

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LOTES NO SEGMENTO DE
ELETRODOMÉSTICOS DE LINHA BRANCA**

FERNANDA PAULA BERGAMINI

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LOTES NO SEGMENTO DE
ELETRODOMÉSTICOS DE LINHA BRANCA**

Fernanda Paula Bergamini

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Augusto Munari Júnior

SÃO CARLOS

2019



Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Fernanda Paula Bergamini, realizada em 02/04/2019:

Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto
UFSCar

Prof. Dr. Pedro Augusto Munari Junior
UFSCar

Prof. Dr. Victor Claudio Bento de Camargo
UFTM

Profa. Dra. Franklina Maria Bragion de Toledo
USP

Profa. Dra. Deisemara Ferreira
UFSCar

Certifico que a defesa realizou-se com a participação à distância do(s) membro(s) Pedro Augusto Munari Junior e, depois das arguições e deliberações realizadas, o(s) participante(s) à distância está(ao) de acordo com o conteúdo do parecer da banca examinadora redigido neste relatório de defesa.

Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto

À minha família, razão do meu existir.

AGRADECIMENTOS

À **Deus**, por me dar saúde e sabedoria para suportar os desafios da vida.

À minha família que em mim sempre depositou confiança. Aos meus pais **José Luis e Zilda**, aos meus irmãos **Gabrielle, Gracielle e Junior**, e aos meus sobrinhos **Larissa e Neto** que em mim acreditaram, me apoiaram, me aconselharam e me proporcionaram a oportunidade de realizar mais essa conquista na minha vida.

Agradeço em especial à minha **Mãe** que foi, é, e sempre será a minha maior inspiração de vida, sem ela nada disso seria possível. Você sempre será o meu exemplo de fé, generosidade, honestidade e perseverança. Obrigada minha guerreira por ter existido na minha vida, e hoje, por ser o meu anjo da guarda aí no céu!

Ao meu parceiro e grande amigo **Helder** um agradecimento mais do que especial, pois ele foi a minha força e motivação nos momentos de pressão do dia a dia na conciliação do trabalho e os estudos. Obrigada por depositar em mim tanta confiança para ultrapassar as barreiras da vida. Você foi muito importante para mim nessa conquista!

Ao Professor **Dr. Pedro Augusto Munari Junior**, meu orientador, a quem eu devo essa oportunidade. A ele, meu profundo agradecimento pela confiança em mim depositada, e minha imensa admiração pelos valiosos ensinamentos, incentivos e apoio. Você é um grande exemplo de profissional ético, competente, generoso, e muito responsável. Obrigada por ter sido o meu orientador!

Aos Professores **Dr. Reinaldo Morabito Neto, Dr. Victor Claudio Bento de Camargo, Dra. Franklina Maria Bragion de Toledo e Dra. Deisemara Ferreira**, por fazerem parte da banca examinadora, e terem contribuído para a qualificação da minha dissertação.

Aos **Funcionários do DEP-UFSCar**, Robson, Lucas e Fabrício, pelas informações e suporte fornecido e por ter facilitado a minha vida acadêmica.

À empresa por me permitir realizar esse trabalho.

E por fim, gostaria de fazer um agradecimento especial ao **Carlos Silveira** que me incentivou a realizar o mestrado com o intuito de solucionar um problema identificado na empresa, e também ao meu chefe **José Machado** que me proporcionou condições e tempo para que eu pudesse realizar esse trabalho.

“Sem sonhos, a vida não tem brilho. Sem metas, os sonhos não têm alicerces. Sem prioridades, os sonhos não se tornam reais. Sonhe, trace metas, estabeleça prioridades e corra riscos para executar seus sonhos. Melhor é errar por tentar do que errar por se omitir”

Augusto Cury

Resumo. Neste trabalho, aborda-se a otimização da programação da produção de eletrodomésticos no segmento de linha branca. As principais características do processo produtivo estudado são o limite máximo de quebras de lote em cada período; as múltiplas linhas paralelas com velocidades distintas não-relacionadas e que variam de acordo com o tipo de produto; os múltiplos recursos com múltiplos tipos de produto; e as restrições de capacidade do processo de fabricação e da disponibilidade de horas produtivas. Tais características são motivadas pelo estudo de um caso real de uma empresa que atua no segmento de linha branca. São investigados novos modelos de otimização para representar os problemas de dimensionamento e de sequenciamento de lotes de produção do caso estudado, de modo a minimizar os tempos de processamento e reduzir a quantidade de fracionamento de lotes na produção, atendendo à demanda previamente conhecida. As decisões de dimensionamento e sequenciamento de lotes são tratadas de forma independente, devido à complexidade da situação abordada. Os resultados de testes computacionais com instâncias baseadas em dados reais mostram que as abordagens de otimização propostas, tanto para o dimensionamento de lotes de produção, quanto para o sequenciamento desses lotes, apresentaram boas soluções para o caso em estudo. Nos experimentos realizados, foi possível reduzir os tempos de processamento da produção, que era o principal objetivo, além de se verificar oportunidades de ganho de produtividade com a implantação dos modelos propostos. Cabe ressaltar que a motivação para este trabalho surgiu de uma dificuldade da empresa em atender à entrega programada. Para resolver essa dificuldade, a diretoria decidiu buscar por uma colaboração entre a fábrica e a universidade para encontrar uma estratégia de solução adequada. Assim, esse trabalho também permite a redução da lacuna entre teoria e prática por meio de um estudo de caso real, contribuindo para a aproximação entre academia e indústria.

Palavras chaves: Pesquisa Operacional. Dimensionamento de lotes. Sequenciamento de lotes. Planejamento e Controle de Produção. Programação da produção. Linha branca.

Abstract. In this work we address the optimization of the production of household appliances in a white line segment. The main characteristics of this production process are maximum number of lot breaks per time period; production lines in parallel and with different speeds that vary according to the type of product; the multiple capabilities with multiple product models; and capacity constraints in the manufacturing process and availability of productive hours. Such characteristics are motivated by the real case of a company that operates in the white line segment. We investigate new optimization models to represent the problem of sizing and sequencing of production batches for the white line segment, in order to minimize the processing time of the production and reduce the amount of batch fractionation in production, meeting the demand request. The decisions are treated independently, due to the complexity of the actual situation studied. The results of computational tests with instances based on actual data show that the proposed optimization approaches, both for the production batch sizing and for the sequencing of these batches, presented good solutions for the case under study. In the experiments carried out, it was possible to reduce the processing time of the production, which was the main objective, besides the opportunity to gain productivity with the implementation of the models proposed. It should be noted that the motivation for this work arose from a difficulty of the company to meet the scheduled delivery. To solve this difficulty, the executive board decided to create a collaboration between the factory and the university to find an adequate solution strategy. Thus, this work also allows the reduction of the gap between theory and practice through a real case study, contributing to the approximation between academia and industry.

Keywords: Operations Research. Lot sizing. Planning and production control. Scheduling production. White goods lines.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Atendimento ao cronograma de entrega Ano 1	16
Figura 2 – Atendimento ao cronograma de entrega Ano 2	17
Figura 3 – Equilíbrio entre atividades de planejamento e controle de longo, médio e curto prazo.....	22
Figura 4 – Níveis hierárquicos do PCP.....	24
Figura 5 – Conceito de hierarquia de decisões de planejamento	25
Figura 6 – Evolução Industrial	26
Figura 7 – Processo de planejamento da empresa em estudo.....	37
Figura 8 – Fluxograma de Processo da empresa em estudo	38
Figura 9 – Exemplo de funcionamento das variáveis de decisão x_i , y_i , z_i e w_i	47
Figura 10 – Exemplo de funcionamento das variáveis de decisão em duas linhas paralelas	47
Figura 11 – Exemplo de alteração da velocidade quando $v_j > v_i$	53
Figura 12 – Exemplo de alteração da velocidade quando $v_i > v_k$	54
Figura 13 – Exemplo de desdobramento do sequenciamento por período.....	69

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Trabalhos abordando os modelos CLSD e GLSP na literatura, nos últimos 10 anos.....	33
TABELA 2 – Configuração de produtos da empresa em estudo	58
TABELA 3 – Recurso de produtos e capacidades máximas de produção da empresa em estudo	58
TABELA 4 – Número de elementos dos conjuntos nas instâncias criadas para os testes computacionais.....	59
TABELA 5 – Tempo total de processamento da produção referente ao planejamento realizado pela empresa e às soluções ótimas para cada instância, no Experimento I a VI	60
TABELA 6 – Resultados detalhados dos experimentos para a instância A.....	61
TABELA 7 – Resultados detalhados dos experimentos para a instância B.....	61
TABELA 8 – Resultados detalhados dos experimentos para a instância C.....	61
TABELA 9 – Comparação do dimensionamento das demandas de lavadoras.....	62
TABELA 10 – Comparação do dimensionamento das demandas de fogões	63
TABELA 11 – Resultados da instância A para os Experimentos VII a IX, correspondentes a diferentes valores de H.....	64
TABELA 12 – Resultados da instância B para os Experimentos VII a IX, correspondentes a diferentes valores de H.....	64
TABELA 13 – Resultados da instância C para os Experimentos VII a IX, correspondentes a diferentes valores de H.....	64
TABELA 14 – Resultado das funções objetivo para as instâncias D e E em cada experimento	65

TABELA 15 – Resultado das funções objetivo para os experimentos da instância D ..	66
TABELA 16 – Resultado das funções objetivo para os experimentos da instância E...	66
TABELA 17 – Plano mestre de produção para a Linha 2	67
TABELA 18 – Sequenciamento de três dias de produção da linha 2 com dados definidos pela empresa em estudo	68
TABELA 19 – Matriz de preparação Linha 2 dia 1	70
TABELA 20 – Matriz de preparação Linha 2 dia 2.....	70
TABELA 21 – Matriz de preparação Linha 2 dia 3.....	71
TABELA 22 – Comparação da sequência real vs sequência do Experimento dia 1	72
TABELA 23 – Sequência de produção ótima obtida no dia 1	73
TABELA 24 – Comparação dos resultados dos experimentos com o SLVDS vs sequenciamento da empresa em estudo	73

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

PO	Pesquisa Operacional
PCM	Planejamento e Controle de Materiais
PCP	Planejamento e Controle de Produção
TT	<i>Takt Time</i> – Tempo de Ciclo
SKU	<i>Stock Keeping Unit</i> - Unidade de Controle de Estoque
FIFO	<i>First In First Out</i> – primeiro a entrar e primeiro a sair
LIFO	<i>Last In First Out</i> – último a entrar e primeiro a sair
S&OP	<i>Sales and Operations Planning</i> – Planejamento de Vendas e Operações
ERP	<i>Enterprise Resource Planning</i> – Planejamento dos Recursos da Empresa

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	8
LISTA DE TABELAS	9
LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS	11
1 INTRODUÇÃO.....	14
1.1 Justificativa.....	15
1.2 Objetivos	18
1.3 Método de pesquisa	19
1.4 Organização do trabalho.....	19
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
2.1 Planejamento e Controle de Produção – Visão Geral	21
2.2 Pesquisa Operacional e suas abordagens.....	26
2.3 Problemas de dimensionamento de lotes	28
2.4 Problemas de sequenciamento de lotes	30
2.5 Problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes integrados	32
3 CARACTERIZAÇÃO DO CASO REAL.....	36
3.1 A empresa do segmento de linha branca.....	36
3.2 Definição do escopo do problema	41
4 MODELAGEM MATEMÁTICA	43
4.1 Modelo de dimensionamento de lotes de produção em máquinas paralelas com fracionamento limitado.....	43
4.2 Modelo de sequenciamento de lotes de produção com velocidades dependentes da sequência.....	50
5 RESULTADOS	57

5.1	Problema de dimensionamento de lotes de produção em máquinas paralelas com fracionamento limitado	57
5.1.1	Análise de diferentes limites de fracionamento de lote por período	59
5.1.2	Análise de diferentes valores para o parâmetro de penalidade H	63
5.1.3	Análise de diferentes tamanhos do horizonte de tempo.....	65
5.2	Problema de sequenciamento de lotes de produção com velocidades dependentes de sequência.....	67
6	CONCLUSÕES E PESQUISAS FUTURAS	74
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	76
	APÊNDICE 1 – Tabela de produtos, Recursos, Linhas, <i>Takt Time</i> e Demandas	89
	APÊNDICE 2 – Resultados dos experimentos para as instâncias A, B e C com tolerância de otimalidade de 0.0001	89
	APÊNDICE 3 – Código-fonte do modelo DLMPF em linguagem GMPL	90
	APÊNDICE 4 – Código-fonte do modelo SLVDS em linguagem GMPL	95

1 INTRODUÇÃO

Em um mercado globalizado como o da atualidade, percebe-se um crescimento da pressão sobre as empresas, ocasionado por um aumento da competitividade devido a um cenário econômico nacional instável.

O segmento de mercado conhecido como linha branca está sendo muito impactado com a alta sazonalidade do mercado e o crescente lançamento de produtos em um curto espaço de tempo, aliado à tendência de grande número de opcionais exigido pelos consumidores, que implica em uma enorme variação na demanda do volume produtivo.

Mediante esse cenário econômico, as empresas desse segmento buscam por soluções para minimizar seus custos operacionais, principalmente focando na redução dos custos que compõem o produto (custos com matéria-prima, custos logísticos, impostos, marketing, processo produtivo, entre outros). Assim, produzir de forma otimizada pode ser uma das melhores soluções para manter-se competitivo nesse mercado, sobretudo em épocas de crise financeira e política em que a inflação e os juros aumentam significativamente. Por consequência, a importância em se ter um planejamento eficiente nos três níveis hierárquicos (estratégico, tático e operacional) se torna cada vez mais relevante. Para se colocarem à frente dos concorrentes nessa disputa, uma medida de sucesso que as empresas do segmento têm tomado é atuar fortemente nos níveis táticos e operacionais.

O presente trabalho foca em resolver um problema no nível tático-operacional, atuando na otimização da produção de fogões e de lavadoras de roupas em um processo com múltiplas linhas paralelas, com velocidades distintas e não-relacionadas, múltiplos recursos, múltiplos tipos de produtos e restrições de capacidade do processo produtivo. Tais características são motivadas pelo caso real de uma empresa que atua no segmento de linha branca e, de modo a contornar suas dificuldades no processo produtivo, decidiu colaborar com essa pesquisa. Não foi encontrado na literatura nenhum trabalho que aborde as especificidades da situação em estudo, havendo assim uma lacuna a respeito de estratégias de solução neste contexto. Isso faz com que esse trabalho se diferencie

de outros trabalhos da literatura e possa contribuir com o estado da arte, além de criar novas oportunidades competitivas para a empresa em estudo e similares.

A situação da empresa foi abordada por meio de dois problemas que possuem uma relação hierárquica entre si. O primeiro aborda o dimensionamento de lotes de produção, cobrindo características específicas da empresa, de modo a atender a uma demanda estimada para cada produto, otimizando os tempos de processamento da produção. As características principais desse problema e que o diferencia dos demais da literatura consistem em linha paralelas com diferentes velocidades, recursos compartilhados por diferentes tipos produtos e limite máximo de fracionamento de lote em cada período. O segundo problema abordado trata do sequenciamento de lotes de produção, também incorporando características particulares da empresa, como a velocidade da linha de produção dependente do tipo de item em processamento. Tal característica faz com que os tempos de processamento de um lote sejam dependentes da sequência de produção. O sequenciamento foi realizado através dos dados extraídos do dimensionamento de uma das linhas de lavadoras e comparado ao resultado da empresa. Para modelar e solucionar ambos os problemas, foi utilizada uma abordagem baseada em Pesquisa Operacional (PO), que busca a tomada de decisão eficiente, de forma a conseguir atender às expectativas dos clientes e as demandas do mercado (ARENALLES *et al.*, 2007).

Durante essa pesquisa, foram realizadas várias visitas a uma fábrica de grande porte que produz lavadoras e fogões, visando o entendimento e a contextualização dos problemas de dimensionamento e de sequenciamento da produção. Foram observados e analisados todos os processos junto aos colaboradores, coletando-se dados reais para avaliação das abordagens aqui propostas.

1.1 Justificativa

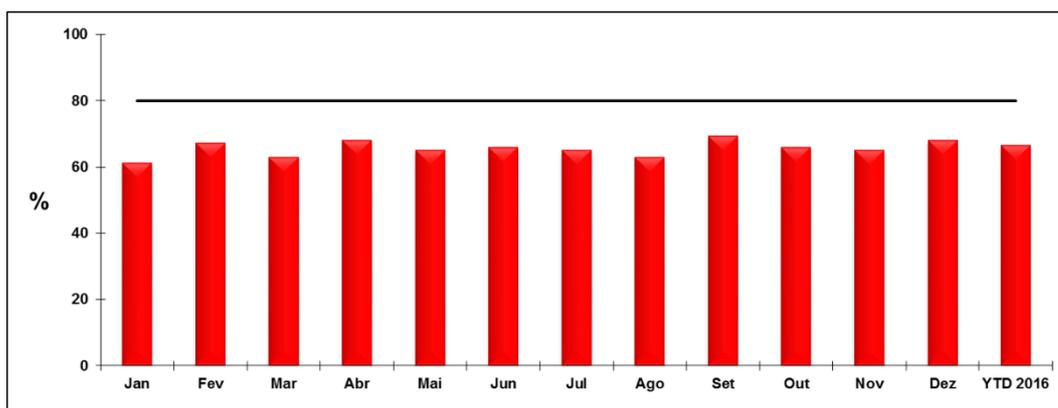
Com a alta sazonalidade de demanda e a alta variedade de produtos, as empresas precisam planejar e programar sua produção de modo a atender a demanda de produção flexível às mudanças do mercado, bem como obter soluções viáveis do

ponto de vista da capacidade disponível e do atendimento dos prazos de entrega (TOSO; MORABITO, 2005).

Tipicamente, no mercado do segmento de linha branca, a demanda varia muito entre os períodos do ano (sazonalidade), observando-se alta demanda no primeiro e quarto trimestres e baixa demanda no segundo e terceiro trimestres. Para ajustar a capacidade produtiva às oscilações na demanda, algumas empresas adotam a estratégia de utilizar horas extras nos períodos de alta demanda, deixando a capacidade instalada para o segundo e terceiro trimestre, ao invés de carregar estoques de um período para outro eliminando assim o custo com estoque. Cabe salientar que esta decisão precede as decisões de planejamento e programação de lotes (TOSO; MORABITO; CLARK, 2008).

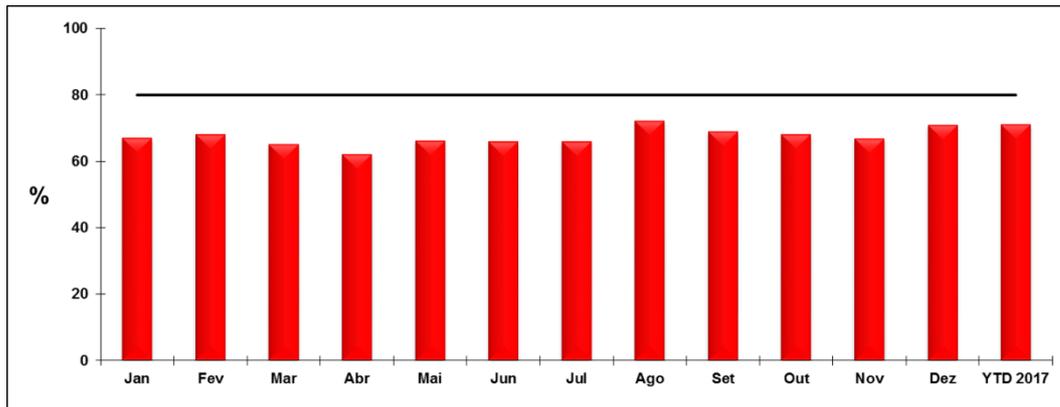
Esse trabalho surgiu em 2016, devido a uma dificuldade de uma fábrica em atender o cronograma de entrega das demandas programadas mensalmente nos últimos 2 anos. Mesmo com a realização de horas extras, a empresa não conseguia atender 80% (meta) da demanda programada por mês, conforme ilustrado nos gráficos das Figuras 1 e 2, e como alternativa para solucionar esse problema, a diretoria da fábrica decidiu criar uma aproximação com a universidade para encontrar uma estratégia de solução que pudesse apoiar a tomada de decisão envolvendo essa situação.

Figura 1. Atendimento ao cronograma de entrega Ano 1.



Fonte: Elaborado pela autora (2017).

Figura 2. Atendimento ao cronograma de entrega Ano 2.



Fonte: Elaborado pela autora (2017).

Segundo Lachtermacher (2009), os modelos simbólicos ou matemáticos de Pesquisa Operacional são os mais utilizados em uma modelagem de situações gerenciais em que as grandezas são representadas por variáveis de decisão, e as relações entre elas por expressões matemáticas. O intuito é abordar problemas complexos, que requerem alocações eficientes de recursos escassos e permitir modelar, analisar e solucionar um grande número de situações encontradas atualmente nas empresas, proporcionar soluções efetivas para apoiar a tomada de decisão e, conseqüentemente, gerar melhor rentabilidade dos produtos.

A empresa em que foi inspirado esse caso em estudo não possui um sistema baseado em técnicas de otimização para apoio à elaboração do planejamento e da programação da produção, sendo realizada manualmente por meio de planilhas eletrônicas (Microsoft Excel). Assim, é feita com base na experiência do tomador de decisão, sem o auxílio de nenhuma ferramenta computacional especializada.

Analisando a literatura científica de problemas de planejamento e programação da produção, percebe-se que existem vários trabalhos em setores distintos, porém ainda é escasso o enfoque no setor de eletrodomésticos, em específico de linha branca com diferentes velocidades e fracionamentos de lotes de produção. Com base nisso, este trabalho pode contribuir no sentido prático e teórico para o estado da arte da literatura relacionada. No sentido prático, espera-se contribuir com o desenvolvimento de estratégias de solução formais que apoiem a tomada de decisões em uma empresa real;

e no sentido teórico, com o estudo de problemas de dimensionamento e de sequenciamento de lotes com características específicas, por meio do desenvolvimento de novos modelos matemáticos que representem o problema em um setor pouco explorado na literatura. Por fim, esse trabalho também proporciona a interação entre a universidade e a indústria, o que tem sido bastante estimulado por iniciativas de ambos os lados na atualidade.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo principal estudar, desenvolver, implementar, analisar e validar modelos de otimização (programação matemática), que busquem determinar uma melhor solução para apoiar a tomada de decisão, envolvendo o dimensionamento e o sequenciamento de lotes de produção, baseando-se em características e dados relevantes coletados na empresa, para o caso real em estudo no setor de eletrodomésticos no segmento de linha branca. Associado a esse objetivo principal, tem-se as seguintes atividades/etapas:

- I. Estudar o processo produtivo de uma empresa de eletrodomésticos de linha branca baseando-se nos dados obtidos nas visitas realizadas ao longo do período da pesquisa em uma das fábricas da empresa estudada.
- II. Definir e implementar modelos matemáticos que apoiem a tomada de decisão em contextos de dimensionamento e sequenciamento de lotes da produção.
- III. Verificar se essas abordagens propostas são efetivas para resolver os problemas de dimensionamento e de sequenciamento da produção de um caso real em uma fábrica do segmento de linha branca e que se diferencia de outros da literatura.
- IV. Analisar e comparar o impacto de se usar as soluções obtidas com o uso dos modelos de otimização em relação às praticadas pela empresa, baseando-se em dados reais fornecidos pela empresa.

1.3 Método de pesquisa

Esta pesquisa é classificada como quantitativa do ponto de vista da forma de abordagem do problema (SILVA; MENEZES, 2005). Foi utilizada a metodologia de Modelagem e Simulação da Pesquisa Operacional, por meio da elaboração de modelos matemáticos e suas resoluções usando um *software* de otimização de propósito geral. De acordo com Cauchick *et al.* (2010), essa modalidade permite que o pesquisador delineie experimentos de forma a testar o relacionamento entre as variáveis de pesquisa operacionalizadas das hipóteses e manipule as variáveis independentes, estabelecendo níveis para elas, e observe o resultado na variável dependente.

Além disso, foi utilizada também a metodologia de Estudo de Caso, classificada como qualitativa, para o levantamento de dados do estudo do funcionamento da empresa e seus processos, coleta e análise de dados reais, permitindo a utilização dos mesmo para a realização de testes computacionais, seguida da comparação da solução real com a solução dos modelos de otimização.

1.4 Organização do trabalho

Este trabalho está estruturado em seis capítulos:

- ✓ Capítulo 1: corresponde a esta introdução, onde são expostos os objetivos, a justificativa e o método de pesquisa;
- ✓ Capítulo 2: é feita uma revisão bibliográfica sobre os problemas de dimensionamento e de sequenciamento de lotes e problemas relacionados;
- ✓ Capítulo 3: é apresentada a descrição do processo de produção de linha branca (fogões e lavadoras de roupas) da empresa estudada, as suas peculiaridades e o delineamento do problema aqui pesquisado;
- ✓ Capítulo 4: apresenta a modelagem matemática dos problemas relacionados a este estudo;

-
- ✓ Capítulo 5: são apresentados os resultados e análises dos experimentos computacionais com os modelos propostos, usando os dados reais da empresa, com o objetivo de testar a consistência desses modelos e comparar as soluções obtidas com os resultados praticados pela empresa. Cabe salientar que os dados fornecidos pela empresa foram distorcidos para proteger os interesses da mesma, mantendo-se a consistência da análise;
 - ✓ Capítulo 6: traz as conclusões e perspectivas para pesquisas futuras.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, apresenta-se a revisão da literatura que fundamentou teoricamente este trabalho. Inicialmente, é apresentada uma visão geral do Planejamento e Controle de Produção (PCP), caracterizado como um sistema integrado de informações, por intermédio de uma abordagem hierárquica, que abrange a visão de longo e curto prazo, com detalhamento das atividades que são desenvolvidas em cada etapa e das decisões envolvidas.

Na sequência, são descritas as principais abordagens envolvendo modelos e métodos matemáticos que apoiam a tomada de decisão, dentro do escopo da abordagem de modelagem da Pesquisa Operacional (PO).

Por fim, são abordados os trabalhos recentes e relevantes sobre problemas de dimensionamento e de sequenciamento de lotes de produção identificados na revisão da literatura e que foram importantes para o desenvolvimento e a aplicação da estratégia de solução obtida para o caso real estudado nesse trabalho.

2.1 Planejamento e Controle de Produção – Visão Geral

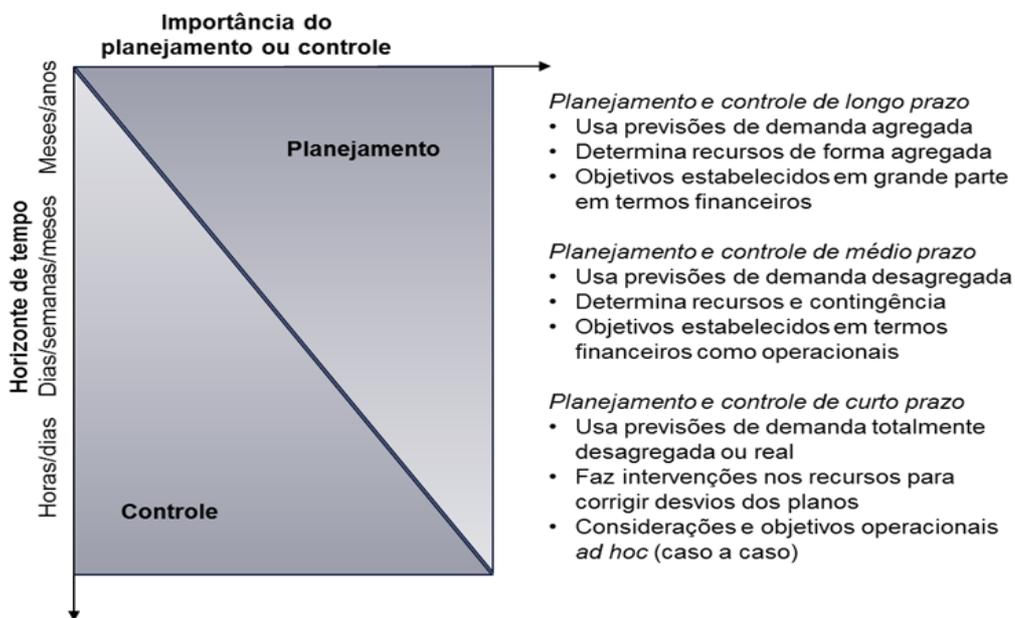
O PCP é essencial para o sucesso de uma empresa do setor industrial. A principal finalidade é programar a produção com base na previsão de vendas estipulada pelo mercado e na capacidade produtiva disponível na empresa. Com esses dois pontos analisados, o PCP define o dimensionamento e a programação das máquinas, das matérias-primas e da mão de obra para extrair desse conjunto de recursos um resultado de produção que seja compatível com a sua capacidade de produção e com a previsão de vendas definida, descontando eventuais estoques (CHIAVENATO, 1991).

Segundo Pereira e Erdmann (1998), o PCP é um sistema de informações que gerencia a produção, desde a obtenção e concepção dos dados de planejamento até a

sua utilização no dia-a-dia, mediante a adoção de regras para o seu funcionamento, visando comandar o processo produtivo.

Considerando que uma operação deve seguir continuamente para atender as flexibilidades descritas acima, o PCP ocupa-se de gerenciar as atividades da operação produtiva de modo a conciliar o que o mercado requer e o que as operações podem fornecer, variando em importância conforme a proximidade da data do evento, como mostra a Figura 3.

Figura 3. Equilíbrio entre atividades de planejamento e controle de longo, médio e curto prazo.



Fonte: retirada de Slack; Chambers; Johnston (2009, p. 284).

De acordo com Slack, Chambers e Johnston (2009), planejamento é a formalização das expectativas do que se pretende que aconteça em um determinado momento do futuro, e controle é lidar com as variações que podem acontecer, possibilitando ajustes que permitam que a operação atinja os objetivos estabelecidos no planejamento.

Segundo Pereira e Erdmann (1998), o PCP tem a função de gerenciar a produção do ponto de vista das quantidades a serem elaboradas, de cada tipo de bem ou serviço

considerando o tempo necessário para a sua execução. Esse sistema é acionado mediante as informações geradas pelo cliente, e a partir dos tipos de produtos e quantidades, definem-se as ações junto aos recursos de produção e quando deverá ser produzido. Após a geração do produto, e de forma sistemática, é realizado o controle das operações e proporciona-se *feedback* aos agentes de produção e ao próprio PCP, caracterizando um sistema integrado de informações.

Para Fernandes e Godinho (2010), as atividades de decisão de quando produzir, comprar e entregar, além de quem e/ou onde e/ou como produzir, são imprescindíveis para o funcionamento de qualquer empresa e estão diretamente ligadas às decisões de planejamento que são cruciais para definir o futuro, tais como: subsidiar decisões na elaboração de contratos de fornecimento; planejamento da capacidade de médio prazo; subcontratação; terceirização; política de horas extras e bancos de horas; contratações e demissões no médio prazo; aquisições de novos equipamentos; desativação de equipamentos.

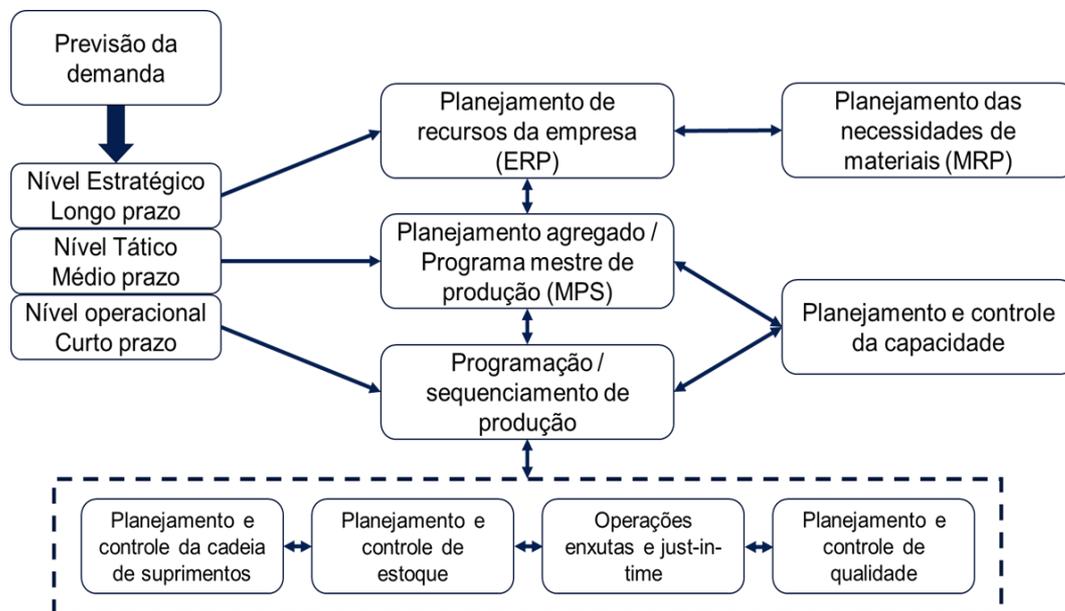
Segundo Johnson e Montgomery (1974), as decisões de PCP são divididas em três níveis hierárquicos com tipos de decisões em tempos diferentes: estratégico (decisões de longo prazo), tático (decisões de médio prazo) e operacional (decisões de curto prazo).

O planejamento no nível estratégico está relacionado ao mais alto nível de tomada de decisão, onde são definidos os objetivos globais da empresa e os recursos necessários para implementar as metas ao longo dos anos. Um exemplo de planejamento estratégico na empresa é o plano master com as decisões estratégicas dos próximos cinco anos.

No nível tático, são detalhadas as decisões para fazer cumprir as metas estabelecidas no nível estratégico. O plano mestre da produção é realizado nesse nível de planejamento a médio prazo, sendo que normalmente são considerados os próximos seis meses a um ano, e por meio do dimensionamento dos lotes são definidos os produtos a serem produzidos em cada um desses períodos. As decisões dentro desse nível se tornam mais difíceis à medida que os processos se tornam mais complexos, envolvendo múltiplos estágios, alta variedade de produtos, múltiplas máquinas, demandas sazonais e outras restrições que impactam a tomada de decisão.

Já no nível operacional, são tomadas as decisões de chão de fábrica, as decisões de curto prazo, das próximas semanas ou dias, normalmente dentro do mês corrente. Essas decisões estão mais ligadas ao controle e execução do planejamento que foi definido no plano tático e estão associadas à programação e sequenciamento de produção, controle de qualidade, gerenciamento de estoque, entre outras atividades típicas do dia a dia da operação. A Figura 4 ilustra os níveis hierárquicos do PCP com suas respectivas tomadas de decisões.

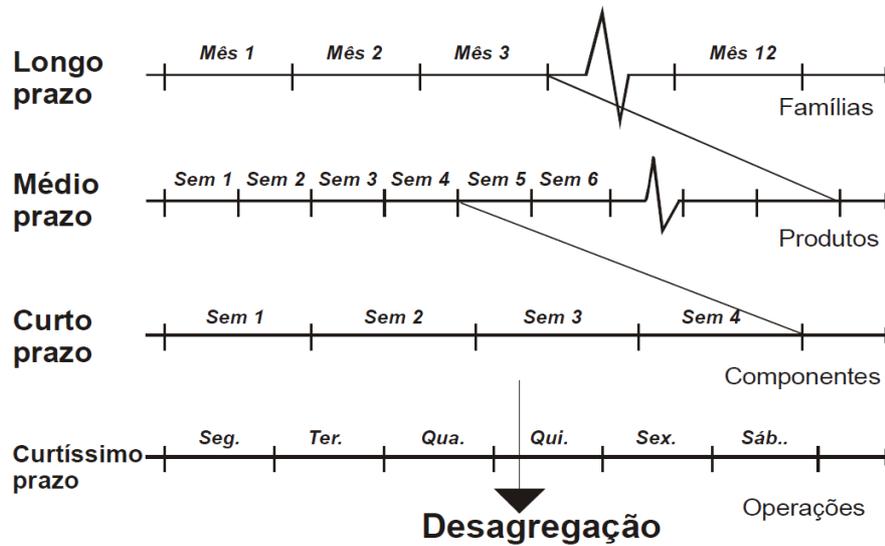
Figura 4. Níveis hierárquicos do PCP.



Fonte: adaptado de Slack (2002).

Corrêa e Giansesi (2009) destacam a necessidade do uso do conceito de hierarquia dos processos de planejamento para auxiliar nas tomadas de decisões em relação aos sistemas de produção. Decisões estratégicas são as que têm maior relevância, pois são as mais difíceis de reverter e, uma vez tomadas, passam a representar restrições às alternativas de decisão de menor relevância. Portanto, decisões maiores vão hierarquicamente restringindo as decisões menores, e devem ser respeitadas para que haja coerência entre os níveis de planejamento. O conceito de hierarquia de decisões de planejamento está ilustrado na Figura 5.

Figura 5. Conceito de hierarquia de decisões de planejamento.

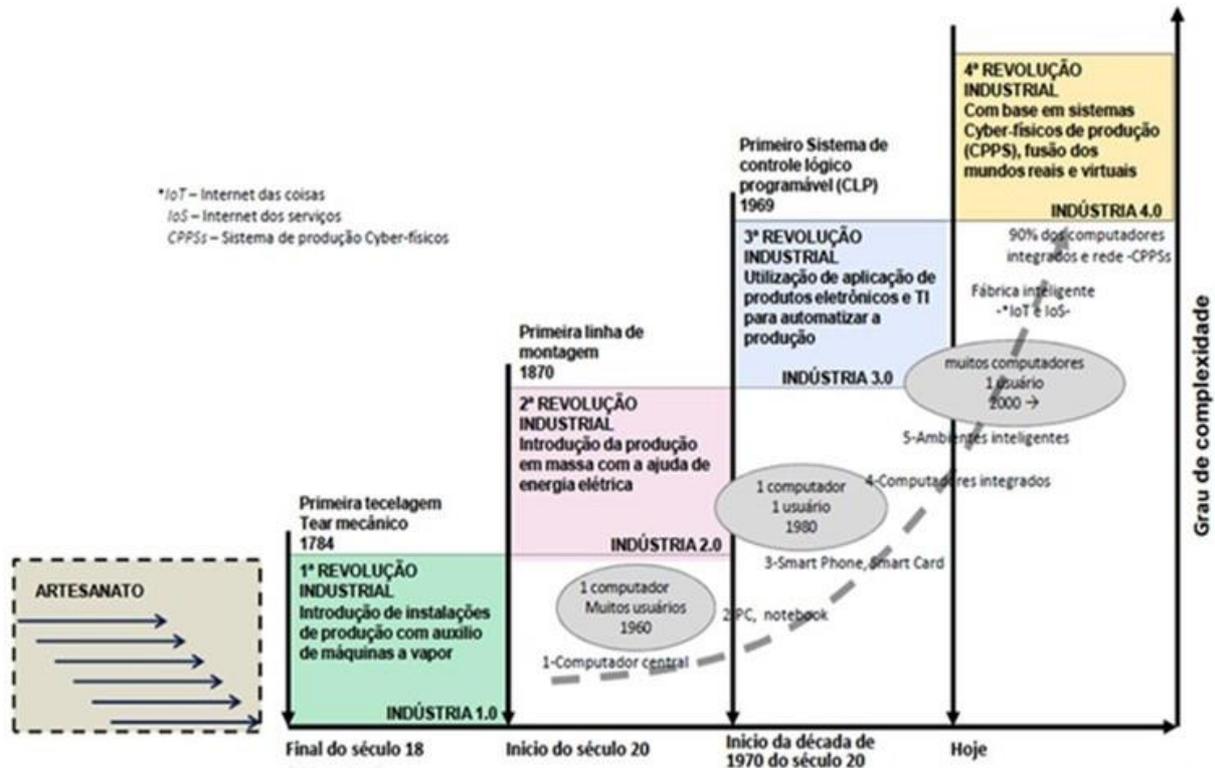


Fonte: Correa, Giansesi e Caon (2001)

De acordo com Fernandes e Godinho (2010), a partir de meados do século XX, transformações no ambiente competitivo começaram a ocorrer. Os consumidores ficaram cada vez mais exigentes, buscando maior variedade e menor custo com a melhor qualidade; a disputa de mercado com produtos estrangeiros tornou-se inevitável; o mercado tornou-se heterogêneo e a competição assumiu um nível global; surgiram os avanços da tecnologia da informação; a redução dos ciclos de vida dos produtos; a proliferação de novos produtos, novos processos de manufatura e novas tecnologias de produtos; as modificações na cultura do trabalhador, nos aspectos demográficos e sociológicos do trabalho; e as constantes alterações nos custos relacionados a produção, com base nas despesas gerais, nos custos de capital, nos custos de materiais e mão-de-obra direta aumentando. Podemos vincular essas transformações com a evolução industrial, conforme Figura 6.

Agilidade e flexibilidade tornaram-se uma das maiores virtudes da manufatura no momento, pois a turbulência do mercado, os concorrentes ágeis e os rápidos desenvolvimentos em tecnologia fizeram com que a administração da manufatura revisasse seus conceitos e habilidades de modificar o que faz e como faz, buscando ter operações mais flexíveis (SLACK, 1993).

Figura 6. Evolução Industrial.



Fonte: adaptado de KAGERMANN, WAHLSTER e HELBIG (2013).

Levando em consideração essas transformações de ambiente competitivo e a evolução industrial, esta pesquisa se baseia na teoria já existente na área de PCP e aborda a prática com ênfase nas abordagens dos modelos e métodos matemáticos para o dimensionamento e o sequenciamento de lotes de produção, utilizando-se de métodos científicos que apoiam na tomada de decisão, sob a perspectiva da Pesquisa Operacional (PO).

2.2 Pesquisa Operacional e suas abordagens

A PO iniciou-se durante a Segunda Guerra Mundial e seu uso tem crescido desde então. Atualmente, sua aplicação é considerada como essencial em análises e

resoluções de problemas envolvendo como planejar e coordenar as operações em uma organização (Hillier e Lieberman, 2006; Taha, 2008; Lachtermacher, 2009).

De acordo com Arenales *et al.* (2007), a denominação Pesquisa Operacional é comumente motivo de críticas e reflexões, pois não revela a abrangência da área e pode dar a falsa impressão de estar limitada à análise de operações. Para alguns autores, PO significa abordagem científica para tomada de decisões, que procura determinar como melhor projetar e operar um sistema usualmente sob condições que requerem a alocação de recursos escassos. Arenales *et al.* (2007) disse também, que a PO também tem sido chamada de ciência e tecnologia de decisão, onde a ciência está relacionada às ideias e processos para articular e modelar problemas de decisão por meio de métodos matemáticos para otimizar sistemas numéricos que resultam quando se usam dados nos modelos. Já a tecnologia está relacionada a ferramentas de *software* e *hardware* para coletar, comunicar e organizar dados usando-os para gerar e otimizar modelos para reportar resultados. Assim, a PO está se tornando um importante elemento nas metodologias de tecnologias da informação.

Uma forma de se sintetizar as fases usuais de um estudo em PO é a seguinte (HILLIER; LIEBERMAN, 2006): primeiramente, deve-se definir o problema e coletar dados; em seguida, formular um modelo matemático para representar o problema, desenvolver um procedimento computacional a fim de derivar soluções para o problema a partir do modelo, testar o modelo e aprimorá-lo conforme necessário; e finalmente preparar-se para a aplicação contínua do modelo conforme prescrito pela gerência.

A modelagem matemática tem como finalidade descrever um problema real, a ser resolvido por meio de representações algébricas, relações e funções que identificam as diferentes condições do problema, formulando-se um modelo abstrato. Neste processo de construção do modelo, definem-se as variáveis e as relações matemáticas entre essas variáveis como limitantes e/ou restrições e uma (ou várias) função(ões), ou critério(s) de decisão, chamado de função(ões) objetivo.

Segundo Arenales *et al.* (2007), existem vários tipos de modelos matemáticos, dentre eles, os modelos de otimização linear inteira mista, que têm sido amplamente utilizados na prática, inclusive em situações reais envolvendo o planejamento e controle

da produção, e também é comum encontrarmos esses modelos representando subproblemas de casos mais complexos.

2.3 Problemas de dimensionamento de lotes

Os problemas de dimensionamento de lotes são importantes no planejamento e controle da produção, pois têm como objetivo planejar a quantidade de itens a serem produzidos em cada período ao longo de um horizonte de planejamento, de modo a atender à demanda respeitando-se os recursos disponíveis e minimizando os custos ou maximizando a contribuição ao lucro (JOHNSON; MONTGOMERY, 1974). O horizonte de planejamento, ou seja, o intervalo de tempo que o plano de produção deve compreender as decisões da produção, incluindo estocagem e preparações, pode ser finito ou infinito, contínuo ou discreto.

Os problemas de dimensionamento de lotes podem ser classificados de várias formas, pode ser em relação ao número de itens (único item ou multi-itens); em relação ao número de máquinas (mono ou multi-máquinas); em relação aos parâmetros (estático ou dinâmico, determinístico ou estocástico); em relação ao número de níveis ou estrutura dos itens produzidos (único nível ou multi-níveis); em relação a restrições de capacidade e recursos (capacitado ou não-capacitado); entre outros que podem ser encontrados em Karimi *et al.* (2003) e Suerie (2005).

Os primeiros estudos em planejamento da produção no que se refere ao dimensionamento de lotes iniciaram em 1913 com o modelo em tempo contínuo de dimensionamento do lote econômico (EOQ – Economical Order Quantity) sem restrições de capacidade, demanda considerada estacionária e horizonte de planejamento infinito (DREXL; KIMMS, 2013).

Um passo diferente foi feito a partir dos pressupostos do modelo EOQ para condições dinâmicas de demanda que pode ser visto como um problema de caminho mínimo (Wagner-Whitin, 1958). O problema assume um horizonte de planejamento finito que é subdividido em vários períodos discretos. A demanda é dada por período e pode

variar com o tempo, os limites de capacidade não são considerados, podendo ser considerado um problema de nível único e com único item.

Nas últimas décadas, vários modelos foram propostos para solucionar os diferentes tipos de problemas de dimensionamento de lotes. Existem problemas do tipo *small bucket*, quando o período é relativamente curto e somente um item ou dois no máximo podem ser produzidos em cada período, e *big bucket*, quando o período de tempo é longo o suficiente para produzir múltiplos itens em cada período com restrição de capacidade.

Fleischmann (1994) apresenta uma maior discussão do problema discreto de dimensionamento de lotes de produção, com custo de preparação (*setup*) dependente da sequência. Outro artigo sobre custos de preparação dependentes da sequência, mas incluindo máquinas paralelas, é o de Kang *et al.* (1999). Um dos poucos métodos exatos para resolver o problema de dimensionamento de lotes com tempo de troca dependente da sequência, é encontrado em Haase & Kimms (2000).

Os problemas de dimensionamento de lotes com tempo de preparação entre os lotes incorporam uma dificuldade recorrente de se produzir um determinado produto em todos os períodos, devido às perdas de tempos de processamento com as trocas de produtos e também a necessidade de recursos que geram custos adicionais à produção. Por outro lado, realizar poucas trocas também pode ser um problema, pois tende-se a produzir grandes quantidades para atender demandas futuras e gerando assim muitos estoques, fazendo com que os custos sejam tão altos quanto as de realização de trocas de produtos.

Os trabalhos sobre o dimensionamento de lotes vêm se diversificando cada vez mais, principalmente com a consideração de tempos e custos de *setup* dependentes da sequência de produção, de modo que a tendência nos últimos anos é considerar o dimensionamento e o sequenciamento de lotes de maneira integrada, conforme observado por Jans e Degraeve (2008), embora isso resulte em modelos mais desafiadores do ponto de vista computacional. Assim, esses trabalhos geralmente abordam simplificações da realidade observada no planejamento e controle da produção, ou instâncias de pequeno porte quando comparadas às dimensões de problemas reais. Uma revisão de problemas integrados é apresentada na Seção 2.5.

Para mais estudos sobre problemas de dimensionamento de lotes recomenda-se os trabalhos de Clark e Clark (2000), Staggemeier e Clark (2001), Ferreira (2002), Araujo (2003), Karimi *et al.* (2003), Fleszar e Hindi (2004), Robinson *et al.* (2009), Glock *et al.* (2014) e Díaz-Madroño *et al.* (2014).

2.4 Problemas de sequenciamento de lotes

Segundo Corrêa e Giansesi (2009), sequenciamento é “o processo de definir que tarefa fazer primeiro” permitindo assim uma visão de definição de filas de produção. Já para Tubino (1997), sequenciamento é a priorização de entrada de itens em um centro de trabalho tendo como base regras predefinidas.

De acordo com Arenales *et al.* (2007), a designação das tarefas (*jobs*) às máquinas e a programação (*scheduling*) das tarefas em cada máquina, isto é, a sequência de processamento de tarefas e o instante de início e término do processamento de cada tarefa, são as principais decisões envolvidas no nível operacional.

O sequenciamento é feito através de prioridades frequentemente estabelecidas por um conjunto de regras, que algumas vezes são relativamente complexas (SLACK; CHAMBERS; JOHNSTON, 2009). As prioridades podem ser definidas levando-se em conta as restrições físicas, em que a natureza física dos materiais processados pode determinar a prioridade do trabalho; as prioridades dos consumidores permitindo que o pedido de um consumidor importante passe na frente de outros, independente da ordem de chegada; a data prometida de entrega, onde o trabalho é sequenciado de acordo com a data prometida independentemente do tamanho de cada trabalho ou importância do consumidor; ordenação do tipo LIFO (*Last In First Out*) – último a entrar e primeiro a sair; ordenação do tipo FIFO (*First In First Out*) – primeiro a entrar e primeiro a sair; entre outras formas.

Vários estudos revisaram pesquisas relacionadas a problemas de sequenciamento da produção na literatura, como Allahverdi, Gupta e Aldowaisan (1999),

Zhu e Wilhelm (2006), Allahverdi *et al.* (2008), Fuchigami e Rangel (2014), Salvador, Guimarães e Severo (2014), Allahverdi (2015) e Telo *et al.* (2017).

Em especial, Zhu e Wilhelm (2006) relatam que Allahverdi *et al.* (1999) citou quase 200 referências que lidam com problemas de sequenciamento de produção com preparação. Eles categorizaram os estudos como sequenciamento independente e dependente da sequência. Abordaram configurações tradicionais como máquina única, máquinas paralelas, *job shop* e *flow shop*.

Fuchigami e Rangel (2014) mapearam diversas publicações de estudos de caso sobre o problema de sequenciamento e identificaram as principais características dos problemas tratados, as tendências de pesquisa e as lacunas representativas do potencial dos estudos para o futuro. Os autores também relataram que Gupta e Stafford Jr. (2006) editaram um número especial do periódico *European Journal of Operational Research* sobre os problemas *flow shop* em comemoração aos cinquenta anos do trabalho de Johnson, afirmando que neste período mais de 1.200 pesquisas foram publicadas sob vários aspectos na literatura específica de Pesquisa Operacional.

Outro ponto importante que Fuchigami e Rangel (2014) relataram é que a maioria das pesquisas desenvolvidas na área de sequenciamento são simulações experimentais sem a utilização de dados reais e que somente nos últimos anos tem-se observado um crescente número de publicações sobre trabalhos práticos, como aponta a revisão de Harjunkski *et al.* (2014), que fornece diretrizes para diminuir essa lacuna teórica com a realidade dos estudos de casos atuais. Fuchigami e Rangel (2014) ainda analisaram os benefícios e as desvantagens dos métodos de solução existentes e concluíram que as ferramentas de otimização disponíveis podem efetivamente dar suporte aos sistemas de produção, embora ainda exista um claro potencial para melhoria, especialmente transformando resultados acadêmicos em casos reais no contexto industrial, e que a tendência enfatiza a necessidade de aprofundamento de estudo de casos de problemas práticos e realísticos, no intuito de reduzir a distância entre os resultados teóricos, disponíveis há mais de seis décadas, e suas possíveis aplicações.

2.5 Problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes integrados

O problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes integrados (PDSL) tem como objetivo determinar os tamanhos de lotes de produção de cada item juntamente com a sequência de produção desses lotes, em cada período de um horizonte de planejamento, de modo a obter o maior benefício possível, que tradicionalmente é representado pela minimização dos custos envolvidos. O PDSL surge em diversas aplicações industriais e exemplos podem ser encontrados, por exemplo, em Almada-Lobo *et al.* (2015).

Uma revisão dos modelos que integram dimensionamento e sequenciamento de lotes é apresentada por Drexel e Kimms (1997). Um trabalho recente é a revisão estruturada para problemas integrados de dimensionamento e sequenciamento de lotes feita por Tempelmeier e Copil (2016), bem como um esquema de classificação de modelos para o PDSL. Dentre os modelos para o PDSL mais abordados na literatura estão o CLSD (*Capacited lotsizing problem with sequence-dependent setups*) proposto em Haase (1996) e o GLSP (*General lotsizing and scheduling problem*) proposto por Fleischmann e Meyr (1997).

Na literatura foram encontrados diversos trabalhos relacionados aos modelos de CLSD e GLSP nos últimos 10 anos. Na Tabela 1, são apresentados alguns exemplos de trabalhos com foco em aplicações industriais de problemas relacionados a famílias de produtos e com restrições de recursos, que apresentam características semelhantes ao presente trabalho.

Haase (1996) propôs o modelo CLSD que trata de um modelo híbrido de modelos do tipo *big buckets* e do tipo *small buckets*, que utiliza os períodos denominados de macro-períodos divididos em períodos menores denominados de sub-períodos ou micro-períodos. O modelo considera os custos de preparação dependentes da sequência e pode produzir todos os tipos de produtos desde que tenha capacidade disponível. Podemos citar três trabalhos relacionados na Tabela 1 como de Almada-Lobo *et al.* (2010), Lang e Shen *et al.* (2011) e Toledo *et al.* (2016), que utilizam esse modelo e apresentam similaridades ao trabalho em estudo.

TABELA 1 – Trabalhos abordando os modelos CLSD e GLSP na literatura, nos últimos 10 anos.

Referência	Aplicação	Modelo Base	Método de Solução
Almada-Lobo et al. (2010)	Recipiente de vidro	CLSD	MIP-Solver; Heurística
Lang e Shen (2011)	Automobilística	CLSD	MIP-Solver; Heurística; R&F; F&O
Tempelmeier e Copil (2016)	Alimentícia	CLSD	MIP-Solver
Xiao et al. (2015)	Semicondutor	CLSD	Heurística híbrida
Toledo et al. (2016)	Recipiente de vidro	CLSD	F&O; AG
Fachini et al. (2017)	Recipiente de vidro	CLSD	VNS
Toso et al. (2008)	Nutrição animal (rações)	GLSP	MIP-Solver; Heurística
Ferreira et al. (2009)	Refrigerantes	GLSP	MIP-Solver; Heurística
Camargo et al. (2012)	Fiação	GLSP	MIP-Solver
Figueira et al. (2013)	Papel e celulose	GLSP	VNS
Baldo et al. (2014)	Cervejeira	GLSP	MIP-Solver; Heurística
Martínez et al. (2016)	Polpa moldada	GLSP	MIP-Solver

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Almada-Lobo *et al.* (2010) realizaram em estudo de caso envolvendo o dimensionamento e sequenciamento de lotes aplicado em uma indústria de recipientes de vidros. Esse estudo considerou os custos relacionados com a ativação dos fornos e as decisões de alocação dos produtos nas linhas de produção. Heurísticas baseadas na Relaxação Lagrangeana foram usadas na resolução do problema.

Lang e Shen *et al.* (2011) consideram o problema de dimensionamento de lotes dinâmico de nível único capacitado com custos e tempos de preparação dependentes da sequência, que incluem opções de substituição de produto. O modelo é motivado por uma situação real encontrada no planejamento da produção de um fabricante de chapas de plástico usado como *interlayer* em pára-brisas de carros. Os autores desenvolveram uma formulação de programação inteira mista e propuseram heurísticas do tipo *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*.

Toledo *et al.* (2016) abordou um modelo matemático com uma versão relaxada através de uma nova formulação de programação inteira mista e abordagens de solução aplicando heurísticas e meta-heurísticas baseadas em programação matemática para o problema de planejamento de produção de recipientes de vidro multifacetados numa indústria de embalagens de vidro. Os resultados dos testes computacionais mostraram que os métodos propostos retornaram resultados competitivos para instâncias menores, comparando com um método exato de solver e para as instâncias maiores, os métodos propostos foram capazes de retornar soluções de alta qualidade.

Fleischmann e Meyr (1997) propôs o modelo GLSP que se caracteriza pela subdivisão de cada período (macro-período) do horizonte de planejamento em diversos micro-períodos (tipo de modelo *small bucket*). Busca contornar o problema referente aos modelos *small buckets* que tornavam intratáveis computacionalmente os problemas reais com um número de períodos muito grande. Além disso, considera uma premissa de que em cada sub-período pode-se produzir um número limitado de produtos, para que no final, os sub-períodos determinem o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes de produtos dentro dos macro-períodos. Aspectos como controle das demandas, dos estoques e da capacidade são realizados nos macro-períodos. Temos quatro trabalhos relacionados na Tabela 1 como de Toso *et al.* (2008), Ferreira *et al.* (2009), Camargo *et al.* (2012) e Baldo *et al.* (2014), que utilizam esse modelo e que também possuem similaridades ao trabalho em estudo.

Toso *et al.* (2008) realizaram um estudo de caso em uma fábrica de rações que configura a produção por meio de famílias de produtos e utiliza os mesmos meios de recursos industriais para ambas as famílias na definição do sequenciamento. Foram aplicados dois modelos de otimização, sendo o primeiro sem custos de trocas na função objetivo para temporadas de baixas demandas, e o segundo com custos para as temporadas de alta demanda. Uma característica particular da empresa estudada é a limpeza para lotes de produção suficientemente grande para que os tempos de preparação dependentes da sequência nem sempre obedecessem a desigualdade triangular. Os autores propuseram três variações de heurísticas *relax-and-fix*, considerando partições por produtos e períodos.

Ferreira *et al.* (2009) propuseram um modelo de programação linear inteira mista baseado no GLSP, que integra decisões de dimensionamento e programação de produção, com custos e tempos de preparação dependentes da sequência, motivados pelo caso real de uma fábrica de bebidas. Dada a dificuldade de resolução do problema, uma abordagem de relaxação e várias estratégias da heurística *relax-and-fix* foram propostas para resolver o modelo proposto.

Camargo *et al.* (2012) propuseram três modelos matemáticos para problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes presentes em diferentes processos industriais. O primeiro modelo engloba uma representação em tempo discreto. O

segundo é um modelo híbrido contínuo-discreto. E o último é baseado em uma representação de modelo de tempo contínuo. Os resultados de experimentos computacionais mostraram os benefícios computacionais dos três modelos estudados.

Baldo *et al.* (2014) propôs um novo modelo de programação inteira mista que representa o problema de forma adequada e integra as duas etapas de produção na indústria cervejeira. As etapas de preparar os líquidos, incluindo fermentação e maturação dentro dos tanques de fermentação; e engarrafar os líquidos nas linhas de enchimento, fabricando produtos de diferentes líquidos e tamanhos, foram resolvidos através de heurísticas baseadas em MIP, que exploram a estrutura do modelo em instâncias de problemas do mundo real. Os resultados mostraram que o modelo foi capaz de compreender os requisitos do problema e as heurísticas produziram soluções de qualidade relativamente boa.

Cabe ressaltar que dada a vasta literatura existente para problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes, a presente revisão da literatura não tem nenhuma pretensão de esgotar e abordar todos os trabalhos existentes sobre esse problema. O foco principal foi analisar e discutir com base nas características clássicas, as aplicações e os métodos de solução de problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes encontrados nos trabalhos pesquisados e abordados na literatura, a fim de identificar similaridades e diferenciais que enriqueçam o problema tratado nesse trabalho.

3 CARACTERIZAÇÃO DO CASO REAL

O caso real abordado neste trabalho se passa em uma empresa de eletrodomésticos de linha branca, especificamente uma montadora de fogões e máquinas de lavar roupas. As características da empresa e dos produtos, recursos e linhas de produção aqui abordados são detalhadas na sequência.

3.1 A empresa do segmento de linha branca

A empresa estudada é uma força mundial em eletrodomésticos, com ampla presença no mercado internacional. Este trabalho utilizou os dados de sua planta situada no estado de São Paulo. A marca possui 34 fábricas, mais de 51 mil funcionários em 60 países. Dentre estes, cerca de 9 mil estão no Brasil. Atualmente, são vendidos, em média, 40 milhões de produtos da marca por ano, o que significa que a cada 2 segundos é comprado ao menos um produto.

Para ter este sucesso rompendo os limites geográficos, há uma valorização das culturas locais, que sustentam metas estratégicas de escala mundial. A empresa atua em três linhas de negócio:

- Linha Branca (também chamada de *White Goods*): que compreende produtos como refrigeradores, freezers, fogões, fornos de micro-ondas, lava-louças, lavadoras de roupas, condicionadores de ar, etc.
- Eletro-portáteis (também chamada de *Small Appliances*): esta linha de negócio é responsável pela venda de aspiradores de pó, liquidificadores, cafeteiras, sanduicheiras, torradeiras, ferros de passar, etc.

- Profissional: esta linha de negócio atende restaurantes e lavanderias industriais e comerciais com produtos de alto desempenho para atender demandas de grande escala.

A Cadeia Produtiva da empresa estudada é constituída por entradas de pedidos de demanda de produtos pelo departamento de Vendas/Marketing, que são processadas pelo Planejamento Integrado através do PCP (Planejamento e Controle de Produção) e PCM (Planejamento e Controle de Materiais). Após a transformação da matéria-prima em produto acabado tem-se a saída feita pela Gestão de Distribuição de Produtos Acabados, conforme ilustrado na Figura 7 que mostra o processo de planejamento da empresa.

Figura 7. Processo de planejamento da empresa em estudo.

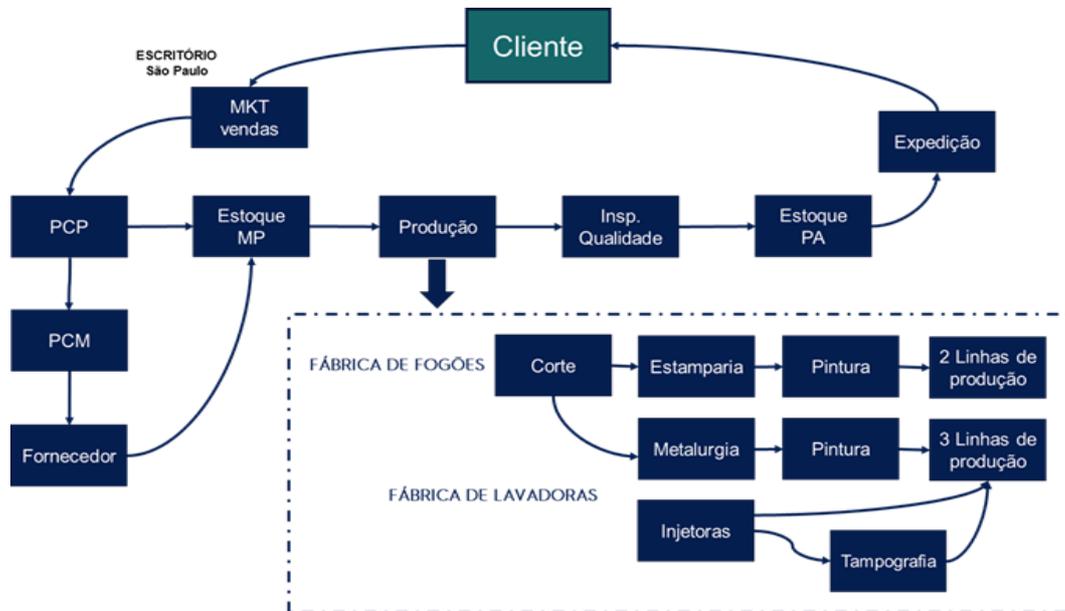


Fonte: Elaborado pela autora (2019).

O Planejamento de vendas e operações (S&OP - *Sales and Operations Planning*) de acordo com o fluxograma de processo, inicia-se na área de marketing com a análise dos pedidos de compras dos clientes. Posteriormente, é enviada a previsão de demanda para a área de PCP (Programação e Controle de Produção) e de PCM (Programação e Controle de Materiais) para a análise do plano de produção e consulta aos fornecedores quanto ao atendimento dessa previsão. Após a conclusão das análises é enviado o plano para a área de produção e qualidade adequarem os recursos produtivos e garantirem o

atendimento dos pedidos aos clientes de acordo com o fluxograma de processo ilustrado na Figura 8.

Figura 8. Fluxograma de Processo da empresa em estudo.



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Após a decisão das quantidades de cada item a ser produzido, as informações são repassadas à equipe de operações das fábricas. Com estas informações, o próximo passo é elaborar o mapa de produção (Programa Mestre de Produção), que é a planilha de Excel onde são identificadas as quantidades diárias de produção. São definidas as produções do mês corrente e mais os três meses seguintes abertos dia-a-dia, enquanto para o restante dos oito meses até o final do ano é exibida apenas a quantidade fechada de produção. O mapa é então carregado no sistema ERP (*Enterprise Resource Planning*) para o cálculo das necessidades.

Os programadores de produção são os responsáveis pelo controle das ordens de produção (abertura, impressão e cancelamento) e disponibilização para a linha de produção. Estas ordens são as etiquetas que são coladas nos produtos acabados, ao fim do processo produtivo. Diariamente, é feito o acompanhamento da quantidade produzida

em relação à quantidade planejada, e cada parada de linha deve ser justificada. Este acompanhamento é enviado a todas as áreas pela manhã.

As sequências de produção, ou seja, a ordenação em que os itens de produtos são produzidos é baseada nas informações do mapa, porém é realizada uma reunião por turno para acompanhamento, com um membro de cada área de apoio. É importante a participação de todas as áreas, pois caso tenha que ser feita alguma alteração, é possível fazê-la na hora. A sequência de produção é um desdobramento do mapa de produção aberto em três dias de produção, exceto aos fins de semana, pois as áreas de apoio precisam de uma maior visão para antecipar problemas.

Às sextas-feiras, são realizadas as reuniões para confirmar a produção da semana seguinte. São convocados os "PCPs de linha", que são os responsáveis pelo controle da produção que ficam junto à linha para melhor acompanhamento. Nesta reunião, é apresentada a sequência de produção da semana, e caso haja alguma restrição ela é alterada.

Pelo fato de o PCP ser dividido entre as plantas e pelo fato de o planejamento não atuar diretamente na linha de produção, é caracterizado como um PCP descentralizado. Os PCPs de linha citados anteriormente são programadores que respondem aos gestores da produção, e não de planejamento.

O controle de materiais é feito pela área de PCM (Planejamento e Controle de Materiais). A exemplo da área de PCP, esta área também é dividida em duas plantas, onde a gestão é dividida em dois grupos: os materiais programados, que têm uma demanda abaixo de cinco mil unidades por mês; e os itens *kanban*, com alta demanda.

No Brasil, a empresa estudada possui três fábricas de manufatura e três centros de distribuição de produtos. O foco desse trabalho é uma fábrica composta por duas linhas de negócio, sendo: lavanderia, com a fabricação de máquinas de lavar roupas em três linhas de montagem; e cozinha, com a fabricação de outras duas linhas de montagem fogões mais uma linha de *cooktop* embutida em uma das linhas de fogões. Além das seis linhas de montagem, a fábrica também possui uma área de metalurgia e uma área de injeção plástica que fornecem peças para a produção de lavadoras e fogões

O estoque de matéria-prima é separado por tipos de itens, seguindo uma classificação de itens pesados, leves e comuns, os quais também são separados por

rotas coloridas por linhas de montagem e postos de trabalho para agilizar o abastecimento.

Todo abastecimento dos materiais para as linhas de montagem, seja matéria-prima ou peças manufaturadas na área de tecnologia, é realizado através de rotas de abastecimento definidas e calculadas de acordo com o tamanho do lote de produção.

O tamanho do lote de produção é padronizado em 240 produtos/hora para todos os itens de produto, esta quantidade padrão de lotes foi definida pela empresa através de estudo de múltiplos de peças por embalagens realizado e validado. O objetivo dessa definição do tamanho do lote por múltiplo foi otimizar embalagens evitando transbordos de peças, e também para facilitar o cálculo das rotas de abastecimento nas linhas, garantindo um melhor atendimento da programação e sequenciamento da produção, uma vez que os produtos possuem semelhantes tamanhos de lotes nas linhas de montagem e o tempo de abastecimento é similar.

A fábrica possui complexidade combinatória devido ao alto número de produtos ativos que dificulta a realização de um planejamento de produção ótimo para minimizar as perdas com tempos de preparação e, conseqüentemente, os custos elevados dos produtos.

O controle de qualidade é uma prioridade para a empresa, pois a maior preocupação apresentada por todos os funcionários é garantir que os produtos cheguem com qualidade aos consumidores finais. O foco principal é transmitir confiança aos consumidores para comprar e indicar os produtos aos seus parentes e amigos, pois a maior propaganda da companhia está nas mídias sociais e a famosa “boca a boca”.

Todas as lavadoras e os fogões são 100% testados em linha de montagem como se fossem usados na casa do consumidor, as lavadoras são testadas com água e os fogões com as chamas a gás. Além de serem feitos amostrais de ciclagens de produtos em um laboratório de qualidade do produto e outros são testados quanto ao ciclo de vida em um outro laboratório, os quais depois de testados são sucateados e todos os problemas identificados são colocados em um plano de ações e implementado nos novos produtos que serão produzidos.

Todos os itens produzidos nas linhas de montagem são transferidos através de transportadores automáticos até uma área de separação de carga em um depósito

interno. Depois, são carregados automaticamente em caminhões chamados de carrossel, pelos quais são transferidos para um Centro de Distribuição externo, onde são estocados e aguardam o faturamento para os respectivos clientes. Não há estoque de produtos na fábrica e, assim, não há necessidade de controle de estoque no escopo do planejamento local da fábrica.

O processo de carrossel funciona somente como uma transferência dos produtos entre fábrica e depósito, as notas fiscais são geradas como transferência e o faturamento só é realizado de acordo com as confirmações dos pedidos pelos clientes no Centro de Distribuição.

Existem algumas exceções, tais como produtos de exportação, que podem ser faturados direto da fábrica através de carregamentos manuais, porém esse processo representa menos de 5% dos carregamentos mensais.

Para mais informações sobre o assunto, recomenda-se o trabalho de Brito *et al.* (2018) que abordaram a metodologia da manufatura responsiva para produtos acabados em uma empresa de linha branca para melhor entender como funciona um centro de distribuição em uma empresa de linha branca.

3.2 Definição do escopo do problema

Após o estudo *in loco* do processo de produção da empresa apresentada na Seção 3.1, pôde-se perceber que não existe um software de otimização com uma sistemática de abordagem e um modelo matemático que auxilie na programação da produção. O dimensionamento e o sequenciamento dos lotes de produção não são realizados em um sistema integrado, mas sim utilizando planilhas eletrônicas independentes entre elas e preenchidas de acordo com o *know-how* dos programadores para a sua atualização. Assim, são suscetíveis a erros, devido à complexidade da operação e limitações/lentidão do *software* de planilha eletrônica devido ao grande volume de dados. O problema a ser tratado consiste então no desenvolvimento de uma estratégia de solução formal, para auxiliar nas decisões de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção,

utilizando de maneira adequada a capacidade disponível para atender a demanda em cada período.

Na empresa estudada, a prioridade é sempre atender a demanda dos clientes, pois uma venda não atendida ou um atraso no prazo de entrega acarreta um custo alto para a empresa, além do desgaste da imagem devido à perda de confiança com os seus clientes e o conseqüente risco de perda de mercado para os concorrentes.

Assim, o objetivo é desenvolver modelos matemáticos que proporcionem dimensionar o quanto produzir em cada período e sequenciar os lotes de produção, minimizando os tempos de processamento e trocas de lotes de itens nas linhas de montagem, além de outras perdas decorrentes do processo produtivo. Esse problema é abordado nesse trabalho de forma hierárquica, em duas etapas, por meio dos problemas de dimensionamento e de sequenciamento de lotes de produção, de acordo com a seguinte descrição:

I. Primeiramente, foi tratado o problema dimensionamento de lotes de produção em máquinas paralelas na Seção 4.1, considerando diferentes períodos de produção e limitação de fracionamento de lotes de produção. Um modelo de otimização foi proposto considerando as principais características específicas do caso real. Testes computacionais foram realizados com o objetivo de comparar os resultados obtidos em relação aos resultados do caso real da empresa estudada. A modelagem matemática foi validada usando-se requisitos e informações reais coletados na empresa, conforme mencionadas na caracterização da situação em estudo. Nessa etapa, tem-se como saída quantos lotes de cada produto devem ser produzidos em cada linha de produção, em cada período.

II. Em seguida, foi estudado e formulado matematicamente o problema de sequenciamento de lotes com velocidades de produção distintas e dependentes da sequência na Seção 4.2, considerando uma única linha de produção, e um único período. Os lotes de itens obtidos na solução da Etapa I, para uma dada linha de produção em um dado período, são utilizados como entrada para a etapa atual. Outros testes computacionais foram realizados para sequenciamento de produção e comparados com as informações reais de sequenciamento coletadas na empresa em estudo.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA

Nesse capítulo, são abordados os dois modelos matemáticos criados para realizar os experimentos computacionais de dimensionamento de lotes de produção em máquinas paralelas com fracionamento limitado (DLMP) e o sequenciamento de lotes de produção com velocidades dependentes da sequência (SLVDS).

4.1 Modelo de dimensionamento de lotes de produção em máquinas paralelas com fracionamento limitado

Para formular o dimensionamento de lotes de produção com as características da empresa em estudo, define-se um modelo de programação inteira mista, denominado neste trabalho de DLMPF (dimensionamento de lotes de produção em máquinas paralelas com fracionamento limitado), baseando-se no modelo clássico de dimensionamento de lotes de produção com capacidade (ARENALES *et al.*, 2007; JOHNSON; MONTGOMERY, 1974). A formulação proposta leva em consideração as especificidades do caso real e as premissas elencadas a seguir:

- demandas pré-estabelecidas para cada período de tempo;
- múltiplas linhas paralelas com velocidades distintas e não-relacionadas;
- múltiplos recursos compartilhados por diferentes tipos de produtos;
- restrições de capacidade do processo produtivo;
- tamanho de lote padronizado, permitindo-se lotes menores que esse padrão apenas nos casos em que a quantidade de um lote residual for inferior ou houver necessidade para completar uma demanda que não seja múltipla do padrão;

- permite-se, no máximo, um único fracionamento de lote por período, forçando-o a ser o primeiro a ser produzido no período seguinte;
- tempo de preparação integrado ao tempo de processamento dos produtos;
- custos de estoque (inventário) da produção é tratado em um nível acima, e por esse motivo não precisa ser considerado no dimensionamento.

A seguir, são definidos os parâmetros, as variáveis, o objetivo e as restrições para o DLMPF. Considere os conjuntos:

P : tipos de itens a serem processados;

R : recursos (compartilhados pelos itens);

L : linhas de produção;

T : períodos (dias de produção do horizonte de planejamento);

$P_r \subset P$: Sub-conjunto de itens $i \in P$ que usam o recurso r ;

$L_i \subset L$: Sub-conjunto de linhas $k \in L$ que podem processar o item i .

Os dois últimos conjuntos definidos são usados para expressar as relações entre os itens, os recursos que estes consomem e as linhas em que podem ser processados. Diferentes tipos de recursos estão disponíveis, e correspondem aos componentes de cada tipo de item. Por exemplo, um dado modelo de lavadora de 12 kg consome recursos (gabinete, painel e motor respectivo ao modelo, cesto de 12kg, entre outros recursos) que são específicos desse tipo de item, mas que também são compartilhados com outros tipos similares. Da mesma forma, algumas lavadoras podem ser processadas apenas em linhas de produção específicas, devido a limitações técnicas.

Além dos conjuntos, considere os seguintes parâmetros:

C_r : capacidade total do recurso r ;

Cd_r : capacidade por período do recurso r ;

Ch_{kt} : capacidade total de horas de trabalho na linha k no período t ;

p_{ik} : tempo de processamento (*takt time*) do item i na linha k ;

Q : tamanho máximo do lote em unidades (lote padrão, por exemplo 240 itens);

q : tamanho mínimo do lote em unidades (lote mínimo, por exemplo 20 itens);

d_i : demanda do item i no horizonte de planejamento;

\hat{d}_i : número de lotes de tamanho padrão necessários para atender a demanda (resultado da divisão inteira de d_i por Q);

\bar{d}_i : tamanho em unidades do lote com demanda residual, necessário para completar uma demanda que não seja múltipla do lote padrão (resto da divisão inteira de d_i por Q);

H : penalidade para evitar fracionamento desnecessário de lote.

De acordo com essas definições, associado a cada tipo de item $i \in P$ está o parâmetro d_i que representa a demanda deste item em todo o horizonte. Relacionado a cada recurso $r \in R$ temos a capacidade total C_r que pode ser utilizada durante todo o horizonte de planejamento (por exemplo, a capacidade mensal disponível de um dado recurso) e a capacidade disponível em cada período Cd_r , representando a quantidade máxima que pode ser utilizada de cada recurso para cada item em um dado período (por exemplo, capacidade diária). Fazer essa distinção é preciso, pois não necessariamente há uma relação direta entre essas disponibilidades. Por exemplo, a capacidade total de um dado recurso não pode ser utilizada em único dia, ou a soma das capacidades diárias exceder a capacidade total do horizonte.

Além das capacidades em relação aos recursos, existe o parâmetro Ch_{kt} que representa a capacidade total de horas de trabalho disponível para a linha $k \in L$ no período $t \in T$, correspondente à disponibilidade de mão-de-obra, de acordo com os turnos de trabalho pré-estabelecidos para aquela linha; o parâmetro p_{ik} que representa o tempo de processamento do item $i \in P$ na linha $k \in L$ é também chamado de *takt time* na prática e corresponde ao tempo em segundos para produzir uma unidade do item. Observe que um dado tipo de item pode ter tempos de processamento distintos em diferentes linhas.

O modelo proposto leva em consideração que há a possibilidade da demanda de um determinado item $i \in P$ não ser múltipla de Q , tamanho padrão de lote, e sendo assim há a necessidade de produção de lotes de tamanho menor, para que a demanda seja atendida por completo. Assim, dada a demanda total d_i do item $i \in P$ no horizonte,

define-se o parâmetro \hat{d}_i como o resultado da divisão inteira de d_i por Q (isto é, $d_i \text{ div } Q$) e o parâmetro \bar{d}_i como o resto da divisão inteira de d_i por Q (ou seja, $d_i \text{ mod } Q$).

Considere as seguintes variáveis de decisão:

x_{ikt} : quantidade de lotes inteiros de tamanho padrão Q produzidos do item $i \in P$ na linha $k \in L$ no período $t \in T$;

$$y_{ikt} = \begin{cases} 1, & \text{se houver produção do residual de demanda } \bar{d}_i \text{ do item } i \in P, \text{ na linha } k \in L, \text{ no período } t \in T; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

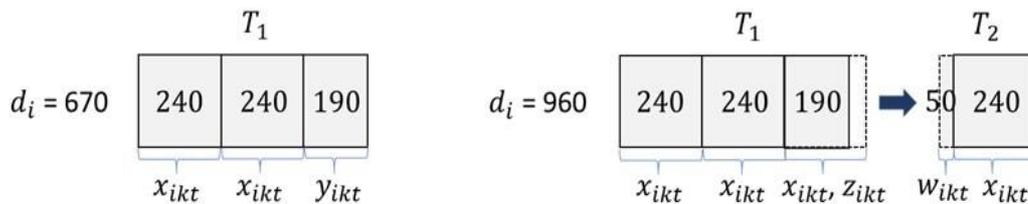
$$z_{ikt} = \begin{cases} 1, & \text{se houver fracionamento de um lote do tipo de item } i \in P, \text{ na linha } k \in L, \text{ no final do período } t \in T, \text{ que continua a ser produzido no início do período seguinte;} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

w_{ikt} : quantidade do lote fracionado do tipo de item $i \in P$ na linha $k \in L$ no período $t \in T$ que é processada no período seguinte ($t + 1$).

Para facilitar a compreensão das variáveis de decisão descritas acima, foram criados dois exemplos conforme ilustrado nas Figuras 9 e 10. A Figura 9 mostra o funcionamento das variáveis usando valores de demanda distintos e tamanho padrão de lote $Q = 240$, em duas situações diferentes. Do lado esquerdo, tem-se a variável x_{ikt} relacionada aos lotes de tamanho padrão, enquanto a variável $y_{ikt} = 1$ está relacionada ao valor residual da demanda $\bar{d}_i = 190$, dado que 670 não é múltiplo de 240. O lado direito da Figura 9 ilustra um caso com $d_i = 960$ e fracionamento de um lote de tamanho padrão no final do período T_1 com retorno no início do período seguinte T_2 . Esse fracionamento pode ser necessário devido ao limite de alguma das capacidades no período T_1 , fazendo com que 50 unidades do lote sejam processadas no início do próximo período. Observe que a quantidade de itens processadas no período seguinte é representada por $w_{ikt} = 50$, enquanto a variável $z_{ikt} = 1$ apenas indica que houve o

fracionamento do lote na produção. Vale ressaltar que, embora não esteja representado na figura, pode ocorrer também o fracionamento de um lote de tamanho residual, não se restringindo apenas aos lotes de tamanho padrão.

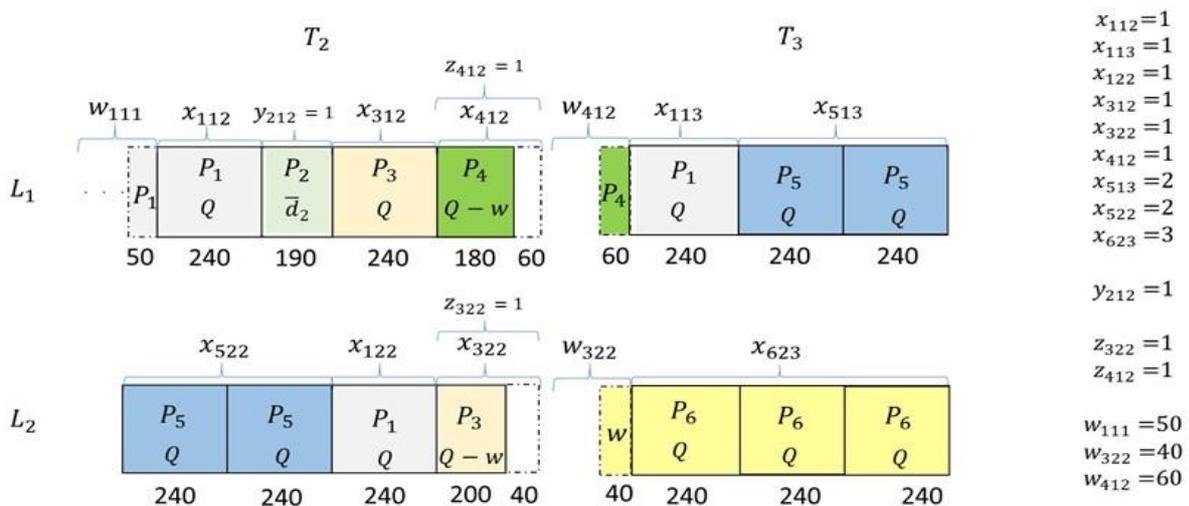
Figura 9 – Exemplo de funcionamento das variáveis de decisão x_i, y_i, z_i e w_i .



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

A Figura 10 mostra um exemplo do funcionamento das variáveis em duas linhas de produção paralelas representadas por L_1 e L_2 , contendo alguns itens de produtos representados por x_{ikt} quando for lote inteiro, y_{ikt} quando for lote residual da demanda, z_{ikt} quando existir fracionamento de lote de um dia para o outro e w_{ikt} sendo o número de itens do lote fracionado a serem processados no período seguinte. Os períodos são representados por T_t , com $t = 2, 3$, e os tipos de itens por P_i , com $i = 1, \dots, 6$.

Figura 10. Exemplo de funcionamento das variáveis de decisão em duas linhas paralelas.



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Na Figura 10, observe que o período T_2 se inicia com o processamento de 50 unidades de um lote do item P_1 , fracionado no período anterior, conforme representado por $w_{111} = 50$. Em seguida, processa-se um lote de tamanho padrão do mesmo item, representado pela variável $x_{112} = 1$. Um lote com 190 itens do tipo P_2 é processado em seguida e, dado que este não é de tamanho padrão, corresponde ao residual para atender a demanda total, ficando assim representado pela variável $y_{212} = 1$. No final do período T_2 , há o fracionamento do lote do item P_4 , representado pelas variáveis $z_{412} = 1$ e $w_{412} = 60$ unidades do lote serão processados no início do período seguinte. Os demais elementos representados na figura seguem o mesmo raciocínio exposto.

Após a definição dos parâmetros e das variáveis de decisão, tem-se o modelo DLMPF dado por:

$$\min \sum_{i \in P} \sum_{k \in L} \sum_{t \in T} (p_{ik} * Q * x_{ikt} + p_{ik} * \bar{d}_i * y_{ikt} + H * z_{ikt}) \quad (1)$$

s.a

$$\sum_{k \in L_i} \sum_{t \in T} Q * x_{ikt} + \bar{d}_i * y_{ikt} = d_i \quad \forall i \in P \quad (2)$$

$$\sum_{k \in L_i} \sum_{t \in T} x_{ikt} = \hat{d}_i \quad \forall i \in P \quad (3)$$

$$\sum_{k \in L_i} \sum_{t \in T} y_{ikt} \leq 1 \quad \forall i \in P \quad (4)$$

$$w_{ikt} \leq Q * x_{ikt} + \bar{d}_i * y_{ikt} \quad \forall i \in P, k \in L, t \in T \quad (5)$$

$$w_{ikt} \leq (Q - q) * z_{ikt} \quad \forall i \in P, k \in L, t \in T \quad (6)$$

$$q * z_{ikt} \leq w_{ikt} \quad \forall i \in P, k \in L, t \in T \quad (7)$$

$$\sum_{i \in P} z_{ikt} \leq 1 \quad \forall k \in L, t \in T \quad (8)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in P_r} \sum_{k \in L_i} (Q * x_{ikt} + \bar{d}_i * y_{ikt}) \leq C_r \quad \forall r \in R \quad (9)$$

$$\sum_{i \in P_r} \sum_{k \in L_i} (Q * x_{ikt} + \bar{d}_i * y_{ikt} + w_{ikt-1} - w_{ikt}) \leq C d_r \quad \forall r \in R, t \in T \quad (10)$$

$$\sum_{i \in P} p_{ik} * (Q * x_{ikt} + \bar{d}_i * y_{ikt} + w_{ikt-1} - w_{ikt}) \leq C h_{kt} \quad \forall k \in L, t \in T \quad (11)$$

$$w_{ik0} = 0 \quad \forall i \in P, k \in L \quad (12)$$

$$w_{ikT} = 0 \quad \forall i \in P, k \in L \quad (13)$$

$$x_{ikt}, w_{ikt} \in \mathbb{Z}^+, 0 \leq w_{ikt} \leq Q - q \quad \forall i \in P, k \in L, t \in T \quad (14)$$

$$y_{ikt}, z_{ikt} \in \{0,1\} \quad \forall i \in P, k \in L, t \in T \quad (15)$$

A função objetivo (1) consiste em minimizar os tempos de produção de acordo com os tempos de processamento de cada item em cada linha. A variável z_{ikt} é penalizada na função objetivo para evitar fracionamento de lotes desnecessários na solução ótima.

As restrições (2) determinam que a soma dos lotes de tamanho padrão e residual para cada tipo de item seja igual a demanda total daquele item no horizonte de planejamento. As restrições (3) garantem que a demanda de lotes de tamanho padrão seja atendida. As restrições (4) impõem que o lote de tamanho residual de um dado item seja processado em no máximo uma única linha e um único período.

As restrições (5) garantem que só haverá fracionamento de um lote de um item se no período houver produção do mesmo item. As restrições (6) e (7) relacionam a variável de tamanho de fracionamento w_{ikt} com a variável de ocorrência do fracionamento z_{ikt} . Observe que a variável w_{ikt} pode ser positiva apenas se houver fracionamento no período, e seu valor está limitado inferiormente pelo tamanho do lote mínimo q e superiormente pelo lote padrão Q ou o lote residual \bar{d}_i conforme restrições (5). Cabe ressaltar, que para evitar que as restrições (6) e (7) entrem em conflito, deve-se ter $q \leq 0,5 * Q$, hipótese que se assume no restante desse trabalho. Essa é uma hipótese razoável na prática, dado que o lote mínimo é em geral significativamente menor que o lote padrão (por exemplo, na empresa estudada, tem-se um lote mínimo de 20 itens, enquanto o lote padrão é de 240 itens). As restrições (8) limitam o fracionamento de lotes em cada linha e em cada período em até um único item.

As restrições (9) garantem que o consumo de um dado recurso r , considerando o que foi produzido de todos os tipos de itens, em todas as linhas e em todos os períodos não pode exceder sua capacidade total C_r disponível no horizonte de planejamento. As restrições (10) funcionam de forma similar, porém para as capacidades Cd_r específicas a cada período. As restrições (11) impõem que o tempo de processamento total dos itens produzidos em cada período e em cada linha não deve exceder a capacidade de horas de trabalho para cada linha, em cada período.

As restrições (12) e (13) garantem que não haja fracionamento de lotes no período 0 e nem no último período. Por fim, as restrições (14) e (15) impõem o domínio das variáveis de decisão.

Cabe salientar que o funcionamento das variáveis w_{ikt} possui similaridades com a preparação *carryover* presente em alguns modelos de dimensionamento de lotes (QUADT e KUHN, 2008), embora seu uso não esteja relacionado à preparação da linha no contexto aqui considerado.

4.2 Modelo de sequenciamento de lotes de produção com velocidades dependentes da sequência

Após a etapa de dimensionamento de lotes, deve-se iniciar o sequenciamento desses lotes em cada linha de produção e período a que foram designados. Para isso foi elaborado um modelo de programação inteira mista para o problema de sequenciamento da produção com as características específicas do caso real estudado, baseando-se no modelo clássico de sequenciamento da produção em uma única máquina e com preparação dependente da sequência (ARENALES *et al.*, 2007). Ao modelo resultante, dá-se o nome de modelo SLVDS (sequenciamento de lotes com velocidades dependentes da sequência).

A principal característica real incorporada no modelo SLVDS é dada pela variação da velocidade da linha de produção, que se altera de acordo com os tipos de item em processamento. Para a incorporação dessas velocidades variantes à linha de produção, tratou-se a troca de lotes com velocidades diferentes por meio de um tempo de

preparação, conforme detalhado mais à frente nesta seção. O SLVDS é definido de acordo com os seguintes conjuntos, parâmetros e variáveis.

Conjuntos:

J : lotes de itens a serem processados. Cada lote corresponde a um único tipo de item e seu tamanho é pre-determinado (de acordo com a solução do problema de dimensionamento de lotes).

G : famílias de itens.

$J_n \subset J$: sub-conjunto que contém todos os lotes de itens de uma família $n \in G$.

Parâmetros:

Q_j : quantidade a ser produzida no lote j ;

t_j : tempo de produção de um item do lote j (*takt time*);

P_j : tempo de produção total do lote j ;

v_j : velocidade de produção desejável para o lote j ;

s_{ijk} : tempo de preparação da linha ao se processar o lote j imediatamente após o lote i e imediatamente antes do lote k .

Variáveis de decisão:

C_{max} : Instante final de processamento, considerando todos os lotes (*makespan*);

C_j : Instante final de processamento do lote j ;

$$u_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{caso o lote } i \text{ anteceda o lote } j; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Ao conjunto de lotes J adiciona-se o lote *dummy* ($j = 0$) usado para determinar o início e o fim da sequência, uma abordagem comum na literatura de sequenciamento. Observe que o tempo de processamento de cada lote $j \in J$ é dado por $P_j = Q_j t_j$. A

criação do conjunto G de famílias de itens é necessária, pois a empresa divide os itens em famílias de complexidade similar, que devem ser preferencialmente feitas em sequência, por ser de melhor viabilidade na prática por questões de logística interna, conforme explicado na Seção 3.

Quando dois lotes de itens com velocidades distintas estão em produção, a linha é ajustada de acordo com a velocidade do item mais lento, fazendo-se a medição no meio da linha. Dada a capacidade de 80 itens em simultâneo na linha, tem-se então que se dois lotes $i, j \in J$ processados consecutivamente na mesma linha, têm velocidades v_i e v_j distintas, tais que $v_i < v_j$, então 40 itens do lote j são processados a uma velocidade inferior (v_i), devido ao compartilhamento da linha. Isso ocorre porque a linha é operada por quatro times de funcionários, espaçados igualmente pela linha. As operações dos times 1 e 2 são mais simples e semelhantes e, dessa forma, a velocidade da linha só é alterada no início do time 3, posicionado a partir do meio da linha. Assim, a alteração da velocidade é feita nos dois últimos times da linha, times 3 e 4, no meio da linha.

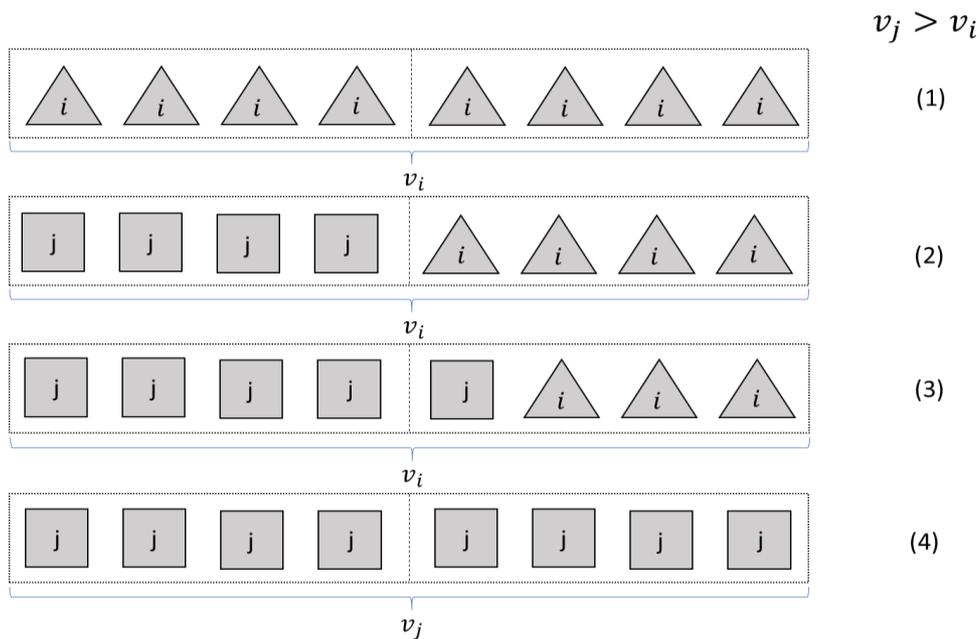
Para modelar os atrasos correspondentes a essa redução de velocidade, define-se o parâmetro s_{ijk} , chamado aqui de tempo de preparação da linha ao se processar o lote j imediatamente após o lote i e imediatamente antes do lote k . Com isso, o tempo de processamento de um dado lote pode ser tratado como P_j , independente da sequência, dado que os atrasos devido às velocidades dos lotes predecessor e sucessor são incorporados no tempo de preparação s_{ijk} . Observe que, a princípio, é necessário considerar o antecessor e o sucessor de um dado lote, pois ambos podem resultar na redução de velocidades (nos itens iniciais e finais do lote).

Para facilitar a compreensão da variação de velocidade, característica específica do problema estudado e incomum em outros problemas de sequenciamento, foram criadas duas ilustrações para os momentos das alterações de velocidade na linha de produção, conforme mostram as Figuras 11 e 12.

Na Figura 11, são representados quatro momentos distintos da linha. Observa-se que no momento (1) existem somente itens do lote i na linha e, assim, a velocidade da primeira metade é igual à da segunda metade, dada por v_i . No momento (2), ocorre a entrada de um lote j , com tipo de item diferente do lote i , mas como tem-se $v_j > v_i$, a

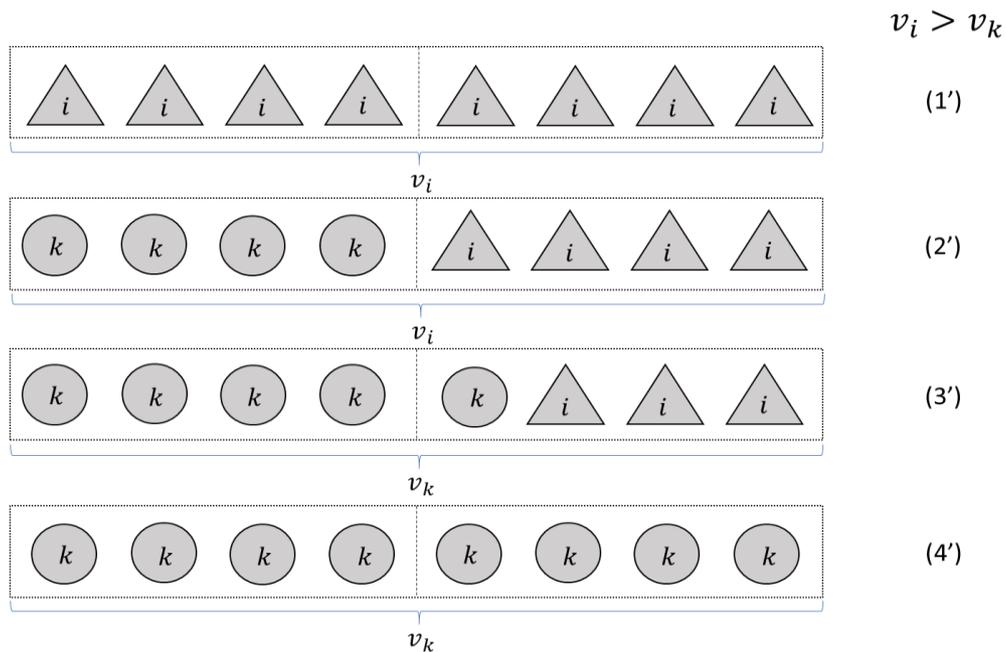
linha continua com a mesma velocidade do lote i , dada por v_i . No momento (3), o lote j passa da metade da linha, mas a velocidade continua sendo v_i , pois ainda há itens do lote i na linha e esta é sempre ajustada de acordo com a velocidade do item mais lento. No momento (4), toda a linha fica preenchida com os itens do lote j apenas e, desta forma, altera-se a velocidade para v_j que é mais rápida.

Figura 11 – Exemplo de alteração da velocidade quando $v_j > v_i$.



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Na Figura 12, o momento (1') mostra que a velocidade da primeira metade é igual à da segunda metade (v_i), pois há somente itens do lote i na linha. No momento (2'), ocorre a entrada do lote k na linha, com tipo de itens diferente daquele do lote i , mas como o lote k ainda não atingiu a metade da linha, mantém-se a velocidade v_i . Já no momento (3'), a velocidade se altera para v_k , dado que o lote k ultrapassa a metade da linha e $v_i > v_k$. No momento (4'), a linha fica preenchida com os itens do lote k , permanecendo com a velocidade v_k .

Figura 12 – Exemplo de alteração da velocidade quando $v_i > v_k$.

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Como mencionado, as mudanças de velocidade são modeladas por meio de tempos de preparação, evitando que os tempos de produção de um lote, P_j , precisem ser modificados. Lembrando que t_j é o tempo de produção (*takt time*) de um item do lote j , tem-se que o cálculo do tempo de preparação s_{ijk} é feito de acordo com a seguinte expressão:

$$s_{ijk} = \begin{cases} 40 * (t_j - t_i) + 40 * (t_j - t_k), & \text{se } t_i \leq t_j \text{ e } t_k \leq t_j, \\ 40 * (t_j - t_i), & \text{se } t_i \leq t_j \text{ e } t_k \geq t_j, \\ 40 * (t_j - t_k), & \text{se } t_i \geq t_j \text{ e } t_k \leq t_j, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O valor s_{ijk} de itens pertencentes a uma mesma família é sempre 0 e assim é possível impor uma restrição que garanta que produtos de um mesmo grupo sejam produzidos em sequência, evitando trocas de lote desnecessárias.

Baseando-se nas definições apresentadas e na formulação clássica do problema de sequenciamento da produção com máquina única (ARENALES *et al.*, 2007), tem-se a seguinte formulação:

$$\min C_{max} \quad (16)$$

s.a

$$\sum_{\substack{i \in J \\ i \neq j}} u_{ij} = 1 \quad \forall j \in J \quad (17)$$

$$\sum_{\substack{j \in J \\ j \neq i}} u_{ij} = 1 \quad \forall i \in J \quad (18)$$

$$C_j \geq C_i + (P_i + s_{ijk}) * u_{ij} - M(2 - u_{ij} - u_{jk}) \quad \forall i, j, k \in J, i \neq j \neq k, j > 0, \quad (19)$$

$$C_{max} \geq C_j \quad \forall j \in J \quad (20)$$

$$\sum_{i \in J_n} \sum_{\substack{j \in J_n \\ i \neq j}} u_{ij} \geq |J_n| - 1 \quad \forall n \in G, \quad (21)$$

$$C_j \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (22)$$

$$u_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in J \quad (23)$$

A função objetivo (16) consiste em minimizar o instante final de processamento das tarefas, também conhecido como *makespan*. As restrições (17) e (18) garantem que cada lote possua um único antecessor e um único sucessor na sequência de produção. As restrições (19) determinam os instantes de término para cada lote e evitam ciclos na sequência. As restrições (20) relacionam as variáveis C_{max} e C_j garantindo que C_{max} assumo o maior valor C_j , dentre todos os lotes.

As restrições (21) garantem que lotes de itens da mesma família sejam produzidos em sequência. Optou-se por desenvolver tal restrição devido à existência de produtos de famílias diferentes com $s_{ijk} = 0$ e que, portanto, poderiam ser sequenciados de maneira indiferente ao item inicial, o que não é ideal na prática. As restrições (22) e (23) impõem o domínio das variáveis.

A formulação proposta pode ser simplificada ao se observar que, dados dois lotes consecutivos na sequência, i e j , tem-se um tempo de preparação positivo correspondente ao processamento ou dos últimos itens do lote i , ou dos primeiros lotes de j . De fato, um item só é influenciado se possuir velocidade maior que o item do lote anterior ou seguinte. Com isso, é possível impor o tempo de preparação sempre ao final de um lote, fazendo-o dependente apenas de dois lotes consecutivos. Por exemplo, considere que o lote j é processado imediatamente após o lote i e imediatamente antes do lote k . Assim, se houver diferença de velocidade entre os lotes i e j , essa diferença se reflete no tempo de preparação entre i e j (independentemente de qual deles tenha a velocidade menor), enquanto que a diferença de velocidade entre j e k se reflete no tempo de preparação entre j e k .

Note que anteriormente, considerava-se que um lote com maior velocidade teria que absorver os atrasos de lotes adjacentes com menor velocidade. Por isso a necessidade de considerar três índices naquela definição do tempo de preparação. Com essa nova observação, basta que um lote absorva os atrasos do lote imediatamente seguinte, seja por uma velocidade menor ou não. Assim, é possível reduzir uma dimensão do parâmetro de entrada s_{ijk} , redefinindo-o como \tilde{s}_{ij} , dado por:

$$\tilde{s}_{ij} = 40 * |t_j - t_i|, \quad \forall i, j \in J,$$

com $\tilde{s}_{0i} = \tilde{s}_{i0} = 0 \forall i \in J$. Assim, a restrição (19) pode ser substituída por:

$$C_j \geq C_i + (P_i + \tilde{s}_{ij}) * u_{ij} - M(1 - u_{ij}), \quad \forall i, j \in J, i \neq j, j > 0. \quad (24)$$

O modelo obtido após a substituição da restrição (19) pela (24) é chamado no restante deste trabalho de SLVDS.

5 RESULTADOS

Neste capítulo, apresentam-se os resultados e as análises de experimentos computacionais usando os modelos matemáticos propostos para os problemas de dimensionamento e de sequenciamento de lotes com características específicas do caso da empresa estudada, conforme propostos no Capítulo 4. Todos os experimentos foram realizados com base em dados reais de produção e utilizando-se o *software* Gusek integrado ao *software* de otimização de propósito geral *IBM CPLEX Optimization Studio v12.8*. Os modelos foram implementados em linguagem GMPL (*Gnu Mathematical Programming Language*). Foi utilizado um computador pessoal com processador Intel Core i7-7500U 2.7GHz e 8 GB de memória RAM, com sistema operacional Microsoft Windows 10.

5.1 Problema de dimensionamento de lotes de produção em máquinas paralelas com fracionamento limitado

Nesta seção, são apresentados os experimentos realizados com o modelo DLMPF, utilizando os dados reais de produtos referentes às seis linhas de montagem da empresa estudada, conforme apresentado na Tabela 2. Para cada tipo de produto, são apresentados o seu nome, com identificadores entre parênteses, o número de produtos ativos e o número de produtos estudados dentre os ativos, acompanhado da respectiva porcentagem.

Para facilitar a elaboração do plano mestre de produção os produtos são agrupados em 17 famílias de complexidade (grupo), conforme ilustrado na Tabela 3. No caso de lavadoras, o agrupamento é feito por capacidade de lavagem dos produtos e as capacidades são limitadas pelos gargalos das matérias-primas produzidas no parque de máquinas de injetoras. Já para os casos de fogões e *cooktop*, os produtos são agrupados por plataformas de produtos nas linhas de montagem, pois não existem gargalos em matéria-prima.

TABELA 2 – Configuração de produtos da empresa em estudo.

Tipos de Produtos (<i>P</i>)	Ativos	Estudados	Proporção
Site (fábrica)	201	91	45%
Lavadoras (L001 à L071)	71	33	46%
Fogões (F001 á F121)	121	50	41%
Cooktop (C001 à C009)	9	8	89%

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

TABELA 3 – Recurso de produtos e capacidades máximas de produção da empresa em estudo.

Grupo	Complexidade	Gargalo matéria-prima	Capacidade mensal	Capacidade diária	Produção
1	Baixa capacidade (6Kg, 8Kg e 9 Kg)	Cesto plástico	40.344	1.681	Linha 2
2	Média capacidade (10Kg e 11 Kg)	Anel plástico	46.104	1.921	Linha 2 e 3
3	Média capacidade cesto inox	Fundo cesto inox	46.104	1.921	Linha 1, 2 e 3
4	Média capacidade exportação	Fundo cesto plástico	40.344	1.681	Linha 1
5	Alta capacidade (12Kg e 13Kg)	Tanque/Cesto plástico	115.224	4.801	Linha 1, 2 e 3
6	Alta capacidade (15Kg e 16Kg)	Tanque/Cesto plástico	86.424	3.601	Linha 1 e 3
7	Plataforma 56 / 76 (phase out)	Simplex forno	23.064	961	Linha 4
8	Plataforma 76 (phase out)	Duplo forno	23.064	961	Linha 4
9	Plataforma 56 / 76	Simplex forno	28.800	1.200	Linha 4
10	Plataforma 76	Duplo forno	23.064	961	Linha 4
11	Plataforma 76	Built in	22.584	941	Linha 4
12	Exportação	Simplex / duplo forno	22.584	941	Linha 4
13	Plataforma 76	Placa eletrônica	23.064	961	Linha 4
14	Híbrido	Duplo forno	5.784	241	Linha 4
15	Mesa de vidro	Duplo forno	5.784	241	Linha 4
16	Plataforma 52	5 queimadores	115.224	4.801	Linha 5
17	Cooktop	5 queimadores	23.064	961	Linha 6

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Foram criadas sete instâncias utilizando-se diferentes conjuntos de produtos P , recursos R , linhas L e períodos T , conforme ilustrado na Tabela 4. Os dados referentes às demandas para cada instância são encontrados no Apêndice 1. As três primeiras

instâncias (A, B e C) correspondem a um horizonte de tempo de um mês, sendo que o número de períodos corresponde ao total de dias úteis no horizonte. As instâncias seguintes correspondem a horizontes maiores, incrementando-se 1 mês em cada, começando com 2 meses na instância D e tendo-se 6 meses na instância H.

TABELA 4 – Número de elementos dos conjuntos nas instâncias criadas para os testes computacionais.

Conjuntos	Instância A (1 mês)	Instância B (1 mês)	Instância C (1 mês)	Instância D (2 meses)	Instância E (3 meses)	Instância F (4 meses)	Instância G (5 meses)	Instância H (6 meses)
Modelos de Produtos (<i>P</i>)	91	72	84	91	91	91	91	91
Recursos – Grupos de itens (<i>R</i>)	17	17	17	17	17	17	17	17
Linhas de Produção (<i>L</i>)	6	6	6	6	6	6	6	6
Períodos em dias (<i>T</i>)	17	22	20	39	59	77	95	116

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

5.1.1 Análise de diferentes limites de fracionamento de lote por período

Em uma primeira etapa dos testes computacionais, as três primeiras instâncias (A, B e C) foram usadas em sete experimentos, impondo-se limites de fracionamento diferentes nas restrições (8) do DLMPF, sendo que o Experimento I foi limitado a um único fracionamento; no Experimento II, limitou-se a dois fracionamentos; e assim por diante até que no Experimento V foram considerados até cinco fracionamentos, sendo que no Experimento VI não se impôs limite de fracionamento. Esses experimentos foram feitos com horizontes de tempo referentes a um único mês de produção, embora o tamanho do horizonte varie entre as instâncias (devido ao número de dias úteis). As instâncias foram resolvidas impondo-se tolerância de otimalidade de 0,001% (parâmetro *mipgap* do CPLEX igual a 0.00001) e tempo máximo de execução de 300 segundos.

Os resultados encontrados nas soluções dos seis experimentos realizados nas instâncias A, B e C foram satisfatórios, pois independentemente do limite imposto ao número de fracionamentos por período, os resultados referentes aos tempos de processamento da produção (em segundos) foram melhores do que os encontrados pela empresa, conforme mostra a Tabela 5.

TABELA 5 – Tempo total de processamento da produção referente ao planejamento realizado pela empresa e às soluções ótimas para cada instância, nos Experimentos I a VI.

	Empresa Real	Experimento I	Experimento II	Experimento IV	Experimento V	Experimento VI
Instância A	4.355.924	3.980.213	3.980.213	3.980.254	3.980.254	3.980.255
Instância B	5.248.025	4.821.953	4.821.817	4.821.926	4.821.818	4.821.947
Instância C	5.208.585	5.013.495	5.013.495	5.013.485	5.013.426	5.013.426

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Na Tabela 5 nota-se que os tempos de processamento das soluções do modelo (obtidos a partir do primeiro termo da função objetivo) são muito similares entre eles para uma mesma instância, e todos abaixo do realizado pela empresa. As diferenças nos resultados de tempos de processamento usando o DLMPF apresentaram melhoras comparadas com o resultado obtido pela empresa, em 9,43% para a instância A, em 8,83% para a instância B e em 3,89% na instância C. Apesar do tempo de execução dos testes computacionais (CPU) atingirem o limite máximo imposto de 5 minutos em cada instância, as quantidades de fracionamentos também foram em média 55% menores que as realizadas pela empresa devido ao agrupamento dos produtos por período. Cabe ressaltar que em experimentos usando uma tolerância de otimalidade menor, igual a 0,01% (parâmetro *mipgap* do CPLEX igual a 0.0001), observou-se que o CPLEX finaliza em um tempo execução muito inferior, em torno de 30 segundos, e ainda assim com uma solução satisfatória, como pode ser observado no Apêndice 2.

Na sequência, são detalhados os resultados dos seis experimentos realizados para as instâncias A, B e C. As Tabelas 6, 7 e 8 mostram os resultados referentes à função objetivo do modelo DLMPF, o tempo de processamento correspondente, a quantidade total de fracionamentos, os tempos de execução do experimento, as diferenças relativas para o planejamento real da empresa, em porcentagem, e os desvios absolutos das soluções obtidas, apresentados como diferença absoluta entre o valor da função objetivo e o limitante inferior obtido pelo CPLEX, dado que em percentual todos ficaram abaixo de 0,001%. Cabe ressaltar que, dado que as instâncias não foram resolvidas na otimalidade, os valores das funções objetivo não são necessariamente não-crescentes conforme se avança nos experimentos (isto é, eles podem aumentar conforme se relaxa a restrição de número máximo de fracionamentos de lotes). Por esse motivo,

adotou-se uma tolerância de otimalidade de 0,001%, para deixar os resultados mais próximos do ótimo. Conforme mencionado anteriormente, tabelas similares para os mesmos experimentos, mas usando tolerância de otimalidade de 0,01%, são apresentados no Apêndice 2, apenas a título de comparação.

TABELA 6 – Resultados detalhados dos experimentos para a instância A.

Instância A	Função objetivo	Tempo processamento	Quantidade fracionamento	Diferença Empresa	Desvio absoluto
Experimento I	3.980.230,35	3.980.213,35	17	-9,439%	53,73
Experimento II	3.980.231,35	3.980.213,35	18	-9,439%	55,81
Experimento III	3.980.264,09	3.980.254,09	10	-9,438%	88,06
Experimento IV	3.980.264,09	3.980.254,09	10	-9,438%	88,90
Experimento V	3.980.265,30	3.980.254,30	11	-9,438%	89,37
Experimento VI	3.980.267,13	3.980.255,13	12	-9,438%	89,90

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

TABELA 7 – Resultados detalhados dos experimentos para a instância B.

Instância B	Função objetivo	Tempo processamento	Quantidade fracionamento	Diferença Empresa	Desvio absoluto
Experimento I	4.821.953,56	4.821.952,56	1	-8,836%	304,72
Experimento II	4.821.821,34	4.821.817,34	4	-8,839%	163,99
Experimento III	4.821.929,10	4.821.926,10	3	-8,837%	280,43
Experimento IV	4.821.930,10	4.821.926,10	4	-8,837%	281,70
Experimento V	4.821.828,77	4.821.817,77	11	-8,839%	180,44
Experimento VI	4.821.958,68	4.821.946,68	12	-8,836%	309,86

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

TABELA 8 – Resultados detalhados dos experimentos para a instância C.

Instância C	Função objetivo	Tempo processamento	Quantidade fracionamento	Diferença Empresa	Desvio absoluto
Experimento I	5.013.501,52	5.013.494,52	7	-3,891%	345,92
Experimento II	5.013.501,52	5.013.494,52	7	-3,891%	346,20
Experimento III	5.013.491,53	5.013.484,53	7	-3,891%	335,91
Experimento IV	5.013.493,53	5.013.484,53	9	-3,891%	337,81
Experimento V	5.013.435,72	5.013.425,72	10	-3,893%	281,15
Experimento VI	5.013.434,72	5.013.425,72	9	-3,893%	279,20

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Para facilitar a compreensão e a comparação entre o planejamento real da empresa e dos resultados obtidos pelo modelo nos experimentos computacionais, apresenta-se na Tabela 9 um exemplo do dimensionamento real comparado ao resultado de um dos experimentos computacionais. Nesse comparativo, foi utilizado o resultado do Experimento II da Instância A.

TABELA 9 – Comparação do dimensionamento das demandas de lavadoras.

Linha 1				Linha 2				Linha 3			
Período	Quantidade Produzida			Período	Quantidade Produzida			Período	Quantidade Produzida		
	Empresa	Experimento II	Diferença		Empresa	Experimento II	Diferença		Empresa	Experimento II	Diferença
1	1.671	732	-939	1	2.830	3.840	1.010	1	3.613	3.695	82
2	1.667	1.077	-590	2	3.810	3.600	-210	2	3.613	3.612	-1
3	1.669	720	-949	3	3.496	3.840	344	3	3.613	3.612	-1
4	1.678	964	-714	4	3.792	3.600	-192	4	3.613	3.613	0
5	1.692	720	-972	5	2.904	3.840	936	5	3.614	3.612	-2
6	1.351	0	-1.351	6	1.488	3.600	2.112	6	1.447	1.473	26
7	1.565	960	-605	7	2.701	3.600	899	7	3.615	4.085	470
8	1.623	0	-1.623	8	2.643	3.840	1.197	8	3.615	3.613	-2
9	1.583	0	-1.583	9	1.961	3.360	1.399	9	3.615	3.612	-3
10	1.595	960	-635	10	2.991	3.600	609	10	3.615	3.612	-3
11	1.568	720	-848	11	1.961	3.360	1.399	11	3.614	3.612	-2
12	1.579	720	-859	12	2.991	3.600	609	12	3.614	3.612	-2
13	1.562	726	-836	13	2.938	3.600	662	13	3.614	3.840	226
14	1.511	0	-1.511	14	1.934	3.600	1.666	14	3.614	3.613	-1
15	1.547	0	-1.547	15	2.938	3.600	662	15	3.614	3.613	-1
16	1.513	480	-1.033	16	1.934	3.360	1.426	16	3.614	3.613	-1
17	1.257	246	-1.011	17	2.403	3.360	957	17	2.265	3.600	1.335
	26.631	9.025	-17.606		45.715	61.200	15.485		57.922	60.042	2.120

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Na Tabela 9 pode-se observar que, no resultado do experimento, os produtos das linhas de lavadoras ficaram mais concentrados nas linhas L_2 e L_3 , as quais possuem os menores tempos de processamento p_{ik} dos produtos. Isso só foi possível, pois os produtos de lavadoras são mais padronizados, fazendo com que as linhas sejam mais semelhantes e possibilitando a flexibilidade de produzir alguns produtos nas três linhas simultaneamente. Com esse novo dimensionamento apresentado no experimento, foi possível uma considerável folga nos períodos existentes na L_1 e também ociosidade total em alguns períodos com produção “0”. Somada todas essas folgas, nota-se que nesse experimento existe uma disponibilidade de aproximadamente 65% na linha L_1 de lavadoras para serem preenchidas com aumento de demanda ou com a realização de

otimização dos recursos produtivos. O mesmo não acontece com nenhuma linha de fogões L_4 , L_5 e L_6 , conforme ilustrado na Tabela 10.

TABELA 10 – Comparação do dimensionamento das demandas de fogões.

Linha 4				Linha 5				Linha 6			
Período	Quantidade Produzida			Período	Quantidade Produzida			Período	Quantidade Produzida		
	Empresa	Experimento II	Diferença		Empresa	Experimento II	Diferença		Empresa	Experimento II	Diferença
1	1.751	1.745	-6	1	1.678	1.680	2	1	430	430	0
2	1.196	1.200	4	2	1.653	1.680	27	2	430	430	0
3	1.185	1.440	255	3	1.678	1.680	2	3	430	430	0
4	1.203	1.200	-3	4	1.635	1.680	45	4	430	430	0
5	1.785	1.745	-40	5	1.641	1.680	39	5	430	430	0
6	1.014	1.021	7	6	1.285	1.680	395	6	344	344	0
7	1.628	1.680	52	7	1.593	1.680	87	7	353	330	-23
8	1.413	1.440	27	8	1.593	1.680	87	8	452	430	-22
9	2.244	2.251	7	9	1.101	1.549	448	9	458	430	-28
10	1.663	1.745	82	10	1.720	1.680	-40	10	430	430	0
11	1.551	1.440	-111	11	2.522	1.680	-842	11	430	430	0
12	1.610	1.745	135	12	1.635	1.680	45	12	430	437	7
13	1.629	1.745	116	13	1.593	1.680	87	13	439	473	34
14	1.595	1.440	-155	14	2.450	1.680	-770	14	430	462	32
15	1.612	1.440	-172	15	1.551	1.680	129	15	430	430	0
16	2.286	2.085	-201	16	1.720	1.675	-45	16	430	430	0
17	1.018	1.021	3	17	1.376	1.680	304	17	344	344	0
	26.383	26.383	0		28.424	28.424	0		7.120	7.120	0

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Dada a complexidade dos produtos, as linhas de fogões não possuem as mesmas flexibilidades que as linhas de lavadoras. Os produtos são exclusivos de cada linha e por esse motivo não foi possível obter os mesmos ganhos significativos que obteve no dimensionamento das linhas de lavadoras.

5.1.2 Análise de diferentes valores para o parâmetro de penalidade H .

Dando continuidade aos testes computacionais, em uma segunda etapa foram realizados os Experimentos VII, VIII e IX, limitando o DLMPF a um único fracionamento por período, como definido originalmente nas restrições (8), porém variando-se agora a penalidade H da função objetivo de acordo com os valores 10, 100 e 1000, de modo a verificar seu impacto no fracionamento desnecessário de lotes. As Tabelas 11, 12 e 13 apresentam os resultados destes experimentos.

Analisando os resultados das Tabelas 11, 12 e 13 e comparando-os com os resultados do Experimento I (mesmo limite de fracionamentos, mas com $H = 1$), pode-se notar que as diferenças relativas entre os valores da função objetivo do Experimento I com os Experimentos VII, VIII e IX, não são significativas, porém a quantidade de fracionamentos apresentadas nos Experimentos VII, VIII e IX, foram muito menores do que as obtidas no Experimento I. Esses resultados de menor fracionamentos devem ser vistos como ponto positivo, pois reduzem os tempos com preparação, separação e abastecimento de materiais no processo produtivo, permitindo antecipar a produção e otimizar os recursos operacionais logísticos.

TABELA 11 – Resultados da instância A para os Experimentos VII a IX, correspondentes a diferentes valores de H .

Instância A	Função objetivo	Tempo processamento	Quantidade fracionamento	Diferença Empresa	Desvio absoluto
Experimento VII	3.980.364,09	3.980.253,09	10,00	-9,435%	39,69
Experimento VIII	3.981.264,09	3.980.254,09	10,00	-9,411%	50,02
Experimento IX	3.990.264,09	3.980.254,09	10,00	-9,164%	1.504,20

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

TABELA 12 – Resultados da instância B para os Experimentos VII a IX, correspondentes a diferentes valores de H .

Instância B	Função objetivo	Tempo processamento	Quantidade fracionamento	Diferença Empresa	Desvio absoluto
Experimento VII	4.822.052,56	4.821.952,56	0,00	-8,834%	216,58
Experimento VIII	4.822.952,56	4.821.952,56	0,00	-8,814%	107,57
Experimento IX	4.831.952,56	4.821.952,56	0,00	-8,611%	107,59

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

TABELA 13 – Resultados da instância C para os Experimentos VII a IX, correspondentes a diferentes valores de H .

Instância C	Função objetivo	Tempo processamento	Quantidade fracionamento	Diferença Empresa	Desvio absoluto
Experimento VII	5.013.587,32	5.013.507,32	8,00	-3,889%	321,98
Experimento VIII	5.014.179,98	5.013.679,98	5,00	-3,877%	571,64
Experimento IX	5.017.819,98	5.013.819,99	4,00	-3,802%	2.573,76

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

5.1.3 Análise de diferentes tamanhos do horizonte de tempo.

Após os experimentos com as instâncias A, B e C, com horizonte de tempo de um mês cada uma, foram realizados os mesmos seis experimentos anteriores para duas novas instâncias, D e E, com número de períodos diferentes, correspondentes a dois e três meses, respectivamente. Utilizou-se os mesmos limites para tolerância de otimalidade e tempo de execução que nos experimentos anteriores.

Os resultados dos experimentos com essas duas instâncias são apresentados na Tabela 14 e mostram que também são melhores do que os realizados no planejamento real da empresa. Para a instância D o tempo de processamento ficou 8,67% menor e para a instância E ficou 8,43% menor.

TABELA 14 – Resultado das funções objetivo para as instâncias D e E em cada experimento.

	Empresa Real	Experimento I	Experimento II	Experimento IV	Experimento V	Experimento VI
Instância D	9.603.949,18	8.837.430,45	8.837.430,45	8.837.517,53	8.837.514,53	8.837.515,85
Instância E	14.812.534,47	13.660.478,15	13.660.182,55	13.660.118,15	13.660.112,47	13.660.100,47

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Os resultados detalhados dos seis experimentos realizados com as instâncias iniciais D e E, e a comparação com os dados fornecidos pela empresa para essas duas instâncias são apresentados nas Tabelas 15 e 16. Conforme pode-se observar, os tempos de processamento entre as instâncias são muito próximos entre si e a diferença com a empresa é muito relevante. O que podemos notar é uma grande variação nas quantidades de fracionamento na programação comparadas a realizada pela empresa, os experimentos apresentaram uma melhora de 56%, o que é uma informação muito importante na prática, pois quanto menores forem as quantidades de fracionamentos, menores serão os tempos com preparação, separação e abastecimento de materiais no processo produtivo, tempos esses que contribuem para um melhor aproveitamento dos recursos produtivos.

Por fim, foram realizados novos experimentos computacionais, usando agora as instâncias (F, G e H) criadas para avaliar o comportamento do DLMPF em instâncias com horizontes de tempo maiores, correspondentes a quatro, cinco e seis meses de

produção. Porém, não foi possível sequer obter soluções factíveis para essas instâncias dentro do tempo máximo de execução, que foi definido como 14.400 segundos.

TABELA 15 – Resultado das funções objetivo para os experimentos da instância D.

Instância D	Função objetivo	Tempo processamento	Quantidade fracionamento	Diferença Empresa	Desvio absoluto
Experimento I	8.837.456,45	8.837.430,45	26	-8,673%	530,79
Experimento II	8.837.452,45	8.837.430,45	22	-8,673%	524,78
Experimento III	8.837.453,85	8.837.431,85	22	-8,673%	526,31
Experimento IV	8.837.536,53	8.837.517,53	19	-8,672%	609,38
Experimento V	8.837.534,53	8.837.514,53	20	-8,672%	526,31
Experimento VI	8.837.532,85	8.837.515,85	17	-8,672%	605,12

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

TABELA 16 – Resultado das funções objetivo para os experimentos da instância E.

Instância E	Função objetivo	Tempo processamento	Quantidade fracionamento	Diferença Empresa	Desvio absoluto
Experimento I	13.660.482,15	13.660.478,15	4	-8,433%	781,78
Experimento II	13.660.193,55	13.660.182,55	11	-8,436%	632,96
Experimento III	13.660.186,55	13.660.182,55	4	-8,436%	718,68
Experimento IV	13.660.139,15	13.660.118,15	21	-8,436%	700,45
Experimento V	13.660.117,47	13.660.112,47	5	-8,436%	719,11
Experimento VI	13.660.103,47	13.660.100,47	3	-8,436%	713,30

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Para comprovar que essas instâncias eram factíveis, foi substituída a função objetivo (1) do DLMPF por:

$$\min \sum_{i \in P} \sum_{k \in L} \sum_{t \in T} e_{kt}$$

e a restrição (11) por:

$$\sum_{i \in P} p_{ik} * (Q * x_{ikt} + \bar{d}_i * y_{ikt} + w_{ikt-1} - w_{ikt}) \leq Ch_{kt} + e_{kt}.$$

Com isso, o CPLEX obteve solução ótima com o $e_{kt} = 0$, para todo $k \in L$ e $t \in T$, mostrando que as instâncias são factíveis. Isso indica que a dificuldade em resolver o modelo original para essas instâncias está no problema de factibilização. Fica como uma proposta de investigação futura, usar a solução ótima do DLMPF modificado usando-se

(25) e (26) como sugestão de solução inicial para o CPLEX, ao resolver o DLMPF original. Este experimento não pôde ser realizado neste trabalho, dado que o Gusek não permite sugerir soluções iniciais para o CPLEX por meio de sua interface.

5.2 Problema de sequenciamento de lotes de produção com velocidades dependentes de sequência

Nesta seção, são descritos os resultados de experimentos com o modelo de sequenciamento SLVDS, utilizando o mapa de produção estabelecido pela empresa na forma de plano mestre de produção por linha de produção, conforme exemplo de três dias apresentado na Tabela 17 para linha de produção 2.

TABELA 17 – Plano mestre de produção para a Linha 2.

Produto	Linha	Prod/h	TT	Dia 1	hs/nec	Dia 2	hs/nec	Dia 3	hs/nec	Total
L01	2	228	15,79		0,0	480	2,1	720	3,2	1.446
L04	2	228	15,79		0,0	240	1,1		0,0	485
L11	2	228	15,79		0,0	620	2,7	480	2,1	1.347
L16	2	228	15,79	960	4,2	480	2,1	960	4,2	2.650
L19	2	171	21,05	760	4,4	480	2,8	240	1,4	1.679
L62	2	210	17,14	960	4,6	480	2,3	1.680	8,0	3.354
Total				2.680	13,23	2.780	13,08	4.080	18,88	10.961

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

A sequência de produção é um desdobramento do mapa de produção. A programação é aberta em três dias de produção em lotes de 240 produtos para cada item, porém pode-se ter lotes maiores devido a sobras de produção (fracionamento) do dia anterior, bem como lotes menores devido a demanda não ser múltiplo de 240 (demanda residual).

Para facilitar a elaboração da sequência, os itens são agrupados por complexidade e, no caso de lavadoras, objeto de estudo destes experimentos, o agrupamento é feito por capacidade de lavagem dos produtos por linha de produção. As capacidades são limitadas pelos gargalos das matérias-primas produzidas no parque de

máquinas de injetoras, conforme mencionado nos experimentos de dimensionamento de lotes de produção. Nessa etapa da pesquisa, dá-se enfoque somente ao sequenciamento da produção, e considera-se uma das linhas de montagem existentes na empresa estudada, a linha 2. Os dados utilizados para realizar os experimentos do sequenciamento foram fornecidos pela empresa, conforme apresentado na Tabela 18.

TABELA 18 – Sequenciamento de três dias de produção da linha 2 com os dados definidos pela empresa em estudo.

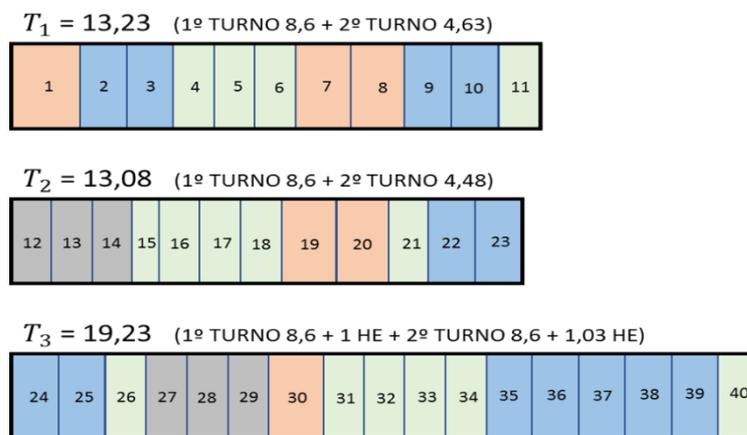
	PRODUTO	PRODUTO/H	ORDEM DE PRODUÇÃO	DEMANDA	SEQUÊNCIA	HS/FABRICAÇÃO	DATA
DIA 1	L19	171	6613222	280	1	1,64	SEG
	L62	210	6614971	240	2	1,14	SEG
	L62	210	6614972	240	3	1,14	SEG
	L16	228	6613224	240	4	1,05	SEG
	L16	228	6613226	240	5	1,05	SEG
	L16	228	6613223	240	6	1,05	SEG
	L19	171	6614967	240	7	1,40	SEG
	L19	171	6614968	240	8	1,40	SEG
	L62	210	6614973	240	9	1,14	SEG
	L62	210	6614974	240	10	1,14	SEG
	L16	228	6614969	240	11	1,05	SEG
DIA 2	L04	228	6614976	240	12	1,05	TER
	L01	228	6614980	240	13	1,05	TER
	L01	228	6614981	240	14	1,05	TER
	L11	228	6614979	140	15	0,61	TER
	L11	228	6614978	240	16	1,05	TER
	L16	228	6614970	240	17	1,05	TER
	L16	228	6614984	240	18	1,05	TER
	L19	171	6614982	240	19	1,40	TER
	L19	171	6614983	240	20	1,40	TER
	L11	228	6614977	240	21	1,05	TER
	L62	210	6614985	240	22	1,14	TER
L62	210	6614986	240	23	1,14	TER	
DIA 3	L62	210	6614987	240	24	1,14	QUA
	L62	210	6614988	240	25	1,14	QUA
	L11	228	6615708	240	26	1,05	QUA
	L01	228	6615709	240	27	1,05	QUA
	L01	228	6615710	240	28	1,05	QUA
	L01	228	6615711	240	29	1,05	QUA
	L19	171	6615712	240	30	1,40	QUA
	L16	228	6615713	240	31	1,05	QUA
	L16	228	6615714	240	32	1,05	QUA
	L16	228	6615715	240	33	1,05	QUA
	L16	228	6615716	240	34	1,05	QUA
	L62	210	6615717	240	35	1,14	QUA
	L62	210	6615718	240	36	1,14	QUA
	L62	210	6615719	240	37	1,14	QUA
	L62	210	6615720	240	38	1,14	QUA
	L62	210	6615721	240	39	1,14	QUA
L11	228	6615724	240	40	1,05	QUA	

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Na sequência apresentada na Tabela 18, pode-se notar que a quantidade de itens produzidos por hora (PROD/H) é diferente para cada grupo de itens, respeitando a complexidade do processo produtivo. Na prática, ao se fazer o sequenciamento, não são computadas as perdas de preparação entre cada item, para simplificar o processo de decisão. Entretanto, as perdas de preparação existem na realidade, pois a velocidade da linha varia para cada tipo de produto, conforme indicado na coluna (HS/FAB). Velocidades diferentes têm impacto direto nos tempos de processamento dos lotes, conforme detalhado na Seção 3.2.

Para facilitar a compreensão do sequenciamento apresentado na Tabela 18 referente aos três períodos estudados em uma linha de produção de lavadoras, foi criada a Figura 13 que mostra o desdobramento dos 40 itens sequenciados considerando seus respectivos tempos de ciclo, respeitando o tempo máximo em horas disponível para cada período.

Figura 13 – Exemplo do desdobramento do sequenciamento por período.



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

De acordo com esses dados, foram criadas as matrizes de tempo de preparação, sendo uma para cada dia de produção, contendo os itens, tempos de produção (TT - *Takt Time*) e os tempos de preparação (\tilde{s}_{ij}) para cada troca entre lotes de dois itens. As matrizes são apresentadas nas Tabelas 19, 20 e 21.

TABELA 19– Matriz de preparação Linha 2, dia 1.

Item	TT	Produto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L19	21,05	1	0,0	156,4	156,4	210,5	210,5	210,5	0,0	0,0	156,4	156,4	210,5
L62	17,14	2	156,4	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	156,4	156,4	0,0	0,0	54,1
L62	17,14	3	156,4	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	156,4	156,4	0,0	0,0	54,1
L16	15,79	4	210,5	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	210,5	210,5	54,1	54,1	0,0
L16	15,79	5	210,5	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	210,5	210,5	54,1	54,1	0,0
L16	15,79	6	210,5	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	210,5	210,5	54,1	54,1	0,0
L19	21,05	7	0,0	156,4	156,4	210,5	210,5	210,5	0,0	0,0	156,4	156,4	210,5
L19	21,05	8	0,0	156,4	156,4	210,5	210,5	210,5	0,0	0,0	156,4	156,4	210,5
L62	17,14	9	156,4	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	156,4	156,4	0,0	0,0	54,1
L62	17,14	10	156,4	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	156,4	156,4	0,0	0,0	54,1
L16	15,79	11	210,5	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	210,5	210,5	54,1	54,1	0,0

Elaborado pela autora (2019).

TABELA 20 – Matriz de preparação Linha 2, dia 2.

Item	TT	Produto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
L04	15,79	1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	210,5	0,0	54,1	54,1
L01	15,79	2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	210,5	0,0	54,1	54,1
L01	15,79	3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	210,5	0,0	54,1	54,1
L11	15,79	4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	210,5	0,0	54,1	54,1
L11	15,79	5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	210,5	0,0	54,1	54,1
L16	15,79	6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	210,5	0,0	54,1	54,1
L16	15,79	7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	210,5	0,0	54,1	54,1
L19	21,05	8	210,5	210,5	210,5	210,5	210,5	210,5	210,5	0,0	0,0	210,5	156,4	156,4
L19	21,05	9	210,5	210,5	210,5	210,5	210,5	210,5	210,5	0,0	0,0	210,5	156,4	156,4
L11	15,79	10	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	210,5	0,0	54,1	54,1
L62	17,14	11	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	156,4	156,4	54,1	0,0	0,0
L62	17,14	12	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	156,4	156,4	54,1	0,0	0,0

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Em um primeiro experimento, com o modelo SLVDS, considerou-se o sequenciamento dos lotes para o primeiro dia (DIA 1) dos dados coletados. Neste período, o tempo total de produção dos lotes na sequência real definida pela empresa estudada foi de 48.242,39 segundos (13,4 horas). Já na sequência ótima obtida como resultado da resolução do modelo matemático, esse tempo foi de 47.821,33 segundos (13,38 horas).

TABELA 21 – Matriz de preparação Linha 2, dia 3.

Item	TT	Produto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
L62	17,14	1	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	156,4	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1
L62	17,14	2	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	156,4	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1
L11	15,79	3	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0
L01	15,79	4	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0
L01	15,79	5	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0
L01	15,79	6	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0
L19	21,05	7	156,4	156,4	210,5	210,5	210,5	210,5	0,0	210,5	210,5	210,5	210,5	156,4	156,4	156,4	156,4	156,4	210,5
L16	15,79	8	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0
L16	15,79	9	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0
L16	15,79	10	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0
L16	15,79	11	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0
L62	17,14	12	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	156,4	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1
L62	17,14	13	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	156,4	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1
L62	17,14	14	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	156,4	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1
L62	17,14	15	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	156,4	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1
L62	17,14	16	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	156,4	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1
L11	15,79	17	54,1	54,1	0,0	0,0	0,0	0,0	210,5	0,0	0,0	0,0	0,0	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	0,0

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Levando-se em consideração que o tempo disponível de trabalho na empresa é de 47.628,00 segundos (13,23 horas) e que na programação real não é considerado o tempo de preparação, pode-se dizer que a perda do dia analisado pela sequência definida pela empresa estudada é de aproximadamente 35 produtos, considerando um tempo de produção ponderado pela demanda de produção do dia de 17,76 segundos. Por perda, entende-se o número de produtos que se deixa de ganhar no dia, pois o tempo de preparação está oculto na programação e conseqüentemente na sequência. Uma vez que este tempo é separado do tempo de processamento do produto como foi feito na matriz, se identifica uma oportunidade de melhorar a produtividade com a otimização da sequência de produção evitando grandes quantidades de preparações. Ao fazer essa mesma consideração para a sequência ótima obtida, pode-se constatar que a perda do dia reduziu para 11 produtos, conforme ilustrado na Tabela 22.

TABELA 22 – Comparação da sequência real vs sequência do Experimento do dia 1.

EMPRESA REAL		EXPERIMENTO DIA 1	
SEQUÊNCIA	TEMPO PROCESSAMENTO	SEQUÊNCIA	TEMPO PROCESSAMENTO
instante_final(1)	5.894,00	instante_final(6)	3.789,60
instante_final(2)	10.163,99	instante_final(11)	7.579,20
instante_final(3)	14.277,59	instante_final(5)	11.368,80
instante_final(4)	18.121,33	instante_final(4)	15.158,40
instante_final(5)	21.910,93	instante_final(2)	19.326,14
instante_final(6)	25.700,53	instante_final(9)	23.439,74
instante_final(7)	30.963,06	instante_final(10)	27.553,34
instante_final(8)	36.015,06	instante_final(3)	31.666,94
instante_final(9)	40.285,05	instante_final(1)	37.717,33
instante_final(10)	44.398,65	instante_final(7)	42.769,33
instante_final(11)	48.242,39	instante_final(8)	47.821,33
PERDA PROD.	35	PERDA PROD.	11

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

O resultado do modelo matemático apresentado pelo Experimento do dia 1 na Tabela 22, proporcionou reduzir aproximadamente 1% no tempo de processamento que representa uma oportunidade de ganho de 24 produtos com a sequência ótima proposta. Essa melhoria foi decorrente do agrupamento dos itens na sequência proposta pelo sistema com a otimização de preparação. A Tabela 23 apresenta os tempos de processamento da sequência real definida pela empresa estudada em comparação ao resultado da sequência ótima obtida pelo modelo SLVDS.

Foram feitos mais dois experimentos seguindo os mesmos procedimentos de testes computacionais realizados na instância A. Foi possível notar que os resultados de tempo de processamento dessas novas instâncias foram muito semelhantes ao resultado da instância do dia 1. Os tempos de execução dos testes computacionais do modelo SLVDS para as três instâncias foram muito baixos, correspondendo a menos de 1 minuto.

TABELA 23 – Sequência de produção ótima obtida no dia 1.

SEQUÊNCIA DA LINHA 2 - EXPERIMENTO I						
	PRODUTO	PRODUTO/H	DEMANDA	SEQUÊNCIA	HS/FABRICAÇÃO	DATA
DIA 1	L16	228	240	6	1,05	SEG
	L16	228	240	11	1,05	SEG
	L16	228	240	5	1,05	SEG
	L16	228	240	4	1,05	SEG
	L62	210	240	2	1,14	SEG
	L62	210	240	9	1,14	SEG
	L62	210	240	10	1,14	SEG
	L62	210	240	3	1,14	SEG
	L19	171	280	1	1,64	SEG
	L19	171	240	7	1,40	SEG
L19	171	240	8	1,40	SEG	

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Na Tabela 24, podemos visualizar um resumo dos resultados obtidos em cada um dos três experimentos do sequenciamento, de acordo com as soluções ótimas obtidas pelo SLVDS. Observa-se que foi possível minimizar a função objetivo com a redução dos tempos totais de processamento em aproximadamente 1%, tempo esse que representa 52 produtos de oportunidade de ganho com os novos sequenciamentos realizados através dos experimentos dos 3 dias de produção mostrados na comparação das perdas embutidas nos tempos de processamento real da empresa versus as perdas dos tempos de processamento obtidos através dos experimentos das 3 instâncias analisadas.

TABELA 24 – Comparação dos resultados dos experimentos com o SLVDS vs sequenciamento da empresa em estudo.

	REAL EMPRESA		EXPERIMENTO	
	Tempo Processamento	Perda de Produção	Tempo Processamento	Perda de Produção
Instância - dia 1	48.242,39	35	47.821,33	11
Instância - dia 2	47.545,88	27	47.281,20	11
Instância - dia 3	68.541,19	34	68.168,30	12
Resultado	164.329,46	96	163.270,83	34

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

6 CONCLUSÕES E PESQUISAS FUTURAS

Nesta dissertação, abordou-se os problemas de dimensionamento de lotes e de sequenciamento da produção de uma empresa de eletrodoméstico do segmento de linha branca, propondo-se uma estratégia de solução que possibilita o apoio à tomada de decisão. Após a caracterização do caso real estudado e dos problemas e desafios envolvidos, o primeiro passo foi propor o modelo de dimensionamento de lotes de produção em máquinas paralelas com o fracionamento limitado (DLMPF), que contempla características específicas do caso da empresa. Foram realizados experimentos computacionais com esse modelo, considerando instâncias criadas a partir de dados reais e contemplando três meses de produção em separado, seis linhas paralelas e 91 itens com demanda na planta em estudo.

Os resultados do estudo foram satisfatórios e podem trazer grandes benefícios com a implementação na empresa, pois foi possível encontrar soluções factíveis para o DLMPF em experimentos realizados com instâncias com horizonte de planejamento de até 3 meses. Tais soluções permitiram enxergar oportunidades de ganhos significativos de aproximadamente 65% em uma das linhas de lavadoras para serem preenchidas com aumento de demanda ou com a realização de otimização dos recursos produtivos. Os resultados também mostraram que as soluções do modelo apresentaram tempos de processamento melhores em até 9,43% melhores do que o realizado pela empresa em estudo e proporcionou uma redução de aproximadamente 55% nas quantidades de fracionamento comparados ao valor da empresa.

Em uma etapa seguinte, estudou-se o sequenciamento de lotes de produção em linhas paralelas, propondo-se o modelo SLVDS (sequenciamento de lotes com velocidades dependentes da sequência). A sequência de produção da empresa estudada é normalmente elaborada para três dias de produção. O resultado desse estudo também foi considerado satisfatório, pois permitiu enxergar o tamanho da perda de produção diária quando se considera as perdas de tempo de preparação de forma explícita. Foi possível também definir um sequenciamento ótimo que minimiza os tempos

de processamento proporcionando uma redução da perda em 52 produtos em 3 dias de sequenciamento, e uma melhoria de aproximadamente 1% nos tempos de processamento.

Os resultados obtidos com ambos os modelos motivaram mudanças na prática, como a realocação de lavadoras a linhas de produção diferentes, bem como a adaptação da área de injeção plástica para atender o agrupamento das famílias por complexidade e os produtos por máquinas cativas, conforme sugerido pelas soluções obtidas. Além disso, foram realizados novos balanceamento das linhas seguindo os novos tempos de processamento dos produtos obtidos pelos experimentos, resultando de fato na redução do número de fracionamentos de lotes.

Uma abordagem interessante em pesquisas futuras pode ser estudar o dimensionamento e sequenciamento de lotes de maneira integrada, baseando-se em outros trabalhos da literatura e estendendo-os de forma a incorporar características do caso real estudado. Pode-se também incorporar tempos de preparação ao modelo DLMPF proposto neste trabalho e novas restrições derivadas do processo produtivo. Outra possibilidade relevante de investigação envolve a resolução de instâncias maiores, que possivelmente envolvam produção do ano todo, com o objetivo de ficar mais próximo da realidade da empresa estudada. Para isso, podem ser utilizadas heurísticas, como por exemplo *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*, ou estratégias como a de horizonte rolante.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALLAHVERDI, A.; GUPTA, J. N. D; ALDOWAISAN, T. A review of scheduling research involving setup considerations. *Omega*, v. 27, n. 2, p. 219-239, 1999.
- ALLAHVERDI, A. A survey of scheduling problems with setup times or costs. *European journal of operational research*. v. 187, n. 3, p. 985-1032, 2008.
- ALLAHVERDI, A. The third comprehensive survey on scheduling problems with setup times/costs. *European Journal of Operational Research*, v. 246, n. 2, p. 345-378, 2015.
- ALMADA-LOBO, B.; CLARK, A.; GUIMARÃES, L.; FIGUEIREDO, G.; AMORIM, P. Industrial insights into lot sizing and scheduling modeling. *Pesquisa Operacional*, v. 35, n. 3, p. 439-464, 2015.
- ALMADA-LOBO, Bernardo *et al.* Multiple machine continuous setup lotsizing with sequence-dependent setups. *Computational Optimization and Applications*, v. 47, n. 3, p. 529-552, 2010.
- ARAUJO, S. A. Itens e métodos para o planejamento da produção aplicados no setor de fundições. 2003. Tese (doutorado em Matemática Computacional) – *Instituto de Ciências Matemáticas e Computação*, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.
- ARENALES, M. *et al.* *Pesquisa operacional: para cursos de engenharia*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.
- BALDO, Tamara A. *et al.* An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry. *Computers & Industrial Engineering*, v. 72, p. 58-71, 2014.
- BRITO, Taise Câmara *et al.* Definindo uma estratégia make to availability para uma empresa make to stock de linha branca. *Exacta*, v. 16, n. 1, 2018.
- CAUCHICK, P. A. M.; *et al.* *Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações*. Campus: São Paulo, 2010.
- CAMARGO, Victor CB; TOLEDO, Franklina Maria Bragion; ALMADA-LOBO, Bernardo. Three time-based scale formulations for the two-stage lot sizing and scheduling in process industries. *Journal of the Operational Research Society*, v. 63, n. 11, p. 1613-1630, 2012.
- CHIAVENATO, Idalberto. *Iniciação à Administração da Produção*. São Paulo: Editora Makron, McG Hill, 1991.

-
- CLARK, A. R.; CLARK, S. J. Rolling-horizon lot-sizing when set-up times are sequence-dependent. *International Journal of Production Research*, v. 38, n. 10, p. 2287-2307, 2000.
- CORRÊA, H. L.; GIANESI, I. G. N. *Just in Time, MRPII e OPT*. 2. Ed. São Paulo: Editora Atlas, 2009.
- DÍAZ-MADRONERO, M.; MULA, J.; PEIDRO, D. A review of discrete-time optimization models for tactical production planning. *International Journal of Production Research*, v. 38, n. 10, p. 5171-5205, 2014.
- DREXL, Andreas; KIMMS, Alf. Lot sizing and scheduling—survey and extensions. *European Journal of operational research*, v. 99, n. 2, p. 221-235, 1997.
- FACHINI, Ramon Faganello; ESPOSTO, Kleber Francisco; CAMARGO, Victor Claudio Bento. Glass container production planning with warm-ups and furnace extraction variation losses. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 90, n. 1-4, p. 527-543, 2017.
- FERNANDES, F. C. F.; GODINHO FILHO, M. Planejamento e controle da produção: dos fundamentos ao essencial. São Paulo: Atlas, 2010.
- FERREIRA, D. Um modelo de dimensionamento de lotes aplicado à indústria de bebidas. 2002. 111 p., Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - IBILCE, UNESP, S. J. do Rio Preto, 2002.
- FERREIRA, Deisemara; MORABITO, Reinaldo; RANGEL, Socorro. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, v. 196, n. 2, p. 697-706, 2009.
- FIGUEIRA, Gonçalo; SANTOS, Maristela Oliveira; ALMADA-LOBO, Bernardo. A hybrid VNS approach for the short-term production planning and scheduling: A case study in the pulp and paper industry. *Computers & Operations Research*, v. 40, n. 7, p. 1804-1818, 2013.
- FLEISCHMANN, B. The discrete lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs. *European Journal of Operational Research*, v. 75, n. 2, p. 395-404, 1994.
- FLEISCHMANN, Bernhard; MEYR, Herbert. The general lotsizing and scheduling problem. *Operations-Research-Spektrum*, v. 19, n. 1, p. 11-21, 1997.
- FLESZAR, K.; HINDI, K. S. Solving the resource-constrained project problem by a variable neighborhood scheduling search. *European Journal of Operational Research*, v. 155, n. 2, p. 402-413, 2004.
- FUCHIGAMI, H. Y.; RANGEL, S. Uma análise de estudos de casos em sequenciamento da produção. *XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (XLVI SBPO)*, 2014.
- GLOCK, C. H.; GROSSE, E. H.; RIES, J. M. The lot sizing problem: A tertiary study. *International Journal of Production Economics*, v. 155, p. 39-51, 2014.

GUPTA, Jatinder ND; STAFFORD JR, Edward F. Flowshop scheduling research after five decades. *European Journal of Operational Research*, v. 169, n. 3, p. 699-711, 2006.

HAASE, Knut. Capacitated lot-sizing with sequence dependent setup costs. *Operations-Research-Spektrum*, v. 18, n. 1, p. 51-59, 1996.

HAASE, K.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling with sequence-dependent setup costs and times and efficient rescheduling opportunities. *International Journal of Production Economics*, v. 66, n. 2, p. 159-169, 2000.

HARJUNKOSKI, Iiro. Scope for industrial applications of production scheduling models and solution methods. *Computers & Chemical Engineering*, v. 62, p. 161-193, 2014.

HILLIER, F.S., LIEBERMAN, G.J. Introdução à pesquisa operacional. 8ª ed. São Paulo; *McGraw-Hill*, 2006.

JANS, R.; DEGRAEVE, Z. Modeling industrial lot sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, v. 46, n. 6, p. 1619-1643, 2008.

JOHNSON, L. A.; MONTGOMERY. Operations research in production planning, scheduling and inventory control. *New York: Wiley*, 1974.

KAGERMANN, Henning; WAHLSTER, Wolfgang; HELBIG, Johannes. Recommendations for implementing the strategic initiative Industrie 4.0: Final report of the Industrie 4.0 Working Group. Forschungsunion: Berlin, Germany, 2013.

KANG, S. & MALIK, K. & THOMAS, L.J. Lotsizing and scheduling on parallel machines with sequence-dependent setup costs. *Management Science*, v. 45, n. 2, p. 273-289, 1999.

KARIMI, Behrooz; GHOMI, SMT Fatemi; WILSON, J. M. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*, v. 31, n. 5, p. 365-378, 2003.

LACHTERMACHER, G. Pesquisa operacional na tomada de decisões. 4ª ed. São Paulo; Pearson Prentice Hall, 2009.

LANG, Jan Christian; SHEN, Zuo-Jun Max. Fix-and-optimize heuristics for capacitated lot-sizing with sequence-dependent setups and substitutions. *European Journal of Operational Research*, v. 214, n. 3, p. 595-605, 2011.

MARTÍNEZ, Karim Yaneth Pérez; TOSO, Eli Angela Vitor. Lot sizing and scheduling in the molded pulp packaging industry. *Gestão & Produção*, v. 23, n. 3, p. 649-660, 2016.

PEREIRA, Érica Cristiane Ozório; ERDMANN, Rolf Hermann. A evolução do planejamento e controle e o perfil do gerente da produção. *XVIII ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO*, 1998.

QUADT, Daniel; KUHN, Heinrich. Capacitated lot-sizing with extensions: a review. *4OR*, v. 6, n. 1, p. 61-83, 2008.

ROBINSON, P.; NARAYANAN, A.; SAHIN, F. Coordinated deterministic dynamic demand lot-sizing problem. A review models and algorithms. *Omega*, v. 37, n. 1, 2009.

SALVADOR, M. F.; DE GUIMARÃES, J. C. F.; SEVERO, E. A. Programação e sequenciamento de produção: o caso de uma montadora de implementos rodoviários. *Desenvolve - Revista de Gestão do Unilasalle*, v. 3, n. 2, 2014.

SILVA, E. L. DA; MENEZES, E. M. Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação. 4. ed. rev ed. Florianópolis: UFSC, 2005. p. 138.

SLACK, N. Vantagem competitiva em manufatura: atingindo competitividade nas operações industriais. 1ª ed. São Paulo: Atlas, 1993.

SLACK, N; CHAMBERS, S; JOHNSTON, R. Administração da produção. 2ª.ed. São Paulo: Editora Atlas, 2002.

SLACK, N. CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R. Administração da Produção. 3ª ed. São Paulo: Editora Atlas, 2009.

STAGGEMEIER, A. T., CLARK, A. R. A survey of lot-sizing and scheduling models. In: 33º *SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL*, 2001.

SUERIE, Christopher. Campaign planning in time-indexed model formulations. *International Journal of Production Research*, v. 43, n. 1, p. 49-66, 2005.

TAHA, H.A.; Pesquisa operacional. 8ª ed. São Paulo; Pearson Prentice Hall, 2008.

TELO, L. R. A. Proposição de sequenciamento da produção com uso do tempo de preparação. *South American Development Society Journal*, v. 3, n. 08, p. 19-49, 2017.

TEMPELMEIER, Horst; COPIL, Karina. Capacitated lot sizing with parallel machines, sequence-dependent setups, and a common setup operator. *OR spectrum*, v. 38, n. 4, p. 819-847, 2016.

TOLEDO, Claudio Fabiano Motta *et al.* Mathematical programming-based approaches for multi-facility glass container production planning. *Computers & Operations Research*, v. 74, p. 92-107, 2016.

TOSO, E. A. V.; MORABITO, R. Otimização no dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção: estudo de caso numa fábrica de rações. *Gestão & Produção*, 2005. 12(2), 203-217.

TOSO, E. A. V.; MORABITO, R.; CLARK, A. Combinação de abordagens GLSP e ATSP para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção de suplementos para nutrição animal. *Pesquisa Operacional*, 2008. 28(3), 423-450.

TUBINO, D.F. Manual de planejamento de produção. São Paulo: Editora Atlas, 1997.

WAGNER, Harvey M.; WHITIN, Thomson M. Dynamic version of the economic lot size model. *Management science*, v. 5, n. 1, p. 89-96, 1958.

XIAO, Jing *et al.* A hybrid Lagrangian-simulated annealing-based heuristic for the parallel-machine capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup times. *Computers & Operations Research*, v. 63, p. 72-82, 2015.

ZHU, X.; WILHELM, W. E. Scheduling and lot sizing with sequence-dependent setup: A literature review. *IIE transactions*, v. 38, n. 11, 2006.

APÊNDICE 1 – Tabela de produtos, recursos, linhas, *takt time* e demandas.

APÊNDICE 1 – Tabela de tipos de produto, recursos, linhas, Takt Time e demanda

Produto (P)	Recurso (R)	Linha (L)	Takt Time (P_k)	Demanda (d_i)							
				Instância I (1 mês)	Instância II (1 mês)	Instância III (1 mês)	Instância IV (2 meses)	Instância V (3 meses)	Instância VI (4 meses)	Instância VII (5 meses)	Instância VIII (6 meses)
L001	1	2	15,79	10.320	18.177	10.080	28.497	38.577	47.149	52.669	64.669
L002	1	2	15,79	0	0	0	0	0	38	38	546
L003	1	2	15,79	0	0	1.580	0	1.580	1.580	1.580	1.580
L004	1	2	15,79	5.957	6.136	7.782	12.093	19.875	26.499	40.725	55.147
L005	1	2	15,79	0	0	0	0	0	0	0	0
L006	1	2	16,00	83	0	0	83	83	83	83	83
L007	1	2	16,00	0	960	0	960	960	960	960	996
L008	1	2	15,79	0	0	0	0	0	0	0	40
L009	2	2	26,67	431	0	0	431	431	431	431	431
L010	2	2	26,67	260	0	100	260	360	560	560	560
L011	2	2	15,79	10.080	21.600	14.321	31.680	46.001	58.121	65.201	87.161
L011	2	3	17,65	0	360	0	360	360	360	4.200	4.200
L012	2	2	26,67	506	1	253	507	760	1.202	1.202	1.388
L013	2	2	26,67	79	58	328	137	465	805	1.180	1.180
L014	2	2	26,67	0	0	30	0	30	30	30	30
L015	2	2	26,67	0	0	0	0	0	0	101	101
L016	2	2	15,79	9.840	5.680	8.160	15.520	23.680	31.341	47.421	54.663
L017	2	2	26,67	0	0	0	0	0	0	0	0
L018	2	2	26,67	0	120	240	120	360	600	600	642
L019	3	1	21,82	0	409	118	409	527	573	573	573
L020	3	1	21,82	1.050	271	2.285	1.321	3.606	5.089	5.876	7.766
L021	3	1	21,82	0	0	0	0	0	0	0	0
L022	3	1	18,95	11.760	10.584	8.640	22.344	30.984	37.464	45.138	55.698
L022	3	2	18,00	0	720	0	720	720	720	720	720
L023	3	1	21,82	0	0	93	0	93	867	1.018	1.018
L024	3	1	21,82	4	204	160	208	368	545	751	1.151
L025	3	1	21,82	739	754	540	1.493	2.033	2.901	3.452	4.422

APÊNDICE 1 – Tabela de tipos de produto, recursos, linhas, Takt Time e demanda

Produto (P)	Recurso (R)	Linha (L)	Takt Time (P_k)	Demanda (d_i)							
				Instância I (1 mês)	Instância II (1 mês)	Instância III (1 mês)	Instância IV (2 meses)	Instância V (3 meses)	Instância VI (4 meses)	Instância VII (5 meses)	Instância VIII (6 meses)
L026	4	1	21,82	497	608	1.289	1.105	2.394	2.947	3.547	4.417
L027	4	1	21,82	0	0	0	0	0	0	0	0
L028	4	1	21,82	332	333	1.177	665	1.842	2.942	3.127	3.127
L029	4	1	21,82	0	0	0	0	0	0	0	0
L030	4	1	20,45	480	237	960	717	1.677	1.797	1.797	1.797
L031	4	1	20,45	1.080	79	1.080	1.159	2.239	2.719	3.679	4.519
L032	4	1	21,82	545	0	502	545	1.047	1.384	1.766	1.766
L033	4	1	21,82	308	0	296	308	604	604	604	769
L034	4	1	21,82	0	0	0	0	0	0	0	0
L035	4	1	21,82	9	0	0	9	9	356	366	464
L036	4	1	21,82	332	597	290	929	1.219	1.317	1.513	1.738
L037	4	1	21,82	0	67	0	67	67	67	67	124
L038	4	1	21,82	0	210	0	210	210	210	210	319
L039	4	1	21,82	2	0	0	2	2	2	2	2
L040	4	1	21,82	0	0	0	0	0	0	0	0
L041	4	1	21,82	500	350	799	850	1.649	1.999	2.374	2.614
L042	4	1	21,82	604	601	1.530	1.205	2.735	3.981	4.274	4.785
L043	4	1	21,82	0	0	0	0	0	0	0	0
L044	4	1	21,82	0	0	0	0	0	0	0	0
L045	4	1	32,73	0	0	0	0	0	0	0	0
L046	4	1	32,73	0	0	0	0	0	0	0	0
L047	4	1	32,73	0	0	0	0	0	0	0	0
L048	4	1	32,73	0	0	0	0	0	0	0	0
L049	4	1	32,73	0	0	0	0	0	0	0	0
L050	4	1	36,00	0	0	0	0	0	0	0	0
L051	4	1	21,82	0	0	0	0	0	0	0	0
L052	4	1	21,82	0	0	0	0	0	649	649	815

APÊNDICE 1 – Tabela de tipos de produto, recursos, linhas, Takt Time e demanda

Produto (P)	Recurso (R)	Linha (L)	Takt Time (P _k)	Demanda (d _t)								
				Instância I (1 mês)	Instância II (1 mês)	Instância III (1 mês)	Instância IV (2 meses)	Instância V (3 meses)	Instância VI (4 meses)	Instância VII (5 meses)	Instância VIII (6 meses)	
L053	4	1	21,82	9	0	0	9	9	9	9	9	348
L054	4	1	21,82	0	0	0	0	0	0	0	10	544
L055	4	1	21,82	0	0	240	0	240	240	240	240	240
L056	4	1	21,82	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L057	4	1	21,82	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L058	4	1	21,82	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L059	4	1	21,82	196	305	98	501	599	599	599	599	599
L060	5	1	17,91	3.782	20.016	0	23.798	23.798	23.798	23.798	23.798	25.358
L060	5	2	17,56	8.159	0	3.120	8.159	11.279	11.279	11.279	11.279	15.936
L060	5	3	17,14	22.282	16.317	34.263	38.599	72.862	98.602	130.846	169.481	169.481
L061	5	1	21,82	298	591	455	889	1.344	1.384	1.384	1.384	1.384
L062	5	1	18,00	4.064	0	8.943	4.064	13.007	23.730	39.825	54.815	54.815
L062	5	2	17,56	0	1.000	12.720	1.000	13.720	28.360	28.360	37.976	37.976
L062	5	3	17,14	0	13.360	0	13.360	13.360	19.478	19.478	21.038	21.038
L063	5	1	17,14	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L064	5	1	18,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L064	5	2	17,56	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L064	5	3	17,06	7.200	8.160	6.720	15.360	22.080	29.760	29.760	35.760	35.760
L065	5	1	18,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L065	5	2	18,00	0	0	0	0	0	0	240	240	240
L065	5	3	17,14	2.040	0	0	2.040	2.040	4.722	12.882	15.042	15.042
L066	5	1	18,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L066	5	2	17,56	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L066	5	3	17,65	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L067	6	1	18,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L067	6	3	17,14	13.200	26.880	15.057	40.080	55.137	66.029	79.187	98.773	98.773
L068	6	1	21,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L069	6	1	18,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0

APÊNDICE 1 – Tabela de tipos de produto, recursos, linhas, Takt Time e demanda

Produto (P)	Recurso (R)	Linha (L)	Takt Time (P _{ik})	Demanda (d _t)									
				Instância I (1 mês)	Instância II (1 mês)	Instância III (1 mês)	Instância IV (2 meses)	Instância V (3 meses)	Instância VI (4 meses)	Instância VII (5 meses)	Instância VIII (6 meses)		
L070	6	1	18,00	0	0	0	0	0	0	1.200	1.200	1.200	1.200
L070	6	3	17,14	13.200	6.360	12.480	19.560	32.040	39.240	44.520	55.657		
L071	6	1	17,14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F001	7	4	23,23	0	0	0	0	0	1.013	1.013	1.013	1.013	1.013
F002	7	4	23,23	0	0	0	0	0	720	838	838	838	838
F003	7	4	23,23	500	0	0	500	500	630	630	630	630	630
F004	7	4	23,23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F005	7	4	23,23	0	0	0	0	0	240	240	240	240	240
F006	7	4	23,23	0	0	0	0	0	240	480	480	480	480
F007	7	4	23,23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F008	7	4	23,23	0	0	0	0	0	1.236	1.236	1.236	1.236	1.236
F009	7	4	23,23	515	0	0	515	515	2.195	2.195	2.195	2.195	2.195
F010	7	4	23,23	0	0	0	0	0	648	1.128	1.128	1.128	1.128
F011	7	4	23,23	0	0	0	0	0	240	720	720	720	720
F012	7	4	23,23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F013	7	4	23,23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F014	7	4	23,23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F015	8	4	26,67	240	0	0	240	240	960	1.080	1.080	1.080	1.080
F016	9	4	23,23	1.680	1.336	2.160	3.016	5.176	5.656	8.438	10.478	10.478	10.478
F017	9	4	23,23	2.653	0	3.167	2.653	5.820	6.320	7.638	11.840	11.840	11.840
F018	9	4	23,23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F019	9	4	23,23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F020	9	4	23,23	1.200	6.488	4.320	7.688	12.008	12.488	18.248	22.208	22.208	22.208
F021	9	4	23,23	1.439	2.131	1.440	3.570	5.010	5.495	7.175	8.975	8.975	8.975
F022	9	4	23,23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F023	9	4	23,23	2.160	5.257	4.389	7.417	11.806	12.286	15.406	17.566	17.566	17.566
F024	10	4	26,67	720	3.394	1.200	4.114	5.314	5.794	6.034	6.754	6.754	6.754
F025	10	4	30,00	644	1.135	680	1.779	2.459	2.713	3.253	4.263	4.263	4.263

APÊNDICE 1 – Tabela de tipos de produto, recursos, linhas, Takt Time e demanda

Produto (P)	Recurso (R)	Linha (L)	Takt Time (P _{ik})	Demanda (d _t)								
				Instância I (1 mês)	Instância II (1 mês)	Instância III (1 mês)	Instância IV (2 meses)	Instância V (3 meses)	Instância VI (4 meses)	Instância VII (5 meses)	Instância VIII (6 meses)	
F026	10	4	26,67	2	2	0	4	4	9	9	9	9
F027	10	4	30,00	242	366	480	608	1.088	1.333	1.813	2.653	
F028	10	4	25,71	487	1.403	480	1.890	2.370	2.622	2.862	3.102	
F029	10	4	26,67	0	0	0	0	0	60	60	60	
F030	10	4	26,67	0	0	0	0	0	0	0	0	
F031	10	4	26,67	0	0	0	0	0	0	0	248	
F032	10	4	26,67	215	0	141	215	356	650	1.130	1.494	
F033	11	4	24,83	480	0	240	480	720	960	1.440	2.400	
F034	11	4	24,83	720	965	480	1.685	2.165	2.405	3.605	4.685	
F035	11	4	24,83	240	282	240	522	762	887	1.367	1.847	
F036	11	4	24,83	727	1.191	960	1.918	2.878	3.132	3.372	3.732	
F037	12	4	26,67	280	0	0	280	280	1.074	1.535	1.953	
F038	12	4	26,67	1.185	1.177	1.132	2.362	3.494	4.566	7.160	8.956	
F039	12	4	23,23	1.400	0	0	1.400	1.400	1.584	1.773	1.977	
F040	12	4	23,23	913	0	450	913	1.363	2.083	2.613	3.309	
F041	12	4	26,67	352	455	208	807	1.015	1.357	1.595	1.595	
F042	12	4	26,67	501	912	1.110	1.413	2.523	3.938	5.342	5.648	
F043	13	4	30,00	240	277	240	517	757	997	1.237	1.717	
F044	13	4	30,00	1.640	1.042	960	2.682	3.642	3.882	4.529	4.879	
F045	13	4	30,00	300	0	0	300	300	510	510	510	
F046	13	4	30,00	80	0	0	80	80	560	800	800	
F047	13	4	30,00	450	709	240	1.159	1.399	1.459	1.799	2.219	
F048	13	4	30,00	0	0	0	0	0	480	720	720	
F049	13	4	30,00	0	0	0	0	0	240	360	360	
F050	13	4	30,00	3	0	0	3	3	8	8	8	
F051	13	4	30,00	0	0	0	0	0	240	480	480	
F052	13	4	30,00	0	0	0	0	0	120	120	120	
F053	13	4	30,00	480	0	720	480	1.200	1.680	1.920	3.240	

APÊNDICE 1 – Tabela de tipos de produto, recursos, linhas, instâncias, Takt Time e demanda

Produto (P)	Recurso (R)	Linha (L)	Takt Time (P _{ik})	Demanda (d _i)							
				Instância I (1 mês)	Instância II (1 mês)	Instância III (1 mês)	Instância IV (2 meses)	Instância V (3 meses)	Instância VI (4 meses)	Instância VII (5 meses)	Instância VIII (6 meses)
F054	13	4	30,00	484	999	240	1.483	1.723	1.977	2.217	2.617
F055	13	4	30,00	720	1.100	480	1.820	2.300	2.780	3.710	4.150
F056	14	4	36,00	2.000	2.550	1.070	4.550	5.620	5.620	5.620	6.100
F057	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	0
F058	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	0
F059	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	0
F060	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	0
F061	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	0
F062	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	0
F063	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	0
F064	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	0
F065	15	4	37,89	0	0	0	0	0	10	10	10
F066	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	0
F067	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	0
F068	15	4	37,89	0	0	0	0	0	10	10	10
F069	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	0
F070	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	0
F071	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	0
F072	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	40
F073	15	4	37,89	171	194	194	365	559	1.070	1.807	2.124
F074	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	20
F075	15	4	37,89	0	0	0	0	0	210	210	390
F076	15	4	37,89	0	0	0	0	0	0	0	0
F077	15	4	37,89	0	24	10	24	34	34	42	42
F078	15	4	36,00	240	448	310	688	998	998	1.014	1.014
F079	15	4	36,00	80	133	160	213	373	373	385	385
F080	16	5	18,00	0	0	0	0	0	0	0	0
F081	16	5	18,00	0	0	0	0	0	0	0	0

APÊNDICE 1 – Tabela de tipos de produto, recursos, linhas, Takt Time e demanda

Produto (P)	Recurso (R)	Linha (L)	Takt Time (P _{ik})	Demanda (d _t)									
				Instância I (1 mês)	Instância II (1 mês)	Instância III (1 mês)	Instância IV (2 meses)	Instância V (3 meses)	Instância VI (4 meses)	Instância VII (5 meses)	Instância VIII (6 meses)		
F110	16	5	21,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F111	16	5	21,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F112	16	5	18,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F113	16	5	18,00	1.920	3.954	2.640	5.874	8.514	11.159	14.519	17.639	17.639	17.639
F114	16	5	18,00	1.200	1.200	1.680	2.400	4.080	5.040	7.200	8.640	8.640	8.640
F115	16	5	18,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F116	16	5	21,18	4.080	7.295	5.280	11.375	16.655	22.415	29.135	36.335	36.335	36.335
F117	16	5	21,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F118	16	5	21,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F119	16	5	21,18	2.160	2.400	2.640	4.560	7.200	10.462	12.622	15.440	15.440	15.440
F120	16	5	21,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F121	16	5	21,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C001	17	6	65,45	480	180	1.835	660	2.495	2.495	2.555	3.575	3.575	3.575
C002	17	6	65,45	15	1.138	1.440	1.153	2.593	2.593	3.613	4.756	4.756	4.756
C003	17	6	72,00	600	5.016	3.502	5.616	9.118	9.118	9.118	10.678	10.678	10.678
C004	17	6	72,00	480	122	240	602	842	842	1.442	1.442	1.442	1.442
C005	17	6	72,00	4.175	2.934	2.523	7.109	9.632	10.555	15.687	17.624	17.624	17.624
C006	17	6	72,00	360	0	360	360	720	720	720	1.200	1.200	1.200
C007	17	6	65,45	410	125	291	535	826	886	946	1.306	1.306	1.306
C008	17	6	72,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C009	17	6	72,00	600	240	531	840	1.371	1.971	2.871	3.231	3.231	3.231

APÊNDICE 2 – Resultados dos experimentos para as instâncias A, B e C com tolerância de otimalidade de 0.0001

Resultados detalhados dos experimentos para a instância A

Instância A	Função objetivo	Tempo processamento	Quantidade fracionamento	Tempo CPU	Diferença Empresa
Experimento I	3.980.556	3.980.544	12	34,63	-9,430%
Experimento II	3.980.425	3.980.383	42	13,98	-9,434%
Experimento III	3.980.563	3.980.534	29	70,13	-9,430%
Experimento IV	3.980.538	3.980.488	50	50,03	-9,431%
Experimento V	3.980.524	3.980.452	72	23,36	-9,431%
Experimento VI	3.980.435	3.980.385	50	16,27	-9,433%

Fonte Elaborado pela autora (2019).

Resultados detalhados dos experimentos para a instância B

Instância B	Função objetivo	Tempo processamento	Quantidade fracionamento	Tempo CPU	Diferença Empresa
Experimento I	4.822.057	4.822.024	33	37,11	-8,834%
Experimento II	4.821.915	4.821.880	35	8,88	-8,837%
Experimento III	4.822.111	4.822.086	25	31,03	-8,833%
Experimento IV	4.822.099	4.822.086	13	30,88	-8,833%
Experimento V	4.821.942	4.821.901	41	40,80	-8,836%
Experimento VI	4.822.118	4.822.086	32	38,09	-8,832%

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Resultados detalhados dos experimentos para a instância C

Instância C	Função objetivo	Tempo processamento	Quantidade fracionamento	Tempo CPU	Diferença Empresa
Experimento I	5.013.532	5.013.507	25	66,56	-3,891%
Experimento II	5.013.536	5.013.507	29	46,28	-3,890%
Experimento III	5.013.643	5.013.634	9	108,03	-3,888%
Experimento IV	5.013.640	5.013.634	6	89,05	-3,888%
Experimento V	5.013.575	5.013.550	25	66,27	-3,890%
Experimento VI	5.013.530	5.013.507	23	66,58	-3,891%

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

APÊNDICE 3 – Código-fonte do modelo DLMPF em linguagem GMP

#INDICE

```
set itens;  
set recursos;  
set linhas;
```

```
param T;  
set periodos := 1 .. T;
```

PARAMETROS (DADOS DE ENTRADA)

```
param demanda{itens} default 0;  
param capacidade{recursos} default 0;  
param C{linhas,periodos} default 0;  
param tprocessamento{itens, linhas} default 0;  
param MapaItemRecurso{itens, recursos} default 0;  
param MapaLinhaItem{linhas, itens} default 0;  
param capacidadediaria{recursos} default 0;
```

```
param Q;  
param q;
```

OBTER DADOS A PARTIR DAS PLANILHAS

```
table tabdemanda IN "CSV" "demanda.csv":  
itens <- [itens], demanda;
```

```
table tabcapacidade IN "CSV" "capacidade.csv":  
recursos <- [recursos], capacidade;
```

```
table tabtprocessamento IN "CSV" "tprocessamento.csv":  
[itens,linhas], tprocessamento;
```

```
table tabC IN "CSV" "C.csv":  
[linhas, periodos], C;
```

```
table tabmapalinhaitem IN "CSV" "mapalinhaitem.csv":
```

```

[linhas, itens], MapaLinhaItem;

table tabmapaitemrecurso IN "CSV" "mapaitemrecurso.csv":
[itens, recursos], MapaItemRecurso;

table tabcapacidadediaria IN "CSV" "capacidadediaria.csv":
[recursos], capacidadediaria;

# VARIAVEIS DE DECISAO

var x{itens, linhas, periodos} >= 0, integer;
var y{itens, linhas, periodos} binary;
var z{itens, linhas, periodos} binary;
var parcial{itens, linhas, periodos} >= 0, <=Q-q, integer;
var soluc;
var fobj;

# FUNCAO OBJETIVO

minimize tempo: sum{i in itens, k in linhas, t in periodos}
((tprocessamento[i,k])*Q*x[i,k,t] + (tprocessamento[i,k])*(demanda[i] mod
Q)*y[i,k,t] + z[i,k,t]) ;

#FUNCAO-OBJETIVO-REAL
restr_fobj:
fobj = sum{i in itens, k in linhas, t in periodos} t>0}
((tprocessamento[i,k])*Q*x[i,k,t] + (tprocessamento[i,k])*(demanda[i] mod
Q)*y[i,k,t]) ;

# RESTRICOES

#x deve ser igual ao numero de lotes inteiros
restr_x{i in itens}:
    sum{k in linhas, t in periodos} x[i,k,t] = demanda[i] div Q;

#limitar o y a apenas um fracionamento de lotes para cada item
restr_y{i in itens}:
    sum{k in linhas, t in periodos} y[i,k,t] <= 1;

```

```

#pode haver fracionamento do lote de um item de um periodo para o seguinte,
apenas se houver producao desse item
restr_parcial2{i in itens, k in linhas, t in periodos}:
    parcial[i,k,t] <= (Q * x[i,k,t] + (demanda[i] mod Q)*y[i,k,t]);

# Relaciona a variavel de tamanho do fracionamento (parcial) com a ocorrência
de fracionamento (z)
# A variável parcial pode ser positiva apenas se houver fracionamento no
periodo, e está limitada ao tamanho do lote menos o lote minimo
restr_parcial3a{i in itens, k in linhas, t in periodos}:
    parcial[i,k,t] <= (Q-q) * z[i,k,t];

# A variavel parcial deve respeitar o lote minimo de q unidades, se este for
fração do ultimo lote do dia
restr_parcial3b{i in itens, k in linhas, t in periodos}:
    q * z[i,k,t] <= parcial[i,k,t];

# Limita o fracionamento de lotes em cada linha e em cada periodo em no
máximo 1.
restr_parcial4{k in linhas, t in periodos}:
    sum{i in itens} z[i,k,t] <= 1;

# A soma dos lotes produzidos e do "saldo" dos mesmos tem que ser igual a
demanda
restr_atenddemanda{i in itens}:
    sum{k in linhas, t in periodos: MapaLinhaItem[k,i]==1}
        (Q*x[i,k,t] + (demanda[i] mod Q)*y[i,k,t]) = demanda[i];

# A soma de todos os itens, em todas as linhas e em todos os periodos de um
de recursos r não pode exceder a capacidade do mesmo
restr_capacidade{r in recursos}:
    sum{t in periodos} ( sum{i in itens, k in linhas:
MapaItemRecurso[i,r]==1 and MapaLinhaItem[k,i]==1}
        (Q*x[i,k,t] + (demanda[i] mod Q)*y[i,k,t]) ) <= capacidade[r];

# Em cada dia, o somatorio de todos os itens deve respeitar a capacidade em
segundos de cada linha:
restr_tempoproducao{k in linhas, t in periodos: t > 1 and t < T}:

```

```

    sum {i in itens} tprocessamento[i,k]*(Q*x[i,k,t] + (demanda[i] mod
Q)*y[i,k,t] + parcial[i,k,t-1] - parcial[i,k,t]) <= C[k,t];

#definindo parcial no periodo 0 e no ultimo periodo
restr_parcial0{i in modelos, k in linhas}: parcial[i,k,0] = 0;
restr_parcialT{i in modelos, k in linhas}: parcial[i,k,T] = 0;

# O somatorio de todos os itens, em todas as linhas não deve exceder a
capacidade diária dos recursos.
restr_capacidadediaria{r in recursos, t in periodos: t > 1 and t < T}:
    sum{k in linhas, i in itens: MapaItemRecurso[i,r]==1 and
MapaLinhaItem[k,i]==1}
    (Q*x[i,k,t] + (demanda[i] mod Q)*y[i,k,t] + parcial[i,k,t-1] -
parcial[i,k,t]) <= capacidadediaria[r];

restr_capacidadediaria1{r in recursos}:
    sum{k in linhas, i in itens: MapaItemRecurso[i,r]==1 and
MapaLinhaItem[k,i]==1}
    (Q*x[i,k,1] + (demanda[i] mod Q)*y[i,k,1] - parcial[i,k,1]) <=
capacidadediaria[r];

restr_capacidadediariaT{r in recursos}:
    sum{k in linhas, i in itens: MapaItemRecurso[i,r]==1 and
MapaLinhaItem[k,i]==1}
    (Q*x[i,k,T] + (demanda[i] mod Q)*y[i,k,T] + parcial[i,k,T-1]) <=
capacidadediaria[r];

display capacidade,capacidadediaria;

solve;

display{i in itens, k in linhas, t in periodos: x[i,k,t] > 0 or y[i,k,t] > 0}
x[i,k,t], y[i,k,t], parcial[i,k,t];

printf{i in itens, k in linhas, t in periodos : x[i,k,t]>0 or y[i,k,t] > 0}:
"Item %s (d: %s), linha %s (C: %s), periodo %s: %s lotes + %s itens (%s
parcial)\n", i, demanda[i], k, C[k,t], t, x[i,k,t], (demanda[i] mod
Q)*y[i,k,t], parcial[i,k,t];

```

```
printf{t in periodos, k in linhas, i in itens: x[i,k,t]>0 or y[i,k,t] > 0}:  
"Periodo %s, linha %s (C: %s), item %s (d: %s): %s lotes + %s itens (%s  
parcial)\n", t, k, C[k,t], i, demanda[i], x[i,k,t], (demanda[i] mod  
Q)*y[i,k,t], parcial[i,k,t];
```

DADOS DA INSTANCIA

```
data;
```

```
param T := 22;
```

```
set linhas := 1 2 3 4 5 6;
```

```
param Q := 240;
```

```
param q := 20;
```

```
end;
```

APÊNDICE 4 – Código-fonte do modelo SLVDS em linguagem GMP

#INDICE

```
set produto;
set itens;
```

#PARAMETROS

```
param setup{produto,produto};
param tempo_processamento{produto};
param takt_time{produto};
param M;
param MapaProdGrupo{produto,itens};
param NumeroProdNoGrupo{itens};
```

#VARIÁVEIS

```
var u{produto,produto} binary;
var instante_final{produto} >= 0;
var instante_max >= 0;
```

#FUNÇÃO OBJETIVO

```
minimize instante_maximo: instante_max;
```

#RESTRICÕES

```
tempo_total{j in produto, i in produto: i!=j and j!=0}: instante_final[j] >=
instante_final[i] + (tempo_processamento[j] + setup[i,j])*u[i,j] - M*(1 -
u[i,j]);
sucessor{i in produto}: sum{j in produto: i!=j} u[i,j] = 1;
antecessor{j in produto}: sum{i in produto: j!=i} u[i,j] = 1;
def_instante_max{j in produto}: instante_max >= instante_final[j];
c0: instante_final[0]=0;
agrupe{k in itens}:sum{i in produto, j in produto:MapaProdGrupo[i,k]==1 and
MapaProdGrupo[j,k]==1 and i!=j}u[i,j] >=NumeroProdNoGrupo[k]-1;
```

```
solve;
```

```
display instante_final,instante_max,instante_maximo;
```

```
printf{i in produto, j in produto: u[i,j]>0} "Produto %s precede %s\n", i,j;
```

```
data;
```

```
set produto := 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11;
```

```
set itens := 1 2 3;
```

```
param setup: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11:=
```

0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	0.00	0.00	156.39	156.39	210.53	210.53	210.53	0.00	0.00	156.39	156.39	210.53	210.53
2	0.00	156.39	0.00	0.00	54.14	54.14	54.14	156.39	156.39	0.00	0.00	54.14	54.14
3	0.00	156.39	0.00	0.00	54.14	54.14	54.14	156.39	156.39	0.00	0.00	54.14	54.14
4	0.00	210.53	54.14	54.14	0.00	0.00	0.00	210.53	210.53	54.14	54.14	0.00	0.00
5	0.00	210.53	54.14	54.14	0.00	0.00	0.00	210.53	210.53	54.14	54.14	0.00	0.00
6	0.00	210.53	54.14	54.14	0.00	0.00	0.00	210.53	210.53	54.14	54.14	0.00	0.00
7	0.00	0.00	156.39	156.39	210.53	210.53	210.53	0.00	0.00	156.39	156.39	210.53	210.53
8	0.00	0.00	156.39	156.39	210.53	210.53	210.53	0.00	0.00	156.39	156.39	210.53	210.53
9	0.00	156.39	0.00	0.00	54.14	54.14	54.14	156.39	156.39	0.00	0.00	54.14	54.14
10	0.00	156.39	0.00	0.00	54.14	54.14	54.14	156.39	156.39	0.00	0.00	54.14	54.14
11	0.00	210.53	54.14	54.14	0.00	0.00	0.00	210.53	210.53	54.14	54.14	0.00	0.00;

```
param tempo_processamento :=
```

0	0.0
1	5894.0
2	4113.6
3	4113.6
4	3789.6
5	3789.6
6	3789.6
7	5052.0
8	5052.0
9	4113.6
10	4113.6
11	3789.6;

```
param M := 100000;  
  
param MapaProdGrupo default 0:=  
  
    [1,1] 1  
    [2,2] 1  
    [3,2] 1  
    [4,3] 1  
    [5,3] 1  
    [6,3] 1  
    [7,1] 1  
    [8,1] 1  
    [9,2] 1  
    [10,2] 1  
    [11,3] 1;  
  
param NumeroProdNoGrupo :=  
  
    1   3  
    2   4  
    3   4;  
end;
```