

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

**Educação Inclusiva no Nordeste: Modelagem
Estatística das Matrículas da Educação Especial no
Ensino Fundamental**

Andressa Carneiro Lima

Trabalho de Conclusão de Curso

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

Educação Inclusiva no Nordeste: Modelagem Estatística das
Matrículas da Educação Especial no Ensino Fundamental

Andressa Carneiro Lima

Orientadora: Maria Sílvia de Assis Moura

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como parte dos requisitos para obtenção do
título de Bacharel em Estatística.

São Carlos

Fevereiro de 2025

FEDERAL UNIVERSITY OF SÃO CARLOS
EXACT AND TECHNOLOGY SCIENCES CENTER
DEPARTMENT OF STATISTICS

Inclusive Education in the Northeast: Statistical Modeling of
Special Education Enrollment in Elementary Schools

Andressa Carneiro Lima

Advisor: Maria Sílvia de Assis Moura

Bachelors dissertation submitted to the Department of Statistics, Federal University of São Carlos - DEs-UFSCar, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Bachelor in Statistics.

São Carlos
February 2025

Andressa Carneiro Lima

Educação Inclusiva no Nordeste: Modelagem Estatística das Matrículas da Educação Especial no Ensino Fundamental

Este exemplar corresponde à redação final do trabalho de conclusão de curso devidamente corrigido e defendido por Andressa Carneiro Lima e aprovado pela banca examinadora.

Aprovado em 18 de Fevereiro de 2025

Banca Examinadora:

- Maria Sílvia de Assis Moura (Orientadora)
- Nassim Chamel Elias
- Michel Helcias Montoril

Aos meus pais, pois sem eles nada disso seria possível.

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus por estar presente em cada momento da minha trajetória.

Aos meus pais, Antonio e Celma, minha eterna gratidão. Meu pai, que me ensinou a ser perseverante diante dos desafios, e minha mãe, que me mostrou a força e a importância de ter um bom coração. Ambos nunca mediram esforços para que eu pudesse seguir meus sonhos, e serei eternamente grata por todo sangue e suor derramados em minha jornada.

Aos meus irmãos, que são parte essencial da minha caminhada: Anselmo, minha inspiração e grande amigo; Adriana, que me ensinou que é nas dificuldades que encontramos força; e Aline, minha confidente, que, acima de tudo, me ensinou a ser uma pessoa melhor. Aos meus sobrinhos, Maria Vitória e Guilherme, vocês são luz e alegria na minha vida.

À minha querida avó Josefa, que, mesmo não estando mais presente neste plano, permanecerá para sempre em meu coração e na minha conquista.

À minha cachorra Tequila, que também já não está mais aqui, mas me ensinou sobre cuidado, amor e companheirismo.

Às amigas que me acompanham há mais de uma década, Giovana e Larissa, e aos que, além da ETEC, estiveram ao meu lado na graduação, Graziela e Matheus. Vocês foram fundamentais para que eu chegasse até aqui. À minha companheira de graduação, Letícia Cristina, que me recebeu de braços abertos e compartilhou tantos momentos incríveis comigo. Ao meu amigo de curso Leonardo, que conheci já no fim da minha jornada acadêmica mas que teve um papel fundamental nos estudos e na conclusão dessa etapa.

Aos meus grandes amigos/irmãos Ana Beatriz Silva, Ana Clara Facioli, Bruno Bernardo, Gabriel Alcântara, Gabriel Voltani, Guilherme Neres, Júlia Furlan, Juliana Moreno, Letícia Brabo, Letícia Guinato, Luccas Maselli, Rafael Calil, Sarah Calado, Vinicius Ferreira e Vitor Passos. Obrigada por me acolherem e por se tornarem parte tão fundamental da minha vida. Cada momento vivido ao lado de vocês estará eternamente guardado no meu coração.

Ao meu companheiro e noivo, Alessandro Felistoque, meu porto seguro. Não sei se teria chegado até aqui sem o seu apoio incondicional. Obrigada por estar ao meu lado

nas noites de estudo, pelo café que tantas vezes me manteve acordada, pelos abraços nos momentos difíceis e, acima de tudo, por me lembrar todos os dias que sou capaz.

À Bateria UFSCar, que foi mais do que um respiro em meio à ansiedade da graduação; foi uma família. Me ensinou além dos livros acadêmicos, me permitiu conhecer amigos incríveis e também meu grande parceiro de vida. Serei eternamente grata por fazer parte dessa história. *"Com muito amor até o fim."*

À minha segunda família: Jane, Paulo, Elaine, Maurício e Cristina. Obrigada por me acolherem de forma tão calorosa e acreditarem no meu potencial.

À minha amiga Anna Júlia, que conheci no trabalho, e aos Squads Poseidon e Ares, que, mesmo não tendo acompanhado minha trajetória desde o início da graduação, desempenharam um papel fundamental para que eu me sentisse segura no ambiente de trabalho durante essa fase árdua.

Aos demais familiares e amigos, que sempre me acolheram com amor e carinho e trouxeram leveza à minha jornada.

À minha banca, Nassim e Michel, por dedicarem seu tempo à avaliação do meu trabalho. Ao professor Gustavo, que sempre se mostrou disponível para tirar minhas dúvidas e me auxiliar no processo. À minha orientadora, Maria Silvia, por sua dedicação, paciência e orientação sempre tão acolhedora, essenciais para o meu crescimento ao longo desse processo.

A todos os demais professores e funcionários do Departamento de Estatística da UFSCar, que contribuíram para que este momento se tornasse realidade.

E, por fim, à Universidade Federal de São Carlos, que foi minha segunda casa ao longo desses anos. Nunca esquecerei os momentos vividos neste campus.

Muito obrigada!

“Afinal, aquilo que amamos sempre será parte de nós”

(Harry Potter)

Resumo

Este estudo analisou e comparou a evolução das matrículas na educação especial inclusiva na região Nordeste do Brasil entre 2019 e 2023, com foco nos fatores estruturais e de acessibilidade das escolas. A partir da análise exploratória e da modelagem estatística, buscou-se compreender como diferentes variáveis associadas à infraestrutura e ao corpo docente influenciam a presença de estudantes com deficiência nas escolas regulares.

Os resultados indicaram um crescimento significativo no número de matrículas na educação especial inclusiva, especialmente em 2023, com um aumento de 35% em relação a 2019. Observou-se uma ampliação de recursos de acessibilidade, como banheiros adaptados, rampas e corrimãos, embora elementos como elevadores e sinalizações tátil, visual e sonora ainda sejam escassos. A modelagem estatística, baseada no modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, confirmou a relação positiva entre a presença desses recursos e o número de matrículas, destacando a importância da infraestrutura escolar na inclusão educacional. Além disso, a quantidade de professores especializados e de turmas específicas também se mostrou um fator relevante.

Ao comparar os modelos ajustados para 2019 e 2023, concluiu-se que, apesar dos critérios de seleção indicarem um melhor ajuste para 2019, o modelo de 2023 apresentou melhores suposições estatísticas, tornando-se a escolha mais adequada para inferência. Os resultados ressaltam a necessidade de políticas públicas voltadas para a ampliação dos recursos de acessibilidade e suporte pedagógico, assegurando a efetivação do direito à educação inclusiva.

Palavras-chave: *acessibilidade, inclusão, educação especial, infraestrutura escolar, Poisson-Inversa Gaussiana, modelos de contagem, modelagem estatística, nordeste brasileiro.*

Abstract

This study analyzed and compared the evolution of enrollments in Inclusive Special Education in the Northeast region of Brazil between 2019 and 2023, focusing on the structural and accessibility factors of schools. Through exploratory analysis and statistical modeling, the study aimed to understand how different variables related to infrastructure and faculty influence the presence of students with disabilities in regular schools.

The results indicated a significant increase in enrollments in Inclusive Special Education, particularly in 2023, with a 35% rise compared to 2019. An expansion of accessibility resources was observed, such as adapted restrooms, ramps, and handrails, although elements like elevators and tactile, visual, and auditory signage remain scarce. Statistical modeling, based on the Poisson-Inverse Gaussian model, confirmed the positive relationship between the presence of these resources and the number of enrollments, highlighting the importance of school infrastructure in educational inclusion. Additionally, the number of specialized teachers and specific classrooms also proved to be relevant factors.

By comparing the adjusted models for 2019 and 2023, it was concluded that, although the selection criteria indicated a better fit for 2019, the 2023 model exhibited better statistical assumptions, making it the most suitable choice for inference. The results emphasize the need for public policies aimed at expanding accessibility resources and pedagogical support, ensuring the realization of the right to inclusive education.

Keywords: *accessibility, inclusion, special education, school infrastructure, Poisson-Inverse Gaussian, count models, statistical modeling, Brazilian Northeast.*

Lista de Figuras

2.1	Gráfico de mosaico da variável atendimento educacional especializado para os anos de 2019 e 2023.	33
4.1	Gráficos de Mosaico para as Variáveis de Acessibilidade	48
4.2	Gráficos de mosaico para as variáveis de acessibilidade restantes	49
4.3	Gráfico heatmap das razões de chances para as variáveis recursos de acessibilidade no ano de 2019	51
4.4	Gráfico heatmap das razões de chances para as variáveis recursos de acessibilidade no ano de 2023	51
4.5	Boxplot da quantidade de profissionais de supervisão pedagógica por ano .	53
4.6	Histogramas de frequência de professores da educação especial inclusiva por ano	54
4.7	Histogramas de frequência de turmas de educação especial inclusiva por ano	55
4.8	Histogramas de frequência de salas acessíveis utilizadas por ano	55
4.9	Histogramas de frequência de matrículas da educação Especial Inclusiva por Ano	56
4.10	Boxplot de matrículas da educação especial inclusiva por ano	57
4.11	Gráfico de matrículas de educação especial por município da região nordeste - 2019	57
4.12	Gráfico de matrículas de educação especial por município da região nordeste - 2023	58
4.13	Painel de dados das matrículas da educação especial do período de 2019 até 2023, segundo INEP	59
4.14	Gráfico de dispersão do número de matrículas de educação especial por número de professores	61

4.15	Gráfico de dispersão do número de matrículas de educação especial por número de turmas	61
4.16	Gráfico de dispersão do número de matrículas de educação especial por número de salas acessíveis	62
4.17	Gráfico de dispersão do número de matrículas de educação especial por número de monitores	63
4.18	Gráfico das razões de chance com intervalos de confiança do número de matrículas com relação aos recursos acessíveis para o ano de 2019	64
4.19	Gráfico das razões de chance com intervalos de confiança do número de matrículas com relação aos recursos acessíveis para o ano de 2023	64
5.1	Gráficos de resíduos vs. preditos dos modelos de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando apenas o $\log(\mu_i)$ para os anos de 2019 e 2023.	67
5.2	Gráfico de resíduos vs. preditos e resíduos vs índices das observações do Modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2019.	73
5.3	Gráficos da distribuição dos resíduos do modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2019.	74
5.4	Gráfico de resíduos vs. preditos e resíduos vs índices das observações do modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2023.	76
5.5	Gráficos da distribuição dos resíduos do modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2023.	77
5.6	Gráfico QQ-plot dos resíduos do modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2019 com destaque nas observações mais discrepantes.	77
5.7	Gráfico QQ-plot dos resíduos do modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2023 com destaque nas observações mais discrepantes.	78
5.8	Gráfico Resíduos do Modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2023 versus Covariáveis não adicionadas ao ajuste.	80

Lista de Tabelas

2.1	Informações - formulário escola	30
2.2	Informações - Formulário aluno	30
2.3	Informações - formulário gestor	31
2.4	Informações - formulário profissional	31
4.1	Descrição das variáveis contidas nos anos de 2019 e 2023	46
4.2	Descrição das variáveis contidas apenas no ano de 2023	47
4.3	Quantidade absoluta de escolas com recursos de acessibilidade para os anos de 2019 e 2023	50
4.4	Estatísticas descritivas dos profissionais por ano	53
4.5	Porcentagem de matrículas do ensino fundamental por tipo de deficiência, TEA ou Superdotação nos anos de 2019 e 2023 na região Nordeste	60
5.1	Indicadores das Variáveis Contidas nos Modelos dos Anos de 2019 e 2023.	68
5.2	Significância dos coeficientes dos modelos de 2019 e 2023.	71
5.3	Medidas descritivas dos resíduos do modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2019.	75
5.4	Medidas descritivas dos resíduos do Modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2019.	76
5.5	Dados referentes as observações destacadas com base nos resíduos do modelo de 2019.	78
5.6	Dados referentes as observações destacadas com base nos resíduos do modelo de 2023.	79
5.7	Resultados dos critérios AIC, BIC e deviance para os modelos dos anos de 2019 e 2023.	81

Sumário

1	Introdução	23
2	Material	29
2.1	Dados	29
2.1.1	Formulários de coleta	30
2.1.2	Considerações importantes - dados educação especial	31
2.1.3	Período	32
2.1.4	Variáveis do conjunto de dados	32
3	Metodologia	35
3.1	Razão de chances (<i>odds ratio</i>)	35
3.2	Modelos Lineares Generalizados	37
3.2.1	Modelos Lineares Generalizados Duplos	37
3.2.2	Modelo de regressão de Poisson	38
3.2.3	Avaliação do ajuste de modelo	41
4	Análise Exploratória	45
4.1	Recursos de acessibilidade	47
4.1.1	Medida de associação - razões de chance	50
4.2	Profissionais	52
4.3	Salas e turmas	54
4.4	Matrículas	56
4.4.1	Análise bivariada	60
5	Aplicação do Modelo	65
5.1	Ajuste do modelo final	67
5.1.1	Modelo 2019	68

5.1.2	Modelo 2023	70
5.2	Análise de diagnóstico	73
5.2.1	Crerérios de avaliação de ajuste	80
6	Considerações Finais	83
	Referências Bibliográficas	86
A	Códigos de programação	91

Capítulo 1

Introdução

A inclusão educacional tem sido amplamente discutida como um fator essencial para a promoção de igualdade e o pleno exercício da cidadania. No Brasil, a educação especial, voltada para pessoas com deficiência, transtorno do espectro autista (TEA) e altas habilidades/superdotação, desempenha um papel crucial nesse cenário. Segundo a Organização das Nações Unidas (ONU) e o Decreto nº 6.949/2009, sobre os direitos das Pessoas com Deficiência (PcD), pessoa com deficiência é “aquela que tem impedimentos de longo prazo de natureza física, mental, intelectual ou sensorial, os quais, em interação com diversas barreiras, podem obstruir sua participação plena e efetiva na sociedade em igualdade de condições com as demais pessoas” (BRASIL, 2009).

Historicamente, a percepção da deficiência na sociedade foi marcada por preconceitos e discriminação. Em períodos anteriores, a deficiência era frequentemente associada a interpretações religiosas, sendo vista como um sinal de pecado ou castigo divino. Com o passar do tempo, especialmente a partir do século XVI, essa abordagem foi gradualmente substituída por uma visão médica, que tratava a deficiência como uma condição a ser controlada ou confinada. Esse processo contribuiu para reforçar a exclusão social das pessoas com deficiência, consolidando barreiras que perduram até os dias atuais (BIANCHETTI, 1995).

No Brasil, foi apenas a partir da década de 1960 que as questões relacionadas à situação das Pessoas com Deficiência (PcD) passaram a receber maior atenção por parte do governo, em resposta à frequente marginalização enfrentada por esse grupo na sociedade. O Grupo de Trabalho do MEC/SEESP nomeado pela Portaria Ministerial nº 555¹ destaca esse período como o início da criação de leis e decretos voltados para oferecer

¹Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/politicaeducacional.pdf>

mais atenção a essas pessoas.

Em 1994, a partir da Convenção Mundial sobre educação especial, realizada pela ONU na Espanha, surgiu a Declaração de Salamanca², documento que objetivou orientar a criação de políticas públicas que facilitassem a integração de pessoas com deficiência em ambientes de ensino regular, direito regulamentado pela Lei Nº 9.394, de 20 de Dezembro de 1996³, e pela Constituição Federal de 1988⁴(BRASIL, 1988).

A educação especial constitui-se como uma modalidade de ensino voltada para pessoas com deficiência em todas as fases de aprendizado, com o objetivo de fornecer recursos que garantam seu direito à educação. Garantir a acessibilidade nas escolas para estudantes com deficiência não se limita à promoção da inclusão social, mas é um direito essencial que deve ser assegurado de forma ampla e eficaz. Para que a educação inclusiva ocorra de maneira efetiva, é fundamental que as instituições de ensino estejam preparadas para atender às especificidades desses alunos, promovendo não apenas sua permanência no ambiente escolar, mas também o desenvolvimento pleno de suas potencialidades acadêmicas e sociais.

A acessibilidade é um conceito fundamental para garantir a inclusão plena na sociedade, sendo caracterizada pela ausência de barreiras que limitam a autonomia e a independência das pessoas. Essas barreiras podem ser atitudinais, quando envolvem preconceitos e capacitismo; arquitetônicas, relacionadas à falta de infraestrutura acessível; metodológicas, quando há obstáculos nos processos e técnicas utilizadas na produção cultural; instrumentais, ligadas ao uso de ferramentas e objetos de trabalho; programáticas, que dizem respeito às normativas e editais; comunicacionais, quando há dificuldades na troca de informações; e digitais, referentes ao acesso às tecnologias. Para promover a inclusão de maneira efetiva, é essencial que a acessibilidade seja considerada como parte constitutiva do fazer educacional, garantindo que todas as pessoas possam participar de forma ativa e igualitária em diferentes espaços e atividades (PARÁ, 2024). Assim, é fundamental que as escolas disponham de materiais didáticos adequados, profissionais especializados, espaço físico adaptado e uma estrutura pedagógica acessível (CASTRO, ABRAHÃO, NUNES, NASCIMENTO FIGUEIREDO, 2018). Apesar de avanços significativos, o Brasil ainda enfrenta desafios em relação à formação de professores e à falta de políticas locais eficazes em muitos municípios, como o caso de Maceió, que de acordo

²Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/salamanca.pdf>

³Disponível em https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm

⁴Disponível em https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm

com um estudo realizado por Barbosa (2018), a fragilidade das políticas públicas não consegue suprir adequadamente as necessidades do Plano de Atendimento Educacional Especializado (PAEE).

Desde o início dos anos 2000, a perspectiva inclusiva tem sido amplamente discutida no contexto brasileiro, impulsionada pela aprovação de diretrizes como a Política Nacional de Educação Especial⁵ (PNEE) na perspectiva da Educação Inclusiva (BRASIL, 2008). A partir desta política, foi instituído o Atendimento Educacional Especializado (AEE), um dos serviços oferecidos pela educação especial, com o objetivo de possibilitar o acesso ao currículo escolar por meio de mediação pedagógica que atenda às necessidades educacionais específicas do Público-Alvo da Educação Especial (PAEE). Segundo o decreto Nº 7.611⁶ o AEE complementa a formação dos alunos, promovendo sua autonomia e independência. Ele é realizado prioritariamente nas Salas de Recursos Multifuncionais (SRM) das escolas, mas também pode ocorrer em outras escolas de ensino regular ou em Centros de Atendimento Educacional Especializado (CAEE), sejam eles públicos ou privados. Mesmo com o trabalho da PNEE em orientar gestores e práticas pedagógicas, a diversidade interna do país e a complexidade do tema ainda exigem reflexões baseadas em dados e relatos de pesquisa (CAIADO, JESUS & BAPTISTA, 2018).

Na perspectiva da educação inclusiva, a educação especial passa a integrar a proposta pedagógica da escola regular, promovendo o atendimento às necessidades educacionais especiais de alunos com deficiência, transtornos globais de desenvolvimento e altas habilidades/superdotação. A educação especial atua de forma articulada com o ensino comum, orientando o atendimento a essas necessidades e direcionando suas ações para o desenvolvimento de redes de apoio, formação continuada e práticas colaborativas (BRASIL, 2007). Reforçando sobre a educação inclusiva, Mendes (2006) argumenta que “Os movimentos sociais pelos direitos humanos, intensificados basicamente na década de 1960, conscientizaram e sensibilizaram a sociedade sobre os prejuízos da segregação e da marginalização de indivíduos de grupos com status minoritários, tornando a segregação sistemática de qualquer grupo ou criança uma prática intolerável. Tal contexto alicerçou uma espécie de base moral para a proposta de integração escolar, sob o argumento irrefutável de que todas as crianças com deficiências teriam o direito inalienável de participar de todos os programas e atividades cotidianas que eram acessíveis para as demais crianças”.

⁵Disponível em:<https://www.gov.br/mec/pt-br/pnepei>

⁶Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2011/decreto/d7611.htm

Dados recentes destacam um aumento significativo nas matrículas de estudantes da educação especial. Em 2023, o número de matrículas chegou a 1,8 milhão, representando um aumento de 41,6% em relação a 2019. O percentual de estudantes da educação especial com idade entre 4 e 17 anos que frequentam a educação básica também cresceu para 95% (INEP⁷, 2023). Entretanto, desafios persistem, incluindo a falta de estrutura nas escolas e lacunas na formação docente, especialmente em relação à formação inicial e continuada de professores (DANTAS, FARIAS e BEZERRA, 2024).

O impacto da pandemia de COVID-19 trouxe novos desafios para a educação especial. A educação remota não oferece as mesmas condições do ensino presencial, agravando as desigualdades já existentes e limitando as possibilidades de aprendizagem para estudantes com deficiência (SAVANI, 2020). De acordo com Orlando, Alves e Meletti (2021) as dificuldades são ainda mais evidentes em regiões de maior vulnerabilidade, como o Nordeste, onde as desigualdades são amplificadas pelas condições de materiais inadequadas e pela falta infraestrutura. A pandemia também expôs a escassez de orientações e suporte para professores que atuam no Atendimento Educacional Especializado (AEE), como relatado por Oliveira Neta (2020), além da insuficiência de documentos específicos que garantam condições materiais adequadas para as pessoas com deficiência (ORLANDO, ALVES & MELETTI, 2021). Em Fortaleza, por exemplo, professores do AEE relataram dificuldades em adaptar as atividades remotas às necessidades dos alunos com deficiência, evidenciando a urgência de medidas voltadas para a inclusão efetiva durante e após a pandemia. Além disso, a combinação entre pobreza extrema e exclusão social nas regiões norte e nordeste agrava ainda mais os impactos da pandemia no processo de escolarização desse público vulnerável (ORLANDO, ALVES & MELETTI, 2021). Essas dificuldades são ainda mais intensas em regiões como o Nordeste, onde o número de pessoas com deficiência é significativo. De acordo com o censo realizado pelo IBGE em 2022, 10,3% da população nordestina apresentava algum tipo de deficiência, totalizando 5,8 milhões de pessoas. Essa representação reforça a necessidade de políticas educacionais mais inclusivas e eficazes.

Este tema, ainda amplamente debatido nos dias atuais, exige atenção especial, particularmente para entender como o ambiente inclusivo nas escolas brasileiras está estruturado e como isso impacta a vida de crianças, jovens e adultos com deficiência. Com

⁷Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/resumo_tecnico_censo_escolar_2023.pdf

esse propósito, este estudo investigou os padrões de matrícula de estudantes da educação especial na região nordeste do Brasil, analisando seu impacto nas políticas educacionais e nas experiências dos alunos. A escolha da região nordeste deve-se à sua significativa representatividade no número de pessoas com deficiência.

Este estudo busca realizar uma análise comparativa da infraestrutura escolar e educacional das instituições de ensino fundamental que receberam matrículas de estudantes da educação especial na região nordeste, no período de 2019 a 2023, abrangendo os anos anteriores e posteriores à pandemia de COVID-19. O objetivo é verificar se as mudanças observadas nesse contexto podem ser atribuídas às condições de infraestrutura disponibilizadas pelas instituições, por meio da comparação de estimativas obtidas na modelagem estatística.

A estrutura deste trabalho está organizada da seguinte forma: o capítulo 2 descreve os materiais e a estruturação dos dados; no capítulo 3, detalha-se a metodologia utilizada; o capítulo 4 traz a análise exploratória e comparativa dos dados; no capítulo 5, é realizada a modelagem estatística; e, por fim, o capítulo 6 apresenta as considerações finais. Todas as manipulações e análises foram realizadas no Software R⁸ (R CORE TEAM, 2022).

⁸Mais informações em: <http://r-project.org/other-docs.html>

Capítulo 2

Material

2.1 Dados

Os dados utilizados neste trabalho são referentes ao censo escolar e estão disponíveis a todo o público no site governamental brasileiro na área de Pesquisas Estatísticas e Indicadores Sociais⁹. O censo escolar é o principal instrumento de coleta de dados da educação básica no Brasil, coordenado pelo INEP em colaboração com secretarias estaduais e municipais de educação. Ele abrange diferentes etapas e modalidades da educação básica e profissional, incluindo ensino regular, educação especial, Educação de Jovens e Adultos (EJA), e educação profissional e tecnológica. O censo tem como finalidade compreender a situação educacional do país e monitorar o desenvolvimento da educação brasileira. Os dados do censo escolar são usados para calcular indicadores importantes, como o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) e taxas de rendimento e fluxo escolar, e para acompanhar metas do Plano Nacional da Educação (PNE).

O processo de coleta de dados é dividido em duas etapas. A primeira etapa reúne informações sobre escolas, alunos, gestores, profissionais escolares e turmas por meio de formulários online ou impressos. Esses formulários contêm perguntas que podem ser respondidas com alternativas de sim ou não, além de questões que requerem dados quantitativos. A segunda etapa coleta dados sobre o movimento e rendimento escolar dos alunos ao final do ano letivo.

Para seguir com o objetivo do estudo utiliza-se apenas os dados referentes à educação especial. Além disso, como são utilizados os dados de toda a região nordeste, este estudo

⁹Disponível em <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/censo-escolar>

é caracterizado populacional.

2.1.1 Formulários de coleta

Conforme mencionado anteriormente, na primeira etapa de coleta do censo, as informações são reunidas por meio de formulários. Esses formulários podem ser preenchidos online ou em formato impresso, caso o estabelecimento de ensino não tenha acesso à internet. É importante destacar que muitas das perguntas nos formulários são respondidas com alternativas simples, como “contém” ou “não contém”, sem informações quantitativas adicionais. Os formulários são estruturados da seguinte maneira:

Formulário escola

Quadro 2.1: Informações - formulário escola

Nº	Macro informação	Descrição
1	Identificação	Informações básicas da escola, como nome, endereço e administração.
2	Caracterização e Infraestrutura	Detalhes sobre a estrutura física, incluindo destinação de lixo, abastecimento de água, número de salas, etc.
3	Equipamentos	Informações sobre os recursos disponíveis, como acesso à internet, computadores, etc.
4	Recursos Humanos	Dados sobre o número de profissionais que trabalham na escola.
5	Alimentação Escolar	Indicação sobre a oferta de alimentação escolar para os alunos.
6	Organização Escolar	Informações sobre políticas e práticas escolares, como reserva de vagas e ensino de línguas.

Formulário aluno

Quadro 2.2: Informações - Formulário aluno

Nº	Macro informação	Descrição
1	Identificação	Informações pessoais do aluno, como nome completo, CPF, sexo, presença de deficiência e tipo, etc.
2	Documento	Número da matrícula da certidão de nascimento.
3	Área Residencial	Informações sobre endereço, tipo de localização, etc.
4	Vínculo Escolar	Informações sobre a matrícula escolar do aluno, como turma, trilha de aprofundamento, etc.

Formulário gestor escolar

Quadro 2.3: Informações - formulário gestor

Nº	Macro Informação	Descrição
1	Identificação	Informações pessoais do gestor, como nome completo, CPF, sexo, filiação, etc.
2	Escolaridade	Informações sobre nível de escolaridade, tipo de ensino cursado, etc.
3	Vínculo	Informações sobre o vínculo do gestor, como cargo, e-mail, etc.

Formulário profissional escolar em sala de aula

Quadro 2.4: Informações - formulário profissional

Nº	Macro informação	Descrição
1	Identificação	Informações pessoais do profissional, como nome completo, CPF, sexo, filiação, etc.
2	Área Residencial	Informações sobre endereço, tipo de localização, etc.
3	Escolaridade	Informações sobre nível de escolaridade, tipo de ensino cursado, etc.
4	Vínculo	Informações sobre o vínculo do profissional, como cargo, turmas que atua, etc.

2.1.2 Considerações importantes - dados educação especial

No censo escolar são coletados dados sobre diversas deficiências: baixa visão, cegueira, visão monocular, deficiência auditiva, deficiência física, deficiência intelectual, surdez e surdocegueira. Além disso, são registradas informações sobre transtorno do espectro autista (TEA) e altas habilidades ou superdotação. A deficiência múltipla é a combinação de duas ou mais deficiências, sendo registrada automaticamente pelo Sistema Educacenso quando mais de uma deficiência é declarada para a mesma pessoa.

Os profissionais escolares em sala de aula, gestores e alunos que não se enquadram nas definições legais de pessoa com deficiência e/ou transtorno do espectro autista (TEA) não devem ter essa condição declarada no censo escolar. Embora várias situações, doenças ou síndromes genéticas possam causar uma deficiência, no censo escolar deve-se declarar apenas a manifestação da deficiência, se ocorrer, dentre as coletadas pelo censo. A doença

ou síndrome que originou a deficiência não deve ser declarada. Todas essas informações são coletadas por meio do formulário do aluno. Devido à Lei Geral de Proteção de Dados Pessoais (LGPD), que visa proteger a integridade e privacidade de todos os cidadãos, os microdados obtidos pelos formulários contendo dados pessoais, como os formulários de alunos, profissionais e gestores, não são dados abertos e, portanto, não estão disponíveis ao público. Isso dificulta uma análise mais aprofundada dos dados relativos aos tipos de deficiência. No entanto, todas as informações gerais referentes à escola são disponibilizadas e foram estas as informações utilizadas no estudo.

2.1.3 Período

Para a comparação do número de matrículas na educação especial antes e depois da pandemia de COVID-19, foram utilizados microdados de dois períodos:

- 1^o Período: Microdados coletados com data de referência em 29 de maio de 2019 (última quarta-feira do respectivo mês).
- 2^o Período: Microdados coletados com data de referência em 31 de maio de 2023 (última quarta-feira do respectivo mês).

A escolha desses períodos foi baseada em dois critérios: 2019 foi selecionado como o ano imediatamente anterior à pandemia, que começou em 2020; e 2023 foi escolhido para assegurar que a pandemia e o isolamento social não influenciassem os resultados, evitando assim possíveis vieses.

2.1.4 Variáveis do conjunto de dados

Neste estudo, foram utilizados dados do censo escolar dos anos de 2019 e 2023 da região nordeste, obtidos por meio do preenchimento de formulários por todos os estabelecimentos de ensino. Devido à disponibilidade dos dados, foram considerados apenas os formulários escolares, nos quais não é possível identificar indivíduos, apenas informações relacionadas às escolas. Além disso, foram utilizados dados de escolas que possuem matrículas do ensino fundamental completo, ou seja, ensino da educação básica que abrange do 1^o ao 9^o ano.

A escolha desse intervalo específico de etapas de ensino foi motivada pela amplitude da base de dados. Caso o estudo abrangesse todas as etapas de ensino, as interpretações

seriam muito amplas, o que dificultaria uma análise mais aprofundada.

O banco de dados original contém 370 variáveis para o ano de 2019 e 458 variáveis para o ano de 2023. Devido à adição de novas variáveis ao longo do tempo, a comparação foi feita utilizando apenas as variáveis presentes em ambos os anos.

Outra consideração importante sobre as variáveis do conjunto de dados é a referente ao atendimento educacional especializado (AEE). Como comentado anteriormente, a legislação obriga todas as escolas a aceitarem matrículas de alunos da educação especial, seja atuando complementarmente de forma especializada ou não. O atendimento especializado ocorre em um período adjacente ao período regular de aulas, ou seja, trata-se de um período “extra” de ensino. As escolas não são obrigadas a oferecer essa estrutura, sendo essa a função das instituições de ensino especializado, como as APAEs.

A variável AEE indica se as instituições do banco de dados utilizado fornecem esse atendimento especializado, sendo as observações categorizadas como: 0 - não oferece, 1 - não exclusivamente, 2 - exclusivamente. Como o estudo é destinado a instituições que fornecem apenas matrículas de educação especial em classes comuns, foram removidas todas as instituições que possuíam matrículas em classes exclusivas. Essa remoção foi feita porque, em sua maioria, espera-se que os dados de matrículas estivessem duplicados, já que podem ocorrer casos desses alunos estarem matriculados tanto em classes comuns quanto em classes especializadas.

Na Figura 2.1, observa-se que, no conjunto de dados utilizado no estudo, não há nenhuma instituição de ensino com atendimento educacional exclusivo. Além disso, entre 2019 e 2023, houve um aumento na proporção de escolas que começaram a oferecer essa modalidade de ensino.

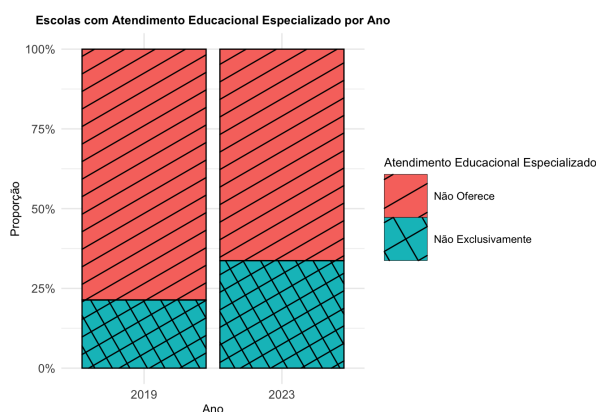


Figura 2.1: Gráfico de mosaico da variável atendimento educacional especializado para os anos de 2019 e 2023.

Capítulo 3

Metodologia

3.1 Razão de chances (*odds ratio*)

A Razão de chances, ou *odds ratio*, é uma medida de associação que quantifica a relação entre uma exposição específica e um resultado. É comumente utilizada em dados categóricos, especialmente em tabelas de contingência 2x2, que comparam a ocorrência de um evento entre dois grupos distintos.

De acordo com Agresti (2013), para uma probabilidade π de sucesso, as chances (*odds*) são definidas como:

$$\Omega = \frac{\pi}{1 - \pi}. \quad (3.1)$$

As chances são sempre não-negativas, com $\Omega > 1$ quando o sucesso é mais provável que o fracasso. Em uma tabela de contingência 2x2, dentro da linha i , as chances de sucesso em comparação ao fracasso são $\Omega_i = \frac{\pi_i}{1 - \pi_i}$. A razão entre as chances Ω_1 e Ω_2 referentes às duas linhas é dada por:

$$\theta = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{\frac{\pi_1}{1 - \pi_1}}{\frac{\pi_2}{1 - \pi_2}}. \quad (3.2)$$

Para distribuições conjuntas com probabilidades das células π_{ij} , a definição equivalente para as chances na linha i é $\Omega_i = \frac{\pi_{i1}}{\pi_{i2}}$, onde $i = 1, 2$. Assim, a razão de chances é expressa como:

$$\theta = \frac{\frac{\pi_{11}}{\pi_{12}}}{\frac{\pi_{21}}{\pi_{22}}} = \frac{\pi_{11}\pi_{22}}{\pi_{12}\pi_{21}}. \quad (3.3)$$

No seu livro, Agresti introduz o conceito de precisão dos estimadores de parâmetros de associação da razão de chances, especialmente para tabelas de contingência 2x2. A intenção é construir intervalos de confiança simples com base nos erros-padrões dos estimadores.

Para uma tabela 2x2, a razão de chances amostral é dada por:

$$\hat{\theta} = \frac{n_{11}n_{22}}{n_{12}n_{21}}, \quad (3.4)$$

sendo que os n_{ij} são as frequências das células na tabela de contingência. Em casos de amostras multinomiais, o estimador $\hat{\theta}$ tem uma distribuição normal assintótica em torno de θ . No entanto, para amostras pequenas, a distribuição amostral de $\hat{\theta}$ pode ser altamente enviesada.

Quando $\theta = 1$, $\hat{\theta}$ não pode ser muito menor que θ (dado que $\hat{\theta} \geq 0$), porém pode ser significativamente maior. Para lidar com essa assimetria, é comum usar a transformação logarítmica, que tende a se aproximar mais rapidamente da normalidade.

O erro padrão estimado para $\log(\hat{\theta})$ é dado por:

$$\hat{\sigma}(\log \hat{\theta}) = \sqrt{\frac{1}{n_{11}} + \frac{1}{n_{12}} + \frac{1}{n_{21}} + \frac{1}{n_{22}}}. \quad (3.5)$$

Usando a normalidade em grandes amostras de $\log(\hat{\theta})$, os limites do intervalo de confiança de Wald para $\log(\theta)$ é:

$$\log \hat{\theta} \pm z_{\alpha/2} \hat{\sigma}(\log \hat{\theta}). \quad (3.6)$$

Para obter o intervalo de confiança para θ , é necessário exponenciar os extremos desse intervalo.

Se algum dos $n_{ij} = 0$, o estimador $\hat{\theta}$ pode assumir valores de 0 ou ∞ , fazendo com que o intervalo de Wald não exista. Em tais casos, é sugerido o uso de ajustes, como substituir n_{ij} por $n_{ij} + 0.5$ para calcular o estimador e o erro padrão.

Interpretação da razão de chances:

- $\hat{\theta} = 1$: Indica independência entre as variáveis X e Y . As chances de sucesso são iguais para ambos os grupos comparados.
- $\hat{\theta} > 1$: Os sujeitos de um grupo têm mais chances de sucesso em comparação com o outro grupo. Quanto maior o valor, mais fortes são as chances de sucesso para o

primeiro grupo em relação ao segundo.

- $0 < \hat{\theta} < 1$: Os sujeitos de um grupo têm menos chances de sucesso em comparação com o outro grupo. Isso significa que o sucesso é menos provável no primeiro grupo do que no segundo.

3.2 Modelos Lineares Generalizados

De acordo com Cordeiro e Demétrio (2008), a seleção de modelos estatísticos é uma etapa crucial na pesquisa, sendo fundamental para identificar um modelo que seja ao mesmo tempo simples e eficaz na descrição de dados em diversas áreas. Nelder e Wedderburn (1972) apresentaram os Modelos Lineares Generalizados (MLG) como uma extensão dos modelos clássicos de regressão, permitindo a unificação de diversas técnicas estatísticas dentro de uma única classe de modelos. Esses modelos envolvem uma variável resposta univariada, variáveis explicativas e uma amostra de observações independentes.

Nos MLGs, a variável resposta, que constitui o componente aleatório, segue uma distribuição da família exponencial. As variáveis explicativas, por sua vez, são incorporadas na forma de uma estrutura linear, constituindo o componente sistemático do modelo. A conexão entre o componente aleatório e o componente sistemático é estabelecida por meio de uma função de ligação.

O componente sistemático é definido no planejamento experimental, resultando em modelos de regressão (simples, múltipla, não linear) e análise de variância. O componente aleatório é ajustado de acordo com o tipo de dados coletados, que podem ser contínuos ou discretos. Em um modelo clássico de regressão, por exemplo, a relação entre a variável resposta e as variáveis explicativas é linear, sendo a função de ligação mais simples a identidade. Embora a função de identidade seja amplamente utilizada, nem sempre é suficiente para descrever os dados de maneira adequada. Por isso, ao longo do tempo, houve a necessidade de desenvolver novos modelos que ofereçam maior flexibilidade e precisão (CORDEIRO & DEMÉTRIO, 2008).

3.2.1 Modelos Lineares Genelarizados Duplos

Em algumas situações, o coeficiente de variação pode não ser constante ao longo das observações, variando de forma significativa. Conforme destacado por Paula (2010),

Smyth (1989) propôs um modelo de regressão baseado na abordagem dos modelos lineares generalizados duplos. Essa metodologia permite a modelagem conjunta tanto da média quanto do parâmetro relacionado à dispersão, utilizando um processo de estimação fundamentado no método de máxima verossimilhança.

No contexto dos MLGs duplos, assume-se que as variáveis aleatórias Y_1, \dots, Y_n sejam independentes, com uma função densidade de probabilidade definida da seguinte forma:

$$f(y; \theta_i, \phi_i) = \exp[\phi_i\{y\theta_i - b(\theta_i)\} + c(y, \phi_i)],$$

em que o termo $c(y, \phi_i)$ é decomposto como $d(\phi_i) + \phi_i a(y) + u(y)$. Como destacado por Paula (2010), essa formulação se aplica a distribuições pertencentes à família exponencial.

Além disso, os componentes de média e dispersão são parametrizados de maneira específica. Para a média, utiliza-se a função $g(\mu_i) = \eta_i = \mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\beta}$, em que \mathbf{x}_i^\top é um vetor de covariáveis e $\boldsymbol{\beta}$ é o vetor de parâmetros a serem estimados. Por outro lado, a dispersão é representada por $h(\phi_i) = \lambda_i = \mathbf{z}_i^\top \boldsymbol{\gamma}$, sendo \mathbf{z}_i^\top o vetor de variáveis explicativas e $\boldsymbol{\gamma}$ os parâmetros associados. Assim, a modelagem considera tanto os efeitos relacionados à média quanto à dispersão, proporcionando uma abordagem mais abrangente para analisar as características dos dados.

3.2.2 Modelo de regressão de Poisson

Distribuição Poisson

A distribuição de Poisson foi introduzida por Poisson em 1837, como uma distribuição limite da distribuição binomial. Para uma variável aleatória Y que segue uma distribuição de Poisson $P(\lambda)$, a função de probabilidade é dada por:

$$f(y; \lambda) = \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!}, \quad \text{para } y = 0, 1, 2, \dots \quad (3.7)$$

E a função geradora de momentos para essa distribuição é:

$$M(t; \lambda) = \exp\{\lambda[\exp(t) - 1]\}. \quad (3.8)$$

Já os cumulantes dessa distribuição são todos iguais a λ , e o r -ésimo momento central λ_r (para $r \geq 2$) pode ser obtido pela fórmula de recorrência:

$$\lambda_r = \lambda \sum_{i=0}^{r-1} \binom{r-1}{i} \lambda_i, \quad \lambda_0 = 1. \quad (3.9)$$

Segundo McCullagh e Nelder (1989), quando $\lambda \rightarrow \infty$,

$$\frac{(Y - \lambda)}{\sqrt{\lambda}} \rightarrow_d N(0, 1). \quad (3.10)$$

Isso implica que para valores grandes de λ , Y segue aproximadamente uma distribuição normal com média λ e desvio padrão $\sqrt{\lambda}$. Aplicar um modelo normal linear para λ pode ser um problema, pois o desvio padrão depende da média, inviabilizando o uso de um modelo normal linear homocedástico. Para contornar essa dificuldade, uma transformação pode ser aplicada aos dados para alcançar a normalidade e constância da variância.

Portanto, para amostras aleatórias Y_1, \dots, Y_n com $Y_i \sim \text{Poisson}(\lambda_i)$, um modelo linear que pode ser utilizado para λ_i grandes é:

$$\sqrt{Y_i} = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + \epsilon_i, \quad (3.11)$$

em que $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, conforme discutido por Paula (2010) em exemplos de sobrevivência de bactérias.

Modelo de regressão de Poisson

Dentro dos tipos de MLG's tem-se o modelo de regressão de Poisson, utilizado para análise de dados de contagem. De acordo com Paula (2010), se $Y_i \sim \text{Poisson}(\mu_i)$, $i = 1, \dots, n$ com parte sistemática $g(\mu_i) = \eta_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}$, as funções de ligação mais conhecidas são:

- Logarítmica: $g(\mu_i) = \log \mu_i$.
- Raiz Quadrada: $g(\mu_i) = \sqrt{\mu_i}$.
- Identidade: $g(\mu_i) = \mu_i$.

Quando as unidades experimentais são observadas em diferentes instantes de tempo t_i 's e assumi-se que a variável resposta segue a distribuição $Y_i \sim P(\lambda_i t_i)$, $i = 1, \dots, n$, um modelo linear generalizado (MLG) com distribuição de Poisson e função de ligação logarítmica é dado por:

$$\log \mu_i = \theta \log t_i + \mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\beta}, \quad (3.12)$$

em que $\log t_i$ desempenha o papel de *offset*. Neste caso, os tempos t_i s são incluídos como valores da variável explicativa $\log T_i$. Para a verificação se o $\log t_i$ segue no modelo como *offset*, deve ser realizado o teste com as hipóteses $H_0 : \theta = 1$ contra $H_1 : \theta \neq 1$. Além disso, \mathbf{x}_i^\top representa o vetor transposto das covariáveis e $\boldsymbol{\beta}$ representa o vetor dos parâmetros estimados.

O estimador de máxima verossimilhança $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ é consistente, eficiente e tem distribuição assintótica dada por $\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta} \sim N_p(\mathbf{0}, (\mathbf{X}^\top \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1})$. Conseqüentemente, de forma análoga, a variância do estimador é dada por $Var(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = (\mathbf{X}^\top \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1}$, em que $\mathbf{W} = \text{diag}\{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ é a matriz diagonal de pesos que incorpora informações sobre a distribuição e a função de ligação utilizada, com $w_i = \frac{(d\mu_i/d\eta_i)^2}{\mu_i}$. Em particular, quando a função de ligação for logarítmica, tem-se que $w_i = \mu_i$ (PAULA, 2010).

A qualidade do ajuste pode ser avaliada por meio da função desvio, que em particular para ligação logarítmica é expressa da forma:

$$D(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\mu}}) = \sum_{i=1}^n y_i \log(y_i / \hat{\mu}_1). \quad (3.13)$$

Modelo de Poisson-Inversa Gaussiana

O Modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, ou *PIG* (*Poisson Inverse Gaussian*), foi proposto por Holla (1967) como uma mistura das distribuições de Poisson e Gaussiana inversa. Este modelo é uma evolução do modelo de Poisson, utilizado como alternativa robusta em situações em que os dados de contagem têm características específicas, como superdispersão e forte assimetria à direita.

Hilbe (2014) destaca que o modelo *PIG* é uma alternativa ao modelo binomial negativo, com o qual compartilha a característica de ser um modelo de mistura. Enquanto o binomial negativo combina distribuições Poisson e Gamma, o modelo *PIG* utiliza uma mistura de Poisson e Gaussiana inversa. Isso permite que o *PIG* capture nuances nos dados que outras abordagens podem falhar em representar adequadamente, especialmente em cenários de superdispersão.

De acordo com Hilbe, a função de densidade de probabilidade *PIG* é representada da seguinte forma:

$$f(y; \mu, \phi) = \sqrt{\frac{\phi}{2\pi y^3}} \exp\left(\frac{-\phi(y - \mu)^2}{2\mu^2 y}\right), \quad (3.14)$$

com $\{y, \mu, \phi\} > 0$.

Duarte (2021), expressa que a esperança e a variância da distribuição da variável resposta, relacionada ao modelo *PIG*, podem ser descritas por meio de uma função de ligação logarítmica:

$$E(Y_i | \mathbf{x}_i^\top) = \mu_i = e^{\mathbf{x}_i^\top \beta}, \quad (3.15)$$

e

$$Var(Y_i | \mathbf{x}_i^\top) = \frac{\mu_i^3}{\sigma} + \mu_i = \mu_i \left(\frac{\mu_i^2}{\sigma} + 1 \right). \quad (3.16)$$

Existem duas motivações principais para o uso do modelo Poisson-Inversa Gaussiana. A primeira é a necessidade de modelar dados com pico inicial elevado, seguido de uma assimetria longa à direita, e a segunda é a incapacidade que os modelos Poisson e binomial negativa tem de se ajustar a dados superdispersos.

3.2.3 Avaliação do ajuste de modelo

Quando se trabalha com modelagem de dados, é imprescindível utilizar métodos que permitam comparar modelos e assegurar que o ajuste esteja adequado e atenda ao objetivo proposto. Diversas métricas auxiliam nesse processo de comparação; no entanto, elas oferecem apenas uma visão parcial da qualidade do ajuste. Por isso, é fundamental utilizar embasamento teórico para obter informações complementares e garantir a adequação do modelo.

A seguir, são apresentadas algumas dessas métricas: o Critério AIC, BIC e Deviance, discutidos por Nagamini (2007), e a distância de Cook, abordada por Cook (1982).

Deviance

De acordo com Nagamini (2007), a deviance avalia a adequação de um modelo o comparando com um modelo idealizado, no qual cada observação é perfeitamente ajustada pelo modelo. Em outras palavras, ela mede a discrepância entre os dados observados e o modelo em análise. Nagamini descreve a fórmula da deviance do seguinte modo:

$$D = -2\log\mathcal{L}(M_k), \quad (3.17)$$

em que $\mathcal{L}(M_k)$ representa a função de verossimilhança associada ao modelo M_k . Nesse contexto, os graus de liberdade são determinados pela diferença entre o número total de observações N e o número de parâmetros k estimados pelo modelo. Entre os modelos analisados, aquele que apresenta o menor valor de deviance é considerado o mais ajustado aos dados.

Critérios de Informação: AIC e BIC

Os critérios de informação, segundo Nagamini(2007), são ferramentas amplamente utilizadas para comparar modelos estatísticos, considerando tanto o ajuste aos dados quanto a penalização pela complexidade do modelo. Dentre esses critérios, são destacados o AIC (Critério de Informação de *Akaike*) e o BIC (Critério de Informação *Bayesiano*).

Proposto por Akaike (1973), o AIC é definido pela expressão:

$$AIC = -2\log\mathcal{L}(M_k) + 2k. \quad (3.18)$$

Este critério busca equilibrar a qualidade do ajuste com a simplicidade do modelo, penalizando modelos mais complexos. O modelo que apresentar o menor valor de AIC é considerado o mais ajustado.

O BIC, descrito por Schwarz(1978), é escrito da seguinte forma:

$$AIC = -2\log\mathcal{L}(M_k) + k\log N, \quad (3.19)$$

em que N é o número de observações, k é a quantidade de parâmetros do modelo e $\log N$ representa a penalização pela complexidade do modelo que aumenta com o número de observações. Assim como no AIC, o modelo que apresenta o menor valor de BIC é considerado o mais adequado, mas o BIC tende a penalizar mais severamente a complexidade do modelo em comparação ao AIC, especialmente para conjuntos de dados maiores.

Distância de Cook

A distância de Cook é uma medida de influência global, de acordo com Cook (1982), é um método utilizado para identificar observações influentes em modelos, implemen-

tada principalmente na etapa de análise de resíduos. O objetivo desse método é avaliar o impacto de cada observação do modelo ajustado, indentificando possíveis pontos de influência excessiva que podem distorcer os resultados.

A implementação é realizada comparando o modelo ajustado com todos os dados e o modelo ajustado sem uma ou mais observações específicas. Uma das principais medidas utilizadas é o deslocamento da verossimilhança, que avalia o quanto a função da log-verossimilhança foi alterada por conta da remoção de uma observação

Para o i -ésimo caso, o deslocamento da verossimilhança LD_i é definido como:

$$LD_i = 2[L(\hat{\theta}) - L(\hat{\theta}_{(i)})], \quad (3.20)$$

em que:

- $L(\hat{\theta})$ é a log-verossimilhança do modelo ajustado com todos os dados;
- $L(\hat{\theta}_{(i)})$ é a log-verossimilhança do modelo ajustado sem a i -ésima observação.

Essa metodologia é aplicada para identificar tanto observações que alteram substancialmente os parâmetros do modelo quanto os casos em que há desvios sistemáticos não capturados pelo modelo. A interpretação do deslocamento LD_i pode ser associada ao intervalo de confiança assintótico baseado em uma distribuição qui-quadrado:

$$2[L(\hat{\theta}) - L(\hat{\theta}_{(i)})] \leq \chi^2(\alpha; q), \quad (3.21)$$

em que q é o número de parâmetros no modelo.

Capítulo 4

Análise Exploratória

Nesta seção do estudo, realiza-se uma análise descritiva, univariada e comparativa dos dados, considerando a evolução ano a ano de forma individual.

Na etapa inicial da análise, foram excluídas todas as observações que não se mostraram pertinentes ao objetivo do estudo. Esse processo envolveu a remoção de escolas que não estavam em funcionamento no ano de referência, aquelas que ofertavam níveis de ensino além do fundamental e as que apresentavam exclusivamente matrículas caracterizadas como educação especial exclusiva.

Conforme previamente mencionado, o conjunto de dados abrange um número expressivo de variáveis. Assim, a etapa inicial da análise compreendeu a limpeza e a seleção preliminar dessas variáveis, preservando apenas aquelas relevantes ao objetivo do estudo. Durante a depuração dos dados de 2023, identificou-se um volume considerável de valores ausentes (16.486 registros). Nessas observações, apenas informações básicas, como nome da instituição, código de identificação, município, estado, região e tipo de localização, estavam disponíveis. Dado que mais de 80% do formulário não continha informações essenciais para a análise, essas observações foram excluídas.

Após esse procedimento, verificou-se que o número total de escolas em funcionamento na região nordeste do Brasil, que ofertavam exclusivamente o ensino fundamental completo, foi de 7.938 em 2019 e 7.959 em 2023.

Por fim, as variáveis inicialmente selecionadas para a análise foram:

Quadro 4.1: Descrição das variáveis contidas nos anos de 2019 e 2023

Nº	Variável	Descrição
1	NO.REGIAO	Nome da Região Geográfica
2	NO.ENTIDADE	Nome da Escola
3	TP.LOCALIZACAO	Localização: 1 - Urbana, 2 - Rural
4	IN.BANHEIRO_PNE	Banheiro acessível, adequado ao uso de pessoas com deficiência ou mobilidade reduzida: 0 - Não, 1 - Sim
5	IN.SALA_ATENDIMENTO_ESPECIAL	Sala de Recursos Multifuncionais para Atendimento Educacional Especializado (AEE): 0 - Não, 1 - Sim
6	IN.ACESSIBILIDADE.CORRIMAO	Corrimãos e guarda corpos nas dependências da escola: 0 - Não, 1 - Sim
7	IN.ACESSIBILIDADE.ELEVADOR	Elevador nas dependências da escola: 0 - Não, 1 - Sim
8	IN.ACESSIBILIDADE.PISOS_TATEIS	Pisos táteis nas dependências da escola: 0 - Não, 1 - Sim
9	IN.ACESSIBILIDADE.VAO_LIVRE	Vão livre nas dependências da escola: 0 - Não, 1 - Sim
10	IN.ACESSIBILIDADE.RAMPAS	Rampas nas dependências da escola: 0 - Não, 1 - Sim
11	IN.ACESSIBILIDADE.SINAL_SONORO	Sinalização sonora nas dependências da escola: 0 - Não, 1 - Sim
12	IN.ACESSIBILIDADE.SINAL_VISUAL	Sinalização visual (piso/paredes) nas dependências da escola: 0 - Não, 1 - Sim
13	IN.ACESSIBILIDADE.SINAL_TÁTIL	Sinalização tátil (piso/paredes) nas dependências da escola: 0 - Não, 1 - Sim
14	IN.ACESSIBILIDADE.INEXISTENTE	Nenhum dos recursos de acessibilidade listados: 0 - Não, 1 - Sim
15	QT.PROF_PSIKOLOGO	Quantidade de profissionais que atuam na escola - Psicólogo(a) Escolar
16	QT.PROF_PEDAGOGIA	Quantidade de profissionais que atuam na escola - Profissionais de apoio e supervisão pedagógica
17	QT.PROF_MONITORES	Quantidade de profissionais que atuam na escola - Técnicos(as), monitores(as), supervisores(as) ou auxiliares de laboratório(s)
18	TP.AEE	Atendimento Educacional Especializado (AEE): 0 - Não oferece, 1 - Não exclusivamente, 2 - Exclusivamente
19	IN.FUND	Etapa de Ensino - Ensino Fundamental (Possui uma ou mais matrículas)
20	QT.MAT_ESP_CC	Número de Matrículas da Educação Especial Inclusiva
21	QT.TUR_ESP_CC	Número de Turmas de Educação Especial Inclusiva
22	QT.DOC_ESP_CC	Número de Docentes da Educação Especial Inclusiva

Outra questão identificada no conjunto de dados refere-se às variáveis associadas aos profissionais que atuam nas instituições de ensino. Em algumas observações, variáveis como “quantidade de profissionais psicólogos”, “monitores” e “supervisão pedagógica” apresentavam o valor 88888, o que não possui significado prático. Após a consulta à documentação oficial, verificou-se que, conforme estabelecido pelo censo escolar no Brasil no período de 2020 a 2023, foram adotados limites para as variáveis referentes ao número de profissionais nas instituições, conforme descrito a seguir:

- QT_PROF_PSIKOLOGO: 1 profissional para cada 25 matrículas;
- QT_PROF_PEDAGOGIA: 3 profissionais para cada 25 matrículas;
- QT_PROF_MONITORES: 2 profissionais para cada 25 matrículas.

Observações que continham o código “88888” indicavam valores que ultrapassavam os limites estabelecidos e excediam o número permitido de profissionais. Dado esse critério, todas as ocorrências desse código foram removidas do conjunto de dados.

Além disso, considerando a abrangência temporal da análise, algumas variáveis foram removidas ou adicionadas ao conjunto de dados ao longo do período. No ano de 2019, eliminou-se a variável *IN_RESERVA_PCD*, que indicava a existência de reserva de vagas para grupos específicos de estudantes, como Pessoas com Deficiência (PcD).

Já em 2023, novas variáveis foram incorporadas ao conjunto de dados. O Quadro 4.2 apresenta a descrição dessas variáveis:

Quadro 4.2: Descrição das variáveis contidas apenas no ano de 2023

Nº	Variável	Descrição
1	QT_PROF_ASSIST_SOCIAL	Quantidade de profissionais que atuam na escola - Orientador(a) comunitário(a) ou assistente social
2	QT_PROF_TRAD_LIBRAS	Quantidade de profissionais que atuam na escola - Tradutor e Intérprete de Libras para atendimento em outros ambientes da escola que não seja sala de aula
3	IN_MATERIAL_PED_BIL_SURDOS	Materiais pedagógicos para a educação bilíngue de surdos: 0 - Não, 1 - Sim

É relevante ressaltar que essas variáveis não serão consideradas na modelagem estatística, uma vez que não estão disponíveis em ambos os anos de comparação, impossibilitando uma análise comparativa consistente.

4.1 Recursos de acessibilidade

Para a análise comparativa entre os anos, inicialmente examina-se o comportamento das variáveis associadas à presença de recursos de acessibilidade nas escolas. Os gráficos apresentados na Figura 4.1 ilustram a proporção de instituições que dispõem desses recursos nos anos de 2019 e 2023. Cada gráfico representa um recurso específico, incluindo “sala de recursos AEE”, “banheiro acessível”, “corrimão”, “elevador”, “piso tátil”, “vão livre”, “rampas”, “sinal sonoro”, “sinal tátil” e “sinal visual”.

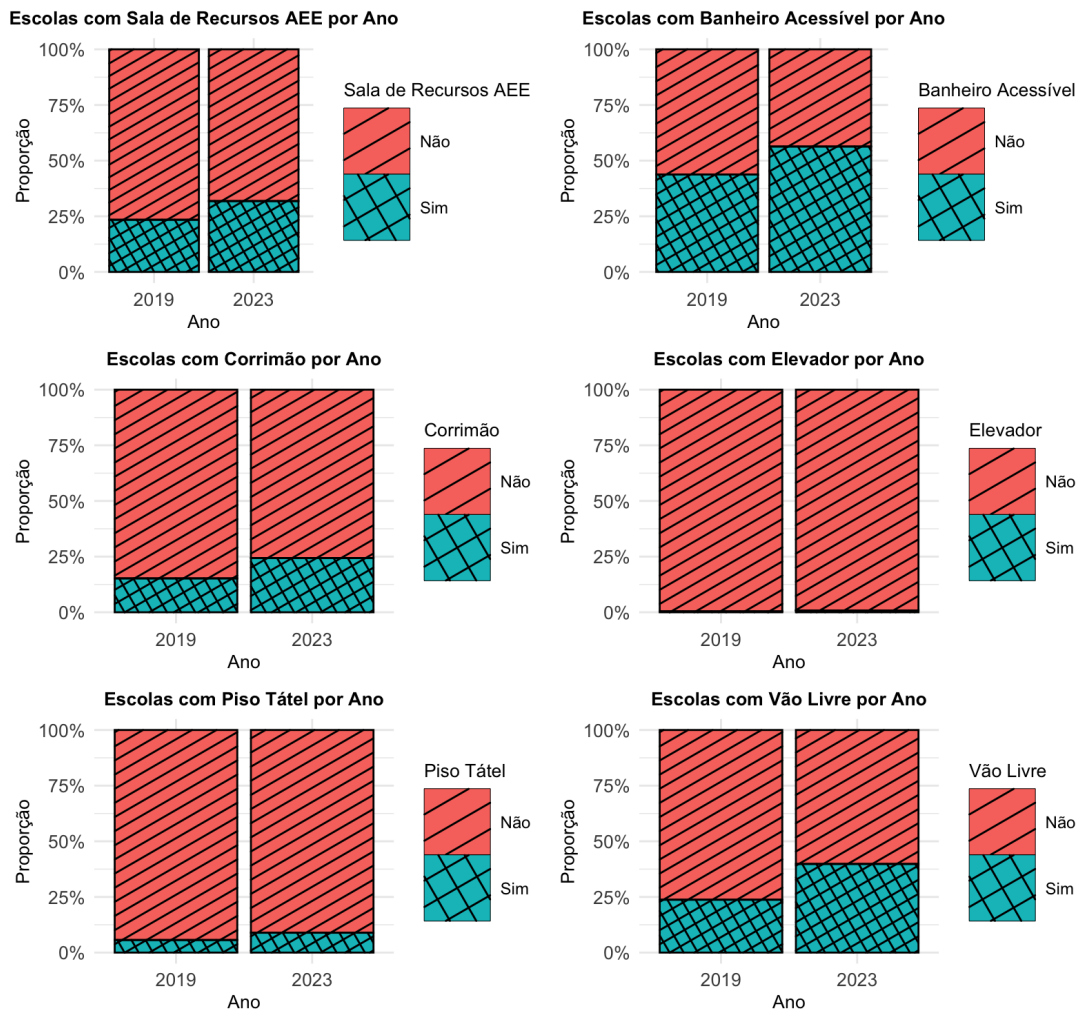


Figura 4.1: Gráficos de Mosaico para as Variáveis de Acessibilidade

Em 2019, aproximadamente 25% das escolas possuíam “sala de recursos AEE”, e essa proporção apresentou um crescimento de cerca de 5 pontos percentuais até 2023. No entanto, observa-se que a maioria das escolas ainda não dispõe desse recurso.

A presença de “banheiro acessível” nas instituições de ensino registrou um avanço mais expressivo, aumentando de aproximadamente 40% em 2019 para pouco mais de 50% em 2023. A proporção de escolas equipadas com corrimão também apresentou um crescimento, passando de 15% em 2019 para cerca de 25% em 2023, embora a maioria das escolas ainda não possua esse recurso. A presença de piso tátil aumentou de aproximadamente 10% em 2019 para pouco mais de 15% em 2023, enquanto a disponibilização de vão livre subiu de 15% para 20% no mesmo período.

Por outro lado, no que se refere à presença de elevadores, as mudanças foram mínimas com relação a proporção, permanecendo em níveis extremamente baixos em ambos os anos analisados, sugerindo que esse recurso ainda é pouco acessível na maior parte das

escolas.

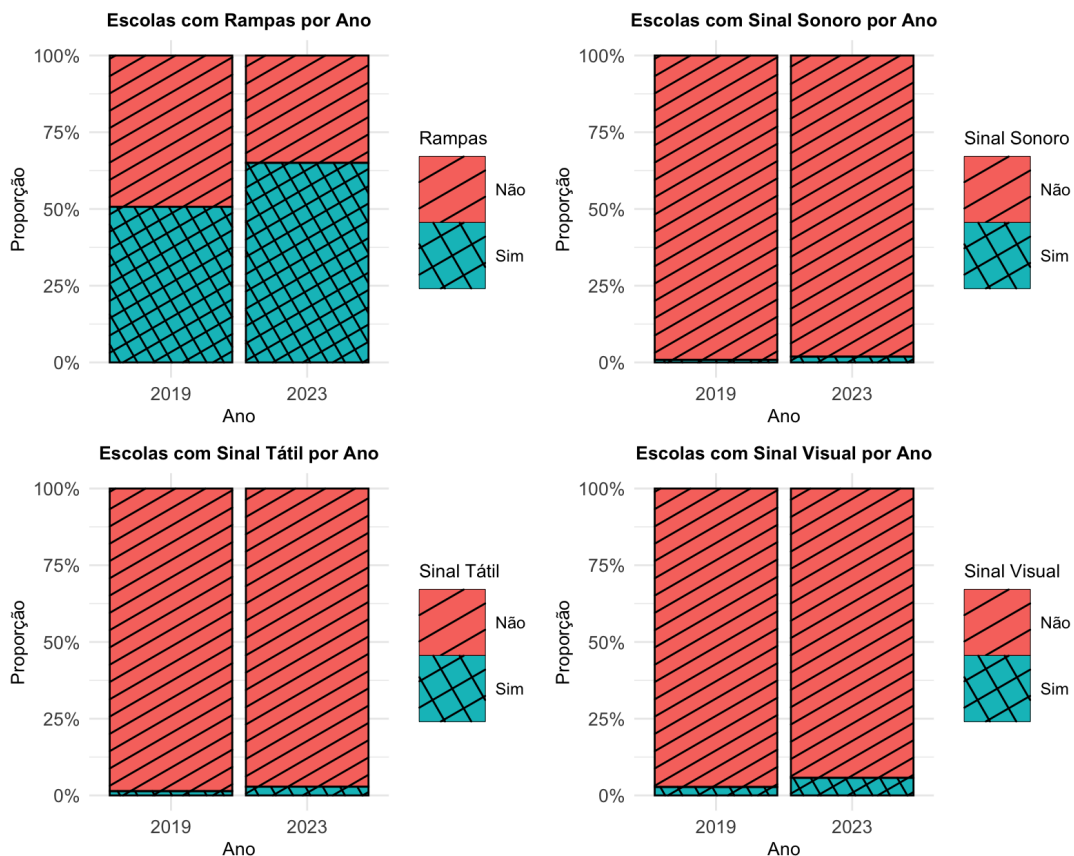


Figura 4.2: Gráficos de mosaico para as variáveis de acessibilidade restantes

Os gráficos apresentados na Figura 4.2 seguem a mesma estrutura dos anteriores, ilustrando a proporção de escolas que dispõem dos demais recursos de acessibilidade nos anos de 2019 e 2023.

Em 2019, aproximadamente 50% das escolas contavam com rampas, e essa proporção aumentou para mais de 60% em 2023, representando um avanço significativo na implementação desse recurso essencial. No entanto, observa-se que uma parcela considerável das escolas ainda não dispõe desse elemento fundamental para acessibilidade.

Por outro lado, a presença de sinais sonoros, táteis e visuais nas instituições de ensino permanece bastante limitada. Em 2019, a proporção de escolas com sinal visual era extremamente baixa e, apesar de um pequeno aumento em 2023, esse percentual continua inferior a 10%. O mesmo padrão é observado para os sinais táteis e sonoros, que registraram leves incrementos ao longo do período analisado, mas ainda estão presentes em menos de 10% das escolas.

Para uma análise mais detalhada da evolução dos recursos de acessibilidade entre 2019 e 2023, a Tabela 4.3 apresenta os números absolutos correspondentes.

Tabela 4.3: Quantidade absoluta de escolas com recursos de acessibilidade para os anos de 2019 e 2023

Recurso	2019	2023
Banheiro	3473	4479
Corrimão	1207	1934
Elevador	34	62
Piso tátil	449	708
Vão livre	1884	3163
Rampas	4020	5171
Sinal sonoro	69	150
Sinal tátil	111	226
Sinal visual	219	456

Embora os recursos como “elevador” e “sinais visual”, “sinal sonoro” e “sinal tátil” ainda apresentem proporções pouco expressivas, verificou-se um crescimento superior a 100% no período analisado, o que representa um avanço relevante. Contudo, é importante destacar que elevadores demandam um investimento financeiro elevado, o que justifica sua baixa presença nas escolas brasileiras.

No que se refere às variáveis associadas aos sinais de acessibilidade, apesar do aumento observado ao longo dos anos, a proporção de escolas que dispõem desses recursos permanece extremamente reduzida. Isso indica que, embora haja progresso, a acessibilidade por meio de sinalização ainda não está amplamente implementada no contexto educacional.

4.1.1 Medida de associação - razões de chance

Para examinar a associação entre os recursos de acessibilidade, que consistem em variáveis categóricas, as Figuras 4.3 e 4.4 apresentam as razões de chance (*odds ratio*) como medida de associação, sendo essas representadas por meio de mapas de calor (*heatmaps*).

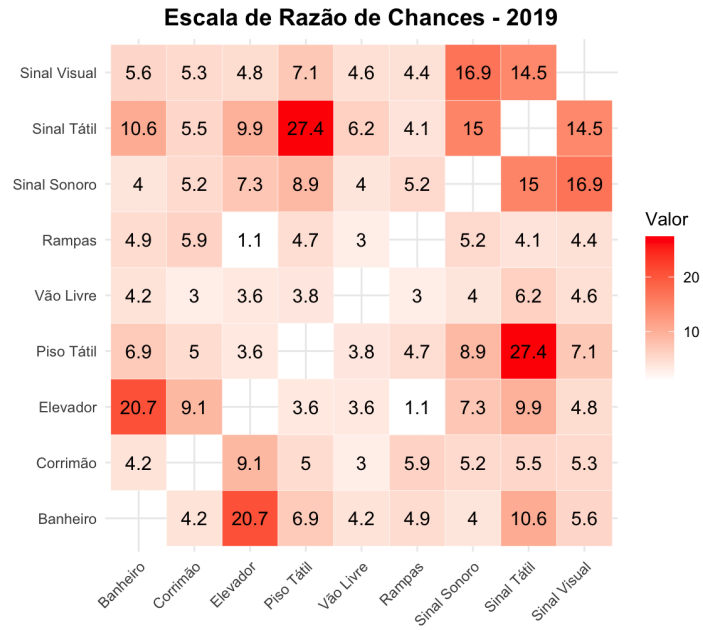


Figura 4.3: Gráfico heatmap das razões de chances para as variáveis recursos de acessibilidade no ano de 2019

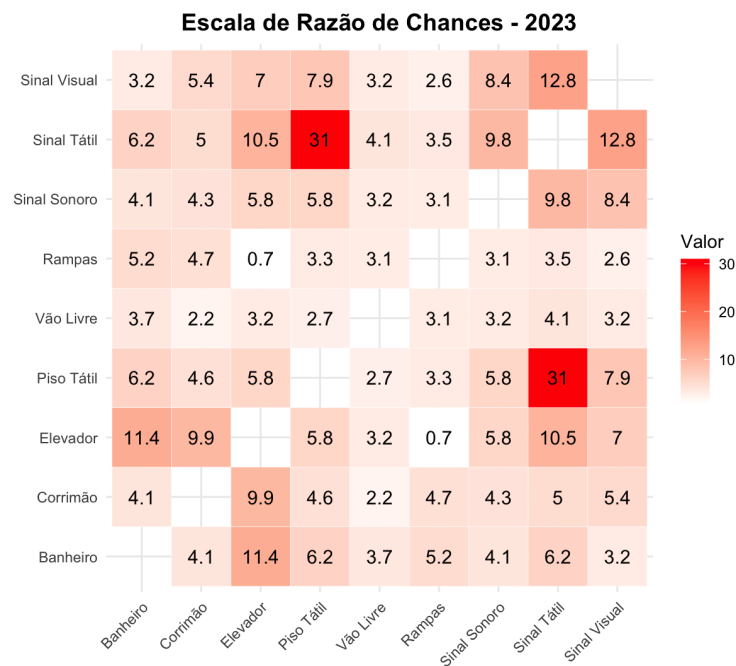


Figura 4.4: Gráfico heatmap das razões de chances para as variáveis recursos de acessibilidade no ano de 2023

No ano de 2019, observa-se que muitas variáveis apresentaram uma associação positiva mais forte em comparação a 2023. Entre as variáveis com menor associação nesse período, destacam-se “rampas” e “elevador”, cuja razão de chance foi de 1,1, indicando que essas variáveis são praticamente independentes entre si. No entanto, em 2023, essa associação torna-se negativa, com uma razão de chance inferior a 1, sugerindo que, em escolas que possuem elevador, a chance de também disporem de rampas é reduzida.

Em ambos os anos, as variáveis com maior associação são aquelas que apresentam menores proporções de acessibilidade nas escolas, o que é esperado, uma vez que recursos menos comuns tendem a estar presentes conjuntamente nas instituições que priorizam a acessibilidade. Um exemplo claro dessa relação é a forte associação entre sinal tátil e piso tátil, que compartilham um contexto de aplicação similar.

Um aspecto relevante diz respeito à variável “vão livre”. Embora apresente uma associação positiva relativamente forte (razão de chance > 1) em relação a outros recursos de acessibilidade, sua associação geral é mais baixa, indicando que sua presença não está tão diretamente relacionada à existência de outros elementos de acessibilidade nas escolas.

4.2 Profissionais

Algumas das variáveis incluídas no modelo referem-se à quantidade de profissionais atuantes nas escolas, abrangendo docentes da educação especial inclusiva, profissionais de apoio e supervisão pedagógica, psicólogos escolares, técnicos e monitores.

A Figura 4.5 apresenta um boxplot comparando a quantidade de profissionais de supervisão pedagógica nas escolas entre 2019 e 2023. Em ambos os anos, a mediana é próxima de zero, indicando que a maioria das instituições conta com poucos desses profissionais. Entretanto, em 2019, observa-se uma maior dispersão de valores atípicos, com algumas escolas registrando até 40 profissionais, um número significativamente superior à média. Em 2023, verifica-se uma leve redução desses outliers, sugerindo uma redistribuição mais uniforme do número de profissionais de supervisão pedagógica nas escolas ao longo do tempo.

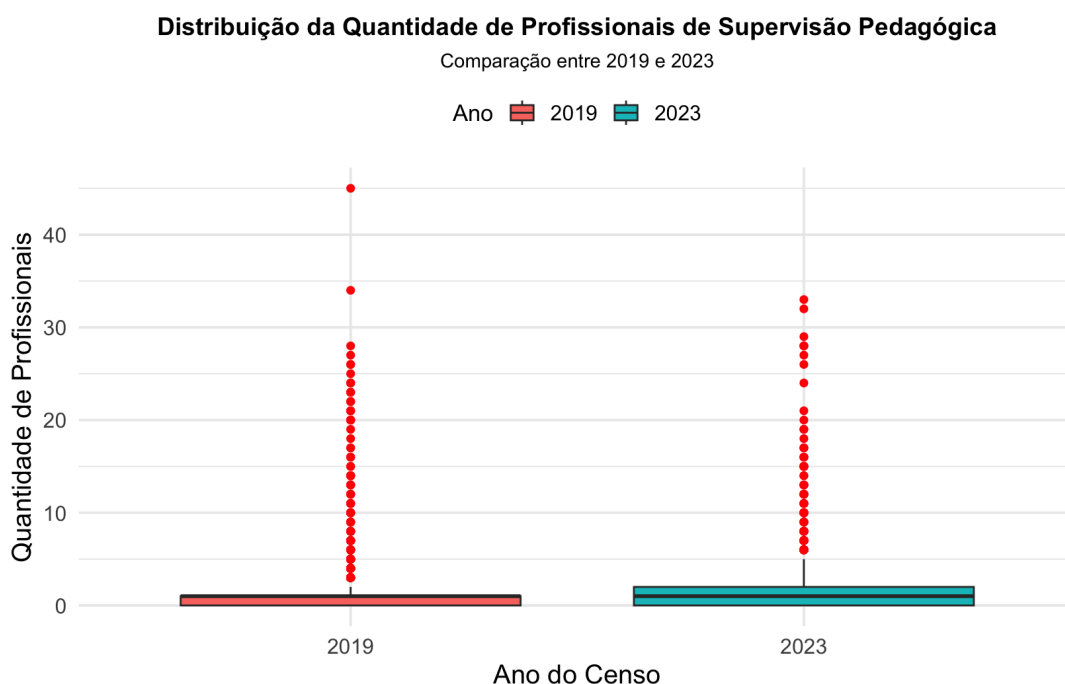


Figura 4.5: Boxplot da quantidade de profissionais de supervisão pedagógica por ano

No caso das variáveis associadas à quantidade de técnicos, monitores e psicólogos escolares, as representações gráficas convencionais, como histogramas e boxplots, não captaram adequadamente a distribuição dos dados. Isso se deve ao fato de que a maioria das escolas não dispõe desses profissionais, resultando em uma predominância de valores zero, os quais não são bem representados por esse tipo de gráfico. Dessa forma, as medidas descritivas dessas variáveis são apresentadas na Tabela 4.4, proporcionando uma visão mais clara sobre essa distribuição.

Tabela 4.4: Estatísticas descritivas dos profissionais por ano

Variável	Ano	Min.	1º Q.	Mediana	Média	3º Q.	Máx.
Técnicos e monitores	2019	0	0	0	0.18	0	36
	2023	0	0	0	0.27	0	20
Psicólogos escolares	2019	0	0	0	0.10	0	5
	2023	0	0	0	0.12	0	4

Observa-se um leve aumento na média do número de profissionais por escola ao longo do período analisado. No entanto, a mediana permanece em zero, evidenciando que a maioria das escolas ainda não conta com esses funcionários. Além disso, houve uma redução no número máximo de profissionais por instituição, indicando uma diminuição na concentração desses recursos em algumas escolas. Essa tendência é coerente com a implementação, a partir de 2020, de um limite para a quantidade de profissionais em

relação ao número de matrículas.

A Figura 4.6 apresenta histogramas comparando a quantidade de docentes da educação especial inclusiva nos anos de 2019 e 2023. Em 2019, a maioria das escolas contava com um número reduzido de professores, com a maior frequência concentrada entre 0 e 5 docentes. Já em 2023, observa-se uma leve mudança, com a maior concentração deslocando-se para a faixa de 5 a 15 docentes, indicando um aumento na presença desses profissionais em algumas instituições.

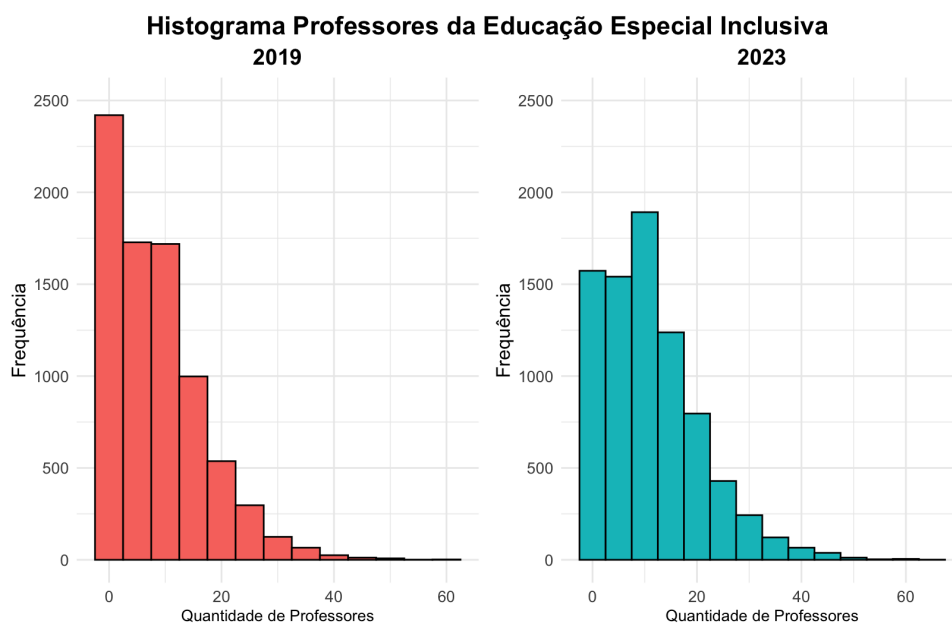


Figura 4.6: Histogramas de frequência de professores da educação especial inclusiva por ano

4.3 Salas e turmas

Nesta seção, são apresentadas as distribuições das variáveis “quantidade de turmas de educação especial Inclusiva” e “quantidade de salas acessíveis utilizadas” para os dois períodos analisados.

A Figura 4.7 ilustra a distribuição do número de turmas, que segue um padrão semelhante ao observado em outras variáveis. Em 2019, a maioria das escolas possuía um número reduzido de turmas, enquanto, em 2023, houve uma mudança na concentração dos valores, sugerindo um aumento na frequência de turmas destinadas à Educação Especial Inclusiva nas escolas.

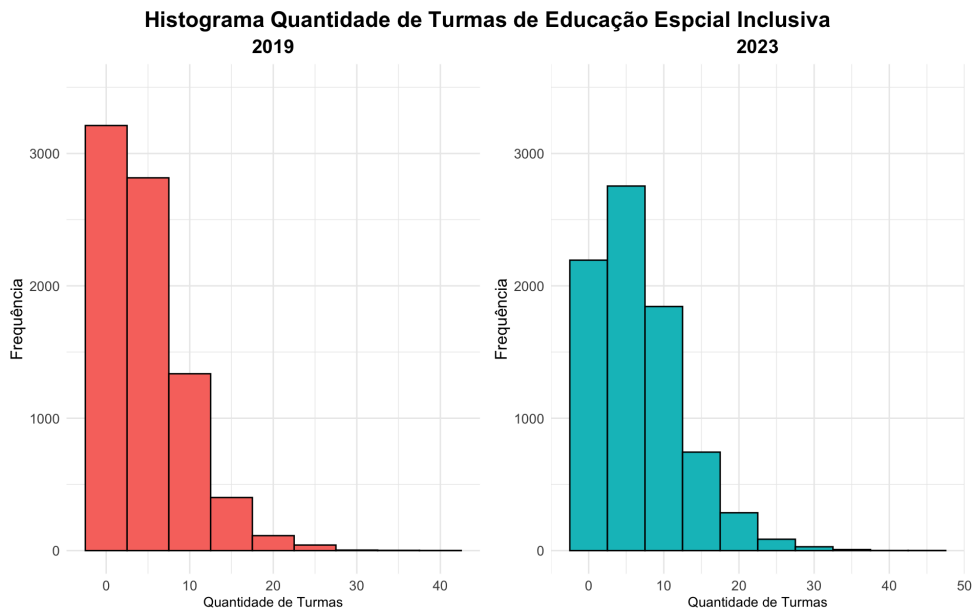


Figura 4.7: Histogramas de frequência de turmas de educação especial inclusiva por ano

No caso da variável “salas acessíveis”, representada na Figura 4.8, observa-se uma leve alteração entre 2019 e 2023. No entanto, em ambos os anos, a maior parte das escolas ainda não dispunha de salas acessíveis em uso, com a maior frequência de valores permanecendo próxima de zero, evidenciando a baixa presença desse recurso na infraestrutura escolar.

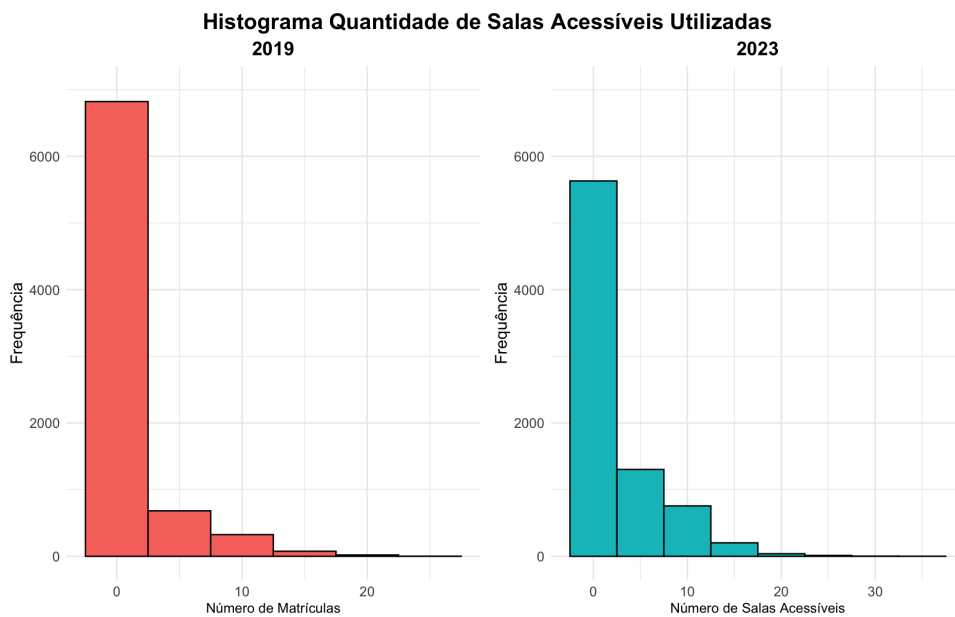


Figura 4.8: Histogramas de frequência de salas acessíveis utilizadas por ano

4.4 Matrículas

Nesta seção, realiza-se a análise da variável resposta número de matrículas na educação especial inclusiva. Inicialmente, conduz-se uma análise univariada, comparando o comportamento da variável nos anos de 2019 e 2023 em relação ao número de escolas. Posteriormente, examina-se sua relação com as demais variáveis do estudo.

A Figura 4.9 apresenta histogramas comparando a distribuição do número de matrículas na educação especial inclusiva entre 2019 e 2023. A análise dessas distribuições revela padrões semelhantes nos dois anos, com a maioria das escolas registrando entre 0 e 10 matrículas. Entretanto, em 2023, observa-se um leve aumento na frequência de escolas com matrículas mais elevadas, incluindo algumas com mais de 100 estudantes, um fenômeno menos comum em 2019.

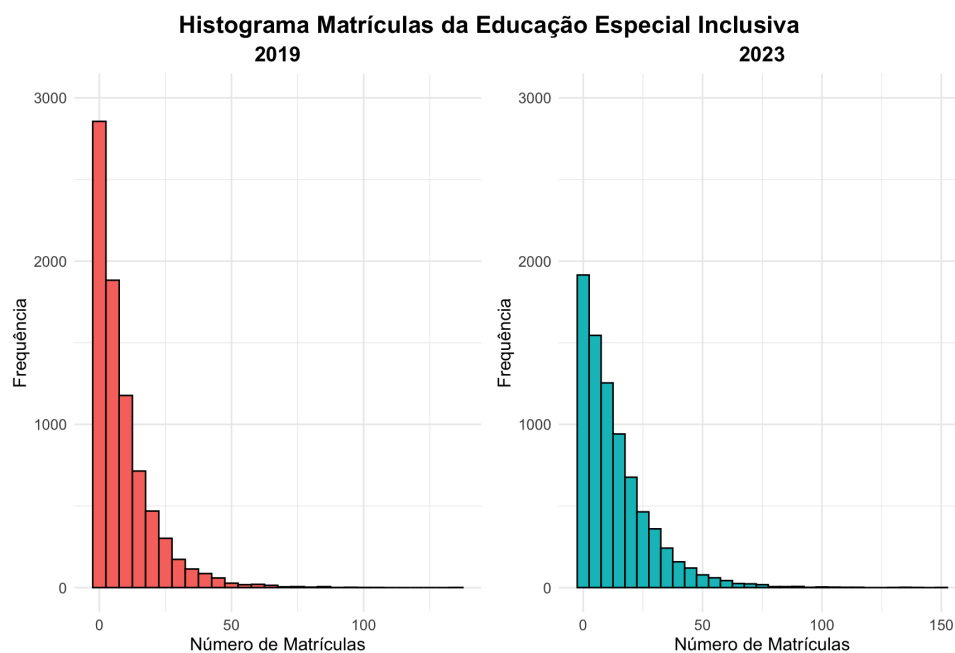


Figura 4.9: Histogramas de frequência de matrículas da educação Especial Inclusiva por Ano

Embora a distribuição permaneça fortemente assimétrica à esquerda, evidenciando que muitas escolas possuem poucas ou nenhuma matrícula na educação especial inclusiva, nota-se um aumento da cauda direita em 2023, o que pode indicar um movimento de ampliação da inclusão escolar. No entanto, a maioria das escolas ainda apresenta baixos números de matrículas, refletindo desafios estruturais na expansão da educação inclusiva.

Essa alta concentração de valores próximos a zero pode representar dificuldades na modelagem estatística, caso não seja devidamente considerada. A Figura 4.10 reforça

esse padrão, evidenciando que todas as escolas com mais de 20 matrículas são classificadas como outliers.

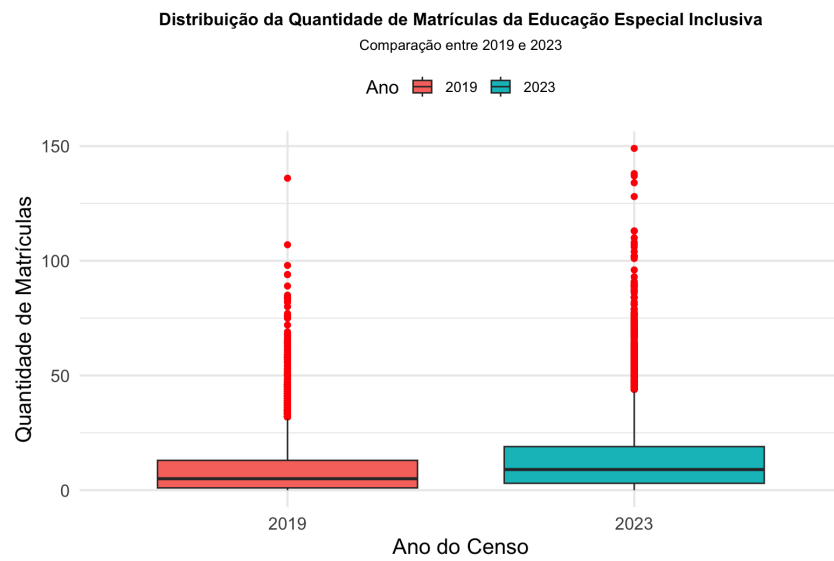


Figura 4.10: Boxplot de matrículas da educação especial inclusiva por ano

As Figuras 4.11 e 4.12 ilustram a distribuição das matrículas na educação especial por município na região nordeste do Brasil, nos anos de 2019 e 2023.

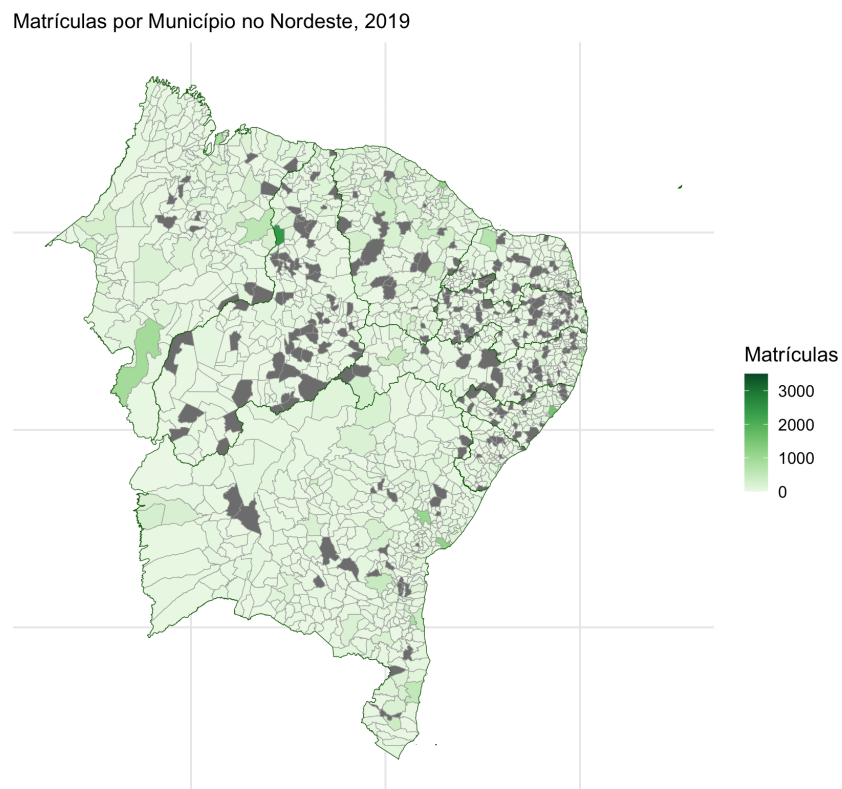


Figura 4.11: Gráfico de matrículas de educação especial por município da região nordeste - 2019

Em 2019, os municípios com maior número de matrículas foram Teresina-PI (2.417 matrículas), seguido por Maceió-AL (1.557 matrículas) e Natal-RN (1.226 matrículas). Entre os estados, a Bahia liderou com 21.142 matrículas, seguida pelo Ceará (14.287) e pelo Maranhão (10.678). Observa-se, contudo, que muitos municípios não registraram nenhuma matrícula em Educação Especial. Na Paraíba, por exemplo, quase metade dos municípios (98) não possuía nenhuma matrícula, e o Piauí também apresentava um número significativo de municípios sem registros (57 municípios).

Já em 2023, Fortaleza-CE tornou-se o município com o maior número de matrículas, totalizando 3.370 estudantes, seguido por Teresina-PI (3.064 matrículas), representando um crescimento de 25% em relação a 2019, e Salvador-BA (2.862 matrículas). Comparando-se a 2019, Salvador mais que dobrou seu número de matrículas, enquanto Fortaleza triplicou. Entre os estados, a Bahia manteve a liderança com 30.083 matrículas, seguida pelo Ceará (22.481) e pelo Maranhão (14.630). A Bahia se destaca como o estado com maior número de matrículas nos dois períodos analisados, um reflexo de seu grande número de municípios. No entanto, a Paraíba permaneceu como o estado com o maior número de municípios sem matrículas em educação especial, totalizando 82 municípios sem registros em 2023.

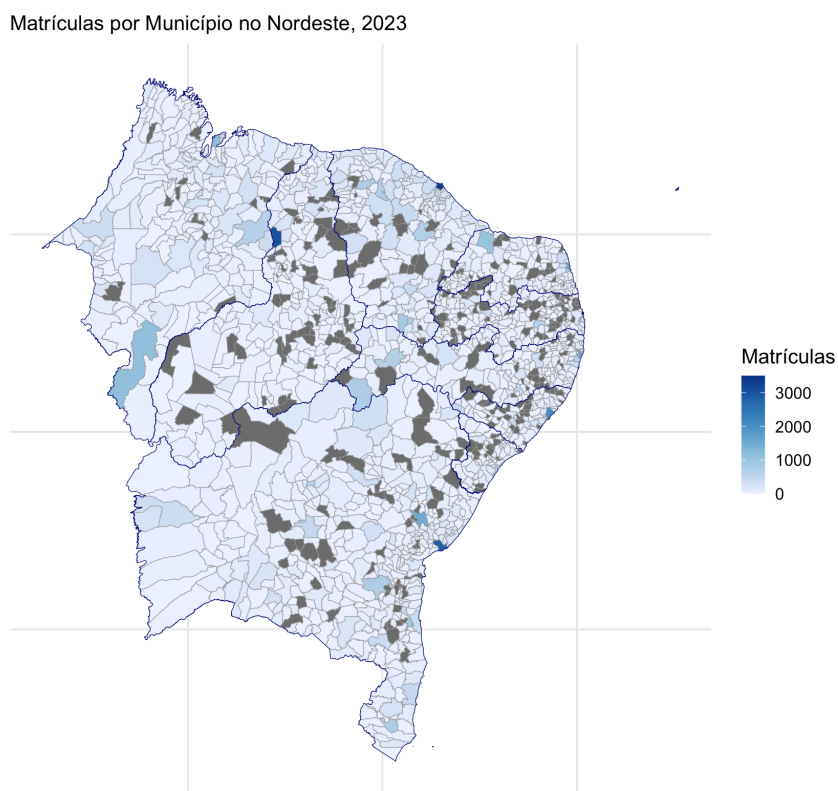


Figura 4.12: Gráfico de matrículas de educação especial por município da região nordeste - 2023

Outro aspecto relevante observado nas Figuras 4.11 e 4.12 é o aumento no número de municípios da Bahia sem registros de matrículas na educação especial em 2023 em comparação a 2019. Esse fenômeno pode estar relacionado à ausência de dados reportados ao Censo Escolar, uma vez que um número significativo de escolas não enviou suas informações naquele ano, conforme mencionado anteriormente.

Antes da análise bivariada, a Figura 4.13 apresenta a evolução das matrículas na educação especial inclusiva ao longo do tempo, com base no painel de dados disponibilizado pelo INEP. Observa-se um crescimento de 35% no número de matrículas entre 2019 e 2023, sendo que o maior aumento ocorreu entre 2022 e 2023. Além disso, destaca-se que a percentual de alunos incluídos em classes comuns atingiu 99,2% em 2023, um incremento de 1,5% em relação a 2019.

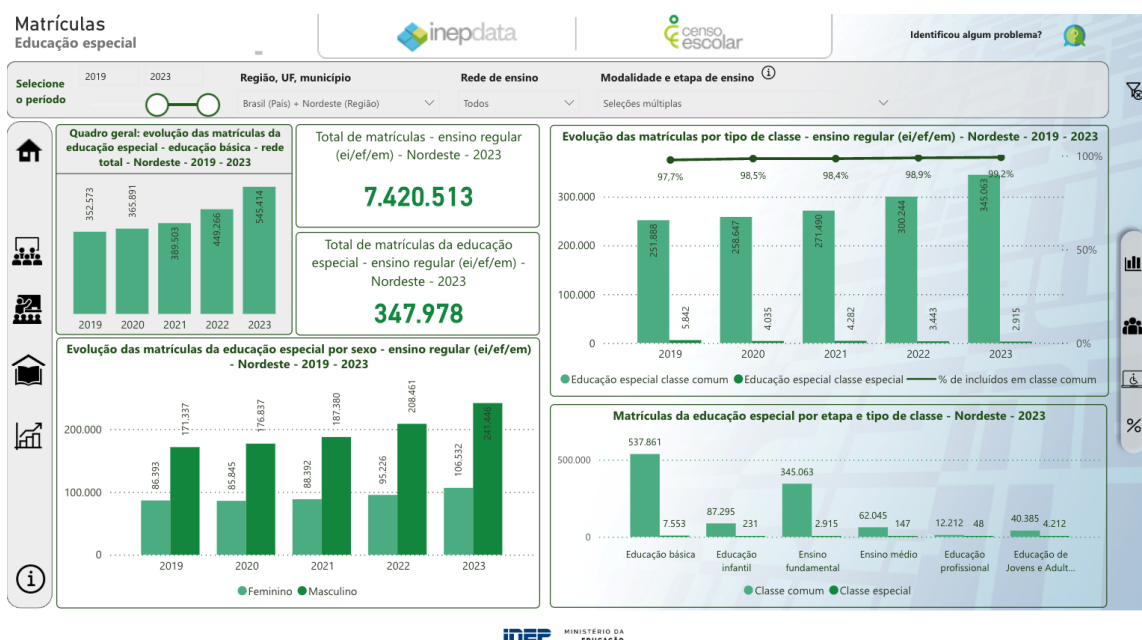


Figura 4.13: Painel de dados das matrículas da educação especial do período de 2019 até 2023, segundo INEP

Outro dado relevante, extraído do painel informativo do INEP, refere-se à distribuição percentual dos estudantes da Educação Fundamental por tipo de deficiência, transtorno do espectro autista (TEA) ou altas habilidades/superdotação, conforme apresentado na Tabela 4.5.

Nota-se que a maioria das porcentagens diminuiu em 2023, quando comparadas a 2019, exceto para o transtorno do espectro autista (TEA), cuja proporção dobrou no período analisado.

Este aumento no número de alunos com TEA trás algumas reflexões. Com a publicação

Tabela 4.5: Porcentagem de matrículas do ensino fundamental por tipo de deficiência, TEA ou Superdotação nos anos de 2019 e 2023 na região Nordeste

Deficiência/TEA/Superdotação	2019	2023
Deficiência intelectual	67,4%	56,2%
Deficiência física	10,3%	7,7%
Surdez	2,2%	1,1%
Deficiência auditiva	3,1%	2,2%
Surdocegueira	0,1%	0%
Cegueira	0,6%	0,4%
Baixa visão	8,1%	6,5%
Deficiência múltipla	5,7%	4,4%
Altas habilidades ou superdotação	1,3%	1%
Transtorno do espectro autista	16,6%	34,6%

do DSM-5 em 2013, o diagnóstico de Transtorno do Espectro Autista (TEA) passou por mudanças consideráveis, unificando categorias antes separadas dentro dos Transtornos Globais do Desenvolvimento (TGD) (SOARES & BRITO, 2024). Esse alargamento conceitual contribuiu para o aumento no número de diagnósticos, pois incorporou um espectro mais amplo de características clínicas. Além disso, o maior conhecimento sobre o TEA e a maior conscientização da população também influenciaram esse crescimento. No entanto, debates sobre a possibilidade de hiperdiagnóstico surgiram, uma vez que a interpretação dos critérios diagnósticos pode variar entre profissionais e contextos, levantando questionamentos sobre a precisão e confiabilidade do diagnóstico (SOARES & BRITO, 2024).

Não é possível afirmar que o aumento se deve exclusivamente a casos como este, mas essas considerações são relevantes e devem ser analisadas com atenção. Além disso, é inegável que o contexto da pandemia teve um impacto significativo na vida desses estudantes e suas famílias. Esse cenário reforça a necessidade da implementação de rotinas e políticas educacionais inclusivas, visando o bem-estar e o suporte adequado a esses alunos (FERNANDES, SILVA & SOUZA, 2021).

4.4.1 Análise bivariada

Dando continuidade, agora com a análise bivariada, os gráficos apresentados na Figura 4.14 evidenciam uma relação positiva entre o número de matrículas e o número de professores, sugerindo que o aumento no número de matrículas está associado a um crescimento no número de docentes. O coeficiente de correlação de Pearson foi calculado para quantificar essa relação, resultando em $r = 0,68$ para 2019 e $r = 0,72$ para 2023, valores

que indicam uma forte correlação linear positiva em ambos os anos.

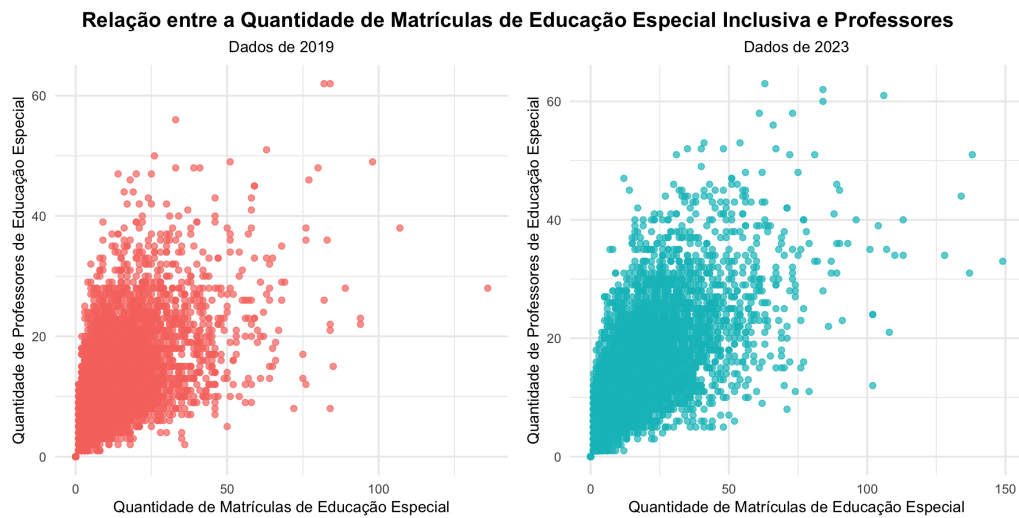


Figura 4.14: Gráfico de dispersão do número de matrículas de educação especial por número de professores

Nos gráficos da Figura 4.15, a relação positiva entre o número de matrículas e o número de turmas torna-se ainda mais evidente, com os pontos se alinhando mais proximamente à reta de tendência. Esse comportamento é esperado, uma vez que o número de turmas está diretamente relacionado à quantidade de alunos matriculados. O coeficiente de correlação de Pearson para essa relação foi de $r = 0,88$ em ambos os anos, indicando uma correlação linear positiva muito forte.

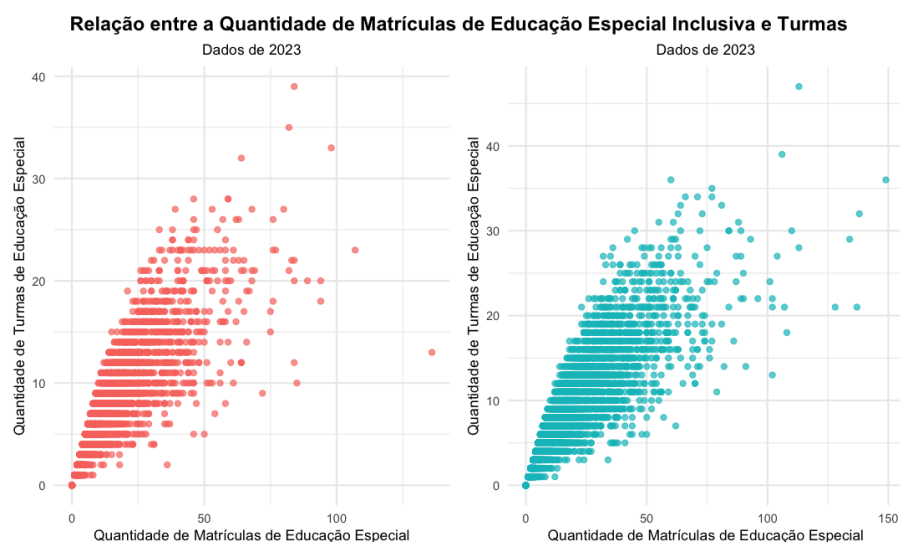


Figura 4.15: Gráfico de dispersão do número de matrículas de educação especial por número de turmas

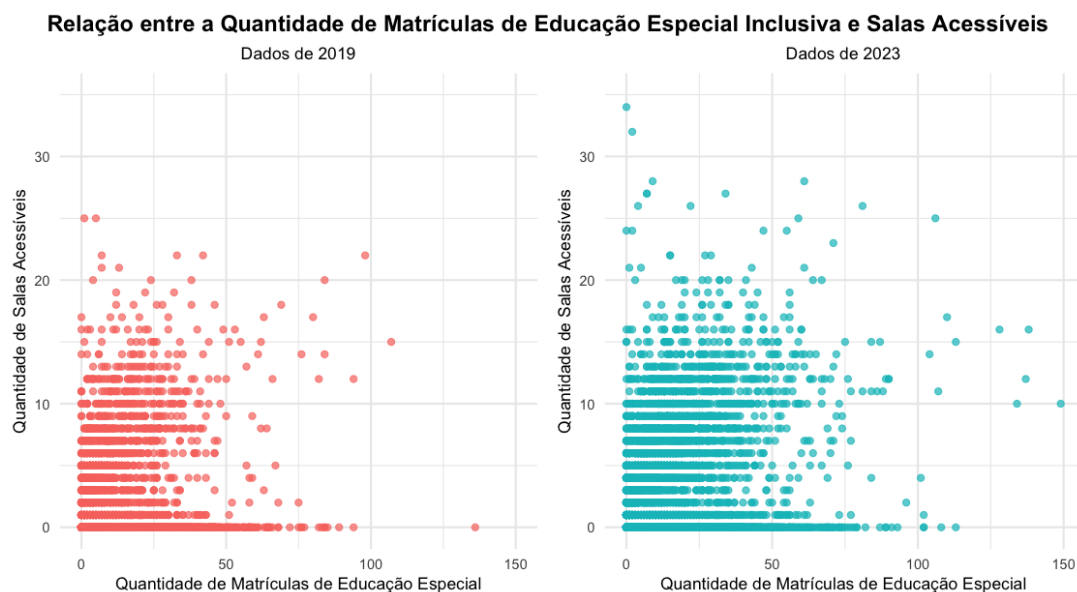


Figura 4.16: Gráfico de dispersão do número de matrículas de educação especial por número de salas acessíveis

A Figura 4.16 ilustra a relação entre o número de matrículas e o número de salas acessíveis nos anos de 2019 e 2023. Apesar de a linha de tendência indicar um crescimento, a dispersão dos pontos revela uma relação inconsistente, ou seja, o aumento no número de matrículas não está necessariamente associado a um aumento no número de salas acessíveis. Em diversas observações, verifica-se que o número de salas acessíveis permanece baixo mesmo em escolas com um número elevado de matrículas, e vice-versa. Essa falta de associação é confirmada pelos coeficientes de correlação de Pearson, que resultaram em $r = 0,24$ para 2019 e $r = 0,3$ para 2023, indicando uma correlação linear positiva fraca em ambos os anos.

A relação entre o número de matrículas e o número de monitores, representada na Figura 4.17, revela uma associação ainda menos evidente. A linha de tendência da dispersão mantém-se praticamente paralela ao eixo x, indicando a ausência de uma correlação significativa entre essas variáveis. Essa observação é corroborada pelos coeficientes de correlação de Pearson, que resultaram em $r = 0,09$ em ambos os anos, confirmando uma relação extremamente fraca.

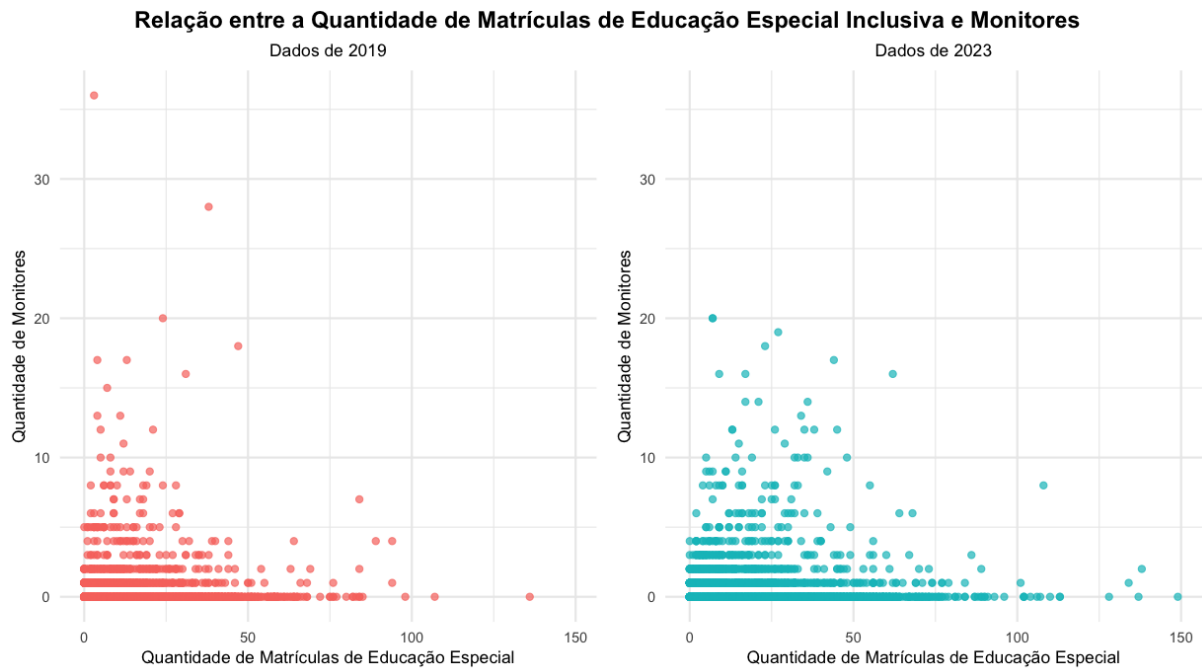


Figura 4.17: Gráfico de dispersão do número de matrículas de educação especial por número de monitores

Na sequência da análise, são apresentadas as razões de chance (*odds ratio*) para cada uma das variáveis categóricas que representam recursos de acessibilidade, analisadas em associação com o número de matrículas na educação especial inclusiva. Para essa avaliação, a variável de matrícula foi dicotomizada em dois grupos: “sucesso” (número de matrículas > 0) e “fracasso” (número de matrículas $= 0$). Além disso, foram calculados intervalos de confiança com um nível de 95%.

O gráfico da figura 4.18, que apresenta as razões de chance para 2019, destaca a variável “banheiro” como a de maior razão de chance, indicando uma forte associação entre a presença desse recurso e o número de matrículas na educação especial inclusiva. Em seguida, observa-se a variável “rampas”, que também apresenta uma razão de chance elevada.

Por outro lado, a variável “sinal Visual” exibe a menor razão de chance, com valores próximos de 1, sugerindo nenhuma relação significativa com o número de matrículas. A variável “sinal tátil”, apesar de apresentar uma das maiores razões de chance, possui um intervalo de confiança amplamente distribuído, refletindo o fato de que poucas escolas dispunham desse recurso no período analisado. Um padrão semelhante é observado para as variáveis “sinal sonoro” e “elevador”, cujas razões de chance apresentam grande variação e baixa precisão devido à reduzida representatividade dessas infraestruturas na amostra.

Em 2023, conforme ilustrado na figura 4.19, algumas variáveis mantêm um padrão

semelhante ao de 2019, como "vão livre", "banheiro", "rampas" e "corrimão", que continuam apresentando altas razões de chance. Essas variáveis já haviam sido destacadas na seção 5.1 por possuírem as maiores proporções de acessibilidade nas escolas analisadas.

Adicionalmente, observa-se que os intervalos de confiança das variáveis "sinal tátil" e "sinal sonoro" reduziram-se, refletindo o aumento no número de escolas que passaram a oferecer esses recursos, cujo número dobrou de 2019 para 2023. No entanto, apesar do dobro de escolas com elevadores em 2023, essa variável ainda representa uma porcentagem muito baixa da amostra (cerca de 0,85%), o que impacta negativamente a precisão da estimativa, resultando em um intervalo de confiança mais amplo.

Por fim, a variável "sinal visual" permanece como o recurso com a menor razão de chance, com valores próximos de 1, indicando nenhuma influência significativa desse recurso no número de matrículas nas escolas analisadas.

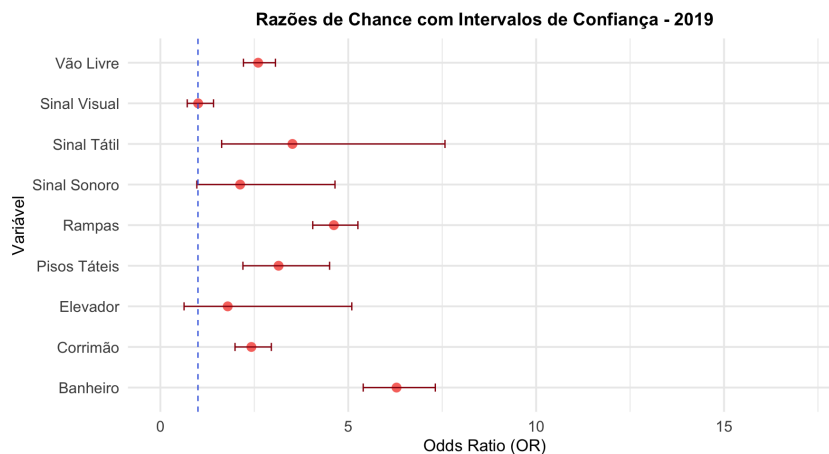


Figura 4.18: Gráfico das razões de chance com intervalos de confiança do número de matrículas com relação aos recursos acessíveis para o ano de 2019

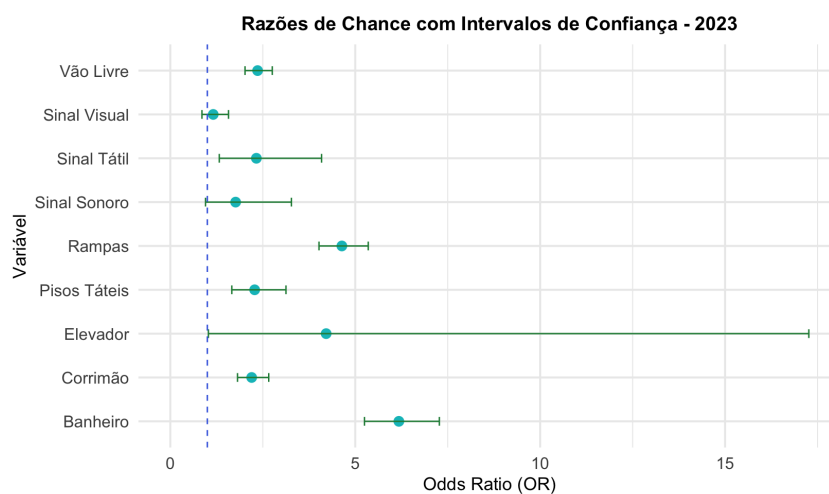


Figura 4.19: Gráfico das razões de chance com intervalos de confiança do número de matrículas com relação aos recursos acessíveis para o ano de 2023

Capítulo 5

Aplicação do Modelo

Em um estudo aprofundado em estatística, a modelagem de dados se destaca como uma ferramenta valiosa para descrever a relação entre a variável principal do estudo – neste caso, as matrículas de educação especial – e as demais variáveis do conjunto de dados, denominadas covariáveis. A análise exploratória dos dados fornece diversos insumos que podem indicar qual modelo apresenta o melhor ajuste e quais covariáveis explicam de forma mais eficiente a variável resposta.

Inicialmente, a análise exploratória revelou que o número de matrículas apresenta uma alta concentração de valores iguais a zero. Por conta disso, o ajuste inicial proposto foi um modelo inflacionado de zeros. Nesse tipo de abordagem, dois modelos são comumente utilizados para analisar dados de contagem: o Poisson inflacionado de zeros (ZIP) e o binomial negativo inflacionado de zeros (ZINB).

No caso dos dados deste estudo, a variância das matrículas, que é de 130,38, supera significativamente a média de 9,03, indicando a presença de superdispersão. Diante desse cenário, o modelo ZINB é a escolha mais apropriada, pois oferece maior robustez para lidar com dados que apresentam alta variabilidade. A função de ligação adotada foi a logarítmica.

De acordo com a abordagem descrita por Nagamini (2007), a fórmula do modelo Binomial Negativo Inflacionado de Zeros é expressa como:

$$f(y, \omega, \lambda, k) = \begin{cases} (1 - \omega) + \omega \left(\frac{k}{k+\lambda}\right)^k, & \text{se } y = 0, \\ \omega \frac{\Gamma(y+k)}{\Gamma(k)\Gamma(y+1)} \left(\frac{k}{k+\lambda}\right)^k \left(\frac{\lambda}{k+\lambda}\right)^y, & \text{se } y = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (5.1)$$

em que:

- λ representa a média da distribuição Binomial Negativa (k, λ) ;
- k é o parâmetro de dispersão, que assumi-se como independente das covariáveis e satisfaz $k \geq 0$;
- $1-\omega$ define a proporção de zeros que não é explicada pela componente da distribuição do modelo;
- ω é restrito ao intervalo $0 < \omega < 1$.

Após diversos ajustes, o modelo não apresentou um bom desempenho para os dados dos anos de 2019 e 2023, evidenciando muitas variáveis não significativas e uma análise de resíduos que não atendia às suposições fundamentais, como a normalidade, por exemplo. O cálculo da proporção de zeros na variável resposta revelou valores de 0,19% para 2019 e 0,12% para 2023. Essas proporções indicam que, embora superiores ao habitual, não são proporcionalmente adequadas para justificar o uso de um modelo inflacionado de zeros.

Com base nos resultados da análise descritiva inicial, uma alternativa de metodologia adequada é o modelo descrito na seção 3.2.2: o modelo de Poisson-Inversa Gaussiana. Conforme discutido anteriormente, esse modelo é recomendado para situações em que os dados apresentam superdispersão e forte assimetria, características que se aplicam ao contexto deste estudo. A função de ligação utilizada foi a logarítmica, enquanto o *offset* foi definido como o número de matrículas do ensino fundamental. A escolha do número de matrículas do ensino fundamental como *offset* se deve ao fato de que os dados abrangem toda a região nordeste do país, onde há escolas de diferentes tamanhos. Esse preditor atua como um “ponderador” no modelo, garantindo que o ajuste considere os diferentes níveis de exposição relacionados ao número de matrículas na educação especial.

Inicialmente, o ajuste dos modelos foi realizado utilizando a técnica de seleção de variáveis *backward*. Esse método consiste em incluir todas as covariáveis no modelo e, em seguida, remover sequencialmente aquelas que não são significativas (adotando o critério de *p-valor* $> 10\%$). No entanto, mesmo com essa abordagem, a análise dos resíduos não indicou que o modelo estava bem ajustado. A Figura 5.1 ilustra um comportamento observado durante essa análise.

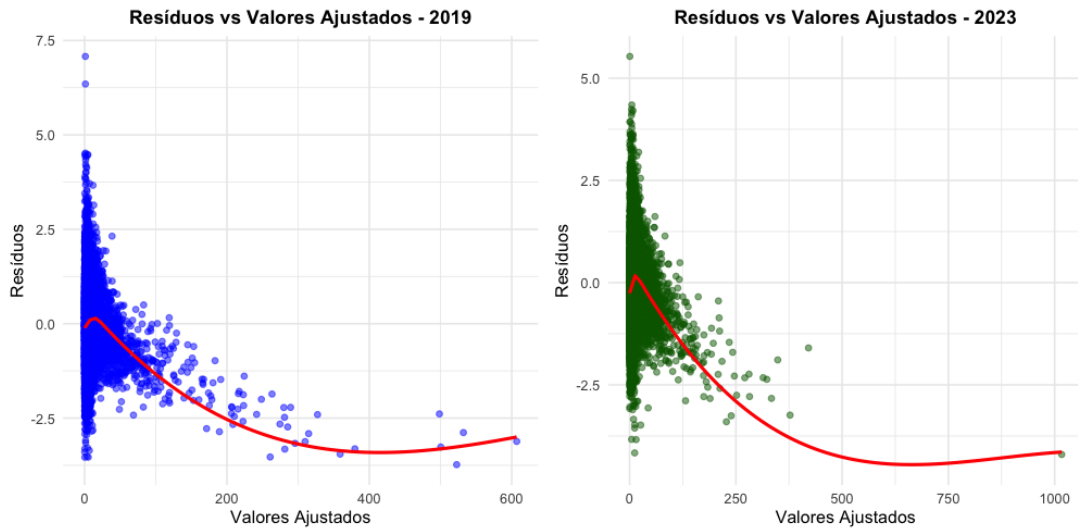


Figura 5.1: Gráficos de resíduos vs. preditos dos modelos de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando apenas o $\log(\mu_i)$ para os anos de 2019 e 2023.

Na figura, observa-se um padrão nos resíduos, indicando a presença de heterocedasticidade, ou seja, uma variância não constante nos erros. Isso viola uma das suposições fundamentais da análise de diagnóstico necessária para garantir um bom ajuste do modelo. Diante dessa situação, optou-se por modelar não apenas μ , mas também o parâmetro de dispersão ϕ , ou seja, utilizar MLG duplo. Essa abordagem permite, além da modelagem da média, a modelagem da dispersão, o que contorna o problema de heterocedasticidade.

5.1 Ajuste do modelo final

Para o ajuste do modelo final, empregou-se o método de seleção *backward*. Nessa abordagem, as covariáveis não significativas foram removidas iterativamente, uma por vez para cada respectivo parâmetro, seja ele a média $\hat{\mu}$ ou a dispersão $\hat{\phi}$, até que o modelo final fosse composto exclusivamente por covariáveis estatisticamente significativas. Os modelos ajustados estão apresentados em 5.2 e 5.3.

Destaca-se que, devido à utilização da função de ligação logarítmica no modelo, a modelagem estatística foi realizada para o logaritmo dos parâmetros, ou seja, $\log(\mu_i)$ e $\log(\phi_i)$. Assim, as estimativas obtidas foram transformadas para a escala original aplicando-se a função exponencial, permitindo uma interpretação mais direta dos resultados.

Tabela 5.1: Indicadores das Variáveis Contidas nos Modelos dos Anos de 2019 e 2023.

Indicador	Nome da covariável
x_4	Banheiro acessível
x_6	Corrimão
x_9	Vão livre
x_{10}	Rampas
x_{19}	Quantidade de professores da educação especial
x_{20}	Quantidade de turmas de educação especial

5.1.1 Modelo 2019

$$\begin{cases} \hat{\mu}_i = e^{-4,08-0,007x_{i4}-0,11x_{i6}-0,04x_{i9}+0,06x_{i10}-0,06x_{i19}+0,25x_{i20}} \\ \hat{\phi}_i = e^{-1,42-0,1x_{i6}+0,013x_{i10}-0,08x_{i19}+0,23x_{i20}} \end{cases} \quad (5.2)$$

em que, para o estimativa $\hat{\mu}$ do parâmetro tem-se:

- $\hat{\mu}_i$: Representa o número médio esperado de matrículas na educação especial.
- Intercepto: O valor do coeficiente $-4,08$ indica o incremento esperado no número de matrículas quando todas as covariáveis ($x_4, x_6, x_9, x_{10}, x_{19}, x_{20}$) são iguais a zero. Pela escala original, $e^{-4,08} \approx 0,017$, ou seja, estima-se que quando todas as covariáveis assumem valor 0, haja uma diminuição de 98,3% no número médio de matrículas de educação especial. No entanto, na prática, essa interpretação não é válida, pois a presença de professores de educação especial (x_{19}) igual a zero implicaria a ausência de docentes desta área, o que contraria o cenário real devido à legislação vigente que exige atendimento educacional especializado nas escolas¹⁰.
- x_4 : A estimativa do coeficiente associado à presença de banheiro acessível é $e^{-0,007} \approx 0,99$. Isso indica que, ao comparar uma escola sem banheiro acessível com outra que possui essa estrutura e as demais variáveis permanecem constante, o número médio de matrículas na educação especial apresenta uma redução estimada de aproximadamente 1%.
- x_6 : A estimativa do coeficiente associado à presença de corrimão é $e^{-0,11} \approx 0,89$. Isso indica que, ao comparar uma escola sem corrimão com outra que possui essa es-

¹⁰Lei Nº 13.146, de 6 de julho de 2015. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/113146.htm

estrutura, o número médio de matrículas na educação especial apresenta uma redução estimada de aproximadamente 11%.

- x_9 : A estimativa do coeficiente associado à presença de vão livre é $e^{-0,04} \approx 0,96$. Isso indica que, ao comparar uma escola sem vão livre com outra que possui essa estrutura e as demais variáveis permanecem constante, o número médio de matrículas na educação especial apresenta uma redução estimada de aproximadamente 4%.
- x_{10} : A estimativa do coeficiente associado à presença de rampas é $e^{0,06} \approx 1,06$. Isso indica que, ao comparar uma escola sem rampas com outra que possui essa estrutura e as demais variáveis permanecem constante, o número médio de matrículas na educação especial apresenta um aumento estimado de aproximadamente 6%.
- x_{19} : A estimativa do coeficiente associado ao número de professores de educação especial é $e^{-0,06} \approx 0,94$. Isso indica que, a cada aumento de 1 professor de educação especial em uma escola e as demais variáveis permanecem constante, o número médio de matrículas na educação especial apresenta uma redução estimada de aproximadamente 6%.
- x_{20} : A estimativa do coeficiente associado ao número de turmas de educação especial é $e^{0,25} \approx 1,3$. Isso indica que, a cada aumento de 1 turma de educação especial em uma escola e as demais variáveis permanecem constante, o número médio de matrículas na educação especial apresenta um aumento estimado de aproximadamente 30%.

Já para a estimativa $\hat{\phi}$ do parâmetro dispersão, valores negativos das estimativas indicam menor variabilidade no modelo, enquanto valores positivos estão associados a maior variabilidade. A estimativa para o intercepto reflete a dispersão na ausência das variáveis explicativas, mas, como mencionado anteriormente, não é possível que todas as covariáveis sejam simultaneamente iguais a zero, o que limita a interpretação prática desse parâmetro. Observa-se que, para as variáveis “corrimão”, “rampas” e “número de professores da educação especial” possuem estimativas negativas, ou seja, indicam uma menor variabilidade. Já o “número de turmas de educação especial” apresenta uma estimativa positiva, então isto indica que essa variável está associadas a maior variabilidade do modelo.

5.1.2 Modelo 2023

$$\begin{cases} \hat{\mu}_i = e^{-3,15+0,04x_{i4}-0,05x_{i6}+0,025x_{i9}+0,04x_{i10}-0,02x_{i19}+0,05x_{i20}} \\ \hat{\phi}_i = e^{0,07+0,14x_{i6}-0,17x_{i10}-0,03x_{i19}-0,06x_{i20}} \end{cases} \quad (5.3)$$

em que, para a estimativa $\hat{\mu}$ do parâmetro tem-se:

- $\hat{\mu}_i$: Representa o número médio esperado de matrículas na educação especial.
- Intercepto: O valor do coeficiente $-3,15$ indica o incremento esperado no número de matrículas quando todas as covariáveis ($x_4, x_6, x_9, x_{10}, x_{19}, x_{20}$) são iguais a zero. Pela escala original, $e^{-3,15} \approx 0,004$, ou seja, estima-se que quando todas as covariáveis assumem valor 0, haja uma diminuição de 99,6% no número médio de matrículas de educação especial. No entanto, como comentado anteriormente, na prática essa interpretação não é válida.
- x_4 : A estimativa do coeficiente associado à presença de banheiro acessível é $e^{0,04} \approx 1,04$. Isso indica que, ao comparar uma escola sem banheiro acessível com outra que possui essa estrutura e as demais variáveis permanecem constante, o número médio de matrículas na educação especial apresenta um aumento estimado de aproximadamente 4%.
- x_6 : A estimativa do coeficiente associado à presença de corrimão é $e^{-0,05} \approx 0,95$. Isso indica que, ao comparar uma escola sem corrimão com outra que possui essa estrutura, o número médio de matrículas na educação especial apresenta uma redução estimada de aproximadamente 5%.
- x_9 : A estimativa do coeficiente associado à presença de vão livre é $e^{0,025} \approx 1,02$. Isso indica que, ao comparar uma escola sem vão livre com outra que possui essa estrutura e as demais variáveis permanecem constante, o número médio de matrículas na educação especial apresenta um aumento estimado de aproximadamente 2%.
- x_{10} : A estimativa do coeficiente associado à presença de rampas é $e^{0,04} \approx 1,04$. Isso indica que, ao comparar uma escola sem rampas com outra que possui essa estrutura e as demais variáveis permanecem constante, o número médio de matrículas na educação especial apresenta um aumento estimado de aproximadamente 4%.

- x_{19} : A estimativa do coeficiente associado ao número de professores de educação especial é $e^{-0,02} \approx 0,98$. Isso indica que, a cada aumento de 1 professor de educação especial em uma escola e as demais variáveis permanecem constante, o número médio de matrículas na educação especial apresenta uma redução estimada de aproximadamente 2%.
- x_{20} : A estimativa do coeficiente associado ao número de turmas de educação especial é $e^{0,05} \approx 1,05$. Isso indica que, a cada aumento de 1 turma de educação especial em uma escola e as demais variáveis permanecem constante, o número médio de matrículas na educação especial apresenta um aumento estimado de aproximadamente 5%.

Novamente, para o sub-modelo do parâmetro de dispersão ϕ , como comentado, os valores negativos das estimativas indicam menor variabilidade no modelo, e valores positivos estão associados a maior variabilidade. A estimativa para o intercepto não é interpretável prática. Observa-se que, para as variáveis “rampas”, “número de professores da educação especial” e “número de turmas” possuem estimativas negativas, ou seja, indicam uma menor variabilidade. Já a variável “corrimão” apresenta uma estimativa positiva, então isto indica que essa variável está associadas a maior variabilidade do modelo.

Como o objetivo do estudo é comparar os modelos de 2019 e 2023 as mesmas covariáveis foram utilizadas nos dois ajustes, porém não foram todos os coeficientes que se mostraram significativos para os dois casos.

Tabela 5.2: Significância dos coeficientes dos modelos de 2019 e 2023.

Ano	Sub-Modelo	Variável	p-valor	Ano	Sub-Modelo	Variável	p-valor
2019	μ_i	(Intercepto)	< 0,0001	2023	μ_i	(Intercepto)	< 0,0001
2019	μ_i	Banheiro Acessível	0,73	2023	μ_i	Banheiro Acessível	0,007
2019	μ_i	Corrimão	< 0,0001	2023	μ_i	Corrimão	0,004
2019	μ_i	Vão Livre	0,05	2023	μ_i	Vão Livre	0,1
2019	μ_i	Rampas	0,006	2023	μ_i	Rampas	0,03
2019	μ_i	Quantidade de Professores	< 0,0001	2023	μ_i	Quantidade de Professores	< 0,0001
2019	μ_i	Quantidade de Turmas	< 0,0001	2023	μ_i	Quantidade de Turmas	< 0,0001
2019	ϕ_i	(Intercepto)	< 0,0001	2023	ϕ_i	(Intercepto)	0,47
2019	ϕ_i	Corrimão	0,2	2023	ϕ_i	Corrimão	0,02
2019	ϕ_i	Rampas	0,84	2023	ϕ_i	Rampas	0,002
2019	ϕ_i	Quantidade de Professores	< 0,0001	2023	ϕ_i	Quantidade de Professores	0,0006
2019	ϕ_i	Quantidade de Turmas	< 0,0001	2023	ϕ_i	Quantidade de Turmas	< 0,0001

Ao analisar a Tabela 5.2 e considerando um nível de significância de $\alpha = 10\%$, observa-se que, no modelo referente à média de 2019, o coeficiente associado à covariável “banheiro acessível” não apresenta significância estatística, uma vez que o p-valor é superior a α .

Esse resultado indica que essa variável não possui influência estatisticamente relevante para o modelo em questão.

No que se refere ao modelo de variância para o mesmo ano, observa-se um comportamento semelhante nos coeficientes das covariáveis “corrimão” e “rampas”. Com base no contexto e nos achados da análise descritiva e exploratória, esses resultados demonstram coerência. Em 2019, verifica-se uma redução proporcional dos recursos de acessibilidade, tanto no que diz respeito à infraestrutura física das escolas quanto ao suporte profissional especializado, em comparação a 2023. Esse achado sugere que a maior disponibilidade de recursos acessíveis nas escolas contribui para uma melhor explicação do número de matrículas na Educação Especial, evidenciando a importância dessas variáveis na compreensão do fenômeno em anos com maior oferta de acessibilidade. Esse padrão também se reflete na interpretação das variáveis “banheiro acessível” e “rampas” no modelo da média de matrículas. Enquanto em 2019 essas variáveis estavam associadas a uma redução no número médio de matrículas, em 2023 a relação se inverte, indicando um efeito positivo sobre as matrículas.

Além disso, observa-se um comportamento peculiar nas interpretações do modelo. Em ambos os anos analisados, a variável “professores de educação especial” está associada a uma redução no número médio de matrículas. A análise do banco de dados revela que, em 2023, aproximadamente 35% das escolas possuem um número de professores especializados superior ao de matrículas nessa modalidade de ensino, sendo essa proporção ainda maior em 2019, atingindo 37%. Como o modelo busca identificar as características das unidades experimentais para estabelecer a relação entre as covariáveis e a variável resposta, esse aspecto pode estar influenciando a interpretação de que um maior número de professores está associado a um menor número de matrículas.

Esse resultado suscita uma reflexão relevante, uma vez que há evidências na literatura sobre a carência de formação adequada para os docentes e o crescimento das matrículas de estudantes público-alvo da Educação Especial (PAEE) em classes regulares do ensino comum (AUGUSTO & SANTOS, 2022). No entanto, esse fenômeno parece contrastar com os padrões observados nos dados. Cabe ressaltar que todas as informações utilizadas nesta etapa do estudo são obtidas por meio do preenchimento de formulários pelos responsáveis das instituições de ensino, um procedimento que pode estar sujeito a erros. Dessa forma, é essencial considerar esses fatores na análise dos dados, pois condições externas e adversas podem estar impactando os resultados.

5.2 Análise de diagnóstico

Conforme discutido na Seção 3.2.3, a realização de uma análise de diagnóstico dos resíduos é indispensável para avaliar se o modelo apresenta um ajuste adequado aos dados. Nesta análise, foram utilizados resíduos quantílicos aleatorizados, uma abordagem amplamente empregada em modelos GAMLSS paramétricos, conforme apontado por Dunn e Smyth (1996). Essa escolha se justifica pela característica desses resíduos de apresentarem uma distribuição normal padrão de forma assintótica, desde que o modelo ajustado seja adequado e que os parâmetros tenham sido estimados de maneira consistente.

As figuras apresentadas a seguir ilustram os gráficos dos resíduos para os anos de 2019 e 2023, com o objetivo de identificar possíveis pontos influentes, discrepantes ou de alavanca, além de avaliar as suposições de independência das observações e normalidade dos resíduos.

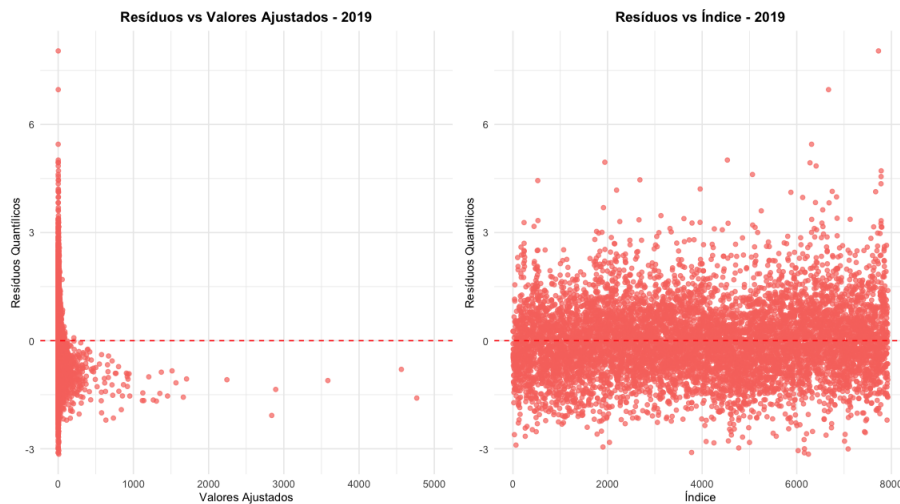


Figura 5.2: Gráfico de resíduos vs. preditos e resíduos vs índices das observações do Modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2019.

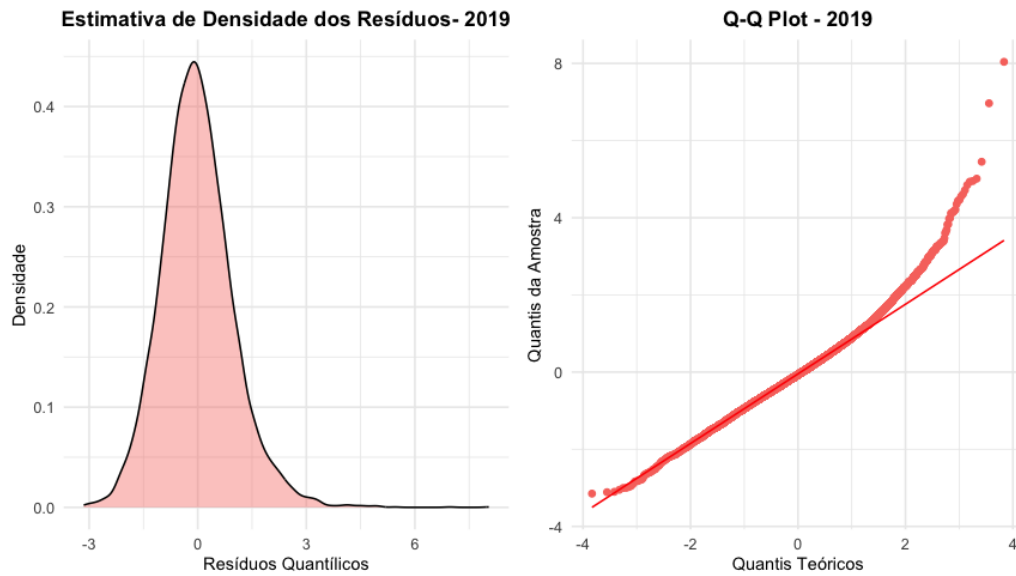


Figura 5.3: Gráficos da distribuição dos resíduos do modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2019.

Nas imagens correspondentes aos modelos de 2019, observa-se na Figura 5.2, especificamente no gráfico à direita, de resíduos versus índice, que o modelo parece atender à suposição de independência das observações, dado que os resíduos não apresentam um padrão evidente relacionado ao índice. No entanto, no gráfico à esquerda, que apresenta resíduos versus valores ajustados, o modelo demonstra vários valores ajustados próximos de 0, enquanto os resíduos variam de -3 a 6. Esse comportamento indica que o modelo pode não ter realizado um ajuste ideal, já que o padrão observado nos resíduos não parece completamente aleatório, ou seja, a suposição de homocedasticidade dos resíduos não está sendo atendida.

Na Figura 5.3, nota-se que, inicialmente, os pontos seguem aproximadamente a reta, indicando uma boa aderência à distribuição normal padrão. No entanto, à medida que os quantis teóricos aumentam, os pontos começam a se afastar significativamente da linha, especialmente nas extremidades superiores. Esse comportamento sugere que a suposição de normalidade dos resíduos quantílicos não é válida, indicando a presença de caudas mais pesadas ou assimetria à direita. Essa conclusão é reforçada pela análise das medidas descritivas dos resíduos quantílicos, apresentadas na Tabela 5.3. Caso os resíduos seguissem uma distribuição normal padrão, seria esperado que as estatísticas de média, variância, assimetria e curtose fossem, respectivamente, próximas de 0, 1, 0 e 3. Entretanto, conforme indicado na tabela, esses valores não são observados. A assimetria e, principalmente, a curtose se distanciam de forma significativa dos valores esperados, o que

evidencia que o modelo não conseguiu ajustar adequadamente para que haja normalidade dos resíduos.

Tabela 5.3: Medidas descritivas dos resíduos do modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2019.

Modelo	Média	Variância	Assimetria	Curtose
2019	-0,01	0,99	0,59	4,95

Para o modelo ajustado aos dados de 2023, os gráficos de resíduos estão apresentados nas Figuras 5.4 e 5.5. A Figura 5.4 ilustra os gráficos de resíduos versus valores ajustados e resíduos versus índice das observações. No gráfico à direita, os pontos estão bem distribuídos em torno de 0, o que indica que o modelo atende adequadamente à suposição de independência das observações e homocedasticidade dos resíduos. Já no gráfico à esquerda, que apresenta os resíduos versus valores ajustados, nota-se que a maioria dos pontos apresenta resíduos entre -3 e 3, com uma concentração maior em valores ajustados inferiores a 100. Esse comportamento é explicado pelo fato de a variável resposta ser uma variável de contagem.

Adicionalmente, observa-se que apenas 0,2% das escolas no banco de dados possuem um número de matrículas na Educação Especial superior a 100. Consequentemente, o modelo apresenta resíduos mais elevados para valores ajustados acima desse limite, o que pode ser atribuído à escassez de dados nessa faixa. No entanto, esses pontos representam uma parcela ínfima do total, de modo que, de forma geral, os resíduos parecem estar bem distribuídos, considerando as características específicas do banco de dados. Apesar da leve tendência de resíduos maiores para valores ajustados superiores a 100, pode-se afirmar que o modelo atende à suposição de independência dos resíduos.

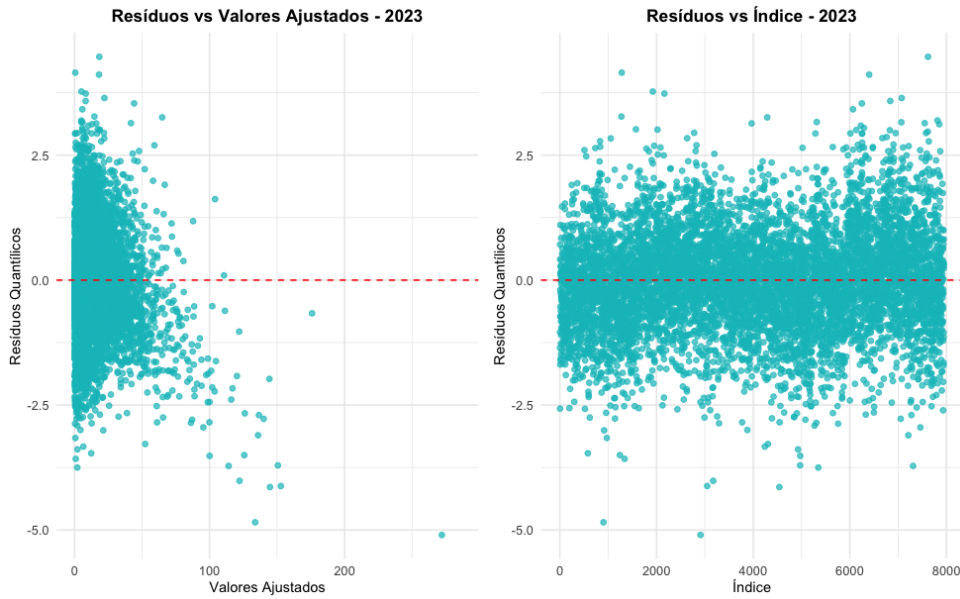


Figura 5.4: Gráfico de resíduos vs. preditos e resíduos vs índices das observações do modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2023.

Para a validação da suposição de normalidade dos resíduos, foram analisados os gráficos apresentados na Figura 5.5. No gráfico à direita, observa-se que os pontos estão próximos da reta, embora nas extremidades haja um leve afastamento. Esse comportamento é mais perceptível nas caudas mais pesadas da distribuição, conforme indicado no gráfico à esquerda.

Além disso, as medidas descritivas dos resíduos, apresentadas na Tabela 5.4, foram analisadas. A medida que mais se distancia dos valores esperados para uma distribuição normal padrão é a curtose. Contudo, o valor obtido para a curtose permanece próximo de 3, o que possibilita afirmar que a suposição de normalidade dos resíduos é atendida, apesar das variações observadas nas caudas.

Tabela 5.4: Medidas descritivas dos resíduos do Modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2019.

Modelo	Média	Variância	Assimetria	Curtose
2023	-0,01	0,95	0,06	3,66

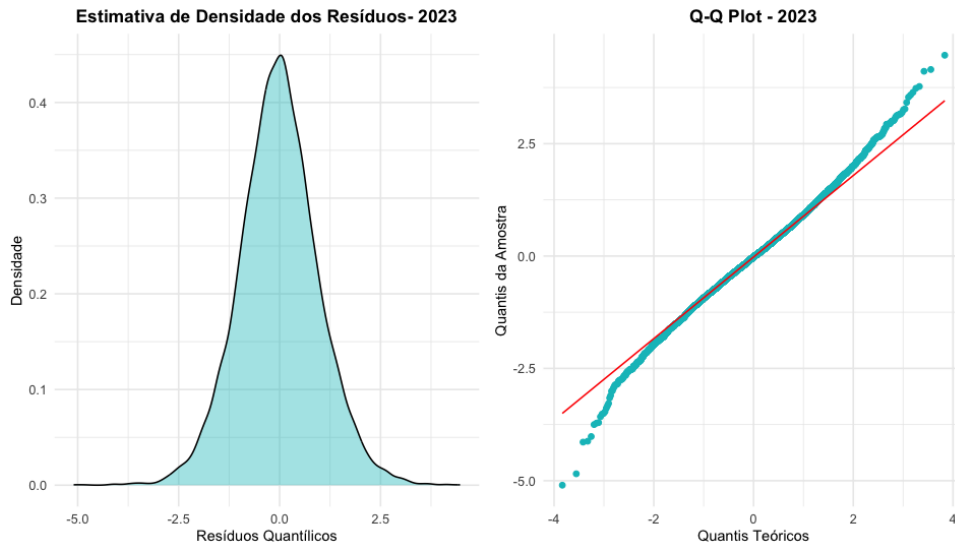


Figura 5.5: Gráficos da distribuição dos resíduos do modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2023.

Análise de pontos discrepantes

Nos ajustes realizados para os dois modelos estatísticos, foram observados pontos discrepantes em relação aos resíduos. No caso do modelo ajustado para 2019, identificaram-se dois casos específicos no gráfico apresentado na Figura 5.6. As observações com maior destaque foram as de número 6672 e 7728.

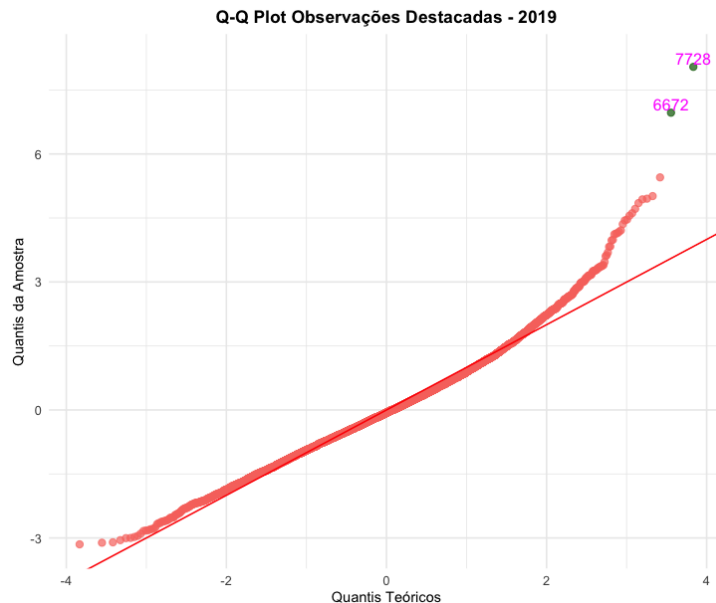


Figura 5.6: Gráfico QQ-plot dos resíduos do modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2019 com destaque nas observações mais discrepantes.

Ao analisar individualmente essas escolas, cujas informações estão descritas na Ta-

bela 5.5, constatou-se que ambas possuem um número reduzido de matrículas no ensino fundamental, sendo que a maioria dessas matrículas é de educação especial. No caso da primeira observação, tal situação é justificável por se tratar de um centro especializado. No entanto, chama atenção o fato de a escola possuir poucos recursos estruturais de acessibilidade disponíveis, o que não seria esperado, principalmente para um centro especializado. Essas duas características específicas podem ter contribuído para a dificuldade do modelo de se ajustar adequadamente a esses casos.

Foi realizado um teste removendo essas duas observações para avaliar se o modelo apresentaria um melhor ajuste. Contudo, os resultados indicaram que não houve mudanças significativas no ajuste do modelo, e as suposições continuaram a não ser plenamente atendidas.

Tabela 5.5: Dados referentes as observações destacadas com base nos resíduos do modelo de 2019.

Observação	Tipo de Escola	Localidade	Matrículas Fundamental	Matrículas Ed. Especial	Banheiro	Corrimão	Vão Livre	Rampas	Quantidade de Professores	Quantidade de Turmas
6672	Centro Especializado	Bahia	37	31	0	0	0	1	7	4
7728	Escola Municipal	Bahia	38	36	0	0	1	1	2	2

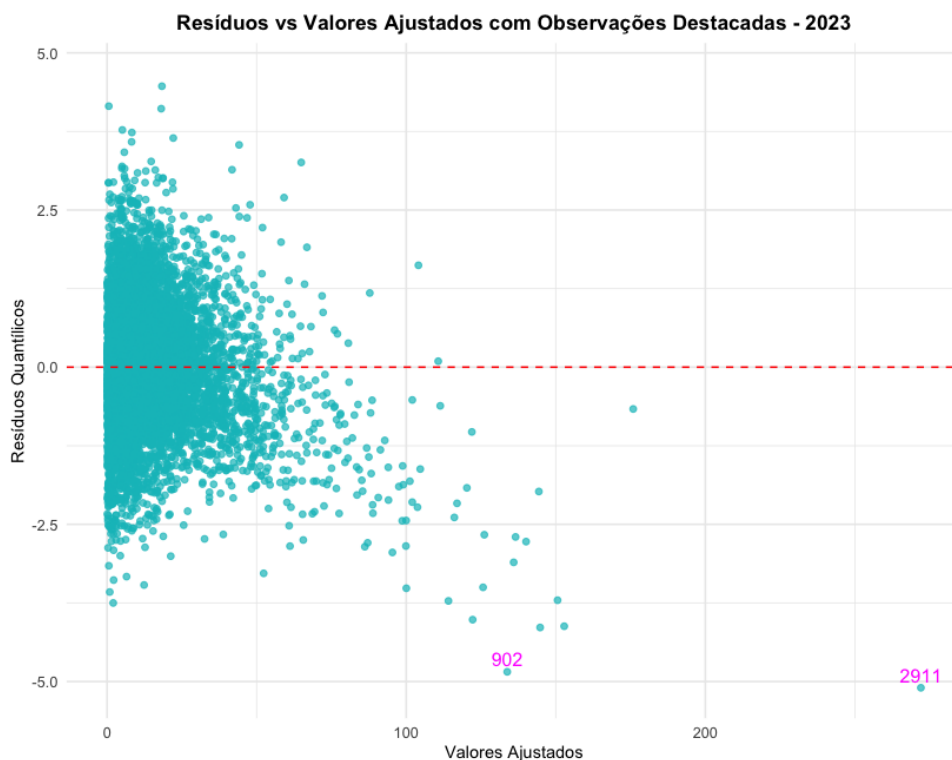


Figura 5.7: Gráfico QQ-plot dos resíduos do modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2023 com destaque nas observações mais discrepantes.

Já no modelo ajustado para 2023, a Figura 5.7 evidencia duas observações em destaque

devido aos valores de seus resíduos: as observações 902 e 2911. Assim como no caso de 2019, essas observações foram analisadas individualmente, e suas informações estão apresentadas na Tabela 5.6. Ambas as escolas são municipais, mas apresentam características bastante discrepantes entre si.

A observação 902, por exemplo, possui 32 matrículas na educação especial e todos os recursos de acessibilidade incluídos no modelo, além de contar com 38 professores, um número que supera o total de matrículas. Já a observação 2911 apresenta um cenário oposto, com mais de 100 matrículas na educação especial, porém sem recursos de acessibilidade disponíveis. Essas características específicas podem ter contribuído para que o modelo não conseguisse capturar adequadamente essas particularidades.

Outro aspecto que chamou atenção foi a escola localizada no Maranhão (observação 902), que apresenta um número elevado de matrículas no ensino fundamental, totalizando 1.532 alunos. Entretanto, apenas 32 dessas matrículas são de educação especial, representando cerca de 2% do total de alunos. Essa discrepância pode ter influenciado negativamente o ajuste do modelo, que parece não ter conseguido acomodar essas características extremas.

Tabela 5.6: Dados referentes as observações destacadas com base nos resíduos do modelo de 2023.

Observação	Tipo de Escola	Localidade	Matrículas Fundamental	Matrículas Ed. Especial	Banheiro	Corrimão	Vão Livre	Rampas	Quantidade de Professores	Quantidade de Turmas
902	Escola Municipal	Maranhão	1532	32	1	1	1	1	38	27
2911	Escola Municipal	Ceará	1064	113	0	0	0	0	34	47

Análise de Covariáveis

Dando continuidade à análise de diagnóstico, um gráfico relevante para avaliação é o de resíduos versus covariáveis não incluídas no modelo. Considerando que a maioria das variáveis é categórica, as únicas variáveis contínuas passíveis de análise são: “quantidade de monitores”, “psicólogos” e Salas Acessíveis.

Na Figura 5.8, observa-se que os gráficos de dispersão para as variáveis “salas acessíveis” e “psicólogos” mostram pontos espalhados de maneira aleatória, sem a presença de um padrão evidente. Já no gráfico referente à variável “monitores”, nota-se uma leve tendência, porém é importante destacar que os dados correspondem a variáveis de contagem. Nesse contexto, a maioria das escolas possui um número reduzido de monitores, o que resulta em menos observações conforme o número de monitores aumenta. Além disso, como já

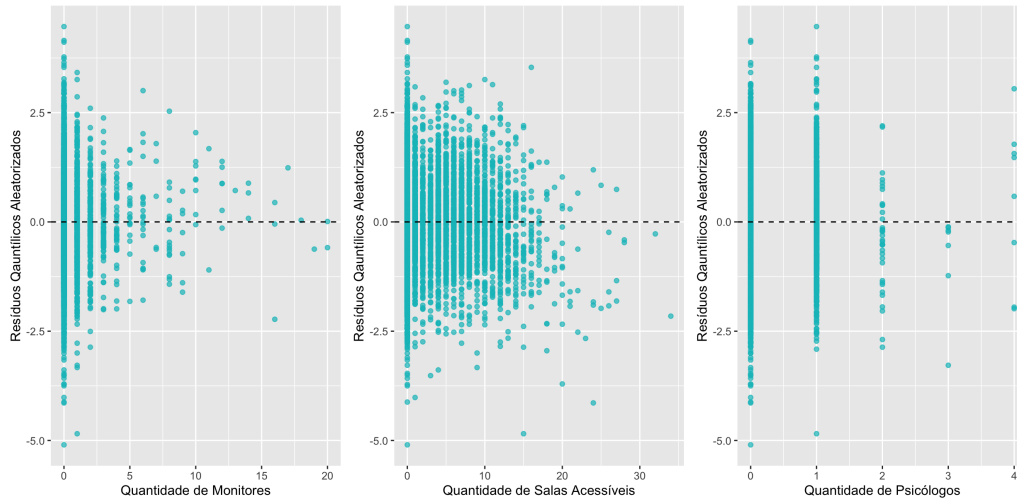


Figura 5.8: Gráfico Resíduos do Modelo de Poisson-Inversa Gaussiana, modelando o $\log(\mu_i)$ e o $\log(\phi_i)$ para o ano de 2023 versus Covariáveis não adicionadas ao ajuste.

discutido anteriormente, a variável “quantidade de monitores” não foi significativa para o modelo, razão pela qual foi excluída durante a aplicação do método de seleção *backward*.

Observações influentes

Uma forma de avaliar possíveis observações influentes no modelo é por meio da distância de Cook, conforme discutido na Seção 3.2.3. No entanto, ambos os anos analisados possuem um número considerável de observações, superior a 7.000, o que tornaria o cálculo das distâncias, removendo cada uma das i -ésimas observações, computacionalmente custoso. Dado esse cenário, aliado às análises descritiva e de diagnóstico já realizadas, além do fato de os dados corresponderem a contagens e a maioria das covariáveis serem dicotômicas, pode-se assumir que nenhuma observação possui influência suficiente para impactar significativamente o ajuste do modelo.

5.2.1 Critérios de avaliação de ajuste

Outro aspecto avaliado quanto ao ajuste dos modelos foram os critérios de comparação, incluindo AIC, BIC e deviance, conforme abordado na Seção 3.2.3. Embora essas métricas sejam amplamente utilizadas para a escolha de modelos, os resultados observados neste estudo apresentaram contradições.

Como observa-se na Tabela 5.7, todas as medidas influenciam a melhor escolha do modelo para o ano de 2019, pois o mesmo obteve as 3 medidas menores do que o modelo de 2023. Porém não seria correto optar pelo modelo de 2019, pelo fato de que o mesmo

Tabela 5.7: Resultados dos critérios AIC, BIC e deviance para os modelos dos anos de 2019 e 2023.

Modelo	Critério AIC	Critério BIC	Deviance
2019	41132	41216	41108
2023	47697	47781	47673

não atingiu as suposições que são necessárias para atribuir um bom ajuste à um modelo estatístico MLG. Por conta disso, o melhor modelo ajustado é o modelo de 2023.

Capítulo 6

Considerações Finais

Este estudo teve como objetivo investigar a evolução das matrículas na educação especial inclusiva na região nordeste do Brasil entre os anos de 2019 e 2023, considerando fatores estruturais e de acessibilidade das escolas. Por meio da análise exploratória e da modelagem estatística, buscou-se compreender como diferentes variáveis associadas à infraestrutura e ao corpo docente influenciam a presença de estudantes com deficiência nas escolas regulares.

A análise descritiva evidenciou um crescimento no número de matrículas na educação especial inclusiva ao longo do período analisado, especialmente em 2023, quando houve um aumento de 35

Em relação às condições de acessibilidade, verificaram-se avanços na presença de recursos como “banheiros adaptados”, “rampas”, “corrimãos” e “vãos livres”. No entanto, recursos mais específicos, como elevadores e “sinalizações sonora”, “tátil” e “visual”, ainda são escassos na maioria das escolas. A relação entre esses recursos e o número de matrículas foi investigada por meio da razão de chances (*odds ratio*), demonstrando que algumas condições, como a presença de “banheiros acessíveis” e “rampas”, estão positivamente associadas a um maior número de matrículas.

A modelagem estatística confirmou a influência desses aspectos estruturais no número de matrículas. O modelo de Poisson-Inversa Gaussiana mostrou-se adequado para capturar a variabilidade dos dados, considerando a superdispersão observada. A seleção de variáveis indicou que a presença de “banheiros acessíveis”, “corrimãos”, “vãos livres” e “rampas”, além da “quantidade de professores” e “turmas da educação especial”, foram fatores relevantes para explicar o número de matrículas nas escolas. Entretanto, ao analisar a significância estatística dessas variáveis, constatou-se que, no modelo referente à

média de 2019, o coeficiente da covariável “banheiro acessível” não foi significativo, indicando que esse fator não teve influência estatisticamente relevante no modelo para esse ano.

Além disso, verificou-se um comportamento peculiar na relação entre o número de professores especializados e as matrículas. Em ambos os anos analisados, essa variável esteve associada a uma redução no número médio de matrículas. A análise dos dados revelou que, em 2023, aproximadamente 35% das escolas possuíam um número de professores especializados superior ao de matrículas nessa modalidade de ensino, sendo essa proporção ainda maior em 2019, com 37%. Como o modelo busca identificar as características das unidades escolares para estabelecer relações entre as variáveis, esse aspecto pode estar influenciando a interpretação de que um maior número de professores está associado a um menor número de matrículas. Esses achados trazem reflexões sobre a formação docente e o crescimento das matrículas de estudantes público-alvo da educação especial (PAEE) nas classes regulares (AUGUSTO SANTOS, 2022), contrastando com o padrão identificado nos dados. Cabe ressaltar que todas as informações utilizadas nesta etapa do estudo são obtidas por meio do preenchimento de formulários pelos responsáveis das instituições de ensino, um processo suscetível a falhas e imprecisões, o que reforça a necessidade de cautela na análise dos resultados.

Ao comparar os modelos ajustados para 2019 e 2023, observou-se que, embora os critérios de seleção de modelos apontassem um melhor ajuste para 2019, as suposições de normalidade dos resíduos e independência das observações não foram plenamente atendidas. O modelo de 2023, por outro lado, apresentou um melhor comportamento dos resíduos, tornando-se a escolha mais adequada para interpretação e inferência. Essa diferença estrutural entre os anos se deve ao fato de que, em 2023, houve maior disponibilidade de recursos estruturais e pedagógicos, o que facilitou o ajuste do modelo estatístico aos dados e melhorou a explicação matemática das variáveis analisadas. Assim, além dos benefícios sociais proporcionados pelo aumento da acessibilidade nas escolas — que constituem o aspecto mais relevante e o objetivo principal deste estudo —, também há um avanço na aplicabilidade de ferramentas estatísticas no estudo.

Ao analisar recursos públicos, especialmente aqueles voltados à educação, é imprescindível considerar fatores como disponibilidade de capital e desenvolvimento socioeconômico das regiões do país. O Brasil, por ser um país vasto, apresenta grande diversidade cultural e social não apenas entre as regiões federativas, mas também entre

estados e até mesmo entre municípios de um mesmo estado. Nesse contexto, torna-se essencial levar em conta as particularidades socioeconômicas de cada localidade.

Este estudo analisou características da região Nordeste, que, apesar de sua riqueza territorial e de seus recursos naturais, possui uma participação econômica relativamente baixa em comparação com outras regiões do país, como o Sudeste. De acordo com o IBGE¹² (2022), a região Nordeste representa 13,8% do Produto Interno Bruto (PIB) do Brasil, enquanto a região Sudeste concentra 53,3%. Essa disparidade econômica reflete-se na disponibilidade de recursos financeiros e, conseqüentemente, no desenvolvimento dos setores públicos, incluindo saúde, segurança e educação.

Os resultados deste trabalho visam contribuir para a formulação e implementação de políticas públicas voltadas à inclusão, bem como destacar a importância da priorização, por parte dos setores governamentais, de ações que garantam o direito à educação para todos.

Como sugestões para estudos futuros, propõe-se a investigação de outros fatores contextuais, como políticas municipais e estaduais de inclusão, além da análise de aspectos qualitativos sobre a percepção de professores e estudantes quanto às condições de ensino e aprendizagem na educação especial inclusiva. A continuidade dessas pesquisas contribuirá ainda mais para a formulação de políticas públicas eficazes e para a construção de um ambiente educacional verdadeiramente inclusivo.

¹²Disponível em <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/41893-em-2022-pib-cresce-em-24-unidades-da-federacao>

Referências Bibliográficas

- ACERP (1999). *Educação especial: tendências atuais*. ESTAÇÃO DAS MÍDIAS.
- AGRESTI, A. (2013). *Categorical Data Analytics*. John Wiley Sons, Inc., Hoboken.
- AUGUSTO, A. F. e SANTOS, A. d. N. d. D. (2022). Educação especial e inclusiva e formação de professores: reflexões mediante a autoscopia. *Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar*, **8**(25), 45–52.
- BARBOSA, O. M., FUMES, d. L. F. N. e MELETTI, M. F. S. (2018). Educação especial no município de maceió/alagoas: A fragilidade das políticas públicas. *Cadernos CEDES*.
- BIANCHETTI, L. (1995). Aspectos históricos da educação especial. *Revista Brasileira de Educação Especial*, **02**(3), 7–19.
- BRASIL (1988). Constituição (1988). Constituição da República Federativa do Brasil de 1988. Brasília, DF: Senado Federal: Centro Gráfico, 1988.
- BRASIL (1996). Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 23 dez. 1996.
- BRASIL (2009). Decreto nº 6.949 - 25 de agosto de 2009. Promulga a Convenção Internacional sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência e seu Protocolo Facultativo, assinados em Nova York, em 30 de março de 2007. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 26 ago. 2009.
- BRASIL (2011a). Decreto nº 7.611, de 17 de novembro de 2011. Dispõe sobre a educação especial, o atendimento educacional especializado e dá outras providências.
- BRASIL (2011b). Lei nº 12.527, de 18 de novembro de 2011. Regula o acesso a informações

previsto no inciso XXXIII do art. 5º, no inciso II do § 3º do art. 37 e no § 2º do art. 216 da Constituição Federal; altera a Lei nº 8.112, de 11 de dezembro de 19.

BRASIL (2015). Lei nº 13.146, de 06 de julho de 2015. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência).

BRASIL (2018a). Lei nº 11.494, de 20 de julho de 2007. Lei Regulamenta o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação - FUNDEB, Brasília, DF, 20 de junho de 2007.

BRASIL (2018b). Lei nº 13.709, de 14 de agosto de 2018. Lei Geral de Proteção de Dados Pessoais. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 15 ago. 2018.

BRASIL (2022). Ibge – instituto brasileiro de geografia e estatística. IBGE, em parceria com os Órgãos Estaduais de Estatística, Secretarias Estaduais de Governo e Superintendência da Zona Franca de Manaus - SUFRAMA.

BRASIL (2023). Inep - instituto nacional de estudos e pesquisas educacionais anísio teixeira. INEP, Painéis Estatísticos - Censo Escolar.

CAIADO, R. M. K., JESUS, M. d. D. e BAPTISTA, R. C. (2018). Educação especial na perspectiva da educação inclusiva em diferentes municípios. *Cadernos CEDES*.

CASTRO, G. d. G., ABRAHÃO, A. F. C., Ângela, N. X., NASCIMENTO, C. G. d. L. e FIGUEIREDO, L. A. G. (2018). Inclusão de alunos com deficiências em escolas da rede estadual: um estudo sobre acessibilidade e adaptações estruturais. *Revista Educação Especial*, **31**.

COOK, R. D. e WEISBERG, S. (1982). *Residuals and Influence in Regression*. Chapman and Hall.

CORDEIRO, G. M. e B., D. C. G. (2008). *Modelos Lineares Generalizados e Extensões*. Universidade de São Paulo.

DANTAS, C. T., FARIAS, de Q, A. e BEZERRA, V. A. (2024). Inclusão escolar e formação de professores no estado da paraíba: Percepções dos egressos de uma formação lato sensu em atendimento educacional especializado. *Revista Brasileira de Educação Especial*, **30**.

- DUARTE, G. C. (2021). Uso das distribuições poisson, poisson-gama, poisson-inversa gaussiana e poisson-lindley generalizada para dados de contagem. *Universidade Federal do Ceará*, páginas 39–43.
- DUNN, K. P. e SMYTH, K. G. (1996). Randomized quantile residuals. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, **5**(3), 236–244.
- ESPANHA; UNESCO (1994). Declaração de salamanca. Declaração de Salamanca sobre Princípios, Política e Prática em Educação Especial. Salamanca, Espanha: UNESCO, 1994.
- FERNANDES, P. M. H., SILVA, D. S. S. e SOUZA, J. M. A. (2022). O transtorno do espectro autista (tea) no contexto da pandemia por sars-cov-2. *Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro*, **2**(ISSN 2178-6925).
- Grupo de Trabalho da Política Nacional de Educação Especial (2008). *Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva*. MES/SEESP, Brasília, Brasil.
- HILBE, M. J. (2014). *Modeling Count Data*. Cambridge University Press.
- MCCULLAGH, P. e NELDER, J. A. (1989). *Generalized Linear Models, 2nd.Edition..* Chapman and Hall, London.
- MELETTI, M. F. S. e RIBEIRO, K. (2014). Indicadores educacionais sobre a educação especial no brasil. *Caderno CEDES*, **34**(93).
- MENDES, E. G. (2006). A radicalização do debate sobre inclusão escolar no brasil. *Revista Brasileira de Educação*, **11**(33), 387–405.
- NAGAMANI, C. M. L. (2007). Modelos para dados de contagem: um estudo sobre o número de ovos do mosquito aedes aegypti. *São Carlos: Ufscar*, páginas 13–30.
- OLIVEIRA NETA, d. S. A., NASCIMENTO, de M. do, R. e FALCÃO, M. B. G. (2020). A educação dos estudantes com deficiência em tempos de pandemia de covid-19: A invisibilidade dos invisíveis. *Revista Interações*, **54**.
- ORLANDO, M. R., ALVES, P. F. S. e MELETTI, M. F. S. (2021). Pessoas com deficiência em tempos de pandemia da covid19: algumas reflexões. *Revista Educação Especial*, **34**.

- PARÁ (2024). Guia acessibilidade, inclusão e protagonismo da pessoa com deficiência e dop migrante. Fundação Cultural do Estado do Pará - Secretária de Cultura do Pará.
- PAULA, G. A. (2010). *Modelos de Regressão com apoio computacional*. Universidade de São Paulo.
- PEREIRA, H. G., LEÃO, J., SANTOS-NETO, M. e CAI, J. (2020). A more interpretable regression model for count data with excess of zeros. *FAPESP*, (2020/16334-9), 8–9.
- R Core Team (2022). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- SANTOS, V. (2018). Caracterização das matrículas dos alunos com transtorno do espectro do autismo por regiões brasileiras. *Revista Brasileira de Educação Especial*, **24**.
- SAVIANI, D. (2020). Crise estrutural, conjunta nacional, coronavírus e educação - o desmonte da educação nacional. *Revista Exitus*, **10**.
- SOARES, L. G. V. e BRITO, L. L. (2024). Autismo no dsm-5-tr, o que mudou? *Research, Society and Development*, **13**(9).
- TREMBLAY, L. (1992). Using the poisson inverse gaussian in bonus-malus systems. *Astin Bulletin*, **22**(1), 97–106.

Apêndice A

Códigos de programação

```
library(ggplot2)
library(dplyr)
library(gridExtra)
library(ggpattern)
library(scales)
library(sf)
library(geobr)

# Tratamento de NAs
num_na <- sum(is.na(censo_2023$QT_MAT_ESP_CC))
num_na_fund <- sum(is.na(subset(censo_2023, IN_FUND ==
  1)$QT_MAT_ESP))

# Filtragem de dados
filtrar_dados <- function(df) {
  subset(df, IN_FUND == 1 & IN_INF == 0 & IN_EJA == 0 & IN_MED
    == 0 & IN_PROF == 0 & QT_MAT_ESP_CE == 0 &
      QT_PROF_MONITORES != 88888 & QT_PROF_PEDAGOGIA !=
        88888 & QT_PROF_PSICOLOGO != 88888)
}

dados_fund_23 <- filtrar_dados(censo_2023)
dados_fund_19 <- filtrar_dados(bind_rows(censo_2019_pt1,
  censo_2019_pt2))
```

```
dados <- bind_rows(
  dados_fund_19 %>% select(-IN_RESERVA_PCD),
  dados_fund_23 %>% select(-QT_PROF_TRAD_LIBRAS ,
    -IN_MATERIAL_PED_BIL_SURDOS , -QT_PROF_ASSIST_SOCIAL)
)

# Transformacao de vari veis categoricas
fatorizar <- function(df, colunas, labels) {
  df[colunas] <- lapply(df[colunas], factor, labels = labels)
  df
}

dados <- fatorizar(dados, c("TP_LOCALIZACAO", "IN_BANHEIRO_PNE",
  "IN_SALA_ATENDIMENTO_ESPECIAL",
    "IN_ACESSIBILIDADE_CORRIMAO",
    "IN_ACESSIBILIDADE_ELEVADOR",
    "IN_ACESSIBILIDADE_PISOS_TATEIS",
    "IN_ACESSIBILIDADE_VAO_LIVRE",
    "IN_ACESSIBILIDADE_RAMPAS",
    "IN_ACESSIBILIDADE_SINAL_SONORO",
    "IN_ACESSIBILIDADE_SINAL_TATIL",
    "IN_ACESSIBILIDADE_SINAL_VISUAL",
    "IN_ACESSIBILIDADE_INEXISTENTE"),
  labels = c("N o", "Sim"))

dados$TP_AEE <- factor(dados$TP_AEE, labels = c("N o Oferece",
  "N o Exclusivamente"))

# Mapas de Matriculas por Municipio
municipios <- read_municipality(code_muni = "all", year = 2020)
estados <- read_state(year = 2020)
estados_nordeste <- estados %>% filter(abbrev_state %in% c("BA",
  "SE", "AL", "PE", "PB", "RN", "CE", "PI", "MA"))
```

```
# Dados de 2019
dados_mapa_2019 <- dados %>% filter(NU_ANO_CENSO == 2019) %>%
  group_by(NO_MUNICIPIO, NO_UF) %>%
  summarise(matriculas = sum(QT_MAT_ESP_CC, na.rm = TRUE),
            .groups = 'drop')

municipios_nordeste <- municipios %>% filter(abbrev_state %in%
  c("BA", "SE", "AL", "PE", "PB", "RN", "CE", "PI", "MA"))
municipios_com_matriculas_19 <- left_join(municipios_nordeste,
  dados_mapa_2019, by = c("name_muni" = "NO_MUNICIPIO",
  "abbrev_state" = "NO_UF"))

mapa_19 <- ggplot() +
  geom_sf(data = municipios_com_matriculas_19, aes(fill =
  matriculas), color = "darkgray", size = 0.09) +
  geom_sf(data = estados_nordeste, fill = NA, color =
  "darkgreen", size = 1) +
  labs(subtitle = "Matr culas por Munic pio no Nordeste,
  2019") +
  scale_fill_distiller(palette = "Greens", name = "Matr culas",
  direction = 1, limits = c(0, 3500)) +
  theme_minimal()

# Dados de 2023
dados_mapa_2023 <- dados %>% filter(NU_ANO_CENSO == 2023) %>%
  group_by(NO_MUNICIPIO, NO_UF) %>%
  summarise(matriculas = sum(QT_MAT_ESP_CC, na.rm = TRUE),
            .groups = 'drop')

municipios_com_matriculas_23 <- left_join(municipios_nordeste,
  dados_mapa_2023, by = c("name_muni" = "NO_MUNICIPIO",
  "abbrev_state" = "NO_UF"))

mapa_23 <- ggplot() +
```

```

geom_sf(data = municipios_com_matriculas_23, aes(fill =
  matriculas), color = "darkgray", size = 0.09) +
geom_sf(data = estados_nordeste, fill = NA, color =
  "darkblue", size = 1) +
labs(subtitle = "Matr culas por Munic pio no Nordeste,
  2023") +
scale_fill_distiller(palette = "Blues", name = "Matr culas",
  direction = 1, limits = c(0, 3500)) +
theme_minimal()

grid.arrange(mapa_19, mapa_23, nrow = 1, ncol = 2)

# Modelos Estatisticos

modelo_PIG_Sigma_23 <- gamlss(QT_MAT_ESP_CC ~ IN_BANHEIRO_PNE +
  IN_ACESSIBILIDADE_CORRIMAO + QT_DOC_ESP_CC +
  QT_TUR_ESP +
  IN_ACESSIBILIDADE_RAMPAS +
  IN_ACESSIBILIDADE_VAO_LIVRE +
  offset(log(QT_MAT_FUND))),
  sigma.formula= ~
  IN_ACESSIBILIDADE_CORRIMAO +
  QT_DOC_ESP_CC +
  QT_TUR_ESP +
  IN_ACESSIBILIDADE_RAMPAS,
  family = PIG, method=RS(100),
  data = dados_fund_23)

modelo_PIG_Sigma_19 <- gamlss(QT_MAT_ESP_CC ~ IN_BANHEIRO_PNE +
  IN_ACESSIBILIDADE_CORRIMAO + QT_DOC_ESP_CC +
  QT_TUR_ESP +
  IN_ACESSIBILIDADE_RAMPAS +
  IN_ACESSIBILIDADE_VAO_LIVRE +

```

```
offset(log(QT_MAT_FUND)),
  sigma.formula= ~
  IN_ACESSIBILIDADE_CORRIMAO +
  QT_DOC_ESP_CC +
  QT_TUR_ESP +
  IN_ACESSIBILIDADE_RAMPAS ,
  family = PIG, method=RS(100),
  data = dados_fund_19)

summary(modelo_PIG_Sigma_19)
summary(modelo_PIG_Sigma_23)
plot(modelo_PIG_Sigma_19)
plot(modelo_PIG_Sigma_23)
```