



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

RANÚZY BORGES NEVES

UMA INTRODUÇÃO AO ESTUDO DAS FUNÇÕES
TRIGONOMÉTRICAS COM RECURSOS ARTÍSTICOS E
SEMINÁRIOS SOBRE A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO 2º
ANO DO ENSINO MÉDIO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

SÃO CARLOS / SP
20 DE FEVEREIRO DE 2019

RANÚZY BORGES NEVES

**UMA INTRODUÇÃO AO ESTUDO DAS FUNÇÕES
TRIGONOMÉTRICAS COM RECURSOS ARTÍSTICOS E
SEMINÁRIOS SOBRE A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO 2º
ANO DO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Departamento de Matemática da Universidade Federal de São Carlos como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientador:

Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti

SÃO CARLOS / SP

20 DE FEVEREIRO DE 2019

Borges Neves, Ranúzy

Uma introdução ao estudo das Funções Trigonométricas com recursos artísticos e seminários sobre a História da Matemática no 2º ano do Ensino Médio / Ranúzy Borges Neves. -- 2019.

96 f. : 30 cm.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, São Carlos

Orientador: Pedro Luiz Aparecido Malagutti

Banca examinadora: Celi Espasandin Lopes, Paulo Antonio Silvani Caetano

Bibliografia

1. Funções Trigonométricas. 2. Artes. 3. História da Matemática. I. Orientador. II. Universidade Federal de São Carlos. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pelo Programa de Geração Automática da Secretaria Geral de Informática (SIn).

DADOS FORNECIDOS PELO(A) AUTOR(A)

Bibliotecário(a) Responsável: Ronildo Santos Prado – CRB/8 7325



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Ranúzy Borges Neves, realizada em 20/02/2019:

Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti
UFSCar

Profa. Dra. Celi Aparecida Espasandin Lopes
UNICSUL

Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano
UFSCar

*Este trabalho é dedicado a todos os docentes que buscam
mostrar a seus alunos que Matemática vai muito além de
números e cálculos.*

Agradecimentos

- A Deus, autor da vida e maior incentivador de sua evolução;
- À minha família, em especial ao meu esposo Genilson, aos meus pais (Renaldo e Jucélia) e ao meu irmão Yuri, pelo incentivo, cobrança e compreensão nas ausências;
- Ao meu orientador, Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti, que muito bem representa o PPGCE, pela disposição em auxiliar nesse estudo com seu conhecimento, experiência, tempo, incentivo, confiança, paciência e apoio.
- Aos professores doutores Celi Espasandin Lopes (UNICSUL) e Paulo Antonio Silvani Caetano (UFSCar) por terem aceito o convite de participação na banca e contribuírem para maior qualidade do trabalho;
- À colega de IFC, *teacher* Cibelle, pelo “*help*” com o *Abstract*;
- A todos os professores do PROFMAT (UFSC e UTFPR) e PPGECE (UFSCar) pelos ensinamentos nas aulas;
- À Kelly Schiabelli, secretária do programa, pela atenção e disponibilidade;
- Aos colegas de PROFMAT (UFSC e UTFPR) e PPGECE (UFSCar) pela parceria, em especial aos amigos Ana, Aralan e Eliane pelas horas de estudos, pipoca, chimarrão, risadas, notas altas, alegria, notas baixas, tristeza, choro, desespero e superações pelas quais passamos juntos;
- A todos os alunos aos/com os quais tive o privilégio de ensinar/aprender Matemática nesses 10 anos de sala de aula, especialmente às turmas de 2º ano do EMI Técnicos em Automação Industrial e Informática do IFC - *Campus* SBS, participantes ativos nessa pesquisa, pela paciência, dedicação, conversas, apoio e criatividade durante as apresentações de trabalho;
- À CAPES, pelo apoio financeiro no início do PROFMAT;
- E a mim mesma, pela perseverança, dedicação, esforço nos estudos e fé que a educação vai melhorar.

“Nunca será um verdadeiro matemático aquele que não for um pouco de poeta”.

—KARL WEIERSTRASS

Resumo

Tem-se por principal objetivo, nesse estudo, investigar se o uso de metodologias artísticas contribui efetivamente para motivar os estudantes das turmas de 2º ano do Ensino Médio Integrado Técnico em Automação Industrial e Informática do Instituto Federal Catarinense - *Campus* São Bento do Sul a aprenderem os conceitos ligados à Matemática, em particular o conteúdo de Funções Trigonométricas. Para obter uma resposta a esse problema de pesquisa, cuja fundamentação teórica se deu por diversos autores que discorreram sobre temáticas como a criatividade em aulas de Matemática, a Arte como ferramenta didática, a História da Matemática e os Seminários, a professora/autora desse trabalho utilizou paródias, tocadas com seu violão, no ensino de tópicos como razões trigonométricas e ângulos notáveis. Em seguida, também propôs um seminário sobre a História da Trigonometria, cujos critérios de avaliação foram domínio de conteúdo e criatividade. Essa última habilidade foi exigida tendo em vista ser um diferencial em qualquer carreira profissional na atualidade, apesar de pouco explorada nas aulas de Matemática. Recursos como lousa, livro didático, *slides*, vídeos e listas de exercícios também foram usados no decorrer dos dois meses de ensino-aprendizagem do assunto, encerrado com um resumo via *software/aplicativo* Geogebra, acessado pelo celular ou computador. Na apresentação do seminário, diversas equipes contaram fatos da biografia e as principais contribuições para a Trigonometria e Ciências em geral dos matemáticos Hiparco de Niceia, Cláudio Ptolomeu, François Viète, John Napier, Isaac Newton, Leonhard Euler e Bhaskara Akaria por meio de expressões artísticas como música (paródias), teatro, vídeo, poema, poesia, crônica, etc. Após a conclusão do tema e no intuito de que os discentes avaliassem a proposta didática, foi aplicado um questionário, de caráter voluntário e anônimo, cuja análise das respostas apontou que a maioria dos alunos aprovou a metodologia utilizada, solicitando ainda que fosse mantida e ampliada. Mediante maior participação e interação deles nas aulas bem como nos plantões pedagógicos, aliada à qualidade dos trabalhos apresentados, verificou-se que o retorno ao questionamento proposto inicialmente nessa pesquisa foi positivo. Dessa forma, percebe-se que o uso da Arte como ferramenta didática em Matemática pode ser mais um caminho capaz de aproximar os estudantes da disciplina.

Palavras-chave: Funções Trigonométricas. Artes. Criatividade. História da Matemática. Seminários

Abstract

The main objective of this study is to investigate whether the use of artistic methodologies effectively contributes to motivate second grade students of High School Integrated with Technical Education in Industrial Automation and Computing, at the Federal Institute of Santa Catarina, São Bento do Sul, to learn the concepts related to Mathematics, especially the content of Trigonometric Functions. In order to obtain a response to this research problem, the theoretical basis was given by several authors who discussed such topics in creativity in Mathematics classes, Art as a didactic tool, History of Mathematics and Seminars, the teacher / author of this work used parodies, played her guitar while teaching topics such as trigonometric reasons and notable angles. Then she also proposed to seminar on the History of Trigonometry, whose evaluation criteria were mastery of content and creativity. This last skill was required in order to be a distinction in any professional career nowadays, although not much explored in mathematics classes. Resources such as whiteboard, textbook, slides, videos and exercise lists were also used during the two-month teaching-learning session, ending with a Geogebra software summary by the cell phone or computer access. In the seminar presentations, several teams recounted facts of the biography and the main contributions to Trigonometry and Sciences in general of the mathematicians Hipparchus of Niceia, Claudius Ptolemy, François Viète, John Napier, Isaac Newton, Leonhard Euler and Bhaskara Akaria through artistic expressions such as the music (parodies), theater, video, poem, poetry, chronic, etc. After the conclusion of the subject and in order for the students to evaluate the didactic proposal, a voluntary and anonymous questionnaire was applied. The analysis of the answers indicated that most of the students approved the methodology used, requesting its maintenance and extension. Through their greater participation and interaction in the classes as well as in the study in overtime, together with the quality of the presented works, it was verified that the return to the questioning initially proposed in this research was positive. This way, it was verified that the use of Art as a didactic tool in Mathematics can be a good way to increase students' motivation in the subject.

Keywords: Trigonometric Functions. Arts. Creativity. History of Mathematics. Seminars

Lista de Figuras

1.1	Professora Ranúzy Neves interpretando o matemático Al-Khwarizmi	14
1.2	Professora Ranúzy Neves utilizando paródias em aulas de Matemática	14
1.3	Professora Ranúzy Neves interpretando a origem dos números naturais com seus alunos	15
1.4	Livro O homem que calculava, utilizado nas aulas de Matemática	15
1.5	Livro Caro Einstein, utilizado nas aulas de Matemática	15
2.1	Ossos de Ishango	24
2.2	Fractal	25
2.3	Concreção 9204	27
2.4	Tipos de atividades em Matemática	31
3.1	A corda de um ângulo	35
3.2	Circunferência trigonométrica	36
3.3	Função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \text{sen}(x)$	37
3.4	Função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \text{cos}(x)$	37
3.5	Função $f : \mathbb{R} \setminus \{x \neq \frac{\pi}{2} - k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \text{tg}(x)$	37
3.6	Círculo Trigonométrico com ângulos em graus e em radianos em função ou não do valor de π e seus respectivos pares ordenados (cosseno, seno)	38
3.7	Triângulo retângulo	39
3.8	Triângulo equilátero ABC	40
3.9	Triângulo retângulo DBC	41
3.10	Quadrado $ABCD$	42
3.11	Tabela de ângulos notáveis	43
3.12	Interpretação da Biografia de Leonhard Euler - premiações	45
3.13	Interpretação da Biografia de Leonhard Euler - descobertas	45
3.14	Interpretação da Biografia de Leonhard Euler - morte	45
3.15	Interpretação da Biografia de Isaac Newton	46
3.16	Interpretação da Biografia de François Viète - morte	46
3.17	Contribuições de Hiparco de Niceia para a Trigonometria e Ciências em geral	46
3.18	Contribuições de John Napier para a Trigonometria e Ciências em geral	47

3.19	Contribuições de Leonhard Euler para a Trigonometria e Ciências em geral . . .	47
3.20	Contribuições de Cláudio Ptolomeu para a Trigonometria e Ciências em geral .	47
3.21	Contribuições de Isaac Newton para a Trigonometria e Ciências em geral . . .	48
3.22	As estudantes Fernanda Rank e Larissa Zogovski cantando a paródia sobre Cláudio Ptolomeu no Projeto de Extensão CULTURANDO, realizado mensalmente no IFC SBS	55
3.23	Digitação da função genérica $f(x) = a + b.\text{sen}(cx + d)$ na barra de entrada do Geogebra	56
3.24	Criação dos controles deslizantes para os parâmetros a, b, c e d da função genérica $f(x) = a + b.\text{sen}(cx + d)$ no Geogebra	56
3.25	Intervalos de alteração para os controles deslizantes da função genérica $f(x) = a + b.\text{sen}(cx + d)$ no Geogebra	57
3.26	Controles deslizantes alterados e aspecto da função genérica $f(x) = a + b.\text{sen}(cx + d)$ no Geogebra modificado	58
3.27	Função genérica $g(x) = a + b.\text{cos}(cx + d)$ com controles deslizantes no Geogebra	58
3.28	Função genérica $h(x) = a + b.\text{tan}(cx + d)$ com controles deslizantes no Geogebra	59
4.1	Cabeçalho do formulário do Google para avaliação discente acerca da proposta didática desenvolvida no estudo das Funções Trigonométricas	60
4.2	Respostas dos estudantes ao questionamento: Os conteúdos abordados nas aulas de Matemática sobre Funções Trigonométricas foram importantes para você? Responda Sim ou Não e cite aquele(s) com o(s) qual (is) você tinha mais dificuldade.	67
4.3	Respostas dos alunos à pergunta: A utilização de recursos artísticos (música, poema, poesia, crônica, etc.) contribuiu para a melhoria de sua aprendizagem sobre Funções Trigonométricas? Explique.	68
4.4	Respostas dos discentes à pergunta: E a forma como os conteúdos foram abordados - a professora utilizando paródias com violão sobre os temas e a proposta do seminário em equipes sobre a História da Trigonometria - fizeram alguma diferença em sua aprendizagem? Explique.	69
4.5	Primeira resposta dada pelo aluno Mateus Fernandes dos Santos sobre a motivação recebida em casa para os estudos	74

Sumário

Agradecimentos	5
Resumo	7
Abstract	8
Lista de Figuras	9
1 INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO	13
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA PARA O TRABALHO	19
2.1 Criatividade em aulas de Matemática	19
2.1.1 Arte como ferramenta didática	23
2.1.2 História da Matemática: Investigações em sala de aula	28
2.1.3 Seminários: Apresentando as investigações realizadas	31
3 APLICAÇÃO DA PROPOSTA PEDAGÓGICA: UM POUCO ALÉM DAS TÉCNICAS DE CÁLCULO	34
3.1 Funções Trigonométricas no Ensino Médio	34
3.2 Música na abordagem de Razões Trigonométricas e Ângulos Notáveis	38
3.3 Seminário sobre a História da Trigonometria	44
3.4 Experimentos no Geogebra para o estudo de Funções Trigonométricas	55
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	60
4.1 Questionário de Avaliação Discente	60
4.2 Análise dos resultados	67
CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
Referências Bibliográficas	76
Apêndices	82
Apêndice A QUESTIONÁRIO ENVIADO ÀS TURMAS DE ENSINO MÉDIO TÉCNICO INTEGRADO TÉCNICO EM AUTOMOÇÃO INDUSTRIAL E INFORMÁTICA PARA AVALIAÇÃO DA PROPOSTA PEDAGÓGICA	82

**Anexo A TRABALHO TEÓRICO REFERENTE AO SEMINÁRIO SOBRE A HIS-
TÓRIA DA TRIGONOMETRIA ENTREGUE POR UMA EQUIPE DA TURMA
DE AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL**

INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO

“A Arte é a transformação do ordinário em extraordinário e a Matemática é a maneira de fazer o ordinário chegar ao extraordinário”.

—ANTONIO PETICOV

O documento elaborado pelo Ministério da Educação (MEC), que apresenta as análises e reflexões acerca do desempenho do Brasil no *Programme for International Student Assessment* (Prova Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA, na sigla em inglês) no ano de 2015, destaca que, de acordo com a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), “um jovem letrado em matemática é capaz de formular, empregar e interpretar matemática numa variedade de contextos e não simplesmente atingir um mínimo de conhecimentos técnicos ou habilidades” [1]. Levando em consideração que o Brasil ficou na 65ª posição no ranking entre os 70 países participantes, é compreensível o registro nas considerações finais do texto de que “foram poucos os estudantes brasileiros que demonstraram atingir esse patamar” [1].

Para o docente que atua em sala de aula nas diversas escolas brasileiras essa é a realidade diária: alunos que apresentam alto índice de dificuldade em cálculos considerados relativamente simples. Infelizmente, a Matemática continua sendo estigmatizada pela maioria dos discentes como aquele bicho de sete cabeças dos desenhos infantis. E de quem é a culpa? Do professor? Do próprio aluno? Do diretor da escola? Dos pais ou responsáveis? Da Universidade onde o professor estudou? Do governo? Enfim, obter as respostas para todas essas indagações não seria uma tarefa fácil e também não solucionaria o problema. Dessa forma, para que esta aversão à Matemática seja eliminada ou, pelo menos, reduzida, os atores principais do ensino-aprendizagem, professores e estudantes, devem buscar uma parceria de trabalho. E uma vez que é responsabilidade docente apresentar os conteúdos a serem estudados na instituição de ensino, cabe a ele encontrar artifícios para que este contato seja o mais agradável possível. Encontros com aulas mais dinâmicas e divertidas talvez possam contribuir para esse fim.

Peço licença ao leitor para utilizar a primeira pessoa nesse momento do texto, a fim de relatar um pouco da minha trajetória profissional e minhas inquietações perante os desafios impostos à educação no Brasil, que contribuíram diretamente para a escolha do tema desta dissertação. Tentando diminuir alguns dos empecilhos enfrentados ao longo desses dez anos de sala de aula, passei a utilizar recursos e metodologias alternativas como teatro (Figura 1.1 e Figura 1.3), música (Figura 1.2) e literatura (Figura 1.4 e Figura 1.5), visando atrair um pouco

mais a atenção dos alunos para as aulas de Matemática.



Figura 1.1 Professora Ranúzy Neves interpretando o matemático Al-Khwarizmi

Fonte: Colégio Dehon



Figura 1.2 Professora Ranúzy Neves utilizando paródias em aulas de Matemática

Fonte: IFC - *Campus* Luzerna



Figura 1.3 Professora Ranúzy Neves interpretando a origem dos números naturais com seus alunos

Fonte: EMEB João Paulo I (CAIC)

A ideia fundamental desses artifícios didáticos é oferecer ao discente a oportunidade de enxergar a disciplina sob um outro aspecto, que vai um pouco além da repetição de algoritmos bem como contribuir para um ensino-aprendizagem de Matemática mais dinâmico e atrativo. Seguem alguns exemplos dos livros de literatura que também têm sido utilizados nos projetos desenvolvidos.

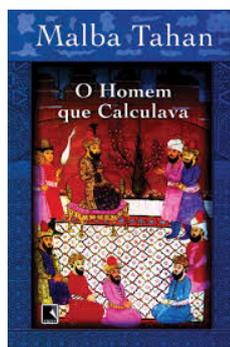


Figura 1.4 Livro O homem que calculava, utilizado nas aulas de Matemática

Fonte: [2]

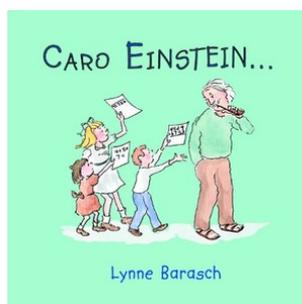


Figura 1.5 Livro Caro Einstein, utilizado nas aulas de Matemática

Fonte: [3]

Concluí minha graduação em Matemática (Licenciatura) na Universidade do Sul de Santa Catarina (Unisul) - Campus Tubarão no ano de 2008 e em 2009 iniciei a carreira docente, lecionando em escolas particulares e públicas municipais, estaduais e federais em Santa Catarina, atuando desde as séries iniciais do Ensino Fundamental (em duas turmas de 5º ano), passando pelas séries finais, do 6º ao 9º ano e Ensino Médio. Atualmente, sou professora do Ensino Básico Técnico e Tecnológico do Instituto Federal Catarinense (IFC) - Campus São Bento do Sul (SBS), onde leciono Matemática para turmas de Ensino Médio Integrado (EMI) Técnico e Geometria Analítica para Engenharia de Controle e Automação e Engenharia de Computação. Cursei uma especialização em Psicopedagogia - processos escolares de ensino-aprendizagem, também na Unisul em 2009 e, em 2014, iniciei o Mestrado Profissional em Matemática (PROF-MAT) na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) - Campus Florianópolis, dando con-

tinuidade ao curso na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) - Campus Pato Branco.

Para finalizar esta etapa de formação, o mestrado será concluído no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) - Campus São Carlos, mediante defesa deste projeto de pesquisa intitulado “Uma introdução ao estudo das Funções Trigonométricas com recursos artísticos e seminários sobre a História da Matemática no 2º ano do Ensino Médio”, sob orientação do professor doutor Pedro Luiz Aparecido Malagutti. A partir desse momento o texto retorna para a narrativa em terceira pessoa.

Com tamanho acesso à tecnologia e todo tipo de atrativos, o perfil atual do estudante requer uma necessidade de que o ensino não permaneça alheio a essa realidade. É fundamental, então, que os docentes busquem constante atualização e façam uso de todos os recursos disponíveis, no intuito de que suas aulas possam ser mais diversificadas e cativem a atenção dos alunos, objetivando oportunizar também diferentes maneiras de compreensão do conteúdo abordado. Santaló [4] reforça que

[...] como o mundo atual é rapidamente mutável, também a escola deve estar em contínuo estado de alerta para adaptar seu ensino, seja em conteúdos como em metodologia, à evolução destas mudanças, que afetam tanto as condições materiais de vida como do espírito com que os indivíduos se adaptam a tais mudanças. Em caso contrário, se a escola descuida-se e se mantém estática ou com movimento vagaroso em comparação com a velocidade externa, origina-se um afastamento ou divórcio entre a escola e a realidade ambiental, que faz com que os alunos se sintam pouco atraídos pelas atividades de aula e busquem adquirir por outros meios os conhecimentos que consideram necessários para compreender à sua maneira no mundo externo, que percebem diretamente ou através dos meios massivos de comunicação. [4]

Uma proposta de atuação docente para que esse distanciamento entre a escola e a realidade dos estudantes seja reduzido é a chamada insubordinação criativa ou subversão responsável, conceitos similares e oriundos dos Estados Unidos no final da década de 1980, cujos autores são, respectivamente, Morris et al [5] e Hutchinson [6], sendo trazidos ao Brasil por D'Ambrosio e Lopes [7]. Ambas as definições estão relacionadas à desobediência de certas regras impostas por chefias imediatas ou superiores visando o bem estar da comunidade local (educacional, hospitalar, empresarial, etc.) no que se refere à preservação da ética, moral e justiça social dos indivíduos envolvidos [7]. Em se tratando do ensino de Matemática, as autoras consideram “a premissa de que atrever-se a criar e ousar na ação docente decorre do desejo de promover uma aprendizagem na qual os estudantes atribuam significados ao conhecimento matemático” [7].

Então, perante tantos desafios que o magistério já impõe e visando oferecer um pouco mais de significado aos tópicos estudados na disciplina de Matemática, além das formas tradicionais (e necessárias) de ensino como a aula expositivo-dialogada e as listas de exercícios,

por exemplo, procurou-se também utilizar a arte como ferramenta didática nas turmas de 2º ano dos cursos de EMI Técnico em Automação Industrial e de Informática do IFC - SBS durante o ano letivo de 2018. Assim, o presente trabalho tem por objetivo apresentar a proposta da utilização de recursos artísticos e de um seminário alternativo sobre a História da Trigonometria, para uma introdução ao conceito de Funções Trigonométricas. Como os critérios de avaliação do seminário foram domínio de conteúdo e criatividade, os estudantes fizeram uso de diversas expressões de arte como música (paródias), teatro, vídeo, poema, poesia, crônica, etc.

Dessa forma, o que se busca verificar com essa investigação é a resposta para o seguinte questionamento: *a utilização de metodologias artísticas contribui efetivamente para motivar os estudantes a aprenderem os conceitos ligados à Matemática do Ensino Médio, em particular o conteúdo de Funções Trigonométricas?*

A estruturação dessa pesquisa quanti-qualitativa foi organizada em quatro capítulos, mais as considerações finais. Neste primeiro, estão descritas a introdução e motivação para a realização do estudo investigativo. No segundo capítulo, dar-se-á a fundamentação teórica para o trabalho, reunindo-se informações acerca da criatividade em aulas de Matemática e as metodologias alternativas no ensino de Matemática, enfatizando-se a Arte como ferramenta didática, a História da Matemática com as investigações em sala de aula e os Seminários, como forma de apresentação de pesquisas. Já o terceiro capítulo contemplará a aplicação da proposta pedagógica “Um pouco além das técnicas de cálculo”, discorrendo sobre as Funções Trigonométricas no Ensino Médio, a música na abordagem de Razões Trigonométricas e Ângulos Notáveis, o seminário sobre a História da Trigonometria e experimentos no *software* Geogebra para um resumo das Funções Trigonométricas. Os resultados e discussões dessa proposta serão apresentados no quarto capítulo, por meio da análise das respostas dadas pelos estudantes ao questionário avaliativo do processo. Ampliando um pouco mais o debate, serão realizadas as considerações finais referentes à pesquisa e, posteriormente, as perspectivas finalizarão o trabalho, porém oportunizando e estimulando a continuação da investigação sobre o tema em projetos futuros.

É válido ressaltar que todas as imagens dos estudantes apresentadas a seguir têm permissão de divulgação assinada pelos próprios alunos e pelos pais ou responsáveis, estando os documentos arquivados para fins de cumprimento do Estatuto da Criança e do Adolescente - ECA, Lei Nº 8.069/1990.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA PARA O TRABALHO

“A lógica pode levar de um ponto A a um ponto B. A imaginação pode levar a qualquer lugar”.

—ALBERT EINSTEIN

Neste capítulo será apresentado o fundamento teórico que sustenta as ideias e metodologias desenvolvidas em sala de aula, a fim de que o ensino de Matemática possa ser ainda mais diversificado e um número maior de ferramentas seja compartilhado com os docentes que também buscam mostrar aos estudantes que essa disciplina tão temida vai muito além de algoritmos e cálculos infundáveis, desconectados da realidade.

2.1 Criatividade em aulas de Matemática

Atualmente a criatividade aparece como um diferencial na carreira profissional, independente do setor. Entrevistas de emprego, processos seletivos e outras modalidades de escolhas de candidatos costumam utilizar essa habilidade como critério de classificação, uma vez que o pensamento aguçado e a capacidade para a resolução instantânea de problemas são essenciais em meio a tamanha competitividade. De acordo com Grinberg [8], “em um mundo com o mercado de trabalho cada vez mais competitivo, a criatividade pode determinar o sucesso de uma carreira. A regra vale para todas as áreas”. E se o mundo do trabalho tem mostrado que ser criativo é uma qualidade em destaque, por que não estimular o desenvolvimento dessa competência também nas aulas de Matemática?

Defendendo essa proposta em ambientes escolares, Fisher [9] destaca que “o diálogo criativo consiste em utilizar a fala para estimular o pensamento e a aprendizagem. Os diálogos são criativos quando são abertos, permitem opiniões diferentes (incluindo os pontos de vista críticos) e estimulam ideias novas” (tradução da autora). Sendo assim, é fundamental que o professor exerça o papel de fomentador da criatividade em sala de aula, pois estará contribuindo para que seus alunos desenvolvam novas competências que poderão favorecer o processo de ensino-aprendizagem.

Ainda segundo Fisher [9], o uso da imaginação é o que permite ao pensamento se tornar criativo. E paralelo ao esforço do próprio indivíduo em potencializar sua criatividade, Alencar e Fleith [10] ressaltam que

embora o indivíduo tenha um papel ativo no processo criativo, introduzindo novas combinações e variações, é essencial que se reconheça também a influência dos fatores sociais, culturais e históricos na produção criativa e na avaliação do trabalho criativo. A fim de se obter uma visão mais ampla do fenômeno criatividade, devemos levar em consideração a interação entre características individuais e ambientais, as rápidas transformações na sociedade, que estabelecem novos paradigmas e demandam soluções mais adequadas aos desafios que surgem, e o impacto do produto criativo na sociedade. Lembramos que, para se estimular a expressão criativa na escola, no trabalho ou em outro contexto, é necessário preparar o indivíduo para pensar e agir de forma criativa, bem como planejar intervenções nesses contextos a fim de estabelecer condições favoráveis ao desenvolvimento da criatividade. [10]

Como visto, as autoras reforçam a necessidade de que o estudante seja incentivado a desenvolver sua criatividade sistematicamente e para isso reafirma-se a importância de se ter no ambiente escolar um professor que planeje atividades que explorem o estímulo dessa habilidade. Indo além, Martinez [11] sugere três direções de trabalho, com o desenvolvimento da criatividade dos alunos, dos educadores e da escola como organização. Ela também afirma que mesmo sendo produzido ultimamente tanto material científico acerca do tema e de sua relevância para a educação, criatividade e inovação ainda estão longe de serem práticas diárias nas instituições de ensino do Brasil. Do mesmo modo, destaca que a “criatividade, como categoria, constitui uma construção teórica elaborada para tentar apreender uma realidade psicológica que se define, essencialmente, por dois critérios que são relativos: os critérios de ‘novidade’ e ‘valor’ ” [11]. E justamente por ter critérios relativos é que a compreensão de sua definição enfrenta dificuldades e acaba por gerar muitas vertentes no campo científico.

Entretanto, se os espaços educacionais assumirem essa responsabilidade, independente de qual definição estejam seguindo, haverá uma chance maior de que os estudantes produzam ideias e ações criativas, adquirindo cada vez mais cedo o hábito de pensar “fora da caixa”, ou seja, além de um padrão estabelecido. Consequentemente, a criatividade poderá contribuir para a formação de indivíduos mais críticos e com uma visão pessoal e de mundo substancialmente mais expandida. E como fazer isso nas aulas de Matemática, componente curricular que carrega em si ao longo do tempo um estereótipo de que as disciplinas (e docentes) da área de exatas são puramente técnicas, autoritárias, complexas ou apenas baseadas em repetição e memorização?

Também sentindo essa falta de espaço para a manifestação da criatividade em aulas de Matemática, B. D’Ambrosio [12] verifica que

Em nenhum momento no processo escolar, numa aula de matemática geram-se situações em que o aluno deva ser criativo, ou onde o aluno esteja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema. Na matemática escolar o aluno não vivencia situações de investigação, exploração e descobrimento. O processo de pesquisa matemática é reservado a poucos indivíduos que assumem a matemática como seu objeto de pesquisa. É esse processo de pesquisa que permite e incentiva a criatividade ao se trabalhar com situações problemas. [12]

Para Pais [13] a melhoria no ensino de Matemática passa pela utilização de metodologias por meio das quais o estudante tenha condições de desenvolver sua criatividade. E a fim de que isso ocorra é imprescindível a superação das práticas de repetição tão comuns em livros didáticos da década de 1980 e da supervalorização de técnicas de cálculo que os cursos especializados fazem na atualidade, por exemplo. Devido às novas diretrizes governamentais, felizmente esse tipo de atividade reprodutiva é cada vez mais rara nos materiais pedagógicos disponibilizados às instituições escolares hoje em dia. “No entanto, é cada vez mais necessário desenvolver a criatividade para participar dos desafios contemporâneos. Ser criativo é buscar soluções diferentes daquelas ditadas pelos manuais” [13]. O autor reporta sua preocupação destacando que não é conveniente ao professor insistir na aplicação de exercícios com repetições e modelos, apenas, uma vez que o contexto atual de tecnologia exige altas doses de criatividade de seus idealizadores [13].

Guerra [14] elenca algumas maneiras pelas quais a criatividade em Matemática pode ser fomentada pelo docente:

1ª) Estímulo da motivação, autoconfiança, curiosidade, flexibilidade e o humor dos alunos;

2ª) Desenvolvimento de atividades que possibilitem aos discentes visualizarem um problema por diferentes perspectivas e conceberem estratégias e metas próprias para sua resolução;

3ª) Proposta de exercícios que despertem o interesse e que estejam relacionados a situações reais do cotidiano dos estudantes.

Os documentos oficiais que regulamentam a educação no Brasil também destacam a necessidade da criatividade em Matemática, uma vez que o desenvolvimento dessa habilidade poderá construir diversos caminhos para a resolução de problemas, por exemplo. Desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, passando pelas finais, até o Ensino Médio, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) elecam o desenvolvimento do pensamento criativo nas aulas de Matemática.

Dentre os diversos objetivos do currículo de Matemática do Ensino Fundamental, propõe-se que os estudantes possam “questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a **criatividade** (grifo da autora), a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação”. [15]

Já, em relação à Matemática do Ensino Médio, espera-se que consiga

Formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. [16]

Dessa forma, percebe-se que o desenvolvimento de um espírito crítico e criativo em

Matemática vem sendo estimulado pelos documentos normativos do ensino no Brasil; todavia, a realidade vivenciada nas escolas ainda está muito longe de sair do papel. Infelizmente, muitos professores de Matemática escolhem permanecer na zona de conforto de um ensino tradicional e sem resultados satisfatórios. A cada edição do PISA, o ensino brasileiro mostra ao mundo como ainda está distante do ideal. Mas, qual é esse ideal? A educação brasileira sabe onde quer e precisa chegar? E como se desenha o caminho a ser percorrido? Existe alguma metodologia milagrosa que fará com que todos os alunos aprendam Matemática? Obviamente que não! Contudo, algumas pesquisas estão sendo realizadas acerca do assunto e propostas de melhorias têm sido elencadas.

Uma delas, como já conceituada no capítulo introdutório deste trabalho (1), diz respeito à insubordinação criativa ou subversão responsável. Para D’Ambrosio e Lopes [17]

No caso da educação são considerados subversivamente responsáveis os gestores e professores que criam alternativas criativas para obterem melhores resultados para o bem comum da comunidade escolar consituída por seus colegas, alunos e pais como uma ação de oposição e, geralmente, de desafio à autoridade estabelecida quando esta se contrapõe ao bem do outro, mesmo que não intencional por meio de determinações incoerentes, excludentes e/ou discriminatórias. Insubordinação criativa é ter consciência sobre quando, como e por que agir contra procedimentos ou diretrizes estabelecidas. Ser subversivamente responsável requer assumir-se como ser inconcluso que toma a curiosidade como alicerce da produção de conhecimento e faz de seu inacabamento um permanente movimento de busca. [17]

Como ambas as autoras têm formação em Matemática, o foco dessa linha de pesquisa [18] é mostrar como os professores da área têm ousado criativamente em suas aulas, apresentando exemplos e contextos de como é possível sair um pouco do ensino tradicional, ainda tão matematicamente característico, e propor aos estudantes atividades que estimulem o desenvolvimento de competências críticas e criativas, fundamentando a compreensão dos diversos e importantes conceitos apresentados nos livros didáticos [19]. Para D’Ambrosio e Lopes [19] o sucesso em Matemática também está relacionado à promoção da cidadania que transmita valores, combata desigualdades e vivencie os direitos e deveres em sociedade.

Dentro desse contexto de inserção de práticas pedagógicas criativas nas aulas de Matemática, Brião [20] destaca que o docente tem papel fundamental na criação de um ambiente reflexivo e pode se apresentar como um fomentador da criatividade de seus alunos. Ela afirma que esse deveria ser o cenário comum nas escolas brasileiras, no entanto, “a normalidade em uma sala de aula de Matemática, nos dias de hoje, significa transmitir definições, regras, procedimentos e axiomas” [20]. Não é que se esteja considerando ou propondo o abandono do rigor matemático, pelo contrário, tendo em vista a necessidade do domínio dessa linguagem, é de extrema importância a oferta de novas oportunidades para acessá-la e compreendê-la. Sendo assim, qualquer metodologia que proponha ao professor ir além do habitual, a fim de que o estudante tenha outros caminhos para aprender ou para ser estimulado a aprender as formalidades matemáticas, pode ser caracterizada como insubordinação criativa.

Nas subseções seguintes serão apresentados os embasamentos teóricos para alguns recursos utilizados como propostas de introdução ao conteúdo de Funções Trigonométricas nas turmas de 2º ano do Ensino Médio do IFC - *Campus* SBS, sujeitos envolvidos nessa pesquisa. Em virtude de tais ferramentas não serem frequentemente empregadas nas aulas de Matemática, enquadram-se, então, como atividades inerentes à subversão responsável [7]. Mostrar-se-á, dessa maneira, que a Arte, a História da Matemática e os Seminários também podem ser instrumentos de ensino-aprendizagem alternativos que visam despertar a curiosidade e a criatividade em relação a quaisquer conteúdos programáticos que precisam ser trabalhados na ementa da disciplina de Matemática. Após o alicerce dado pelos autores e pesquisadores apresentados na sequência, serão relatadas as experiências que utilizaram essas estratégias didáticas.

2.1.1 Arte como ferramenta didática

Da mesma forma como a Matemática é utilizada como ferramenta em tantas outras áreas do conhecimento - Física, Química, Biologia, Economia, etc. - a Arte também pode servir como instrumento didático-pedagógico para diversos conceitos matemáticos. Fazer uso de música, teatro, poemas, artes visuais ou qualquer outro recurso artístico a fim de introduzir ou fixar conteúdos é uma estratégia pouco convencional no ensino de Matemática; porém, o simples fato de ser inusitado já pode despertar interesse daquele grupo de alunos que insistentemente repete frases do tipo: “Eu não gosto de Matemática!”; “Não entendo nada que o(a) professor(a) de Matemática fala!”; “Matemática é muito difícil!” ou “Onde vou utilizar isso na minha vida?”

A literatura apresenta algumas definições da palavra Matemática. Dentre elas, pode-se destacar as traduções de Bicudo [21], que extraem da origem grega significados como “aprendizagem”, “conhecimento”, “aprender por experiência” e “aquilo que é aprendido”. Já U. D’Ambrosio [22] cita o significado dos termos que originaram a palavra matemática, em que *máthema* quer dizer ensinar, conhecer, entender ou explicar e *techné* vem a ser técnicas ou artes. Assim, fazendo-se algumas combinações entre esses termos, entende-se que a Matemática pode ser sinônimo de “ensinar ou conhecer técnicas” e “entender ou explicar artes”, como também afirma Semmer [23]. Mesmo que “artes” aqui possa não estar diretamente ligada ao conceito de representações artísticas, pois a ênfase está na ideia de habilidade, percebe-se que a etimologia da palavra matemática está relacionada à arte desde a sua concepção.

Ao prefaciar o livro *Matemática e Arte*, de Zaleski Filho [24], U. D’Ambrosio [25] lembra que “as pinturas rupestres, os ossos entalhados (Figura 2.1) e outros artefatos que chegaram até nós são evidências do surgimento integrado da Matemática e da Arte”.



Figura 2.1 Ossos de Ishango

Fonte: [26]

Se as duas áreas estiveram tão ligadas no passado, por que não resgatar essa união visando um ensino de Matemática mais diversificado, hoje? Segundo Chaves [27]

Através desse tipo de atividade, é possível fugir da velha forma baseada na repetição que parece ser cheia de conhecimentos que não mudam, e que se deve decorar e saber reproduzir aquilo que o professor diz, muito frequente na sala de aula de matemática, deixando pouco espaço para a criatividade e desenvolvimento do raciocínio lógico. [27]

Zaleski Filho [24] mostra também o percurso de aproximações e afastamentos entre a Matemática e a Arte ao longo da história da humanidade. Destaca até certa prepotência dos gregos. Na escola pitagórica, a máxima era “tudo é número” e, por isso, julgavam não haver necessidade de qualquer outra área do conhecimento, inclusive a Arte (embora tivessem estudado a música [28]); Platão, que não escondia seu desprezo pelos artistas da época, afirmava que suas obras não podiam representar eficazmente o mundo das ideias. No período que retrata o fim do domínio da Grécia, o filósofo Plotino aparece como um defensor da Arte, espiritualizando-a e dando a ela o papel de meio para se conhecer a Verdade. Todavia, durante toda a Idade Média (séculos V a XV), que veio na sequência, a Arte não teve seu devido reconhecimento, pois o pensamento religioso dominante no período considerava seus produtos como obras servis, uma vez que a “palavra” continuava possuindo mais valor que qualquer tentativa de representação artística da realidade.

Paralelo a isso, a Geometria também se via subutilizada e pouco valorizada. Voltaria a ter o prestígio acadêmico com Leonardo Fibonacci (1170-1250) e posterior destaque na Arte Renascentista, cuja consolidação se deu durante a transição entre a Idade Média e a Idade Moderna. Nomes importantes das Artes, Ciências e Filosofia como Leonardo da Vinci (1452-1519), Giordano Bruno (1548-1600), Galileu Galilei (1564-1642), René Descartes (1596-1650), Isaac Newton (1642-1727), Gottfried Leibniz (1646-1716) e Denis Diderot (1713-1784) impulsionam a aproximação da Arte com a Matemática, tendo em vista as contribuições geométricas, aritméticas, racionalistas e realistas dadas à estética de diversas obras, agora vistas também como atividades intelectuais [24].

Após a Revolução Industrial, já no século XIX, o trabalho manual passou a ser substituído pela produção mecânica, o que novamente desvalorizou algumas formas de Arte. Nesse século, sob inspiração do Oriente, a arquitetura abandonaria o lado simétrico matemático a fim de explorar as sinuosidades. Enquanto isso, o avanço da Matemática gerava conflitos com o mundo real e entre os próprios matemáticos, como os resultados publicados por János Bolyai(1802–1860) e Nikolai Lobachevsky (1792–1856) sobre a geometria não-euclidina, por exemplo [24].

O século XX, marcado por duas Guerras Mundiais, é considerado o século dos matemáticos por Hobsbawm [29], no qual os teóricos apontavam os caminhos a serem percorridos pelos práticos. A primeira metade desse período foi chamada de “A arte experimental” por Gombrich [30], pois todos os padrões do passado foram rompidos. Na Pintura surgiam o cubismo, o expressionismo e o abstracionismo puro; a Arquitetura priorizou o funcionalismo e a ausência de ornamentações; na Música não se usou mais a tonalidade e a Literatura abandonou a tradição. Após 1950, Hobsbawm [29] declara que a vanguarda morreu, pois o avanço da tecnologia revolucionou as artes. Em relação ao século XXI, o autor afirma que

Não sabemos para onde estamos indo. Só sabemos que a história nos trouxe até este ponto e por quê. Contudo, uma coisa é clara. Se a humanidade quer ter um futuro reconhecível, não pode ser pelo prolongamento do passado ou do presente. Se tentarmos construir o terceiro milênio nessa base, vamos fracassar. E o preço do fracasso, ou seja, a alternativa para uma mudança da sociedade, é a escuridão. [29]

Relacionar Matemática e Arte e não citar a Geometria Fractal, cujo nome foi cunhado por Benoit Mandelbrot em 1975 [31], poderia ser considerado um grande descuido. Para não correr esse risco, sem se estender demais no vasto assunto, a Figura 2.2 falará por si só neste trabalho, representando toda a beleza que está contida e pode ser expressa pela Matemática.



Figura 2.2 Fractal

Fonte: [32]

Tratando-se agora da interdisciplinaridade entre a Matemática e demais disciplinas, inclusive Arte, vem-se destacar o que tem sido proposto pelos autores brasileiros ao longo das últimas décadas. Entre eles, destaca-se Euclides Roxo, professor do Colégio Pedro II no Rio de Janeiro que contribuiu significativamente com uma reforma no ensino de Matemática entre as décadas de 1920 a 1950. De acordo com Valente [33], Euclides Roxo foi responsável pela criação da disciplina escolar Matemática, por meio da fusão de Aritmética, Álgebra e Geometria, que até então eram ensinadas separadamente. As ideias foram sugeridas em nível de Brasil e as reformulações foram incorporadas ao documento normativo nacional emitido pelo Ministério da Educação nesse período. Além de unificar as grandes áreas da Matemática, Euclides Roxo destacou a importância de um ensino mais contextualizado à realidade do estudante e a necessidade de que os docentes possuíssem conhecimento pedagógico e psicológico, além da competência matemática.

Outro nome extremamente significativo para o ensino de Matemática além da própria Matemática, já citado em diversos momentos no presente trabalho, é o do professor Ubiratan D'Ambrosio, que criou o conceito de Etnomatemática, intimamente ligada à cultura de diversificados grupos de pessoas [29]. Sobre essa ideia de um ensino mais contextualizado, Pais [34] reforça que

[...] existe uma diversidade de fontes de referências para o ensino da Matemática, tais como: problemas científicos, as técnicas, problemas, jogos e recreações vinculados ao cotidiano do aluno, além de problemas motivados por questões internas à própria Matemática. A princípio, todas essas fontes são legítimas para contextualizar a educação escolar e o indesejável é a redução do ensino a uma única fonte de referência, o que reduz o significado do conteúdo estudado. A noção de contextualização permite ao educador uma postura crítica, priorizando os valores educativos, sem reduzir o seu aspecto científico. [34]

Então, para que o ensino não seja reduzido a uma única referência, alguns docentes e pesquisadores têm proposto a utilização da Arte como ferramenta didática. Dentre eles, destaca-se Serenato [35], que propõe aproximações interdisciplinares entre Matemática e Arte visando o resgate de um lado mais humanizado da Matemática, cuja essência está sim no rigor, entretanto, historicamente sempre aliada à intuição, imaginação, criação e sensibilidade. A autora traz um estudo sobre o pensamento matemático utilizado por diversos artistas na construção de suas obras e finaliza apresentando um possível diálogo interdisciplinar entre Wassily Kandinsky (1866-1944), artista plástico russo que “embora possivelmente nunca tenha usado a palavra interdisciplinaridade, esta sempre foi uma constante em seu pensamento” [35] e o matemático francês Henri Poincaré (1854-1912), que em “sua obra defende explicitamente a intuição como sendo a base de toda a criação matemática, fato este que aproxima sobremaneira esta ciência da arte” [35]. Serenato ressalta a ausência de preconceitos nas produções de Kandinsky e Poincaré, cujas especificidades não limitaram a presença da Arte na Matemática bem como da Matemática na Arte.

Já Chaves [27], que estava lecionando durante o período de estágio obrigatório na graduação, não conseguiu pensar em um exemplo imediato quando questionado por uma aluna sobre a aplicabilidade no cotidiano do conceito de ângulos entre retas. Após algumas buscas na *internet*, encontrou uma contextualização (Figura 2.3) como resposta à estudante nas obras do artista plástico brasileiro Luiz Sacilotto (1924-2003) e, assim, decidiu desenvolver seu trabalho de conclusão de curso de Licenciatura em Matemática investigando como a Arte poderia servir de motivação para o estudo da Matemática, especificamente em relação aos conceitos de números reais, ângulos entre retas, ângulo interno de um polígono e transformações no plano.



Figura 2.3 Concreção 9204

Fonte: [27]

Após a realização das sequências didáticas com as turmas participantes da proposta, o autor destaca a curiosidade despertada nos alunos em relação ao conteúdo que seria trabalhado posteriormente bem como a motivação do grupo para a aprendizagem, salientando que a Arte apresentou-se como “uma fonte muito rica para desenvolvimento de atividades em Ensino de Matemática” [27].

Além das artes plásticas, também utilizadas por Ferreira [36] em suas pesquisas de sala de aula, outras formas de arte também estão servindo como ferramentas didáticas nas mãos de docentes de Matemática e Ciências no Brasil e no mundo. Entre elas, apontam-se as peças teatrais, documentários e filmes de curta-metragem, desenvolvidos pelos alunos de Sá e Santin Filho [37]; os poemas e textos sobre a História da Matemática produzidos pelos estudantes das turmas coordenadas pela professora portuguesa Helena Alves [38]; a música, em seus diversos tipos de sons e melodias, no estudo de campo realizado por Souza e Tiago [39] ou aquelas com conteúdos matemáticos compostas pelo docente Joel Batista [40]; a dança, que vem estimulando os discentes do professor sul-africano Kart Minaar [41]; as dramatizações de problemas

matemáticos com alunos do pré-escolar de uma escola de Portugal, tema da pesquisa apresentada por Ervalho [42] e as paródias compostas pelos alunos de Cavalcanti [43]. Diversas outras pesquisas e aplicações da utilização de recursos artísticos nas aulas de Matemática poderiam ser citadas aqui, mas esses poucos exemplos elencados anteriormente já podem mostrar algumas contribuições da Arte para um ensino-aprendizagem de Matemática mais significativo e estimulante.

2.1.2 História da Matemática: Investigações em sala de aula

O teorema de Pitágoras não foi criado por Pitágoras? Qual matemático é homenageado com o número e ? Quem é o pai da Geometria Analítica: Descartes ou Fermat? Bhaskara não inventou a fórmula de Bhaskara? Por que Gauss é chamado de Príncipe da Matemática? O que Fibonacci tem a ver com coelhos? A maçã caiu mesmo na cabeça de Newton? Não existiu nenhuma mulher matemática no passado? O que estava acontecendo no mundo durante as grandes descobertas e construções matemáticas que usamos até hoje?

Questionamentos como esses em sala de aula podem despertar maior interesse para o conteúdo relacionado ao matemático em questão? Conhecer um pouco sobre a vida pessoal de quem descobriu, desenvolveu ou aperfeiçoou a teoria que o professor está ensinando pode gerar algum benefício na aprendizagem? Muitos autores têm proposto a utilização da História da Matemática como mais um recurso didático e pesquisas na área tentam descobrir se os docentes estão adotando a prática no dia a dia escolar e se sentem aptos, amparados pela formação inicial e continuada, a incorporar as informações históricas à ementa da disciplina.

Sobre isso, U. D'Ambrosio [44] alega que

Ninguém contestará que o professor de matemática deve ter conhecimento de sua disciplina. Mas a transmissão desse conhecimento através do ensino depende de sua compreensão de como esse conhecimento se originou, de quais as principais motivações para o seu desenvolvimento e quais as razões de sua presença nos currículos escolares. Destacar esses fatos é um dos principais objetivos da História da Matemática. [44]

Berlinghoff e Gouvêa [45] dizem que o aprendizado da Matemática é semelhante a conhecer uma pessoa. Quanto mais se sabe sobre o passado dela, mais fácil será compreendê-la e interagir com ela, tanto agora quanto futuramente. Os autores também afirmam que

Para aprender bem matemática em qualquer nível, é preciso entender as questões relevantes antes que você possa esperar que as respostas façam sentido. Entender uma questão, muitas vezes, depende de saber a história da idéia. De onde veio? Por que é ou era importante? Quem queria a resposta e por que a queria? Cada etapa no desenvolvimento da matemática é construída com base naquilo que veio antes. Cada pessoa que contribui é alguém com um passado e um ponto de vista. Como e por que pensaram no que faziam muitas vezes é um ingrediente crítico para se entender sua contribuição. [45]

Balestri [46], após algumas entrevistas com docentes e pesquisadores que lecionam ou já lecionaram a disciplina específica de História da Matemática em cursos de formação de professores ou que utilizam tais recursos em suas aulas sobre conteúdos matemáticos, elenca benefícios que o conhecimento acerca da História da Matemática pode trazer aos docentes. São eles: a proposta de problemas em sala de aula que auxiliem diretamente na aprendizagem; a compreensão de alguns erros cometidos pelos alunos durante o processo de estudos e a possibilidade da sugestão de caminhos alternativos para as soluções bem como o oferecimento de respostas a diversos questionamentos curiosos feitos pelos estudantes, estimulando-os a buscarem os “porquês” das coisas.

A fim de estimular o uso da História da Matemática na Educação Básica, os PCN trazem registros referentes ao assunto. No documento relacionado ao Ensino Fundamental diz-se que

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural. Ao verificar o alto nível de abstração matemática de algumas culturas antigas, o aluno poderá compreender que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas. [15]

Seguindo essa orientação do Ministério da Educação, percebe-se que atualmente os livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental e Médio já têm trazido inserções históricas no decorrer dos capítulos. Discute-se, então, a preparação dos professores acerca do tema, pois como ainda não há muita ênfase ou consenso sobre a importância da abordagem da História da Matemática, grande parte dos cursos de licenciatura oferecem (quando oferecem) disciplinas isoladas na grade curricular. Os futuros docentes que se interessarem pelo conteúdo é que deverão buscar por conta própria um aprofundamento no tópico. Baroni e Nobre [47] ressaltam que a História da Matemática vai além de ser apenas mais um recurso didático,

[...] é uma área do conhecimento matemático, uma área de investigação científica, por isso é ingênuo considerá-la como um simples instrumento metodológico. Dessa forma, é plausível dizer que tanto quanto o conteúdo matemático, há a necessidade de o professor de Matemática conhecer sua história, ou seja: A História do Conteúdo Matemático. [47]

Indo ao encontro da concepção supracitada, o professor doutor Sergio Roberto Nobre, um dos entrevistados por Balestri [46] em sua dissertação, afirma que a disciplina de História da Matemática deve estar presente no currículo dos cursos de licenciatura na área, pois é um componente da Matemática tanto quanto Álgebra e Análise, por exemplo. Todavia, segundo

o docente, os próprios matemáticos não consideram esse fato como verdade. Sendo assim, é responsabilidade do professor a escolha por inserir ou não a História da Matemática em suas aulas, tendo em vista a importância que ele dá ao tema.

Em pesquisa realizada em 2008 para sua dissertação, Feliciano [48] entrevistou nove docentes de Matemática do Ensino Fundamental e Médio, de escolas públicas e particulares, que responderam a questionamentos referentes à presença da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Na conclusão do trabalho o autor destaca que nenhum dos nove professores entrevistados citou alguma atividade específica relacionada à utilização da História da Matemática em suas aulas. Eles consideram o recurso válido, contudo não apresentam condições de aplicá-lo, ressaltando a necessidade de maior capacitação na área. Também relatam a relevância de terem acesso a materiais que possibilitem inserir o tema adequadamente em sala de aula. E enfatizam que “[...] deve haver um esforço para que [a História da Matemática] seja abordada, durante a formação dos professores, com um enfoque pedagógico, ou seja, dando subsídios para que os docentes possam utilizá-la na sala de aula”.

Como exemplo de algumas aplicações em que se utiliza a História da Matemática para ensinar Matemática a alunos do Ensino Fundamental e da Educação de Jovens e Adultos, destaca-se o artigo escrito pela professora doutora Isabel de Lara [49], que relata experiências de atividades práticas envolvendo equações de 1º grau e o Papiro de Rhind; algoritmo da multiplicação e as estratégias egípcias e hindus; surgimento dos números irracionais e os pitagóricos; cálculo da altura de uma pirâmide pelo método de Tales de Mileto, etc. Para a autora,

O desafio é elaborar propostas que possibilitem ao estudante aprender Matemática de um modo melhor e em uma perspectiva mais crítica, percebendo diferentes modos de matematizar e compreendendo as etapas percorridas na criação de determinado conceito ou modelo matemático. Essa percepção servirá como suporte para a geração do seu próprio conhecimento. [49]

A utilização da História da Matemática para ensinar conteúdos matemáticos significa trazer o passado para o presente no intuito de experimentar mais uma ferramenta de ensino-aprendizagem, que segundo B. D’Ambrosio [12] tem servido como motivação para que algumas definições sejam desenvolvidas em sala de aula. Para a autora, esse “estudo está muito relacionado com o trabalho em etnomatemática, pois mais e mais são revelados estágios de desenvolvimento matemático em diferentes grupos culturais que se assemelham aos estágios de desenvolvimento histórico de diversos conceitos” [12]. Então, visando diversificar ainda mais suas aulas, o professor certamente vai precisar sair um pouco da sua zona de conforto a fim de buscar a melhor estratégia que se adapte e seja viável à realidade vivenciada em sua rotina escolar. Pois, como afirma Ponte [50]

O processo de transformação da prática profissional do professor, no contexto de uma sociedade em mudança, irá certamente definir novos rumos para o ensino, desenvolver novos recursos para a aprendizagem e para a formação, bem como novas formas

de organização escolar. Os professores serão chamados a enfrentar novos desafios, de onde tanto pode resultar uma responsabilidade e uma competência acrescida, em termos do exercício da sua atividade, como pode resultar uma degradação do estatuto e da qualificação da profissão. [50]

2.1.3 Seminários: Apresentando as investigações realizadas

Em seu artigo “Como ensinar Matemática hoje?”, publicado em 1989, B. D’Ambrosio [12] descrevia a típica aula de Matemática de Ensino Fundamental, Médio e Superior da época: expositiva, na qual o professor reproduz no quadro conceitos que presume serem fundamentais à aprendizagem do aluno e esse os copia no caderno. Em seguida, após um exemplo dado pelo docente, uma longa lista com exercícios muito parecidos é aplicada como tarefa para os estudantes. Percebe-se assim que, depois de 30 anos, algumas coisas continuam exatamente iguais nas escolas do Brasil e de diversos outros países. Quer dizer que o professor não deve mais trabalhar conceitos matemáticos no quadro? Claro que deve! E o aluno não precisa fazer o registro? Certamente que precisa! Porém, as listas de exercícios não são mais necessárias, certo? São sim! O que mudar na aula de Matemática, então? Será que a inserção de novas formas de abordagem poderia ajudar? Ponte [51] mostra um exemplo de diferentes possibilidades para a aplicação de atividades nas aulas de Matemática em Portugal, conforme Figura 2.4

Exercício	Problema	Tarefa de investigação
Simplifica:		
a) $\frac{6}{12} =$	Qual o mais pequeno número inteiro que, dividido por 5, 6 e 7 dá sempre resto 3?	1. Escreve a tabuada dos 9, desde 1 até 12. Observa os algarismos das diversas colunas. Entras alguma regularidade.
b) $\frac{3 \times (10 - 7)}{17 - 2} =$		
c) $\frac{\frac{20}{18 - 9}}{(15 - 10) \times 2} =$ 3		2. Vê se encontras regularidades nas tabuadas de outros números.

Figura 2.4 Tipos de atividades em Matemática

Fonte: [51]

Dependendo da necessidade da turma, o professor analisará qual metodologia deve ser aplicada em dado momento. Não significa dizer que um modo é melhor que o outro e que o “mais primitivo” nunca deve ser utilizado, mas sim que existem diferentes maneiras e níveis de atividades para cada conteúdo ensinado. Sem abandonar os recursos didáticos tradicionais e consolidados (os esportes são um exemplo de que a repetição pode conduzir à perfeição!), somente incluindo novas ferramentas, haveria chance dos estudantes deixarem de temer à Matemática e aprenderem a gostar dela? Já que os resultados vistos nos conselhos de classe no

final do ano letivo não estão tão satisfatórios quanto os docentes, comunidade escolar, MEC, etc. gostariam, talvez valesse a pena tentar.

Além de explorar a criatividade dos discentes e usufruir das diversas possibilidades que a Arte e a História da Matemática oferecem, propõe-se agora a utilização de seminários nas aulas de Matemática, com intuito de apresentar as investigações realizadas em equipes. Tão comuns em disciplinas da área de ciências humanas, em que o aluno é muito mais estimulado a ler, escrever, falar e compartilhar suas opiniões com a turma, os seminários têm sido pouco explorados nas aulas com conteúdos estritamente matemáticos. E como inseri-los mais sistematicamente nas ciências exatas? Uma maneira é por meio da própria História da Matemática (e demais ciências), oportunizando aos alunos da Educação Básica e Ensino Superior conhecerem os matemáticos (e cientistas em geral) que descobriram e/ou aprimoraram os conceitos hoje ensinados em sala de aula e ajudá-los a compreender que existiram pessoas com habilidades fora do comum sim, contudo eram estudiosos e pesquisadores, que não desistiram mesmo diante de grandes dificuldades enfrentadas. Propiciar aos estudantes uma pesquisa mais profunda sobre a biografia e obras desses grandes homens e mulheres do passado ultrapassa o conhecimento e acúmulo de conteúdo apenas, pode servir também como inspiração de vida.

A organização do seminário em equipes proposto acima, cuja aplicação será relatada no Capítulo 3, é dividida em duas partes: um trabalho teórico, que deve seguir o modelo da metodologia científica da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) e uma apresentação realizada por meio de recursos como *slide*, cartaz, música, teatro, vídeo, etc, ou algum outro método que cada grupo achar mais conveniente. Fazer uso da ABNT com turmas de Ensino Fundamental? Sim! Certamente, que não há necessidade de se exigir todo o rigor de um artigo ou das dissertações e teses, contudo, o acesso a uma metodologia simplificada já poderá contribuir para que os alunos entendam a diferença entre “copiar e colar” informações da *internet* e produzir um material de caráter científico. Os critérios de avaliação propostos para esse tipo de seminário são “domínio de conteúdo” e “criatividade”. Esse último é sugerido por ser um diferencial em qualquer carreira profissional nos dias atuais, conforme já mencionado anteriormente, e, por isso, deve ser trabalhado com os estudantes de todas as faixas etárias.

Poucas publicações foram encontradas sobre esse assunto, o que pode confirmar que os seminários não têm sido uma ferramenta rotineira nas aulas de Matemática. Ponte [51] também percebe a ausência de trabalhos de pesquisa nessa disciplina destacando que “o que não tem sido tão discutido, a meu ver, é o papel que as actividades de investigação podem ter no processo de ensino-aprendizagem da Matemática”. E aqui, o autor não fala apenas das pesquisas bibliográficas acerca da História da Matemática ou de outras temáticas, mas também no sentido de estimular o estudante pela busca de padrões matemáticos nas tarefas de investigação, como visto na Figura 2.4.

Uma das ações publicadas nessa área foi a do professor mestre Francisco Gonçalves

[52], que propôs um Seminário Temático às suas turmas de 1º ano do EMI Técnico do Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN) - *Campus* Natal. O método avaliativo teve por objetivo proporcionar aos alunos um período para a elaboração do trabalho de pesquisa acerca da presença da Matemática, especificamente das funções, em atividades do cotidiano como alimentação, uso de tecnologia e meios de transporte, temas inspirados por cartazes que estavam colados nas paredes do *campus*, distribuídos pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) às escolas. No seminário, os estudantes também deveriam apontar as relações existentes entre essas práticas comuns do dia a dia e os conceitos aprendidos nas disciplinas técnicas de cada turma envolvida no projeto. O docente dividiu os alunos de forma heterogênea nas equipes, de modo que cada uma tivesse a presença de estudantes com baixo, médio e alto rendimento na disciplina, sendo que os líderes de cada grupo foram os discentes que apresentavam mais dificuldade, uma forma vista pelo professor para estimulá-los em sua aprendizagem diante de tal responsabilidade recebida. Relatando suas impressões acerca do projeto, Gonçalves [52] afirma que

[...] a proposta de avaliação aplicada à disciplina Matemática, dentro desta realidade, mostrou-se viável, de modo que conseguiu efetivar melhor a participação entre os alunos e o professor nos processos de ensino-aprendizagem. Mas, não devemos pensar que o fato de mudar as metodologias de avaliação implica sucesso ou êxito, pois, cada realidade é singular e depende, bastante, das visões de cada professor. [...] Dessa forma, os envolvidos no processo educativo perpassam situações que estimulam e despertam o interesse pelos saberes matemáticos, com o professor facilitando a veiculação de ideias, valores e diferentes princípios de vida, desenvolvendo-os além de sua especialidade. [52]

Como visto, o seminário pode contribuir para que o estudante desenvolva novas habilidades ou apresente à turma aquelas que ele já possui. Experiências vivenciadas pela autora deste trabalho em sala de aula ao longo de uma década, desde o Ensino Fundamental ao Superior, também mostram que a realização de atividades avaliativas com essas características contribuem para que alguns alunos com dificuldade em algoritmos matemáticos sejam estimulados a estudar um pouco mais, após receberem, pela apresentação do seminário, uma nota muito mais alta que a habitual das provas individuais. Muitos discentes que apresentam déficit na aprendizagem possuem excelente capacidade oratória e também talentos artísticos que podem ser explorados nas aulas de Matemática, contribuindo para que, posteriormente, haja um interesse maior na tentativa de superarem os obstáculos relacionados ao domínio dos conceitos e técnicas de cálculos. A descrição da proposta que também utilizou o seminário sobre a História da Trigonometria como um recurso didático e avaliativo será realizada no próximo capítulo e alguns relatos de estudantes que participaram do trabalho serão analisados e discutidos no Capítulo 4.

APLICAÇÃO DA PROPOSTA PEDAGÓGICA: UM POUCO ALÉM DAS TÉCNICAS DE CÁLCULO

“Construímos muros demais e pontes de menos”.

—ISAAC NEWTON

A proposta pedagógica que será descrita a seguir foi organizada visando introduzir de uma forma mais atrativa o conteúdo de Funções Trigonométricas, cuja abordagem está prevista na ementa da disciplina de Matemática nos cursos de EMI Técnicos em Automação Industrial e Informática do IFC - *Campus* SBS.

3.1 Funções Trigonométricas no Ensino Médio

Os livros didáticos de Ensino Médio atuais trazem uma abordagem mais objetiva sobre as Funções Trigonométricas. Dante [53] e Iezzi et al [54], por exemplo, dividem o capítulo referente ao tema em suas obras primeiramente com o estudo dos conceitos trigonométricos básicos no triângulo retângulo e na circunferência e, em seguida, introduzem as Funções Trigonométricas, enfatizando a função seno e a função cosseno em suas particularidades.

O conteúdo de Funções Trigonométricas foi iniciado com as referidas turmas de 2º ano do IFC a partir de um resgate dos conhecimentos que os estudantes já possuíam. Solicitou-se que os alunos citassem palavras que lhe vinham em mente acerca do assunto e aqueles que se sentissem à vontade poderiam se levantar do lugar para fazerem o registro no quadro. Nomes como triângulo retângulo (junto a um desenho da figura), Pitágoras (e seu teorema descrito como $a^2 = b^2 + c^2$), seno, cosseno, tangente, cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa foram lembrados pelos discentes e anotados no quadro por alguns dos colegas.

Aproveitando as palavras, as igualdades e os desenhos registrados, a professora apresentou os conceitos formais das razões trigonométricas, explanando paralelamente um pouco da história da Trigonometria relacionada a sua aplicação inicial à astronomia e também apontou a origem das palavras seno, cosseno e tangente.

Conforme relatam Lima et al [55] bem como Berlinghoff e Gouvêa [45], o surgimento da Trigonometria está relacionado ao estudo dos movimentos realizados pelos astros e planetas. Assim como outros astrônomos gregos, Hiparco de Niceia tinha interesse em encontrar

um modelo matemático que descrevesse esses deslocamentos celestes. Contudo, cálculos que envolvessem diversos ângulos eram altamente complexos para a época, por isso pensou-se em relacionar essas medidas a segmentos de reta. E a forma mais ideal encontrada para essa representação foi a corda, ou seja, um segmento entre dois pontos de uma circunferência.

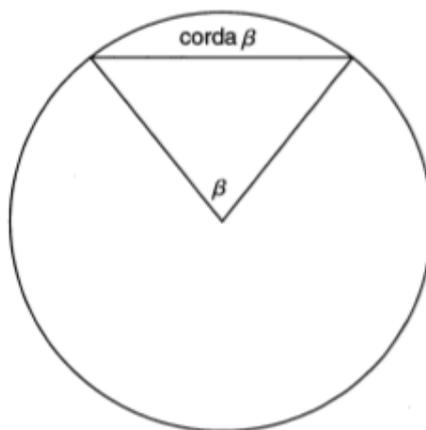


Figura 3.1 A corda de um ângulo

Fonte: [45]

De acordo com a Figura 3.1, fixando-se o raio do círculo, seu ângulo central β determina uma corda, cujo comprimento é chamado de corda de β . Para o cálculo desse comprimento (c), sendo r a medida do raio do círculo, aplica-se a lei dos cossenos no triângulo formado:

$$c^2 = r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos(\beta) \Rightarrow \quad (3.1)$$

$$c^2 = 2r^2 - 2r^2 \cos(\beta) \Rightarrow$$

$$c^2 = r^2[2 - 2\cos(\beta)] \Rightarrow$$

$$c = r\sqrt{2 - 2\cos(\beta)} \quad (3.2)$$

No intuito de simplificar a equação (excluindo a raiz quadrada), substitui-se a relação trigonométrica $\cos(\beta) = 1 - 2\text{sen}^2(\frac{\beta}{2})$ em 3.2:

$$c = r\sqrt{2 - 2[1 - 2\text{sen}^2(\frac{\beta}{2})]} \Rightarrow \quad (3.3)$$

$$c = r\sqrt{2 - 2 + 4\text{sen}^2(\frac{\beta}{2})} \Rightarrow$$

$$c = r\sqrt{4\text{sen}^2(\frac{\beta}{2})} \Rightarrow$$

$$c = 2r\text{sen}(\frac{\beta}{2}) \quad (3.4)$$

Dessa forma, é possível calcular distâncias astronômicas, por exemplo, apenas conhecendo-se o raio e o ângulo relacionados aos corpos ou objetos de estudo.

A origem do nome “seno” está diretamente ligada à palavra corda, que do indiano *jyā* se tornou *jiba* em árabe. Entretanto, quando os europeus tiveram acesso aos documentos produzidos pelos árabes encontraram o termo *jb*, pois era um costume da língua da época a escrita sem vogais. E então, assumiram que o substantivo era *jaib*, cujo significado é baía ou angra e não corda. Na tradução para o latim escolheram a palavra *sinus*, relacionada às cavidades que as dobras das antigas túnicas faziam sobre o peito, ou seja, um formato semelhante às curvas de uma baía. E dessa pequena confusão surge o “seno”, razão tão utilizada nos cálculos trigonométricos. O cosseno segue como o complemento do seno [55] [45].

A partir desse resgate histórico, as Funções Trigonométricas foram introduzidas às turmas de 2º ano, passando pelas definições e propriedades dos arcos, ângulos, circunferência trigonométrica e reduções ao primeiro quadrante durante os meses de estudo do conteúdo (Figura 3.2). Nesse período também foi proposto um seminário em equipes para o aprofundamento da História da Trigonometria, foram utilizadas paródias para a fixação dos conceitos e usou-se ainda o *software* Geogebra para um resumo do assunto. A descrição dessas etapas será feita a seguir.

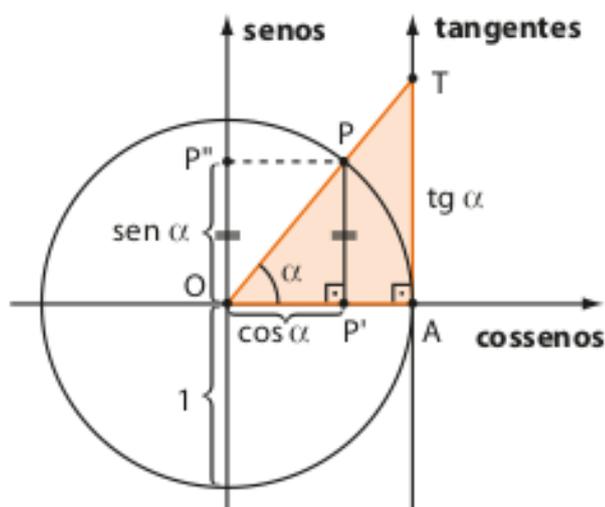


Figura 3.2 Circunferência trigonométrica

Fonte: [54]

Após diversas explicações com utilização de recursos como lousa, livro didático, *slides*, *softwares*, aplicativos, vídeos e listas de exercícios resolvidas em sala de aula (individualmente ou em duplas) e como tarefa para casa, as funções seno (Figura 3.3), cosseno (Figura 3.4) e tangente (Figura 3.5) foram estudadas, bem como algumas identidades trigonométricas mais básicas. Conforme já citado, percebe-se que os livros didáticos atuais abordam de forma mais

objetiva o referido tema, o que se pode constatar com a inexistência do tópicio “função tangente” nas obras de Dante [53] e Iezzi et al [54], presentes na ementa de Matemática dos cursos técnicos do IFC - *Campus* SBS. Todavia, para que os alunos tivessem uma noção do comportamento dessa função, o tema também foi sucintamente apresentado às turmas de Automação Industrial e Informática. Um outro problema verificado é que as escalas utilizadas nos eixos x e y dos gráficos das funções seno (Figura 3.3) e cosseno (Figura 3.4), encontradas no livro didático de Dante [53], estão diferentes.

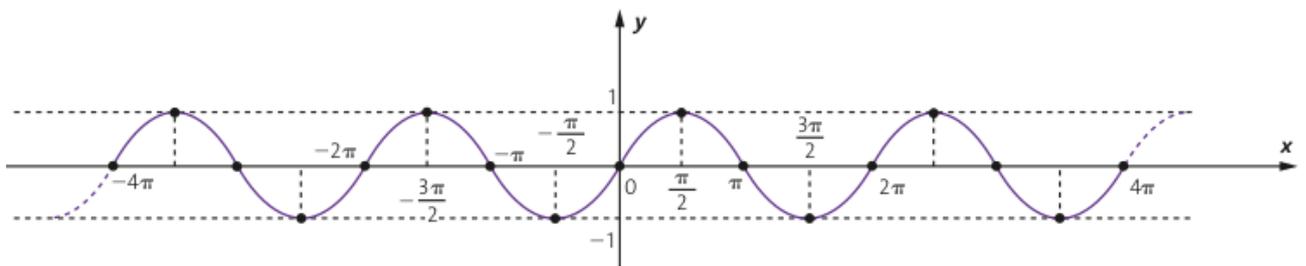


Figura 3.3 Função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \text{sen}(x)$

Fonte: [53]

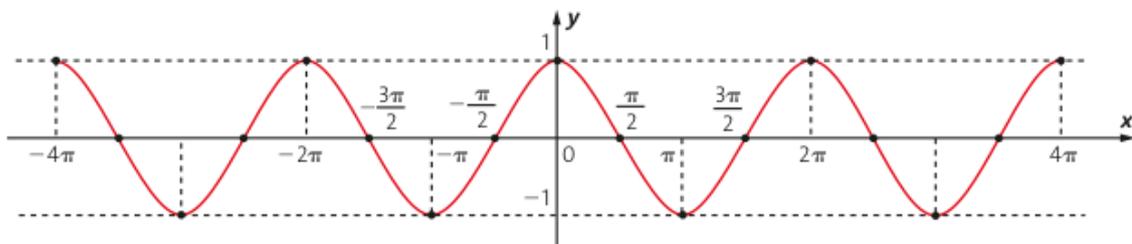


Figura 3.4 Função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \text{cos}(x)$

Fonte: [53]

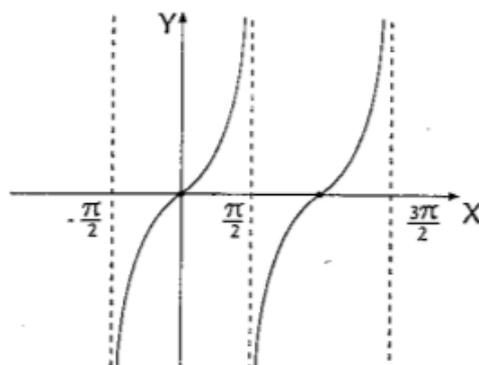


Figura 3.5 Função $f : \mathbb{R} \setminus \{x \neq \frac{\pi}{2} - k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \text{tg}(x)$

Fonte: [55]

No intuito de que haja uma noção maior da relação entre ângulos expressos em graus e em radianos em função ou não do valor de π e da disposição no círculo trigonométrico, tem-se, a seguir, a representação na Figura 3.6, com os pares ordenados (cosseno, seno) de cada um dos ângulos em destaque.

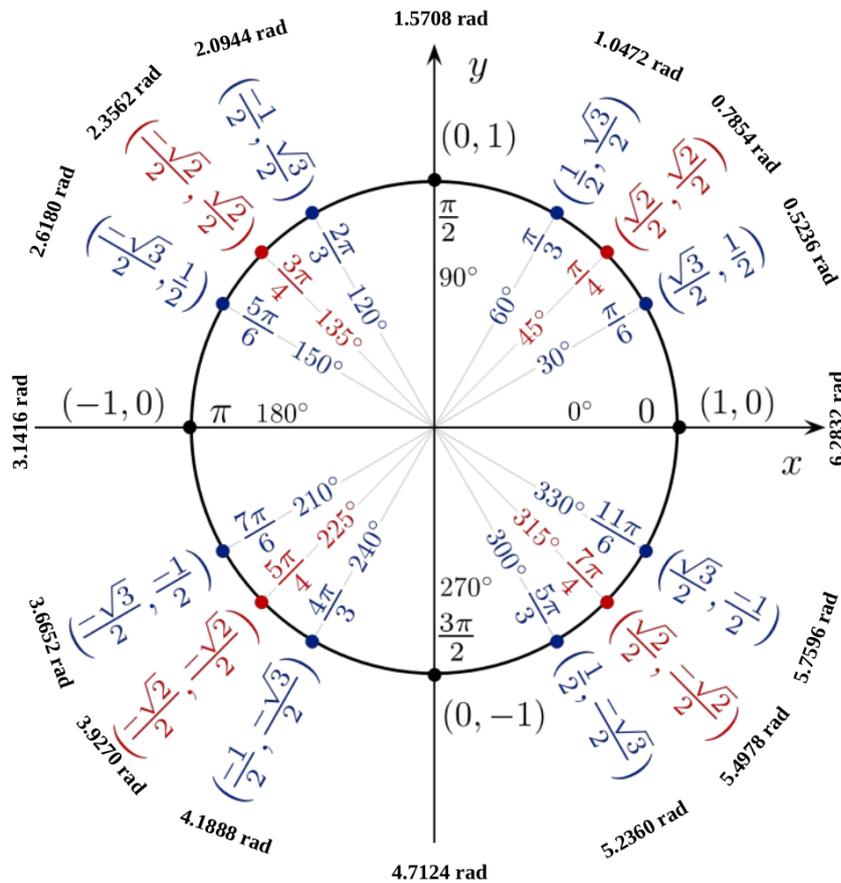


Figura 3.6 Círculo Trigonométrico com ângulos em graus e em radianos em função ou não do valor de π e seus respectivos pares ordenados (cosseno, seno)

Fonte: Adaptado de [56]

3.2 Música na abordagem de Razões Trigonométricas e Ângulos Notáveis

Como mencionado anteriormente, nessa proposta didática o estudo das Funções Trigonômicas foi introduzido por meio de um resgate de conhecimentos prévios dos estudantes. Partindo do desenho do triângulo retângulo que um aluno fez no quadro e das palavras “seno (sen)”, “cosseno (cos)” e “tangente(tg)” que um outro discente registrou, as definições das razões trigonométricas foram relembradas, como seguem após a Figura 3.7.

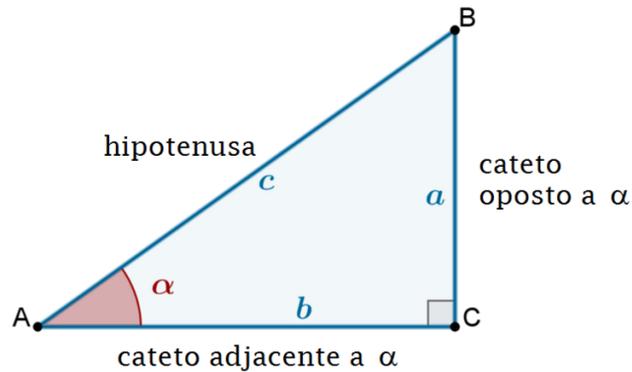


Figura 3.7 Triângulo retângulo

Fonte: [57]

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\text{co}}{\text{hip}}$$

$$\text{cos}(\alpha) = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\text{ca}}{\text{hip}}$$

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{\text{co}}{\text{ca}} = \frac{\text{sen}}{\text{cos}}$$

Visando facilitar a memorização das razões trigonométricas para que se ganhe tempo na resolução dos exercícios, foi apresentado aos estudantes o acróstico **SOHCAHTOA**, que resume as três principais relações entre os lados do triângulo retângulo, cuja autoria é desconhecida:

Seno

Oposto

Hipotenusa

Cosseno

Adjacente

Hipotenusa

Tangente

Oposto

Adjacente

Após a compreensão da estrutura e no intuito de propiciar uma aula mais dinâmica e interativa, a professora ensinou aos alunos, tocando violão, a paródia SOHCAHTOA, com letra de sua autoria e a melodia da música “Vida boa”, interpretada por Victor e Leo.

Paródia: SOHCAHTOA

Seno vou usar quando tiver essa razão
 Cateto oposto na fração com a hipotenusa ai ai
 O Cosseno tá aqui e já vai mostrar sua divisão
 Adjacente na fração com a hipotenusa ai ai
 E a Tangente, afinal, também tem o seu valor
 Cateto oposto, por favor, com o adjacente
 O adjacente

É o SOHCAHTOA ooohhh
 É o SOHCAHTOA
 Que me deixa de boa
 Pra eu acertar cada razão

Os discentes mais extrovertidos cantaram bastante animados, enquanto os mais tímidos e aqueles que não gostam muito desse tipo de atividade apenas observaram. O vídeo dessa paródia, que foi gravado com os alunos do Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC) em 2015, pode ser acessado no canal do Youtube: Ranúzy Neves (<https://www.youtube.com/watch?v=ciIvbHCv-XI>).

Na sequência das aulas, a professora mostrou aos estudantes, partindo de um triângulo equilátero e de um quadrado, uma maneira de encontrar os valores do seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis: 30° , 45° e 60° .

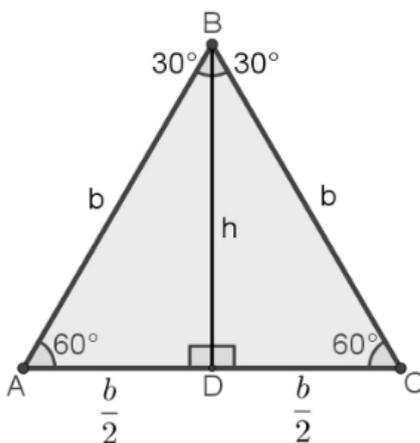


Figura 3.8 Triângulo equilátero ABC

Fonte: [58]

Na Figura 3.8 tem-se o triângulo equilátero ABC de lado b , com altura h baixada no

ponto médio D , que divide o lado AC em $AD = DC = \frac{b}{2}$. Para encontrar os valores do seno, cosseno e tangente de 30° e 60° , utilizar-se-á o triângulo retângulo DBC , conforme Figura 3.9.

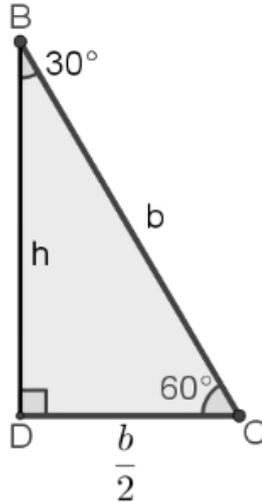


Figura 3.9 Triângulo retângulo DBC

Fonte: [58]

Para isso, é necessário encontrar o valor de h em função de b . Aplicando o teorema de Pitágoras, tem-se que:

$$b^2 = h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \Rightarrow \quad (3.5)$$

$$h^2 = b^2 - \frac{b^2}{4} \Rightarrow$$

$$h^2 = \frac{4b^2 - b^2}{4} \Rightarrow$$

$$h^2 = \frac{3b^2}{4} \Rightarrow$$

$$h = \sqrt{\frac{3b^2}{4}} \Rightarrow$$

$$h = \frac{b\sqrt{3}}{2} \quad (3.6)$$

Agora, seguem os cálculos para o seno, cosseno e tangente de 30° e 60° , utilizando-se o valor de “ h ”, encontrado em 3.6:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{\text{co}}{\text{hip}} = \frac{\frac{b}{2}}{b} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\cos 30^\circ &= \frac{\text{ca}}{\text{hip}} = \frac{h}{b} = \frac{\frac{b\sqrt{3}}{2}}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \text{tg } 30^\circ &= \frac{\text{sen}}{\text{cos}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \text{sen } 60^\circ &= \frac{\text{co}}{\text{hip}} = \frac{h}{b} = \frac{\frac{b\sqrt{3}}{2}}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos 60^\circ &= \frac{\text{ca}}{\text{hip}} = \frac{\frac{b}{2}}{b} = \frac{1}{2} \\ \text{tg } 60^\circ &= \frac{\text{sen}}{\text{cos}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}\end{aligned}$$

Já para encontrar os valores do seno, cosseno e tangente de 45° , será utilizado o quadrado $ABCD$, de acordo com a Figura 3.10.

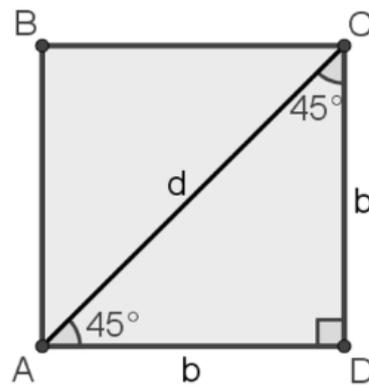


Figura 3.10 Quadrado $ABCD$
Fonte: [58]

Seja o quadrado $ABCD$ de lado b com diagonal $AC = d$. Analogamente ao que foi feito anteriormente, usar-se-á o triângulo retângulo isósceles ACD para que se obtenham os valores do seno, cosseno e tangente de 45° . Primeiramente, encontrar-se-á d em função de b por meio do teorema de Pitágoras:

$$d^2 = b^2 + b^2 \Rightarrow \quad (3.7)$$

$$d^2 = 2b^2 \Rightarrow$$

$$d = \sqrt{2b^2} \Rightarrow$$

$$d = b\sqrt{2} \quad (3.8)$$

Na sequência, seguem os demais cálculos desejados, fazendo-se uso do valor de “ d ”, encontrado em 3.8:

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} 45^\circ &= \frac{\text{co}}{\text{hip}} = \frac{b}{d} = \frac{b}{b\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \operatorname{cos} 45^\circ &= \frac{\text{ca}}{\text{hip}} = \frac{b}{d} = \frac{b}{b\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \operatorname{tg} 45^\circ &= \frac{\operatorname{sen}}{\operatorname{cos}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1\end{aligned}$$

Finalmente, após todos os valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis serem encontrados, foi construída uma tabela no quadro, conforme a Figura 3.11:

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Figura 3.11 Tabela de ângulos notáveis
Fonte: [58]

Os estudantes foram questionados se conseguiam perceber certo padrão ou curiosidade na tabela e alguns identificaram que $\operatorname{sen} 30^\circ$ era igual a $\operatorname{cos} 60^\circ$ bem como a igualdade do seno e cosseno de 45° . A partir dessa verificação, a professora fez o registro da propriedade dos arcos complementares, ressaltando que quando a soma de dois ângulos é igual a 90° , o seno de um é igual ao cosseno do outro e vice-versa.

Finalizando este momento, uma nova tabela foi construída ao lado da primeira, por meio de uma versão (existem várias!) da paródia da música Jingle Bells, cujo autor é desconhecido:

Paródia: Jingle Bells dos ângulos notáveis

Um, dois, três, três, dois, um, tudo sobre dois
A raiz vai no três e também no dois
A tangente é diferente, preste atenção
Raiz de três sobre três, um, raiz de três

A partir daí os demais conteúdos já citados foram trabalhados com as turmas, por meio de outros recursos didáticos.

3.3 Seminário sobre a História da Trigonometria

A fim de que os estudantes conhecessem um pouco mais profundamente a origem dos conceitos que seriam estudados em sala de aula, sugeriu-se um Seminário sobre a História da Trigonometria, que foi desenvolvido durante os meses de março e abril de 2018. Inicialmente, cada turma foi dividida em sete equipes, por meio de sorteio eletrônico (o que gerou um pouco de desconforto para alguns alunos, que reclamaram de terem seus grupos habituais desmantelados) e, em seguida, os temas também foram sorteados.

O trabalho teórico seguiu um modelo de metodologia simplificada da ABNT e investigou a biografia bem como as contribuições realizadas, direta ou indiretamente, à Trigonometria e também às ciências em geral pelos seguintes matemáticos: Hiparco de Niceia, Cláudio Ptolomeu, François Viète, John Napier, Isaac Newton, Leonhard Euler e Bhaskara Akaria. Um documento entregue por uma das equipes encontra-se no Anexo A para fins de amostra. Essa etapa da atividade avaliativa valeu 5,0 pontos, porém o líder da equipe (definido como o primeiro nome da lista sorteada) foi responsabilizado em informar à professora caso algum membro do grupo não cumprisse as tarefas combinadas por todos e assim sua nota seria diferente dos demais.

Para a apresentação, que contabilizou os outros 50% da nota, os discentes foram desafiados a transcenderem os habituais *slides* com os tópicos e imagens pesquisados. Juntamente ao domínio de conteúdo, a criatividade foi estabelecida como um critério de avaliação, dada a importância do desenvolvimento dessa habilidade entre os estudantes e futuros técnicos em Automação Industrial e Informática, conforme já destacado na fundamentação teórica do Capítulo 2.

Dessa forma, além da tradicional apresentação oral, alguns grupos organizaram teatro, vídeo, paródia, poema, poesia e crônica, por exemplo, para compartilharem com os demais colegas de turma um pouco do conteúdo pesquisado no trabalho teórico. Para fins de registro e divulgação da proposta, foram selecionadas fotos das apresentações bem como produções textuais dos estudantes,

Como mostram as imagens a seguir, certas equipes utilizaram o teatro (Figura 3.12, Figura 3.13, Figura 3.14, Figura 3.15 e Figura 3.16) para mostrarem a biografia do matemático estudado e depois apresentaram por meio de desenhos (Figura 3.17 e Figura 3.18), vídeos (Figura 3.19), *slides* (Figura 3.20) e cálculos (Figura 3.21) as contribuições realizadas à Trigonometria e demais áreas científicas.



Figura 3.12 Interpretação da Biografia de Leonhard Euler - premiações

Fonte: Própria autora



Figura 3.13 Interpretação da Biografia de Leonhard Euler - descobertas

Fonte: Própria autora



Figura 3.14 Interpretação da Biografia de Leonhard Euler - morte

Fonte: Própria autora



Figura 3.15 Interpretação da Biografia de Isaac Newton

Fonte: Própria autora



Figura 3.16 Interpretação da Biografia de François Viète - morte

Fonte: Própria autora



Figura 3.17 Contribuições de Hiparco de Niceia para a Trigonometria e Ciências em geral

Fonte: Própria autora



Figura 3.18 Contribuições de John Napier para a Trigonometria e Ciências em geral

Fonte: Própria autora



Figura 3.19 Contribuições de Leonhard Euler para a Trigonometria e Ciências em geral

Fonte: Própria autora

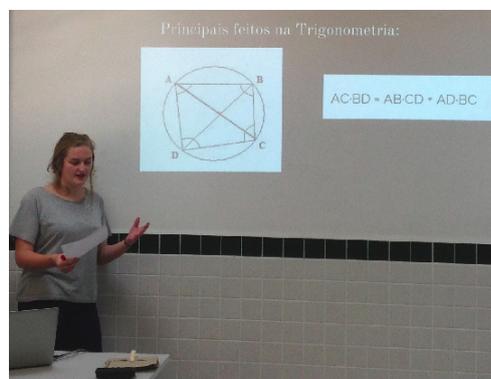


Figura 3.20 Contribuições de Cláudio Ptolomeu para a Trigonometria e Ciências em geral

Fonte: Própria autora



Figura 3.21 Contribuições de Isaac Newton para a Trigonometria e Ciências em geral

Fonte: Própria autora

Outros recursos artísticos utilizados pelos grupos foram os poemas e poesias, descritos a seguir, que ressaltam momentos vividos pelos matemáticos bem como suas principais obras e áreas de estudo.

Poema 1: JOHN NAPIER

(Autores: Clóvis Rocha, Eduardo Machado, Erhon Theyllor, Victor Cesar, Vinicius Cipriani)

John Napier,
Matemático, astrólogo,
Físico, astrônomo.

Acho que gostam do seu sobrenome,
Talvez nem saibam seu primeiro nome,
Afinal o tal do “Napier” está em tudo.

Pentágono de Napier,
Ossos de Napier,
Resumindo... Napier!

Pra dar uma diferenciada,
Foi feita uma descrição,

De um maravilhoso cânon

Mas cadê o Napier?

Ele está ali,

Mas cadê ele no nome?

Bom... Napier foi inteligente,

Não lembram muito dele...

Só sei que foi importante para a gente.

Poema 2: PTOLOMEU

(Autores: Natan Paes, Rafael Abrange e Vitor Busch)

Hoje eu vou contar

A história de quem há muito tempo viveu

Ele mesmo, Ptolomeu.

Foi um cientista muito importante

Não descobriu pouca coisa

Muito pelo contrário, foi bastante

Desenvolveu a grande síntese

E também mais 12 livros

Era considerado um dos sábios gregos dos antigos

Faleceu com 78 anos

Dos quais 25 morou em Alexandria

Mal sabia ele que a história da matemática mudaria.

Poema 3: FRANÇOIS VIÈTE

(Autor: Cássio Moreira)

Um homem que observou

E com demonstrações nos ensinou,

Que na matemática não só número devemos utilizar
Mais sim letras e qualquer outra forma para se expressar.

Este foi François Viète,
Que utilizando apenas métodos de simplificação
Pode abrir caminho para outros matemáticos
Mostrando várias formas de resolver uma equação.

Para a França
Cifras espanholas ele decifrou,
Utilizando vogais e consoantes para incógnitas
Sendo na geometria analítica considerado precursor.

Após 63 anos de vida,
Vários avanços pode nos proporcionar,
Apaixonado pela matemática,
Seu nome guardado na história vai ficar.

Poema 4: INSPIRAÇÃO

(Autores: Maria Eduarda Verbinenn e Osvaldo Camargo Junior)

Ação e reação,
Um homem em ascensão.
O universo se fazia,
De leis e harmonia.

Em uma breve apresentação
Tempo e Duração.
Quinze minutos,
De pura exposição.

Lá ele dizia,
Uma maçã caía.
E a gravidade
Se fazia

Logo provou
Verdade falou
Forma ganhou
E conhecimento doou.

Para fechar o dia,
Com esta poesia.
Uma finalização
De outra união
Matemática em ação
Newton contribuía
Levando a trigonometria à perfeição.

Já o aluno Gabriel Alves, da turma de Automação Industrial, escreveu uma pequena crônica sobre o indiano Bhaskara Akaria.

Crônica: BHASKARA

O que se faz quando alguém como ele se vai? Tantos anos, tantas lembranças, tantas descobertas... Pessoas com a importância dele deviam viver para sempre, se tornar deuses, ou sei lá. Mas você deve estar se perguntando de quem estou falando. Falo de meu querido amigo Bhaskara. Nos conhecemos em Ujjain, ambos havíamos ido visitar nossos pais no trabalho. Ele não passava de uma criança, mas já parecia interessado nas pesquisas do pai. Depois disso passamos quase que a infância toda juntos, na cidade onde vivíamos, Vijayapura. Apesar de nos distanciarmos um pouco com o tempo, sempre soube quando fazia uma nova descoberta, desde a trigonometria esférica e a solução de equações quadráticas até a estimação do valor de π . Tenho orgulho de dizer que fui amigo da pessoa que provou que o ano tem aproximadamente 365 dias. Porém a vida é cruel, o que nos resta é esperar o próximo gênio.

Alguns grupos também compuseram paródias e cantaram no final da apresentação de seus respectivos temas.

Paródia 1: ISAAC NEWTON - Música Original: Believer, de Imagine Dragons

(Autor: Mateus Fernandes)

Newton, Sir Newton, nasceu no dia 4 de janeiro

Na região do condado de Lincolnshire

Não sei pronunciar

Veio da fazenda, mas isso pra ele não era desculpa

Estudou, se formou, e ficou muito famoso

UHHHH

Por isso estude aí, meu

UHHHH

E fez várias descobertas, ele era físico e matemático, para muitos era mestre, porque ninguém nunca chegou aos pés dele

Então pare, um minuto, e se pergunte

Quem é ele, explico de novo que é o mestre, e lá vai, escute o nome dele

HEEEYYY

Ele é o Isaac, ele é o Isaac Newton, Sir Newton (2x)

HEEEYYY

Teoria das cores vem que tem

Mas não esqueça-se da Gravitação

HEEEYYY

Ele é o Isaac, ele é o Isaac Newton, Sir Newton (2x)

Muitas foram as descobertas,

Vou falar da matemática

Teorema Binomial e o Cálculo Integral UHH e Diferencial UHH

É complexo, já explicaram, não vou falar de novo, é sem nexos, se não entendeu, meu parceiro,

Depois daqui você pesquisa

Entra no Google, no Google depois aprende, aplica, aplica, começa a usar

E viva sua vida, sua vida, fim

Ele é o Isaac, ele é o Isaac Newton, Sir Newton (2x)

Paródia 2: PTOLOMEU - Música Original: Havana, de Camila Cabello

(Autoras: Fernanda Rank e Larissa Zigovski)

Ptolomeu nana

Foi cientista e matemático nana

Astrônomo, químico, físico nana

Geógrafo nascido no Egito

Nascido no Egito

Egito onana

Tratou do método de projeção de mapas

(E da teoria do som)

Notas musicais podem ser traduzidas

(Em equações)

Seus estudos base pra pesquisadores

(Na Idade Média)

Calculou a circunferência da Terra

(E ele errou)

Ooooooooooooo

Criou o Almagesto, obra mais conhecida

(Tinha 13 livros)

Ooooooooooooo

E na Trigonometria criou a tabela dos ânguloos

Paródia 3: HIPARCO - Música Original: O Sol, de Vitor Kley

(Autores: Daisy Souza, Dayane Carvalho, Miriã Azevedo, Nicolas Branco, Sabrina Paes)

Ô Hiparco

Vê se não esquece

Que contribuiu muito

Para a Matemática aqui

Ô Hiparco

Calculou a duração do ano terrestre

Só você que conseguiu

E quando é você

O pai da trigonometria

Ô trigonometria

Que o intervalo da Lua

Junto com a Terra

Foi você

Foi você

E além disso tudo
 Fez o catálogo
 Quem viu
 Percebeu
 Que o Hiparco
 É o pai

Paródia 4: OLHA A EQUAÇÃO - Música Original: Olha a explosão, de MC Kevinho

(Autores: Alexandre Leffer, Gabriel de Matos, João Ricci, Vinicius Monteiro)

Esse matemático é cientista, é especialista
 Olha o que ele faz nos cálculos da vida

Esse novinho é cientista, é especialista
 Olha o que ele faz nos cálculos da vida (2x)

É muito inteligente não mexe com ele não
 É muito determinado não brinca com ele não

Olha a equação
 Quando ele vê a relação, ele calcula o quadradão
 Ele joga os números na equação
 E quando ele vê é sempre doiszão zão zão zão zão

Quando ele vê a relação, ele calcula o quadradão
 Ele joga os números na equação ção ção ção ção

Esse matemático é cientista, é especialista
 Olha o que ele faz nos cálculos da vida

Esse novinho é cientista, é especialista
 Olha o que ele faz nos cálculos da vida (2x)
 É muito inteligente não mexe com ele não
 É muito determinado não brinca com ele não

Olha a equação

É a mais linda do nosso mundão
 Euler precisou de muita imaginação
 Quando ele viu que a sua equação
 Chegava sempre a um simples zeroão rã rã rã rã

É a mais linda do nosso mundão
 Que sempre chega a um simples zeroão
 E na sua cabeça deu uma explosão são são são são

As alunas que compuseram a paródia sobre Ptolomeu, além de terem cantado durante a apresentação do trabalho em sala de aula, também participaram do Projeto de Extensão CULTURANDO, coordenado pela autora desse trabalho, que ocorre uma vez por mês no *campus*, oferecendo a estudantes, servidores e comunidade externa a oportunidade de compartilharem talentos e habilidades artísticas dentro do IFC. Fernanda Hank e Larissa Zigovski tentaram mostrar que a Matemática e a Arte podem ser parceiras na divulgação do conhecimento científico, sendo a música uma das ferramentas possíveis, conforme mostra a Figura 3.22.



Figura 3.22 As estudantes Fernanda Rank e Larissa Zogovski cantando a paródia sobre Cláudio Ptolomeu no Projeto de Extensão CULTURANDO, realizado mensalmente no IFC SBS

Fonte: Própria autora

3.4 Experimentos no Geogebra para o estudo de Funções Trigonométricas

Ao final dos estudos sobre as Funções Trigonométricas foi proposta uma atividade com o aplicativo Geogebra para o celular. Os alunos que não possuíam o dispositivo ou não haviam realizado o *download*, acompanharam a aula por meio do computador. Objetivando um

resumo de todo o conteúdo visto sobre o comportamento do gráfico das funções seno, cosseno e tangente, sugeriu-se a digitação de suas respectivas funções genéricas a fim de verificarem as transformações ocorridas após as alterações dos valores dos parâmetros a , b , c e d nos controles deslizantes.

Como visto na Figura 3.23, primeiramente os estudantes foram orientados a inserirem a função seno genérica $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$ na barra de entrada do Geogebra, notando que a abreviação de seno está em inglês, por isso devem escrever “sin” ou clicarem nessa opção quando o aplicativo/software sugerir. Também chamou-se a atenção para o uso do símbolo asterisco (*) para a multiplicação.

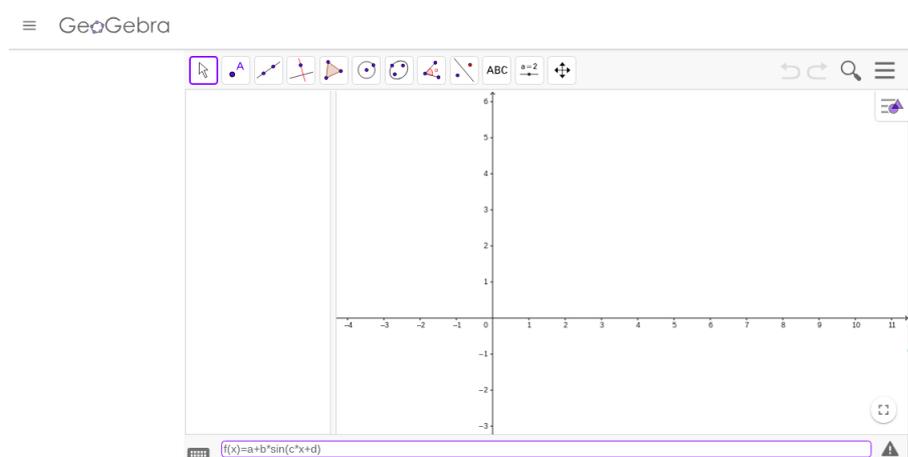


Figura 3.23 Digitação da função genérica $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$ na barra de entrada do Geogebra
Fonte: Própria autora

Finalizada a digitação e apertando-se *enter*, observou-se a mensagem referente à criação dos controles deslizantes, conforme Figura 3.24.

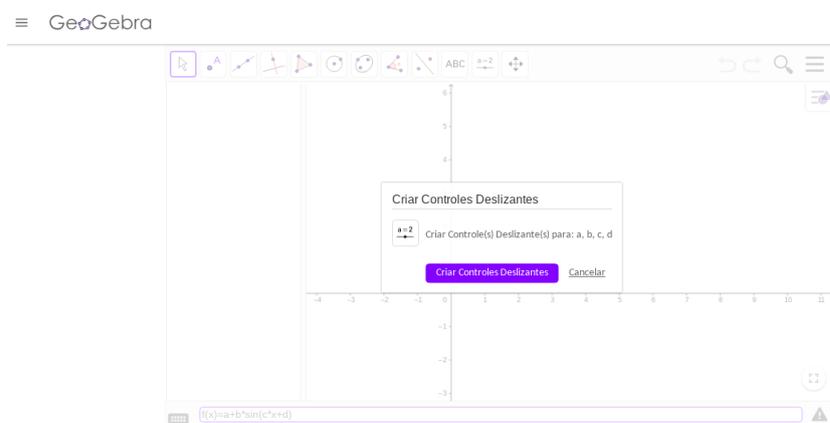


Figura 3.24 Criação dos controles deslizantes para os parâmetros a , b , c e d da função genérica $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$ no Geogebra

Fonte: Própria autora

Após o aceite, os controles deslizantes foram criados e, assim, os estudantes puderam fazer as alterações arrastando os botões e verificaram, instantaneamente, o que acontece no aspecto do gráfico quando os valores dos parâmetros a , b , c e d são modificados.

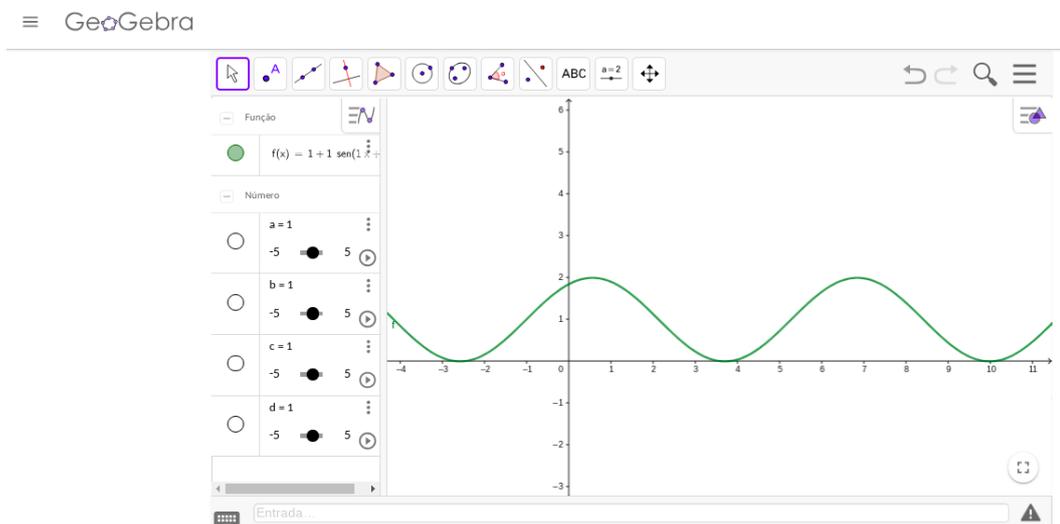


Figura 3.25 Intervalos de alteração para os controles deslizantes da função genérica $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$ no Geogebra

Fonte: Própria autora

Ao trocarem o valor do parâmetro a , os discentes observaram que o gráfico da função movia-se ao longo do eixo y exatamente com a mesma estrutura, ou seja, se um número real é somado à função seno, translada-a verticalmente. Já quando eles alteraram o valor do parâmetro b , perceberam que a amplitude da curva aumentava ou diminuía, isto é, multiplicar a função seno por um número real implica ampliar ou reduzir a distância entre a crista (ou vale) da onda até o eixo horizontal no gráfico. No momento em que os alunos moveram o botão que variava o parâmetro c identificaram que o gráfico dilatava-se ou contraía-se horizontalmente, alterando o período da função. Dessa forma, concluíram que se um número real multiplica o arco da função seno faz com que o gráfico encolha ou estique em relação ao eixo x . Finalmente, ao mudarem os valores do parâmetro d , os alunos constataram um deslocamento horizontal do gráfico, mas permanecendo com a mesma aparência. Assim, quando um número real é somado ao arco da função seno, seu gráfico é arrastado pelo eixo x .

A Figura 3.26 apresenta as transformações sofridas pelo gráfico original (Figura 3.25) a partir das variações efetuadas nos parâmetros a , b , c e d da função seno genérica $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$.

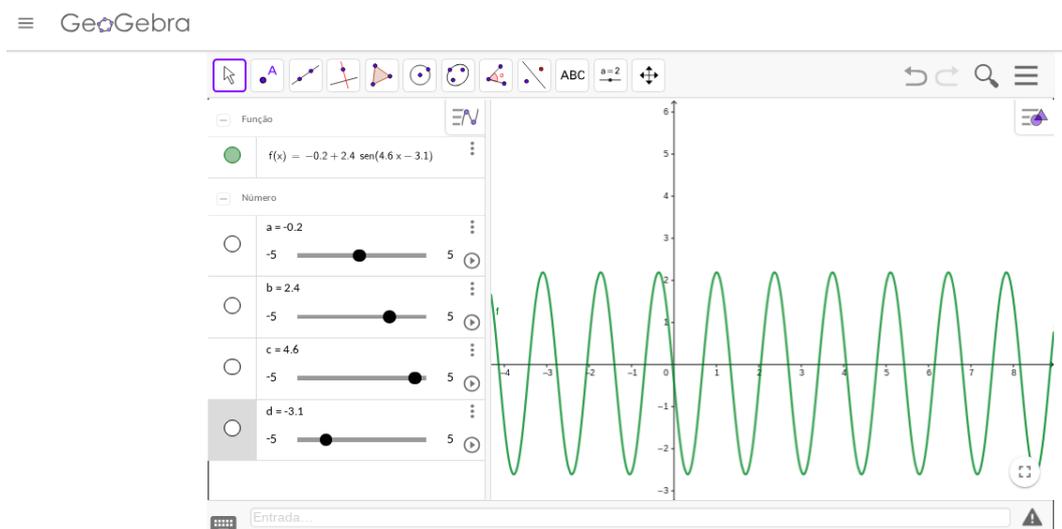


Figura 3.26 Controles deslizantes alterados e aspecto da função genérica $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$ no Geogebra modificado

Fonte: Própria autora

Analogamente, os alunos efetuaram as mesmas análises para a função cosseno $g(x) = a + b \cdot \text{cos}(cx + d)$ (3.27) e tangente $h(x) = a + b \cdot \text{tan}(cx + d)$ (3.28), podendo notar alguns padrões e diferenças em relação à função seno estudada anteriormente.

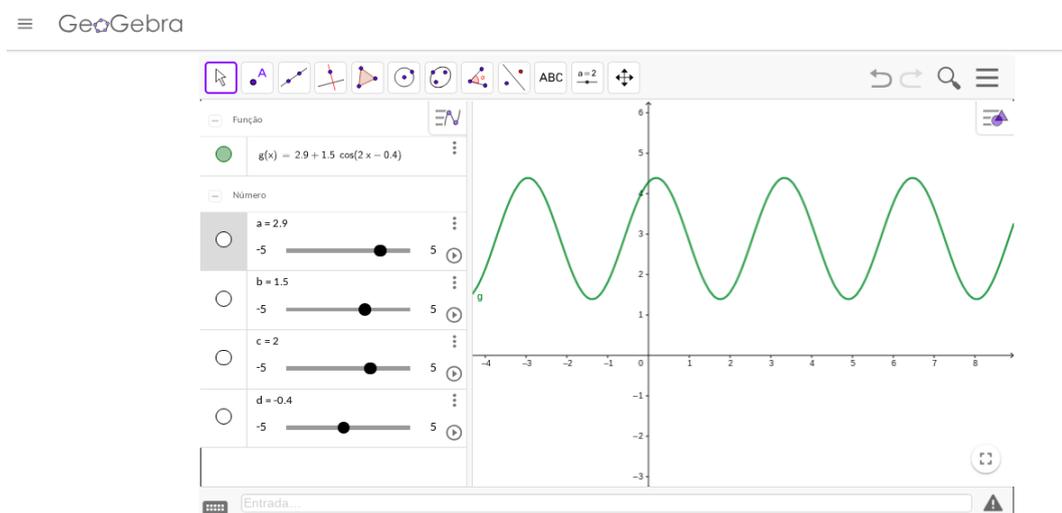


Figura 3.27 Função genérica $g(x) = a + b \cdot \text{cos}(cx + d)$ com controles deslizantes no Geogebra

Fonte: Própria autora

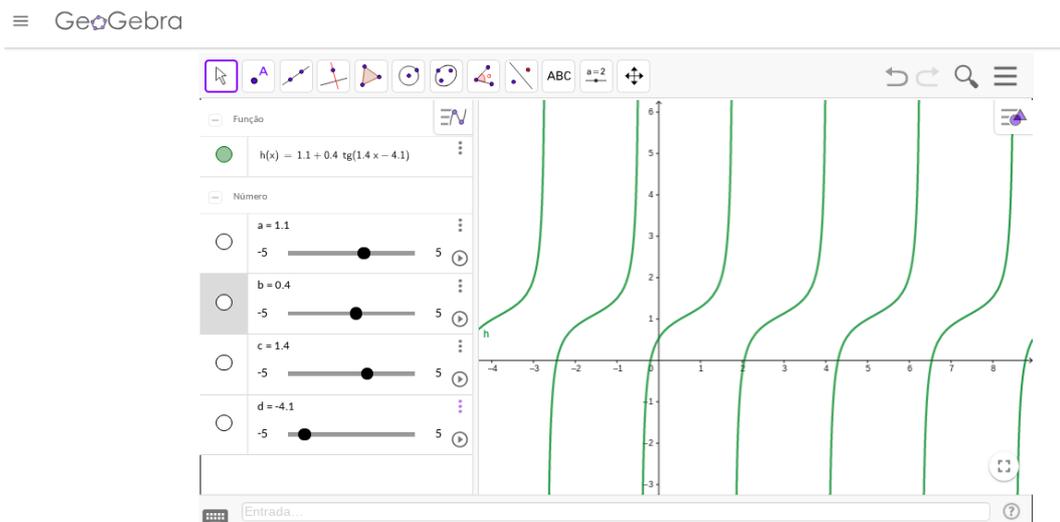


Figura 3.28 Função genérica $h(x) = a + b \cdot \tan(cx + d)$ com controles deslizantes no Geogebra
Fonte: Própria autora

Após a atividade, percebeu-se que os estudantes tiveram menos dificuldade para resolverem os exercícios do livro didático que solicitavam a construção de gráficos, uma vez que estavam mais familiarizados com o formato e as peculiaridades de cada uma das funções estudadas mais profundamente no Geogebra. Dessa forma, é válido destacar a importância do uso de mais essa ferramenta didática de aprendizagem, reforçando-se a necessidade de oportunizar ao aluno o acesso a uma diversidade maior de metodologias para o estudo de um único conteúdo.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

“Não acho que todos devessem se tornar matemáticos, mas acredito que muitos alunos não dão à matemática uma chance real”.

—MARYAM MIRZAKHANI

Ao término dos estudos sobre Funções Trigonométricas, foi enviado um *e-mail* a todos os discentes das turmas de 2º ano do EMI Técnico em Automação Industrial e Informática contendo o *link* do questionário “Avaliação discente da utilização de recursos artísticos e seminários sobre a História da Matemática nas aulas sobre Funções Trigonométricas”, organizado via formulário do *Google*, conforme Apêndice A. Dos 65 estudantes que receberam a pesquisa voluntária, de caráter anônimo, 22 se dispuseram a respondê-la.

A seguir serão transcritas as respostas dadas pelos alunos, identificados como Estudante A, Estudante B, Estudante C, ... e Estudante V, para cada uma das seis perguntas e posteriormente far-se-á a análise dos retornos obtidos.

4.1 Questionário de Avaliação Discente

O Questionário de Avaliação Discente inicia com o cabeçalho indicado na Figura 4.1, que apresenta o título e objetivos do documento, relacionados ao tema do presente trabalho de investigação.

Avaliação discente da utilização de recursos artísticos e seminários sobre a História da Matemática nas aulas sobre Funções Trigonométricas

Este questionário anônimo contribuirá para a análise da utilização de recursos artísticos e de seminários sobre a História da Matemática nas aulas sobre Funções Trigonométricas, tema do projeto de dissertação da mestranda Ranúzy Borges Neves, aluna do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), sob orientação do prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti.

*Obrigatório

Figura 4.1 Cabeçalho do formulário do Google para avaliação discente acerca da proposta didática desenvolvida no estudo das Funções Trigonométricas

Fonte: Própria autora

Em seguida, iniciam-se os questionamentos, cujas respostas dadas pelos discentes serão transcritas (inclusive com os erros gramaticais ou de digitação) logo abaixo de cada pergunta.

Pergunta 1: O que você recordava sobre Trigonometria antes das aulas sobre Funções Trigonométricas no Ensino Médio Integrado Técnico?

Estudante A: Poucas coisas.

Estudante B: Triângulo Retângulo, Hipotenusa, Catetos.

Estudante C: Fórmulas da trigonometria.

Estudante D: Nada.

Estudante E: Quase nada.

Estudante F: Apenas poucas informações.

Estudante G: Sen cos e tg.

Estudante H: pouquíssima coisa.

Estudante I: Apenas o seno, cosseno e tangente, mas não que eles tinham alguma função e nem sobre o círculo trigonométrico.

Estudante J: Já havia estudado o Teorema de Pitágoras e os ângulos notáveis.

Estudante K: Nada.

Estudante L: Alguns conteúdos abordados pela minha antiga professora de matemática.

Estudante M: seno, cosseno e tangente.

Estudante N: Recordava de funções, e como elas se relacionavam na geometria.

Estudante O: Absolutamente nada.

Estudante P: poucas coisas.

Estudante Q: O teorema de Pitágoras, seno, cosseno e tangente e o básico sobre círculo.

Estudante R: Pouca coisa.

Estudante S: Nada.

Estudante T: Nada.

Estudante U: Nada.

Estudante V: Não lembro de ter visto esse conteúdo na minha escola antiga.

Pergunta 2: Os conteúdos abordados nas aulas de Matemática sobre Funções Trigonométricas foram importantes para você? Responda Sim ou Não e cite aquele(s) com o(s) qual (is) você tinha mais dificuldade.

Estudante A: Sim, tinha dificuldade em praticamente tudo.

Estudante B: sim, Calculo das relações trigonométricas.

Estudante C: Não, pois não me adicionou nada relevante ao meu conhecimento.

Estudante D: Sim, apesar não entender direito.

Estudante E: Sim. Círculo trigonométricas.

Estudante F: Sim, ajudou, principalmente, na resolução de problemas que são associados a Trigonometria.

Estudante G: Um pouco, utilizo para alguns processos de fabricação mecânica.

Estudante H: Sim, porem a minha dificuldade é na hora da avaliação onde devo realmente mostrar o que aprendi, acabo me desconcentrando devido ao nervosismo.

Estudante I: Foi importante. Mas eu tinha muita dificuldade em realizar problemas com enunciados, e como começar a construção das respostas.

Estudante J: Sim. Tive maior dificuldade nas Relações Trigonométricas Fundamentais e nas simplificações de expressões.

Estudante K: Não, dificuldade com todos os conteúdos.

Estudante L: Sim. Círculo trigonométrico.

Estudante M: Sim, círculo trigonométrico.

Estudante N: Sim. Nenhum.

Estudante O: Sim. Matemática é a matéria com a qual eu mais me identifico, portanto qualquer assunto eu considero importante. Tive dificuldade apenas com contas que envolvem muitas frações (apenas matemática básica mesmo).

Estudante P: Sim, o assunto em si eu achava complicado.

Estudante Q: sim, eu tenho mais dificuldade no conteúdo de funções trigonométricas e circunferência.

Estudante R: Sim, não tinha uma dificuldade especifica, eu só não lembrava das coisas :P.

Estudante S: foi importante com certeza, mas tenho muita dificuldade em tudo.

Estudante T: Sim e tinha dificuldade em gráficos.

Estudante U: Sim, círculo trigonométrico.

Estudante V: Sim, tive dificuldade em todos os conteúdos.

Pergunta 3: A utilização de recursos artísticos (música, poema, poesia, crônica, etc.) contribuiu para a melhoria de sua aprendizagem sobre Funções Trigonométricas? Explique.

Estudante A: Sim, quando saímos do método tradicional de ensino, consigo aprender melhor, pois presto mais atenção.

Estudante B: sim, pois com estas aulas aprendi muitas coisas a mais sobre trigonometria que eu não tinha noção do que se tratava.

Estudante C: Não, foi horrível já que gastamos aulas para ficar de vadiagem na sala de aula.

Estudante D: Sim, pois tivemos q buscar mais conhecido para fazer poemas ou músicas.

Estudante E: Um pouco.

Estudante F: Sim, muito. Esses recursos diferenciados despertam a atenção dos alunos e ajuda na aprendizagem.

Estudante G: Sim a música dos ângulos foi mto boa.

Estudante H: Sim, pois acaba que a linguagem utilizada é a eu estamos acostumados, uma linguagem mais jovem e mens formal.

Estudante I: Ajudam a lembrar de certos pontos, mas não todos e acaba perdendo um certo tempo com isso.

Estudante J: Sim. Principalmente música (paródias), pois assim era mais fácil gravar o conteúdo.

Estudante K: Contribui sim, porém deve ser aplicado de outra maneira.

Estudante L: Contribui quando eu estava fazendo a música do grupo que eu participava. Das outras apresentações não contribuíram nada.

Estudante M: Sim, porque nos ajuda a aprender a matéria de uma forma mais divertida, deixando de ser uma aula massante.

Estudante N: Não. Porém contribuíram para eu ter uma maior visão de intertextualidade na matemática.

Estudante O: Sim, pois com isso fica mais fácil de gravar o conteúdo.

Estudante P: com certeza, é uma forma de fixar o assunto.

Estudante Q: Na minha opinião não porque me confundiu um pouco.

Estudante R: Um pouco, no caso da tabela os ângulos.

Estudante S: não, esses métodos não ajudaram muito.

Estudante T: Sim pois ajuda a fixar a musica/conteúdo na cabeça.

Estudante U: Sim, foi melhor com esses métodos.

Estudante V: Sim, pois as vezes com a explicação feita pela forma convencional(professora explicando) se torna muito complicada, no entanto, com outros métodos, pode ser mais fácil assimilar o que está sendo explicado.

Pergunta 4: E a forma como os conteúdos foram abordados - a professora utilizando paródias com violão sobre os temas e a proposta do seminário em equipes sobre a História da Trigonometria - fizeram alguma diferença em sua aprendizagem? Explique.

Estudante A: Fizeram. Creio que a resposta anterior se adequa para essa resposta também.

Estudante B: Sim, pois para o desenvolvimento do seminário onde foi preciso fazer pesquisas e com isso descobri muitas coisas novas.

Estudante C: Uma grande perda de tempo e desvalorização da matéria, além de retardar o conhecimento e prejudicar o ensino.

Estudante D: Sim, melhor q ficar olhando o quadro sem entender nada.

Estudante E: Sim. Lembro das paródias das equipes até hoje.

Estudante F: Sim, são paródias simples e fáceis de lembrar.

Estudante G: Um pouco não muito.

Estudante H: Sim, facilitou a aprendizagem porém não teve o devido resultado na avaliação.

Estudante I: Fizeram bastante diferença, as paródias principalmente pois como são utilizadas músicas que estão no nosso dia a dia nos fazem lembrar como mais facilidade do conteúdo. E os seminários também ajudam, pois é uma outra forma de podemos aprender e conhecer o conteúdo que será visto.

Estudante J: Sim. Me ajudaram a entender o conteúdo.

Estudante K: Não, pois neste tempo poderíamos estar estudando.

Estudante L: Não, a professora passar tais conteúdos em sala é extremamente mais eficiente.

Estudante M: Sim, além de aprender sobre a Trigonometria, pude aprender mais sobre a história da trigonometria, tornando mais fácil o entendimento de como ela surgiu.

Estudante N: Sim, fiquei com mais ódio ainda de certas pessoas.

Estudante O: Apenas os seminários (os que tinham paródia). As músicas com violão achei desnecessárias, e algumas paródias contribuíram. Ah, e também facilita quando precisamos apresentar, pois treinamos e estudamos determinado conteúdo para não errar, facilitando no aprendizado e no desenvolvimento das contas.

Estudante P: Fizeram, como disse na questão anterior, faz com que o assunto fique mais claro fixando na mente do aluno.

Estudante Q: Não, acho que tira um pouco do foco do assunto.

Estudante R: Ajudaram de certa forma a lembrar.

Estudante S: não fez diferença alguma.

Estudante T: Sim com os seminários eu consegui entender bem o conteúdo.

Estudante U: Sim, como disse foi melhor aprender dessa maneira, do que o tradicional.

Estudante V: Muita, pois tornou o aprendizado menos complicado.

Pergunta 5: Como você avalia as atividades realizadas pelas equipes utilizando a arte para a aprendizagem de conceitos matemáticos?

Estudante A: 9.

Estudante B: Muito interessantes.

Estudante C: Falta de comprometimento com a matéria, pois assim temos 4 aulas de artes por semana e nenhuma de matemática.

Estudante D: Ótimas, pois não eram equipes escolhidas pelos próprios alunos, pois essa sala é um nojo para formar grupos.

Estudante E: Muito boas.

Estudante F: Ótima.

Estudante G: Boa.

Estudante H: Muito criativas.

Estudante I: Em alguns grupos realmente deu certo pois acabaram ficando entre amigos e assim é mais fácil de se trabalhar. Já para mim, particularmente, acabei sendo prejudicado pois a maioria do grupo não fazia nada e só aparecia no dia para apresentar. Por isso era mais fácil que fosse deixado trabalhar com quem quisesse pois assim a teoricamente todos os trabalhos seriam muito melhores.

Estudante J: Foram boas.

Estudante K: 0.

Estudante L: Inútil, não fez diferença alguma as músicas criadas pelos outros grupos.

Estudante M: Acho uma ótima ideia. Foi o primeiro ano, dentre todos esses anos estudando, que foi-me proposto um seminário em MATEMÁTICA.

Estudante N: “Feitos de última hora”.

Estudante O: Depende a equipe. Algumas foram *top*, outras foram ruins. Mas quando bem feito, contribui.

Estudante P: é uma forma divertida de explicar o conteúdo.

Estudante Q: Acho interessante pois faz com que os alunos se envolvam de uma forma diferente com a matéria.

Estudante R: Não sei.

Estudante S: não gostei dessas atividades. Prefiro resolução de exercícios no quadro.

Estudante T: *Observação da autora: este item não foi respondido pelo Estudante T. Como a resposta era obrigatória para avançar à próxima pergunta, o aluno digitou apenas um ponto final “.” no campo destinado à questão.*

Estudante U: Muito interessante, porque todos tem que utilizar a criatividade para repassar os conteúdos aos demais colegas.

Estudante V: É um bom método.

Pergunta 6: Quais sugestões você daria para que essa metodologia de trabalho fosse melhorada no futuro?

Estudante A: As equipes deveriam ser formadas pelos próprios alunos.

Estudante B: Que fossem feita mais vezes.

Estudante C: Mudar completamente tudo, contratar um professor de MATEMÁTICA.

Estudante D: Provas mais fáceis e com conteúdo mais simples sem colocar raízes, frações etc, pois o objetivo é aprender o método.

Estudante E: Com a maioria das músicas e ensinado o conceito e não a matéria na prática.

Estudante F: Adotar mais atividades que os alunos aprendam e, ao mesmo tempo, demonstrem seus talentos mais ainda.

Estudante G: Poder ir com seus amigos nas equipes.

Estudante H: O trabalho valendo mais que a prova ou talvez valendo como uma prova, tendo o mesmo peso.

Estudante I: Como falado no anterior, os seminários podiam ser deixados com que os alunos decidissem com quem quisessem trabalhar, entendo que no futuro nem sempre iremos trabalhar com quem gostamos, mas para que alguns alunos não saiam prejudicados por outros, seria melhor. Os horários dos plantões sejam maiores, pois em 45 minutos não tem como tirar todas as dúvidas. E em relação as provas sobre os conteúdos, talvez elas deveriam ser com mais questões com estas valendo uma pontuação menor. Assim como na média, as provas valem demais e acabam prejudicando as pessoas que vão bem na Avaliação Integradora e no Seminário.

Estudante J: Explicar mais o conteúdo em sala, para facilitar a elaboração do trabalho.

Estudante K: Se essa metodologia for substituída por mais aulas expositivas e exercícios feitos em grupo com a participação da professora, e não apenas os alunos fazer 30 exercícios sozinho.

Estudante L: Sugiro essa metodologia ser descartada e substituída por uma mais eficiente.

Estudante M: Apresentar a outras turmas, para que possam aprender também.

Estudante N: A professora notar os alunos na hora da prova. Olho para os lados e várias pessoas estão colando no celular, ou até enviam *SITES* no grupo da sala que resolvem a equação, e ainda mostram todo o processo para fazer essa. A professora devia se movimentar mais. Teremos muitas notas altas nessa última prova, PODE APOSTAR. Um aluno foi o V. C. Acho muito injusto certas pessoas passarem UMA SEMANA ESTUDANDO para isso...

Estudante O: Continuar a passar listas de exercícios que acompanhem vídeo aulas (o contrário, na verdade). Ir mais devagar com o conteúdo. Se organizar melhor no quadro. Deixar as equipes escolheres seus próprios integrantes. Continuar a sortear temas de apresentações.

Estudante P: acho que da forma que está agora está bom.

Estudante Q: não tenho nenhuma sugestão.

Estudante R: Acho que assim tá bom, só acho meio pesado tantos exercícios em 1 semana sendo que temos muitas matérias e as vezes não dá tempo.

Estudante S: resolução de exercícios no quadro e atividades aplicando os conceitos matemáticos no cotidiano, esse método atual de paródias e etc mesmo sendo divertido não ajuda e só faz perder tempo.

Estudante T: Quanto mais vezes forem cantadas as músicas melhor para “fixá-la”.

Estudante U: Nenhum.

Estudante V: Colocar mais o conteúdo em prática no dia-a-dia para que quem estiver aprendendo possa ver com mais clareza aonde irá poder aplicar esse conteúdo na sua vida.

4.2 Análise dos resultados

A partir das respostas dadas pelos estudantes ao questionário transcrito na seção 4.1, procurar-se-á inferir acerca da existência ou não de benefícios na aprendizagem das Funções Trigonométricas provenientes da utilização de metodologias artísticas no processo de construção do conhecimento, sendo este o tema central da presente investigação, como já destacado inicialmente neste trabalho.

Em relação à primeira pergunta, **“O que você recordava sobre Trigonometria antes das aulas sobre Funções Trigonométricas no Ensino Médio Integrado Técnico?”**, é possível observar que quase 60% das respostas (13 alunos) apresentam expressões do tipo “nada”, “quase nada”, “pouca coisa” ou “poucas informações”. Os demais citam lembranças de termos como “triângulo retângulo”, “hipotenusa”, “catetos”, “seno”, “cosseno”, “tangente” e “Teorema de Pitágoras”. Um dos discentes também elencou “ângulos notáveis”. Uma alternativa apontada para que este tipo de “esquecimento” não seja mais tão frequente em sala de aula pode ser uma abordagem mais contextualizada do tema, que apesar de tão presente em diversas situações do dia a dia, ainda aparece apenas no capítulo destinado ao conteúdo em alguns livros didáticos.

A maioria (18) dos estudantes respondeu “sim” ao segundo questionamento: **“Os conteúdos abordados nas aulas de Matemática sobre Funções Trigonométricas foram importantes para você? Responda Sim ou Não e cite aquele(s) com o(s) qual (is) você tinha mais dificuldade”**. Um discente respondeu que o tema era “um pouco” relevante e três afirmaram que o assunto não havia sido significativo para eles, conforme mostra o gráfico da Figura 4.2.

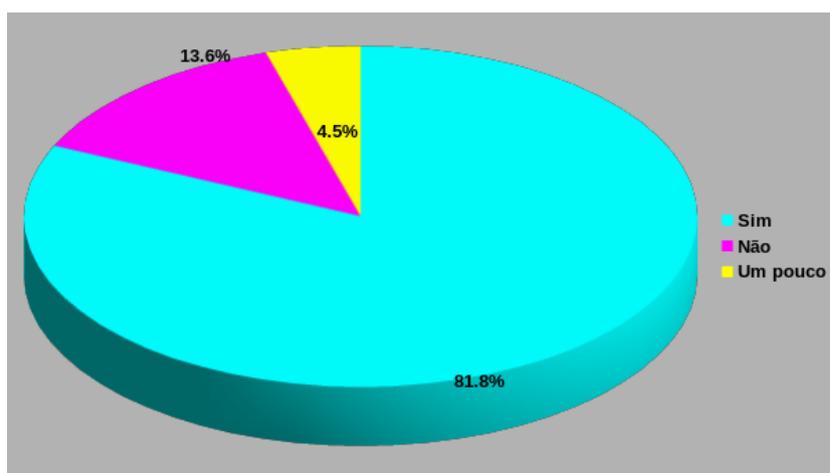


Figura 4.2 Respostas dos estudantes ao questionamento: Os conteúdos abordados nas aulas de Matemática sobre Funções Trigonométricas foram importantes para você? Responda Sim ou Não e cite aquele(s) com o(s) qual (is) você tinha mais dificuldade.

Fonte: Própria autora

Como visto, grande parte dos alunos reconhecem a importância do tema, entretanto,

alegam ter enfrentado dificuldades em tópicos específicos como círculo trigonométrico, gráficos e relações trigonométricas, por exemplo. Um deles destacou, ainda, dúvidas na resolução de problemas e outro registrou obstáculos relativos ao nervosismo no momento da avaliação.

Na terceira questão, “**A utilização de recursos artísticos (música, poema, poesia, crônica, etc.) contribuiu para a melhoria de sua aprendizagem sobre Funções Trigonométricas? Explique**”, o gráfico da Figura 4.3 aponta que mais de 60% dos participantes da pesquisa afirmaram que o uso da Arte na Matemática teve efeito positivo em seus estudos acerca do conteúdo. Ressaltaram que prestam mais atenção ao tema quando a metodologia de ensino não é apenas a tradicional e também alegaram que as músicas contribuíram, de maneira divertida e com uma linguagem menos formal, para melhor fixação da matéria dada. Um dos estudantes salientou, ainda, que aprendeu muitas coisas além do que imaginava existir sobre o assunto. Por outro lado, dentre os discentes que não se identificaram com essas ferramentas didáticas ou opinaram de forma parcial, alguns disseram que essa abordagem confundiu um pouco o tema ou gerou uma certa perda de tempo em sala de aula.

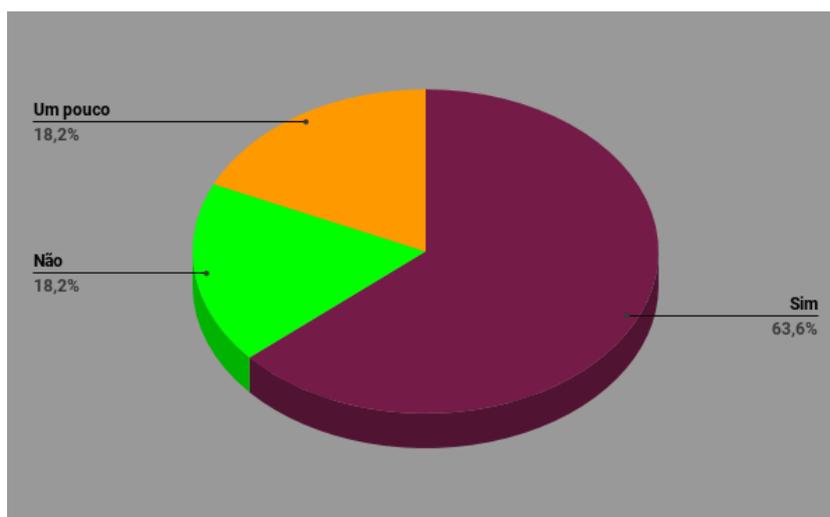


Figura 4.3 Respostas dos alunos à pergunta: A utilização de recursos artísticos (música, poema, poesia, crônica, etc.) contribuiu para a melhoria de sua aprendizagem sobre Funções Trigonométricas? Explique.

Fonte: Própria autora

Como não houve um comparativo de médias trimestrais entre turmas que utilizaram essas metodologias e outras que não fizeram uso, infelizmente ainda não é possível emitir um parecer acerca da otimização de resultados numéricos nas avaliações por meio da inserção de recursos artísticos nas aulas de Matemática. Todavia, percebeu-se claramente um aumento na motivação para estudar os conteúdos matemáticos em diversos estudantes, que passaram a demonstrar mais interesse durante as explicações dos assuntos, a participar com mais frequência dos plantões pedagógicos ou a fazer mais perguntas em sala de aula enquanto realizavam exercícios. Nos trimestres subsequentes a esta proposta didática também foram utilizados músicas

e seminários no ensino dos demais temas presentes na ementa dos cursos e a qualidade dos trabalhos apresentados pelos estudantes foi superior à primeira experiência com as Funções Trigonométricas.

A quarta pergunta do formulário, **“E a forma como os conteúdos foram abordados - a professora utilizando paródias com violão sobre os temas e a proposta do seminário em equipes sobre a História da Trigonometria - fizeram alguma diferença em sua aprendizagem? Explique”**, reforça a impressão dos estudantes a respeito das melhorias que a inserção de elementos artísticos nas aulas de Matemática trouxe para a construção do conhecimento relativo aos tópicos estudados. De acordo com o gráfico da Figura 4.4, aproximadamente 70% dos alunos relataram que foram beneficiados com as paródias e com o seminário no estudo das Funções Trigonométricas.

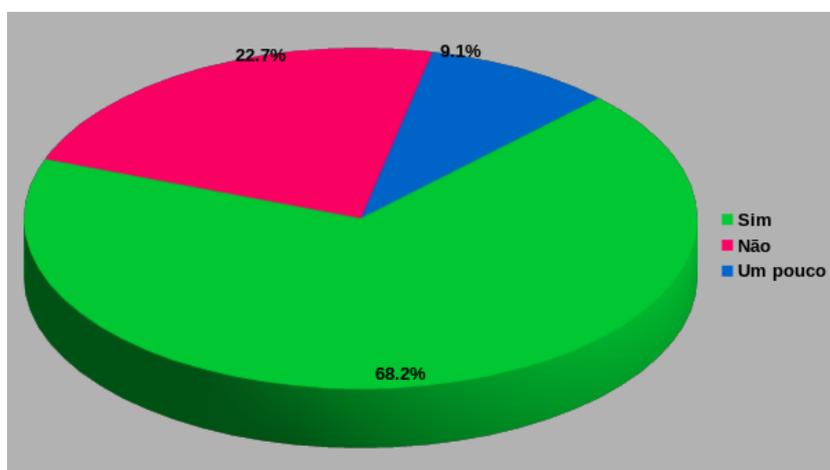


Figura 4.4 Respostas dos discentes à pergunta: E a forma como os conteúdos foram abordados - a professora utilizando paródias com violão sobre os temas e a proposta do seminário em equipes sobre a História da Trigonometria - fizeram alguma diferença em sua aprendizagem? Explique.

Fonte: Própria autora

Dos estudantes que participaram da pesquisa, cinco disseram que não observaram nenhuma diferença em sua aprendizagem dado o uso de recursos artísticos nas aulas de Matemática, enfatizando que os consideravam perda de tempo ou desvio de foco e que seria mais eficiente a forma tradicional de ensino, com a professora passando o conteúdo no quadro. Outros dois alunos disseram que de certa forma as paródias ou a preparação para o seminário foram úteis para o estudo do assunto proposto. Dentre os discentes que aprovaram a metodologia utilizada, é válido destacar, ainda, falas relacionadas à facilidade da lembrança de conceitos por meio das paródias e à ampliação do conhecimento sobre a História da Trigonometria trazida pelo seminário em equipes.

Antes de se fazer uma análise dos retornos dados ao quinto questionamento do formulário, **“Como você avalia as atividades realizadas pelas equipes utilizando a arte para a**

aprendizagem de conceitos matemáticos?”, cabe uma ressalva acerca da associação da palavra “avaliação” com números e notas, apenas. Na transcrição das respostas na seção 4.1, observa-se que o Estudante A atribuiu o valor 9 e o Estudante K o valor 0 a um parecer avaliativo às ações realizadas em sala de aula, por exemplo. É certo que essa é uma discussão para outros trabalhos, em virtude de sua vasta abrangência, no entanto, também fica registrada aqui a necessidade de ampliação do debate sobre a temática entre os sujeitos atuantes no ambiente educacional.

Voltando agora à exploração da pergunta cinco do questionário, nota-se que assim como nas demais indagações, a maioria dos alunos mostrou-se favorável à proposta didática, utilizando termos e expressões como “boas”, “muito boas”, “ótimas”, “muito interessantes” ou “muito criativas” na avaliação das apresentações das equipes no seminário. Alguns dos poucos discentes que não gostaram do emprego de recursos artísticos em aulas de Matemática relataram que essa metodologia é inútil, devendo-se focar apenas nos exercícios no quadro. O Estudante C afirmou que é uma “falta de comprometimento com a matéria, pois assim temos 4 aulas de artes por semana e nenhuma de matemática”. Como o objetivo desse trabalho também está focado em ouvir a opinião dos alunos a respeito da proposta didática aplicada, baseando-se na ideia de diálogo criativo proposto por Fisher [9] na seção 2.1, é, indubitavelmente, importante dar destaque a todos os pontos de vista referentes à experiência.

Em contrapartida, a fala do Estudante M - “Acho uma ótima ideia. Foi o primeiro ano, dentre todos esses anos estudando, que foi-me proposto um seminário em MATEMÁTICA” - reforça a ideia já discutida na subseção 2.1.3, relativa à ausência desse recurso avaliativo em aulas de disciplinas da área de exatas. A observação feita por esse discente contribui para mostrar, então, que o intuito descrito no título do Capítulo 3, de ir “um pouco além das técnicas de cálculo”, foi alcançado na aplicação dessa sugestão pedagógica. O Estudante Q complementou que o seminário pode ser visto como uma maneira diferente de envolvimento dos alunos com a disciplina de Matemática. E alguns discentes também citaram o tema “criatividade”, debatido na seção 2.1, descrito por eles como uma ferramenta útil na divulgação dos conceitos pesquisados pelas equipes.

Na última pergunta do questionário, **“Quais sugestões você daria para que essa metodologia de trabalho fosse melhorada no futuro?”**, muitos alunos solicitaram que a metodologia fosse continuada, outros disseram que os recursos não surtiram efeito e deveriam ser abandonados e alguns fizeram pedidos relacionados a tópicos da rotina de aula como alteração no peso e grau de dificuldade das provas, seminário e outras avaliações; número de questões e tempo para resolução das listas de exercícios; aplicação dos conteúdos no dia a dia, etc. O Estudante N também recomendou mais atenção da professora em dias de prova, pois muitos colegas estavam “colando” por meio do celular. Conforme relatado anteriormente, a composição das equipes para a apresentação do seminário bem como os temas foram sorteados via

sistema eletrônico. Os discentes que se sentiram prejudicados pela dinâmica sugeriram, então, que pudessem fazer os trabalhos com seus amigos. Já aqueles que viram a experiência como uma oportunidade de se aproximarem de outros colegas, pois no mundo de trabalho nem sempre é possível ter somente amigos no grupo, pediram que a metodologia fosse mantida. No seminário do trimestre seguinte as equipes foram sorteadas novamente, porém no terceiro trimestre os alunos puderam escolher os grupos de trabalho, atendendo-se, assim, à solicitação feita no questionário. De acordo com a sugestão do Estudante F, as aulas de Matemática deveriam “adotar mais atividades que os alunos aprendam e, ao mesmo tempo, demonstrem seus talentos mais ainda”.

Diante dos resultados obtidos no questionário avaliativo discente, pode-se inferir que a inclusão de recursos artísticos nas aulas de Matemática têm um índice maior de aceitação que rejeição entre os estudantes do 2º ano do EMI Técnico em Automação Industrial e Informática. E tendo em vista o comportamento mais ativo dos alunos em sala de aula durante e após a aplicação da proposta didática, prestando atenção às explicações de conteúdo e tirando dúvidas nos exercícios bem como o comparecimento mais frequente aos plantões pedagógicos e um empenho maior na apresentação dos seminários subsequentes nos demais trimestres do ano letivo, pode-se afirmar que a utilização de metodologias artísticas contribui efetivamente para motivar os discentes a aprenderem os conceitos ligados à Matemática do Ensino Médio; em particular o ensino de Funções Trigonométricas, respondendo positivamente, então, ao questionamento inicial deste trabalho, destacado no Capítulo 1.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

“A missão do professor é provocar a inteligência, é provocar o espanto, é provocar a curiosidade.”

—RUBEM ALVES

Após observação de dados que apontam os sucessivos resultados negativos obtidos por estudantes brasileiros em testes internacionais de Matemática e das dificuldades encontradas por professores que lecionam essa disciplina em diversas escolas do país, inclusive a autora desse trabalho, ressaltou-se, primeiramente, um grande problema no ensino-aprendizagem de Matemática no Brasil. Superar essas dificuldades não é uma tarefa muito simples. Então, foi apontada nessa pesquisa a sugestão de uma proposta pedagógica com duas turmas de 2º ano do Ensino Médio Integrado Técnico do Instituto Federal Catarinense- *Campus* São Bento do Sul, que além de tentar cativar um pouco mais a atenção dos discentes para a Matemática, objetivou investigar se o uso de recursos artísticos pode contribuir de forma efetiva para a motivação dos alunos em aprenderem conceitos matemáticos, especificamente o de Funções Trigonométricas.

No intuito de fundamentar a teoria acerca dos conceitos e aplicações referentes às ferramentas didáticas utilizadas, diversos autores foram citados. Para fins de exemplificação, apenas, alguns deles são destacados a seguir. Fisher [9], Alencar e Fleith [10], Martinez [11], Pais [13] e D’Ambrosio e Lopes [18] contribuiram na abordagem sobre criatividade em aulas de Matemática. Já, Zaleski Filho [24], U. D’Ambrosio [25], Chaves [27] e Valente [33] possibilitaram maior discussão no uso da Arte como ferramenta didática. O papel da História da Matemática no ensino de Matemática e a oportunidade de diversificação de atividades em sala de aula que ela pode proporcionar foram trazidos ao debate por meio de Berlinghoff e Gouvêa [45], Balestri [46], Baroni e Nobre [47] e Ponte [50]. E para sustentar a proposta da utilização de seminários em aulas de Matemática, B. D’Ambrosio [12] e Gonçalves [52] colaboraram com suas ideias e experiências.

Visando ir “um pouco além das técnicas de cálculo”, seguiu-se a descrição do projeto realizado com as turmas de 2º ano dos cursos técnicos em Automação Industrial e Informática, iniciando-se com um pequeno resumo de como as Funções Trigonométricas têm sido abordadas nos livros didáticos atuais e de como se deu o primeiro contato do tema com os alunos. A partir de um levantamento do que eles lembravam sobre o assunto e um convite para o registro das recordações no quadro, buscou-se fazer uma revisão dos conceitos das razões trigonométricas, acompanhada pela explicação da confusão histórica na origem da palavra seno e sua derivação de corda (*jiba / jaib / sinus*). O acróstico SOHCAHTOA foi apresentado aos discentes, com um

convite para que todos cantassem a paródia homônima, acompanhados pela professora e seu violão. Nas aulas seguintes, após algumas demonstrações, por meio de triângulos e quadrados, de como podem ser encontrados os valores de seno, cosseno e tangente de 30° , 45° e 60° , uma paródia de “Jingle Bells” auxiliou os estudantes na construção da tabela dos arcos notáveis.

Para um contato mais aprofundado sobre a História da Trigonometria foi proposto, então, um seminário em equipes, cujos critérios de avaliação seriam domínio de conteúdo e criatividade. Sendo assim, diversos grupos contaram fatos da vida e contribuições para a Trigonometria e Ciências em geral dos matemáticos Hiparco de Niceia, Cláudio Ptolomeu, François Viète, John Napier, Isaac Newton, Leonhard Euler e Bhaskara Akaria por meio de expressões de Arte como música (paródias), teatro, vídeo, poema, poesia, crônica, etc. E após o estudo dos conteúdos relacionados às Funções Trigonométricas, fazendo-se uso dos mais variados recursos didáticos, foi utilizado o *software/aplicativo* Geogebra novamente para um resumo do tema.

Após a conclusão do assunto e no intuito de que os alunos avaliassem a proposta didática que fez uso de recursos artísticos como música, teatro, poesia, poema, crônica, etc. no ensino-aprendizagem de Funções Trigonométricas, aplicou-se um questionário contendo seis perguntas, cujo *link* foi enviado por *e-mail* às duas turmas envolvidas nessa investigação. Vinte e dois discentes se dispuseram a responder a pesquisa, de caráter anônimo, que apontou, então, que a utilização da Arte como ferramenta didática nas aulas de Matemática contribuiu efetivamente para um aumento na motivação dos estudantes em aprenderem os conceitos matemáticos relacionados à trigonometria e aos temas futuros, incremento identificado por meio de maior participação e interação deles nas aulas bem como nos atendimentos ocorridos durante os plantões pedagógicos e na qualidade dos trabalhos apresentados. Dessa forma, o questionamento principal proposto nessa investigação foi respondido positivamente.

No término do ano letivo de 2018, um dos alunos da turma de Informática, Mateus Fernandes dos Santos, cuja evolução em Matemática ao longo dos trimestres se deu de forma crescente e significativa, culminando na aprovação direta sem exames finais, foi questionado pela autora desse trabalho, via aplicativo de mensagens de texto instantâneas, acerca da motivação que gerou a mudança em seu comportamento após os primeiros meses de aula e algumas notas baixas. De um estudante pouco participativo em sala, ele se tornou totalmente interessado nas explicações de conteúdo e resolução de exercícios, obtendo destaque em todas as apresentações de seminário ao interpretar papéis nos teatros, compor e cantar paródias, por exemplo, além de frequentar assiduamente os plantões pedagógicos para sanar suas dúvidas e aumentar as notas obtidas em provas individuais. Muito extrovertido e engraçado, a primeira resposta dada pelo Mateus foi o envio da imagem de um chinelo, conforme Figura 4.5, acompanhada da frase: “Aqui em casa foram utilizados métodos antigos de motivação, prof.”.



Figura 4.5 Primeira resposta dada pelo aluno Mateus Fernandes dos Santos sobre a motivação recebida em casa para os estudos

Fonte: Mateus Fernandes dos Santos

Em seguida ele continuou seu relato de uma forma um pouco mais séria:

Bom, primeiramente eu estabeleci uma meta começo do ano passado (2018) de que eu não ficaria mais em exames finais, porque no primeiro ano de IFC eu peguei exame em matemática e em uma matéria técnica. Aí tive muita dificuldade com o conteúdo do primeiro trimestre e também não me dediquei e assim vieram as notas baixas. No começo do segundo trimestre a prof. talvez vendo a dificuldade da turma começou a pensar em metodologias alternativas e isso acabou me motivando um pouco porque notei que você queria ajudar a turma também. Aí eu me toquei e comecei a me dedicar mais e tirar dúvidas, ver aulas no *YouTube*, ir aos plantões e etc. E basicamente foi isso, prof. Tipo, eu notei que você queria nos ajudar também e pensei “Meu, vou aproveitar, essa é a hora” e foi... hahaha.

Diante desse depoimento, percebe-se que o estudante estabeleceu uma meta de estudos que não foi seguida nos primeiros meses de aula. Entretanto, diante das notas baixas obtidas e incentivado pelo uso de metodologias alternativas nas aulas de Matemática, suas atitudes começaram a mudar e o resultado no fim do ano letivo saiu conforme o planejado.

De acordo com tudo o que foi explanado nessa pesquisa, o que se pode concluir sobre a utilização da Arte como ferramenta didática em Matemática é que ela pode ser mais um caminho capaz de aproximar os estudantes da disciplina. Novamente enfatiza-se que de nenhuma forma está sendo proposto o abono das metodologias tradicionais de ensino nem do rigor característico da linguagem, uma vez que essas práticas também podem apresentar resultados positivos quando bem utilizadas durante o processo de ensino-aprendizagem. O que se procura, aqui, é compartilhar, de uma maneira que contemple o equilíbrio entre as diversas possibilidades de

apresentação de um conteúdo matemático, experiências que possibilitem aulas mais dinâmicas e diversificadas. A ideia central é incentivar outros docentes, igualmente inconformados com a atual realidade encontrada nas escolas brasileiras mas que querem fazer diferença na vida dos alunos por meio da Matemática, mostrando que ela vai muito além de números e cálculos, a buscarem mais estratégias para a exposição dos tópicos em sala de aula.

Em um período onde a tecnologia se torna cada vez mais atrativa e as artes e a cultura mostram-se tão desvalorizadas por muitos, cabe ao professor tentar fazer uso de todos os recursos possíveis para que seus alunos sejam cidadãos globais, com uma visão de mundo plural e conhecimento amplo a respeito de diversas áreas. Dessa forma, poderá haver mais possibilidades de encontros felizes entre estudantes, docentes e a, ainda, “tão temida” Matemática.

E você, leitor? O que pensa a respeito do assunto? Também acredita que a Arte pode ser usada como ferramenta didática para um ensino eficaz de Matemática? Utilizaria as metodologias apresentadas nessa proposta? O que faria diferente? Propõe-se, ainda, que outras atividades similares sejam aplicadas em pesquisas futuras, a fim de se fazer um comparativo aos dados apresentados nesse trabalho, fortalecendo ou refutando a ideia de que recursos artísticos servem como estímulo para uma dedicação maior do estudante à aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Bibliografia

- [1] BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). *Brasil no PISA 2015: análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros*. Fundação Santillana, São Paulo, 2016.
- [2] TAHAN, Malba. *O homem que calculava*. Record, Rio de Janeiro, 2004.
- [3] BARASCH, Lynne. *Caro Einstein*. Cosac Naify, São Paulo, 2012.
- [4] SANTALÓ, Luís A. Matemática para não matemáticos. In *Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas*. Artmed, Porto Alegre, 1996. Tradução: Juan Acuña Llorens.
- [5] MORRIS, Van C.; et al. The urban principal discretionary decision-making in a large educational organization. *ERIC - Institute of Educacion Sciences*, 1981. Disponível em: <<https://eric.ed.gov/?id=ED207178>>. Acesso em 02 set. 2018.
- [6] HUTCHINSON S. A. Responsible subversion: A study of rule-bending among nurses. *Scholarly Inquiry for Nursing Practice An International Journal*, v. 4:3–17, 1990. New York.
- [7] D'AMBROSIO, Beatriz S.; LOPES, Celi E. Insubordinação criativa: um deleite para a reinvenção de um matemático. *Boletim de Educação Matemática*, v. 29:1–17, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a01>>. Acesso em 02 set. 2018.
- [8] GRINBERG, Renato. *Criatividade é essencial para se manter competitivo no mercado de trabalho, diz consultor*. 2012. Disponível em <<http://www28.unesp.br/detallecontenido/idnoticia/17249/criatividade-e-essencial-para-se-manter-competitivo-no-mercado-de-trabalho-diz-consultor.html>>. Acesso em 04 out. 2018.
- [9] FISHER, Robert. *Diálogo criativo: hablar para pensar en el aula*. Ediciones Morata, Madrid – Espanha, 2013. Traduzido por Pablo Manzano Bernárdez.
- [10] ALENCAR, Eunice M. L. S. de; FLEITH, Denise de S. Contribuições teóricas recentes ao estudo da criatividade. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, v. 19:1–8, 2003. Disponível em: <<http://core.ac.uk/download/pdf/154230700.pdf>>. Acesso em: 05 out. 2018.

- [11] MARTINEZ, Albertina M. A criatividade na escola: três direções do trabalho. *Linhas Críticas*, v. 8:109–206, jul./dez. 2002. Disponível em: <<http://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas/article/view/3057/2749>>. Acesso em: 07 out. 2018.
- [12] D’AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? *Temas e Debates*, pp. 15-19, 1989. SBEM. Brasília.
- [13] PAIS, Luiz C. *Ensinar e aprender matemática*. Autêntica, Belo Horizonte, 2007.
- [14] GUERRA, Elba C. S. Creatividad en educación matemática. In *Comprender y evaluar la creatividad*. Aljibe, 2006. Saturnino de la Torre & Verónica Violant (Orgs.).
- [15] BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental - Matemática*. MEC/ SEF, Brasília, 1998. 148 p.
- [16] BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio: Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. MEC/SEF, Brasília, 2000.
- [17] D’AMBROSIO, Beatriz S.; LOPES, Celi E. *Trajetórias profissionais de educadoras matemáticas*. Mercado de Letras, Campinas-SP, 2014. Coleção Insubordinação Criativa.
- [18] D’AMBROSIO, Beatriz S.; LOPES, Celi E. (Orgs.). *Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática*. Mercado de Letras, Campinas-SP, 2015. Coleção Insubordinação Criativa.
- [19] D’AMBROSIO, Beatriz S.; LOPES, Celi E. (Orgs.). *Ousadia criativa nas práticas de educadores matemáticos*. Mercado de Letras, Campinas-SP, 2015. Coleção Insubordinação Criativa.
- [20] BRIÃO, Gabriela F. Algumas insubordinações criativas presentes na prática de uma professora de matemática. In *Ousadia Criativa nas práticas de educadores matemáticos*. Mercado de Letras, Campinas-SP, 2015. Beatriz S. D’Ambrosio e Celi E. Lopes (Orgs.).
- [21] BICUDO, Irineu. O nome “matemática”. *Folhetim de Educação Matemática*, 2003. Feira de Santana: UEFS.
- [22] D’AMBROSIO, Ubiratan. Um enfoque transdisciplinar à educação e à história da matemática. In *Educação Matemática, pesquisa em movimento*. Cortez, 2005. Maria A. V. Bicudo e Marcelo de C. Borba (Orgs.).
- [23] SEMMER, Simone. Matemática e arte. *Dia a dia Educação*. Objeto de aprendizagem significativo. Secretaria do Estado da Educação do Paraná. Disponível em

- <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/409-2.pdf>>. Acesso em 01 out. 2018.
- [24] ZALESKI FILHO, Dirceu. *Matemática e Arte*. Autêntica, Belo Horizonte, 2013. Coleção Tendências em Educação Matemática.
- [25] D'AMBROSIO, Ubiratan. Prefácio. In *Matemática e Arte*. Autêntica, Belo Horizonte, 2013. Coleção Tendências em Educação Matemática.
- [26] LACERDA, Fernando. O homem pré-histórico e o surgimento da matemática. *Blog Ótima Temática*, 2010. Disponível em: <<http://otimatematica.blogspot.com/2010/09/o-homem-pre-historico-e-o-surgimento-da.html>>. Acesso em 02 jan 2019.
- [27] CHAVES, Diego R. C. *A Matemática é uma Arte. Uma Proposta de Ensino Explorando Ligações entre a Arte e a Matemática*. Porto Alegre, 2008. 46 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Disponível em <<https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/23721/000743298.pdf>>. Acesso em 01 out. 2018.
- [28] PEREIRA, Marcos do C. *Matemática e Música: de Pitágoras aos dias de hoje*. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. Disponível em <<http://www2.unirio.br/unirio/ccet/profmat/tcc/2011/tcc-marcos>>. Acesso em 03 nov. 2018.
- [29] HOBBSAWM, Eric J. *A era dos extremos: o breve século XX: 1914 - 1991*. Companhia das Letras, São Paulo, 1995. Tradução: Marcos Santarrita.
- [30] GOMBRICH, Ernst H. *A história da Arte*. LTC, São Paulo, 1995. Tradução: Álvaro Cabral.
- [31] ASSIS, Thiago A. de; MIRANDA, José G. V.; MOTA, Fernando de B.; ANDRADE, Roberto F. S.; CASTILHO, Caio M. C. de. Geometria fractal: propriedades e características de fractais ideais. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 30, 2008. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbef/v30n2/a05v30n2>>. Acesso em 02 jan 2019.
- [32] KANSO, Mustafá A. *Fractais: afinal, o que são?* 2013. Disponível em: <<https://hypescience.com/fractais-o-que-sao/>>. Acesso em 02 jan 2019.
- [33] VALENTE, Wagner R. Euclides Roxo e a História da Educação Matemática no Brasil. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, pp. 89-94, 2005. Disponível em <<https://core.ac.uk/download/pdf/38424175.pdf>>. Acesso em 05 out. 2018.

- [34] PAIS, Luiz C. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. Autêntica, Belo Horizonte, 2005. Coleção Tendências em Educação Matemática.
- [35] SERENATO, Liliana J. *Aproximações interdisciplinares entre matemática e arte: resgatando o lado humano da matemática*. Curitiba, 2008. 263 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- [36] FERREIRA, Rosiney de J. *Matemática e Arte, um diálogo possível: trabalhando atividades interdisciplinares no 9º ano do Ensino Fundamental*. Juiz de Fora, 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora. Disponível em <<https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/1125/1/rosineydejesusferreira.pdf>>. Acesso em 22 out. 2018.
- [37] SÁ, Marilde B. Z.; SANTIN FILHO, Ourides. Possíveis diálogos entre arte e ciência como forma de promover a educação e cultura científicas. In *XVIII Encontro Nacional de Ensino de Química (XVIII ENEQ)*, Florianópolis, 2016. Divisão de Ensino de Química da Sociedade Brasileira de Química (ED/SBQ) e Departamento de Química da Universidade Federal de Santa Catarina (QMC/UFSC). Disponível em <<http://www.eneq2016.ufsc.br/anais/resumos/R0571-1.pdf>>. Acesso em 14 out. 2018.
- [38] ALVES, Helena S. P. *Ensinar Matemática através da Arte: um Incentivo ao gosto pela Matemática?* Lisboa, 2013. Dissertação (Mestrado em Arte e Educação) - Departamento de Educação e Ensino a Distância, Universidade Aberta de Portugal, Lisboa. Disponível em <<https://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/2759/1/Helena>>. Acesso em 27 out. 2018.
- [39] SOUZA, Izabel S.; TIAGO, Graziela M. As possibilidades do ensino de matemática com música no ensino fundamental. In *Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades*, XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016. Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
- [40] BATISTA, Joel H. *Cantando a Matemática*. 2013. Disponível em <<https://www.youtube.com/user/cantandoamatematica/videos>>. Acesso em 28 out. 2018.
- [41] ZOOMINTV BRASIL. *Aprendendo matemática dançando e cantando*. 2017. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=tF9d4cGfRtE>>. Acesso em 28 out. 2018.

- [42] ERVALHO, Joana M. *Dramatização no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas: um estudo com crianças do pré-escolar*. Viana do Castelo/Portugal, 2018. Escola Superior de Educação.
- [43] CAVALCANTI, Valdir de S. *Composição de paródias: um recurso didático para compreensão e conceitos sobre circunferência*. João Pessoa, 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Centro de Ciências e Tecnologias, Universidade Estadual da Paraíba, João Pessoa.
- [44] D'AMBROSIO, Ubiratan. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. In *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas*. UNESP, São Paulo, 1999, pp. 97-115. Org. Maria A. V. Bicudo.
- [45] BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q. *A Matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas*. Blucher, São Paulo, 2008. Traduzido por Elza Gomide e Helena Castro.
- [46] BALESTRI, Rodrigo D. *A participação da história da matemática na formação inicial de professores de matemática na ótica de professores e pesquisadores*. Londrina, 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina.
- [47] BARONI, Rosa L. S.; NOBRE, Sergio. A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática. In *Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas*. UNESP, São Paulo, 1999. Org. Maria A. V. Bicudo.
- [48] FELICIANO, Lucas F. *O Uso da História da Matemática em Sala de Aula: o que pensam alguns professores do Ensino Básico*. Rio Claro, 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. Disponível em <<http://hdl.handle.net/11449/91125>>. Acesso em 30 out. 2018.
- [49] LARA, Isabel C. M. de. O ensino da matemática por meio da história da matemática: possíveis articulações com a etnomatemática. *VIDYA*, v. 33:pp. 51–62, 2013. Santa Maria. Disponível em <<https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/254>>. Acesso em 30 out. 2018.
- [50] PONTE, João P. da (Org.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. FCT, Lisboa, 1ª ed., 2014. Disponível em <<http://repositorio.ul.pt/handle/10451/15310>>. Acesso em 01 nov. 2018.

- [51] PONTE, João P. da. Investigar, ensinar e aprender. In *Actas do Profmat*, Lisboa, 2003, pp. 25-39. Disponível em <[http://www.educ.fc.ul.pt/Docentes/Jponte/Docs-Pt/03-Ponte\(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/Docentes/Jponte/Docs-Pt/03-Ponte(Profmat).pdf)>. Acesso em 02 nov 2018.
- [52] GONÇALVES, Francisco D. da S. Seminários temáticos nas aulas de matemática: Ações que integram saberes. *Revista Brasileira da Educação Profissional Tecnológica*, v. 1:pp. 86–96, 2014. Disponível em <<http://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/RBEPT/article/view/3502/1412>>. Acesso em 01 nov. 2018.
- [53] DANTE, Luiz R. *Matemática: contexto e aplicações*, volume 2, 3ª ed. São Paulo, 2016.
- [54] IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de. *Matemática: ciência e aplicações*, volume 2, 9ª ed. São Paulo, 2016.
- [55] LIMA, Elon L.; CARVALHO, Paulo C. P.; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto C. *A Matemática do Ensino Médio*, volume 1, 9ª ed. SBM, Rio de Janeiro, 2006.
- [56] BELK, Jim. *List of trigonometric identities*. 2010. Disponível em: <<https://en.wikipedia.org/>>. Acesso em 09 jan. 2019.
- [57] TAVARES, João N. *Relações trigonométricas num triângulo retângulo*. 2013. Disponível em: <<https://rce.casadasciencias.org/rceapp/art/2013/023/>>. Acesso em 03 jan 2019.
- [58] SILVA, Luiz P. M. *Ângulos notáveis*. Disponível em: <<https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/angulos-notaveis.htm>>. Acesso em 03 jan 2019.

**QUESTIONÁRIO ENVIADO ÀS TURMAS DE
ENSINO MÉDIO TÉCNICO INTEGRADO
TÉCNICO EM AUTOMOÇÃO INDUSTRIAL E
INFORMÁTICA PARA AVALIAÇÃO DA
PROPOSTA PEDAGÓGICA**

Avaliação discente da utilização de recursos artísticos e seminários sobre a História da Matemática nas aulas sobre Funções Trigonométricas

Este questionário anônimo contribuirá para a análise da utilização de recursos artísticos e de seminários sobre a História da Matemática nas aulas sobre Funções Trigonométricas, tema do projeto de dissertação da mestranda Ranúzy Borges Neves, aluna do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), sob orientação do prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti.

***Obrigatório**

- 1. O que você recordava sobre Trigonometria antes das aulas sobre Funções Trigonométricas no Ensino Médio Integrado Técnico? ***

- 2. Os conteúdos abordados nas aulas de Matemática sobre Funções Trigonométricas foram importantes para você? Responda Sim ou Não e cite aquele(s) com o(s) qual (is) você tinha mais dificuldade. ***

- 3. A utilização de recursos artísticos (música, poema, poesia, crônica, etc.) contribuiu para a melhoria de sua aprendizagem sobre Funções Trigonométricas? Explique. ***

4. **E a forma como os conteúdos foram abordados - a professora utilizando paródias com violão sobre os temas e a proposta do seminário em equipes sobre a História da Trigonometria - fizeram alguma diferença em sua aprendizagem? Explique. ***

5. **Como você avalia as atividades realizadas pelas equipes utilizando a arte para a aprendizagem de conceitos matemáticos? ***

6. **Quais sugestões você daria para que essa metodologia de trabalho fosse melhorada no futuro? ***

ANEXO A

**TRABALHO TEÓRICO REFERENTE AO
SEMINÁRIO SOBRE A HISTÓRIA DA
TRIGONOMETRIA ENTREGUE POR UMA
EQUIPE DA TURMA DE AUTOMAÇÃO
INDUSTRIAL**

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL CATARINENSE
CAMPUS SÃO BENTO DO SUL

CURSO TÉCNICO INTEGRADO EM AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL

ANDERSON MACHADO DE ABREU
IGOR FELIPE BUCH MORAIS
JEFFERSON GUILHERME KUSS
JULIA ALVES RACKOW
MICHELE APARECIDA DOS SANTOS BUENO

HIPARCO DE NICÉIA

São Bento do Sul
2018

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: HIPARCO DE NICÉIA	4
FIGURA 2: TEOREMA DE HIPARCO	7

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	3
1. QUEM FOI HIPARCO DE NICÉIA	4
2. HIPARCO E SUAS CONTRIBUIÇÕES EM GERAL	5
2.1 TRIGONOMETRIA	5
2.2 OUTRAS ÁREAS	5
2.3 TEOREMA DE HIPARCO	6
CONCLUSÃO	8
REFERÊNCIAS	9

1. INTRODUÇÃO

O trabalho realizado tem como principal objetivo conhecer um pouco sobre a história da Matemática ,pois os fundamentos dessa área nos acompanharão durante toda a vida, sendo que a matemática está presente no dia a dia de todas as pessoas.

Evidenciamos neste trabalho a história de Hiparco de Nicéia (190-120 a.C) e quais foram as suas principais contribuições para que chegássemos na Matemática como conhecemos hoje.

Acreditamos que desenvolvendo o presente trabalho, será possível assimilar o conteúdo de forma dinâmica e objetiva, facilitando o aprendizado dos conceitos apresentados.

1. QUEM FOI HIPARCO DE NICÉIA

Hiparco de Nicéia foi um astrônomo e matemático grego que nasceu em Nicéia, na Bitínia, e junto com outros matemáticos, ajudou no desenvolvimento da Trigonometria e por isso ficou conhecido como “precursor da trigonometria” e “pai da Astronomia” (BEZERRA; ARAÚJO; ARAÚJO, 2012).

Hiparco viveu na cidade de Alexandria, mas foi em Rodas que trabalhou e onde construiu um observatório através do qual compilou um catálogo com a posição e o brilho de estrelas (COSTA, 2006)

Considerado como o maior astrônomo de toda a antiguidade clássica, Hiparco de Nicéia fez observações com boa precisão (ANDRÉ ROSS, 2011 p.16).

Figura 1: Hiparco de Nicéia



Fonte: (WIKIPEDIA, 2017).

2. HIPARCO E SUAS CONTRIBUIÇÕES EM GERAL

2.1 TRIGONOMETRIA

Hiparco de Nicéia foi o primeiro a construir a tabela trigonométrica e também fez a divisão da circunferência em 360° onde atribuiu 1° a cada parte dividida da circunferência (BEZERRA; ARAÚJO; ARAÚJO, 2012).

Hiparco, assim como muitos outros matemáticos, foi influenciado pela matemática dos Babilônios e justamente por isso acreditava que a melhor base numérica para realizar contagens era a base 60. Eles escolheram esse número porque pode ser facilmente decomposto em um produto de fatores (COSTA, 2006).

Foi por isso que Hiparco escolheu um múltiplo do número 60 para dividir uma circunferência. Hiparco chamou cada uma das 360 partes iguais em que dividiu a circunferência de arco de 1 grau. Cada arco de 1 grau foi dividido em mais 60 partes iguais chamadas de arco de 1 minuto. E por último, cada arco de 1 minuto foi dividido em outras 60 partes iguais e foram chamadas de arco de 1 segundo e é assim que conhecemos e trabalhamos até hoje (COSTA, 2006).

Para construir as tabelas trigonométricas, utilizadas para medir ângulos na terra relacionados com ocorrência no céu, Hiparco precisou usar o triângulo retângulo para calcular suas cordas, com o objetivo de determinar as posições das estrelas e dos planetas usando uma unidade de medida para arcos e ângulos e um sistema de coordenadas para localizar um corpo na esfera celestial (PEREIRA, 2012, pg 28)

2.2 OUTRAS ÁREAS

Hiparco de Nicéia foi fundamental para o nascimento da trigonometria mas não foi apenas nessa área em que o matemático se destacou, também teve uma grande importância para a astronomia, pois nessa área elaborou um catálogo com 850 estrelas, cálculo do tamanho da Lua, paralaxe lunar, determinação da duração do dia e do ano, o cálculo do tamanho da Lua, ele descobriu que era possível localizar pontos sobre a superfície terrestre por meio de latitude e longitude e também a precessão dos equinócios, esta última sendo sua principal descoberta (OLIVEIRA, 2015).

De acordo com Colaço e Bauab (2015) a Teoria das Zonas de Climata, formulada por Parmênides no século V a.C, foi muito importante e útil para Hiparco. Conforme Randles (1994, p.14-15), a teoria das Zonas de Climata:

[...] “dividia a esfera horizontalmente em cinco “praias”: duas geladas, logo inabitáveis, perto dos polos e, de um lado e de outro sobre o equador, a zona tórrida, também inóspita e intransponível, separando as duas zonas temperadas, as únicas suscetíveis de acolher as populações.”

Segundo Colaço e Bauab (2015) foi observando essa teoria que Hiparco percebeu que seria possível localizar qualquer ponto da superfície terrestre por meio de algumas coordenadas - latitude e longitude. Sobre as Zonas de Climata ele projetou um conjunto de linhas imaginárias que envolviam a Terra. Conforme Boorstin (1989, p.101):

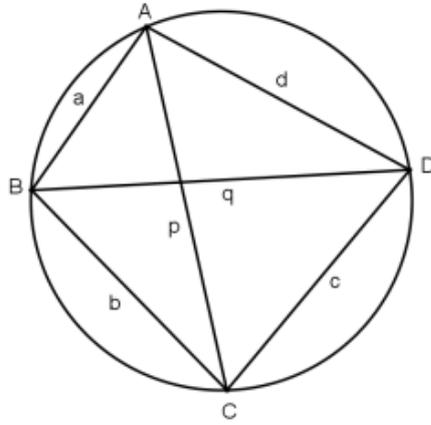
“As linhas de climata poderiam servir para mais do que descrever simplesmente regiões da Terra que receberiam a luz solar em ângulos similares. Se numeradas, proporcionariam um conjunto simples de coordenadas para situar todos os lugares da Terra.”

2.3 TEOREMA DE HIPARCO

“A razão das diagonais de um quadrilátero inscrito é igual a razão entre as somas dos produtos dos lados que concorrem com as respectivas diagonais.” (FREITAS, 2013)

$$p/q = a \cdot b + c \cdot d / a \cdot d + b \cdot c$$

Figura 2: Teorema de Hiparco



Fonte: (FREITAS, 2013)

CONCLUSÃO

Ao estudarmos a história de Hiparco de Nicéia tivemos a capacidade de analisar e concluir que seus conhecimentos foram de grande importância para o desenvolvimento da matemática.

Pela complexidade dos cálculos envolvidos e a precisão de suas respostas, fica evidenciado que suas teorias estavam corretas.

Desse modo, podemos afirmar que foi muito bom realizar o presente trabalho e que ele nos trouxe conhecimento.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ ROSS. **CARTOGRAFIA – TERRESTRE E CELESTE**. 2011. Disponível em: <<http://www.inf.ufpr.br/kunzle/disciplinas/metodologia/2011-1/Mundo.pdf>>. Acesso em: 20 abr. 2018.

BEZERRA, Adriana da Silva Velozo; ARAÚJO, Aylla Gabriela Paiva de; ARAÚJO, Andriely Iris Silva de. **O ENSINO DA TRIGONOMETRIA SUBSIDIADO POR NOVOS RECURSOS**. 2012. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/dezembro2013/matematica_artigos/artigo_bezerra_araujo.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2018.

B.BOYER, Carl. **A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA**. 2003. Disponível em: <https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/30355601/a_historia_da_matematica.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1524439676&Signature=7s8P7dMAJPt9sfdm7Sn6FIOruSo=&response-content-disposition=inline;filename=Historia_de_las_matematicas.pdf>. Acesso em: 17 abr. 2018.

BOORSTIN, D. J. **OS DESCOBRIDORES: DE COMO O HOMEM PROCUROU CONHECER-SE A SI MESMO E AO MUNDO**. Tradução de Fernanda Pinto Rodrigues. Civilização Brasileira, Rio de Janeiro, 1989.

COLAÇO, Douglas; BAUAB, Fabrício Pedroso. **A GEOGRAFIA E A CARTOGRAFIA PRODUZIDAS NA ANTIGUIDADE: A CONTRIBUIÇÃO DOS CLÁSSICOS**. 2015. Disponível em: <<http://www.uel.br/revistas/uel/index.php/geografia/article/view/23536/20550>>. Acesso em: 15 abr. 2018.

COSTA, José Roberto. **HIPARCO: Grandes feitos**. 1999. Disponível em: <<http://www.zenite.nu/hiparco/>>. Acesso em: 15 abr. 2018.

DINIZ JÚNIOR, Francisco. **TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO E APLICAÇÕES**. 2014. Disponível em: <[http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/4646/1/PDF - Francisco Diniz Júnior.pdf](http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/4646/1/PDF%20-%20Francisco%20Diniz%20J%C3%BAnior.pdf)>. Acesso em: 22 abr. 2018.

FREITAS, Vinícius Paulo de. **ALGUNS TEOREMAS CLÁSSICOS DA GEOMETRIA SINTÉTICA E APLICAÇÕES**. 2013. Disponível em: <<https://bdtd.ufam.edu.br/bitstream/tede/4780/2/Dissertação - Vinícius Paulo de Freitas.pdf>>. Acesso em: 15 abr. 2018.

OLIVEIRA, Elinelson Gomes de. **UMA ABORDAGEM DA TRIGONOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL, TENDO A HISTÓRIA COMO RECURSO DIDÁTICO**. 2015. Disponível em: <[http://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/2439/1/Uma abordagem da trigonometria no ensino fundamental, tendo a história como recurso didático.pdf](http://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/2439/1/Uma%20abordagem%20da%20trigonometria%20no%20ensino%20fundamental,%20tendo%20a%20hist%C3%B3ria%20como%20recurso%20did%C3%A1tico.pdf)>. Acesso em: 15 abr. 2018.

PEREIRA, Cícero da Silva: **APRENDIZAGEM EM TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO: Contribuições da Teoria da Aprendizagem Significativa**. Jundiaí. Paco, 2012.

RANDLES, W. G. L.. **DA TERRA PLANA AO GLOBO TERRESTRE: Uma Mutaçã**o Epistemológica Rápida (1480 - 1520). 1980. Disponível em: <<https://fpa2014.files.wordpress.com/2014/01/randles-terra-plana.pdf>>. Acesso em: 15 abr. 2018.