

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO**

**FLÁVIO DE SOUZA PIRES**

**METANÁLISE DE PESQUISAS BRASILEIRAS QUE TRATAM DO  
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NA ESCOLA BÁSICA  
(1994-2014)**

**SÃO CARLOS-SP**

**2018**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO**

**FLÁVIO DE SOUZA PIRES**

**METANÁLISE DE PESQUISAS BRASILEIRAS QUE TRATAM DO  
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NA ESCOLA BÁSICA  
(1994-2014)**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação, na Linha de Pesquisa: Educação em Ciências e Matemática.  
Orientadora: Profa. Dra. Maria do Carmo de Sousa.

**SÃO CARLOS-SP**

**2018**

## **BANCA EXAMINADORA**

Profª. Dra. Maria do Carmo de Sousa

Profª. Dra. Carmen Lúcia Brancaglioni Passos

Profª. Dra. Marisa da Silva Dias

Profª. Dra. Maria Lúcia Panossian

Profª. Dra. Wania Tedeschi



# UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Educação e Ciências Humanas  
Programa de Pós-Graduação em Educação

## Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Tese de Doutorado do candidato Flávio de Souza Pires, realizada em 24/02/2017:

Prof. Dra. Maria do Carmo de Sousa  
UFSCar

Prof. Dra. Carmen Lucia Brancaglioni Passos  
UFSCar

Prof. Dra. Wania Tedeschi  
IFSP

Prof. Dra. Marisa da Silva Dias  
UNESP

Prof. Dra. Maria Lucia Panossian  
UTFPR

À minha mãe, Amália.  
Ao meu pai, Antônio.  
Ao meu segundo pai e irmão, Fábio.  
A minha linda e esperta sobrinha e afilhada,  
Laura.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu bom Deus pela dádiva da vida e pelas oportunidades que tem me oferecido ao longo de toda a vida.

À Profª. Dra. Maria do Carmo de Sousa, pela paciência, confiança, orientação e cuidado.

À Profª. Dra. Cármen Lucia Brancaglioni Passos, à Profª. Dra. Maria Lúcia Panossian à Profª. Dra. Marisa da Silva Dias e à Profª. Dra. Wania Tedeschi, pela paciência, sensibilidade, conversas e orientamentos durante o exame de qualificação, sobretudo na defesa, pela seriedade e profissionalismo em analisar e contribuir efetivamente para minha pesquisa e formação profissional.

Ao Prof. Dr. Arthur Belford Powell Junior, pela amizade, acolhimento, cuidado e supervisão durante o estágio de Doutorado no exterior, de forma tão humana e profissional, proporcionando-me a oportunidade de ler o mundo com um novo olhar em um novo país, em uma nova universidade, em uma nova cultura. MUITO OBRIGADO PROFESSOR!

Aos profissionais da Universidade Federal de São Carlos e da Rutgers University – The State University of New Jersey/Newark, técnicos administrativos, professores, colegas e amigos de turma e classe. Sem eles esta tese também não seria possível.

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos, pela oportunidade de usufruir de todas as oportunidades que um discente pode ter em sua formação acadêmica: a possibilidade de ter contato com excelentes pesquisadores, de ser representante discente, de viabilizar o estágio de doutorado no exterior etc.

Aos meus professores da área de Educação Matemática, pelos ensinamentos, orientações e conversas, sobretudo ao Grupo de Estudos e Pesquisa "Formação Compartilhada de Professores - Escola e Universidade" – GPEFCom pelas contribuições e discussões acerca da minha pesquisa e estudos.

A minha família, pela compreensão, paciência, preces e orações durante minhas ausências, momentos de aflição, angústias e também por todo apoio, carinho, incentivo e amor, mesmo sem entenderem o que eu estava fazendo, sobretudo, por confiarem e acreditarem em mim.

A todos os meus amigos, que graças a Deus não conseguirei nominar aqui, já que são muitos, espalhados por todos os lugares que passei ao longo dessa vida e jornada acadêmica. Vocês são todos especiais e sabem que estou falando de você que esperava ver seu nome, em particular nos agradecimentos dessa tese. Mas, não é necessário, pois vocês ainda estão comigo e sempre estiveram, foram companheiros, conselheiros, irmãos em qualquer lugar e situação.

A todos aqueles que contribuíram de forma direta ou indireta para que esta tese acontecesse.

Por fim, a CAPES, pelo financiamento da pesquisa durante todo o período que estive no Brasil e no exterior. Sem esse incentivo nada disso seria possível e concretizado.

## RESUMO

Este estudo configura-se em uma tese de doutorado cujo objetivo é identificar, descrever e analisar que elementos teóricos e metodológicos têm sido considerados em dissertações brasileiras em Educação Matemática, no período de 1994 a 2014; quais relações possuem com o desenvolvimento do pensamento algébrico, suas principais contribuições e desafios para o ensino de álgebra em aulas de matemática da educação básica, mais especificamente o ensino fundamental e médio regular. A questão que norteia a investigação está assim definida: que indícios dos elementos que compõem o pensamento algébrico vêm sendo concebidos e descritos nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática no período de 1994 a 2014, e, quais desses elementos têm sido priorizados no ensino de álgebra na educação básica escolar? Para isso, uma metanálise qualitativa foi realizada com 20 dissertações que compuseram o corpus de análise da tese, levando-se em consideração como fundamento teórico para a análise dos dados o paradigma indiciário de Ginzburg (1989). Identificou-se, a partir dos indícios, uma concepção de matemática pronta e acabada, a ciência dos padrões e das regularidades, que possui um pensamento abstrato, uma linguagem formal e simbólica, por parte dos próprios pesquisadores. Todas essas hipóteses podem ser identificadas nos memoriais e interpretação dos referenciais teóricos utilizados nas pesquisas. Outra evidência são as atividades e sequências didáticas elaboradas pelos professores/pesquisadores, que priorizam em certa parte a álgebra formal, simbólica por meio da observação de regularidades e padrões numéricos e/ou geométricos no processo de ensinar álgebra. A certeza de que a utilização de atividades envolvendo regularidades e padrões iniciam o pensamento algébrico e pouca diferenciação ou aprofundamento entre os conceitos de pensamento e linguagem.

**Palavras-chave:** Metanálise qualitativa. Desenvolvimento do pensamento algébrico. Paradigma do saber indiciário. Ensino de álgebra. Educação Matemática.

## ABSTRACT

This study is a PhD thesis whose objective is to identify, describe and analyze what theoretical and methodological elements have been considered in Brazilian dissertations in Mathematics Education, from 1994 to 2014; which relationships with the development of algebraic thinking, their main contributions and challenges to the teaching of algebra in mathematics classes of basic education, more specifically mainstream education of primary school and secondary school. The issue that guides the research is defined as: which elements indications that composed algebraic thinking have been conceived and described by Brazilian studies in Mathematical Education from 1994 to 2014, and which of these elements have been prioritized in the teaching of algebra in basic education? For this, a qualitative meta-analysis was performed with 20 dissertations that composed the corpus analysis of the thesis, by taking into account as the theoretical basis for the data analysis the Ginzburg (1989) indicial paradigm. We identified, starting from signs, a conception of ready and finished mathematics, the science of standards and regularities, which has an abstract thinking, a formal and symbolic language, by the researchers themselves. All these hypotheses can be identified in the memorials and interpretation of the theoretical references used in the research. Another evidence are the activities and didactic sequences elaborated by the teachers/researchers that prioritize in a certain section the formal algebra, symbolic, through the observation of regularities and numerical and/or geometric patterns in the process of teaching algebra. There is certainty that the use of activities involving regularities and patterns initiates algebraic thinking and little differentiation or deepening between the concepts of thought and language.

**Keywords:** Qualitative meta-analysis. Development of algebraic thinking. Paradigm of indicial knowledge. Algebra teaching. Mathematical Education.

## SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	09
1 INTRODUÇÃO .....	13
1.1 Memorial acadêmico e profissional: contextualizando a pesquisa.....	13
1.2 Caráter da investigação.....	16
2 PERCURSO TEÓRICO-METODOLÓGICO DA PESQUISA.....	25
2.1 Contextualizando a pesquisa do tipo metanalítica.....	25
2.2 Uma possível significação para o termo metanálise.....	27
2.3 As pesquisas do tipo metanálise na área de educação matemática.....	34
2.4 Paradigma do saber indiciário: uma forma de interrogar a evidência.....	38
2.5 Análise dos dados.....	41
2.6 Do mapeamento ao corpus de análise.....	43
3 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DE ÁLGEBRA E O PENSAMENTO ALGÉBRICO.....	61
3.1 Algumas discussões sobre o ensino de álgebra na educação básica.....	61
3.2 Algumas ideias gerais acerca do ensino de álgebra em teses e dissertações brasileiras.....	65
3.3 Revisão sistemática da literatura acerca do pensamento algébrico na educação básica.....	68
3.4 O desenvolvimento histórico da álgebra como um sistema simbólico.....	69
3.5 Pesquisas diagnósticas sobre o ensino de álgebra.....	71
3.6 A caracterização do pensamento algébrico.....	76
3.7 A concepção da álgebra como aritmética generalizada.....	78
3.8 O desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de observação de regularidades e padrões .....	80
3.9 Sugestões metodológicas para o desenvolvimento do pensamento algébrico .....	82
3.10 Uma proposta emergente para o desenvolvimento do pensamento algébrico nas aulas de matemática .....	85
4 OS INDÍCIOS DOS ELEMENTOS QUE COMPÕEM O PENSAMENTO ALGÉBRICO NAS DISSERTAÇÕES DO CORPUS DE ANÁLISE.....	90
4.1 Contextualizando o corpus de análise da tese: indícios de concepções de ensino de álgebra.....	90
4.2 O panorama geral das pesquisas que compõem o corpus de análise.....	93
4.3 As escolhas teóricas e metodológicas .....	97

4.4 Os recursos didáticos e os elementos escolhidos e/ou priorizados nas pesquisas que envolvem pensamento algébrico.....	104
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	124
REFERÊNCIAS.....	127
ANEXO.....	136

## APRESENTAÇÃO

O objeto de estudo desta investigação são os indícios dos elementos que compõem o pensamento algébrico e como eles vêm sendo concebidos e descritos nas dissertações brasileiras da área de Educação Matemática disponíveis em banco de dados virtuais, que tiveram como temática principal o desenvolvimento do pensamento algébrico em aulas de matemática da educação básica escolar, no período de 1994 a 2014. Para isso realizou-se uma metanálise qualitativa, que consiste em uma revisão sistemática de investigações de natureza qualitativa, envolvendo um estudo minucioso em um número reduzido de trabalhos investigativos sobre um mesmo tema.

A revisão sistemática teve início a partir de um mapeamento realizado em bancos digitais de teses e dissertações brasileiras, através da palavra-chave: pensamento algébrico, que melhor traduz a temática interessada nesta tese. Dos 65 estudos levantados no mapeamento, apenas 24 foram selecionados para compor o corpus de análise desta tese em primeira instância, uma vez que eles se adequaram aos critérios pré-estabelecidos a partir dos objetivos desta pesquisa. Para essa seleção, uma leitura dos títulos, resumos e sumários dos estudos foram consideradas. No entanto, após uma segunda etapa de leitura minuciosa e integral das pesquisas, 4 estudos foram excluídos por não satisfazerem os critérios pré-estabelecidos nesta pesquisa, sendo assim restaram apenas 20 estudos, todos eles dissertações disponíveis em banco de dados e/ou bibliotecas virtuais.

A análise dos dados desse tipo de pesquisa, metanalítica, se dá através de contrastes, inter-relacionamentos e sínteses, com o intuito de produzir resultados mais amplos ou gerais e que transcendam aqueles anteriormente obtidos, produzindo outras interpretações que permitam compor uma nova síntese de interpretações. Para isso, levaram-se em consideração na análise dos dados deste estudo, inspirações do paradigma indiciário de Ginzburg (1989), como fundamentação teórica de compreensão e análise dos dados.

O paradigma indiciário de Ginzburg (1989) é uma forma de pensar, uma forma de raciocinar, baseada em indícios, em minúcias, em pistas, é uma ferramenta de trabalho, uma maneira de analisar um documento através de evidências. Neste estudo, por exemplo, a maneira como o professor organiza o ensino de álgebra para desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes, bem como, as atividades elaboradas pelos professores e as escolhas teóricas são consideradas indícios.

Assim, o objetivo principal da pesquisa foi identificar, descrever e analisar que elementos teóricos e metodológicos têm sido considerados em dissertações brasileiras em

Educação Matemática, no período de 1994 a 2014, e quais relações possuem com o desenvolvimento do pensamento algébrico, suas principais contribuições e desafios para o desenvolvimento desse tipo de pensamento, em aulas de matemática da educação básica escolar, mais especificamente o ensino fundamental e médio regular.

A questão investigativa que norteou esta pesquisa foi assim definida: Que indícios dos elementos que compõem o pensamento algébrico vêm sendo concebidos e descritos nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática no período de 1994 a 2014, e, quais desses elementos têm sido priorizados no ensino de álgebra na educação básica escolar?

A hipótese que estou defendendo está diretamente relacionada às atividades didáticas que o professor que ensina matemática na educação básica escolar brasileira, sobretudo daqueles que levaram em consideração a investigação do desenvolvimento do pensamento algébrico em suas aulas, ainda está focalizada na linguagem formal da álgebra simbólica como processo de ensino e não como um fim. O desenvolvimento do pensamento algébrico nas aulas de matemática ainda parte do pressuposto da ideia de generalização da aritmética e do processo de contagem para álgebra, ou seja, da particularidade para a generalidade e não o contrário.

Diante do exposto contextualizarei os episódios de construção que compõem o quadro de investigação e o percurso realizado, acreditando que através desse processo de escrita é possível demonstrar de alguma forma a minha compreensão acerca da produção científica em Educação Matemática, levando em consideração o desenvolvimento do pensamento algébrico nas aulas de matemática ministradas na Educação Básica<sup>1</sup>.

É importante salientar o uso que farei dos tempos verbais nesta investigação. Na apresentação e na introdução optei por usar a primeira pessoa do singular, por tratar de experiências pessoais, no que diz respeito a mim, autor desta tese. Já nos capítulos posteriores, os tempos verbais serão conjugados na 1ª pessoa do plural, uma vez que todo trabalho realizado aqui é cooperativo e compartilhado, seja com minha orientadora, com meu supervisor no doutorado sanduíche ou com os autores das pesquisas e teorias que dialogarão comigo ao longo deste trabalho. Quando me referir às palavras: pesquisa, estudo, investigação e trabalho, considerarei como sinônimos, devido a frequência com que elas serão usadas.

Além disso, será considerada neste estudo a mudança de nomenclatura de séries para anos conforme a Lei 11.274 de 6 de fevereiro de 2006, o qual as escolas da educação básica tiveram até o ano de 2010 para integrar o último ano da educação infantil ao

---

<sup>1</sup>Sempre que me referir a Educação Básica neste texto, levarei em consideração o Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Finais) e Ensino Médio, do sistema de ensino regular.

1º ano do ensino fundamental, obtendo assim a duração de nove anos e a mudança da nomenclatura séries para anos, de acordo com a concepção de ciclo no currículo.

No que diz respeito ao capítulo 1, seu principal objetivo é contextualizar a minha trajetória profissional e acadêmica, uma vez que ilustra todo o percurso trilhado por mim até culminar nesta proposta de investigação, levando em consideração os objetivos desta pesquisa, as hipóteses e a questão de investigação.

O capítulo 2 tem o intuito de familiarizar e apresentar ao leitor os aspectos teórico-metodológicos do tipo de pesquisa que será realizado nesta tese, a metanálise, suas concepções, compreensões, perspectivas e possibilidades, discutindo com diversos teóricos, sobretudo, aqueles da área de Educação Matemática, bem como as escolhas e justificativas para a fundamentação teórica da análise dos dados, o paradigma do saber indiciário.

O capítulo 3 tem por objetivo compor o referencial teórico da tese, onde serão apresentados os principais indícios dos elementos do pensamento algébrico na educação básica que são considerados e descritos nos trabalhos que compõem o corpus de análise da metanálise, bem como uma discussão sobre o conceito de pensamento algébrico, a partir de uma revisão sistemática da literatura em periódicos da área de Educação Matemática.

Já o capítulo 4 tem por objetivo descrever e apresentar o percurso realizado na análise dos dados desta pesquisa, levando em consideração a metanálise e o paradigma do saber indiciário. Será possível ainda acompanhar como foi realizado o processo de metanálise e seus desdobramentos para as análises preliminares dos dados, disponíveis nos estudos selecionados.

O quinto e último capítulo tem por objetivo tecer algumas considerações, discutindo os estudos, os resultados e os encaminhamentos que emergiram da análise dos dados.

O fio condutor que fundamentou a pesquisa foi o paradigma do saber indiciário proposto pelo historiador italiano Ginzburg (1989), como já mencionado anteriormente. Em seus estudos, o autor faz uso deste saber como ferramenta de análise de documentos, da micro-história, um gênero historiográfico, que leva em consideração o rastreamento de indícios. Os indícios, nada mais são que os sinais ou sintomas, quando levamos em consideração o saber de um médico; evidências e pistas, no caso de um detetive, signos ou índices, no caso de um crítico de arte. Indícios que remetem a algum evento relacionado ao recorte em escala microscópica dada a um objeto de estudo em investigação, mas explorado com exaustão pelo pesquisador para compreender o evento.

Outro aspecto importante a se destacar é que em pesquisas do tipo metanalítica é aconselhável ter, no mínimo, um especialista no tema que será investigado acompanhando o processo, de modo que as análises e interpretações sejam mais próximas e coerentes ao que elas de fato dizem, pois, o risco de estabelecer juízos de valores e priorizar apenas uma perspectiva ou ponto de vista, sempre é muito eminente.

De modo geral, quando se trata de teses ou dissertações, o orientador da pesquisa sempre representará esse especialista. Esse é um dos desafios do pesquisador que se propõe a realizar uma metanálise, ser coerente com suas interpretações, por mais difícil que seja suspender juízos, crenças e concepções. Todavia, isso pode ser amenizado, apresentando-se ao leitor quais escolhas e perspectivas nortearão o trabalho, ou seja, o direcionamento do olhar, o fio condutor das análises.

## 1 INTRODUÇÃO

Esse capítulo tem por objetivo contextualizar e apresentar minha trajetória profissional e acadêmica culminando nas escolhas e justificativas para a realização desta investigação de doutorado, levando em consideração as experiências que tive e tenho com a temática, bem como as hipóteses e os objetivos desta tese.

### 1.1 Memorial acadêmico e profissional: contextualizando a pesquisa

Gostaria de iniciar este texto esclarecendo ao leitor que a síntese, resultado de minha trajetória acadêmica e profissional, faz parte de um processo de idas e vindas que perpassou até chegar aqui, um verdadeiro mapa subjetivo que me compõe como professor que ensina matemática e que investiga, em particular, o desenvolvimento do pensamento algébrico. É importante contextualizar e resgatar a minha história, de modo que ela seja significativa para as possíveis compreensões e interpretações que o leitor poderá vir a ter.

Este estudo tem como tema central a análise de dissertações brasileiras em Educação Matemática que tiveram como tema de investigação o desenvolvimento do pensamento algébrico em aulas de matemática, no contexto da educação escolar brasileira, considerando como objeto de estudo as análises e resultados dessas pesquisas, sobretudo as atividades propostas e elaboradas aos estudantes envolvidos nesse processo. Como veremos ao longo deste texto, muitas pesquisas envolvendo o ensino de álgebra têm sido produzidas atualmente, o que tem contribuindo para um repensar o ensino de álgebra, seja através dos referenciais teóricos e/ou propostas didáticas relacionadas à organização de seu ensino.

O interesse inicial pela temática surgiu na minha vivência como estudante do curso de licenciatura em matemática, motivado pelas experiências docentes que tive nos estágios curriculares supervisionados, referente às dificuldades que os estudantes da educação básica possuíam em aprender álgebra. Essas experiências me proporcionaram realizar uma investigação em nível de iniciação científica (PIRES, 2009), com foco no uso das tecnologias e de sequências didáticas para estudantes do 8º ano do ensino fundamental, e outra em nível de mestrado (PIRES, 2012), com foco na formação inicial de professores de matemática, levando em consideração as vivências que tiveram com a educação algébrica nos diferentes níveis de ensino, ambas tendo o ensino de álgebra como temática principal.

Durante o meu curso de formação inicial de professores já me sentia desconfortável com o ensino de álgebra, uma vez que as experiências pessoais dos meus colegas de classe em relação à álgebra não era a das melhores, presenciei inúmeros

“fracassos” no conteúdo relacionado ao campo da álgebra pelos meus amigos, seja no nível de ensino fundamental II ou ensino médio. Nunca tive dificuldades com matemática, mas a incompreensão dos meus colegas era visível, por mais que eu tentasse ajudá-los. Mesmo no curso de formação inicial de professores, cujos estudantes optaram por se especializar no ensino de matemática e tinham uma familiaridade maior com essa ciência, as dificuldades não deixavam de existir, a ruptura da álgebra escolar, aquela praticada no contexto da educação escolar, e da álgebra acadêmica, aquela praticada pelos matemáticos no contexto das universidades, tornava-se evidente e mais fracassos foram presenciados por mim nesse nível de ensino.

O projeto de Iniciação Científica foi motivado por essa curiosidade, compreender os fracassos e as dificuldades dos estudantes no que diz respeito aos conceitos algébricos estudados no contexto escolar, principalmente as equações de primeiro grau ou sentenças abertas. Para isso, uma intervenção em sala de aula foi realizada com alunos do 8º ano, fundamentada na engenharia didática para a elaboração das sequências didáticas e no construcionismo para elaboração das atividades utilizando softwares no computador. Ao longo dessa experiência verificou-se que os recursos utilizados para o ensino de equações do primeiro grau pouco contribuíram para a compreensão dos estudantes, na comparação do pré-teste e pós-teste realizado, uma vez que durante a intervenção foi utilizado mais do mesmo, atividades propostas pelos livros didáticos e softwares que priorizavam a linguagem simbólica da álgebra como ponto de partida e não como ponto de chegada.

Os resultados da dissertação elaborada durante o mestrado evidenciaram uma forte ruptura entre a álgebra ensinada e estudada na escola e a álgebra ensinada e estudada na universidade. Os depoimentos dos futuros professores de matemática, colaboradores da pesquisa, apontavam para uma forte dissociação entre as duas álgebras, a escolar e a acadêmica, a primeira era mais procedimental e exigia mais memorização e técnicas de resolução, a segunda era mais formal, simbólica, abstrata e exigia mais compreensão lógica dos conceitos estudados. Além disso, sentiam-se incomodados com a álgebra aprendida na universidade, devido ao fato que não a utilizaria nas salas de aula da educação básica e tampouco auxiliava na compreensão do seu ensino. As metodologias de ensino aprendidas durante as aulas de prática de ensino e estágio supervisionado favoreciam um repensar do ensino de álgebra na educação básica.

Além das experiências acadêmicas, tive a oportunidade de iniciar minha carreira docente após o término do mestrado, em escolas públicas e particulares da rede de ensino do estado de São Paulo, em diferentes níveis de ensino, fundamental II e ensino médio,

como professor de matemática, desenho geométrico e física. Ao longo de um ano tive a oportunidade de utilizar todo meu arcabouço teórico e metodológico para ensinar matemática, mesmo assim as dificuldades com o ensino de álgebra ainda permaneciam, muitos dos estudantes não conseguiam solucionar uma equação do 1º grau, mesmo que de forma técnica e/ou procedimental. Como professor percebia que ainda estavam reproduzindo um ensino de álgebra que priorizava a linguagem formal e simbólica e consequentemente técnicas de resolução e procedimentos disponíveis nos livros didáticos e propostas curriculares.

Ainda com essa inquietação profissional, resolvi de algum modo aprofundar meus estudos e conhecimentos sobre o ensino de álgebra no curso de doutorado, de modo a conhecer mais profundamente os desafios e possibilidades do ensino dessa área de conhecimento da matemática, presente no contexto escolar. A motivação que no início era somente prática tornou-se teórica, à medida que esta tese foi sendo desenhada e esculpida. O desenvolvimento do pensamento algébrico passou a ser o foco de estudo, que de algum modo aprimorou meu conhecimento como professor e favoreceu uma oportunidade de esclarecimento e aprofundamento na academia.

É importante salientar que durante os períodos que fui mestrando, professor que ensina matemática e doutorando, também atuei como formador de professores, seja na formação inicial com os estudantes de Licenciatura em Pedagogia da Universidade Aberta do Brasil (UAB)/UFSCar, seja na formação contínua com os professores dos anos iniciais no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), como formador na área de Educação Matemática. Esse público também me ofereceu a oportunidade de repensar o ensino de álgebra, já que nas atuais propostas curriculares de ensino para os anos iniciais, o desenvolvimento do pensamento algébrico já está presente como componente curricular, de modo que os professores auxiliem os estudantes a reconhecerem padrões e possíveis generalizações, problematizando conceitos como o de multiplicação e a tabuada, analisando recorrências, padrões, estruturas, propriedades, etc., sejam aritméticas ou geométricas.

Antes de delimitar as fronteiras desta tese, muitas ideias permearam o seu contexto, dentre elas destacam-se aspectos teóricos relacionados à extrema curiosidade em investigar a particularidade da linguagem formal e simbólica da matemática. Para isso percorri caminhos ainda que panorâmicos na área da linguística e conheci estudos envolvendo os aspectos mais estruturais da língua, como os sintáticos e semânticos, os mais filosóficos, envolvendo a filosofia da linguagem e a análise do discurso, entendendo a língua como um processo histórico e social, ideológica e compreendida através de seus usos em diferentes perspectivas teóricas.

O estágio de doutorado no exterior também trouxe suas contribuições, a principal delas foi o contato com a proposta de ensino da álgebra antes da aritmética<sup>2</sup>, desenvolvida em uma escola do tipo *charter* no bairro do *Bronx*, na cidade de Nova York, nos Estados Unidos, mantida com a colaboração do meu supervisor, o Prof. Dr. Arthur Belford Powell. Nesse contexto, as crianças nos anos iniciais fazem matemática utilizando barras de cuisinaire para aprender as quatro operações básicas da aritmética, sem utilizar o numeral, mas sim representações simbólicas e/ou pictóricas que definam as operações realizadas, através de comparação de medidas, trocas e equivalência.

Diante da realidade apresentada e da experiência como professor de matemática, mestre em educação, na linha de Educação em Ciências e Matemática, e também formador de professores, o que intensifica minha relação com a temática a ser estudada. Essa pesquisa justifica-se também pelos vários estudos que serão apresentados ao leitor ao longo desta tese e tratam desse assunto através de várias perspectivas e olhares: das dificuldades em aprender álgebra, das concepções de álgebra e seu ensino, das propostas e/ou metodologias de ensino, das especificidades e características da sua linguagem e pensamento, da sua forma e apresentação em livros didáticos, da sua história, das reformas curriculares, nos vários níveis de ensino e contexto, enfim uma gama de produções, que não tratarei aqui, mas que tentarei de alguma forma representar na tese, pela metodologia que será utilizada.

Essa proposta de investigação é integrante dos trabalhos realizados no grupo de estudos e pesquisa "Formação Compartilhada de Professores - Escola e Universidade" (GPEFCom), instituído em 2009 e o qual faço parte, que tem por objetivo principal desenvolver atividades investigativas que integrem os conhecimentos de pesquisadores da universidade com os conhecimentos produzidos pelos professores da educação básica e licenciandos, onde os principais envolvidos têm oportunidade de desenvolver estudos teóricos, em nível de graduação e de pós-graduação, de forma a priorizar a parceria compartilhada entre escola e universidade.

## **1.2 Caráter da investigação**

O objetivo deste tópico é esclarecer algumas escolhas realizadas ao longo desta tese e explicitar minhas concepções e “apostas” como pesquisador, acerca de cada tema. A todo o momento procurarei justificar minhas escolhas, de modo a explicitar a delimitação do tema e resguardar os limites desta investigação, que se propõem a estudar as teses e

---

<sup>2</sup>Falarei um pouco mais sobre isso nas considerações finais deste estudo.

dissertações brasileiras em Educação Matemática que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico no contexto da educação básica escolar, que tenham como dinâmica o contexto escolar formal e a sua organização no ensino, na relação professor-estudante e/ou pesquisador-estudante, que está aprendendo e ensinando algum conceito algébrico.

Trarei aqui da educação escolar, formal, mais especificamente dos conceitos algébricos estudados no currículo desse contexto, da educação básica, partindo do pressuposto que o desenvolvimento curricular do conhecimento escolar é lógico formal, ou seja, tem levado em consideração apenas os seus aspectos, simbólicos, estruturais e técnicos, desconsiderando, por exemplo, elementos históricos do conceito.

Situações como a mencionada no parágrafo anterior podem ser identificadas através da ênfase que é dada em apenas um aspecto da variável letra no currículo do ensino fundamental, por exemplo, a incógnita, geralmente a letra “*x*”, em atividades que envolvem equações polinomiais, enquanto a variável propriamente dita e a variável parâmetro possuem menos ênfase no ensino fundamental II. Além disso, questionamentos relacionados ao uso da letra para representar a variável em problemas matemáticos geralmente não são muito problematizados e acabam ficando em segundo plano, e assim a letra acaba se tornando uma entidade inquestionável.

Sendo assim, este trabalho analisa como vem sendo concebido e descrito o desenvolvimento do pensamento algébrico nas teses e dissertações brasileiras em Educação Matemática, quando levam em consideração esse aspecto na organização do ensino de álgebra. Essas pesquisas compõem o *corpus*<sup>3</sup> de análise de estudo dessa tese. É importante salientar o caráter interpretativo da pesquisa em educação e suas múltiplas possibilidades de olhar um mesmo objeto, nesse caso a opção de olhar deu-se através da possibilidade de compreender o pensamento algébrico escolarizado e suas possibilidades didáticas para o ensino de álgebra.

Entendo que a álgebra escolar pode ser desenvolvida através de diversas possibilidades que possivelmente serão apresentadas pelos autores/dados deste trabalho em diversas perspectivas teóricas. Sei, ainda, que a álgebra escolar está igualmente empregnada de conceitos que envolvem o currículo da época em que está inserida, como: incógnitas, parâmetros, variáveis, equações, variabilidade, campo de variação, proporcionalidades, propriedades, estruturas, relações, representações, polinômios e raízes, regras, cálculo literal etc.

---

<sup>3</sup>O *corpus* de análise de uma metanálise do tipo qualitativa compreende os trabalhos que foram selecionados para compor os dados, os quais serão analisados pela pesquisa.

Tratando-se de educação escolar, um aspecto que será considerado nesta tese será a organização do ensino de álgebra presente nas teses e dissertações, de modo que favoreça o pensamento algébrico. No processo de pesquisa, a análise dos dados nada mais é que uma interpretação, uma possibilidade de estabelecer um discurso que assegure que aquilo que está diante do pesquisador é uma forma simbólica, seja um texto, uma imagem, uma gravação, um vídeo etc. Dessa forma, procurarei estabelecer um diálogo com o processo de “realizar pesquisa” através da metanálise<sup>4</sup>, usufruindo de suas possibilidades de analisar os dados.

A metanálise será utilizada nesta tese devido a sua potencialidade de elaborar síntese, de maneira sistemática e profunda, seguindo protocolos auditáveis, conforme apontam os estudos de Castro (2001), ou seja, passíveis de verificação por outros pesquisadores. Além disso, o paradigma do saber indiciário de Ginzburg (1989) será o fio condutor para analisar as investigações que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico no contexto da educação básica escolar, levando em consideração sua organização do ensino, um método de conhecimento cuja força está na observação do pormenor revelador.

Nesta pesquisa, entendem-se como pormenor revelador, os minúsculos sinais, as pistas, as evidências que acusam indícios de possíveis novas interpretações, novas compreensões, sejam através de palavras, de discursos, de escolhas etc. Como um crítico de arte, questionando a autoria de uma obra, Ginzburg (1989) citando Morelli, destaca:

É preciso não se basear, como normalmente se faz, em características mais vistosas, portanto mais facilmente imitáveis, dos quadros: os olhos erguidos para o céu dos personagens de Perugino, o sorriso dos de Leonardo, e assim por diante. Pelo contrário, **é necessário examinar os pormenores mais negligenciáveis, e menos influenciados** pelas características da escola a que o pintor pertencia: os lóbulos das orelhas, as unhas, as formas dos dedos das mãos e dos pés. (GINZBURG, 1989, p. 144, grifo nosso).

No que diz respeito ao pensamento algébrico, considero esse um tipo de pensamento, uma forma de “pensar matematicamente” os objetos inerentes aos conceitos matemáticos relacionados à álgebra, como os nexos conceituais de álgebra definido por Sousa (2004) em sua tese de doutorado: variável, relação, dependência, movimento (regular e irregular) e campo numérico, levando em consideração a historicidade dos conceitos, que

---

<sup>4</sup>Uma modalidade de pesquisa que objetiva desenvolver uma **revisão sistemática** de estudos já realizados **em torno de um mesmo tema ou problema de pesquisa**, fazendo uma análise crítica dos mesmos com o intuito de extrair deles, mediante contraste e inter-relacionamento, outros resultados e sínteses — dados ou pormenores não considerados pelos pesquisadores, em decorrência de seus objetos de investigação. (PASSOS et. al., 2006, p.198, grifo nosso).

podem ser representados por uma linguagem, no sentido de palavras ou signos, propriamente ditos. Um exemplo muito elucidativo para definir o pensamento algébrico é o de Caraça (1998) que diz que pensar algebricamente é pensar o número sem o numeral.

De acordo com Kieran (1996, p. 275), o pensamento algébrico

pode ser interpretado como uma abordagem às situações quantitativas que enfatiza os aspectos relacionais gerais com ferramentas que não são necessariamente simbólicas, mas que podem ultimamente ser usadas como suporte cognitivo para introduzir e sustentar o discurso mais tradicional da álgebra escolar.

Ou seja, para a autora supracitada o pensamento algébrico está intimamente relacionado a forma de compreender as relações gerais entre as grandezas e como expressá-las, mais especificamente a ideia de variável, no campo funcional. Para Fiorentini (2004), o pensamento algébrico é caracterizado pela capacidade que o estudante desenvolve de expressar genericamente suas ideias por meio da compreensão da ideia de variável, de maneira que consiga expressá-las e operá-las por meio de uma linguagem.

Tratando ainda do desenvolvimento do pensamento algébrico, Sousa (2004) caracteriza esse tipo de pensamento através da sua constituição lógico-histórica, esclarecendo que a constituição do pensamento algébrico compõe os conceitos de fluência, número, variável e campo de variação. “Palavras como relação, dependência, movimento, mutabilidade, campo numérico são nexos conceituais do conceito de variável. Podem ser entendidas como substância, a fluência, o movimento que compõe o pensamento algébrico (SOUSA, 2004, p. 174).

Os pesquisadores Lins e Gimenez (1997, p. 151) consideram:

Pensar algebricamente é pensar dessa forma; é produzir significado para situações em termos de números e operações aritméticas (e igualdades e desigualdades), e com base nisso transformar as expressões obtidas operando sempre de acordo com aritmetismo, internalismo e internalismo.

É possível notar através desses excertos o quanto a ideia de variável e movimentos são importantes para o desenvolvimento do pensamento algébrico, sobretudo a interdependência entre o pensamento e a linguagem, uma vez que expressar esse tipo de pensamento torna-se uma atividade comum para expressar as ideias. Neves (1995) concorda que o pensamento algébrico possui uma distinção do pensamento aritmético, já que a origem histórica da Álgebra é relativamente independente da Aritmética. Para esse autor, a principal distinção do pensamento algébrico às outras formas de pensamento do campo da matemática são: a intenção de refletir sobre os próprios procedimentos utilizados, o que lhe garante um **caráter analítico**, a tendência em proceder a partir de elementos interno, o que lhe confere

um **caráter internalista**, bem como as relações estabelecidas entre os objetos, o que ele chamaria de **caráter operativo**. Ideias essas que se aproximam de algumas formas as de Lins e Gimenez (1997).

Outro autor que se tem debruçado sobre o conceito de pensamento algébrico é Kaput (1999). Para esse autor, o pensamento algébrico se manifesta através de processos de conjectura e argumentação quando são feitas generalizações sobre dados e relações matemáticas, o qual estão presentes cinco formas de pensamento relacionadas entre si: a generalização e formalização de padrões e restrições; a manipulação de formalismos guiada sintaticamente; o estudo de estruturas abstratas; o estudo de funções, relações e de variação conjunta; e a utilização de múltiplas linguagens na modelação matemática e no controle de fenômenos.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 88) definem pensamento algébrico como sendo:

‘um tipo especial de pensamento’ que pode se manifestar não apenas nos diferentes campos da Matemática, mas como também em outras áreas do conhecimento. Ele pode expressar-se através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica, ou através de uma linguagem específica para este fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica.

Para Mason (1996) a essência do pensamento algébrico está no reconhecimento, na apreciação, na expressão e na manipulação da generalidade, e implica, ao mesmo tempo, em particularizar e generalizar, assim como em conjecturar e justificar. Vale e Pimentel (2005) em seus estudos também consideram que os padrões são base do pensamento algébrico e que atividades envolvendo essa característica favorecem aos estudantes a identificação de relações e conseqüentemente a elaboração de generalizações, já que esse tipo de trabalho promove uma atitude investigativa no estudante que de alguma forma relaciona-se com a resolução de problemas.

Ponte (2005, p. 37) afirma que o pensamento algébrico diz respeito a:

Compreender padrões, relações e funções (estudo das estruturas); representar e analisar situações matemáticas e estruturas, usando símbolos algébricos (simbolização); usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; analisar mudança em diversas situações (estudo da variação).

Múltiplas são as interpretações e concepções que os autores fazem do que é o pensamento algébrico, fundamentadas em suas investigações, leituras, estudos e acesso a documentos históricos. Contudo, ideias relacionadas aos conceitos de variável e a interdependência entre a linguagem e o pensamento para expressar as relações entre as

grandezas e processo de generalização de algum tipo de movimento, seja ele regular ou irregular, estão presentes de alguma forma nas definições propostas por esses pesquisadores.

Nesse sentido, as produções científicas que tratam dessa temática, o desenvolvimento do pensamento algébrico nas aulas de matemática da educação básica, traduzidas em dissertações é o que constitui o corpus de análise desse estudo. Nada mais são que as investigações em educação matemática, avaliadas pelos seus pares e elaboradas por professores que ensinam matemática através do rigor acadêmico exigido por essa comunidade de pesquisadores. Para isso lançarei mão da hipótese, abaixo relacionada, a priori, acerca do pensamento algébrico na educação básica escolar, que poderão nortear as discussões desse estudo, uma vez que essa temática já me é comum como descrito no memorial, baseadas ainda em experiências profissionais e acadêmicas particulares, mas que, de alguma forma, poderão ser elucidadas através dos resultados dessa investigação.

- 1 O desenvolvimento do pensamento algébrico em estudantes dos ensinos fundamental e médio regulares da educação escolar básica em aulas de matemática ainda têm sido traduzido nas produções acadêmicas brasileiras em apenas uma de suas formas: a observação de regularidades de padrões, sejam eles aritméticos ou geométricos, por meio de movimentos regulares e grandezas discretas, impregnada de formalismos, simbolismos.
- 2 O ensino desse tipo de pensamento ainda está focalizado na linguagem formal da álgebra simbólica como processo de ensino e não como um fim. O desenvolvimento do pensamento algébrico nas aulas de matemática ainda parte do pressuposto da ideia de generalização da aritmética e do processo de contagem para álgebra, ou seja, da particularidade para a generalidade e não o contrário.

Sendo assim, o objetivo principal dessa tese é identificar, descrever e analisar que elementos teóricos e metodológicos têm sido considerados em teses e dissertações brasileiras em educação matemática, no período de 1994 e 2014, e quais relações possuem com o desenvolvimento do pensamento algébrico, suas principais contribuições e desafios na organização do ensino de álgebra, em aulas de matemática da educação básica escolar. Os objetivos específicos são:

- Mapear as teses e dissertações brasileiras sobre ensino de álgebra que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico em aulas de matemática no contexto da educação básica escolar, no período de 1994 a 2014.
- Investigar a compreensão que as teses e dissertações brasileiras em educação matemática que tratasse do desenvolvimento do pensamento algébrico no contexto da

educação básica escolar, no período de 1994 a 2014, possuem sobre pensamento algébrico.

- Identificar como se dá o ensino de álgebra através das atividades sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico que estão sendo desenvolvidas no contexto das aulas de matemática, descritas nas pesquisas consultadas.

Vale a pena ressaltar que a escolha desse período deve-se ao fato de que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), elaborados no final da década de 90, indicam que o ensino de álgebra na educação básica deveria ser iniciado a partir da “pré-álgebra”, termo utilizado no livro *As ideias da álgebra*, organizado por Coxford e Shulte (1995), a partir das discussões do *National Council Teachers of Mathematics* (NCTM) dos Estados Unidos e destacadas nos artigos escritos por Zalman Usiskin e Lesley Booth, pesquisadores norte-americanos.

Além disso, outras obras como a brasileira *Perspectivas de Aritmética e Álgebra no Século XXI* de Lins e Gimenez (1997) e os artigos intitulados *Século XXI: qual matemática é recomendável* de Lorenzato e Vila (1993) e *Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica elementar* de Fiorentini, Miguel e Miorim (1993) evidenciam-se como marco teórico das pesquisas que compõem o corpus de análise desta tese, uma vez que compõem o referencial de todas elas. Com exceção do artigo de Lorenzato e Vila (1993), as obras de Lins e Gimenez (1997) são citadas em 14 dissertações de 20 e Fiorentini, Miguel e Miorim são citadas em 11 dissertações de 20. Nesses estudos são apresentadas algumas discussões no que diz respeito a qual álgebra deve ser ensinada no século XXI, enfatizando o ensino de álgebra que não prioriza única e exclusivamente a técnica, mas sim o pensamento algébrico.

É nesse contexto que esta investigação está inserida, com problemáticas que envolvem o pensamento algébrico nas pesquisas desenvolvidas na educação básica, uma vez que, compreendendo como tem sido concebida e descrita as pesquisas que tratam do pensamento algébrico na educação matemática, é possível repensar o ensino de álgebra na educação básica, a partir das produções científicas, pretendendo-se ampliar o referencial teórico sobre a metodologia metanalítica e o pensamento algébrico, no âmbito da educação matemática, considerando-se que esta pesquisa tem como questão a ser investigada: Que indícios dos elementos que compõem o pensamento algébrico vêm sendo concebidos e descritos nas pesquisas brasileiras em educação matemática, no período de 1994 a 2014, e, quais desses elementos têm sido priorizados no ensino de álgebra na educação básica escolar?

Com o desenvolvimento deste estudo, buscando responder a questão apresentada, bem como alcançar os objetivos traçados, crê-se que se fará valiosa contribuição teórica ao campo educacional, especialmente no tocante a área da educação matemática e ao ensino de álgebra na educação básica. Acredita-se também que esta pesquisa contribuirá ainda com a sistematização da temática e a orientação para a construção de novos conhecimentos referentes ao pensamento algébrico na educação escolar.

Há de se considerar ainda que, compreender o objeto de estudo: os indícios dos elementos que compõe o pensamento algébrico inserido no ensino de álgebra e no currículo de matemática, influenciado pelas produções acadêmicas podem promover contribuições para pensarmos a formação docente e o currículo de matemática da educação básica brasileira, sobretudo sua organização no ensino. Levando em consideração os indícios presentes nas atividades propostas pelos professores que ensinam matemática aos estudantes da educação básica, ou ainda, procurando saber onde estão as coincidências entre as atividades propostas pelos professores e o contexto em que se aplicam, ou seja, a formação acadêmica e profissional desses professores pesquisadores, a concepção de ensino de álgebra que possuem, as teorias que utilizam, a maneira que desenvolvem e elaboram suas atividades, enfim, todas essas informações constituem-se como indícios para compreender e analisar como é concebido o ensino de álgebra nas produções científicas em educação matemática no Brasil.

Sendo assim, busco a partir destas hipóteses defender a seguinte tese: O desenvolvimento do pensamento algébrico em aulas de matemática pode ser explorado desde a infância, através de experimentos didáticos, elaborados pelo professor que ensina Matemática, que priorizem a observação de movimentos regulares e irregulares na vida, levando em consideração as grandezas contínuas e discretas, de modo que os estudantes mobilizem diferentes linguagens para representar e sintetizar seu pensamento, sejam elas pictóricas ou não, de modo que consigam compreender fenômenos, fazendo previsões, generalizações e estabelecendo conjecturas.

Nesse sentido, a pesquisa visa contribuir com a compreensão do ensino de álgebra na educação básica através das produções brasileiras dialogadas com as discussões atuais, inclusive internacionais, considerando-se que tal compreensão poderá auxiliar na reflexão acerca das práticas adotadas para seu ensino, bem como, poderá fornecer subsídios para que o ensino de álgebra possa ser repensado, sobretudo nas propostas curriculares.

No próximo capítulo apresentarei de maneira pormenorizada a escolha metodológica dessa tese, esclarecendo os termos, os métodos e suas diferentes perspectivas, justificando aquela que mais se adequou a pesquisa. A opção de apresentá-la já no segundo

capítulo deve-se ao fato da própria particularidade deste tipo de pesquisa, que leva em consideração etapas e protocolos de realização que perpassarão por toda a tese.

## 2 PERCURSO TEÓRICO-METODOLÓGICO DA PESQUISA

Neste tópico pretende-se discorrer sobre as pesquisas de cunho metanalítico, sua história e variações, as apropriações desse tipo de pesquisa na educação e educação matemática. Além disso, aspectos históricos e teóricos do paradigma do saber indiciário de Ginzburg (1989), também serão apresentados, uma vez que essa perspectiva teórica fundamentará a análise dos dados. Na tentativa de compreender como vem sendo concebido o ensino de álgebra nas produções brasileiras, particularmente, as que tratam do pensamento algébrico, recorre-se aos estudos acadêmicos traduzidos em dissertações e teses desenvolvidas no país, no período de 1994 a 2004.

### 2.1 Contextualizando a pesquisa do tipo metanalítica

A perspectiva metodológica que será desenvolvida na tese é qualitativa, uma vez que pretende compreender os fenômenos sob a visão do pesquisador e dos participantes do processo. Os documentos nesse caso, como afirmam Bogdan e Biklen (1994, p. 49), “os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos”.

Nesse sentido, há de se considerar que, Fiorentini e Lorenzato (2009) alertam que, dentre os vários tipos de estudos bibliográficos ou documentais, há três que devem ser destacados: a metanálise, os estudos do estado da arte e os estudos tipicamente históricos. Neste trabalho, o tipo de estudo bibliográfico que será realizado será uma metanálise qualitativa, que é definida como

uma **revisão sistemática** de outras pesquisas, visando realizar uma avaliação crítica delas e/ou produzir novos resultados ou sínteses a partir do confronto desses estudos, transcendendo aqueles anteriormente obtidos. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p.103, grifo nosso).

Ou ainda,

uma modalidade de pesquisa que objetiva desenvolver uma **revisão sistemática** de estudos já realizados **em torno de um mesmo tema ou problema de pesquisa**, fazendo uma análise crítica dos mesmos com o intuito de extrair deles, mediante contraste e inter-relacionamento, outros resultados e sínteses — dados ou pormenores não considerados pelos pesquisadores, em decorrência de seus objetos de investigação. (PASSOS et. al., 2006, p.198, grifo nosso).

Note que a metanálise, para esses autores, é um estudo de revisão sistemática da literatura em torno de um mesmo tema ou problema com o objetivo de extrair sínteses e

transcender resultados. Neste estudo, essa será a perspectiva de metanálise adotada para as pesquisas que tratam do mesmo tema: o desenvolvimento do pensamento algébrico na educação escolar básica. Um estudo de revisão sistemática que leva em consideração as particularidades da pesquisa qualitativa e as delimitações de uma metanálise que visa analisar um grupo de estudos previamente selecionados, a partir de critérios estabelecidos a priori, que dialogam (os critérios) com os objetivos da pesquisa e sua questão de investigação, de modo a conduzir e orientar o caminho a ser percorrido pelo pesquisador. Afinal, nesse tipo de pesquisa são múltiplos os caminhos, tudo isso dependerá para onde e para o que se quer olhar. Sendo assim, esta tese trata de uma metanálise qualitativa.

Ainda tecendo considerações sobre os estudos bibliográficos ou documentais, é importante ressaltar que eles têm como principal objetivo colocar o pesquisador em contato com a produção e o registro bibliográfico sobre um determinado tema de pesquisa (PADUA,1997). Ou seja, é um registro de documentos de domínio científico, tais como livros, periódicos, teses, artigos científicos, dicionários etc.

A pesquisa bibliográfica é entendida como um processo no qual o pesquisador tem “uma atitude e uma prática teórica de constante busca que define um processo intrinsecamente inacabado e permanente” (MINAYO, 1994, p. 23). E ainda é realizada para fundamentar teoricamente o objeto de estudo, contribuindo com elementos que subsidiam a análise futura dos dados obtidos – vai além da simples observação de dados nas fontes pesquisadas, pois imprime sobre eles a teoria e a compreensão crítica do significado neles existentes (LIMA; MIOTO, 2007).

Em síntese, recupera-se o conhecimento científico acumulado sobre um problema e procura auxiliar na compreensão de um problema a partir de referências publicadas em documentos e pode ser realizada independentemente ou como parte de outra investigação. Uma ressalva importante referente a esse tipo de metodologia de pesquisa diz respeito a representatividade da amostra, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009).

Apesar da crítica de que geralmente a amostra não é representativa e de que toda a análise é sempre subjetiva, o exame de documentos pode ser uma técnica útil de investigação se o pesquisador conseguir construir categorias de análise, constituídas pelos itens principais, mais frequentes e diferentes que surgem nos dados. As categorias, no entanto, devem refletir os propósitos da pesquisa. (FIORENTINI; LOREZATO, p.103).

Dessa forma, o que garantirá a exequibilidade da pesquisa é a qualidade da sua análise e não necessariamente a representatividade da sua amostra. Além disso, nesse tipo de pesquisa é essencial estabelecer um bom plano de trabalho e tecer etapas a serem seguidas

para a elaboração e realização de um bom estudo, conforme Gil (2008), Lima e Miotto (2007). No caso da metanálise, uma dessas etapas diz respeito à leitura do material que deve ser selecionado de acordo com os critérios preestabelecidos e justificados, de modo que favoreça uma leitura seletiva, analítica e interpretativa dos dados. Uma das sugestões é a elaboração de fichas de estudos, como utilizadas por Fiorentini (1994) em sua tese de Doutorado.

Para este estudo, todos esses aspectos foram considerados, principalmente a elaboração da ficha<sup>5</sup> (vide anexo 1) elaborada pela pesquisa universal do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática (GEPFPM) da UNICAMP para auxiliar na sistematização e subsidiar a análise e interpretação das bibliografias. Nesse sentido, vale ressaltar que cada um dos trabalhos que compõem o corpus de análise da pesquisa são vozes, textos e palavras, cheias de significados e valores, a serem ouvidas nos contextos que lhes são propícios, afinal a palavra é um suporte material para o contexto do sentido, pois o que determina a língua é o seu uso. Sendo assim, todos os estudos aqui tratados têm algo importante a dizer.

## **2.2 Uma possível significação para o termo metanálise**

Com o objetivo de orientar esta investigação, cuja principal metodologia será a metanalítica, buscamos identificar ainda que panoramicamente, o conceito e/ou entendimento desse tipo de investigação. Esse tipo de pesquisa tem sido largamente utilizado pelos pesquisadores da área da saúde no que chamam de medicina por evidências, recorrendo-se a critérios estatísticos em uma grande quantidade de estudos que envolvem o mesmo tema, em suas análises para validar os resultados, e conseqüentemente, contestá-los. Nessa área é comum encontrar estudos que fazem o seguinte uso do termo: revisão sistemática da literatura acerca (do objeto de estudo e/ou tema) com metanálise.

Historicamente, esse tipo de pesquisa tem origem nos estudos da área da saúde e da agricultura, levando em consideração o tratamento estatístico e quantitativo aplicado às análises dos dados, dos estudos primários selecionados. De acordo com Figueiredo Filho et al. (2014), é comum atribuir a Karl Pearson (1904) o trabalho pioneiro do que atualmente se define como metanálise na área da saúde. Pinto (2013) salienta ainda que a popularização desse tipo de pesquisa se deu no final da década de 1990.

Por volta de 1950, com o objetivo de encontrar um método que pudesse integrar informações úteis sobre diversos estudos primários, para além da revisão da

---

<sup>5</sup>A ficha também pode ser encontrada no *e-book* publicado pelo grupo, que está disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/pf/subportais/biblioteca/fev-2017/e-book-mapeamento-pesquisa-pem.pdf>

literatura já feita, cientistas americanos começaram a desenvolver métodos para combinar os resultados de estudos da área da medicina, psicologia e sociologia (HUNT, 1997), todos abordando técnicas estatísticas. Assim, a história da revisão sistemática começa no início do século XX, embora sua popularidade tenha crescido somente no final da década de 90. A primeira revisão sistemática foi publicada em 1904 e sintetizava resultados de apenas dois estudos da área médica (CASTRO et al., 2002). Foi só em 1955 que apareceu a primeira revisão sistemática sobre uma situação clínica (estudos que perduram até hoje), porém o termo metanálise foi utilizado pela primeira vez somente em 1976.

Em 1976, Gene V. Glass, professor de educação da Universidade de Colorado e então presidente da Associação Americana de Pesquisa Educacional, ao proferir palestra de encerramento das atividades anuais, discutiu sobre um novo método de análise de dados para o qual ele deu o nome de ‘metanálise’. Posteriormente, “o estudo foi publicado na Revista Educational Research, número 5, e foi julgado por muitos que leram como um avanço aplicável a qualquer ciência” (HUNT, 2007, p. 12). Cabe salientar que essa abordagem metanalítica pregava o uso de métodos estatísticos, tais como a combinação de probabilidades para conciliar e agregar estudos díspares. (PINTO, 2013, p.1036).

Nesse sentido, a metanálise parece surgir pela primeira vez na literatura educacional em meados da década de 1970, no contexto dos Estados Unidos, além da educação, outras áreas das ciências humanas, como a sociologia incorpora essa abordagem de fazer pesquisa às ciências humanas, oferecendo a ela características da pesquisa qualitativa, como nos apresenta Pinto (2013).

De acordo com Zimmer (2004), talvez o primeiro estudo de revisão sistemática qualitativa tenha sido feito pelos sociólogos Glaser e Strauss, os criadores da Teoria Fundamentada (GLASER; STRAUSS, 1965), durante os anos 1960 e início de 1970. Naquela época, a reflexão sobre metodologia da pesquisa pertencia exclusivamente à pesquisa de tipo quantitativo e estatístico, embora houvesse grande quantidade de estudos qualitativos em pesquisas de campo, porém estes não contavam com manuais sérios e rigorosos que formalizassem os procedimentos. Nesse sentido, o estudo feito pelos autores sobre as dinâmicas da consciência de morrer culminou na publicação do livro *The Discovery of Grounded Theory* (1971), que ficou reconhecido como “a primeira contribuição articulada de metodologia qualitativa” (TAROZZI, 2011, p. 17). Os primeiros pesquisadores, portanto, a utilizarem o termo metanálise qualitativa foram Stern e Harris (1985), estudiosos da área de enfermagem, que utilizaram técnicas da Teoria Fundamentada para avaliar sete estudos sobre autocuidado das mulheres (ZIMMER, 2004). Na área de educação, o termo foi adotado por Stern e Harris (1985 apud ZIMMER, 2004) como sinônimo de metaetnografia ou metassíntese qualitativa. Segundo as autoras Lopes e Fracoli (2008, p. 771), atualmente, embora haja dois tipos de metanálise (revisão sistemática qualitativa e quantitativa), o termo metanálise está sendo usado principalmente em pesquisas na área agrícola e médica, quando há estudos quantitativos e o uso de técnicas estatísticas para extrair informação adicional de dados preexistentes. Já quando a integração de estudos primários é sintetizada, mas não combinada estatisticamente, a revisão pode ser chamada de revisão sistemática qualitativa (metaestudo ou metassíntese). Apesar disso, neste artigo, optou-se por utilizar a expressão metanálise qualitativa, a fim de destacar a evolução da metodologia. (PINTO, 2013, p. 1036-1037).

Sendo assim, as pesquisas do tipo metanálise qualitativa caracterizam-se

como um estudo integrativo de várias pesquisas sobre um problema ou tema específico, uma revisão sistemática de estudos de natureza qualitativa, podendo ser um estudo profundo, envolvendo um número reduzido de trabalhos investigativos. Os resultados desses estudos podem ser integrativos, cruzados ou contrastados com o intuito de produzir resultados mais amplos e gerais. (Notas do seminário avançado proferido no PPGE/PUC/PR por Fiorentini).

Na literatura é possível encontrar diferentes termos para designar esse tipo de pesquisa, sejam eles: metanálise, metaanálise, meta-análise, metaestudo ou metassíntese e seus respectivos termos em inglês como veremos a seguir. Neste estudo utilizaremos por conveniência o termo metanálise para se referir a esse tipo de pesquisa. A priori, podemos dizer que existem duas grandes vertentes: a quantitativa, validada por conceitos/métodos estatísticos, e a qualitativa, validada pelas interpretações e procedimentos metodológicos de análise da pesquisa qualitativa, sejam eles a análise do conteúdo, a análise do discurso, a hermenêutica, a fenomenologia, a própria estatística descritiva para organização dos dados obtidos no corpus de análise etc.

Esse tipo de pesquisa e referencial sempre estará em constante aperfeiçoamento, dado que essa metodologia é considerada praticamente nova na área das ciências humanas, sobretudo na educação matemática, ou seja, ao longo desta tese e de maneira contínua esse processo de análise e interpretação sempre será inacabado, já que as possibilidades de olhar um objeto de estudo são inúmeras, ainda mais quando se trata de um corpus de análise, repleto de informações que de alguma forma podem ser incorporados ou não no próprio processo de feitura e apresentação da tese. Afinal, as escolhas e os recortes são realizados a todo momento. As definições de estudo metanalítico nas áreas de saúde podem ser encontradas em Lovatto et al. (2007) e Castro (2001) que indicam:

Várias alternativas foram sugeridas para analisar e sistematizar as informações. Há mais de duas décadas foi proposta a meta-análise, procedimento que combina resultados de vários estudos para fazer uma síntese reproduzível e quantificável dos dados. Essa síntese melhora a potência estatística na pesquisa dos efeitos dos tratamentos, sendo mais precisa na estimação e tamanho do efeito. A meta-análise permite, em caso de resultados aparentemente discordantes, obter uma visão geral da situação. (LOVATTO et. Al, 2007, p.286).

A revisão sistemática (sinônimos: *systematic overview*; *overview*; *qualitative review*) é uma revisão planejada para responder a uma pergunta específica e que utiliza métodos explícitos e sistemáticos para identificar, selecionar e avaliar criticamente os estudos, e para coletar e analisar os dados destes estudos incluídos na revisão. Os métodos estatísticos (meta-análise) podem ou não ser utilizados na análise e na síntese dos resultados dos estudos incluídos. Assim, a revisão sistemática utiliza toda esta estruturação para evitar viés – tendenciosidade - em cada uma de suas partes. A meta-análise, ou metanálise ou ainda, metaanálise (sinônimos: *quantitative review*; *pooling*; *quantitative synthesis*) é o método estatístico utilizado na revisão sistemática para integrar os resultados dos estudos incluídos. O termo também é utilizado para se referir a revisões sistemáticas que

utilizam a meta-análise. Diante de toda a discussão em torno da revisão sistemática e da meta-análise, uma frase num editorial no BMJ sintetiza como devemos perceber a meta-análise: *Meta-analysis is an important contribution to research and practice but it's not a panacea.* (CASTRO, 2001, p. 1).

As definições de estudo metanalítico qualitativo nas ciências humanas podem ser encontradas em Bicudo (2014), Pinto (2013) e Passos et al. (2006).

Entendo a meta-análise como uma retomada da pesquisa realizada, mediante um pensar sistemático e comprometido de buscar dar-se conta da investigação efetuada. Esse “dar-se conta” significa tomar ciência, mediante uma volta sobre o efetuado. Portanto, trata-se de um movimento reflexivo sobre o que foi investigado, sobre como a pesquisa foi conduzida e, ainda atentar-se para ver se ela responde à interrogação que a gerou. Para além dessa reflexão, e fazendo parte desse movimento do pensar, incluo aquele de buscar pelo sentido que essa investigação faz parte para aquele que sobre ela reflete, para seus companheiros de pesquisa, para o tema investigado e para a região de inquérito. Esse movimento pode ser efetuado individualmente pelo pesquisador, que se volta sobre sua própria investigação, portanto, sobre uma pesquisa, por um grupo de pesquisa que, em colaboração, análise e reflete sobre um tema que abrange várias pesquisas. (BICUDO, 2014, p.14).

A metanálise qualitativa [...] é uma integração interpretativa de resultados qualitativos que são, em si mesmos, a síntese interpretativa de dados, incluindo teoria fundamentada, bem como outras descrições, coerentes e integradas, ou explanações de determinados fenômenos, eventos ou de casos que são as marcas características da pesquisa qualitativa. Tais integrações vão além das somas das partes, uma vez que oferecem uma nova interpretação dos resultados. Essas interpretações não podem ser encontradas em nenhum relatório de investigação, mas são inferências derivadas de se tomar todos os artigos de uma amostra, como um todo. (PINTO, 2013, p.1041).

Entendemos que em estudos meta-analíticos o paradigma indiciário e a abdução tornam-se imprescindíveis. Isso porque concebemos a meta-análise como uma modalidade de pesquisa que objetiva desenvolver uma revisão sistemática de estudos já realizados em torno de um mesmo tema ou problema de pesquisa, fazendo uma análise crítica dos mesmos com o intuito de extrair deles, mediante contraste e inter-relacionamento, outros resultados e sínteses — dados ou pormenores não considerados pelos pesquisadores, em decorrência de seus objetos de investigação. (PASSOS et al., 2006, p.198). O paradigma indiciário fornece subsídios metodológicos para investigar um objeto ou fenômeno de pesquisa “a partir de dados aparentemente negligenciáveis, remontar a uma realidade complexa não experimentável diretamente”. (PASSOS et al., 2006, p.152).

Encontramos em Miskulin (1999) elementos da teoria de Peirce que nos ajudam a compreender o raciocínio abdução. Peirce explica que a abdução é o processo para formular hipóteses explicativas. A dedução prova algo que deve ser; a indução mostra algo que atualmente é operatório; a abdução faz uma mera sugestão de algo que pode ser. Para apreender ou compreender os fenômenos, só a abdução pode funcionar como método. O raciocínio abdução tem por base as hipóteses que formulamos antes da confirmação (ou negação) do caso. (PASSOS et al., 2006, p.198).

Além das diferentes formas de se utilizar o método, ainda encontramos nos quatro estudos diferentes termos para tratar do mesmo tipo de pesquisa, que são eles, a saber:

estado da arte, revisão da literatura, revisão sistemática e teoria fundamentada que é sinônimo de metassíntese qualitativa ou metaetnografia, na área de educação, segundo Pinto (2013). A pesquisadora supracitada ainda divide a metanálise em dois tipos: revisão sistemática qualitativa (metaestudo ou metassíntese) e revisão sistemática quantitativa. Para melhor esclarecer os limites entre esses tipos de pesquisa, apresentamos o quadro síntese e extremamente didático disponível em Sakai (2014).

**Quadro 1** - Estado da questão, estado da arte, revisão de literatura e metanálise qualitativa: síntese comparativa

<b>Características</b>	<b>Estado da Questão</b>	<b>Estado da Arte</b>	<b>Revisão de Literatura</b>	<b>Metanálise qualitativa</b>
<b>Objetivos</b>	Delimitar e caracterizar o objeto (específico) de investigação de interesse do pesquisador; identificação e definição das categorias centrais da abordagem teórico-metodológica.	Mapear e discutir uma certa produção científica/acadêmica em determinado campo do conhecimento.	Desenvolver a base teórica de sustentação/análise do estudo, ou seja, a definição das categorias centrais da investigação.	Integrar num único desfecho todos os resultados apurados de vários estudos sobre um determinado tema
<b>Procedimentos</b>	Levantamento bibliográfico seletivo para identificar, situar e definir o objeto de investigação e as categorias de análise.	Levantamento bibliográfico em resumos e catálogos de fontes relacionados a um campo de investigação.	Levantamento bibliográfico para a compreensão e explicitação de teorias e categorias relacionadas ao objeto de investigação identificado.	Produção de dados qualitativos por meio de uma Revisão sistemática, a partir de categorias emergentes relacionadas ao objeto de investigação.
<b>Fontes de Consulta</b>	Teses, dissertações, relatórios de pesquisa e estudos teóricos.	Predominantemente resumos e catálogos de fontes de produção científica.	Teses, dissertações, relatórios de pesquisa e estudos teóricos.	Teses, dissertações, relatórios de pesquisa e estudos teóricos.
<b>Resultados</b>	Clareia e delimita a contribuição original do estudo no campo científico.	Inventário descritivo da produção acadêmica e científica sobre o tema investigado.	Identifica o referencial de análise dos dados.	Extraí, mediante contraste e inter-relacionamento, outros resultados e sínteses.

Fonte: Adaptado de Sakai (2014, p.68)

Uma das principais justificativas para usos dos estudos metanalíticos têm sido a quantidade excessiva de publicações do mesmo assunto em diversas revistas e áreas. Um

problema atual e uma tendência de pesquisa para síntese da revisão da literatura e do progresso da ciência.

Nas últimas décadas a produção científica mundial evoluiu de forma exponencial. No Brasil, essa evolução foi mais tardia e, embora não tenha sido homogênea, existem áreas onde ela seguiu o comportamento mundial. Essa produtividade científica é resultado do interesse contínuo para o desenvolvimento de novas tecnologias, que instigam à ciência a compreensão cada vez mais detalhada dos mecanismos científicos. Isso fez com que o elevado número de publicações se transformasse num problema para a seleção e análise qualificada da literatura. Mas esse problema é necessário, benéfico e fundamental para a evolução do conhecimento. No entanto, o grande volume de informações pode dificultar a contextualização do problema com erros de interpretação ou análise. (LOVATTO et al., 2007, p. 285-286).

Lovatto et al. (2007) ainda apontam para a necessidade de sínteses que facilitam o acesso às informações, possibilitando conclusões baseadas na combinação dos resultados oriundos de múltiplas fontes. A metanálise, portanto, se oferece como um método ou mesmo um paradigma, a partir do qual o pesquisador adota um novo enfoque ao reunir resultados e conclusões alheias.

Por esse motivo, esse tipo de pesquisa será utilizado nesse processo de investigação, uma vez que as pesquisas envolvendo ensino de álgebra e pensamento algébrico no Brasil têm ganhado vulto nos últimos anos, como veremos a seguir no levantamento já realizado, sobretudo porque

atualmente, de acordo com os postulados de Cardoso (2007), caminha-se no sentido da inovação quanto à utilização da metanálise, extrapolando-a da descrição para a explicação, incorporando dados qualitativos (por meio de técnicas narrativas, descritivas e/ou interpretativas), por se considerar que a podem reforçar. (PINTO, 2013, p. 1034).

Esse tipo de pesquisa pode elucidar caminhos e evidenciar estudos que já foram esgotados ou encontram-se obsoletos, uma vez que ajuda a obter novos resultados; elucidar síntese de resultados contraditórios; ter uma maior representatividade e também na planificação e geração de nova hipótese; entretanto, sua maior dificuldade ainda é o tratamento da base de dados. Para isso segue-se um protocolo sistemático, traduzido em passos a serem seguidos. Para uma metanálise clássica, segundo Castro (2001) é necessário seguir o seguinte protocolo:

- 1 Formulação da pergunta.
- 2 Localização e seleção dos estudos.
- 3 Avaliação crítica dos estudos.
- 4 Coleta dos dados.

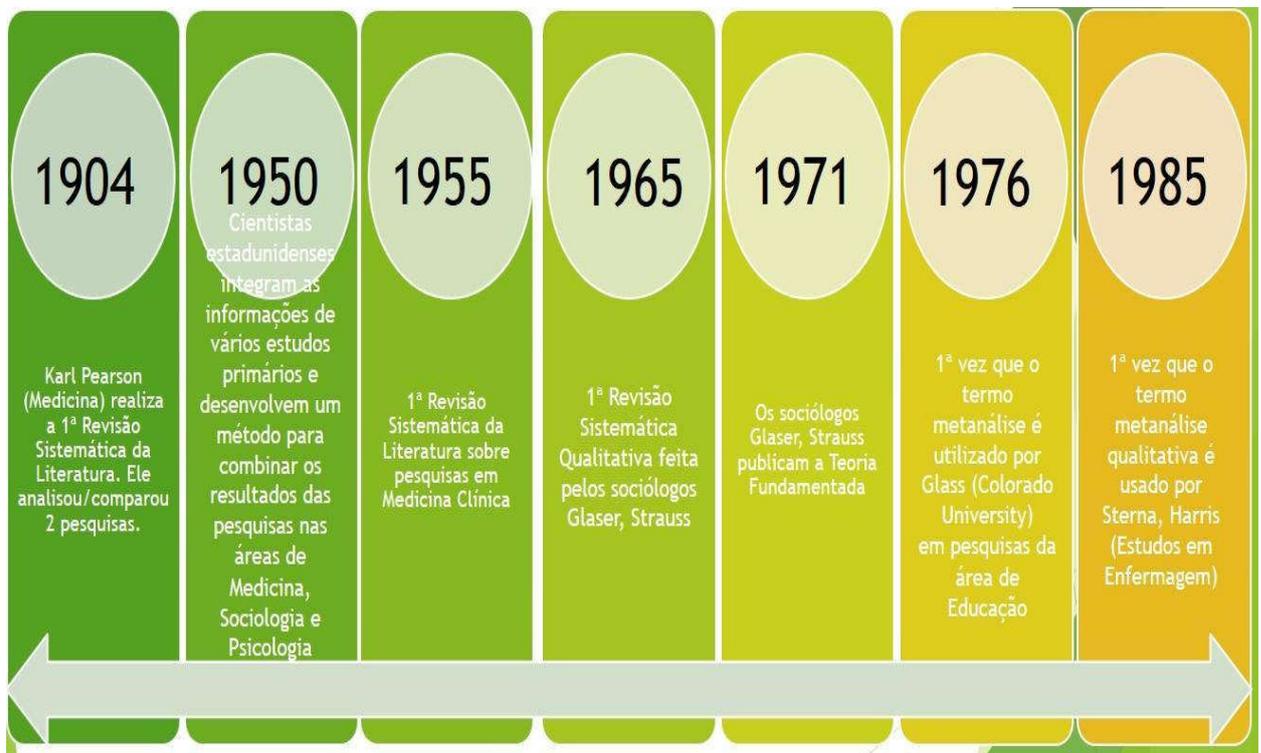
5 Análise e apresentação dos dados.

6 Interpretação dos dados e

7 Aprimoramento e atualização da metanálise.

Para esta investigação, esse protocolo de pesquisa foi utilizado e levado em consideração na feitura desta tese, como veremos nos capítulos posteriores, sobretudo na construção e análise dos dados. Com o objetivo de situar historicamente a metanálise qualitativa elaboramos uma síntese através de uma linha do tempo, a partir do artigo de Pinto (2013).

**Figura 1 - Da revisão sistemática da literatura a metanálise**



Fonte: Pinto (2013)

De acordo com as informações históricas presentes em Pinto (2013), a primeira pesquisa do tipo Revisão Sistemática da Literatura que se tem conhecimento foi realizada em 1904 por um pesquisador da medicina. Esse tipo de pesquisa passa a ser popularizado no campo de pesquisa da saúde até 1971, quando os sociólogos Glaser e Strauss publicam sua obra sobre a Teoria Fundamentalada, inspirada nos métodos e protocolos de pesquisa utilizados na Revisão Sistemática, disseminando essa forma de fazer pesquisa nas Ciências Humanas por meio de suas adaptações. Somente em 1976, o termo metanálise para pesquisas do tipo Revisão Sistemática será utilizado na área da Educação pelo Professor Glass da Universidade de Colorado nos Estados Unidos, e posteriormente sua adjectivação e adaptação como método

de pesquisa qualitativa vai ocorrer em 1985 pelas pesquisadoras Sterna e Harris em estudos na área de Enfermagem.

Dessa forma, a metanálise é inserida no campo de pesquisa e investigação das Ciências Humanas, servindo-se também aos propósitos das pesquisas de cunho qualitativo nessa área, como a educação ou adaptando-se aos seus métodos. Vamos compreender como esse tipo de pesquisa tem contribuído para a educação matemática.

### 2.3 As pesquisas do tipo metanálise na área de educação matemática

Como já anunciado anteriormente, este estudo se inspira na perspectiva de Fiorentini e Lorenzato (2009), Passos et al. (2006) e Bicudo (2014), no que diz respeito a compreensão de metanálise qualitativa nas pesquisas em educação matemática. Dessa maneira, um levantamento de teses e dissertações que utilizaram esse tipo de metodologia em suas investigações foi realizado na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações<sup>6</sup> (BDTD), com o objetivo de orientar a investigação que estamos desenvolvendo, analisar aproximações e distanciamentos no que diz respeito às escolhas teórico-metodológicas desses pesquisadores.

Durante a primeira busca realizada em 07 de julho de 2015, a qual usamos a combinação das palavras-chave (*string* de busca): (“metanálise” OR “meta-análise”) AND (“Educação Matemática”), encontramos uma tese de doutorado e nove dissertações de mestrado conforme listadas no quadro abaixo.

**Quadro 2** - Teses e dissertações da área de educação matemática que utilizaram a metanálise em suas investigações

AUTOR	TÍTULO	NÍVEL	ANO DE DEFESA	ORIENTADOR(A)	IES
SAKAI, Edinalva da Cruz Teixeira	Um panorama das pesquisas sobre as práticas de estágio curricular supervisionado em matemática nas regiões norte, nordeste e centro-oeste do Brasil	Mestrado	2014	Profª. Dra. Patrícia Sandalo Pereira	UFMS
MELO, Marisol Vieira	As práticas de formação no estágio curricular supervisionado na licenciatura em matemática: o que revelam as pesquisas acadêmicas brasileiras na década 2001-2010	Doutorado	2013	Prof. Dr. Dario Fiorentini	UNICAMP
SANTOS, Sueli dos	Erros e dificuldades de	Mestrado	2013	Prof. Dr. Dario	UNICAMP

<sup>6</sup><http://bdtd.ibict.br/>

Prazeres	alunos em álgebra elementar: uma metanálise qualitativa de dissertações brasileiras de mestrado			Fiorentini	
AMARAL, Nara	Meta-análise das dissertações brasileiras de 2007 a 2010: aritmética e educação matemática crítica	Mestrado	2012	Profª. Dra. Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão	PUC/SP
FILHO, João Pereira Viana	Ensino e aprendizagem de função: uma metanálise de dissertações brasileiras sobre modelagem matemática produzidas entre 1987 e 2010	Mestrado	2012	Profª. Dra. Bárbara Lutaif Bianchini	PUC/SP
CASSOL, Vanessa Jurinic	Tecnologias no ensino e aprendizagem de trigonometria: uma meta-análise de dissertações e teses brasileiras nos últimos cinco anos	Mestrado	2012	Prof. Dr. Regis Alexandre Lahm	PUC/RS
SILVA, Alan de Carlo Antônio	Resolução de problemas: metanálise das dissertações produzidas no programa de estudos pós-graduados em educação matemática da PUC/SP	Mestrado	2011	Prof. Dr. Armando Traldi Júnior	PUC/SP
NAGAMACHI, Marcos Toshio	Equações no ensino médio: uma metanálise qualitativa das dissertações e teses produzidas no Brasil de 1998 a 2006	Mestrado	2009	Profª. Dra. Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão	PUC/SP
MIRANDA, Marcia Regiane	Pensamento proporcional: uma metanálise qualitativa de dissertações	Mestrado	2009	Profª. Dra. Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão	PUC/SP
MARTINS, Adriano de Moraes	Uma metanálise qualitativa das dissertações sobre equações algébricas no ensino fundamental	Mestrado	2008	Profª. Dra. Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão	PUC/SP

Fonte: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

Dos dez estudos encontrados, temos dois trabalhos orientados por Fiorentini nos anos de 2013, na UNICAMP, seis trabalhos na PUC/SP, sendo quatro orientados por Maranhão nos anos de 2008, 2009 e 2012, um por Bianchini no ano de 2012, um por Traldi Júnior no ano de 2011, um trabalho na UFMS orientado por Pereira em 2014 e um trabalho na PUC/RS orientado por Lahm em 2012. A partir desse levantamento com foco no referencial teórico-metodológico, foi possível perceber que os dez estudos utilizam Fiorentini e Lorenzato (2009) como referência.

Diante desse cenário, é possível perceber a urgência de teses na área de educação matemática que discutam e aprimorem esse tipo de estudo, a metanálise qualitativa, uma vez que possuímos apenas um trabalho como referência até o momento.

Outro aspecto importante que não poderia passar despercebido é a influência dos estudos do Fiorentini e Lorenzato (2009), nos dez trabalhos supracitados, o referencial teórico de metanálise se dá, a partir das propostas desses pesquisadores. Além disso, Maranhão é a pesquisadora que mais possui orientações nessa temática, 4 estudos de 10. De acordo com seu currículo Lattes foi supervisionada em seu pós-doutoramento por Fiorentini que possui 2 estudos de 10, utilizando esse tipo de metodologia e tem sido o pesquisador com mais produções na área acerca do tema de acordo com suas publicações e trabalhos desenvolvidos no grupo de pesquisa que é integrante - Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática (GEPFPM)<sup>7</sup>.

As temáticas pesquisadas por esse tipo de investigação são: resolução de problemas, um estudo entre 10, estágio curricular supervisionado, dois estudos entre 10, e conceitos matemáticos envolvendo o ensino de álgebra, sete estudos entre 10. Dos sete estudos cinco estão ligados aos projetos desenvolvidos por Maranhão e Bianchini, em seu grupo de estudo e pesquisa na Pontifícia Universidade Católica da cidade de São Paulo (PUC/SP), denominado Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA)<sup>8</sup>, que envolve outros pesquisadores da mesma instituição. Todas essas informações foram consultadas na Plataforma Lattes<sup>9</sup>, através do currículo dos pesquisadores, dos diretórios de pesquisa do CNPq e na leitura das teses e dissertações apresentadas.

Considerando a única tese, Melo (2013), que envolve esse tipo de investigação, buscou-se esclarecer algumas dúvidas sobre os procedimentos metodológicos que devem ser utilizados em uma pesquisa de abordagem metanalítica qualitativa na área de educação, uma vez que as dissertações de mestrado apoiam-se somente em Fiorentini e Lorenzato (2009). Para isso, focalizaram-se os principais referenciais teóricos utilizados por esta pesquisadora, com o objetivo de orientar os estudos desta tese e fornecer subsídios de ampliação do repertório teórico-metodológico, entre eles estão: André (2003), Romanowski e Ens (2006), Passos et al. (2006) – ligados a metanálise; Fiorentini e Lorenzato (2009), Alves-Mazotti (2002), André (2010) e Soares (1993) – ligados às de caráter bibliográfico ou documental do tipo estado da arte.

É importante salientar que há diferenças em uma pesquisa do tipo estado da arte e metanalítica. Melo (2013) diz que “a modalidade de pesquisa estado da arte favorece o diagnóstico de alguns elementos ou aspectos, podendo dar novos rumos à produção de

---

<sup>7</sup><https://gepfpm.wordpress.com/dario/>

<sup>8</sup><http://app.pucsp.br/pesquisa-seleta-2012/projeto/detalhe/392>

<sup>9</sup><http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.do?id=K4798391J6>

conhecimento” já a de tipologia *metanalítica qualitativa* (MELO, 2013, p.22, grifo da autora) é como “um estudo de outros estudos” (MELO, 2013, p. 3) e uma “pesquisa que analisa outras pesquisas” (MELO, 2013, p.18).

Em seu estudo, Melo (2013) realizou um panorama de 48 teses e dissertações retornadas da busca em banco de dados com as palavras-chave/título/assunto - Estágio Curricular Supervisionado em Licenciatura em Matemática (ECSLM), indicando as incidências das pesquisas e principais objetos de investigação. Dentre essas escolheu 15 que melhor se adequavam ao seu corpus de análise de acordo com seus objetivos. O corpus de análise atendia a todos os critérios estabelecidos pela pesquisadora, justificado pelo objeto de pesquisa.

A partir do fichamento geral e atendendo aos critérios então estipulados para a seleção das dissertações e teses elaboramos um fichamento mais detalhado a partir da leitura na íntegra desses trabalhos acadêmicos. Desse modo o processo foi avançado do descritivo para o analítico, ou seja, passando de um estudo do *estado da arte* para um *estudo metanalítico*, considerando os aspectos emergentes das 15 pesquisas acadêmicas. (MELO, 2013, p. 40).

A autora apresenta em sua tese alguns cuidados que devemos tomar ao realizar esse tipo de pesquisa, a partir das experiências que teve ao realizá-la.

- Delimitar muito bem o tema a ser pesquisado (tema/década/conteúdo/região/tipo de trabalho).
- Escolher bancos de dados fidedignos, que contenha uma amostra representativa das produções que serão o corpus de análise. Nesse caso, a revista Zetetiké<sup>10</sup> parece ter prestado grande serviço à área de educação matemática, uma vez que por meio da tese do Professor Dario Fiorentini, construiu-se um banco de dados com as teses e dissertações em educação matemática defendidas nos diferentes programas de pós-graduação do Brasil. Esse trabalho continuou sendo realizado por Melo até 2013, publicando anualmente as novas teses e dissertações que surgiam no país, infelizmente hoje esse serviço já não está mais disponível na Revista.
- Realizar uma leitura integral e meticulosa dos estudos a serem analisados (MELO, 2013, p.29) – o seu corpus de análise.
- Realizar os procedimentos de análise do protocolo estabelecido nas fichas e realizar os fichamentos de acordo com os objetivos do seu trabalho e percepções do autor/leitor/analista.
- Após os fichamentos iniciar o processo de elaboração de hipóteses/categorias que apresentarão as sínteses dos estudos.

<sup>10</sup><https://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/index.php/zetetike/%3B>

Diante de todos esses desafios, Bicudo (2014, p.10) salienta que a metanálise é um procedimento de estudo importante para as pesquisas qualitativas, pois além de possibilitar maior visibilidade e impacto às inúmeras pesquisas qualitativas conduzidas na área ou esforços de sintetizar estudos, atingir proposições analíticas mais elevadas e ampliar a generalização da pesquisa qualitativa, ela **abre caminhos para a teorização de temas investigados** (grifo nosso).

Sendo assim, no próximo capítulo far-se-á uso do método de revisão sistemática da literatura para elaborar conceitualmente o capítulo teórico desta tese, no que tange ao pensamento algébrico, com apoio de uma ferramenta computacional, denominada de *State of the Art Through Systematic Review (Start)*<sup>11</sup>, elaborada para tal fim.

#### **2.4 Paradigma do saber indiciário: uma forma de interrogar a evidência**

O historiador italiano Carlo Ginzburg (1989) estabelece em um dos seus muitos ensaios: *Sinais: raízes de um paradigma indiciário*, o surgimento de uma forma de pensar, de uma forma de raciocinar baseada em indícios e ele coloca a raiz disso como método científico no século XIX e ao longo do seu trabalho e tenta

mostrar como, por volta do século XIX, emergiu silenciosamente no âmbito das ciências humanas um modelo epistemológico (caso se prefira, um paradigma) ao qual até agora não se prestou suficiente atenção. A análise desse paradigma, amplamente operante de fato, ainda que não teorizado explicitamente, talvez possa ajudar a sair dos incômodos da contraposição entre ‘racionalismo’ e ‘irracionalismo’. (GINZBURG, 1989, p. 143).

Para isso, o historiador lança mão de três casos específicos que envolvem Morelli-Freud-Conan Doyle. Morelli, por sua vez foi um crítico de arte que desenvolveu um método de atestar a autenticidade ou falsidade de obras de arte, a partir de minúcias e detalhes percebidos no modo como a obra foi pintada.

O paradigma indiciário é descrito a partir do chamado “método morelliano” de atribuição de autoria nas artes plásticas. Entre 1874 e 1876, Giovanni Morelli publicou em alemão, sob pseudônimo de Ivan Lermolieff, suposto estudioso russo, uma série de artigos sobre a pintura italiana em que propôs um método novo de atribuição de autoria. Segundo Morelli, para atribuir corretamente autoria a obras não-assinadas e outras atribuídas de modo incorreto, mais que à visão total da obra seria preciso prestar atenção aos detalhes, aos “pormenores mais negligenciáveis, e menos influenciados pelas características da escola a que o pintor pertencia: os lóbulos das orelhas, as unhas, as formas dos dedos das mãos e dos pés”. (GINZBURG, 1989, p. 144).

---

<sup>11</sup>[http://lapes.dc.ufscar.br/tools/start\\_tool](http://lapes.dc.ufscar.br/tools/start_tool)

Já em Freud ele chama a atenção para toda a sua metodologia de psicanálise, de analisar e anotar cada fragmento de pensamento do paciente, interpretando fragmentos de imagens oníricas (sonhos) que os pacientes relatam, por exemplo.

Muito tempo antes que eu pudesse ouvir falar da psicanálise vim a saber que um especialista de arte russo, Ivan Lermolieff, cujos primeiros ensaios foram publicados em alemão entre 1874 e 1876, havia provocado uma revolução nas galerias de Europa recolocando em discussão a atribuição de muitos quadros a cada pintor. Foi depois muito interessante para mim saber que sob o pseudônimo russo escondia-se um médico italiano de nome Morelli. Creio que o seu método está estreitamente aparentado à técnica da psicanálise médica. Esta também tem por hábito penetrar em coisas concretas e ocultas, através de elementos pouco notados ou despercebidos, dos detritos ou ‘refugos’ da nossa observação. (FREUD, citado por GINZBURG, 1989, p. 147).

O terceiro método analisado por Ginzburg (1989) é o do escritor e médico Arthur Conan Doyle e do seu célebre personagem Sherlock Holmes, que exacerba em si exatamente as características de um investigador minucioso, estabelecendo em seus casos a hora de um crime, os álbis falsos, os verdadeiros, apenas observando os mínimos detalhes.

De acordo com a historiadora Alaniz<sup>12</sup>(2013) o personagem supracitado sempre se baseia no detalhe, e a partir dele consegue descobrir a profissão de uma pessoa só de olhar as mãos, o gestual do corpo, pode denunciar detalhes da vida conjugal, bem como o modo como está a roupa de um determinado sujeito. Ele descobre vícios pelas marcas no relógio de um determinado cliente. Ginzburg (1989) através de documentos consegue atribuir o método Morelliano aos métodos utilizados por Sherlock Holmes e descobre que o escritor Arthur Conan Doyle, também se interessou e teve acesso aos escritos de Morelli.

Alaniz (2013), ainda ressalta que Morelli, Freud e Conan Doyle tinham formação em medicina e é por isso que esse modo de investigar, esse modo de raciocinar, se aproxima muito da construção de um diagnóstico: que interroga o paciente, anota todas as informações possíveis, o histórico familiar, os sintomas, solicita exames, compara-os com o relato do paciente e, a partir de uma vasta rede de informações, acaba chegando a um diagnóstico.

Vimos, portanto, delinear-se uma analogia entre os métodos de Morelli, Holmes e Freud. Pistas: mais precisamente, sintomas (no caso de Freud), indícios (no caso de Holmes), signos pictóricos (no caso de Morelli). (GINZBURG, 1989, p. 155). Bem se vê que não é casual a confluência de três médicos na investigação de pistas normalmente negligenciadas dos fatos. A medicina hipocrática lembra Ginzburg, “definiu seus métodos refletindo sobre a noção decisiva de sintoma (sêmeion)” [transliteração alterada, MA]. Esse paradigma indiciário na medicina constituiu um paradigma implícito: esmagado pelo prestigioso (e socialmente mais elevado) modelo de conhecimento elaborado por Platão. (GINZBURG, 1989, p. 155).

<sup>12</sup>Notas da videoaula ministrada pela Professora. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=8Wg5pvauCzE>>. Acesso em: 07 out. 2015.

Sendo assim, o indício, a minúcia, a pista é o modo que nós podemos nos aproximar para entender melhor a questão do paradigma indiciário. O paradigma indiciário pode ser aplicado a várias ciências, não apenas a medicina, a criminalística, a antropologia, a linguística ou a história.

Além dessa tríade, Ginzburg (1989) chama atenção como esse modo de pensar, de raciocinar, já esteve presente na história da humanidade, considerando que esse saber indiciário também é o modo como nós seres humanos pensamos desde períodos pré-históricos, se levarmos em consideração os hábitos de caça dos primatas caçadores, perceberemos que ao procurar uma presa eles investigavam e seguiam rastros, procuravam vestígios do animal caçado, no meio da floresta, no meio da savana, onde quer que estivessem.

Ginzburg (1989) não teorizou apenas esse ensaio sobre o paradigma indiciário, ele o utilizou como metodologia de pesquisa em seus próprios trabalhos. Primeiramente investigou por um vasto período de tempo a produção teórica que utiliza esse modo de raciocinar, esse paradigma chamado por ele de indiciário devido aos indícios, os vestígios e as pistas, encontradas nas obras de diversos pensadores e, a partir daí passou a aplicá-lo em sua própria investigação.

O historiador Carlo Ginzburg (1989) trabalhou com documentos inquisitoriais nas primeiras décadas da sua carreira, os livros mais famosos são: *Andarilhos do Bem* e *O queijo e os vermes*. Ele pega todo processo inquisitorial, todo interrogatório que foi feito e passa a trabalhar na minúcia desse documento, localizar os livros ao que o réu se refere quando presta declarações e compara o que está escrito lá com o que o réu entendeu, para tentar se aproximar da mentalidade dessa pessoa.

Ginzburg (1989) chama a atenção em seus trabalhos para a importância dos filtros na nossa leitura, uma vez que nenhum documento é neutro, o documento sempre é fruto da ideologia de quem o produziu, então um processo inquisitorial, ele não tem a fala do réu, por exemplo, mas de quem redigiu o depoimento em linguagem notarial adequada ao saber do inquisidor, não ao saber do réu, o saber dos instrumentos do poder, a mentalidade daqueles que exercem o poder.

Além disso, o autor também chama atenção para a importância de se ater aos detalhes, pois é muito fácil atribuir os nossos significados ao pensamento de outras pessoas. Em síntese, o paradigma indiciário é utilizado como uma ferramenta de trabalho, é uma maneira de analisar o documento, é uma maneira de analisar uma determinada situação, um

movimento social, um fato, é um instrumento de pesquisa. No nosso caso, faremos uso deste paradigma como fundamento teórico para analisar os nossos dados.

No caso da nossa pesquisa consideramos como indícios dos elementos que compõem o desenvolvimento do pensamento algébrico em aulas de Matemática da Educação Básica, as atividades elaboradas pelos professores para desenvolver tal pensamento, as situações problemas e/ou exercícios escolhidos para compor essas atividades, os materiais utilizados, a concepção de ensino de álgebra dos professores pesquisadores, a formação inicial e as teorias que fundamentam essas pesquisas.

## **2.5 Análise dos dados**

Nesse tópico será apresentado o tratamento e a condução que foram dados para a escolha e delimitação das pesquisas que fizeram parte desse estudo, o corpus de análise, respeitando os critérios estabelecidos por uma metanálise já citados anteriormente, sobretudo nas orientações de Bicudo (2014), Melo (2013), Lovatto et. Al. (2007), Fiorentini e Lorenzato (2009), Passos et al. (2006) e Castro (2001), explorando todas as informações que foram recolhidas das fichas de sistematização e extração das informações dos estudos.

É importante salientar que a construção dos dados está intimamente relacionada ao protocolo de pesquisa para metanálise, proposto por Castro (2001) que leva em consideração em primeiro momento a questão de pesquisa da investigação.

A questão de pesquisa em uma metanálise tem o objetivo de orientar o caminho do pesquisador de forma que o ajude a extrair a temática e o objetivo principal da pesquisa que será realizada durante o mapeamento, uma vez que a escolha adequada de palavras-chave contribuirá para uma busca mais eficiente e próxima dos objetivos que se quer atingir, já que muitas vezes a quantidade de estudos envolvendo um mesmo tema é extensiva.

A segunda etapa proposta por Castro (2001) é a localização e seleção dos estudos, o que nos ajudou a encontrar 65 estudos. Essa etapa se dá a partir das buscas dos documentos primários que farão parte do corpus de análise da metanálise e está relacionada com os objetivos da pesquisa que fundamentam os critérios que são utilizados para incluir e excluir um trabalho a metanálise durante sua avaliação crítica, o qual selecionamos 24 estudos dos 65 encontrados. A avaliação crítica é a terceira etapa definida para esse protocolo, que leva em consideração a leitura atenta e minuciosa dos títulos, resumos dos estudos localizados, o que nos favoreceu excluir 4 estudos selecionados a priori em nossa primeira seleção, definindo assim um corpus de análise com 20 estudos.

No caso desta pesquisa também levamos em consideração os sumários para seleção dos estudos que atendam os critérios pré-estabelecidos para a pesquisa. Para localização dos dados utilizamos a palavra-chave: pensamento algébrico em bibliotecas digitais de teses e dissertações brasileiras e posteriormente aplicamos a leitura crítica para selecionar os estudos.

A terceira etapa desse protocolo é composta pela coleta dos dados, que é construída através de uma ficha de mapeamento (anexo 1), levando em consideração os aspectos principais das pesquisas selecionadas para metanálise: os objetivos da pesquisa, a questão de investigação, a fundamentação teórica e metodológica, o objeto de estudo, o modo de analisar os dados, os resultados alcançados e os comentários do pesquisador. Todos esses dados são construídos a partir de uma leitura minuciosa e integral do documento realizado pelo pesquisador, constituída em uma síntese, um fichamento que auxiliará na análise e apresentação dos dados.

Durante o desenvolvimento desta investigação, a terceira etapa foi composta de anotações e comentários na ficha de mapeamento, após a leitura de cada estudo, para elaboração de um panorama geral das produções contidas nesses trabalhos.

Análise e apresentação dos dados é a quarta etapa desse protocolo, nesse processo o pesquisador realiza sínteses e discussões com objetivo de responder sua questão de investigação e esclarecer os objetivos propostos na pesquisa, além disso, um fio condutor fundamenta a análise teoricamente para dar consistência e validar a interpretação dos dados. Nesse caso, o fio condutor teórico para interpretação dos dados é o paradigma indiciário de Ginzburg (1989), que leva em consideração os indícios, as pistas, os sinais, as evidências, os pormenores reveladores muitas vezes negligenciados nas próprias pesquisas, seja por não ser o objetivo da pesquisa, seja por não se adequar a perspectiva teórica escolhida, seja por motivos desconhecidos, mas que oferecem indícios de uma possível interpretação.

No caso desta pesquisa, a análise dos dados considerou os eixos temáticos: o ensino de álgebra, os quais foram delineados, a partir dos dados coletados através da ficha de mapeamento, uma vez que a síntese disposta na ficha nos forneceu subsídios de como olhar e organizar os dados, a partir de suas similaridades e diferenças.

A quinta etapa desse protocolo é justamente a interpretação dos dados, é nesse momento que o pesquisador terá a oportunidade de explicitar aquilo que ficou implícito nas pesquisas ou não foi levado em consideração por diversos motivos, como citado anteriormente. É importante salientar que essa interpretação sempre estará atrelada as

escolhas, limites e concepções do pesquisador, mas sempre com o objetivo de produzir resultados mais amplos ou gerais, fazer “diagnósticos” e/ou previsões.

Nesta pesquisa, esta etapa se configurará a partir do capítulo de análise dos dados, levando em consideração o ferramental teórico do paradigma indiciário de Ginzburg (1989), que envolve os elementos explícitos e implícitos nos documentos que compõem a pesquisa.

A sexta e última etapa desse protocolo de pesquisa para a metanálise proposto por Castro (2001) é o aprimoramento e atualização da metanálise, ou seja, uma avaliação crítica do processo, levando em consideração os limites e as possibilidades desse tipo de pesquisa no contexto aplicado.

Esta última etapa será composta a partir da avaliação geral da tese, levando em consideração a análise dos eixos temáticos, as discussões e as produções teóricas nela estabelecidas, bem como os resultados alcançados através dessa metodologia, de modo que possamos esclarecer e ampliar os limites e possibilidades desse tipo de pesquisa.

No capítulo 4 detalharemos cada uma das etapas realizadas nesta pesquisa, levando em consideração o protocolo já discutido e apresentado. Para isso realizamos um mapeamento dos estudos, levando em consideração a questão investigativa e o objetivo principal da pesquisa, localizando e selecionando estudos que trataram do desenvolvimento pensamento algébrico em aulas de matemática da educação básica escolar, no período de 1994 a 2014.

Sendo assim, realizamos uma metanálise qualitativa, a partir da revisão sistemática de estudos de natureza qualitativa, localizando, selecionando, avaliando, coletando, apresentando, analisando e interpretando os dados adquiridos, através da sistemática desse tipo de metodologia e do direcionamento para a interpretação da análise dos dados oferecida pela ferramenta teórica de análise, o paradigma do saber indiciário.

## **2.6 Do mapeamento ao corpus de análise**

Este item tem como objetivo mapear as teses e dissertações brasileiras sobre ensino de álgebra que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico em aulas de matemática no contexto da educação básica escolar, no período de 1994 a 2014. O mapeamento realizado teve como objetivo encontrar pesquisas que tratassem do pensamento algébrico na educação básica escolar, levando em consideração estudos de professores que ensinam matemática e elaboram algum tipo de atividade envolvendo o desenvolvimento do pensamento algébrico em aulas de matemática da educação básica.

Para mapear as teses e dissertações produzidas no Brasil acerca do pensamento algébrico realizou-se uma busca em dois bancos de teses do país: a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações<sup>13</sup> (BDTD) do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia<sup>14</sup> (IBICT) e o Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior<sup>15</sup> (CAPES) no dia 20 de fevereiro de 2015.

A escolha desses bancos de teses deve-se ao fato de que possuem em seus bancos de dados um sistema de busca que abrange todo território nacional, em consonância com os programas de pós-graduação e as bibliotecas digitais de teses e dissertações das universidades brasileiras que dispõem desse serviço. Entretanto, isso não significa que o mapeamento é fidedigno aos critérios de buscas neles estabelecidos, uma vez que nem todas as universidades brasileiras que possuem programa de pós-graduação *stricto sensu* disponibilizam suas produções de forma online, bem como os autores desses trabalhos que podem apenas disponibilizá-los em versão impressa, como é o caso da Universidade Estadual Paulista: Júlio de Mesquita Filho (UNESP), que até o momento da busca ainda não fazia parte do consórcio da BDTD do IBICT, o que é diferente hoje em dezembro de 2016.

Para amenizar esse problema naquele período, a consulta das produções realizadas nessa universidade foi feita mediante a própria biblioteca digital de teses dessa instituição de ensino superior, a C@thetra<sup>16</sup>, uma vez que ela possui um dos programas mais tradicionais em educação matemática do país presente no *Campus* de Rio Claro e outros programas de pós-graduação, cuja investigação também pertence a essa área de conhecimento, como o programa de pós-graduação em educação para ciência do *Campus* de Bauru, e os programas de pós-graduação em educação localizados nos campi de Marília, Presidente Prudente, Araraquara e Rio Claro.

Além disso, é importante salientar que há diferenças nos sistemas de buscas das duas primeiras bases, que serão apresentadas a seguir. Já o sistema de busca da UNESP é próximo ao da BDTD do IBICT.

A BDTD do IBICT disponibiliza em seu sistema a possibilidade de procura básica e procura avançada através da palavra-chave mais representativa para a pesquisa, bem como refinar a busca por critérios pré-definidos como: autor, resumo, título, assunto, contribuidor, instituição de defesa, país (Brasil e/ou Exterior), grau (Mestrado e/ou

---

<sup>13</sup><http://bdttd.ibict.br/>

<sup>14</sup><http://www.ibict.br/>

<sup>15</sup><http://bancodeteses.capes.gov.br/>

<sup>16</sup>[http://www.athena.biblioteca.unesp.br/F/?func=find-b-0&local\\_base=BDTD](http://www.athena.biblioteca.unesp.br/F/?func=find-b-0&local_base=BDTD)

Doutorado), idioma (Português/Inglês/Francês/Italiano) e período de defesa (a definir pelo usuário).

**Figura 2** – Interface do Banco Digital de Teses e Dissertações do IBICT

Fonte: Site do BDTD/IBICT

O Banco de Teses da Capes também oferece busca básica ou avançada através de palavras-chave nos campos: agência financiadora, área de conhecimento (Capes), autor, biblioteca (onde está depositada a produção), data da defesa, instituição de ensino, linha de pesquisa (do programa de pós-graduação), nível (mestrado e doutorado), palavras-chave (da produção), programa (de pós-graduação), resumo e título.

**Figura 3** – Banco de Teses CAPES

Fonte: Site da CAPES

A principal diferença entre os dois sistemas está no processo de buscas dos dados. A BDTD do IBICT além de oferecer a possibilidade de busca em produções em banco de teses digitais de universidades exteriores, ainda conta com a busca de palavras-chave no corpo do texto das produções acadêmicas, realizando assim um score automático ao usuário,

dizendo a ele qual trabalho se referiu mais aquela palavra. Além disso, disponibiliza o link direto para o acesso e download da tese e/ou dissertação na biblioteca depositária do arquivo.

Contudo o Banco de Teses da Capes, apenas realiza a busca nos títulos, resumos e palavras-chaves definidos pelo autor da obra em seus trabalhos e não no corpo do texto. De qualquer forma as duas bases de dados foram utilizadas para realização desse trabalho e confrontadas através de uma planilha de dados organizada no Microsoft Excel, de modo que pudesse oferecer indicadores de trabalhos comuns ou não.

A palavra chave utilizada para essa primeira busca foi **pensamento algébrico** e utilizou-se o critério de procura simples, considerando que é a palavra mais representativa para busca no corpo do texto do trabalho ou em seu título e resumo. Dessa maneira, a busca nos retornou os seguintes dados:

**Quadro 3** – Quantidade de produções acadêmicas brasileiras identificadas com a palavra-chave: pensamento algébrico (até 20/02/2015)

<b>Biblioteca Digital Depositária e/ou Banco de Dados</b>	<b>Quantidade de Registros</b>
BDTD do IBICT	53 (1 repetição)
Banco de Teses CAPES	23 (1 repetição)
C@thedra UNESP	0

Fonte: Autoria própria

Considerando as repetições dos mesmos trabalhos geradas nas consultas, temos respectivamente 52 registros na BDTD e 22 registros no Banco de Teses CAPES, sendo que nesse último, nove registros já se encontravam disponíveis no BDTD. Dessa forma, totalizaram-se nos limites dessa busca 65 produções acadêmicas que, de alguma forma, identificam em seus trabalhos a palavra-chave pensamento algébrico.

A próxima etapa desse trabalho foi reorganizar os dados na planilha, de forma que identificassem essas 65 produções e mapear algumas informações relevantes para a contextualização dos dados e análise do corpus desta pesquisa, que serão apresentadas a seguir.

A maior produção dessas teses e dissertações está concentrada nas regiões Sul e Sudeste do país, uma vez que 45 das 65 produções pertencem a programas de pós-graduação da área de Ensino no sistema de avaliação da CAPES, enquanto 13 são da área de Educação e sete de outras áreas do conhecimento. Os programas de pós-graduação em Ensino e Educação também estão concentrados nas instituições de ensino superior da região sul e sudeste do país, de acordo com os dados disponíveis no site da Capes.

**Figura 4** – Distribuição por regiões da federação das produções acadêmicas brasileiras identificadas com a palavra-chave: pensamento algébrico



Fonte: Adaptação de

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f6/Brazil\\_Labelled\\_Map.svg/2000px-Brazil\\_Labelled\\_Map.svg.png](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f6/Brazil_Labelled_Map.svg/2000px-Brazil_Labelled_Map.svg.png)

Na região sudeste o estado com mais produções nessa temática é o estado de São Paulo, sobretudo na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) com 21 estudos. Já na região Sul o estado mais representativo é o Paraná com dez estudos na Universidade Estadual de Londrina (UEL). O período de publicação e defesa desses estudos perpassam os anos de 2001 a 2014, com picos de produção nos anos de 2011 e 2012, sendo sua grande maioria dissertações de mestrados acadêmicos, como é possível verificar no quadro abaixo.

**Quadro 4** – Modalidade do curso das produções acadêmicas brasileiras identificadas com a palavra-chave: pensamento algébrico

Modalidade do curso	Quantidade de Produções
Mestrado Profissional	17
Mestrado Acadêmico	36
Doutorado	12
Total de Produções	65

Fonte: Banco Digital de Teses e Dissertações

Diante desse trabalho muitas dificuldades e fragilidades têm surgido ao longo desse processo de investigação, uma vez que os bancos de dados se complementam, o que indica incompatibilidades de buscas e alimentação desses, o feedback, retorno, das palavras-chave apresentam quantidade e trabalhos diferentes. As instituições de ensino superior que integram esses bancos de dados são limitadas, o que não representa os programas de pós-graduação no país, a disponibilização de algumas produções acadêmicas está atrelada ao seu período de publicação, ou seja, muito conhecimento ainda não está disponível em formato digital, mas impresso.

Nesse trabalho o período de busca se dá a partir de 1994, após a publicação de obras envolvendo a educação algébrica que consideramos impactantes e influentes na elaboração do currículo da educação básica, sobretudo na criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que ainda são vigentes no país e “regulam” a produção de materiais curriculares e/ou a implementação e elaboração, nas esferas municipais e estaduais, já que é um documento federal norteador.

Esses bancos de dados a cada dia que passa são “alimentados” por novas teses, sejam elas recém produzidas ou não, pois a CAPES solicita aos Programa de Pós-Graduação, desde 2006, que divulguem suas teses e dissertações nos bancos de teses digitais das universidades, com isso muitas universidades tem digitalizado seus acervos impressos a fim de participar efetivamente dessa política de transparência e divulgação científica, como é o caso da UNICAMP.

Apesar desse estudo considerar o período de 1994 a 2014 para seleção e busca do corpus de análise, o levantamento realizado até o momento apresenta estudos somente após o ano de 2001. Melo (2013) tentou resolver esse problema utilizando a sumarização realizada por uma revista científica da área de educação matemática, a saber, Zetetiké, que busca publicar as diferentes teses e dissertações que envolvam a educação matemática no Brasil através de um levantamento nos programas de pós-graduação.

Não obstante, na primeira tentativa panorâmica de análise dos dados disponíveis, que poderão vir a ser o corpus de análise deste estudo, foi possível perceber a ausência de alguns trabalhos que tratam do tema no levantamento já realizado, uma vez que a nossa afinidade com essa temática já é grande, pois realizamos esse processo de revisão bibliográfica no ensino de álgebra desde a graduação, quando tivemos primeiros contatos com a temática na realização da iniciação científica e revisão da literatura - é componente fundamental de qualquer nível de pesquisa. Para isso realizou-se uma busca paralela com

palavras-chave semelhantes, abrangentes, com finalidade de realizar uma comparação quantitativa de dados. O resultado obtido foi o seguinte.

**Quadro 5** – Quantidade de produções acadêmicas brasileiras identificadas com as palavras-chave: ensino de álgebra e educação algébrica (até 20/02/2015)

Biblioteca Digital Depositária e/ou Banco de Dados	Quantidade de Registros da palavra-chave	
	Ensino de álgebra	Educação Algébrica
BDTD do IBICT	165	162
Banco de Teses CAPES	66	42
C@thedra UNESP	36	7

Fonte: Autoria própria

Não é difícil de perceber a discrepância de dados quando se utiliza determinadas palavras-chave para buscas, bem como a magnitude de armazenamento e representatividade de informações em diferentes bancos de dados. Aqui já há indicativos de quão importante são as palavras-chave que utilizamos para identificar nossas investigações, seja através de um título representativo, do resumo ou da própria palavra-chave em si, uma vez que a produção acadêmica tem aumentado significativamente sua divulgação na sociedade da informação e/ou tecnológica.

Uma das fragilidades desse tipo de pesquisa é a própria fragilidade dos trabalhos acadêmicos que muitas vezes não utilizam as palavras-chave adequadas para representar seus trabalhos, ou até mesmo títulos e resumos que não definem a temática, o objeto de estudo e a perspectiva teórica de uma pesquisa. No entanto, qualquer trabalho acadêmico que se preze precisa demarcar territórios e estabelecer limites, para estudar com profundidade e imersão o tema que se pretende estudar ou a tese que se quer defender, considerando os caminhos já trilhados por outros, conforme argumenta Eco (2010).

Nesse caso, os limites são os estudos em pensamento algébrico, traduzidos em teses e dissertações brasileiras do campo de investigação da educação matemática. Sendo assim, o próximo caminho dessa jornada foi selecionar nesse mapeamento aqueles estudos que mais se aproximavam dos objetivos desta pesquisa para leituras, fichamentos e análises. Para isso, uma leitura cuidadosa dos títulos e resumos foi iniciada. Após as escolhas das obras obedecendo aos critérios da ficha de mapeamento, uma leitura meticulosa começou a ser realizada com os materiais, que a partir desse momento passaram a compor o corpus de análise desse estudo.

Após a identificação desses 65 estudos na literatura acadêmica traduzidos em teses e dissertações, aplicamos critérios de inclusão e exclusão para selecionar aqueles que

mais representariam o objeto de estudo desta tese, o pensamento algébrico em atividades de ensino e aprendizagem na prática matemática de professores da educação básica. Logo abaixo segue uma descrição desses trabalhos em forma de quadro.

Note que a diferença do Quadro 5 para o Quadro 1 está em seus objetivos. O mapeamento realizado no Quadro 1 foi só um panorama de como as pesquisas em educação matemática têm se apropriado da metanálise, com o objetivo de orientar esses estudos em termos teórico-metodológicos. Já no Quadro 5 o objetivo foi mapear a produção acadêmica na área de educação matemática com o objetivo de selecionar o corpus de análise dessa tese.

**Quadro 6:** Resultado da busca de Teses e Dissertações que tratam do pensamento algébrico

<b>Autor</b>	<b>Título</b>	<b>Ano de defesa</b>	<b>IES</b>	<b>Área da Capes</b>	<b>Modalidade do Curso</b>
Valeria Scomparim de Lima	Solução de problemas: habilidades matemáticas, flexibilidade de pensamento e criatividade	2001	UNICAMP	Educação	DO
Leila Modanez	Das sequências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico	2003	PUC/SP	Ensino	MA
Isolda Giani de Lima	A equilibração dos processos cognitivos na aprendizagem de matemática no ambiente do meçam	2004	UFRGS	Ensino	DO
Elisangela Parra Zigart Perez	Alunos do ensino médio e a generalização de padrão	2006	PUC/SP	Ensino	MA
Adelio Alves da Silva	A evolução de alguns símbolos na formação do pensamento matemático e filosófico	2006	PUC/SP	Filosofia	DO
Rose Mary Fernandes Alves	Uma análise da produção escrita de alunos do ensino médio em questões abertas de matemática	2006	UEL	Ensino	MA
Edgar Alves da Silva	Introdução do pensamento algébrico para alunos da EJA: uma proposta de ensino	2007	PUC/SP	Ensino	MP
João Ricardo Viola dos Santos	O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática	2007	UEL	Ensino	MA
Adriana Bonadiman	Álgebra no ensino fundamental: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas	2007	UFRGS	Ensino	MP
Maria Lucia Panossian	Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino	2008	USP/SP	Educação	MA
Tatiane Déchen	Tarefas exploratório-investigativas para o ensino	2008	UFSCar	Educação	MA

	de álgebra na 6ª série do ensino fundamental: indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébricos				
Emily Cassiana Santolin Grecco	O uso de padrões e sequências: uma proposta de abordagem para introdução à álgebra para alunos de sétimo ano do ensino fundamental	2008	PUC/SP	Ensino	MP
Raimundo de Souza Martins Neto	Lógica matemática no ensino médio: uma proposta para mobilizar raciocínios	2008	PUC/SP	Ensino	MA
Newton Bohrer Kern	Uma introdução ao pensamento algébrico através de relações funcionais	2008	UFRGS	Ensino	MP
Laccio Nobre de Macedo	Análise do uso de uma sequência didática com objetos de aprendizagem digitais no desenvolvimento de conceitos algébricos	2008	UFPE	Psicologia	MA
César Augusto Sverberi Carvalho	O aluno do ensino médio e a criação de uma fórmula para o termo geral da progressão aritmética	2008	PUC/SP	Ensino	MA
Sebastião Archilia	Construção do termo geral da progressão aritmética pela observação e generalização de padrões	2008	PUC/SP	Ensino	MP
Lucimeire Omoti de Aquino	Os alunos de 5ª série/6º ano frente a atividades sobre observação e generalização de padrões	2008	PUC/SP	Ensino	MP
Taís Freitas de Carvalho Castro	Aspectos do pensamento algébrico revelados por professores-estudantes de um curso de formação continuada em educação matemática	2009	PUC/SP	Ensino	MA
Cristiane Regina de Moura Ferreira	Os alunos do 1º ano do ensino médio e os padrões: observação, realização e compreensão	2009	PUC/SP	Ensino	MA
Renato Silvestre da Silva	Oficina experiências matemáticas: professores e a exploração de padrões	2009	PUC/SP	Ensino	MA
Marcia Regiane Miranda	Pensamento proporcional: uma metanálise qualitativa de dissertações	2009	PUC/SP	Ensino	MP
Pietro Kreitlon Carolino	Polinomização de lógicas: problemas e perspectivas	2009	UNICAMP	Filosofia	MA
João Cláudio Brandemberg Quaresma	Uma análise histórico-epistemológica do conceito de grupo	2009	UFRN	Educação	DO
Adriana Clara Hamazaki	Análise da situação de aprendizagem sobre equações e inequações	2010	PUC/SP	Ensino	MA

	logarítmicas apresentada no caderno do professor de 2009 do estado de São Paulo				
Gefferson Luiz dos Santos	Como professores e alunos do ensino médio lidam com conteúdos algébricos em sua produção escrita	2010	UEL	Ensino	MA
Janaina Soler Caldeira	Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação de professores de matemática	2010	UEL	Ensino	MA
Sandro Azevedo Carvalho	Pensamento genérico e expressões algébricas no ensino fundamental	2010	UFRGS	Ensino	MP
Marcelly Míngorancia de Carvalho	"São Paulo faz escola": muda a abordagem de progressões na sala de aula?	2010	PUC/SP	Ensino	MA
Marcia Maria Siqueira Vieira	Feira dos pesos: análise de um objeto de aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico	2010	UECE	Ciência da Computação	MP
Sérgio Ricardo Pereira de Mattos	Aritmética modular na formação continuada de professores: desenvolvendo o pensamento aritmético e algébrico	2011	UNIGRANRIO	Ensino	MA
Nilton Cesar Garcia Salgueiro	Como estudantes do ensino médio lidam com registros de representação semiótica de funções	2011	UEL	Ensino	MA
Antonio Rafael Pepece Junior	Análise da produção escrita de estudantes da eja em atividades algébricas	2011	UEL	Ensino	MA
Lygianne Batista Oliveira	Implicações pedagógicas do lúdico para o ensino e aprendizagem da álgebra	2011	UFG	Ensino	MA
Susana Klajn	Aprendizagem do adolescente: reconstituição do expoente 1 na forma invisível	2011	UFRGS	Educação	DO
Edson Eduardo Castro	Um estudo exploratório das relações funcionais e suas representações no terceiro ciclo do ensino fundamental	2011	PUC/SP	Ensino	MP
Adriana Tiago Castro dos Santos	O ensino da função logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do software geogebra	2011	PUC/SP	Ensino	MA
Luciane de Castro Quintiliano	Relações entre os estilos cognitivos, as estratégias de solução e o desempenho dos estudantes na solução de problemas aritméticos e algébricos	2011	UNICAMP	Educação	DO
Mageri Rosa Ramos	Uma investigação sobre a produção de tarefas algébricas para o 6º ano do	2011	UFJF	Ensino	MP

	ensino fundamental				
Raquel Santiago Freire	Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do ensino fundamental	2011	UFC	Educação	DO
Katia Guerchi Gonzales	Elementos históricos do ensino da álgebra no contexto do mato grosso: uma análise feita nas práticas registradas no texto didático do professor firmo José Rodrigues (1920-1930)	2011	UFMS	Ensino	MA
Jadilson Ramos de Almeida	Problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita: um estudo exploratório nos livros didáticos de matemática do 7º ano do ensino fundamental	2011	UFPE	Ensino	MA
Marcelo De Freitas Bortoli	Análise de erros em matemática: um estudo com alunos de ensino superior	2011	UNIFRA	Ensino	MP
Antonia Zulmira da Silva	Pensamento algébrico e equações no ensino fundamental: uma contribuição para o caderno do professor de matemática do oitavo ano	2012	PUC/SP	Ensino	MP
Flávio de Souza Pires	Álgebra e formação docente: o que dizem os futuros professores de matemática	2012	UFSCar	Educação	MA
Sonia de Cassia Santos Prado	O uso da calculadora e o pensamento matemático avançado: uma análise a partir das situações de aprendizagem nos cadernos do professor de matemática da secretaria da educação do estado de São Paulo	2012	PUC/SP	Ensino	MA
Luzia Maya Kikuchi	Obstáculos à aprendizagem de conceitos algébricos no ensino fundamental: uma tentativa de aproximação entre os obstáculos epistemológicos e a teoria dos campos conceituais	2012	USP/SP	Educação	MA
Miriam Abduche Kaiuca	Al-jabr e al-muqabalah: percurso, linguagem, ciência, cotidiano e contos orais	2012	UFRJ	Ensino	DO
Debora Silva Veloso	O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica no ensino fundamental: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano	2012	UFOP	Ensino	MP
Eliane Aparecida Martins	Progressão aritméticas e geométricas: praxeologias	2012	UFMT	Educação	MA

	em livros didáticos de matemática				
Kauan Espósito da Conceição	A construção de expressões algébricas por alunos surdos: as contribuições do micromundo mathsticks	2012	UNIBAN	Educação	MA
Joao Silva Rocha	Aprendizagem de matemática na educação a distância online: especificações de uma interface que facilite o tratamento algébrico para aprendizagem colaborativa entre pares	2012	UFPE	Ensino	MA
Juliano de Paula Mineli	Fractais: generalização de padrões no ensino fundamental	2012	PUC/SP	Ensino	MA
Vinicius Carvalho Pereira	O valor da letra e o sentido do número: uma aproximação entre literatura e matemática na produção do oulipo	2012	UFRJ	Letras	DO
Edilaine Pereira da Silva	Aspectos do pensamento algébrico e da linguagem manifestados por estudantes do 6º ano em um experimento de ensino	2013	UEL	Ensino	MA
Daniele Peres da Silva	Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I	2013	UEL	Ensino	MA
Ivna Gurniski Carniel	Conhecimentos mobilizados em um processo de formação continuada por uma professora que ensina matemática	2013	UEL	Ensino	MA
Sueli dos Prazeres Santos	Erros e dificuldades de alunos em álgebra elementar: uma metanálise qualitativa de dissertações brasileiras de mestrado	2013	UNICAMP	Ensino	MA
Patrícia Aparecida Pinheiro	Introdução ao estudo da álgebra no ensino fundamental	2013	UFSCar	Matemática	MP
Ronaldo Theodorovski	Padrões e o trabalho com sequências recursivas: uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico	2014	UEPG	Matemática	MP
Anderson de Abreu Bortoletti	Introdução às expressões algébricas na escola básica: variáveis & células de planilhas eletrônicas	2014	UFRGS	Ensino	MP
Anágela Cristina Morete Felix	Estudo dos registros de representação semiótica mediados por um objeto de aprendizagem	2014	UEL	Ensino	MA
Denise Di Giovanni Lamberti	Número natural: conhecimentos de/para	2014	PUC/SP	Ensino	DO

	professores polivalentes em um curso de especialização				
Maria Lúcia Panossian	O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra	2014	USP/SP	Educação	DO
Cláudia de Oliveira Lozada	Direito ambiental: relações jurídicas modeladas pela matemática visando uma formação profissional crítica e cidadã dos bacharelados em engenharia ambiental	2014	USP/SP	Educação	DO

Fonte: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

Para seleção dos trabalhos que melhor representassem o objeto de estudo desta tese, ou seja, as teses e dissertações brasileiras em educação matemática que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico em aulas de matemática, no contexto da educação escolar básica; estabelecemos critérios de inclusão e exclusão nesses 65 estudos, levando em consideração a questão de investigação desta tese e seus objetivos.

Note que, tanto a questão de investigação quanto os objetivos estabelecidos para nortear o encaminhamento desta pesquisa, estão intimamente relacionados: ao desenvolvimento do pensamento algébrico, a estudantes em processo de aprendizagem de conceitos algébricos, ao contexto da educação básica escolar, a pesquisas da área de educação matemática. Dessa forma, para construir nosso corpus de análise, levamos em consideração produções que satisfizessem TODOS os critérios listados abaixo.

- a) Estudos que tratassem do desenvolvimento do pensamento algébrico.
- b) Estudos que contivessem atividades elaboradas por professores pesquisadores que ensinam matemática envolvendo o desenvolvimento do pensamento algébrico.
- c) Estudos realizados em ciclos da educação básica: ensino fundamental e médio regulares.
- d) Estudos envolvendo estudantes em processo de aprendizagem de algum conceito algébrico.
- e) Iniciação ao pensamento algébrico.

Como critérios de exclusão, consideramos:

- a) Estudos que não se encaixassem nos critérios de inclusão.
- b) Estudos que não apresentassem atividades elaboradas para o desenvolvimento do pensamento algébrico.
- c) Estudos de testes e/ou diagnósticos.
- d) Estudos que não pertencessem à área de educação e ensino na CAPES.

Os critérios de inclusão foram empregados no título, resumo e sumário dos trabalhos, uma vez que o título e as palavras-chave podem não ser representativos e o resumo estar incompleto. Dessa maneira, o sumário das teses e das dissertações entrou como processo analítico do conteúdo do estudo. Após passar pelo crivo dos critérios de inclusão, selecionamos 24 estudos que respeitaram a primeira seleção e comporão, pelo menos a priori o corpus de análise desta tese, pois desses 24 ainda poderemos excluir alguns após a leitura integral, caso não se encaixem nos critérios de qualidade estabelecidos para essa metanálise.

**Quadro 7-** Corpus de análise da tese – Primeira Seleção

<b>Autor</b>	<b>Título</b>	<b>Ano de defesa</b>	<b>IES</b>	<b>Área da Capes</b>	<b>Modalidade do Curso</b>
Leila Modanez	Das sequências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico	2003	PUC/SP	Ensino	MA
Elisangela Parra Zigart Perez	Alunos do ensino médio e a generalização de padrão	2006	PUC/SP	Ensino	MA
Adriana Bonadiman	Álgebra no ensino fundamental: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas	2007	UFRGS	Ensino	MP
Maria Lúcia Panossian	Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino	2008	USP/SP	Educação	MA
Tatiane Dechen	Tarefas exploratório-investigativas para o ensino de álgebra na 6 <sup>a</sup> série do ensino fundamental: indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébricos	2008	UFSCar	Educação	MA
Emily Cassiana Santolin Grecco	O uso de padrões e sequências: uma proposta de abordagem para introdução à álgebra para alunos de sétimo ano do ensino fundamental	2008	PUC/SP	Ensino	MP
Newton Bohrer Kern	Uma introdução ao pensamento algébrico através de relações funcionais	2008	UFRGS	Ensino	MP
César Augusto Sverberi Carvalho	O aluno do ensino médio e a criação de uma fórmula para o termo geral da progressão aritmética	2008	PUC/SP	Ensino	MA
Sebastião Archilia	Construção do termo geral da progressão aritmética pela observação e generalização de padrões	2008	PUC/SP	Ensino	MP
Lucimeire Omoti de Aquino	Os alunos de 5 <sup>a</sup> série/6 <sup>o</sup> ano frente a atividades sobre observação e generalização de padrões	2008	PUC/SP	Ensino	MP
Cristiane Regina de Moura Ferreira	Os alunos do 1 <sup>o</sup> ano do ensino médio e os padrões: observação, realização e compreensão	2009	PUC/SP	Ensino	MA

Nilton Cesar Garcia Salgueiro	Como estudantes do ensino médio lidam com registros de representação semiótica de funções	2011	UEL	Ensino	MA
Lygianne Batista Oliveira	Implicações pedagógicas do lúdico para o ensino e aprendizagem da álgebra	2011	UFG	Ensino	MA
Susana Klajn	Aprendizagem do adolescente: reconstituição do expoente 1 na forma invisível	2011	UFRGS	Educação	DO
Edson Eduardo Castro	Um estudo exploratório das relações funcionais e suas representações no terceiro ciclo do ensino fundamental	2011	PUC/SP	Ensino	MP
Adriana Tiago Castro dos Santos	O ensino da função logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do software geogebra	2011	PUC/SP	Ensino	MA
Mageri Rosa Ramos	Uma investigação sobre a produção de tarefas algébricas para o 6º ano do ensino fundamental	2011	UFJF	Ensino	MP
Luzia Maya Kikuchi	Obstáculos à aprendizagem de conceitos algébricos no ensino fundamental: uma tentativa de aproximação entre os obstáculos epistemológicos e a teoria dos campos conceituais	2012	USP/SP	Educação	MA
Debora Silva Veloso	O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica no ensino fundamental: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano	2012	UFOP	Ensino	MP
Juliano de Paula Mineli	Fractais: generalização de padrões no ensino fundamental	2012	PUC/SP	Ensino	MA
Kauan Espósito da Conceição	A construção de expressões algébricas por alunos surdos: as contribuições do micromundo mathsticks	2012	UNIBAN	Educação	MA
Edilaine Pereira da Silva	Aspectos do pensamento algébrico e da linguagem manifestados por estudantes do 6º ano em um experimento de ensino	2013	UEL	Ensino	MA
Daniele Peres da Silva	Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I	2013	UEL	Ensino	MA
Anderson de Abreu Bortoletti	Introdução às expressões algébricas na escola básica: variáveis & células de planilhas eletrônicas	2014	UFRGS	Ensino	MP

Fonte: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

Nessa fase os estudos foram lidos na íntegra e foram rejeitados, sobretudo aqueles que não apresentavam atividades elaboradas por professores pesquisadores que ensinam matemática para o desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica.

Todo estudo tem uma razão para ser aceito ou ser rejeitado em uma metanálise, essa é uma característica desse tipo de pesquisa, ou seja, o estudo não é aceito apenas por conveniência, mas porque respeita os critérios de inclusão e qualidade, estabelecidos pelos objetivos da pesquisa. A qualidade de um estudo pode ser interpretada por vários pontos de vistas, há várias possibilidades de encaminhamento, os critérios definidos no trabalho é que caracterizará a inclusão ou não da tese e/ou dissertação no corpus de análise da metanálise. Os estudos podem passar na primeira seleção, mas ser reprovado ao longo da leitura integral do texto, o que acabou acontecendo nesse caso, já que 4 trabalhos foram descartados do corpus por se encaixarem no critério de exclusão “Estudos de testes e/ou diagnósticos”.

**Quadro 8 - Corpus de análise da tese – Segunda Seleção – Definitiva**

<b>Autor</b>	<b>Título</b>	<b>Ano de defesa</b>	<b>IES</b>	<b>Área da Capes</b>	<b>Modalidade do Curso</b>
Leila Modanez	Das sequências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico	2003	PUC/SP	Ensino	MA
Elisangela Parra Zigart Perez	Alunos do ensino médio e a generalização de padrão	2006	PUC/SP	Ensino	MA
Adriana Bonadiman	Álgebra no ensino fundamental: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas	2007	UFRGS	Ensino	MP
Maria Lúcia Panossian	Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino	2008	USP/SP	Educação	MA
Tatiane Dechen	Tarefas exploratório-investigativas para o ensino de álgebra na 6ª série do ensino fundamental: indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébricos	2008	UFSCar	Educação	MA
Emily Cassiana Santolin Grecco	O uso de padrões e sequências: uma proposta de abordagem para introdução à álgebra para alunos de sétimo ano do ensino fundamental	2008	PUC/SP	Ensino	MP
Newton Bohrer Kern	Uma introdução ao pensamento algébrico através de relações funcionais	2008	UFRGS	Ensino	MP
César Augusto Sverberi Carvalho	O aluno do ensino médio e a criação de uma fórmula para o termo geral da progressão aritmética	2008	PUC/SP	Ensino	MA
Sebastião Archilia	Construção do termo geral da progressão aritmética pela observação e generalização de padrões	2008	PUC/SP	Ensino	MP
Lucimeire Omoti de Aquino	Os alunos de 5ª série/6º ano frente a atividades sobre observação e generalização de	2008	PUC/SP	Ensino	MP

	padrões				
Cristiane Regina de Moura Ferreira	Os alunos do 1º ano do ensino médio e os padrões: observação, realização e compreensão	2009	PUC/SP	Ensino	MA
Nilton Cesar Garcia Salgueiro	Como estudantes do ensino médio lidam com registros de representação semiótica de funções	2011	UEL	Ensino	MA
Lygianne Batista Oliveira	Implicações pedagógicas do lúdico para o ensino e aprendizagem da álgebra	2011	UFG	Ensino	MA
Edson Eduardo Castro	Um estudo exploratório das relações funcionais e suas representações no terceiro ciclo do ensino fundamental	2011	PUC/SP	Ensino	MP
Mageri Rosa Ramos	Uma investigação sobre a produção de tarefas algébricas para o 6º ano do ensino fundamental	2011	UFJF	Ensino	MP
Debora Silva Veloso	O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica no ensino fundamental: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano	2012	UFOP	Ensino	MP
Kauan Espósito da Conceição	A construção de expressões algébricas por alunos surdos: as contribuições do micromundo mathsticks	2012	UNIBAN	Educação	MA
Edilaine Pereira da Silva	Aspectos do pensamento algébrico e da linguagem manifestados por estudantes do 6º ano em um experimento de ensino	2013	UEL	Ensino	MA
Daniele Peres da Silva	Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I	2013	UEL	Ensino	MA
Anderson de Abreu Bortoletti	Introdução às expressões algébricas na escola básica: variáveis & células de planilhas eletrônicas	2014	UFRGS	Ensino	MP

Fonte: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

Por fim, apenas 20 dissertações permaneceram no corpus de análise da Tese, uma vez que satisfizeram os critérios de seleção/inclusão estabelecidos pela metanálise. É importante salientar que o processo realizado em uma pesquisa do tipo metanalítica, sempre está pautado em seus protocolos de pesquisa e que esse processo garanta ao leitor e/ou a outros pesquisadores a possibilidade de auditoria, ou seja, que realizando os meus passos e utilizando o mesmo protocolo, seja possível aproximar-se dos resultados adquiridos pelo primeiro pesquisador.

A seguir, apresentaremos algumas considerações acerca do ensino de álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de uma revisão da literatura, de modo

que sirva como um texto didático para o leitor leigo e também como fundamentação teórica epistemológica desta tese, uma vez que o seu principal objeto de estudo é o desenvolvimento do pensamento algébrico em aulas de matemática do ensino fundamental e médio dos cursos regulares da educação básica. Não é nossa intenção esgotar o assunto sobre o tema, até porque isso não seria possível mediante a quantidade de estudos que são publicados diariamente em diferentes países e línguas, mas apenas apresentar um panorama geral daqueles estudos e pesquisadores que mais têm influenciado nossas pesquisas.

### 3 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DE ÁLGEBRA E O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Neste capítulo, a ênfase será dada nos principais indícios dos elementos que compõem o desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica que são considerados e descritos pelos pesquisadores da área de educação matemática. Além disso, uma revisão sistemática da literatura foi realizada com apoio de uma ferramenta computacional a fim de dialogar com esses trabalhos e consequentemente ampliar possíveis compreensões desse tema de investigação, a partir de estudos nacionais e internacionais que se debruçaram sobre esse tema e divulgaram seus resultados em forma de artigos em revistas indexadas nas áreas de educação e educação matemática.

Sendo assim, um dos objetivos específicos desta tese será contemplado aqui: Investigar a compreensão que as teses e dissertações brasileiras em educação matemática que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico no contexto da educação básica escolar, no período de 1994 a 2014, possuem sobre pensamento algébrico.

Para isso alguns elementos do próprio processo de fazer metanálise qualitativa foram considerados neste capítulo, sobretudo o objetivo de produzir resultados mais amplos ou gerais, transcendendo aqueles anteriormente obtidos, uma vez que não levamos em consideração somente os indícios dos elementos do pensamento algébrico na educação básica das pesquisas que compõem o corpus de análise desta tese, mas também de outras pesquisas que não puderam ser consideradas devido aos seus limites e/ou abrangências. Diante desse panorama, com a ajuda do paradigma do saber indiciário, foi possível encontrar pistas, evidências e sinais que apontam, convergem ou divergem para determinadas práticas, teorias, saturação ou lacunas nessa área de investigação.

#### 3.1 Algumas discussões sobre o ensino de álgebra na educação básica

É importante ressaltar que as propostas curriculares brasileiras de matemática da educação básica consideraram, desde a década de 1980, os documentos produzidos pelo *National Council of Teachers of Mathematics*<sup>17</sup> (NCTM). Ou seja, algumas mudanças curriculares que vem sendo propostas no currículo escolar brasileiro e, consequentemente, nos cursos de formação de professores e nas pesquisas em educação matemática sofreram influências diretas das pesquisas desenvolvidas no contexto estadunidense.

---

<sup>17</sup><http://www.nctm.org/>

Um exemplo disso são os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL,1998) que propõem que o desenvolvimento do pensamento algébrico seja realizado por meio da exploração de situações de aprendizagem que permitamos estudantes reconhecerem as diferentes dimensões da álgebra escolar através da **Aritmética generalizada**, usando as letras para generalizar as ideias envolvidas nas operações aritméticas, a partir da observação de padrões e operações realizadas. A **Álgebra funcional**, considerando os aspectos envolvidos na ideia de variável, de modo que expressem as relações e funções envolvidas na variação entre grandezas. As **Equações**, letras apresentadas como incógnitas para a resolução de equações. A **Álgebra estrutural**, considerando que é possível operar com as letras e símbolos inerentes ao campo conceitual da Álgebra. Ideias relacionadas a observações de regularidades e padrões também estão presentes no documento, como propostas didáticas para o ensino de Álgebra.

Reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções; traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras; utilizar os conhecimentos sobre operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico. (BRASIL, 1998, p. 64).

Já é possível notar que o documento possui uma concepção de álgebra inerente em si, como extensão da aritmética e meio de resolver problemas através das ferramentas disponíveis pela álgebra, além disso são sugeridas atividades envolvendo a observação e investigação de padrões aritméticos e geométricos, de modo que os estudantes identifiquem regularidades, estruturas e posteriormente o desenvolvimento da linguagem algébrica para descrever o pensamento simbolicamente.

As Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio também não são diferentes, as propostas para o ensino de álgebra também contemplam a ideia de observação de padrões e generalizações por meio de resolução de problemas e atividades investigativas.

Colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contraexemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. (BRASIL, 2006, p.70)

A Proposta Curricular do Estado de São Paulo, São Paulo (2008), evidencia em seu texto uma concepção de Matemática como linguagem e a ciência das regularidades e padrões, ou seja, “um sistema simbólico que se articula diretamente com a língua materna, nas formas: oral e escrita, bem como com outras linguagens e recursos de representação da

realidade” (SÃO PAULO, 2008, p.44).

A ideia de ordem, de organização sequencial, tem nos números naturais sua referência básica, podendo ser generalizada quando se pensa em hierarquias segundo outros critérios, como a ordem alfabética. Também está associada, de maneira geral, a prioridades e à construção de algoritmos. (SÃO PAULO, 2008, p.50).

Analisando as fontes e fundamentações teóricas de tais propostas curriculares podemos notar que São Paulo (2008) tem como fundamentação Brasil (1998), que por sua vez inspira-se nas ideias dos *Principles and Standards of National Council of Teachers of Mathematics*, uma proposta curricular com orientações para o ensino de matemática na educação básica a professores dos Estados Unidos. Tivemos a oportunidade de ter acesso ao documento durante o estágio no exterior, e dele extraímos o seguinte trecho no que se refere ao ensino de álgebra.

A álgebra engloba as relações entre quantidades, o uso de símbolos, a modelagem de fenômenos, bem como o estudo matemático da variação. Os conceitos algébricos são relacionados a todas as áreas da matemática. Uma grande parte da álgebra é construída sobre a grande experiência dos alunos com números. A álgebra também é estreitamente ligada à geometria e à análise de dados. As ideias algébricas são um dos principais componentes do currículo matemático escolar e ajudam a unificá-lo. (NCTM, 2000).

O documento lista ainda algumas habilidades que os estudantes devem adquirir ao longo do processo de aprendizagem desse conteúdo, desde os anos iniciais ao ensino médio, que foram sintetizadas e agrupadas a seguir.

- Representar, analisar, e generalizar uma variedade de padrões com tabelas, gráficos, palavras, e, quando possível, com regras simbólicas.
- Desenvolver uma compreensão inicial dos diferentes usos de variáveis.
- Usar a linguagem algébrica para representar situações e resolver problemas, especialmente aqueles que envolvem relações lineares.
- Reconhecer e gerar formas equivalentes de expressões algébricas simples e resolver equações lineares.
- Modelar e resolver problemas contextualizados usando várias representações (gráficos, tabelas e equações).
- Compreender padrões, relações e funções.
- Representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos.
- Usar modelos matemáticos para representar e compreender as relações entre quantidades.
- Analisar variações entre grandezas, em diferentes contextos.

- Generalizar padrões usando funções definidas explicitamente ou recursivamente.
- Compreender o significado de formas equivalentes das expressões, equações, inequações e relações.
- Utilizar álgebra simbólica para representar e explicar relações matemáticas.
- Utilizar expressões simbólicas para representar relações em vários contextos.

Não é difícil estabelecer relações entre os documentos, sobretudo quando analisamos seus objetivos e propostas, haja vista o referencial teórico utilizado para fundamentar as ideias relacionadas ao ensino de álgebra, pesquisadores norte-americanos e/ou europeus expoentes na produção científica do tema em questão.

No caso específico de países europeus, como por exemplo, Itália, Irlanda, Alemanha, França, Portugal, Suécia, Inglaterra e Espanha, já é possível perceber um movimento nas produções científicas que tratam do ensino e do pensamento algébrico, através dos eixos temáticos de congressos de visibilidade internacional, como o *Congress of European Research in Mathematics Education (CERME)*<sup>18</sup>, o qual conta com a participação de um grupo de trabalho. Dentre os 20 grupos de trabalhos temáticos da área de educação matemática, que tem por objetivo refletir sobre o que vem a ser o pensamento algébrico, o que evidencia a produção e preocupação dos pesquisadores em investigar essa temática, conquistando espaço em diversos congressos.

Outro evento importante da área de educação matemática é o *Internacional Commission on Mathematical Instruction (ICMI)*<sup>19</sup> que na sua 12ª conferência de estudos realizada em Melbourne, Austrália, em 2001, publicou uma ampla perspectiva, internacional sobre o estado da arte do ensino e aprendizagem de álgebra. Os autores são acadêmicos de renome de todo o mundo que escreveram capítulos individuais associados com o ensino e aprendizagem da álgebra que se relacionam com suas áreas específicas de pesquisa e experiência docente. Os anais incluem informações sobre diferentes abordagens para o ensino e a aprendizagem da álgebra, que vão desde os anos iniciais ao ensino superior, o impacto das ferramentas e tecnologia, o papel dos símbolos e linguagem, os professores de álgebra e de história da álgebra e também o futuro do ensino e aprendizagem da álgebra. O que é de interesse para pesquisadores, desenvolvedores de currículo, formuladores de políticas educacionais, professores de matemática, e formadores de professores que ensinam matemática. Além disso, *The International Group for the Psychology of Mathematics*

---

<sup>18</sup><http://www.cerme9.org/>

<sup>19</sup><http://www.mathunion.org/icmi/home>

*Education* (IGPME)<sup>20</sup> também conta como grupo de trabalho e/ou categoria de pesquisa para submissão de artigos em seus congressos, estudos específicos sobre álgebra e estruturas algébricas.

A partir da leitura de trabalhos elaborados tanto nos Estados Unidos, quanto em países europeus, temos acompanhado um movimento de repensar o currículo de matemática dos anos iniciais, com vistas a possibilidade do trabalho com álgebra, denominado *Early Algebra*, que inclusive também tem ganhado espaço nas discussões sobre o ensino de álgebra em eventos de grande porte como o *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME-NA)<sup>21</sup>, com grupos de trabalhos específicos nessa área.

Vale a pena chamar a atenção para o fato de que, segundo Carraher, Schliemann (2014), pesquisadores dessa temática no contexto americano, o conceito de *Early Algebra* refere-se a um programa de pesquisa que destaca a importância do raciocínio algébrico em toda educação básica. O programa salienta que a aritmética elementar repousa sobre ideias e princípios de álgebra que merecem um lugar no currículo mais precoce. *Early Algebra* concentra-se em princípios e representações de álgebra que podem ser e, presumivelmente, precisam ser dominados por jovens estudantes como as bases para a aprendizagem posterior de acordo com esses pesquisadores.

Ainda segundo os autores supracitados, em alguns países, a preparação para a álgebra é implicitamente integrada no currículo de matemática dos anos iniciais. Isso pode ser avaliado por meio de análise de currículos implementados em diferentes países, mas que por enquanto introduzir a álgebra nos anos iniciais está longe de ser universalmente aceito, apesar dos resultados promissores de estudos de intervenção precoce em sala de aula.

### **3.2 Algumas ideias gerais acerca do ensino de álgebra em teses e dissertações brasileiras**

Apresentaremos nos parágrafos abaixo, as ideias centrais de oito pesquisas que fizeram parte do levantamento bibliográfico da dissertação de Pires (2012), sendo sete dissertações, que tem como foco as dificuldades dos estudantes e professores, em relação ao ensino e aprendizagem da linguagem algébrica e de uma tese que trata do pensamento algébrico com o objetivo de caracterizar melhor o que os pesquisadores brasileiros têm escrito sobre linguagem algébrica e pensamento algébrico.

---

<sup>20</sup><http://www.igpme.org/index.php/annual-conference/further-information/research-categories>

<sup>21</sup><http://www.pmena.org/proceedings/>

Freitas (2002) realizou um levantamento e análise dos tipos de erros que 104 alunos da primeira série do ensino médio de uma escola particular, localizada na cidade de São Paulo cometem ao resolver equações. Em sua dissertação, evidenciou uma forte mecanização de técnicas associadas à utilização de frases como “isolar o x” e “passar e mudar o sinal”.

Pinto (2003) identificou dificuldades com a álgebra, nas aulas de matemática da educação básica: erros dos alunos, erros da professora e erros do material didático. Mostrou também que os erros cometidos pelos alunos são consequência de uma prática escolar que privilegia os processos sintáticos (relativos ao uso de regras) e aos semânticos (relativos à interpretação dos significados negociados ou instruídos em aula).

Pereira (2005) também encontrou as mesmas dificuldades com alunos ingressantes de um curso de Licenciatura em Matemática. Os futuros professores também apresentaram dificuldades em simplificar uma equação e identificá-la quando comparada a uma expressão algébrica e função.

Meinicke (2005, p.46) citando os estudos de Imenes e Lelis (1995), enfatiza que professores e estudantes sofrem com a álgebra do 8º ano. Uns tentando explicar, outros tentando “engolir” técnica de cálculo com letras, que quase sempre são desprovidas de significados para uns e para outros. Mesmo nas tais escolas de excelência, onde aparentemente os estudantes do 8º ano dominam todas as técnicas, esse esforço tem pouco resultado.

Sousa (2007, p. 28) citando os estudos de Abraham Arcavi (1994), acerca da representação e manipulação simbólica, constatou que os alunos da escola secundária possuem pouca compreensão dos símbolos algébricos, apesar de terem estudado e manipulado esses símbolos durante anos. Nem mesmo os alunos mais adiantados em álgebra são capazes de percebê-la como uma ferramenta que lhes permita compreender, generalizar, revelar estruturas, relações e fazer demonstrações. Parece apropriado definir uma noção paralela, a do sentido dos números para dar ideia do sentido dos símbolos e do sentido de função.

Já a dissertação de Panossian (2008) analisou as dificuldades em álgebra de alunos do 7º ano do ensino fundamental e do 1º ano do ensino médio, quando solicitados a generalizar padrões numéricos, mais especificamente em recorrer ao conhecimento algébrico para resolver situações-problema.

O estudo de Mondini (2009) alertou para a saturação dos trabalhos relacionados ao ensino de álgebra e discutiu sobre sua natureza, uma vez que ela pode ser

entendida como a linguagem básica para explorar os objetos matemáticos, pois cada um deles tem suas próprias especificidades que podem ser analisadas por meio de estruturas algébricas.

Em relação ao pensamento algébrico, Sousa (2004), em sua tese, reforça a ideia de não exagerarmos no formalismo e prestarmos atenção no currículo proposto, uma vez que esse reproduz alguns equívocos, como priorizar o pronto e acabado apresentado na álgebra simbólica e desconsiderar seus aspectos históricos, o que contrapõem a possibilidade da compreensão, conceito de variável, que ao ver da autora juntamente com o conceito de fluência, de relatividade, de campo de variação e de variável, constituem o nexos conceitual da álgebra, grosseiramente o que é “essencial” para compreendê-la.

As pesquisadoras Souza e Diniz (1996) apontaram que o conceito de variável, quando apresentado no ensino fundamental, aparece somente em uma de suas dimensões: a incógnita, raramente como parâmetro e variável propriamente dita. Documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) já identificavam e enfatizavam dificuldades de aprender álgebra, alertando que um dos principais problemas de aprendizagem de álgebra é a noção de variável e a representação que utiliza letras, em busca de atribuir mais significados para sua utilização, deve-se desenvolver nos alunos o sentido de variabilidade ligado às letras.

De modo geral, muitos estudantes pensam que a letra em uma sentença algébrica serve sempre para indicar (ou encobrir) um valor desconhecido. Para esses estudantes, a letra sempre significa uma incógnita, sendo importante salientar que os PCN estão se referindo ao conceito de variável como letra. O documento propõe que o professor trabalhe com as várias concepções de álgebra para desmitificar tal conceito, além de utilizar a geometria como recurso para compreensão da generalização de padrões.

Blanton e Kaput (2003) propõem que os professores devem procurar formas de desenvolver a atividade algébrica, criando uma cultura, em sala de aula, que valorize situações em que os alunos realizem atividades de modelagem, utilizando diferentes formas do pensamento algébrico, fazendo conjecturas, discutindo, testando suas ideias e praticando atividades computacionais. Devem-se incluir as diferentes formas do pensamento algébrico durante as atividades. Trigueros e Ursini (2005) consideram que para uma aprendizagem satisfatória dos conceitos algébricos, é necessário, num primeiro momento, promover a compreensão das diferentes utilizações do conceito de variável (letra).

### 3.3 Revisão sistemática da literatura acerca do pensamento algébrico na educação básica

Nesse tópico será apresentado o resultado, a síntese, da revisão sistemática sobre o tema pensamento algébrico na educação básica que foi realizado com apoio da ferramenta computacional *State of the Art Through Systematic Review (Start)*, desenvolvida por pesquisadores do Laboratório de Pesquisa em Engenharia de Software (LaPES) da UFSCar<sup>22</sup>.

Para a realização dessa revisão sistemática da literatura foi utilizada a seguinte *string*<sup>23</sup> de busca: (*algebraic thinking* OR pensamento algébrico) nas máquinas de buscas da *Scopus*<sup>24</sup>, *Scielo*<sup>25</sup>, *Eric*<sup>26</sup> e *Web of Science*<sup>27</sup>, principais bases de dados onde estão indexados periódicos relacionados à área de educação e educação matemática, disponibilizadas pelo domínio de acesso da UFSCar. O domínio de acesso de uma universidade é um convênio com editoras, revistas, máquinas de buscas e portal de periódicos que garante o acesso gratuito a texto completos publicados nesses locais.

No período em que iniciamos a revisão sistemática em 03 de junho de 2015 foram encontrados 139 estudos envolvendo o assunto pensamento algébrico, levando em consideração as máquinas de busca: *Scopus*, *Scielo* e *Web of Science*, pois a ferramenta *Start* ainda não realiza *uploads* da máquina de busca *Eric* (principal máquina de busca da área de educação). Essa atividade foi realizada manualmente, comparando os 139 estudos já encontrados com os disponíveis na *Eric*.

Desses 79 estudos apenas 18 foram aceitos para a pesquisa, após a leitura dos títulos e resumos, uma vez que somente eles encaixaram-se nos critérios de qualidade estabelecidos pelo protocolo estabelecido previamente na revisão sistemática. O protocolo de uma revisão sistemática contém as informações e etapas que o pesquisador utilizou para nortear sua pesquisa: o objetivo da revisão sistemática, as palavras-chave utilizadas para compor a *string* de busca, a descrição das máquinas de buscas, os critérios de inclusão e exclusão para a escolha de um artigo na revisão sistemática, as justificativas do pesquisador por escolher determinadas palavras-chave, máquinas de buscas e critérios de avaliação dos artigos e o relatório pormenorizado de cada etapa.

<sup>22</sup>[http://lapes.dc.ufscar.br/tools/start\\_tool](http://lapes.dc.ufscar.br/tools/start_tool)

<sup>23</sup>Combinação de palavras e caracteres, que respeitam a lógica de uma máquina de busca (*Web of Science*, *Scielo*, *Eric*, *Scopus* etc.)

<sup>24</sup><http://www.scopus.com/>

<sup>25</sup><http://www.scielo.org/php/index.php>

<sup>26</sup><http://eric.ed.gov/>

<sup>27</sup><https://login.webofknowledge.com/error/Error?PathInfo=%2F&Alias=WOK5&Domain=.webofknowledge.com&Src=IP&RouterURL=https%3A%2F%2Fwww.webofknowledge.com%2F&Error=IPError>

Todo o processo detalhado utilizado para realizar essa revisão sistemática está disponível no protocolo realizado junto à ferramenta *Start* para dar apoio a essa pesquisa. Para isso, é aconselhável que após toda revisão sistemática finalizada publique-se os resultados obtidos do estudo e disponibilize o protocolo (as etapas e banco de dados) em um ambiente online para que as pessoas possam ter acesso às informações. Essa etapa intitulamos de empacotamento, pois outros pesquisadores podem utilizar o mesmo protocolo e banco de dados para fins de reprodução e auditoria e validar as informações obtidas, a partir do mesmo estudo, contudo essa etapa não foi possível de ser realizada neste estudo.

É importante salientar que muitos estudos podem ser descartados durante o processo de leitura dos *full papers* (textos completos), pois em uma primeira etapa de seleção só os títulos e resumos são lidos. Um dos motivos para se descartar um artigo já selecionado é falta de coerência entre o resumo e o texto completo, ou por não se encaixarem nos critérios de qualidade estabelecidos no protocolo de revisão sistemática elaborado para pesquisa.

É importante salientar que o pensamento e a linguagem serão tratados como uma unidade dialética nessa investigação, uma vez que não se pretende estabelecer uma dicotomia ou cisão entre pensamento e linguagem, muito pelo contrário, pois fundamentando-nos em Bakhtin (1986), consideramos que pensamento e linguagem constituem uma unidade; o qual, a língua não é apenas a manifestação externa do pensamento, mas aquilo que o torna possível, eis aí o caráter constitutivo da linguagem, cuja língua é um processo e não um produto. Entretanto, não se pode perder de vista os indícios do pensamento algébrico, tais como as ideias de variabilidade, proporcionalidade, fluência etc.; bem como da sua linguagem, a “formalização” do pensamento, a linguagem simbólica.

Dessa forma, este estudo integra artigos selecionados na revisão sistemática e leituras de obras clássicas, da área de ensino de álgebra, de modo a estabelecer um diálogo entre as diferentes formas de produção do conhecimento. Começamos então contextualizando brevemente o desenvolvimento histórico da Álgebra.

### **3.4 O desenvolvimento histórico da álgebra como um sistema simbólico**

A álgebra simbólica que conhecemos hoje surgiu a partir de três estágios, de acordo com os livros de História da Matemática: Boyer (1974), Eves (1995), Baumgart (1992), Aaboe (1984), seriam eles: **o retórico**, o primeiro estágio, caracterizado pelo uso da linguagem natural e/ou materna para representar as incógnitas em um problema matemático, já que ainda não se utilizavam símbolos e sim palavras para representar a incógnita e os

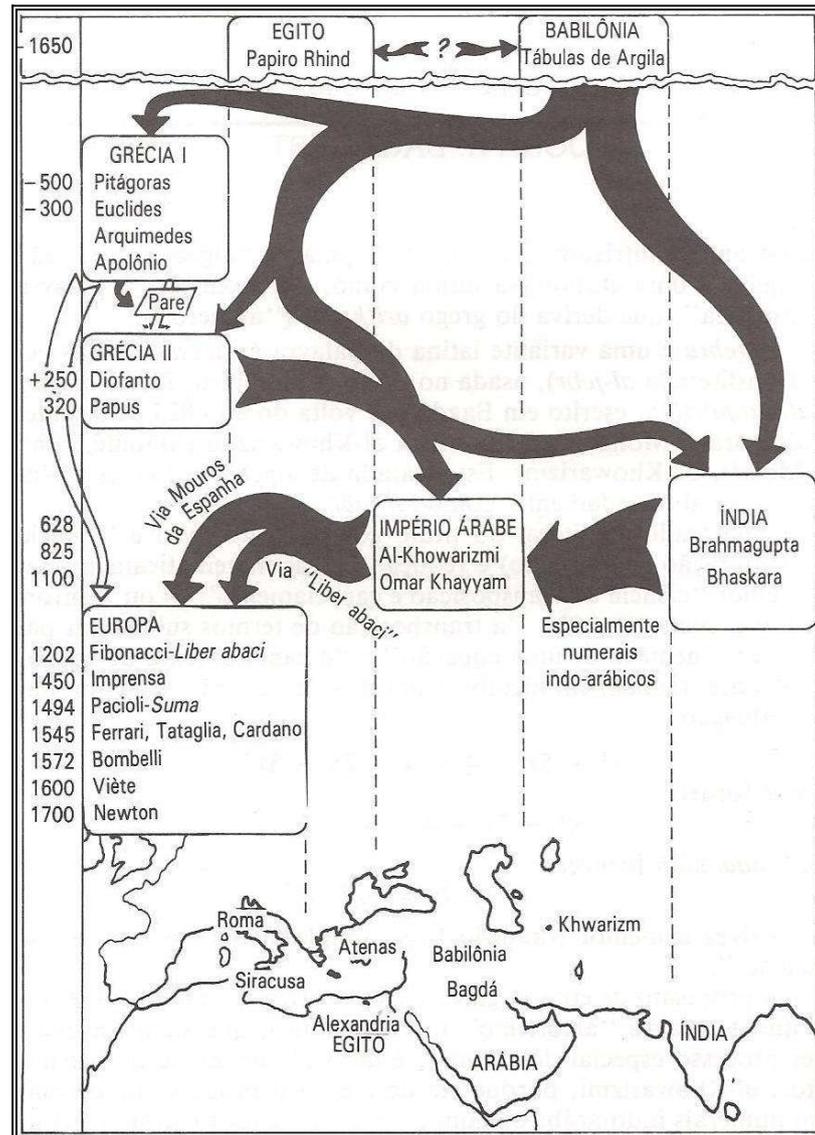
problemas, por exemplo, além dos conhecimentos e objetos geométricos desenvolvidos na época, ponto, reta, segmento de reta, formas geométricas, a partir de régua e compasso. O **sincopado ou lacônica**, de acordo com Kieran (1992), o segundo estágio, o qual surgem abreviações de símbolos e letras para representar as quantidades incógnitas, bem como sinais e símbolos para as operações, devido a abreviação das palavras utilizadas no primeiro estágio, como coisa, coisa, a-há (monão) etc. para a incógnita. O **simbólico**, o terceiro estágio, que já faz uso de letras, sinais e símbolos para representar o parâmetro, a incógnita e a variável em um problema algébrico e finalmente para representar soluções gerais e ferramentas que expressassem regras que se regem as relações numéricas. De acordo com os livros de História da Matemática esse processo iniciou-se por volta do século III com Diofante estendendo-se até o século XVI com Viète.

Sousa (2004) descreve esse processo em dois estágios, denominando de **Álgebras não simbólicas**, levando em consideração o estágio retórico, associada à palavra que cumpre o papel de variável nesse estágio, o sincopado, associando o numeral a variável e geométrico, que associa a figura ou à álgebra geométrica de Euclides a ideia de variável. O segundo estágio seria o da álgebra simbólica, caracterizado pelo uso da letra como variável.

Assim, entendemos que a linguagem simbólica da álgebra, tornada sintética e ágil, materializada na variável letra está totalmente desvinculada dos significados do contexto da realidade, que trouxe a necessidade de controlar a variação na continuidade. É um pensamento teórico. Por isso, síntese de diversos pensamentos. (SOUSA, 2004, p. 103).

A autora ainda cita Lima e Moises (2000) enfatizando como a linguagem, sobretudo a palavra teve um papel histórico importante no desenvolvimento da linguagem matemática. “A linguagem matemática através de palavras é o primeiro passo da criação da linguagem especificamente matemática para o qual são escolhidas as palavras que mais direta e claramente expressam os movimentos numéricos” (SOUSA, 2004, p. 205). Esse processo ainda fica mais notório, quando analisamos a síntese realizada por Baumgart (1992) apresentando como se deu o desenvolvimento e disseminação do pensamento e da linguagem algébrica.

**Figura 5 – Linha do Tempo da Álgebra**



Fonte: Baumgart (1992, p. 2)

É importante salientar que esse processo de síntese da fase retórica para simbólica durou quase quatro milênios. De acordo com Schoen (1994, p. 138),

o desenvolvimento histórico do simbolismo algébrico começou com um período de álgebra verbal ou retórica, que durou pelo menos três milênios. Ao período retórico surgiu um outro, de mais um milênio, em que o discurso algébrico caminhou gradualmente da fase retórica para a simbólica.

### 3.5 Pesquisas diagnósticas sobre o ensino de álgebra

De acordo com Booth (1994) o ensino e a aprendizagem da álgebra escolar são uma constante fonte de confusão e atitudes negativas tanto com os estudantes, quanto com os professores que ensinam matemática, para isso considera que os erros que os estudantes

cometem estão geralmente relacionados as ideias e concepções que eles possuem acerca da aprendizagem da álgebra, sobretudo aos vícios que adquiriram no processo de aprendizagem dos procedimentos e técnicas aritméticos anteriormente. Dentre eles estão **o foco nas respostas** e não no processo e na atividade algébrica, que seria estabelecer conjecturas, identificar relações e expressá-las em uma linguagem geral e simplificada, a não familiaridade com **o uso da notação e da convenção em Álgebra**, os símbolos utilizados para representar as ideias e operações algébricas são desconhecidos aos estudantes, a não ser os já utilizados em aritmética, o que leva os estudantes a cometer equívocos em operações algébricas, tentando transferir a lógica da aritmética para a álgebra. Outro aspecto enfatizado pelo autor é **o significado das letras e das variáveis**, os estudantes apresentam dificuldades para compreender que a letra em uma expressão algébrica pode indicar valores, referentes ao parâmetro, a incógnita e/ou a variável. Por fim, o autor ressalta que álgebra não está isolada da aritmética e que é necessário que as relações e os procedimentos aritméticos sejam bem aprendidos no contexto aritmético, ou seja, **os tipos de relações e métodos utilizados em aritmética**.

Ainda nessa discussão sobre o ensino de álgebra, Azarquiél et al. (1993, p. 15) afirmam que as dificuldades na aprendizagem de álgebra “não se devem unicamente a uma assimilação deficiente dos processos matemáticos prévios, mas também à natureza dos elementos e da própria atividade algébrica”. Note que os autores acreditam que há uma dificuldade intrínseca a álgebra e que ela possui uma lógica de pensamento diferente das outras áreas da matemática, como a aritmética, por exemplo.

Lee (1996) realizou um diagnóstico comparativo entre estudantes do ensino médio estadunidense e estudantes do curso de álgebra elementar, de uma universidade também estadunidense, diante de atividades que envolviam a observação e generalização de padrões em que os problemas em aprender álgebra estão presentes desde o ensino fundamental ao ensino superior, permanecendo ao longo da vida acadêmica de muitos estudantes.

Para isso a autora propõe uma cultura algébrica no ambiente escolar através da generalização de padrões, uma vez que essa atividade se apresenta eficaz, estimulante e exercita o processo, o modo de observar, pensar e agir dos estudantes para a introdução de ideias algébricas.

Em outra publicação, Lee (2001) destaca que atividades envolvendo situações cotidianas com modelos ou padrões, seja no ato de dizer ou escrever tem se mostrado uma atividade importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Além das dificuldades já apresentadas Zazkis e Liljedhal (2002) afirmam que existe uma tensão entre pensamento algébrico e escrita algébrica. As autoras constataram na pesquisa realizada que a capacidade dos estudantes de expressar a generalidade verbalmente não foi acompanhada por notação algébrica formal e não dependia de tal notação. Para as autoras existe um “vão” entre a capacidade de expressar a generalidade verbalmente e a capacidade de empregar a notação algébrica confortavelmente.

Ao invés de insistir sobre qualquer notação simbólica particular, esse “vão” deveria ser aceito e utilizado como um local de prática para os estudantes praticarem seus pensamentos algébricos. Eles deveriam ter a oportunidade de engajar em situações que promovem esse pensamento sem as limitações formais do simbolismo. (ZAZKI; LILJEDHAL, 2002, p. 400).

Como podemos perceber não são poucas as dificuldades e os problemas encontrados pelos estudantes quando se trata da aprendizagem de conceitos algébricos. Becker e Rivera (2005) realizaram um estudo acerca do desempenho de estudantes em atividades envolvendo generalização de padrões, verificaram que os estudantes utilizavam de estratégias numéricas como a contagem e o processo de tentativa e erro para elaborar uma fórmula de generalização, pois lhes faltava flexibilidade para tentar outras estratégias e ver possíveis conexões entre as diferentes formas de representação e as estratégias de generalização.

De acordo com Küchemann (1981), as dificuldades dos estudantes não se restringem somente as estratégias que os estudantes utilizam para resolver situações problemas, mas na interpretação e no uso que eles fazem da linguagem algébrica, mais especificamente da letra. Por meio de uma investigação com testes algébricos, envolvendo procedimentos de substituição, simplificação, construção, interpretação e solução de equações com estudantes secundários da Inglaterra.

Küchemann (1981) diagnosticou diferentes formas do uso das letras em álgebra pelos estudantes. Dessa forma, ela classificou as principais formas de uso das letras em álgebra interpretadas pelos estudantes. A **letra como valor**, em que a letra presente na expressão algébrica, já possui um valor pré-definido pelo estudante, como a sua posição no alfabeto. A **letra não utilizada**, nesse caso a letra é ignorada ou desconhecida pelo estudante e ele opera a expressão algébrica apenas com os números presentes na expressão, utilizando os procedimentos aritméticos. A **letra como um objeto**, a letra acaba sendo considerada pelo estudante como a abreviação de alguma palavra ou objeto concreto em si mesmo. A **letra como uma incógnita específica**, nesse caso a letra é considerada como um número desconhecido, identificado através de tentativa e erro ou resolução de uma equação. A **letra como número generalizado**, a letra representa algo capaz de assumir vários valores, ao invés

de somente um. A letra como variável, nesse caso a letra é vista como uma relação entre dois conjuntos, podendo assumir diversos valores.

No estudo de Küchemann (1981), poucos foram os estudantes capazes de considerar as letras como números generalizados ou como variáveis, tampouco como incógnita. A maioria dos estudantes consideraram as letras como objeto e letra não utilizada. Para a autora é importante que os estudantes identifiquem e façam uso correto das diferentes formas que as letras podem constituir-se em álgebra.

Entretanto, nos estudos de Kieran (1996), relacionados ao pensamento funcional utilizando letras como variáveis, indicou que os alunos que iniciavam seu contato com variáveis não apresentavam maiores dificuldades ao se defrontar com a ideia de letras como incógnitas. Segundo este estudo, parecem não haver obstáculos cognitivos na transição de variável para incógnita, diferente do que ocorre na transição de incógnita para variável.

Diante do exposto, já possuímos alguns indicadores na literatura, que é aconselhável iniciar o estudo de álgebra a partir da ideia de variável do que de incógnita.

Referindo-se ainda ao fracasso na aprendizagem de álgebra, Kaput (1999) critica o ensino de álgebra baseado no cálculo literal já que essa é uma abordagem predominante no ensino há muito tempo, baseada na simplificação de expressões algébricas, na resolução de equações e na aprendizagem de regras para a manipulação de símbolos. Ainda nesse aspecto, Kieran (1992, p. 17) adverte que

a maioria dos estudantes não adquire um sentido real dos aspectos estruturais da álgebra. Os resultados da investigação sugerem que alguns estudantes nunca alcançam o desenvolvimento da parte estrutural do ciclo procedimento-estrutura. E, no pior dos casos, memorizam um conteúdo pseudo-estrutural.

Ou seja, os diagnósticos acerca das dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem de álgebra já têm se tornados comuns, bem como justificativas para repensar esse tipo de ensino na educação básica.

Charbonneau (1996) nos diz que a álgebra não é somente uma extensão do domínio numérico ou uma questão de simbolismo, mas um caminho para compreender relações.

Na pesquisa feita por Bednarz e Janvier (1996) constata-se que os estudantes que tentam transferir as estratégias utilizadas no campo da aritmética para álgebra em problemas algébricos, acabam não obtendo êxito devido a particularidade das duas áreas que acaba não sendo percebida pelos estudantes.

Outros pesquisadores como Chalouh e Herscovics (1994), consideram que as

dificuldades dos estudantes em álgebra estão relacionadas a quatro obstáculos cognitivos, também estudados por Booth (1995), que seriam **falta de referencial numérico no uso das letras**, quando as operações realizadas com as letras não têm sentido com os números na aritmética. A **incapacidade de aceitar a ausência de fechamento**, como se expressões algébricas fossem afirmações incompletas, sem resultados ou soluções ou o **dilema nome-processo**, o qual uma expressão algébrica não considerada nem como uma representação de um pensamento e nem como um processo de interpretação de um problema. Por fim, **os diferentes significados associados à justaposição em álgebra**, quando uma letra e um número junto não significam uma operação, por exemplo, o caso da multiplicação,  $2b$  não é compreendido como duas vezes a quantidade  $b$ .

Piccio e Wah (1993) advertem que os estudantes acabam não desenvolvendo o pensamento algébrico devido à preocupação excessiva em criar estratégias de resolução de problemas e memorização de fórmulas, sendo assim inacessível a maioria dos estudantes e fonte de exclusão. Para os autores é necessária uma abordagem curricular em espiral no ensino de álgebra, considerando temas, conceitos e ferramentas, habilidades, aplicações e representações múltiplas, de forma multidisciplinar.

Para Socas et al. (1996), a grande e variada dificuldade no processo de ensino e aprendizagem da álgebra está relacionada à natureza da álgebra, mais especificamente a sua linguagem formal e estrutural, e também ao currículo, como já foi mencionado muitas vezes por outros autores, devido a fixação exagerada em manipulações mecânicas com símbolos. Nesse sentido, Ayarza et al. (2007, p. 82) denunciam que

os professores ensinam a álgebra inicial seguindo uma tradição centrada na manipulação mecânica com símbolos. Tipicamente os alunos aprendem a operar expressões algébricas e resolver equações de primeiro grau, sem que estas tarefas tenham significação para eles ou estejam vinculadas a problemas de contexto real, ou relacionadas com processos de modelação ou sirvam de aproximação a formas de pensamento matemático de tipo indutivo, argumentativo, conjectural ou demonstrativo.

Ponte (2005) indica que uma das principais dificuldades no ensino de álgebra é reduzi-la aos seus aspectos transformistas, enfatizando a linguagem algébrica e não ao seu significado. Isso pode até ser compreendido, uma vez que historicamente a álgebra foi ensinada e vista como um conjunto de regras e transformações de expressões e resoluções de equações sistemas de equações.

Ou seja, no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objectos, mas também às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações de modo geral e abstracto tanto quanto possível. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este pensamento é o estudo de padrões e regularidades. (PONTE, 2005, p. 37).

Os desafios para o ensino de álgebra ainda são muitos, e os diagnósticos traçados pelas pesquisas não são otimistas em relação ao que tem sido feito, já que são muitos os estudantes que possuem dificuldades com os conceitos algébricos, devido à linguagem, os processos de ensino, os currículos, enfim é necessário propostas e estudos que de alguma forma contribua para a mudança dessa realidade.

### **3.6 A caracterização do pensamento algébrico**

Quando tratamos de um tema sempre uma pergunta vem à cabeça, o que é? Penso que nas seções anteriores já foi possível ter uma ideia de como os pesquisadores em educação matemática concebem a álgebra e o seu ensino, e que não há um consenso sobre as ideias apresentadas. De qualquer forma a intenção nessa seção é apresentar de alguma forma como o desenvolvimento do pensamento algébrico é concebido por alguns pesquisadores da área presentes em nossa revisão da literatura. Sousa (2004), por exemplo, caracteriza o pensamento algébrico através da sua constituição lógico-histórica, esclarecendo que sua constituição compõe os conceitos de fluência, número, variável e campo de variação. “Palavras como relação, dependência, movimento, mutabilidade, campo numérico são nexos conceituais do conceito de variável. Podem ser entendidas como substância, a fluência, o movimento que compõe o pensamento algébrico. (SOUSA, 2004, p. 174).

Já para Tinoco (2008, p. 49), pensar algebricamente é pensar em leis gerais, no que é genérico, exprimindo relações entre objetos, independentemente da natureza dos mesmos; é generalizar situações que apresentam regularidades, acompanhada da capacidade de apresentar argumentos que justifiquem a validade da lei para quaisquer casos. Enquanto um trata de movimento e variável, o outro concebe o pensamento algébrico como uma habilidade de pensar em leis gerais, de realizar generalizações.

No trabalho de Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) alguns elementos são elencados, exemplificando o que seria o pensamento algébrico. Para os autores o pensar algebricamente está relacionado com os itens abaixo.

- a) Relaciona e compara expressões numéricas ou padrões geométricos.
- b) Percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema.
- c) Produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema ou, reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica.
- d) Interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas.

- e) Transforma uma expressão aritmética em outra mais simples.
- f) Desenvolve algum tipo de processo de generalização.
- g) Percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias.
- h) Desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) ainda sugerem que é necessário repensar a educação algébrica, no sentido de repensar a relação estabelecida entre o pensamento e a linguagem, uma vez que o pensamento algébrico não se manifesta somente através da manipulação simbólica e sintática da linguagem concisa da álgebra. Os autores definem pensamento algébrico como sendo:

‘um tipo especial de pensamento’ que pode se manifestar não apenas nos diferentes campos da Matemática, mas como também em outras áreas do conhecimento. Ele pode expressar-se através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica, ou através de uma linguagem específica para este fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica. (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 88).

Os autores salientam ainda que há uma crença no ensino de que o pensamento algébrico só se manifesta a partir do cálculo literal e da manipulação da linguagem simbólica, priorizando técnicas e habilidades, reduzindo a álgebra a um instrumento técnico-formal. Sendo assim, os autores propõem que o desenvolvimento do pensamento algébrico seja realizado por meio da exploração de atividades exploratório-investigativas, situações problemas relativamente abertas, considerando a interdependência do pensamento e linguagem.

Para Lins e Gimenez (1997), o pensamento algébrico apresenta três características fundamentais: 1 Produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (aritmecismo); 2 Considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não “modelando” números em outros objetos (internalismo); 3 Operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (analiticidade). E definem que

pensar algebricamente é pensar dessa forma; é produzir significado para situações em termos de números e operações aritméticas (e igualdades e desigualdades), e com base nisso transformar as expressões obtidas operando sempre de acordo com (1), (2) e (3). (LINS; GIMENEZ, 1997, p.151).

Para esses autores ainda “não há consenso do que seja pensar algebricamente. Há, é verdade, certo consenso a respeito de quais são as coisas da álgebra: equações, cálculo literal, funções, por exemplo” (LINS; GIMENEZ, 1997, p.89). Nesse sentido, concordamos com autores, pois múltiplas são as maneiras como os pesquisadores concebem esse tipo de

pensamento.

Kieran (2004, p. 140) define uma forma de pensamento algébrico, porém relativiza, dizendo que essa forma de pensamento inclui, mas não está limitado a estas características, que são:

- 1 Focar sobre as relações e não apenas sobre o cálculo de uma resposta numérica.
- 2 Focar nas operações, bem como em suas inversas e na ideia correlata de fazer e desfazer.
- 3 Focar tanto na representação, quanto na resolução de um problema ao invés de apenas resolvê-lo.
- 4 Focar tantos os números quanto às letras, ao invés de somente números. Isto inclui:
  - a) trabalhar com letras que às vezes podem ser incógnitas, variáveis ou parâmetros;
  - b) aceitar expressões literais como respostas;
  - c) comparar expressões de equivalência com base nas propriedades, em vez de fazer apenas uma avaliação numérica.

Outro autor que se tem debruçado sobre o conceito de pensamento algébrico é Kaput (1999). Para ele, o pensamento algébrico se manifesta através de processos de conjectura e argumentação quando são feitas generalizações sobre dados e relações matemáticas. Esse autor identifica cinco formas de pensamento algébrico que estão relacionadas entre si: a generalização e formalização de padrões e restrições; a manipulação de formalismos guiada sintaticamente; o estudo de estruturas abstratas; o estudo de funções, relações e de variação conjunta; e a utilização de múltiplas linguagens na modelação matemática e no controle de fenômenos. Já Ponte (2005, p. 37) afirma que o pensamento algébrico consiste em:

Compreender padrões, relações e funções (Estudo das estruturas); representar e analisar situações matemáticas e estruturas, usando símbolos algébricos (Simbolização); usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; analisar mudança em diversas situações (Estudo da variação).

Como podemos ver muitas são as concepções de pensamento algébrico, no entanto dois tipos ainda estão muito presentes na literatura e nos estudos que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico, são a Álgebra como Aritmética Generalizada e a observação de regularidades e padrões para expressar generalização do pensamento.

### **3.7 A concepção da álgebra como aritmética generalizada**

É muito comum encontrar na literatura a concepção de álgebra como aritmética generalizada. Para Chevallard (1989, p. 53), por exemplo, “a aritmética constitui, num

primeiro nível de instrução, um conjunto coerente e relativamente completo. Ela é, num segundo nível, o alicerce sobre o qual a aprendizagem da álgebra se apoia”. Para o autor a álgebra é considerada a generalização das ideias aritméticas. A ideia da álgebra como aritmética generalizada também pode ser encontrada em Carraher, Schliemann e Schwartz (2007), quando discutem o conceito de funções, enfatizando que esse conteúdo merece uma consideração especial no ensino da matemática, uma vez que toda a aritmética generalizada pode ser incluída no estudo das funções; e que é possível crianças estudarem esse tipo de conceito nos anos iniciais.

Souza e Diniz (1996, p. 1) concebem a Álgebra como generalização da aritmética, nesse trecho de sua obra:

A Álgebra é a linguagem da Matemática utilizada para expressar fatos genéricos. Como toda linguagem a Álgebra possui seus símbolos e regras. Estes símbolos são as letras e os sinais da Aritmética enquanto as regras são as mesmas da Aritmética que nos permite manipular os símbolos assegurando o que é permitido e o que não é permitido.

Neves (1995) adverte que o pensamento algébrico possui uma distinção do pensamento aritmético, já que a origem histórica da álgebra é relativamente independente da aritmética. Para ele a principal distinção do pensamento algébrico às outras formas de pensamento do campo da matemática são: a intenção de refletir sobre os próprios procedimentos utilizados, o que lhe garante um **caráter analítico**, a tendência em proceder a partir de elementos interno, o que lhe confere um **caráter internalista**, bem como as relações estabelecidas entre os objetos, o que ele chamaria de **caráter operativo**. No entanto, essas ideias ou características demonstram como o autor concebe a álgebra na matemática, nesse caso, há indicadores que ela seja superior aos outros tipos de pensamento, uma vez que se distingue tanto com características próximas ao que os matemáticos consideram como pensamento matemático. Além disso, o autor confere grande importância às relações lógicas que esse tipo de pensamento constitui, sejam elas formais ou informais.

Há ainda os pesquisadores que consideram e recomendam que a álgebra não precisa ser totalmente dependente da aritmética, mas uma ferramenta profícua para resolução de problemas, outra concepção de ensino de Álgebra, que podem ser encontradas nos trabalhos e estudos de Souza e Diniz (1996), quando propõem atividades envolvendo situações problemas em seus livros paradidáticos.

Schoen (1994) considera que é importante enfatizar a estrutura matemática oferecida pelo pensamento algébrico, uma vez que permite aos estudantes fazer uso de bons modelos matemáticos para resolver seus problemas, no caso de uma equação ou um sistema.

Falcão (2003), ainda salienta a ruptura entre a álgebra e a aritmética, já que a primeira pode ser compreendida como ferramenta para representação e resolução de problemas, entendendo-a como um campo conceitual e não uma continuidade da aritmética.

Fiorentini (2004) ainda subdivide o processo de aprendizagem algébrica em três fases, a **pré-algébrica**, que é caracterizada pela transição do aritmético para o algébrico, o estudante já utiliza letras e símbolos, mas ainda não consegue conceber a letra como um número qualquer generalizado ou uma variável a um pensamento algébrico mais avançado, reduz a situação ao âmbito aritmético. A fase de **transição do aritmético para o algébrico**, que é caracterizada pela representação simbólica de um número qualquer e o estabelecimento das ideias de generalização, mesmo que o estudante ainda não faça uso da linguagem simbólica convencional, mas já compreende a estrutura da situação. A fase **algébrica**, caracterizada pela compreensão da letra como variável, que relaciona grandezas e pode ser representada genericamente. Dessa forma, o pensamento algébrico é caracterizado pelo autor, à medida que o estudante desenvolva a capacidade de expressar genericamente, compreendendo a ideia de variável, de maneira que consiga expressá-las e operá-las. No entanto, isso não significa que o estudante necessita fazer o uso da linguagem simbólica, esse tipo de pensamento também pode ser desenvolvido gradativamente por meio de uma linguagem mais apropriada a cada estudante.

Filloy e Rojano (1989), Rojano e Sutherland (1991) também sugerem que a iniciação ao desenvolvimento do pensamento algébrico seja realizada através da resolução de problemas, preenchendo os espaços entre as abordagens não algébricas e algébricas. Contudo, esse processo é uma proposta de transição entre a aritmética e a álgebra, ou seja, nesse caso os autores consideram que o ensino de aritmética deve preceder a álgebra, considerando que a manipulação simbólica da sintaxe algébrica seja atribuída de significados ao longo desse processo, ressaltando a importância de um currículo equilibrado e eclético, sem priorizar determinados conceitos, mas sim as diferentes visões que podemos ter na matemática.

### **3.8 O desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de observação de regularidades e padrões**

A ideia de que o desenvolvimento do pensamento algébrico pode ser explorado através da observação de regularidades e padrões, também é uma concepção muito comum na literatura em ensino de álgebra. Devlin (2002), por exemplo, propõe que o desenvolvimento do pensamento algébrico se dá através da observação de regularidades e padrões, pois essa é a

principal atividade da matemática, seja no mundo físico, das ideias e dos pensamentos, que podem ser reais ou imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, utilitários ou recreativos. Mason (1996) também corrobora com as ideias de Devlin (2002), considerando que para o desenvolvimento do pensamento algébrico é importante a observação e generalização de padrões, já que a aritmética foi e ainda é a fonte original da álgebra como instrumento para expressar generalidades e controlar o desconhecido.

Para Mason (1996) a essência do pensamento algébrico está no reconhecimento, na apreciação, na expressão e na manipulação da generalidade, e implica, ao mesmo tempo, em particularizar e generalizar, assim como em conjecturar e justificar. Dessa perspectiva, o autor afirma que a matemática evolui, na medida em que possibilita resolver determinados problemas através de uma sistematização de regras, criando assim uma rotina de procedimentos. “A essência do pensamento matemático é o reconhecimento, apreciação, expressão e manipulação da generalidade. Isso implica ao mesmo tempo particularizar e generalizar, assim como conjecturar e justificar” (MASON, 1996, p.8).

Para o autor supracitado a aritmética foi e ainda é a fonte original da álgebra como instrumento para expressar generalidade e representar o desconhecido e que o futuro do ensino de aritmética e álgebra está no sentido que o professor tem dos processos de pensamento matemático e, em particular, da generalização, de modo que se é possível desenvolver a consciência de generalidade sensibilizando-se em “ver a generalidade no particular” e “ver o particular no geral”.

Vale e Pimentel (2005) em seus estudos também consideram que os padrões são a base do pensamento algébrico e que atividades envolvendo essa característica, favorecem aos estudantes a identificação de relações e conseqüentemente a elaboração de generalizações, já que esse tipo de trabalho promove uma atitude investigativa no estudante que de alguma forma, relaciona-se com resolução de problemas.

Elas consideram ainda que tarefas que envolvem a procura de padrões permitem promover o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos e melhorar a compreensão do sentido do número, da álgebra e de conceitos geométricos.

Para as autoras esse tipo de atividade está relacionado à concepção de matemática como é a ciência dos padrões, ela trata da procura da estrutura comum subjacente a coisas que em tudo o resto parecem completamente diferentes e que a procura e identificação de padrões utilizam e enfatizam a exploração, investigação, conjectura e prova,

desafiando os alunos a recorrer às suas destrezas de pensamento e ordem. Ainda sugere que esse tipo de pensamento está presente nas atividades dos anos iniciais.

Nos anos iniciais, os alunos devem ser capazes de descrever padrões como 2, 4, 6, 8, ... dizendo como é obtido o termo a partir do anterior – neste caso somando 2 – é o início do pensamento recursivo. Mais tarde os alunos devem realizar pensamento recursivos mais complexos, como na sequência de Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... (VALE; PIMENTEL, 2005, p. 15).

Noddings (2005) sugere que os estudantes sejam envolvidos em situações que busquem padrões e relações e estabeleçam generalizações, por meio de um raciocínio plausível, de modo que a aprendizagem algébrica seja estimulante e produtiva.

Outro autor que também faz referência a variedades de padrões na matemática é Stenn (1990, p. 8), ao apontar:

O que os seres humanos fazem com a linguagem da matemática é descrever padrões. Matemática é uma ciência exploratória que visa compreender todo o tipo de padrão - padrões que ocorrem na natureza, padrões inventados pela mente humana, e mesmos padrões criados por outros padrões. Para produzir matematicamente, as crianças devem ser expostas a uma rica variedade de padrões adequada às suas próprias vidas através da qual eles possam ver: variedade, regularidade e interconexões.

A concepção da matemática como a ciência dos padrões, influencia muito nesse modo de conceber o desenvolvimento do pensamento algébrico, já que para os autores a álgebra é a síntese do pensamento matemático, expresso através da sua linguagem simbólica e estrutural definida em um corpo de regras e propriedades gerais.

### 3.9 Sugestões metodológicas para o desenvolvimento do pensamento algébrico

Apesar dos diagnósticos não muito otimistas e das múltiplas formas de conceber a álgebra e o seu ensino, múltiplas também são as propostas de se desenvolver esse tipo de pensamento com os estudantes de acordo com alguns pesquisadores.

Trigueros e Ursini (2005), por exemplo, propõem um modelo de ensino denominado como modelo 3 Usos de Variáveis (3UV), para que os estudantes tenham êxito na compreensão e na aprendizagem de álgebra. Para as autoras, em um primeiro momento os estudantes necessitam aprender as diferentes utilizações dos conceitos da variável letra, do ponto de vista algébrico: a **letra como incógnita**, valor desconhecido que pode ser determinado considerando as restrições do problema, como **generalização de número**, através de regularidades e padrões identificando regras, ou como **variável funcional**, reconhecendo a correspondência entre variáveis relacionadas.

Já Sousa (2004) propõe que o desenvolvimento do pensamento algébrico

compreenda a álgebra como descrição de movimentos, sejam eles regulares ou irregulares, propondo que o ponto de partida das atividades algébricas seja “o estudo dos conceitos de: a) movimento; b) fluência; c) número e álgebra não simbólica e d) variável e campo de variação presentes na vida fluente” (SOUSA, 2004, p. 94), contrapondo-se ao formalismo dos conceitos algébricos priorizados nas aulas de matemática.

Os estudos que estamos fazendo sobre álgebra escolar, permitem-nos afirmar que o ensino da álgebra, a partir das estruturas algébricas, pode ser um dos fatores que incide sobre o insucesso em matemática, quando se pensa que os conceitos algébricos ocupam pelo menos sete anos da vida de todos os escolarizados do mundo (SOUSA, 2004, p. 9).

Lins e Gimenez (1997, p. 10) propõem que é “preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra”, ou seja, sejam desenvolvidas concomitantemente com a aritmética. Além disso, consideram infundada a ideia de que a aritmética preceda a álgebra, isso justifica a compreensão equivocada de que a álgebra é aritmética generalizada. De acordo com os autores, “devemos buscar uma coexistência da educação algébrica com a aritmética, de modo que uma esteja implicada no desenvolvimento da outra” (LINS; GIMENEZ, (1997, p.159).

Ainda tecem uma crítica a forma como o desenvolvimento do pensamento algébrico é tratado na maioria dos livros-textos de matemática e propostas curriculares,

Talvez adote, seguindo algumas péssimas ideias encontradas em propostas para a educação aritmética, a prática de utilizar a “sequência” técnica (algoritmo)/prática (exercícios). Com toda a franqueza, isso é praticamente tudo que encontramos na quase total maioria dos livros didáticos disponíveis no mercado brasileiro, e essa é uma situação bastante ruim. O que é, talvez, até pior é que essa prática não se baseia em investigação ou reflexão de qualquer natureza ou profundidade, apenas em uma tradição, tradição essa que estudos e projetos de todos os tipos, e por todo o mundo – inclusive no Brasil – já mostraram ser ineficaz e mesmo pernicioso à aprendizagem. (LINS; GIMENEZ, 1997, p.105-106).

Janvier (1996) destaca que muitos autores sugerem a introdução à álgebra através de uma perspectiva funcional. O mesmo autor chama a atenção que é importante distinguir variáveis e incógnitas, pois são dois modos diferentes de interpretar o uso das letras, quando se utiliza a perspectiva das relações funcionais para a introdução à álgebra.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) sugerem que atividades investigativas numéricas contribuem de modo decisivo para desenvolver uma compreensão global dos números e operações, bem como capacidades matemáticas importantes como a formulação e teste de conjecturas e a procura de generalizações. Segundo os autores,

os alunos podem realizar pequenas investigações que conduzem à descoberta de fatos, propriedades e relações entre conjuntos de números. Podem, ainda, explorar sequências numéricas, descobrindo relações numéricas e apreendendo progressivamente a ideia de variável. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p. 55).

Há ainda os que consideram que o ensino de álgebra deve começar mais cedo do que os propostos nos currículos oficiais. Blanton et al. (2007) acreditam que a álgebra nos anos iniciais se torna um aspecto fundamental para o desenvolvimento profundo do entendimento conceitual das operações aritméticas e suas conexões. Para os autores os estudantes devem ser expostos a explorar situações matemáticas que requeiram uma ativa reflexão, envolvendo construção de argumentos, justificativas e comunicação das ideias.

Outro trabalho nesta direção é o de Butto e Rojano (2004) que consideram que os tempos didáticos para a aprendizagem de álgebra são demorados, e que parece oportuno começar a desenvolver o pensamento algébrico em tenra idade, aproveitando as fontes de significados que estão presentes nos conteúdos dos anos iniciais. Os autores têm demonstrado que já existem muitos estudos que pretendem ajudar as crianças a desenvolver o pensamento algébrico nos anos iniciais e justificam que muitas das dificuldades nos anos finais se devem, em parte, à introdução tardia da álgebra.

No entanto, a álgebra nem sempre desempenhou um papel tão importante e expoente, sobretudo no currículo brasileiro. De acordo com Fiorentini, Miguel e Miorim (1995), antes do Movimento da Matemática Moderna as áreas fundamentais da Matemática (Aritmética, Álgebra e Geometria) desempenhavam um papel um tanto quanto equilibrado, uma vez que o pêndulo oscilava um pouco para o ensino de Geometria, devido a afinidade dos professores com o ensino do conteúdo dessa área, porque desempenhava um papel mais nobre que os das outras áreas, por razões históricas e ideológicas, gerando uma dualidade entre a Álgebra e a Geometria, como campos distintos e independentes.

Após o Movimento da Matemática Moderna, na década de 1960 o equilíbrio foi rompido, com o pêndulo priorizando a Álgebra, do modo mais formal, estrutural e simbólico, o que garantiu a álgebra um caráter estéril, interpretada e traduzida pelos estudantes da época como algo sem sentido e desprovido de significado, gerando incompreensões e problemas de aprendizagem com esse conteúdo. A proposta dessa tese é contribuir de alguma maneira para o ensino de álgebra mais significativo.

### 3.10 Uma proposta emergente para o desenvolvimento do pensamento algébrico nas aulas de matemática

Por meio das evidências, propostas e discussões realizadas na revisão da literatura, da análise dos dados desta tese e de propostas emergentes para o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais, lançamos mão das ideias de Jean Schimittau e Caleb Gattegno para propor uma ideia de como desenvolver esse tipo de pensamento nos anos iniciais, por exemplo, antes de iniciar os estudos de aritmética, mas considerando o ensino de seus conteúdos, por exemplo, os do campo aditivo dos números naturais. A partir do exposto e das leituras que fizemos sobre os estudos de Schimittau e Gattegno, sugerimos outra forma de desenvolver o pensamento algébrico nas aulas de matemática. Antes disso, contextualizemos um pouco as ideias de ambos os pesquisadores.

Durante as atividades de estágio no exterior tive a oportunidade de conhecer a proposta de utilizar o material manipulável estruturado, barras de *Cuisinaire*, para ensinar operações aritméticas fundamentais com crianças dos anos iniciais. Envolvido com as leituras sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico e as atividades realizadas no grupo de pesquisa do meu supervisor, Prof. Dr. Arthur Powell, tive a ideia de elaborar uma simples proposta de atividade didática, envolvendo as ideias de Gattegno e Schimittau.

Caleb Gattegno (1911-1988) foi um famoso professor de matemática, nascido na África, mais especificamente em Alexandria, no Egito, cujas contribuições intelectuais estão presentes na Matemática, na Educação Matemática, na Linguística e na Psicologia, lecionou em escolas e universidades da França, da Inglaterra e posteriormente nos EUA.

Em 1953 Gattegno conheceu uma obra engenhosa de Emile-Georges Cuisenaire (1891-1976), um mestre belga, que inventou bastões coloridos de madeira pintados à mão para ensinar a seus alunos aritmética. Gattegno, ao avaliar, ficou fascinado com algo raro que acontecia com os seus estudantes de Emile-Georges Cuisenaire, eles gostavam e entendiam o trabalho que faziam e as proezas aritméticas que realizavam de acordo com o rigoroso currículo europeu na época.

Durante muitos anos, Gattegno se dedicou a desenvolver melhorias no ensino de matemática nos níveis primário e secundário, através do emprego de manipulativos e compreensão psicológica da aprendizagem humana. Para ele o potencial pedagógico e matemático das barrinhas de Cuisenaire são exemplificadas em todas as relações aritméticas encontradas na vida escolar, de modo que temos um auxiliar que é adequado em cada estágio,

quando passamos da contagem à multiplicação, da adição às frações ou à proporção e também ao fato de ser um material semi-abstrato, aliando o pensamento ativo ao intelectual.

Gattegno percebeu não só que as hastes de Cuisenaire se comportam fisicamente na forma como os números fazem, mas também fornecia aos alunos um modelo algébrico para o estudo da matemática, de modo que os estudantes investigavam a matemática por si mesmos. Para ele a ideia de medida inerente no material estruturado ajudava os estudantes a estabelecer e compreender o que é equivalência ou desigualdade de comprimento das barrinhas, manipulando-as "com os olhos ou pelo toque". Para Gattegno esta realidade acoplada com as crianças que discutem equivalências ou desigualdades usando o nome das cores das barrinhas permitia que elas compreendessem as propriedades aritméticas em sua ação, experimentando a álgebra antes da aritmética, como por exemplo, a ideia de comutatividade. Ele defendia que os professores permitissem que os estudantes aprendessem a álgebra antes da aritmética enquanto exploravam as relações contidas nas barras de *Cuisinaire*.

Para Schimittau (2005), o desenvolvimento do pensamento algébrico também deveria ser trabalhado com as crianças nos anos iniciais, inspirada nas propostas do currículo Davydoviano implementado na Rússia, levando em consideração as ideias da Teoria Histórico Cultural. Para a pesquisadora os conceitos algébricos representam abstrações e generalizações de certos aspectos dos números. Além disso, os experimentos didáticos envolvendo situações problemas com grandezas contínuas como medida, volume, massa etc. é uma forma de mediação entre as concepções espontâneas e empíricas que as crianças possuem para a aprendizagem dos conceitos científicos.

A autora define os conceitos empíricos como algo espontâneo derivados das experiências cotidianas que realizamos por comparação e contrastes empíricos entre objetos e fenômenos, já os conceitos científicos são desenvolvidos teoricamente por meio da mediação realizada através do desenvolvimento da habilidade de utilizar formas semióticas ou sistemas simbólicos para representar o pensamento. Sendo assim, ela tenta implementar nos EUA a experiência de introduzir o pensamento teórico ou algébrico anteriormente à aritmética como proposto pela reforma curricular de matemática russa no final dos anos 1950 e início dos anos 1960.

Davydov subscreveu a posição tomada por Bourbaki, que também rejeitou o fundamento da teoria do conjunto, afirmando que não são conjuntos, mas sim estruturas matemáticas que constituem o conteúdo essencial da matemática (BOURBAKI, 1963, p.225, citado em DAVYDOV, 1975, p. 71). Embora historicamente em matemática e tradicionalmente em educação, a álgebra seguisse a

aritmética, a teoria de Vigotskiana com sua ênfase em conceitos científicos e compreensão teórica, suporta a reversão desta sequência ao serviço de orientar crianças ao nível mais abstrato e geral de compreensão desde o início de Sua escolaridade formal. No entanto, dado que os alunos do ensino fundamental não possuem os entendimentos sofisticados dos matemáticos ou até mesmo o contexto numérico dos estudantes do ensino secundário, não era de forma óbvia como a instrução poderia ser projetada para tornar a estrutura algébrica preeminente no nível elementar, sem impor uma conceptualmente estéril e formalismo em grande parte insalubre. (SHMITTAU, 2005, p.17).

A ideia do currículo Davydoviano, implementado por Shimittau (2005), nos EUA, acredita que as crianças podem estudar quantidades escalares como o comprimento, área, volume e peso de objetos reais, aos quais podem acessar visual e taticamente, discernindo suas propriedades e, dessa forma, acessar equivalentemente a estrutura matemática do sistema de números reais. Isso é conseguido no programa de Davydov, focalizando as crianças nas características teóricas de objetos reais, objetos com os quais eles estão familiarizados, pedindo-lhes que comparem tais objetos com respeito a seu comprimento, área, volume ou peso e refinem progressivamente tais comparações até eles culminarem no próprio processo de medição.

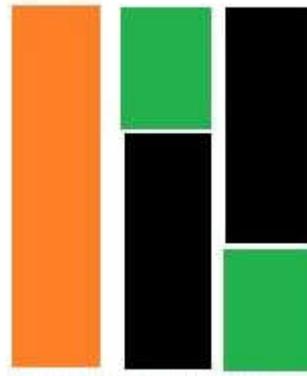
Durante o estágio de doutorado nos Estados Unidos tive a oportunidade de explorar as ideias de Caleb Gattegno, por meio das barras de cuisinaire e também ler mais artigos sobre os estudos de Jean Shimittau com a implementação do currículo davydoviano em uma escola de Nova York, em caráter investigativo. Sendo assim, tentei ainda que de modo inicial e intuitivo associar as ideias da Álgebra antes da Aritmética de Caleb Gattegno e o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais por meio de atividades exploratório investigativas descritas por Jean Shimittau no currículo davydoviano, que explora esse tipo de pensamento através de grandezas contínuas como comprimento, massa, etc.

A tentativa de aproximação é apenas uma proposta didática que não está presente em nenhuma das atividades elaboradas pelos professores/pesquisadores do corpus de análise dessa tese, ou seja, é mais uma possibilidade dentre as apresentadas que surge mediante a análise dos dados como mais um elemento ou lacuna a ser preenchido nessa trama poliédrica que é fazer pesquisa metanalítica. Enfim, a possibilidade de colaborar com mais um ponto de vista, suscitar mais uma discussão, provocar, colocar a investigação em movimento para futuros pesquisadores.

Sintetizando, a proposta é utilizar as barras de cuisinaire, de modo que possamos explorar com as crianças as ideias de comparação de medidas, equivalência e a propriedade da comutatividade na operação de adição. Consideramos as barrinhas Laranja,

Preta e Verde (Figura 6). O comprimento da barra Laranja é igual/equivalente ao comprimento da barra verde mais o comprimento da barra preta. O mesmo pode ser dito, invertendo as barras. O comprimento da barra Laranja é igual/equivalente ao comprimento da barra preta mais o comprimento da barra verde, ou seja, o comprimento da barra preta mais o comprimento da barra verde é igual ao comprimento da barra verde mais o comprimento da barra preta.

**Figura 6 - Barra de Cuisinaire**



Fonte: A autoria própria

Podemos fazer uma síntese utilizando as iniciais do nome das cores e os símbolos convencionais da aritmética para o campo aditivo, mas nos experimentos didáticos de Schimittau (2005), ela estimulava as crianças a utilizarem qualquer tipo de esquema para representar as relações entre os objetos e as grandezas propostas nas atividades. Esses esquemas ela caracterizava como ferramentas psicológicas para representar a síntese do pensamento das crianças, ou seja, podemos usufruir da criatividade das crianças para criar outros símbolos e signos para representar cada uma das barras e também as operações e propriedades matemática: adição e equivalência.

$$L = V + P$$

$$L = P + V$$

$$L = V + P = P + V$$

Na escala Cuisinaire, a barra Laranja (L) equivale a 10 unidades da barra branca, por meio dessa informação podemos estabelecer que a barra branca equivale 1 unidade ou 10, enfim. Se usarmos 1 unidade podemos realizar operações aritméticas, já que a barra Verde equivale a 3 unidades da barra branca e a barra Preta a 7 unidades da barra

branca. No entanto, a ênfase sempre deve ser dada as relações entre as grandezas e suas propriedades e o estímulo ao uso de uma forma semiótica de representação do pensamento.

Lógico que a comutatividade também tem o caso geométrico, em que a forma muda, mas são essas as mediações que o professor pode fazer e propor nas atividades. Uma forma de favorecer discussão e debates nas aulas de matemática, propor situações de investigação e/ou congressos matemáticos onde os próprios estudantes apresentam suas ideias para os outros estudantes.

Nesse sentido, concordamos com Schmittau e Morris (2004) que concebem que a álgebra não é mais aprendida inicialmente como uma generalização da aritmética, mas sim como uma generalização das relações entre as quantidades e as propriedades das ações sobre as quantidades. Com a introdução da medição e a definição do número que emana dela, a aplicação das propriedades das quantidades às suas designações numéricas representa a ascensão do abstrato ao concreto. Essa ascensão "preenche", por assim dizer, o conteúdo conceitual, como a abstração é reconhecida e enriquecida por sua miríade de encarnações concretas.

## **4 OS INDÍCIOS DOS ELEMENTOS QUE COMPÕEM O PENSAMENTO ALGÉBRICO NAS DISSERTAÇÕES DO CORPUS DE ANÁLISE**

Neste capítulo temos como objetivo identificar e analisar como se deu o ensino de álgebra através das atividades sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico que foram desenvolvidas no contexto das aulas de matemática, descritas nas pesquisas consultadas. Para alcançar esse objetivo, levamos em consideração os fichamentos iniciais realizados através da leitura das teses e das dissertações selecionados para o corpus de análise dessa metanálise e sistematizada nas fichas de mapeamento (vide anexo 1). Entretanto, nem todas as partes disponíveis no fichamento foram analisadas, uma vez que o principal objetivo da tese é analisar os tipos de atividades propostas pelos professores-pesquisadores em suas dissertações.

Um aspecto muito importante nesse processo foi a possibilidade de obter um panorama geral das pesquisas que compõem esse estudo e identificar aproximações e distanciamentos entre elas. Sendo assim, elaboramos uma breve síntese para contextualizar as principais informações dos dados e partir deles, obter os possíveis eixos de análise que nortearam a investigação e serão apresentados posteriormente.

### **4.1 Contextualizando o corpus de análise da tese: indícios de concepções de ensino de álgebra**

A sugestão do paradigma indiciário para analisar documentos e/ou dados é levar em consideração as pistas, as evidências e minuciosidades presentes em documento. Um dos principais elementos desse processo é o contexto em que o documento foi produzido ou está inserido, no caso das dissertações que compõem o corpus de análise desta tese, muitos são os elementos que nos ajudam a compreender as escolhas e a concepção de ensino de álgebra que os professores pesquisadores possuem acerca dessa temática e/ou objeto de estudo. Com ajuda da ficha analítica elaborada e adaptada para esse estudo, pudemos identificar indícios de elementos que compõem o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio dos títulos escolhidos pelos estudos em questões, palavras-chave utilizadas, público-alvo e sujeitos de pesquisas, escolhas teóricas e conteúdos propostos em diferentes níveis de ensino.

Sendo assim, analisemos o que os títulos dos estudos têm a nos dizer sobre as próprias pesquisas.

Quadro 9 - Títulos das dissertações que compõe o corpus de análise

TÍTULOS
Das sequências de padrões geométricos à <b>introdução ao pensamento algébrico</b>
<b>Alunos do ensino médio</b> e a <b>generalização de padrão</b>
<b>Álgebra no ensino fundamental:</b> produzindo significados para as <b>operações básicas com expressões algébricas</b>
<b>Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica</b> de estudantes: indicadores para a organização do ensino
<b>Tarefas exploratório-investigativas</b> para <b>o ensino de álgebra na 6ª série do ensino fundamental:</b> indícios de formação e desenvolvimento da <b>linguagem e do pensamento algébricos</b>
O uso de <b>padrões e sequências: uma proposta de abordagem</b> para <b>introdução à álgebra para alunos de sétimo ano do ensino fundamental</b>
Uma <b>introdução ao pensamento algébrico</b> através de <b>relações funcionais</b>
<b>O aluno do ensino médio</b> e a <b>criação de uma fórmula para o termo geral da progressão aritmética</b>
<b>Construção do termo geral da progressão aritmética</b> pela <b>observação e generalização de padrões</b>
<b>Os alunos de 5ª série/6º ano</b> frente a <b>atividades sobre observação e generalização de padrões</b>
<b>Os alunos do 1º ano do ensino médio</b> e os <b>padrões: observação, realização e compreensão</b>
Como <b>estudantes do ensino médio</b> lidam com <b>registros de representação semiótica de funções</b>
<b>Implicações pedagógicas do lúdico</b> para o ensino e aprendizagem da álgebra
<b>Um estudo exploratório das relações funcionais e suas representações</b> no <b>terceiro ciclo do ensino fundamental</b>
Uma investigação sobre a <b>produção de tarefas algébricas</b> para <b>o 6º ano do ensino fundamental</b>
<b>O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica no ensino fundamental: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano</b>
<b>A construção de expressões algébricas por alunos surdos: as contribuições do micromundo mathsticks</b>
<b>Aspectos do pensamento algébrico e da linguagem</b> manifestados por <b>estudantes do 6º ano</b> em <b>um experimento de ensino</b>
<b>Caracterizações do pensamento algébrico</b> em tarefas realizadas por <b>estudantes do ensino fundamental I</b>
<b>Introdução às expressões algébricas na escola básica: variáveis &amp; células de planilhas eletrônicas</b>

Fonte: Banco Digital de Tese e Dissertações do IBICT

Para a análise dos títulos utilizamos um código de cores que categorizam os primeiros sinais dos elementos que compõem o estudo em questão. As expressões e palavras em **negrito** indicam a forma como o professor pesquisador elaborou suas atividades para desenvolver o pensamento algébrico nos estudantes e/ou conceitos algébrico, dentre eles estão atividades que envolvem a observação de regularidades e padrões, tarefas exploratório-investigativas, ludicidade, experimentos de ensino, registros de representação semiótica e tecnologias no ensino, esses elementos já nos oferecem indícios das escolhas feitas pelos professores pesquisadores para atingir o seu objetivo em suas intervenções.

Outro elemento ou pista que temos através dos títulos são os conteúdos e/ou conceitos que esses professores trabalharam com os estudantes, nas expressões e/ou palavras em **azul** podemos perceber que a prioridade são conceitos relacionados a operações com expressões algébricas, as relações funcionais, a criação de uma fórmula geral para o termo da

Progressão Aritmética e a ideia de variável, presentes nos programas curriculares e livros didáticos em diferentes níveis de ensino. Tratando-se em nível de ensino, as expressões e/ou palavras em **verde** nos oferecem pistas do público e dos sujeitos de pesquisas dessas dissertações, estudantes dos anos iniciais e finais do ensino fundamental e médio da educação básica escolar regular. Note que esse recorte se deve ao fato dos critérios de seleção/inclusão da metanálise, esse mesmo fenômeno pode ser percebido nos itens em **vermelho** que evidenciam a temática desta pesquisa, o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Outro elemento que nos oferece pistas acerca das pesquisas em questão são as palavras-chave utilizadas pelos autores para definirem seus trabalhos.

**Quadro 10** - Palavras-chave utilizadas nas dissertações

PALAVRAS-CHAVES	FREQUÊNCIA DE CITAÇÃO
PENSAMENTO ALGÉBRICO	8
GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES	7
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	7
ÁLGEBRA	5
ENSINO DE ÁLGEBRA	5
ALUNOS DO ENSINO MÉDIO	4
ALUNOS DO ESINO FUNDAMENTAL	4
EDUCAÇÃO ALGÉBRICA	3
VARIÁVEL	3
ENSINO-APRENDIZAGEM	2
FUNÇÕES	2
PROGRESSÃO ARITMÉTICA	2
ENGENHARIA DIDÁTICA	2
REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA	2
SEQUÊNCIAS	1
PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS	1
APRENDIZAGEM COOPERATIVA	1
PENSAMENTO	1
LINGUAGEM	1
ATIVIDADE	1
ATIVIDADE EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVA	1
COMUNICAÇÃO	1
AULA DE MATEMÁTICA	1
SEQUENCIA DIDÁTICA	1
PADRÕES E SEQUÊNCIAS	1
INFORMÁTICA	1
OBSERVAR	1
REALIZAR	1
COMPREENDER	1

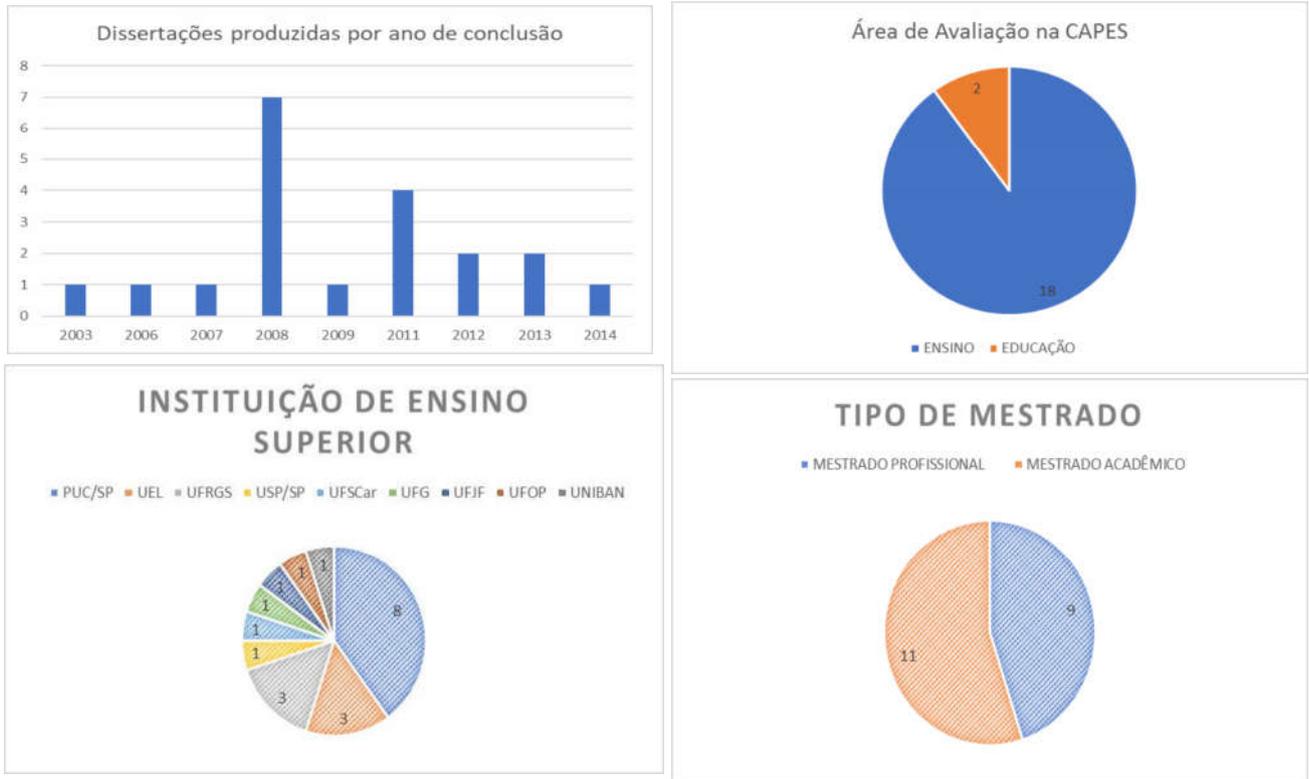
REGULARIDADES	1
EDUCAÇÃO LÚDICA	1
ATIVIDADE ALGÉBRICA	1
RELAÇÃO FUNCIONAL	1
PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS PARA ÁLGEBRA	1
PRODUTO EDUCACIONAL	1
ALUNOS INICIANTE NO ESTUDO DE ÁLGEBRA	1
RADFORD	1
PROCESSO DE OBJETIFICAÇÃO E GENERALIZAÇÃO	1
INCLUSÃO	1
MICROMUNDOS	1
ALUNOS SURDOS	1
EXPERIMENTO DE ENSINO	1
EARLY ALGEBRA	1
ANOS INICIAIS	1
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	1
MATEMÁTICA	1
PLANILHAS ELETRÔNICAS	1

Fonte: Banco de dados do autor

Notemos que algumas palavras são bem representativas para a pesquisa, o que nos ajuda compreender porque esses trabalhos foram selecionados para compor o corpus de análise, uma vez que pensamento algébrico é a palavra mais utilizada, seja aqui ou nos títulos das dissertações para representar o estudo, outras palavras ainda são significativas nesse contexto de frequência de citação, pois nos indicam o que as pesquisas têm priorizado em relação a ideias, conceitos, teorias e metodologias utilizadas pelos autores para desenvolver o pensamento algébrico, dentre elas estão generalizações de padrões, variável, funções, progressão aritmética, engenharia didática e registros de representação semiótica. Veremos nos quadros posteriores como esses elementos estão intimamente interligados a escolhas e apostas que os professores pesquisadores fazem em determinada teoria ou metodologia de ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

#### **4.2 O panorama geral das pesquisas que compõem o corpus de análise**

Os dados coletados por meio da ficha analítica favoreceram a construção de informações que ajudam a caracterizar a produção brasileira acerca do tema em questão.

**Gráfico 1** - Dados descritivos do corpus de análise

Fonte: Banco de dados do autor

As produções brasileiras disponíveis online de dissertações envolvendo o desenvolvimento do pensamento algébrico desta tese estão concentradas no período de 2001 a 2014, devido ao próprio recorte temporal estabelecido e justificado pela tese. Os picos de produção estão nos anos de 2008 e 2011, representados pelos Programas de Pós-Graduação em Ensino da área de avaliação da CAPES, já que 18 dos 20 estudos são dessa área, a modalidade de mestrado que mais concentra esse tipo de pesquisa é a acadêmica, chamando a atenção para a expoente produção das instituições superiores de ensino PUC/SP, UEL e UFRGS. Para esta pesquisa as regiões brasileiras que mais produziram estudos nessa temática foram a região sudeste e sul, de acordo com a tabela.

**Tabela 1** - Distribuição de dissertações por região

Região	Estado	Produção
Sudeste	SP	11
	MG	2
Sul	PR	3
	RS	3
Centro Oeste	GO	1

Fonte: Banco de dados do autor

As pesquisadoras brasileiras que mais orientaram trabalhos nessa temática foram as Professoras Dra. Silvia Dias Alcântara Machado da PUC/SP e Ângela Marta Pereira das Dores Savioli da UEL. Vale ressaltar que a primeira pesquisadora é líder de um grupo de pesquisa cujo objeto de estudo é o ensino de álgebra.

**Quadro 11** - Orientação de dissertação com a temática pensamento algébrico

ORIENTADORES	QUANTIDADE DE TRABALHOS ORIENTADOS	IES
SILVIA DIAS ALCÂNTARA MACHADO	5	PUC/SP
ANGELA MARTA PEREIRA DAS DORES SAVIOLI	3	UEL
SADDO AG ALMOULOUD	1	PUC/SP
ELISABETE ZARDO BURIGO	1	UFRGS
MANOEL ORIOSVALDO DE MOURA	1	USP/SP
CÁRMEN LÚCIA BRANCAGLION PASSOS	1	UFSCar
CILEDIA DE QUEIROZ E SILVA COUTINHO	1	PUC/SP
MARIA ALICE GRAVINA	1	UFRGS
MÁRLON HEBERT FLORA BARBOSA SOARES	1	UFG
BARBARA LUTAIF BIANCHINI	1	PUC/SP
AMARILDO MELCHIADES DA SILVA	1	UFJF
ANA CRISTINA FERREIRA	1	UFOP
SIOBHAN VIVTORIA HEALY	1	UNIBAN
ALVINO ALVEZ SANTANA	1	UFRGS

Fonte: Banco de dados do autor

Outro dado importante está relacionado ao tipo de intervenção realizado pelos professores para desenvolverem suas pesquisas, 11 dos 20 estudos propuseram as atividades didáticas em suas próprias turmas, sendo a maioria escolas públicas, mais especificamente 15 de 20. A média de estudantes por turma que realizavam as atividades, eram de 20 estudantes.

**Gráfico 2** - Tipos de intervenção



Fonte: Banco de dados do autor

Como anunciado anteriormente na análise dos títulos e palavras-chave, conseguimos estabelecer algumas relações com as informações apresentadas no quadro abaixo, que sintetizam quais níveis de ensino tem sido mais priorizado com as pesquisas em desenvolvimento do pensamento algébrico, bem como os conceitos.

**Quadro 12** - Nível de ensino e conteúdo priorizado

Nível de Ensino	Ano	Frequência	Conceitos algébricos
<b>Fundamental I</b>	Quinto Ano	1	1 Early Álgebra.
<b>Fundamental II</b>	Sexto Ano	4	1 Observação de regularidades e padrões aritméticos e geométricos em grandezas discretas (movimento regular) para elaboração de uma fórmula geral.
	Sétimo Ano	7	1 Observação de regularidades e padrões aritméticos e geométricos em grandezas discretas (movimento regular) para elaboração de uma fórmula geral. 2. Equações de primeiro grau. 3 Modelo 3 Usos de Variáveis (3UV).
	Oitavo Ano	1	1 Modelo 3 Usos de Variáveis (3UV). 2 Expressões Algébricas.
	Nono Ano	1	1 Ideia de variável.
<b>Ensino Médio</b>	Primeiro Ano	3	1 Observação de regularidades e padrões aritméticos e geométricos em grandezas discretas (movimento regular) para a expressão do termo geral de uma Progressão Aritmética.
	Segundo Ano	2	1 Ideia de variável. 2 Funções.
	Os três anos do Ensino Médio	1	1 Observação de regularidades e padrões aritméticos e geométricos em grandezas discretas (movimento regular) para elaboração de uma fórmula geral.

Fonte: Banco de dados do autor

A concentração de pesquisas nessa temática está nos anos finais do Ensino Fundamental II e Ensino Médio, podemos compreender esse fenômeno devido às orientações das propostas curriculares que enfatizam o ensino de conceitos algébricos ao longo desse período, no entanto uma nova concepção e proposta de ensino tem sido anunciada pela literatura acadêmica, como uma necessidade emergente, o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais. Essa tendência já pode ser percebida tanto em nosso corpus de análise como na revisão sistemática da literatura realizada por nós.

Além da priorização a um nível de ensino, os anos finais do ensino fundamental e médio, também percebemos uma predominância a um determinado tipo de conteúdo a ser ensinado, a maioria dos autores enfatizam a observação de regularidades e

padrões aritméticos e geométricos em grandezas discretas (movimento regular) para elaboração de uma fórmula geral ou ainda ideia de variável, outros conceitos ainda aparecem de forma explícita como as expressões algébricas, equações e funções, mas como ideias inerentes as duas primeiras, que são mais predominantes. Outros elementos que também podem nos ajudar a compreender como os pesquisadores têm concebido e descrito o desenvolvimento do pensamento algébrico são as escolhas teóricas e metodológicas que se fundamentam para justificar suas ideias.

### 4.3 As escolhas teóricas e metodológicas

As escolhas realizadas pelos autores das dissertações também nos oferecem pistas de como eles concebem o ensino de álgebra e do desenvolvimento algébrico, já que as teorias que fundamentam as pesquisas nos dizem muito acerca da natureza das atividades elaboradas para tal propósito. Apresentaremos a seguir, as principais teorias utilizadas pelos autores segundo suas próprias palavras em suas pesquisas.

**Quadro 13** - As fundamentações teóricas epistemológicas das dissertações

<b>Fundamentação Teórica Epistemológica</b>	<b>Teoria Didática/Metodológica</b>	<b>Autores</b>	<b>IES</b>
Engenharia Didática	Engenharia Didática	Perez (2006) Grecco (2008) Kern (2008) Carvalho (2008) Archila (2008) Aquino (2008) Ferreira (2009) Salgueiro (2011) Castro (2011)	PUC/SP PUC/SP UFRGS PUC/SP PUC/SP PUC/SP PUC/SP UEL PUC/SP
	Registros de Representação Semiótica	Modanez (2003)	PUC/SP
		Ferreira (2009) Salgueiro (2011) Castro (2011) Bortoletti (2014)	PUC/SP UEL PUC/SP
	Mudanças de Quadro	Modanez (2003)	PUC/SP
	Teoria das Situações Didáticas	Carvalho (2008)	PUC/SP
	Modelo Teórico dos Campos Semânticos	Ramos (2011)	UFJF
	Resolução de Problemas		Bonadiman (2007) Kern (2008) Ferreira (2009) Bortoletti (2014)
Resolução de Problemas			
Aprendizagem Cooperativa		Bonadiman (2007)	UFRGS
Investigação Matemática	Investigação Matemática	Déchen (2008)	UFSCar
	Comunicação nas Aulas de Matemática	Déchen (2008)	UFSCar

Educação Matemática Realística	Educação Matemática Realística	Kern (2008)	UFRGS
Teoria Histórico-Cultural	Teoria da Atividade	Panossian (2008)	USP/SP
	Experimento Didático	Oliveira (2011) Velooso (2012) Silva (2013a)	UFG UFOP UEL
Educação Lúdica	Educação Lúdica	Oliveira (2011)	UFG
Design Experiments	Design Experiments	Conceição (2012)	UNIBAN
Early Algebra	Early Algebra	Silva (2013b)	UEL

Fonte: Banco de dados do autor

Há uma multiplicidade de teorias e metodologias utilizadas pelos pesquisadores para fundamentarem suas pesquisas, bem como intervenções que realizaram nas aulas de matemática. De acordo com os dados provenientes do corpus de análise existe uma predominância de pesquisas fundamentadas na engenharia didática, na metodologia da resolução de problemas e na teoria histórico cultural, teorias emergentes como a *Early Algebra* e o *Design Experiments* também já são utilizadas nas pesquisas, bem como outras já consolidadas na educação matemática, como a investigação matemática, a educação matemática realística e a educação lúdica aparecem timidamente. De qualquer forma, o ensino está intimamente ligado às propostas das teorias em questão, bem como a documentos curriculares oficiais, contextualizadas com o período em que pesquisa foi realizada, de maneira geral apresentam os PCN e sua abordagem para o ensino de álgebra, documentos oficiais do currículo dos estados em que as pesquisas foram realizadas. Muitos pressupostos epistemológicos estão pautados na psicologia, com centro nas potencialidades das atividades desenvolvidas, elaboradas pelo professor e validadas pelas competências dos estudantes em resolvê-las com êxito ou não.

No que diz respeito aos referenciais teóricos utilizados pelos autores sobre ensino de álgebra tem sido convergente a recorrência às propostas curriculares como os PCN, NCTM, a proposta curricular do estado de São Paulo e documentos da APM de Portugal. Os artigos publicados no Livro *Ideias da Álgebra* (1994), o livro *Ideias da Álgebra* que contém os capítulos dos artigos mais citados nos quadros e presentes em nossa revisão da literatura: Chalouh e Herscovics (1994), Booth (1994), Usiskin (1994), ao livro *Perspectiva de Aritmética e Álgebra para o século XXI* de Lins e Gimenez (1997), os cadernos do CAEM de Souza e Diniz (1996) com propostas de atividades para o ensino de álgebra, os artigos de Fiorentini, Miorim e Miguel (1992, 1993) sobre ensino de álgebra, o artigo de Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2004), Ponte (2005) sobre pensamento algébrico e o livro de Vale e Pimentel (2005) sobre observação de regularidades e padrões para o desenvolvimento do

pensamento algébrico. Como veremos no quadro a seguir há uma predominância de certos documentos oficiais curriculares e artigos que influenciam o referencial teórico das pesquisas, mesmo que datados.

**Quadro 14 - Referencial teórico das dissertações (Revisão da Literatura)**

<b>Autoria</b>	<b>Ano de publicação</b>	<b>Quem citou?</b>	<b>Frequência de citação</b>
Brasil	1998	Castro (2011), Silva (2013a), Silva (2013b), Déchen (2008), Archila (2008), Salgueiro (2011), Ramos (2011), Oliveira (2011), Aquino (2008), Modanez (2003), Conceição (2012), Grecco (2008), Perez (2006), Ferreira (2009), Carvalho (2008), Bonadiman (2007), Bortoletti (2014), Kern (2008)	18
Chalouh, Herscovics	1994	Oliveira (2011), Carvalho (2008), Bonadiman (2007), Silva (2013a), Ferreira (2009), Grecco (2008), Castro (2011), Déchen (2008), Ramos (2001), Aquino (2008), Modanez (2003), Salgueiro (2011), Panossian (2008), Silva (2013b)	14
Lins, Gimenez	1997	Oliveira (2011), Carvalho (2008), Bonadiman (2007), Silva (2013a), Ferreira (2009), Grecco (2008), Castro (2011), Déchen (2008), Ramos (2001), Aquino (2008), Modanez (2003), Salgueiro (2011), Panossian (2008), Silva (2013b)	14
Booth	1994	Bonadiman (2007), Silva (2013a), Grecco (2008), Castro (2011), Ramos (2011), Oliveira (2011), Modanez (2003), Kern (2008), Panossian (2008), Silva (2013b), Veloso (2012)	11
Fiorentini, Miorim, Miguel	1993	Veloso (2012), Silva (2013b), Panossian (2008), Aquino (2008), Oliveira (2011), Déchen (2008), Perez (2006), Castro (2011), Silva (2013a), Carvalho (2008), Bortoletti (2014)	11
Usiskin	1994	Silva (2013b), Bonadiman (2007), Ramos (2011), Modanez (2003), Grecco (2008), Castro (2011), Salgueiro (2011), Kern (2008), Panossian (2008), Veloso (2012), Oliveira (2011)	11
Fiorentini, Miorim, Miguel	1992	Veloso (2012), Aquino (2008), Déchen (2008), Perez (2006), Castro (2011), Carvalho (2008), Modanez (2003)	7
NCTM	2000	Carvalho (2008), Ramos (2011), Silva (2013a), Veloso (2012), Kern (2008), Aquino (2008), Déchen (2008)	7
Vale, Pimentel	2005	Archila (2008), Veloso (2012), Carvalho (2008), Perez (2006), Aquino (2008), Déchen (2008), Ferreira (2009)	7

Eves	1995	Castro (2011), Panossian (2008), Bortoletti (2014), Bonadiman (2007), Silva (2013b)	5
Fiorentini, Fernandes, Cristovão	2004	Grecco (2008), Déchen (2008), Silva (2013a), Silva (2013b), Oliveira (2011)	5
Ponte	2005	Veloso (2012), Aquino (2008), Déchen (2008), Castro (2011), Ferreira (2009)	5
São Paulo	2008	Ferreira (2009), Silva (2013a), Perez (2006), Aquino (2008), Grecco (2008)	5
Souza, Diniz	1996	Grecco (2008), Perez (2006), Déchen (2008), Modanez (2003), Castro (2011)	5
Caraça	1989	Perez (2006), Déchen (2008), Salgueiro (2011), Castro (2011)	4
Devlin	2002	Carvalho (2008), Perez (2006), Castro (2001), Ferreira (2009)	4
Kieran	1992	Salgueiro (2011), Silva (2013a), Silva (2013b), Modanez (2003)	4
Lee	1996	Carvalho (2008), Kern (2008), Perez (2006), Aquino (2008)	4
Mason	1996b	Carvalho (2008), Perez (2006), Aquino (2008), Modanez (2003)	4
Mason, Graham, Pimm, Gowar	1988	Archila (2008), Modanez (2003), Perez (2006), Aquino (2008)	4
Shöen	1994	Veloso (2012), Grecco (2008), Oliveira (2011), Panossian (2008)	4
Vale, Palhares, Cabrita, Borralho	2005	Carvalho (2008), Perez (2006), Aquino (2008), Ferreira (2009)	4
Boyer	1974	Castro (2011), Bonadiman (2007), Modanez (2003)	3
Brizuela	2006	Castro (2011), Silva (2013a), Silva (2013b)	3
Coelho, Machado, Maranhão	2003	Carvalho (2008), Aquino (2008), Perez (2006)	3
Ifrah	1994	Oliveira (2011), Panossian (2008), Castro (2011)	3
Kaput	1999	Oliveira (2011), Silva (2013a), Silva (2013b)	3
Kieran	2004	Silva (2013a), Silva (2013b), Oliveira (2011)	3
Mason	1996a	Carvalho (2008), Perez (2006), Aquino (2008)	3
Meira	2003	Oliveira (2011), Castro (2003), Bonadiman (2008)	3
Portugal/APM		Ferreira (2009), Déchen (2008), Silva (2013a)	3
Ursini, Escareno, Montes, Trigueros	2005	Oliveira (2011), Castro (2003), Panossian (2008)	3
Barbosa, Vale, Palhares	2008	Veloso (2012), Ferreira (2009)	2
Baumgart	1992	Silva (2013b), Castro (2011)	2
Blanton et. Al	2007	Ferreira (2009), Silva (2013a)	2
Blanton, Kaput	2005	Silva (2013a), Silva (2013b)	2
Carraher, Martinez, Schliemann	2008	Castro (2011), Silva (2013a)	2
Carraher, Schliemann, Brizuela	2001	Aquino (2008), Silva (2013)	2
Carraher, Schliemann, Schwartz	2007	Castro (2011), Silva (2013a)	2

Fiorentini, Miorim	2006	Oliveira (2011) Silva (2013a)	2
Hebert, Brown	1997	Carvalho (2011), Ferreira (2009)	2
Kieran	1994	Castro (2011), Panossian (2008)	2
Lochhead, Mestre	1994	Veloso (2012), Castro (2011)	2
Machado	2006	Archila (2008), Aquino (2008)	2
Machado	2010	Castro (2011), Ramos (2011)	2
Oliveira	1998	Ramos (2011), Modanez (2003)	2
Orton	1999	Carvalho (2011), Ferreira (2009)	2
Ponte, Branco, Matos	2009	Silva (2013a), Silva (2013b)	2
Radford	2009	Conceição (2012), Veloso (2012)	2
Simon, Stimpson	1994	Castro (2011), Silva (2013a)	2
Socas, Camacho, Palarea, Hernández	1996	Veloso (2012), Bonadinam (2007)	2
Tinoco et. Al	2008	Veloso (2012), Castro (2011)	2
Tinoco et. Al	1995	Castro (2011), Kern (2008)	2
Wheeler	1996	Kern (2008), Bonadiman (2007)	2
Zazkis, Liljedhal	2002	Carvalho (2008), Ferreira (2009)	2
Aaboe	1984	Bonadiman (2007)	1
Almeida, Araújo	2010	Veloso (2012)	1
André	2011	Veloso (2012)	1
André, Santos	2008	Veloso (2012)	1
Azarquiel	1993	Modanez (2003)	1
Becker, Rivera	2005	Carvalho (2008)	1
Bednarz, Janvier	1996	Kern (2008)	1
Blanton, Kaput	2000	Silva (2013a)	1
Booker	2009	Silva (2013a)	1
Booth	1999	Ramos (2011)	1
Brasil	1999	Modanez (2003)	1
Brasil	2007	Conceição (2012)	1
Brasil	2010	Conceição (2012)	1
Brizuela, Carraher, Schliemann	1988	Silva (2013b)	1
Brizuela, Schliemann	2004	Silva (2013a)	1
Brizuela, Schliemann	2003	Silva (2013b)	1
Butto, Rojano	2004	Ramos (2011)	1
Capraro, Rangel-Chavez, Capraro	2008	Silva (2013a)	1
Carpenter, Franke	2001	Ramos (2011)	1
Carpenter, Franke, Levi	2003	Ramos (2011)	1
Carraher	2011	Silva (2013a)	1
Carraher	2000	Silva (2013a)	1
Carraher, Schliemann	2007	Silva (2013b)	1
Carraher, Schliemann, Brizuela	2001	Silva (2013b)	1
Carraher, Schliemann, Brizuela	2006	Silva (2013b)	1
Carraher, Schliemann, Brizuela	2001	Silva (2013a)	1
Castro	2003	Bonadiman (2007)	1
Castro	2003	Castro (2011)	1

Chalouh, Kieran	1996	Bonadiman (2007)	1
Charbornneau	1996	Kern (2008)	1
Chevallard	1989	Modanez (2003)	1
Cury, Lannes, Brolezzi, Vianna	2002	Panossian (2008)	1
Demana, Leitzel	1994	Castro (2011)	1
Dreyfus	1991	Silva (2013b)	1
Falcão	2003	Castro (2011)	1
Fillooy, Rojano	1989	Modanez (2003)	1
Fillooy, Sutherland	1996	Kern (2008)	1
Fiorentini	2005	Veloso (2012)	1
Flanders	1994	Bortoletti (2014)	1
Frobisher, Thelfall	1999	Ferreira (2009)	1
Greeno		Modanez (2003)	1
Herscovics	1989	Kern (2008)	1
House	1994	Bortoletti (2014)	1
Janvier		Kern (2008)	1
Kaput	2004	Silva (2013a)	1
Kaput	1989	Silva (2013b)	1
Kaput, Blanton	2001	Silva (2013a)	1
Karlson	1961	Panossian (2008)	1
Katz	2006	Castro (2011)	1
Kieran	2007	Silva (2013b)	1
Kieran	1996	Silva (2013a)	1
Kieran		Oliveira (2011)	1
Kieran	2006	Oliveira (2011)	1
Kieran	1992	Modanez (2003)	1
Kieran	1981	Silva (2013b)	1
Kieran, Chalouh	1993	Kern (2008)	1
Küchemann	1981	Bonadiman (2007)	1
Lee	2001	Oliveira (2011)	1
Lew	2004	Silva (2013b)	1
Lima, Moisés	1993	Oliveira (2011)	1
Lins	2003	Bonadiman (2007)	1
Lins	1993	Ramos (2011)	1
Lins	1994	Ramos (2011)	1
Lins	2001	Ramos (2011)	1
Lins	2010	Ramos (2011)	1
Lins, Kaput	2004	Silva (2013a)	1
Lins, Kaput	2002	Ramos (2011)	1
Markovits, Eylon, Bruckheimer	1994	Castro (2011)	1
Mason, Graham, Johnston-Wilder	2007	Oliveira (2011)	1
Matos, Ponte	2008	Castro (2011)	1
McCallum et. Al	2007	Ferreira (2009)	1
McConnel	1994	Bortoletti (2014)	1
Meira	1996	Oliveira (2011)	1

Moreti, Moura	2003	Panossian (2008)	1
Moura	1996	Panossian (2008)	1
Moura, Sousa	2008	Silva (2013a)	1
Murray	2010	Silva (2013a)	1
Paraná	2009	Salgueiro (2011)	1
Piccियोto	1993	Bonadiman (2007)	1
Ponte	2006	Castro (2011)	1
Porto	2010	Silva (2013a)	1
Porto Alegre	1996	Bonadiman (2007)	1
Radford	2001	Silva (2013b)	1
Radford	2006	Conceição (2012)	1
Radford	2008	Conceição (2012)	1
Radford	2010a	Veloso (2012)	1
Radford	2010b	Veloso (2012)	1
Radford	2011	Veloso (2012)	1
Radford, Bardini, Sabena	2007	Aquino (2008)	1
Reeuwijk	1995	Kern (2008)	1
Rojano, Sutherland	1991	Modanez (2003)	1
Savioli	2009	Castro (2011)	1
Sfard	1989	Modanez (2003)	1
Sfard, Linchevski	1994a	Silva (2013b)	1
Sfard, Linchevski	1994b	Silva (2013b)	1
Smole, Centurión, Diniz	1989	Castro (2011)	1
Steen	1990	Ferreira (2009)	1
Thompson	1994	Castro (2011)	1
Usiskin	1980	Kern (2008)	1
Usiskin	1999	Kern (2008)	1
Vale, Fonseca, Barbosa, Pimentel, Borralho	2008	Ferreira (2009)	1

Fonte: Banco de dados do autor

A lista de pesquisadores e publicações na área é grande, no entanto, muitas pesquisas são realizadas em colaboração entre pesquisadores que possuem as mesmas ideias e concepções de ensino de álgebra, como é possível ver em nossa revisão da literatura, outro aspecto importante é a recorrência da publicação de um mesmo autor em diferentes anos, evidenciando uma demarcação na área no que diz respeito à divulgação de ideias e elaboração de propostas e materiais para o ensino de álgebra.

Ainda de forma panorâmica, realizada a partir da leitura dinâmica dos estudos é possível identificar nas investigações uma concepção de matemática pronta e acabada, a ciência dos padrões e das regularidades, que possui um pensamento abstrato, uma linguagem formal e simbólica, por parte dos próprios pesquisadores, todas essas hipóteses podem ser identificadas nos memoriais e interpretação dos referenciais teóricos utilizados nas pesquisas.

Outra evidência são as atividades e sequências didáticas elaboradas pelos professores/pesquisadores, que deixam explícitas a falta de movimento, questionamento etc. A certeza de que a utilização de atividades envolvendo regularidade e padrões iniciam o pensamento algébrico e pouca diferenciação ou aprofundamento entre os conceitos de pensamento e linguagem.

A partir de agora apresentaremos de forma mais sistemática e com evidências, pressupostos que buscamos investigar, a partir da seguinte questão: Que recursos didáticos os professores e/ou pesquisadores sugerem ou utilizam para ensinar conceitos relacionados ao pensamento algébrico? Que elementos foram escolhidos e/ou priorizados?

#### **4.4 Os recursos didáticos e os elementos escolhidos e/ou priorizados nas pesquisas que envolvem pensamento algébrico**

Antes de apresentar as propostas das pesquisas que compõem o corpus de análise deste estudo, consideramos importante contextualizar antecipadamente o que está por vir. Para isso elaboramos uma síntese do que encontramos. As pesquisas levam em consideração estudantes do 5º, 6º, 7º e 9º anos e dos 1º e 2º anos do Ensino Médio, as nomenclaturas de nível de ensino mudam de anos para séries devido à época em que a pesquisa foi realizada. No que diz respeito aos conteúdos propostos e analisados nas pesquisas temos: compreensão das estruturas aritméticas nos anos iniciais, o uso das letras nas aulas de matemática, o uso e noção das variáveis, generalizações de padrões e regularidades a partir da aritmética e/ou geometria, proporção direta, equação do 1º grau, expressões algébricas, multiplicação de monômios, relações funcionais, funções polinomiais e logarítmicas, progressões aritméticas.

Os principais recursos didáticos utilizados pelos professores/pesquisadores para introduzir o pensamento algébrico nas aulas de matemática são situações-problema envolvendo atividades de ensino e/ou exploratório-investigativas e, na sua grande maioria, utilizam sequências didáticas elaboradas previamente pelos próprios professores-pesquisadores, levando em consideração o grau de complexidade das atividades, já estabelecido por eles, partindo do mais fácil e intuitivo ao mais complexo e abstrato. As atividades propostas geralmente são retiradas de livros didáticos de matemática, propostas curriculares ou livros científicos que tratam do tema.

Além disso, as sequências didáticas dialogam com os referenciais teóricos escolhidos, levando em consideração, por exemplo, a aplicação de avaliação diagnóstica a

priori e a posteriori, implementação das sequências didáticas, muitas vezes identificadas por experimentos, tarefas, intervenção e propostas, quando levamos em consideração a teoria da Engenharia Didática. Outros referenciais teóricos que dialogam com essas propostas da Engenharia Didática são as teorias de Registros de Representação Semiótica, o Modelo de Campos Semânticos, a Teoria dos Campos Conceituais, a Teoria das Situações Didáticas, a Teoria de Mudanças de Quadros, a Resolução de Problemas, a Investigação Matemática, a Educação Matemática Realística, a Educação Lúdica, a *Early Algebra* e o *Design Experiments*.

A principal problemática de partida e/ou motivação das investigações em ensino de álgebra, particularmente do desenvolvimento do pensamento algébrico surgem na prática profissional dos professores pesquisadores, que representam o corpus de análise dessa tese, contudo nem todos os professores deixam explícitas suas motivações em suas dissertações ou possuem um memorial no texto introdutório da pesquisa. Os autores que utilizaram desse elemento no texto demonstram insatisfação com o aproveitamento dos seus estudantes na sala de aula, bem como os métodos sugeridos pelos livros textos adotados para aprendizagem desse conteúdo, para isso lançam mão da pesquisa em educação matemática para buscar alternativas para o ensino de álgebra, como podemos ver no memorial de cada dissertação.

A necessidade da presente pesquisa surgiu a partir das **experiências de sala de aula**, onde ficam evidentes as **dificuldades dos alunos em relação aos conceitos abordados na álgebra elementar**, em especial com alunos das séries finais do Ensino Fundamental, onde a manipulação e as operações com expressões algébricas são motivo de “pavor” para muitos alunos. (BONADIMAN, 2007, p.15).

Ao começar a **lecionar no ano de 2009**, o autor desse trabalho **não** se viu completamente **satisfeito com suas aulas de Álgebra** e, conseqüentemente, com **a aprendizagem de seus alunos**. (BORTOLETTI, 2014, p.12).

Desde que tomei a decisão de **aprimorar minha formação de professor de Matemática** e entrar no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, desejava realizar uma pesquisa sobre aprendizagem em Álgebra, já que esta era a área da Matemática que mais gostava de ensinar e por perceber que **meus alunos apresentavam muita dificuldade para se expressar algebricamente**. (CARVALHO, 2008, p.12).

**Preocupada com o processo de aprendizagem de meus alunos em álgebra** e atenta as dificuldades expostas por eles **durante dez anos de docência**, entendi após alguns estudos [...] poderia auxiliar-me no processo de ensino de diferentes conteúdos. (FERREIRA, 2009, p.13).

Em nossa **experiência docente**, principalmente com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, pudemos verificar, mais de uma vez, o que já percebíamos desde o tempo de estudante: **os alunos apresentam grande dificuldade no estudo da Álgebra** e, em particular, na resolução de problemas que envolvem uma tradução da linguagem escrita corrente para a linguagem algébrica. (VELOSO, 2012, p.18).

Primeiramente, uma das motivações para enveredar em uma pesquisa foi a **minha experiência de 15 anos na prática docente**, lecionando Matemática nos Ensinos Fundamental e Médio da rede pública de ensino. A experiência profissional revelou-me que **a aprendizagem da Álgebra básica não se dá de forma tão natural quanto pensava**; e que, em muitos casos, torna-se um obstáculo intransponível para um grande número de alunos. (CASTRO, 2011, p.12).

**Trabalhando como professora de Matemática do Ensino Básico**, EB, na rede pública e particular, pude observar a grande **dificuldade que os alunos apresentavam ao tentarem resolver algebricamente situações-problema**. Isso me incentivou a buscar maiores esclarecimentos sobre essas questões e ainda levou naturalmente a integrar ao grupo de pesquisa Educação Algébrica ou simplesmente G5, ao iniciar meu mestrado na PUC-SP. (PEREZ, 2006, p.14).

A escolha do tema desta pesquisa surgiu inicialmente **a partir de minhas experiências profissionais** e do interesse pelos processos de ensino e de aprendizagem. Trabalho, dentre outras turmas, com alunos de 7º ano, período onde geralmente é estabelecida a introdução ao pensamento algébrico, de acordo com os currículos e propostas vigentes. **Notamos uma grande dificuldade por parte dos alunos no período de introdução à Álgebra**, quando este deve abstrair conceitos que antes eram trabalhados aritmeticamente, com aplicações particulares a cada situação proposta em sala de aula. (GRECCO, 2008, p.19-20).

Esta pesquisa **partiu da preocupação em minha prática docente** com as **dificuldades dos alunos na resolução de problemas, que deixam de utilizar a abordagem algébrica necessária para chegar a uma solução**, e no geral, buscam uma resposta por meio de tentativa e erro ou esperam uma estratégia de resolução pronta e direcionada pelo professor. (AQUINO, 2008, p.13).

A motivação inicial para a realização desta pesquisa de mestrado surge **a partir da prática profissional, como professora de Matemática do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio**, com mais de quinze anos de efetivo exercício. Atuando com estudantes do 1º ano do Ensino Médio, **tornou-se evidente a dificuldade que grande parte deles apresentava para resolver problemas variados, recorrendo ao uso do sistema simbólico algébrico**. A incompreensão a respeito da falta de apropriação de tal sistema simbólico por estudantes que estudam álgebra e sua linguagem<sup>1</sup> durante o tempo mínimo de três anos, da 6ª a 8ª séries do Ensino Fundamental<sup>2</sup>, gerou a necessidade da pesquisa. (PANOSSIAN, 2008, p.10).

A motivação para realização deste trabalho **está diretamente ligada a nossa prática profissional. Temos atuado como professor de Matemática desde 1996**, sempre nas séries finais do Ensino Fundamental. Há alguns anos, temos trabalhado nas 5ª e 6ª séries. Mas no decorrer dos estudos, **quando se dá início ao trabalho com a linguagem algébrica – o estudo de equações, polinômios, produtos notáveis, fatoração, etc. - a situação em sala de aula já não é mais tão tranquila**. (KERN, 2008).

**Trabalhando há mais de uma década com o objeto matemático função** e, constantemente dialogando com professores de outras disciplinas, como Física, Química e Economia, sobre a “não-visualização” deste conteúdo, por parte dos educandos, quando surge como gráfico ou como resolução de situações-problema, **considera-se o estudo deste tema algo relevante no sentido de buscar minimizar essa dificuldade**. (SALGUEIRO, 2011, p.13).

[...] pois, para alguns professores, os alunos são os culpados pelos péssimos resultados na aprendizagem matemática. (ARCHILA, 2008, p. 11). **No trabalho como professor da rede pública estadual de São Paulo há 17 anos, tenho me deparado com a insatisfação de alunos em estudar matemática e de professores em ensinar**. Para os alunos, a matemática não tem sentido e para os professores de

matemática os alunos são os culpados pelo seu próprio fracasso. (ARCHILA, 2008, p.13).

Ensinar Matemática no Ensino Fundamental tem sido cada vez mais desafiante, principalmente em relação à álgebra, como mostram alguns pesquisadores. **Esse desafio se transformou em angústia na prática docente da pesquisadora, iniciada em 2004.** Mesmo tendo investigado durante a graduação alguns aspectos sobre processo de ensino e aprendizagem da álgebra, na ação docente percebeu que **a maioria dos seus alunos não conseguia resolver diferentes situações-problema que envolvessem o mesmo princípio algébrico, ou seja, os alunos não transportavam os conceitos para novas situações desconhecidas, o que demonstrava que não haviam aprendido.** (DÉCHEN, 2008, p.12).

Nos pequenos excertos retirados dos memoriais dos professores pesquisadores há indícios de insatisfação com o currículo e a concepção de ensino de álgebra ou matemática presente neles, ainda justificam a pesquisa com as dificuldades que possuem na sala de aula para ensinar álgebra e o fracasso dos estudantes em relação à compreensão dos conceitos algébricos, ressaltam a importância do professor que ensina matemática que pesquise sua própria prática de forma reflexiva para promover um ensino de qualidade aos estudantes, criticam a mecanização do ensino de álgebra através de procedimentos e técnicas sem sentido, a distância e afastamento do ensino de álgebra da realidade dos alunos, a falta de associação com os conhecimentos adquiridos no cotidiano.

Enfim, os professores que investigam a própria prática possuem uma insatisfação com o ensino de álgebra, no que diz respeito ao seu ensino e aos métodos propostos pelos currículos, queixam-se de poucos materiais e pesquisas “práticas” na área e acabam sendo motivados pelas dificuldades que possuem na sala de aula, procurando os cursos de mestrado, por exemplo, para auxiliá-los na prática profissional docente e buscar respostas ou soluções para suas angústias na sala de aula. Vejamos a seguir como esses pesquisadores têm compreendido essas dissonâncias em suas pesquisas.

Apresentaremos alguns excertos, isolados, das atividades propostas pelos pesquisadores em suas investigações que representam, de alguma maneira, o trabalho realizado, levando em consideração o conteúdo a ser ensinado, o nível de ensino e conseqüentemente as teorias que fundamentaram tais escolhas. O foco aqui ainda não é a organização do ensino, propriamente dita, mas os tipos de atividades concebidas para o desenvolvimento do pensamento algébrico, segundo os autores.

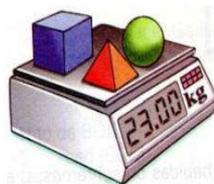
Bonadiman (2007) utilizou de propostas didáticas, material manipulável e situações-problema com estudantes da 8º ano com objetivo de dar sentido ao uso das letras nas aulas de matemática e assim dar significado as expressões algébricas. A professora e pesquisadora elaborou um conjunto de aulas envolvendo sequências didáticas que se

iniciavam com aspectos relacionados a utilização da letra e terminava com resolução de expressões algébricas, preocupando-se ao longo dessas atividades com propriedades matemáticas.

**Figura 7 – Situação-problema 1**

Situação-problema 6:

Observe a balança abaixo. Se o cubo pesa 12 quilogramas e a bola pesa 4 quilogramas. Qual é o peso da pirâmide?



- Explique como seu grupo resolveu esse problema:
- Descreva uma forma de representar o peso da pirâmide se soubermos o peso do cubo e da bola:

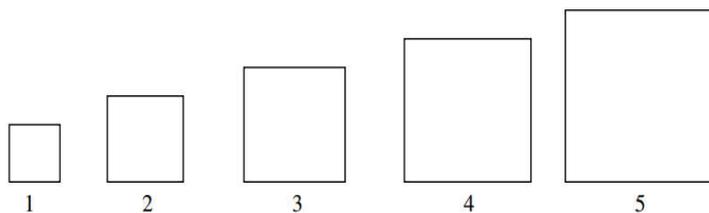
(Obs.: Figura extraída de: GIOVANNI, José Ruy. **Matemática pensar e descobrir: o + novo**. Sexta série. São Paulo: FDT, 2002, p. 187).

Fonte: Bonadiman (2007)

**Figura 8 – Situação-problema 2**

Situação-problema 9:

Observe a seqüência de quadrados, cujas medidas estão numa mesma unidade:



- Qual a medida do lado dos próximos dois quadrados dessa seqüência?
- Complete a tabela abaixo:

Medida do lado do quadrado	1	2	3	4	5	6	7
Área do quadrado							

- Qual seria a área de um quadrado se seu lado medisse 10 unidades de medida?
- E se o lado medisse 50 unidades de medida?

Fonte: Bonadiman (2007)

**Figura 9 – Situação-problema 3**

a) Observe o que a máquina de Bruno faz e complete a tabela abaixo:

Número de entrada	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
Número de saída											

b) O que podemos afirmar sobre o “número de saída” relacionado ao “número de entrada”?

c) Existe alguma maneira de representar como ocorre o funcionamento dessa máquina? Qual?

d) Se  $x$  representa o “número de entrada”, como poderíamos representar o que “sai” da máquina?

Fonte: Bonadiman (2007)

Carvalho (2008) utilizou sequências didáticas com observação da regularidade de padrões com objetivo de ensinar expressões algébricas e progressões aritméticas, fundamentado na Engenharia Didática, com estudantes do 1º ano do Ensino Médio.

**Figura 10 – Situação-problema 1**

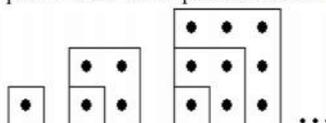
### Sessão 3 – Atividade 9

Observem a seqüência:

1, 3, 5, 7, ...

a) Quanto é a soma dos 10 primeiros termos?

b) Jonas e Laura do 1M2 afirmaram terem encontrado uma regra para descobrir a soma dos  $n$  primeiros termos da seqüência, após terem criado uma seqüência de figuras. Observem essa nova seqüência e descubram qual é a soma dos 97 primeiros termos.



Fonte: Carvalho (2008)

Ferreira (2009) utilizou sequências didáticas, disponíveis na proposta curricular do Estado de São Paulo (2008) para trabalhar generalizações de padrões e regularidades com o 1º ano do Ensino Médio, a partir da Engenharia Didática e dos Registros de Representações Semióticas, afirmando as potencialidades desses tipos de atividades para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

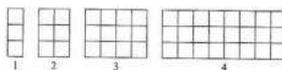
**Figura 11** – Situação-problema 1

Parte A.

Observe as sequências:

a) 1, - 2, 4, - 8, 16, ...

b)



c) 68, 136, 204, 272, 340,...

Nataly e André da 1ª série J, observando as sequências dadas, conseguiram descrever o termo que vinha a seguir.

1. Vocês também conseguem descrever o próximo termo?

Fonte: Ferreira (2009)

Veloso (2012) fundamentado nas atividades propostas por Radford (2011), elabora sequências didáticas envolvendo observação de regularidades e padrões para uma turma do 6º ano.

**Figura 12** – Situação-problema 1

**Descobrimo o segredo dos quadrados de palitos de fósforos!**

Cada dupla recebeu uma caixinha com 10 palitos de fósforos. Utilizando esses palitos, construam sequências de quadrados, seguindo as orientações.

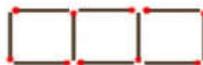
Tarefa 1. Construam sobre a mesa um quadrado cujo lado meça um palito:



Tarefa 2. Agora, sem desmanchar o quadrado anterior, construam dois quadrados, como indicado abaixo.



Tarefa 3. Novamente, sem desmanchar os quadrados já montados, construam mais um quadrado como mostra a figura abaixo:



Agora, observe o trabalho feito e responda:

- Quantos palitos você gastou? \_\_\_
- Quantos quadradinhos você construiu? \_\_\_
- Para construir mais um quadrado, vocês precisariam de quantos palitos? \_\_\_

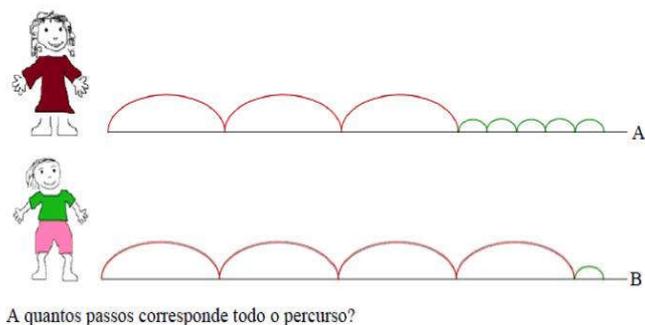
Fonte: Veloso (2012)

Silva (2013) elaborou um experimento de ensino para estudantes do 6º ano, a partir da metodologia de resolução de problemas com o objetivo de trabalhar conceitos de

proporção direta e equações do 1º grau, a partir da linguagem sincopada da álgebra, que utiliza de símbolos convencionais e não convencionais para expressar o pensamento. A linguagem sincopada é uma transição da linguagem retórica ou verbal, que não fazia uso de símbolos e abreviações para a linguagem simbólica, a que utilizamos hoje, com símbolos específicos.

**Figura 13 – Situação-problema 1**

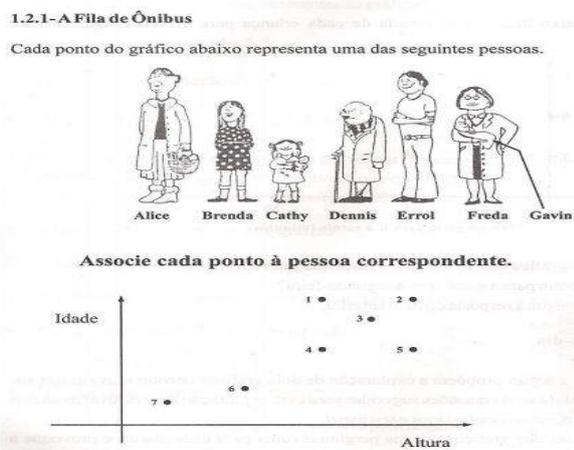
Numa actividade de Educação Física, o professor propôs aos seus alunos realizar dois tipos diferentes de percurso sobre uma linha com o mesmo comprimento, um constituído por saltos (todos com o mesmo comprimento) e outro por passos (também todos com o mesmo comprimento). A Anabela fez o percurso A e a Beatriz fez o percurso B:



Fonte: Silva (2013)

Castro (2011) elaborou sequências didáticas envolvendo variações entre grandezas e relações funcionais com crianças do 7º ano para introduzir o pensamento algébrico, fundamentando-se na Engenharia Didática e nos Registros de Representações Semióticas.

**Figura 14 – Situação-problema 1**



Fonte: Castro (2011)

Perez (2006) desenvolveu uma seqüência didática envolvendo a observação de regularidades e generalização de padrões para o desenvolvimento do pensamento algébrico, nesse caso a proposta foi para estudantes do ensino médio.

**Figura 15** – Situação-problema 1

Atividade II

Um aluno ao observar a seguinte seqüência:



diz que encontrou o próximo termo e que também foi capaz de encontrar o 127º termo. Como você responderia as seguintes questões:

- Qual o próximo termo da seqüência?
- Qual é o 127º termo da seqüência?

Fonte: Perez (2006)

Grecco (2008) elaborou uma seqüência didática envolvendo a observação de regularidades e generalização de padrões para estudantes do 7º ano, fundamentado na Engenharia Didática para introduzir o conceito de expressões algébricas.

**Figura 16** – Situação-problema 1

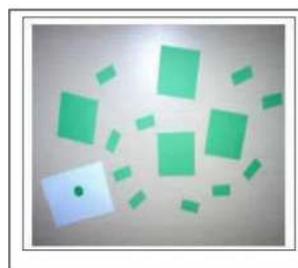
3ª sessão

Atividade 1

Pesquisador: Vamos estudar como as pessoas costumam se sentar num bar. Numa mesa, podem sentar-se 4 pessoas (exposição com material lúdico). Juntando duas mesas, poderão se sentar 6 pessoas (exposição com material lúdico). Vocês receberão uma ficha em branco para responder quantas pessoas poderiam se sentar juntando 3, 4, 10 ou 13 mesas. Ao lado vocês deverão justificar como chegaram ao resultado apresentado.

3 mesas	Justifique
4 mesas	Justifique
10 mesas	Justifique
13 mesas	Justifique

Modelo de ficha



Material fornecido aos alunos

Fonte: Grecco (2008)

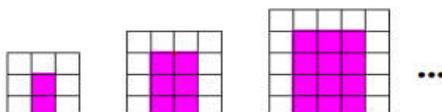
Modanez (2003) realizou uma intervenção com estudantes do 7º ano do ensino fundamental, a partir seqüências didáticas envolvendo observações de padrões geométricos

para introduzir o pensamento algébrico, fundamentada na Teoria das Mudanças de Quadros, nos Registros de Representação Semiótica e na Engenharia Didática.

**Figura 17** – Situação-problema 1

**ATIVIDADE 7**

Observe como se forma a seqüência de figuras abaixo:



- Desenhe a próxima figura da seqüência. Quantos quadradinhos formam o contorno desta figura?
- Desenhe a 5ª figura da seqüência. Quantos quadradinhos formam o contorno desta figura?
- E no contorno da 7ª figura, há quantos quadradinhos?
- Construa uma tabela relacionando a posição de cada figura com o número de quadradinhos do seu contorno.
- Há quantos quadradinhos no contorno da 9ª figura?
- E a 12ª figura, quantos quadradinhos há no seu contorno?

Fonte: Modanez (2003)

Aquino (2008) elaborou seqüências didáticas para estudantes do 6º ano, envolvendo observação de regularidades e generalização de padrões, fundamentado na engenharia didática.

**Figura 18** – Situação-problema 1

**Atividade I**

Darci ao observar a seguinte seqüência numérica:

2, 4, 6, 8, 10, ...

disse ter encontrado o próximo número e que também foi capaz de encontrar o 37º termo. Como você pode responder as seguintes questões:

- Qual é o próximo número?
- Qual será o 37º termo ou elemento da seqüência?
- Explique como você encontrou esse número.
- Crie uma outra seqüência diferente desta.

Fonte: Aquino (2008)

Kern (2008) elaborou uma seqüência didática levando em consideração os graus de complexidade, para o trabalho com relações funcionais com estudantes do 7º ano

com o objetivo de desenvolver o pensamento algébrico das crianças, fundamentado na Engenharia Didática, para isso utilizou atividades denominadas máquinas algébricas e objetos de aprendizagem.

**Figura 19 – Situação-problema 1**  
**Atividade 5 - Máquinas algébricas – problemas**

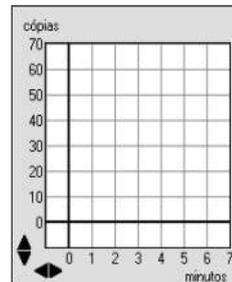
1. A impressora jato de tinta imprime 12 páginas por minuto.

a. Desenhe a máquina que calcula quantas páginas foram impressas a partir do tempo de funcionamento da impressora.

b. Complete a tabela abaixo:

Tempo (min)	Cópias
5	
40	
	120
	900

c. Construa o gráfico que corresponde à máquina do item a.



d. Quantas cópias a impressora produz em duas horas?

e. Se a letra "m" representa o "número de minutos", então podemos escrever:

número de cópias = .....

f. Desenhe a máquina que, informando-se o número de cópias feitas, calcula o tempo de impressão.

g. Quanto tempo a máquina leva para produzir 330 cópias?

Fonte: Kern (2008)

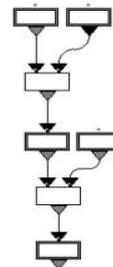
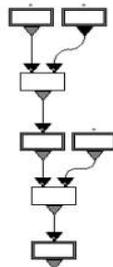
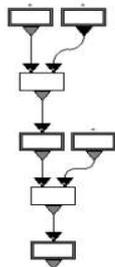
**Figura 20 – Situação-problema 2**

**Atividade 7 - Máquinas algébricas**

1. Complete a máquina: ela dobra um número e depois adiciona 3 ao resultado.

2. Complete a máquina: ela adiciona 3 ao número e depois dobra o resultado.

3. Complete a máquina: ela dobra um número e depois adiciona 6 ao resultado



4. Associe a cada máquina a sua expressão algébrica:

5. Nas três máquinas acima tem duas máquinas que são iguais! Descubra quais são estas duas! Como você descobriu isto?

Máquina 1

2 . (x + 3)

Máquina 2

2 . x + 6

Máquina 3

2 . x + 3

Fonte: Kern (2008)

Figura 21 – Situação-problema 3

$2(5x - 1) - 4 = -2x + 3(2x - 6)$   
 $10x - 2 - 4 = -2x + 6x - 18$   
 $10x - 6 = 4x - 18$   
 $6x - 6 = -18$   
 $6x = -12$   
 $x = -2$  ✓

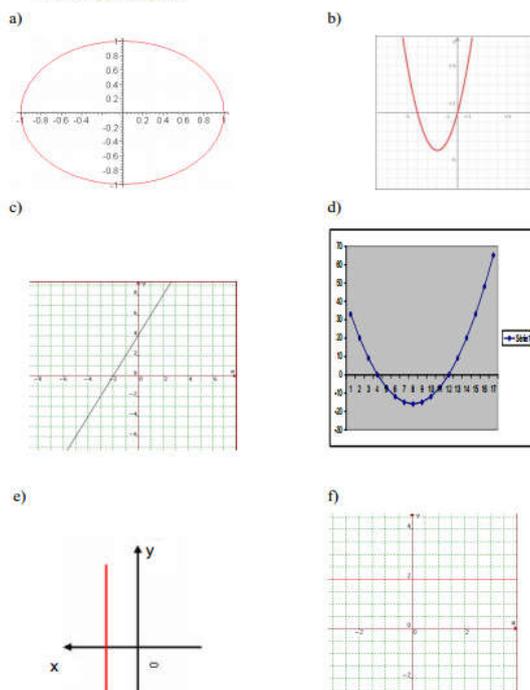
Propriedade Distributiva  
 Adição de termos semelhantes  
 $- 4x$   
 $+ 6$   
 $\div 6$

Fonte: Kern (2008)

Salgueiro (2011) desenvolveu uma seqüência didática envolvendo o conceito de função para estudantes do Ensino Médio, fundamentado na Engenharia Didática e nos Registros de Representação Semiótica.

Figura 22 – Situação-problema 1

3. Dentre os gráficos apresentados a seguir assinale aqueles que **não** podem ser considerados funções:



Fonte: Salgueiro (2011)

Archilia (2008) propôs uma sequência didática baseada na observação e na generalização de padrões para trabalhar progressão aritmética, com estudantes do 2º ano do Ensino Médio, fundamentado na Engenharia Didática.

**Figura 23** – Situação-problema 1

Observe a seqüência 10,13,16,19,22,25,28,31,...

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$a_n$	10	13	16	19	22	25	28	31

$$a_2 = a_1 + 1 r$$

$$a_3 = a_1 + 2 r$$

$$a_4 = a_1 + 3 r$$

$$a_5 = a_1 + 4 r$$

- Por quê?  $a_4 = a_1 + 3 r$  é igual ao número 19.
- Por quê?  $a_5 = a_1 + 4 r$  é igual ao número 22.
- Complete  $a_6 = a_1 + \dots$
- Complete  $a_7 = a_1 + \dots$
- Complete  $a_n = a_1 + \dots$

Fonte: Archilia (2008)

Bortoletti (2014) desenvolveu uma sequência didática para estudantes do 7º ano envolvendo expressões algébricas e variáveis, a partir de generalização de situações numéricas com o apoio de planilhas eletrônicas, fundamentada nos Registro de Representações Semióticas e na metodologia de Resolução de Problemas.

**Figura 24** – Situação-problema 1

- Uma caneta especial custa 30 reais. Na coluna A, está representado o “número de canetas” e, na coluna B, está representado o “preço a pagar”:

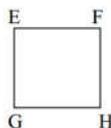
	A	B
1	Número de Canetas	Preço a pagar
2	1	30
3	2	60
4	3	90
5	4	120
6	5	150
7	...	
8	10	300
9	11	330

- Como esta programada a célula B2?
- E, a célula B9?
- Quanto vou pagar por 50 canetas?
- Se eu tiver 780 reais, quantas canetas conseguirei comprar?

Fonte: Bortoletti (2014)

**Figura 25 – Situação-problema 2**

4. Na figura, EFGH é um quadrado. Complete a tabela calculando o perímetro de EFGH.



Lado (cm)	1	2	3	4	12	15,3
Perímetro (cm)						

- a) Complete a tabela acima.  
 b) Chamando de **P** o perímetro da figura e **l** o lado da figura, escreva uma fórmula que relacione o perímetro e o lado.  
 c) Usando a fórmula que você estabeleceu, determine P em cada caso:  
 d1)  $l = 14$  cm      d2)  $l = 26$  cm      d3)  $l = 12,5$  cm

Fonte: Bortoletti (2014)

Silva (2013) realizou uma intervenção com tarefas propostas pelo Projeto *Early Algebra* em uma turma do 5º ano, com o objetivo de antecipar conceitos algébricos nos anos iniciais, nesse caso através da percepção de estruturas presentes nas operações aritméticas.

**Figura 26 – Situação-problema 1**

Tarefa 1	
Nome: _____ Data: _____	
Símbolos	Uma possibilidade de interpretação
	Ontem houve relâmpagos e trovões e meu cachorro estava com medo e fugiu.
 Marco Érica	
	Eu ouvi
 Léia	
$3 + 5 - 2$	

Fonte: Silva (2003)

**Figura 27** – Situação-problema 2

Tarefa 5

Nome: \_\_\_\_\_ data: \_\_\_\_\_

Entrada	Saída		
	Adicione 3 a entrada	Subtraia 2 a entrada	Multiplique por 3 a entrada
3			
7			
10			
	9		
		9	
			9
100			
101			
N			

Qual é a primeira regra? \_\_\_\_\_

Qual é a segunda regra? \_\_\_\_\_

Qual é a terceira regra? \_\_\_\_\_

Fonte: Silva (2013)

**Figura 28** – Situação-problema 3

Tarefa 8

Nome: \_\_\_\_\_ data: \_\_\_\_\_

Descubra que regra segue o salto da curva na reta numerada.



Invente uma história que envolva essa regra.

"Antes de Tony começar a trabalhar tinha R\$ 1,00 em seu cofrinho. Então, ele ganhou R\$ 4,00 por cada dia de trabalho."

Escreva uma expressão matemática para mostrar essa regra.

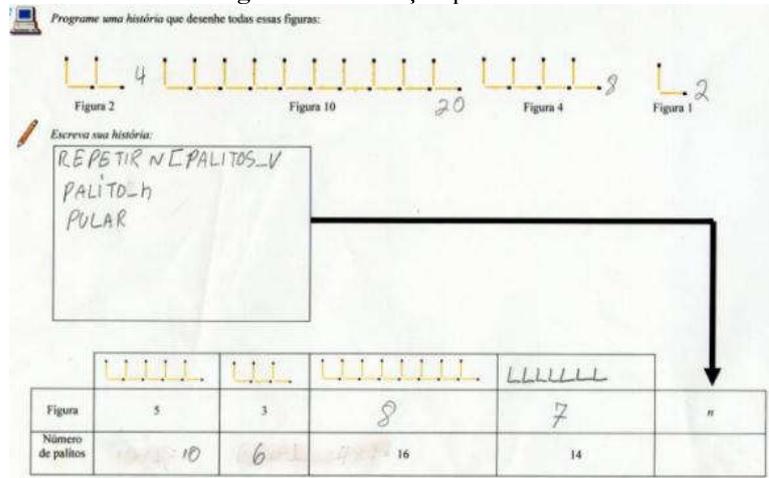
Fonte: <http://www.tdts.edu.br/educacao/educadores/default.asp>

Fonte: Silva (2013)

Conceição (2012) desenvolve um micromundo para estudantes surdos com diferentes sequências didáticas, para ensinar conceitos relacionados à expressão algébrica, a

partir de observação de regularidades e padrões em uma turma do 9º ano, fundamentada nos estudos de Radford (2011).

Figura 29 – Situação-problema 1



Fonte: Conceição (2012)

Déchen (2008) trabalhou tarefas exploratório-investigativas com estudantes da 6ª série, fundamentada na perspectiva das investigações matemáticas com objetivo de estudar os conceitos de variável e uso da linguagem simbólica.

Figura 30 – Situação-problema 1

**Instruções:**  
Os grupos serão constituídos por quatro pessoas, de tal forma que sejam divididas as obrigações de cada um: - **Dois Redatores:** responsáveis pela redação final do registro a ser entregue.  
- **Dois Relatores:** serão dois membros do grupo, responsáveis pela apresentação (para toda a classe) dos resultados encontrados pela equipe. Apesar da divisão acima, todos deverão participar das etapas de produção do estudo.

**A LANCHONETE DO ALAN XONETE**

Obs.: Deixe por escrito o raciocínio de cada questão de forma clara.

Sexta feira passada, após a aula, quatro amigos, Aderbal, Belinda, Crisóstomo e Dráusio, foram comer umas pizzas e tomar um guaraná na lanchonete do Alan Xonete. Lá chegando, o garçom Edgar Som já havia separado uma mesa para os quatro amigos se sentarem:

A conversa ia animada quando chegaram Elizário e Flausino. Edgar apressou-se e ajeitou mais uma mesa ao lado da primeira, ficando assim a disposição?

Era dia de reunião da turma para descansar e passar bons momentos brincando e conversando e logo chegaram Griselda e Hortênsia. Nosso amigo Edgar Som correu a colocar uma nova mesa ao lado das duas anteriores e avisou ao Falco Zinheiro, o cozinheiro, para preparar mais duas pizzas. Veja a nova disposição das mesas:

- A turma esperava mais companheiros, logo chegaram Izilda e Jocaista e mais uma mesa foi colocada. Faça o desenho representando a nova quantidade de mesas e seus ocupantes, sempre respeitando a mesma disposição das pessoas à sua volta.
- Desenhe a representação das mesas quando chegaram Kreiton e Lisaldo.
- Se forem colocadas 6, 7, 8, 9... mesas, quantas pessoas podem ser acomodadas, usando-se a mesma disposição?
- E se forem colocadas 100 mesas?
- E se forem colocadas n mesas? Teste a regra que você inventou para 15 mesas e 18 mesas.
- Quantas mesas seriam necessárias para acomodar 30 pessoas? E para acomodar 50 pessoas?
- Quantas mesas serão necessárias para receber 100 pessoas?

**Cubolino e seus cubos...**

**Organização para o desenvolvimento e apresentação da atividade**  
Vocês formarão grupos, constituídos por quatro pessoas, de tal forma que sejam divididas as obrigações de cada um:  
- **Coordenador:** responsável pela organização do trabalho para apresentação (cartaz) e pela resolução de possíveis conflitos;  
- **Redator:** responsável pela redação final do relatório a ser entregue.  
- **Dois Relatores:** serão dois membros do grupo, responsáveis pela apresentação (para toda a classe) dos resultados encontrados pela equipe.  
Apesar da divisão acima, todos deverão participar das etapas de produção do estudo.

**A atividade...**  
Cubolino estava brincando com cubos e resolveu montar uma seqüência. Na primeira posição ele colocou 1 cubo. Em seguida ele pegou 6 cubos e ficou pensando em quantos cubos usaria e como os arrumaria para montar a segunda posição. Quando finalmente encontrou uma solução, seu irmãozinho passou engatinhando e desmanchou a seqüência. Cubolino ficou tão chateado que esqueceu a lógica que havia pensado. Vamos ajudá-lo a construir essa seqüência novamente!

1ª posição

?

2ª posição

3ª posição

(...)

- Para começar, montem e desenhem a 2ª posição.
- Seguindo a lógica que vocês usaram, quantos cubos seriam necessários na terceira posição? Montem e desenhem.
- Continuem a seqüência, desenhando até a 5ª posição.
- Encontrem um jeito de explicar, por escrito, como seria a 10ª posição. Além disso, quantos cubos terá esta posição?
- Agora encontrem um jeito de explicar, por escrito, como seria a 100ª posição. Quantos cubos terá esta posição?
- Tentem agora escrever uma regra que possa representar o número de cubos ou a forma de uma posição qualquer (indefinida) na seqüência.
- Testem a regra que encontraram utilizando as posições para as quais vocês já conhecem o número de cubos.
- Justifiquem porque esta regra funciona, ou não funciona. Se não funcionar, tentem encontrar outra regra ou aperfeiçoar a mesma.

Bom Trabalho!!! Lis e Tatiane...

Fonte: Déchen (2008)

Panossian (2008) desenvolveu com estudantes do 7º ano situações-problema, com o objetivo de estudar os diversos usos da variável, fundamentada na perspectiva

histórico-cultural, levando em consideração o movimento do pensamento e da linguagem algébrica, a partir das atividades.

**Figura 31 – Situação-problema 1**

1º Encontro: O PROBLEMA DO TAXISTA

*O preço de uma corrida de táxi é igual ao valor da bandeirada (taxa fixa que pagamos ao utilizarmos o serviço do taxista) mais o valor que pagamos a cada quilômetro rodado. Em uma determinada cidade, os taxistas cobram R\$ 3,00 pela bandeirada e R\$ 2,00 a cada quilômetro rodado. Sendo assim, responda:*

- a) Quanto devo pagar ao motorista se rodar 96 km?*
- b) Gastei R\$135,00 em uma corrida de táxi, quantos quilômetros percorri?*
- c) Se rodei um valor desconhecido de km (x) como posso indicar o valor a pagar (p)?*

Fonte: Panossian (2008)

Por fim, Oliveira (2011) realizou um experimento didático, composto por um jogo e uma atividade lúdico-histórica, direcionados para a noção de variável, com estudantes do 2º ano do Ensino Médio, fundamentada nos estudos de Cedro e Moura (2010).

**Figura 32 – Situação-problema 1**

QUESTÕES

Agora é sua vez! Vamos entender melhor o que o menino Gauss descobriu.

1. Repita o processo utilizado por Gauss, só que para somar os números inteiros de 1 a 5.
2. Mais uma vez, só que agora a soma de 1 a 10.
3. E se não começarmos com 1? Dará certo? Vamos somar de 5 a 12 para verificar.
4. Será que também funciona para os números pares? Vamos conferir somando os números pares de 2 a 18.
5. E para os ímpares? Vamos ver? Some de 3 a 17.
6. Queremos então a soma de todos os números inteiros de 1 a n, sendo n o último termo da sequência. Não se preocupe, basta fazer exatamente o que foi feito por Gauss e por você nas atividades anteriores.
7. O que você percebeu nas atividades anteriores? Explique.
8. Explique com suas palavras o que é feito em cada passo, não só para o exemplo de Gauss, mas para todos os exemplos respondidos por você.
9. Tente escrever uma **expressão** que represente a soma em todas as sequências utilizadas nessa atividade, ou seja, não importa se é a soma de 1 a 100, de 5 a 12 ou de 3 a 17, a **expressão algébrica** tem que representar todas essas somas.

QUADRO DE RESPOSTAS

Exercício Nº	Passo 1	Passo 2	Passo 3	Juntando os passos
Exemplo de Gauss	$1+100 = 101$ $2+99 = 101$ $3+98 = 101$ ... $100+1 = 101$	$101 \times 100 = 10100$	$10100 : 2 = 5050$	$\frac{(1+100)100}{2} = 5050$
1				

Fonte: Oliveira (2011)

A ênfase da álgebra no final do segundo ciclo da educação básica (7º, 8º e 9º anos) evidencia como o currículo tem o poder caracterizar e definir o trabalho didático e pedagógico do professor, uma vez que os conceitos algébricos tratados aqui nesse escopo iniciam-se somente nesse ciclo, que já é definido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e pela proposta curricular do estado de São Paulo (2008), como “melhor” momento para se ensinar álgebra levando em consideração a justificativa que é uma área da matemática complexa e abstrata. Temos a proposta da *Early Algebra*, de antecipar ideias algébricas nos anos iniciais.

Outro aspecto importante é a crença que parece existir nas atividades envolvendo observação de regularidades e padrões sejam eles geométricos e/ou aritméticos, enfatizando-se veementemente que favorecem e potencializam o desenvolvimento do pensamento algébrico. Entretanto, nesse mesmo escopo de pesquisas analisadas, há ainda que poucas, aquelas que sugerem atividades envolvendo o lúdico, a brincadeira, a percepção de movimentos contínuos para compreender conceitos relacionados à variabilidade, mudança e fluência, em contrapartida aos movimentos regulares propostos pelas observações de padrões e regularidades.

Panossian (2014) em sua tese de doutorado, a qual não compõe esse corpus de análise, apenas sua dissertação, estabelece uma reflexão interessante acerca desse aspecto no ensino de álgebra.

Schmittau (2004 apud SCHITTAU; MORRIS, 2004) destaca os quatro princípios enunciados dos *standards* do NCTM (2000): entender relações, padrões e funções; representar e analisar situações matemáticas e estruturas usando símbolos algébricos, usar modelos matemáticos para representar e entender relações quantitativas; analisar mudanças em vários contextos. Considera que o currículo de Davydov atende a esses princípios, mas os modos de ação são diferentes. No currículo davydoviano são enfatizados o uso de esquemas e representações pelas análises algébricas, que são dificilmente alcançadas em currículos que têm por base as operações numéricas. Por exemplo, o trabalho sistematizado e a ênfase em padrões de objetos, formas e números estão presentes nas recomendações do NCTM Algebra Standard como base para o entendimento de relações entre variáveis e a ideia de função. Entretanto no Currículo de Davydov, tal trabalho não é enfatizado, pois não se considera que a indução a partir de padrões entre números ou objetos geométricos é garantia de que os estudantes irão compreender a natureza ou as propriedades da relação. (SCHMITTAU, 2004 apud SCHMITTAU; MORRIS, 2004, p.69).

Radford (2011) alerta ainda que a álgebra simbólica, presente no currículo, o último estágio do processo histórico da álgebra, sua formalização, ou como chama de formulação contemporânea, não deve ser o ponto de partida da organização do ensino de álgebra.

Formulação contemporânea é o resultado de um longo processo de mudanças e transformações conceituais e não necessariamente é o melhor ponto de partida para

os alunos. Entretanto, na falta de outras alternativas, a formulação contemporânea torna-se uma camisa de força na escolha de conteúdos a ser ensinado, em sua organização, e em sua articulação com outros conhecimentos. (RADFORD, 2011, p. 16).

Ainda, nesse sentido, Panossian (2014) elabora uma síntese, realizando um quadro comparativo entre três conceitos algébricos comumente presentes nos currículos escolares.

**Quadro 15** – A essência do conhecimento algébrico e a relação com a organização no ensino atual

<b>Instrumentos</b>	<b>Como se revela a essência da álgebra</b>	<b>Como é tratada no ensino</b>
<b>SEQÜÊNCIAS</b>	Para estabelecer uma seqüência a partir de elementos quantitativos, é necessário reconhecer que grandezas estão inter-relacionadas, e de que forma essa relação ocorre. Compreendendo essa relação, é possível gerar uma “lei geral” que a expresse.	Enfatiza-se a definição de uma “lei geral” pela relação entre os elementos particulares que aparecem na seqüência, mas não se destaca a identificação das grandezas relacionadas.
<b>EQUAÇÕES</b>	Uma equação estabelece um momento singular da relação entre grandezas. Por isso, por meio dela, é possível encontrar valores singulares e definidos para cada um dos seus elementos. Assim, encontrar o “x” em uma equação, denominado como incógnita, significa encontrar o valor de uma grandeza variável, mas que naquele momento específico está definido ainda que desconhecido.	Destaca-se a necessidade de encontrar o valor desconhecido na equação, por meio de técnicas de resolução. Identifica-se a equação com uma pergunta (SÃO PAULO, 2009a), mas não se destacam as grandezas envolvidas, nem a relação entre elas. Desta forma, a equação não é entendida como uma forma singular da relação entre grandezas.
<b>FUNÇÕES</b>	O avanço do estudo de diferentes funções (de 1º e 2º graus, exponencial, logarítmica, modular, trigonométricas e outros) abarca a essência do conhecimento algébrico em sua forma mais desenvolvida. Por meio das funções, se identificam e relacionam grandezas de naturezas diferentes (numéricas, matriciais, vetoriais, trigonométricas e outras), por meio de diferentes operações matemáticas. O estudo avançado das funções permite que se observem propriedades e se criem expressões gerais que apanhem o movimento dos fenômenos na realidade objetiva, na medida em que se reconhecem neles certas regularidades.	No ensino, são enfatizadas as características de diferentes funções: as raízes das funções, seus gráficos, o estudo do sinal da função. As funções são em geral tratadas como objetos com fim em si mesmos, e aprofundadas matematicamente. Entretanto, o significado de uma função como instrumento para compreender a realidade não é destacado, e o reconhecimento das diferentes grandezas e suas relações se torna um conhecimento em segundo plano.

Fonte: Panossian (2014, p.174)

Nesse ponto já há um indicador de como podemos repensar e discutir a organização do ensino nas aulas de matemática quando tratamos do pensamento algébrico, levando em consideração a perspectiva histórico-cultural e alguns aspectos que não tem sido muito priorizado nas pesquisas: a percepção de movimentos contínuos na vida e o aspecto lúdico da aprendizagem no que tange ao desenvolvimento de conceitos algébricos na educação escolar.

Concordamos com Sforini (2004, p. 111) quando diz:

A necessidade de mobilizar o pensamento para a aprendizagem reafirma que na organização do ensino o professor não trata apenas da organização lógica do conteúdo, mas também do modo de fazer corresponder o objeto de ensino com os motivos, desejos e necessidades do aluno. Sua função maior é a de transformar a atividade de ensino em atividade de aprendizagem para o aluno.

Sendo assim, é importante salientar que o ensino de álgebra na educação básica preciso ser repensado, sobretudo sua organização no ensino, de forma que o desenvolvimento do pensamento algébrico não fique restrito a apenas alguns de seus aspectos, como a observação de regularidades de padrões e sequências. Além disso, elementos históricos do conceito são importantes para contextualizar as características do pensamento algébrico e explicitar as atividades do ser humano na sistematização desse tipo de conhecimento.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que a questão investigativa que norteou todo o processo de pesquisa pode ser respondida, à medida que as conexões entre as leituras e a construção dos dados foram sendo constituídos, já que as dissertações que compuseram o corpus de análise desta tese apresentaram indícios dos elementos que compõem o pensamento algébrico. Esses elementos estão relacionados às concepções de ensino de álgebra adotadas pelos professores pesquisadores através das fundamentações teóricas inerentes a pesquisa desenvolvida. Dessa maneira, não há um consenso entre as pesquisas, mas **a ideia da observação de regularidades e padrões através de movimentos regulares, sejam eles aritméticos ou geométricos** é predominante nas pesquisas, bem como a ideia de desenvolver nos estudantes a compreensão da **letra na álgebra como uma variável, ou seja, que a letra representa a ideia de movimento, fluência e variabilidade**. Para isso os autores lançam mão da teoria de Trigueros e Ursini (2005) por meio do modelo dos 3 usos de variáveis: incógnita, número generalizado e relação funcional. Outro elemento presente nos estudos é a preocupação dos pesquisadores em **desenvolver nos estudantes a habilidade de expressar a generalidade através da linguagem formal da álgebra simbólica**, enfatizando demasiadamente esse processo nas atividades propostas em suas intervenções.

Nesse sentido, podemos afirmar que o desenvolvimento do pensamento algébrico nas aulas de matemática da educação básica ainda vem sendo concebido e descrito como algo abstrato, formal, estrutural, mesmo diante de tantos diagnósticos e pesquisas, os professores ainda se sentem presos aos currículos oficiais e livros-textos para elaborarem suas atividades, apesar de criticarem tal posição e considerarem insuficientes e/ou vagos para a aprendizagem dos conceitos algébricos.

Sendo assim, nossa hipótese inicial se confirma quando consideramos que a organização do ensino do professor que ensina matemática na educação básica escolar brasileira, sobretudo daqueles que levaram em consideração a investigação do desenvolvimento do pensamento algébrico em suas aulas, ainda está focalizada na linguagem formal da álgebra simbólica como processo de ensino e não como um fim. O desenvolvimento do pensamento algébrico nas aulas de matemática ainda parte do pressuposto da ideia de generalização da aritmética e do processo de contagem para álgebra, ou seja, da particularidade para a generalidade e não o contrário.

O desenvolvimento do pensamento algébrico em estudantes dos ensinos fundamental e médio regulares da educação escolar básica em aulas de matemática ainda tem

sido traduzido nas produções acadêmicas brasileiras em apenas uma de suas formas: a observação de regularidades de padrões, sejam eles aritméticos ou geométricos, por meio de movimentos regulares, impregnada de formalismos, simbolismos e técnicas sem sentido e significados

O ensino desse tipo de pensamento ainda está focalizado na linguagem formal da álgebra simbólica como processo de ensino e não como um fim. O desenvolvimento do pensamento algébrico nas aulas de matemática ainda parte do pressuposto da ideia de generalização da aritmética e do processo de contagem para álgebra, ou seja, da particularidade para a generalidade e não o contrário, já que a aritmética é apenas uma particularidade da álgebra, e que as regras e operações realizadas nessa área nada mais são que casos particulares do pensamento algébrico.

Já no que diz respeito à metodologia utilizada, gostaríamos de salientar que ela torna-se imprescindível nas áreas das ciências humanas, já que esse tipo de pesquisa favorece a capacidade de elaborar sínteses e facilidade de acesso a informações geradas pelas múltiplas fontes. Contudo, as possibilidades de análise e interpretação são múltiplas, bem como a quantidade de informações geradas. Além disso, esse tipo de pesquisa sempre estará em defasagem, uma vez que a cada dia uma nova tese, dissertação ou artigo é publicado apresentando novos resultados ou dados que poderiam compor o corpus de análise da tese. Apesar das possibilidades de conhecer em profundidade diferentes perspectivas teóricas, metodológicas e analíticas de um mesmo tema ou objeto de estudo, a metanálise demanda tempo, organização, ferramentas computacionais adequadas para dar suporte ao pesquisador, devido a grande quantidade de informações e desdobramentos.

Identificamos nesse processo de fazer pesquisa, a influência e o impacto da produção de grupos de pesquisas e pesquisadores na divulgação de um determinado tipo de perspectiva teórica, que conseqüentemente compõem uma nova organização no ensino escolar; frutos do desdobramento de políticas públicas que tem por objeto de investigação o ensino de álgebra. Percebemos também como o currículo tem sido um agente transformador da prática nos estudos que compõem nosso corpus de análise, uma vez que muito dos estudos levam em consideração as orientações das propostas curriculares e até mesmo as sugestões de atividades e sequências didáticas em suas aulas. Em contrapartida, atividades ou metodologias não muito comuns nos currículos de álgebra, como jogos, novas tecnologias no ensino, materiais manipuláveis etc.

Diante do exposto, é importante retomar as ideias de Ginzbug (1989) e seu paradigma indiciário, já que todas essas escolhas realizadas pelos pesquisadores em seus

estudos nos oferecem pistas de como concebem o desenvolvimento do pensamento algébrico em suas aulas de matemática, quando levam em consideração atividades que priorizam a observação e regularidades de padrões para alcançar a generalização e estabelecer a linguagem simbólica da álgebra através de uma fórmula de recorrência. Quando utilizam atividades envolvendo um único modo de “fazer e pensar álgebra” utilizando lápis, papel e imagens. Quando desconsideram os aspectos históricos do conceito e usam o conceito por si mesmo.

A feitura deste texto tem despertado para a importância desses tipos de pesquisas, metanalíticas, não só por oferecer um diagnóstico ou panorama geral de como andam nossas pesquisas em determinados temas ou objetos de investigação, mas porque na medida do possível podemos refletir sobre aquilo que temos feito, se é muito do mesmo, se está em fase de gestação, se há novas possibilidades e encaminhamentos, se há caminhos ainda não percorridos, enfim dar jus ao fato de que a metanálise pode ser potencializadora para transcender os resultados das produções já realizadas e prever novos caminhos e olhares, ou até mesmo causar inquietações e dúvidas para o prosseguimento de novas investigações.

Esperamos poder contribuir com o repensar do currículo de matemática na educação básica escolar, sobretudo para o ensino de álgebra, uma vez que parece haver uma ênfase em um único modo de organizar o ensino de álgebra, para o desenvolvimento do pensamento algébrico nas aulas de matemática, propostas pelos professores/pesquisadores em suas atividades, pelo menos até o momento. Dessa forma, essa metanálise pode ajudar a explicitar modos que já se “saturaram” ou se “consagraram”, outros ainda pouco utilizados ou não comuns nas aulas de matemática.

A tese nos permite afirmar que o desenvolvimento do pensamento algébrico em aulas de matemática pode ser explorado desde a infância, através de experimentos didáticos, elaborados pelo professor que ensina matemática, que priorizem a observação de movimentos regulares e irregulares na vida, levando em consideração as grandezas contínuas e discretas, de modo que os estudantes mobilizem diferentes linguagens para representar e sintetizar seu pensamento, sejam elas pictóricas ou não, de modo que consigam compreender fenômenos, fazendo previsões, generalizações e estabelecendo conjecturas.

## REFERÊNCIAS

AABOE, A. **Episódios da história antiga da matemática**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. A “revisão da bibliografia” em teses e dissertações: meus tipos inesquecíveis - o retorno. In: BIANCHETTI, L.; MACHADO, A. M. N. (Org.). **A Bússola do escrever: desafios e estratégias na orientação de teses e dissertações**. Florianópolis: UFSC; São Paulo: Cortez, 2002. p. 25-44. (ISBN 85-249-0890-4).

ANDRÉ, M. E. D. A pesquisa sobre formação de professores: contribuições à delimitação do campo. In: DALBEN, A.; DINIZ-PEREIRA, J.; LEAL, L.; SANTOS, L. (Org.). **Coleção Didática e Prática de Ensino**. Belo Horizonte: 2010. p. 273-287.

ANDRÉ, M. E. D.; ENS, R. T.; MINDAL, C. B.; ANDRADE, R. R. M. de. A pesquisa sobre formação de professores na região sudeste - 2002. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DA REGIÃO SUDESTE, 7., Rio de Janeiro, 2003. **Anais...** RJ, UFRJ, 2003.

AQUINO, L. O. **Os alunos de 5ª série/6º ano frente a atividades sobre observação e generalização de padrões**. 2008. 146 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2008.

ARCAVI, A. Symbol sense: informal sense-making in formal mathematics. In: **For the Learning of Mathematics**, v. 14, n. 3, p. 24-35, 1994.

ARCHILIA, S. **Construção do termo geral da progressão aritmética pela observação e generalização de padrões**. 2008. 89f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2008.

AYARZA, R. O.; SOTO, D. S.; CROCCI, H. S. Renovacion de la enseñanza del álgebra elemental: un aporte desde la didáctica. **Estudios Pedagógicos**, n. 2, 2007.

AZARQUIEL. **Ideas y actividades para enseñar álgebra**. Madri: Editorial Síntesis, 1993.

BAKHTIN, M. VOLOCHINOV, V. N. **Marxismo e filosofia da linguagem**. 3. ed. São Paulo: Hucitec, 1986.

BAUMGART, J. K. **Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula: álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

BECKER, J. R.; RIVERA, F. Generalization strategies of beginning high school algebra students. In: 29<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2005, Melbourne. **Anais...** Melbourne: PME, 2005. p. 121-128.

BEDNARZ, N.; JANVIER, B. Emergence and development of algebra as a problem-solving tool: continuities and discontinuities with arithmetic. **Approaches to algebra**. Kluwer Academic Publishers, 1996. p. 115-136.

BICUDO, M. A. V. Meta-análise: seu significado para a pesquisa qualitativa. **Revmat**, Florianópolis, v. 9, p.7-20, jun. 2014.

BLANTON, M. et al. Early Algebra. In: **Algebra Gateway to a Technological Future**. Victor J, 2007.

BLANTON, M. L; KAPUT, J. J. Developing elementary teachers' "algebra eyes and ears." **Teaching children mathematics**, v. 10, n. 2,2003.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **A investigação qualitativa em educação**: uma introdução às teorias e aos métodos. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Portugal: Porto Editora, 1994.

BONADIMAN, A. **Álgebra no Ensino Fundamental**: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas. 2007. 298f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007.

BORTOLETTI, A. A. **Introdução às expressões algébricas na escola básica**: variáveis & células de planilhas eletrônicas. 2014. 161 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014.

BOOTH, R. C. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BUTTO, C.; ROJANO, T. Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría. **Educación Matemática**, v. 16, n. 1, 2004.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Portugal: Gradiva, 1998.

CARVALHO, C. A. S. **O aluno do ensino médio e a criação de uma fórmula para o termo geral da progressão aritmética**. 2008. 254 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2008.

CASTRO, A. A. Revisão sistemática e meta-análise. 2001. Disponível em: <<http://metodologia.org/wp-content/uploads/2010/08/meta1.pdf>>. Acesso em: 07 out. 2014.

CASTRO, E. E. **Um estudo exploratório das relações funcionais e suas representações no terceiro ciclo do ensino fundamental**. 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2011.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A.; SCHWARTZ, J. 'Early algebra is not the same as algebra early'. In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds). **Algebra in the Early Grades Mahwah**. New Jersey: Erlbaum, 2007.

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, Analúcia D. Early Algebra Teaching and Learning. In.: Education. Springer Netherlands, 2014. p. 193-196.

CHALOUH, L.; HERSCOVICS, N. Ensinando expressões algébricas de maneira significativa. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.) **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1994. p. 37-48.

CHARBORNNEAU, L. From Euclid to Descartes: Algebra and its Relation to Geometry. N. Bednarz et al. (eds.), **Approaches to algebra**. Kluwer Academic Publishers, 1996. p. 15-37.

CHEVALLARD, Y. Le passage de l'arithmétique a l'algebrique dans l'enseignement des mathematiques au college. (Premiere partie: l'évolution de la transposition didactique). **Petitx**, n. 5, p. 51-94, 1989.

CONCEIÇÃO, K. E. **A construção de expressões algébricas por alunos surdos**: as contribuições do micromundo mathsticks. 2012. 127f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo, 2012.

COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As ideias da álgebra**. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

DÉCHEN, T. **Tarefas exploratório-investigativas para o ensino de álgebra na 6ª série do ensino fundamental**: indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico. 2008. 128f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, 2008.

DEVLIN, K. **Matemática**: a ciência dos padrões. Tradução de Alda Maria Durães. Porto: Porto Editora, 2002.

ECO, U. **Como se faz uma tese**. São Paulo: Perspectiva, 2010.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Unicamp, 1995.

FALCÃO, R. T. J. Alfabetização algébrica nas séries iniciais: como começar? **Boletim do GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 42, p. 27-36, fev./jul. 2003.

FERREIRA, C. R. M. **Os alunos do 1º ano do ensino médio e os padrões**: observação, realização e compreensão. 2009. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2009.

FIGUEIREDO FILHO, D. B. et al. O que é, para que serve e como se faz uma meta-análise? In: ENCONTRO DA ABCP, 9., 04 a 07 de agosto de 2014, Brasília-DF. **Anais...** Brasília-DF, 2014.

FILLOY, E.; ROJANO, T. Solving equations: the transition from arithmetic to algebra. **For the Learning of mathematics**, v. 9, n. 2. FLM Publish Association, Montreal, Quebec, Canada, p. 19-25, June 1989.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). Pesquisa qualitativa em educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 47-76.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Unicamp, 2005.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção Formação de Professores).

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática**: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação. 1994. 414f. Tese (Doutorado em Educação: Metodologia de Ensino) – Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas-SP, 1994.

FIORENTINI, D.; MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo. **Pro-Posições**, v. 3, n.1 (7), p. 39-54, 1992.

FIORENTINI, D.; MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, v. 4, n.1 (10), p. 78-91, 1993.

FREITAS, M. A. **Equações do 1º grau**: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio. 2002. 138f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2002.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GINZBURG, C. **Mitos, emblemas, sinais**. 2. ed. São Paulo: Companhia das Letras, 1989.

GRECCO, E. C. S. **O uso de padrões e sequências**: uma proposta de abordagem para introdução à álgebra para alunos de sétimo ano do ensino fundamental. 2008. 165f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2008.

JANVIER, C. Modeling and the initiation into algebra. N. Bednarz et al. (eds.), **Approaches to algebra**. 1996. p. 225-236. Kluwer Academic Publishers.

KAPUT, J. J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMA, E.; ROMBERG, T. (Eds.), **Mathematics classrooms that promote understanding** Mahwah, NJ: Erlbaum, p. 133-155, 1999.

KERN, N. B. **Uma introdução ao pensamento algébrico através de relações funcionais**. 2008. 134 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008.

KIERAN, C. Learning and teaching of school algebra. In: D. A Grows (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York: Macmillan, p.390-419, 1992.

\_\_\_\_\_. The changing face of school algebra. In: C. Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson, C. Laborde, & A. Pérez (Eds.), **8<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education: Selected lectures**, p. 271-290. Seville, Spain: S.A.E.M. Thales, 1996.

\_\_\_\_\_. Algebraic thinking in the early grades: What is it? **The Mathematics Educator**, v.8, p.139-151, 2004.

KÜCHEMANN, D. E. Álgebra. In.: Hart, K. M. (ed). John Murray. **Children's Understanding of Mathematics**:11-16. London: John Murray, 1981, p. 102-119.

LEE, L. An initiation into algebraic culture through generalization activities. In: BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. (Ed.). **Approaches to algebra: perspectives for research and teaching**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996. p.87-106.

\_\_\_\_\_. Early algebra—but which algebra? The future of the teaching and learning of algebra. In: ICMI Study Conference, 12., 2001, Melbourne. **Proceedings...** Melbourne: ICMI, 2001, v. 2.

LIMA, L.; MOISÉS, R. P. **A variável: escrevendo o movimento**. A linguagem algébrica 1. São Paulo, SP, CEVEC/CIARTE, 2000.

LIMA, T. C. S. de; MIOTO, R. C. T. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. **Katál**, Florianópolis, v. 10, n. especial, p. 37-45, 2007.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectiva em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papyrus, 1997. (Coleção Perspectiva em Educação Matemática).

LORENZATO, S.; VILA, M. C. Século XXI: qual matemática é recomendável? **Zetetiké**, n. 1, p. 41-49, 1993.

LOVATTO, P. A. et. al. Meta-análise em pesquisas científicas: enfoque em metodologias. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 36, p. 285-294, 2007.

MASON, J. Expressing Generality and Roots of Algebra. In: BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. (Ed.). **Approaches to Algebra: perspectives for research and teaching**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996. p. 65-86.

MELO, M. V. **As práticas de formação no estágio curricular supervisionado na licenciatura em matemática**: o que revelam as pesquisas acadêmicas brasileiras na década

2001-2010. 2013. 406f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2013.

MEINICKE, R. L. O. **O professor de matemática e prática reflexiva: estudos com professores da sétima série do ensino fundamental.** 2005. 210f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2005.

MINAYO, M. C. **O desafio do conhecimento.** São Paulo/Rio de Janeiro: Hucitec Abrasco, 1994.

MINELI, J. P. **Fractais: generalização de padrões no ensino fundamental.** 2012. 88f. Dissertação (Mestrado Educação de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2012.

MODANEZ, L. **Das sequências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico.** 2003. 105f. Dissertação (Mestrado Educação de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2003.

MONDINI, F. **Modos de conceber a álgebra em cursos de formação de professores de matemática.** 2009. 178f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, 2009.

NEVES, P. S. de O. Um estudo sobre o significado, o ensino e a aprendizagem da Álgebra. 1995. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

NCTM. **Princípios e normas para a matemática escolar.** Tradução Portuguesa dos Principles and Standards for School Mathematics. Lisboa: APM, 2000.

NODDINGS, N. **The Challenge to Care in Schools.** New York: Teachers College Press, 2005.

OLIVEIRA, L. B. **Implicações pedagógicas do lúdico para o ensino e aprendizagem da álgebra.** 2011. 125f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, 2011.

PADUA, E. M. M. **Metodologia da pesquisa: abordagem teórico-prática.** 2. ed. Campinas: Papirus, 1997.

PANOSSIAN, M. L. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino.** 2008. 180f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade São Paulo, São Paulo, 2008.

PASSOS, C. L. B. et al. Desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática: uma meta-análise de estudos brasileiros. **Quadrante**, v.15, n.1 e 2, p. 193-219, 2006.

PEREIRA, M. D. **Um estudo sobre equações**: identificando conhecimentos de alunos de um curso de formação de professores de matemática. 2005. 187f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

PEREZ, E. P. Z. **Alunos do ensino médio e a generalização de padrão**. 2006. 126 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2006.

PICCIOTTO, H.; WAH, A. A new álgebra: Tool, themes, concepts. **Journal of Mathematical Behavior**, v.12, n. 1, p. 19-42, 1993.

PINTO, N. B. A avaliação da aprendizagem como prática investigativa. In: ENDIPE, 9., PUCPR, v. 3, 2003.

PINTO, C. M. “Metanálise qualitativa como abordagem metodológica para pesquisas em letras”. **Atos de Pesquisa em Educação**, v. 8, n. 3, p. 1033-1048, set./dez., 2013.

PIRES, F. de S. **Álgebra e formação docente**: o que dizem os futuros professores de matemática. 2012. 171f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, PPGE/ UFSCar, 2012.

PIRES, F. de S. **Ensino e aprendizagem de conceitos algébricos e o uso de tecnologias**: analisando possibilidades. 2009. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 2009.

PONTE, J. P. Álgebra no currículo escolar. **Educação e Matemática**, n. 85, 2005.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

POWELL, A. Caleb Gattegno (1911-1988): a famous mathematics educator from Africa?. **Revista Brasileira de História da Matemática**, 2007.

QUEIROZ, R. L. S. Pesquisa qualitativa e pesquisa quantitativa: perspectivas para o campo da etnomusicologia. **Claves**, n. 2, p. 87-98, 2006.

RADFORD, L. **Cognição matemática**: história, antropologia e epistemologia. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

RAMOS, M. R. **Uma investigação sobre a produção de tarefas algébricas para o 6º ano do Ensino Fundamental**. 2011. 205f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2011.

RODRIGUES, M. B. F. **Breve definição do paradigma indiciário**. (Sem ano). Notas de aula. Programa de Pós-Graduação em História. Universidade Federal do Espírito Santo.

ROJANO, T.; SUTHERLAND, R. La sintaxis algebraica en el proyecto viético.

MEMORIAS DEL TERCER SIMPÓSIO INTERNACIONAL SOBRE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA. PNFAPM /Universidad de Valencia, España, 1991.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. **Diálogo Educacional**, Curitiba, v.6, n.9, p.37-50, set./dez. 2006.

SAKAI, E. D. C. T. **Um panorama das pesquisas sobre as práticas de estágio supervisionado em matemática nas regiões norte, nordeste e centro oeste do Brasil**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, 2014.

SALGUEIRO, N. C. G. **Como estudantes do ensino médio lidam com registros de representação semiótica de funções**. 2011. 132f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, 2011.

SANTOS, A. T. C. **O Ensino de Função Logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do software GeoGebra**. 2011. 200f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2011.

SÃO PAULO. Secretária de Educação do Estado de São Paulo. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática**. Secretária de Educação do Estado de São Paulo. São Paulo: SEE, 2008.

SCHMITTAU, J.; MORRIS, A. The development of algebra in the elementary mathematics curriculum of V. V. Davydov. **The Mathematics Educator**, v.8, n.1, p. 60-87, 2004.

SCHMITTAU, J. The development of algebraic thinking: a vygotskian perspective. **ZDM**, v.37, n.1. p.16-22, 2005.

SCHOEN, H. L. Ensinar a álgebra elementar focalizando problemas. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

SFORNI, M. S. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino**: contribuições da Teoria da Atividade. Araraquara: JM, 2004.

SILVA, D. P. **Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I**. 2013. 163f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, 2013.

SILVA, E. P. **Aspectos do pensamento algébrico e da linguagem manifestados por estudantes do 6º ano em um experimento de ensino**. 2013. 145f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2013.

SOARES, M. B. As pesquisas nas áreas específicas influenciando o curso de formação de professores. **Cadernos ANPED**, n. 5, set. 1993.

SOCAS, M. M.; CAMACHO M.; PALAREA M.; HERNÁNDEZ J. Inicacion al algebra. Madrid: Ed Sínteses, 1996.

SOUSA, M. do C. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. 2004. 291f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação da Universidade de Campinas, 2004.

SOUSA, A. S. **Metacognição e ensino de álgebra**: análise do que pensam e dizem professores de matemática da educação básica. 2007. 184f. Dissertação (Mestrado Profissional Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2007.

SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. S. V. **Álgebra**: das variáveis às equações e funções. São Paulo: Caem, 1996.

STACEY, K.; CHICK, H.; KENDAL, M. (Eds). The Future of the Teaching and Learning of Algebra: The 12th ICMI Study. **Kluwer, Dordrecht**. (2004, XIV, 373p., Hardcover ISBN: 1-4020-8130-8, New ICMI Study Series, v. 8).

STEEN, L. A. Patterns. In: STEEN, L. A. (Editor). **On the Shoulders of Gigants**: New Approaches to Numeracy. Washington: National Academy Press, 1990.

TINOCO et al. Caminho da álgebra na escola básica. In: SEMINÁRIO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO (SPEMRJ), 4., Rio de Janeiro, 2008.

TRIGUEROS, M.; URSINI, S. Integración de los distintos usos de La variable. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (CIBEM), 5., Porto, 2005. **Actas...** Porto, 2005. 1 CD-ROM.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões: um tema transversal do currículo. **Revista da Associação de Professores de Matemática**, n. 85, nov./dez. 2005.

VELOSO, D. S. **O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébricos no ensino fundamental**: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano. 2012. 245f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, 2012.

ZAZKIS, R.; LILJEDHAL, P. Generalization of patterns: the tension between algebraic thinking and algebraic notation. **Educational Studies in Mathematics Teaching Children Mathematics**, v. 49, p. 379-403, 2002.

## ANEXO

**FICHA — Mapeamento de dissertações/teses que têm o pensamento algébrico como foco de estudo/análise**

**(Adaptação do Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores de Matemática (GEPFPM) - Unicamp).**

**Código do trabalho:** SOBRENOME do autor, seguidas das iniciais do(s) nome(s), ano de defesa, Estado, IES, Área da Capes (**En**-Ensino, **Ed**-Educação), modalidade do curso (MP, MA, DO)

**SOBRENOME, Autor. Título. Ano. p. xxx. Trabalho — IES, Local, ano. Orientador:**

**Disponível em:**

**Palavras-chave: .....**

Perspectiva do Autor do trabalho (Toda a transcrição literal deve vir em aspas, indicando a página.)	Problema/Objetivos /Objeto/Questão da pesquisa	Procedimentos Metodológicos		Resultados/Considerações	Principais Referenciais teóricos (relativos ao ensino de álgebra)
		Tipo de Pesquisa e de coleta/produção dados	Procedimentos de análise		
	1) Os objetivos estão explícitos no trabalho? ( ) Sim ( ) Não	O tipo de pesquisa está explícito no trabalho? ( ) Sim ( ) Não	Descrição do processo analítico	Descrever ou transcrever (colocando entre aspas e respectiva página) os principais resultados ou achados da pesquisa. Observe que os resultados diferem das conclusões, por essas últimas passarem por um processo mais sofisticado de síntese ou elaboração.	Citar apenas aqueles referenciais e autores tomados como base para a concepção do objeto de pesquisa e principalmente no processo de análise e de produção de resultados e conclusões.
	1.1) Transcreva os Objetivos (indicando a página):	Transcrever um recorte do autor para mostrar o que se pensa por pesquisa.	fazer uma síntese a respeito desse processo, citando, sempre que possível, as próprias palavras do autor.		
	2) A questão investigativa está explícita? ( ) Sim ( ) Não	Contexto & Sujeitos O contexto da pesquisa foi definido? ( ) Não ( ) Sim – Qual _____			
	2.1) Transcreva a questão investigativa:				
	Caso encontre objetivos e questões	Os sujeitos da pesquisa			

	distintas em vários lugares do trabalho, colar todas elas. 3) Foco(s) de análise	foram caracterizados? ( ) Não ( ) Sim – Quais? _____			
	Problema/problemática de partida e questão investigativa	Organização do material de análise ou Corpus de análise	Categorias ou eixos de análise	-Principais conclusões no que se refere ao ensino de álgebra	Destacar a perspectiva ou campo teórico e sua presença durante a análise
	O problema está explícito no trabalho? ( ) Não ( ) Sim _____ _____ _____  Como o problema ou problemática foi tratada até chegar à questão de pesquisa? ( ) O problema não está relacionado à questão de pesquisa? ( ) Não explícita como chegou. ( ) Não tem questão ( ) Pela literatura ( ) pelo memorial (pessoal ou acadêmico) ( ) a partir de uma problematização (teórica e/ou prática) ( ) a partir de resultados de avaliação ( ) Outros _____ (Assinalar a alternativa e descrever sucintamente como o autor chegou à questão investigativa)	Verificar e escrever qual foi efetivamente o corpus de análise, isto, os materiais, eventos e registros que efetivamente foram tomados como objeto de análise.	Utilizou categoriais ou eixos de análise? ( ) Não ( ) Sim  Citar/descrever as categoriais ou eixos de análise, utilizando as expressões próprias do autor.	Verificar se as conclusões são produzidas a partir de uma síntese das análises ou do confronto entre os resultados da pesquisa e a parte teórica.	
				O autor aponta algumas contribuições ou recomendações ao ensino de álgebra? ( ) Não ( ) Sim – citar _____ _____	

Interpretações, percepções e considerações	Considerações complementares
--	------------------------------