

QUARTO ENCONTRO - Ficha de Atividades 04 - Tema: Interpretação dos Coeficientes (Intercepto e Coeficiente Angular) na Resolução de Problemas

Situação 01) - O gráfico abaixo representa a posição de um veículo em função do tempo. No eixo das abscissas (x), temos o tempo em horas, e no eixo das ordenadas (y), a posição do veículo em quilômetros (km). Com base no gráfico, determine: (Adaptado de: **CECIERJ, 2016**)"

Figura 3 – Posição do veículo em função do tempo.



Fonte do gráfico: Adaptado de CECIERJ (2016).

a) A taxa de variação da função que descreve a posição do veículo ao longo do tempo. Explique, com suas palavras, o papel da taxa de variação no comportamento da função quanto ao crescimento ou decrescimento .

b) Usando a taxa de variação (coeficiente angular) e o ponto inicial (coeficiente linear) observados no gráfico, escreva a expressão algébrica que representa a posição do veículo em função do tempo. Lembre-se de que a forma da equação é $f(x) = ax+b$, onde a é a taxa de variação e b é o ponto inicial.

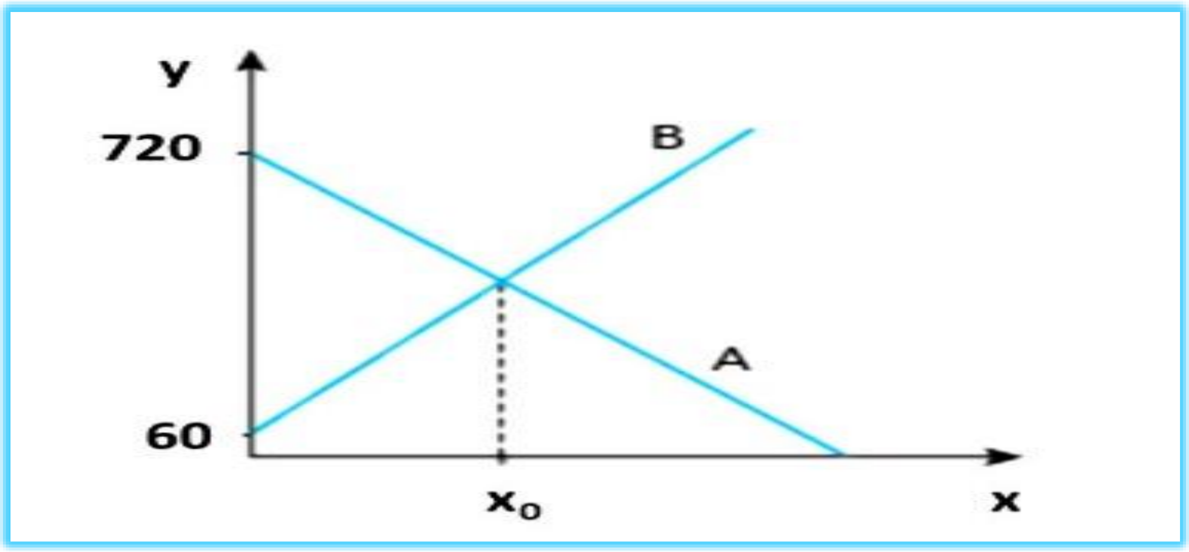
c) Determine o ponto inicial (posição do veículo quando t = 0) para saber onde o veículo iniciou sua trajetória.

d) Determine a posição do veículo quando o tempo é igual a 15 horas, utilizando a expressão algébrica que você obteve na questão anterior.

Situação 02) – Água é vida: do gráfico à expressão algébrica de uma Função Polinomial de Primeiro Grau.

(UERJ – 2014 – Adaptado de: Toda Matéria, 2023): A empresa SOLÚVEL possui dois grandes reservatórios de água, "Dança da Chuva" e "Nuvem de Algodão", responsáveis pelo abastecimento de água do bairro "Cano d'Água". Foi detectado um vazamento no reservatório "Dança da Chuva", que está escoando água a uma vazão constante de 5 m³ por hora, enquanto o reservatório "Nuvem de Algodão" está recebendo água bombeada do rio "Salto do Peixe" a uma taxa constante de 6 m³ por hora. No gráfico, o reservatório "Dança da Chuva" está indicado pela letra A e o reservatório "Nuvem de Algodão" pela letra B, e os volumes em litros de cada reservatório estão representados no eixo y, enquanto o eixo x representa o tempo, em horas. Determine:

Figura 4: Variação dos volumes dos reservatórios.



Fonte: Adaptado de: Toda Matéria, 2023; UERJ, 2014.

a) Com base no gráfico acima, determine os valores dos coeficientes angular (taxa de variação) e linear (ponto inicial) para cada reservatório. Explique como esses coeficientes se relacionam com as características do problema, como a taxa de vazamento de um reservatório e a taxa de abastecimento do outro.

b) Com os coeficientes angular e linear determinados no item anterior, escreva a expressão algébrica que representa o volume de água nos reservatórios em função do tempo, determine:

i) Em quanto tempo o reservatório "Dança da Chuva", estará completamente vazio. Como é chamado ponto de intersecção da reta com o eixo das abscissas (eixo x)? Justifique sua resposta.

ii) Para o reservatório "Nuvem de Algodão", qual é o ponto de interseção com o eixo y, representando o momento em que o volume de água é zero? Justifique sua resposta.

c) Qual relação você pode estabelecer quanto ao comportamento da função ao analisar o coeficiente angular em cada uma das funções. Explique seu raciocínio.

d) Determine o instante em que os volumes de água nos dois reservatórios se equiparam, ou seja, quando o volume de água nos dois reservatórios é o mesmo.

Para essas situações problemas, espera-se aprofundar a compreensão do impacto dos coeficientes linear e angular no comportamento de funções polinomiais do primeiro grau, por meio da análise de gráficos, tabelas e expressões algébricas extraídas de situações contextualizadas. As atividades articulam registros verbal, numérico, algébrico e gráfico, mobilizando as três operações cognitivas descritas na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1995,2003, 2009): formação, tratamento e conversão de registros.

Na etapa de formação, espera-se que os participantes extraiam informações relevantes dos enunciados e gráficos apresentados, identificando pontos iniciais, taxa de variação e características visuais que definem o comportamento da função. Exemplos incluem a interpretação da posição de um veículo ao longo do tempo ou volumes de água em reservatórios.

Nessa fase, os participantes constroem representações iniciais nos registros gráfico, numérico e verbal, articulando a linguagem simbólica com a natural. Espera-se ainda que organizem dados em tabelas e elaborem expressões algébricas coerentes, iniciando cálculos dentro do mesmo registro, de forma a relacionar valores e coeficientes de maneira consistente.

Durante o tratamento, os participantes operam sobre as expressões algébricas, identificando os coeficientes e interpretando-os no contexto das situações propostas. O coeficiente linear é associado ao valor inicial ou intercepto, enquanto o coeficiente angular indica a taxa de variação ou velocidade da mudança. Espera-se que realizem cálculos precisos e apliquem propriedades dentro do mesmo registro, analisando crescimento ou decrescimento da função e relacionando os resultados ao contexto apresentado.

Na conversão, espera-se que os participantes transitem entre diferentes registros, como do gráfico para a expressão algébrica, da tabela para a linguagem verbal ou da linguagem verbal para o registro simbólico. São esperadas múltiplas conversões que evidenciem compreensão integrada, permitindo relacionar visual, numérica e simbolicamente os coeficientes ao comportamento da função e ao contexto real de maneira articulada.

Ao final, os participantes podem elaborar situações-problema próprias, aplicando de forma autônoma os conhecimentos sobre coeficientes linear e angular. Essa atividade final permite avaliar a consolidação dos conceitos explorados e a capacidade de interpretação funcional.

Dessa forma, o quarto encontro estabelece expectativas claras sobre as respostas cognitivas dos participantes, servindo de referência para a análise a posteriori e promovendo raciocínio, interpretação e argumentação matemática consistentes com os encontros anteriores.

QUINTO ENCONTRO - Ficha de Atividades 05 – Tabelas, gráficos e outras representações visuais sobre função:

Situação 01- Uma pequena piscina com capacidade para 80 000 L de água, está incialmente cheia e começa a ser esvaziada as 8:00h da manhã. As 9:30 da manhã ela estava com 65 000 L de água: Baseado nas informações, responda os questionamentos abaixo:

a) Quantos litros de água ainda restará na piscina as 11h da manhã?

b) Qual a expressão algébrica V(t) que expressa o volume de água em função do tempo para esvaziar a piscina?

c) Esboce o gráfico da função V(t) volume em função do tempo. O gráfico descreve uma função crescente ou decrescente? Que horas a piscina estará totalmente vazia? É coreto afirmar que no instante que a piscina estiver completamente vazia é o zero da função (raiz)? Justifique suas respostas.

Situação 02- O mês de Agosto de 2024 tem experimentado ondas de calor e de frio que percorrem a Terra, este fenômeno a física chama de convecção. Acontece toda vez que a gente coloca água em uma chaleira para ferver. Imagine que a parte mais próxima do fogo é a zona mais quente do planeta, a equatorial. Acima ficam as regiões temperadas, que se aquecem lentamente. E, no topo, o polo, mais frio. A onda de calor que se forma perto da linha do Equador se espalha na direção das áreas mais frias, que respondem com frentes frias na direção contrária. Só que o calor da atmosfera e dos oceanos está forte demais, segundo meteorologistas. O frio chega intenso, mas é capaz de resfriar a atmosfera por pouco tempo. (*Fonte site G1*).

Certo dia a cidade de General Carneiro, no Paraná (PR) registrou a menor temperatura no país. Na noite anterior a esse fato, os termômetros registravam as 17 horas da tarde 10°C. A secretaria responsável por divulgar as emergências climáticas da cidade relatou que a temperatura após as 17h caiu bruscamente a uma taxa constante de 1,5°C por hora até atingir a menor temperatura registrada na cidade. Com base nas informações, determine:

a) O valor do coeficiente angular e do coeficiente linear.

b) A expressão algébrica que representa temperatura T(x) em função do tempo, onde x é o número de horas após as 17h.

c) Que horas a temperatura atingiu 5° graus negativos.

d) Esboce o gráfico da função. A função é crescente ou decrescente? Que horas a temperatura atingiu 0°C? Qual o zero da função (Raiz)? Justifique.

Neste encontro, planeja-se aprofundar a compreensão da função polinomial do primeiro grau por meio de diferentes formas de representação, incluindo tabelas, gráficos e expressões algébricas, com foco na interpretação de fenômenos cotidianos e no comportamento das funções. As atividades articulam registros verbal, numérico, algébrico e gráfico, mobilizando as operações cognitivas de formação, tratamento e conversão, conforme a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003, 2009).

Na formação, espera-se que os participantes extraiam e organizem informações dos enunciados e gráficos, construindo tabelas e esboços gráficos coerentes com situações contextualizadas, como o esvaziamento de uma piscina ou a variação de temperatura. Devem identificar elementos essenciais, como valor inicial, taxa de variação e pontos representativos, iniciando a construção de representações visuais, algébricas e verbais articuladas ao contexto.

No tratamento, os participantes manipulam expressões algébricas no mesmo registro, realizando cálculos, determinando zeros da função e analisando coeficientes linear e angular. Espera-se que relacionem corretamente esses coeficientes aos fenômenos observados, aplicando procedimentos precisos e articulando raciocínio algébrico e interpretação prática.

Na conversão, ocorrem transposições entre registros, como gráfico para tabela, tabela para gráfico, expressão algébrica para linguagem verbal ou linguagem natural para simbólica. Essa operação permite relacionar visual e simbolicamente os coeficientes ao comportamento da função e ao contexto, aplicando interpretações de forma integrada e contextualizada.

As atividades incluem momentos de reflexão e justificativa detalhada, nos quais os participantes explicam estratégias e interpretam os significados das representações construídas, consolidando autonomia, argumentação e raciocínio crítico. Espera-se que o encontro fortaleça a integração entre registros semióticos, promova a interpretação contextual da função polinomial do primeiro grau e antecipe a consolidação da compreensão conceitual, articulando coerentemente coeficientes, comportamento da função e aplicação em situações reais.

SEXTO ENCONTRO – Ficha de atividade 06

Situação 01- analise os gráficos da figura 1 e figura 2, a seguir responda os questionamentos:

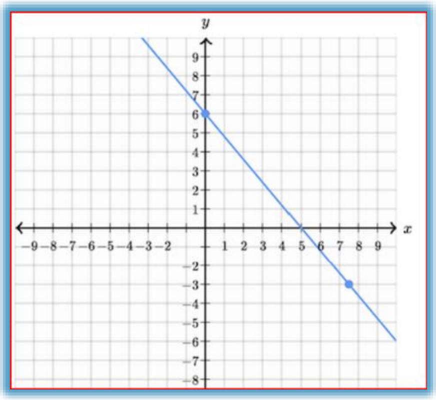


Figura 5

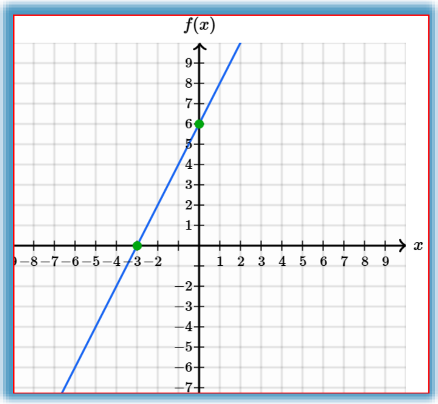


Figura 6

a) Qual os valores dos coeficientes angular do gráfico da figura 1 e da figura 2 e suas respectivas expressões algébrica ?

b) Qual o ponto de intersecção com o eixo das ordenadas em cada gráfico, o que esse ponto representa?

c) Explique com suas palavras o significado do ponto de intersecção com o eixo das abscissas ?

Situação 02- Com base no gráfico abaixo, responda os questionamentos:

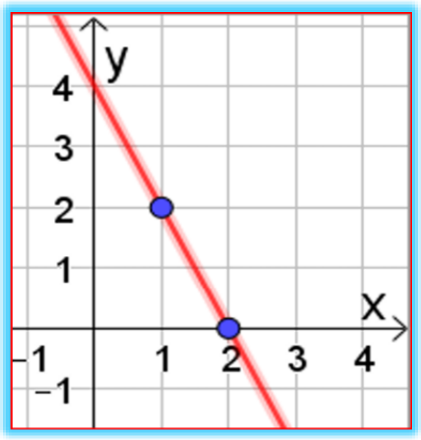


Figura 7

a) Qual o valor do coeficiente angular ? Qual o valor do coeficiente linear ? Com base no coeficiente angular a função é crescente ou decrescente? Justifique sua resposta.

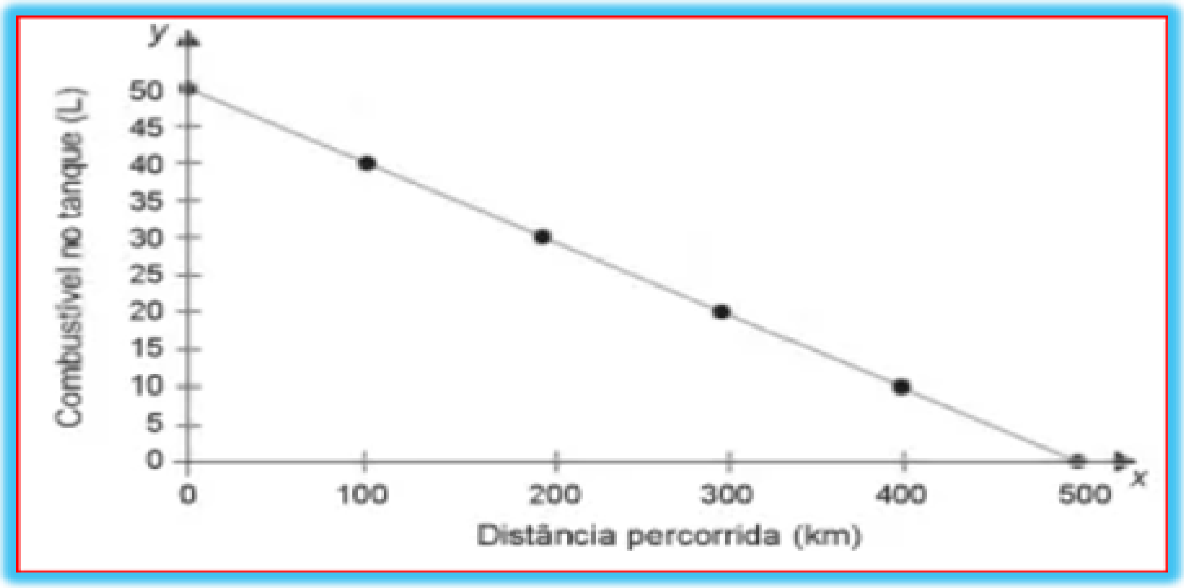
b) Qual o ponto de intersecção com o eixo das abscissas, o que esse ponto representa?

c) Qual o ponto de intersecção com o eixo das ordenadas, o que esse ponto representa?

d) Escreva a expressão algébrica que representa o gráfico descrito na figura acima.

Situação 03 - (ENEM, 2018 – PPL Adaptado de: Toda Matéria, 2023): Uma indústria automobilística está testando um novo modelo de carro, conduzido em uma pista de testes até que todo o combustível do tanque seja consumido. O segmento de reta no gráfico a seguir mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustível no tanque (y) está indicada no eixo vertical e a distância percorrida pelo automóvel (x) está indicada no eixo horizontal. O segmento de reta no gráfico mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustível no tanque é indicada no eixo y (vertical), e a distância percorrida pelo automóvel é indicada no eixo x (horizontal). Baseado nas informações do texto, determine:

Figura 8 – Gráfico da quantidade de combustível em função da distância.



Fonte: Adaptado de ENEM (2018) – PPL e Toda Matéria (2023).

a) A taxa de variação (coeficiente angular)? Qual o valor do coeficiente linear? Com base na taxa de variação, a função é crescente ou decrescente? Justifique.

b) Escreva a expressão algébrica que representa o gráfico descrito na figura acima.

c) Qual ponto no gráfico representa o zero da função ? O que esse ponto representa? Explique seu raciocínio.

Neste último encontro da sequência didática, o planejamento visou consolidar e aprofundar a compreensão das funções polinomiais de primeiro grau, com ênfase na análise crítica de gráficos, tabelas e expressões algébricas em contextos diversos. As atividades mobilizam as operações cognitivas de formação, tratamento e conversão, conforme a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval

(2003, 2009), promovendo articulação integrada entre registros e interpretação contextual das funções.

Na formação, espera-se que os participantes realizem leitura atenta dos gráficos, identifiquem elementos visuais e numéricos relevantes e construam expressões algébricas coerentes com as situações-problema. Essa ação organiza os dados em representações simbólicas, visuais e verbais, fortalecendo a compreensão conceitual e consolidando a relação entre as variáveis da função.

No tratamento, os participantes manipulam as expressões algébricas no mesmo registro, determinando coeficientes linear e angular, analisando o comportamento crescente ou decrescente das funções e identificando os zeros, que correspondem a momentos críticos das situações analisadas, como esvaziamento de volumes ou consumo de combustível. Espera-se que interpretem corretamente os coeficientes, relacionando-os ao contexto e aplicando procedimentos precisos, articulando raciocínio algébrico e análise prática.

A conversão ocorre na passagem entre diferentes registros de representação, como gráfico para tabela, tabela para gráfico, expressão algébrica para linguagem verbal ou linguagem natural para registro simbólico. Essa operação permite relacionar visual e simbolicamente os coeficientes ao comportamento da função e ao contexto. Espera-se que compreendam o coeficiente angular como taxa de variação e o linear como valor inicial, aplicando essas interpretações de forma integrada e contextualizada.

As atividades incluem a explicitação detalhada dos raciocínios adotados, promovendo argumentação clara e coerente e consolidando autonomia na análise e interpretação das funções. Desta forma, o sexto encontro fortalece a capacidade dos participantes de relacionar múltiplas representações, analisar coeficientes e zeros e compreender o comportamento funcional em diferentes contextos, antecipando a consolidação da compreensão conceitual e preparando-os para avaliação e aplicação em situações cotidianas.

Assim, o planejamento e execução de cada etapa da sequência didática, bem como as análises realizadas, fundamentam-se na integração entre teoria e prática.

Essa articulação só se torna possível por meio de uma metodologia capaz de garantir rigor e flexibilidade, permitindo ao pesquisador acompanhar, ajustar e validar procedimentos pedagógicos diante das situações concretas de ensino e aprendizagem.

Nesta pesquisa, a Resolução de Problemas (RP) e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) desempenham papel fundamental, alinhando-se à abordagem reflexiva da Engenharia Didática. Essa articulação entre diferentes perspectivas pedagógicas garante uma análise aprofundada dos processos de ensino-aprendizagem, promovendo aprendizagem contextualizada e reflexiva.

Capítulo IV

5 Análise de Dados

Este capítulo apresenta a análise a posteriori da sequência didática desenvolvida com quinze estudantes do Ensino Médio, ao longo de seis encontros, com foco específico na aprendizagem da Função Polinomial do Primeiro Grau. A análise fundamenta-se nos dez passos da Metodologia de Resolução de Problemas de Onuchic e Allevato (2014) e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1995, 2003, 2009), as quais orientaram tanto o planejamento detalhado das atividades quanto o acompanhamento sistemático das interações e desempenhos dos estudantes.

A análise de dados concentra-se no desenvolvimento das atividades propostas, enfatizando de forma detalhada as operações cognitivas de formação, tratamento e conversão entre diferentes registros, bem como a ocorrência dos fenômenos de congruência e não congruência. As estratégias de resolução adotadas pelos estudantes, combinadas com as interações observadas em sala, evidenciam de que maneira a Resolução de Problemas favoreceu a construção coletiva e significativa do conhecimento matemático, permitindo compreender não apenas as respostas corretas, mas também os processos de raciocínio que levaram a cada resultado.

Todo o processo de coleta e análise de dados foi cuidadosamente planejado, seguindo rigorosamente os princípios éticos da pesquisa científica. O trabalho recebeu aprovação formal do Conselho de Ética, tramitado pela Plataforma Brasil, garantindo atenção detalhada aos protocolos de consentimento livre e esclarecido, ao anonimato dos participantes e à proteção completa das informações. Esses cuidados foram essenciais para assegurar o respeito à individualidade e à singularidade dos estudantes, preservar a integridade das práticas investigativas e fortalecer a validade ética e metodológica dos resultados apresentados.

A análise busca, assim, preservar a riqueza e a complexidade do processo pedagógico, reconhecendo tanto os avanços alcançados quanto os desafios enfrentados pelos estudantes, contextualizando as produções de forma crítica em relação às expectativas previamente estabelecidas na análise a priori. A seguir, apresenta-se uma análise geral dos seis encontros que compuseram a sequência didática, organizada de maneira cronológica, de modo a evidenciar padrões, aspectos recorrentes e particularidades nas interações e produções dos quinze estudantes, à luz dos fundamentos teóricos e conceituais adotados na pesquisa.

5.1 Análise de Dados do Primeiro Encontro

O primeiro encontro teve início com uma breve exposição do professor sobre os objetivos do projeto, destacando a importância da Resolução de Problemas (RP) para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Em seguida, foi distribuída a ficha de atividade contendo dois problemas, cada um composto por quatro itens, selecionados como problemas geradores (proposição do problema), conforme os critérios de Onuchic e Allevato (2014).

Os estudantes organizaram-se em seis duplas e um trio, totalizando quinze participantes, e resolveram os problemas individualmente, promovendo reflexão e engajamento de cada aluno nas situações-problema propostas.

Para a análise de dados, consideraram-se apenas os participantes que completaram integralmente todas as atividades do encontro, garantindo que as informações coletadas refletissem de maneira fiel o desempenho e o raciocínio de cada estudante. Essa abordagem assegura consistência e confiabilidade na interpretação dos resultados, preservando a integridade do processo investigativo e evitando conclusões baseadas em dados incompletos.

A seguir, a Figura 9 apresenta o protocolo da resolução do problema 01 - item (*a*), realizado por um dos alunos durante esse primeiro encontro, ilustrando as etapas iniciais da atividade.

Figura 9: Protocolo de A_1 (primeiro encontro: problema 01 - item a)

PRIMEIRO ENCONTRO - Ficha de Atividades 01

Objetivo do 1º encontro: Construir a expressão algébrica de uma função polinomial de primeiro grau por meio da análise de problemas que envolvem salários compostos por ajuda de custo e comissão, ou ajuda de custo e produção. Os alunos deverão diversificar as representações de uma função, compreendendo sua aplicação prática e teórica no contexto proposto.

Instrução Importante: Ao responder cada questão, por favor, justifique cada passo do seu raciocínio e explique, com suas palavras, como chegou às respostas. Essas questões buscam não apenas o cálculo final, mas também a interpretação prática de cada expressão e resultado.

Problema 01- A concessionária "SEU CARRO, SEU SONHO", recém-instalada no comércio da cidade, está selecionando vendedores que almejam crescer junto com a empresa. Marcela teve seu curriculum selecionado e foi contratada para iniciar imediatamente. A empresa explicou que a política salarial é estruturada com uma ajuda de custo de R$ 1.342,00 (equivalente ao salário-mínimo nacional) e uma comissão de 2% sobre o total de vendas. Com base nessas informações, complete a tabela, a seguir responda o que se pede: (Explique detalhadamente como chegou aos valores da tabela)

Total de Vendas (R$)	50.000,00	150.000,00	225.750,00	525.000,00
Salário Total em (R$)	2.342	4342	5457	11842,00

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

2% de 50.000
+ 1342
50.000
x2
100.000
$\frac{2}{100} \cdot \frac{50.000}{1}$
$= \frac{100.00}{100}$
1342
+1000
2.342

2% de 150.000,00
150.000
x2
300.000
$\frac{2}{100} \cdot 150.000$
$= \frac{150}{100}$
300.000
+ 1342,00
4.342,00

2% de 225.750,00
2x225.750,00
=451.500
$\frac{2}{100} \cdot \frac{225.750}{1}$
$= \frac{451.500}{100}$
4115
+1342
5457

525.00
2x
1050,00

11842,00
− 1342,00
10500,00

10.500,00
525.00

a) Após realizar os cálculos e preencher a tabela, existe uma relação de interdependência entre o salário que Marcela irá receber e o total de vendas efetuadas ao final de cada mês? Quais são as grandezas (variáveis)? Qual delas é a dependente e qual é a independente? Justifique sua resposta.

Sim, o salario de marcela depende da comissão das vendas que ela realizar.
A comissão é uma grandeza variavel.
O salario depende dos 2% (comissão).
O salario fixo (1342,00) é independente.

Fonte: arquivo do pesquisador

A Figura 9 evidencia que os estudantes mobilizaram tanto a linguagem natural quanto registros numéricos para organizar informações iniciais do problema 01. A utilização do registro de partida do enunciado, conforme o segundo passo da metodologia de Resolução de Problemas de Onuchic (leitura individual), indica que os alunos conseguiram identificar dados relevantes e estruturar o problema de forma consciente. A conversão para o registro numérico, realizada ao preencher a tabela de valores correspondentes, revela um movimento cognitivo inicial de transformação entre registros, que fundamenta as conversões subsequentes e evidencia a articulação entre compreensão do problema e preparação para a formalização algébrica.

No terceiro passo (leitura em conjunto), o professor conduziu a leitura coletiva do enunciado, estimulando a reflexão sobre as estratégias de resolução. Esse momento possibilitou a troca de ideias, a escuta ativa e a formulação de hipóteses, configurando um espaço de socialização e construção conjunta do raciocínio. No protocolo da Figura 04, é possível identificar o registro em linguagem natural, no qual os alunos expressam justificativas escritas para seus cálculos, demonstrando o processo de compreensão do problema.

Na sequência, o quarto passo (resolução do problema) evidencia a aplicação das operações aritméticas e o uso de algoritmos. Essa etapa promoveu a passagem das informações expressas em linguagem natural para uma representação algébrica, caracterizando o que Duval (1995,2003,2009) denomina conversão, a passagem da linguagem para o registro algébrico apresenta natureza congruente, pois há correspondência direta entre as estruturas dos dois sistemas de representação, exigindo baixa reorganização cognitiva. Antes dessa conversão, houve um tratamento interno no registro numérico, quando os alunos transformaram o percentual de 2% em sua forma decimal (0,02), operação que preparou a formulação da expressão geral $S(V) = 1342 + 0,02x$.

Os registros presentes na Figura 04, tabular (valores de vendas e salários), numérico (cálculos de porcentagem), algébrico (registro algébrico) e linguagem natural (justificativas), evidenciam a diversidade de representações mobilizadas no processo. A coerência entre esses registros mostra a articulação entre tratamento e conversão, conforme descrito por Duval (2003), e revela o movimento cognitivo necessário para compreender o objeto matemático em diferentes formas de expressão.

Durante o quinto passo (observar e incentivar), o professor assumiu o papel de mediador do conhecimento, promovendo o trabalho colaborativo e incentivando o confronto de ideias e a reflexão sobre as estratégias adotadas. O registro das resoluções na lousa e a discussão em grupo correspondem ao sexto passo da metodologia, no qual os alunos compartilham e analisam as diferentes estratégias de solução.

Esse momento favoreceu o desenvolvimento do pensamento crítico e o fortalecimento dos conceitos matemáticos, uma vez que as trocas de argumentos e justificativas permitem revisar e consolidar o pensamento matemático.

o sétimo passo (plenária), os estudantes socializaram suas resoluções, explicitando, em linguagem natural, os procedimentos utilizados para chegar à expressão algébrica que representa a relação entre as grandezas envolvidas. A atividade possibilitou a coordenação de diferentes registros de representação, numérico (em forma de tabela), algébrico e gráfico, caracterizando conversões congruentes, nas quais o significado matemático foi preservado entre as representações, conforme Duval (1995, 2003,2009).

Para aprofundar a análise, o professor/pesquisador realizou entrevistas semiestruturadas com oito estudantes, cujas participações ocorreram de forma voluntária, ou seja, apenas os alunos que aceitaram participar integraram essa etapa da pesquisa. As entrevistas foram gravadas em áudio e, posteriormente, transcritas na íntegra, constituindo material complementar para a análise qualitativa dos processos de resolução e das articulações entre os registros de representação mobilizados pelos participantes. Na sequência, apresentam-se a pergunta e as respostas dos estudantes A_1 e A_8.

Pergunta: “*Ao ler o problema, qual foi a primeira ação ou estratégia que você pensou em adotar para começar a resolvê-lo?”*

Resposta de A_1: *“Primeiro, eu leio, professor, as perguntas. Leio o problema quantas vezes for necessário, porque não acho fácil interpretar problema de* *matemática. Depois, identifico a pergunta e tento coletar os dados relevantes que vão me ajudar a chegar no resultado para formular os cálculos. Para resolver, usei as quatro operações da matemática, que já sou acostumada."*

Resposta de A_8: *"Eu já sabia fazer um pouco das expressões, né? Só substituí os valores de acordo com os problemas que estavam lá."*

As falas dos estudantes evidenciam diferentes processos de conversão entre registros semióticos. A resposta de A_1 indica que, ao realizar a passagem da linguagem natural para a representação algébrica, foram encontradas dificuldades que são comuns a qualquer conversão, independentemente de esta ser congruente ou não. Segundo Duval (1995, 2003, 2009), a natureza da conversão (congruente ou não congruente) está determinada pela atividade matemática exigida, e não pelo indivíduo.

Portanto, é possível que estudantes encontrem desafios mesmo em atividades cuja conversão requerida seja congruente, uma vez que o custo cognitivo pode variar conforme a familiaridade e experiência de cada um. Já a resposta de A_8 demonstra maior familiaridade com a representação algébrica, realizando a conversão com mais fluidez e menor dificuldade.

Já a fala de A_8 demonstra maior familiaridade com a representação algébrica, realizando a passagem da linguagem natural para a expressão algébrica com maior fluidez. Importante destacar que, conforme Duval (1995, 2003, 2009), a natureza da conversão está relacionada à atividade e ao registro de chegada, que neste caso é a mesma para todos: uma expressão algébrica. Portanto, a conversão exigida pela atividade é congruente para todos os estudantes, independentemente do nível de facilidade ou dificuldade que cada um apresente ao realizar essa passagem.

A plenária permitiu explicitar essas situações, possibilitando que os estudantes observassem as diferenças entre as estratégias adotadas e os registros utilizados. Ao discutirem coletivamente as soluções, puderam analisar as dificuldades encontradas e compreender melhor como organizar e transformar os dados fornecidos nos problemas, fortalecendo a capacidade de resolver situações semelhantes de forma consistente.

Na sequência, a busca por consenso passou a ocupar lugar central nas interações, aprofundando a compreensão coletiva sobre o problema. Conforme previsto no oitavo passo (busca do consenso) da metodologia de RP, o professor conduziu a turma na construção de um entendimento comum sobre a solução mais adequada, retomando elementos discutidos anteriormente e incentivando a validação coletiva das estratégias utilizadas.

Figura 10: Protocolo de A_2 (primeiro encontro: problema 02- itens b; d)

Problema 02. O pai de Andrei é um pedreiro muito requisitado na cidade e está estruturando sua prestadora de serviços "CASA DOS SONHOS". Para organizar sua nova empresa, ele contratou uma consultoria chamada "MOEDA VIRTUAL", que propôs uma estrutura salarial motivadora para os auxiliares de pedreiro no serviço de assentamento de tijolos. O salário é composto de uma ajuda de custo fixa de R$ 1.200,00 e um adicional de vinte cinco centavos (R$ 0, 25) por cada tijolo assentado no mês.

b) Determine a expressão algébrica que representa o salário mensal (S) de "MEIA CUIÉ" em função do número de tijolos (t) assentados. Explique a relevância do coeficiente linear e do coeficiente angular nesta expressão. Como você usou a expressão algébrica para chegar ao total de tijolos a ser assentados?

Salario = salário fixo + tijolos assentados (0,25)

S(T)= 1.200 + 0,25 T

d) Elabore uma situação-problema sobre o tema Função Polinomial de Primeiro Grau, identificando os coeficientes angular e linear. Proponha um passo a passo para escrever a expressão algébrica e construir o gráfico correspondente.

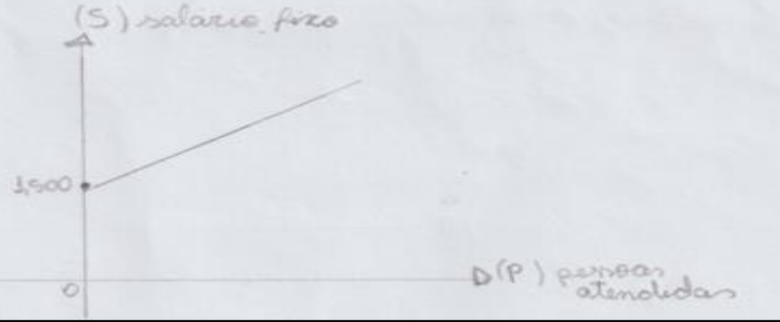
(ESPAÇO PARA O TEXTO DO PROBLEMA E O ESBOÇO DO GRÁFICO)

Juliana trabalha no mercado (Bom preço) como caixa. A ajuda de custo de Juliana é de 1.500,00 (salário fixo) e uma comissão de 2% a cada pessoas atendidas.

(F(x)= a.x+b) para calcular, precisamos achar
(angular linear) o coeficiente linear e angular

Salário = ajuda de custo + 2% de comissão

S(P)= 1.500 + 2% P



Fonte: arquivo do pesquisador

A Figura 10 mostra a relevância desta etapa para os estudantes, especialmente após um momento de reflexão mais aprofundada sobre seus próprios registros. Observa-se que, ao converterem a linguagem natural em representações algébricas, os alunos conseguiram expressar a relação entre as grandezas envolvidas, evidenciando a mobilização de diferentes registros de representação.

O registro apresentado no protocolo mostra a expressão $S(T) = 1200 + 0{,}25T$, que representa uma conversão congruente entre registros, da linguagem natural para a algébrica, preservando o significado matemático. Isso ocorre porque o estudante compreendeu que o coeficiente linear corresponde ao valor fixo do salário e que o coeficiente angular indica o acréscimo proporcional à quantidade de tijolos assentados. Assim, há correspondência entre o enunciado em linguagem natural e sua tradução para a linguagem algébrica, mantendo-se o mesmo sentido matemático.

Por outro lado, o registro $S(P) = 1500 + 2\%P$ apresenta um erro na conversão realizada pelo estudante, que não expressou adequadamente a taxa percentual na forma decimal correta (0,02P). Contudo, é importante destacar que essa conversão exigida pela atividade continua sendo congruente, pois é possível estabelecer correspondência semântica entre os elementos do registro de partida e os do registro de chegada. O erro cometido pelo estudante está relacionado à forma como realizou a conversão, e não à natureza da conversão em si. Portanto, o estudante não percebeu que poderia realizar um tratamento adequado dentro do mesmo registro para representar corretamente a taxa percentual como um número decimal, transformando “2%” em “0,02”. Esse ajuste no registro algébrico garantiria a preservação completa do significado matemático e a congruência da conversão entre os registros, facilitando a compreensão e a solução do problema.

A mediação do professor concentrou-se em orientar os alunos na superação dessas fragilidades, promovendo a análise crítica de suas representações e a verificação da preservação do objeto matemático em cada conversão realizada. Dessa forma, reforçou-se a articulação entre as grandezas envolvidas nas operações e aprofundou-se a compreensão da função polinomial do primeiro grau como relação de interdependência entre duas variáveis.

Em seguida, a formalização do conteúdo ocorreu conforme previsto no nono passo da metodologia (formalização do conteúdo), quando o professor registrou na lousa uma apresentação estruturada da resolução, sistematizando os conceitos, princípios e procedimentos construídos ao longo da atividade. Essa etapa foi crucial para organizar a linguagem matemática de forma padronizada, destacando as técnicas operatórias utilizadas e as propriedades evidenciadas nas transformações entre os registros.

A formalização permitiu aos alunos visualizar de forma clara a representação algébrica final, favorecendo a articulação entre os diferentes registros semióticos mobilizados e assegurando a preservação do significado dos objetos matemáticos durante os processos de conversão e tratamento. Ao explicitar a resolução no quadro, o professor reforçou a relevância dos distintos registros, contribuindo para a compreensão da lógica subjacente às transformações realizadas e das relações entre as grandezas envolvidas.

Dando continuidade ao processo de ensino e aprendizagem, a elaboração de novos problemas, prevista no décimo passo (proposição e resolução de novos problemas), constituiu uma etapa fundamental para estimular a aplicação do conhecimento construído em contextos variados e promover a autonomia dos estudantes.

Ao criarem problemas relacionados à função polinomial do primeiro grau, os alunos mobilizaram diferentes representações do objeto matemático estudado, desenvolveram habilidades de generalização e fortaleceram a capacidade de expressão em diferentes formatos. Essas conversões entre registros semióticos são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático, pois possibilitam a articulação dos significados e a compreensão das relações entre grandezas, conforme proposto na TRRS Duval (1995, 2003,2009).

A proposição de novos problemas ampliou o repertório de estratégias dos estudantes, favorecendo a aplicação contextualizada dos conhecimentos matemáticos e reforçando o papel do professor como mediador, ao criar condições para o aprofundamento das ideias exploradas. Essa etapa final desta sequência parcial representa um avanço importante no processo de aprendizagem, evidenciando a consolidação dos conceitos por meio da criação ativa de situações-problema.

Essa prática está alinhada com Onuchic (2009) e Onuchic e Allevato (2004, 2011), que ressaltam a importância de envolver os alunos em situações que demonstrem a aplicabilidade da Matemática. Assim, o processo favoreceu a construção de novos saberes e o desenvolvimento da capacidade de transitar e coordenar registros semióticos distintos, linguagem natural, álgebra e representação gráfica, aprofundando o entendimento da função polinomial do primeiro grau.

Além disso, como destaca Duval (2009), a proposição de problemas estimula a reflexão crítica sobre as transformações dos registros e os sentidos cognitivos da conversão, que pode ser congruente ou não. Os alunos foram incentivados a aplicar os conhecimentos em contextos variados, fortalecendo a competência em preservar o significado dos objetos matemáticos durante as mudanças representacionais.

Por fim, embora os registros individuais tenham sido analisados separadamente, este trecho sintetiza as ocorrências mais significativas entre os quinze estudantes, organizados em seis duplas e um trio. A análise concentrou-se nos aspectos recorrentes do desenvolvimento da atividade, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e dos passos da metodologia de Resolução de Problemas.

A análise *a posteriori* confirma o alcance desses objetivos, embora tenham sido observadas variações na complexidade das conversões entre registros: algumas ocorreram de forma direta e congruente, enquanto outras exigiram maior mediação para reorganizar os registros e preservar o significado do objeto matemático, favorecendo a compreensão da função polinomial do 1º grau. Tais variações evidenciam que os processos de aprendizagem não se desenvolvem de maneira linear, sendo influenciados pelas experiências prévias e pela familiaridade dos estudantes com os registros mobilizados.

Ressalta-se que a congruência ou não congruência das conversões está relacionada à natureza da passagem entre registros, e não à correção ou erro dos estudantes, que podem apresentar dificuldades mesmo em conversões congruentes.

Desse modo, as dificuldades observadas devem ser compreendidas como parte do processo cognitivo inerente à aprendizagem matemática.

Essa análise reforça a relevância da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) para compreender o aprendizado da função polinomial do 1º grau, mostrando que os fenômenos de congruência e não congruência são naturais e independem do nível individual de aprendizagem. A TRRS, nesse sentido, oferece subsídios teóricos importantes para interpretar as estratégias adotadas pelos estudantes ao lidar com diferentes representações.

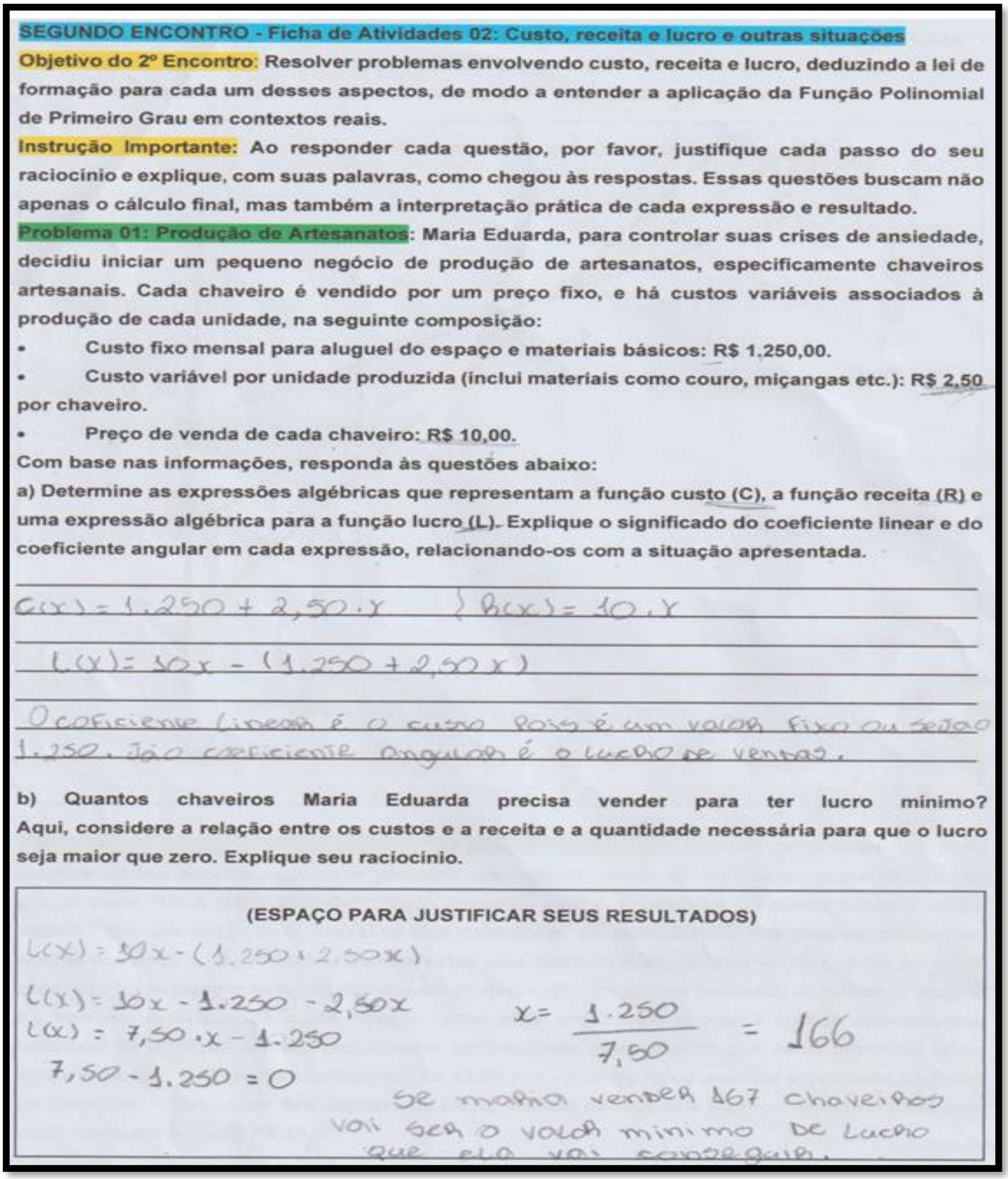
5.2 Análise de Dados do Segundo Encontro

O segundo encontro iniciou com a retomada da dinâmica anterior, destacando os dez passos da Metodologia de Resolução de Problemas de Onuchic e Allevato, além das três atividades cognitivas da TRRS de Duval. Esse momento inicial teve como objetivo relembrar os princípios metodológicos que orientaram as atividades, favorecendo a continuidade do trabalho desenvolvido no encontro anterior.

No primeiro passo (Preparação do Problema), o professor distribuiu fichas contendo dois problemas sobre custo, receita e lucro, nos quais os estudantes deveriam mobilizar e registrar a expressão algébrica que expressava matematicamente cada situação. As situações propostas buscaram promover a articulação entre as informações apresentadas e os conceitos matemáticos envolvidos.

Em um dos problemas, relacionado à produção e venda de chaveiros (conforme apresentado na Figura 11), os estudantes identificaram os custos fixos e variáveis e determinaram o ponto de equilíbrio entre custo e lucro. Essa identificação permitiu a análise das relações funcionais estabelecidas entre as grandezas, favorecendo a compreensão do comportamento da função polinomial do 1º grau no contexto proposto. Além disso, a atividade possibilitou que os estudantes refletissem sobre a variação simultânea das grandezas envolvidas, reconhecendo o papel do coeficiente linear e da taxa de variação na representação algébrica da função. Esse processo contribuiu para a articulação entre os registros numérico, algébrico e gráfico, conforme preconiza a Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Figura 11: Protocolo de A_8 (Segundo encontro: problema 01 - item a,b)



SEGUNDO ENCONTRO - Ficha de Atividades 02: Custo, receita e lucro e outras situações

Objetivo do 2º Encontro: Resolver problemas envolvendo custo, receita e lucro, deduzindo a lei de formação para cada um desses aspectos, de modo a entender a aplicação da Função Polinomial de Primeiro Grau em contextos reais.

Instrução Importante: Ao responder cada questão, por favor, justifique cada passo do seu raciocínio e explique, com suas palavras, como chegou às respostas. Essas questões buscam não apenas o cálculo final, mas também a interpretação prática de cada expressão e resultado.

Problema 01: Produção de Artesanatos: Maria Eduarda, para controlar suas crises de ansiedade, decidiu iniciar um pequeno negócio de produção de artesanatos, especificamente chaveiros artesanais. Cada chaveiro é vendido por um preço fixo, e há custos variáveis associados à produção de cada unidade, na seguinte composição:

- Custo fixo mensal para aluguel do espaço e materiais básicos: R$ 1.250,00.
- Custo variável por unidade produzida (inclui materiais como couro, miçangas etc.): R$ 2,50 por chaveiro.
- Preço de venda de cada chaveiro: R$ 10,00.

Com base nas informações, responda às questões abaixo:

a) Determine as expressões algébricas que representam a função custo (C), a função receita (R) e uma expressão algébrica para a função lucro (L). Explique o significado do coeficiente linear e do coeficiente angular em cada expressão, relacionando-os com a situação apresentada.

C(x) = 1.250 + 2,50 . x } R(x) = 10 . x

L(x) = 10x − (1.250 + 2,50 x)

O coficiente linear é o custo pois é um valor fixo ou seja o 1.250. Já o coeficiente angular é o lucro de vendas.

b) Quantos chaveiros Maria Eduarda precisa vender para ter lucro mínimo? Aqui, considere a relação entre os custos e a receita e a quantidade necessária para que o lucro seja maior que zero. Explique seu raciocínio.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

L(x) = 10x − (1.250 + 2.50x)

L(x) = 10x − 1.250 − 2,50x

L(x) = 7,50 . x − 1.250

7,50 − 1.250 = 0

x = 1.250 / 7,50 = 166

Se maria vender 167 chaveiros vai ser o valor minimo de lucro que ela vai conseguir.

Fonte: arquivo do pesquisador

No segundo passo, Leitura Individual, o foco foi a compreensão detalhada do enunciado e a identificação dos dados relevantes. Essa etapa mobilizou a atividade cognitiva de formação do registro em linguagem natural, pois os participantes organizaram os significados matemáticos implícitos, reconhecendo que o custo fixo era R$ 1.250,00 e que o custo variável de R$ 2,50 dependia da quantidade produzida.

No terceiro passo, Leitura em Conjunto, os enunciados foram analisados coletivamente sob a mediação do professor, com os participantes compartilhando interpretações, confrontando ideias e discutindo as relações entre as variáveis. Essa leitura colaborativa favoreceu a construção coletiva de significados, reforçando o registro em linguagem natural e ampliando a compreensão do objeto matemático.

No quarto passo, resolução do problema, as estratégias definidas foram aplicadas, os dados organizados e os cálculos realizados, diferenciando os custos fixos (R$ 1.250,00) e os custos variáveis (R$ 2,50 por unidade). A passagem do registro da linguagem natural para o algébrico, caracterizou o fenômeno de congruência semântica, pois cada elemento do enunciado foi diretamente representado nas funções.

O custo fixo correspondia ao coeficiente linear b da função $C(x) = 1250 + 2{,}50x$, o custo variável ao coeficiente angular a, e o preço de venda de R$ 10,00 foi incorporado à função receita $R(x) = 10x$. Essa correspondência direta entre os elementos do problema e os termos algébricos permitiu a transição sem a necessidade de reorganização complexa, o que reduziu o esforço cognitivo ao expressar o objeto matemático no novo registro.

No item (b) do protocolo, para determinar a quantidade mínima de chaveiros necessária para obter lucro, ocorreu a atividade cognitiva de tratamento, ou seja, a simplificação da expressão algébrica dentro do mesmo registro, conforme definido por Duval (1995, 2003): $L(X) = 10X - (1250 + 2{,}50X) \rightarrow L(X) = 7{,}50X - 1250 \rightarrow 7{,}50X - 1250 = 0$.

A resolução da equação revelou que o ponto de lucro mínimo ocorre com a venda de 167 unidades, preservando o significado da relação entre lucro e quantidade, além dos coeficientes linear (b = 1250) e angular (a = 7,50).

No quinto passo (Observar e Incentivar), o professor acompanhou as atividades, promovendo a troca de ideias entre os pares e a explicitação dos raciocínios, incentivando a reflexão crítica sobre os resultados. As passagens entre registros ocorreram da linguagem natural para o registro algébrico, especialmente nas representações do objeto e reorganização das expressões. A reorganização da expressão, no cálculo da expressão lucro $L(x) = 10x - (1250 + 2{,}50x) = 7{,}50x - 1250$, caracterizou a atividade cognitiva de tratamento, evidenciando a relação entre lucro e quantidade, e preservando o significado dos coeficientes linear e angular.

As etapas do protocolo evidenciam as atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão entre registros de representação: formação, nos passos iniciais, ao organizar os elementos do problema em linguagem natural; tratamento, ao manipular expressões algébricas dentro do mesmo registro; e conversão, ao passar da linguagem natural para o registro algébrico.

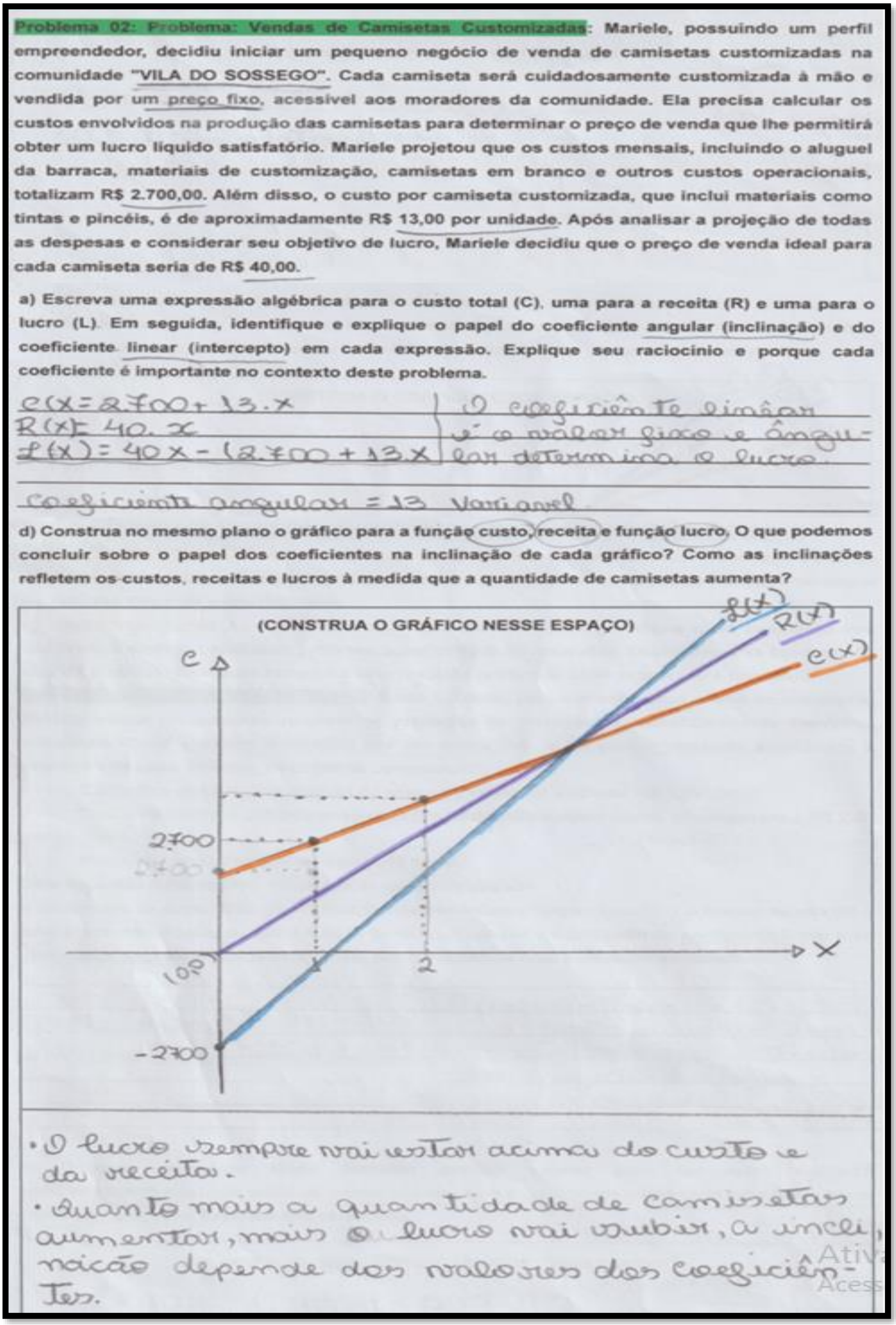
Para compreender a atividade cognitiva de conversão, o professor-pesquisador realizou entrevistas semiestruturadas com alguns participantes, perguntando: "*Como você chegou à expressão algébrica, por exemplo, f(x) = ax + b? Quais passos seguiu para construir essa fórmula a partir dos dados do problema?*" O objetivo foi identificar como os elementos fixos e variáveis do enunciado foram associados à expressão algébrica.

$\boldsymbol{A_{13}}$ respondeu: *"Os cálculos me ajudaram, me influenciaram, né? Procurando os valores variáveis e os valores que eram independentes. Isso eu utilizei pra fazer a expressão algébrica. Usando a expressão de f(x) igual a a vezes x mais b, onde o a é o coeficiente angular e o b é o coeficiente linear. E no problema eu tinha levantado quem era o coeficiente angular e o linear, e aí foi só substituir."*

$\boldsymbol{A_{11}}$ afirmou: *"Eu cheguei à conclusão analisando qual era o coeficiente angular e linear, e assim colocando um no lugar e outro no outro, tentando ver qual era o fixo e o que era variável."*

As falas evidenciam como os dados fixos e variáveis foram representados no registro algébrico. A passagem da linguagem natural para o registro algébrico caracteriza uma conversão congruente, pois a correspondência entre os elementos dos registros ocorreu de forma direta, exigindo menor esforço cognitivo na representação do objeto matemático, Duval (2009).

Figura 12:Protocolo de A_1 (Segundo encontro: problema 02-itens a, d)



Problema 02: Problema: Vendas de Camisetas Customizadas: Mariele, possuindo um perfil empreendedor, decidiu iniciar um pequeno negócio de venda de camisetas customizadas na comunidade "VILA DO SOSSEGO". Cada camiseta será cuidadosamente customizada à mão e vendida por um preço fixo, acessível aos moradores da comunidade. Ela precisa calcular os custos envolvidos na produção das camisetas para determinar o preço de venda que lhe permitirá obter um lucro líquido satisfatório. Mariele projetou que os custos mensais, incluindo o aluguel da barraca, materiais de customização, camisetas em branco e outros custos operacionais, totalizam R$ 2.700,00. Além disso, o custo por camiseta customizada, que inclui materiais como tintas e pincéis, é de aproximadamente R$ 13,00 por unidade. Após analisar a projeção de todas as despesas e considerar seu objetivo de lucro, Mariele decidiu que o preço de venda ideal para cada camiseta seria de R$ 40,00.

a) Escreva uma expressão algébrica para o custo total (C), uma para a receita (R) e uma para o lucro (L). Em seguida, identifique e explique o papel do coeficiente angular (inclinação) e do coeficiente linear (intercepto) em cada expressão. Explique seu raciocínio e porque cada coeficiente é importante no contexto deste problema.

C(x=2700+13.x | O coeficiente linear
R(x)= 40.x | é o valor fixo e angu-
L(x)= 40x - (2700 + 13x | lar determina o lucro.

coeficiente angular = 13 variavel

d) Construa no mesmo plano o gráfico para a função custo, receita e função lucro. O que podemos concluir sobre o papel dos coeficientes na inclinação de cada gráfico? Como as inclinações refletem os custos, receitas e lucros à medida que a quantidade de camisetas aumenta?

(CONSTRUA O GRÁFICO NESSE ESPAÇO)

• O lucro sempre vai estar acima do custo e da receita.
• Quanto mais a quantidade de camisetas aumentar, mais o lucro vai subir, a inclinação depende dos valores dos coeficientes.

Fonte: arquivo do pesquisador.

Sexto passo (registro das resoluções na lousa): Os representantes das duplas registraram suas soluções na lousa, permitindo uma comparação das diferentes estratégias e resultados. As produções, corretas ou não, possibilitaram a análise coletiva das formas de representação e a identificação das relações entre os coeficientes linear e angular nas funções obtidas.

De acordo com a Figura 12, no Problema 2 (venda de camisetas customizadas), ao construir as funções custo $C(x)$, receita $R(x)$e lucro $L(x)$, a estrutura do problema permitiu atribuir diretamente os coeficientes linear e angular aos conceitos do enunciado. O coeficiente linear representou o custo fixo (R$ 2.700) e o coeficiente angular, o custo variável por unidade (R$ 13). As funções foram organizadas da seguinte forma: $C(x) = 2700 + 13x$; $R(x) = 40x$ e $L(x) = 40x - (2700 + 13x)$.

A passagem da linguagem natural para o registro algébrico apresenta congruência semântica, pois os elementos do enunciado são diretamente representados pelos coeficientes, sem necessidade de reorganização ou reinterpretação, conforme Duval (1995, 2003, 2009).

O gráfico das funções custo, receita e lucro evidencia o papel do coeficiente linear na posição inicial das retas e do coeficiente angular na inclinação, mostrando como o lucro aumenta à medida que a produção cresce. Assim, o sexto passo evidencia a articulação entre os registros e as funções construídas, mantendo total consonância com os registros do protocolo.

Sétimo passo (Plenária): Este é o momento em que todos os participantes debatem coletivamente as resoluções apresentadas, permitindo confrontar diferentes estratégias e justificativas. Esse espaço favoreceu a passagem do registro algébrico para o gráfico, ajudando a compreender como os elementos do problema se manifestam em diferentes representações.

Os registros nas fichas de atividades apresentaram uma transição dos dados do enunciado em linguagem natural para a equação algébrica e, em seguida, para o gráfico, com correspondência direta entre os registros, o que facilitou a compreensão das relações entre os elementos matemáticos. Essa passagem caracteriza conversão semântica congruente, pois a mudança de um registro para outro ocorreu sem necessidade de ajustes ou reinterpretações complexas.

Porém, em alguns registros, surgiram dificuldades na associação entre o gráfico e a equação algébrica, especialmente, na identificação do ponto de equilíbrio entre custo e receita. Para superar essa dificuldade, foi necessário reorganizar a função lucro no registro algébrico, o que exemplifica a atividade cognitiva de tratamento, realizada ao manipular a expressão $L(x) = 10x - (2.700 + 13x)$para $L(x) = 7x - 2.700$, seguida da resolução de $L(x) = 0$ para determinar a quantidade mínima de camisetas para começar a ter lucro.

Oitavo passo (busca por consenso): Sob orientação do professor, o grupo foi incentivado a revisar decisões, defender estratégias e ajustar seus registros, transitando entre linguagem natural, algébrica e gráfica. A busca por consenso permitiu discutir diferentes abordagens, possibilitando aos alunos uma compreensão coletiva sobre a relação entre as variáveis e o significado dos coeficientes nas funções.

A atividade cognitiva de tratamento foi aplicada ao simplificar a expressão algébrica da função lucro, $L(x) = 10x - (2.700 + 13x)$, para $L(x) = 7x - 2.700$, facilitando a resolução de $L(x) = 0$ para determinar a quantidade mínima de camisetas necessárias para obter lucro, caracterizando manipulações dentro do mesmo registro (Duval, 1995, 2003). A passagem da expressão algébrica para o gráfico, ao identificar as interseções das retas que representam o custo e a receita, evidenciou a relação linear entre a quantidade de camisetas vendidas, custos e lucros. Essa conversão é semanticamente congruente, pois a representação gráfica preserva diretamente os elementos do enunciado e dos coeficientes da função, sem necessidade de reorganização ou interpretação adicional dos dados.

Nono passo (formalização do conteúdo): Sob a orientação do professor, o grupo foi incentivado a sistematizar o conhecimento construído, organizando formalmente o conceito do objeto matemático estudado, com contribuições de todos os estudantes. O professor facilitou o processo explicando as propriedades matemáticas envolvidas nas expressões obtidas, destacando o papel dos coeficientes linear e angular, e a articulação entre os registros na língua materna, algébrico e gráfico.

A formalização, realizada em consenso com os estudantes, foi essencial para melhorar a compreensão das funções. O coeficiente angular foi discutido como o impacto da quantidade de camisetas vendidas sobre o lucro, enquanto o coeficiente linear representou o custo fixo e o ponto de interceptação da reta no eixo Y, indicando o custo quando nenhuma camiseta é vendida.

Durante o encontro, observou-se a capacidade de transitar entre registros, compreender os papeis coeficientes e interpretar os resultados de forma conectada ao problema. As atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão foram articuladas conforme as tarefas. A análise a posteriori mostrou que os fenômenos de congruência e não congruência entre registros dependem do esforço cognitivo, destacando a eficácia da Metodologia de (RP) e da (TRRS) no desenvolvimento das competências para o aprendizado de funções do 1º grau.

A análise a priori esperava transições diretas entre linguagem natural, algébrica e gráfica, com identificação clara dos coeficientes, sem reorganização. No entanto, a análise a posteriori revelou maior complexidade. Observou-se que as conversões realizadas foram predominantemente congruentes, apresentando correspondência direta entre os registros e baixo nível de reorganização semântica.

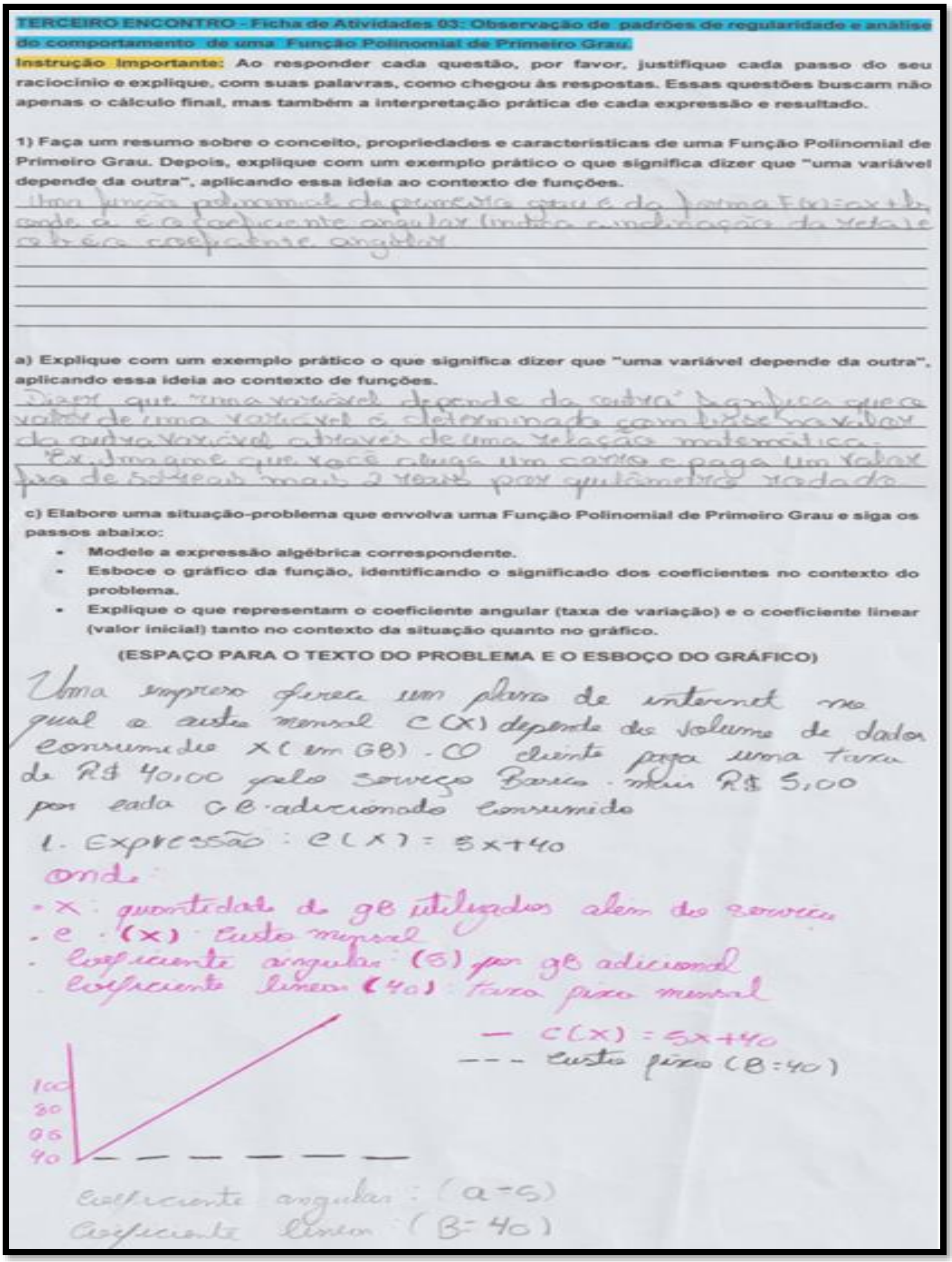
5.3 Análise de Dados do Terceiro Encontro

O terceiro encontro da sequência didática buscou aprofundar a compreensão da Função Polinomial do Primeiro Grau, suas propriedades e os coeficientes. A análise dos dados foi estruturada em cinco passos da (RP), com as atividades cognitivas e os fenômenos de congruência e não congruência nas conversões entre os registros. Durante a preparação do problema, as fichas foram organizadas para identificar o papel das variáveis, a dependência funcional entre elas e conectar exemplos concretos ao modelo f(x) = ax + b. Esse momento favoreceu a atividade cognitiva de formação, refletindo sobre como mudanças na variável independente afetam a dependente, integrando esse processo ao registro algébrico.

O salário de Marcela foi expresso como f(x) = 2%x + 1342. Ao converter a porcentagem para fração e decimal ($2\% = \frac{2}{100} = 0{,}02$), caracterizou a atividade cognitiva de tratamento, resultando em S(v) = 0,02v + 1342. O coeficiente angular

(0,02) indicou o aumento proporcional sobre o salário, e o linear, o valor inicial. Outros grupos apresentaram registros equivalentes, evidenciando semelhança nas conversões entre os registros verbal e algébrico.

Figura 13: Protocolo de A_3 e A_{10} (Terceiro encontro: problema 01 - item a,b)



TERCEIRO ENCONTRO - Ficha de Atividades 03: Observação de padrões de regularidade e análise do comportamento de uma Função Polinomial de Primeiro Grau.

Instrução Importante: Ao responder cada questão, por favor, justifique cada passo do seu raciocínio e explique, com suas palavras, como chegou às respostas. Essas questões buscam não apenas o cálculo final, mas também a interpretação prática de cada expressão e resultado.

1) Faça um resumo sobre o conceito, propriedades e características de uma Função Polinomial de Primeiro Grau. Depois, explique com um exemplo prático o que significa dizer que "uma variável depende da outra", aplicando essa ideia ao contexto de funções.

Uma função polinomial de primeiro grau é da forma F(x)=ax+b, onde a é o coeficiente angular (indica a inclinação da reta) e o b é o coeficiente angular

a) Explique com um exemplo prático o que significa dizer que "uma variável depende da outra", aplicando essa ideia ao contexto de funções.

Dizer que "uma variável depende da outra" significa que o valor de uma variável é determinado com base no valor da outra variável através de uma relação matemática. Ex. Imagine que você aluga um carro e paga um valor fixo de 50 reais mais 2 reais por quilômetro rodado

c) Elabore uma situação-problema que envolva uma Função Polinomial de Primeiro Grau e siga os passos abaixo:

- Modele a expressão algébrica correspondente.
- Esboce o gráfico da função, identificando o significado dos coeficientes no contexto do problema.
- Explique o que representam o coeficiente angular (taxa de variação) e o coeficiente linear (valor inicial!) tanto no contexto da situação quanto no gráfico.

(ESPAÇO PARA O TEXTO DO PROBLEMA E O ESBOÇO DO GRÁFICO)

Uma empresa oferece um plano de internet no qual o custo mensal C(X) depende do volume de dados consumido X (em GB). O cliente paga uma taxa de R$ 40,00 pelo serviço Basico mais R$ 5,00 por cada GB adicionado consumido

1. Expressão: C(X) = 5x+40

onde:

- X: quantidade de GB utilizados além do serviço
- C(X): Custo mensal
- coeficiente angular (5) por GB adicional
- coeficiente linear (40): taxa fixo mensal

— C(X) = 5x+40

--- Custo fixo (B=40)

100

80

95

40

Coeficiente angular: (a=5)

Coeficiente linear: (B=40)

Fonte: arquivo do pesquisador

Uma função polinomial de primeiro grau é expressa por $f(x) = ax + b$, em que a (coeficiente angular) indica a inclinação da reta, ou seja, a taxa de variação, e b (coeficiente linear) representa o valor inicial da função quando $x = 0$. Segundo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1995, 2003), a compreensão desse conceito depende da articulação entre diferentes registros de representação, como a linguagem natural , expressa por descrições e explicações em palavras; o registro algébrico (simbólico), que utiliza letras, números e operações; o registro gráfico (cartesiano), representado por eixos e gráficos; e o registro figural (geométrico), que envolve figuras, diagramas e esquemas visuais. A coordenação entre esses registros é essencial para a apreensão do objeto matemático e para a conversão entre diferentes formas de representação.

Ao afirmar que "uma variável depende da outra", entende-se que o valor de uma variável é determinado pela outra, configurando uma relação matemática. No contexto das funções, essa dependência é única e é expressa na forma f(x) = ax + b. A variável dependente varia conforme a independente, com o coeficiente angular ditando essa variação e o coeficiente linear representando o valor fixo inicial. Na Figura 13, sobre o custo de alugar um carro, essa dependência funcional fica evidente: o custo total (variável dependente) é determinado pelos quilômetros rodados (variável independente), ilustrando a relação entre as duas variáveis.

No protocolo analisado, a proposição e resolução de novos problemas, etapa fundamental para consolidar o aprendizado segundo a Metodologia de Resolução de Problemas de Onuchic e Allevato, é ilustrada por um problema prático envolvendo um plano de internet, em que o custo mensal C(x) depende do volume de dados consumido x (em gigabytes). O custo total é composto por uma taxa fixa de R$ 40,00, referente ao serviço básico, acrescida de R$ 5,00 por cada *gigabyte* adicional utilizado, configurando a expressão C(x)=5x+40. A organização dos dados no registro algébrico permite identificar o coeficiente angular a=5, que representa o acréscimo proporcional no custo por *gigabyte*, e o coeficiente linear b=40, correspondente à taxa fixa mensal.

A passagem da linguagem natural para a expressão algébrica caracterizou uma conversão congruente, pois ocorreu de forma direta, preservando o significado original sem exigir reorganização conceitual. Essa correspondência entre a linguagem natural e a formalização simbólica possibilita compreender a função como relação de dependência entre variáveis. A construção do gráfico a partir da expressão algébrica apresenta uma reta crescente que intercepta o eixo vertical no ponto (0,40), mantendo coerência com os registros anteriores. Essa transição também constitui uma conversão congruente entre os registros algébrico e gráfico, evidenciando a articulação dos conhecimentos nos domínios verbal, algébrico e visual.

O protocolo da atividade “Situação 02 – Viajando no Chapolin” também apresenta a construção de tabela, expressão algébrica e gráfico, com a interpretação do coeficiente angular e do ponto de interseção no eixo y.

Figura 14: Protocolo de A_4 e A_9 (Terceiro encontro: problema 02)

Situação 02 – Viajando no Chapolin: O custo de uma passagem de ônibus entre “Salto do Peixe” e “Piracema” é de R$6,50. Complete a tabela a seguir para representar o valor total a ser pago em função do número de passagens compradas:

Número de Passagens (x)	1	2	7	9	11	...	x
Valor a ser pago (P) em reais	6,50	13,00	19,5	26	32,5	...	6,5.x

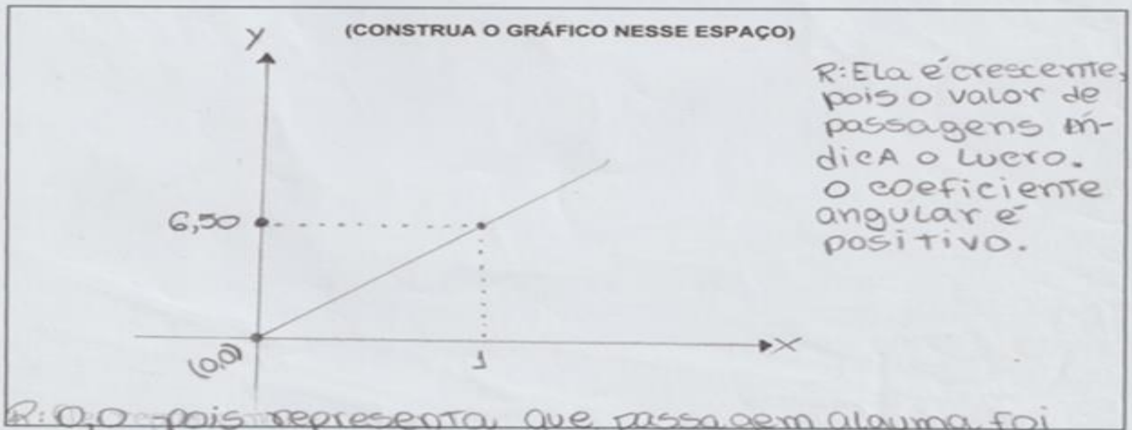
a) Determine os coeficientes angular e linear da função que representa essa situação e explique o significado de cada um.

angular 6.50
linear zero

b) Escreva a expressão algébrica P(x) que representa o valor total a ser pago (P) em função do número de passagens (X) e explique seu significado.

P (x) 6.50 - X numero X = 1, 2, 3, 4...
de passage
6.50 (passagem)

c) Construa o gráfico da função P(x) e classifique-o como crescente ou decrescente. Identifique o ponto de intersecção com o eixo y e interprete-o no contexto da situação, explicando o que ele representa.



R: 0,0 pois representa que passagem alguma foi vendida, ou seja, não existe valor a ser pago.

Fonte: arquivo do pesquisador

O protocolo da Figura 14 apresenta a organização dos registros de representação mobilizados na atividade: linguagem natural (verbal), tabular, algébrico e gráfico, evidenciando a relação de proporcionalidade linear entre o número de passagens e o valor total pago. A leitura e organização dos dados na tabela permitiram identificar essa relação, caracterizando a operação cognitiva de formação. Em seguida, os cálculos realizados para preencher a tabela ($1 \cdot 6{,}50$; $2 \cdot 6{,}50$; $3 \cdot 6{,}50$) configuraram o tratamento, pois os valores foram sistematicamente estruturados dentro do mesmo registro, assegurando coerência interna das informações e preparando os dados para os demais registros.

A passagem do registro tabular para a expressão algébrica $P(x) = 6{,}50x$, seguida da conversão desta para a representação gráfica, caracterizou conversão congruente. Na primeira, o significado funcional da relação linear foi preservado integralmente na linguagem simbólica; na segunda, a conversão para o gráfico manteve a coerência semântica entre os registros simbólico e visual, possibilitando representar e interpretar corretamente o crescimento do valor total em função da quantidade de passagens, preservando o significado funcional originalmente presente na tabela.

As discussões e o compartilhamento das respostas entre as duplas resultaram na formulação de expressões semelhantes, fruto da troca de ideias e da busca por consenso coletivo. Nesse processo, as atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão foram mobilizadas de acordo com a natureza das tarefas, promovendo a transição entre os diferentes registros. A passagem do texto para a expressão matemática preservou os significados do problema, mantendo a coerência entre as representações em linguagem natural, algébrica e gráfica, caracterizando conversões congruentes e evidenciando a compreensão do papel de cada termo na expressão e sua relação com o problema.

O registro coletivo das resoluções na lousa constituiu um momento de intensa interação e troca de significados. Representantes dos grupos apresentaram suas soluções, discutindo tabelas, expressões e gráficos, tanto quando corretos quanto quando obtidos por caminhos distintos. Essa etapa materializou o tratamento coletivo das informações e promoveu uma conversão adicional entre registros escrito, simbólico e gráfico, consolidando a compreensão conceitual.

Na busca pelo consenso, o professor mediou as discussões, orientando os estudantes na análise das soluções e na confrontação das interpretações divergentes. O grupo chegou a uma compreensão comum sobre o significado do coeficiente angular, da inclinação da reta e do valor inicial da função, superando ambiguidades interpretativas. O consenso não se limitou à verificação da exatidão numérica, mas à consolidação de um entendimento compartilhado e fundamentado, resultante da negociação de significados e da articulação entre as operações cognitivas de formação, tratamento e conversão.

A etapa de proposição de novos problemas revelou a importância da autonomia na formação cognitiva e no processo de aprendizagem. Os estudantes criaram novas situações, elaboraram expressões algébricas, tabelas e gráficos, justificando detalhadamente cada etapa da resolução. As produções autorais nas fichas, como cálculos de custos em jogos digitais, planos de internet personalizados e situações cotidianas, demonstraram não apenas o domínio técnico da função polinomial do primeiro grau, mas também a capacidade de aplicar o conhecimento em contextos inéditos, evidenciando uma compreensão reflexiva e criativa.

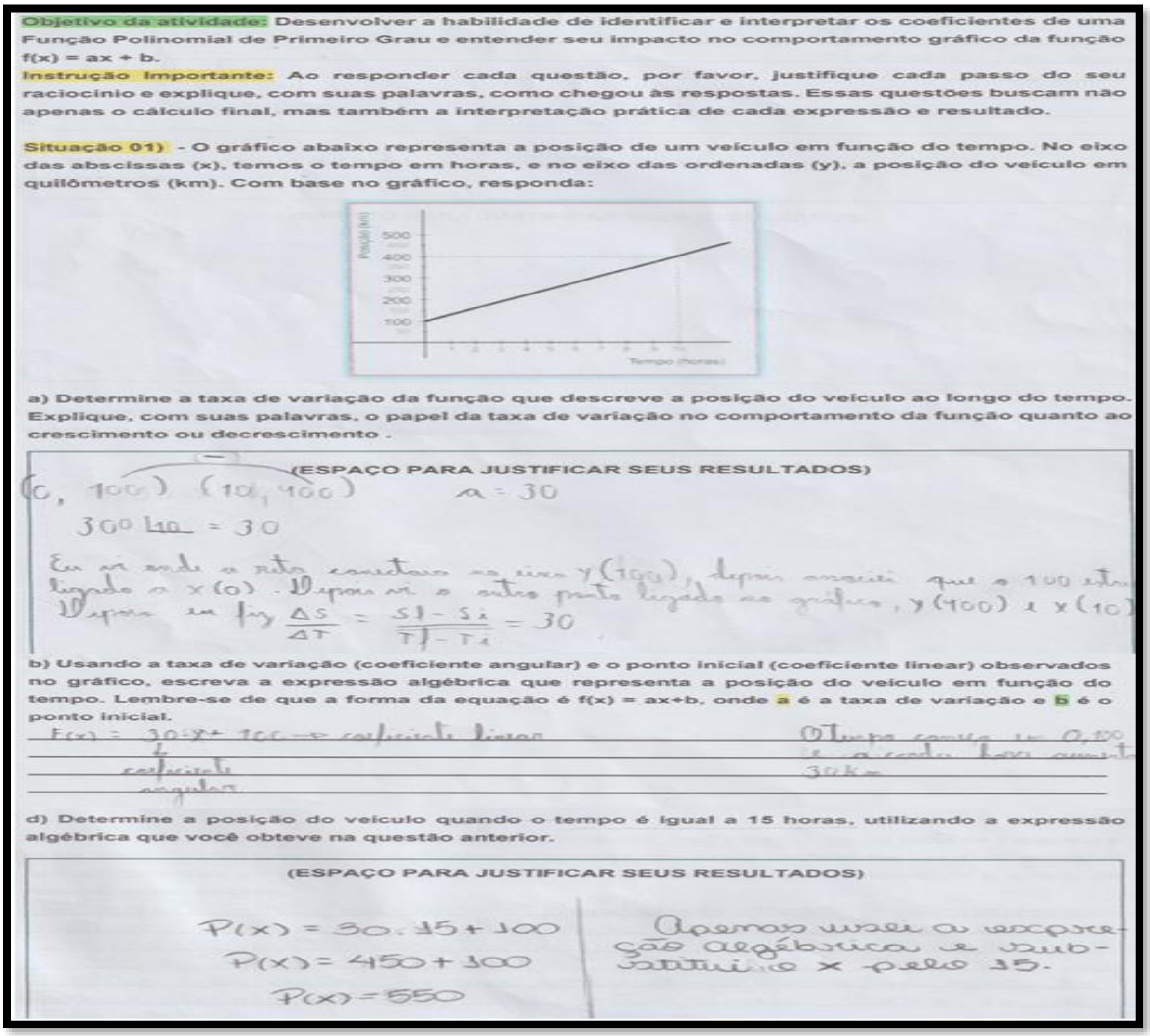
O confronto entre a análise a priori, definida pela metodologia, e a análise a posteriori, realizada nas fichas de atividades, revela coerência entre as expectativas teóricas e os resultados empíricos. Os estudantes organizaram os dados de forma estruturada, construíram expressões algébricas corretas, elaboraram tabelas e gráficos consistentes, interpretaram os coeficientes com clareza e formularam problemas próprios, confirmando a integração entre os registros de representação. Ao longo do processo, foi evidente a mobilização entre diferentes registros, preservando os significados e ajustando-os quando necessário, refletindo a natureza da atividade matemática conforme descrito pela TRRS.

5.4 Análise de Dados do Quarto Encontro

A análise do quarto encontro da sequência didática teve como foco a interpretação dos coeficientes linear e angular das funções polinomiais de primeiro grau, elementos fundamentais para compreender o comportamento gráfico e resolver situações-problema cotidianas. Esse encontro foi conduzido segundo os princípios da Metodologia de Resolução de Problemas (RP) e analisado à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS).

O encontro iniciou-se com a Preparação do Problema, apresentando enunciados e gráficos das situações "posição de um veículo em função do tempo" e "volume de água em reservatórios". Nesse momento, foram identificados pontos iniciais, variações e demais características das funções, caracterizando a atividade de formação. Na leitura individual, os dados dos gráficos e da linguagem verbal evidenciaram o coeficiente angular (taxa de variação) e o coeficiente linear (ponto inicial), registrando informações posteriormente transformadas ou convertidas.

Figura 15: Protocolo de A_{12} e A_{10} (Terceiro encontro: problema 01 - itens a,b, d)



Objetivo da atividade: Desenvolver a habilidade de identificar e interpretar os coeficientes de uma Função Polinomial de Primeiro Grau e entender seu impacto no comportamento gráfico da função f(x) = ax + b.

Instrução Importante: Ao responder cada questão, por favor, justifique cada passo do seu raciocínio e explique, com suas palavras, como chegou às respostas. Essas questões buscam não apenas o cálculo final, mas também a interpretação prática de cada expressão e resultado.

Situação 01) - O gráfico abaixo representa a posição de um veículo em função do tempo. No eixo das abscissas (x), temos o tempo em horas, e no eixo das ordenadas (y), a posição do veículo em quilômetros (km). Com base no gráfico, responda:

a) Determine a taxa de variação da função que descreve a posição do veículo ao longo do tempo. Explique, com suas palavras, o papel da taxa de variação no comportamento da função quanto ao crescimento ou decrescimento .

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

(0, 100) (10, 400) a = 30

300 km/10 = 30

Eu vi onde a reta encostava no eixo y(100), depois anotei que o 100 estava ligado a x(0). Depois vi o outro ponto ligado ao gráfico, y(400) e x(10). Depois eu fiz $\frac{\Delta S}{\Delta T} = \frac{S_f - S_i}{T_f - T_i} = 30$

b) Usando a taxa de variação (coeficiente angular) e o ponto inicial (coeficiente linear) observados no gráfico, escreva a expressão algébrica que representa a posição do veículo em função do tempo. Lembre-se de que a forma da equação é f(x) = ax+b, onde a é a taxa de variação e b é o ponto inicial.

f(x) = 30·x + 100 → coeficiente linear

coeficiente angular

O tempo começa em 0,100 e a cada hora aumenta 30km

d) Determine a posição do veículo quando o tempo é igual a 15 horas, utilizando a expressão algébrica que você obteve na questão anterior.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

P(x) = 30 . 15 + 100

P(x) = 450 + 100

P(x) = 550

Apenas usei a expressão algébrica e substituí o x pelo 15.

Fonte: arquivo do pesquisador

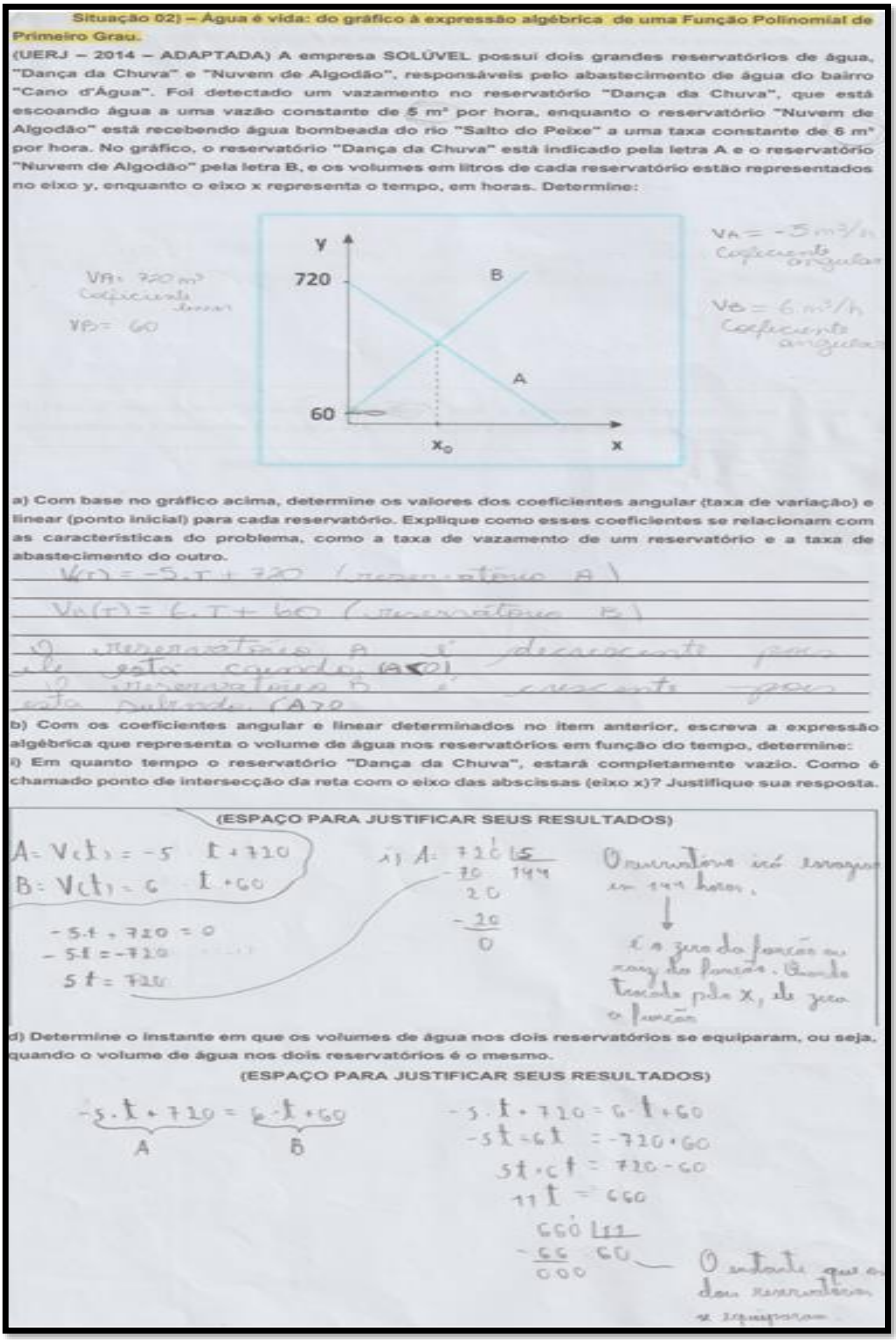
De posse do problema e com o enunciado compreendido, iniciou-se a busca pela solução colaborativamente, (Resolução do Problema). Na Figura 15, referente à posição de um veículo, identificaram-se os pontos (0,100) e (10,400) no gráfico, caracterizando a formação de registros a partir do registro gráfico e da linguagem verbal. Os valores foram então manipulados para calcular a taxa de variação (a = $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{300}{10}$ = 30), evidenciando a atividade de tratamento, pois a operação ocorreu dentro do mesmo registro numérico. A interpretação do coeficiente angular como taxa de crescimento da posição demonstra a correspondência semântica entre o fenômeno real e os registros gráficos, em consonância com a (TRRS) e a Metodologia (RP).

De acordo com os registros do item (b), coeficiente angular (a = 30) e ponto inicial (b = 100) foram mobilizados para construir a expressão algébrica (f(x) = 30x + 100). Essa passagem do registro gráfico para o registro algébrico caracteriza uma conversão congruente, pois a correspondência direta entre os valores extraídos do gráfico e os coeficientes da função algébrica preserva o significado e a relação das grandezas representadas. O coeficiente linear (b = 100) indica a posição inicial do veículo, enquanto o coeficiente angular (a = 30) representa a taxa de variação.

No Registro das Resoluções na Lousa, as soluções foram compartilhadas e discutidas coletivamente, resultando em uma rica diversidade de registros: gráficos, algébricos e de linguagem natural. Esse processo de interação e debate permitiu a mobilização de diferentes representações, que se complementaram e enriqueceram a compreensão dos conceitos envolvidos.

O resultado das discussões e das resoluções apresentadas evidenciou como as atividades cognitivas mobilizadas nos diversos registros de representação corroboraram a interpretação dos coeficientes linear e angular, permitindo uma análise mais profunda do comportamento da função. Por meio dessa integração de registros, os participantes foram capazes de identificar e compreender as relações entre as grandezas representadas, com ênfase no entendimento de como os coeficientes se manifestam no gráfico da função.

Figura 16: Protocolo de A_2 e A_{12} (Terceiro encontro: Problema 02 - itens a, b, d)



Situação 02) – Água é vida: do gráfico à expressão algébrica de uma Função Polinomial de Primeiro Grau.

(UERJ – 2014 – ADAPTADA) A empresa SOLÚVEL possui dois grandes reservatórios de água, "Dança da Chuva" e "Nuvem de Algodão", responsáveis pelo abastecimento de água do bairro "Cano d'Água". Foi detectado um vazamento no reservatório "Dança da Chuva", que está escoando água a uma vazão constante de 5 m³ por hora, enquanto o reservatório "Nuvem de Algodão" está recebendo água bombeada do rio "Salto do Peixe" a uma taxa constante de 6 m³ por hora. No gráfico, o reservatório "Dança da Chuva" está indicado pela letra A e o reservatório "Nuvem de Algodão" pela letra B, e os volumes em litros de cada reservatório estão representados no eixo y, enquanto o eixo x representa o tempo, em horas. Determine:

a) Com base no gráfico acima, determine os valores dos coeficientes angular (taxa de variação) e linear (ponto inicial) para cada reservatório. Explique como esses coeficientes se relacionam com as características do problema, como a taxa de vazamento de um reservatório e a taxa de abastecimento do outro.

$V(T) = -5.T + 720$ (reservatório A)

$V_B(T) = 6.T + 60$ (reservatório B)

O reservatório A é decrescente porque ele está esvaziando. (A<0)
O reservatório B é crescente porque está subindo. (A>0)

b) Com os coeficientes angular e linear determinados no item anterior, escreva a expressão algébrica que representa o volume de água nos reservatórios em função do tempo, determine:

i) Em quanto tempo o reservatório "Dança da Chuva", estará completamente vazio. Como é chamado ponto de intersecção da reta com o eixo das abscissas (eixo x)? Justifique sua resposta.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

A: $V(t) = -5t + 720$
B: $V(t) = 6t + 60$

$-5.t + 720 = 0$
$-5t = -720$
$5t = 720$

i) A: $720 \div 5 = 144$

O reservatório irá esvaziar em 144 horas.

É o zero da função ou raiz da função. Quando trocado pelo x, ele zera a função

d) Determine o instante em que os volumes de água nos dois reservatórios se equiparam, ou seja, quando o volume de água nos dois reservatórios é o mesmo.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

$\underbrace{-5.t + 720}_{A} = \underbrace{6.t + 60}_{B}$

$-5.t + 720 = 6.t + 60$
$-5t - 6t = -720 + 60$
$5t + 6t = 720 - 60$
$11t = 660$
$660 \div 11 = 60$

O instante que os dois reservatórios se equiparam

Fonte: arquivo do pesquisador

De acordo com o protocolo da Figura 16, os dados extraídos do gráfico e do enunciado permitiram a construção da expressão algébrica. O gráfico fornece explicitamente o coeficiente linear (b = 720) para o reservatório A e (b = 60) para o reservatório B), enquanto o coeficiente angular ((a = -5) para o reservatório A e (a = 6) para o reservatório B) foi diretamente fornecido no enunciado. A mobilização desses registros caracterizou a atividade cognitiva de formação.

A passagem do registro gráfico do enunciado para o registro algébrico caracterizou uma conversão congruente, pois os dados extraídos de ambos os registros foram integrados de forma coerente para formar a expressão algébrica. O gráfico revelou o coeficiente linear, enquanto o enunciado forneceu o coeficiente angular, e essa integração manteve a correspondência semântica entre os registros, garantindo que cada elemento de um registro se relacionasse de maneira única e consistente com o outro. A combinação desses dados, sem ambiguidade ou contradição, permitiu a formulação da equação algébrica que descreve com precisão o comportamento dos reservatórios ao longo do tempo, assegurando uma transição fluida entre os diferentes registros e preservando seu significado.

Conforme a Figura 16, os itens a) e b), foi realizado a atividade cognitiva de tratamento, caracterizada pela manipulação direta das expressões algébricas V(T) = -5T + 720, resolvendo-se V(T) = 0 e obtendo-se T = 144 horas. Essa mobilização ocorreu inteiramente dentro do registro algébrico, configurando a atividade de tratamento. Para determinar o instante em que os volumes de água dos reservatórios se equipararíam, ao igualar as expressões algébricas $(-5T + 720 = 6T + 60)$, sem alteração de representação. representação. Esse processo reforçou a atividade de tratamento, pois as manipulações foram feitas exclusivamente dentro do registro algébrico.

Os recortes das entrevistas semiestruturadas confirmam o raciocínio relacionado aos registros e evidenciam a integração entre diferentes representações.

Pergunta da entrevista**:** *No problema da piscina, como você chegou ao resultado? O gráfico foi útil ou você preferiu escrever a expressão algébrica e realizar cálculos diretos?*

Resposta de A_{15} **:** *"Então, com o gráfico eu pude perceber que uma piscina está esvaziando e a outra está enchendo. E, a partir do gráfico, eu consegui fazer a expressão algébrica. Então, resumindo, com o gráfico eu pude retirar as informações e fazer a expressão algébrica. Que eu pude perceber que eu posso usar os dois jeitos: eu posso pegar a expressão algébrica e fazer um gráfico, e eu posso retirar de um gráfico e fazer uma expressão algébrica. Aí eu descobri também que a minha forma de pensar, eu acho mais fácil retirar a expressão algébrica e fazer um gráfico do que retirar do gráfico dados para fazer uma expressão algébrica."*

Resposta de A_{10} *: "Eu percebi que ela era decrescente porque ela estava com 80 mil litros de água e ela começava a ser esvaziada às oito da manhã. Então conforme vai passando o tempo ela ia sendo esvaziada, ou seja, decrescente. Aí a gente percebeu que a cada uma hora esvaziava 10 mil litros. A gente colocou a mesma fórmula da outra e isso foi fazendo no gráfico o eixo x. A gente colocou as horas, conforme ia passando as horas, vai diminuindo o litro de água e o eixo y é os litros de água."*

Esses relatos reforçam a ideia de que os estudantes conseguiram transitar entre os registros gráficos e algébricos de forma integrada, o que caracteriza a atividade cognitiva de conversão congruente. Isso ocorre devido à natureza das atividades e dos registros, que permitem a extração dos dados de um registro (gráfico) para construção ou validação do outro registro (algébrico), mantendo a correspondência entre as informações de ambos. Esses dados se integraram de maneira consistente e sem ambiguidade, garantindo que o significado das variáveis fosse preservado nas duas representações.

Na Busca por Consenso, o grupo discutiu e articulou os registros, consolidando a integração entre linguagem natural, algébrica e gráfica, reforçando a compreensão funcional dos coeficientes linear e angular e a coerência entre diferentes registros. Esse passo evidencia que a aprendizagem ocorre pela mobilização coletiva de registros, não pela atuação isolada dos participantes.

A análise a priori previa que a articulação entre os registros da linguagem natural, numérico, algébrico e gráfico, aliada às atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão, promoveria a compreensão do papel dos coeficientes linear e angular em situações contextualizadas envolvendo funções polinomiais do primeiro grau. Projetou-se que a coordenação desses registros sustentaria processos de interpretação e argumentação matemática, favorecendo a construção de significados relacionados à taxa de variação e ao valor inicial nos diferentes contextos propostos.

A análise a posteriori demonstrou que essas expectativas foram alcançadas, indicando que a mobilização coordenada de registros foi essencial para interpretar propriedades das funções em fenômenos reais, promover o raciocínio matemático e consolidar a compreensão funcional dos coeficientes linear e angular. Dessa forma, o confronto entre as análises confirma que a organização didática planejada se concretizou com êxito, validando a coordenação de registros como mecanismo central de mediação cognitiva na aprendizagem das funções polinomiais do primeiro grau.

5.5 Análise de dados do Quinto encontro

A análise do quinto encontro concentrou-se no aprofundamento da leitura, interpretação e construção de gráficos, articuladas à identificação dos elementos essenciais para compreender o comportamento da Função Polinomial de Primeiro Grau e aplicar esse conhecimento em situações contextualizadas. O encontro foi conduzido de acordo com os princípios da Metodologia de Resolução de Problemas, fundamentada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica Duval (1995, 2003,2009).

O desenvolvimento iniciou-se com a preparação do problema, momento em que foram apresentados os enunciados das situações “esvaziamento de uma piscina” e “decaimento da temperatura”. Na etapa de leitura individual, os estudantes analisaram atentamente os dados contidos nos enunciados e nas tabelas, extraindo e organizando informações essenciais. Essa atividade possibilitou a identificação dos pontos iniciais, das variações e das principais características das funções, caracterizando a atividade cognitiva de formação, favorecendo a posterior representação dos registros algébrico, tabular e gráfico.

Figura 17: protocolo A_2 e A_8 (problema 01 itens a,b,c)

QUINTO ENCONTRO - Ficha de Atividades 05 – Tabelas, gráficos e outras representações visuais sobre função:

Instrução Importante: Ao responder cada questão, por favor, justifique cada passo do seu raciocínio e explique, com suas palavras, como chegou às respostas. Essas questões buscam não apenas o cálculo final, mas também a interpretação prática de cada expressão e resultado.

Situação 01- Uma pequena piscina com capacidade para 80 000 L de água, está incialmente cheia e começa a ser esvaziada as 8:00h da manhã. O gráfico retilineo a seguir representa a situação. As 9:30 da manhã ela estava com 65 000 L de água: Baseado nas informações, responda os questionamentos abaixo:

a) Quantos litros de água ainda restará na piscina as 11h da manhã?

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

$$\begin{array}{r} 80 \\ -\ 65 \\ \hline 15000 \end{array}$$

1h30 = 15000 litros

11h da manhã vai ter 50000 litros, pois está diminuindo 10000 litros de água/h

$a = \dfrac{80000 - 65000}{8h30 - 8}$

$a = \dfrac{15000}{1,5}$

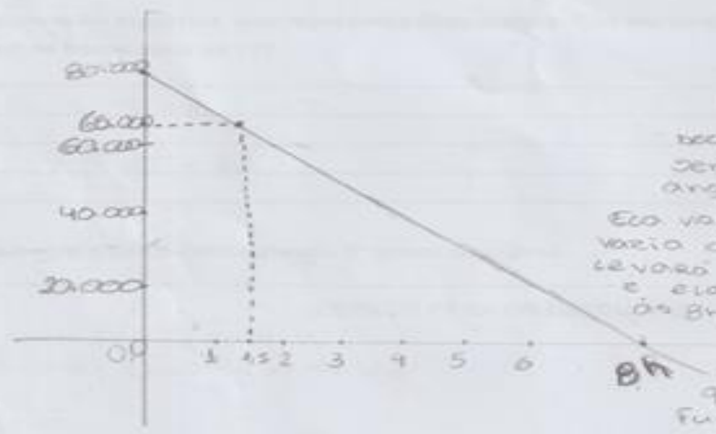
$a = -10000$ litros/h

b) Qual a expressão algébrica V(t) que expressa o volume de água em função do tempo para esvaziar a piscina?

$V(t) = 80000 - 10000 t$

c) Esboce o gráfico da função V(t) volume em função do tempo. O gráfico descreve uma função crescente ou decrescente? Que horas a piscina estará totalmente vazia? É coreto afirmar que no instante que a piscina estiver completamente vazia é o zero da função (raiz)? Justifique suas respostas.

(ESPAÇO PARA O GRÁFICO E CÁLCULOS) 8:00 = Inicio T = 0



Descreve uma função decrescente, pois está sendo um coeficiente angular negativo

Ela vai está totalmente vazia às 16h, pois ela levará 8h para se esvaziar e ela começou a esvaziar às 8h então 8+8 = 16.

Sim, vai ser o zero da função, pois é quando igualamos a função a zero

$V(t) = -10.000t + 80.000$

$V(8) = -10.000 \cdot 8 + 80.000$

$V(8) = -80.000 + 80.000 = 16.000$

Fonte : arquivo do pesquisador

De acordo com os registros da Figura 17, durante a resolução do problema, uma das etapas da Metodologia de Resolução de Problemas exigiu o cálculo da taxa de variação e a construção da expressão algébrica que representa o esvaziamento da piscina. Essa relação foi formalizada pela expressão *V(t) = 80.000 − 10.000t*, permitindo determinar o volume em diferentes instantes após o cálculo do coeficiente angular (taxa de variação). A expressão algébrica obtida caracterizou-se uma função como decrescente, evidenciando a correspondência entre os dados numéricos e sua representação simbólica.

A passagem do registro numérico (tabelar) para o registro algébrico configurou uma conversão congruente, pois houve correspondência semântica e estrutural entre as representações. As variáveis *t* (tempo) e *V(t)* (volume) preservaram seus significados durante a formalização, garantindo equivalência direta entre as representações. Ao igualar a expressão a zero, 80 000 − 10 000t = 0,para determinar o instante em que o volume se torna nulo, realizou-se uma operação de tratamento, restrita ao registro algébrico, mediante transformações internas e aplicação das propriedades de igualdade. O zero da função, indicado pelo ponto (8, 0) no eixo das abscissas, foi obtido a partir da taxa de variação constante de –10 000 L/h durante 8 horas de esvaziamento, o que reforça a correspondência direta com o registro numérico inicial.

A passagem subsequente do registro algébrico para o registro gráfico de $V(t)$ constituiu nova conversão congruente, pois o gráfico manteve o paralelismo semântico e estrutural com a expressão algébrica. O coeficiente angular negativo foi representado pela inclinação decrescente da reta, enquanto o coeficiente linear correspondeu ao ponto de intercepto $(0{,}80.000)$ no eixo das ordenadas. O zero da função, indicado pelo ponto de intercepto $(500{,}0)$ no eixo das abscissas, foi fundamental para o esboço gráfico. Essa coerência entre coeficientes, interceptos e representação visual facilitou a interpretação do comportamento da função polinomial de primeiro grau, e consolidou a articulação entre os registros.

Figura 18: protocolo A_1 (problema 02 itens b, c, d)

Situação 02- O mês de Agosto de 2024 tem experimentado ondas de calor e de frio que percorrem a Terra, este fenômeno a física chama de convecção. Acontece toda vez que a gente coloca água em uma chaleira para ferver. Imagine que a parte mais próxima do fogo é a zona mais quente do planeta, a equatorial. Acima ficam as regiões temperadas, que se aquecem lentamente. E, no topo, o polo, mais frio. A onda de calor que se forma perto da linha do Equador se espalha na direção das áreas mais frias, que respondem com frentes frias na direção contrária. Só que o calor da atmosfera e dos oceanos está forte demais, segundo meteorologistas. O frio chega intenso, mas é capaz de resfriar a atmosfera por pouco tempo. (Fonte site G1).

Certo dia a cidade de General Carneiro, no Paraná (PR) registrou a menor temperatura no país. Na noite anterior a esse fato, os termômetros registravam as 17 horas da tarde 10°C. A secretaria responsável por divulgar as emergências climáticas da cidade relatou que a temperatura após as 17h caiu bruscamente a uma taxa constante de 1,5°C por hora até atingir a menor temperatura registrada na cidade. Com base nas informações, determine:

b) A expressão algébrica que representa temperatura T(x) em função do tempo, onde x é o número de horas após as 17h.

$T(x) = a.T + b$

$t(x) = -1,5.T + 10$ → coeficiente linear. · X é maior que 17:00 h

↳ coeficiente ângular.

↳ é negativo pois a temperatura está diminuindo.

c) Que horas a temperatura atingiu 5° graus negativos.

(ESPAÇO PARA OS CÁLCULOS)

· Se a cada hora que passa o C° diminue 1,5, das 17:00

· 05 C° serão atingidos aproximadamente as 10:00 depois, ou seja as 3:00 horas da manhã.

$T(x) = -1,5.x + 10$

$-5 = -1,5x + 10$

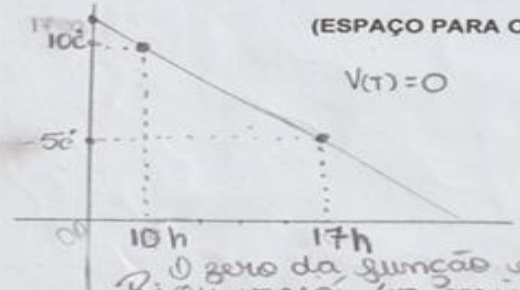
$-5 - 10 = -1,5x$

$-15 = -1,5x$

$\frac{-15}{-1,5} = 10\ h$

d) Esboce o gráfico da função. A função é crescente ou decrescente? Que horas a temperatura atingiu 0°C? Qual o zero da função (Raiz)? Justifique.

(ESPAÇO PARA O GRÁFICO E CÁLCULOS)



$V(T) = 0$

· A função é decrescente, pois está diminuindo.

$0 = -1,5x + 10$

$10 = 1,5x$

$x = 6,666...$ horas

R: O zero da função é 6,666 que é igual a $\frac{2}{3}$, ou seja 40 minutos.

Fonte : arquivo do pesquisador

De acordo com os registros da Figura 18, durante a resolução do problema, a tarefa exigiu a determinação da taxa de variação da temperatura e a construção da expressão algébrica que descreve o comportamento térmico da cidade de General

Carneiro. Essa relação foi formalizada em $T(x) = -1{,}5 \cdot x + 10$, permitindo calcular a temperatura em diferentes instantes e identificar o zero da função.

A passagem da linguagem natural para o registro algébrico caracterizou-se como conversão congruente, uma vez que houve correspondência semântica e estrutural entre as representações. As variáveis x (tempo decorrido após as 17h) e T(x) (temperatura) preservaram seus significados na formalização, assegurando equivalência direta entre a descrição verbal e a representação simbólica. Ao igualar a expressão algébrica a zero ($-1{,}5 \cdot x + 10 = 0$) para determinar o instante em que a temperatura atingiu 0°C, configurou-se a atividade de tratamento, pois as manipulações ocorreram inteiramente dentro do registro algébrico, mediante transformações internas e aplicação das propriedades de igualdade, respeitando a coerência conceitual entre registros.

A conversão do registro algébrico para o registro gráfico também foi congruente, mantendo coerência entre os coeficientes e a representação figural (gráfica). O coeficiente angular negativo expressou a inclinação decrescente da reta, e o coeficiente linear (10 °C) indicou o valor inicial no eixo das ordenadas (intercepto (0,10º)), garantindo a preservação do significado entre os registros. O ponto correspondente ao zero da função destacou o instante em que a temperatura atingiu 0 °C, assegurando a coerência semântica e estrutural entre as representações.

Na fase de registro na lousa e socialização, as resoluções foram apresentadas e discutidas coletivamente, permitindo comparar e validar a coerência entre os diferentes registros mobilizados. Na etapa de busca por consenso, as soluções foram analisadas de forma conjunta, assegurando consistência entre o significado matemático e as representações simbólica e figural (gráfica). Esse processo consolidou a articulação entre os registros e reforçou a compreensão do comportamento das funções envolvidas, em conformidade com os princípios da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1995, 2003,2009).

Na etapa de busca por consenso, as soluções foram analisadas e validadas coletivamente, assegurando coerência entre o significado matemático e as representações simbólica e figural (gráfica). Esse momento possibilitou a consolidação das interpretações construídas pelos estudantes, evidenciando a mobilização articulada dos diferentes registros de representação. O processo favoreceu a compreensão integrada das situações-problema e reforçou o rigor epistemológico e conceitual que orientou todo o desenvolvimento do encontro.

O confronto entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori* evidenciou que todas as expectativas delineadas no planejamento foram plenamente alcançadas. Observou-se a mobilização autônoma e estruturada das três atividades cognitivas propostas por Duval formação, tratamento e conversão, com domínio consistente na passagem entre registros numérico, algébrico e figural (gráfico). As representações mantiveram coerência semântica e precisão conceitual, assegurando a preservação do significado matemático ao longo das conversões realizadas.

Assim, a articulação entre as duas análises confirma o alcance dos objetivos formativos e o aprofundamento da compreensão conceitual da função polinomial do primeiro grau. O conjunto das evidências reforça o rigor teórico-metodológico da investigação, validando a pertinência da TRRS como referencial para a análise dos processos de aprendizagem mediados pela Metodologia de Resolução de Problemas.

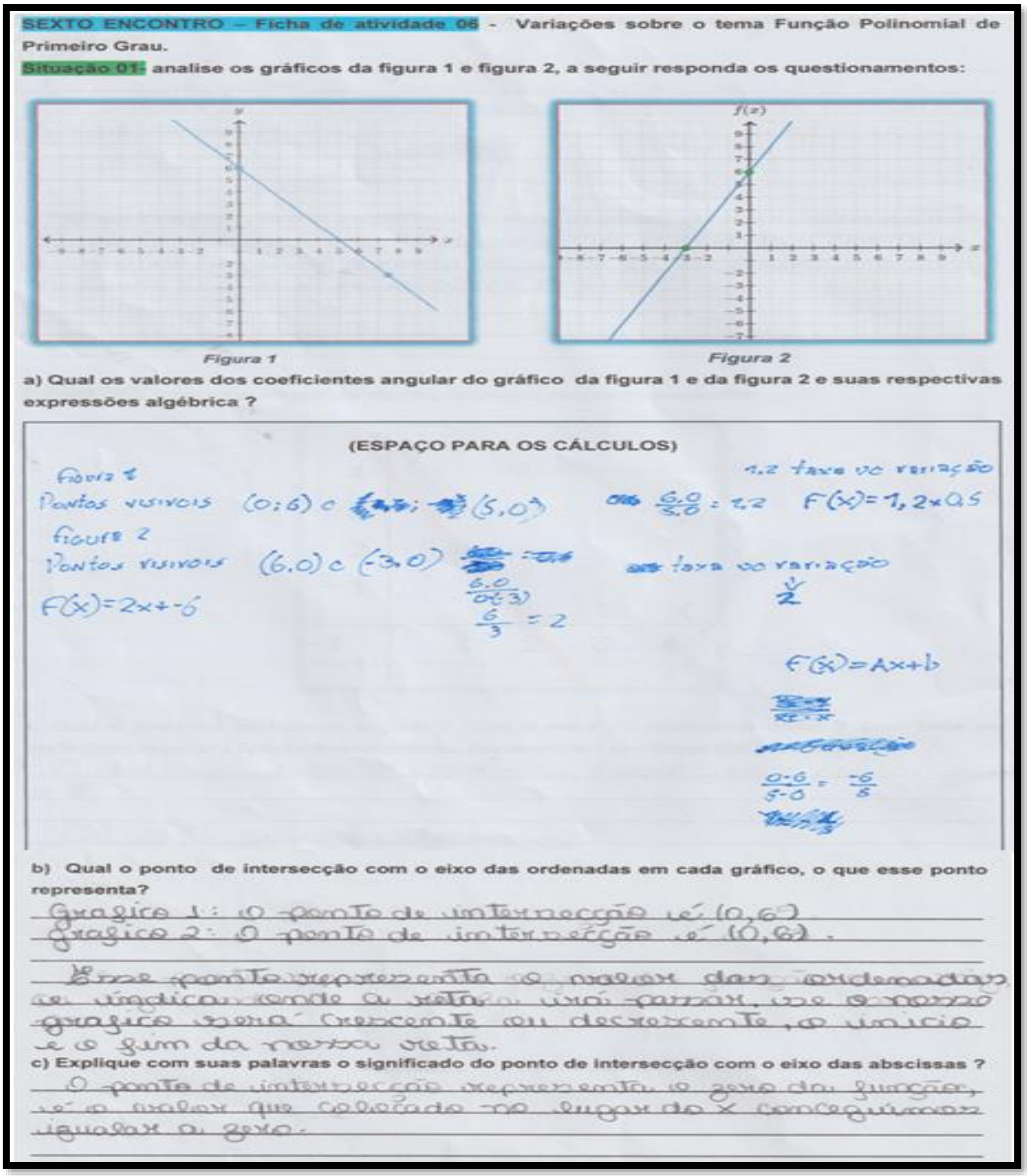
5.6 Análise de Dados do Sexto Encontro

O sexto e último encontro teve como propósito consolidar e aprofundar a compreensão da Função Polinomial de Primeiro Grau, com ênfase na leitura e interpretação de gráficos e expressões algébricas. As atividades propostas promoveram a articulação entre diferentes registros de representação semiótica, especialmente os registros figural e algébrico, conforme os fundamentos teóricos de Duval (1995, 2003,2009).

Na preparação do problema (problema gerador), o professor selecionou problemas visando à construção dos conceitos fundamentais da Função Polinomial de Primeiro Grau. Foram escolhidas situações como variação de temperatura, esvaziamento de piscina e consumo de combustível, que permitiram a exploração dos conceitos de coeficiente angular, coeficiente linear e zero da função. O professor retomou os conceitos essenciais da função e estimulou a análise dos efeitos dos coeficientes sobre o comportamento gráfico.

Durante a leitura em conjunto, os alunos analisaram os gráficos individualmente e, em seguida, compartilharam interpretações, identificando elementos essenciais da função polinomial de primeiro grau, como coeficiente angular, coeficiente linear, zeros da função e comportamento da reta. Essa etapa permitiu estabelecer correspondência entre os valores observados e a expressão algébrica correspondente, evidenciando compreensão das inclinações das retas, dos pontos de intersecção com os eixos e do significado funcional de cada coeficiente.

Figura 19: Protocolo A_9 e A_1(Problema 01, itens a,b,c)


SEXTO ENCONTRO – Ficha de atividade 06 - Variações sobre o tema Função Polinomial de Primeiro Grau.

Situação 01- analise os gráficos da figura 1 e figura 2, a seguir responda os questionamentos:

Figura 1 Figura 2

a) Qual os valores dos coeficientes angular do gráfico da figura 1 e da figura 2 e suas respectivas expressões algébrica ?

(ESPAÇO PARA OS CÁLCULOS)

figura 1
Pontos visivois (0;6) e (5,0)
figura 2
Pontos visivois (6.0) e (-3.0)
F(x)=2x+-6

1,2 taxa de variação
6.0/5.0 = 1,2 F(x)=1,2xQ5
taxa de variação
2

6.0/0(-3)
6/3 = 2

F(x)=Ax+b

0-6/5-0 = -6/5

b) Qual o ponto de intersecção com o eixo das ordenadas em cada gráfico, o que esse ponto representa?

Grafico 1: o ponto de intersecção é (0,6)
Grafico 2: o ponto de intersecção é (0,6).

Esse ponto representa o valor das ordenadas e indica onde a reta irá passar, se o nosso grafico será crescente ou decrescente, o inicio e o fim da nossa reta.

c) Explique com suas palavras o significado do ponto de intersecção com o eixo das abscissas ?

O ponto de intersecção representa o zero da função, é o valor que colocado no lugar do x conseguimos igualar a zero.

Fonte: Arquivo do pesquisador

Na etapa de resolução do problema, os participantes analisaram a variação dos valores de *y* em função de *x*, identificando regularidades que confirmam a taxa de variação constante. Esse processo favoreceu a compreensão do significado geométrico do coeficiente angular, entendido como a razão entre as variações de *y* e *x*. As discussões coletivas permitiram relacionar essa taxa à inclinação da reta, articulando a variação numérica ao comportamento gráfico. Essa articulação contribuiu para que os estudantes reconhecessem a inter-relação estabelecida entre as variáveis, ampliando a compreensão da relação linear expressa pela função polinomial do 1º grau.

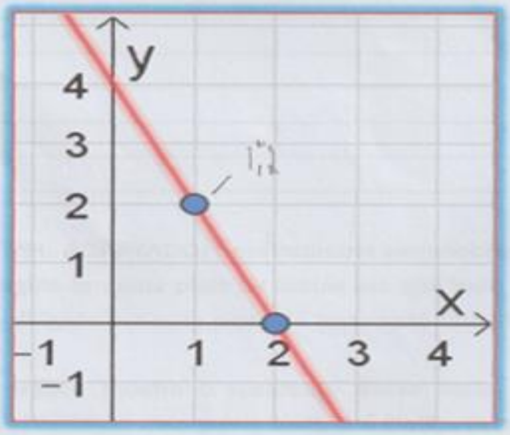
Os registros das resoluções foram analisados em conjunto, promovendo a socialização das estratégias e a validação das expressões algébricas construídas. As observações indicaram coerência entre as representações, sobretudo na correspondência entre o comportamento da reta e os sinais dos coeficientes. Essa etapa consolidou a leitura dos gráficos e a precisão na formulação das expressões simbólicas. Além disso, possibilitou a confrontação entre diferentes formas de representação, favorecendo a verificação da coerência entre as representações mobilizadas nas soluções apresentadas.

Na Figura 19, o registro evidencia a passagem do registro figural (gráfico) para o algébrico (f(x) = 2x + 4 e f(x) = -1,2x + 4), caracterizando uma conversão congruente. Isso ocorre porque o comportamento decrescente do gráfico é preservado na expressão algébrica, mantendo coerência semântica sem perda de generalidade. O coeficiente angular negativo indica a taxa de variação decrescente, e o coeficiente linear o valor inicial da função, correspondente ao ponto de intercepto das ordenadas.

Essa correspondência reforça a leitura integrada entre os registros, permitindo identificar, a partir do gráfico, informações essenciais da expressão algébrica. O registro demonstra a mobilização adequada das operações cognitivas de formação e conversão Duval (1995, 2003, 2009), evidenciando a construção de significados consistentes e a articulação entre representações gráficas e simbólicas. Tal mobilização confirma a adequação da atividade para promover a coordenação entre registros, conforme preconizado pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Figura 20: Protocolos A_5 e A_8 (problema 02, itens a,b,c,d)

Situação 02- **Com base no gráfico abaixo, responda os questionamentos:**



a) Qual o valor do coeficiente angular ? Qual o valor do coeficiente linear ? Com base no coeficiente angular a função é crescente ou decrescente? Justifique sua resposta.

O angular é -2, o linear é 4, decrescente, a reta esta caindo

b) Qual o ponto de intersecção com o eixo das abscissas, o que esse ponto representa?

O ponto de intersecção com o eixo das abcissas é o 2.
Ele representa o zero da função.

c) Qual o ponto de intersecção com o eixo das ordenadas, o que esse ponto representa?

O ponto de intersecção das ordenadas é (0,4).
Esse ponto representa onde a reta irá começar a traçar a reta.

d) Escreva a expressão algébrica que representa o gráfico descrito na figura acima.

F(x) = a . x + b → Essa é a expressão
f(x) = -2 . x + 4 → o seja o a = é o coeficiente angular que é igual a -2 e o b representa o coeficiente linear ou seja o 4

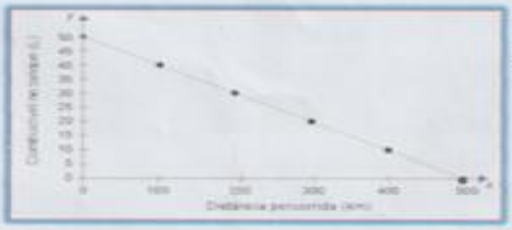
Fonte: arquivo do pesquisador

Da Figura 20, foi feita a leitura do gráfico para identificar os elementos da função. Observou-se o coeficiente angular –2 e o linear 4, indicando uma função decrescente. Foram determinados os pontos de intersecção: *(0,4)* no eixo das ordenadas e *(2,0)* no eixo das abscissas, que representa o zero da função. A passagem do registro figural para o algébrico (*f(x)* = *–2x* + *4.*), configurou uma conversão congruente, preservando a coerência semântica e o significado do registro.

Figura 21: Protocolo A_1 (problema 03, itens a,b,c,d)

Situação 03 - (Enem 2018 – PPL ADAPTADO) Uma indústria automobilistica está testando um novo modelo de carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo combustivel é colocado no tanque desse carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo combustivel tenha sido consumido.
O segmento de reta no gráfico mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustivel no tanque é indicada no eixo y (vertical), e a distância percorrida pelo automóvel é indicada no eixo x (horizontal). Baseado nas informações do texto, determine:

Linear Y = 50
X = 500



$\frac{50-0}{500-0} = \frac{50}{500} = -0,1$

a) A taxa de variação (coeficiente angular) ? Qual o valor do coeficiente linear ? Com base na taxa de variação, a função é crescente ou decrescente? Justifique.

A taxa de variação é -0,1 (coeficiente angular).
O valor do coeficiente linear é 50.
A função é decrescente, pois a taxa de variação é negativa.

b) Escreva a expressão algébrica que representa o gráfico descrito na figura acima.

f(x) = a.x + b

f(x) = -0,1.x + 50 → coeficiente linear.
→ coeficiente angular.

c) Qual ponto no gráfico representa o zero da função ? O que esse ponto representa? Explique seu raciocinio.

O ponto que é representado pelo 500 é o zero da função. Representa o zero da função (razão) onde substituimos o x para que a função seja igualada.

Nesses 6 encontros eu aprendi a função de 1º grau, aprendi a localizar os coeficientes angulares e lineares, a diferenciar quando um gráfico é crescente ou decrescente e o motivo para isso ocorrer. Compreendi que o zero da função é o ponto onde substituimos um determinado número por X e igualamos a função a zero.

Fonte: arquivo do pesquisador

A Figura 21 refere-se a uma situação adaptada do Enem 2018 – PPL (Prova para Pessoas Privadas de Liberdade), em que o contexto envolve o consumo de combustível em função da distância percorrida. O registro da conversão da linguagem natural para o registro algébrico resultou na expressão $f(x) = -0,1x + 50$, caracterizando uma conversão congruente. A análise dos coeficientes evidenciou a compreensão de que o termo -0,1 representa a taxa de variação negativa, indicando a redução gradual da quantidade de combustível, e o termo 50 expressa o valor inicial do tanque. O zero da função, identificado no ponto (500, 0), representa o esgotamento total do combustível, mantendo coerência semântica entre a leitura gráfica e a representação simbólica.

Os registros analisados confirmam as hipóteses estabelecidas na análise a priori. As atividades favoreceram a mobilização das operações cognitivas de formação, tratamento e conversão, permitindo observar articulação consistente entre registros figural e algébrico. As conversões realizadas preservaram o significado matemático dos coeficientes e do zero da função, demonstrando estabilidade interpretativa e coerência interna com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 1995, 2003).

Durante a resolução e a socialização das respostas, observou-se a explicitação argumentativa dos raciocínios empregados, com ênfase na clareza das justificativas e na coerência das interpretações. A consolidação do conteúdo ocorreu mediante a formalização das expressões algébricas e a análise dos coeficientes, integrando leitura gráfica e simbolismo algébrico e interpretação funcional.

De modo geral, a análise do sexto encontro evidencia a consolidação das competências relacionadas à leitura e à interpretação de gráficos e expressões algébricas, bem como à compreensão dos coeficientes e do zero da função. O percurso demonstrou progressão nas habilidades de conversão entre registros e na capacidade de justificar matematicamente as relações entre as grandezas envolvidas. O trabalho desenvolvido, sustentado nos princípios da Resolução de Problemas segundo Onuchic e Allevato (2011) e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica Duval (1995, 2003.2009), culminou na construção efetiva do conceito de função polinomial de primeiro grau, de forma integrada, coerente e alinhada aos objetivos da pesquisa.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como objetivo investigar as implicações da Resolução de Problemas (RP), apoiada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), na aprendizagem do conceito de Função Polinomial de Primeiro Grau, com estudantes da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública no interior do estado de São Paulo. Para orientar os desdobramentos deste estudo, foi formulada a questão de pesquisa: Quais as implicações da utilização da Resolução de Problemas, apoiada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, na aprendizagem do conceito de Função Polinomial de Primeiro Grau?

A investigação seguiu uma abordagem qualitativa, estruturada em quatro fases, conforme os princípios da Engenharia Didática (Artigue, 2005): análise preliminar, análise a priori, experimentação e análise a posteriori. A sequência didática envolveu treze situações-problema, realizadas ao longo de seis encontros, com a participação de dezesseis estudantes. Para a análise de dados, foram considerados quinze estudantes que participaram de todos os encontros, uma vez que um dos participantes não esteve presente no terceiro encontro e, por orientação metodológica, não teve seus registros incluídos na análise.

Durante essas atividades, os estudantes mobilizaram registros na linguagem natural (verbais), algébricos, tabulares e gráficos, favorecendo o desenvolvimento das operações cognitivas propostas por Duval (1995, 2003,2009): formação, tratamento e conversão de registros. Essa abordagem permitiu investigar a construção e coordenação dos registros de representação, promovendo uma análise integrada das atividades cognitivas dos alunos no processo de aprendizagem.

A utilização de situações-problema envolvendo temas de natureza socioeconômica e de práticas sociais recorrentes, como salários, comissões, lucros, serviços de internet, custos, receitas e decaimento de temperatura, foi empregada para explorar o conceito de Função Polinomial de Primeiro Grau. Ao relacionar esses temas aos conteúdos matemáticos, os alunos foram incentivados a mobilizar diferentes registros de representação, o que favoreceu a compreensão e a articulação dos conceitos do objeto de estudo.

Atividades de leitura, interpretação e construção de gráficos contribuíram para o aprofundamento da compreensão desse conceito. A Resolução de Problemas, como base dessa abordagem, estimulou a elaboração e consolidação dos significados matemáticos de forma integrada e relacionada à realidade dos alunos.

Desde os primeiros encontros, observou-se participação ativa dos alunos na exploração do conceito, inicialmente mobilizando registros de forma fragmentada, mas evoluindo para relações mais consistentes e reflexivas entre eles. Esse processo mostrou que a aprendizagem não se restringiu à execução de cálculos, mas envolveu a construção de relações entre os diferentes registros de representação, conforme proposto por Duval.

Essa evolução exigiu que os alunos mobilizassem registros de maneira articulada e consciente. Para compreender melhor o conceito de função, foi crucial que reconhecessem os elementos significativos de cada registro (formação), realizassem operações internas sobre esses elementos (tratamento) e observassem como as operações em um registro se relacionavam com elementos de outros registros (conversão).

A coordenação entre os diferentes registros pode ser observada nas representações da função polinomial de primeiro grau, dada pela *equação* ($y = ax + b$), em que os coeficientes (a) e (b) desempenham papéis fundamentais. No registro algébrico, a estrutura inicial da função é expressa pela forma reduzida da equação, que descreve a inclinação da reta e o ponto de interseção com o eixo das ordenadas (y).

O tratamento permite a transformação dessa equação na forma geral, possibilitando o cálculo de pontos específicos e a análise das interseções entre diferentes retas. Já a conversão ocorre quando essa representação algébrica é relacionada ao registro gráfico, permitindo visualizar o comportamento da função no plano cartesiano: o coeficiente (a) define a inclinação da reta, enquanto o coeficiente (b) indica o ponto em que a reta cruza o eixo das ordenadas (y).

No registro gráfico, a formação é representada pela reta no plano cartesiano, com destaque para os pontos que a compõem, a inclinação e as interseções com os eixos. O tratamento envolve a análise dos deslocamentos da reta, além das alterações em sua inclinação. Já a conversão ocorre ao conectar a representação gráfica à sua versão algébrica (y = ax + b), estabelecendo a relação entre o gráfico e a equação simbólica.

Essa troca entre os registros evidencia que a compreensão de funções polinomiais de primeiro grau não se limita a uma única forma de representação. Ela é, na verdade, fruto da articulação entre várias representações, permitindo ao aluno compreender o conceito de forma mais robusta e usá-lo de maneira eficaz para modelar e analisar situações concretas do cotidiano.

Durante o desenvolvimento das atividades, os estudantes demonstraram avanços importantes no entendimento das relações entre as variáveis e na interpretação dos coeficientes linear e angular em contextos concretos. Inicialmente, foi observada certa dificuldade na realização das conversões entre os registros algébrico e gráfico de forma precisa e coerente. Nesse sentido, a mediação do docente e a troca coletiva de estratégias contribuíram para que essas dificuldades fossem gradualmente superadas.

A interação em grupo, os debates entre os pares e o incentivo à validação das ideias foram fundamentais para a construção e consolidação do conceito em estudo, evidenciando que o debate, a discussão e a negociação de significados, característicos da Resolução de Problemas, são essenciais para o aprofundamento do desenvolvimento cognitivo e da aprendizagem dos estudantes.

Nos encontros intermediários e finais, as situações-problema foram planejadas para aprofundar a análise das relações de dependência entre grandezas, como custos, receitas, lucros, deslocamentos e variações de volume, permitindo aos alunos compreenderem a Função Polinomial de Primeiro Grau como um modelo matemático capaz de descrever fenômenos de variação e interdependência.

As conversões entre os diferentes registros semióticos tornaram-se progressivamente mais precisas, e os estudantes passaram a justificar suas respostas com base nas representações mobilizadas, evidenciando o fortalecimento da compreensão conceitual da função. A interpretação dos coeficientes linear e angular, do zero da função e do comportamento gráfico foi ampliada por meio de atividades que exploraram o significado geométrico e contextual desses elementos, conectando a teoria matemática à sua aplicação em situações reais.

A análise detalhada das atividades evidenciou que cada registro de representação semiótica desempenhou um papel específico no processo de aprendizagem: o registro gráfico favoreceu a percepção das variações e do comportamento da função; o registro algébrico possibilitou operações simbólicas e a expressão geral da relação funcional; e o registro tabular atuou como intermediário entre os valores numéricos e a forma simbólica, permitindo correspondências entre registros. A coerência semântica entre os registros foi construída por meio das atividades cognitivas de tratamento e conversão, levando os alunos a compreenderem que o conceito de função se consolida na coordenação entre diferentes registros de representação, e não em um único modo de expressão. Essa articulação favoreceu uma elaboração cognitiva mais consistente dos significados matemáticos envolvidos na Função Polinomial de Primeiro Grau.

A metodologia de Resolução de Problemas, com seu foco na articulação entre as representações semióticas e no processo coletivo de construção e negociação de significados, revelou-se uma abordagem eficaz para promover o desenvolvimento cognitivo dos alunos. Os dados indicam que os estudantes avançaram em habilidades como generalização, argumentação, interpretação e análise crítica.

Demonstraram capacidade de construir expressões algébricas a partir da linguagem natural, elaborar e interpretar tabelas e gráficos, identificar os coeficientes linear e angular, determinar o zero da função e estabelecer correspondências entre diferentes registros de representação. Além disso, a reflexão coletiva sobre os erros e inconsistências observadas nos primeiros encontros mostrou-se essencial para a construção do conhecimento, evidenciando que o erro, quando mediado pelo professor e discutido em grupo, transforma-se em oportunidade para o avanço cognitivo.

Dessa forma, pode-se afirmar que os objetivos da pesquisa foram alcançados. A abordagem teórico-metodológica da Resolução de Problemas, apoiada pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica, mostrou-se potente para favorecer a compreensão conceitual mediada pela coordenação de registros e, ao mesmo tempo, promover a autonomia cognitiva e o raciocínio reflexivo dos estudantes. Ainda que o estudo tenha se desenvolvido em um contexto específico e com um número reduzido de participantes, as evidências obtidas indicam resultados promissores e perspectivas para novas investigações em diferentes contextos escolares, níveis de ensino, recursos tecnológicos e tipos de problemas.

A análise das produções dos alunos e das interações em sala permite concluir que o estudo da Função Polinomial de Primeiro Grau, quando desenvolvido por meio da Resolução de Problemas e articulado à Teoria dos Registros de Representação Semiótica, ultrapassa o ensino mecanicista baseado em regras e fórmulas. Essa combinação metodológica favorece a compreensão da função como linguagem, forma de interpretação e instrumento de análise de situações reais, evidenciando que o conhecimento matemático se constrói pela mediação, pela reflexão e pela capacidade de relacionar múltiplas representações de um mesmo objeto.

Em síntese, a pesquisa confirma que a Resolução de Problemas, articulada à TRRS, constitui uma abordagem eficaz para favorecer a aprendizagem da Função Polinomial de Primeiro Grau. Essa articulação metodológica possibilita a mobilização integrada dos registros semióticos, promove o desenvolvimento das atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão e fortalece o pensamento matemático reflexivo e consciente. O ensino da função linear, nesse sentido, transcende a mera execução de cálculos e passa a envolver a interpretação de fenômenos reais e a aplicação compreensiva do conhecimento.

Assim, esta investigação contribui para o campo da aprendizagem da Matemática, ao evidenciar que a articulação entre a RP e a TRRS constitui um caminho fecundo para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Ao integrar as contribuições de Onuchic, Allevato e Duval, reafirma-se que a Matemática pode ser ensinada de modo a favorecer o entendimento, a construção coletiva de significados e a autonomia intelectual , entendida como a capacidade de o aluno mobilizar e articular diferentes registros de representação para compreender e justificar suas produções.

Por fim, os resultados desta pesquisa corroboram o princípio defendido por Duval (2003, p. 14-18), de que “a compreensão de um conceito matemático não pode ocorrer se ele for tratado em apenas um único registro de representação semiótica, pois entender de fato um conceito requer a coordenação de pelo menos dois registros de representação”. Assim, a aprendizagem da Função Polinomial de Primeiro Grau revela-se dependente da articulação entre os registros gráfico, algébrico e tabular, condição essencial para a construção do significado e para o desenvolvimento do pensamento matemático.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa et al. (Org.). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 10520**: informação e documentação: citações em documentos: apresentação. Rio de Janeiro: ABNT, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6023**: informação e documentação: referências: elaboração. Rio de Janeiro: ABNT, 2018.

ARTIGUE, Michèle. **Didactique des mathématiques: Analyse et interventions**. Paris: Edition La Pensée Sauvage, 1995.

ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didática: o ensino das matemáticas e a experimentação didática. In: ARTIGUE, M.; IGLESIAS, M.; LABORDE, C.; PUPART, J. **Engenharia Didática em Educação Matemática**. Campinas: Papirus, 2005. p. 25–48.

BACHELET, R. **Ecologia: plantas aquáticas e variáveis ambientais**. São Paulo: Editora Acadêmica, 1984.

BALACHEFF, Nicolas. **La didactique des mathématiques, recherche et formation des enseignants**. Paris: CNRS, 1990.

BARBOSA, Evandro; BAVARESCO, Agemir; ETCHEVERRY, Katia Martin (org.). **Projetos de filosofia**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2011. E-book. Disponível em: http://ebooks.pucrs.br/edipucrs/projetosdefilosofia.pdf. Acesso em: 21 ago. 2025.

BEAN, A. **Modelagem matemática em biologia: aplicações didáticas**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: https://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 23 set. 2025.

BRASIL. Constituição Federal de 1988.

BRASIL. Estatuto da Criança e do Adolescente. Lei nº 8.069, de 13 de julho de 1990. Diário Oficial da União, Brasília, 13 jul. 1990.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Indicadores de proficiência em Matemática**. Brasília, 2023. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/resultados. Acesso em: 24 set. 2025.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, 23 dez. 1996.

BRASIL. Lei nº 13.146, de 6 de julho de 2015. Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Diário Oficial da União, Brasília, 6 jul. 2015.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. **Engenharia didática**: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. Zetetiké – Cempem – FE, n. 23, p. 34, 2005.

CECIERJ. **Funções lineares e problemas contextualizados**. Disponível em: https://canal.cecierj.edu.br/122016/689063f4b2cd443b3d50ab77a8ea2467.pdf. Acesso em: 22 ago. 2024.

COSTA, F. L. **O ensino de funções e a integração com as ciências**. São Paulo: Educação & Ciência, 2017.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre: Penso, 2014.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática e sociedade**. Campinas: Papirus, 1999.

DINIZ, R.; FERREIRA, M.; COSTA, L. **Contextualização e ensino de funções no Ensino Médio**. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

DUVAL, R. **Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência**. Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 7, n. 1, p. 97–117, 2012a.

DUVAL, R. **La representación semiótica en el aprendizaje de las matemáticas**. Buenos Aires: Aique, 1993.

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). Aprendizagem em matemática – registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 45–72.

DUVAL, R. **Semiótica e cognição: novos desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

DUVAL, R. **Semiótica e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Semiosis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagem intelectual**. Tradução de Daniel C. Moretti. Campinas, SP: Papirus, 2003.

DUVAL, R. **Structure cognitive des conversions entre registres de représentation sémiotique**. Bolema, v. 22, p. 1–29, 2006.

DUVAL, R. **Understanding the Mathematical Way of Thinking: The Registers of Semiotic Representations**. New York: Springer, 2003.

ECHEVERRÍA, M. **La resolución de problemas y la creatividad em la enseñanza de las matemáticas**. Madrid: Síntese, 1998.

ENFIM! SE LIGA NA MATEMÁTICA. **Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS): Conceitos principais.** Canal do YouTube: Enfim! Se liga na Matemática, publicado em 06 ago. 2019. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=BcyR2Nzeaws. Acesso em: 05 jan. 2026.

FARIA, Paula Juliana Barbosa; BARBOSA, Lucas Diego Antunes. **Registros de representação semiótica: uma revisão das contribuições de Duval**. In: ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EMEM, 10., 2024, Belo Horizonte. Anais [...]. ISSN 2176-0160. Disponível em: https://www.enem-mg.ufmg.br/anais. Acesso em: 20 set. 2025.

FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. **A articulação de registros semióticos para a aprendizagem: analisando a noção de congruência semântica na Matemática e na Física**. Perspectivas da Educação Matemática, Campo Grande, v. 1, n. 1, p. 25–40, jan./jun. 2008. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pem/article/view/3256. Acesso em: 21 set. 2025.

FONSECA, J. M. **Reflexões sobre o ensino da matemática**. São Paulo: Cortez, 1995.

FLICK, U. **An Introduction to Qualitative Research**. London: Sage, 2018.
FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 17. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GINEZ, Patrícia Costa; PIRES, Rogério Fernando. **Fenômeno de congruência e não congruência sobre a Função Exponencial no Caderno do Professor do estado de São Paulo**. Revista de Educação Matemática, São Paulo, v. 18, p. e021022, 2021. DOI: 10.37001/remat25269062v18id487. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/124. Acesso em: 23 set. 2025.

HAGUETTE, T. M. F. **Metodologias qualitativas na Sociologia**. Petrópolis: Vozes, 1992.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2017.

LOURENÇO, Edrei; OLIVEIRA, Paulo César. **Congruência semântica e equivalência referencial em problemas envolvendo equações de 1º grau**. Educação Matemática Pesquisa, v. 20, n. 1, p. 84–109, maio 2018. Disponível em: http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i1p84-109. Acesso em: 24 set. 2025.
LUCK, Heloísa. **Liderança em gestão escolar**. 4. ed. Petrópolis: Vozes, 2010.

MARTINS, A.; CARVALHO, P. **Funções e situações do cotidiano: estratégias para o Ensino Médio**. São Paulo: Moderna, 2019.

MCNAUTON, H. **Atividade de Hill em plantas aquáticas: estudo experimental**. Londres: Academic Press, 1967.

MERRIAM, S. B.; TISDELL, E. J. **Qualitative research: A guide to design and implementation**. San Francisco: Jossey-Bass, 2014.

MINAYO, M. C. de S. [et al.] (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 2. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 1994.

OLIVEIRA, Paulo César; PIRES, Rogério Fernando. **O conceito de função na educação básica via registros de representação semiótica**. Revista Reflexão e Ação, Santa Cruz do Sul, v. 20, n. 2, p. 215–239, jul./dez. 2012.

ONUCHIC, L. D. L. R. **Resolução de problemas: uma abordagem realista**. São Paulo: Edições Pedagógicas, 2004.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ALLEVATO, Julio Rocha. **Ensino-Aprendizagem de Matemática por Meio da Resolução de Problemas**. São Paulo: Contexto, 2014.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação: Dez Passos para a Resolução de Problemas Matemáticos**. São Paulo: Contexto, 2011.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Resolução de problemas no ensino de matemática: uma perspectiva de investigação e construção de conhecimento**. Campinas: Autores Associados, 2011. (Coleção Formação de Professores).

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **Os Dez Passos na Resolução de Problemas Matemáticos**. São Paulo: Contexto, 2001.

PAIS, Alexandre. **Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. Revista Latino-americana de Investigación en Matemática Educativa, v. 7, n. 2, p. 99–120, 2001.

PEIRCE, Charles Sanders. **Collected Papers of Charles Sanders Peirce**. Vols. V e VI. Cambridge: Harvard University Press, 1931–1935.

PISA. **Programme for International Student Assessment. Relatório Internacional de Desempenho em Matemática**. Paris: OCDE, 2022. Disponível em: https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2022.pdf. Acesso em: 25 set. 2025.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático**. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

ROMANATTO, M. C. **Resolução de problemas nas aulas de Matemática**. Revista de Educação Matemática da UNESP, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 45–59, 2004.

SAEB. **Sistema de Avaliação da Educação Básica**. INEP/MEC.

SANTAELLA, Lucia. **O que é semiótica**. São Paulo: Brasiliense, 1995.

SILVA, R. A. **Dificuldades na interpretação de gráficos de funções no Ensino Médio**. Curitiba: Editora UFPR, 2016.

TAIZ, L.; ZEIGER, E. **Fisiologia vegetal**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2017.

TODA MATÉRIA. Exercícios de função afim. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/exercicios-de-funcao-afim/. Acesso em: 05 ago. 2024.

APÊNDICE A – FICHA DE ATIVIDADE: PRIMEIRO ENCONTRO

PRIMEIRO ENCONTRO - Ficha de Atividades 01

Objetivo do 1º encontro: Construir a expressão algébrica de uma função polinomial de primeiro grau por meio da análise de problemas que envolvem salários compostos por ajuda de custo e comissão, ou ajuda de custo e produção. Os alunos deverão diversificar as representações de uma função, compreendendo sua aplicação prática e teórica no contexto proposto.

Instrução Importante: Ao responder cada questão, por favor, justifique cada passo do seu raciocínio e explique, com suas palavras, como chegou às respostas. Essas questões buscam não apenas o cálculo final, mas também a interpretação prática de cada expressão e resultado.

Problema 01- A concessionária "SEU CARRO, SEU SONHO", recém-instalada no comércio da cidade, está selecionando vendedores que almejam crescer junto com a empresa. Marcela teve seu curriculum selecionado e foi contratada para iniciar imediatamente. A empresa explicou que a política salarial é estruturada com uma ajuda de custo de R$ 1.342,00 (equivalente ao salário-mínimo nacional) e uma comissão de 2% sobre o total de vendas. Com base nessas informações, complete a tabela, a seguir responda o que se pede: (Explique detalhadamente como chegou aos valores da tabela).

Total de Vendas (R$)	50.000,00	150.000,00	225.750,00	
Salário Total em (R$)				11842,00

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

a)Após realizar os cálculos e preencher a tabela, existe uma relação de interdependência entre o salário que Marcela irá receber e o total de vendas efetuadas ao final de cada mês? Quais são as grandezas (variáveis)? Qual delas é a dependente e qual é a independente? Justifique sua resposta. analisar o problema e preencher a tabela, discuta com seus colegas sobre o conceito de Função Polinomial de Primeiro Grau. Qual é a relação entre o salário e o total de vendas, e por que isso representa uma função? Considere como a comissão e a ajuda de custo afetam essa relação.

b) Determine a taxa de variação (coeficiente angular) e o coeficiente linear desta função. Justifique sua resposta explicando por que o coeficiente angular é chamado de "taxa de variação" e o coeficiente linear é chamado "termo independente".

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SUAS RESPOSTAS)

a) A palavra "plenária" vem do latim "plenus", que significa "cheio" ou "completo", e representa a ideia de que todos os membros têm o direito de participar. Realize uma plenária entre os pares sobre o tema da função. Determinem juntos a expressão algébrica que descreve o salário (S) de Marcela

em função do total de vendas (V) realizadas no mês. Compartilhem suas expressões e discutam a importância de cada componente da expressão algébrica.

____

____

____

____

____

Problema 02. **O pai de Andrei é um pedreiro muito requisitado na cidade e está estruturando sua prestadora de serviços “CASA DOS SONHOS”. Para organizar sua nova empresa, ele contratou uma consultoria chamada "MOEDA VIRTUAL", que propôs uma estrutura salarial motivadora para os auxiliares de pedreiro no serviço de assentamento de tijolos. O salário é composto de uma ajuda de custo fixa de R$ 1.200,00 e um adicional de vinte cinco centavos (R$ 0, 25) por cada tijolo assentado no mês.**

a) “MEIA CUIÉ” é um dos pedreiros da empresa “CASA DOS SONHOS”. Como novembro é o mês de aniversário de sua filha, ele pretende fazer uma festa sem ultrapassar o orçamento de R$ 4.500,00. Para alcançar essa meta, ele projeta que precisará de um salário superior a R$ 15.250,00. Quantos tijolos “MEIA CUIÉ” precisará assentar para conseguir atingir a meta estabelecida?

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

b) Determine a expressão algébrica que representa o salário mensal (S) de “MEIA CUIÉ” em função do número de tijolos (t) assentados. Explique a relevância do coeficiente linear e do coeficiente angular nesta expressão. Como você usou a expressão algébrica para chegar ao total de tijolos a ser assentados?

____

____

____

____

____

____

____

c) Esboce o gráfico que expressa o salário (S) de “MEIA CUIÉ” em função do número de tijolos (t) assentados. Em seguida, descreva a relação observada entre o coeficiente linear e o coeficiente angular da função. O que essas informações nos dizem sobre o ganho por tijolo e o valor fixo do salário?

d) Elabore uma situação-problema sobre o tema Função Polinomial de Primeiro Grau, identificando os coeficientes angular e linear. Proponha um passo a passo para escrever a expressão algébrica e construir o gráfico correspondente.

(ESPAÇO PARA O TEXTO DO PROBLEMA E O ESBOÇO DO GRÁFICO)

APÊNDICE B – FICHA DE ATIVIDADE: SECUNDO ENCONTRO

SEGUNDO ENCONTRO - Ficha de Atividades 02: Custo, receita e lucro e outras situações

Objetivo do 2º Encontro: Resolver problemas envolvendo custo, receita e lucro, deduzindo a lei de formação para cada um desses aspectos, de modo a entender a aplicação da Função Polinomial de Primeiro Grau em contextos reais.

Instrução Importante: Ao responder cada questão, por favor, justifique cada passo do seu raciocínio e explique, com suas palavras, como chegou às respostas. Essas questões buscam não apenas o cálculo final, mas também a interpretação prática de cada expressão e resultado.

Problema 01: Produção de Artesanatos: Maria Eduarda, para controlar suas crises de ansiedade, decidiu iniciar um pequeno negócio de produção de artesanatos, especificamente chaveiros artesanais. Cada chaveiro é vendido por um preço fixo, e há custos variáveis associados à produção de cada unidade, na seguinte composição:

- **Custo fixo mensal para aluguel do espaço e materiais básicos: R$ 1.250,00.**
- **Custo variável por unidade produzida (inclui materiais como couro, miçangas etc.): R$ 2,50 por chaveiro.**
- **Preço de venda de cada chaveiro: R$ 10,00.**

Com base nas informações, responda às questões abaixo:

a) Determine as expressões algébricas que representam a função custo (C), a função receita (R) e uma expressão algébrica para a função lucro (L). Explique o significado do coeficiente linear e do coeficiente angular em cada expressão, relacionando-os com a situação apresentada.

____

____

____

____

____

____

b) Quantos chaveiros Maria Eduarda precisa vender para ter lucro mínimo? Aqui, considere a relação entre os custos e a receita e a quantidade necessária para que o lucro seja maior que zero. Explique seu raciocínio.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

c) Esboce no mesmo plano o gráfico da função custo, da função receita e da função lucro. Descreva as características e o comportamento de cada gráfico. Ao desenhar, explique como os coeficientes linear e angular influenciam a inclinação e a posição dos gráficos.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

Problema 02: Problema: Vendas de Camisetas Customizadas: Mariele, possuindo um perfil empreendedor, decidiu iniciar um pequeno negócio de venda de camisetas customizadas na comunidade "VILA DO SOSSEGO".

Cada camiseta será cuidadosamente customizada à mão e vendida por um preço fixo, acessível aos moradores da comunidade. Ela precisa calcular os custos envolvidos na produção das camisetas para determinar o preço de venda que lhe permitirá obter um lucro líquido satisfatório. Mariele projetou que os custos mensais, incluindo o aluguel da barraca, materiais de customização, camisetas em branco e outros custos operacionais, totalizam R$ 2.700,00. Além disso, o custo por camiseta customizada, que inclui materiais como tintas e pincéis, é de aproximadamente R$ 13,00 por unidade. Após analisar a projeção de todas as despesas e considerar seu objetivo de lucro, Mariele decidiu que o preço de venda ideal para cada camiseta seria de R$ 40,00.

a) Escreva uma expressão algébrica para o custo total (C), uma para a receita (R) e uma para o lucro (L). Em seguida, identifique e explique o papel do coeficiente angular (inclinação) e do coeficiente linear (intercepto) em cada expressão. Explique seu raciocínio e porque cada coeficiente é importante no contexto deste problema.

____

____

____

____

____

b)Calcule a quantidade de camisetas que Mariele precisa vender para cobrir os custos (ou seja, para que a receita iguale os custos). Explique seu processo de raciocínio.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

c) Quantas camisetas Mariele precisa vender para que seu lucro seja mínimo? Explique seu processo de raciocínio.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

d) Construa no mesmo plano o gráfico para a função custo, receita e função lucro. O que podemos concluir sobre o papel dos coeficientes na inclinação de cada gráfico?

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

APÊNDICE C – FICHA DE ATIVIDADE: TERCEIRO ENCONTRO

TERCEIRO ENCONTRO - Ficha de Atividades 03: Observação de padrões de regularidade e análise do comportamento de uma Função Polinomial de Primeiro Grau.

Instrução Importante: Ao responder cada questão, por favor, justifique cada passo do seu raciocínio e explique, com suas palavras, como chegou às respostas. Essas questões buscam não apenas o cálculo final, mas também a interpretação prática de cada expressão e resultado.

1) Faça um resumo sobre o conceito, propriedades e características de uma Função Polinomial de Primeiro Grau. Depois, explique com um exemplo prático o que significa dizer que "uma variável depende da outra", aplicando essa ideia ao contexto de funções.

____

____

____

____

____

____

a) Explique com um exemplo prático o que significa dizer que "uma variável depende da outra", aplicando essa ideia ao contexto de funções.

____

____

____

____

____

b) Relembre a composição salarial de Marcela da primeira atividade e relacione-a à expressão algébrica de uma função polinomial de primeiro grau f(x) = ax + b, com a,b $\in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. Qual é o papel do coeficiente a na expressão? Como ele afeta o comportamento e a inclinação da função? Justifique sua resposta.

c) Elabore uma situação-problema que envolva uma Função Polinomial de Primeiro Grau e siga os passos abaixo:

- Modele a expressão algébrica correspondente.
- Esboce o gráfico da função, identificando o significado dos coeficientes no contexto do problema.
- Explique o que representam o coeficiente angular (taxa de variação) e o coeficiente linear (valor inicial) tanto no contexto da situação quanto no gráfico.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

Situação 02 – Viajando no Chapolin: O custo de uma passagem de ônibus entre "Salto do Peixe" e "Piracema" é de R$6,50. Complete a tabela a seguir para representar o valor total a ser pago em função do número de passagens compradas:

Número de Passagens (x)	1	2	7	9	11	...	x
Valor a ser pago (P) em reais						...	

a) Determine os coeficientes angular e linear da função que representa essa situação e explique o significado de cada um.

b) Escreva a expressão algébrica P(x) que representa o valor total a ser pago (P) em função do número de passagens (X) e explique seu significado.

c) Construa o gráfico da função P(x) e classifique-o como crescente ou decrescente. Identifique o ponto de intersecção com o eixo y e interprete-o no contexto da situação, explicando o que ele representa.

(CONSTRUA O GRÁFICO NESSE ESPAÇO)

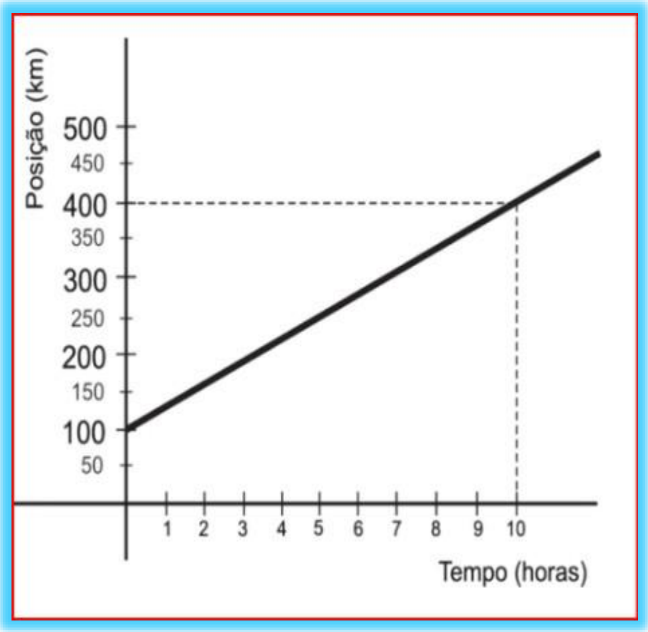
APÊNDICE D – FICHA DE ATIVIDADE: QUARTO ENCONTRO

QUARTO ENCONTRO - Ficha de Atividades 04 - Tema: Interpretação dos Coeficientes (Intercepto e Coeficiente Angular) na Resolução de Problemas

Objetivo da atividade: Desenvolver a habilidade de identificar e interpretar os coeficientes de uma Função Polinomial de Primeiro Grau e entender seu impacto no comportamento gráfico da função f(x) = ax + b.

Instrução Importante: Ao responder cada questão, por favor, justifique cada passo do seu raciocínio e explique, com suas palavras, como chegou às respostas. Essas questões buscam não apenas o cálculo final, mas também a interpretação prática de cada expressão e resultado.

Situação 01) - O gráfico abaixo representa a posição de um veículo em função do tempo. No eixo das abscissas (x), temos o tempo em horas, e no eixo das ordenadas (y), a posição do veículo em quilômetros (km). Com base no gráfico, responda:



a) Determine a taxa de variação da função que descreve a posição do veículo ao longo do tempo. Explique, com suas palavras, o papel da taxa de variação no comportamento da função quanto ao crescimento ou decrescimento .

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

b)Usando a taxa de variação (coeficiente angular) e o ponto inicial (coeficiente linear) observados no gráfico, escreva a expressão algébrica que representa a posição do veículo em função do tempo. Lembre-se de que a forma da equação é f(x) = ax+b, onde a é a taxa de variação e b é o ponto inicial.

____

____

____

____

____

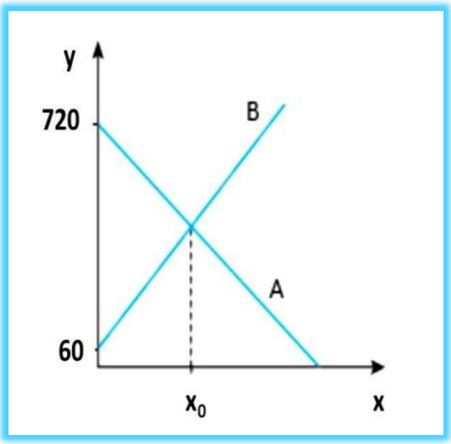
c)Determine o ponto inicial (posição do veículo quando t = 0) para saber onde o veículo iniciou sua trajetória.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

d)Determine a posição do veículo quando o tempo é igual a 15 horas, utilizando a expressão algébrica que você obteve na questão anterior.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

Situaão 02) – Água é vida: do gráfico à expressão algébrica de uma Função Polinomial de PrimeiroGrau – (UERJ – 2014 – ADAPTADA) A empresa SOLÚVEL possui dois grandes reservatórios de água, "Dança da Chuva" e "Nuvem de Algodão", responsáveis pelo abastecimento de água do bairro "Cano d'Água". Foi detectado um vazamento no reservatório "Dança da Chuva", que está escoando água a uma vazão constante de 5 m³ por hora, enquanto o reservatório "Nuvem de Algodão" está recebendo água bombeada do rio "Salto do Peixe" a uma taxa constante de 6 m³ por hora. No gráfico, o reservatório "Dança da Chuva" está indicado pela letra A e o reservatório "Nuvem de Algodão" pela letra B, e os volumes em litros de cada reservatório estão representados no eixo y, enquanto o eixo x representa o tempo, em horas. Determine:



a) Com base no gráfico acima, determine os valores dos coeficientes angular (taxa de variação) e linear (ponto inicial) para cada reservatório. Explique como esses coeficientes se relacionam com as características do problema, como a taxa de vazamento de um reservatório e a taxa de abastecimento do outro.

____

____

____

____

____

a) Com os coeficientes angular e linear determinados no item anterior, escreva a expressão algébrica que representa o volume de água nos reservatórios em função do tempo, determine:

i) Em quanto tempo o reservatório "Dança da Chuva", estará completamente vazio. Como é chamado ponto de intersecção da reta com o eixo das abscissas (eixo x)? Justifique sua resposta.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

i) Para o reservatório "Nuvem de Algodão", qual é o ponto de interseção com o eixo y, representando o momento em que o volume de água é zero? Justifique sua resposta.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

c) Qual relação você pode estabelecer quanto ao comportamento da função ao analisar o coeficiente angular em cada uma das funções. Explique seu raciocínio.

d) Determine o instante em que os volumes de água nos dois reservatórios se equiparam, ou seja, quando o volume de água nos dois reservatórios é o mesmo.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

APÊNDICE E – FICHA DE ATIVIDADE: QUINTO ENCONTRO

QUINTO ENCONTRO - Ficha de Atividades 05 – Tabelas, gráficos e outras representações visuais sobre função:

Instrução Importante: Ao responder cada questão, por favor, justifique cada passo do seu raciocínio e explique, com suas palavras, como chegou às respostas. Essas questões buscam não apenas o cálculo final, mas também a interpretação prática de cada expressão e resultado.

Situação 01- Uma pequena piscina com capacidade para 80 000 L de água, está incialmente cheia e começa a ser esvaziada as 8:00h da manhã. As 9:30 da manhã ela estava com 65 000 L de água: Baseado nas informações, responda os questionamentos abaixo:

a) Quantos litros de água ainda restará na piscina as 11h da manhã?

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

b)Qual a expressão algébrica V(t) que expressa o volume de água em função do tempo para esvaziar a piscina?

____

____

____

____

____

c) Esboce o gráfico da função V(t) volume em função do tempo. O gráfico descreve uma função crescente ou decrescente? Que horas a piscina estará totalmente vazia? É coreto afirmar que no instante que a piscina estiver completamente vazia é o zero da função (raiz)? Justifique suas respostas.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

Situação 02- O mês de Agosto de 2024 tem experimentado ondas de calor e de frio que percorrem a Terra, este fenômeno a física chama de convecção. Acontece toda vez que a gente coloca água em uma chaleira para ferver. Imagine que a parte mais próxima do fogo é a zona mais quente do planeta, a equatorial.

Acima ficam as regiões temperadas, que se aquecem lentamente. E, no topo, o polo, mais frio. A onda de calor que se forma perto da linha do Equador se espalha na direção das áreas mais frias, que respondem com frentes frias na direção contrária. Só que o calor da atmosfera e dos oceanos está forte demais, segundo meteorologistas. O frio chega intenso, mas é capaz de resfriar a atmosfera por pouco tempo. (Fonte site G1).

Certo dia a cidade de General Carneiro, no Paraná (PR) registrou a menor temperatura no país. Na noite anterior a esse fato, os termômetros registravam as 17 horas da tarde 10°C. A secretaria responsável por divulgar as emergências climáticas da cidade relatou que a temperatura após as 17h caiu bruscamente a uma taxa constante de 1,5°C por hora até atingir a menor temperatura registrada na cidade. Com base nas informações, determine:

a)O valor do coeficiente angular e do coeficiente linear.

____

____

____

____

____

____

b) A expressão algébrica que representa temperatura T(x) em função do tempo, onde x é o número de horas após as 17h.

____

____

____

____

____

____

c) Que horas a temperatura atingiu 5° graus negativos.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

d) Esboce o gráfico da função. A função é crescente ou decrescente? Que horas a temperatura atingiu 0°C? Qual o zero da função (Raiz)? Justifique.

(ESPAÇO PARA JUSTIFICAR SEUS RESULTADOS)

APÊNDICE F – FICHA DE ATIVIDADE: SEXTO ENCONTRO

SEXTO ENCONTRO – Ficha de atividade 06 - Variações sobre o tema Função Polinomial de Primeiro Grau.

Situação 01- analise os gráficos da figura 1 e figura 2, a seguir responda os questionamentos:

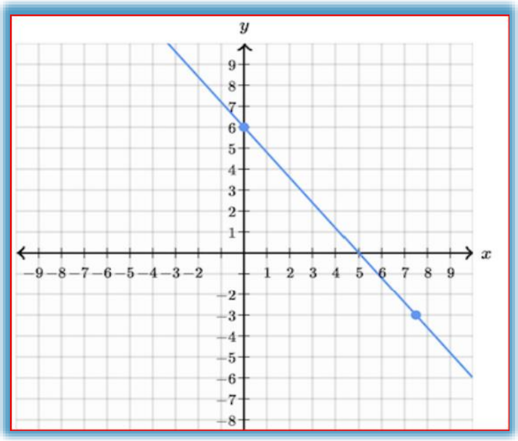


Figura 1

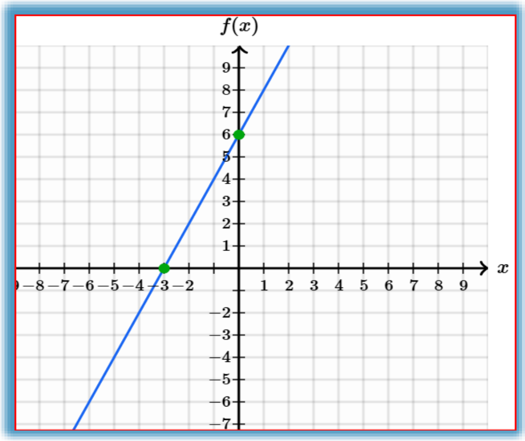


Figura 2

a) Qual os valores dos coeficientes angular do gráfico da figura 1 e da figura 2 e suas respectivas expressões algébrica ?

(ESPAÇO PARA OS CÁLCULOS)

b) Qual o ponto de intersecção com o eixo das ordenadas em cada gráfico, o que esse ponto representa?

____

____

____

____

____

c) Explique com suas palavras o significado do ponto de intersecção com o eixo das abscissas ?

____

____

____

____

____

Situação 02- Com base no gráfico abaixo, responda os questionamentos:

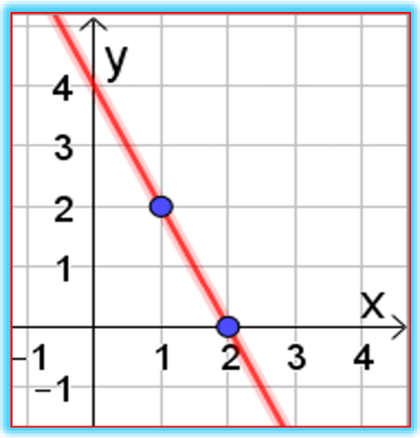


Figura 3

a) Qual o valor do coeficiente angular ? Qual o valor do coeficiente linear ? Com base no coeficiente angular a função é crescente ou decrescente? Justifique sua resposta.

____

____

____

____

____

b) Qual o ponto de intersecção com o eixo das abscissas, o que esse ponto representa?

____

____

____

____

c) Qual o ponto de intersecção com o eixo das ordenadas, o que esse ponto representa?

____

____

____

____

____

____

d) Escreva a expressão algébrica que representa o gráfico descrito na figura acima.

____

____

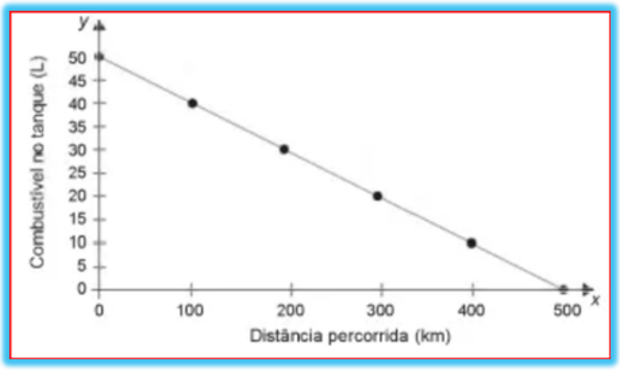
____

____

____

Situação 03 - (Enem 2018 – PPL ADAPTADO) Uma indústria automobilística está testando um novo modelo de carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo combustível é colocado no tanque desse carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo combustível tenha sido consumido.

O segmento de reta no gráfico mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustível no tanque é indicada no eixo y (vertical), e a distância percorrida pelo automóvel é indicada no eixo x (horizontal). Baseado nas informações do texto e do gráfico, determine:



a) A taxa de variação (coeficiente angular) ? Qual o valor do coeficiente linear ? Com base na taxa de variação, a função é crescente ou decrescente? Justifique.

____
____
____
____
____
____
____

b) Escreva a expressão algébrica que representa o gráfico descrito na figura acima.

____
____
____
____
____
____
____

c) Qual ponto no gráfico representa o zero da função ? O que esse ponto representa? Explique seu raciocínio.

____
____
____
____
____
____
____

APÊNDICE – G ROTEIRO DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

Entrevista Semiestruturada – Rol de Perguntas

Tema: Função Polinomial do Primeiro Grau

Objetivo: Compreender como o(a) aluno(a) pensa, representa e resolve situações envolvendo função do 1º grau, com foco nas estratégias adotadas e nas diferentes formas de representação utilizadas.

Estratégia metodológica da entrevista

Este conjunto de perguntas foi elaborado com base nos objetivos da pesquisa, com o propósito de investigar como os(as) alunos(as) constroem significados e solucionam situações envolvendo função polinomial do primeiro grau. A entrevista foi aplicada após seis encontros realizados na unidade escolar, nos quais os(as) participantes resolveram fichas de atividades baseadas em situações reais e problemas matemáticos relevantes. As respostas serão analisadas em articulação com essas produções, permitindo identificar relações entre registros de representação, estratégias cognitivas e possíveis deslocamentos conceituais ao longo do processo.

1. Quando você leu o problema, qual foi a primeira coisa que pensou em fazer para começar a resolvê-lo?

2. Você já havia resolvido algum problema semelhante antes? Se sim, isso te ajudou a pensar em como resolver essa situação?

3. Durante a resolução dos problemas, você utilizou alguma estratégia, como observação, contagem, repetição, operações simples ou identificação de padrões? Como isso contribuiu para a construção da expressão algébrica?

4. Como você chegou à expressão algébrica, por exemplo, $f(x) = Ax + B$? Quais foram os passos que seguiu até chegar a essa fórmula?

5. Na expressão algébrica $f(x) = Ax + B$, o número que multiplica o x é chamado de coeficiente angular. O que ele representa nessa situação? E o número que aparece sozinho, o coeficiente linear, o que ele indica?

6. Se o valor do coeficiente A mudasse, por exemplo, se fosse igual a zero ou assumisse um valor negativo, o que isso alteraria na expressão algébrica?

7. Em que momento você pensou em utilizar uma representação gráfica para resolver os problemas? O gráfico te ajudou a compreender algo novo sobre as situações estudadas?

8. Ao construir o gráfico, percebeu que a reta poderia estar subindo ou descendo. O que essa variação te mostrou sobre o comportamento da situação?

9. No gráfico, onde a reta intercepta o eixo horizontal (eixo X) e o eixo vertical (eixo Y), o que esses pontos representam em uma situação real?

10. Se você tivesse resolvido os problemas apenas com o gráfico ou apenas com a expressão algébrica, acredita que teria compreendido da mesma forma? Por quê?

11. A expressão algébrica, o gráfico e o enunciado do problema têm o mesmo significado para você?

12. Em algum momento você mudou de abordagem? Por exemplo, começou com cálculos e depois passou para o gráfico, ou o contrário? O que te levou a fazer essa mudança?

13. Você acredita que resolver o problema utilizando apenas uma dessas representações, expressão algébrica ou gráfico, teria proporcionado a mesma compreensão?

14. No problema da piscina, como você chegou ao resultado? O gráfico foi útil ou você preferiu escrever a expressão algébrica e realizar cálculos diretos?

15. Quando observou o gráfico da piscina descendo, o que isso te mostrou sobre a quantidade de água? Como essa informação apareceu na expressão algébrica?

16. No problema da temperatura que diminuía com o tempo, como você percebeu o momento em que ela chegaria a zero? Você utilizou mais o gráfico ou a expressão algébrica?

17. No problema dos dois reservatórios, um enchendo e o outro esvaziando, o que significou para você o ponto em que as linhas se cruzaram no gráfico?

18. O que a inclinação da reta, coeficiente angular ou taxa de variação, te mostrou sobre as situações resolvidas? Como isso apareceu na expressão algébrica?

19. Você percebeu alguma relação entre o ponto onde a reta cruza o eixo X, o zero da função, e os números da expressão algébrica? Como eles influenciam esse ponto?

20. Depois de resolver esses problemas com fórmulas, gráficos e situações, como você avalia seu entendimento sobre a função polinomial do primeiro grau?

21. Se você tiver que resolver um novo problema, ou problemas parecidos com números mudando o tempo todo, por onde começaria a pensar?

22. Você saberia definir quem são as grandezas variável dependente e variável independente? Pode dar um exemplo?

23. Para finalizar, qual é o seu conceito de função? Como você a entende hoje?

ANEXO – A: (TALE)

FEDERAL DE SÃO CARLOS CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS
TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(Resolução CNS 510/2016)

FUNÇÃO POLINOMIAL DE PRIMEIRO GRAU: UMA ABORDAGEM ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Eu, silas pereira da silva, estudante do programa de pós-graduação em ensino de ciências exatas da universidade federal de são carlos (ufscar), venho convidá-lo(a) a participar, de forma voluntária, da pesquisa intitulada **"Função Polinomial de PrimeiroGrau: Uma Abordagem Através de Aesolução de Problemas"**, sob a orientação do prof. Dr. Rogério Fernando Pires.

Esta pesquisa integra minha dissertação de mestrado em ensino de ciências e tem como objetivo analisar como a metodologia de resolução de problemas, embasada na teoria dos registros de representação semiótica, pode impactar o ensino da função polinomial de primeiro grau, contribuindo para a aprendizagem dos estudantes nas aulas de matemática.

Todos os alunos matriculados e ativos na 1ª série do ensino médio serão inicialmente convidados a participar da pesquisa. A inclusão de sua turma foi baseada no desempenho geral dos alunos na disciplina de matemática, conforme os resultados das provas paulista nos três primeiros bimestres de 2024. Foi selecionada a turma com o maior número de alunos que apresentaram rendimento insuficiente (abaixo do básico) e médio (básico), com taxas de acertos entre 25% e 55%. A escolha dos participantes foi realizada em conjunto com a gestão da escola, a professora da turma e o pesquisador responsável, considerando que o conteúdo da pesquisa está alinhado ao currículo estadual de matemática da 1ª série do ensino médio.

Para confirmar a participação, os responsáveis e alunos devem assinar o termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE) e o termo de assentimento livre e esclarecido (TALE).

Os critérios de exclusão dos participantes são os seguintes: 1. Estudantes não matriculados na instituição ou que não fazem parte da 1ª série do ensino médio; 2. Estudantes que mudarem de turma, transferirem- se de escola ou optarem por não participar durante o período da pesquisa;

3. Estudantes que não formalizarem sua participação mediante assinatura dos documentos obrigatórios (TCLE e TALE).

Após a aprovação do projeto pelo comitê de ética em pesquisa (CEP), será realizada uma reunião na escola para apresentação do projeto aos estudantes e seus responsáveis. Os dados serão coletados por meio de dois instrumentos: 1. Fichas de atividades realizadas pelos participantes;

2. Entrevistas gravadas em áudio, com duração máxima de 50 minutos cada. As gravações serão transcritas e analisadas junto com as respostas escritas.

A sequência de ensino consistirá em seis fichas de atividades, cada uma com três situações-problema sobre o conceito de função polinomial de primeiro grau. Cada ficha será trabalhada em dois encontros semanais (duas aulas de 50 minutos cada) durante seis semanas, conforme o seguinte cronograma: 1º encontro: construção do conceito de função polinomial de primeiro grau através de problemas envolvendo o cálculo de salário composto por ajuda de custo e comissão; 2º encontro: resolução de problemas envolvendo custo, receita e lucro; 3º encontro: análise de padrões para formalização do conceito de função; 4º encontro: interpretação de coeficientes (intercepto e coeficiente angular) nos problemas; 5º encontro: construção de gráficos a partir de dados em tabelas; 6º encontro: estudo do comportamento gráfico da função com o software geogebra.

As atividades não substituirão as avaliações da professora titular. O objetivo é utilizar a metodologia de resolução de problemas com diferentes representações de um mesmo conceito (lei de formação, gráficos, tabelas e linguagem natural), auxiliando os alunos na leitura e interpretação de situações-problema.

A pesquisa será realizada com 30 alunos da 1ª série do ensino médio, organizados em 15 duplas, durante seis encontros semanais presenciais. Embora os riscos sejam mínimos, alguns alunos podem sentir ansiedade ou

Nervosismo ao responder às atividades, semelhantes às reações em situações de avaliação.

Embora o risco de desconforto seja mínimo, é importante esclarecer que a participação é voluntária e que os dados serão mantidos em sigilo. As respostas serão tratadas de forma confidencial. Caso algum participante sinta desconforto com a presença do pesquisador, isso será amenizado pelo acompanhamento contínuo da professora

Haverá a possibilidade de que os dados coletados, incluindo respostas pessoais, causem angústia em relação ao seu uso ou divulgação. Para mitigar esse risco, todos os dados serão armazenados em ambientes digitais seguros, com acesso restrito ao pesquisador e à equipe, e serão utilizados apenas para fins de pesquisa. Os participantes serão identificados por pseudônimos, garantindo anonimato e preservação da identidade dos mesmos.

O pesquisador estará disponível para esclarecer dúvidas ou dificuldades durante todo o estudo. Os participantes têm o direito de não responder a perguntas que considerem desconfortáveis e podem interromper sua participação a qualquer momento, sem qualquer prejuízo.

Como o conteúdo da pesquisa faz parte do currículo e do planejamento da professora, não haverá prejuízo nas atividades escolares, e resultados incorretos não afetarão a nota da disciplina. Para minimizar os riscos, os participantes serão contatados somente após autorização e esclarecimento completo sobre o projeto, com a assinatura dos documentos de consentimento

O pesquisador estará disponível para resolver dúvidas ou dificuldades durante todo o estudo. Os participantes têm o direito de não responder a perguntas que considerem desconfortáveis e podem interromper sua participação a qualquer momento, sem qualquer prejuízo.

As etapas da pesquisa serão explicadas antecipadamente, garantindo que os participantes tenham a liberdade de não responder às questões consideradas constrangedoras ou desconfortáveis, sempre respeitando sua autonomia e dignidade. Durante a pesquisa, estaremos atentos a qualquer sinal de desconforto, seja verbal ou não verbal. Os participantes serão tratados com dignidade, respeito e cortesia,

Reconhecendo-os como indivíduos com sentimentos e emoções. Eles terão a oportunidade de expressar livremente suas vontades e necessidades, com tempo dedicado ao diálogo e ao suporte pessoal.

A identidade dos participantes será protegida com rigor ético e sigilo. O pesquisador responsável disponibilizará seus contatos para qualquer necessidade, garantindo resposta imediata a possíveis problemas. Além disso, os participantes poderão solicitar que suas informações, imagens ou gravações de áudio não sejam exibidas ou divulgadas.

Garantimos a assistência completa aos participantes em todas as etapas da pesquisa. Tanto eles quanto seus responsáveis terão acesso direto ao pesquisador responsável, por meio do telefone e e-mail informados nos documentos de consentimento (TCLE) e assentimento (TALE). Caso seja identificado qualquer problema ou sinal de desconforto, o pesquisador estará pronto para oferecer suporte imediato, incluindo o encaminhamento para atendimento psicológico, se necessário.

Não há custos ou benefícios financeiros associados à participação. Caso seja identificado qualquer dano relacionado à pesquisa, o pesquisador se compromete a providenciar a indenização dos participantes por qualquer despesa ou prejuízo que venha a ocorrer.

Quanto aos benefícios, os participantes terão a chance de ver os resultados da pesquisa em primeira mão, o que pode ser gratificante ao ver como suas contribuições foram utilizadas. Isso fortalece a imagem do estudo entre eles, aumentando a cooperação e o sentimento de pertencimento à pesquisa, incentivando o engajamento contínuo.

Além dos benefícios imediatos, a motivação dos participantes também pode vir da oportunidade de contribuir para novos conhecimentos sobre o ensino de matemática no brasil. Consideramos que este estudo trará benefícios significativos para a área da educação matemática, contribuindo para o processo de ensino e a prática dos professores.

Os benefícios para os alunos serão tanto diretos quanto indiretos, melhorando a aprendizagem através do envolvimento em todas as etapas da pesquisa e testando a metodologia de resolução de problemas como uma abordagem eficaz para o ensino de matemática.

Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, sem identificação dos voluntários, exceto entre os responsáveis pelo estudo, assegurando o sigilo sobre a participação deles. Os dados coletados (gravações, entrevistas, fotos, filmagens etc.) ficarão armazenados sob a responsabilidade do pesquisador principal, pelo período de 5 anos.

Tendo compreendido o objetivo da pesquisa e caso aceite que seu(sua) filho(a) participe voluntariamente da mesma, solicitamos que assine este termo de consentimento.

( ) LI E CONCORDO. ( ) LI E NÃO CONCORDO.

Este projeto de pesquisa foi aprovado por um Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) que é um órgão que protege o bem-estar dos participantes de pesquisas. O CEP é responsável pela avaliação e acompanhamento dos aspectos éticos de todas as pesquisasenvolvendo seres humanos, visando garantir a dignidade, os direitos, a segurança e o bem-estar dos participantes de pesquisas. Caso você tenha dúvidas e/ou perguntas sobre seus direitos como participante deste estudo, entre em contato com o **Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos**

(CEP) da UFSCar que está vinculado à Pró-reitora de Pesquisa da universidade, localizado no prédio da reitoria (área sul do campus São Carlos). Endereço: Rodovia Washington Luís km 235 - CEP: 13.565-905 - São Carlos- SP. Telefone: (16) 3351-9685. E-mail: cephumanos@ufscar.br. Horário de atendimento:das 08:30 às 11:30.

O CEP está vinculado à **Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP)** do Conselho Nacional de Saúde (CNS), e o seu funcionamento e atuação são regidos pelas normativas do CNS/Conep. A CONEP tem a função de implementar as normas e diretrizes regulamentadoras de pesquisas envolvendo seres humanos, aprovadas pelo CNS, também atuando conjuntamente com uma rede de Comitês de Ética em Pesquisa (CEP) organizados nas instituições onde as pesquisas se realizam.

Endereço: Via W 5 Norte, lote D - Edifício PO 700, 3º andar - Asa Norte - CEP: 70719- 040 - Brasília-DF. Telefone: (61) 3315-5877 E-mail: conep@saude.gov.br.

Dados para contato (24 horas por dia e sete dias por semana):

Pesquisador Responsável: Silas Pereira da Silva

Endereço: Rua Elias dos Santos, 260, Jd. Floriano, Salto de Pirapora/SP Contato telefônico: (15) 99726-8306

E-mail: silassilva@estudante.ufscar.br

Declaro que entendi os objetivos, riscos e benefícios de minha participação na pesquisa e concordo em participar.

Local e data:

____________________________ ____________________________

Nome do Pesquisador | Nome do Participant

ANEXO – B : (TCLE)

FEDERAL DE SÃO CARLOS CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS
TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(Resolução CNS 510/2016)

FUNÇÃO POLINOMIAL DE PRIMEIRO GRAU: UMA ABORDAGEM ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Eu, silas pereira da silva, estudante do programa de pós-graduação em ensino de ciências exatas da universidade federal de São Carlos – UFSCAR, solicito sua autorização para que seu filho(a), aluno(a) da 1ª série do ensino médio da escola estadual, participe voluntariamente de nossa pesquisa intitulada **"Função Polinomial de Primeiro Grau: Uma Abordagem Através da Resolução de Problemas"**, sob a orientação do prof. Dr. Rogério Fernando Pires.

Essa pesquisa integra minha dissertação de mestrado em ensino de ciências e matemática, tem como objetivo analisar como a metodologia de resolução de problemas, embasada na teoria dos registros de representação semiótica, pode impactar o ensino da função polinomial de primeiro grau, contribuindo para a aprendizagem dos estudantes nas aulas de matemática.

Todos os alunos matriculados e ativos na 1ª série do ensino médio serão inicialmente convidados a participar da pesquisa. A inclusão dessa turma foi baseada no desempenho geral dos alunos na disciplina de matemática, conforme os resultados das provas paulista nos três primeiros bimestres de 2024. Foi selecionada a turma com o maior número de alunos que apresentaram rendimento insuficiente (abaixo do básico) e médio (básico), com taxas de acertos entre 25% e 55%. A escolha dos participantes foi realizada em conjunto com a gestão da escola, a professora da turma e o pesquisador responsável, considerando que o conteúdo da pesquisa está alinhado ao currículo estadual de matemática da 1ª série do ensino médio.

Para confirmar a participação, os responsáveis e alunos devem assinar o termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE) e o termo de assentimento livre e esclarecido (TALE). Os critérios de exclusão dos participantes são os seguintes: (1) estudantes não matriculados na instituição ou que não fazem parte da 1ª série do ensino médio; (2) estudantes que mudarem de turma, transferirem-se de escola ou optarem por não participar durante o período da pesquisa; e (3) estudantes que não formalizarem sua participação mediante assinatura dos documentos obrigatórios (TCLE e TALE).

Após a aprovação do projeto pelo comitê de ética em pesquisa (CEP), será realizada uma reunião na escola para apresentação do projeto aos estudantes e seus responsáveis. Os dados serão coletados por meio de dois instrumentos: 1) fichas de atividades realizadas pelos participantes; e 2) entrevistas gravadas em áudio, com duração máxima de 50 minutos cada. As gravações serão transcritas e analisadas juntamente com as respostas escritas.

A sequência de ensino consistirá em seis fichas de atividades, cada uma com três situações-problema sobre o conceito de função polinomial de primeiro grau. Cada ficha será trabalhada em dois encontros semanais (duas aulas de 50 minutos) durante seis semanas, de acordo com o seguinte cronograma: 1º encontro: construção do conceito de Função Polinomial de Primeiro Grau através de problemas de salário composto por ajuda de custo e comissão; 2º encontro: resolução de problemas envolvendo custo, receita e lucro; 3º encontro: análise de padrões para formalização do conceito de função; 4º encontro: interpretação de coeficientes (intercepto e coeficiente angular) nos problemas; 5º encontro: construção de gráficos a partir de dados em tabelas; 6º estudo do comportamento gráfico da função com o software geogebra.

As atividades não substituirão as avaliações da professora titular. O objetivo é utilizar a metodologia de Resolução de Problemas com diferentes representações de um mesmo conceito (lei de formação, gráficos, tabelas e linguagem natural), auxiliando os alunos na leitura e interpretação de situações-problema.

A pesquisa será realizada com 30 alunos das 1ª séries do ensino médio, organizados em 15 duplas, durante seis encontros semanais presenciais. Embora os riscos sejam mínimos, alguns alunos podem sentir ansiedade ou nervosismo ao responder às atividades, semelhantes às reações em situações de avaliação.

Para minimizar esses desconfortos, esclarecemos que a participação é voluntária, que os nomes serão mantidos em sigilo e que as respostas serão tratadas de forma confidencial. Caso algum participante sinta desconforto com a presença do pesquisador, isso será amenizado pelo acompanhamento contínuo da professora.

Privacidade e confidencialidade: os dados coletados, incluindo respostas individuais, serão protegidos por senha, com acesso restrito ao pesquisador e equipe responsável, garantindo anonimato e preservação da identidade dos participantes.

Medidas de segurança e suporte: o pesquisador estará disponível para resolver dúvidas ou dificuldades durante todo o estudo. Os participantes têm o direito de não responder a perguntas que considerem desconfortáveis e podem interromper sua participação a qualquer momento, sem qualquer prejuízo.

Como o conteúdo da pesquisa faz parte do currículo e do planejamento da professora, não haverá prejuízo nas atividades escolares, e resultados incorretos não afetarão a nota da disciplina. Para minimizar os riscos, os participantes serão contactados somente após autorização e esclarecimento completo sobre o projeto, com a assinatura dos documentos de consentimento e assentimento.

As etapas da pesquisa serão explicadas antecipadamente, garantindo que os participantes tenham a liberdade de não responder às questões consideradas constrangedoras ou desconfortáveis, sempre respeitando sua autonomia e dignidade. Durante a pesquisa, estaremos atentos a qualquer sinal de desconforto, seja verbal ou não verbal. Os participantes serão tratados com dignidade, respeito e cortesia, reconhecendo-os como indivíduos com sentimentos e emoções. Eles terão a oportunidade de expressar livremente suas vontades e necessidades, com tempo dedicado ao diálogo e ao suporte pessoal.

Garantimos a assistência completa aos participantes em todas as etapas da pesquisa. Tanto eles quanto seus responsáveis terão acesso direto ao pesquisador responsável, por meio do telefone e e-mail informados nos documentos de consentimento (TCLE) e assentimento (TALE). Caso seja identificado qualquer problema ou sinal de desconforto, o pesquisador estará pronto para oferecer suporte imediato, incluindo o encaminhamento para atendimento psicológico, se necessário.

A participação neste estudo é totalmente voluntária, e os participantes poderão desistir a qualquer momento, sem que isso implique em qualquer tipo de prejuízo. A confidencialidade das informações será absolutamente garantida, e nenhum dado que permita a identificação dos participantes será divulgado sem a prévia autorização, incluindo em publicações resultantes do estudo.

Não há custos ou benefícios financeiros associados à participação. Caso seja identificado qualquer dano relacionado à pesquisa, o pesquisador se compromete a providenciar a indenização dos participantes por qualquer despesa ou prejuízo que venha a ocorrer.

Quanto aos benefícios, os participantes terão a chance de ver os resultados da pesquisa em primeira mão, o que pode ser gratificante ao ver como suas contribuições foram utilizadas. Isso fortalece a imagem do estudo entre eles, aumentando a cooperação e o sentimento de pertencimento à pesquisa, incentivando o engajamento contínuo.

Além dos benefícios imediatos, a motivação dos participantes também pode vir da oportunidade de contribuir para novos conhecimentos sobre o ensino de matemática no Brasil. Consideramos que este estudo trará benefícios significativos para a área da educação matemática, contribuindo para o processo de ensino e a prática dos professores.

Os benefícios para os alunos serão tanto diretos quanto indiretos, melhorando a aprendizagem através do envolvimento em todas as etapas da pesquisa e testando a metodologia de resolução de problemas como uma abordagem eficaz para o ensino de matemática.

Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, sem identificação dos voluntários, exceto entre os responsáveis pelo estudo, assegurando o sigilo sobre a participação deles. Os dados coletados (gravações, entrevistas, fotos, filmagens etc.) ficarão armazenados sob a responsabilidade do pesquisador principal, pelo período de 5 anos.

Tendo compreendido o objetivo da pesquisa e caso aceite que seu(sua) filho(a) participe voluntariamente da mesma, solicitamos que assine este termo de consentimento.

( ) LI E CONCORDO. ( ) LI E NÃO CONCORDO.

Este projeto de pesquisa foi aprovado por um Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) que é um órgão que protege o bem-estar dos participantes de pesquisas. O CEP é responsável pela avaliação e acompanhamento dos aspectos éticos de todas as pesquisas envolvendo seres humanos, visando garantir a dignidade, os direitos, a segurança e o bem- estar dos participantes de pesquisas. Caso você tenha dúvidas e/ou perguntas sobre seus direitos como participante deste estudo, entre em contato com o **Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos (CEP)** da UFSCar que está vinculado à Pró-reitora de Pesquisa da universidade, localizado no prédio da reitoria (área sul do campus São Carlos). Endereço: Rodovia Washington Luís km 235 - CEP: 13.565-905 - São Carlos- SP. Telefone: (16) 3351-9685. E-mail: cephumanos@ufscar.br. Horário de atendimento: das 08:30 às 11:30.

O CEP está vinculado à **Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP)** do Conselho Nacional de Saúde (CNS), e o seu funcionamento e atuação são regidos pelas normativas do CNS/Conep. A CONEP tem a função de implementar as normas e diretrizes regulamentadoras de pesquisas envolvendo seres humanos, aprovadas pelo CNS, também atuando conjuntamente com uma rede de Comitês de Ética em Pesquisa (CEP) organizados nas instituições onde as pesquisas se realizam.

Endereço: Via W 5 Norte, lote D - Edifício PO 700, 3º andar - Asa Norte - CEP: 70719-040 - Brasília-DF. Telefone: (61) 3315-5877 E-mail: conep@saude.gov.br.

Dados para contato (das 8:00 às 18:00 de segunda à sábado):

Pesquisador Responsável: Silas Pereira da Silva

Endereço: Rua Elias dos Santos, 260, Jd. Floriano, Salto de Pirapora/SP, Contato telefônico:

(15) 99726-8306

E-mail: silassilva@estudante.ufscar.br ou silas_gigi@hotmail.com

Orientador: Prof. Dr. Rogério Fernando Pires.

E-mail:rfpires25@hotmail.com

Contato telefônico: (15) 99709-3092

Declaro que entendi os objetivos, riscos e benefícios de minha participação na pesquisa e concordo em participar.

Local e data:

____________________________ ____________________________

Nome do Pesquisador Nome do Participante