UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

MAURO APARECIDO ABREU

DESENVOLVIMENTO DE PROJETOS EDUCACIONAIS POR MEIO DE PLANOS DE AULA EM GEOMETRIA MÉTRICA COM VIÉS ECOLÓGICO

Sorocaba
2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA – CCTS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA, QUÍMICA E MATEMÁTICA – DFQM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

MAURO APARECIDO ABREU

DESENVOLVIMENTO DE PROJETOS EDUCACIONAIS POR MEIO DE PLANOS DE AULA EM GEOMETRIA MÉTRICA COM VIÉS ECOLÓGICO

Dissertação elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação de Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientador: **Prof.º Dr. º Antonio Luís Venezuela**

Sorocaba
2018

Abreu, Mauro Aparecido

DESENVOLVIMENTO DE PROJETOS EDUCACIONAIS POR MEIO DE PLANOS DE AULA EM GEOMETRIA MÉTRICA COM VIÉS ECOLÓGICO / Mauro Aparecido Abreu. -- 2018.
157 f. : 30 cm.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba
Orientador: Antonio Luís Venezuela
Banca examinadora: Luiza Amalia Pinto Cantão, Renato Fernandes Cantão
Bibliografia

1. Planos de aula. 2. Sólidos geométricos. 3. Geometria métrica. I. Orientador. II. Universidade Federal de São Carlos. III. Título.

Banca Examinadora:

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Mauro Aparecido Abreu, realizada em 18/12/2018:

Prof. Dr. Antonio Luís Venezuela
UFSCar

Profa. Dra. Luiza Amália Pinto Cantão
UNESP

Prof. Dr. Renato Fernandes Cantão
UFSCar

"Dê-me um mote que te darei mil motivos para escrever"

(Camões)

Agradecimentos

Agradeço aos meus Pais, Sr João e Dona Ana pela sabedoria, paciência, amizade e amor demostrados em todos os anos de convivência familiar.

A minha querida esposa Silvia, pela parceria e amor destes últimos 23 anos de convivência.

Aos meus filhos, que são o mote, o que me movem em todas as direções necessárias.

Aos meus irmãos Marco Antônio e Mateus Leandro pela infância abençoada.

Aos amigos, a família do coração, amigos do PPGECE, PROFMAT e da Escola Beathris Caixeiro Del Cistia que sempre deram muita força, apoio e principalmente obrigado pela parceria nos momentos difíceis. Em especial a Professora Lilian Trípoli de que nunca me deixou desanimar e aos amigos de turma Fábio Takeshi Iriye e Gilmar Aparecido Quaresma Leme pelas horas de estudos em conjunto e pelo apoio.

Aos gestores da escola, obrigado por agrupar todas as aulas de segunda a quinta feira, por disponibilizar local para estudo aos fins de semana entre e outras ações necessárias de para que concluísse este curso.

Obrigado aos professores, em especial ao meu orientador Professor Doutor Antonio Luís Venezuela pelas instruções e amizade.

Enfim agradeço a Deus que proporcionou tal convivência, agradeço a vida...

Resumo

Reconhecer a qualidade da água e descobrir formas de reduzir seu consumo é uma questão de sobrevivência, no entanto, até pouco tempo "o planeta azul" considerado um bem inesgotável, tornou-se, hoje equidade social, algo a ser poupado sob o risco de problemas no abastecimento das grandes cidades de acordo com a portaria 2914 de 12/12/2011 do Ministério da Saúde. A escolha dessa situação problema, uma das maiores preocupações dos pesquisadores quanto ao futuro da humanidade, está relacionada ao papel que a água representa para a sociedade. Por essa razão, o principal objetivo desse trabalho é conscientizar os discentes quanto à minimização do consumo de água tratada através do aproveitamento de água pluvial, para uso não potável com a criação de uma cisterna, que corroborasse com uma metodologia de ensino e aprendizagem, que valorizasse e possibilitasse a realização de uma conexão entre a matemática e o concreto. Ciente de que qualquer objeto no mundo tem altura, largura e profundidade e que a importância de relacionar os conteúdos (aplicabilidade da matemática através do ensino da Geometria espacial a partir dos sólidos geométricos e principalmente no que diz respeito à expressão gráfica das formas e suas relações) com o dia a dia do aluno é uma ação primordial, que deve ser mediada pelo professor de maneira efetiva, visto que, hoje em dia em pleno século do conhecimento, é fator imprescindível, é fundamental ao desenvolvimento do raciocínio do estudante, pois essa intervenção gera possibilidades e transfigura-se a fim de que os estudantes conheçam o palpável. Contudo, foi preciso averiguar o que os alunos dominavam sobre área das figuras planas, área de superfície total e volume dos principais sólidos geométricos e, para tanto, uma revisão com exercícios e construção de sólidos geométricos (planificações), foi realizada para que visualizassem o espaço interno, ou capacidade volumétrica de um poliedro e, dessa forma, pudessem conectar o conteúdo estudado à realidade, podendo calcular o quanto de água cabe dentro de um reservatório. Assim, a aplicabilidade da matemática através do ensino da Geometria Espacial a partir dos sólidos geométricos, principalmente no que diz respeito à expressão gráfica das formas e suas relações matemáticas, foram fundamentais ao desenvolvimento do raciocínio dos alunos. O mote que inspirou esse projeto teve início por intermédio de questões relevantes, como: redução do consumo de água, como também o que seria viável para reduzir os gastos com água potável e, qual a contribuição da matemática nesses aspectos e o que seria viável aprender e apreender. Após contextualização das respostas somadas à compreensão da matemática no que tange esse projeto, levou e instigou o aluno do Ensino Médio a saber interpretar e resolver problemas matemáticos, principalmente no que diz respeito à expressão gráfica das formas e suas relações matemáticas encontradas em várias situações do cotidiano, desenvolvendo o, assim seu raciocínio lógico, como também interferir nas decisões profissionais, ambientais, políticas, sócio econômicas e culturais ajudando-o na questão mais importante que é a segurança hídrica.

Palavras-chave: Coleta de água da chuva; sólidos geométricos; aula expositiva, planificações, capacidade volumétrica.

Abstract

Recognizing the quality of water and discovering ways to reduce its consumption is a matter of survival, however, until recently "The Blue Planet" considered an inexhaustible good, has become, today social equity, something to be saved under the plastic risks in the supply of the of large citiesin accordance with portfolio nº 2914 of 12/12/2011 of the Ministry of Healf. The choice of this problem situation, one of the researchers ' greatest concerns about the future of mankind, is related to the role that water represents to society. For that reason, the main goal of this work is to make students aware of the minimization of water consumption treated by harnessing rainwater for non-drinkable use with the creation of a cistern, which corroborate a teaching and learning methodology, that valuable support and possibility the realization of the connection between mathematics and the concrete. Aware that any object in the world has height, width and depth and that the importance of relating the contents (Applicability of mathematics through the teaching of spatial geometry from the geometric solids and especially with regard to the graphic expression of the forms and their relations) the student's day to day is an action primordial, which must Be mediated by the teacher effectively, since, nowadays In the full century of knowledge, right factor indispensable, it is fundamental to the development of the student's reasoning, because that intervention generates possibilities and transfigures in order that the students mean the palpable. However, it was necessary to check what students dominated on Euler's ratio, total surface area and volume of the main geometric solids and, for that, a review with exercises and construction of geometric solids (flattened figure), was performed to visualize the faces, edges, and vertices and thereby provide to connect the studied content to reality. Thus, the applicability of mathematics through of the teaching of spatial geometry from the geometric solids, especially with regarding to the graphic expression of the forms and their mathematical relations, was fundamental to the development of reasoning of the students. The motto that inspired this project started by intermediate of relevant issues, such as: reduced water consumption, but the northeast suffers from drought, as well as what would be feasible to reduce spending on drinking water and,

The contribution of mathematics to these aspects and what would be feasible to learn and apprehend. After contextualization of the answers plus to the understanding of mathematics regarding this project, and lead to and instigated the high school student to know how to interpret and solve mathematical problems, especially with regard to the graphic expression of the forms and their relations Mathematical Tombs in various situations of daily life in, developing the, so your Reasoning Logical, As well Interfered In professional, environmental, political, socio-economic and cultural decisions to helped it In the most important issue that is water safety.
Keywords: Rainwater harvesting; Geometric solids; Expositive class, Flattened figure, Volumetric capacity.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Glossário

EMBASA: Empresa Baiana de Águas e Saneamento.

ENEM: Exame Nacional de Ensino Médio.

LDB: Lei de Diretrizes e Bases da Educação.

OMS: Organização Mundial da Saúde.

ONU: Organização das Nações Unidas.

PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais.

TIC: Tecnologias de Informação e Comunicação.

UNICEF: Fundo das Nações Unidas para a Infância.

Sumário

Capítulo 1

Introdução e Objetivos

Mãe, me dá um copo com água? A pergunta básica de uma inocente criança solicitando água para mãe foi o que me levou a refletir sobre a necessidade da preservação da água e como podemos incluí-la na disciplina de matemática ao cotidiano escolar. Analisando a frase é possível notar que este conhecimento começa dentro da família com os exemplos dos pais ou responsáveis, pois, geralmente a criança os vê como "heróis", pessoas as quais se devem seguir, referências básicas de ética e cidadania, que de certo modo a influenciará direta ou indiretamente em todas as suas decisões, inclusive no seu desenvolvimento cognitivo.

Quando a mãe ensina ao filho que deve apagar a luz ao sair do quarto, escovar os dentes com mínimo de água necessária ou se ensaboar com o chuveiro desligado, imediatamente detectou que todos esses atos estão intrinsecamente ligados à economia doméstica e em ínfimos casos na cultura da preservação de bens renováveis na natureza.

Pensando nos poucos preocupados com a natureza temos efetivamente dois grupos: os que desenvolvem esta preocupação de tanto ouvir falar da necessidade de se preservar o meio ambiente e os estudiosos do assunto, teóricos e pesquisadores que buscam processos para diminuir os impactos ambientais no mundo que, ao disseminarem estas informações levam o interlocutor à reflexão e consequentemente em uma mudança de paradigmas colocando-o em desenvolvimento nas comunidades, efetivando conhecimento na prática e o incluindo na cultura básica para sobrevivência no mundo e do mundo. A aprendizagem acumulada no decorrer da humanidade gerou meios de aperfeiçoamento para a sobrevivência. Ao mensurar essa evolução em grandes centros urbanos se utilizam boilers e placas solares para o aquecimento de água enquanto já foi presenciado observar o mesmo processo utilizando-se um saco preto cheio de água apoiado em um buraco na areia (vide apêndice), fato este que me levou a sempre tentar solucionar as dificuldades existentes com os materiais disponíveis.

Estes exemplos práticos raramente são vistos na escola; no entanto não estão faltando pessoas responsáveis e comprometidas com a educação, mas sim exemplos reais e significativos o que visa esse projeto: criar possibilidades de aquisição de estratégias que possam ampliar o conhecimento dos estudantes para que ao interpretarem a realidade, ultrapassem os muros escolares, que devido à persistência do currículo acadêmico, ainda continua limitada com aulas fechadas. O tradicionalismo teórico nas escolas ainda é forte, mas é possível elaborar exemplos práticos e efetivos dentro da Unidade Escolar voltados para a ecologia.

Levando em conta este pensamento e o conservadorismo curricular que persiste nas escolas, somados à indiferença de muitos educadores diante dos interesses dos discentes, foi o que me levou a refletir sobre a distância que há entre o que se ensina na escola e a cultura, o saber que cada um dos alunos traz consigo. Então, a forma de favorecê-los a expandir os conhecimentos seria ensiná-los a pesquisar, relacionar e estabelecer nexos para que, de modo definitivo, venham compreender e, a partir desse momento, adquirir um novo olhar sobre a organização de estudo, então, comecei a introduzir projetos como forma de ordenar os conhecimentos.

Inicialmente, a partir da reflexão da importância da água no planeta, visto que é um recurso natural e essencial à vida de todos os seres vivos que habitam na Terra, foi realmente uma nova fase de estudo e de pesquisa, o marco para um passo a mais no replanejamento escolar, o qual, por meio de um Projeto, se vinculasse teoria e prática constituindo a concretização entre o ensino e a aprendizagem.

Na reflexão e na implementação dos conteúdos, os docentes participantes, descobriram e estabeleceram os procedimentos, conceitos e atitudes, não de forma rígida e sim pelas interações interdisciplinares e em espiral sobre a utilização da água no processo de produção de tudo que se consome como também o intenso uso que a humanidade exige e as consequências provocadas pelos impactos, que ultrapassam a capacidade dos mecanismos naturais de purificação da água.

Então, se fez necessária a conscientização dos discentes e docentes para a utilização sustentável da água (situação problemática) e, gradativamente, proporcionando condições, no decorrer do projeto. A curiosidade será renovada a cada problema solucionado e assim adquirindo o conhecimento.

No que tange ao desperdício de água no planeta, foco principal desse trabalho, e a quantidade de sérios problemas que esse fato pode acarretar à humanidade, economizar água tornou-se algo mais do que necessário para a preservação da vida e um dos maiores desafios para nós, seres humanos, é buscar alternativas de uso sustentável da água.

Pensando seriamente sobre essa problemática é que se pensou nas águas da chuva, pois esta poderia ser reaproveitada, para uso não potável, com a criação de uma cisterna. Então, criou-se alternativas e propostas que proporcionaram a participação crítica dos alunos através de uma metodologia de ensino e aprendizagem que valorizou e possibilitou a conexão entre a matemática e a realidade, visto que qualquer objeto no mundo tem altura, largura e profundidade e que, a importância de relacionar os conteúdos com o dia a dia do aluno se torna cada vez mais imprescindível.

Assim, a aplicabilidade da matemática através de questões relevantes, como redução do consumo de água foi o mote para realizar esse projeto, pois a demanda de água gasta nos banheiros escolares ao utilizar a descarga e lavagem destes é muito grande.

Desse modo, o intuito deste projeto é o de fazer um levantamento de dados na escola como: a quantidade de pessoas que a utilizam, o volume de água potável usado e que poderia ser substituído por água pluvial, uma simulação do balanço de massa no reservatório para obtenção de volume, análise de precipitação e balanço hídrico. A efetiva redução (por substituição) de gastos e custos de água potável, que esta prática proporcionou, tanto econômica quanto ambiental, levou os alunos a compreender a distribuição das águas da chuva e do volume a ser reservado, como também possibilitou que os discentes expressem espontaneamente como compreenderam a situação apresentada. Enfim, esse sistema de reaproveitamento de águas pluviais gerou um impacto positivo na escola, oportunizou a investigação e o desenvolvimento de habilidades como: fazer estimativas em relação custo/benefício e local a ser implantado, justificar e analisar, como também, direcionou ações que promoveram sua participação na sociedade escolar e postura de cidadania por meio de reflexões, diálogos vídeos, instrumentos de mediação e recursos tecnológicos. Conscientizando-os nas decisões profissionais, ambientais, políticas, sócias econômicas e culturais e os ajudou na questão mais importante que é a segurança hídrica.

Sendo assim, é possível em relação à linguagem e à literatura aprender e apreender a fazer distinção da função das orações, reconhecer e analisar textos, definir principais movimentos literários, autores e obras e introduzir-se nos diferentes meios de comunicação. Quanto à matemática, ponto principal desse projeto, é possível chegar a entender o sentido simbólico e formal da matemática e do número, seu valor funcional e sua progressiva complexidade, como também dominar a análise de uma situação problema, realizar aplicações de redução de custos, dominar cálculo de áreas das figuras planas e o cálculo de volume dos sólidos geométricos, enfim adquir serenidade para enfrentar as dificuldades dos problemas matemáticos.

O objetivo geral desta dissertação é criar um plano de ensino em geometria métrica utilizando uma cisterna como objeto de estudo para desenvolver um projeto viável e ecologicamente correto visando a conscientização dos discentes e docentes quanto à utilização de água potável na Unidade Escolar, do seu desperdício e da possibilidade de se captar água pluvial, para uso não potável, minimizando, assim o consumo de água tratada.

Os objetivos específicos são:

- Estudar os Parâmetros Curriculares Nacionais para concretizar a ideia de interdisciplinaridade no ensino da matemática.
- Nortear o ensino da matemática alicerçado no Currículo Oficial de Matemática do Estado de São Paulo.
- Qualificar e assegurar o ensino da matemática apoiada com um livro didático de boa qualidade que possibilite a construção do conhecimento científico pelo discente.
- Desenvolver as competências humanas relacionadas aos conhecimentos matemáticos e científico-tecnológicos abordados no Exame Nacional do Ensino médio (ENEM).
- Contextualizar a interdisciplinaridade do ensino da matemática que possibilite aos alunos a participação de diferentes práticas sociais neste mundo contemporâneo.
- Promover a conscientização sobre a utilização da água, um bem cada vez mais escasso no mundo contemporâneo.

- Estudar conceitos básicos de geometria plana.
- Calcular áreas dos principais polígonos, do círculo e suas partições e composições de figuras.
- Calcular área total dos principais sólidos geométricos, prismas, pirâmides, cones e esferas.
- Calcular o volume dos principais sólidos geométricos, prismas, pirâmides, cones e esferas.
- Associar a quantidade de água a um determinado volume.
- Trabalhar com projetos ecologicamente corretos visando a interdisciplinaridade envolvendo docentes e discentes em um mundo mais sustentável.
- Compreender a importância da globalização e suas relações com a sociedade como fontes informativas e levá-las aos alunos, enfatizando a questão interdisciplinar.
- Implementar uma nova forma interdisciplinar onde o professor faça parte do processo de reflexão e interpretação sobre a sua prática educativa sendo pautada na relação entre o ensino e a aprendizagem. Determinar uma série de alterações na organização dos conhecimentos didático-pedagógicos.

Os próximos capítulos são:

- Fundamentação teórica: Este capítulo fornece o alicerce necessário para fundamentar, nortear discussões relevantes, que permitam embasar todo o contexto contido no decorrer do trabalho.
- Pesquisa bibliográfica: Este capítulo nos fornece validade científica que nos permite conhecer diferentes contribuições sobre o assunto em questão.
- Projetos: Este capítulo aborda a aprendizagem mais significativa por meio de um projeto interdisciplinar que favorece o diálogo entre o currículo e a realidade que o cerca.
- Planos de aula: investigam, analisam e introduzem os problemas ligados aos volumes dos principais sólidos geométricos, tais como prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera.

Pretende-se assim contribuir com a aplicabilidade de um projeto educacional ecologicamente correto tendo a cisterna como objeto de estudo gerando planos de aula sobre geometria métrica espacial, abordando os conteúdos necessários para o desenvolvimento da relação entre a capacidade de água e um determinado volume.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

Vivemos e atuamos numa realidade diversificada movida pelos meios de comunicação. Com a virada do milênio, enxurradas de informações chegam até nós e, por serem instantâneas, criam falta de profundidade gerando, assim, perda de identidade. Vive-se o "Carpe Diem", o presente, sem vínculo com o futuro, fato este que ocorre devido à não referência na realidade que está em constante mudança.

> Instantaneidade, velocidade de informação, liquidez (BAUMAN, 2005).

Esse acúmulo de informações reforçou a ideia de que a Educação Brasileira sempre foi pautada e predeterminada nas probabilidades da Pedagogia Tradicional e, embora a Escola e o corpo docente resistam e persistam nesse método no qual o ensino e o que deve ser ensinado ao aluno é fator primordial, fez-se necessário, devido aos efeitos da globalização e às mudanças relativas aos meios de comunicação, elaborar propostas inovadoras para melhorar o ensino na importância de levar em conta o mundo do lado de fora da escola, que envolva a realidade do aluno, para aprendizagem e a educação para a vida.

> Esta perspectiva da globalização trata de unir o que está separado, estabelecendo novas formas de colaboração e de interpretação da relação entre o simples e o complexo. É uma forma de conhecimento do mundo que vai além das disciplinas do currículo, é um desafio de como adquirir o aceso às informações sobre o mundo e como adquirir a possibilidade de articulá-las e organizá-las (MORIM, 1997).

2.1. PCN – PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

Novo olhar para a aprendizagem

Mediante novos olhares para a educação, buscarou-se orientações que visam uma aprendizagem significativa nos PCNs, no Currículo do Estado de São Paulo e no PNDL, como também de estudiosos que buscam caminhos e inovações para o ensino de Matemática no século do conhecimento.

Após a leitura e compreensão dos PCNs foi possível compreender que o ensino de matemática deve estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta principal do trabalho docente para que se faça entender, fazer-praticar. No entanto, para que essas mudanças ocorram é preciso repensar o saber escolar e a função da escola, mas também é imprescindível que o professor questione seu próprio ensino. Urge, assim, uma reflexão e o reconhecimento que o aprendizado em matemática ou em qualquer outra disciplina deve ser útil à vida e ao trabalho, onde informações, conhecimentos, competências e habilidades sejam instrumentos de percepção. E são justamente estes fatores que os PCNs apresentam aos professores como parâmetros e direcionamentos para que ao aprender e apreender possam dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdo, como também, estar em consonância com as outras disciplinas, contextualizando sem dissociá-las do texto original,

Aluno ↔ Objeto real ↔ Vínculo com as outras áreas

Os PCNs corroboram para concretizar a ideia de interdisciplinaridade para favorecer significados para o aluno no processo de ensino aprendizagem utilizando-se de vários recursos como: imaginação, intenção, raciocínio indutivo e raciocínio lógico indutivo, articulando, nesse caso, matemática aos temas de ciências e tecnologias.

> A interdisciplinaridade seria uma forma de se chegar a transdisciplinaridade, etapa que não ficaria na interação reciprocidade entre as ciências, mas alcançaria um estágio onde não haveria mais fronteiras entre as disciplinas (PIAGET, 1988).

Os desafios são ambiciosos, mas a partir do momento que o docente toma conhecimento e entendimento, por meio da leitura dos PCNs, perceberá que é possível ensinar matemática, não como forma reprodutora e centrada na matéria em si, mas na busca de se policiar, de ter um objetivo, de ter um por quê do ensino, que aguce a curiosidade do discente e, por conseguinte, ajude-o a adquirir uma série de saberes, que ao serem vinculados à aprendizagem e às situações problemas reais o prepare para a vida.

Porém, essa mudança só será possível se ocorrer no coletivo, na interatividade, pois não há a mínima chance de se pensar em transformar a escola de maneira individual, por isso a equipe gestora e todo o corpo docente devem repensar a questão do sentido e do por quê ensinar.

Comprometimento, união, reflexão, novos olhares para educação são para a escola do século XXI condições para gerar melhor desenvolvimento e, consequentemente, criar possibilidade aos alunos de oportunidade, como também de participar de várias práticas sociais de modo ético, crítico e democrático e prepará-los para a vida e conforme Dellors e Eufrazio (1998), ser hábil não significa saber-conhecer, mas saber-fazer; saber-conviver e saber ser.

2.2. CURRÍCULO OFICIAL DE MATEMÁTICA DO ESTADO DE SÃO PAULO

Educador/Aluno - Aprendizagem Habilidades e Competências.

É sabido que o ensino de matemática é parte essencial de todas as heranças cognitivas da sociedade e que as ciências da natureza ocupam a visão do mundo natural, visto que é preciso conhecimento científico para entender o mundo.

Certamente, esses não seriam os melhores caminhos, contudo a resistência do professor ainda persiste embasada no tradicionalismo e esquece de que o sentido deve ser útil à vida, pois o processo do conhecimento matemático deve ser significativo para o aluno, isto é, deve conduzir o aluno à exploração de uma variedade de ideias e estabelecer relações entre fatos e conceitos (CARVALHO, 1946).

Desse modo, a Matemática na Unidade Escolar deve ser alicerçada no Currículo do Estado de São Paulo que tem como prioridade o exercício da cidadania e a inserção do jovem na sociedade que a cada dia torna-se mais competitiva. Observe a tabela 1 que representa as duas posições referentes ao Currículo Escolar, sem intenção de exclusão, e sim de situar algumas concepções e práticas escolares (HERNÁNDEZ, 1997) adaptados por Schudi e Lafer, (1996):

Tabela 1. Práticas escolares centradas nas disciplinas versus centrado em problemas. (adaptado por Schudi e Lafer, 1996).

CENTRADO NA MATÉRIA TRANSDISCIPLINARES	PROBLEMAS
Conceitos disciplinares	Temas ou problemas
Objetivos e metas curriculares	Perguntas e Pesquisas
Conhecimento canônico	Conhecimento construído
Centrado em conceitos disciplinares	Centrado em temas/problemas
Lições	Projetos
Centrado na escola	Centrado no mundo real
O conhecimento tem sentido por si mesmo	Conhecimento em função de aprendizagem
O professor como especialista	O professor como facilitador

Fonte: Hernández (1997).

De acordo, com Efland (1997):

> Deveria-se organizar o currículo a partir de ideias-chave que transcendem a uma disciplina (mudança, identidade, vida, símbolo,...) e que definiriam a partir do próprio conhecimento. Optar pela transdisciplinaridade vinculada ao Currículo integrado, é uma possibilidade diante da situação de incerteza e desconcerto de muitos docentes para responder às mudanças que hoje, têm lugar na sociedade: os saberes, os alunos e a própria educação escolar.

Partindo desse pressuposto, a contextualização do estudo de Matemática e as ciências da natureza aprofundam as competências específicas a serem desenvolvidas pelas disciplinas associadas às tecnologias (interdisciplinaridade); contribui para ir além dos conteúdos estritos, mas ainda é fator de discussão entre os teóricos, pois parece pouco claro para os formadores que devem, primeiramente, saber sua disciplina, dominar com segurança os recursos midiáticos para saber ensinar.

> A questão interdisciplinar é algo, que a meu ver, está ainda muito difuso (PERRENOUD, 1999).

Porém, dizer aos alunos que aprender a matéria com atividades teóricas é fundamental e necessário, já não os convencem mais, visto que, motivá-los é muito importante para a construção do conhecimento, é levá-los a serem coautores das atividades desenvolvidas. Portanto, o professor deve investir em relações de reciprocidade para construir conhecimentos - construir e não repetir; de mero transmissor de saberes deverá converter-se em formulador de problemas, provocador de interrogações, coordenador de equipes de trabalho possibilitando o diálogo entre culturas e gerações. Logo, a postura crítica do professor frente aos novos conceitos de Matemática, se não forem focadas ao que realmente interessa de nada adiantará o aluno resolver um problema ou um exercício se, na prática é incapaz de perceber os efeitos das diferentes estratégias que podem ser utilizadas e, com isso o ensino tradicionalista em vez de ajudar o aluno a refletir produtivamente sobre o que aprendeu e apreendeu em matemática, obscurecem a identificação de propriedades que realmente interessam como instrumento e não como finalidade.

2.3. PNLD - PLANO NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO

O Livro Didático.

O livro didático tem sido no século do conhecimento, assunto de constante debate e pesquisas. Com o intuito de assegurar a qualidade dos livros didáticos a serem adotados principalmente pelas escolas públicas foi criado o Programa Nacional de Livro Didático (PNLD), que se comprometia em fazer uma avaliação pedagógica dos livros antes de chegar à sala de aula. Com a criação do PNLD os livros didáticos voltaram a ter maior atenção por parte do Ministério da Educação e despertou o interesse de estudiosos em investigar cada vez mais o propósito do programa, bem como a qualidade do livro didático que chega a sala de aula, uma vez que analisar livros didáticos significa compreender o ensino no qual está intimamente interligado (ALBUQUERQUE, 2002). Mas afinal qual seria o seu papel na Escola e para o professor?

Certamente, ele é um suporte de apoio que nos traz conhecimentos e contribui para com o professor quanto à organização de suas práticas, como também, oferece sugestões para que aprofundem suas concepções pedagógicas, porém o professor tem total liberdade de escolha e de espaço para que não se torne refém. Assim, cabe a ele, complementá-lo e adequá-lo à realidade do aluno, isto é, levar em conta o contexto social e cultural em que estão inseridos e, nesse caso o educador é insubstituível.

> O livro didático auxilia o estudante quanto a ampliar sua compreensão, interpretação e, também ao professor para conduzir os temas e orientar a pesquisa (PE 4). Assim, o professor deve buscar no livro didático as contribuições que possibilitam a ele mediar a construção do conhecimento científico pelo aluno, para que este se aproprie da linguagem e desenvolva valores éticos, mediante os avanços da ciência, contextualizada e socialmente relevante (PERUZZI, et al, 2000).

Sua utilização depende de muitos fatores como, por exemplo: qual a função pedagógica que ele pode representar? Embora a grande maioria dos professores torna-se dependente do livro didático, há de se convir que há bons livros, porém com pouca diversificação. Por isso ao escolher o livro didático o docente deve considerar, entre outros critérios, a proposta pedagógica, os modos de contextualização e apresentação dos conteúdos, bem como o nível de complexidade e relações estabelecidas com o cotidiano dos estudantes. Embora as TICs estejam incorporadas ao cotidiano das pessoas e sejam utilizadas como importante instrumento de pesquisa, o livro didático ainda representa o principal, senão a única fonte de trabalho como material impresso na sala de aula.

Neste sentido, Santos e Carneiro (2006) destacam que:

> O livro didático assume essencialmente três grandes funções: de informação, de estruturação e organização da aprendizagem e, finalmente, a função de guia do aluno no processo de apreensão do mundo exterior. Deste modo, a última função depende de o livro permitir que acontecesse uma interação da experiência do aluno e atividades que instiguem o estudante desenvolver seu próprio conhecimento, ou ao contrário, induzi-lo á repetições ou imitações do real. Entretanto o professor deve estar preparado para fazer uma análise crítica e julgar os méritos do livro que utiliza ou pretende utilizar, assim como para introduzir as devidas correções e/ou adaptações que achar convenientes e necessárias (SANTOS e CARNEIRO, 2006).

Dessa forma, o professor deve buscar um bom livro didático as contribuições que possibilitam a ele mediar a construção do conhecimento científico pelo aluno, para que este se aproprie da linguagem e desenvolva valores éticos, mediante os avanços da ciência, contextualizada e socialmente relevante ao seu cotidiano, contudo utilizá-lo como suporte para realização de melhorias de aprendizagem em sala de aula ou fora dela. Sendo assim, só cabe ao professor saber explorá-lo.

> É perceptível que o livro didático muitas vezes se torna um pano de remendos, onde muitas vezes é utilizado para atender a propósitos planejados de última hora pelo professor, e por que não dizer também do aluno. É interessante seu uso com complementações de outros materiais elaborados pelo professor e pela equipe pedagógica da escola. (RIBEIRO, 2008).

O livro didático apesar de ser um instrumento impresso bastante familiar é difícil defini-lo quanto à função que exerce ou deveria exercer em sala de aula.

> Um instrumento impresso, intencionalmente estruturado para se inscrever num processo de aprendizagem, com o fim de lhe melhorar a eficácia. Entretanto, sua utilização assume importância diferenciada de acordo com as condições, lugares e situações em que é produzido e utilizado nos diferentes âmbitos escolares (GÉRARD, 1998).

2.4. ENEM – EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

O ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio - foi criado pelo MEC (Ministério da Educação e Cultura) no ano de 1998. Este sistema de avaliação tem por objetivo avaliar os estudantes de escolas públicas e particulares do Ensino Médio. É composto por quatro provas e uma redação para verificar o domínio de competências e habilidades dos estudantes (ENEM, 2012).

No ENEM as provas de matemática (a única que é uma área do conhecimento sozinha, denominada Matemática e suas tecnologias) não apresentam questões que necessitam de fórmulas complexas e definições assustadoras. Na verdade, espera-se que o aluno consiga resolver os problemas solicitados através do pensamento próprio, que tome decisões quanto a como enfrentar a situação e resolvê-la.

Estas mudanças nas formas de avaliar o ensino do nível médio, ao mesmo tempo em que proporcionam a entrada de estudantes que encerraram esse ciclo escolar em diversas faculdades, tem como meta a mudança no ensino das disciplinas, que passem a serem voltadas as competências humanas relacionadas aos conhecimentos e científico-tecnológicos, manifesta-se a busca pela interdisciplinaridade e contextualização no desenvolvimento dos conteúdos para a formação de cidadão crítico e com autonomia de pensamento.

Mais uma vez, ao professor, cabe a reflexão sobre o ensino de matemática que não proporcione desmotivação quanto ao aprendizado, que não gere uma preocupação desnecessária em sua mente como se nada fosse motivador, visto que, matemática é o "bicho papão" para muitos alunos, devido ao fato da grande dificuldade que a grande maioria tem no decorrer desta etapa do ensino.

2.5. APRENDIZAGEM CONTEXTUALIZADA-INTERDISCIPLINAR

Tanto a LDB como os referenciais curriculares nacionais e a proposta pedagógica para o Ensino Fundamental e Médio são regidos, hoje, pelas noções de competências e habilidades, portanto mais voltado para a aprendizagem do que para o ensino, com os modos de raciocinar, de refletir, como também, o modo de ser, de interagir para ações e tomadas de decisões em contextos sociais.

Todavia, não se deve esquecer-se da importância da leitura e da produção de textos verbais ou não verbais, visto que são requisitos para todas as disciplinas, porque geram autonomia. A língua é um registro importante, seja ela oral ou escrita em situações comunicativas ou formais, para que possa responder às necessidades sociais, ou seja, se realiza no uso, pois é vivo e propício efetivamente o exercício da cidadania. Urge, então, a necessidade de ensiná-los a aprender a pensar, a ousar, a buscar soluções para os problemas, tomar decisões, de se relacionar, de argumentar, ter senso crítico e habilidades de realizar tarefas, enfim para que os jovens não fiquem despreparados para enfrentar o mercado de trabalho, visto que, este, vem gradativamente substituindo os trabalhadores por *autômatos* (robôs e máquinas), e, com isso fatalmente o despreparo os tornará incapazes de progredir, seja em uma linha de montagem ou outro ambiente de serviço.

> .A zona proximal de hoje será o nível de desenvolvimento de amanhã. A distância entre o que o jovem já sabe e o que poderá saber (proximal), o que pode aprender e apreender o levará a possuir habilidades que ele domine sozinho e as faça no futuro. O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a Zona de Desenvolvimento Proximal caracteriza o desenvolvimento mental (LEV, 1998).

Assim, como já foi especificada a importância do registro da língua, não poderia deixar de ser também, como em qualquer disciplina, em matemática para que se enunciem os problemas e os enunciados (PCNs, 1997).

A matemática é uma linguagem e para dominá-la é preciso tocá-la e vê-la inserida num contexto familiar. É uma ciência de dois eixos: formativa: resolve os problemas, portanto exige maior raciocínio na busca de solução dos referidos problemas e instrumental: técnicas para solucionar os problemas. Quais seriam então os tipos de representações semióticas possíveis que poderiam ser utilizadas em matemática? Qual o método? Por que ensinar matemática?

Como fazer com que o aluno do ensino médio aprenda?

Dê-me um assunto, direcione-me um projeto, um planejamento conjunto que construiremos o conhecimento. Esse novo olhar para educação exige leitores que tenham critério, que filtrem assuntos eficientes e adequados e que sejam capazes de avaliar criticamente as informações, as quais devem ser devidamente informadas e eticamente orientadas pelo professor (BAKHTIN, 2003).

A Escola deve possibilitar aos alunos a participação de diferentes práticas sociais devido às múltiplas exigências que o mundo contemporâneo exige e, quando a aprendizagem é atrelada a realidade que os cerca, com reflexões sobre o conteúdo e o concreto como uma parte constitutiva de cada um, construída de modo natural no processo, a sala de aula poderá ser transformada em um laboratório de experimentos sobre o conhecimento, se o professor, claro, tiver isso em mente. Como também gerar cultura e valorizar a construção do conhecimento é função do professor/educador que deve instigar os alunos continuadamente buscando adaptações à realidade de modo cooperativo e interativo para que eles não se acomodem na zona de conforto.

> Levar vantagens das diferenças é apostar no potencial de cada aluno, pois o que interessa não é avaliar as dificuldades das crianças, mas as diferenças entre elas, pois são mais ricas e muito mais importante do que as semelhanças. O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental, enquanto a zona de desenvolvimento proximal (ZDP) caracteriza o desenvolvimento mental (LEV,1998).

No entanto, para que essas mudanças ocorram é necessário repensar o saber escolar e a função da escola.

2.6. ÁGUA

"A Terra é Azul" disse o primeiro astronauta russo Yuri Gagarim em 12/04/1961 ao observar o planeta acima da atmosfera.

Ele é azul porque tem 1,5 bilhão de quilômetros cúbicos de água e, levando em consideração apenas sua extensão de superfície tem 70% mais água do que terra firme no planeta, por isso também é chamada de planeta água. Apenas 2,7% da água do planeta são próprias para consumo e, se tirarmos o que está congelado nos polos sobram menos de 1% (TUNDISI, 2003).

2.6.1. ÁGUA NO MUNDO

Reavaliando essa pouca água disponível no planeta descrita no Tópico 2.6 e com a ação indiscriminada da sociedade e o descaso de políticas públicas voltadas para o tema da poluição de rios e seus afluentes, lagos, represas, etc., associado ao crescimento demográfico de acordo com Barros e Amim (2008) é imprescindível uma nova visão sobre o significado da água para a população mundial.

Essa situação complica ainda mais, pois, segundo a OMS (2015) em conjunto com a UNICEF (2015), 3 a cada 10 pessoas (2,1 bilhões) não têm acesso a água potável e 6 em cada 10 não têm saneamento básico seguro. Conclusão: ou cuidamos da água ou ficamos sem ela.

2.6.2. ÁGUA NO BRASIL

O Brasil é um dos países com maior quantidade de água doce do planeta segundo (REBOUÇAS, 2003) há 34.000 m^3 /hab/ano, sendo 4.000 m^3 /hab/ano do total relacionadas às águas subterrâneas, mas devido ao seu extenso território, essa distribuição não é proporcional a todos seus habitantes. Existem regiões mais carentes de água, onde a seca está mais presente, como a região do nordeste e outras regiões, como a norte, que apesar da abundância de água, tem sofrido com algumas secas, prejudicando o transporte fluvial de produtos e pessoas.

De acordo com o IBGE (2017), 85,7% dos domicílios brasileiros têm rede geral de abastecimento de água tratada contra somente 66% dos com esgotamento sanitário (rede geral, pluvial ou fossa ligada à rede). Esses dados mostram o ineficiente respaldo político para essa área, que segundo a OMS cada 1 dólar investido em saneamento básico significa de 4 a 5 dólares economizados com despesas médicas.

Está oneroso fazer o tratamento de água nas grandes cidades devido ao aumento da população e a ineficiente estrutura de saneamento básico, por outro lado temos o desperdício de água muito grande. Várias são as campanhas publicitárias conscientizando a população visando o uso racional da água, como por exemplo: limpeza de calçadas utilizando água potável nas conhecidas vassouras hidráulicas dentre outros desperdícios como os vazamentos constantes na rede, utilização inadequada da população (no banho, escovando os dentes, lavando louça, entre outras).

Estudos mostram que uma pessoa no Brasil gasta de 50 a 200 litros de água diariamente em sua residência e a maior parte desse consumo é o chuveiro (55%), seguido de torneiras (25%), máquina de lavar roupas (5 kg de roupas / 135 litros de água), mangueira (regar plantas durante 10 minutos / gastam 186 litros de água), bacia sanitária (6 litros por acionamento), piscina (3,700 litros por mês com evaporação em um tanque não coberto) e vazamentos (um buraco de 2 mm em um cano desperdiça 3200 litros de água em um dia e uma torneira gotejando até 46 litros).

Apesar de o Brasil ser um dos detentores da maior quantidade de água doce do mundo, tratamos-a como um bem renovável e abundante, no entanto com frequência temos grandes cidades e até regiões necessitando racionar a água à população por falta de chuva.

> Num dos países mais ricos em água doce do planeta, as cidades enfrentam crises de abastecimento, das quais não escapam nem mesmo as localizadas na Região Norte, onde estão perto de 80% das descargas de água dos rios do Brasil. (REBOUÇAS, 2003).

2.6.3. ARTICULAÇÃO DOS CONHECIMENTOS POR MEIO DA INTERDISCIPLINARIDADE

Tema: Água

Pensando na importância da água, buscou-se por meio um trabalho articulado, que envolvesse a Matemática, as Ciências Naturais e as Ciências Sociais algo que levasse os estudantes além da apropriação de conceitos, mas que lhes proporcionasse diferentes visões de mundo que lhes desse a chance de repensar seu papel.

Desse modo, preocupados com a escassez de água potável no planeta, e sua importância quanto ao seu uso, nosso mote partiu de buscar medidas eficazes para reduzir o consumo e, assim, contribuir para sua preservação, pois é fundamental oferecer aos alunos uma visão contextualizada da realidade ambiental de forma significativa, que aguce a sensibilidade de cada um para a mudança de atitudes e hábitos necessários e até a implantação de novas tecnologias, que os provoque a voltar o olhar para a comunidade, o desperdício que pode ser observado diariamente.

É sabido que um tema não se define por si mesmo e, sim sob um roteiro de trabalho, como também a organização curricular baseada nos interesses dos alunos, no entanto é preciso ter ciência que ao escolhermos um assunto a ser discutido, não o fazemos simplesmente porque gostamos do assunto e sim para que seja possível aprender e apreender novas formas de conexão.

No Estado de São Paulo, a Lei nº 12.526 (2007), que obriga a implantação de sistemas de captação e retenção de água da chuva em lotes, com uma área, impermeabilizada, superior a 500 metros quadrados.

Por que não captar água da chuva, armazená-la e aproveitá-la, não para fins potáveis, mas para tentar minimizar os problemas de abastecimento e com isso reduzir o seu consumo através da criação de uma cisterna?

Cabe ao professor, primeiramente, ter em mente o que ele pretende com esse projeto e prever, então, os conteúdos (conceituais e procedimentais), as atividades como também fontes de informação criando, de certa maneira, um clima de envolvimento, interesse, cooperação no grupo e em cada um deles sobre a pauta que está sendo desenvolvida em sala de aula, fazendo e planejando o desenvolvimento por intermédio de uma sequência didática:

- O que se sabe sobre o assunto (sustentabilidade, uma habitação sustentável, uso racional da água e sua conservação) e quais suas hipóteses e referências;
- Qual será o sistema de coleta, a área impermeabilizada a ser construida, o transporte da chuva, seu descarte, o sistema de tratamento, como também o armazenamento e sua distribuição;
- O que estão acrescendo aos seus conhecimentos, aprendendo e acompanhando, o que pode ser considerado economizador de água, o que seria captar água da chuva.
- O que aprenderam em relação à proposta e se estão aptos a estabelecer novas relações e avaliá-los com um sentido significativo da aprendizagem e, também, servirá de autoavaliação para o docente. Enfim, aprender a caminhar juntos.

> Ensinar inexiste sem aprender, e vice-versa, e foi aprendendo socialmente que, historicamente homens e mulheres descobriram que era possível ensinar. Foi assim, socialmente aprendendo, que ao longo dos tempos mulheres e homens perceberam que era possível – depois preciso – trabalhar maneiras, caminhos, métodos de ensinar ou, em outras palavras, ensinar se diluía na experiência realmente fundante de aprender. (FREIRE, 1997).

Favorecer esse tipo de conhecimento seria ensinar definitivamente a relacionar, estabelecer nexos, enfim a compreender o papel do currículo integrado.

2.7. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DE MATEMÁTICA

Neste tópico, desenvolveremos toda a fundamentação teórica necessária para viabilizar o ensino de geometria métrica espacial. A geometria métrica espacial se define pela análise das propriedades descritas por figuras ou sólidos geométricos no espaço. Iremos abordar as áreas das principais figuras planas, assim como o volume dos principais sólidos geométricos.

2.7.1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA PARA O PLANO DE AULA 1-REVISÕES

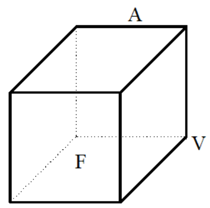
Retomada dos conteúdos básicos em: Relação de Euler, teorema de Tales, semelhança de triângulos, critérios de semelhança, teorema de Pitágoras e relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Esta revisão se faz necessária pelas lacunas de aprendizagem deixadas no processo educativo, uns dos principais argumentos dos discentes é o esquecimento da teoria, por não ser revisada ou utilizada constantemente e outra é alegar não ter aprendido essa matéria.

Relação de Euler.

A relação de Euler foi desenvolvida para estudar poliedros e foi descrita da seguinte forma: Para todo o poliedro convexo, ou superfície, vale a relação $V - A + F = 2$ em que V é o número de vértices, A o número de aresta e F o número de faces conforme Figura 1. A demonstração pode ser encontrada na coleção Fundamentos da Matemática elementar, volume 10 (DOLCE e POMPEO, 2005).

Figura 1. Hexaedro regular usado como exemplo para discriminar a localização dos vértices, arestas e faces.

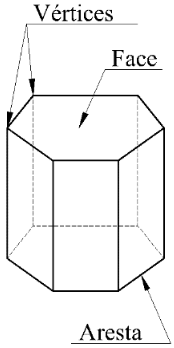
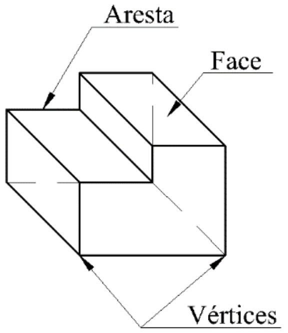
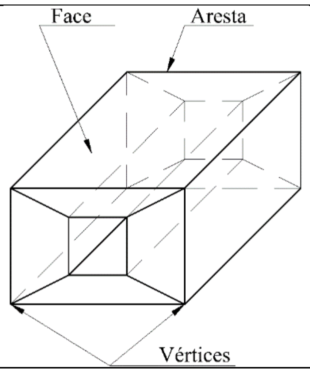


Fonte: Autor.

Para todo o poliedro que a relação de Euler é válida o nomeamos como um poliedro Euleriano. Essa relação é válida para todos os poliedros convexos, no entanto, já entre os poliedros não convexos essa relação não é verdadeira, alguns são Eulerianos e outros não.

A não validade da relação para os poliedros não convexos pode ser observada na seguinte definição: todo poliedro convexo é Euleriano, mas nem todo poliedro Euleriano é convexo, exemplificado na tabela 2.

Tabela 2. Poliedros Eulerianos convexos e não convexos e não Eulerianos

	Poliedro convexo	Poliedro não convexo	Poliedro não Euleriano
Poliedros			
Faces	8	8	16
Arestas	18	18	32
Vértices	12	12	16
V-A+F=2	12-18+8 = 2	12-18+8 = 2	16-32+16 = 0

Fonte: Adaptada Dolce e Pompeo (2005).

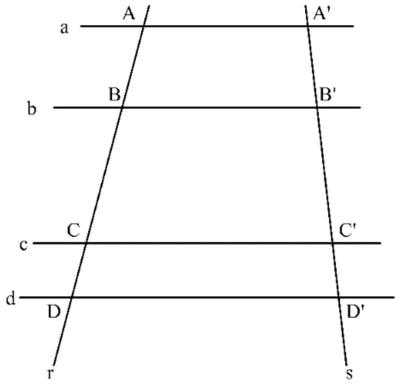
Outra definição baseada na relação de Euler que será estudada é a da soma dos ângulos de todas as faces de um poliedro convexo que é descrita na seguinte propriedade: A soma dos ângulos de todas as faces de um poliedro convexo é $S=(V-2)4r$ em que V é o número de vértices e r é um ângulo reto. A demonstração pode ser emcontrada na coleção Fundamentos da Matemática elementar, volume 10 (DOLCE e POMPEO, 2005).

Utilizaremos $S=(V-2)360°$, como o r é o valor dos ângulos retos, logo $4r=360°$.

Teorema de Tales.

Teorema: Se duas retas transversais são interceptadas por um feixe de retas paralelas, então a razão entre os dois segmentos determinados (por esse feixe) numa das transversais é igual a razão entre os dois segmentos correspondentes determinados na outra (Figura 2).

Figura 2. Razão entre dois segmentos correspondentes sempre será constante.



a//b//c//d//...

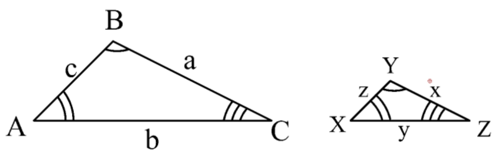
Fonte: Autor.

Pelo teorema temos $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$ proporcionalidade 1, $\frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{C'D'}}$ proporcionalidade 2 e $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{C'D'}}$ proporcionalidade 3. Pela transitividade temos que $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \ldots$, ou seja, a razão entre dois segmentos é constante.

Semelhança de triângulos.

Definição: Dois triângulos são semelhantes se os ângulos de um têm medidas iguais aos ângulos do outro, nesse caso os lados correspondentes são proporcionais (Figura 3).

Figura 3. Visualização de semelhança entre dois triângulos.

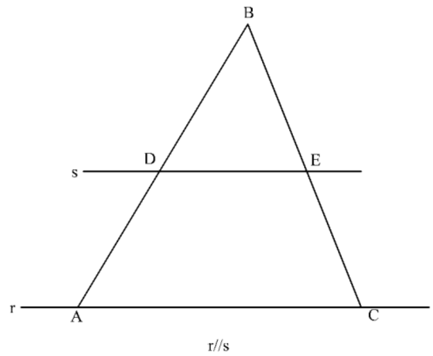


Fonte: Autor.

Se o ΔABC é semelhante ao ΔXYZ, então $\hat{A} = \hat{X}$, $\hat{B} = \hat{Y}$, $\hat{C} = \hat{Z}$ e $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = k$ a constante *k* é a razão de semelhança, *a* e *x, b* e *y, c* e *z* são correspondentes.

Teorema fundamental: Qualquer reta paralela a um lado de um triângulo, que intercepta outros dois (não em um vértice) determina um triângulo semelhante ao original, portanto ΔBDE ~ ΔBAC (Figura 4).

Figura 4. Visualização de semelhança entre dois triângulos.



Fonte: Autor.

Critérios de semelhança

Ângulo-ângulo. Teorema – Se dois ângulos de um triângulo são congruentes a dois ângulos de outro triângulo, então esses triângulos são semelhantes.

Lado-ângulo-lado. Se dois lados de um triângulo são proporcionais a dois lados de outro triângulo, e os ângulos formados por esses lados são congruentes, então esses triângulos são semelhantes.

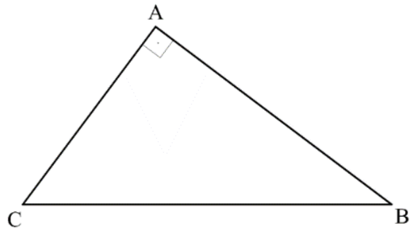
Lado-lado-lado. Se três lados de um triângulo são proporcionais a três lados de outro triângulo, então esses triângulos são semelhantes.

Teorema de Pitágoras.

Demostraremos que o teorema de Pitágoras pode ser deduzido a partir da semelhança de triângulos utilizando o teorema de Tales como fundamento.

Na dedução de algumas relações métricas no triângulo retângulo, discutimos apenas algumas das relações, escolheremos as necessárias para deduzir o teorema de Pitágoras, considere o triângulo ΔABC, retângulo em A, como $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°$, logo $\hat{B}+\hat{C}=90°$ (Figura 5).

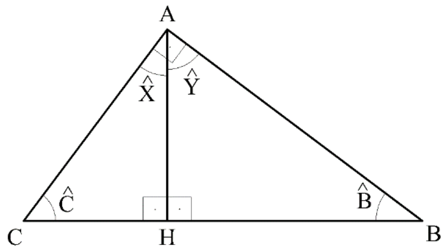
Figura 5. Triângulo base para demonstração do teorema de Pitágoras.



Fonte: Autor.

Seja $\overline{AH}$ a altura relativa à hipotenusa, que determina mais dois triângulos retângulos: ΔCAH e ΔABH, retângulos em *H* (Figura 6).

Figura 6. Visualização da divisão do triângulo base ABC pela a projeção de A no segmento CB formando outros dois triângulos CAH e HAB, respectivamente.



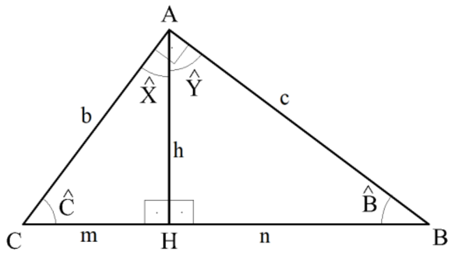
Fonte: Adaptado de IEZZI (1978).

No vértice *A*, $\hat{X}+\hat{Y}=90° \rightarrow \hat{B}+\hat{Y}=90°$, mas $\hat{B}+\hat{C}=90°$, logo $\hat{Y}=\hat{C}$.

Analogamente no *ΔCAH*, temos $\hat{X}=\hat{B}$.

Como os três triângulos, *ΔABC, ΔCAH e ΔABH* têm os ângulos iguais, eles são semelhantes por ângulo-ângulo (Figura 7).

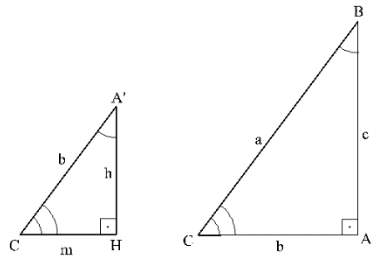
Figura 7. Visualização dos ângulos semelhantes entre os triângulos.



Fonte: Adaptado de IEZZI (1978).

Portanto, utilizaremos essas deduções para desenvolver o teorema de Pitágoras, utilizando as Figuras 8 e 9 como base terá:

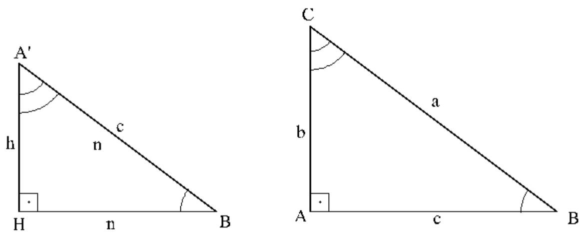
Figura 8. Triângulos CA'H e CBA posicionados de acordo com os lados proporcionais.



Fonte: Autor.

$$\frac{b}{a} = \frac{m}{b} \quad \Rightarrow \quad b^2 = ma.$$

Figura 9. Triângulos HÁ'B e ACB posicionados de acordo com os lados proporcionais.



Fonte: Autor.

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{n} \Rightarrow c^2 = na.$$

Somando as duas equações membro a membro têm-se: $b^2 = m.a$ + $c^2 = n.a \Rightarrow b^2 + c^2 = a(m+n)$ obtendo assim o teorema de Pitágoras $a^2 = b^2 + c^2$.

Aplicações do teorema de Pitágoras.

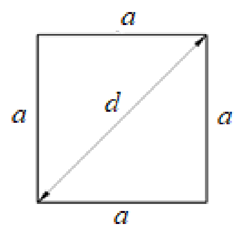
Não é possível mensurar todas as aplicações do teorema de Pitágoras na geometria, uma gama enorme de situações problemas utiliza essa poderosa ferramenta, mas o que iremos abordar está direcionado ao estudo deste trabalho.

Diagonal do quadrado.

Demonstração: Tomemos um quadrado de lado *a*, e diagonal *d*, pelo teorema de Pitágoras temos, $a^2 = b^2 + c^2$, substituindo pelas incógnitas do nosso problema

$d^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow d^2 = 2a^2$, extraindo a raiz quadrada em ambos os lados da igualdade $\sqrt{d^2} = \sqrt{2a^2} \Leftrightarrow d = a\sqrt{2}$, logo a diagonal de um quadrado de lado *a* é $d = a\sqrt{2}$ (Figura 10).

Figura 10. Diagonal do quadrado de lado *a*.

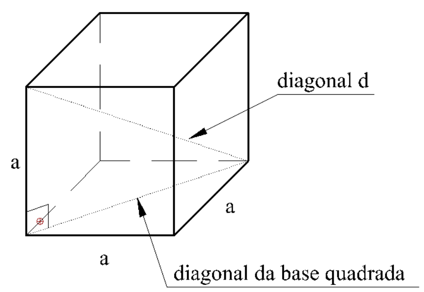


Fonte: Autor.

Diagonal do hexaedro ou cubo.

Demonstração: Tomemos um cubo de lado *a* e sua diagonal *d* baseada no teorema de Pitágoras $a^2 = b^2 + c^2$ e associando-o a diagonal do cubo como a hipotenusa, a altura do cubo e a diagonal do quadrado da base (resultado aproveitado do item anterior) representando os dois catetos obtemos, $d^2 = a^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2 \Rightarrow d^2 = a^2 + 2a^2 \Rightarrow d^2 = 3a^2$ extraindo a raiz quadrada em ambos os lados da igualdade $\sqrt{d^2} = \sqrt{3a^2} \Rightarrow d = a\sqrt{3}$ constataremos que a diagonal de um cubo de lado *a* é $d = a\sqrt{3}$ (Figura11).

Figura 11. Diagonal do Hexaedro ou cubo de lado *a*.

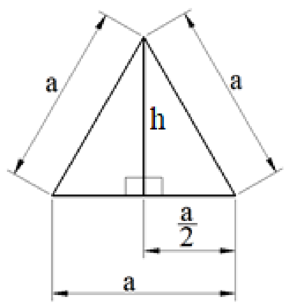


Fonte: Autor.

Altura do triângulo equilátero.

Demonstração: Tomemos um triângulo equilátero de lado *a* e sua altura *h*, como no triângulo equilátero sua altura é igual à mediana, pois por definição temos que a mediana é o seguimento cujas extremidades são um vértice de um triângulo e o ponto médio do lado oposto e a altura é o seguimento cujas extremidades são um vértice e o pé da reta perpendicular à reta que contém o lado oposto, conduzida por aquele vértice, logo neste caso justificasse a altura ser congruente a mediana, portanto temos o lado a do triângulo como hipotenusa, a altura h e a metade da base do triângulo $\frac{a}{2}$ como catetos. Pelo teorema de Pitágoras temos, $a^2 = b^2 + c^2$, substituindo pelas incógnitas do nosso problema $a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{4.a^2 - a^2}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{3.a^2}{4}$, extraindo a raiz quadrada em ambos os lados da igualdade obtemos $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (Figura12).

Figura 12. Visualização da altura do triângulo equilátero de lado *a*.



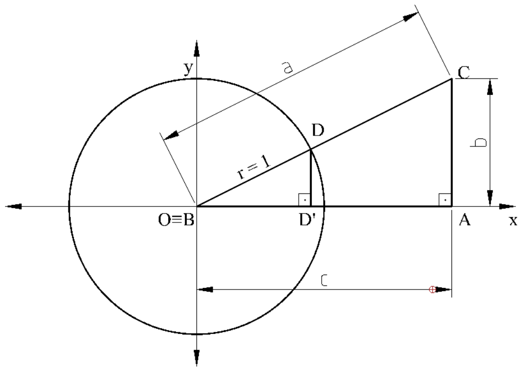
Fonte: Autor.

Relações trigonométricas no triângulo retângulo.

As relações trigonométricas serão definidas a partir de Tales pelos critérios de semelhança, como veremos.

Considere a circunferência de raio unitário de centro O fixo no centro de um sistema xOy e um triângulo ABC, retângulo em A, $A \in x$, com B na origem do sistema sendo o ponto D a interseção entre a circunferência e o seguimento AC com D' sua projeção no eixo x conforme Figura.13.

Figura 13. Visualização da demonstração do seno e cosseno por semelhança de triângulos.



Fonte: Adaptado de IEZZI, (1978).

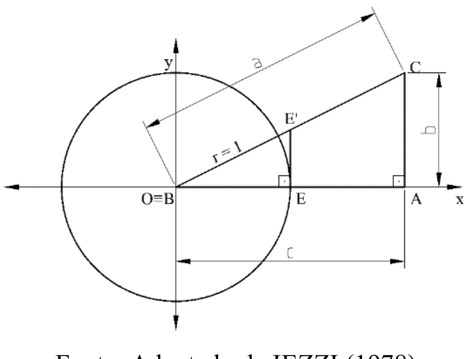
Por ângulo-ângulo temos que o $\Delta ABC \sim \Delta D'BD$, logo:

$$\frac{\overline{D'D}}{\overline{BD}}=\frac{\overline{CA}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \frac{\text{sen } \hat{B}}{1}=\frac{b}{a} \Leftrightarrow \text{sen } \hat{B}=\frac{b}{a}.$$

$$\frac{\overline{BD'}}{\overline{BD}}=\frac{\overline{BA}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \frac{\cos \hat{B}}{1}=\frac{c}{a} \Leftrightarrow \cos \hat{B}=\frac{c}{a}.$$

Utilizando o mesmo sistema, mas obtendo o ponto E na intercessão da circunferência com o eixo x e partindo deste ponto um segmento de reta tangente à circunferência com extremidade na intersecção com o segmento $\overline{OC}$ obteremos o ponto E', como veremos na Figura 14 abaixo:

Figura 14. Visualização da demonstração da tangente por semelhança de triângulos.



Fonte: Adaptado de IEZZI (1978).

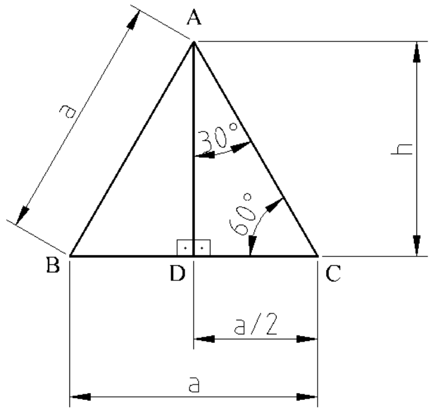
Por ângulo-ângulo temos que o $\Delta ABC \sim \Delta EBE'$, logo:

$$\frac{\overline{E'E}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{BA}} \Leftrightarrow \frac{\text{tg } \hat{B}}{1} = \frac{b}{c} \Leftrightarrow \text{tg } \hat{B} = \frac{b}{c}.$$

Valores de ângulos notáveis (30º 45º e 60º).

Os ângulos notáveis de $30°$ e $60°$ serão demonstrados a partir do triângulo equilátero de lado *a* e sua altura $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ demonstrada neste mesmo capítulo (Figura 15).

Figura 15. Visualização do triângulo equilátero de lado *a* usado como base para demonstração de seno, cosseno e tangente de 30º e 60º.



Fonte: Autor Adaptado IEZZI (1978).

Utilizando as definições das funções seno, cosseno e tangente para os ângulos de $30°$ e $60°$ temos:

Para o ângulo de $30°$:

$$\text{sen } 30° = \frac{\frac{a}{2}}{a} \Leftrightarrow \text{sen } 30° = \frac{a}{2a} \Leftrightarrow \text{sen } 30° = \frac{1}{2}.$$

$$\cos 30° = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} \Leftrightarrow \cos 30° = \frac{a\sqrt{3}}{2a} \Leftrightarrow \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{tg } 30° = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow \text{tg } 30° = \frac{2a}{2a\sqrt{3}} \Leftrightarrow \text{tg } 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \text{tg } 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Para o ângulo de $60°$:

$$\text{sen } 60° = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} \Leftrightarrow \text{sen } 60° = \frac{a\sqrt{3}}{2a} \Leftrightarrow \text{sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

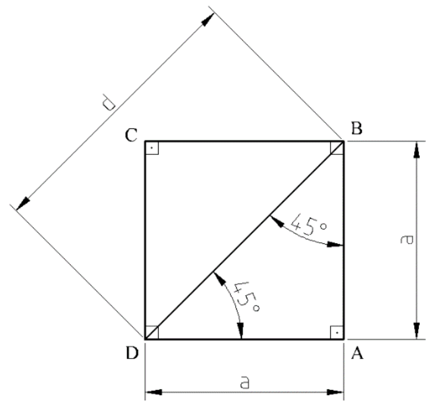
$$\cos 60° = \frac{\frac{a}{2}}{a} \Leftrightarrow \cos 60° = \frac{a}{2a} \Leftrightarrow \cos 60° = \frac{1}{2}.$$

$$\text{tg } 60° = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} \Leftrightarrow \text{tg } 60° = \frac{2a\sqrt{3}}{2a} \Leftrightarrow \text{tg } 60° = \sqrt{3}.$$

O ângulo notável de $45°$, será demonstrado a partir do quadrilátero regular de lado a diagonal $d = a\sqrt{2}$, demonstrado neste mesmo capítulo.

Pelas definições das funções seno, cosseno e tangente para os ângulos de $45°$ temos na Figura 16:

Figura 16. Visualização do quadrado de lado *a* usado como base para demonstração de seno, cosseno e tangente de 45º.



Fonte: Adaptado do IEZZI (1978).

$$\text{sen } 45° = \frac{a}{a\sqrt{2}} \Leftrightarrow \text{sen } 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \text{sen } 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\cos 45° = \frac{a}{a\sqrt{2}} \Leftrightarrow \cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

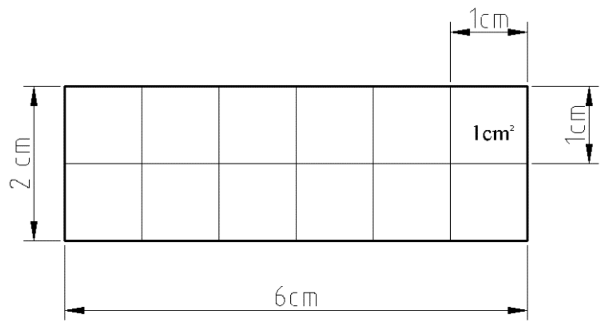
$$\text{tg } 45° = \frac{a}{a} \Leftrightarrow \text{tg } 45° = 1.$$

2.7.2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA PARA O PLANO DE AULA 2- ÁREAS

A fundamentação teórica para o plano de aula 2 – Áreas terá uma atenção especial para o cálculo de áreas dos polígonos regulares, de figuras planas e por composição de figuras.

Mas o que significa calcular área de uma figura plana? Calcular a área de uma figura plana nada mais é do que fazer uma relação entre uma unidade base com o objeto de estudo. Segundo Giovanni, et al (2002) a Área é um número real, maior ou igual a zero, que representa a medida de uma superfície. Vamos exemplificar na Figura 17 com um retângulo de 6 cm de comprimento por 2cm de altura. Ao se calcular a área determina-se quantos quadrados de $1cm^2$ estão contidos dentro do retângulo de 6 cm por 2cm.

Figura 17. Área do retângulo de 6 cm de base por 2 cm de altura.



Fonte: Autor.

Logo estão contidos 12 quadradinhos de $1cm^2$ dentro de um retângulo de 6cm de comprimento por 2cm de altura, portanto a área do retângulo é igual a $12cm^2$.

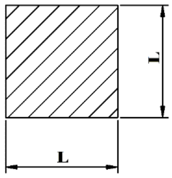
> Medida da área de uma superfície plana é o número que indica quantas vezes essa superfície contém a área da superfície escolhida como unidade de medida (GIOVANNI e BONJORNO, 2005)

A Figura 18 tem um resumo das fórmulas utilizadas para calcular a área dos principais polígonos. Calcularemos também, além da área do círculo, os setores, coroas e seguimentos circulares.

Figura 18. Geometria das principais áreas a serem calculadas.

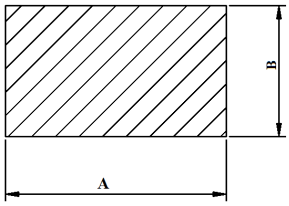
Área do quadrado.

$S = bh$



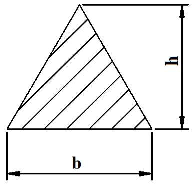
Área do retângulo.

$S = bh$



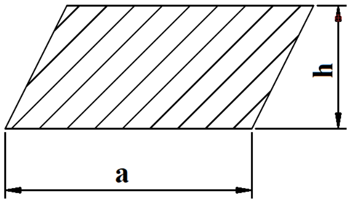
Área do triângulo.

$S = \frac{bh}{2}$



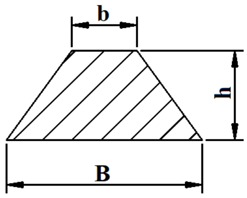
Área do paralelogramo.

$S = ah$



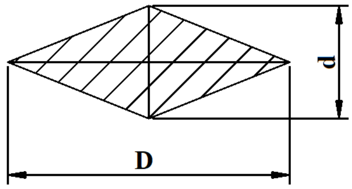
Área do trapézio

$S = \frac{(B+b)h}{2}$



Área do losango.

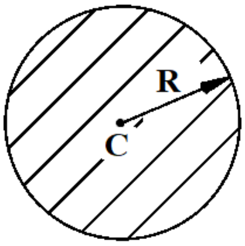
$S = \frac{Dd}{2}$



Área do círculo.

$S = \pi R^2$

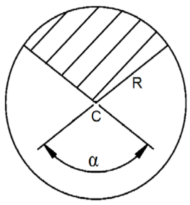
C= Centro



Área do setor circular.

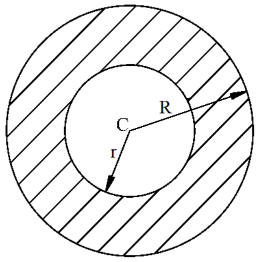
α em graus $S = \frac{\alpha \pi R^2}{360}$

α em radianos $S = \frac{\alpha R^2}{360°}$

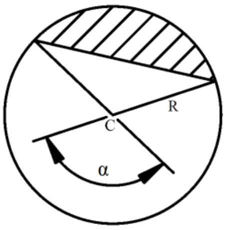


Área da coroa circular.

$S = \pi\left(R^2 - r^2\right)$



Área do segmento circular. $S = \frac{R^2}{2}.(\alpha - sen\alpha), \alpha$ em radianos.



Fonte: Adaptado de GIOVANNI e BONJORNO (2005).

Área dos polígonos regulares e suas particularidades.

Os elementos que estudaremos de um polígono regular inscrito são: ângulo central, ângulo interno, os lados e o apótema (Figura 19).

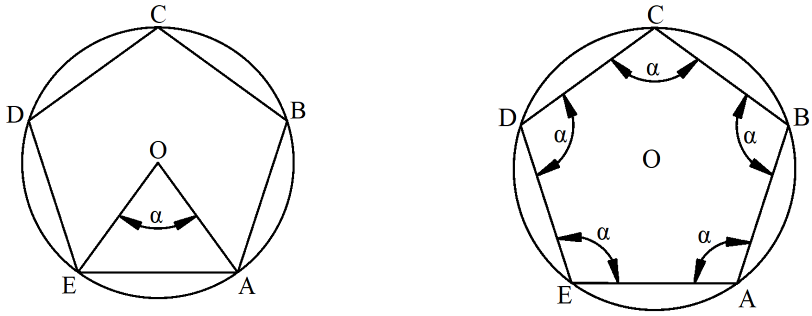
Figura 19. Visualização do ângulo central e ângulo interno e seus respectivos cálculos.

Ângulo central.

$$\sphericalangle \alpha = \frac{360°}{n}$$

Ângulo interno.

$$\sphericalangle \text{int} = \frac{(n-2)180°}{n}$$



Fonte: Adaptado de GIOVANNI e BONJORNO (2005).

Ao trabalhar com polígonos regulares percebe-se que todos os seus vértices pertencem a uma circunferência de centro congruente com o centro do polígono, conforme Figura 19, e ao ligar o centro da circunferência com o vértice do polígono de *n* lados, obtemos *n* triângulos de bases congruentes ao lado do polígono. Traçando a altura desse triângulo, obteremos a apótema (seguimento perpendicular a um lado do polígono cujas extremidades são o centro do polígono regular e o ponto médio de um dos lados do polígono), logo todo o cálculo de apótema, do lado e do raio pode ser desenvolvido a partir do Teorema de Pitágoras (Figura 20).

Figura 20. Visualização de exemplos de apótemas (m) e lado (ℓ) em polígonos regulares.

Triângulo regular.

$$\ell = r\sqrt{3}$$

$$m = \frac{r}{2}$$

Quadrado.

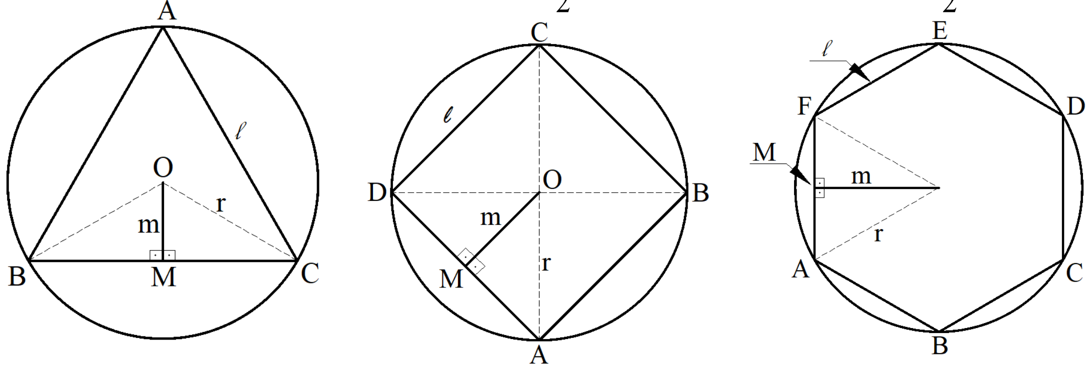
$$\ell = r\sqrt{2}$$

$$m = \frac{r\sqrt{2}}{2}$$

Hexágono regular.

$$\ell = r$$

$$m = \frac{r\sqrt{3}}{2}$$



Fonte: Adaptado de GIOVANNI e BONJORNO (2005).

De acordo com Iezzi, *et al*. (2016a) a área de um polígono regular é igual ao produto do semiperímetro pela medida do apótema e esta demonstração está disponível no mesmo trabalho.

2.7.3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA PARA O PLANO DE AULA 3- ÁREAS SUPERFICIAIS DOS PRINCIPAIS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

A fundamentação teórica para o plano de aula 3 tem como objetivo dar suporte para o desenvolvimento para o cálculo das áreas superficiais dos principais sólidos geométricos.

Os conteúdos aplicados são fundamentados a partir da definição ou prova e nortearam o estudo de sólidos geométricos.

A definição de prisma ilimitado de *n* arestas, *n* diedros e *n* faces (que são faixas de plano) pode ser apreciada a seguir:

> Considere uma região poligonal convexa plana (polígono plano convexo) A_1, A_2, A_3... A_n de *n* lados e uma reta *r* não paralela nem contida no plano da região (polígono). Chama-se *prisma ilimitado convexo* ou *prisma convexo* à reunião das retas paralelas a *r* e que passam pelos pontos da região poligonal dada.
> Se a região poligonal (polígono) A_1, A_2, A_3... A_n for côncava, o prisma ilimitado resultara em côncavo. (DOLCE E POMPEO, 2005).

A partir desta definição outras propriedades foram validadas como a do prisma:

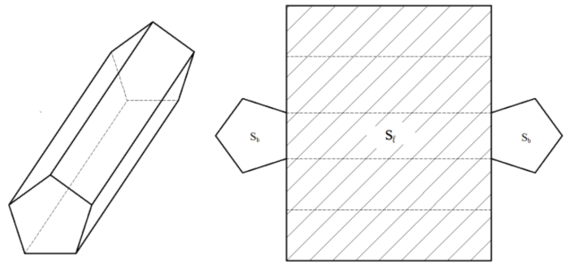
> Considere dois planos α e β distintos e paralelos entre si, um polígono convexo *P*, contido em α, e uma reta *r* que intercepta α e β nos pontos *X* e *Y*, respectivamente.
> Por todos os pontos de P, tracemos retas paralelas a *r*, logo os pontos de interseção dessas retas com α e β determinam seguimentos congruentes ao segmento $\overline{XY}$.
> A reunião de todos os seguimentos assim obtidos é um sólido chamado *prisma* (IEZZI, et al, 2016b).

Baseados na definição de existência do prisma, definimos as suas respectivas áreas.

Área de superfície do prisma.

Área de superfície do prisma é dada pela expressão $S_t = 2S_b + S_\ell$ sendo a área total *(S_t)*, área da base *(S_b)* e área lateral S_ℓ (Figura 21).

Figura 21. Exemplo de área superficial em prismas.

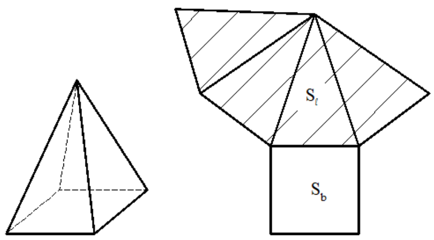


Fonte: Autor.

Área da superfície da pirâmide

Área da superfície da pirâmide é dada pela seguinte expressão $S_t = S_b + S_\ell$ sendo a área total *(S_t)*, área da base *(S_b)* e área lateral S_ℓ (Figura 22).

Figura 22. Exemplo de área superficial em pirâmides.

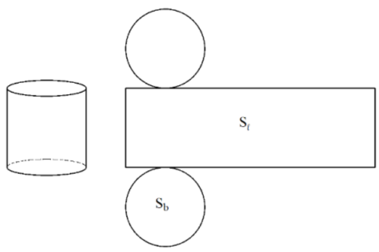


Fonte: Autor.

Área da superfície do cilindro.

Área da superfície do cilindro é dada pela seguinte expressão $S_t = 2S_b + S_\ell$ sendo a área total *(S_t),* área da base *(S_b)* e área lateral S_ℓ (Figura 23).

Figura 23. Exemplo de área superficial em cilindros.

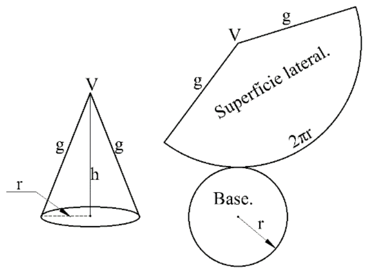


Fonte: Autor.

Área da superfície do Cone reto circular.

Área da superfície do Cone reto circular é dada pela seguinte expressão $S_t = S_b + S_\ell$ sendo a área total *(S_t),* área da base *(S_b)* e área lateral S_ℓ. Na área superficial do cone reto temos também a geratriz (*g*) (Figura 24).

Figura 24. Exemplo de área superficial em cone reto circular.

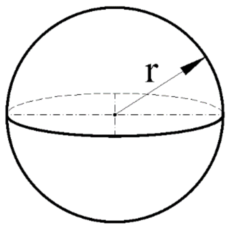


Fonte: Autor.

Área da superfície da esfera.

Área da superfície da esfera é dada pela seguinte expressão $S_t = 4\pi r^2$, sendo a área total *(S_t)* e *r* o raio (Figura 25).

Figura 25. Exemplo de área superficial em esferas.



Fonte: Autor.

2.7.4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA PARA O PLANO DE AULA 4- VOLUMES DOS PRINCIPAIS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.

A fundamentação teórica para o plano de aula 4 terá como objetivo dar suporte para o desenvolvimento do cálculo dos volumes dos principais sólidos geométricos. Lembramos que é de suma importância dar ênfase no Princípio Cavaliere que de acordo com (DOLCE e

POMPEO, 2005): dois sólidos, nos quais todo o plano secante, paralelo a um dado plano, denomina-se superfície de áreas iguais (superfícies equivalentes), são sólidos de volumes iguais, sólidos equivalentes.

Temos certa confusão sobre o que é volume de um solido e a capacidade que este volume suporta, uma das explicações didáticas que pode ser aplicadas em aula é a de Santos Filho (2016) que especifica que um dos principais equívocos no estudo dos sólidos é a confusão entre as palavras volume e capacidade. Devemos lembrar que volume é o espaço que o determinado sólido ou objeto ocupa no espaço, enquanto a capacidade é o quanto o objeto ou o sólido é capaz de armazenar algo. Por exemplo, uma rocha sólida no formato de um paralelepípedo possui volume, porém, sua capacidade de algo é nula. Já um pote de sorvete possui volume e capacidade.

Esta necessidade de relacionar volume e capacidade não é atual. Esta demanda vem do início do comércio, padrões eram utilizados no passado para determinar certos volumes. Segundo Renault (1865) esses padrões eram cilíndricos e por lei suas medidas de diâmetro e altura eram gravadas no fundo do recipiente, para identificar sua capacidade, ao se comprar leite ou azeite, por exemplo, utilizava-se um medidor contendo 1litro, também existiam padrões para secos como cereais e grãos.

Essas relações são utilizadas nos dias atuais, as principais relações são: $1m^3$=1000 litros, $1dm^3$=1 litro e $1cm^3$=1 mililitro.

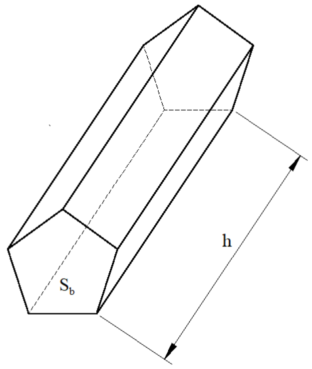
Analisando a cisterna como o objeto de estudo deste trabalho verificamos que terá volume e capacidade.

A seguir descreveremos as principais equações utilizadas nos sólidos geométricos a serem estudado:

Volume do prisma.

O volume do prisma é dado pela seguinte expressão $V_p = S_b h$, sendo V_p o volume do prisma, S_b a área da base e *h* a altura do prisma (Figura 26) .

Figura 26. Exemplo de um prisma para o cálculo de volume.

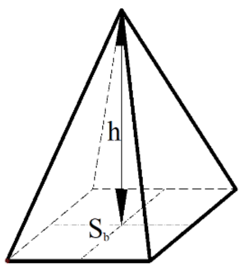


Fonte: Autor.

Volume da pirâmide.

O volume da pirâmide é dado pela seguinte expressão $V_p = \frac{1}{3} S_b h$, sendo V_p o volume da pirâmide, S_b a área da base e *h* a altura da pirâmide (Figura 27).

Figura 27. Exemplo de uma pirâmide para o cálculo de volume.

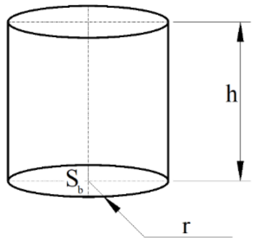


Fonte: Autor.

Volume do cilindro.

O volume do cilindro é dado pela seguinte expressão $V_c = S_b h \Leftrightarrow V_c = \pi r^2 h$ sendo V_c o volume do cilindro, $S_b = \pi . r^2$ a área da base e *h* a altura (Figura 28).

Figura 28. Exemplo de um cilindro para cálculo de volume.

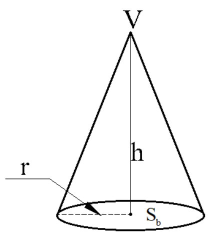


Fonte: Autor.

Volume do Cone reto circular

O volume do Cone reto circular é dado pela seguinte expressão $V_c = \frac{1}{3}S_b h \Leftrightarrow V_c = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, sendo o volume do cone *(V_c),* área da base *($S_b = \pi r^2$)* e altura *(h)* (Figura 29).

Figura 29. Exemplo de cone reto para cálculo de volume.

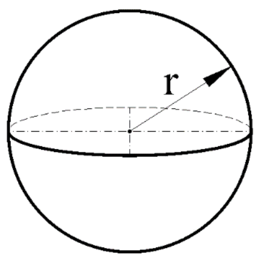


Fonte: Autor.

Volume da esfera.

O volume da esfera é dado pala seguinte expressão $V_e = \frac{4}{3}\pi r^3$, sendo o volume da esfera *(V_e)* e *r* o raio (Figura 30).

Figura 30. Exemplo de esfera para cálculo de volume.



Fonte: Autor.

Capítulo 3

Pesquisa Bibliográfica

Neste capitulo daremos um panorama geral sobre pesquisadores ou ações que reforcem ou justifiquem cientificamente os conteúdos abordados e discutidos resultando assim em um entendimento global desta pesquisa.

3.1. Projetos

Na compreensão de Hernández (1998), todas as coisas podem ser ensinadas por meio de projetos, basta que se tenha uma dúvida inicial e que se comece a pesquisar e buscar evidências sobre o assunto, contudo, isso não quer dizer que todo conhecimento obrigatoriamente seja construído por meio de projeto. Assim sendo, o processo necessita de aula expositiva, de trabalhos individuais e em grupo, da participação em seminários, ou seja, o estudo em diferentes situações.

> “... um empreendimento ou conjunto de atividades com objetivos claramente definidos em função de problemas, necessidades, oportunidades ou interesses de um sistema educacional, de um educador, grupos de educadores ou de alunos, com a finalidade de realizar ações voltadas para a formação humana, construção do conhecimento e melhoria de processos educativos” (MOURA e BARBOSA, 2011).

3.2. ÁGUA E CISTERNA – ÁGUA PLUVIAL NA REDUÇÃO DE CONSUMO DE ÁGUA POTÁVEL

A implantação de um sistema de aproveitamento de água pluvial para fins não potáveis, aplicado às Habitações de Interesse Social o Programa Minha Casa Minha Vida 1, situada no Município de Feira de Santana–BA, lançado pelo governo federal no dia 25 de março de 2009, que previu o aporte de 34 bilhões de reais visando à construção de 1 milhão de moradias, com a perspectiva de reduzir em 14% o déficit habitacional brasileiro, desenvolveu esse desafio de reaproveitar água pluvial e reutilizá-la nas moradias construídas pelo programa citado.

Foi feita uma breve revisão bibliográfica como: coleta de dados referentes à quantidade de chuva na região em estudo, descrição da tipologia da edificação e o dimensionamento da área do telhado, o dimensionamento do reservatório para armazenar a água pluvial captada e uma estimativa do consumo de água não potável nessa habitação (CAIXA ECONOMICA FEDERAL, 2009).

Para o dimensionamento do volume do reservatório, fez-se necessário conhecer a precipitação pluviométrica média mensal da região de Feira de Santana-BA, a área de contribuição dos telhados da edificação em estudo e o coeficiente de escoamento superficial, que é o quociente entre a água que escoa pela superfície de captação pelo total de água precipitada. Esse coeficiente varia com a inclinação e com o material da superfície de captação.

De acordo com Santos (2002), entre as soluções apontadas para os problemas que afetam os recursos hídricos, a universalização dos serviços de água e esgoto é o primeiro objetivo colocado por largos setores da sociedade, pelos organismos internacionais como a ONU e o Banco Mundial e pelo governo brasileiro. Além de atender a uma necessidade de melhoria das condições de saúde e de vida da população se refletirá também na adoção de práticas de conservação e na recuperação da qualidade ambiental dos ecossistemas como um todo. Foi possível comparar o consumo de água não potável com o volume de chuva que iria captar e armazenar a água da chuva, como também a possibilidade de implantação do sistema para atender suas necessidades de consumo.

Desse modo, através deste estudo de caso, realizado em um tipo de residência popular do Programa do Governo Federal – Minha Casa Minha Vida da (CAIXA ECONOMICA FEDERAL, 2009), localizada no município de Feira de Santana-BA, foi possível estimar o consumo de água não potável obtendo um consumo de 2,93m³/mês. A captação da água de chuva para a implantação do sistema de aproveitamento de águas pluviais foi realizada apenas pela cobertura (telhado), e com dados pluviométricos da região, resultando assim em um volume aproveitável de 3,32m³/mês. A partir desses dados foi possível concluir que o aproveitamento de águas pluviais obteve resultados satisfatórios, pois a demanda para utilização de água não potável foi maior que a captação de água pluvial por este sistema utilizado em estudo. Como o consumo médio de água estimado na residência é de 13.38m³/mês, a utilização deste sistema de aproveitamento de águas pluviais serve para redução das contas de água fornecida pela concessionária EMBASA, pois a utilização da água potável para fins menos nobres nos pontos mostrados em estudo é de 2,93m³/mês, o que significa uma redução de aproximadamente 22% no gasto com água potável. Além disso, a EMBASA possui uma campanha de tarifa social, que é um valor fixo, pago pelas residências que consumirem até 10m³/mês de água. Porém a habitação em estudo teria de reduzir cerca de 26% do seu consumo de água mensal. Mas com a utilização do sistema de aproveitamento de águas pluviais que reduz esse consumo em 22%, basta fazer uma economia de 4% da água potável utilizada no mês. Assim a população de baixa renda residente neste tipo de habitação se beneficia com a tarifa social e reduzir ainda mais o valor mensal pago nas suas faturas.

Apesar da contribuição financeira que a implantação do sistema de aproveitamento de águas pluviais proporciona a sua utilização também é de grande valia ambiental, pois pode preservar a água combatendo o desperdício e ajudando a controlar as inundações.

3.3. ECOLOGIA

É preciso reconhecer que o consumismo adquiriu uma duvidosa e temerária condição de valor social, cuja dimensão assume contornos preocupantes em uma sociedade que ainda não aprendeu a relacionar suas atitudes individuais ou coletivas de consumo à produção, à degradação ambiental e à consequente perda da qualidade de vida das pessoas.

No entanto, consumo sustentável não se refere somente às mudanças comportamentais de consumidores individuais ou, ainda, às mudanças tecnológicas de produtos e serviços para atender ao papel dos consumidores, mas sim priorizando suas ações, individuais ou coletivas, enquanto práticas políticas. Desse modo, é necessário envolver o processo de formulação e implementação de políticas públicas e o fortalecimento dos movimentos sociais.

Então, a relevância não é exatamente o impacto ambiental do consumo, mas antes o impacto social e ambiental da distribuição desigual do acesso aos recursos naturais, visto que tanto o superconsumo quanto o subconsumo causam degradação social e ambiental.

> “...o papel do educador em seu espaço de vivência é de fundamental importância, pois é necessário instigar os estudantes a observarem suas diferentes atividades, nesse caso com ênfase na água, cabe ao educador o papel de intérprete e leitor dos ambientes, a fim de propiciar ao educando o olhar e o aprender a ler e compreender o que passa a sua volta” (BERNARDES, 2009).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – Temas Transversais (BRASIL, 1997) afirmam que: “o trabalho com as questões ambientais na escola contribui para que os alunos adquiram o hábito de zelar pela natureza e cumprir com suas responsabilidades de cidadão. É essencial que a Educação Ambiental esteja presente nas discussões sobre a água no ambiente escolar, para que os alunos e docentes adquiram uma nova mentalidade ecológica", como afirma Carvalho (2008).

3.4. INTERDISCIPLINARIDADE

Um dos principais fundamentos lançados está na metodologia de ensino proposta nos Parâmetros Curriculares Nacionais da Educação (PCN), que passa a vincular a educação escolar ao mundo do trabalho e à prática social, propondo a contextualização do ensino e uma ciência de caráter interdisciplinar (BRASIL, 2000). De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio (BRASIL, 2000): "...a interdisciplinaridade deve ir além da mera justaposição de disciplinas e, ao mesmo tempo, evitar a diluição delas em generalidades".

> Se há interdisciplinaridade, há encontro, e a educação só tem sentido no encontro. A educação só tem sentido na mutualidade, numa relação educador-educando em que haja reciprocidade, amizade e respeito mútuo (FAZENDA, 2010).

Será principalmente na possibilidade de relacionar as disciplinas em atividades ou projetos de estudo, pesquisa e ação que a interdisciplinaridade poderá ser uma prática pedagógica e didática adequada aos objetivos do Ensino Médio.

> [...] todo projeto supõe rupturas com o presente e promessas para o futuro. Projetar significa tentar quebrar um estado confortável para arriscar-se, atravessar um período de instabilidade e buscar uma nova estabilidade em função da promessa que cada projeto contém de estado melhor do que o presente. (FAZENDA, 2002).

Capítulo 4

Projeto

Todos sentados em seus lugares, por favor! Esta frase, muitos já devem ter ouvido pelo menos um momento na vida e, provavelmente a ouviu na escola, e pensando em escola, esta ficou parada no decorrer do tempo, resistiu às mudanças como forma de sabedoria, como um sentido do conhecimento, não se modernizou aos avanços tecnológicos. O giz e a lousa continuam sendo instrumentos primordiais, fato este que faz com que o estudante não veja a escola como um lugar agradável, e sim como um lugar desconectado com essa nova realidade. Hoje em dia, ficou fácil obter informações, pois qualquer dúvida "Google", informação mais confiável, "Google acadêmico", aplicativo de resolução de fórmulas via imagem "PHOTOMATH", programas que navegam pelo corpo humano em realidade virtual, etc. Quanto à frase que habitualmente se escuta na escola, "todos sentados em seus lugares, por favor!", embora seja uma questão de ordem, visto que não se pode começar uma aula com todos em pé, mas desde os primórdios, das primeiras salas de aula, sempre a mesma formação, nuca na nuca, carteira após carteira esperando o professor distribuir seu conhecimento.

É fato, a escola no Brasil está obsoleta, basta ver os instrumentos de avaliações como SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica), ANA (Avaliação Nacional de

Alfabetização), Prova Brasil e SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) que são utilizadas como base para o IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica), sem contar as internacionais como a PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), mostram o nosso rendimento pífio comparado a outros países.

A escola deixou de ser um trampolim social, cada dia a desigualdade social aumenta, e como a escola pública não tem alcançado seus índices de melhoria, a discrepância entre a educação básica e a particular só aumentam com a mesma ferocidade da desigualdade social, então aquela frase que “você vai precisar disso para o vestibular” já não anima mais os jovens da periferia, estudar na faculdade nem sempre é uma realidade alcançável, devemos então deixar o jovem nesse ciclo vicioso? Como dar uma injeção de ânimo no jovem do século XXI com a educação do século XIX? Uma das opções é trazer a realidade desse mundo moderno para dentro das instituições de ensino, desenvolver projetos que desafiem, norteie e inovem. Os projetos não são as soluções de todos os problemas, mas ao trazê-los baseados nas necessidades da nossa sociedade intrinsicamente ligada às novas tecnologias fundamentais, podemos motivá-los e aproximar essa escola obsoleta a toda essa vasta tecnologia desenvolvida pelo ser humano.

Trabalhar com projetos escolares nos leva a uma conversação cultural, pois criam significados e um novo modo de olhar a globalidade dos fenômenos que nos rodeiam e com isso, como denomina Gadamer (1976), ampliam o “horizonte do conhecimento”, que nesse caso, no contexto escolar, seria para os docentes e discentes, mas é preciso disposição para aprender.

Esse trabalho se propõe ensinar os alunos a pesquisar a partir de problemas ou situações relacionados à vida real e, dessa forma, aprendam quais procedimentos devem fazer, mas também, que estes permitam que continuem a aprender no decorrer de suas vidas. Cabe à

Escola lhes oferecer suporte para que explorem as diferentes subdivisões da realidade e os projetos de trabalho podem servir de orientadores dessa nova caminhada.

A função do projeto de acordo com Hernández (1996) é favorecer a criação de estratégias de organização dos conhecimentos escolares em relação ao tratamento da informação e a relação entre os diferentes conteúdos em torno de problemas.

Essa necessidade de propor mudanças na Escola, como também no conteúdo escolar se deve às grandes mudanças em relação à informação e os projetos, os trabalhos por temas ou pesquisas do meio, são uma prática educativa que aproxima a Escola ao cotidiano, isto é, conectar o que eles já sabem somados às hipóteses levantadas e proporcionar aos estudantes consciência de que vale a pena, é construtivo, é significativo no sentido da aprendizagem.

Um projeto interdisciplinar envolve docentes e discentes, pressupõe uma postura metodológica para compreender o ensino, a temática, o problema e a solução. Além disso, favorece o diálogo entre os componentes curriculares na perspectiva de contribuir para uma aprendizagem mais significativa e para a construção da autonomia intelectual dos estudantes através da conjugação do ensino com a pesquisa, assim como da unidade teoria-prática (EVANGELISTA, COLARES; FERREIRA, 2009) e (PERRENOUD, 1999). Portanto, trabalhar com projetos interdisciplinares oportuniza a participação de todos, pois só se aprende a fazer fazendo, o aluno se envolve no projeto e são motivados a procurarem soluções para os problemas, eles são os construtores do conhecimento, adquirem responsabilidades, e o professor orienta o desenvolvimento interdisciplinar no processo de ensino e de aprendizagem. No entanto, em um projeto interdisciplinar é de fundamental importância nas relações entre as pessoas, os objetos e a natureza (EVANGELISTA; COLARES; FERREIRA, 2009).

Por exemplo: em relação à Matemática–valor do número como forma de conhecer a organização da realidade, analisar problemas e compreendê-los a partir do enunciado e quais operações seriam necessárias para sua resolução, saber o significado das medidas e saber aplicá-las, saber a dimensionalidade dos volumes e reconhecer, como também, modificar o ponto de vista de uma representação desenhada.

Enfim, o trabalho com projetos deve vincular os conteúdos curriculares de informações com seus contextos e elementos no sentido de aprender-ensinar por meio de relações interdisciplinares, levando em consideração que cada turma reage de maneira diferente, porém cabe ao professor ensinar a contextualizar a informação. Isso implica uma mudança conceitual na própria prática docente, pois este deve fazer constantemente uma autoanálise e, assim tomar consciência do processo de aprendizagem que o aluno faz o que torna possível nova possibilidade de intervenção pedagógica. Essa inovação parte de uma necessidade compartilhada por toda equipe docente e discente, por isso a inovação deve partir de uma realidade da escola.

> Os projetos não são um recurso didático, e sim uma tentativa de que os estudantes aprendam e se eduquem de forma reflexiva, autônoma e crítica em relação à formação que lhes rodeia e à diversidade de formas culturais e pessoais que estão presentes no mundo contemporâneo (HERNÁNDEZ, 1988).

Trabalhar com projetos temático direciona o que ensinar e se situar em um projeto interdisciplinar, várias disciplinas têm conceitos chave comuns, e ao desenvolve-lô temos como consequência, levar o aluno a aprender de maneira globalizada e, para que ele compreenda o mundo em que vive é necessário que ele saiba como ter acesso, como analisar e interpretar a informação.

4.1. PROJETOS VIÁVEIS

A viabilidade de projetos se inicia pela explicitação de sua função. Como exemplos de bons projetos podemos citar:

- A cisterna (objetivo de estudo deste trabalho)
- Canteiro Bio-séptico - A utilização de canteiros Bio séptico em escolas que não têm ligação com a rede de esgoto oficial, utilizam fossas negras com sumidouro para captação dos afluentes do esgoto doméstico, contaminando assim lençol freático, com a utilização do (CANTEIRO BIO-SÉPTICO, 2009) criado a partir da observação e respeito à natureza cria-se uma fossa em formato de paralelepípedo impermeável que utiliza bananeira ou Taioba, plantas conhecidas com a grande capacidade de evaporação de água associados a micro organismos para decomposição dos materiais sólidos.
- Aquecedores de água solar - consiste no aquecimento de água via energia solar.
- Energia eólica - forma limpa de obter energia elétrica a partir dos ventos, o Nordeste brasileiro já possui fazendas eólicas por ser uma região com ventos fortes constantes, mas é um ótimo tema para um projeto de preservação do meio ambiente contra a termo-elétrica.
- Energia solar - forma limpa de obter energia elétrica a partir do sol, é um ótimo tema para um projeto de preservação do meio ambiente contra as termo-elétricas.
- Aquaponia - A aquaponia é criação integrada entre a hidropônica e aquicultura, alimenta-se as hortaliças com a circulação da água que contém os dejetos dos peixes, as hortaliças são sustentadas pelos nutrientes deixados pelos peixes e eles são presenteados com água limpa após a circulação, se desenvolvendo a partir do oferecimento de ração. (HUNDLEY, 2013).
- Telhado verde. O telhado verde é uma forma de cobrir as residências utilizando o teto como um canteiro de plantas e segundo (BALDESSAR, 2012) os telhados verdes, por longo período da história da arquitetura, vêm sendo utilizados, porém com conotações diferentes. Suas motivações foram estéticas, vernaculares, lazer, ecológicas e por fim sustentáveis. Por este último motivo é

que hoje se procura implantar maiores quantidades de telhados verdes nas cidades utilizando-os como um mecanismo de eficiência energética, de conforto térmico e acústico e um potencial redutor da vazão de água pluvial escoada.

- Construções com bambu. - A construção com bambu surge como uma alternativa construtiva ecologicamente viável, visto que se trata de um material de fácil obtenção, reduzido consumo energético e de baixo custo (BARROS e SOUZA, 2004).
- Minhocário residencial - As minhocas se alimentam dos restos ou cascas de legumes e verduras da residência e a transformam em húmus, evitando assim que esse dejeto seja descartado nos lixões, poluindo o meio ambiente.

Todos os sistemas de preservação podem virar excelentes projetos educacionais desenvolvidos nas especificidades de cada matéria ou projetos interdisciplinares ou transdisciplinares.

4.2. HABILIDADES E COMPETÊNCIAS DESENVOLVIDAS

O projeto cisterna tem como intuíto desenvolver todas as habilidades necessárias para planejar, corroborar, analisar e identificar. Este objetivo deverá ser percebido ao final do projeto, pois a competência de saber fazer está intrinsicamente ligada com todas as habilidades adquiridas e harmonicamente trabalhadas. Os objetivos descritos nas disciplinas abaixo estão de acordo com os PCNs (1997).

4.2.1. MATEMÁTICA

Ao final do processo de aprendizagem o aluno seja capaz de:

- Saber usar de modo sistemático relações métricas fundamentais entre os elementos de triângulos retângulos, em diferentes contextos.
- Saber construir polígonos regulares e reconhecer suas propriedades fundamentais.

- Saber inscrever e circunscrever polígonos regulares em circunferências dadas.
- Compreender os fatos fundamentais relativos ao modo geométrico de organização do conhecimento (conceitos primitivos, definições, postulados e teoremas).
- Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como o prisma e o cilindro, utilizando-as em diferentes contextos.
- Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como a pirâmide e o cone, utilizando-as em diferentes contextos.
- Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) da esfera e de suas partes, utilizando-as em diferentes contextos.
- Compreender as propriedades da esfera e de suas partes, relacionando-as com os significados dos fusos, das latitudes e das longitudes terrestres.

4.2.2. OUTRAS DISCIPLINAS

Em língua Portuguesa espera-se que o aluno seja capaz de reconhecer as situações em que aplicará o novo conhecimento ou habilidade ao:

- Identificar os problemas enfrentados pela população brasileira, em função do uso inadequado da água;
- Organizar situações de estudo e utilizar procedimentos e estratégias de leitura adequada aos objetivos e à natureza do conhecimento em questão;

Cada disciplina apta a desenvolver o tema, obtenha um aproveitamento relevante que possa comtribuir para um melhor aproveitamento da água.

Capítulo 5

Plano de Aula

Planejar, de um modo geral, é uma ferramenta de suma importância seja qual for o setor social que se pretende trabalhar. Para o professor, elaborar um Plano de Ensino é fator de grande relevância para o ensino aprendizagem, pois será ele que norteará o trabalho docente e facilitará o desenvolvimento da disciplina aos discentes por meio de planos de aula que envolverão outros planos de aula, com os quais será possível prever os conteúdos que serão abordados, as atividades que serão desenvolvidas, como também os objetivos que se pretende somados à diferentes formas de avaliação para que se possa conquistar as metas propostas, pois sem ele todo e qualquer objetivo perde o sentido.

Além disso, ao elaborar o plano de ensino, o professor deve se questionar: o que deseja que seu aluno aprenda e, após sua constatação norteá-lo pelo perfil do aluno somado às concepções do projeto pedagógico de um curso. O plano de ensino é um tipo de planejamento que busca a previsão mais global para as atividades de uma determinada disciplina durante o período do curso (período letivo ou semestral). Para sua elaboração, os professores precisam considerar o conhecimento de mundo que os estudantes trazem consigo como também e o perfil destes, para então tratar de seus elementos que constituem o plano de ensino que são: os objetivos gerais e específicos, os conteúdos, os procedimentos (as estratégias metodológicas, as técnicas), como também os recursos didáticos e a avaliação.

Contudo, apesar da grande importância do planejamento de aula, muitos docentes optam por aulas improvisadas, o que é bastante prejudicial no ambiente de sala de aula, visto que as atividades acabam sendo desenvolvidas de forma desorganizada, não havendo assim, compatibilidade com o tempo disponível.

De acordo com Libaneo (1994) planejamento escolar é uma tarefa docente que inclui tanto a previsão das atividades didáticas em termos de organização e coordenação em face dos objetivos propostos, quanto a sua revisão e adequação no decorrer do processo de ensino. Portanto, o planejamento de aula é um instrumento essencial para o professor elaborar sua metodologia conforme o objetivo a ser alcançado, tendo que ser criteriosamente adequado para as diferentes turmas, havendo flexibilidade caso necessite de alterações.

A geometria também pode propiciar o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial é cada vez mais indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno. Por meio da exploração das formas geométricas, o aluno desenvolve a percepção do mundo em que está inserido, descreve-o, representa-o e aprende a localizar-se nele. O trabalho com as noções geométricas deve instigar os educandos a serem observadores, a perceberem semelhanças e diferenças e a identificarem regularidades. (FÜRKOTTER E MORELATTI, 2009).

A criança realiza suas primeiras experiências de vida quando vê, ouve e manuseia com a ajuda da linguagem, mas principalmente com o auxílio da percepção espacial iniciando suas descobertas. É importante ressaltar que a criança deve ser incentivada a explorar o espaço em que vive, porque a efetiva aprendizagem acontece pelas ações mentais que a criança realiza quando compara, distingue, separa e monta. São essas habilidades que podem estimular sua percepção visual e permitir que ela se localize no espaço à sua volta (LORENZATO, 2006).

Devido à organização deste trabalho concentramos toda a teoria, conceitos e definições na seção (2.7), essa concentração visa auxiliar o leitor e estabelecer uma conecção do conteúdo com suas definições.

5.1. DESCRIÇÃO DOS PLANOS DE AULA DE MATEMÁTICA

A Geometria Métrica Espacial é a área da Geometria responsável pelos cálculos de medidas que envolvem sólidos e figuras geométricas em um espaço tridimensional. É o estudo de todas as medidas referentes às figuras e aos sólidos geométricos que podem ser definidos no espaço.

Objetivos gerais do plano de ensino

O objetivo geral dos planos de ensino consiste em investigar os conhecimentos prévios dos alunos sobre geometria espacial e identificá-los, com o intuito de sanar possíveis dificuldades que ainda pairam sobre o assunto em pauta, para que possam identificar os elementos das figuras planas, assim como os elementos geométricos dos prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas desenvolvendo a capacidade de observar como são representados os objetos geométricos e físicos, de modo que se instigue ao rigor lógico, seu raciocínio dedutivo, indutivo e habilidade em lidar com conceitos espaciais trabalhados, propostas levando-os a progredir na aquisição de vocabulário preciso em geometria e adquirir uma bagagem de conhecimento que lhes permita resolver problemas colocados na vida cotidiana ou em outras disciplinas.

Calcular suas áreas laterais e totais e o volume de sólidos por intermédio de aulas expositivas, de exercícios e planificações (contato com a realidade) para que seja possível ampliar a discussão de conhecimentos sobre Geometria Espacial.

Para facilitar a visão geral do leitor no entendimento do desenvolvimento do tema, inserimos uma tabela com resumo em formas de tópicos contendo todo conteúdo que será desmembrado do plano de ensino em forma de planos de aulas.

Tabela 3. Resumo dos conteúdos abordados em cada plano de aula.

Planos de aula.	Conteúdos abordados em cada plano
Plano 1	Transformações entre os múltiplos e submúltiplos do metro, Relação de Euler, Teorema de Tales e semelhança de triângulos, Teorema de Pitágoras e Relações trigonométricas no triângulo retângulo.
Plano 2	Área dos principais quadriláteros, Área do triângulo e algumas especificidades, Área dos polígonos regulares, Área do círculo, do setor circular, da coroa circular e do segmento circular e Áreas com composição de figuras.
Plano 3	Área de superfície do prisma, da pirâmide, do cilindro, do Cone reto circular e da esfera.
Plano 4	Volume do prisma, da pirâmide, cilindro, do cone reto circular e da esfera.
Plano 5	Cálculo da capacidade volumétrica e desenvolvimento do pré-projeto da cisterna.

Fonte: Autor

Cada plano de aula conterá:

- Objetivo: O que espero que o aluno seja capaz ao final do plano de aula.
- Cronograma: O tempo utilizado para desenvolver o conteúdo.

- Conteúdo: Descreve toda matéria desenvolvida no plano de aula (os exemplos e atividades desenvolvidas estarão disponibilizados nos apêndices, sendo um apêndice para cada plano).
- Estratégia: Quais os meios ou artifícios usados para obter sucesso no desenvolvimento do plano de aula.
- Avaliação: Meios de como será avaliado o aluno.
- Sugestões de como abordar cada conteúdo: Neste tópico darei sugestões ou dicas de como abordar o conteúdo de acordo com a minha experiência em sala de aula.

5.1.1. PLANOS DE AULA 1 - REVISÃO DO CONTEÚDO NECESSÁRIO PARA DESENVOLVER O TEMA DE GEOMETRIA MÉTRICA ESPACIAL

Desenvolveremos neste plano de aula a revisão do conteúdo relacionado à geometria métrica espacial, salientaremos que as definições, teoremas e todo o conceito teórico podem ser vistos no Item (2.7.1).

Iniciaremos com as transformações entre os múltiplos e submúltiplos do metro de acordo com o SI (sistema internacional), relação de Euler em poliedros convexos ou não $V-A+F=2$ (vértice, aresta e face respectivamente) e a soma dos ângulos de todas as faces é dada por $S=(V-2)360°$, também comentaremos sobre o Teorema de Tales, semelhança de triângulos, teorema de Pitágoras e por fim as relações trigonométricas no triângulo retângulo.

I. Objetivo:

- Retomar os principais conteúdos que irão fundamentar, desenvolver, explorar, organizar, relacionar e nortear a revisão dos conceitos básicos para desenvolver os cálculos de volumes dos principais sólidos geométricos.

II. Cronograma:

- o Seis aulas de 50 minutos, sendo cinco aulas de atividades e uma de avaliação.

III. Conteúdo:

a. Transformações entre os múltiplos e submúltiplos do metro.
b. Relação de Euler.
c. Teorema de Tales e semelhança de triângulos.
d. Teorema de Pitágoras.
e. Relações trigonométricas no triângulo retângulo.

IV. Estratégia.

- o Aula expositiva
- o Planificação de um sólido geométrico em sulfite.
- o Cálculo da altura do prédio utilizando a sombra, trena e um cabo de vassoura.
- o Demonstração do teorema de Pitágoras via recorte de quadrados, entre outros.

V. Avaliação:

- o Atividades envolvendo as transformações de unidades nos múltiplos e submúltiplos do metro, Relação de Euler, Teorema de Pitágoras, Teorema de Tales (razões e proporções).

No Apêndice 2 temos as atividades e exemplos com correções para cada um dos itens do conteúdo desta aula.

VI. Sugestão de como abordar os conteúdos da aula 1:

Iniciaremos com sugestões baseadas na minha experiência em sala de aula, com um breve comentário de como abordaria cada conteúdo.

a. Transformação de múltiplos e submúltiplos do metro.

No Ensino médio os discentes apresentam certa dificuldade na compreensão desta transformação básica: um determinado valor numérico pode ser representado em várias unidades de medida e, sendo assim, há a necessidade de saber transformar o valor em questão em outra unidade de medida. Ao abordar o assunto e verificar os conhecimentos já adquiridos percebe-se certa confusão entre multiplicar por 1000 ou dividir por 1000, esquerda e direita, na maioria apresentam soluções incompletas ou maneiras de resoluções decoradas que geram mais dificuldades do que aprendizagem.

O aluno deverá perceber que essas transformações estão intrinsicamente ligadas com múltiplo e submúltiplos do número 10 e os nomes das unidades (todas derivadas do latim) representam essa comparação com a unidade base (as unidades base mais usuais são o metro, o litro ou o grama). Exemplificando temos os submúltiplos (unidades menores que a do metro) tais como: decímetro, centímetro e milímetro, que são respectivamente a décima, a centésima e a milésima parte do metro. Os prefixos de cada palavra nos indicam a relação com o metro, analisando o decímetro (unidade não tão usual no dia a dia), o prefixo deci representa a décima parte do metro, assim como no centímetro e milímetro o centi e o mili, representam a centésima e milésima parte do metro respectivamente. Do mesmo modo temos os múltiplos do metro o decâmetro, hectômetro (decâmetro e hectômetro também são unidades com pouca utilização) e quilômetro os prefixos deca, hecto e quilo representam dez vezes, cem vezes e mil vezes a unidade base respectivamente, mas alguns dos prefixos dos múltiplos têm pouca utilização no dia a dia, essa relação fica um pouco mais distante para o aluno, apesar de perceber a multiplicidade em questão, acaba esquecendo os nomes e a ordem de cada unidade, essa é a principal constatação que gera as dúvidas.

Sugiro então um artificio, técnica de cursinho pré-vestibular, uma frase contendo as iniciais de cada prefixo dos múltiplos e submúltiplos, Km (quilometro), Hm (hectômetro), Dan (decâmetro), m (metro), dm (decímetro), cm (centímetro) e mm (milímetro), uma das frases utilizadas é a seguinte: “Kiko Homem Danado Mandou Descer a Calça da Maria” a primeira letra de cada palavra é associada à primeira letra de cada prefixo da unidade, então temos Km, Hm, Dan, m, dm, cm e mm.

A partir desse problema solucionado relembro os discentes da importância da vírgula, neste processo saber localizar a vírgula é imprescindível e saber sua relação com a unidade ou assunto discutido, escreva um número qualquer e deixe a impressão que se trata de dinheiro, como exemplo 625,53 e pergunte: “Desejas?”, mas não afirme, um dos discentes menos avisado, responderia “lógico”, faça um debate, determine que possa ser dívida, escreva outro número e faça o mesmo processo, não aparecerá um “lógico” sem indagar sobre o que estamos tratando, então, este é o momento esperado para introduzir a importância das unidades de medida e que a vírgula separa a parte inteira da decimal em relação àquela unidade, usando o mesmo exemplo 625,53 dm, temos 6 centenas, 2 dezenas e 5 unidades de decímetro (dm) mais 5 décimos 3 centésimos de decímetro, logo como a vírgula determina a separação da parte inteira da decimal, a vírgula sempre irá à unidade em que o número está representado nesse exemplo, no decímetro. Verificaremos a seguir na Tabela 4:

Tabela 4. Exemplo de utilização de tabela de transformações de unidades.

Km	Hm	Dan	M	dm	cm	mm
		6	2	5,	5	3

Fonte: Autor

Após o número fixado na tabela faça a associação do seguinte modo, se a vírgula for para o lado direito do número 6, teremos 6,2553Dan, sabendo o que a vírgula representa, teremos uma transformação de equivalência, pois 625,53 dm equivale a 6,2553dan, percebe-se então que esta mudança está intrinsicamente relacionada com a multiplicação ou divisão por 10, 100, 1000, sanando, assim a dificuldade de relacionar a transformação com divisão ou multiplicação, da esquerda para a direita e vice-versa.

Perceba que esta tabela tem apenas sete unidades, logo um número com mais de sete algarismos tende a ficar fora dela. Esse momento é propício para explicar que existem outras unidades fora da tabela como os múltiplos de prefixo mega, giga e tera ou submúltiplos, micro, nano e pico. Utilizaremos então como exemplo 432,894 cm (Tabela 5):

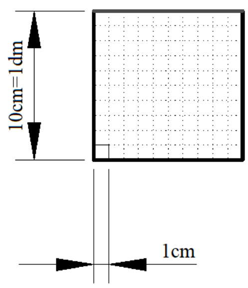
Tabela 5. Exemplo de utilização de tabela de transformações de unidades.

Km	Hm	Dan	m	dm	cm	mm		
			4	3	2,	8	9	4

Fonte: Autor

Essa tabela também serve para transformações de unidades de área e volume, ao transformar $1dm^2$ em cm^2, perceberemos que se trata de espaço. A pergunta a se fazer é: quantos quadrados de 1 cm^2 cabem dentro de $1dm^2$? De acordo com a Figura 31 temos 100 quadradinhos de 1 cm^2, logo ao transformar 1 dm^2 em cm^2, temos uma multiplicação por 100, então na transformação dentro da tabela teremos de usar dois símbolos numéricos em cada unidade.

Figura 31. Visualização da decomposição de $1dm^2$ em $100cm^2$.



Fonte: Autor.

Para transformar 1 dm^2 em cm^2, teremos (Tabela 6):

Tabela 6. Exemplo de transformação ($1dm^2$ em cm^2).

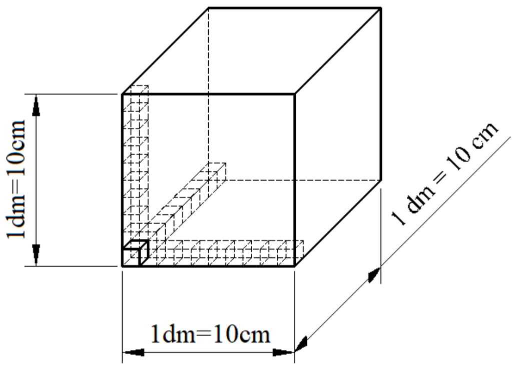
Km	Hm	Dan	m	dm	cm	mm
				01,		
				1	00,	

Fonte: Autor

Logo $1dm^2 \equiv 100\ cm^2$.

No caso de volume como são três dimensões, a pergunta a se fazer seria: quantos cubos de $1cm^3$ cabem em $1dm^3$? De acordo com a Figura 32 temos 1000 cubinhos de $1\ cm^3$, logo ao transformar $1\ dm^3$ em cm^3, temos uma multiplicação por 1000, então na transformação dentro da tabela teremos de usar três símbolos numéricos em cada unidade.

Figura 32. Visualização da decomposição de $1dm^3$ em $1000cm^3$.



Fonte: Autor.

Para transformar $1\ dm^3$ em $1\ cm^3$, teremos (Tabela 7)

Tabela 7. Exemplo de transformação ($1dm^3$ em cm^3).

Km	Hm	Dan	m	dm	cm	mm
				001,		
				1	000,	

Fonte: Autor

Logo $1dm^3 \equiv 1000\ cm^3$.

b. Relação de Euler.

A relação de Euler será entendida com mais facilidade se trabalhar com materiais concretos ou construir seu próprio material, logo sugiro a construção de um cubo, utilizando uma folha de sulfite, com isso perceberão a quantidades de faces que são formadas pelos polígonos (são figuras planas, nomeados pelos seus números de lados), a quantidade de arestas que são os lados dos polígonos e a quantidade de vértices que são os encontros dos segmentos que formam o lado dos polígonos.

Perceberão também que cada aresta do cubo é formada por dois lados dos polígonos da face e a validade da relação de Euler que é descrita na seguinte forma $V - A + F = 2$ (vértice, aresta e face respectivamente).

c. Soma das medidas dos ângulos das faces de um poliedro convexo.

Aproveite o cubo como exemplo de um poliedro convexo para validar que a soma dos ângulos de todas as faces é dada por $S = (V - 2).360°$ sendo S, a soma dos ângulos da face e V o número de vértices, respectivamente. Esse é o momento propício para desafiar os discentes com o cálculo da soma dos ângulos de todas as faces de uma bola de futebol (normalmente eu solicito ao professor de Educação Física uma para exemplo), mostre que a bola é formada por 12 pentágonos e 20 hexágonos (faça marcações com giz colorido, fácil limpeza, uma cor para cada polígono). Induza a percepção dos discentes para as 32 faces e que as arestas são formadas por 2 lados de cada polígono, então só faltará o vértice, determinado pela relação de Euler. Solicite que determinem os vértices e a soma.

d. Teorema de Tales.

Antes de começar com o teorema de Tales é importante verificar o conhecimento que os discentes têm sobre razões, o que significa uma razão? De certo irão relacionar com argumentação, esse argumento tem razão ou não, aproveitar esse gancho para indicar o significado matemático, não somente como o resultado de um quociente, mas sim uma relação que pode ser analisada, razão entre o número de meninos em relação as meninas, terá um significado, representa a quantidade ou a proporção de meninos em relação as meninas, após essa primeira enquete, relacionamos essa primeira razão à proporção. Nesse caso, sugiro fazer uma comparação entre salas, imaginando a mesma razão, determine o número de meninos sabendo o número de meninas.

Citando um exemplo prático, pode ser: calcule a altura de um poste, do prédio escola, do mastro da bandeira, etc., aplicando Tales, usando um cabo de vassoura, uma trena e a sombra do objeto a ser calculado. Monte os triângulos semelhantes e conte um pouco de história da matemática, comente que atribuem a Tales o cálculo da altura da pirâmide de Quéops no Egito utilizando apenas um bastão e as sombras do monumento e do bastão.

Outra sugestão imprescindível é a utilização de lápis de cor para marcar os ângulos congruentes entre triângulos semelhantes, peça sempre que os discentes redesenhem os triângulos na mesma posição de semelhança, ficará mais fácil a identificação de cada ângulo e lado proporcional

e. Teorema de Pitágoras.

O teorema de Pitágoras é muito importante na geometria e na vida, a sua importância é tamanha que mesmo sendo desenvolvida há quase 2500 anos, suas aplicações são extremamente modernas para os dias de hoje, tanto que ele está presente na grande maioria dos vestibulares, suas definições podem ser verificadas na fundamentação teórica.

Sugiro que solicite a reprodução de uma construção com régua e compasso de um triângulo de 3 cm, 4 cm e 5 cm no quadro (ou se tiver disponível na escola uma sala com computadores de uso dos discentes, construa utilizando um programa de geometria, eu uso o régua e compasso) e em seus respectivos cadernos, solicite também a construção em um quadriculado de 1cm (ou quadricule uma folha de sulfite) de três quadrados com 3cm, 4 cm e 5 cm em folha separada, solicite que recorte os respectivos quadrados.

Sobreponha o lado do quadrado de 5 cm no lado do triângulo de 5cm, repita a operação com os quadrados de 3 e 4 cm, prove com eles que o teorema de Pitágoras é válido, $a^2 = b^2 + c^2$ sendo *a* a hipotenusa, b e c os respectivos catetos.

f. Razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Seno, cosseno e tangente serão as razões estudadas dentro de um triângulo retângulo. Dá-se o nome de razão trigonométrica ao número atribuído pelo resultado de um quociente entre seus lados, cateto oposto (co), cateto adjacente (ca) e hipotenusa (hi). Temos três razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente. As razões são exemplificadas nas igualdades a seguir $sen\alpha = \frac{co}{hi}$, $\cos\alpha = \frac{ca}{hi}$ e $\text{tg}\alpha = \frac{co}{ca}$, mas como lembrar as igualdades? Crie um ambiente descontraído e entre novamente com as frases bem-humoradas: “Suruba Com Traveco? Cohi, cahi e bebi uma coca, quem quiser ficar que fique, eu corro”, explicando na forma da Tabela 8:

Tabela 8. Significado de cada inicial ou sílabas na frase humorada.

O *S* de Suruba para lembrar-se de seno	$sen\alpha = \frac{co}{hi}$	O *cohi* para lembrar a razão entre *co* e *hi*
O *C* de Com para lembrar-se de cosseno	$\cos\alpha = \frac{ca}{hi}$	O *cahi* para lembrar a razão entre *ca* e *hi*
O *T* de Traveco para lembrar-se de tangente.	$\text{tg}\alpha = \frac{co}{ca}$	A *coca* para lembrar a razão entre *co* e *hi*

Fonte: Autor

Podemos utilizar a primeira coluna acima para montar uma tabela com os valores dos ângulos notáveis (30º 45º e 60º), momento ator, vamos utilizar o ritmo da música, de jingle bells, para lembrar dos ângulos notáveis. Ei-la: “123, 321, tudo sobre dois, raiz de três sobre três, um raiz de três, cobre todo mundo que está nevando”. Explicando o contexto na Tabela 9:

Tabela 9. Significado de cada da música jingle bells.

“1 2 3”	São os numeradores da linha do seno.
“3 2 1”	São os numeradores da linha do cosseno
“tudo sobre dois”	São denominadores das linhas seno e cosseno
“raiz de três sobre três”	É a tangente de 30º
“um raiz de três”	Representa a tangente de 45º e 60º respectivamente
“cobre todo mundo que está nevando”	Representa a raiz quadrada sobre todos os numeradores que não estão cobertos por nenhuma raiz

Fonte: Autor

Concomitante com a música se monta a tabela a seguir:

Tabela 10. Significado de cada item na parodia jingle bells.

	30º	45º	60º
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Fonte: Autor

5.1.2. PLANOS DE AULA 2 - CÁLCULO DE ÁREAS DAS PRINCIPAIS FIGURAS PLANAS.

Desenvolveremos neste plano aula 2 o conteúdo relacionado às áreas das principais figuras planas. Esse conteúdo é fundamental para o cálculo de volume dentro da geometria métrica espacial, salientaremos que as definições, teoremas e todo o conceito teórico podem ser vistos no seção (2.7.2).

Iniciaremos com as áreas dos principais quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio e losango, em seguida todas as atenções serão dadas para os triângulos logo após, daremos continuidade com os polígonos regulares e, posteriormente trabalharemos com o círculo e suas especificidades como: setor circular, coroa circular e seguimento circular. Assim, finalizaremos esse plano com composição de áreas.

I. Objetivo:

- Retomar os principais conteúdos que irão fundamentar, desenvolver, explorar, organizar, relacionar e nortear a revisão dos conceitos básicos para desenvolver os cálculos de áreas nas principais figuras planas e algumas especificidades pontuais.

II. Cronograma:

- Cinco aulas de 50 minutos, sendo quatro aulas de atividades e uma de avaliação.

III. Conteúdo:

a. Área dos principais quadriláteros.
b. Área do triângulo e algumas especificidades.
c. Área dos polígonos regulares
d. Área do círculo, do setor circular, da coroa circular e do segmento circular.
e. Áreas com composição de figuras.

IV. Estratégia.

- Aula expositiva
- Cálculo de área no papel quadriculado.
- Equacionamento por composição de áreas de figuras planas em papel sulfite.

V. Avaliação:

- Atividade envolvendo cálculo de áreas das principais figuras planas com suas composições.

No Apêndice 3 temos exemplos e as atividades com correções para cada um dos itens do conteúdo desta aula.

VI. Sugestão de como abordar os conteúdos da aula 2:

De um modo geral os discentes da instituição de ensino que eu leciono apresentam certa dificuldade para acompanhar os conteúdos de matemática, pois de certa forma ao aprofundar o grau de dificuldade verifico a necessidade de retomar os conteúdos básicos já discutidos. Não é diferente quando vou falar de áreas de um modo geral, retomo o conteúdo, fórmulas e algumas dicas para solucionar alguns exercícios.

A falta de unidade de medida após os números é um problema e dificilmente se sabe qual é essa unidade. Imagine então, quando o problema envolve uma unidade elevada a uma potência que representa sua condição de área ou volume, para tentar amenizar este problema desenvolvi uma frase que utilizo várias vezes na mesma aula, quando um discente me apresenta um número sem unidade pergunto: "Se trata de jabuticabas, melancias, rinocerontes…?" e de imediato invento algumas outras possibilidades. Essa pergunta tem o intuito de despertar o raciocínio lógico que em fatos de problematização como: uma resposta numérica sem a devida unidade ou o que ela representa, não é uma resposta e sim simples algarismos colocados no papel.

Ao preparar minhas aulas de áreas no ensino médio ou no ensino fundamental relembro sempre das dificuldades que meus discentes tiveram no ano anterior. Uma das dificuldades mais comuns é não saber identificar se as unidades são lineares, áreas ou volumes, então discuta as diferenças e o que cada um representa. Esta dificuldade diminuiu bastante após eu brincar com uma comparação que envolve a minha altura e cogito qual seria 1,72m, $1{,}72m^2$ ou $1{,}72m^3$? Na maioria das vezes sempre tentam me engordar.

Na medida do possível mostre aos discentes de onde sugiram as fórmulas, e que a fórmula do triângulo foi pensada a partir de um quadrilátero quando inserimos uma diagonal dividindo-o no meio, por isso a divisão por dois. O losango pode ser decomposto em um retângulo com metade da altura reposicionando os triângulos formados pelas suas diagonais, por isso a divisão por dois. Desse modo eles perceberão que as equações seguem uma determinada lógica de composição de figuras e às vezes mesmo sem lembrar a fórmula conseguirão resolver o problema.

Em relação ao conteúdo sempre que posso, dou início ao tópico área com papel quadriculado. No começo há certo espanto de que conteúdo é fácil, contudo é um método de perceberem que a área é uma comparação com o espaço que a figura representa com uma determinada unidade. Faço uma atividade de compatibilidade de unidades da seguinte forma: em uma folha quadriculada solicito que desenhem uma figura, somente polígonos com lados retos que ocupe aproximadamente metade folha A4 quadriculada, peço então para contar quantos quadradinhos tem dentro do desenho, como os quadrados são pequenininhos há sempre uma reclamação "nossa quantos quadrados para contar!". Depois de realizada a contagem verifica-se um número alto na resposta, então solicito que agrupem em uma unidade maior de área contendo 10 quadradinhos na base e 10 quadradinhos na altura sem deixar espaço entre eles, com esse exercício pretendo que percebam a compatibilidade em espaços assim como conhecem a compatibilidade linear, e por fim pergunto se iremos medir a quadra com cm^2, m^2 ou km^2?

Já em relação ao desenvolvimento sempre solicito que antes de qualquer cálculo equacionem o problema, descrevam os passos não só mentalmente, mas os registrem e consequentemente o leitor do exercício não ficará perdido com um monte de cálculos sem uma sequência. Lembrando sempre que ao calcular uma composição de figura deve-se verificar a necessidade de organizar quais figuras vamos adicionar e quais vão subtrair.

5.1.3. PLANOS DE AULA 3 - ÁREAS SUPERFICIAIS DOS PRINCIPAIS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Desenvolveremos neste plano aula 3 o conteúdo relacionado às áreas superficiais dos principais sólidos geométricos, cuja função é importantíssima para comparações futuras entre relação de capacidade com volume (esse estudo de comparações não será tema deste plano). Salientaremos que as definições, teoremas e todo o conceito teórico podem ser vistos na seção (2.7.3).

Iniciaremos esse tópico de áreas com uma discussão sobre planificação e qual a sua importância. A partir deste ponto introduziremos o assunto em pauta para facilitar o entendimento do cálculo das áreas da superfície do prisma, da pirâmide, do cilindro, do cone reto circular e da esfera.

I. Objetivo:

- Desenvolver, fundamentar, explorar, organizar, relacionar e nortear os conceitos básicos para calcular as áreas superficiais dos principais sólidos geométricos e algumas especificidades pontuais.

II. Cronograma:

- Seis aulas, sendo cinco de atividade e uma de avaliação.

III. Conteúdo:

a. Área de superfície do prisma.
b. Área da superfície da pirâmide.
c. Área da superfície do cilindro.
d. Área da superfície do cone reto circular.
e. Área da superfície da esfera.

IV. Estratégia.

- Aula expositiva
- Planificações de sólidos geométricos.

V. Avaliação:

- Atividade envolvendo planificação e cálculo de áreas de superfícies dos prismas, pirâmides, cones e esferas.

No Apêndice 4 temos as atividades e exemplos com correções para cada um dos itens do conteúdo desta aula.

VI. Sugestão de como abordar os conteúdos do plano de aula 3:

Quando solicitar para o discente calcular a área superficial é necessário ter o conhecimento da planificação do objeto, com exceção da esfera, pois deveremos saber em quantos polígonos se desmembra esse sólido geométrico. Exija que execute uma planificação, com certa tolerância em relação às medidas. Tendo um material concreto ao lado facilita a visualização.

Solicito que se desenvolva uma área separada para os rascunhos ou desenhos necessários para a solução do problema em questão, com certeza aflorarão as dúvidas relacionadas aos conteúdos anteriores, que servem de base para estes cálculos. Aproveite a oportunidade para sanar essas dúvidas.

5.1.4. PLANOS DE AULA 4 - VOLUME DOS PRINCIPAIS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.

Desenvolveremos neste plano aula 4 o conteúdo relacionado aos volumes dos principais sólidos geométricos e salientaremos que as definições, teoremas e todo o conceito teórico podem ser vistos na seção (2.7.4).

Iniciaremos esse tópico de volume dos prismas, pirâmides, cilindros, cones e esfera.

I. Objetivo:

Analisar e compreender as fórmulas para calcular o volume dos principais sólidos geométricos e suas as respectivas capacidades.

II. Cronograma:

- Seis aulas, sendo cinco de atividade e uma de avaliação.

III. Conteúdo:

a. Volume do prisma.
b. Volume da pirâmide.
c. Volume do cilindro.
d. Volume do cone reto circular.
e. Volume da esfera.

IV. Estratégia.

- Aula expositiva
- Planificações de sólidos geométricos.
- Desenvolver um recipiente em que caiba determinado volume.

V. Avaliação:

- Atividade envolvendo planificação e cálculo volume dos prismas, pirâmides, cones e esferas.

No Apêndice 5 temos as atividades e exemplos com correções para cada um dos itens do conteúdo desta aula.

VI. Sugestão de como abordar os conteúdos do plano de aula 4:

Este é um ponto especial da nossa jornada, calcular os volumes dos sólidos geométricos significa estar muito próximo do objetivo final deste conteúdo de geometria métrica espacial discutida neste trabalho. Normalmente neste estágio da aprendizagem, os discentes já conseguem compreender a diferença entre o linear, área e volume.

Gosto de abordar o conteúdo de volume com um jogo. Primeiro separo o material da aula, algumas folhas de papelão, filme plástico, fita adesiva e uma jarra com água (de preferência para jarras que não sejam basicamente um cilindro).

Divido a sala em grupos, distribuo o papelão e solicito que façam a planificação de um paralelepípedo sem tampa (um pote de sorvete) que obtenha um volume próximo ao da jarra com certa quantidade de água que coloco em cima da mesa, não pode usar régua para medir a jarra, somente as unidades não convencionais como dedos, palmos, apontadores, etc. Peço que montem o paralelepípedo sem tampa enrolando a fita adesiva em seu contorno dando resistência a caixa, falta somente revestí-la internamente com filme plástico e verifico qual grupo conseguiu chegar mais perto do volume.

A partir deste ponto entro em volume e reaplico esta atividade ao final de todo o conteúdo, só que agora iremos fazer uma aproximação do volume da jarra como pesquisadores, antes de construir a caixa deixem que desenhem o recipiente, que verifiquem as medidas da jarra e só então produzam o paralelepípedo sem tampa. Na última deste tipo faltou pouco para dar empate técnico

5.1.5. PLANOS DE AULA 5 – RELACIONAR O ÍNDICE PLUVIOMÉTRICO COM CAPACIDADE DE ÁGUA COLETADA EM CISTERNA

Desenvolveremos neste plano aula 5 uma aula prática, baseado em um exercício cobrado no ENEM-2003, que utiliza uma cisterna para capitação de água da chuva amenizando o sofrimento de quem mora no sertão nordestino e a adaptaremos para região de Sorocaba–SP. O intuito disto é desenvolver um pré-projeto que demostrará a viabilidade pela possível economia de água potável dentro da escola.

Como este tópico aborda todos os planos de aulas anteriores, as suas fundamentações teóricas que foram discutidas em seus respectivos itens.

Iniciaremos o tópico com a resolução do exercício no item abaixo, conteúdo.

I. Objetivo:

Analisar, compreender e prever a necessidade de captação de água da chuva para utilização de acordo com suas especificidades de uso como água não potável com o intuito de economia no consumo de água potável.

II. Cronograma:

- Quatro aulas, sendo três de atividade e uma de avaliação.

III. Conteúdo:

a. Cálculo da cisterna.

IV. Estratégia.

- Aula expositiva
- Desenvolver um recipiente em que caiba determinado volume.
- Pré-projeto analisando a viabilidade da construção de uma cisterna.

V. Avaliação:

- Atividade envolvendo um pré-projeto relacionado à construção de uma cisterna.

- A avaliação do trabalho acontecerá em duas etapas:
  - Dissertativa, respeitando o formato ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas).
  - Seminário.

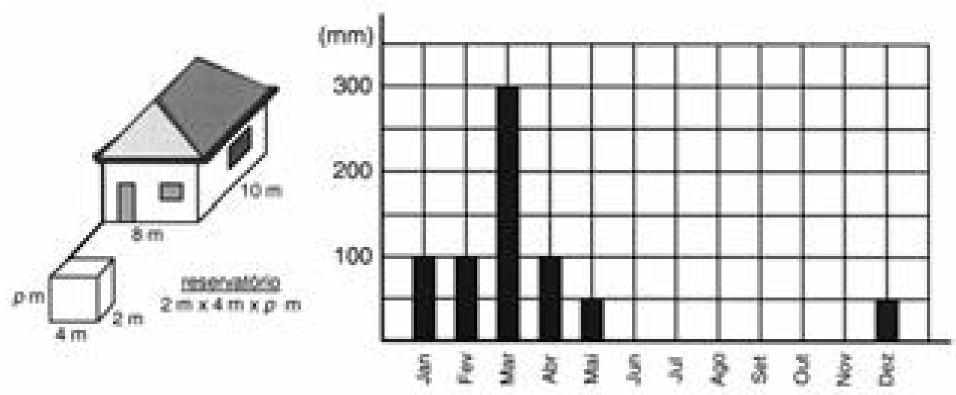
No Apêndice 6 temos as atividades e exemplos com correções para cada um dos itens do conteúdo desta aula.

VI. **Sugestão de como abordar os conteúdos do plano de aula 5:**

Não perca a oportunidade de uma aula de campo, aprender na prática como se desenvolvem as teorias matemáticas de acordo com a realidade, visto que ao pesquisar, ler, fazer inferências e levantar hipóteses possibilitará ao discente refletir e adquirir percepção de como o mundo externo se desenvolveu a partir das necessidades.

Pautado em uma atividade aplicada no ENEM do ano de 2003 disposto abaixo e para que seja possível o desenvolvimento do pré-projeto sobre a construção do reservatório, é necessário observar as ilustrações a seguir que apresentam as dimensões da casa, a quantidade média mensal de chuva na região em milímetros e a forma do reservatório a ser construído. E, tomando-o como exercício base, propõe-se aos estudantes analisar a importância de se obter uma cisterna na escola para captar a água da chuva, água esta, que seria utilizada nas descargas dos sanitários, lavagem de pisos, aguar as plantas entre outras atividades que não necessitem de água potável.

Prevenindo-se contra o período anual de seca, um agricultor pretende construir um reservatório fechado, que acumule toda a água proveniente da chuva que cair no telhado de sua casa, ao longo de um período anual chuvoso. As ilustrações a seguir apresentam as dimensões da casa, a quantidade média mensal de chuva na região, em milímetros, e a forma do reservatório a ser construído.



Sabendo que 100 milímetros de chuva equivalem ao acúmulo de 100 litros de água em uma superfície plana horizontal de um metro quadrado, a profundidade (p) do reservatório deverá medir.

(a) 4m (b) 5m (c) 6m (d) 7m (e) 8m

Solução:

Como cada 100 mm de chuva equivalem ao acúmulo de 100 litros de água. Como temos uma precipitação anual aproximada a uma coluna de 700 mm e a área de captação é um retângulo de 8m de largura por 10m de comprimento, podemos calcular o volume de água no decorrer do ano, mas primeiro transformaremos a precipitação dada em milímetros em metros, logo 700 mm é igual a 0,7m e, portanto: $V_c = S_b.h \Leftrightarrow V_c = 8.10.0,7 \Leftrightarrow V_c = 56m^3$ ou 56000 litros.

O volume de $56m^3$ terá de se acomodar no reservatório de 2m por 4m com *p* de altura, portanto o volume de chuva tem de ser igual ao volume do reservatório logo temos: $V_c = S_b.h \Leftrightarrow 56 = 2.4.p \Leftrightarrow 56 = 8p \Leftrightarrow p = 7m$ alternativa D.

Após o desenvolvimento do exercício e os debates sobre a importância do tema solicite a execução de um pré-projeto, separe os discentes em grupos. Esses grupos têm de relacionar e coletar os dados compatíveis à nossa realidade para o desenvolvimento do pré-projeto na Escola. Utilizaremos como exemplo a Escola Estadual Beathris Caixeiro Del Cístia em Sorocaba-SP.

Fixaremos alguns pontos para facilitar o desenvolvimento, aproveitando as especificidades da escola, como:

- O telhado de captação será a cobertura da quadra já existente (terão que obter as dimensões).
- O espaço para criação do reservatório é um corredor de 3 m x 1,5 m (largura x altura do muro que separa a quadra do corredor) pelo comprimento da quadra. Está localizado entre a quadra e o muro que limita o terreno da escola. Este local foi escolhido pelo desnível em relação aos sanitários e, portanto, a água descerá por gravidade.

Algumas pesquisas serão necessárias para o desenvolvimento do tema, solicite bibliografia:

- Como descobrir a quantidade de água não potável aproximada utilizada em uma escola ou similar, (sugira que visitem bibliotecas, como a municipal, de colégios técnicos ou faculdades de engenharia).
- Qual é a precipitação de chuva na região ou o índice pluviométrico anual da cidade de Sorocaba-SP.
- No exercício em questão são dadas as variáveis, área de captação e precipitação pluviométrica necessária para o cálculo e temos uma variável, a altura da cisterna, no nosso caso será o comprimento do reservatório, que terá no máximo a largura da quadra, mas a área de captação e o índice pluviométrico será objeto de pesquisa de campo.

A avaliação do trabalho acontecerá em duas etapas:

- Dissertativa, respeitando o formato ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas).

- Seminário.

A parte impressa deverá conter:

- Introdução.
    - Texto descrevendo um resumo do trabalho e objetivos.
- Fundamentação teórica.
    - Preenchimento de fichas biográficas contendo:
        - Nome do autor.
        - Período em que viveu.
        - Pequeno resumo sobre o item e sua importância.

Sempre que abordar algum conteúdo no tópico "Desenvolvimento do tema" uma ficha biográfica deverá ser preenchida (como exemplo, ao utilizar o Teorema de Pitágoras, uma ficha sobre Pitágoras deverá ser preenchida).

- Desenvolvimento do tema.
    - Vantagens de se acumular água da chuva.
        - Para comunidade escolar ou residência.
        - Meio ambiente.
    - Pesquisas e cálculos.
- Bibliografia.

Capítulo 6

Conclusões

O principal objetivo desse trabalho é fornecer planos de aula de geometria métrica espacial com uma abordagem voltada à minha experiência em sala de aula com o intuito de conscientizar os discentes quanto à minimização do consumo de água tratada. A redução desse dispêndio seria através do aproveitamento de água pluvial, para uso não potável com a criação de uma cisterna, que corroborasse com uma metodologia de ensino e aprendizagem, no campo de matemática, que valorizasse e possibilitasse a realização de uma conexão entre teoria e prática.

O mote que inspirou esse projeto teve início por intermédio de questões relevantes, como: redução do consumo de água, qual a situação do Brasil, que possui uma enorme quantidade de água doce, como também o que seria viável para reduzir os gastos com água potável na escola. Pois é desperdiçada ao se utilizar a descarga dos banheiros, na sua lavagem e nos pisos em geral. Então qual a contribuição da matemática nesse aspecto? E o que seria viável aprender e apreender? Nesse momento de reflexão sobre minha atuação, ao fazer um levantamento prévio sobre o que sabiam ou do que se recordavam sobre geometria, compreendi que seria preciso uma revisão de conceitos básicos na geometria métrica: Relação de Euler, do Teorema de Tales, do Teorema de Pitágoras, entre outros, como também calcular área dos principais polígonos e volume dos principais sólidos geométricos. Após a retomada dos conteúdos e a revisão com exercícios, construiu-se dobraduras/planificações, para que visualizassem as faces, as arestas, os vértices, área de polígonos, áreas superficiais e volumes.

Após contextualização das respostas somadas à compreensão da matemática no que tange esse projeto ficou constatado que a aplicabilidade da matemática através do ensino da Geometria Espacial a partir dos sólidos geométricos, foi fundamental ao desenvolvimento do raciocínio dos alunos, visto que esse estudo levou e instigou o aluno do Ensino Médio, a saber, interpretar e resolver problemas matemáticos, principalmente no que diz respeito à expressão gráfica das formas e suas relações matemáticas encontradas em várias situações do cotidiano, desenvolvendo, assim seu raciocínio lógico, como também o tornou capaz de interferir nas decisões profissionais, ambientais, políticas, sócio econômico e culturais ajudando-o na questão mais importante que é a segurança hídrica. Para compreender a função e como se projeta uma cisterna, far-se-á uma revisão bibliográfica para tomar conhecimento científico quanto à: coleta de dados referente à quantidade de chuva na região em estudo, descrição da tipologia da edificação e o dimensionamento da área a ser utilizado, o dimensionamento do reservatório para armazenar a água pluvial captada e uma estimativa do consumo de água não potável nesse local. Para o dimensionamento do volume do reservatório, far-se-á necessário uma pesquisa para conhecer a precipitação pluviométrica média mensal, a área de contribuição dos telhados da edificação em estudo e a relação do aproveitamento da água precipitada com a captação total de reservatório.

Desse modo, fica comprovado que a geometria é um dos pilares fundamentais do ensino da matemática, pois o seu ensino oferece uma imensa oportunidade para o aluno de olhar, comparar, medir, generalizar e abstrair, desenvolvendo o pensamento lógico, por isso, ela precisa ser trabalhada desde os primeiros anos de idade, em diversas situações sob diferentes pontos de vista, pois quando abordada gera possibilidades de descrever o mundo, medir espaços e formas, como também regras que a explique.

Referências Bibliográficas

ALBUQUERQUE, E. B. C. O discurso dos professores sobre a utilização do livro didático: O que eles afirmam/negam em relação a este material? Recife, 2002 (mimeo)

BAKHTIN, M. M. Os gêneros do discurso. In: BAKHTIN, M. M. (Ed.). Estetica da criação verbal. São Paulo: Martins Fontes, 2003

BALDESSAR, S. M. N. Telhado verde e sua contribuição na redução da vazão da água pluvial escoada. Universidade Federal do Paraná. Setor de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Construção Civil, 2012.

BARROS, B. R. SOUZA, F. A. M. Bambu: alternativa construtiva de baixo impacto ambiental. I conferência latino-americana de construção sustentável x encontro nacional de tecnologia do ambiente construído. 18-21 julho 2004, São Paulo. ISBN 85-89478-08-4.

BARROS, F. G. N.; AMIN M. M. Água: um bem econômico de valor para o Brasil e o mundo. Revista Brasileira de Gestão e Desenvolvimento Regional. G&DR v. 4, n. 1, p. 75-108, jan-abr/2008, Taubaté, SP, Brasil. Disponível em: http://www.rbgdr.net/012008/artigo4.pdf. Acesso 05/06/18.

BARROS, J. Plano de aula. Portal Brasil Escola. (2007). Disponível em http://educador.brasilescola.com/orientacoes/plano-de-aula.htm

BAUMAN, Z. *Identidade/Instantaneidade*. Rio de Janeiro. Jorge Zahar. 2005. Consumo mundial da água – Análise do desperdício de água. 2008. P91.

BERNARDES, J. A.; FERREIRA, F. P. M. 2009, p. 10. Sociedade e natureza. In: Guerra, A. J. T. e Cunha, S. B. (Org.). A questão ambiental sob diferentes abordagens. Bertrand Brasil, Rio de Janeiro, Brasil, p.

BINOTTI, A. M. Ensino contextualizado de área e volume de cilindro. -- São Carlos :UFSCar, 2016.138 p.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Temas Transversais. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível e, em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro081.pdf. Acesso 13/08/08.

BRASIL. Exame Nacional do Ensino Médio: relatório final 1998. Brasília: Inep, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais

BRASIL. Anísio Teixeira. (2012b) Entenda a sua Nota no ENEM: guia do participante. Brasília: INEP/ME

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. (2011b) Guia de Livros Didáticos PNLD 2012 Matemática. Brasília: MEC.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p. BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. 3. ed. Brasília: A Secretaria, 2001.

CAIXA ECONOMICA FEDERAL. Minha casa minha vida. (Cartilha). Brasília, 2009.

CANTEIRO BIO-SÉPTICO. Prêmio Fundação Banco do Brasil de tecnologia social 2009 - região centro-oeste - Instituto de permacultura e ecovilas no cerrado - Pirenópolis- GO.

CARNEIRO, M. H. da S.; SANTOS, W. L. P. dos; MÓL, G. de S. Livro Didático inovador e professores: uma tensão a ser vencida. Ensaio – Pesquisa em Educação em Ciências, V. 7, N. 2, dez 2006.

CARVALHO, D. L. A Concepção de Matemática do Professor também se transforma 1946

CARVALHO, V. S. de. A ética na Educação Ambiental e a ética da Educação Ambiental, 2008.

COHIM E.; G. A.; KIPERSTOK A., Captação e Aproveitamento de Água de Chuva: Dimensionamento de Reservatórios, (2008) Acesso 01/06/18.

DELLORS, J., EUFRÁSIO, J. C. Educação: um tesouro a descobrir. 2ed. SP. Cortez, 1998

DOLCE, O. POMPEO, J. N. Fundamentos de Matemática Elementar – Geometria Espacial. Ensino Médio. São Paulo. Atual, 2005

EFLAND, A. O Currículo: uma alternativa para organizar os conteúdos de aprendizagem. Pp.42/43.96-109.1997.

EMBASA. Empresa Baiana de Aguas e Saneamento S.A. - Centro administrativo da Bahia, Salvador (BA), Brasil.

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação, 2012. Disponível em: Acesso15/03/18.

EVANGELISTA, I. A. S.; COLARES, M. L. I.; FERREIRA, M. A. V. Projetos educativos interdisciplinares na prática docente. Piauí: UFPI, 2009.

FAZENDA, I. C. A. Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa. 10 ed. Campinas: Papirus, 2002, P.37.

FREIRE, P. Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo, Paz e Terra, 1997.

FÜRKOTTER, M.; MORELATTI, M. R. M. A Geometria da Tartaruga: uma introdução à Linguagem LOGO. In: SIMPÓSIO DE MATEMÁTICA, 4, 2009,

GADAMER, H. G. Globalização – Horizonte do conhecimento Verdade e método – Projetos - Trad. de Flávio Paulo Meurer. Petrópolis: Vozes, 1976.

GERARD, R. O livro didático como instrumento de apoio, 1998. p.19.

GIOVANNI, J. R. BONJORNO, J. R. GIOVANNI Jr, J. R. Matemática Completa: Ensino Médio: Volume Único. São Paulo. FTD, 2002.

GIOVANNI, J. R. BONJORNO, J. R. Matemática Completa: Ensino Médio: Volume 2. São Paulo. FTD, 2005.

HERNÁNDEZ, F. A Globalização por meio de Projetos de trabalhos. Cadernos de Pedagogia, 185, 12-14, 1988.

HERNÁNDEZ, F.. A Organização do Currículo por Projetos. Cadernos de Pedagogia, 1996.

HERNÁNDEZ, F. A Evolução do Currículo. Cadernos de Pedagogia, 155, 1997.

HUNDLEY, G. C. NAVARRO, R. D. Aquaponia: a integração entre piscicultura e a hidroponia Revista Brasileira de Agropecuária Sustentável (RBAS), v.3, n.2, p.52-61, Dezembro, 2013

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Pesquisa Nacional de Saneamento Básico. Brasília (DF): IBGE; 2000 [citado 14 fev. 2017]. Disponível em: http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/ população/condição de vida/pnsb/ acesso 25/08/18.

IEZZI, G. Fundamentos de Matemática Elementar – Trigonometria. Ensino Médio. São Paulo. Atual, 1978.

IEZZI, G. DOLCE, O. DEGENSZAJN, D. PÉRIGO, R. ALMEIDA, N. Matemática: Ciência e Aplicações. Ensino Médio. Volume 1 São Paulo: Saraiva, 2016a.

IEZZI, G. DOLCE, O. DEGENSZAJN, D. PÉRIGO, R. ALMEIDA, N. Matemática: Ciência e Aplicações. Ensino Médio. Volume 2 São Paulo: Saraiva, 2016b.

KITAMURA, M. C. Aproveitamento de Águas Pluviais para uso Não Potável na PUC-PR, Curitiba-PR, junho de 2004. 68p

LEI DE DIRETRIZES E BASES -LDBEN – LEI 9394/96

LEV, V. A Formação social da mente: O Desenvolvimento dos Processos Psicológicos Superiores. Ed. Martins, 1998.

LIBANEO, J. C. Didática. SP: Cortez, 1994.
LORENZATO, S. Porque não ensinar Geometria? Educação Matemática em Revista. v. 3, n. 4, p. 3-13, 2006.

MACHADO, C. et al. Educação Ambiental consciente. Rio de Janeiro: WAK Editora, 2008. p. 29-46.

MAZZIEIRO, A.S. MACHADO, P. A. F. Descobrindo e Aplicando a Matemática. Ensino Fundamental, 9 anos, Dimensão, 2015.

MEC - MINISTÈRIO DA EDUCAÇÃO. Secretária de Educação Média e Tecnologia (sentec). Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, Brasília: MEC/Sentec, 1998/1999

MINISTÉRIO DA SAÚDE. Portaria Nº 2914, 2011.

MORIM, E. A Globalização no contexto da escola e do currículo. 1997. p.67

MOURA, D. G; BARBOSA, E. F. Trabalhando com projetos: planejamento e gestão de projetos educacionais. Petrópolis: Vozes, 2011.

OMS - ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE. Administração da OMS. Disponível em: Acesso 17/01/17.

PCN - PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. Língua Portuguesa. A importância do registro de língua portuguesa. Brasília: MEC, 1997.

PERRENOUD, P. A prática Reflexiva no ofício de professor: profissionalização e razão pedagógica - Interdisciplinaridade. Porto Alegre: Artmed, 1999.

PERUZZI, H. U. et.al. Livros Didáticos. São Paulo: UNIMEP/CAPES/PROIN, 2000.

PIAGET, J. Problemas gerais da investigação interdisciplinar e mecanismos comuns. 2ª. Ed. Lisboa: Livraria Bertrand, 1988.

REBOUÇAS, A. C. Água no Brasil: abundância, desperdício e escassez. Bahia Análise & Dados. Salvador, v. 13, n. Especial, p. 341-345, 2003

REBOUÇAS, A. C. "Aspectos relevantes do problema da água", cap. 22, p. 687-703, in Rebouças, A.C.; Braga, B. & Tundisi, J. G. *Águas doces no Brasil: capital ecológico, uso e conservação*, 703 p. 2ª edição revisada e ampliada, São Paulo, 2003.

RENAULT, V. Explicação do sistema métrico decimal. Paris, Augusto Duband, Editor, 1865. Traduzido por B. L. Garnier, Livreiro-Editor Rio de Janeiro.

RIBEIRO, M. L. – O livro didático: alcances e limites. São Paulo, Campinas, SP. 2008. São Paulo. Assembleia Legislativa do Estado de São Paulo. Lei N.º 12.526, de 2 de janeiro de 2007.

SANTOS FILHO, A. O., Geometria nos Vagões: Conexões entre o Ensino de Geometria Espacial e os Tipos de Vagões, 2016. Disponível em: http://repositorio.ufes.br/handle/10/7562 Acesso 15/09/18.

SANTOS, Marilene de Oliveira Ramos Múrias. O impacto da cobrança pelo uso da água no comportamento do usuário. Tese de Doutorado. Curso de Pós- Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2002.

SANTOS, Wildson Luiz; CARNEIRO, Maria Helena da Silva. Livro Didático de Ciências: Fonte de informação ou apostila de exercícios. In: Contexto e Educação: Ano 21. Julho/dezembro, Ijuí: Editora Unijuí. 2006.

SÃO PAULO, Lei nº 12.526. São Paulo 2007. Disponivel em: <http://www.al.sp.gov.br/legislação/norma.do?id=69472>. Acesso 02/04/2018

SCHUDI, S. & LAFER, S. (1996) The Interdisciplinar Teacher's Handbook, Intergrated Taching Across the Curriculum. Ports-Mouth:Boynton/Cook

TOMAZ, P. Aproveitamento de água de chuva. São Paulo: Navegar Editora,

TUNDISI, J. G. 2003. Água no século XXI: enfrentando a escasses. RiMa/IIE. São Carlos, Brasil.

UNICEF e OMS Progress on sanitation and drinking water: 2015 update and MDG Assessment. Genebra: Word Health organization Press, 2015.

VARGAS, R. Gerenciamento de projetos: estabelecendo diferenciais competitivos. 5.ª ed. Rio de Janeiro: Brasport, 2003.

VERSA, I. SOUZA, J. R. Uso de Material Didático Manipulável (Material Concreto) no Estudo da Geometria Métrica Espacial http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1953-8.pdf. Acesso 01/08/18

Apêndices

APÊNDICE 1: VIVÊNCIA PESSOAL.

Vivência pessoal.

Certa vez, em um camping rústico, na praia com minha família, já estava casado, com um filho de três anos e lembro que não havia água quente para tomar banho eram aproximadamente umas 14 horas e queria aproveitar o calor do horário para dar um banho rápido no meu filho, pois a água era gelada, lembro ainda da frase solta me repreendendo:

- Você está ficando doido menino? Dar banho nessa criança com água gelada! Pode deixar que vou providenciar o banho dele. Em seguida solicitou que eu cavasse um buraco na areia que comportasse aproximadamente a quantidade de uma banheira de bebê, dei uma risadinha no canto da boca, incrédulo, mas obedeci, pediu então para que buscasse a água em um balde e que fornecesse um saco grande de lixo de 200 litros aproximadamente. Minha mãe o acomodou no buraco e o encheu de água até a boca e em seguida o amarrou e exclamou:

- Agora é só esperar!

Fui brincar na praia com o meu garoto e, por incrível que pareça, nem me lembrei do saco plástico preto cheio de água dentro de um buraco na areia. Quando voltamos meu filho cansado de tanto brincar, já querendo dormir, minha mãe me chamou e disse:

- Filho traz meu neto que o banho dele já está pronto! Lá estava ela esperando com saco plástico preto com a boca aberta e enrolado como se fosse a barra de uma calça, próximo ao nível da água, quando vi aquilo não acreditei, água morna! Uma piscina de água quentinha para meu filho tomar banho.

Quando se é jovem pensamos que sabemos tudo, minha mãe me surpreendeu várias vezes e, hoje eu percebo o quanto ela é sábia e vivo comentando que ela nunca pensa nos problemas, mas sim na melhor maneira de resolvê-los, tendo em vista que perdi meu pai muito jovem e mesmo com pouco conhecimento acadêmico foi com ele que aprendi a cozinhar, lavar, passar, a construir e reformar, sou muito grato a esta auxiliar de enfermagem e a esse pedreiro, que com certeza me inspiraram para realizar esse projeto

Tais “exemplos práticos”, raramente são vistos na escola, no entanto não estão faltando pessoas responsáveis e comprometidas com a educação, mas sim exemplos reais e significativos. O tradicionalismo teórico nas escolas ainda é forte, mas é possível elaborar exemplos práticos e efetivos dentro da Unidade Escolar voltado para a ecologia.

APÊNDICE 2: EXEMPLOS E ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O PLANO DE AULA 1.

Este apêndice conterá todos os exemplos e atividades propostas para o desenvolvimento do conteúdo do plano de aula 1 com o título de Revisão do conteúdo necessário para desenvolver o tema geometria métrica espacial. Este conteúdo estará disposto na seguinte ordem:

1. Transformações entre os múltiplos e submúltiplos do metro.
2. Relação de Euler.
3. Teorema de Tales e semelhança de triângulos.
4. Teorema de Pitágoras.
5. Relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Cada item conterá dois subitens compostos de:

i. Exemplos propostos para sala de aula
ii. Atividades com correção propostas para sala de aula.

1) Conteúdo 1 – Transformações entre os múltiplos e submúltiplos do metro.

I. Exemplo proposto para sala de aula.

a. Transformar 250 cm em m?

a) 250 cm em m?

Tabela 11. Correção da atividade de transformação entre unidades.

Km	Hm	Dan	m	dm	cm	mm
			2	5	0**,**	
			2,	5		

Fonte: Autor

A vírgula em negrito representa o número antes da transformação, já a vírgula normal representa o número após a transformação, logo temos que 250 cm equivale a 2,5m.

II. Atividades com correções propostas para sala de aula:

a. Transformar 8,53hm em dm?

b. Transformar 439cm^2 em dm^2?

a) 8,53hm em dm?

Tabela 12. Correção da atividade de transformação entre unidades.

Km	Hm	Dan	M	dm	cm	mm
	8**,**	5	3			
	8	5	3	0,		

Fonte: Autor

Logo 8,53hm equivalem a 8530dm

b) 439cm^2 em dm^2?

Tabela 13. Correção da atividade de transformação entre unidades.

Km	Hm	Dan	M	dm	cm	mm
				4	39**,**	
				4,	39	

Fonte: Autor

Logo 439 cm^2 equivalem a 4,39dm^2.

2) Relação de Euler.

I. Exemplo proposto para sala de aula.

1) Em um poliedro convexo, temos 18 arestas e 12 vértices. Qual é o número de faces? (baseado Giovanni & Bonjorno, 2005b)

Resposta: Pela relação de Euler temos que $V - A + F = 2,$, para qualquer poliedro convexo. Como A=18 e V=12, temos: $V - A + F = 2 \Leftrightarrow 12 - 18 + F = 2 \Leftrightarrow F = 8$.

II. Atividade com correção proposta para sala de aula.

1) Um poliedro convexo de onze faces tem seis faces triangulares e cinco faces quadrangulares. Calcule o número de arestas e de vértices do poliedro? (Dolce e Pompeo, 2005)

Solução: Pela relação de Euler temos que $V - A + F = 2$, para qualquer poliedro convexo, temos F=11 e sabemos que:

6 faces triangulares e 5 faces quadrangulares têm 18 lados e 20 lados, respectivamente, em um total de 38 lados, sendo cada aresta comum a duas faces temos $2.A = 38 \Leftrightarrow A = 19$ arestas.

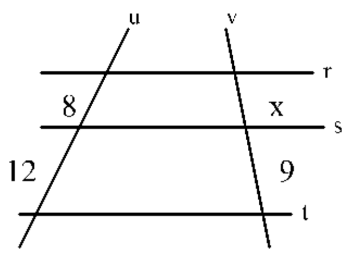
Substituindo na relação de Euler obteremos: $V - A + F = 2 \Leftrightarrow V - 19 + 10 = 2 \Leftrightarrow V = 10$ vértices.

3) Teorema de Tales e semelhança de triângulos.

I. Exemplos propostos para sala de aula.

1) Dados as retas "*u* e *v*" concorrentes e *r//s//t* calcule o valor da incógnita *x* para os

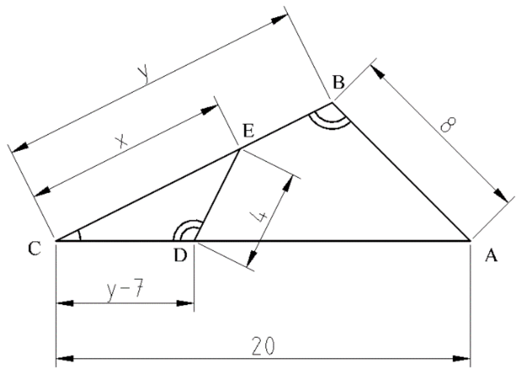
seguintes casos (Fonte:Autor):



Solução: $\frac{8}{12}=\frac{x}{9} \Leftrightarrow 12x = 9.8 \Leftrightarrow x = 6$

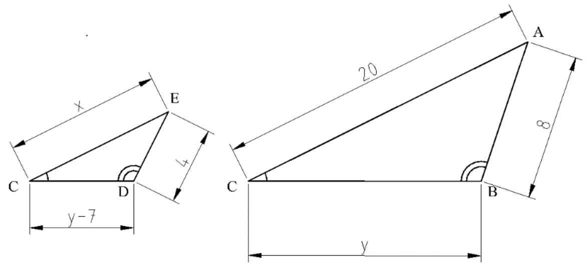
2) Calcule a altura do ΔABC, dado que $\overline{DE}//\overline{BC}$.

No desenho, as marcas iguais representam congruência entre ângulos. Determine x e y.



Solução: Como $C\hat{D}E = C\hat{B}A$ e $\hat{C}$ é comum entre ΔABC e ΔCDE pelo critério de ângulo-ângulo os triângulos ABC e CDE são proporcionais.

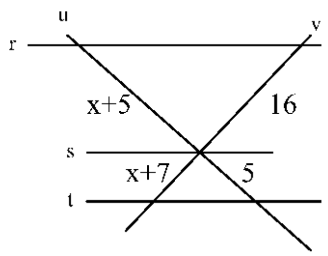
A sugestão a ser dada aos discentes será redesenhar as figuras marcando ou pintando os ângulos correspondentes de modo que os lados semelhantes fiquem alinhados, serão duas figuras proporcionais, uma em relação à outra voltada para o mesmo lado.



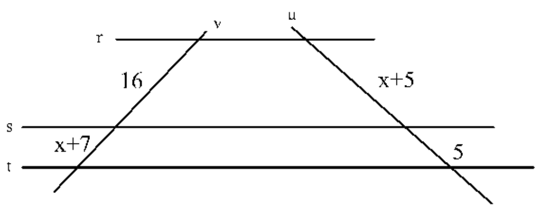
Como $\frac{\overline{CE}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{DE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{CD}}{\overline{CB}} \Leftrightarrow \frac{x}{20}=\frac{4}{8}=\frac{y-7}{y} \Rightarrow \frac{x}{20}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x=20 \Leftrightarrow x=10$, mas por outro lado temos $\frac{x}{20}=\frac{4}{8}=\frac{y-7}{y} \Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{y-7}{y} \Leftrightarrow 2y-14=y \Leftrightarrow y=14\cdot$

II. Atividades com correções propostas para sala de aula.

1) Dados as retas u e v concorrentes e r//s//t calcule o valor da incógnita x para os seguintes casos (Fonte:Autor):

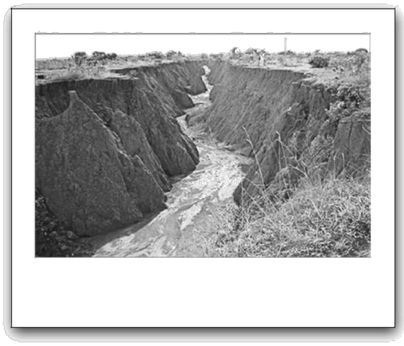


Solução: Nesse caso é melhor separar as transversais antes de começar a solução numérica.

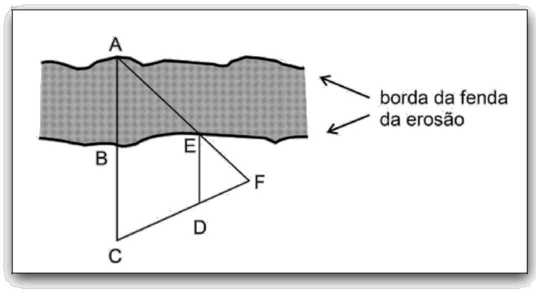


$$\frac{16}{x+7}=\frac{x+5}{5} \Leftrightarrow (x+7).(x+5)=5.16 \Leftrightarrow x^2+12x+35=80 \Leftrightarrow$$
$$x^2+12x-45=0 \Leftrightarrow (x+15).(x-3)=0 \therefore x=-15 \text{ ou } x=3, \text{ logo } x=3.$$

2) ETEC – SP (2016) A erosão é o processo de desgaste, transporte e sedimentação das rochas e, principalmente, dos solos. Ela pode ocorrer por ação de fenômenos da natureza ou do ser humano. A imagem mostra uma fenda no solo, proveniente de erosão.



Para determinar a distância entre os pontos A e B da fenda, pode-se utilizar o modelo matemático da figura.



Na figura, tem-se:

- Os triângulos AFC e EFD;
- O ponto E pertencente ao segmento AF;
- O ponto D pertencente ao segmento CF;
- Os pontos C, D e F pertencentes ao terreno plano que margeia a borda da fenda;
- As retas AC e ED que são paralelas entre si.

Sabendo-se que BC = 5 m, CD = 3 m, DF = 2 m e ED = 4,5 m, então, a distância entre os pontos A e B é, em metros,

a) 6,25 b) 6,50 c) 6,75 d) 7,25 e) 7,75

Solução: Se $\overline{DE} // \overline{AC}$ pelo teorema fundamental temos $\Delta AFC \sim \Delta EFD \Leftrightarrow$ $\frac{2}{4,5} = \frac{5}{5+x} \Leftrightarrow 10 + 2x = 22,5 \Leftrightarrow 2x = 12,5 \Leftrightarrow x = 6,25m$, alternativa A.

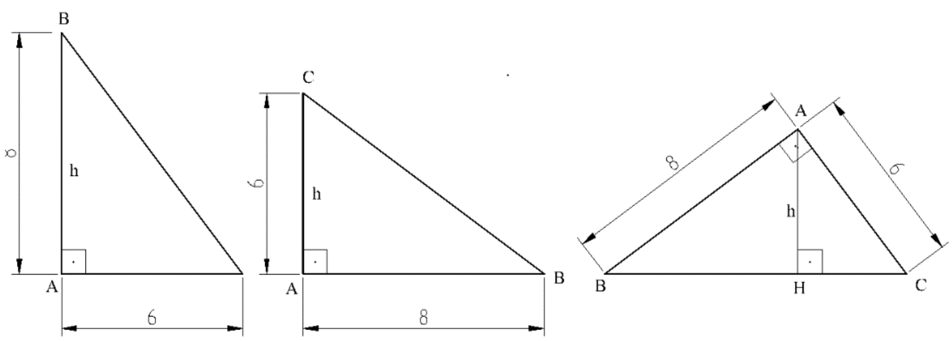
4) Teorema de Pitágoras.

I. Exemplo proposto para sala de aula.

a) Os catetos *b* e *c* de um triângulo retângulo *ABC* medem 6 e 8, respectivamente. A menor altura desse triângulo mede:

a) 4,0 b) 4,5 c) 4,6 d) 4,8 e) 5,0

Solução: Esse exemplo foi escolhido na intenção de sanar as dúvidas sobre a altura de um triângulo, alguns discentes não relacionam altura com a perpendicularidade em relação a base, logo:

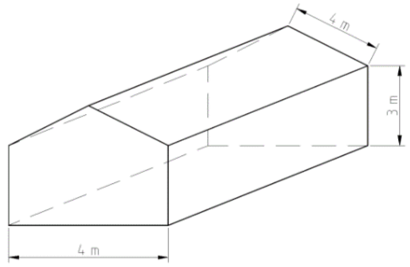


Pode-se constatar que a menor altura é a relativa a hipotenusa. De acordo com Pitágoras temos: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow a^2 = 64 + 36 \Leftrightarrow a^2 = 100 \Leftrightarrow a = 10cm$ mas utilizando a relação métrica do triângulo $b^2 = m.a$ no triângulo *BAH*, sendo *b*=8, $m = \overline{BH}$ e *a*=10 (hipotenusa), encontraremos $b^2 = m.a \Leftrightarrow 8^2 = 10m \Leftrightarrow m = 6,4cm.$

Utilizando novamente o triângulo *BAH* com hipotenusa igual a 8, $\overline{BH} = 6,4$ tem-se $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow 8^2 = h^2 + 6,4^2 \Leftrightarrow 64 = h^2 + 40,96 \Leftrightarrow h^2 = 64 - 40,96 \Leftrightarrow h^2 = 23,04 \Leftrightarrow h = 4,8$, alternativa d.

II. Atividade com correção proposta para sala de aula.

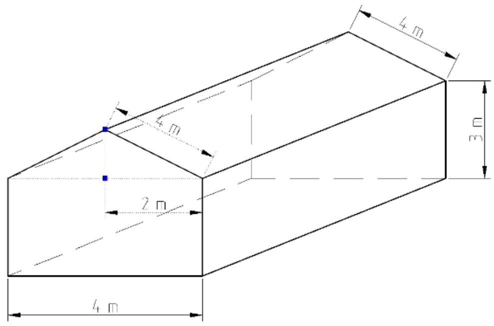
a) O Galpão da figura a seguir está no prumo e a cumeeira está "bem no meio" da parede.



A altura da cumeeira desse gráfico (em metros) é:

a)3m b) $3+\sqrt{8}$m c) $3+2\sqrt{3}$m d) $3+\sqrt{2}$m e) $3+4\sqrt{2}$m

Solução: Partindo do princípio que a construção está no prumo e a cumeeira bem no meio do desenho, podemos deslocar as medidas em um ponto que nos interessa. A construção tem três metros de parede, falta descobrir a altura do telhado.



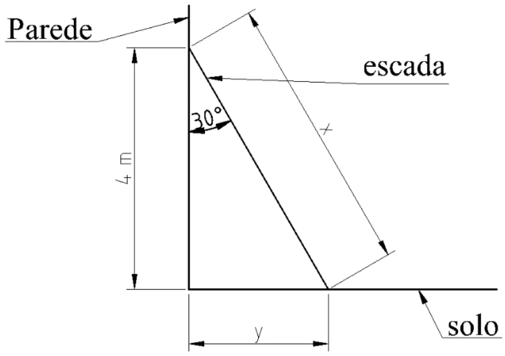
Pelo teorema de Pitágoras temos: hipotenusa vale 4m, o primeiro cateto é a metade do comprimento da parede frontal, 2 metros e o outro cateto é a distância da altura da cumeeira, portanto, por Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow 4^2 = 2^2 + c^2 \Leftrightarrow c^2 = 12 \Leftrightarrow c = 2\sqrt{3},$ somando com os 3 metros da altura da parede temos um total $3+2\sqrt{3}m$, alternativa C.

5) Razões trigonométricas.

i. Exemplo proposto para sala de aula.

a) Uma escada apoiada na parede num ponto distante 4 metros do solo, forma com essa parede um ângulo de 30º. Qual o comprimento da escada? Qual é a distância do apoio da escada à parede? Fonte: Adaptado de GIOVANNI e BONJORNO (2005).

Solução: Sabendo que o apoio da escada na parede está a 4m de altura sobre um ângulo de 30º, temos o seguinte rascunho:

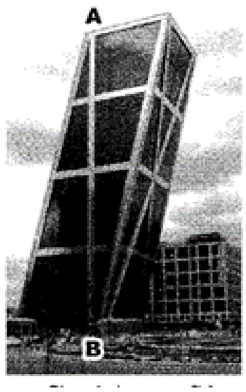


Logo o comprimento da escada (x) é a hipotenusa (*hi)*, a distância do apoio da escada ao solo é o cateto adjacente (ca) e a distância do apoio da escada no solo até o pé da parede (y) é o cateto oposto, lembrando das igualdades pela frase humorada temos: $sen\alpha = \frac{co}{hi}$, $\cos\alpha = \frac{ca}{hi}$ e $tg\alpha = \frac{co}{ca}$, nesse exercício $hi = x, ca = 4$ e $co = y$, em cada razão os lados dos triângulos são utilizados dois a dois, logo utilizaremos sempre o $ca = 4$. A razão que contém ca e co é a tangente, então descobriremos o y $tg\alpha = \frac{co}{ca}$, substituindo temos $tg30° = \frac{y}{4} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{y}{4} \Leftrightarrow y = \frac{4\sqrt{3}}{3}m$. No caso do x utilizaremos $\cos\alpha = \frac{ca}{hi}$, substituindo temos $\cos 30° = \frac{4}{x} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{x} \Leftrightarrow x = \frac{8\sqrt{3}}{3}m$.

II. Atividade com correção proposta para sala de aula.

a) (ENEM 2013) As torres Puerta de Europa são duas torres inclinadas uma contra a outra, construídas numa avenida de Madri, na Espanha. A inclinação das torres é de 15º com a vertical e ela têm, cada uma, uma altura de 114 m (altura indicada na figura como segmento AB). Estas são um bom exemplo de prismas oblíquos de base quadrada e uma delas pode ser observada na imagem.

Utilizando 0,26 como valor aproximado para a tangente de 15º e duas casas decimais nas operações, descobre-se a área da base desse prédio ocupada na avenida, o espaço é:



a) menor que $100m^2$.

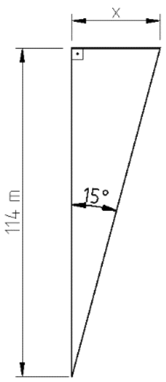
b) entre 100 m2 e 300 m^2.

c) entre 300 m2 e 500 m^2.

d) entre 500 m2 e 700 m^2.

e) maior que $700m^2$.

Solução: rascunhando temos:



Utilizando $tg\alpha=\frac{co}{ca}$ e tg15º=0,26 obtemos:

$tg15°=\frac{x}{114} \Leftrightarrow 0,26=\frac{x}{114} \Leftrightarrow x=29,64m$, arredondando 30 m, como a base é quadrada resulta em uma área de em aproximadamente $900m^2$, alternativa E.

APÊNDICE 3: EXEMPLOS E ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O PLANO DE AULA 2.

Este apêndice conterá todos os exemplos e atividades propostas para o desenvolvimento do conteúdo do plano de aula 2 com o título de Cálculo de áreas das principais figuras planas e algumas especificidades. Este conteúdo estará disposto na seguinte ordem:

I. Área dos principais quadriláteros.
II. Área do triângulo e algumas especificidades.
III. Área dos polígonos regulares
IV. Área do círculo, do setor circular, da coroa circular e do segmento circular.
V. Áreas com composição de figuras.

Cada item conterá dois subitens compostos de:

i. Exemplos propostos para sala de aula
ii. Atividades com correção propostas para sala de aula.

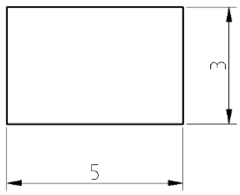
Iniciaremos essas atividades com o cálculo de área dos principais quadriláteros.

1 Área dos principais quadriláteros.

i. Exemplo proposto para sala de aula

Determine a área dos quadriláteros a seguir, considerar todas as medidas em cm. (Fonte: Autor):

a)



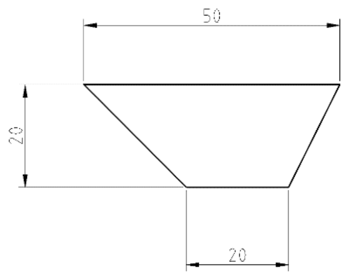
Área do retângulo

$$S = a.b \Leftrightarrow S = 5.3 \Leftrightarrow S = 15cm^2$$

ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

Determine a área dos quadriláteros a seguir, considerar todas as medidas em cm (Fonte: Autor):

d)



Área do trapézio

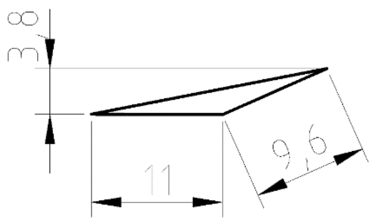
$$S = \frac{(B+b)h}{2} \Leftrightarrow S = \frac{(50+20)20}{2} \Leftrightarrow$$
$$S = 700cm^2$$

2 Área do triângulo e algumas especificidades.

i. Exemplo proposto para sala de aula

Exemplos (considerar todas as medidas em cm) (Fonte: Autor):

c)



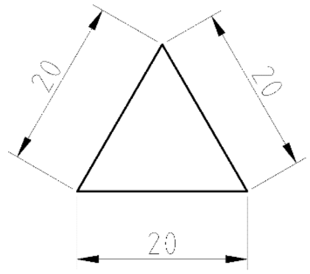
Solução: Para calcular a área de um triangulo escaleno temos: $h = 3{,}8$ e $b = 11$, logo

$$S = \frac{b.h}{2} \Leftrightarrow S = \frac{3{,}8.11}{2} \Leftrightarrow S = 20{,}9cm^2 .$$

ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

Atividades (considerar todas as medidas em cm) (Fonte: Autor):

a)



Solução: A altura do triângulo equilátero é dada por: $h = \dfrac{\ell\sqrt{3}}{2}$, sendo ℓ o lado, portanto:, $h = \dfrac{20\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow$ $h = 10\sqrt{3}cm$, calculando a área temos:

$$S = \frac{b.h}{2} \Leftrightarrow S = \frac{20.10\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow S = 100\sqrt{3}cm^2$$

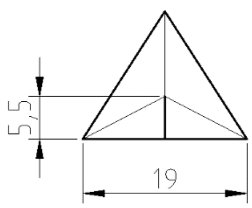
3 Área dos polígonos regulares.

Os polígonos regulares têm a particularidade que sua área pode ser encontrada pelo produto do semiperímetro pelo apótema $S = \frac{p}{2}a$, este conceito está disponível na seção 2.7.2.

i. Exemplo proposto para sala de aula

Dados os polígonos regulares, calcule sua área (considerar todas as medidas em cm) (Fonte: Autor).

a)



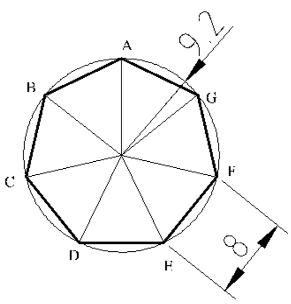
Solução: Neste caso temos: $\ell = 19cm$ e $a = 5,5cm$, logo: $p = nl \Leftrightarrow p = 3.19 \Leftrightarrow p = 57cm$

$$S = \frac{p}{2}a \Leftrightarrow S = \frac{57}{2}.5,5 \Leftrightarrow S = 156,75cm^2.$$

ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

Dados os polígonos regulares calculem sua área em cm^2 (Fonte: Autor).

b)



Solução: Como o raio do círculo é igual ao lado do triângulo, temos um triângulo isósceles, o apótema é a distância do centro ao lado do polígono regular, portanto: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow 9,2^2 = 4^2 + h^2 \Leftrightarrow h^2 = 84,64 - 16 \Leftrightarrow$ $h^2 = 68,64 \Leftrightarrow h = 8,28cm^2$, agora calcularemos o perímetro $p = nl \Leftrightarrow p = 8.7 \Leftrightarrow p = 56cm$, então a área é dada por $S = \frac{p}{2}a \Leftrightarrow S = \frac{56}{2}.8,28 \Leftrightarrow S = 231,84cm^2$.

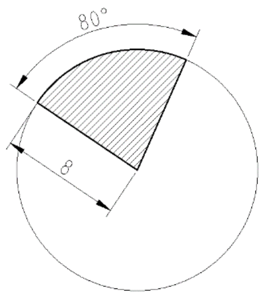
4 Área do círculo, do setor circular, da coroa circular e do segmento circular.

Calcularemos a área do círculo, do setor circular, da coroa circular e do segmento circular. Seguiremos o mesmo roteiro, primeiro os exemplos e depois atividades.

i. Exemplo proposto para sala de aula

Calcule a área hachurada (todas as unidades lineares estão em cm) (Fonte: Autor):

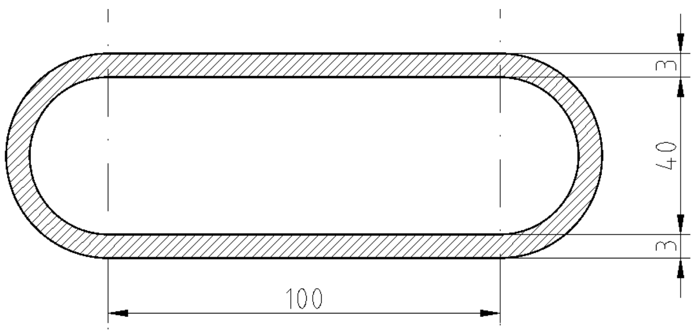
a)



Solução: Necessitaremos saber qual é a proporção da área calculada em relação ao todo, logo: $\frac{área\,total}{área\,hachurada} = \frac{1}{x} = \frac{360°}{80°} \Leftrightarrow x = \frac{80°}{360°} \Leftrightarrow x = \frac{2}{9}$, então temos de calcular $\frac{2}{9}$ da área total, então temos: $S = \frac{2}{9}\pi r^2 \Leftrightarrow S = \frac{2}{9}.3,14.8^2 \Leftrightarrow S = \frac{2}{9}.3,14.8 \Leftrightarrow S \cong 5,58cm^2$.

ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

a) Uma praça é formada de um retângulo de comprimento 100m e largura 40m e dois semicírculos com diâmetros coincidindo com o lado menor do retângulo.



Em torno da praça será construída uma calçada de 3m de largura, cujo o preço do metro quadrado é R$50,00, calcule o custo deste projeto. (Adote π=3,14) (Adaptado GIOVANNI e BONJORNO, 2005b).

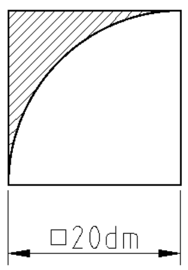
Solução: Utilizaremos o raciocínio voltados a uma equação, a área que estamos procurando é a diferença entre o círculo de raio 23cm (20+3) pelo círculo de raio 20cm adicionado pelos dois retângulos de 100cm por 3cm, logo:

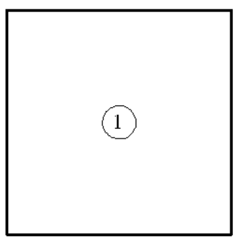
$S_{hachurada} = \pi(R-r)^2 + 2ab \Leftrightarrow S = 3,14(23^2 - 20^2) + 2.3.100 \Leftrightarrow S = 405,06 + 600 \Leftrightarrow$ $s = 1005,06m^2$ como o valor do metro quadrado é R$50,00 temos o valor da obra igual a R$50253,00.

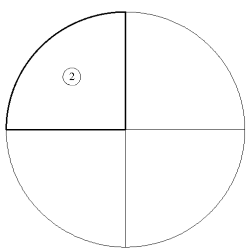
5 Áreas com composição de figuras.

i. Exemplo proposto para sala de aula

a) Área em m^2.







Solução: Para resolver esta atividade, primeiro transformaremos 20dm equivalem a 2m.

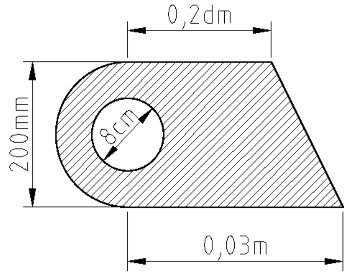
Redesenhando a figura perceberemos que se trata de uma composição pela diferença de um quadrado e um quarto de circunferência, calcularemos as áreas separadamente, logo para área 1 temos: $S = L^2 \Leftrightarrow S = 2^2 \Leftrightarrow S = 4m^2$.Para área 2 teremos $S = \dfrac{\pi r^2}{4} \Leftrightarrow S = \dfrac{3,14.2^2}{4} \Leftrightarrow S = 3,14m^2$.

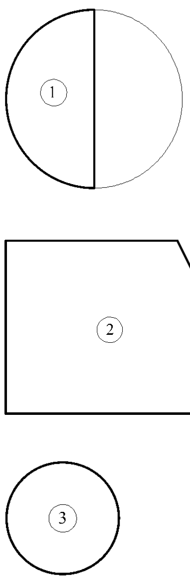
A área total é igual a $S_t = S_1 - S_2 \Leftrightarrow S_t = 4 - 3,14 \Leftrightarrow S_t = 0,86m^2$

ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

1) Calcular as áreas das figuras abaixo na unidade solicitada. (Fonte: Autor)

a)Área em dm^2





Solução: Para resolver a atividade primeiro transformaremos todas as medidas na unidade solicitada, 200mm= 2dm e 0,03m= 0,3dm e 8cm = 0,8dm.

Redesenhando a figura perceberemos que se trata de uma composição pela diferença entre a adição de uma semicircunferência e um trapézio pelo furo circular, calcularemos as áreas separadamente, logo para área 1 temos: $S=\frac{\pi r^2}{2} \Leftrightarrow S=\frac{3,14.1^2}{2} \Leftrightarrow S=1,57dm^2$, para área 2 teremos $S=\frac{(B+b)h}{2} \Leftrightarrow S=\frac{(0,3+0,2).2}{2} \Leftrightarrow S=0,5dm^2$ e para a área 3 $S=\pi r^2 \Leftrightarrow S=3,14.0,4^2 \Leftrightarrow S=0,5024dm^2$ então o total é $S_t=S_1+S_2-S_3 \Leftrightarrow S_t=1,57+0,50-0,5024 \Leftrightarrow S_t=1,5676dm^2$

APÊNDICE 4: EXEMPLOS E ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O PLANO DE AULA 3.

Este apêndice conterá todos os exemplos e atividades propostas para o desenvolvimento do conteúdo do plano de aula 3 com o título de Áreas superficiais dos principais sólidos geométricos. Este conteúdo estará disposto na seguinte ordem:

1. Área de superfície do prisma.
2. Área da superfície da pirâmide.
3. Área da superfície do cilindro.
4. Área da superfície do Cone reto circular.
5. Área da superfície da esfera.

Cada item conterá dois subitens compostos de:

iii. Exemplos propostos para sala de aula

iv. Atividades com correção propostas para sala de aula.

Iniciaremos essas atividades com a área de superfície do prisma.

1 Área de superfície do prisma.

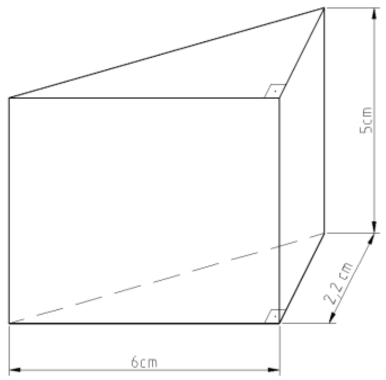
As atividades propostas para a sala de aula seguiram o mesmo esquema apresentado nos planos de aula anteriores com exemplos e atividades.

i. Exemplo proposto para sala de aula

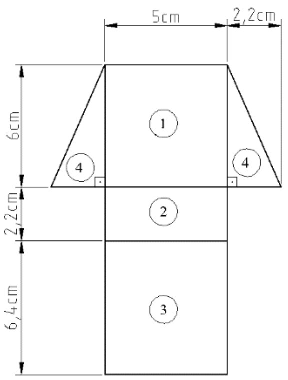
A área de superfície do prisma é dada pela equação $S_t = 2.(S_b) + S_\ell$, sendo S_t - área total, S_b - área da base e S_ℓ área lateral.

Exemplos (fonte: Adaptado Iezzi, et al, 2016):

a) Prisma reto triangular.



Rascunho de resolução:



Solução: temos 4 áreas distintas, designadas no rascunho de resolução como áreas 1, 2, 3 e 4, sendo a 4 base e topo.

Área 1: Retângulo $S = ab \Leftrightarrow S = 5.6 \Leftrightarrow S = 30cm^2$

Área 2: Retângulo $S = ab \Leftrightarrow S = 5.2,2 \Leftrightarrow S = 11cm^2$

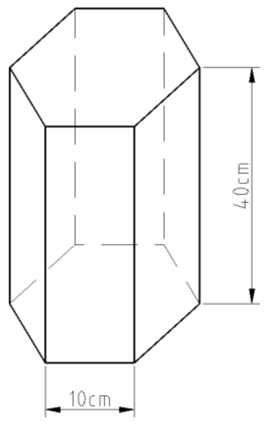
Área 3: Retângulo $S = ab \Leftrightarrow S = 5.6,4 \Leftrightarrow S = 32cm^2$

Área 4: triângulo $S = 2.\frac{b.h}{2} \Leftrightarrow S = 2.\frac{2,2.6}{2} \Leftrightarrow S = 13,2cm^2$

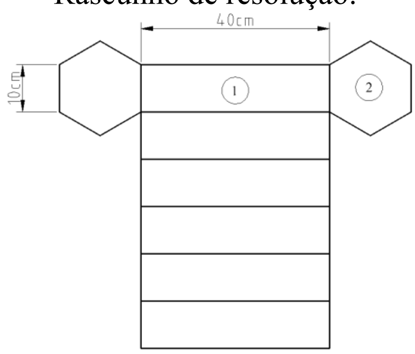
Logo a $S_t = 30 + 11 + 32 + 13,2 \Leftrightarrow S = 86,2cm^2$

ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

a) Prisma regular hexagonal



Rascunho de resolução:



Solução: temos 2 áreas distintas, 6 delas designadas no como áreas 1 e duas designadas como área 2.

Área 1: Retângulo $S = 6ab \Leftrightarrow S = 6.40.10 \Leftrightarrow S = 2400cm^2$

Área 2: Hexágono: O hexágono é formado por seis triângulos equiláteros , logo pela fórmula do triângulo temos $S = 6.\frac{b.h}{2} \Leftrightarrow S = 6.\frac{10.\frac{10\sqrt{3}}{2}}{2} \Leftrightarrow S = 150\sqrt{3}cm^2 \Leftrightarrow$ $S \cong\sim 259,81cm^2$.

Logo a $S_t = 2400 + 259,81 \Leftrightarrow S = 2659,81cm^2$

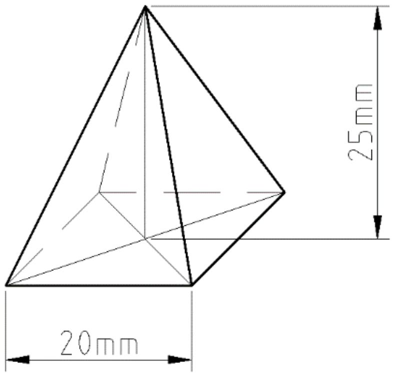
2 Área da superfície da pirâmide.

i. Exemplo proposto para sala de aula

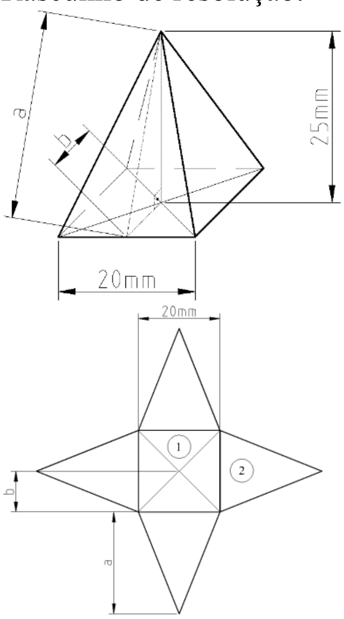
A área da superfície da pirâmide é dada pela seguinte equação: $S_t = S_b + S_\ell$, sendo a área total (S_t), área da base (S_b) e área lateral S_ℓ.

Exemplos (fonte: Adaptado Iezzi, et al, 2016b):

a)Calcular a área superficial da pirâmide de base quadrada.



Rascunho de resolução:



Solução: Temos duas áreas distintas, a base quadrangular e as quatro áreas laterais designadas como áreas 2.

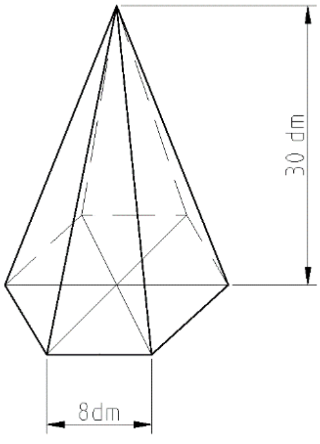
Área 1: quadrado: $S = l^2 \Leftrightarrow S = 20^2 \Leftrightarrow S = 400mm^2$

Área 2: Triângulos: Os triângulos isósceles, tem 20 de base, precisamos da altura do triângulo, temos a altura do prisma e o apótema que é igual a 10 mm, logo por Pitágoras temos: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 = 10^2 + 25^2 \Leftrightarrow a^2 = 100 + 625 \Leftrightarrow$ $a^2 = 725 \Leftrightarrow a = 5\sqrt{29} \Leftrightarrow a \cong 26,93mm$, pela fórmula da área do triângulo: $S = 4.\frac{b.h}{2} \Leftrightarrow S = 2.20.26,93 \Leftrightarrow S = 1077,2mm^2$.

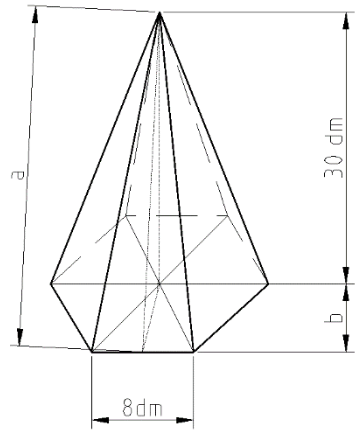
Logo a $S_t = 400 + 1077,2 \Leftrightarrow S = 1477,2mm^2$

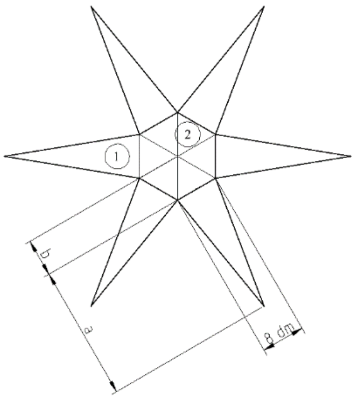
ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

a) Calcular a área superficial da pirâmide de base hexagonal.



Rascunho de resolução:





Solução: temos duas áreas distintas, a base um Hexágono e as seis áreas laterais são triângulos isósceles.

Hexágono: O hexágono é formado por seis triângulos equiláteros, logo pela fórmula do triângulo temos:

$$S = 6.\frac{b.h}{2} \Leftrightarrow S = 6.\frac{8.\frac{8\sqrt{3}}{2}}{2} \Leftrightarrow S = 128\sqrt{3}dm^2 \Leftrightarrow$$
$$S \cong 221,7dm^2 .$$

Triângulos isósceles: Precisamos da altura do triângulo isósceles que tem 8cm de base, mas temos a altura da pirâmide e a altura do triângulo equilátero, então por Pitágoras temos:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 = \left(4\sqrt{3}\right)^2 + 30^2 \Leftrightarrow a^2 = 948 \Leftrightarrow a \cong 30,79dm$$

, logo $S = 6.\frac{b.h}{2} \Leftrightarrow S = 3.8.30,79 \Leftrightarrow S = 738,96dm^2$.

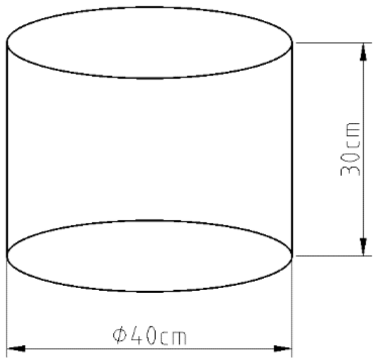
Logo a $S_t = 221,7 + 738,96 \Leftrightarrow S = 960,66cm^2$

3 Área da superfície do cilindro.

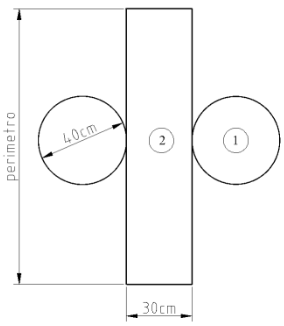
i. Exemplo proposto para sala de aula

Área da superfície do cilindro é dada pela equação $S_t = 2.(S_b) + S_\ell$, sendo área total (S_t), área da base (S_b) e área lateral S_ℓ .

a) Calcular a área superficial do cilindro.



Rascunho de resolução:



Solução: temos duas áreas distintas, a base/topo, dois círculos e um retângulo.

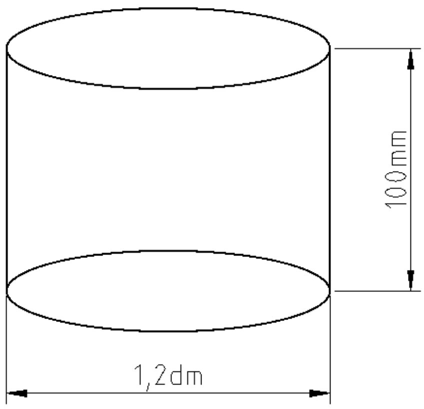
Círculo: O círculo tem 20 cm de raio, logo $S = 2\pi r^2 \Leftrightarrow S = 2.3{,}14.20^2 \Leftrightarrow S = 2512cm^2$.

Retângulo: Neste caso precisamos saber primeiro o comprimento que é igual ao perímetro da circunferência, temos $S = 2\pi r \Leftrightarrow S = 2.3{,}14.20 \Leftrightarrow S = 125{,}6cm$ com a altura calcularemos a área,: $S = ab \Leftrightarrow S = 30.125{,}6 \Leftrightarrow S = 3768cm^2$

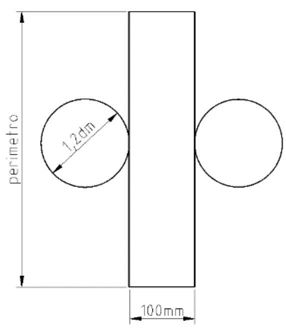
Logo a $S_t = 2512{,}6 + 3768 \Leftrightarrow S = 6280{,}6cm^2$.

ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

a) Calcular a área superficial do cilindro em cm^2



Rascunho de resolução:



Solução: temos duas áreas distintas, a base/topo, dois círculos e um retângulo.

Antes de calcular a área transformaremos na unidade solicitada, 1,2dm = 12cm e 100mm = 10cm então temos:

Círculo: O círculo tem 6 cm de raio, logo $S = 2\pi r^2 \Leftrightarrow S = 2.3{,}14.6^2 \Leftrightarrow S = 226{,}08cm^2$.

Retângulo: Neste caso precisamos saber primeiro o comprimento que é igual ao perímetro da circunferência, temos

$S = 2\pi r \Leftrightarrow S = 2.3,14.6 \Leftrightarrow S = 37,68cm$ com a altura calcularemos a área: $S = ab \Leftrightarrow S = 10.37,68 \Leftrightarrow S = 376,8cm^2$

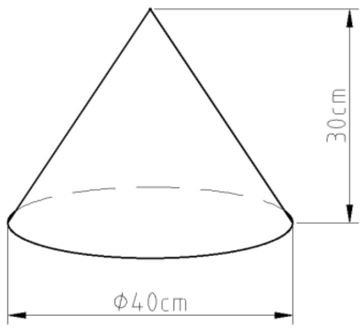
Logo a $S_t = 376,8 + 226,08 \Leftrightarrow S = 602,88cm^2$.

4 Área da superfície do Cone reto.

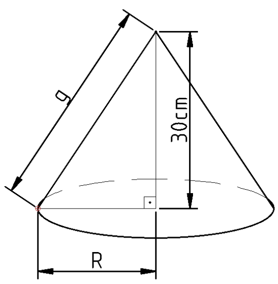
i. Exemplo proposto para sala de aula

Área da superfície do Cone reto circular é dada pela seguinte expressão $S_t = S_b + S_\ell$ sendo a área total *(S_t),* área da base *(S_b)* e área lateral S_ℓ . Na área superficial do cone reto temos também a geratriz (*g*) (Fonte: Autor).

a) Calcular a área superficial do cone reto.



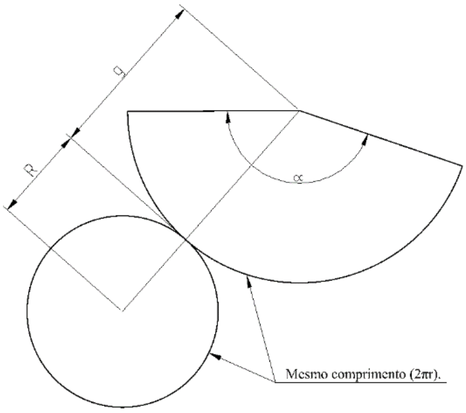
Rascunho de resolução:



Solução: temos duas áreas distintas, o círculo da base e o setor circular.

Círculo: O círculo tem 20 cm de raio, logo $S = \pi r^2 \Leftrightarrow S = 3,14.20^2 \Leftrightarrow S = 1256cm^2$.

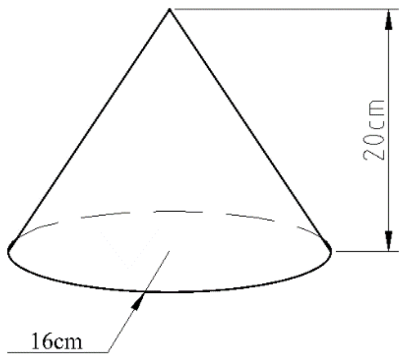
Setor circular: Neste caso precisamos saber primeiro o comprimento do setor que é igual ao perímetro da circunferência, temos $S = 2\pi r \Leftrightarrow S = 2.3,14.20 \Leftrightarrow$. $S = 125,6cm$. Precisamos calcular a geratriz então por Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 = 20^2 + 30^2 \Leftrightarrow$ $a^2 = 1300 \Leftrightarrow a \cong 36,05cm$. O setor circular tem parte



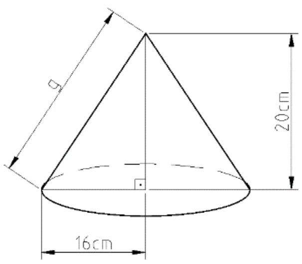
da área de um círculo de raio *g*, calcularemos a área e o perímetro total $S = 2\pi r \Leftrightarrow$ $S = 2.3{,}14.36{,}05 \Leftrightarrow$ $S = 226{,}39cm$ e Área igual $S = \pi r^2 \Leftrightarrow$ $S = 3{,}14.36{,}05^2 \Leftrightarrow S = 4080{,}75cm^2$ e com uma regra de três simples $\frac{226{,}39}{125{,}6} = \frac{4080{,}75}{x} \Leftrightarrow x \cong 2263{,}98cm^2$. Logo a $S_t = 2263{,}98 + 1256 \Leftrightarrow S = 3519{,}98cm^2$.

ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

a) Calcular a área superficial do cone (Fonte: autor).



Rascunho de resolução:



Solução: temos duas áreas distintas, o círculo da base e o setor circular.

Círculo: O círculo tem 16 cm de raio, logo $S = \pi r^2 \Leftrightarrow S = 3{,}14.16^2 \Leftrightarrow S = 803{,}84cm^2$.

Setor circular: Neste caso precisamos saber primeiro o comprimento do setor que é igual ao perímetro da circunferência, temos $S = 2\pi r \Leftrightarrow S = 2.3{,}14.16 \Leftrightarrow$. $S = 100{,}48cm$. Precisamos calcular a geratriz então por Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 = 16^2 + 20^2 \Leftrightarrow a^2 = 656 \Leftrightarrow a \cong 25{,}61cm$. O setor circular tem parte da área de um círculo de raio *g*, calcularemos a área e o perímetro total $S = 2\pi r \Leftrightarrow$

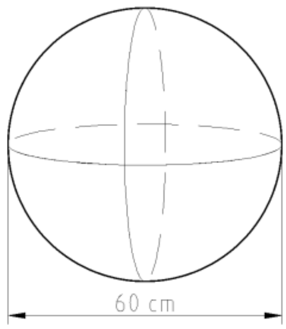
$S = 2.3,14.25,61 \Leftrightarrow S = 160,83cm$ e Área igual $S = \pi r^2 \Leftrightarrow$ $S = 3,14.25,61^2 \Leftrightarrow S = 2059,44cm^2$ e com uma regra de três simples $\frac{160,83}{100,48} = \frac{2059,44}{x} \Leftrightarrow x \cong 1286,65cm^2$. Logo a $S_t = 1286,65 + 803,84 \Leftrightarrow S = 2090,49cm^2$.

5 Área da superfície da esfera.

i. Exemplo proposto para sala de aula

Área da superfície da esfera é dada pela seguinte expressão $S_t = 4\pi r^2$, sendo a área total *(S_t)* e *r* o raio.

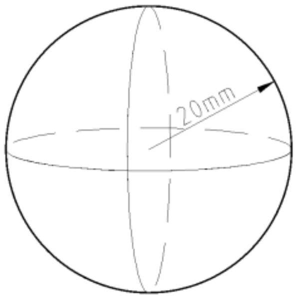
a) Calcular a área superficial da esfera (Fonte: autor).



Solução: A área superficial da esfera pode ser calculada pela equação $S = 4\pi r^2$, logo com a esfera de raio 30 cm temos: $S = 4\pi r^2 \Leftrightarrow S = 4.3,14.30^2 \Leftrightarrow S = 11304cm^2$.

ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

a) Calcular a área superficial da esfera (Fonte: autor).



Solução: A área superficial da esfera pode ser calculada pela equação $S = 4\pi r^2$, logo com a esfera de raio 20 cm temos: $S = 4\pi r^2 \Leftrightarrow S = 4.3{,}14.20^2 \Leftrightarrow S = 5024cm^2$.

APÊNDICE 5: EXEMPLOS E ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O PLANO DE AULA 4.

Este apêndice conterá todos os exemplos e atividades propostas para o desenvolvimento do conteúdo do plano de aula 4 com o título de volume dos principais sólidos geométricos. Este conteúdo estará disposto na seguinte ordem:

1. Volume do prisma.
2. Volume da pirâmide.
3. Volume do cilindro.
4. Volume do cone reto circular.
5. Volume da esfera.

Cada item conterá dois subitens compostos de:

i. Exemplos propostos para sala de aula
ii. Atividades com correção propostas para sala de aula.

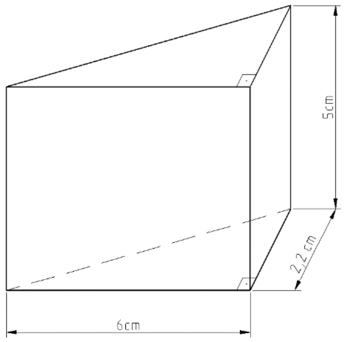
Iniciaremos essas atividades com volume do prisma.

1 Volume do prisma.

Volume do prisma é dado pela seguinte equação $V_p = S_b.h$, sendo V_p = volume do prisma, S_b = área da base e h = altura do prisma.

i. Exemplo proposto para sala de aula

a) Calcule a volume e capacidade do prisma a seguir (Fonte: Autor):

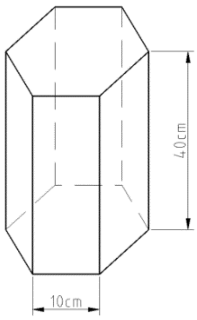


Solução: O volume do prisma é dado pela equação $V_p = S_b.h$, como a base é um triângulo retângulo temos: $V_p = \frac{bh}{2}.H$, sendo H a altura do prisma e h a altura em relação à base do triângulo, logo $V_p = \frac{6.2,2}{2}.5 \Leftrightarrow 33cm^3$ ou tem 33 ml de capacidade.

ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

Calcule a volume e capacidade dos prismas a seguir (Fonte: Autor):

a)



Solução: O volume do prisma é dado pela equação $V_p = S_b.h$, como a base é um Hexágono regular que é formado por seis triângulos equiláteros, logo pela fórmula do triângulo temos:

$$S_b = 6.\frac{b.h}{2} \Leftrightarrow S_b = 6.\frac{10.\frac{10\sqrt{3}}{2}}{2} \Leftrightarrow S_b = 150\sqrt{3}cm^2 \Leftrightarrow S_b \cong\sim 259,81cm^2.$$

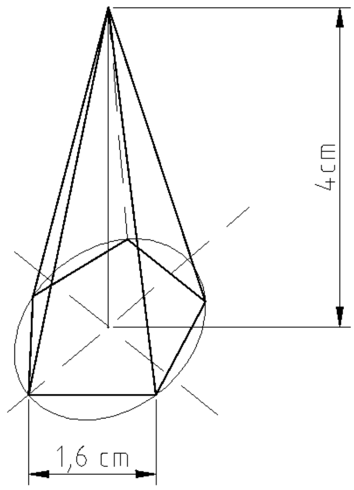
Logo o volume é igual a $V_p = S_b.h \Leftrightarrow V_p = 259,81.40 \Leftrightarrow V_p = 10394,2cm^3$ ou 10394,2 ml ou 10,3942 litros.

2 Volume da pirâmide.

Volume da pirâmide é dado pela equação $V_p = \frac{1}{3}.S_b.h$, onde V_p volume da pirâmide, S_b é a área da base e *h* a altura da pirâmide.

i. Exemplo proposto para sala de aula

a) Calcular o volume e determine a capacidade volumétrica na pirâmide (Fonte: Autor).



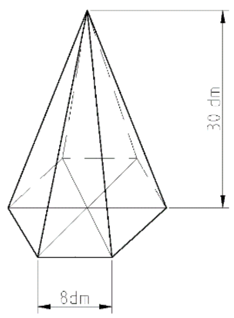
Solução: O volume da pirâmide é dado pela equação $V_p = \frac{1}{3}.S_b.h$, logo temos de calcular a área da base.

Área da base: O pentágono é formado por cinco triângulos isósceles, como o ângulo central é 72º, temos 36º no triângulo de cateto oposto 0,8, pela razão trigonométrica de tangente temos: $Tg\alpha = \frac{co}{ca} \Leftrightarrow tg36° = \frac{0,8}{x} \Leftrightarrow 0,73 = \frac{0,8}{x} \Leftrightarrow x \cong 1,1cm$, como 1,1cm também é o apótema temos que a área do pentágono é: $p = nl \Leftrightarrow p = 5.1,6 \Leftrightarrow \quad p = 8cm$, logo a área é $S = \frac{p}{2}a \Leftrightarrow S = \frac{8}{2}.1,1 \Leftrightarrow \quad S = 4,4cm^2$, calculando então o volume temos: $V_p = \frac{1}{3}.S_b.h \Leftrightarrow$ $V_p = \frac{4,4.4}{3} \Leftrightarrow V_p \cong 5,87cm^3$ ou tem 5,87ml de capacidade volumétrica.

ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

Calcular o volume e determine a capacidade volumétrica em cada pirâmide **(**Fonte: Autor).

a) Pirâmide de base hexagonal.



Solução: O volume da pirâmide é dado pela equação $V_p = \frac{1}{3}.S_b.h$, logo temos de calcular a área da base.

Área da base: O hexágono é formado por seis triângulos equiláteros, logo pela fórmula do triângulo temos: $S = 6.\frac{b.h}{2} \Leftrightarrow S = 6.\frac{8.\frac{8\sqrt{3}}{2}}{2} \Leftrightarrow S = 128\sqrt{3}dm^2 \Leftrightarrow S \cong 221,7dm^2$.

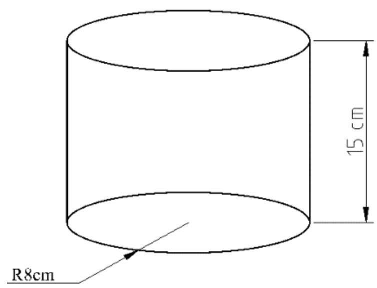
Calculando então o volume temos: $V_p = \frac{1}{3}.S_b.h \Leftrightarrow V_p = \frac{221,7.30}{3} \Leftrightarrow V_p = 2217dm^3$ ou $2,217m^3$, logo têm 2217 litros de capacidade volumétrica.

3 Volume do cilindro.

Volume do prisma é dado pela seguinte equação $V_p = S_b.h$, sendo V_p = volume do cilindro, S_b = área da base e h = altura do cilindro.

i. Exemplo proposto para sala de aula

Calcular o volume e determine a capacidade volumétrica do cilindro.



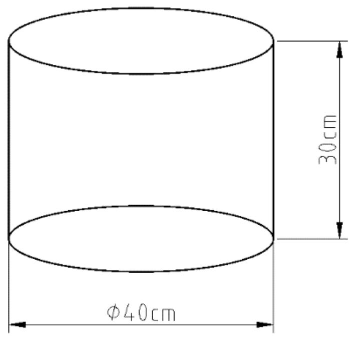
Solução: O volume do cilindro é dado pela equação $V_p = S_b.h$, logo temos de calcular a área da base.

Área da base: O círculo tem 8 cm de raio, logo $S = \pi r^2 \Leftrightarrow S = 3{,}14.8^2 \Leftrightarrow S = 200{,}96 cm^2$.

Calculando então o volume temos: $V_p = S_b.h \Leftrightarrow V_p = 200{,}96.15 \Leftrightarrow V_p = 3014{,}4cm^3$ ou 3,0144dm^3, logo têm aproximadamente 3,01 litros de capacidade volumétrica.

ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

Calcular o volume em cm^3 e determine a capacidade volumétrica em cada cilindro (Fonte: Autor):



Solução: O volume do cilindro é dado pela equação $V_p = S_b.h$, logo temos de calcular a área da base.

Área da base: O círculo tem 20 cm de raio, logo $S = \pi r^2 \Leftrightarrow S = 3{,}14.20^2 \Leftrightarrow S = 1256 cm^2$.

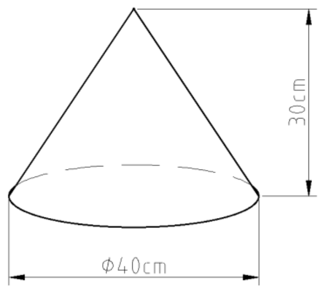
Calculando então o volume temos: $V_p = S_b.h \Leftrightarrow V_p = 1256.30 \Leftrightarrow V_p = 37680cm^3$ ou 37,68 dm^3, logo têm 37,68 litros de capacidade volumétrica.

4 Volume do cone reto.

Volume do Cone reto é dado pela equação $V_p = \frac{1}{3}.S_b.h$, onde V_P volume do cone, S_b é a área da base e *h* a altura do cone.

i. Exemplo proposto para sala de aula

Calcular o volume em cm^3 e determine a capacidade volumétrica do cone (Fonte: Autor):



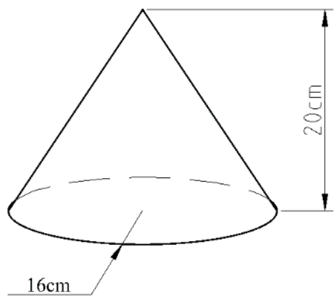
Solução: O volume do Cone é dado pela seguinte expressão $V_c = \frac{1}{3}.S_b.h$, logo temos de calcular a área da base.

Área da base: O círculo tem 20 cm de raio, logo $S = \pi r^2 \Leftrightarrow S = 3{,}14.20^2 \Leftrightarrow S = 1256cm^2$.

Calculando então o volume temos: $V_c = \frac{1}{3}.S_b.h \Leftrightarrow V_c = \frac{1256.30}{3} \Leftrightarrow V_c = 12560cm^2$ ou 12,56 dm^3, logo têm aproximadamente 12,56 litros de capacidade volumétrica.

ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

Calcular o volume em cm^3 e determine a capacidade volumétrica em cada cilindro (Fonte: Autor):



Solução: O volume do Cone é dado pela seguinte expressão $V_c = \frac{1}{3}.S_b.h$, logo temos de calcular a área da base.

Área da base: O círculo tem 16 cm de raio, logo

$S = \pi r^2 \Leftrightarrow S = 3{,}14.16^2 \Leftrightarrow S = 803{,}84cm^2$.

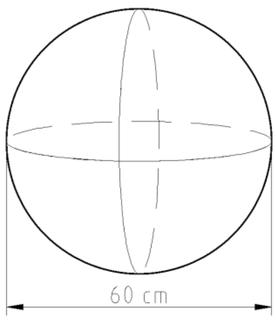
Calculando então o volume temos: $V_c = \frac{1}{3}.S_b.h \Leftrightarrow V_c = \frac{803{,}84.20}{3} \Leftrightarrow V_c \cong 5358{,}9cm^3$ ou 5,3589 dm^3, logo têm aproximadamente 5,36 litros de capacidade volumétrica.

5 Volume da esfera.

Volume da esfera é dado pela equação $V_e = \frac{4}{3}.\pi.r^3$, onde V_e é o volume da esfera e *r* é o raio.

i. Exemplo proposto para sala de aula

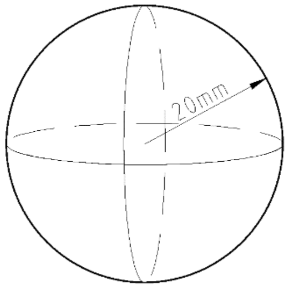
a)Calcular o volume em cm^3 e determine a capacidade volumétrica da esfera (Fonte: Autor):



Solução: O volume da esfera é dado pela seguinte expressão $V_e = \frac{4}{3}.\pi.r^3$, como esta esfera tem 30 cm de raio logo Calculando então o volume temos: $V_e = \frac{4}{3}.\pi.r^3 \Leftrightarrow V_e = \frac{4.3{,}14.30^3}{3} \Leftrightarrow V_e = 113040cm^3$ ou 113,04dm^3, logo têm 113,04 litros de capacidade volumétrica.

ii. Atividade com correção proposta para sala de aula.

Calcular o volume em cm^3 e determine a capacidade volumétrica da esfera (Fonte: Autor):



Solução: Antes de calcular a área transformaremos na unidade solicitada, 20mm=2cm então temos:

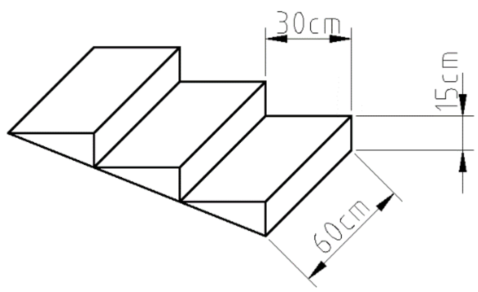
O volume da esfera é dado pela seguinte expressão $V_e = \frac{4}{3}.\pi.r^3$, como esta esfera tem 2 cm de raio logo Calculando então o volume temos: $V_e = \frac{4}{3}.\pi.r^3 \Leftrightarrow V_e = \frac{4.3,14.2^3}{3} \Leftrightarrow V_e = 33,49cm^3$, logo têm 33,49 mililitros de capacidade volumétrica.

APÊNDICE 6: EXEMPLOS E ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O PLANO DE AULA 5.

Este apêndice conterá todos os exemplos e atividades propostas para o desenvolvimento do conteúdo do plano de aula 5 com o título de relacionar o índice pluviométrico com capacidade de água coletada em cisterna. Este conteúdo estará disposto na relação entre volume e sua capacidade volumétrica (quantos litros cabem um determinado elemento em um determinado volume). Portanto serão apresentados exercícios que colaborem e direcione esta análise.

i. Atividades práticas propostas para sala de aula

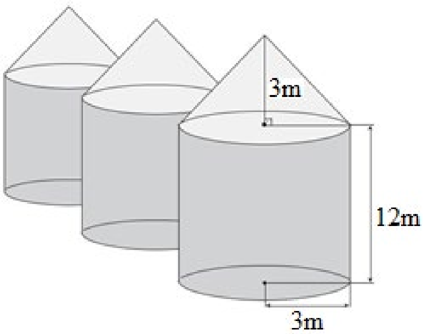
1) A figura abaixo ilustra alguns degraus de uma escada de concreto. Cada degrau é um prisma triangular reto de dimensões 15 cm, 30 cm e 60 cm. Se a escada tem 20 degraus, qual o volume (em metros cúbicos do concreto) usado para construir a escada (Giovanni e Bonjorno, 2005b)?



Solução: Como a resposta será dado em m^3, primeiro transformaremos as unidades em metros, logo 30 cm = 0,3 m, 15 cm = 0,15 m e 60 cm = 0,6m.

Dado que cada degrau é um prisma triangular reto e a escada é formada por 20 degraus temos: $V_e = 20S_b.H \Leftrightarrow V_e = 20\frac{b.h}{2}.H \Leftrightarrow V_e = 10.0,3.0,15.0,6 \Leftrightarrow V_e = 0,27m^3$.

2) (ENEN, 2016) Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



Utilize 3 como aproximação para π.

O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é:

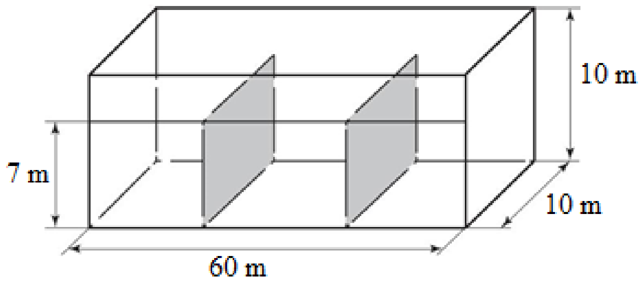
a) 6. b) 16. c) 17. d) 18. e) 21.

Solução: O número de caminhões será dado pelo quociente entre o volume do silo e o volume do caminhão, logo calcularemos primeiro o volume do silo $V_{silo} = V_{cilindro} + V_{cone} \Leftrightarrow$ $V_{silo} = \pi r^2 h_{cilindro} + \frac{1}{3}\pi r^2 h_{cone} \Leftrightarrow V_{silo} = 3.3^2.12 + 3.3^2.3 \Leftrightarrow V_{silo} = 324 + 81 \Leftrightarrow V_{silo} = 405m^3$.

Logo o número de caminhões será $N = \frac{V_{silo}}{V_{caminhão}} \Leftrightarrow N = \frac{405}{20} \Leftrightarrow N = 20,25$ ou 21 caminhões, alternativa *e*.

3) (ENEN, 2016) Um petroleiro possui reservatório em formato de um paralelepípedo

retangular com as dimensões dadas por 60 m x 10 m de base e 10 m de altura. Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório é subdividido em três compartimentos, A, B e C, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, conforme figura. Assim, caso haja um rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.



Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento C.

Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisórias.

Após o fim do vazamento, o volume de petróleo derramado terá sido de

a) $1{,}4.10^3$ m^3. b) $1{,}8.10^3$ m^3. c)$2{,}0.10^3$ m^3 d) $3{,}2.10^3$ m^3 e) $6{,}0.10^3$ m^3

Solução: O volume do vazamento será $V_{vazamento} = V_{compartimento\ c} + V_{Superior} \Leftrightarrow$ $V_v = S_{b_c}h + S_b h \Leftrightarrow V_v = 10.20.7 + 10.60.3 \Leftrightarrow V_v = 1400 + 1800 \Leftrightarrow V_v = 3200 m^3$ ou $3{,}2.10^3$ m^3 de vazamento, alternativa D.