

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *EM ENGENHARIA CIVIL***

**ALGORITMO GENÉTICO COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO PRÉ-  
DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS PROTENDIDAS**

**Tarniê Vilela Nunes Narques**

São Carlos  
2019

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *EM ENGENHARIA CIVIL***

**ALGORITMO GENÉTICO COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO PRÉ-  
DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS PROTENDIDAS**

**Tarniê Vilela Nunes Narques**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

**Área de Concentração:** Estruturas e Geotecnia

**Orientador:** Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho

São Carlos  
2019



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

---

**Folha de Aprovação**

---

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Tarnê Vilela Nunes Narques, realizada em 29/08/2019:

---

Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho  
UFSCar

---

Prof. Dr. Marcelo de Araujo Ferreira  
UFSCar

---

Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo  
UFC

Certifico que a defesa realizou-se com a participação à distância do(s) membro(s) Antônio Macário Cartaxo de Melo e, depois das arguições e deliberações realizadas, o(s) participante(s) à distância está(ão) de acordo com o conteúdo do parecer da banca examinadora redigido neste relatório de defesa.

## *DEDICATÓRIA*

---

Dedico está monografia a minha esposa Mariana e a todos meus familiares.

## AGRADECIMENTOS

---

Agradeço, inicialmente, a Deus, por conduzir meus passos até a conclusão desta etapa e a todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram com esta jornada.

Em especial gostaria de agradecer:

à minha esposa Mariana, pelo apoio e companheirismo ao longo de todos estes anos.

aos meus pais, Maria e Djalma, e ao meu irmão Thales, que sempre me incentivaram e apoiaram.

ao meu sogro e à minha sogra, Euripa e Gilberto, por suas orações e pelo apoio de sempre.

ao amigo, professor e orientador, Roberto Chust Carvalho, por partilhar seu conhecimento com sabedoria e sutileza a todo instante, por ter me acolhido prontamente no início desta jornada e por me dar total liberdade na escolha da temática da pesquisa.

aos membros da banca de qualificação e defesa, professores Antônio Macário Cartaxo de Melo e Marcelo de Araújo Ferreira, por aceitarem prontamente o convite e por contribuírem com o desenvolvimento da pesquisa.

a todos os professores do PPGE Civ que partilharam seus conhecimentos, em especial ao professor e amigo André Luis Christoforo.

ao professor Thiago Bindilatti (Diretor da PRETEC-Projetos e Consultoria), pela presteza, pelas inúmeras horas de apoio à pesquisa e por ter compartilhado um de seus projetos para o desenvolvimento da pesquisa.

ao grande amigo, Florisvaldo Bonfim, por ter, desde sempre, me aconselhado e incentivado no desenvolvimento da pesquisa e na busca por esta titulação.

a todos os amigos do PPGE Civ, em especial, aos irmãos Thiago Damasceno, João Carlos Canhada e Fabrício Reis, pelo companheirismo de sempre.

a todos os meus alunos/amigos, por serem meu incentivo pela busca de novos conhecimentos.

a todo o Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos, pelo acolhimento e por todo suporte prestado.

a toda equipe da SANEST-Projetos e Consultoria pelo apoio de sempre.

e, por fim, aos amigos de longa data, que estiveram sempre presentes.

*EPÍGRAFE*

---

“Nas grandes batalhas da vida, o primeiro  
passo para a vitória é o desejo de vencer”  
(Mahatma Gandhi)

## RESUMO

NARQUES, T. V. N.. **Algoritmo Genético como ferramenta auxiliar no pré-dimensionamento de estruturas protendidas.** XXp. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2019.

*Considerando a necessidade de busca por soluções ótimas no âmbito da Engenharia Civil de Estruturas, a presente pesquisa objetiva avaliar a eficiência do Algoritmo Genético quando aplicado como ferramenta auxiliar de pré-dimensionamento estrutural, tendo em vista que, neste contexto, os códigos são mais simplificados, por trabalharem com um número pequeno de variáveis, facilitando a inserção do método nas rotinas de projeto do meio técnico. Foram elaborados dois Algoritmos Genéticos: um para otimizar uma passarela rodoviária de concreto protendido pós-tracionado com seção transversal "T"; e outro para otimizar vigas de cobertura com seção transversal "I", de um galpão feito no sistema pré-fabricado. Para avaliar a eficiência do método de otimização, as soluções encontradas pelos algoritmos foram comparadas com soluções reais já executadas de ambos os elementos. O Algoritmo Genético, mesmo com codificação simplificada, encontrou soluções mais econômicas que as soluções reais já implementadas, em um tempo relativamente curto quando comparado com resultados de outras pesquisas, validando a aplicabilidade do método como ferramenta auxiliar de pré-dimensionamento. Os dois algoritmos de otimização foram estruturados em codificação real, sendo implementado em ambos um Operador de Cruzamento diferente dos tradicionalmente adotados em pesquisas de otimização estrutural por meio de Algoritmos.*

*Palavras-chave: Algoritmo Genético, Pré-dimensionamento, Otimização Estrutural, Concreto Protendido.*

## ABSTRACT

**NARQUES, T. V. N.. Genetic Algorithm as an auxiliary tool in the pre-dimensioning of prestressed structures. São Carlos, SP. 2019. 40 f. Qualification Text (Master in Structures and Geotechnics) - Federal University of São Carlos, São Carlos, 2019.**

*Considering the need of searching for more suitable solutions on the Civil and Structural Engineering ambit, this current research aims to assess the efficiency of the Genetic Algorithm when applied as an auxiliary tool for preliminary dimensioning, given that, in this context, the codes are more simplified once they work with a smaller number of variables, facilitating the method insertion in the project routines of the technical field. Two Genetic Algorithms were developed: one to optimise a post-tractioned prestressed concrete walkway with a "T" cross section, and another to optimise roof beams with an "I" cross section from a shed made of a precast concrete system. In order to evaluate the efficiency of the optimizing method, the solutions found by the algorithms were compared to already executed real solutions of both elements. The Genetic Algorithm, even with simplified coding, has found more economical solutions than the real solutions already implemented, in a relatively short time when compared to results from other research, validating the applicability of the method as an auxiliary tool for pre-dimensioning. Both algorithms of optimisation were structured on real coding, being implemented on them a different Crossover Operator from those traditionally adopted in structural optimization research through Algorithms.*

*Key-words: Genetic Algorithm, Pre-sizing, Structural Optimization, Prestressed Concrete.*



## LISTA DE FIGURAS

---

Figura 2.1: Espaço de busca de soluções de um problema.....	18
Figura 2.2: Fluxograma de um Algoritmo Genético. ....	19
Figura 2.3: Projeto esquemático da torre com as variáveis de projeto consideradas .....	29
Figura 2.4: Seção transversal da ponte com as variáveis consideradas na otimização. ....	30
Figura 3.1: Seção padronizada pelo DER-SP (a) e seção da passarela já executada (b).....	33
Figura 3.2: Perspectiva esquemática do galpão.....	41
Figura 3.3: Pórtico interno do galpão. ....	42
Figura 3.4: Ação devida ao vento.....	43
Figura 3.5: Seção transversal esquemática da viga a ser otimizada. ....	45
Figura 4.1: Comparação gráfica da solução real e da solução otimizada da passarela. ....	50
Figura 4.2: Variação do valor médio da Função Aptidão a cada iteração das 10 simulações de otimização da passarela. ....	51
Figura 4.3: Variação do valor médio da Função Aptidão a cada iteração das simulações 2, 4 e 6 da otimização da viga de cobertura. ....	53
Figura 4.4: Variação do valor médio da Função Aptidão para simulações de otimização da viga de cobertura com 600 e 700 iterações.....	55
Figura 4.5: Comparação gráfica da solução real e da solução otimizada da viga de cobertura. ....	55
Figura 4.6: Variação do valor médio da Função Aptidão a cada iteração do solução mais econômica.....	56

## *LISTA DE TABELAS*

---

Tabela 2.1: Detalhamento dos indivíduos da população inicial .....	20
Tabela 2.2: Resumo da rotina da Etapa 2 .....	22
Tabela 2.3: Rotina da Etapa 3 – Seleção por Torneio .....	23
Tabela 2.4: Resumo da rotina da Etapa 4 – Cruzamento.....	24
Tabela 2.5: Nova população formada após atuação do Operador de Mutação .....	25
Tabela 2.6: Evolução da população .....	26
Tabela 3.1: Taxa de Sucesso das combinações testadas.....	38
Tabela 3.2: Momentos Fletores característicos .....	44
Tabela 4.1: Resumo das soluções otimizadas da passarela .....	48
Tabela 4.2: Resumo das soluções otimizadas da viga de cobertura .....	52
Tabela 4.3: Resumo das soluções otimizadas da viga de cobertura (nova combinação de parâmetros) .....	54

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>12</b>
<b>1.1 OBJETIVOS .....</b>	<b>14</b>
1.1.1 Geral .....	14
1.1.2 Específicos.....	14
<b>1.2 JUSTIFICATIVA .....</b>	<b>14</b>
<b>1.3 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS.....</b>	<b>15</b>
<b>2. OTIMIZAÇÃO.....</b>	<b>16</b>
<b>2.1 CONCEITUAÇÃO.....</b>	<b>16</b>
<b>2.2 ALGORITMO GENÉTICO.....</b>	<b>17</b>
2.2.1 Etapa 1 – Criação da população inicial .....	19
2.2.2 Etapa 2 – Avaliação dos Indivíduos .....	20
2.2.3 Etapa 3 – Seleção dos Indivíduos .....	22
2.2.4 Etapa 4 – Cruzamento dos indivíduos .....	23
2.2.5 Etapa 5 – Mutação dos indivíduos.....	25
2.2.6 Elitismo.....	26
2.2.7 Simulated Binary Crossover (SBX) .....	26
<b>2.3 APLICAÇÃO DE AG NA OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO PROTENDIDO .....</b>	<b>27</b>
<b>2.4 COMENTÁRIOS COMPLEMENTARES .....</b>	<b>31</b>
<b>3. METODOLOGIA .....</b>	<b>32</b>
<b>3.1 PASSARELA RODOVIÁRIA.....</b>	<b>32</b>
<b>3.2 GALPÃO PRÉ-FABRICADO – VIGA DE COBERTURA .....</b>	<b>41</b>
<b>4. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>48</b>
<b>4.1 PASSARELA RODOVIÁRIA.....</b>	<b>48</b>
<b>4.2 GALPÃO PRÉ-FABRICADO – VIGA DE COBERTURA .....</b>	<b>52</b>
<b>5. CONCLUSÕES.....</b>	<b>58</b>
<b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>61</b>
<b>7. APÊNDICE.....</b>	<b>63</b>

# 1. INTRODUÇÃO

A constante evolução tecnológica, a necessidade incessante do aumento de produtividade e a busca por soluções de baixo custo, que sejam também ambientalmente corretas, moldam um cenário extremamente competitivo em todos os setores da Engenharia Civil. Nessas circunstâncias, a permanência de um profissional no mercado não depende apenas de sua diligência, mas, também, de um firme compromisso deste com a busca por soluções otimizadas. (AHSAN; RANA; GHANI, 2012). Essa é uma tarefa um tanto quanto complicada no âmbito da Engenharia Civil de Estruturas, tendo em vista a infinidade de variáveis que circundam cada problema.

Ainda hoje, mesmo com tantos recursos computacionais à disposição, na maioria dos casos, as rotinas de busca por melhores soluções deste setor se pautam no processo de tentativa e erro, tendo, como referência balizadora, experiências anteriores dos profissionais. Esta prática, além de não ser científica, é ineficiente, pois demanda muito tempo e não garante que a solução encontrada seja, de fato, a mais racional, por trabalhar com um referencial de busca restrito a poucos estudos preliminares.

Imagine-se, por exemplo, a necessidade de se projetar uma passarela de pedestre em concreto protendido, com seção “T” e vão livre de 30 metros. Quais seriam as dimensões da seção transversal desta passarela que garantiriam a solução mais econômica? Mesmo com tantas variáveis já definidas, as possibilidades de pontos de partida são incontáveis, sendo praticamente impossível, sem o auxílio de um método de otimização, determinar a melhor solução em um curto espaço de tempo.

Yepes *et. al.* (2017) citam que tomadas de decisões como estas requerem a utilização de métodos decisórios que forneçam soluções racionais, sendo as metaheurísticas, dentre os métodos computacionais de otimização disponíveis, uma alternativa útil. Salehi e Burgueño (2018) realizaram um levantamento de artigos publicados entre 2009 e 2017, que tinham como foco a aplicação de inteligência artificial em engenharia estrutural. Os autores identificaram um aumento no uso da maioria dos métodos, inclusive das metaheurísticas.

Dentre os algoritmos metaheurísticos, um que se destaca é o Algoritmo Genético, por se adaptar facilmente a problemas de otimização de diversas áreas, inclusive os de engenharia estrutural. O método, desenvolvido na Universidade de Michigan, por Jonh Holland e por um grupo de pesquisadores da década de 1960, faz uso de conceitos

consagrados da genética e foi inspirado na teoria da seleção natural dos indivíduos e da sobrevivência dos mais adaptados ao meio de Charles Darwin. (GOLDBERG, 1989; COLEY, 1999)

É possível encontrar, em bases de dados acadêmicos, diversas pesquisas envolvendo aplicação de Algoritmo Genético em otimização estrutural. Em especial, destacam-se aqui os trabalhos de Yepes *et. al.* (2017), Silva *et. al.* (2017), Ma e Meng (2014), Aydin (2009, 2013), Semelawy, Nassef e Damatty [2012], e Castilho, Debs e Nocoletti (2005, 2007), que usaram Algoritmo Genético na otimização de estruturas pretendidas. A otimização deste tipo de estrutura é particularmente interessante por serem, via de regra, estruturas de custo elevado, com várias restrições de estados limites a serem atendidas, sendo, estas, um dos maiores inconvenientes na busca da solução ótima do problema pela metodologia tradicional de projetos.

As pesquisas citadas evidenciam os benefícios da aplicação do Algoritmo Genético na otimização deste tipo de estrutura, porém, observa-se que os autores, na busca de soluções o mais próximo possível das definitivas, elaboram codificações rebuscadas, incluindo um grande número de variáveis a serem tratadas pelo algoritmo. Esta abordagem acaba distanciando, do meio técnico, a aplicação do método de otimização, tendo em vista o esforço necessário de programação para adaptá-lo a cada problema em particular e o elevado tempo de processamento para encontrar a solução ótima.

Com o objetivo de aproximar, do meio técnico, a aplicação do Algoritmo Genético, pretende-se, nesta pesquisa, trabalhar com uma abordagem um pouco diferente da tradicionalmente adotada, avaliando a eficiência dos Algoritmos Genéticos quando aplicados como ferramenta auxiliar de pré-dimensionamento estrutural. Neste contexto, os códigos se tornam mais simples, pois trabalham com uma pequena quantidade de variáveis, poupando tempo de programação e processamento.

A fim de avaliar a eficiência do método nesta perspectiva, foram desenvolvidos dois Algoritmos Genéticos: um para otimizar uma passarela rodoviária com viga principal em seção "T" de concreto protendido pós-tracionado com aderência; e outro para otimizar vigas de cobertura de galpões feitos no sistema pré-fabricado com seção transversal "I". As soluções determinadas pelos algoritmos foram comparadas com soluções de projetos reais já executados.

Em complemento à pesquisa, será realizada uma análise dos resultados ótimos, objetivando encontrar as condições limitadoras de cada um dos elementos otimizados.

## **1.1 OBJETIVOS**

### **1.1.1 GERAL**

A presente pesquisa tem como principal objetivo avaliar a eficiência dos Algoritmo Genético quando aplicado como ferramenta auxiliar de pré-dimensionamento de estruturas pretendidas.

### **1.1.2 ESPECÍFICOS**

Este trabalho tem, como objetivos específicos:

- Elaborar um Algoritmo Genético para otimizar a viga de uma passarela rodoviária de seção transversal “T”.
- Elaborar um Algoritmo Genético para otimizar vigas de cobertura com seção transversal “I” de galpões feito no sistema pré-fabricado.
- Comparar as soluções ótimas encontradas pelos Algoritmos Genéticos com soluções reais já executadas, para avaliar a eficiência do método quando aplicado como ferramenta auxiliar no pré-dimensionamento.
- Identificar as condições limitadoras da solução ótima de cada um dos elementos estruturais otimizados.
- Aproximar a aplicação do Método de Otimização das rotinas diárias dos escritórios de projetos estruturais, mostrando sua eficiência, quando aplicado como ferramenta auxiliar de pré-dimensionamento estrutural.

## **1.2 JUSTIFICATIVA**

A busca por ferramentas alternativas baseadas em métodos de otimização, para auxiliar projetistas na etapa de pré-dimensionamento estrutural, é a principal motivação desta pesquisa, tendo em vista que a metodologia tradicionalmente adotada por estes profissionais, ainda hoje, se pauta no processo de tentativa e erro, tendo, como referências balizadoras, suas experiências anteriores, sendo, esta, uma metodologia de trabalho ineficiente e nada científica.

A aplicação de ferramentas auxiliares na otimização de estruturas pretendidas se justifica devido à necessidade de entregar ao mercado soluções com baixo custo, em tempo reduzido; ao alto custo agregado a seus elementos estruturais e à grande quantidade de

variáveis e restrições que circundam a solução final do problema, tornando praticamente impossível o encontro da solução ótima por meio de metodologias tradicionais de projetos.

É importante ainda destacar que os tipos de estruturas escolhidas para serem otimizadas na pesquisa são, em geral, produzidas em grandes quantidades e de forma quase industrial, sendo neste caso significativo a redução de custo, pois mesmo que esta seja pequena, devido ao número de repetições, a redução no custo final do empreendimento se torna significativa.

Optou-se por trabalhar com Algoritmo Genético por ser um método de otimização prático, eficiente, facilmente adaptável a problemas de otimização estrutural e, principalmente, por ser de fácil compreensão, sendo recomendável para profissionais leigos na linha de otimização. A escolha por avaliar a eficiência do método quando aplicado como ferramenta auxiliar de pré-dimensionamento se deu com o objetivo de aproximá-lo das práticas de projeto, tendo em vista que, neste contexto, os códigos do algoritmo se tornam mais simples por trabalharem com menor número de variáveis, poupando tempo de programação e processamento.

Sendo comprovada a eficiência dos Algoritmos Genéticos frente à sistemática tradicional de projeto, mesmo quando aplicado como ferramenta auxiliar de pré-dimensionamento, a pesquisa poderá aproximar, o método, das práticas de projeto, garantindo entregas de soluções mais racionais ao mercado. Além disso, servirá como referência para estudos futuros de pesquisadores interessados na linha de otimização estrutural que, por ventura, queiram também trabalhar com pré-dimensionamento.

### **1.3 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS**

O trabalho desenvolvido foi dividido em 5 capítulos. No capítulo 2 discute-se toda parte conceitual relacionada à otimização necessária para a compreensão da pesquisa. Além disso, apresenta o método de otimização adotado (Algoritmo Genético) e alguns trabalhos relevantes recentemente desenvolvidos, que versam sobre otimização de estruturas protendidas por meio de Algoritmo Genético.

No capítulo 3 é discutida a metodologia adotada para a conclusão da pesquisa, as particularidades dos algoritmos de otimização desenvolvidos e das estruturas a serem otimizadas. Os resultados obtidos com a aplicação da metodologia proposta na pesquisa são apresentados no capítulo 4. As discussões e conclusões pertinentes aos resultados encontrados são apresentadas no capítulo 5, e, por fim, será referenciada toda bibliografia da pesquisa. Apresenta-se ainda no apêndice a rotina de cálculo da solução final da passarela rodoviária refinada a partir da solução encontrada pelo Algoritmo Genético.

## 2. OTIMIZAÇÃO

Apresenta-se, neste capítulo, inicialmente, uma discussão conceitual sobre otimização. Posteriormente, discute-se, de forma detalhada, o método de otimização adotado na pesquisa (Algoritmo Genético), apontando sua origem, discutindo particularidades de sua estrutura, e, por fim, apresentando, detalhadamente, a rotina de cada um de seus operadores, juntamente com o desenvolvimento de um exemplo prático para esclarecimento de possíveis dúvidas. Como se optou por trabalhar com um Operador de Cruzamento diferente dos tradicionalmente utilizados em pesquisas de otimização de estruturas, o mesmo foi detalhado na seção 2.2.7.

Por fim, são apresentados alguns trabalhos relevantes, recentemente desenvolvidos, que abordam otimização de estruturas protendidas por meio de Algoritmo Genético.

### 2.1 CONCEITUAÇÃO

Entende-se como otimização de um problema, a aplicação de processos que visam encontrar, dentre as diversas combinações possíveis das variáveis que o circundam, aquela que retorne a melhor solução da função que o representa, respeitando todas as restrições impostas. Esta solução pode ser tanto o ponto de máximo ou de mínimo da função, a depender do tipo de problema e do objetivo a ser alcançado com a otimização.

À função que representa o problema — e que serve para mensurar o quão boa a solução encontrada é, frente às demais — dá-se o nome de Função Objetivo; e às variáveis que a compõem e são mutáveis ao longo do processo de busca pela solução ótima, dá-se o nome de variáveis de projeto. Estas podem ser classificadas como variáveis contínuas — quando podem assumir qualquer valor real dentro de determinado domínio — ou variáveis discretas, quando, obrigatoriamente, devido à natureza do problema de otimização, devem assumir valores pré-determinados, como, por exemplo, diâmetros de barras comercialmente existentes ou alturas de lajes pré-definidas por fabricantes.

As restrições apontadas anteriormente são funções de igualdade ou desigualdade vinculadas às soluções do problema, que representam situações indesejáveis e servem como funções delimitadoras do domínio da função objetivo. (NOCEDAL; WRIGHT, 1999)

Estas podem ser de diversas naturezas, a depender do tipo de problema de otimização a ser tratado. Quando se referem a problemas de otimização estrutural,



geralmente são consideradas como restrições as características geométricas dos elementos estruturais, a acomodação das barras de aço na seção transversal do elemento estrutural e as imposições normativas de Estados Limites Último e de Serviço.

Os métodos de otimização podem ser classificados em métodos determinísticos, nos quais todas as decisões a serem tomadas na busca da solução ótima seguem rotinas pré-estabelecidas e métodos estocásticos — também conhecidos como métodos aleatórios — por introduzirem, em suas rotinas de busca pela solução ótima, elementos aleatórios, objetivando explorar diversas direções de busca, sendo esta uma característica particularmente interessante para problemas de otimização circundados por muitas restrições e variáveis dificilmente resolvíveis por métodos de otimização determinísticos.

Dentre os métodos de otimização estocásticos, um que se destaca, devido à praticidade, eficiência e versatilidade, é o Algoritmo Genético, que será discutido em maiores detalhes na seção seguinte.

## **2.2 ALGORITMO GENÉTICO**

De acordo com Coley (1999), Algoritmos Genéticos são algoritmos de otimização, de simples compreensão e implementação, desenvolvidos na década de 1960, por Jonh Holland e por um grupo de pesquisadores da Universidade de Michigan. O método faz uso de conceitos consagrados da genética e foi inspirado na teoria da seleção natural dos indivíduos e da sobrevivência dos mais adaptados ao meio, de Charles Darwin. (GOLDBERG, 1989; COLEY, 1999)

Segundo esta teoria, indivíduos com características genéticas favoráveis às condições do meio têm maiores chances de sobrevivência e reprodução, se comparados a outros com características genéticas menos favoráveis, tendendo estes últimos a desaparecerem no processo evolutivo, devido à sua menor possibilidade de reprodução.

O Algoritmo Genético (AG), na busca da solução ótima do problema, interpreta cada possível solução do problema como um indivíduo de uma população em processo evolutivo, e, seguindo os princípios da teoria Darwiniana, a cada iteração, seleciona as melhores soluções para serem progenitoras das soluções que irão compor a nova população de soluções (população evoluída) e descarta aquelas que se encontram distantes da solução ótima do problema, direcionando, assim, a busca pela solução ótima.

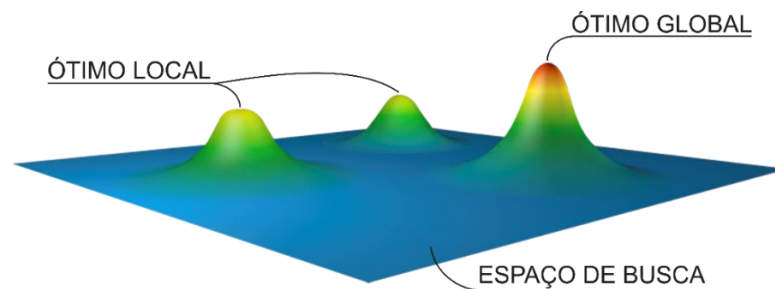
Diferentemente da maioria dos métodos que têm como referência de partida para a busca da solução ótima apenas um ponto no espaço de possíveis soluções, o AG inicia sua busca a partir de uma população composta por vários indivíduos espalhados em um espaço

de soluções potenciais, sendo esta uma das maiores vantagens deste método de otimização. Lemonge (1999) e Sivanandam e Deepa (2008) ainda destacam como vantagens dos AGs:

- Independência de conhecimentos matemáticos avançados;
- Possibilidades de hibridização com outros métodos de otimização;
- Capacidade de otimizar problemas com grande número de variáveis e restrições;
- Facilidade para escapar dos pontos de ótimos locais existentes no espaço de soluções potenciais.

Entende-se como ótimo global a melhor solução possível para um determinado problema, e, como soluções ótimas locais, aquelas que se despontam em relação à maioria; porém, não superam a solução ótima global. A Figura 2.1 ilustra o espaço de busca de soluções de um determinado problema, apontando o ponto de ótimo global (pico máximo) e os pontos ótimos locais.

**Figura 2.1: Espaço de busca de soluções de um problema.**



Fonte: próprio autor.

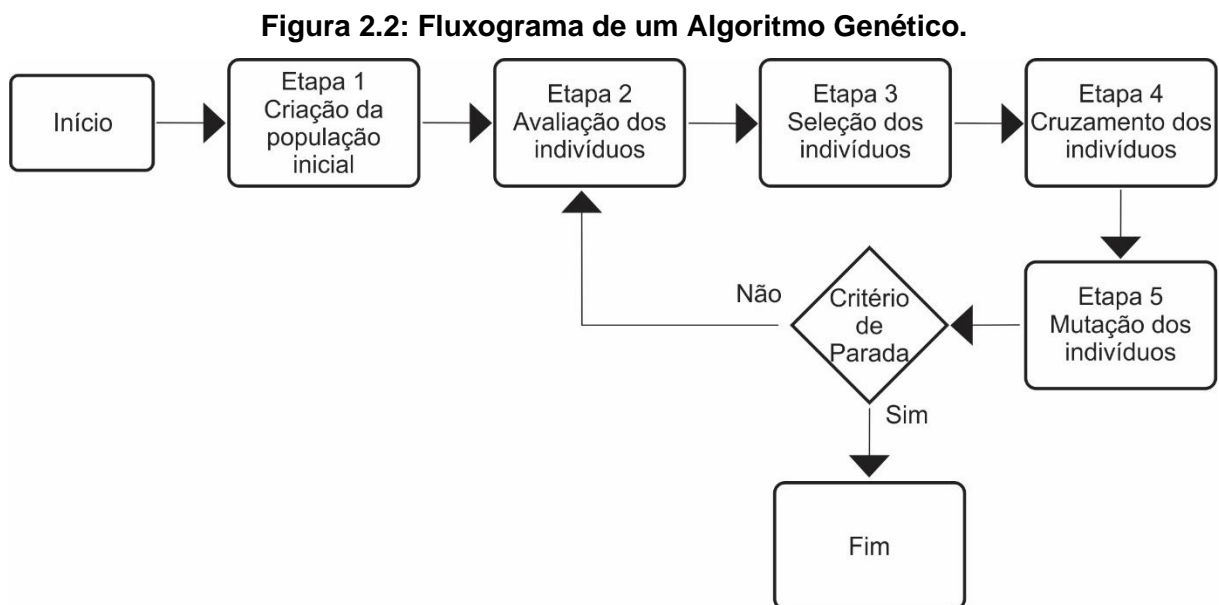
Por ser o Algoritmo Genético um método de otimização estocástico, ou seja, dependente da inserção de elementos aleatoriamente em sua rotina, é comum encontrarmos, para o mesmo problema, soluções diferentes, a cada simulação. Por este motivo, não se pode afirmar que o resultado final encontrado seja, de fato, a solução ótima global do problema. Porém, o fato de se trabalhar com uma população numerosa de indivíduos espalhados aleatoriamente no espaço de busca da solução, na maioria das vezes conduz o algoritmo a encontrar, em um curto espaço de tempo, soluções finais razoavelmente aceitáveis, dificilmente encontradas pelos métodos tradicionais. (BEASLEY; BULL; MARTIN, 1993)

Como já dito, a estrutura do algoritmo possibilita a adoção tanto de variáveis contínuas quanto de variáveis discretas, a depender da natureza de cada problema de otimização. Estas podem ser representadas tanto por codificação binária quanto por codificação real.

Usualmente, a primeira mencionada é adotada para problemas de otimização com variáveis discretas, e a segunda, para problemas com variáveis contínuas.

Objetivando uma melhor compreensão do método, apresenta-se, na sequência do texto, o detalhamento de cada uma das etapas que compõem sua rotina de otimização. Um exemplo prático é detalhado, a fim de esclarecer possíveis dúvidas e subsidiar programações futuras.

Por serem puramente conceituais e amplamente apresentadas e discutidas em várias literaturas afins, nas discussões que se seguem serão omitidas as referências pontuais, deixando, ao leitor, como referências gerais, as obras consagradas de Coley (1999) e Goldberg (1989). Para subsidiar a explicação do método, apresenta-se, na Figura 2.2, o fluxograma de um Algoritmo Genético.



Fonte: próprio autor.

### **2.2.1 ETAPA 1 – CRIAÇÃO DA POPULAÇÃO INICIAL**

Assim como na maioria dos programas, caso seja conveniente, pode-se, inicialmente, abrir espaço para que o usuário insira informações particulares e parâmetros fixos do problema. Posteriormente a esta etapa, dar-se-á início às rotinas do Algoritmo Genético (AG).

Na primeira etapa do AG, com o objetivo de arquitetar um espaço inicial de busca de soluções, cria-se uma população com número pré-determinado de indivíduos, sendo, cada um destes, uma possível solução do problema. A quantidade de indivíduos que irá compor essa população deve ser definida de forma cautelosa, tendo em vista a influência direta desta escolha no tempo de processamento do algoritmo.

Aconselha-se que a definição do número de indivíduos seja pautada na busca de um equilíbrio entre abrangência do espaço de busca da solução, qualidade dos resultados obtidos e tempo de processamento do algoritmo.

Cada indivíduo da população carrega consigo um conjunto de variáveis que recebem, nesta etapa, valores randômicos, a fim de garantir que estes assumam posições diversas no espaço de busca da solução ótima. Essas serão as variáveis ajustadas pelo Algoritmo Genético ao longo de todo processo de otimização. Opcionalmente, pode-se calibrar os valores atribuídos inicialmente a estas variáveis, dentro de limites pré-estabelecidos, objetivando eliminar soluções inactíveis e garantindo um menor tempo de convergência da solução.

Exemplificando o que foi exposto, tomemos como referência o processo de otimização de uma viga retangular de concreto armado, cujo objetivo é encontrar a solução factível mais econômica. Supondo como variáveis a serem ajustadas, pelo Algoritmo Genético, a base e a altura da viga, e uma população composta por 10 indivíduos, teríamos, nesta etapa, a criação de uma população composta por 10 vigas, com valores de base e altura definidos aleatoriamente, como apresentado na Tabela 2.1.

**Tabela 2.1: Detalhamento dos indivíduos da população inicial**

Indivíduos da População	Variáveis	
	$b_w$	$h$
1	32	42
2	24	36
3	40	30
4	15	45
5	12	41
6	25	37
7	17	30
8	13	42
9	24	32
10	21	39

### **2.2.2 ETAPA 2 – AVALIAÇÃO DOS INDIVÍDUOS**

Como já dito, o Algoritmo Genético simula um processo de evolução, portanto, seleciona, como progenitores da nova população, os indivíduos mais adaptados ao meio, ou seja, aqueles mais aptos a solucionar o problema. Para que isso seja possível, todos os

indivíduos gerados na etapa anterior devem ser avaliados segundo suas aptidões, calculadas pela Função Aptidão (Equação 2.1).

$$F_{(x)} = f_{(x)} + pen_{(x)} \quad (2.1)$$

Em que:

$F_{(x)}$  : Função Aptidão;

$f_{(x)}$  : Função Objetivo do Problema de Otimização;

$pen_{(x)}$  : Função Penalidade.

É importante destacar que são encontradas, em literaturas afins, Funções Aptidão diferentes da que aqui é apresentada. Isso ocorre por serem, os Algoritmos Genéticos, adaptáveis a diversos problemas de otimização. Porém, o objetivo da função, independentemente de sua formulação, permanece sempre sendo o de determinar o quão bom é cada indivíduo da população, frente à solução do problema.

A Função Objetivo ( $f_{(x)}$ ) quantifica a aptidão de cada indivíduo da população em função de algum parâmetro mensurável, como o custo de um elemento, seu peso ou o tempo de finalização de determinado processo, por exemplo. Tendo em vista que, até o presente momento, o que se tem são apenas indivíduos com valores aleatórios atribuídos às suas variáveis, faz-se necessária a implementação de rotinas de programação para subsidiar a determinação destes parâmetros mensuráveis. Se a otimização for de um elemento estrutural, por exemplo, toda programação de dimensionamento deve ser implementada entre a etapa 1 e a aplicação da Função Aptidão.

A Função Penalidade ( $pen_{(x)}$ ) se vincula às restrições do problema e objetiva penalizar aqueles indivíduos que não atenderam a alguma destas restrições, aumentando ou diminuindo — dependendo da proposta de otimização — de forma proposital, suas aptidões. Apresenta-se, como modelo de Função Penalidade, a Equação 2.2, sendo “ $C$ ” o número de restrições não atendidas, e “ $K$ ”, uma constante com valor proporcional ao da Função Objetivo. O emprego desta função não é obrigatório, porém, sua adoção, na maioria das vezes, garante convergência da solução ótima em um menor tempo de processamento.

$$pen_{(x)} = K \cdot C \quad (2.2)$$

Voltando ao nosso exemplo, como a otimização objetiva encontrar a solução factível mais econômica, todas as 10 vigas geradas na Etapa 1 seriam dimensionadas e posteriormente verificadas, quanto ao atendimento às restrições impostas, para confirmar ou não a necessidade de aplicação da Função Penalidade. Na sequência, teriam seus custos calculados pela Função Objetivo e, por fim, a aptidão calculada pela Função Aptidão.

A Tabela 2.2 resume a rotina da Etapa 2 para a população gerada na Etapa 1. Foi considerada como restrição, hipoteticamente, apenas a deformação da viga. Assumiu-se, para a constante  $K$  da função penalidade, um valor equivalente a R\$ 500,00.

**Tabela 2.2: Resumo da rotina da Etapa 2**

Indivíduos da População	Variáveis (cm)		Custo (R\$)		$f_{(x)}$	Restrição	$pen_{(x)}$ $k=500$	$F_{(x)}$
	$b_w$	$h$	Concreto	Aço		Deformação		
1	32	42	242,00	43,00	285,00	Atendida	0	285
2	24	36	155,00	51,00	206,00	Atendida	0	206
3	40	30	216,00	62,00	278,00	Atendida	0	278
4	15	45	121,00	41,00	162,00	Atendida	0	162
5	12	41	89,00	46,00	135,00	Atendida	0	135
6	25	37	167,00	49,00	216,00	Atendida	0	216
7	17	30	92,00	66,00	158,00	Não Atendida	500	658
8	13	42	98,00	44,00	142,00	Atendida	0	142
9	24	32	139,00	59,00	198,00	Não Atendida	500	698
10	21	39	148,00	47,00	195,00	Atendida	0	195

### 2.2.3 ETAPA 3 – SELEÇÃO DOS INDIVÍDUOS

Nesta etapa, o algoritmo, por meio de um Operador de Seleção, elege os indivíduos da população corrente que serão os progenitores da próxima população. Dentre os diversos Operadores de Seleção existentes, optou-se por implementar, no algoritmo da pesquisa, o tradicional “Seleção por Torneio”, cuja mecânica de escolha, de fato, se assemelha a uma competição.

A seleção dos indivíduos que participarão do torneio é realizada de forma aleatória e a aptidão é o parâmetro para definição do vencedor, ou seja, aquele que irá compor a população de progenitores. A aleatoriedade na escolha cria possibilidades de se selecionar competidores com aptidões inferiores às dos mais aptos da população, favorecendo a construção de uma população progenitora diversificada, diminuindo o risco de convergência prematura para soluções ótimas locais.

Voltamos ao nosso exemplo para elucidar a mecânica da Seleção por Torneio. Nesta etapa, o algoritmo seleciona, de forma aleatória, pares de vigas, dentre as 10 que compõem

a população, e compara suas aptidões (custo). Aquela viga com melhor aptidão (menor custo) será escolhida para compor a população de progenitores. Esta rotina se repete inúmeras vezes, até que se tenha completado a população de progenitores.

A Tabela 2.3 detalha uma simulação hipotética de seleção de indivíduos do exemplo em questão. Como pode ser observado, o primeiro torneio foi realizado com os indivíduos 2 e 3, cujas aptidões (custos) são, respectivamente, R\$ 206,00 e R\$ 278,00. Como, neste caso, a otimização objetiva encontrar a solução mais econômica, o vencedor foi o indivíduo 2, sendo, este, o primeiro a compor a População Progenitora. Os outros nove torneios necessários para completar a população progenitora são detalhados na Tabela 2.3. As últimas três colunas da referida tabela detalham a população progenitora final. Como pode ser observado, após a aplicação do Operador de Seleção, 4 indivíduos foram excluídos da população progenitora (3, 6, 7 e 9).

**Tabela 2.3: Resumo da rotina da Etapa 3 – Seleção por Torneio**

Seleção por Torneio						População Progenitora		
Torneio	Indivíduo	Campeão	Torneio	Indivíduo	Campeão	Indivíduo	$b_w$	h
	Aptidão (R\$)			Aptidão (R\$)				
1	2 x 3	2	6	3 x 5	5	2	24	36
	206 x 278	206		278 x 135	135	5	12	41
2	1 x 5	5	7	9 x 10	10	10	21	39
	285 x 135	135		698 x 195	195	8	13	42
3	3 x 10	10	8	7 x 2	2	1	32	42
	278 x 195	195		658 x 206	206	5	12	41
4	8 x 6	8	9	2 x 8	8	10	21	39
	142 x 216	142		206 x 142	142	2	24	36
5	9 x 1	1	10	3 x 4	4	8	13	42
	698 x 285	285		278 x 162	162	4	15	45

#### 2.2.4 ETAPA 4 – CRUZAMENTO DOS INDIVÍDUOS

Na quarta etapa inicia-se a construção da nova população de possíveis soluções. O primeiro operador do Algoritmo Genético a trabalhar na construção desta é o Operador de Cruzamento. Este cria novos indivíduos a partir da mescla de informações de pares de indivíduos da população progenitora, aproximando-os, a cada geração, da solução ótima do problema.

Existem muitos modelos de Operadores de Cruzamento, sendo, a maioria deles, formatados para trabalhar com variáveis em codificação binária. Optou-se por implementar, no algoritmo da pesquisa, o Operador de Cruzamento *Simulated Binary Crossover* (SBX) –

um operador de codificação real que simula a operação dos tradicionais Operadores de Cruzamento Binário de Ponto Único. Destaca-se que não foram encontrados, na pesquisa realizada, trabalhos de otimização estrutural utilizando o SBX, sendo esta uma particularidade da pesquisa.

A implementação do SBX elimina a necessidade de se converter as variáveis do problema, para codificação binária, por ser um operador modelado para codificação real, garantindo redução do tempo de processamento. Deb e Agrawal (1995), os desenvolvedores do SBX, demonstram, em sua pesquisa, que o operador, por vezes, supera os tradicionais, e indicam a utilização dele para problemas de otimização com ponto de ótimo global desconhecido, como os problemas de otimização estrutural. A seção 2.2.7 apresenta mais informações sobre este operador.

Retomando o exemplo, tem-se, nesta etapa, a mescla de informações de pares de indivíduos da população progenitora para produção de novos indivíduos. Imaginando como progenitoras a Viga 2 e a Viga 5, com valores de base, respectivamente, de 24cm e 12cm, o produto da atuação do Operador de Cruzamento seria duas novas vigas com valores de base de 21cm e 15cm. Processo semelhante a este seria aplicado à altura das vigas e a qualquer outra variável que fizesse parte do problema de otimização.

A Tabela 2.4 apresenta os resultados hipotéticos da simulação de cruzamento da população progenitora apontada na Tabela 2.3.

**Tabela 2.4: Resumo da rotina da Etapa 4 - Cruzamento**

População Progenitora			Pais	Operador de cruzamento	Filhos	
Indivíduo	$b_w$	$h$			$b_w$	$h$
2	24	36	2 x 5		21	41
5	12	41			15	35
10	21	39	10 x 8		19	42
8	13	42			15	38
1	32	42	1 x 5		26	45
5	12	41			18	37
10	21	39	10 x 2		24	39
2	24	36			20	35
8	13	42	8 x 4	17	46	
4	15	45		11	40	



### 2.2.5 ETAPA 5 – MUTAÇÃO DOS INDIVÍDUOS

Por fim, chega-se à última etapa do Algoritmo Genético: a aplicação do Operador de Mutação. Este operador tem a finalidade de alterar características de uma pequena parcela de indivíduos da nova população (geradas na Etapa 4), forçando para que esta se mantenha diversificada e proporcionando, ao algoritmo, rotas de escape de pontos de ótimo local a cada iteração.

A quantidade de indivíduos a serem manipulados pelo Operador de Mutação deve ser definida previamente, sendo considerada como suficiente, por diversos autores, uma probabilidade de, aproximadamente, 1% dos indivíduos. Fazendo um paralelo com o exemplo aqui exposto, as duas variáveis das 10 vigas – que agora compõem a população de novas soluções do problema – serão submetidas a um teste, com 1% de probabilidade de sofrerem alterações aleatórias em seus valores originais.

A Tabela 2.5 apresenta a nova população criada com a aplicação do Operador de Cruzamento, e esta, após a atuação do operador de mutação. As variáveis que sofreram influência do Operador de Mutação foram destacadas em negrito.

**Tabela 2.5: Nova população formada após atuação do Operador de Mutação**

Nova População (Cruzamento)			Nova População (Mutação)		
Indivíduo	$b_w$	h	Indivíduo	$b_w$	h
1	21	41	1	21	41
2	15	35	2	15	35
3	19	42	3	19	42
4	15	38	4	<b>12</b>	38
5	26	45	5	26	45
6	18	37	6	18	37
7	24	39	7	24	39
8	20	35	8	20	<b>31</b>
9	17	46	9	17	46
10	11	40	10	11	40

Ap s a finaliza o de toda esta marcha, o algoritmo contabiliza uma itera o e inicia novamente sua rotina, por m, agora, assumindo, como popula o inicial, a popula o de novas solu oes gerada na Etapa 4 e finalizada na Etapa 5. Toda essa rotina se repete in meras vezes, at  que se atinja um ponto de parada pr -definido ou at  que se conclua o ciclo pr -determinado de itera oes. Apresenta-se, na Tabela 2.6, para melhor compreens o, a evolu o da popula o, desde a Etapa 1 at  a Etapa 5.

Tabela 2.6: Evolução da população

População Inicial			População Progenitora			Nova População (Cruzamento)			Nova População (Mutação)		
Indivíduo	b <sub>w</sub>	h	Indivíduo	b <sub>w</sub>	h	Indivíduo	b <sub>w</sub>	h	Indivíduo	b <sub>w</sub>	h
1	32	42	2	24	36	1	21	41	1	21	41
2	24	36	5	12	41	2	15	35	2	15	35
3	40	30	10	21	39	3	19	42	3	19	42
4	15	45	8	13	42	4	15	38	4	12	38
5	12	41	1	32	42	5	26	45	5	26	45
6	25	37	5	12	41	6	18	37	6	18	37
7	17	30	10	21	39	7	24	39	7	24	39
8	13	42	2	24	36	8	20	35	8	20	31
9	24	32	8	13	42	9	17	46	9	17	46
10	21	39	4	15	45	10	11	40	10	11	40

### 2.2.6 ELITISMO

Finalizando a descri o do Algoritmo Gen tico, apresenta-se um processo conhecido como Elitismo, que tem como principal objetivo preservar, a cada itera o, uma parcela das melhores solu es da popula o, para que estas componham, juntamente com os indiv duos gerados pelos operadores de cruzamento e muta o, a nova popula o de solu es. Desta forma, previne-se que as melhores solu es n o se percam no meio da rotina de otimiza o.

As opini es, quanto   sua implementa o, s o divergentes: h  autores que defendem sua utiliza o, por garantir converg ncia da solu o em um menor tempo de processamento; e outros, que n o aconselham, por afirmarem que o mesmo pode conduzir mais facilmente   converg ncia em pontos de  timos locais, por diminuir a diversidade da popula o.

### 2.2.7 SIMULATED BINARY CROSSOVER (SBX)

O SBX   um Operador de Cruzamento de vari veis reais, projetado para simular a opera o dos tradicionais Operadores de Cruzamento Bin rio de Ponto  nico. Segundo os autores, a motiva o para a cria o do SBX veio do sucesso dos Operadores de Cruzamento Bin rio, quando aplicado em problemas de otimiza o com espa o de busca discreto, e das dificuldades deste em operar em espa o de busca cont nuo. (DEB; AGRAWAL, 1995)

Deb e Agrawal (1995) realizaram diversas simula es para comparar a efici ncia do SBX com o Operador Bin rio de Ponto  nico e constataram que o SBX, quando n o se mostrava com efici ncia superior ao operador bin rio, pelo menos se igualava   efici ncia do mesmo.

Assim como a maioria dos Operadores de Cruzamento, o SBX gera dois novos indivíduos ( $F_1$  e  $F_2$ ) – convencionalmente tratados como filhos – a partir de dois indivíduos da população de progenitores ( $P_1$  e  $P_2$ ), convencionalmente tratados como pais. Apresentam-se, a seguir, as expressões necessárias para a construção do operador. (DEB; KUMAR, 1995)

$$F_1 = 0,5((1-\beta) \cdot P_1 + (1+\beta) \cdot P_2) \quad (2.3)$$

$$F_2 = 0,5((1-\beta) \cdot P_2 + (1+\beta) \cdot P_1) \quad (2.4)$$

$$u = rand(0,1) \quad (2.5)$$

$$u \leq 0,5 \rightarrow \beta = (2u)^{1/\eta+1} \quad (2.6)$$

$$u > 0,5 \rightarrow \beta = \left(\frac{1}{2(1-u)}\right)^{1/\eta+1} \quad (2.7)$$

Em que,  $u$  é um valor randômico gerado entre 0 e 1; e  $\eta$ , um número real qualquer não negativo. Os autores destacam que, quanto maior for o valor de  $\eta$  adotado, maior será a probabilidade de se criar filhos com características próximas aos pais.

### 2.3 APLICAÇÃO DE AG NA OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO PROTENDIDO

Apresenta-se, nesta seção, um levantamento de trabalhos recentemente desenvolvidos, que versam sobre otimização de estruturas protendidas, utilizando, como método de otimização, o Algoritmo Genético. Foram consultadas, para o levantamento destas pesquisas, as seguintes bases de dados: Science Direct e Portal Capes.

Silva *et. al.* (2017), realizaram uma pesquisa que tinha como objetivo encontrar as soluções ótimas de pavimentos de laje nervurada unidirecional protendida utilizando o AG. Os autores definiram como sendo dados de entrada: a resistência do concreto; a altura da mesa das nervuras; as dimensões dos vãos nas duas direções da laje; as cargas permanente e

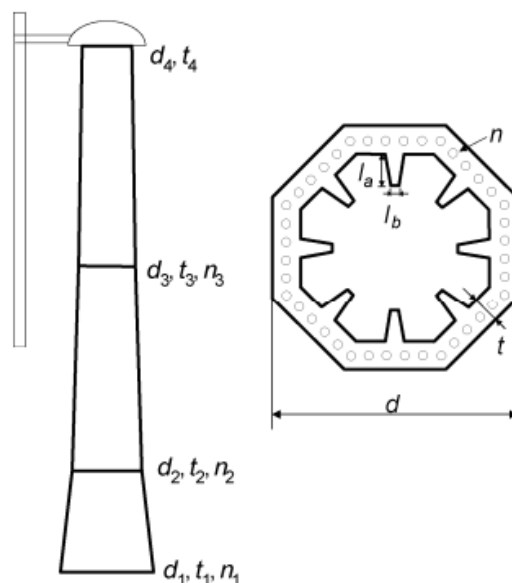
acidental, uniformemente distribuídas; e a carga devido à existência de alvenaria apoiada nas lajes. As restrições impostas ao problema foram: a quantidade mínima de armadura, as limitações de deformação e de tensões de tração e compressão normativas, a tensão de cisalhamento limite para dispensar armadura transversal e limites de posicionamento dos cabos protendidos nas nervuras.

Foram consideradas como variáveis de projeto: as dimensões das formas das nervuras, o número de cabos por nervura, a posição do cabo no meio do vão e a área de aço passiva. O Algoritmo Genético foi estruturado com o tradicional Operador de Seleção Ranking, levando em consideração a aplicação do Elitismo, e as variáveis de projetos foram tratadas como discretas. Os autores constataram, para as simulações realizadas, que as soluções ótimas conduziam à adoção de fôrmas com maiores dimensões, com cabos posicionados de tal forma a aproveitar, ao máximo, a excentricidade.

Ma e Meng (2014), em sua pesquisa, propuseram uma nova seção transversal para torres de turbina eólicas de concreto protendido. Visando reduzir o custo, os autores aplicaram o AG para buscar a solução ótima de projeto. As restrições impostas ao problema foram: os limites de frequência natural da estrutura, as limitações vinculadas às características geométricas e as limitações de Estados Limites Último, de Serviço e de Fadiga.

Foram consideradas como variáveis de projeto: as características geométricas da torre – que são apontadas na Figura 2.3 – o número de cabos protendidos, e a resistência do concreto. Os autores não detalharam a estrutura do Algoritmo Genético utilizado, porém constataram que a solução ótima retornada pelo método garantiu uma economia de 15% do custo total, quando comparada com a seção transversal tradicionalmente adotada.

**Figura 2.3: Projeto esquemático da torre com as variáveis de projeto consideradas.**



Fonte: Ma e Meng (2014).

Aydin e Ayvaz (2013) utilizaram o AG para encontrar a solução ótima de projeto de uma ponte composta por vigas múltiplas pré-moldadas protendidas de seção transversal I, lajes de concreto armado e pilares com seção transversal H. As variáveis de projeto consideradas foram: a quantidade de pilares e vigas, a quantidade de armadura protendida e as dimensões da seção transversal das vigas. Os autores também trataram as variáveis com codificação binária. Ao todo, foram consideradas 33 restrições, sendo 28 destas vinculadas à superestrutura (ELU, ELS e Geometria) e 5 vinculadas à meso e infraestrutura da ponte. Os parâmetros fixos de projeto considerados foram: comprimento longitudinal da ponte, largura total do tabuleiro, cargas móveis, propriedades dos materiais e a topografia do vale a ser vencido pela estrutura.

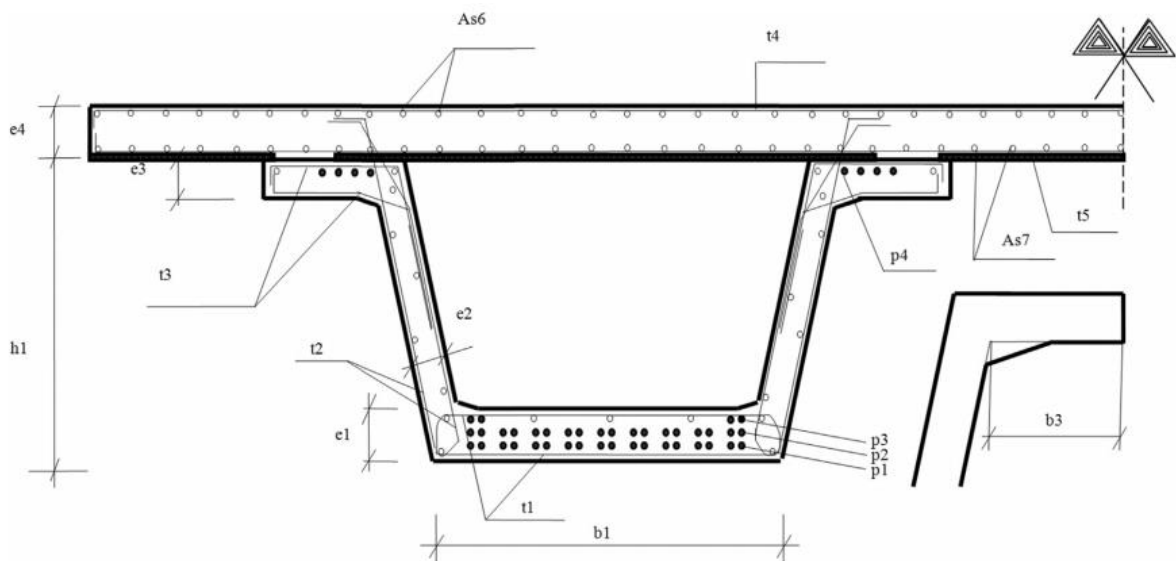
A solução ótima de projeto retornada pelo AG, para a ponte considerada como referência na pesquisa, se apresentou 12,6% mais econômica do que a solução real executada. Diante dos resultados, os autores concluíram que, além de prático, o método de otimização é adequado para aplicações em práticas de projeto.

Por fim, apresenta-se a pesquisa desenvolvida recentemente por Yepes *et al.* (2017), que avalia a eficiência de quatro algoritmos de otimização distintos aplicados na otimização de uma ponte rodoviária de 35 metros de comprimento e 12 metros de largura. A seção transversal da mesma é composta por tabuleiro em laje maciça e duas vigas de concreto protendido pré-moldadas de seção U. Os algoritmos avaliados foram Busca Local Descendente (DLS), Algoritmo Genético (AG), Algoritmo Memético (MA) e Algoritmo de Aceitação de Limiar com Operador de Mutação (TAMO). Dentre as principais conclusões da

pesquisa, os autores destacaram o uso prático de todos os métodos avaliados em aplicações reais.

O problema a ser otimizado contou com um total de 59 variáveis, sendo estas divididas em: 2 variáveis para definir a resistência do concreto da laje e das vigas; 7 variáveis geométricas para definir a forma da seção transversal da ponte; 4 variáveis para definir a configuração de armadura ativa; e 46 variáveis para definir a configuração das armaduras passivas. Todas as variáveis foram consideradas como sendo discretas. A Figura 2.4 aponta as principais variáveis geométricas e de armadura consideradas na otimização:

**Figura 2.4: Seção transversal da ponte com variáveis consideradas na otimização**



Fonte: Yepes *et al.* (2017).

Para avaliar o AG, os autores realizaram diversas simulações, variando a quantidade de indivíduos da população e o número de iterações. Como já era de se esperar, constataram que o aumento do número de indivíduos da população garante soluções mais econômicas, por trabalhar com um espaço de busca mais abrangente, porém, em contrapartida, aumenta o tempo final de processamento do algoritmo.

Outro ponto avaliado foi a influência do Elitismo na solução final. Os resultados das simulações, com e sem a implementação do mesmo na rotina de otimização, demonstraram que apenas em alguns casos o Elitismo garantiu melhores soluções, sendo esta melhoria de, aproximadamente, 3,1%.

Foram impostas como restrições ao problema as verificações dos Estados Limites Último e de Serviço e a quantidade de armadura mínima de flexão e cisalhamento dos elementos estruturais. O tempo médio de processamento das simulações do AG que

retornaram as melhores soluções foi de, aproximadamente, 6 horas, evidenciando o alto custo de processamento necessário para encontrar soluções ótimas de problemas circundados por um grande número de variáveis.

## 2.4 COMENTÁRIOS COMPLEMENTARES

Muitos outros trabalhos que discutem otimização de estruturas protendidas por meio de AG foram encontrados na pesquisa realizada, porém, apenas 4 foram citados, por retratarem, de forma geral, o mesmo cenário encontrado nos demais. A escolha dos 4 artigos apresentados foi motivada pelas peculiaridades de cada uma das estruturas, possibilitando vislumbrar a abrangência de aplicação do AG.

Foi possível perceber que, na maioria dos trabalhos pesquisados, a aplicação do AG retornou soluções melhores do que as já encontradas por outros métodos. Como já dito, não se pode afirmar que estas soluções são, de fato, as soluções ótimas globais do problema devido à estrutura do AG, porém são melhores do que as já encontradas por outras vias.

Outra característica comum dos trabalhos encontrados na pesquisa é o tratamento das variáveis em codificação binário, necessitando de, pelo menos, duas etapas adicionais de programação: uma para codificar as variáveis reais em variáveis binárias; e outra, para decodificar as soluções finais de variáveis binárias para variáveis reais, dos trabalhos aqui citados, apenas o de Silva *et al.* (2017) fugiu a esta regra. Possivelmente, os autores optaram por trabalhar com codificação binária devido à natureza dos problemas, que, em alguns casos, exigem adoção de variáveis discretas, ou por falta de pesquisas na linha de otimização estrutural envolvendo aplicações de Operadores de Cruzamento de codificação real, como o adotado na pesquisa aqui realizada.

De forma geral, foram consideradas como restrições: as características geométricas dos elementos estruturais — bem como o posicionamento da armadura nestes — e as limitações correlacionadas aos Estados Limites Último e de Serviço. O número de variáveis é dependente do problema a ser otimizado e do objetivo a ser alcançado com a solução final. Na pesquisa de Yepes *et al.* (2017), por exemplo, que tinha como objetivo a busca de uma solução final a nível de projeto executivo, o algoritmo foi estruturado com 59 variáveis, levando a um tempo de processamento relativamente significativo — 6 horas — não sendo, possivelmente, bem aceito a aplicação de algoritmos deste porte em rotinas de escritório, devido ao tempo de processamento e esforço necessário para sua programação.

# 3. METODOLOGIA

Para cumprir com objetivo da pesquisa, foram elaborados dois algoritmos: o primeiro para otimizar a viga de uma passarela rodoviária em concreto protendido de seção transversal “T”; e o segundo para otimizar vigas de cobertura com seção transversal “I” de galpões feitos no sistema pré-fabricado. O método de otimização adotado foi o Algoritmo Genético e a estrutura dos programas contou com rotinas do AG e, além destas, com rotinas para:

- dimensionamento dos elementos estruturais, respeitando as recomendações normativas dos Estados Limites Últimos;
- verificações dos Estados Limites de Serviço;
- verificações das condições geométricas dos elementos estruturais e de acomodação das armaduras;
- cálculo do custo final dos elementos estruturais, levando em consideração o consumo necessário de concreto, fôrma e aço ativo e passivo.

Toda codificação dos programas foi elaborada no ambiente computacional MATLAB (MATHWORKS, 2017), em laptop com processador Intel(R) Core(TM) i5-3210M CPU @2.50 GHz e 4,00 GB de memória RAM instalada. Destaca-se que, apesar de existir uma toolbox pronta de Algoritmo Genético para o MATLAB (Genetic Algorithm Optimization Toolbox - GAOT), toda codificação do AG utilizado na pesquisa foi desenvolvida pelo próprio autor, objetivando ter maior controle sobre o programa e mais flexibilidade quanto à escolha dos operadores a serem utilizados em cada uma das etapas.

Posteriormente à conclusão dos algoritmos, simulações de otimização foram realizadas e seus resultados foram comparados com soluções reais para avaliar a eficiência do método quando aplicado como ferramenta auxiliar de pré-dimensionamento. Apresentam-se, na sequência, as características das estruturas a serem otimizadas na pesquisa e as particularidades de seus algoritmos de otimização.

## 3.1 PASSARELA RODOVIÁRIA

O primeiro elemento estrutura otimizado na pesquisa foi a viga de uma passarela rodoviária pré-moldada de concreto protendido pós-tracionado com aderência, de seção





- Todas as dimensões do tabuleiro e do guarda-corpo da passarela apresentada na Figura 3.1b;
- Vão livre: 31 metros;
- Resistência do Concreto da Laje e da Viga: 35 MPa;
- Armadura de protensão: CP 190 RB;
- Perda de protensão inicial: 10%;
- Perda de protensão final: 25%;
- Cobrimento: 4,5 cm;
- Distância do CG da armadura ativa à borda inferior da viga no centro da passarela: 12 cm;
- Custo do concreto, fôrma, aço ativo e passivo.

Considerou-se, aplicada sobre a laje, uma carga permanente, devido a uma camada de regularização em concreto com espessura variável (inclinação de 2%) e carga móvel uniformemente distribuída de 5 kN/m<sup>2</sup>, conforme recomendação da NBR 7188 (2013).

Como a pesquisa objetiva avaliar o AG como ferramenta de pré-dimensionamento, foram tratadas como variáveis do problema apenas a base ( $b_w$ ) e a altura da viga ( $h$ ) – diferentemente das demais pesquisas encontradas, que incluíram, na rotina de otimização, devido ao nível de detalhamento final esperado, uma quantidade maior de variáveis como: diâmetro, espaçamento e posicionamento de cada armadura do elemento estrutural.

O Algoritmo Genético foi todo estruturado em codificação real, eliminando a necessidade de conversões das variáveis para codificação binária. Objetivando eliminar soluções ineficazes e garantir menor tempo de processamento até a convergência da solução, os valores atribuídos às variáveis dos indivíduos que compõem a população inicial foram guiados pelas equações 3.1 e 3.2.

$$b_{wi} = 0,3 + rand(0,1) \cdot 0,2 \quad (3.1)$$

$$h_i = rand(0,1) + h'_{ficticio} \quad (3.2)$$

Na Equação 3.1,  $rand(0,1)$  é um valor randômico determinado entre 0 e 1. Com a aplicação desta, garante-se que o valor da base do  $i$ -ésimo elemento da população inicial seja, no mínimo, 0,3 metros, valor mínimo a ser adotado segundo a padronização do DER - SP (Figura 3.1a), e, no máximo, 0,5 metros, um valor relativamente significativo para base de uma viga deste tipo de estrutura.

A Equação 3.2 determina a altura do  $i$ -ésimo elemento da população inicial, a partir do somatório de um valor randômico determinado entre 0 e 1 e de uma altura mínima de viga fictícia calculada pela Equação 3.3. Destaca-se que a Equação 3.3 – apesar de ter sido inspirada na equação de altura útil mínima de vigas retangulares – não tem correlação nenhuma com o dimensionamento, servindo apenas para auxiliar na determinação de alturas de vigas factíveis, minimizando o tempo de processamento.

$$h'_{ficticio} = 2 \cdot \sqrt{\frac{(M_{q,max} + M'_g) \cdot 1,5}{0,3 \cdot f_{cd}}} \quad (3.3)$$

Em que:

$M_{q,max}$  : Momento fletor máximo, devido à carga móvel

$M'_g$  : Momento fletor devido às cargas permanentes já conhecidas (guarda-corpo, camada de regularização e peso próprio do tabuleiro)

1,5: Valor definido para majoração dos esforços

0,3: Menor dimensão de base da viga a ser adotada segundo a padronização do DER

$f_{cd}$  : Resistência de cálculo à compressão do concreto

A Função Aptidão implementada no Algoritmo Genético foi a apresentada na seção 2.2.2 (Equação 2.1). A Função Objetivo – Equação 3.4 – foi equacionada apenas em função do custo de material e mão de obra do concreto ( $C_c$ ), forma ( $C_f$ ), armadura ativa ( $C_{ap}$ ), armadura passiva ( $C_{as}$ ) e de cisalhamento ( $C_{asw}$ ) – considerando os acréscimos necessários devido ao efeito da torção – necessários para a confecção da viga da passarela, tendo em vista que o tabuleiro tem dimensões fixas.

$$f_{(x)} = C_c + C_f + C_{ap} + C_{as} + C_{asw} \quad (3.4)$$

A precificação do custo do material e da mão de obra do concreto, da fôrma e do aço foram retirados da Tabela de Preços Unitários Unificados Não Desonerados de Obras de Arte Especiais, desenvolvida pela Secretaria de Logística e Transporte do Estado de São Paulo e divulgada em setembro de 2018, a saber:

- Concreto  $f_{c,k}$  35 MPa – R\$ 563,29/m<sup>3</sup>
- Barras de aço CA50 - R\$ 11,21/kgf
- Aço para concreto protendido - R\$ 26,53/kgf
- Fôrma plana para concreto aparente – R\$ 120,50/m<sup>2</sup>

Para controlar o atendimento às restrições impostas ao problema, foi adotada a Função Penalidade, apresentada no subcapítulo 2.2.2 – Equação 2.2 –, considerando a constante  $\kappa$  com valor equivalente a R\$ 5.000,00.

Optou-se por implementar, neste algoritmo, como já mencionado e detalhado na seção 2.2.3, o tradicional Operador de Seleção “Seleção por Torneio”. Outro Operador de Seleção também tradicional foi testado, o “Roulette Wheel”, porém, por não retornar convergência satisfatória de soluções, foi descartado da pesquisa. O Operador de Cruzamento adotado foi o SBX, já detalhado na seção 2.2.7.

Foi considerado um Operador de Mutação atuando com taxa de mutação de 1%. A estratégia de Elitismo não foi implementada, forçando o AG a encontrar naturalmente a solução ótima. O critério de parada definido foi a conclusão do número pré-determinado de iterações.

Devido às singularidades de cada problema de otimização, faz-se necessária a realização de estudos objetivando encontrar a configuração de parâmetros do AG – número de indivíduos da população, quantidade máxima de iterações, dentre outros – que garantirá a maior Taxa de Sucesso, sendo esta calculada em função do número de indivíduos em uma determinada quantidade de simulações, que atingiram a solução ótima. Tal estudo é importante para aumentar a eficiência do Algoritmo Genético.

Visando encontrar a configuração que retornasse a maior Taxa de Sucesso do algoritmo em questão, foram realizadas simulações, variando a quantidade de indivíduos da população (130, 140, 150 e 160 indivíduos), o número máximo de iterações (30, 40, 50 e 60), e o valor do coeficiente  $\eta$  do operador SBX (3, 4 e 5). A variação dos parâmetros citados levou a 48 combinações diferentes e cada uma destas foi simulada 10 vezes, sendo

contabilizado, ao final de cada uma destas, o número total de indivíduos que atingiram o ponto de ótimo.

A Taxa de Sucesso para cada uma das 48 combinações foi calculada pela Equação 3.5, levando em consideração o total de indivíduos das 10 simulações que atingiram a solução ótima e o número total de indivíduos das 10 simulações. Os valores numéricos da Taxa de Sucesso destas combinações estão listados na Tabela 3.1.

$$T_{x,sucesso} = \frac{T_{I,\acute{o}timos} \cdot 100}{10 \cdot Q_{td,ind}} \quad (3.5)$$

Em que:

$T_{x,sucesso}$  : Taxa de sucesso do algoritmo obtida em função de 10 simulações

$T_{I,\acute{o}timos}$  : Total de indivíduos das 10 simulações que atingiram a solução ótima

$Q_{td,ind}$  : Quantidade de indivíduos da população

Tabela 3.1: Taxa de Sucesso das combinações simuladas

Combinação	$\eta$	Número de Iterações	$Q_{d,ind}$	$T_{I,\acute{o}timos}$	$T_{x,sucesso}$ (%)
1	3	30	130	448	34,5
2	3	30	140	647	46,2
3	3	30	150	434	28,9
4	3	30	160	573	35,8
5	3	40	130	665	51,2
6	3	40	140	487	34,8
7	3	40	150	790	52,7
8	3	40	160	1301	81,3
9	3	50	130	964	74,2
10	3	50	140	977	69,8
11	3	50	150	1003	66,9
12	3	50	160	1369	85,6
13	3	60	130	806	62,0
14	3	60	140	891	63,6
15	3	60	150	1325	88,3
16	3	60	160	1280	80,0
17	4	30	130	280	21,5
18	4	30	140	283	20,2
19	4	30	150	494	32,9
20	4	30	160	358	22,4
21	4	40	130	467	35,9
22	4	40	140	490	35,0
23	4	40	150	872	58,1
24	4	40	160	350	21,9
25	4	50	130	639	49,2
26	4	50	140	649	46,4
27	4	50	150	550	36,7
28	4	50	160	1211	75,7
29	4	60	130	725	55,8
30	4	60	140	621	44,4
31	4	60	150	1375	91,7
32	4	60	160	1070	66,9
33	5	30	130	2	0,2
34	5	30	140	140	10,0
35	5	30	150	181	12,1
36	5	30	160	462	28,9
37	5	40	130	253	19,5
38	5	40	140	445	31,8
39	5	40	150	150	10,0
40	5	40	160	326	20,4
41	5	50	130	127	9,8
42	5	50	140	275	19,6
43	5	50	150	750	50,0
44	5	50	160	960	60,0
45	5	60	130	260	20,0
46	5	60	140	460	32,9
47	5	60	150	600	40,0
48	5	60	160	732	45,8

A combinação 31 retornou a maior Taxa de Sucesso (91,7%) e, por este motivo, foi adotada como referência nas simulações finais de otimização da passarela. Nota-se que as combinações com adoção de  $\eta$  igual a 3 garantiram boas Taxas de Sucesso a nível global, porém, não superaram a taxa encontrada da combinação 31. Já as combinações com  $\eta$  igual a 5 apresentaram taxas de sucesso bem inferiores, pois os filhos gerados após a operação de cruzamento apresentavam características muito semelhantes às dos pais, diminuindo a abrangência do espaço de busca e direcionando, na maioria das simulações, para convergências prematuras em ótimos locais.

As rotinas de dimensionamento seguiram as prescrições da NBR 6118 (2014). Primeiramente, a estrutura foi dimensionada à flexão, levando em consideração a contribuição do tabuleiro para a determinação do momento resistente da seção.

O cálculo da deformação específica total do aço de protensão ( $\varepsilon_t$ ), necessário para a determinação da área de aço de armadura ativa ( $A_p$ ), foi realizado pela Equação 3.6. Nota-se que a deformação do aço devido à descompressão foi desconsiderada — como é corriqueiro nas rotinas convencionais de dimensionamento — por ser, esta, pouco relevante frente à deformação total. (CARVALHO, 2017)

$$\varepsilon_t = \varepsilon_p + \varepsilon_s \quad (3.6)$$

Em que:

$\varepsilon_p$ : Deformação do aço durante o ato da protensão - pré-alongamento (Calculada no tempo infinito, considerando as perdas de protensão ao longo do tempo)

$\varepsilon_s$ : Deformação do aço necessária para o equilíbrio da seção

Para calcular a tensão da armadura ativa de cálculo ( $\sigma_{pd}$ ), também necessária para o cálculo de  $A_p$ , utilizou-se as Equações 3.7 e 3.8, deduzidas do diagrama de tensão-deformação de aços de protensão da NBR 6118 (2014).

$$\varepsilon_t \leq \frac{f_{pyd}}{E_p} \rightarrow \sigma_{pd} = \varepsilon_t \cdot E_p \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_t \geq \frac{f_{pyd}}{E_p} \rightarrow \sigma_{pd} = f_{pyd} + \left\{ \left[ \frac{f_{pid} - f_{pyd}}{\left( \varepsilon_u - f_{pyd} / E_p \right)} \right] \cdot \left( \varepsilon_t - \frac{f_{pyd}}{E_p} \right) \right\} \quad (3.8)$$

Em que:

$f_{pyd}$  : Tensão de escoamento de cálculo da armadura ativa;

$f_{pid}$  : Tensão última de cálculo da armadura ativa;

$E_p$  : Módulo de elasticidade da armadura ativa;

$\varepsilon_u$  : Alongamento após a ruptura da armadura ativa.

Adotou-se, para calcular a armadura transversal e de torção, o Modelo de Cálculo II especificado pela NBR 6118 (2014), considerando as diagonais de compressão inclinadas a 30° e estribos posicionados a 90°.

As restrições consideradas no algoritmo estão aqui listadas:

- ELU no ato da protensão (adotando as considerações normativas para a verificação simplificada)
- Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F) na combinação de carregamento frequente de serviço
- Estado Limite de Descompressão (ELS-D) na combinação de carregamento quase permanente de serviço
- Verificação de posicionamento dos cabos de protensão

É importante destacar que, na verificação do ELU, no ato da protensão, assumiu-se que a concretagem do tabuleiro se daria após a concretagem da viga e aplicação da protensão.

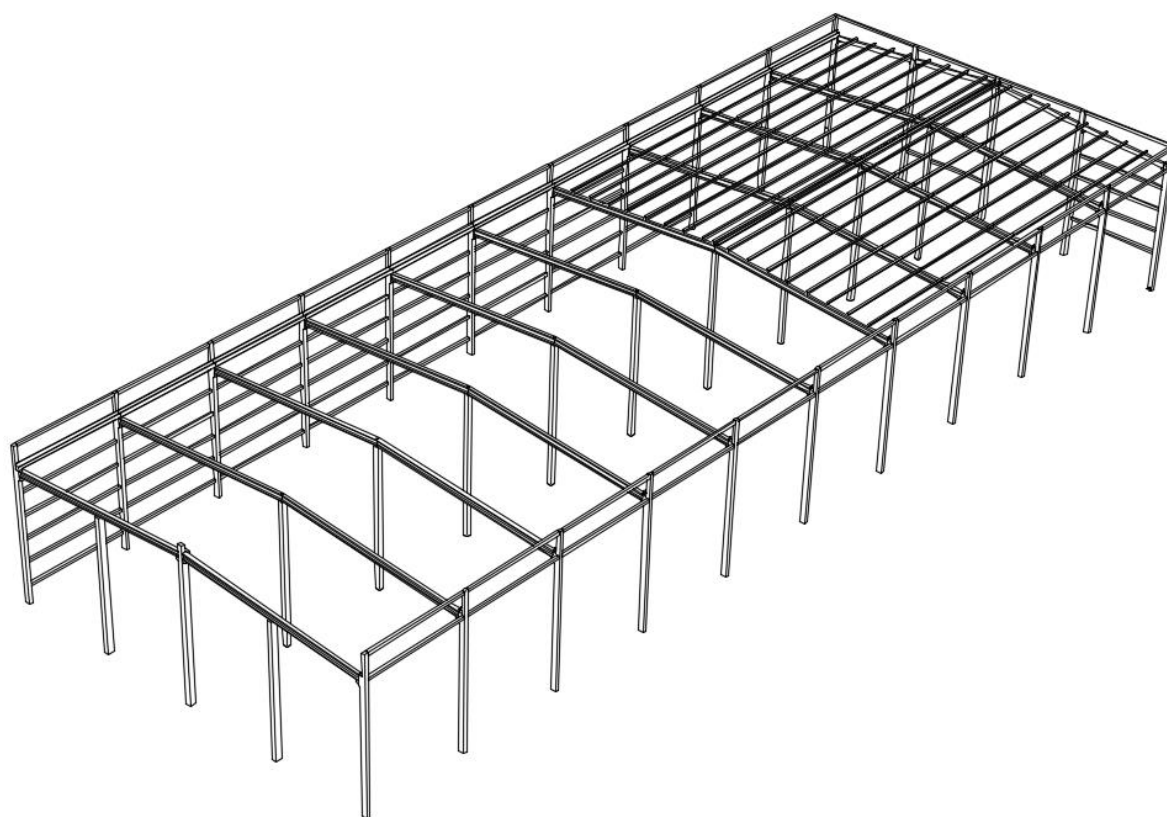
Os resultados finais da otimização deste elemento estrutural e a comparação com a solução real são discutidos no capítulo 4, juntamente com os resultados e comparações da otimização da viga de cobertura do galpão pré-fabricado.



### 3.2 GALPÃO PRÉ-FABRICADO – VIGA DE COBERTURA

O segundo elemento estrutural otimizado na pesquisa foi uma viga de cobertura de um galpão feito no sistema pré-fabricado. Adotou-se, como referência para este estudo, um galpão de 5280,0 m<sup>2</sup> projetado pela empresa PRETEC – Tecnologia em pré-fabricados, cuja perspectiva esquemática é ilustrada na Figura 3.2. Segundo Debs (2017), este tipo de estrutura se enquadra dentre aquelas que representam a maior quantidade de obras pré-moldadas no Brasil.

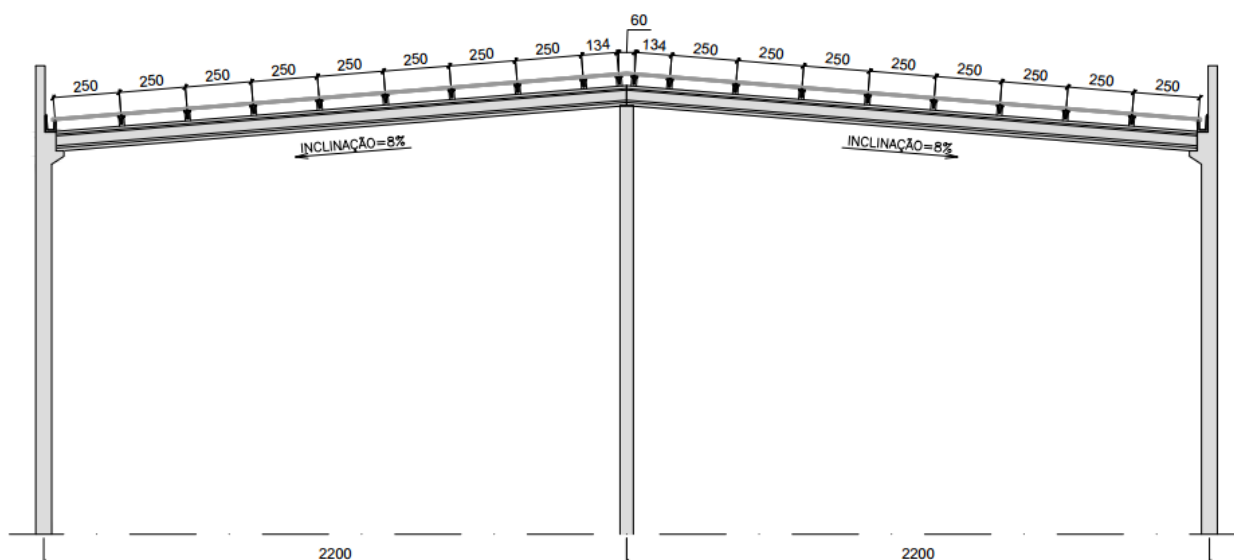
**Figura 3.2: Perspectiva esquemática do galpão**



Fonte: próprio autor.

O galpão em questão é formado por um conjunto de 11 pórticos, espaçados a cada 12 metros, com pórticos internos compostos por três pilares retangulares e duas vigas com seção transversal "I", vencendo um vão de 22 metros, como mostrado na Figura 3.3.

**Figura 3.3: Pórtico interno do galpão**



Fonte: próprio autor.

A cobertura do galpão é composta por telhas metálicas, apoiadas em terças protendidas de seção “T”, que, por sua vez, se apoiam nas vigas de cobertura. Optou-se por otimizar apenas as vigas do pórtico interno do galpão, tendo em vista a quantidade de repetições destas na estrutura. Para avaliar a eficiência do AG, os resultados encontrados na otimização foram comparados com a solução final adotada em projeto. Foram considerados como parâmetros fixos:

- A distância entre os pórticos: 12 metros;
- Comprimento da Viga: 21,60 metros;
- Resistência do Concreto da Viga: 40 MPa;
- Armadura de protensão: CP 190 RB;
- Uso de pré-tração;
- Perda de protensão inicial: 10%;
- Perda de protensão final: 25%;
- Distância do CG da armadura ativa à borda inferior da viga: 10 cm;
- Custo do concreto e do aço ativo.

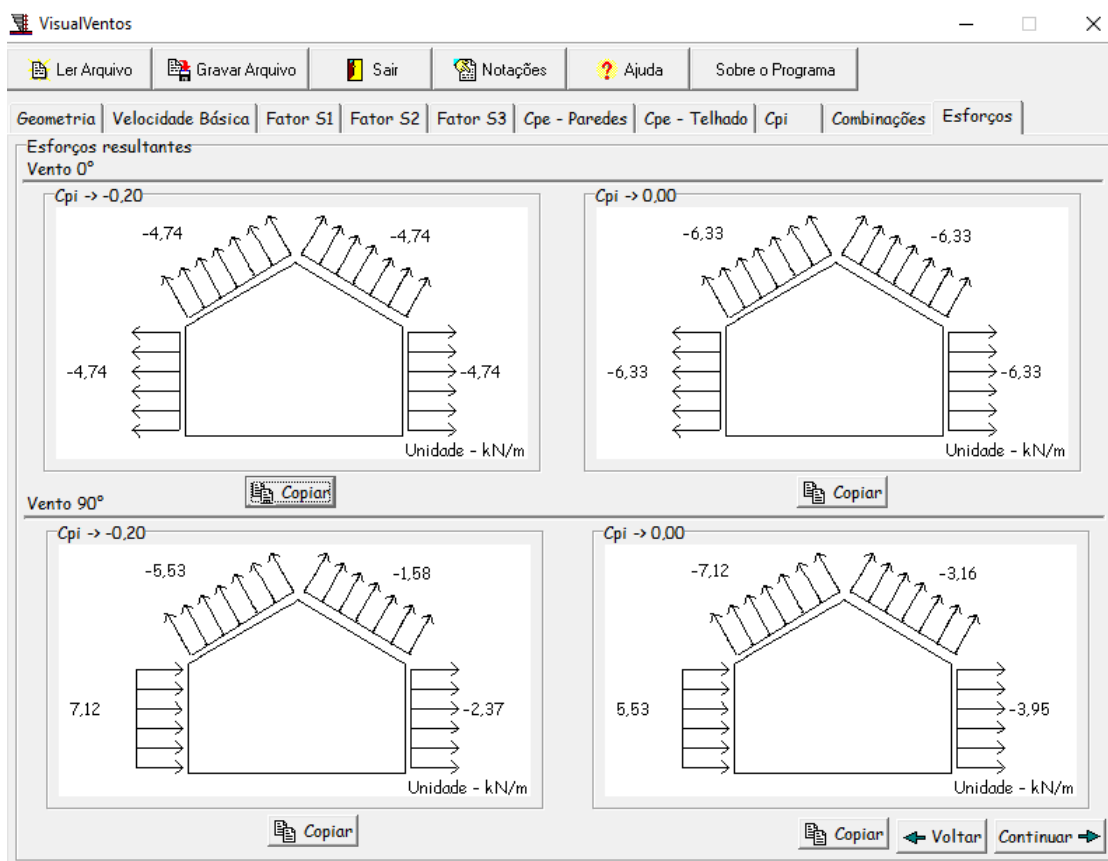
Para o cálculo do momento fletor atuante na viga, foram considerados os referenciais de carregamento apontados no projeto, que são; as cargas permanentes devido ao peso próprio dos elementos pré-fabricados (viga e terças); carga permanente devido ao peso próprio da telha metálica (0,11 kN/m<sup>2</sup>); uma sobrecarga permanente de 0,05 kN/m<sup>2</sup>

representando equipamentos permanentemente fixados na cobertura (iluminação, sprinklers, etc.); e sobrecarga acidental de 0,25 kN/m<sup>2</sup>.

Foi utilizado o programa Visual Ventos Versão 2.0.2 (PRAVIA, 2008), para determinar as forças devidas ao vento. O programa em questão foi desenvolvido na Universidade de Passo Fundo, pelo Professor Zacarias M. Chamberlain Pravia e tem como objetivo determinar as forças devidas ao vento, segundo as prescrições da NBR 6123 (1988), em galpões retangulares com coberturas em duas águas.

Os dados de entrada lançados no Visual Ventos foram as características geométricas da edificação – galpão de 120x44 metros com 15,90 metros de altura com inclinação da cobertura de 8% – e Velocidade Básica do vento de 40 m/s. Considerou-se, assim como em projeto, que a edificação serviria a instalações industriais com baixo fator de ocupação e seria executado em terreno plano, coberto por obstáculos numerosos e pouco espaçados em zona industrial. Foi considerado, ainda, para determinação do coeficiente de pressão interna, que a edificação em questão seria efetivamente estanque. Os esforços resultantes devido à atuação do vento nas duas direções da edificação, determinados pelo programa, são apresentados na Figura 3.4.

**Figura 3.4: Ação devida ao vento**



Fonte: Visual Ventos.

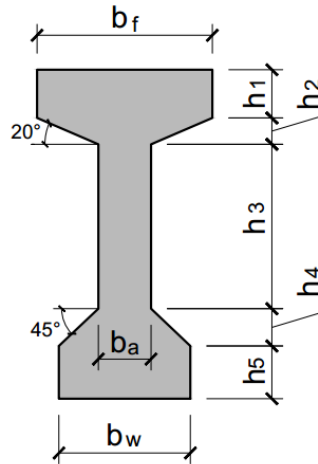
Os momentos fletores característicos, devido à atuação de cada uma das ações, estão listados na Tabela 3.2, sendo:  $M_{q1}$  o fletor devido à sobrecarga acidental;  $M_{q2}$  o fletor devido à atuação do vento mínimo;  $M_{q3}$  o fletor devido à atuação do vento máximo; e  $M_g$  o fletor calculado em função das cargas permanentes (peso próprio das terças, peso próprio das telhas e sobrecarga permanente). O fletor devido ao peso próprio da viga ( $M_{g1}$ ) foi calculado dentro da rotina do Algoritmo Genético, posteriormente à definição das características geométricas das vigas que compõem a população de possíveis soluções do problema.

**Tabela 3.2: Momentos Fletores característicos**

$M_{q1}$ (kN.m)	$M_{q2}$ (kN.m)	$M_{q3}$ (kN.m)	$M_g$ (kN.m)
175,3	-92,0	-410,0	204,8

Diferentemente do primeiro AG, este contou com seis variáveis, sendo estas: a largura e a altura do banço inferior da viga ( $b_w$  e  $h_5$ ); a largura e a altura do banço superior da viga ( $b_f$  e  $h_1$ ); e a espessura e a altura da alma ( $b_a$  e  $h_3$ ). Todas estas dimensões foram cotadas esquematicamente na Figura 3.5. As dimensões  $h_2$  e  $h_4$ , que completam a seção, foram determinadas em função de ângulos de 20° e 45°, respectivamente, respeitando as mesmas especificações do projeto referência.

**Figura 3.5: Seção transversal esquemática da viga a ser otimizada**



Fonte: próprio autor.

O Algoritmo Genético para otimização da viga de cobertura foi todo estruturado em codificação real, assim como o anteriormente desenvolvido, e também contou com equações guias para controlar os valores atribuídos inicialmente às variáveis dos indivíduos que compõem a população inicial do problema. As equações em questão estas listadas a seguir:

$$b_{wi} = 0,3 + rand(0, 0,20) \quad (3.9)$$

$$b_{ai} = 0,12 + rand(0, 0,08) \quad (3.10)$$

$$b_{fi} = 0,40 + rand(0, 0,20) \quad (3.11)$$

$$h_{1i} = 0,12 + rand(0, 0,10) \quad (3.12)$$

$$h_{3i} = 0,25 + rand(0, 0,40) \quad (3.13)$$

$$h_{5i} = 0,12 + rand(0, 0,10) \quad (3.14)$$

Com a aplicação destas equações, garante-se que os valores atribuídos a cada uma das variáveis estejam dentro de uma faixa de dimensões factíveis, minimizando o tempo de

processamento até a convergência da solução ótima. Nas equações 3.9 a 3.14,  $rand(0, X)$  é um valor randômico determinado entre 0 e  $X$ .

Também foi implementada, neste Algoritmo Genético, a Função Aptidão, apresentada na seção 2.2.2 (Equação 2.1). Para compor a Função Objetivo (Equação 3.15) foram considerados apenas os custos do concreto ( $C_c$ ) e da armadura ativa ( $C_{ap}$ ).

$$f_{(x)} = C_c + C_{ap} \quad (3.15)$$

A precificação do custo do material e mão de obra do concreto e do aço foi retirada da Tabela de Custos Unificada Sem Desoneração, versão 026, desenvolvida pela Secretaria de Infraestrutura do Estado do Ceará, e divulgada em julho de 2019, a saber:

- Concreto  $f_{ck}$  40 MPa – R\$ 318,33/m<sup>3</sup>
- Cordoalha CP190 RB Ø12,7mm - R\$ 6,70/kgf

Foi implementada, neste algoritmo, a mesma Função Penalidade adotada no AG da passarela – Equação 2.2 – porém, considerou-se a constante  $K$  com valor reduzido – R\$ 500,00 – por ter a viga de cobertura um custo inferior ao da viga otimizada da passarela. Manteve-se, como Operador de Seleção e como Operador de Cruzamento, o tradicional “Seleção por Torneio” e o SBX.

Inicialmente foram realizadas simulações considerando a combinação de parâmetros que retornou a maior Taxa de Sucesso no algoritmo da passarela – combinação 31 – mantendo o Operador de Mutação atuando com taxa de mutação de 1%. Porém, devido à maior quantidade de variáveis e à forte influência de cada uma delas no resultado final, optou-se, nas simulações finais, por trabalhar com uma taxa de mutação mais agressiva – 5% – para garantir o encontro de soluções o mais econômicas possíveis. Mais detalhes sobre os dois conjuntos de simulações são apresentados na seção seguinte. Assim como no algoritmo anterior, a estratégia de Elitismo não foi implementada.

As rotinas de dimensionamento seguiram as prescrições da NBR 6118 (2014), levando em consideração as particularidades do sistema de pré-tração. O cálculo da deformação específica total do aço de protensão ( $\varepsilon_t$ ) e da tensão da armadura ativa de cálculo ( $\sigma_{pd}$ ) – necessários para a determinação da área de aço de armadura ativa ( $A_p$ ) – foi realizado conforme detalhado na seção 3.1, utilizando as equações 3.6, 3.7 e 3.8.

Não foram realizados cálculos de armadura transversal e longitudinal passiva, da viga de cobertura, neste algoritmo, tendo em vista que a solução final encontrada por ele seria comparada com a solução final já detalhada em projeto — sendo, esta, permeada de ajustes específicos de detalhamento, particulares de cada projetista, que levam, na maioria das vezes, a um acréscimo de armadura, se comparado aos valores realmente encontrados em cálculo, segundo os esforços atuantes e as exigências normativas. As restrições consideradas no algoritmo estão listadas a seguir:

- ELU no ato da protensão (adotando as considerações normativas para a verificação simplificada)
- Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F) na combinação de carregamento frequente de serviço
- Estado Limite de Descompressão (ELS-D) na combinação de carregamento quase permanente de serviço
- Verificação de posicionamento dos cabos de protensão

# 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Apresenta-se, neste capítulo, inicialmente, os resultados relacionados à otimização da passarela rodoviária, e, na sequência, são apresentados os resultados obtidos nas simulações realizadas para otimizar a viga de cobertura do galpão pré-fabricado. Para avaliar a eficiência de ambos os algoritmos, são realizadas comparações das soluções otimizadas com as soluções reais. Por fim, para completar os objetivos propostos na pesquisa, são apresentados os resultados dos estudos que objetivavam encontrar as condições limitadoras das soluções ótimas dos dois elementos estruturais estudados.

## 4.1 PASSARELA RODOVIÁRIA

Como já mencionado, existe a possibilidade de o AG não retornar a solução ótima do problema; por este motivo, não é aconselhável assumir, como solução final, o resultado de apenas uma simulação, mas, sim, aquele, dentre uma série de simulações, que se repita, ou que apresente o menor custo e atenda a todas as restrições impostas ao problema. Na pesquisa em questão, dez simulações foram realizadas na busca da solução ótima e os resultados de cada uma destas foram listados, juntamente com a solução da passarela real, na Tabela 4.1. O número de indivíduos, a quantidade de iterações e o coeficiente  $\eta$  do operador SBX, adotados nestas simulações, foram aqueles, da combinação de parâmetros, que gerou a maior Taxa de Sucesso (Combinação 31  $\eta = 4$ , Iterações= 60 e  $Q_{id,ind} = 150$ ).

**Tabela 4.1: Resumo das soluções otimizadas da passarela**

Solução	$b_w$ (m)	$h$ (m)	Concreto (R\$)	$A_s$ (R\$)	$A_p$ (R\$)	Forma (R\$)	$A_{sw}$ (R\$)	Total (R\$)
1	0,30411	1,4711	8.788,60	6.585,40	23.963,00	10.635,00	2.402,40	52.375,00
2	0,3045	1,4707	8.788,00	6.586,30	23.978,00	10.631,00	2.405,20	52.388,00
3	0,30108	1,4766	8.789,10	6.577,50	23.867,00	10.662,00	2.381,20	52.277,00
4	0,30101	1,4766	8.787,70	6.576,60	23.866,00	10.662,00	2.380,00	52.272,00
5	0,30102	1,4774	8.791,00	6.577,90	23.860,00	10.655,00	2380,80	52.274,00
6	0,30125	1,4763	8.788,60	6.577,70	23.872,00	10.661,00	2.382,00	52.281,00
7	0,30102	1,5063	8.992,70	6.654,80	23.469,00	10.884,00	2.422,20	52.423,00
8	0,30283	1,4768	8.852,30	6.604,00	23.772,00	10.722,00	2.400,80	52.351,00
9	0,30131	1,4767	8.797,10	6.581,00	23.856,00	10.669,00	2.384,00	52.288,00
10	0,30101	1,4767	8.787,80	6.576,70	23.866,00	10.662,00	2.380,20	52.402,00
Real	0,30	1,90	11.687,00	7.712,40	19.551,00	13.821,00	2.965,50	55.737,00
Final	0,30	1,50	8.936,90	6.630,7	23.543,00	10.833,00	2.403,30	52.347,00



Em que:

$A_s$  : Área de armadura longitudinal passiva

$A_p$  : Área de armadura longitudinal ativa

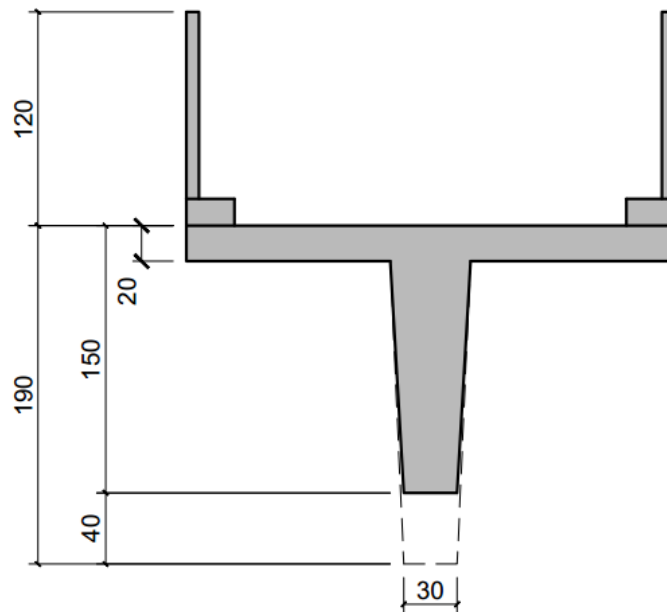
$A_{sw}$  : Área de armadura transversal

Destaca-se que o Algoritmo Genético foi programado como ferramenta auxiliar de pré-dimensionamento, sendo necessário ajustar seus resultados finais às práticas usuais de projeto, que tomam como referência, para facilitar o processo executivo, dimensões finais múltiplas de cinco. Como pôde ser observado, todas as simulações convergiram para uma seção com base e altura, respectivamente, de 0,3 e 1,47 metros, com custo médio de, aproximadamente, R\$ 52.333,10.

Aplicando as considerações usuais de projeto, a solução final, para o projeto da passarela em questão, seria a listada na última linha da Tabela 7: base da viga de 0,30 metros, altura de 1,5 metros, com custo total de R\$ 52.347,00. A fim de realizar uma comparação mais realista, o custo final desta solução será o adotado na comparação entre a solução otimizada e a real. Apresenta-se, no apêndice desta dissertação, o detalhamento de toda a rotina de cálculo da solução final.

A solução final, refinada a partir da solução encontrada pelo Algoritmo Genético, garantiu uma economia de, aproximadamente, 6% em relação a solução real; além disso, garantiu uma redução na altura da viga de, aproximadamente, 21%. É importante destacar que a comparação está sendo realizada com uma estrutura já executada, e que, possivelmente, passou, em sua etapa de projeto, por um estudo preliminar, visando à busca de uma solução racional. Uma comparação gráfica da solução real e da solução otimizada é apresentada na Figura 4.1.

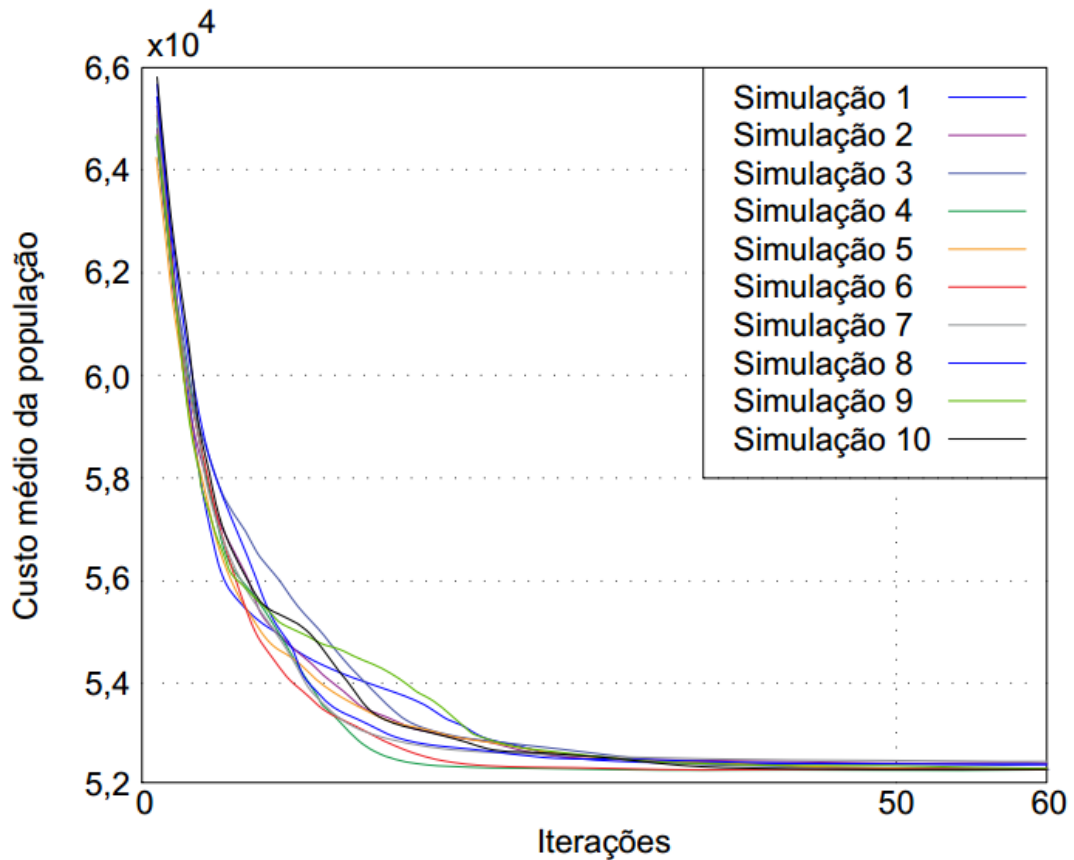
**Figura 4.1: Comparação gráfica da solução real e da solução otimizada da passarela**



Fonte: próprio autor.

Para avaliar o comportamento do AG, foram gerados gráficos das dez simulações, a partir do valor médio da Função Aptidão dos indivíduos da população a cada iteração (Figura 4.2). É possível notar, nas simulações, as discontinuidades provocadas pelo Operador de Mutação, na tentativa de manter a diversidade da população e a abrangência do espaço de busca da solução ótima. Além disso, percebe-se que todas as dez simulações convergiram, para a solução ótima, pouco antes da quinquagésima iteração. O tempo médio gasto com cada simulação foi de 16 segundos, valor relativamente baixo, se comparado com o referencial de tempo das simulações de Yepes *et al.* (2017).

**Figura 4.2:Variação do valor médio da Função Aptidão a cada iteração das 10 simulações de otimização da passarela**



Fonte: próprio autor.

Finalizando a análise dos resultados, realizou-se um estudo, visando encontrar as condicionantes limitadoras da solução ótima. Verificando todas as restrições impostas ao problema, foi possível constatar que a solução se encontrava exatamente nos limites de duas restrições:

- Estado Limite Último no Ato da Protensão – (avaliação do bordo inferior – tensão máxima de compressão do concreto)
- Estado Limite de Descompressão – (avaliação do bordo inferior com carregamento máximo – tensão mínima do concreto)

Outras simulações foram realizadas variando o comprimento do vão (15, 20 e 31m) e a resistência do concreto (35 e 40 MPa). Em todos os casos, as condições limitadoras foram as mesmas.

## 4.2 GALPÃO PRÉ-FABRICADO – VIGA DE COBERTURA

Assim como na otimização da passarela, para encontrar a solução ótima da viga de cobertura do galpão, foram realizadas, inicialmente, 10 simulações, adotando a combinação de parâmetros, que garantiu a maior Taxa de Sucesso no estudo anterior (Combinação 31 –  $\eta = 4$ , N° de iterações = 60 e  $Q_{id,ind} = 150$ ). As soluções encontradas nas simulações foram listadas na Tabela 4.2.

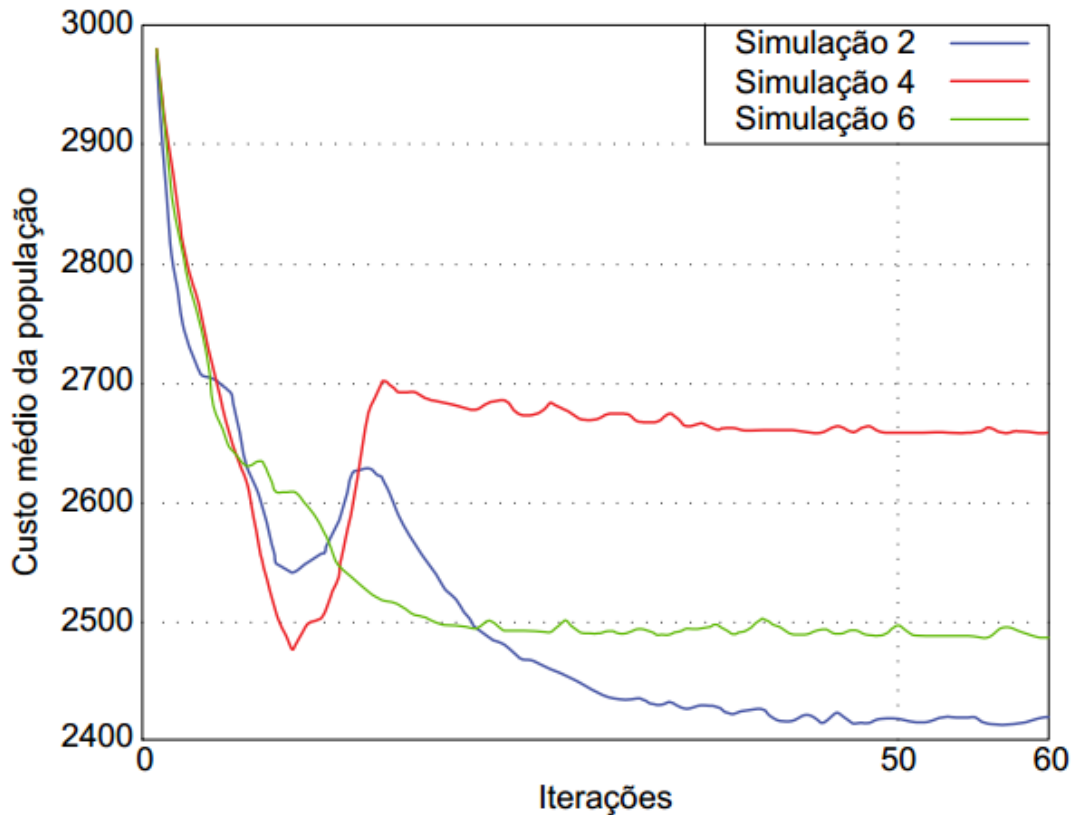
**Tabela 4.2: Resumo das soluções otimizadas da viga de cobertura (Combinação 31)**

Solução	$b_w$ (m)	$b_a$ (m)	$b_f$ (m)	$h_1$ (m)	$h_2$ (m)	$h_3$ (m)	$h_4$ (m)	$h_5$ (m)	$h_{total}$ (m)	Custo (R\$)
1	0,30	0,12	0,45	0,11	0,06	0,31	0,09	0,15	0,72	2.396,10
2	0,30	0,16	0,41	0,10	0,05	0,40	0,07	0,12	0,74	2.413,60
3	0,30	0,12	0,46	0,13	0,06	0,26	0,09	0,12	0,66	2.513,50
4	0,31	0,17	0,42	0,12	0,05	0,30	0,07	0,15	0,69	2.657,30
5	0,30	0,17	0,45	0,10	0,05	0,35	0,06	0,13	0,69	2.545,40
6	0,30	0,12	0,41	0,16	0,05	0,27	0,09	0,13	0,70	2.484,90
7	0,32	0,15	0,43	0,13	0,05	0,29	0,09	0,15	0,71	2.619,30
8	0,31	0,12	0,41	0,10	0,05	0,38	0,09	0,10	0,72	2.242,40
9	0,30	0,13	0,43	0,13	0,05	0,30	0,07	0,16	0,71	2.453,80
10	0,30	0,13	0,40	0,13	0,05	0,40	0,07	0,10	0,75	2.271,30

A solução mais econômica foi encontrada na simulação 8 – uma viga com um custo de R\$ 2.242,40 – porém, como é possível observar analisando os resultados das 10 simulações, o Algoritmo Genético não convergiu para uma solução única, como aconteceu na otimização da passarela; e, além disso, a diferença de custo entre a melhor e a pior solução foi relativamente significativa: R\$ 414,90. Isso, possivelmente, ocorreu devido à maior quantidade de variáveis impostas ao problema em função do formato da viga; à forte influência de cada uma dessas variáveis na solução final; e, também, devido à configuração de parâmetros assumida inicialmente ( $\eta = 4$ , N° de iterações = 60 e  $Q_{id,ind} = 150$ ).

A Figura 4.3 mostra a discrepância do comportamento do algoritmo em algumas das simulações realizadas, evidenciando a necessidade de um novo estudo para calibração dos parâmetros do mesmo.

Figura 4.3:Variação do valor médio da Função Aptidão a cada iteração das simulações 2, 4 e 6



Fonte: próprio autor.

Após uma série de simulações, objetivando calibrar o AG, foi possível perceber que um número maior de iterações era necessário para proporcionar, ao Algoritmo Genético, um tempo maior de análise e garantir que o mesmo escapasse de pontos de ótimos locais. Outros dois ajustes realizados, que garantiram um comportamento menos discrepante do algoritmo nas simulações realizadas, e, em consequência disso, soluções mais econômicas, foi o aumento da Taxa de Mutação para 5% e a adoção do coeficiente  $\eta$  do operador SBX igual a 3.

Sendo assim, as simulações finais para obtenção da solução ótima das vigas foram realizadas com uma população composta por 150 indivíduos, 500 iterações e coeficiente  $\eta$  igual a 3. As soluções encontradas nas 10 simulações realizadas com esta nova combinação de parâmetros, juntamente com a solução final da viga retirada do projeto, foram listadas na Tabela 4.3.

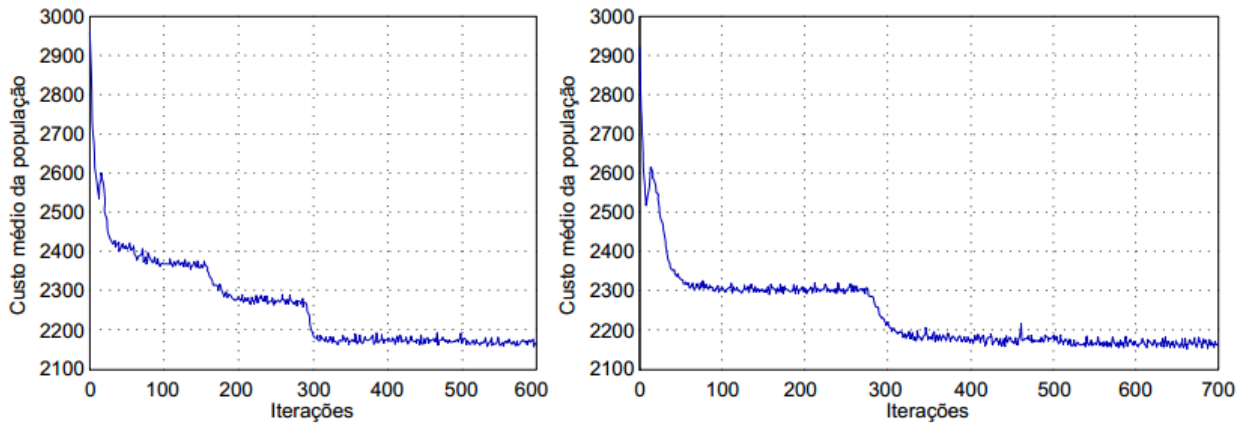
**Tabela 4.3: Resumo das soluções otimizadas da viga de cobertura (nova combinação de parâmetros)**

<b>Solução</b>	$b_w$ <b>(m)</b>	$b_a$ <b>(m)</b>	$b_f$ <b>(m)</b>	$h_1$ <b>(m)</b>	$h_2$ <b>(m)</b>	$h_3$ <b>(m)</b>	$h_4$ <b>(m)</b>	$h_5$ <b>(m)</b>	$h_{total}$ <b>(m)</b>	<b>Custo (R\$)</b>
1	0,30	0,12	0,41	0,10	0,09	0,45	0,05	0,10	0,79	2.138,40
2	0,30	0,12	0,40	0,10	0,09	0,45	0,05	0,11	0,80	2.138,90
3	0,30	0,12	0,42	0,10	0,09	0,34	0,05	0,12	0,70	2.303,10
4	0,30	0,12	0,42	0,11	0,09	0,42	0,05	0,10	0,77	2.183,20
5	0,30	0,12	0,42	0,10	0,09	0,42	0,05	0,10	0,76	2.186,60
6	0,30	0,12	0,40	0,15	0,09	0,45	0,05	0,10	0,84	2.220,50
7	0,30	0,13	0,43	0,10	0,09	0,36	0,05	0,12	0,72	2.295,40
8	0,30	0,12	0,41	0,10	0,09	0,43	0,05	0,10	0,77	2.156,40
9	0,30	0,13	0,42	0,10	0,09	0,42	0,05	0,10	0,76	2.210,00
10	0,30	0,12	0,40	0,11	0,09	0,41	0,05	0,10	0,76	2.180,00
Real	0,30	0,12	0,40	0,11	0,06	0,37	0,09	0,12	0,75	2.235,04

Nota-se que o Algoritmo Genético ainda não encontrou soluções que convergiram para um ponto único, como na otimização da passarela; porém, com a nova combinação de parâmetros, reduziu-se a diferença de custo entre a melhor e a pior solução encontrada para R\$ 164,70. Percebe-se também que as características geométricas das vigas encontradas nas novas simulações são mais homogêneas do que as encontradas nas simulações anteriores (Tabela 4.2), sendo possível assumir que esta combinação de parâmetros garantiu soluções aceitáveis.

Estudos com uma maior quantidade de indivíduos e iterações foram realizados e retornaram resultados semelhantes, porém, consumindo maior tempo de processamento. A Figura 4.4 apresenta os gráficos do valor médio da Função Aptidão dos indivíduos, para as simulações com 600 e 700 iterações.

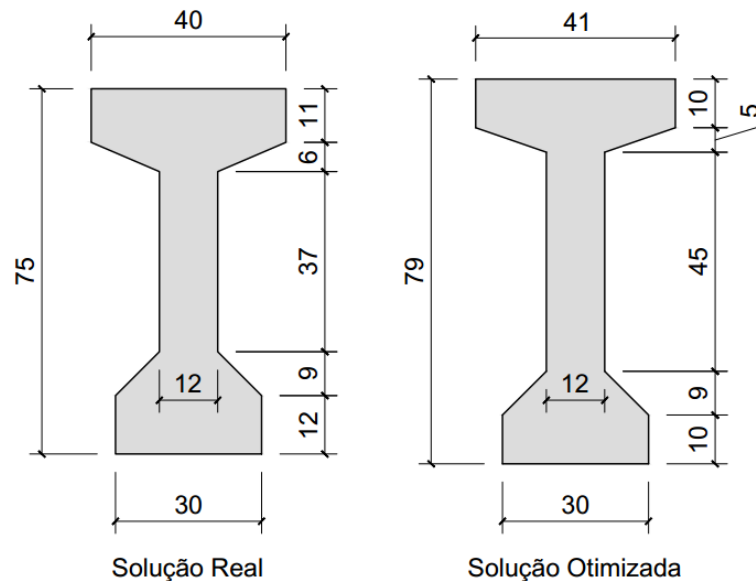
**Figura 4.4: Variação do valor médio da Função Aptidão para simulações com 600 e 700 iterações**



Fonte: próprio autor.

Com a nova combinação de parâmetros, o AG conseguiu uma solução mais econômica do que a encontrada nas primeiras simulações – solução 1, com um custo total de R\$ 2.138,40 – sendo, esta, 4,3% mais econômica que a solução real implementada em projeto. A Figura 4.5 apresenta uma comparação gráfica da solução real e da solução otimizada da viga em questão. É importante destacar que a comparação está sendo realizada com uma solução já refinada em estudos preliminares, que tinha como objetivo encontrar uma solução mais racional. Além disso, apesar de ser uma redução pequena, a viga em questão se repete inúmeras vezes nos pórticos do galpão, tornando significativa a redução no custo final da estrutura.

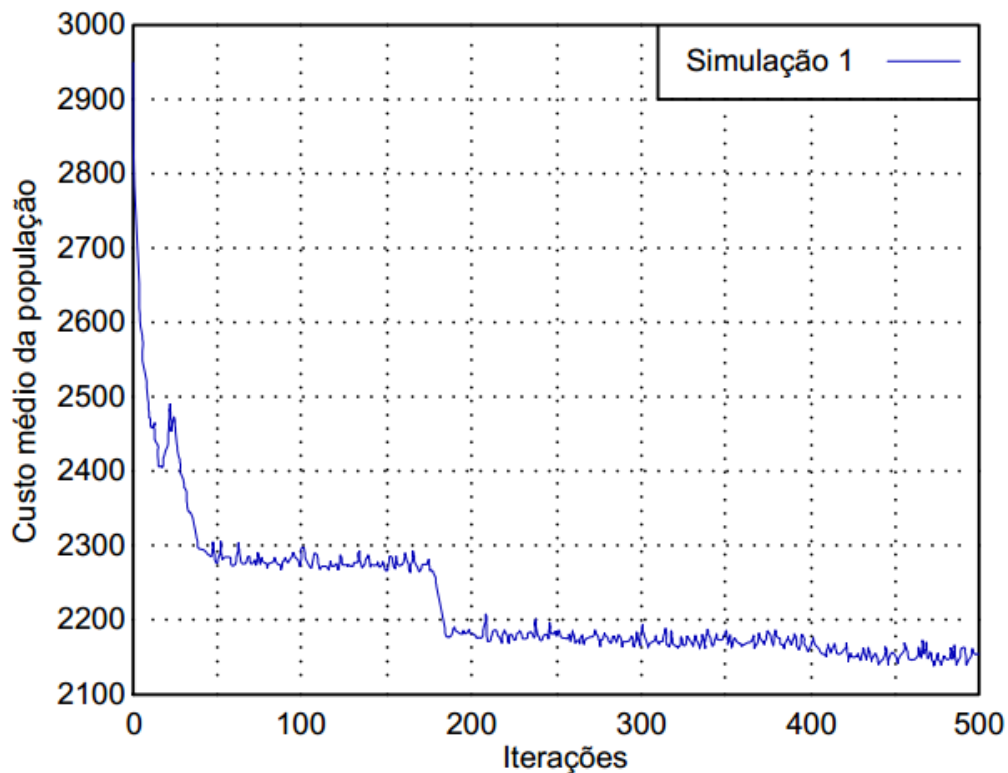
**Figura 4.5: Comparação gráfica da solução real e da solução otimizada da viga de cobertura**



Fonte: próprio autor.

Apresenta-se, na Figura 4.6, o gráfico do valor médio da Função Aptidão dos indivíduos da população, a cada iteração, para a solução mais econômica (simulação 1). É possível observar o maior número de perturbações do gráfico, devido à atuação do Operador de Mutação com uma Taxa de Mutação mais agressiva (5%). Nota-se, também, que resultados próximos à solução final foram encontrados na otimização após a quadringentésima iteração, atravessando anteriormente duas zonas de pontos de ótimo global. O tempo médio de processamento foi de, aproximadamente, 210 segundos, sendo, este, um pouco maior do que o da otimização da passarela devido à maior quantidade de variáveis e iterações, mas, ainda, relativamente baixo, quando comparado com o referencial de tempo das simulações de Yepes *et al.* (2017).

**Figura 4.6: Variação do valor médio da Função Aptidão a cada iteração da solução mais econômica**



Fonte: próprio autor.

Finalizando a análise dos resultados, foi realizado um estudo, objetivando encontrar as condicionantes limitadoras da solução ótima da viga de cobertura em questão. Verificando todas as restrições impostas ao problema, foi possível constatar, diferentemente da situação encontrada na otimização da passarela, que a solução se encontrava exatamente no limite de apenas uma das restrições:



- Estado Limite de Descompressão – (avaliação do bordo inferior com carregamento máximo – tensão mínima do concreto)

## 5. CONCLUSÕES

Nesta pesquisa, foi avaliada a eficiência do Algoritmo Genético, quando aplicado como ferramenta auxiliar no pré-dimensionamento de estruturas protendidas (pré e pós-tracionada com aderência), visando aproximá-lo do meio técnico, tendo em vista que, neste contexto, a codificação se torna mais simples, por trabalhar com um número reduzido de variáveis.

Tal eficiência foi avaliada comparando-se as soluções reais de uma passarela rodoviária e de uma viga de cobertura de um galpão pré-fabricado com as soluções encontradas pelo Algoritmo Genético.

No primeiro estudo (passarela rodoviária), o método de otimização, mesmo com a codificação simplificada, encontrou uma solução 6% mais econômica que a real, em um tempo relativamente curto, quando comparado ao tempo de processamento dos algoritmos desenvolvidos por outros pesquisadores que visavam à busca de soluções mais próximas das definitivas. A solução otimizada também se mostrou mais prática que a real, no quesito atendimento a gabarito vertical mínimo rodoviário, por ter apresentado uma redução de 21% na altura total da passarela.

O Algoritmo Genético programado para otimizar a passarela contou com duas variáveis de projeto ( $b_w$  e  $h$ ) e apresentou um comportamento homogêneo nas 10 simulações realizadas. Para calibração do mesmo, foi realizado um estudo, objetivando encontrar a configuração de parâmetros do AG que garantia a maior Taxa de Sucesso, variando a quantidade de iterações e indivíduos da população, e o coeficiente  $\eta$  do Operador de Cruzamento SBX.

Devido a dependência do AG de inserção de elementos aleatórios em sua rotina, não foi possível chegar, neste estudo, a uma conclusão racional, mas, de forma geral, para este algoritmo, as combinações de parâmetro com maior número de iterações, e com populações mais numerosas, foram as que apresentaram as maiores Taxas de Sucesso. Notou-se também que as combinações com adoção de  $\eta$  igual a 5 apresentaram taxas de sucesso relativamente inferiores as encontradas nas combinações de  $\eta$  igual a 3 e 4. Por fim, adotou-se para as simulações finais de otimização da viga da passarela, a combinação que gerou a maior Taxa de Sucesso (Combinação 31 –  $\eta = 4$ , N° de iterações = 60 e  $Q_{td,ind} = 150$ ).

Já o Algoritmo Genético programado para otimizar a viga da cobertura do galpão pré-fabricado contou com 6 variáveis de projeto ( $b_w$ ,  $b_f$ ,  $b_a$ ,  $h_1$ ,  $h_3$  e  $h_5$ ) devido ao formato da

seção transversal da viga (seção "I") . Inicialmente, foi aproveitada, para as simulações de otimização da viga, a configuração de parâmetros do AG que garantiu a maior Taxa de Sucesso na otimização da passarela; porém, a mesma não garantiu resultados satisfatórios, sendo necessário realizar um novo estudo para calibrar os parâmetros deste novo algoritmo. Apesar da semelhança entre os dois elementos otimizados, esta situação evidenciou a importância da tratativa particular para cada problema específico.

A nova combinação de parâmetros garantiu que o AG encontrasse uma solução 4,3% mais econômica que a solução real implementada em projeto. Apesar de ser uma redução relativamente pequena, a viga em questão se repete inúmeras vezes nos pórticos do galpão estudado, tornando a redução significativa no custo final da estrutura. Destaca-se que ambas as comparações foram realizadas com soluções finais de projeto, já refinadas em estudos preliminares que tinham como objetivo a busca por soluções o mais racionais possíveis.

Os resultados encontrados nestas comparações validam a aplicabilidade do Algoritmo Genético como ferramenta auxiliar de pré-dimensionamento, pois garantiria ao projetista, sem muito esforço e em curto espaço de tempo, um bom referencial de ponto de partida para a elaboração de seus projetos executivos. Importante lembrar que o Algoritmo Genético não cauciona o encontro da solução ótima global do problema, mas, sim, soluções melhores do que as rotinas tradicionais de projeto, por simular, de forma orientada, um grande número de possibilidades.

Quanto aos estudos realizados para encontrar as condicionantes limitadoras das soluções ótimas dos elementos estudados, foi possível perceber, no caso da passarela rodoviária, que a solução se encontrava limitada pela tensão máxima de compressão do concreto, quando avaliado a borda inferior da viga no Estado Limite Último no ato da protensão; e a tensão máxima de tração do concreto, quando avaliado o bordo inferior da viga, considerando o carregamento máximo para o Estado Limite de Descompressão. Já a solução ótima da viga de cobertura se encontrava limitada apenas a tensão mínima do concreto, quando avaliado o bordo inferior da viga, considerando o carregamento máximo para o Estado Limite de Descompressão.

Sobre a estrutura dos Algoritmos Genéticos desenvolvidos para a pesquisa, foi possível perceber que tanto o operador "Seleção por Torneio" quanto o SBX se adaptaram bem aos problemas de otimização em questão. Os resultados positivos da pesquisa, o tempo reduzido de processamento e, principalmente, a facilidade de implementação do operado SBX, abrem precedente para novos estudos na linha de otimização estrutural, utilizando operadores de codificação real semelhantes ao SBX, tendo em vista a falta de estudos com a implementação destes em algoritmos de otimização estrutural.

Por fim, conclui-se que a utilização de ferramentas semelhantes as desenvolvidas na pesquisa podem ser valiosas para profissionais de escritórios de projeto que precisam de um ponto de partida para elaboração de um novo projeto, e que, por motivos diversos não tenham informações de projetos similares anteriormente desenvolvidos. Com a aplicação do Algoritmo Genético, pode-se facilmente chegar a soluções otimizadas ou estudar as condições determinantes sem se valer de conhecimentos empíricos.

Na prática, os dois exemplos aqui estudados, são projetados principalmente considerando a vivência e experiência profissional dos autores dos projetos, situação esta, que não garante, cientificamente, que a solução adotada seja a mais racional, até mesmo porque os custos dos materiais necessários para a produção dos elementos são variáveis, levando a cada momento a uma solução ótima.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHSAN, Raquib; RANA, Shohel; GHANI, Sayeed Nurul. Cost Optimum Design of Posttensioned I-Girder Bridge Using Global Optimization Algorithm. *Journal of Structural Engineering*, [s.l.], 01 jan. 2012. 138, p. 273.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7188: Carga móvel rodoviária e de pedestre em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

AYDIN, Zekeriya; AYVAZ, Yusuf. Optimum topology and shape design of prestressed concrete bridge girders using a genetic algorithm. *Structural And Multidisciplinary Optimization*, [s.l.], v. 41, n. 1, p.151-162, 10 jun. 2009.

AYDIN, Zekeriya; AYVAZ, Yusuf. Overall Cost Optimization of Prestressed Concrete Bridge using Genetic Algorithm: KSCE. *Journal Of Civil Engineering*, [s.l.], v. 17, n. 4, p.769-775, maio 2013.

BEASLEY, David; BULL, David R.; MARTIN, Ralph R. An overview of genetic algorithms: Part2, Research Topics. *University Computing*. V.15, n4 p. 170-181, 1993.

CARVALHO, R. C.. Estruturas em concreto protendido: pré-tração, pós-tração, cálculo e detalhamento. 2. ed. São Paulo: Pini, 2017. 446 p.

CASTILHO, Vanessa Cristina de; NICOLETTI, Maria do Carmo; DEBS, Mounir Khalil El. An investigation of the use of three selection-based genetic algorithm families when minimizing the production cost of hollow core slabs. *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, [s.l.], v. 194, n. 45-47, p.4651-4667, nov. 2005.

CASTILHO, Vanessa Cristina de; DEBS, Mounir Khalil El; NICOLETTI, Maria do Carmo. Using a modified genetic algorithm to minimize the production costs for slabs of precast prestressed concrete joists. *Engineering Applications Of Artificial Intelligence*, [s.l.], v. 20, n. 4, p.519-530, jun. 2007.

COLEY, David A. An introduction to genetic algorithms for scientists and engineers. [s.l.]: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1999. 211 p.

DEB, Kalyanmoy; AGRAWAL, R. B. Simulated Binary Crossover for continuous search space. *Complex Systems*, V.9, p. 115-148, 1995.

DEB, Kalyanmoy; KUMAR, Amarendra. Real-coded Genetic Algorithms with Simulated Binary Crossover: Studies on Multimodal and Multiobjective Problems. *Complex Systems*, V.9, p. 431-454, 1995.

DEBS, Mounir Khalil El. *Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações*. 2. Ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2017. 456 p.

DEPARTAMENTO DE ESTRADAS DE RODAGEM DO ESTADO DE SÃO PAULO. IP-DE-C00/004 – Projeto de passarela para pedestres. São Paulo, 2009

GOLDBERG, David Edward. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. [s.l.: s.n.], 1989. 430 p.

LEMONGE, Afonso Celso de Castro. *Aplicação de Algoritmos Genéticos em otimização estrutural*. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

MA, Hong Wang; MENG, Ran. Optimization design of prestressed concrete wind-turbine tower. *Science China: Technological Sciences*, [s.l.], v. 57, n. 2, p.414-422, fev. 2014.

MATLAB. R2016b. [s.l.]: The Mathworks, 2016.

NOCEDAL, Jorge; WRIGHT, Stephen J.. *Numerical Optimization*. New York: Springer-verlag, 1999. 651 p.

SALEHI, Hadi; BURGUEÑO, Rigoberto. Emerging artificial intelligence methods in structural engineering. *Engineering Structures*, [s.l.], v. 171, p.170-189, set. 2018.

SEMELAWY, M. El; NASSEF, A.o.; DAMATTY, A.a. El. Design of prestressed concrete flat slab using modern heuristic optimization techniques. *Expert Systems With Applications*, [s.l.], v. 39, n. 5, p.5758-5766, abr. 2012.

SILVA, Michell Ribeiro Lopes e et al. Otimização de pavimentos de concreto protendido via Algoritmos Genéticos. *Proceedings Of The XXXVIII Iberian Latin American Congress On Computational Methods In Engineering*, [s.l.]: ABMEC Brazilian Association of Computational Methods in Engineering, jan. 2017.

SIVANANDAM, S. N.; DEEPA, S. N. *Introduction to genetic algorithms*. New York: Springer, 2008. 442 p.

YEPES, Victor et al. Heuristics in optimal detailed design of precast road bridges. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, [s.l.], n. 17, p. 738-749, abr. 2017.

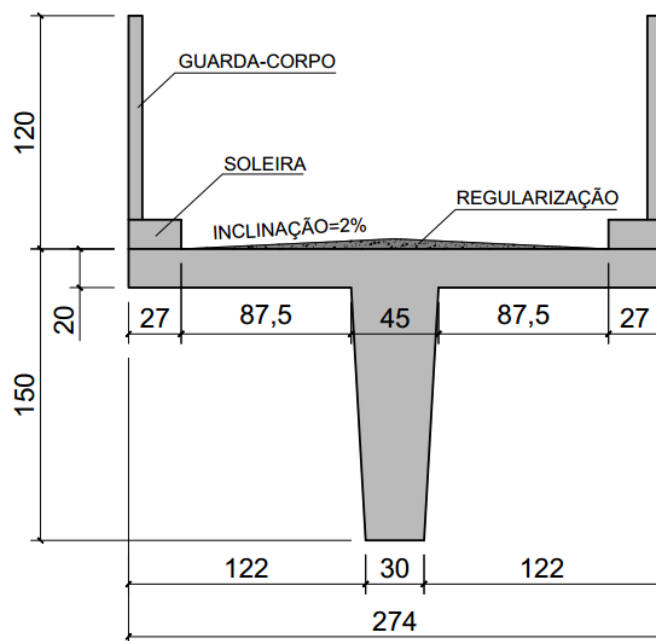
# 7. APÊNDICE

Apresenta-se, detalhadamente, neste apêndice, a rotina de cálculo da solução final da passarela rodoviária, refinada a partir da solução encontrada pelo Algoritmo Genético.

## 7.1 CARACTERIZAÇÃO DA PASSARELA RODOVIÁRIA

Como já mencionado, a passarela vence um vão livre de 31 metros e a seção transversal de sua solução final encontra-se detalhada na Figura 7.1.

**Figura 7.1: Seção transversal final da passarela rodoviária**



Fonte: próprio autor.

As características geométricas da seção transversal – área ( $A_c$ ), inércia ( $I$ ), e  $y_{cg}$  – necessárias para o cálculo da armadura de protensão foram determinadas por programas de desenho do tipo CAD (desenho auxiliado por computadores). Os módulos de resistência da seção em relação à borda inferior e superior ( $W_i$  e  $W_s$ ) e as distâncias do centro de gravidade da seção à borda inferior e superior ( $y_i$  e  $y_s$ ) foram calculados, respectivamente, pelas equações 7.1, 7.2, 7.3 e 7.4. Todas as características geométricas foram listadas na Tabela 7.1.

$$W_i = \frac{I}{y_i} \quad (7.1)$$

$$W_s = \frac{I}{y_s} \quad (7.2)$$

$$y_i = y_{cg} \quad (7.3)$$

$$y_s = h - y_i \quad (7.4)$$

**Tabela 7.1: Características geométricas da seção transversal da passarela**

$A_c$ (m <sup>2</sup> )	$I$ (m <sup>4</sup> )	$y_{cg}$ (m)	$y_i$ (m)	$y_s$ (m)	$W_i$ (m <sup>3</sup> )	$W_s$ (m <sup>3</sup> )
1,0	0,1984	1,07	1,07	0,43	0,19	0,46

## 7.2 DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS

Além do peso próprio da passarela e de seus elementos fixos (guarda-corpo e soleira), considerou-se, aplicada sobre a laje, uma carga permanente, devido a uma camada de regularização em concreto com espessura variável (inclinação de 2%) e carga móvel uniformemente distribuída de 5 kN/m<sup>2</sup>. Detalha-se, na Tabela 7.2, o cálculo das ações, devido a cada um destes carregamentos.

**Tabela 7.2: Cálculo das ações**

Descrição	Área (m <sup>2</sup> )	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	Ações (kN/m)
$g_1$ - Peso próprio	1,04	25	26
$g_2$ - Regularização	0,0242	25	0,605
$g_3$ - Elementos fixos	0,228	25	5,7
$q$ - Carga móvel	$(2,74 - 2 \times 0,27) \times 1 = 2,20$	-	11

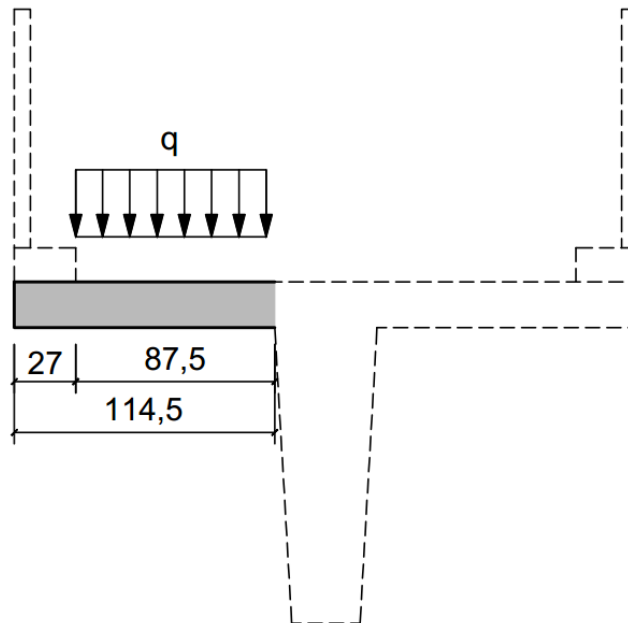


Os esforços, devido à atuação das ações, foram listados na Tabela 7.3. Para calcular o torçor máximo, foi considerado que apenas um dos lados do tabuleiro estaria carregado, conforme ilustrado na Figura 7.2.

**Tabela 7.3: Cálculo dos fletores**

Descrição	Ações	L (m)	Esforços
$M_g (g_1 + g_2 + g_3)$	$26+0,605+5,7=32,305$ (kN/m)	31	3881 (kN.m)
$M_q$ - Carga móvel	11 (kN/m)	31	1321 (kN.m)
$V_{k,g} (g_1 + g_2 + g_3)$	$26+0,605+5,7=32,305$ (kN/m)	31	500,7 (kN)
$V_{k,q} (q)$	11 (kN/m)	31	170,5 (kN)
$T_k (q)$	1,914 (kN.m/m)	31	29,7 (kN.m)

**Figura 7.2: Consideração de cálculo para momento torçor**



Fonte: próprio autor.

### 7.3 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL ATIVA

Todo o cálculo da armadura longitudinal ativa seguiu as premissas da NBR 6118 (2014), levando em consideração a contribuição do tabuleiro da passarela na determinação do momento resistente da seção. As características das cordoalhas consideradas no pré-dimensionamento estão listas a seguir:

- Aço: CP190 RB (relaxação baixa);
- Diâmetro: 12,7 mm;
- Área da seção de aço: 0,99 cm<sup>2</sup>;
- $f_{ptk}$  : 1870 MPa;
- $f_{ptd}$  : 1626 MPa;
- $f_{pyk}$  : 1690 MPa;
- $f_{pyd}$  : 1469 MPa;
- $E_p$  : 195000 MPa;

Foram considerados como coeficientes de ponderação das ações permanentes e variáveis ( $\gamma_g$  e  $\gamma_q$ ) os valores de 1,35 e 1,5, respectivamente, conforme especificação da NBR 8681 (2003). Apresenta-se, na Tabela 7.4, o cálculo do momento de cálculo.

**Tabela 7.4: Momento de cálculo**

$M_g \cdot \gamma_g$	$M_q \cdot \gamma_q$	$M_d$ (kN.m)
3881 x 1,35	1321 x 1,5	7220,9

Para determinação da posição da linha neutra ( $x$ ), foi utilizada a Equação 7.6, considerando  $f_{ck}$  de 35 MPa e uma altura útil de 1,38 metros, tendo em vista que, inicialmente, foi considerado o centro de gravidade da armadura ativa posicionado 12 centímetros acima do bordo inferior da viga. Inicialmente, assumiu-se uma hipótese de cálculo em que a linha neutra estivesse cortando o tabuleiro da passarela; com isso,  $b_w$  assume, no cálculo, um valor de 2,74 metros (largura total do tabuleiro).

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68 \cdot d)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \left( \frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}} \right)}}{0,544} \quad (7.6)$$

Em que:

$x$  : Posição da linha neutra;

$d$  : Altura útil da passarela;

$b_w$  : Base da viga;

$f_{cd}$  : Resistência à compressão de cálculo do concreto ( $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ );

$$x = \frac{0,68 \cdot 1,38 \pm \sqrt{(0,68 \cdot 1,38)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \left( \frac{7220,9}{2,74 \cdot (35000/1,4)} \right)}}{0,544} = \begin{cases} x' = 3,33 \text{ m} \\ x'' = 0,116 \text{ m} \end{cases}$$

Dentre os dois valores encontrados, o que representa a posição da linha neutra é aquele com valor inferior à altura útil da passarela, ou seja, 0,116 metros. Como este é menor do que a espessura da laje do tabuleiro (0,20 m), valida-se a hipótese adotada inicialmente (linha neutra cortando o tabuleiro).

O cálculo da deformação específica total do aço de protensão ( $\varepsilon_t$ ), necessário para a determinação da área de aço de armadura ativa ( $A_p$ ), foi realizado pela Equação 7.7.

$$\varepsilon_t = \varepsilon_p + \varepsilon_s \quad (7.7)$$

Em que:

$\varepsilon_s$  : Deformação do aço necessária para o equilíbrio da seção

$\varepsilon_p$  : Deformação do aço durante o ato da protensão (pré-alongamento)

A passarela em questão encontra-se no domínio de deformação 2 ( $x'' = 0,116 \text{ m} \leq x_{2,3} = 0,259 \cdot d = 0,357 \text{ m}$ ), sendo assim,  $\varepsilon_s = 10\%$ .

Como o cálculo da armadura deve ser realizado para o tempo infinito, a deformação devido ao pré-alongamento do aço de protensão ( $\varepsilon_p$ ) foi calculada a partir da tensão atuante na armadura no tempo infinito ( $\sigma_{p,\infty}$ ), sendo esta calculada pela Equação 7.8, em função da tensão de protensão inicial ( $\sigma_{p,i}$ ) e das perdas de protensão diferidas ao longo do tempo ( $\Delta P_{t,\infty}$ ).

Estimou-se, para o pré-dimensionamento, que as perdas de protensão imediatas e diferidas ao longo do tempo eram de 10% e 25%, respectivamente, valores usualmente adotados em projeto

$$\sigma_{p,\infty} = \sigma_{p,i} - \Delta P_{t,\infty} \quad (7.8)$$

Segundo a NBR 6118 (2014), para o sistema de pós-tração e aços da classe de relaxação baixa, o valor limite para a tensão de protensão inicial deve ser determinada pela Equação 7.9.

$$\sigma_{p,i} \leq \begin{cases} 0,74 \cdot f_{ptk} \\ 0,82 \cdot f_{pyk} \end{cases} \quad (7.9)$$

Sendo assim:

$$\sigma_{p,i} \leq \begin{cases} 0,74 \cdot f_{ptk} \\ 0,82 \cdot f_{pyk} \end{cases} \rightarrow \sigma_{p,i} \leq \begin{cases} 0,74 \cdot 1870 = 1384 \text{ MP}_a \\ 0,82 \cdot 1690 = 1386 \text{ MP}_a \end{cases} \rightarrow \sigma_{p,i} = 1384 \text{ MP}_a$$

$$\sigma_{p,\infty} = \sigma_{p,i} - \Delta P_{t,\infty} \rightarrow \sigma_{p,\infty} = 1384 - (1384 \cdot 25\%) \rightarrow \sigma_{p,\infty} = 1038 \text{ MP}_a$$

Como  $\sigma_{p,\infty}$  é menor do que  $f_{pyd}$ , a deformação devido ao pré-alongamento do aço de protensão ( $\varepsilon_p$ ) pode ser calculada diretamente pela Lei de Hooke.

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_{p,\infty}}{E_p} \rightarrow \varepsilon_p = \frac{1038}{195000} \rightarrow \varepsilon_p = 5,32\%$$

Somando-se  $\varepsilon_s$  com  $\varepsilon_p$  chega-se à deformação específica total do aço de protensão, 15,32%. Como  $\varepsilon_t \geq \frac{f_{pyd}}{E_p}$ , a tensão da armadura ativa de cálculo ( $\sigma_{pd}$ ), também necessária para o dimensionamento da armadura de protensão, foi calculado pela equação 7.10.

$$\sigma_{pd} = f_{pyd} + \left\{ \left[ \frac{f_{ptd} - f_{pyd}}{\left( \frac{\varepsilon_u - f_{pyd}}{E_p} \right)} \right] \cdot \left( \varepsilon_t - \frac{f_{pyd}}{E_p} \right) \right\} \quad (7.10)$$

Em que:

$f_{pyd}$  : Tensão de escoamento de cálculo da armadura ativa;

$f_{ptd}$  : Tensão última de cálculo da armadura ativa;

$E_p$  : Módulo de elasticidade da armadura ativa;

$\varepsilon_u$  : Alongamento após a ruptura da armadura ativa (3,5%);

Sendo assim:

$$\sigma_{pd} = 1469 + \left\{ \left[ \frac{1626 - 1469}{\left( \frac{3,5\% - 1469}{195000} \right)} \right] \cdot \left( 15,32\% - \frac{1469}{195000} \right) \right\} \rightarrow \sigma_{pd} = 1513,6 \text{ MP}_a$$

Com a posição da linha neutra e a tensão da armadura ativa de cálculo já definidas, dimensiona-se a armadura ativa ( $A_p$ ) pela Equação 7.11.

$$A_p = \frac{M_d}{(d - 0,4 \cdot x) \cdot \sigma_{pd}} \quad (7.11)$$

$$A_p = \frac{7220,9}{(1,38 - 0,4 \cdot 0,116) \cdot (1513,6/10)} = 35,7 \text{ cm}^2 \rightarrow 36,06 \text{ } \emptyset 12,7\text{mm} \cong 36 \text{ } \emptyset 12,7\text{mm}$$

#### 7.4 VERIFICAÇÃO DO ELU NO ATO DA PROTENSÃO (VERIFICAÇÃO EM VAZIO)

Após dimensionar a armadura longitudinal ativa, faz-se necessária a realização de uma série verificações quanto ao atendimento aos estados limites. Estas são realizadas mediante o cálculo das tensões normais máximas atuantes nas seções transversais do

elemento estrutural – Equações 7.11 e 7.12 – considerando as ações que ocorrerão com maior frequência em cada caso.

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A} \pm \frac{N_p \cdot e}{W_s} \pm \frac{M}{W_s} \quad (7.11)$$

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} \pm \frac{N_p \cdot e}{W_i} \pm \frac{M}{W_i} \quad (7.12)$$

Em que:

$\sigma_s$  e  $\sigma_i$ : Tensão normais no concreto junto à borda superior e inferior, respectivamente;

$N_p$ : Esforço normal de protensão na seção, dado por  $P \cdot \cos \alpha$ , sendo  $P$  a força resultante da protensão e  $\alpha$  o ângulo da inclinação da tangente ao cabo na seção análise;

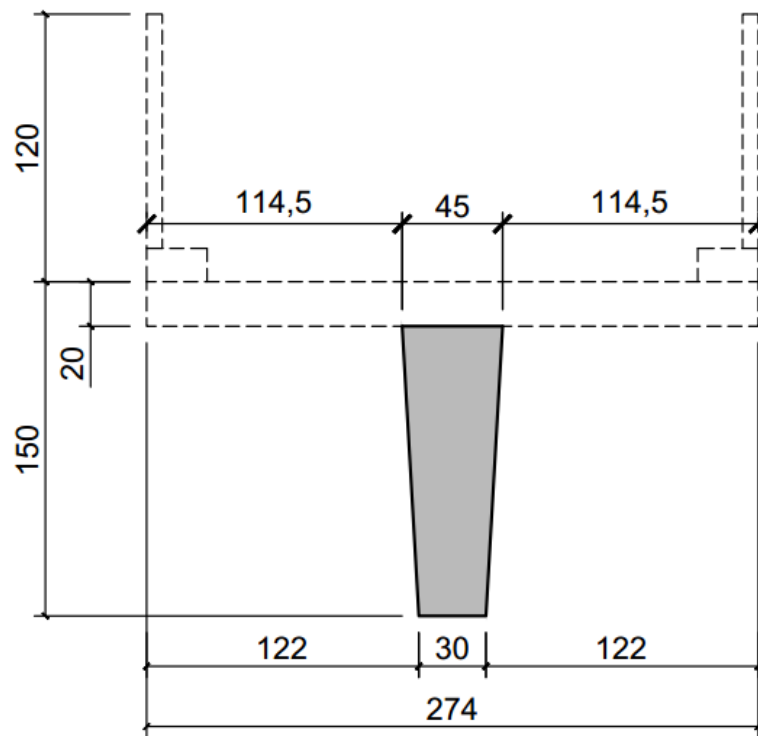
$e$ : Excentricidade do cabo na seção;

$A$ : Área da seção transversal de concreto da seção;

$W_i$  e  $W_s$ : Módulos de resistência da seção em relação à borda inferior e superior respectivamente.

A primeira verificação aqui realizada é a verificação em vazio, que avalia a segurança da peça, quando nesta atuarem apenas os esforços devido à protensão (no tempo zero) e às cargas permanentes existentes na fase da protensão. Assumiu-se que a concretagem do tabuleiro se daria após a concretagem da viga da passarela e aplicação da protensão; portanto, faz-se necessário novos cálculos das características geométricas da seção transversal. A Figura 7.3 detalha a seção transversal da passarela existente na fase de aplicação da protensão e lista-se, na Tabela 7.5, as novas características geométricas.

**Figura 7.3: Seção transversal da passarela no ato da protensão**



Fonte: próprio autor.

**Tabela 7.5: Características geométricas da seção transversal no ato da protensão**

$A_c$ (m <sup>2</sup> )	$I$ (m <sup>4</sup> )	$y_{cg}$ (m)	$y_i$ (m)	$y_s$ (m)	$W_i$ (m <sup>3</sup> )	$W_s$ (m <sup>3</sup> )
0,49	0,0677	0,6933	0,6933	0,6067	0,0976	0,1116

#### 7.4.1 VERIFICAÇÕES DE TENSÕES NO BORDO SUPERIOR E INFERIOR (ELU-ATO DA PROTENSÃO)

O esforço normal de protensão utilizado nesta verificação é calculado pela Equação 7.12, considerando um coeficiente de ponderação ( $\gamma_p$ ) de 1,1, a quantidade de armadura ativa ( $A_p$ ), a tensão de protensão no tempo zero ( $\sigma_{p,0}$ ) – calculada pela Equação 7.13 – e o cosseno do ângulo da inclinação do cabo, considerado como zero na seção transversal central da passarela. Estimou-se as perdas de protensão imediatas ( $\Delta P_{i,0}$ ) em 10%.

$$N_p = (\gamma_p \cdot A_p \cdot \sigma_{p,0}) \cdot \cos \alpha \quad (7.12)$$

$$\sigma_{p,0} = \sigma_{p,i} - \Delta P_{t,0} \quad (7.13)$$

Como adotou-se inicialmente que o centro de gravidade dos cabos estivesse posicionado 12 centímetros acima do bordo inferior da viga, a excentricidade considerada nesta verificação é de 0,5733 metros ( $y_{cg} = 0,12$ ). O fletor atuante devido ao peso próprio da peça concretada até o momento da protensão é de 1471 kN.m ( $(0,49 \cdot 25) \cdot 31^2 / 8$ ).

Com isso, tem-se:

$$\sigma_{p,0} = \sigma_{p,i} - \Delta P_{t,\infty} \rightarrow \sigma_{p,0} = 1384 - (1384 \cdot 10\%) \rightarrow \sigma_{p,0} = 1246 \text{ MP}_a$$

$$N_p = (1,1 \cdot 35,7 \cdot (1246 / 10)) \cdot \cos 0 = 4893 \text{ kN}$$

$$\sigma_s = \frac{4893}{0,49} - \frac{4893 \cdot 0,5733}{0,1116} + \frac{1471}{0,1116} = 1469 \text{ kN / cm}^2$$

$$\sigma_i = \frac{4893}{0,49} + \frac{4893 \cdot 0,5733}{0,0976} - \frac{1471}{0,0976} = 23655 \text{ kN / cm}^2$$

Os limites para as tensões normais no concreto da verificação em vazio, segundo a NBR 6118 (2014), são os calculados pelas equações 7.14 e 7.15.

$$\sigma_{tração} = -1,2 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (7.14)$$

$$\sigma_{compressão} = 0,7 \cdot f_{ck} \quad (7.15)$$

Considerando que a protensão seria aplicada em idade tal que garantisse um  $f_{ck} = 35 \text{ MP}_a$ , os limites para as tensões seriam:



$$\sigma_{tração} = -1,2 \cdot 0,3 \cdot 35^{2/3} \rightarrow \sigma_{tração} = -3,852 MP_a \rightarrow \sigma_{tração} = -3852 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

$$\sigma_{compressão} = 0,7 \cdot 35 \rightarrow \sigma_{compressão} = 24,5 MP_a \rightarrow \sigma_{compressão} = 24500 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

Como as tensões normais no concreto junto à borda superior e inferior ( $\sigma_s$  e  $\sigma_i$ ) não extrapolaram os limites normativos, a verificação em vazio foi atendida. A intensidade da protensão adotada em projeto foi a Nível 2 (protensão limitada), tendo em vista que a passarela seria construída em uma região com Classe de Agressividade Ambiental II. Sendo assim, segundo a NBR 6118 (2014), outras duas verificações são necessárias: Verificação do Estado Limite de Formação de Fissura (ELS-F) e Verificação do Estado Limite de Descompressão (ELS-D). Apresentam-se, na sequência do texto, as considerações e os cálculos de cada uma destas.

## 7.5 VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE FORMAÇÃO DE FISSURA (ELS-F)

Como as duas próximas verificações são realizadas no tempo infinito, faz-se necessário o cálculo de um novo esforço normal de protensão, sendo, este, calculado pela Equação 7.16.

$$N_{p,\infty} = (A_p \cdot \sigma_{p,\infty}) \cdot \cos \alpha \quad (7.16)$$

As características geométricas da seção transversal consideradas aqui são as listadas na Tabela 7.1 e os cálculos das tensões normais atuantes são realizados pelas Equações 7.17 e 7.18, considerando as condições de carregamento máximo e mínimo e a combinação de carregamento frequente de serviço com  $\psi_1$  igual a 0,4, segundo a NBR 6118 (2014).

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{p,\infty}}{A} \pm \frac{N_{p,\infty} \cdot e}{W} \pm \frac{M_g}{W} \pm \frac{\psi_1 \cdot M_q}{W} \quad (7.17)$$

$$\sigma_{\min} = \frac{N_{p,\infty}}{A} \pm \frac{N_{p,\infty} \cdot e}{W} \pm \frac{M_g}{W} \quad (7.18)$$

Em que:

$\sigma_{\max}$  e  $\sigma_{\min}$  : Tensão normais no concreto para as condições de carregamento máximo e mínimo, calculado tanto para a borda superior como para a borda inferior.

$N_{p,\infty}$  : Esforço normal de protensão no tempo infinito, dado por  $P \cdot \cos \alpha$ , sendo  $P$  a força resultante da protensão e  $\alpha$  o ângulo da inclinação da tangente ao cabo na seção análise;

$e$  : Excentricidade do cabo na seção;

$A$  : Área da seção transversal de concreto da seção;

$W$  : Módulos de resistência da seção em relação as bordas inferior e superior.

$M_g$  : Momento fletor devido as cargas permanentes;

$M_q$  : Momento fletor devido a carga móvel;

Com isso, tem-se:

$$N_{p,\infty} = (35,7 \cdot 1038) \cdot \cos 0 = 3706 \text{ kN}$$

#### 7.5.1 VERIFICAÇÕES DE TENSÕES NO BORDO SUPERIOR COM CARGA MÁXIMA E MÍNIMA (ELS-F)

$$\sigma_{s,\max} = \frac{3706}{1,0} - \frac{3706 \cdot 0,95}{0,46} + \frac{3881}{0,46} + \frac{0,4 \cdot 1321}{0,46} = 5638 \text{ kN / cm}^2$$

$$\sigma_{s,\min} = \frac{3706}{1,0} - \frac{3706 \cdot 0,95}{0,46} + \frac{3881}{0,46} = 4489 \text{ kN / cm}^2$$

#### 7.5.2 VERIFICAÇÕES DE TENSÕES NO BORDO INFERIOR COM CARGA MÁXIMA E MÍNIMA (ELS-F)

$$\sigma_{i,\max} = \frac{3706}{1,0} + \frac{3706 \cdot 0,95}{0,19} - \frac{3881}{0,19} - \frac{0,4 \cdot 1321}{0,19} = -971 \text{ kN / cm}^2$$

$$\sigma_{i,\min} = \frac{3706}{1,0} + \frac{3706 \cdot 0,95}{0,19} - \frac{3881}{0,19} = 1810 \text{ kN / cm}^2$$

### 7.5.3 LIMITES NORMATIVOS DAS TENSÕES (ELS-F)

Os limites para as tensões normais no concreto da Verificação do Estado Limite de Formação de Fissura, segundo a NBR 6118 (2014), são os calculados pelas equações 7.19 e 7.20.

$$\sigma_{tração} = \alpha \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (7.19)$$

$$\sigma_{compressão} = 0,7 \cdot f_{ck} \quad (7.20)$$

Na Equação 7.19  $\alpha$  é um coeficiente que correlaciona a tensão de tração na flexão à tensão de tração direta e assume valores diferentes a depender da seção transversal do elemento analisado, sendo, no caso de seções T, igual a 1,2. Como a verificação é realizada no tempo infinito, assume-se que o concreto tenha  $f_{ck} = 35 \text{ MP}_a$ ; sendo assim, os limites para as tensões seriam:

$$\sigma_{tração} = -1,2 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot 35^{2/3} \rightarrow \sigma_{tração} = -2,696 \text{ MP}_a \rightarrow \sigma_{tração} = -2696 \text{ kN / cm}^2$$

$$\sigma_{compressão} = 0,7 \cdot 35 \rightarrow \sigma_{compressão} = 24,5 \text{ MP}_a \rightarrow \sigma_{compressão} = 24500 \text{ kN / cm}^2$$

Como as tensões normais no concreto junto à borda superior e inferior ( $\sigma_s$  e  $\sigma_i$ ) para as condições de carregamento máximo e mínimo não extrapolaram os limites normativos, a verificação quanto à formação de fissura foi atendida.

### 7.6 VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE DESCOMPRESSÃO (ELS-D)

Assim como na verificação anterior, a normal de protensão adotada é a calculada pela Equação 7.16 e as características geométricas são as listadas na Tabela 7.1. O cálculo das tensões normais atuantes são realizados pelas Equações 7.21 e 7.22, considerando as condições de carregamento máximo e mínimo e a combinação de carregamento quase permanente de serviço com  $\psi_2$  igual a 0,3, segundo a NBR 6118 (2014).

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{p,\infty}}{A} \pm \frac{N_{p,\infty} \cdot e}{W} \pm \frac{M_g}{W} \pm \frac{\psi_2 \cdot M_q}{W} \quad (7.21)$$

$$\sigma_{\min} = \frac{N_{p,\infty}}{A} \pm \frac{N_{p,\infty} \cdot e}{W} \pm \frac{M_g}{W} \quad (7.22)$$

Em que:

$\sigma_{\max}$  e  $\sigma_{\min}$  : Tensão normais no concreto para as condições de carregamento máximo e mínimo, calculado tanto para a borda superior como para a borda inferior.

$N_{p,\infty}$  : Esforço normal de protensão no tempo infinito, dado por  $P \cdot \cos \alpha$ , sendo  $P$  a força resultante da protensão e  $\alpha$  o ângulo da inclinação da tangente ao cabo na seção análise;

$e$  : Excentricidade do cabo na seção;

$A$  : Área da seção transversal de concreto da seção;

$W$  : Módulos de resistência da seção em relação as bordas inferior e superior.

$M_g$  : Momento fletor devido as cargas permanentes;

$M_q$  : Momento fletor devido a carga móvel;

Detalha-se na sequência o cálculo das tensões.

#### **7.6.1 VERIFICAÇÕES DE TENSÕES NO BORDO SUPERIOR COM CARGA MÁXIMA E MÍNIMA (ELS-D)**

$$\sigma_{s,\max} = \frac{3706}{1,0} - \frac{3706 \cdot 0,95}{0,46} + \frac{3881}{0,46} + \frac{0,3 \cdot 1321}{0,46} = 5351 \text{ kN / cm}^2$$

$$\sigma_{s,\min} = \frac{3706}{1,0} - \frac{3706 \cdot 0,95}{0,46} + \frac{3881}{0,46} = 4489 \text{ kN / cm}^2$$

#### **7.6.2 VERIFICAÇÕES DE TENSÕES NO BORDO INFERIOR COM CARGA MÁXIMA E MÍNIMA (ELS-D)**

$$\sigma_{i,\max} = \frac{3706}{1,0} + \frac{3706 \cdot 0,95}{0,19} - \frac{3881}{0,19} - \frac{0,3 \cdot 1321}{0,19} = -276 \text{ kN / cm}^2$$

$$\sigma_{i,\min} = \frac{3706}{1,0} + \frac{3706 \cdot 0,95}{0,19} - \frac{3881}{0,19} = 1810 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

### 7.6.3 LIMITES NORMATIVOS DAS TENSÕES (ELS-D)

Os limites para as tensões normais no concreto da Verificação do Estado Limite de Descompressão, segundo a NBR 6118 (2014), são os da Equações 7.23.

$$0 \leq \sigma \leq 0,7 \cdot f_{ck} \quad (7.23)$$

Assumindo concreto com  $f_{ck} = 35 \text{ MP}_a$  tem-se:

$$0 \leq \sigma \leq 0,7 \cdot 35 \rightarrow 0 \leq \sigma \leq 24,5 \text{ MP}_a$$

Nesta verificação, uma das tensões calculadas extrapolou o limite inferior imposto por norma ( $\sigma_{i,\max} = -276 \text{ kN} / \text{cm}^2 = -0,276 \text{ MP}_a$ ); isso ocorreu devido aos ajustes realizados para adequar a solução otimizada pelo algoritmo a uma solução praticável em projetos. Porém, como a tensão encontra-se muito próxima do limite inferior, o problema é facilmente resolvido, ajustando, na etapa final de projeto, o posicionamento dos cabos que compõem a armadura ativa.

## 7.7 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL

Adotou-se, para o dimensionamento da armadura transversal e de torção, o modelo de Cálculo II especificado pela NBR 6118 (2014), com diagonais de compressão inclinadas a  $30^\circ$  e estribos posicionados a  $90^\circ$ .

Foi considerado o efeito da protensão, sendo necessário, inicialmente, calcular pelas Equações 7.24, 7.25 e 7.26, respectivamente: a força de protensão ( $P$ ); a normal de protensão ( $N_p$ ); e a cortante de protensão ( $V_p$ ). Assumiu-se que o ângulo de inclinação do cabo ( $\alpha$ ) que representa o conjunto destes na seção transversal de extremidade era de aproximadamente  $5^\circ$ , e que o centro de gravidade dos cabos estivesse posicionado de tal forma que geraria uma excentricidade equivalente a 32 centímetros.

$$P = A_p \cdot \sigma_{p,\infty} \quad (7.24)$$

$$N_p = P \cdot \cos \alpha \quad (7.25)$$

$$V_p = P \cdot \text{sen} \alpha \quad (7.26)$$

Sendo assim:

$$P = A_p \cdot \sigma_{p,\infty} \rightarrow P = 35,7 \cdot 103,8 \rightarrow P = 3706 \text{ kN}$$

$$N_p = P \cdot \cos \alpha \rightarrow N_p = 3706 \cdot \cos 5^\circ \rightarrow N_p = 3692 \text{ kN}$$

$$V_p = P \cdot \text{sen} \alpha \rightarrow V_p = 3706 \cdot \text{sen} 5^\circ \rightarrow V_p = 323 \text{ kN}$$

A força cortante solicitante de cálculo ( $V_{sd}$ ) foi calculada pela Equação 7.27, levando em consideração o alívio devido à existência da cortante de protensão e um coeficiente de ponderação para as ações de protensão ( $\gamma_{fp}$ ) com valor de 0,9.

$$V_{sd} = V_{k,g} \cdot 1,35 + V_{k,q} \cdot 1,5 - \gamma_{fp} \cdot V_p \quad (7.27)$$

$$V_{sd} = 500,7 \cdot 1,35 + 170 \cdot 1,5 - 0,9 \cdot 323 \rightarrow V_{sd} = 640 \text{ kN}$$

Segundo a NBR 6118 (2014), a resistência do elemento estrutural em uma determinada seção transversal deve ser considerada satisfatória, quando verificadas simultaneamente as condições 7.28 e 7.29:

$$V_{sd} \leq V_{Rd,2} \quad (7.28)$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd,3} = V_c + V_{sw} \quad (7.29)$$

Em que:

$V_{Rd,2}$  : força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto.

$V_{Rd,3}$  : força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal.

$V_c$  : parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça de Morsch.

$V_{sw}$  : parcela de força cortante resistida pela armadura transversal.

Para verificar a primeira condição (esmagamento da biela de concreto),  $V_{Rd,2}$  foi calculado pela Equação 7.30 (Modelo de Cálculo II). Segundo a NBR 6118 (2014), em elementos estruturais protendidos com bainhas injetadas de  $\phi > bw/8$ , a dimensão de base a ser considerada ( $b_{ws}$ ) nos cálculos da armadura transversal deverá ser aquela calculada pela Equação 7.31.

$$V_{Rd,2} = 0,54 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot b_{ws} \cdot d \cdot \text{sen}^2 \theta \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \quad (7.30)$$

$$b_{ws} = b_w - 0,5 \cdot \sum \phi_{bainha} \quad (7.31)$$

Adotou-se, para os cálculos, bainhas com diâmetro de 6,5 cm, sendo assim:

$$b_{ws} = 0,3 - 0,5 \cdot (0,065) \rightarrow b_{ws} = 0,27 \text{ m}$$

$$V_{Rd,2} = 0,54 \cdot \left(1 - \frac{35}{250}\right) \cdot \frac{35 \cdot 10^3}{1,4} \cdot 0,27 \cdot 1,38 \cdot \text{sen}^2 30 \cdot (\cot 90 + \cot 30) \rightarrow V_{Rd,2} = 1873 \text{ kN}$$

Sendo  $V_{Rd,2}$  maior que  $V_{sd}$ , a primeira condição encontra-se atendida, bastando apenas dimensionar a armadura transversal, para que, em conjunto com a parcela de força cortante absorvida pelos mecanismos complementares ( $V_c$ ), consiga garantir o atendimento à segunda condição (Equação 7.29). A equação utilizada para o cálculo da armadura transversal é a 7.32.

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta} \quad (7.32)$$

Igualando  $V_{Rd,3}$  a  $V_{sd}$  chega-se à Equação 7.33, que determina a parcela de força cortante resistida pela armadura transversal ( $V_{sw}$ ).

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c \quad (7.33)$$

Foi utilizada, para calcular  $V_c$ , a Equação 7.34 (flexão simples composta com compressão).

$$V_c = V_{c1} \cdot \left(1 + \frac{M_0}{M_d}\right) \leq 2 \cdot V_{c0} \quad (7.34)$$

No Modelo de Cálculo II,  $V_{c1}$  varia em função de  $V_{sd}$ , sendo determinado por interpolação linear (Equação 7.35). Para o cálculo de  $V_{c0}$  utiliza-se a Equação 7.36 e, para o cálculo de  $M_0$ , a Equação 7.37.

$$V_{c1} = \left[ \left( \frac{0 - V_{c0}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \right) \cdot (V_{sd} - V_{c0}) \right] + V_{c0} \quad (7.35)$$

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_{ws} \cdot d \quad (7.36)$$

$$M_0 = 0,9 \cdot \left( \frac{N_p}{A} + \frac{N_p \cdot e}{W_i} \right) \cdot W_i \quad (7.37)$$



Sendo assim:

$$V_{c0} = 0,6 \cdot (0,15 \cdot 35^{2/3} \cdot 10^3) \cdot 0,27 \cdot 1,38 \rightarrow V_{c0} = 359 \text{ kN}$$

$$V_{c1} = \left[ \left( \frac{0 - 359}{1630 - 359} \right) \cdot (640 - 359) \right] + 359 \rightarrow V_{c1} = 280 \text{ kN}$$

$$M_0 = 0,9 \cdot \left( \frac{3692}{1,0} + \frac{3692 \cdot 0,32}{0,19} \right) \cdot 0,19 \rightarrow M_0 = 1695 \text{ kN.m}$$

$$V_c = 280 \cdot \left( 1 + \frac{1695}{7220,9} \right) \leq 2 \cdot 359 \rightarrow V_c = 345 \text{ kN} \leq 718 \text{ kN}$$

$$V_{sw} = 640 - 345 \rightarrow V_{sw} = 295 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{295}{0,9 \cdot 1,38 \cdot \left( \frac{50}{1,15} \right) \cdot \cot 30} \rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = 3,2 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

O cálculo da armadura transversal mínima também foi realizado para distribuição desta nas regiões menos solicitadas:

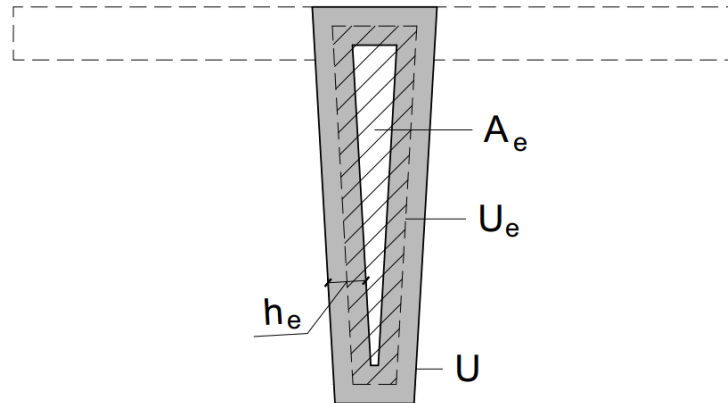
$$\frac{A_{sw,min}}{s} = \frac{0,2 \cdot f_{ctm} \cdot b_{ws}}{f_{ywk}} \rightarrow \frac{A_{sw,min}}{s} = \frac{0,2 \cdot (0,3 \cdot 35^{2/3} \cdot 10^3) \cdot 0,27}{50}$$

$$\frac{A_{sw,min}}{s} = 3,5 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

## 7.8 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA DE TORÇÃO

Manteve-se, para o cálculo da armadura de torção, o Modelo de Cálculo II especificado pela NBR 6118 (2014), considerando as diagonais de compressão inclinadas a 30° e estribos posicionados a 90°. Assumiu-se que apenas a viga da passarela seria responsável por resistir ao efeito da torção. A Figura 7.4 detalha a geometria da seção transversal resistente ao momento torçor considerada.

**Figura 7.4: Geometria da seção resistente a torção considerada**



Fonte: próprio autor.

A área da seção transversal resistente cheia e seu perímetro foram determinadas por programa de desenho do tipo CAD (respectivamente:  $A = 0,54 \text{ m}^2$ ;  $U = 3,75 \text{ m}$ ). Já a espessura de parede equivalente ( $h_e$ ), necessária para determinação da seção vazada equivalente que resistirá ao momento de torção, foi definida segundo as recomendações da NBR 6118 (2014), e detalhada a seguir.

$$2 \cdot c_1 \leq h_e \leq A/U \rightarrow 2 \cdot 0,06 \leq h_e \leq 0,54/3,75 \rightarrow 0,12 \leq h_e \leq 0,14 \rightarrow h_e = 0,14$$

Foi considerado que a distância entre o eixo da barra longitudinal do canto e a face lateral do elemento estrutural ( $c_1$ ) era de 4,5 cm. O cálculo da área limitada pela linha média da parede da seção vazada ( $A_e$ ) e de seu perímetro ( $U_e$ ) foram realizados pelas equações 7.38 e 7.39, em função das características geométricas da seção, conforme demonstrado a seguir.

$$A_e = \frac{(0,45 - h_e) + (0,3 - h_e)}{2} \cdot (h - 0,14) \quad (7.38)$$

$$U_e = (0,45 - h_e) + 2 \cdot (h - h_e) + (0,3 - h_e) \quad (7.39)$$

$$A_e = \frac{(0,45 - 0,14) + (0,3 - 0,14)}{2} \cdot (1,50 - 0,14) \rightarrow A_e = 0,32 \text{ cm}^2$$

$$U_e = (0,45 - 0,14) + 2 \cdot (1,50 - 0,14) + (0,3 - 0,14) \rightarrow U_e = 3,19 \text{ m}$$

Segundo a NBR 6118 (2014), a resistência do elemento estrutural à torção, em uma determinada seção transversal, deve ser considerada satisfatória, quando verificadas simultaneamente as condições 7.40, 7.41 e 7.42.

$$T_{sd} \leq T_{Rd,2} \quad (7.40)$$

$$T_{sd} \leq T_{Rd,3} \quad (7.41)$$

$$T_{sd} \leq T_{Rd,4} \quad (7.42)$$

Em que:

$T_{sd}$  : momento torçor solicitante de cálculo

$$(T_{sd} = T_k \cdot 1,5 \rightarrow T_{sd} = 29,7 \cdot 1,5 = 44,5 \text{ kN.m}).$$

$T_{Rd,2}$  : limite dado pela resistência das diagonais comprimidas de concreto.

$T_{Rd,3}$  : limite definido pela parcela resistida pelos estribos normais ao eixo do elemento estrutural.

$T_{Rd,4}$  : limite definido pela parcela resistida pelas barras longitudinais paralelas ao eixo do elemento estrutural.

### 7.8.1 VERIFICAÇÕES DE ESMAGAMENTO DO CONCRETO NAS DIAGONAIS COMPRIMIDAS (1ª CONDIÇÃO - $T_{sd} \leq T_{Rd,2}$ )

A resistência das diagonais comprimidas ( $T_{Rd,2}$ ) foi calculada pela Equação 7.43.

$$T_{Rd,2} = 0,5 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot A_e \cdot h_e \cdot \text{sen}(2\theta) \quad (7.43)$$

$$T_{Rd,2} = 0,5 \cdot \left(1 - \frac{35}{250}\right) \cdot \frac{35 \cdot 10^3}{1,4} \cdot 0,32 \cdot 0,14 \cdot \text{sen}(2 \cdot 30) \rightarrow T_{Rd,2} = 417 \text{ kN}$$

Devido à atuação simultânea de torção e cortante, a resistência à compressão da diagonal comprimida do concreto deve atender à condição apresentada a seguir (Equação 7.44).

$$\frac{T_{sd}}{T_{Rd,2}} + \frac{V_{sd}}{V_{Rd,2}} \leq 1 \quad (7.44)$$

Sendo assim:

$$\frac{44,5}{417} + \frac{640}{1630} \leq 1 \rightarrow 0,49 \leq 1 \quad (Ok)$$

### 7.8.2 CÁLCULO DA ARMADURA TRANSVERSAL DEVIDO À TORÇÃO

Verificada a condição quanto ao esmagamento da diagonal comprimida, calcula-se a armadura transversal devido ao momento torçor solicitante de cálculo (Equação 7.44) e a armadura transversal mínima (Equação 7.45), assumindo, como referência para o projeto, a maior área de aço encontrada entre as duas.

$$\frac{A_{sw,T}}{s} = \frac{T_{sd}}{f_{ywd} \cdot 2 \cdot A_e \cdot \cot \theta} \quad (7.44)$$

$$\frac{A_{sw,T,\min}}{s} = \frac{0,2 \cdot f_{ctm} \cdot b_{ws}}{f_{ywk}} \quad (7.45)$$

$$\frac{A_{sw,T}}{s} = \frac{44,5}{\left(\frac{50}{1,15}\right) \cdot 2 \cdot 0,32 \cdot \cot 30} \rightarrow \frac{A_{sw,T}}{s} = 0,93 \text{ cm}^2 / m$$

$$\frac{A_{sw,T,\min}}{s} = \frac{0,2 \cdot (0,3 \cdot 35^{2/3} \cdot 10^3) \cdot 0,235}{50} \rightarrow \frac{A_{sw,T,\min}}{s} = 3,0 \text{ cm}^2 / m$$

### 7.8.3 CÁLCULO DA ARMADURA LONGITUDINAL DEVIDO À TORÇÃO

Por fim, calcula-se, pelas equações 7.46 e 7.47, a quantidade de armadura longitudinal necessária para atender ao momento torçor solicitante e à armadura longitudinal de torção mínima. A maior área de aço encontrada entre as duas equações será aquela distribuída ao longo do perímetro da seção vazada para resistir ao momento torçor.

$$\frac{A_{sl,T}}{U_e} = \frac{T_{sd}}{f_{ywd} \cdot 2 \cdot A_e \cdot \operatorname{tg}\theta} \quad (7.46)$$

$$\frac{A_{sl,T,\min}}{U_e} = \frac{0,2 \cdot f_{ctm} \cdot h_e}{f_{ywk}} \quad (7.47)$$

$$\frac{A_{sl,T}}{U_e} = \frac{44,5}{\left(\frac{50}{1,15}\right) \cdot 2 \cdot 0,32 \cdot \operatorname{tg}30} \rightarrow \frac{A_{sl,T}}{U_e} = 2,8 \text{ cm}^2 / m$$

$$\frac{A_{sl,T,\min}}{U_e} = \frac{0,2 \cdot (0,3 \cdot 35^{2/3} \cdot 10^3) \cdot 0,14}{50} \rightarrow \frac{A_{sl,T,\min}}{U_e} = 1,8 \text{ cm}^2 / m$$

O cálculo da armadura a ser aplicada em cada face da viga encontra-se detalhado abaixo.

- Face Superior

$$A_{sl,T,\text{sup}} = \frac{A_{sl,T}}{U_e} \cdot (U_{e,\text{sup}}) \rightarrow A_{sl,T,\text{sup}} = 2,8 \cdot (0,45 - 0,14) \rightarrow A_{sl,T,\text{sup}} = 0,87 \text{ cm}^2$$

- Face Inferior

$$A_{sl,T,\text{inf}} = \frac{A_{sl,T}}{U_e} \cdot (U_{e,\text{inf}}) \rightarrow A_{sl,T,\text{inf}} = 2,8 \cdot (0,30 - 0,14) \rightarrow A_{sl,T,\text{inf}} = 0,45 \text{ cm}^2$$

- Face Lateral

$$A_{sl,T,\text{lat}} = \frac{A_{sl,T}}{U_e} \cdot (U_{e,\text{lat}}) \rightarrow A_{sl,T,\text{lat}} = 2,8 \cdot (1,50 - 0,14) \rightarrow A_{sl,T,\text{lat}} = 3,8 \text{ cm}^2$$

#### 7.8.4 CÁLCULO DA ARMADURA MÍNIMA LONGITUDINAL E DE PELE

Finalizando, para compor a armadura final, foram calculadas: a armadura de flexão mínima; e a armadura de pele a ser aplicada nas faces laterais da viga.

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot A \rightarrow A_{s,min} = 0,164\% \cdot 0,54 \cdot 100^2 \rightarrow A_{s,min} = 8,9 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,pele} = 0,1\% \cdot A \rightarrow A_{s,pele} = 0,1\% \cdot 0,54 \cdot 100^2 \rightarrow A_{s,min} = 5,4 \text{ cm}^2$$

#### 7.9 TABELA RESUMO DE ARMADURA

As tabelas 7.6 e 7.7 resumem a quantidade final de armadura passiva a ser adotada na viga da passarela.

**Tabela 7.6: Armadura transversal por face da viga**

$\frac{A_{sw,min}}{S}$ (cm <sup>2</sup> /m)	$\frac{A_{sw,T,min}}{S}$ (cm <sup>2</sup> /m)	$\frac{A_{sw,Final}}{S}$ (cm <sup>2</sup> /m)
3,5/2=1,75	3,0	4,75

**Tabela 7.7: Armadura Longitudinal por face da viga**

Face da viga	$A_{sl,T}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,min}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,pele}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s>Total}$ (cm <sup>2</sup> )
Superior	0,87	-	-	0,87
Inferior	0,45	8,90	-	9,35
Lateral	3,80	-	5,40	9,20