Osni José Rapelli

Modelagem Matemática e Educação Ambiental: Desenvolvimento de Fichas Ambientais para aplicação no Ensino Básico

São Carlos - SP

Outubro/2019

Osni José Rapelli

Modelagem Matemática e Educação Ambiental: Desenvolvimento de Fichas Ambientais para aplicação no Ensino Básico

Desenvolvimento de fichas para o pensamento crítico do aluno, levando a entender através de uma análise quantitativa, os impactos de certos atos em nossa sociedade.

Universidade Federal de São Carlos - UFSCar

Departamento de Matemática

Programa de Pós-Graduação PROFMAT

Orientador: José Antonio Salvador

São Carlos - SP

Outubro/2019

Rapelli, Osni José

Modelagem Matemática e Educação Ambiental: Desenvolvimento de Fichas Ambientais para aplicação no Ensino Básico / Osni José Rapelli. -- 2019.
119 f. : 30 cm.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, São Carlos
Orientador: José Antonio Salador
Banca examinadora: Tiago Henrique Picon, Selma Helena de Jesus Nicola, José Antonio Salvador
Bibliografia

1. Matemática. 2. Ensino de Matemática. 3. Educação Ambiental. I. Orientador. II. Universidade Federal de São Carlos. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pelo Programa de Geração Automática da Secretaria Geral de Informática (SIn).
DADOS FORNECIDOS PELO(A) AUTOR(A)
Bibliotecário(a) Responsável: Ronildo Santos Prado – CRB/8 7325

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Osni José Rapelli, realizada em 30/10/2019:

Prof. Dr. Jose Antonio Salvador
UFSCar

Prof. Dr. Tiago Henrique Picon
FFCLRP/USP

Profa. Dra. Selma Helena de Jesus Nicola
UFSCar

O trabalho a seguir é dedicado a minha mãe que em todos os momentos de minha vida nunca perdeu a esperança em mim, e sempre me incentivou para conseguir enfrentar todos os desafios que me foram e ainda serão apresentados.

Agradecimentos

Em primeiro lugar o agradecimento sempre será para Deus que ao longo dessa jornada, vem me dando suporte e me aparando nos momentos mais difíceis, guiando e suprindo tudo que necessito para seguir.

Agradecer muito ao meu orientador José Antônio Salvador, que teve toda a paciência do mundo, para compreender e relevar os diversos problemas que encontramos ao longo do desenvolvimento desse trabalho. Começamos como uma simples relação de orientador e alunos, mas hoje tenho uma profunda admiração, além de ser uma pessoa muito dedicada, inteligente, com ideias excelentes, também é um ser humano preocupado com tudo e com todos, o que me orgulha em muito de tê-lo como par.

Gostaria muito de agradecer também a todos os funcionários do Departamento de Matemática da UFSCar, que em todos os momentos estavam apostos para ajudar-nos, orientar, e atender as nossas demandas da melhor forma possível.

"A Matemática é o alfabeto com o qual, Deus escreveu o universo."

GALILEU GALILEI

Resumo

Este trabalho consiste no desenvolvimento de fichas matemáticas ambientais para que o aluno tenha uma visão crítica do mundo, procurando soluções para sua comunidade, e nesse processo entender a utilidade e necessidade de ferramentas matemáticas. Utilizando Modelagem Matemática, através de análise de problemas reais que afligem o meio ambiente, introduzimos conceitos matemáticos que, através de uma série de exercícios, levam o aluno a um pensar e repensar no mundo entendendo as informações, analisando dados fazer previsões e encontrar soluções para melhorar sua vida e de sua comunidade.

Palavras-chave: Modelagem. Matemática. Educação. Meio Ambiente. Fichas.

Abstract

This work is about the development of environment-related mathematics worksheets to give students a critical view of the world, make them search for solutions to their own communities and, in that process, understand how useful and necessary the mathematical tools are. That is the challenge that this work tries to overcome. Using Mathematical Modeling through analysis on real, serious problems concerning our environment, we introduce mathematical concepts which, through several exercises, take the students to a new thinking and rethinking about the world, perceiving information, making predictions and finding solutions to make life better for them and for their community.

Keywords: Modeling. Mathematics. Education. Environment. Worksheets

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Lista de abreviaturas e siglas

PA	Progressão Aritmética
PG	Progressão Geométrica
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
MEC	Ministério da Educação e Cultura
IPCC	Intergovernmental Panel on Climate Change
EF	Ensino Fundamental II
EM	Ensino Médio

Lista de símbolos

$\in$	Pertence
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números Reais
a_n	Enésimo termo de uma progressão numérica
$\implies$	Implica
Δ	Letra grega delta maiúsculo
$<$	menor que
$>$	maior que
$\leq$	menor ou igual a
$\geq$	maior ou igual a
$\neq$	diferente

Sumário

1 Introdução

Nos meus 20 anos de docência matemática acabei passando por muitos processos, e por muitas políticas institucionalizadas em nosso país. Apesar de serem, em sua maioria, bem distintas, tentando suprir uma necessidade ainda não premiada por outra, todas tinham um ponto em comum, deixavam o aluno com um certo sentimento da não necessidade do aprendizado adquirido.

Em 1994, quando pela primeira vez pisei numa sala de aula para ministrar aulas de matemática, havia somente uma preocupação do como fazer. Então acabávamos ensinando aos alunos um emaranhado de técnicas, cálculos e macetes, de uma forma imediata, tendo praticamente como único objetivo a transmissão de informações para passarem nos vestibulares da época. Com certeza isso gerava uma frustração educacional, pois muitas vezes não era contemplado o entendimento e não era demonstrado como chegar a um resultado. A matemática era ensinada como um conjunto de regras e normas, que necessitavam ser decoradas, para no futuro serem utilizadas em algum teste, concurso ou vestibular que o aluno viesse a prestar.

Quando olhamos a história da matemática, percebemos que sua prática é feita baseada nas necessidades diárias da comunidade. As pessoas acabavam aprendendo e desenvolvendo ferramentas matemáticas para aquilo que era realmente necessário para as suas vidas e tinham um entendimento não só do que estavam fazendo, compreendendo o motivo e a necessidade do aprendizado.

Sobre esse olhar que começamos a ter a ideia de desenvolver fichas de atividades para os alunos, onde primeiro, seja apresentado um problema. Partindo desse princípio começamos a procurar soluções. No desenvolvimento desse processo encontramos as teorias matemáticas, que necessitam ser entendidas e estudadas, aumentando a compreensão do aluno, uma vez que ele percebe a importância do conhecimento matemático como um aliado para seu desenvolvimento como ser humano e como benefício a sua comunidade, e não como um obstáculo a ser superado para poder passar.

Com o passar do tempo, novas visões e metodologias foram incorporadas ao âmbito escolar.

Com certeza, uma que mudou a forma de ver a educação em nosso país foi a criação em 1997, dos parâmetros curriculares nacionais, que fortaleciam a contextualização aos conteúdos que estávamos tratando. Nessa fase temos uma perspectiva de olhar para um conteúdo sem nos importar muito com a matéria que seria necessária aprender.

A escolha da visão do meio ambiente, surge de preservar e manter o meio em que vivemos, pois, a sua destruição acarretará em nossa própria extinção.

Ao longo desse trabalho, faremos uma abordagem de alguns temas tratados em livros didáticos, que aparece no capítulo 2. Com essa mola propulsora, juntamente com o fundamental teórico, do capítulo 3, desenvolvemos algumas fichas de atividades que serão apresentadas no capítulo 4.

A aplicação desse material, pretende provocar no aluno a conscientização dos problemas do meio ambiente, através de dados confiáveis, levantados e/ou calculados por ele mesmo. A matemática surge como uma ferramenta natural para o entendimento de tudo o que o cerca, e como um aliado, justificando o seu aprendizado.

Ver um aluno sorrir quando entende o motivo e o porquê que a matemática funciona, ainda com toda a certeza é a parte mais prazerosa dessa jornada da docência para mim.

2 Preparação de pesquisa e levantamento de informações

Para iniciarmos um novo projeto o primeiro passo foi observar o que já existia. Fizemos um levantamento das informações que estavam disponíveis nos meios normais que os alunos costumam acessar. Iniciamos a pesquisa pela internet, verificando sites como o portal do professor, sociedade brasileira de matemática, e uma pesquisa direta utilizando o google. No segundo passo passamos a fazer as pesquisas utilizando o google acadêmico, e a base de dissertação da capes.

Até o ano de 2000, praticamente não existe nenhuma menção nos livros didáticos sobre esse assunto, na parte da internet o conteúdo também é muito escasso. Somente a partir de 2001 vemos o aparecimento de alguns tópicos, mas ainda de uma forma muito discreta. No caso do livro didático ainda percebemos que esses assuntos praticamente somente são abordados no tópico da matéria que lida com estatística. Em outros casos percebemos que a ideia ou conscientização do aluno ocorre somente em uma seção a parte, ou senão, aparece como um exercício proposto ao lado, sem nenhuma espécie de guia para o aluno conseguir tirar algum resultado, evoluindo para um pensamento crítico a respeito dos impactos ambientais.

Alguns trabalhos, muito interessantes foram desenvolvidos nessa área, mas ainda são de uma forma muito escassa. Percebemos que tanto nos trabalhos, nos livros didáticos e até mesmo em livros paradidáticos, existe uma certa dificuldade em conduzir o material teórico para o problema ambiental e vice-versa.

Faremos uma abordagem a partir da necessidade, ou seja, no início expomos uma situação problema, para que o aluno, faça um levantamento de dados. A partir dos dados conseguidos, esse tenta entender o que está acontecendo, e é levado a encontrar a ferramenta matemática que melhor se adequa à situação, no caso de já ter aprendido o conteúdo cria-se um momento para a revisão e aprofundamento. Senão, é aberta uma oportunidade de ser introduzido um novo conteúdo com base na necessidade.

Nesse capítulo faremos um relato detalhado de todo o material encontrado nessa pesquisa, que teve o seu foco principal na internet, por ser um meio comum de pesquisa para os alunos. Buscamos informações também nas bibliotecas públicas da cidade de São Carlos, focando principalmente a biblioteca pública municipal Euclides da Cunha, localizado no bairro da Vila Prado, por se tratar de uma biblioteca que atende a mais de 10 escolas entre públicas e particulares.

Seguindo temos uma descrição das situações-problemas, exercícios e conscientizações encontradas. O texto foi copiado na íntegra para não haver deturpação do mesmo. Faremos algumas considerações sobre os exercícios, o que poderíamos adicionar como questionamentos. Também colocamos algumas novas ideias e tentamos pontuar a ferramenta matemática a ser utilizada. Toda essa descrição será o ponto de partida para a confecção do produto final desse trabalho.

Podemos observar que na maioria dos exercícios os textos base para o desenvolvimento das atividades foi retirada de jornais e/ou revistas. Absorvemos esse recurso para a montagem das fichas, que nos deram as informações necessárias às nossas discussões.

O aluno pesquisa e encontra os dados por sua própria vontade sendo guiado pelo professor. Nessa segunda etapa então terá a possibilidade de gerar os seus próprios gráficos de informações, para aplicar as ferramentas matemáticas necessárias. A grande expectativa desse projeto é que o aluno chegue a um ponto de propor soluções, para problemas identificados na sua comunidade, tornando-se assim um cidadão ativo e participativo, melhorando a sua autoestima.

No Capítulo 4 apresentamos as fichas aplicadas junto aos alunos com todo o seu desenvolvimento.

2.1 Quantidade de papel desperdiçado em sala de aula

"O Trabalho dos alunos consiste no seguinte passo a passo:

1. Designamos um aluno ou um grupo de alunos que fará a captação das folhas próprias para a escrita (folha inteira) durante o período de uma semana.
2. Após essa coleta monta-se uma tabela com as quantidades de folhas desperdiçadas ao longo da semana por todas as turmas
3. Refinamos a tabela fazendo as contas da quantidade de quilos e ampliamos a mesma fazendo uma projeção do desperdício de papel no mês e no ano.
4. Baseado nessa tabela os alunos deverão responder a um questionário onde consta:
    - Qual a quantidade de papel desperdiçado por dia em uma sala de aula? E por Semana?
    - Qual a quantidade média de papel desperdiçado por dia nas salas de aula da escola? E por Semana?
    - Qual turma desperdiçou a menor quantidade de papel? Qual turma desperdiçou mais papel?
    - Qual a previsão de papel desperdiçado na escola por dia? e por semana? e por mês? e por ano?
5. Com os dados coletados são produzidos gráficos estatísticos e cartazes no intuito de conscientizar e orientar as pessoas, fazendo um paralelo entre o valor que está sendo desperdiçado e quais as bem feitorias que isso poderia estar acarretando a escola e a sociedade."

(SILVA; GROENWALD, 2015, acessado em 29/05/2019)

Esse foi um dos trabalhos e projetos que encontramos online, que vinha mais ao encontro do formato que desejávamos utilizar em nosso trabalho de fichas. Foi o ponto inicial para a abordagem mais ampla das fichas, levando aos alunos através da utilização de ferramentas relativamente simples, desenvolver um pensamento crítico sobre um assunto muito pertinente à sua realidade.

Vemos aqui que podemos fazer uma abordagem para *leitura de tabelas*, a partir dos dados captados pelos alunos. Abordar *funções*, verificando em qual melhor se enquadra nos dados captados. Provavelmente teremos aqui uma abordagem de uma *função afim*, para o caso do ensino médio e nonos anos ou utilizando *progressão aritmética*, *progressão geométrica*, para os anos iniciais. Fazemos uma análise de *frequência relativa e absoluta* e/ou introduzir o conceito de *porcentagem*, criando um modelo que possa vir a ser comparado e aplicado com maior facilidade em outros meios.

Perguntas adicionais propostas pelo autor:

- Quais seriam as formas de evitarmos esse desperdício?
- Como poderíamos reaproveitar esse papel desperdiçado? Quais seriam os custos para a reciclagem do papel?
- Se este modelo se mantiver para todos as outras salas e escolas qual seria a projeção de desperdício em todas escolas do município?
- O que fazer com as folhas não inteiras que ainda poderiam ser reaproveitadas?
- O que fazer com as folhas escritas que foram inutilizadas, folha escrita errada ou completamente escrita com assuntos que não têm mais a necessidade de armazenagem?
- Com o conhecimento adquirido nesse estudo, faça um semelhante em sua casa e em sua comunidade para ver o impacto que ocorre nesses lugares?

2.2 Reciclagem de materiais

"A reciclagem de metais, entre outros materiais, é uma atividade que traz muitos benefícios a sociedade. Uma das principais vantagens de reciclar metais é a grande economia de energia.

Entre os metais recicláveis, um dos mais comuns é o alumínio, facilmente encontrado em latas de bebida. Para se obter 1 quilo de alumínio reciclado são necessárias cerca de 62 latas.

Atualmente, o Brasil é o campeão mundial na reciclagem de latas de alumínio entre os países em que essa atividade não é obrigatória por lei.

Quantos quilogramas de alumínio reciclado, aproximadamente, é possível obter com 1695 latas?

Podemos responder a essa pergunta facilmente, dividindo a quantidade total de latas (1695) pela quantidade de latas necessárias (62) para se obter 1 kg de alumínio reciclado.

Portanto, com 1695 latas é possível obter, aproximadamente, 27 kg de alumínio reciclado.

Atividades Propostas

1. De acordo com o dado do texto acima, calcule quantos quilogramas de alumínio reciclado, aproximadamente, é possível obter com:
   - 1580 latinhas
   - 2045 latinhas
   - 31119 latinhas
   - 5346 latinhas"

(RIBEIRO, 2010, p.67 v.1)

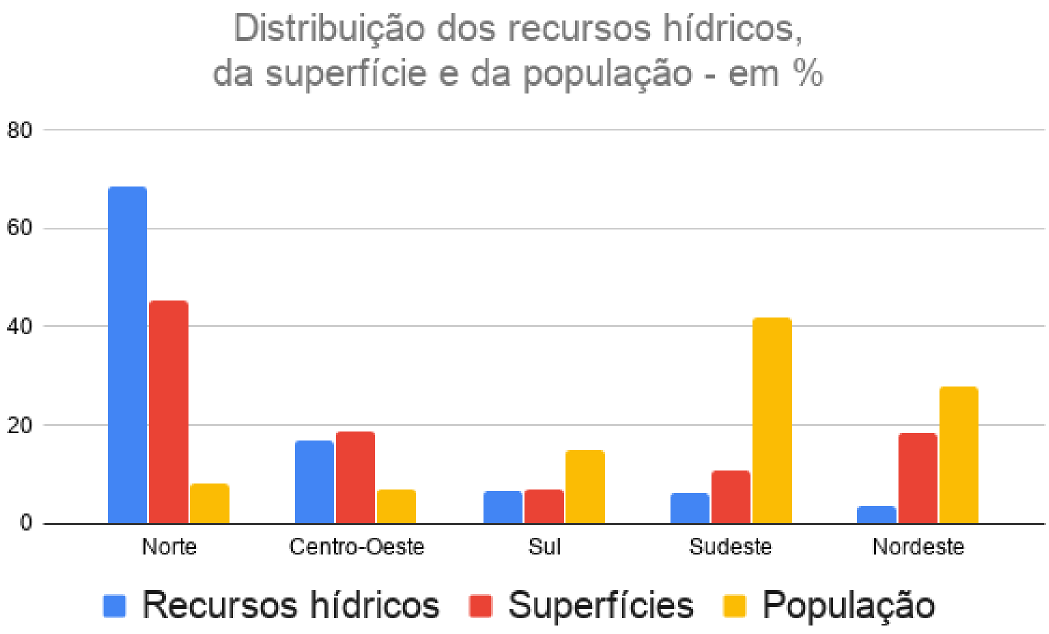
Perguntas adicionais propostas pelo autor:

- Quantas latinhas são necessárias para se conseguir 100 kg de alumínio.
- Que tal fazermos uma experiência para verificar o desperdício em nosso cotidiano:
  - Quantas latas são utilizadas no horário do lanche em sua escola?
  - Existe recipiente para fazer a reciclagem desse material?
  - Caso não exista, existe a possibilidade de, pelo menos uma vez por semana, colocarmos um recipiente especial para coletar esse tipo de material?

- Quantas latas foram desperdiçadas por semana?
- Monte uma tabela e verifique o padrão de crescimento do número dessas latas. Conseguimos fazer uma previsão de quantas latas seriam desperdiçadas por mês e por ano?
- Existe em sua cidade algum local que faz a captação dessas latas?
- Qual o valor pago pelo kg de alumínio reciclado? Quanto poderíamos estar economizando ao fazer a venda destas latas para esse local?
- Caso não exista, o que podemos fazer com essas latas? Existe possibilidade de se enviar para outra cidade? Podemos diminuir o consumo desse material?

2.3 Distribuição de recursos hídricos

Figura 1 – Distribuição dos recursos hídricos da superfície e da população do total do Brasil



fonte: Feito pelo autor com o google docs baseado nos dados em (GIOVANNI; CASTRUCCI; JR, 2009, p. 169 v. 3)

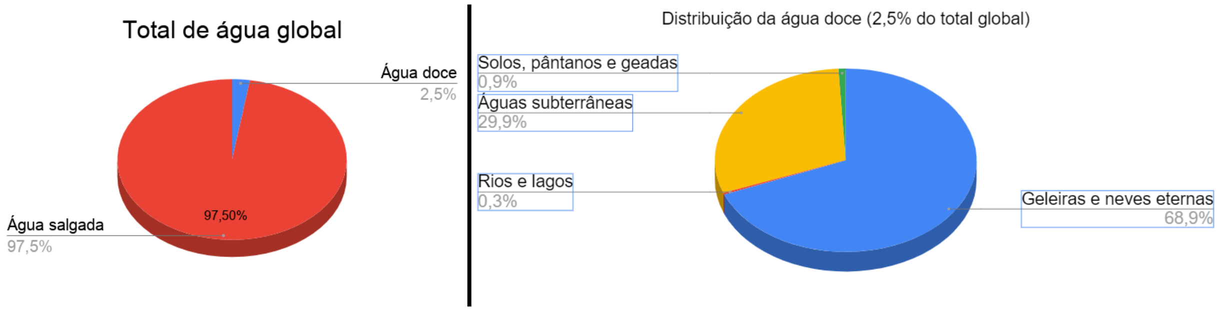
"Mais de 1 bilhão de pessoas poderão sofrer com a falta de água em um futuro próximo. As populações pobres do mundo serão as mais afetadas pelo aquecimento global, em 2025, dois terços da população viverão em áreas onde as reservas de água serão limitadas. O Brasil - privilegiado quanto ao volume de recursos hídricos - possui cerca de 12% de toda a água doce do planeta. Porém, a disponibilidade desses recursos não é uniforme no país.

Observando a Figura 1, responda:

- Que tipo de gráfico é esse?
- Indique a região:
  - com maior superfície
  - com mais recursos hídricos;
  - com a segunda menor concentração de população;
- Que região tem menor porcentagem de recursos hídricos do nosso país?

- Em que região há a maior concentração de população?
- pode-se dizer que quanto maior a superfície da região, maior é o número de habitantes? Justifique a sua resposta.
- Quantos por cento de água doce do mundo estão na região sudeste brasileira? Explique como você pensou para responder.
- Pode-se dizer que a região que dispõe de mais recursos hídricos é a que possui a maior população?"

Figura 2 – Água no Planeta



fonte: Feito pelo autor com o google docs baseado nos dados em (GIOVANNI; CASTRUCCI; JR, 2009, p. 169 v. 3)

(GIOVANNI; CASTRUCCI; JR, 2009, p. 169 v. 3)

Este é um exemplo onde o livro utiliza os problemas ambientais somente na parte do ensino de *estatística*. Além das perguntas diretas podemos aqui abordar outros assuntos como *porcentagem*, utilizar os conceitos de *progressão geométrica e aritmética* para criar uma perspectiva de crescimento e utilização dos recursos. Podemos encontrar a *razão e proporção* entre os recursos hídricos, superfície e população,para entendermos a relação. podemos ampliar ainda o conceito para a aplicação de *função afim e quadrática*, modelando modelos contínuos que podem nos levar a vários resultados.

Perguntas adicionais propostas pelo autor:

- Quais são os fatores que podem diminuir a quantidade de água potável no planeta?
- Até que ponto a poluição de rios e lagos impacta na produção de água potável?
- Qual o custo da água potável? Quais processos são necessários para termos a água em nossas áreas?
- De onde vem a água mineral? Ela pode vir a ser uma solução em regiões onde aconteça a diminuição de água potável?

- Em nosso país haveria alguma forma de redistribuir a água potável da região que tem mais recursos para a que tem menos?
- Qual a região que possui mais recursos hídricos per capta?
- Segundo a Organização mundial de saúde, em um mês, uma pessoa necessita de 4 m^3 de água, para suprir todas as suas necessidades. Baseado nessa informação :
  - Verifique junto a conta de água da sua casa quanto metros cúbicos foram gastos no mês corrente?
  - Quantas pessoas moram em sua casa? Qual o gasto individual de cada uma?
  - Qual a porcentagem de utilização de cada um referente ao ideal de 4 m^3?
  - O que podemos fazer para diminuir o consumo e chegar nesse ponto ideal?
  - Como podemos conscientizar as pessoas sobre a utilização racional da água?
- O aquecimento global do planeta interfere em nossa quantidade de água potável?
- Qual o aumento previsto de temperatura no mundo?
- Quanto de água potável será evaporado dessa forma?
- Segundo o texto quanta água potável desaparecerá até 2025? Essa data de 2025 está correta? Como podemos verificar essa informação?
- Verificando a informação da data limite de 2025:
  - Onde estão as regiões com menor quantidade de água potável?
  - Porque esse recurso é tão escasso?
  - Qual a quantidade de recursos hídricos que esse lugares possuem atualmente?
  - Qual a perspectiva para o aquecimento global até 2025?
  - A cada 1 grau de aquecimento global quanto de água potável é evaporada?
  - Seguindo o raciocínio do item anterior quanto de água potável desapareceria até 2025?
  - Realmente chegaríamos a um valor zero?
  - Não haveria nenhuma forma de repor essa água potável perdida de alguma outra forma?
- Com o aquecimento global, o derretimento das geleiras não aumentaria a água no planeta? Essa água é potável?

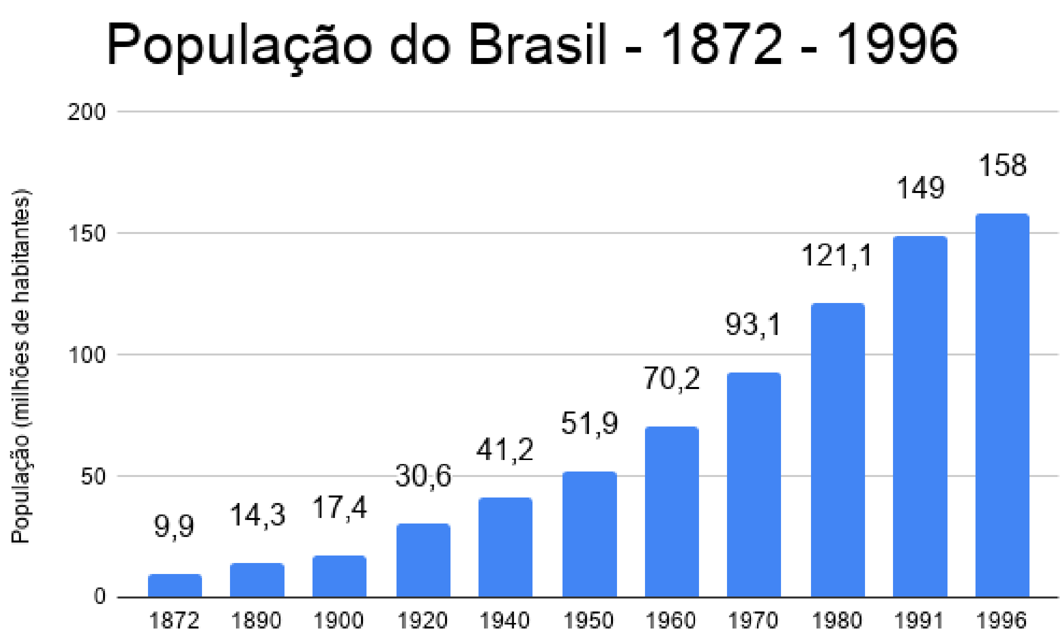
2.4 Crescimento da População x Saneamento Básico

Neste livro encontramos dentro de cada capítulo uma sessão intitulada *contexto*, onde o autor expõe assuntos de conscientização, não necessariamente correlatados com a matéria que foi vista anteriormente.

O texto é introduzido no final da sessão de estatística, como ocorre com vários outros autores e, simplesmente mostra os dados sobre o crescimento da população. Este é um exemplo bem evidente de informações que poderiam ser inseridas dentro de um contexto matemático para que o aluno consiga através de cálculos, chegar a condusões e até a uma possível solução do problemas.

Nessa sessão primeiramente é apresentando um gráfico de crescimento da população desde o primeiro registro da população brasileira de 1872, como podemos observar na Figura 3.

Figura 3 – População no Brasil 1872 - 1996



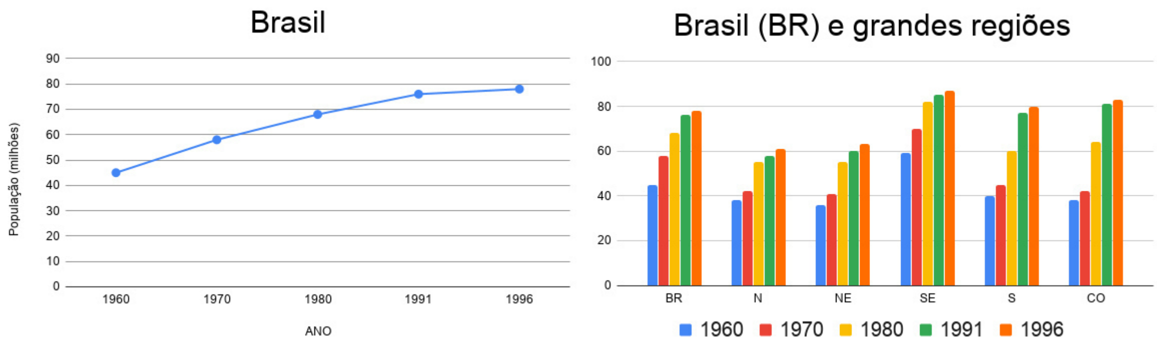
fonte: Feito pelo autor com o google docs baseado nos dados em (BEZERRA, 2001, p. 320-321)

Observamos que nesse gráfico existem muitos assuntos que podem ser abordados. Podemos começar com um estudo do crescimento da população verificando se isso vem aumentando ou diminuindo. Abordar os conceitos de *porcentagem* e *sequência*, para elucidar o motivo de essa população estar aumentando ou diminuindo. Utilizamos também uma prospecção para o ano de 2050, e verificar os impactos nesse ano. Será que haverá mais pessoas? se o nascimento diminuiu o que acarretará? Qual o impacto sobre a previdência privada?

Após isso, o texto nos apresenta um gráfico onde é informado o crescimento da população urbana, apresentando na Figura 4. Para impactos ambientais, termos a noção de êxodo rural, é de suma importância. A vinda de mais pessoas para a cidade, acarreta em termos que prover mais infra-estrutura, causando um agravamento nos problemas estruturais. Qual o dimensionamento das cidades e o que acarreta a super população?

Os alunos podem fazer um levantamento da época de alta nas praias. O que ocorre com a população que mora nessas cidades litorâneas com o aumento excessivo da população?

Figura 4 – População Urbana 1960 - 1996



fonte: Feito pelo autor com o google docs com base nos dados em (BEZERRA, 2001, p. 320-321)

Como no primeiro gráfico, podemos fazer exatamente o mesmo estudo, de crescimento, porcentagens e discussão dos motivos que acarretam esses acontecimentos. Através desse modelo temos uma perspectiva do aumento ou diminuição da população urbana e buscar soluções para os problemas que possam a vir ser gerados. Utilizamos o gráfico regional para discutirmos os motivos das variações em cada região, sempre buscando ressaltar a região a qual o aluno está inserido.

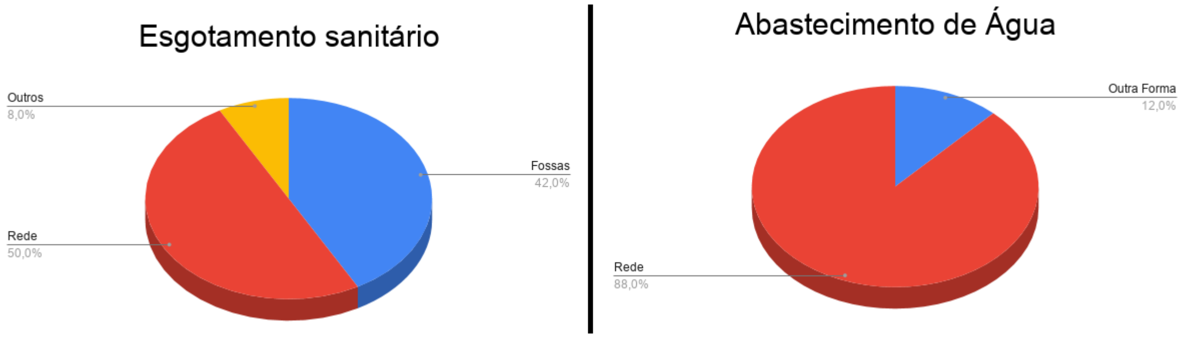
Temos um terceiro gráfico, que nos coloca a situação do recebimento de água em residência e do saneamento-básico, como podemos ver na Figura 5. Os alunos têm dificuldade de perceber, que nos dias atuais, ainda existem pessoas que não estão ligados a rede de esgoto, ainda tendo que utilizar fossas.

Aproveitamos os dados para fazer uma exploração sobre o cálculo das *porcentagens*.

Perguntas adicionais propostas pelo autor:

- Porque somente 50% da população possui saneamento básico? Seria falta de investimento ou impossibilidade de construção?
- O saneamento básico feito em sua cidade esta dimensionado para quantas pessoas?

Figura 5 – Condição Saneamento Básico



fonte: Feito pelo autor com base nas informações em (BEZERRA, 2001, p. 320-321)

- Qual a maior população que podemos ter em nossa cidade, com o saneamento básico atual?

O aluno terá que pesquisar algumas informações junto aos órgãos responsáveis, e utilizar *operações básicas*, *sequências*, *funções afim*, *função quadrática*, para montar um modelo e conseguir prever o dimensionamento do saneamento básico para uma cidade. Como em todo modelo de crescimento populacional, no ensino médio, podemos utilizar funções *exponencial* e *logarítmica*, para termos um modelo mais realístico.

2.5 O cerrado brasileiro pede ajuda

"Estima-se que, se for mantido o mesmo ritmo de destruição, o cerrado desaparecerá até 2030. Atualmente, 57% do seu total já estão inteiramente destruídos, e a taxa anual de desmatamento é de 1,5%.

a) Segundo o texto, em quantos anos o cerrado desaparecerá totalmente?

b) Quanto ainda resta do bioma?

c) A Argumentação dos defensores do desmatamento se baseia em quê?

d) Baseado, nestas informações, escreve um pequeno texto argumentando sobre esta questão"

(SILVA; BARRETO, 2005, p.43 v.1)

Apesar de se tratar de um texto em um livro didático de matemática, as perguntas são muito superficiais, tendo duas questões, que são meramente interpretação do próprio texto. Sentimos a falta de um tratamento mais profundo, do ponto de vista matemático.

Abordar cálculos simples nas séries inciais. Temos aqui uma taxa anual de desmatamento, onde o aluno pode montar uma tabela e procurar um padrão que culmina no encontro de *progressões geométricas*. Entendendo esse conceito, o aluno, com base no quanto de cerrado ainda existe, e sabendo a velocidade de seu desmatamento, consegue verificar se realmente o cerrado pode desaparecer em 2030. A matemática utilizada como ferramenta argumentativa, pode quebrar qualquer *fake news*, que hoje assola as nossas redes sociais. Paralelamente podemos demonstrar a proliferação dessas notícias, utilizando novamente esse conceito recém estudado.

No ensino médio poderíamos aprofundar esses estudos, envolvendo os conceitos de funções exponenciais e logarítmicas, como ferramenta de análise, o traçado de gráficos trazem projeções que podem levar a novas conclusões a respeito desses fatos.

Esse assunto foi utilizado para a montagem de umas das fichas. Desta forma, deixaremos as perguntas adicionais para serem discutidas nesse ponto, evitando dessa forma a redundância.

2.6 Produção de Energia

"Há aproximadamente 500 mil anos, a madeira fornecedora de energia térmica e luminosa, era o combustível utilizado por nossos antepassados.

Os chineses, por volta de 1000 anos a.C., passam a usar o carvão como fonte de energia. E o petróleo é empregado na iluminação de ruas, a partir do séc. XVII, quando extraído de um poço em Moderna, Itália, no ano de 1640.

Em 1881 surge, em Londres, a primeira usina de energia elétrica. Hoje, a produção anual de energia no planeta equivale a 9,44 bilhões de toneladas de óleo. Desse total, 95% é consumido. O Petróleo, com 38%, ainda é a fonte mais produzida e consumida. Seu maior gerador é a Arabia Saudita, responsável por 12,8% do total do planeta.

Logo atrás dos árabes, na produção de petróleo, estão os EUA, maiores gerados e consumidores de energia do globo.

Se o mundo consumisse energia como os EUA, seu uso no planeta em 2050 seria igual a 71,65 bilhões de toneladas, o que equivale a 7,6 vezes a produção atual.

Fonte de pesquisa: Folha de S. Paulo, 2/7/1999"

(BONJORNO; GIOVANNI, 2002, p.76 v.2)

Percebemos nitidamente que os livros textos usam fontes de jornais e revistas de grande circulação e fácil acesso. Uma outra forma seria pedir para o aluno procurar fontes sobre os assuntos que desejam trabalhar, buscado um comprometimento maior.

Evidente que a utilização de correlações multidisciplinares, é imprescindível para esses assuntos. O envolvimento de outras matérias como, por exemplo, arte, geografia, história, filosofia, sociologia enriquece o conteúdo, e tira do aluno aquela fórmula de gaveta, onde tem-se a impressão que as matérias aprendidas não estão correlacionadas.

Infelizmente o texto é trazido simplesmente como complementação de uma questão sem fazer nenhuma abordagem mais crítica a respeito do assunto. Conseguimos obter a quantidade de petróleo que ainda não está em utilização no mundo, calculando 5% da quantidade de petróleo produzido no mundo, apresentado no texto. Essa reserva nos dá uma perspectiva, podemos confrontar com o aumento da população e verificar durante quanto tempo ainda teremos combustível suficiente.

Sendo um texto mundial, muito longe da realidade da comunidade que o aluno está, seria interessante, fazermos o mesmo trabalho, com um olhar local.

Podemos utilizar ferramentas como: *porcentagem*, *construção e leitura de gráficos*, *progressões aritméticas e geométricas* e *funções afim e/ou quadráticas*, para podermos modelar as situações e conseguir termos outras perspectivas dos fatos.

Perguntas adicionais propostas pelo autor:

- Qual o consumo de energia da minha comunidade?
- Seria possível calcular a quantidade de óleo consumido?
- Quais seriam os caminhos para diminuir esse consumo de energia?
- Existe possibilidade de aumentar essa produção?
- A descoberta do pré-sal no Brasil aumentou a produção de petróleo do mundo? Em caso afirmativo quantos litros de óleo?
- Qual o crescimento médio da produção mundial por ano?
- Qual o consumo per capta de óleo?

2.7 A Fome no Mundo

"Segundo a lei de Malthus, a população humana cresce em progressão geométrica, enquanto as reservas de alimentos crescem em progressão aritmética.

Calcule os cinco primeiros termos de uma progressão geométrica de razão 10 e primeiro termo 10. Faça o mesmo para uma progressão geométrica de primeiro termo 10 e razão 10. O que acontecerá à humanidade, segundo a lei de Malthus?"

Este problema é acompanhado por uma figura com o seguinte texto:

"Cerca de um quarto da população do mundo vive com menos de 1 dólar por dia, de acordo com o relatório do Banco Mundial (Bird), divulgado em 1999. A desigualdade e a pobreza crescem cada vez mais em todas as partes do planeta, provocadas sobretudo por crises econômicas globalizada, a crise de um país afeta muitos outros.

No mundo todo aproximadamente 790 milhões de pessoas passam fome. Desse total, 200 milhões são crianças. As maiores desigualdades concentram-se na América Latina, onde, em 1998, os 20% mais pobres ficavam com apenas 3% de toda a riqueza produzida.

No Brasil, são comuns as notícias sobre o bom desempenho econômico em relação a outros países. Costuma-se dizer, por exemplo, que o Brasil é a sétima melhor economia do mundo. O que pouco se divulga é o dado do Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (Pnud), em seu relatório de 1999: Entre 174 nações analisadas, o Brasil é o país que tem a maior concentração de renda do mundo: aqui, os 20% mais pobres têm renda per capita 32 vezes menor que a dos 20% mais ricos."

(BONJORNO; GIOVANNI, 2002, p. 369 v.1)

Esta forma encontramos por diversas vezes em livros didáticos onde os autores colocam como exercício um assunto (como, por exemplo, a escassez de alimento) e um texto sobre outro assunto. O ponto negativo é que esse texto não tem nada a ver com a questão proposta e não se verifica nenhum pensamento crítico a respeito do assunto abordado. É possível observar que o texto é muito rico em informações e que poderíamos fazer uma abordagem muito ampla da distribuição de arrecadação, poderíamos introduzir junto a esse texto o conceito de conjuntos, diagramas de Euler-Venn, e até mesmo, o conceito de distribuição normal.

Acho muito importante, sempre, que o aluno seja estimulado a chegar às suas próprias conclusões. Nesse caso, o começo foi interessante, pedir aos alunos para calcularem alguns termos das duas progressões, mas poderia também ter pedido que fizessem a diferença entre os termos, calcular a *taxa de crescimento* dessa diferença ao longo do tempo, verificar em quanto tempo a *progressão geométrica* torna-se o dobro, o quíntuplo, chegando a uma estimativa de quanto tempo teríamos alimento para toda a população mundial.

3 Fundamentação Teórica

3.1 Pedagógico e Metodológico

3.1.1 Modelagem Matemática

No desenvolvimento desse projeto elencamos como principal abordagem metodológica a *modelagem matemática*, que possui todas as características, da ideia inicial do desenvolvimento das fichas, escrevermos na linguagem matemática, resolver a equação e interpretar a solução. Essa trata de partirmos do desenvolvimento de uma ideia, e a partir de cálculos e observações sobre o problema encontrar uma solução.

A modelagem matemática é uma ferramenta que tem como principal aplicação compreender um fenômeno que ocorre em nosso ambiente, seja ele natural ou não, e conseguir expressar esse através de fórmulas ou modelos, de tal forma que entendemos o que ocorreu e fazemos previsões do que pode acontecer em um período de tempo ainda não observado.

A modelagem matemática na educação, segundo (BIEMBENGUT, 2009, p. 7-9), tem o seu início no cenário internacional por volta de 1958, tendo um movimento muito expressivo em 1960, chamado "utilitarista". No Brasil esse movimento somente aparece com força no início da década de 80, onde pessoas de referência ímpar, começam a promover pesquisa nesse campo tais como: Aristides C. Barreto, Ubiratan D' Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani. De lá para cá, o número de pesquisas nessa área tem aumentado exponencialmente, mostrando como essa ferramenta é um grande aliado para docentes e discentes. O ensino de matemática ganha desta forma um novo prisma, onde o aluno não fica mais encapsulado em um mundo de fórmulas e preceitos que parecem intangíveis em sua realidade, mas passa a interagir com o mundo e com todas as outras diversas área do conhecimento. Baseado nessa ideia de interação resolvemos então seguir as etapas contidas em (BURAK, 2004), que são:

1. Escolha de um tema

2. Pesquisa Exploratória

3. Levantamento dos problemas

4. Resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema

5. Análise crítica da(s) solução (ções)

3.1.2 BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) teve o seu nascimento na constituição federativa do Brasil de 1988 que prevê, em seu artigo 210, a criação de uma Base Nacional Comum Curricular. Segundo o próprio MEC (MEC, 2018), está tem como principal objetivo assegurar a formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais. Várias propostas e evoluções destas no sentido de termos uma BNCC, foram feitas ao longo dos anos de 1988 até 2015, quando foi feito o primeiro seminário interinstitucional para elaboração da BNCC. Temos a apresentação da primeira versão em 2015, que foi exposto às escolas para uma ampla discussão, que culminou na segunda versão de 03 de maio de 2016. Após uma ampla discussão com professores e gestores em âmbito nacional, finalmente em abril de 2017, é entregue pelo MEC a versão final, que veio a ser homologada em 20 de dezembro de 2017, recebendo uma orientação no dia 22, para a implementação da mesma. Com a homologação em 14 de dezembro de 2018, passamos a ter um currículo mínimo previsto para a aprendizagem em toda a educação básica.

Entendemos dessa forma que fazer um desenvolvimento de um material de fichas para ser aplicado no ensino básico seria inconsistente, sem ter por base a BNCC, desta forma analisamos e separamos as habilidades relacionadas nesse documento que podem ser contempladas ao longo desse trabalho. Vamos sugerir algumas dessas habilidades para aplicação nas fichas, mas em um sentindo mais amplo acreditamos que todas as habilidades podem ser trabalhadas.

Habilidades sugeridas pelo autor

EF06MA13: Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

EF06MA16: Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano no 1o. quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.

EF06MA24: Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras área do conhecimento.

EF06MA33: Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.

EF07MA02: Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.

EF07MA05: Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.

EF07MA06: Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

EF07MA09: Utilizar, na resolução de problemas, associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

EF07MA13: Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

EF07MA18: Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1o. grau, redutíveis à forma ax+b=c, fazendo uso das propriedades da igualdade.

EF07MA29: Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contexto oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas de conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.

EF07MA35: Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.

EF07MA36: Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.

EF07MA37: Interpretar e analisar dados representados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

EF08MA04: Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.

EF08MA07: Associar uma equação linear de 1o. grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.

EF08MA08: Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1o. grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.

EF08MA09: Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2o. grau do tipo $ax^2 = b$.

EF08MA25: Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.

EF08MA27: Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.

EF09MA05: Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.

EF09MA06: Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numéricas, algébricas e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

EF09MA22: Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

EF09MA23: Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

EM13MAT102: Analisar gráficos e métodos de amostragem de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

EM13MAT104: Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números.

EM13MAT202: Planejar e executar pesquisa amostral usando dados coletados ou de diferentes fontes sobre questões relevantes atuais, incluindo ou não, apoio de recursos tecnológicos, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e de dispersão.

EM13MAT301: Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais.

EM13MAT302: Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1o. e 2o. graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.

EM13MAT303: Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial.

EM13MAT304: Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da matemática financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.

EM13MAT305: Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

EM13MAT313: Resolver e elaborar problemas que envolvem medições em que se discuta o emprego de algarismos significativos e algarismos duvidosos, utilizando, quando necessário, a notação científica.

EM13MAT314: Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas compostas, determinadas pela razão ou pelo produto de duas outras, como velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.

EM13MAT316: Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

EM13MAT405: Reconhecer funções definidas por uma ou mais sentenças (como a tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, convertendo essas representações de uma para outra e identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento.

EM13MAT408: Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências, com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

EM13MAT409: Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos, como o histograma, o de caixa (box-plot), o de ramos e folhas, reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

EM13MAT501: Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.

EM13MAT502: Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

EM13MAT507: Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

EM13MAT508: Identificar e associar sequências numéricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

(MEC, 2018, acessado em : 09 out. 2019)

3.2 Conteúdo Matemático

3.2.1 Porcentagem

Habilidades BNCC sugeridas: EF06MA13, EF07MA02, EF08MA04, EF09MA05, E13MAT303

O conceito de porcentagem consiste na razão de uma quantidade em relação a 100.

$$Ex : \frac{2}{100}, \frac{50}{100}, \frac{100}{100}$$

A Porcentagem também pode ser chamada de **razão centesimal** ou de **percentual**.

Ao longo do tempo ganhou um símbolo, hoje muito difundido e muito divulgado em todos os meios de comunicação, que é o **%**, mas é muito importante ressaltar que não existe operação matemática possível que possa ser feita nesse formato.

Logo ao se perguntar:

"Quanto é 25% de 40?"

temos que ter em mente que a primeira coisa que devemos fazer é transformar em seu representante fracionário ou decimal da seguinte forma:

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25 \tag{3.1}$$

Tratando-se de uma representação fracionária, podemos aqui utilizar a fração na sua forma *reduzida* ou na forma decimal. A preposição *de* representa uma operação de *multiplicação*.
Dessa forma a pergunta: "Quanto é 25% de 40", transforma-se na operação $\frac{25}{100} \times 40$, que resulta em 10.

Generalizando o cálculo de **a% de x** temos:

$$\frac{a}{100} \times x \tag{3.2}$$

A porcentagem também é utilizada para expressar a razão entre duas grandezas. Possui uma ampla aplicação em vários tópicos matemáticos, como por exemplo a estatística. Normalmente podemos utilizar uma regra de três para chegarmos ao resultado desejado.

Vamos imaginar que desejamos saber qual a porcentagem que R$ 25,00 representa sob um valor de R$ 40,00, desta forma temos que:

$$\frac{25}{40} \times 100 = 62,5\%$$

.

Generalizando podemos calcular quantos porcento uma grandeza X representa de um total Y, como segue

$$\frac{X}{Y} \times 100 \tag{3.3}$$

3.2.2 Acréscimos & Decréscimos

Sendo a porcentagem um valor que independe da quantidade envolvida, ela é utilizada como parâmetro para darmos aumentos e descontos, de forma justa, sobre vários valores diferentes.

Para aumentarmos 25% sobre R$30,00, devemos proceder da seguinte forma:

1. Calcular 25% de R$30,00 (como vimos anteriormente)
2. Adicionar o valor obtido no passo anterior aos R$30,00
3. Obtendo assim o valor do aumento final desejado.

Se imaginarmos que R$30,00 equivale à 100% do valor e que desejamos então adicionar 25%, podemos concluir então que desejamos calcular 125% de R$30,00 ou seja, $1,25 \times R\$30,00 = (1 + \frac{25}{100}) \times R\$30,00$. A estrutura $1 + \frac{25}{100}$ consiste na soma de $100\% = \frac{100}{100} = 1$ com $25\% = \frac{25}{100}$.

O valor final de um acréscimo de a% sobre X, :

$$\left(1 + \frac{a}{100}\right) \times X \tag{3.4}$$

Fazendo um raciocínio, podemos encontrar uma fórmula para o conceito de decréscimo ou, mais comumente chamado, de desconto.

Sobre um valor de R$30,00 desejamos saber o valor final do produto após um desconto de 25%. Seguimos:

1. Calcular 25% de R$30,00 (como vimos anteriormente)
2. Subtrair o valor obtido no passo anterior de R$30,00
3. Obtendo assim o valor final com o desconto desejado.

Supondo que R\$30,00 equivale a 100% do valor e que desejamos então descontar 25%, para calcular o valor final do produto basta determinar 75% de R\$30,00.

$$0,75 \times R\$30,00 = (1 - \frac{25}{100}) \times R\$30,00$$

.

O membro $1 - \frac{25}{100}$ consiste na subtração de $100\% = \frac{100}{100} = 1$ por $25\% = \frac{25}{100}$. Generalizando, para medir o valor final de um desconto de a% sobre X, procedemos:

$$\left(1 - \frac{a}{100}\right) \times X \tag{3.5}$$

3.2.3 Progressão Aritmética

Habilidades BNCC sugeridas: EM13MAT507

Uma *progressão aritmética* (PA) é uma sequência numérica, de primeiro termo (a_1), onde a diferença de termos consecutivos, chamada de razão (r), é constante. Razão, em matemática, está ligada ao conceito de divisão, aqui atribuímos à subtração, por motivos históricos

Ex: $(1, 3, 5, 7, 9, ...)$ é uma progressão aritmética, uma vez que:
$3 - 1 = 5 - 3 = 7 - 5 = \cdots = 2$, com $a_1 = 1$ e razão $r = 2$

Podemos observar que uma *progressão aritmética* fica bem definida quando informamos um termo e a sua razão, uma vez que, podemos ter progressões que tenham a mesma razão, mas a alteração do termo, provoca uma sequência diferente, como é o caso dos números pares e ímpares.

Ex: $(2, 4, 6, 8, 10, ...)$ é uma progressão aritmética, com:
$r = 4 - 2 = 6 - 4 = 8 - 6 = 2$ e com termo inicial $a_1 = 2$ e
$(1, 3, 5, 7, ...)$ tem r=2, mas com $a_1 = 1$

3.2.3.1 Forma Recursiva

A definição de progressão aritmética nos dá a seguinte fórmula de recursão:

$$r = a_n - a_{n-1} \to a_n = a_{n-1} + r, \qquad n = 1, 2, 3, \cdots \tag{3.6}$$

O primeiro contato que o aluno tem com ela é quando aprende *tabuada*, mas desta forma, para calcularmos um termo sempre precisamos saber o valor anterior, assim necessitamos de uma formula geral que possa nos dar o valor de um termo diretamente.

3.2.3.2 Termo Geral

Utilizando a fórmula 3.2.3.1 podemos escrever todos os termos de uma progressão aritmética da seguinte forma:

$$\begin{gathered}
a_2 = a_1 + r \\
a_3 = a_2 + r = a_1 + r + r = a_1 + 2 \times r \\
a_4 = a_3 + r = a_1 + 2 \times r + r = a_1 + 3 \times r \\
\vdots \\
a_n = a_{n-1} + r = a_1 + (n-2) \times r + r = a_1 + (n-1) \times r
\end{gathered}$$

Segue a generalização:

$$a_n = a_1 + (n-1) \times r, \qquad n = 1, 2, 3, \cdots \tag{3.7}$$

3.2.4 Progressão Geométrica

Habilidades BNCC sugeridas: EM13MAT508

Dada uma sequência de números $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, dizemos que essa sequência é uma Progressão Geométrica (PG) se, e somente se, a divisão de dois termos consecutivos é sempre constante. Nesse caso dizemos que a_1 é o termo inicial e q é a sua razão dada por:

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \cdots = \frac{a_n}{a_{n-1}}, \qquad n = 1, 2, 3, \cdots \tag{3.8}$$

Alguns exemplos de progressão geométrica:

1. $(1, 2, 4, 8, 16, \ldots)$, em que $q = 2$ e $a_1 = 1$;
2. $(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots)$, em que $q = \frac{1}{2}$ e $a_1 = 1$;
3. $(-3, 9, -27, 81, \ldots)$, em que $q = -3$ e $a_1 = -3$
4. $(7, 7, 7, 7, 7, \ldots)$, em que $q = 1$ e $a_1 = 7$
5. $(3, 0, 0, 0, 0, \ldots)$, em que $q = 0$ e $a_1 = 3$

3.2.4.1 Forma Recursiva da Progressão Geométrica

Baseado na definição e na fórmula da razão (3.8) podemos definir uma recursão por:

$$a_n = a_{n-1} \times q, \qquad n = 1, 2, 3, \cdots \tag{3.9}$$

3.2.4.2 Termo Geral de uma progressão geométrica

Desenvolvendo a fórmula (3.9) para vários termos da progressão e fazendo as devidas substituições, conseguimos formular o termo geral da PG:

$$a_2 = a_1 \times q$$

$$a_3 = a_2 \times q = a_1 \times q \times q = a_1 \times q^2$$

$$\vdots$$

$$a_n = a_{n-1} \times q = a_1 \times q^{n-1}$$

Segue então:

$$a_n = a_1 \times q^{n-1}, \qquad n = 1, 2, 3, \cdots \tag{3.10}$$

De modo geral, o n-ésimo termo pode ser calculado a partir do m-ésimo termo simplesmente por:

$$a_n = a_m \times q^{n-m},\ n > m \qquad m, n = 1, 2, 3, \cdots \tag{3.11}$$

3.2.4.3 Soma dos Termos de uma Progressão Geométrica

A soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica é dada por:

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} a_1 \times q^{i-1} = a_1 + a_1 \times q + a_1 \times q^2 + \cdots + a_1 \times q^{n-1}$$

Caso $q \neq 1$, a soma pode ser descrita pela seguinte fórmula:

$$S_n = \frac{a_1 \times (1 - q^n)}{1 - q} \tag{3.12}$$

Demonstração

Esta fórmula pode ser explicada da seguinte maneira:

$$S_n = a_1 + a_1 \times q + \cdots + a_1 \times q^{n-1}$$

Multiplica-se ambos os membros pela razão q:

$$q \times S_n = a_1 \times q + a_1 \times q^2 + \cdots + a_1 \times q^n$$

Subtrai-se uma da outra ($q \times S_n - S_n$). Cancelam-se os termos repetidos:

$$q \times S_n - S_n = a_1 \times q^n - a_1$$

O que é equivalente (através de fatoração por termo comum) a

$$(q-1) \times S_n = a_1 \times (q^n - 1)$$

Divide-se ambos os membros por $(q-1) \neq 0$ e o resultado segue.

3.3 Gráficos Discretos

Normalmente, quando pensamos em gráficos em matemática temos uma visão de algo sendo contínuo. A imagem imediata de uma reta, uma parábola, ou uma curva qualquer é quase automática na nossa memória.

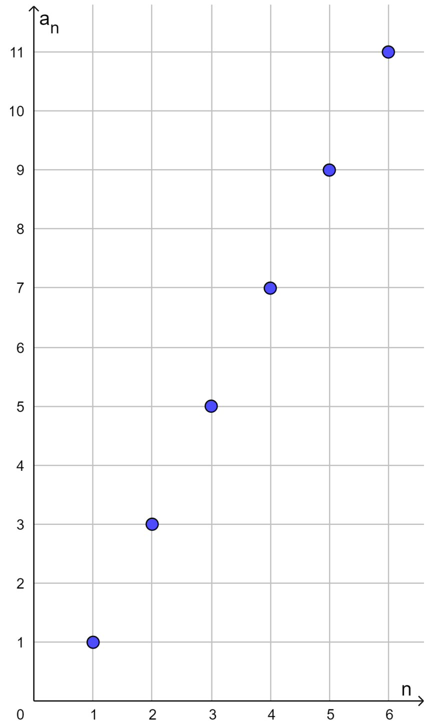
Mas será que todos as informações que obtemos são contínuas? O que acontece quando temos somente algumas informações de formas esparsas?

Como vimos no tópico de *progressão aritmética* e *progressão geométrica*, esse tipo de informação nos gera dados pontuais; com os quais não tem nem sentido pensar em dados intermediários.

Para um melhor entendimento, faremos o gráfico da PA (1,3,5,...) como podemos ver na Figura 6.

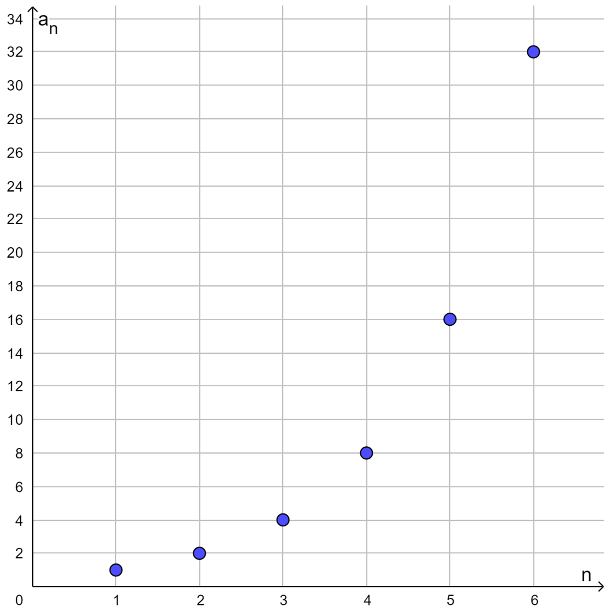
Para construirmos gráficos discretos colocaremos o índice do elemento no eixo x (eixo das abscissas) e o resultado a_n no eixo y (eixo das ordenadas). Tomemos a progressão geométrica (1,2,4,8,...) como exemplo, veja a Figura 7.

Figura 6 – Exemplo de gráfico discreto de uma progressão aritmética



fonte:criado pelo autor utilizando o software Geogebra

Figura 7 – Exemplo de gráfico discreto de uma progressão geométrica



fonte:criado pelo autor utilizando o software geogebra

3.4 Função Afim

Uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se de *afim* quando exitem contantes $a, b \in \mathbb{R}$, tal que, $f(x) = ax + b$, qualquer que seja o $x \in \mathbb{R}$.

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$x \to ax + b$$

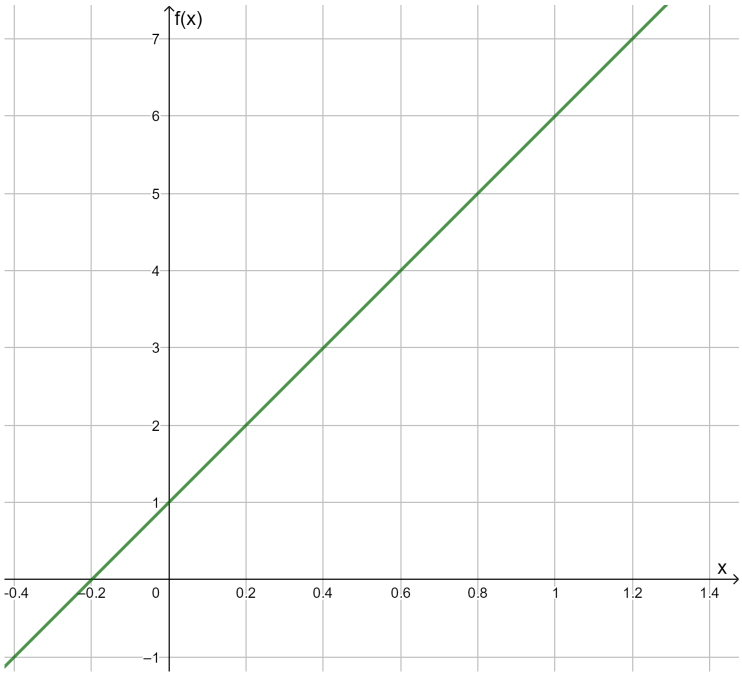
3.4.1 Gráfico

O gráfico de uma **função afim** é uma reta.

Essa reta pode ser: oblíqua em relação ao eixo das abscissas e pode ser crescente $(a > 0)$ ou decrescente $(a < 0)$. Veja as Figuras 8 e 9.

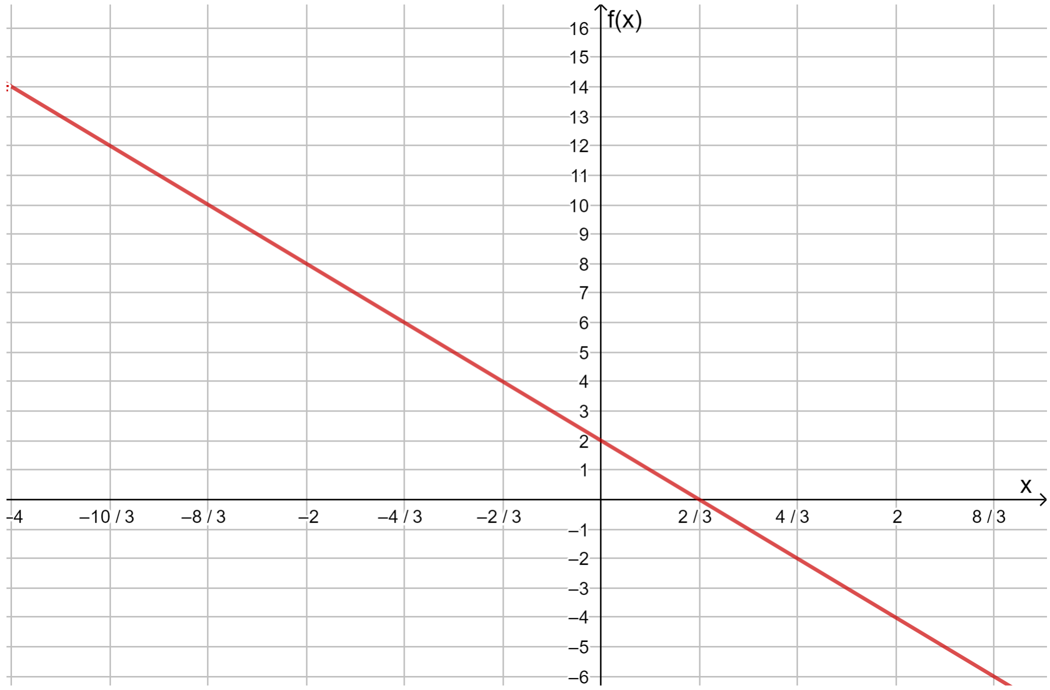
A constante **a** é chamada de **taxa de variação**.

Figura 8 – Exemplo de função afim crescente gráfico de $f(x) = 5x + 1$, no domínio $x \in \mathbb{R}$; $-0,4 \leq x \leq 1.3$



fonte:Criado pelo autor utilizando o software Geogebra

Figura 9 – Exemplo de função afim decrescente gráfico de $f(x) = -3x + 2$, no domínio $x \in \mathbb{R}\ ; -4 \leq x \leq \frac{8}{3}$



fonte:Criado pelo autor utilizando o software Geogebra

3.4.2 Raízes

Uma raiz de uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ são os valores de $x \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = 0$.

Aplicando este conceito em uma função afim, temos que, as raízes serão os valores de x onde $f(x) = 0$.

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ ax + b &= 0 \\ ax &= -b \\ x &= \frac{-b}{a} \end{aligned}$$

Desta forma vemos que para encontrarmos uma raiz de uma função afim, basta encontrarmos o valor $\dfrac{-b}{a}$

3.4.3 Função Linear

Um caso particular da função afim é quando $b = 0$, isto é, $f(x) = ax$, e a função é chamada **Função Linear**, dada por f(x)=ax. Essa função está intimamente ligada com o conceito de *proporcionalidade*.

3.4.4 Função Afim e Progressão Aritmética

Existe uma ligação muito intima entre progressões aritméticas e função afim, guardadas as proporções, uma vez que uma progressão é formada por termos discreto e na função afim nós temos todo o conceito de continuidade que o permeia.

Observando a fórmula do termo geral de uma *progressão aritmética*, dado por $a_n = a_1 + (n-1)r$, chamado $a_n = f(r)$, $a_1 = b$ e $n - 1 = a$, vemos que essa fórmula fica claramente expressa como uma função afim da forma $f(r) = b + ar$.

Em qualquer exercício que envolva uma *progressão aritmética*, podemos utilizar todo conceito que envolve *função afim* para podermos resolvê-lo também.

3.5 Função Quadrática

Uma função quadrática é uma função dada por:

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad com \quad a \neq 0, \quad \text{b e c} \in \mathbb{R}$$

3.5.1 Raízes

As raízes de uma função quadrática, são os valores de x para os quais f(x)=0. Utilizamos para isso a fórmula de **Bháskara** dada por:

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \end{aligned} \tag{3.13}$$

Nesta fórmula temos que a expressão do discriminante (Δ) permite que esse valor seja positivo, nulo ou negativo. Observamos que o cálculo do valor de x está ligado com o cálculo da $\sqrt{\Delta}$, e temos na Tabela 1 a relação entre esses.

Tabela 1 – Relação entre o discriminante (Δ) e as raízes da equação quadrática

Δ	Raízes de f(x)
$\Delta > 0$	duas raízes reais distintas
$\Delta = 0$	duas raízes reais iguais
$\Delta < 0$	Não possui raízes reais

3.5.2 Forma Fatorada

Sendo x_1 e x_2 as raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, podemos reescrevê-la na sua forma fatorada:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Observamos que para o caso $\Delta < 0$ não existe expressão fatorada, e no caso em que $\Delta = 0$ temos o produto notável trinômio quadrado perfeito, $f(x) = a(x - x_1)^2$.

3.5.3 Gráfico

Uma **parábola** é o lugar geométrico dos pontos do plano, que são equidistante a um ponto chamado de foco, e a uma reta, chamada diretriz.

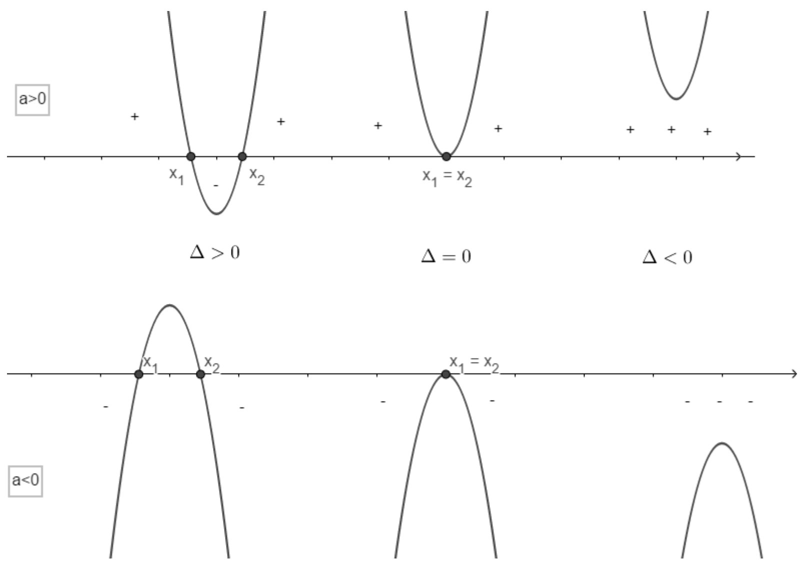
O gráfico de uma função quadrática é uma parábola.

De acordo com isso podemos verificar facilmente que o coeficiente **a**, comanda a concavidade da parábola, sendo que para $a < 0$ temos uma concavidade voltada para baixo, e para $a > 0$ temos uma concavidade volta para cima.

O termo independente **c** nos indica a intersecção da parábola com o eixo das ordenadas (eixo y).

Um resumo dos possíveis gráficos de uma função quadrática pode ser visto na Figura 12.

Figura 10 – Análise de Sinal da Função Quadrática



fonte: criado pelo autor utilizando os softwares geogebra e paint

3.5.4 Vértice

Podemos observar que, o gráfico determinando pela função quadrática, possui um ponto de máximo ($a < 0$) ou um ponto de mínimo ($a > 0$), é o par ordenado chamado de **Vértice**.

Ponto de máximo ou mínimo são os valores de x no qual ocorre o valor máximo ou mínimo de uma função.

A parábola determinada pela função quadrática, possui um eixo de simetria que é uma reta perpendicular ao eixo das abscissas (eixo dos x). Podemos observar que todo ponto x que possua a mesma imagem é equidistante desse eixo de simetria. Nesse caso temos que o eixo de simetria da parábola, também será reta mediatriz dos pontos que possuem a mesma abscissa. Seja $k \in Im(f(x))$, observemos que a solução para a equação f(x)=k será dada por:

$$
\begin{aligned}
ax^2 + bx + c &= k \\
ax^2 + bx + (c - k) &= 0 \\
\Delta &= b^2 - 4a(c - k) \\
\Delta &= b^2 - 4ac + 4k \\
x_1 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\
x_2 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}
\end{aligned}
$$

A abscissa do vértice dessa parábola, será o ponto médio de dois pontos pertencentes a esta com a mesma imagem pela função, uma vez que o vértice pertence à essa reta de simetria. Logo:

$$
\begin{aligned}
x_v &= \frac{\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}}{2} \\
x_v &= \frac{-b + \sqrt{\Delta} - b - \sqrt{\Delta}}{4a} \\
x_v &= \frac{-2b}{4a} \\
x_v &= \frac{-b}{2a}
\end{aligned}
$$

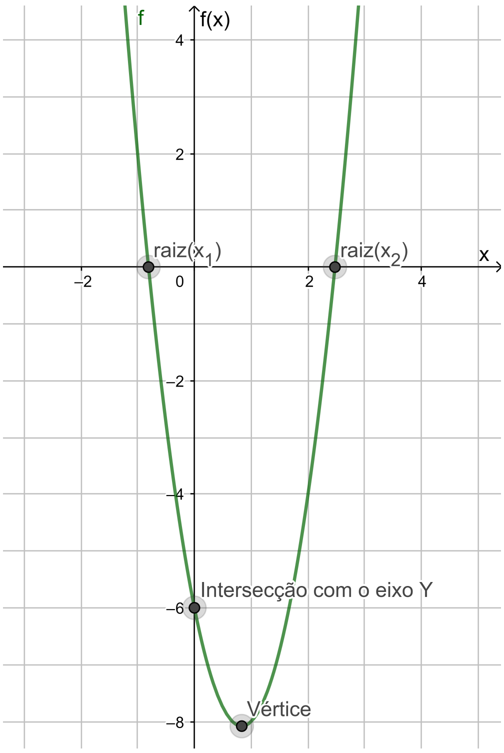
e temos então uma fórmula para a abscissa do vértice. Para descobrirmos a sua ordenada, basta substituirmos x_v na expressão da função quadrática:

$$
\begin{aligned}
f\Big(\frac{-b}{2a}\Big) &= a\Big(\frac{-b}{2a}\Big)^2 + b\Big(\frac{-b}{2a}\Big) + c\\
f\Big(\frac{-b}{2a}\Big) &= \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c\\
f\Big(\frac{-b}{2a}\Big) &= \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a}\\
f\Big(\frac{-b}{2a}\Big) &= \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\\
f\Big(\frac{-b}{2a}\Big) &= \frac{-\Delta}{4a}\\
y_v &= \frac{-\Delta}{4a}
\end{aligned}
$$

Resumindo então, o ponto crítico da parábola, chamado de **vértice** é dado pelas seguintes coordenadas

$$V(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}). \tag{3.14}$$

Figura 11 – Exemplo de gráfico de um função quadrática $f(x) = 3x^2 - 5x - 6$ no intervalo $-2 < x < 4$



fonte:Criado pelo autor utilizando o software Geogebra

3.6 Função Exponencial

Habilidades BNCC sugeridas: EM13MAT303

A função exponencial é uma extensão da potenciação para números reais. Desta forma temos que uma função exponencial é dada por:

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$x \to a^x \qquad a > 0 \qquad a \neq 1$$

.

A função definida dessa forma é a única função contínua que satisfaz as seguintes propriedades:

- f(x+y)=f(x)f(y)
- f(1)=a

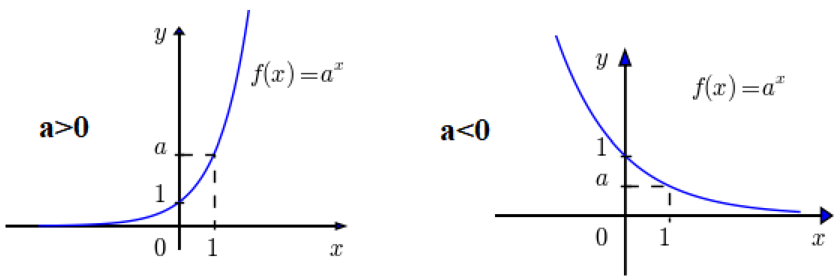
3.6.1 Raízes

Devido a natureza da função exponencial, essa função não possui raízes, pois para que tenhamos $f(x) = 0$, devemos ter $a^x = 0$ o que é absurdo.

3.6.2 Gráfico

O gráfico de uma função exponencial dada pela função $f(x) = a^x$, sempre será estritamente crescente ou decrescente de acordo com o sinal da constante a. Se $a > 0$ a função é crescente, se $a < 0$ a função é decrescente como mostra a figura 12.

Figura 12 – Gráfico da função $f(x) = a^x$



fonte:Criado pelo autor usando o software Geogebra

3.7 Função Logarítmica

Função logarítmica é uma função $f : \mathbb{R}^{*}{}_{+} \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = log_a x$, em que **a** é a base do logaritmo, a é positivo e $a \neq 1$.

Esta é a função inversa da função exponencial.

$$log_a x = y \iff a^y = x$$

3.7.1 Raízes

A raiz da função logarítmica definida por $f(x) = log_a x$, é dada para valores de $f(x) = 0$, seguindo as definições de logaritmo temos que:

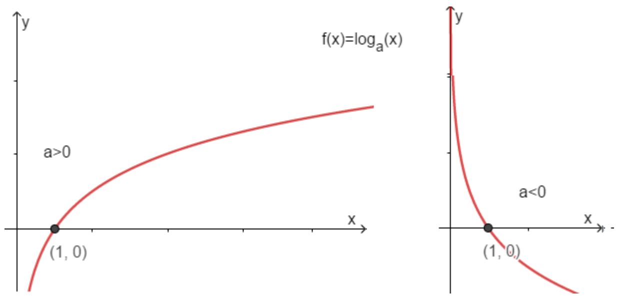
$$log_a x = 0 \implies x = a^0 \implies x = 1$$

Desta forma podemos ver que independente do valor de a a raiz de uma equação logarítmica $f(x) = log_a(x)$ será sempre 1.

3.7.2 Gráfico

O gráficos de uma função logarítmica, pode ser crescente ou decrescente de acordo com o valor da base **a**. Para valores $a > 0$ temos uma função crescente e para valores de $a < 0$ temos uma função descrescente. Como podemos observar na Figura 3.7.2

Figura 13 – Gráfico da função $f(x) = log_a x$



fonte:Criado pelo autor usando o software geogebra

3.8 Tabelas e Gráficos Estatísticos

Gráficos são representações de informações coletadas, utilizando para isso o plano cartesiano, normalmente se utiliza o eixo x para representação da faixa de dados e o eixo y para colocar os dados quantitativos que desejamos representar.

3.8.1 Tabelas

Sempre que estamos fazendo uma coleta de dados é muito importante organizá-los. A tabela é o primeiro passo, para a geração de gráficos. Normalmente utilizamos as colunas para sinalizar, o tipo de dados que estamos medindo, e as linhas representam a leitura em cada faixa da série de dados, veja Tabela 2.

Tabela 2 – Captação de dados

Meses trabalhados(dias)	Valor do Abono
30 a 44	R$65,67
45 a 74	R$131,33
75 a 104	R$197,00
105 a 134	R$262,67
135 a 164	R$328,33

Normalmente nos utilizamos de meios tecnológicos, nos quais podemos digitar as tabelas com as informações que estão sendo analisados podemos também fazer os gráficos estatísticos fazendo os ajustes necessários para que o mesmo fique com uma representação e um entendimento mais eficiente. Para essa dissertação todas as tabelas e gráficos foram feitas usando o software geogebra e as planilhas do google docs. A grande vantagem nesse caso, é que todo o trabalho fica armazenado em nuvem, podendo ser acessado de qualquer lugar, e em várias plataformas.

3.8.2 Elementos de um gráfico

Independentemente do tipo do gráfico, algumas informações são comuns, e visam dar uma melhor entendimento e compreensão do assunto que desejamos tratar. São eles:

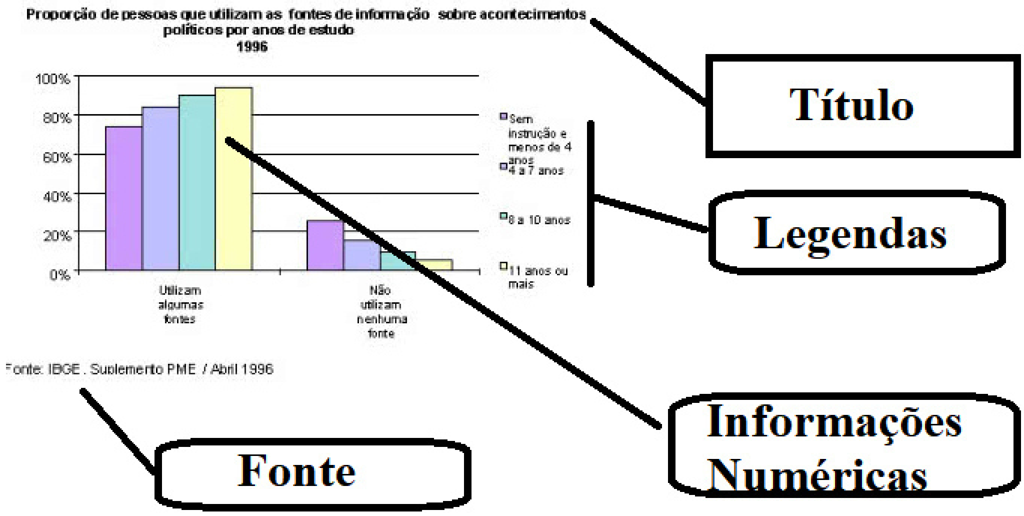
Título: normalmente aparece no cabeçalho do gráfico, consiste de uma ou duas linhas, que tem por objetivo explicar para o leitor: a origem do gráfico, de onde foram tiradas essas informações e, em alguns casos, a escala e a unidade de medida utilizada no assunto abordado.

Fonte: geralmente aparece no rodapé do gráfico e informa ao leitor quem foi o responsável pelo levantamento dos dados, e a data que foram adquiridos.

Informações Numéricas: essas são as representações dos dados qualitativos que estamos tratando. Em alguns gráficos necessitam ser interpretados através de uma leitura no eixo das ordenadas. Em outros para um melhor entendimento, essa leitura vem escrita sobre o próprio gráfico.

Legendas: comumente os gráficos são formados por cores diferentes para representar dados diferentes. No caso de gráficos em preto e branco, temos um preenchimento por padrões. Para que o leitor entenda perfeitamente o que cada informação significa, existe uma legenda, para fazer a correspondência entre a cor ou o padrão utilizado e os dados representados. Existe uma variação muito grande no posicionamento das legendas, que podem estar no lado direito, esquerdo, logo abaixo do título ou acima do rodapé.

Figura 14 – Elementos de um gráfico estatístico



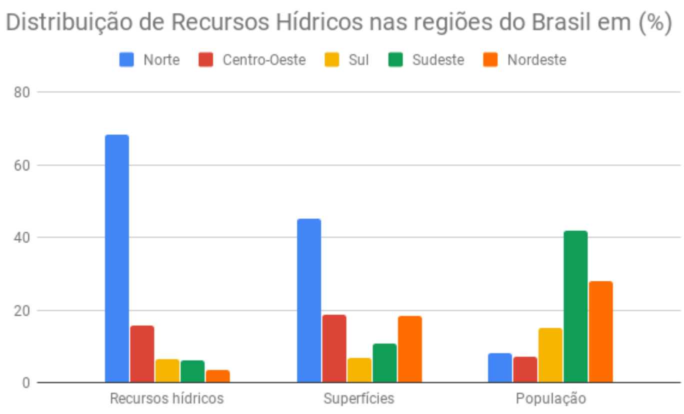
fonte:Criado pelo autor utilizando a planilha do google docs e o software paint

3.8.3 Gráfico de Barras

Este gráfico é uma representação simples de dados discretos. Para criar esse gráfico, utilizamos um espaçamento igual em um dos eixos para representar as séries de dados. Em outro eixo são colocados os dados quantitativos que estamos representando, com uma escala adequada.

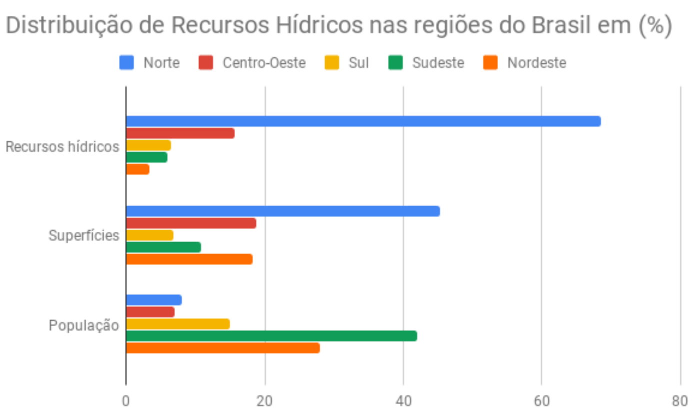
O gráfico de barras é um dos mais utilizados para a organização de informações, devido a facilidade na comparação visual entre os dados. Mostrando grandes disparidades de uma forma muito simples. Podem ser apresentados em forma vertical ou horizontal, veja as Figuras 15 e 16.

Figura 15 – Exemplo de Gráfico de Barras Vertical



Criado pelo autor uitlizando planilha do Google Docs

Figura 16 – Exemplo de Gráfico de Barras Horizontal



Criado pelo autor uitlizando planilha do Google Docs

3.8.4 Gráfico de Setor ou de Pizza

Esse gráfico é feito levando-se em consideração a proporção dos dados como um todo. Para construí-lo é necessário fazer uma correlação entre a porcentagem que o dado ocupa com o todo e o ângulo de 360º que corresponde a uma circunferência. Veja a Figura 17.

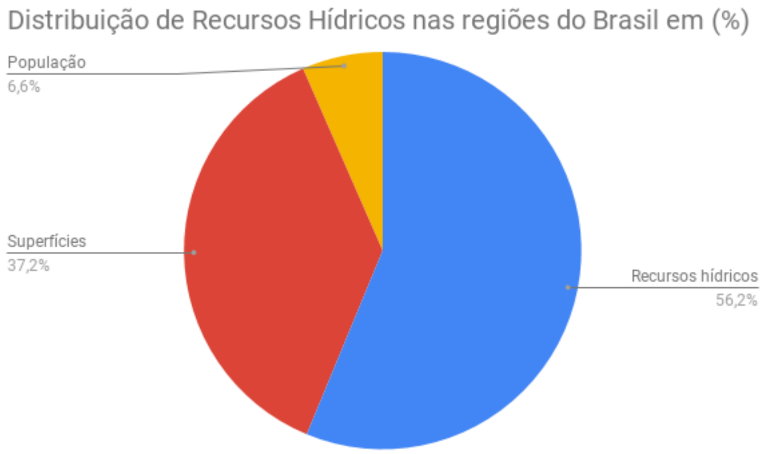
3.8.5 Gráfico de linha

Esse tipo de gráfico se assemelha muito aos gráficos de funções, no plano cartesiano.

A construção desses gráficos consiste em utilizar um dos eixos igualmente espaçados para as informações. No outro eixo são colocados as informações correspondentes. Os pontos marcados dessa forma são unidos por segmentos de reta. Veja a Figura 18.

O gráfico de linha é utilizado para demonstrar uma sequência numérica de um

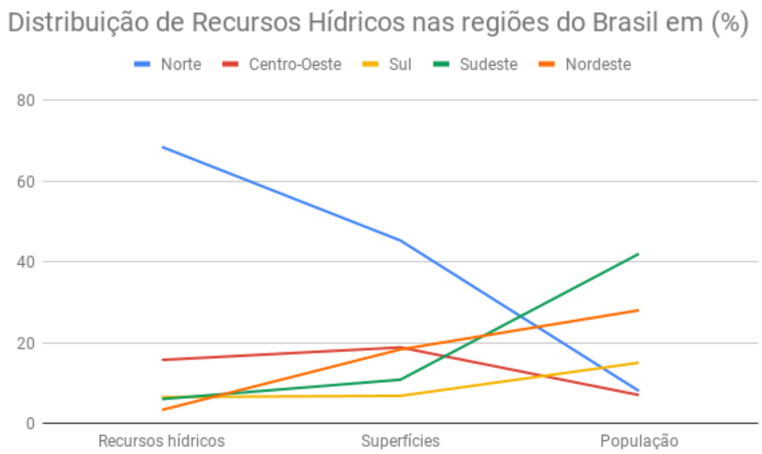
Figura 17 – Exemplo de Gráfico de Setor/Pizza



Criado pelo autor uitlizando planilha do Google Docs

certo tipo de dado ao longo do tempo. Por ter uma forma muito simples, ele apresenta facilmente as alterações de acréscimos ou decréscimos.

Figura 18 – Exemplo de Gráfico de Linha

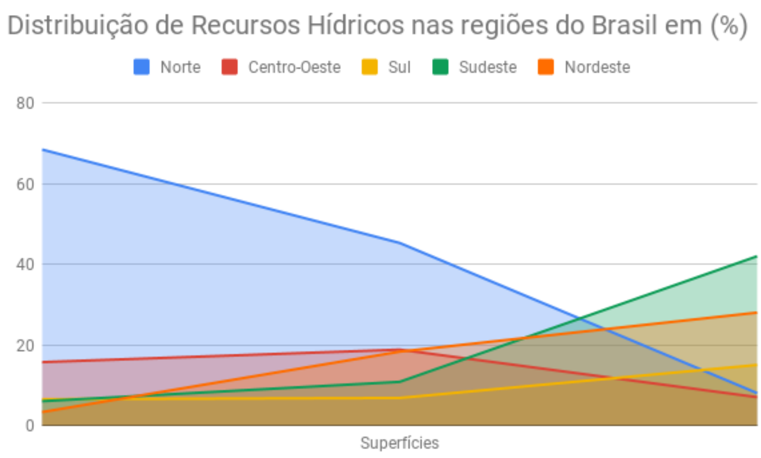


Criado pelo autor uitlizando planilha do Google Docs

3.8.6 Gráfico de áreas

O gráfico de áreas tem como base um gráfico de linhas, onde preenchemos a área compreendida da linha até o eixo x. Geralmente esses gráficos são utilizados para destacar uma proporção entre os dados sobre o todo. Também serve para ressaltar, relações entre os dados. Veja a Figura 19.

Figura 19 – Exemplo de Gráfico de Áreas



Criado pelo autor uitlizando planilha do Google Docs

4 Propostas de Atividades

4.1 Introdução sobre as fichas

Nesse capítulo vamos abordar nosso produto final e a apresentação das fichas de atividades. Em cada ficha teremos o cuidado de apresentar de forma organizada a ideia que permeia todo o trabalho. Após a apresentação de cada ficha fizemos uma explanação das respostas que podem ser esperadas dos alunos, bem como, anotações de problemas e perguntas que consideramos que o aluno possa fazer.

Esse é um trabalho em contínuo desenvolvimento, e acredito que futuramente poderemos ter uma espécie de versões para essas fichas onde, ao serem adotadas e aplicadas, pudemos anexar ideias e novas perguntas.

Nas fichas podem ser encontrados as informações como títulos, tempo de duração, conteúdos e séries a serem aplicados, os textos sugeridos. Podem ser trocados por textos de igual conteúdo, sendo para isso necessário fazer pequenos ajustes às perguntas.

A ideia central das fichas tratará de um problema do meio ambiente, baseado em um levantamento de dados, feito através de uma fonte terciária. O aluno começa entendendo com pequenos cálculos, evoluindo para a montagem de uma sequência, o desenvolvimento de um padrão. Com esse padrão ele consegue fazer projeções e perspectivas através de simulações, e desenvolver estratégias para que aquela condição ocorra ou não.

4.2 Avaliação

Por se tratar de uma aula diferenciada, não podemos pensar em uma avaliação tradicional. Dessa forma o professor deve ter a consciência de utilizar outros mecanismos tais como: notas sobre atividades, organização, participação, desenvolvimento, apresentação de resultados, entre outros.

4.3 Ficha de Atividade Matemática Ambiental 1 - Cerrado Brasileiro

1. **TÍtulo:** Cerrado Brasileiro - Desmatamento
2. **Tópicos de Matemática Sugeridos:** porcentagem (EF II - 6o. ano em diante), progressão geométrica (*EFII - 8o.ano em diante*),tabelas (*EFII - 6o.ano em diante*), gráficos estatísticos (*EFII - 8o. ano em diante*), função exponencial (*EM*), gráfico cartesiano (*9o. ano em diante*)
3. **Habilidades BNCC sugeridas:** EF06MA13, EF07MA02, EF07MA05, EF07MA29, EF07MA37, EF08MA04, EF09MA05, EM13MAT304, EM13MAT313.
4. **Objetivos Gerais:** Ensinar conteúdos matemáticos com base em aquisição de dados reais, que levem o aluno a compreender a matemática como uma ferramenta poderosa no tratamento de informação e como ferramenta para base de conclusões.
5. **Objetivo Específico:** Com base nas informações retiradas de textos, levar um aluno a um pensamento crítico, que o faça pensar e sentir a necessidade de agir em prol da sua comunidade, procurando soluções com base em informações concisas.
6. **Textos sugeridos**

   (I) Como um exemplo, o cerrado na região central do Brasil, anualmente sofre com o desflorestamento para a produção de grãos, se esse desmatamento continuar na mesma proporção esse tipo de vegetação estará completamente extinta em 2030.

   fonte:https://www.conservation.org/blog/figueres-to-european-leaders-climate-action-requires-protecting-forests
   acessado em: 23/07/2019. Tradução livre do autor.

   (II) Abrangendo mais de 2 milhões de quilômetros quadrados no centro do Brasil, o cerrado é muitas vezes ofuscado pelas paisagens mais conhecidas que o cercam. No entanto, essa savana tropical não é apenas um foco de biodiversidade que abriga muitas espécies diversas e ameaçadas - também é o centro agrícola do Brasil. Como o berço de alguns dos principais sistemas fluviais do Brasil, a região do cerrado é também conhecida como “tanque de água do Brasil”.
   No entanto, o recente desenvolvimento agrícola substituiu quase 60% do domínio do cerrado por pastagens e vastas plantações de soja, algodão, milho, cana-de-açúcar e outras culturas comerciais. O ritmo acelerado dessas mudanças é mais alarmante; cerca de 85.000 quilômetros quadrados (uma área maior que a da Áustria) do cerrado foram desmatados apenas entre 2002 e 2008. Naturalmente, tal ação não fica impune. Além dos impactos negativos sobre a biodiversidade,

a conversão do uso da terra também está ameaçando o suprimento de água do cerrado através da erosão, poluição e uso excessivo.

fonte: https://www.conservation.org/blog/in-brazil-working-to-safeguard-1-8-of-the-world-s-fresh-water acessado em: 23/07/2019. Tradução livre do autor

7. **Duração Sugerida:** 5 aulas de 50 minutos

8. **Avaliação:**

   - Os alunos deverão entender amplamente a teoria de porcentagem, progressão geométrica e função exponencial, tabelas e gráficos. Para isso deverão fazer um seminário explicando os resultados obtidos a seus pares.
   - Deverá ser produzido cartazes com gráficos e tabelas que demonstrem o desmatamento e as suas implicações, para serem afixados no colégio e/ou em pontos chaves para a conscientização dos colegas e comunidade.

9. **Atividades:**

   a) De acordo com os dados dos textos: (I) e (II), qual a área de cerrado que havia restado até 2002?

   b) Com o desmatamento ocorrido pelas plantações quanto dessa vegetação existem atualmente?

   c) Levando em consideração que temos uma perspectiva que até 2030 não haverá mais cerrado, qual será a área anual desmatada, e quanto isso representa em porcentagem.

   d) Qual a área de cerrado desmatada até 2002?

   e) Monte uma tabela da área de cerrado desmatada de 2002 até 2030, levando em consideração que a porcentagem desmatada ao longo dos anos se mantenha constante.

   f) Faça um gráfico com os dados obtidos na tabela do item anterior.

   g) Levando em consideração que conseguimos parar esse desmatamento e que possamos fazer o reflorestamento de 2% da área desmatada por ano, monte uma tabela indicando o ano e a quantidade de área reflorestada.

   h) Quanto tempo demoraria para repor a área desmatada de 2002 a 2008?

4.3.1 Sugestão e Comentários de Possíveis Respostas da Ficha 1

Questão (a)

Nesse ponto pode ser introduzido e/ou reforçado o conceito de porcentagem para o aluno. Para obter o resultado, será necessário que o aluno calcule 40% de dois milhões de quilômetros quadrados. Para isso, podemos utilizar do fundamental teórico contido em 3.2.1. Obtendo:

$$40\% \times 2000000 = \frac{40}{100} \times 2000000 = 800000$$

Chegando à conclusão que, até 2002, os 40% que ainda restam do cerrado correspondem a uma área de aproximadamente 800.000 km^2.

Questão (b)

Nesse tópico a situação problema é bem simples, e é indicada principalmente para os anos iniciais. Basta que o aluno identifique a operação necessária para obter a resposta em questão, que é subtrair 85.000 de 800.000.

$$800000 - 85000 = 715000$$

Chegamos dessa forma a conclusão que, até 2008, a área do cerrado que ainda resta é equivalente a aproximadamente 715.000 km^2.

Questão (c)

Essa questão é bem delicada e bem polêmica. O aluno pode ter alguns caminhos diferentes que tentarei reproduzir aqui, apesar de que em uma situação real, pode acontecer outros raciocínios que não apresentamos nessa demonstração.

Um aluno pode imaginar que se em 2008 existiam ainda 715.000 quilômetros quadrados de área de cerrado, e que em 2030 essa área seria de zero, nós teríamos então um prazo de 21 anos para o prazo final e desta forma:

$$715000/21 = 34047,62$$

Segundo as informações que obtivemos do item b, o aluno divide 715.000 pelo tempo que resta de 2008 até 2030, ou seja, 21 anos, o que lê dá um resultado de um desmatamento constante. O aluno então poderia dizer que a destruição do cerrado ocorreria com uma área de 34.047,62 km^2/ano.

Um outro grupo poderia seguir a ideia de que, uma vez que temos 40% e teremos 0% em 2030, de 2002 até 2030, o que daria 27 anos e teríamos então:

$$40\%/27 = 1,48\%$$

Quais dos raciocínios está correto? Será que ambos significam a mesma coisa? O que é constante no desmatamento a área desmatada ou a porcentagem da área restante? Seria interessante que cada grupo fizesse uma tabela dos seus valores para verificar o que realmente está acontecendo e qual seria o modelo real que poderia ter seguido.

Nesse ponto os alunos podem lançar mão de ferramentas digitais, tais como planilhas eletrônicas, recomendo a utilização do google docs, calculadoras. Nas séries iniciais existe a possibilidade de um grande treino de cálculo tanto para porcentagem quanto para o cálculo com números decimais. A tabela da primeira hipótese ficaria como se vê na Tabela 3.

Tabela 3 – Considerando uma área desmatada fixa por ano

Ano	Área Restante km^2	Área Desmatada km^2	Percentual Desmatado %	Nova Área km^2
2008	——	——	——-	——
2009	715000	34047,62	4,76%	680952,38
2010	680952,38	34047,62	5,00%	646904,76
2011	646904,76	34047,62	5,26%	612857,14
2012	612857,14	34047,62	5,56%	578809,52
2013	578809,52	34047,62	5,88%	544761,9
2014	544761,9	34047,62	6,25%	510714,28
2015	510714,28	34047,62	6,67%	476666,66
2016	476666,66	34047,62	7,14%	442619,04
2017	442619,04	34047,62	7,69%	408571,42
2018	408571,42	34047,62	8,33%	374523,8
2019	374523,8	34047,62	9,09%	340476,1
2020	340476,18	34047,62	10,00%	306428,56
2021	306428,56	34047,62	11,11%	272380,94
2022	272380,94	34047,62	12,50%	238333,32
2023	238333,32	34047,62	14,29%	204285,7
2024	204285,7	34047,62	16,67%	170238,08
2025	170238,08	34047,62	20,00%	136190,46
2026	136190,46	34047,62	25,00%	102142,84
2027	102142,84	34047,62	33,33%	68095,22
2028	68095,22	34047,62	50,00%	34047,6
2029	34047,6	34047,62	100,00%	0,0

Observamos que a álgebra pode nos levar a um erro de perspectiva, mas observamos que na realidade se em algum ponto tivéssemos um desmatamento de 25% da área restante com toda a certeza haveria muito clamor público para interceder junto a esse fato. O que não seria nada interessante para pessoas que estariam interessadas em acabar com essa área para poder plantar outras culturas que julgam mais lucrativas.

Como podemos ver, houve aqui algum tipo de aproximação feita pelo aluno, pois quando chegamos no ano de 2029, o valor se transforma em negativo, ao invés de simplesmente zerar, no ano de 2030. Portanto já teríamos o final do cerrado, e esse valor negativo então deve ser contido, mostrando que desse ponto para frente não deveremos mais ter cerrado algum.

De outro lado as pessoas que pensaram na porcentagem poderiam montar uma tabela. Veja a Tabela 4

Tabela 4 – Considerando uma porcentagem fixa de desmatamento por ano, calculada de forma errônea.

Ano	Área Restante km^2	Área Desmatada km^2	Porcentagem Desmatada %	Nova Área km^2
2002	800.000,00	11.840,00	1,48%	788.160,00
2003	788.160,00	11.664,77	1,48%	776.495,23
2004	776.495,23	11.492,13	1,48%	765.003,10
2005	765.003,10	11.322,05	1,48%	753.681,06
2006	753.681,06	11.154,48	1,48%	742.526,58
2007	742.526,58	10.989,39	1,48%	731.537,18
2008	731.537,18	10.826,75	1,48%	720.710,43
2009	720.710,43	10.666,51	1,48%	710.043,92
2010	710.043,92	10.508,65	1,48%	699.535,27
2011	699.535,27	10.353,12	1,48%	689.182,15
2012	689.182,15	10.199,90	1,48%	678.982,25
2013	678.982,25	10.048,94	1,48%	668.933,31
2014	668.933,31	9.900,21	1,48%	659.033,10
2015	659.033,10	9.753,69	1,48%	649.279,41
2016	649.279,41	9.609,34	1,48%	639.670,08
2017	639.670,08	9.467,12	1,48%	630.202,96
2018	630.202,96	9.327,00	1,48%	620.875,95
2019	620.875,95	9.188,96	1,48%	611.686,99
2020	611.686,99	9.052,97	1,48%	602.634,02
2021	602.634,02	8.918,98	1,48%	593.715,04
2022	593.715,04	8.786,98	1,48%	584.928,06
2023	584.928,06	8.656,94	1,48%	576.271,12
2024	576.271,12	8.528,81	1,48%	567.742,31
2025	567.742,31	8.402,59	1,48%	559.339,72
2026	559.339,72	8.278,23	1,48%	551.061,50
2027	551.061,50	8.155,71	1,48%	542.905,78
2028	542.905,78	8.035,01	1,48%	534.870,78
2029	534.870,78	7.916,09	1,48%	526.954,69
2030	526.954,69	7.798,93	1,48%	519.155,76

Qual foi o erro cometido? Porque que a divisão que o grupo utilizou para verificar a porcentagem anual de desmatamento não funcionou? Para as turmas de ensino médio vale a pena introduzir os conceitos de função exponencial e os cálculos de como descobrir o valor x, sabendo-se o valor y. Para as classes iniciais será necessário um tratamento mais prático do que pode acontecer.

Após uma breve discussão poderemos abrir para ver se algum aluno fez uma tabela correta. O que significa então dizer que existe uma taxa de desmatamento anual de 1,5% ao ano? Como justificamos essa informação de que em 2030 o cerrado estaria encerrado? Teríamos nesse texto alguma informação equivocada? Qual seria ela?

Levando em consideração que a taxa de desmatamento é constante e em 2008 temos uma área de 715.000 km^2 de área de cerrado ficaríamos com a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
715000 \times \left(1 - \frac{t}{100}\right)^{21} &= 1 \\
\left(1 - \frac{t}{100}\right)^{21} &= \frac{1}{715000} \\
1 - \frac{t}{100} &= \sqrt[21]{\frac{1}{715000}} \\
1 - \frac{t}{100} &= 0,5263 \\
-\frac{t}{100} &= -0,4737 \\
t &= 47,37
\end{aligned}$$

Comentar e mostrar para os alunos, que apesar do número $\frac{1}{715000}$, ser um número muito pequeno, ele equivale a aproximadamente a 0,0000001398601, ao extrairmos a raiz quadrada que na maioria dos casos acaba fornecendo um número menor do que o número utilizado, nesse intervalo que vai de -1 até 1, ocorre exatamente ao contrário esse número acaba ficando muito maior do que o original.

Verificamos que através das informações dos dois textos temos alguma coisa errada, uma vez que, para termos o final do cerrado acontecendo em 2030, teríamos que ter uma taxa de variação anual de aproximadamente 47,37%.

Questão (d)

Utilizando os dados que obtivemos da questão (a), verificamos que atualmente resta da área total do cerrado, que segundo o texto (I) era de 2.000.000, para 800.000. Logo efetuando a subtração de valores obteremos, o valor perguntando na questão:

$$2000000 - 800000 = 1280000$$

Questão (e)

Nessa questão podemos facilmente verificar o funcionamento de uma progressão geométrica com razão menor que 1, ou função exponencial de base menor que 1.

Tabela 5 – Considerando uma taxa de desmatamento anual, calculada corretamente

Ano	Área Restante km^2	Área Desmatada km^2	Porcentagem Desmatada %	Nova Área km^2
2008	715.000,00	338.695,50	47,37%	376.304,50
2009	376.304,50	178.255,44	47,37%	198.049,06
2010	198.049,06	93.815,84	47,37%	104.233,22
2011	104.233,22	49.375,28	47,37%	54.857,94
2012	54.857,94	25.986,21	47,37%	28.871,74
2013	28.871,74	13.676,54	47,37%	15.195,19
2014	15.195,19	7.197,96	47,37%	7.997,23
2015	7.997,23	3.788,29	47,37%	4.208,94
2016	4.208,94	1.993,78	47,37%	2.215,17
2017	2.215,17	1.049,32	47,37%	1.165,84
2018	1.165,84	552,26	47,37%	613,58
2019	613,58	290,65	47,37%	322,93
2020	322,93	152,97	47,37%	169,96
2021	169,96	80,51	47,37%	89,45
2022	89,45	42,37	47,37%	47,08
2023	47,08	22,30	47,37%	24,78
2024	24,78	11,74	47,37%	13,04
2025	13,04	6,18	47,37%	6,86
2026	6,86	3,25	47,37%	3,61
2027	3,61	1,71	47,37%	1,90
2028	1,90	0,90	47,37%	1,00
2029	1,00	0,47	47,37%	0,53
2030	0,53	0,25	47,37%	0,28

Questão (f)

Figura 20 – Exemplo de Gráfico para a questão f da ficha 1

fonte:Criado pelo autor utilizando google docs

Questão (g)

Para esse tópico o aluno deve considerar a área desmatada que seria de $2000000 - 715000 = 1285000$, ou seja, teríamos até o momento de 2008 uma área desmatada de 1.285.000 km^2, e fazendo o replantio de 2% dessa área teríamos:

Tabela 6 – Reflorestamento levando em consideração replantio de 2%

Ano	Área Desmatada km^2	Área Reflorestada km^2	Nova Área km^2
2008	1.285.000,00	25.700,00	1.259.300,00
2009	1.259.300,00	25.186,00	1.234.114,00
2010	1.234.114,00	24.682,28	1.209.431,72
2011	1.209.431,72	24.188,63	1.185.243,09
2012	1.185.243,09	23.704,86	1.161.538,22
2013	1.161.538,22	23.230,76	1.138.307,46
2014	1.138.307,46	22.766,15	1.115.541,31
2015	1.115.541,31	22.310,83	1.093.230,48
2016	1.093.230,48	21.864,61	1.071.365,87
2017	1.071.365,87	21.427,32	1.049.938,56
2018	1.049.938,56	20.998,77	1.028.939,79
2019	1.028.939,79	20.578,80	1.008.360,99
2020	1.008.360,99	20.167,22	988.193,77

Questão (h)

De acordo com o texto (II) temos, no período indicado, que a área desmatada foi de 85.000 km^2. Devemos então procurar a quantidade de períodos necessária para que a soma resulte em um valor maior ou igual ao valor desmatado. Nesse ponto, nos anos iniciais, os alunos podem utilizar a tabela anterior, para poder fazer a soma das linhas até alcançar o valor desejado e o número de colunas que eles utilizarem, será o número de anos necessários para essa reposição.

Desta forma teríamos:

$$85000 - 25700 = 59300 - 25186 = 34114 - 24682,28 = 9431,72 - 24188,63 = -14756,91$$

Como podemos observar, seriam necessários 4 anos para poder fazer a reposição de acordo com os dados do problema.

4.4 Ficha de Atividade Matemática Ambiental 2 - Distribuição de Recursos Hídricos

1. **TÍtulo:** Distribuição de Recursos Hídricos

2. **Tópicos de Matemática Sugeridos:** porcentagem (*EFII - 6o. ano em diante*), progressão geométrica (*EFII - 8o.ano em diante*),progressão aritmética (*EFII - 8o.ano em diante*), gráficos estatísticos (*EFII - 8o. ano em diante*).

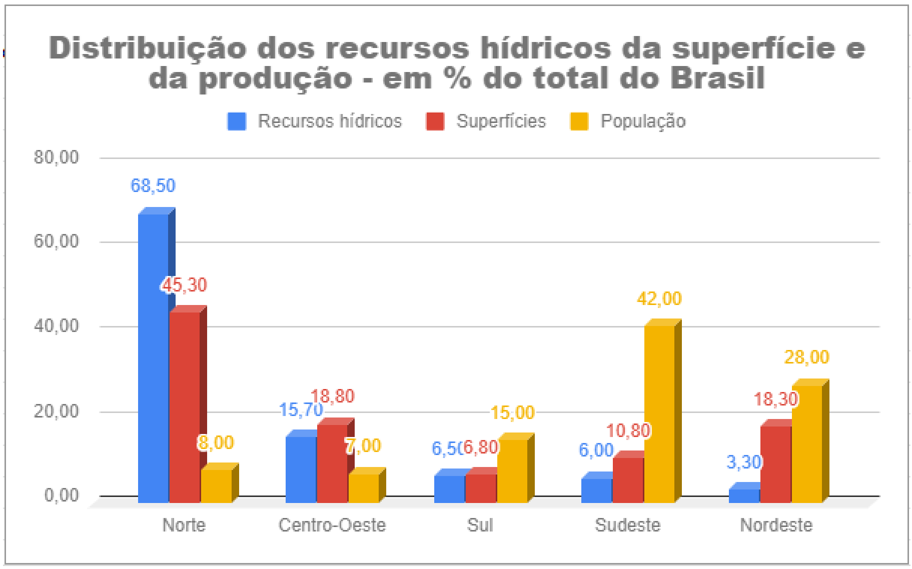
3. **Habilidades BNCC sugeridas:** EF06MA13, EF07MA02, EF07MA05, EF07MA29, EF07MA37, EF08MA04, EF09MA05, EM13MAT301, EM13MAT313.

4. **Objetivos Gerais:** Integrar os conceitos matemáticos com assuntos do dia a dia do aluno, para que esse perceba a matemática como uma ferramenta de ativo pensar e argumentação.

5. **Objetivo Específicos:** Conscientizar o aluno através de levantamento de dados e cálculos da necessidade do uso consciente de água, levando-o a ajudar a sua comunidade, num esforço constante para preservar os recursos hídricos, cuja falta pode trazer danos rapidamente.

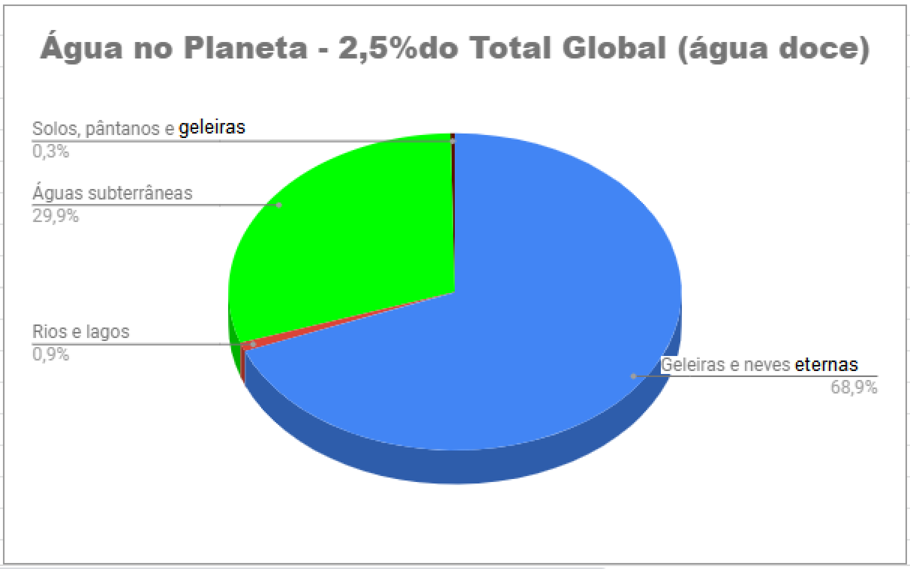
6. **Figuras Sugeridas**

Figura 21 – Distribuição dos Recursos hídricos Ficha 2



fonte:Gráfico feito pelo autor com base no gráfico contido em (GIOVANNI; CASTRUCCI; JR, 2009), p.169 v. 3

Figura 22 – Água no Planeta - Ficha 2



fonte:Gráfico feito pelo autor com base no gráfico contido em (GIOVANNI; CASTRUCCI; JR, 2009), p.169 v. 3

7. **Duração Sugerida:** 10 aulas de 50 minutos

8. **Avaliação:**

   - Os alunos deverão entender amplamente a teoria de porcentagem, progressão geométrica e função exponencial, tabelas e gráficos, para isso deverão fazer um seminário explicando os resultados obtidos a seus pares.
   - Deverá ser produzido cartazes com gráficos, e tabelas, que demonstrem a distribuição e suas implicações, para serem afixados no colégio e/ou em pontos chaves para a conscientização dos colegas e comunidade.

9. **Textos sugeridos**

   (I) Mais de 1 bilhão de pessoas poderão sofrer com a falta de água em um futuro próximo. As populações pobres do mundo serão as mais afetadas pelo aquecimento global, em 2025, dois terços da população viverão em áreas onde as reservas de água serão limitadas. O Brasil - privilegiado quanto ao volume de recursos hídricos - possui cerca de 12% de toda a água doce do planeta. Porém, a disponibilidade desses recursos não é uniforme no país.

fonte: (GIOVANNI; CASTRUCCI; JR, 2009, p. 169 v.3)

(II)

Faixa de Consumo	Unidade	Água (R$)	Esgoto (R$)	Total (R$)
De 0 a 10	m^3	2,13	1,70	3,83
De 11 a 15	m^3	3,50	2,80	6,30
De 16 a 25	m^3	5,22	4,17	9,39
De 26 a 40	m^3	7,13	5,70	12,83
De 41 a 60	m^3	8,42	6,73	15,15
De 61 a 100	m^3	9,60	7,68	17,28
Acima de 100	m^3	11,03	8,83	19,86

fonte:https://www.saaesaocarlos.com.br/docs/ares/2019/20190702resolucao.pdf
acessado em: 07.08.2019

(III) De acordo com dados mundiais o gasto médio de água, tratada e encanada, é em torno de 5,4 m^3 (metros cúbicos) por pessoa/mês. Por exemplo, uma residência com quatro moradores terá seu consumo estimado em $22m^3$.

fonte:http://www.procon.sp.gov.br/texto.asp?id=681
acessado em: 07.08.2019

10. **Leitura Complementar:** Texto Geo Brasil. Texto contido no endereço http://arquivos.ana.gov.br/wfa/sa/GEO%20Brasil%20Recursos%20H%C3%ADdricos%20-%20Resumo%20Executivo.pdf acessado em: 06.08.2019

11. **Atividades:**

a) Que tipo do gráfico aparece na Figura 27?

b) Qual o tipo do gráfico da Figura 28?

c) Indique a região:

- com maior superfície
- com mais recursos hídricos;
- com a segunda menor concentração de população;

d) Que região tem menor porcentagem de recursos hídricos do nosso país?

e) Em que região há a maior concentração de população?

f) Pode-se dizer que, quanto maior a superfície da região, maior é o número de habitantes? Justifique a sua resposta.

g) Quantos por cento de água doce do mundo estão na região sudeste brasileira? Explique como você pensou para responder.

h) Pode-se dizer que a região que dispõe de mais recursos hídricos é a que possui a maior população?

i) Quais seriam os fatores que podem diminuir a quantidade de água potável no planeta?

j) Até que ponto a poluição de rios e lagos impacta na produção de água potável?

k) Qual o custo da água potável? Quais processos são necessários para termos a água em nossas áreas?

l) De onde vem a água mineral? Ela pode vir a ser uma solução em regiões onde aconteça a diminuição de água potável?

m) Qual a região que possui mais recursos hídricos per capta?

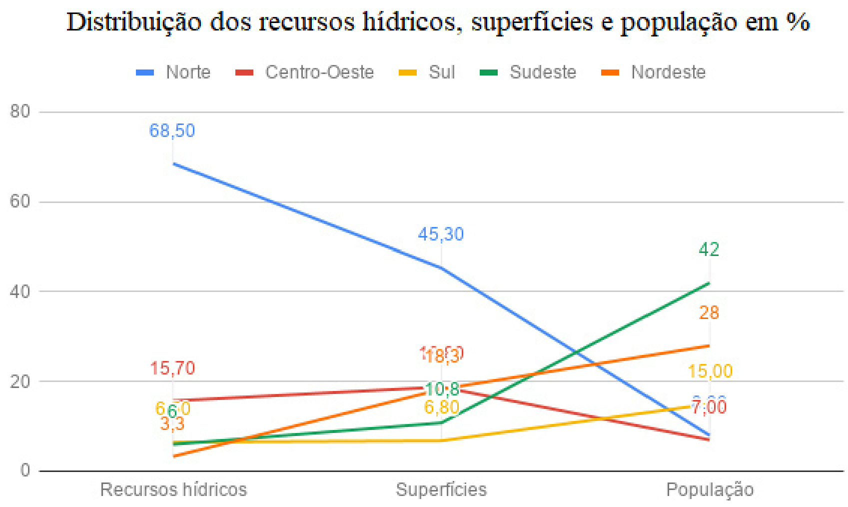
4.4.1 Sugestão e Comentários de Possíveis Respostas das Atividades

Questão (a)

Para os anos iniciais essa é uma boa questão para discutir os tipos de gráficos estatísticos que estamos utilizando. Nos anos mais evoluídos, podemos fazer aqui uma discussão sobre o tipo de gráfico utilizado e se existiria algum tipo mais indicado. Uma prática pedagógica muito interessante é pedir para que os alunos refaçam o gráfico em questão, utilizando outros tipos de formas de gráficos estatísticos.

No caso do gráfico da figura 27, nós temos claramente um gráfico de barras, também conhecido com histograma, uma outra forma interessante para esse gráfico poderia ser em forma de gráfico de linha. O aluno poderia explorar todos esses gráficos, utilizando uma ferramenta de planilha eletrônica, obtendo um gráfico muito parecido com o da Figura 23

Figura 23 – Distribuição dos Recursos hídricos Ficha 2 - Linhas



fonte:Gráfico feito pelo autor com base no gráfico contido em (GIOVANNI; CASTRUCCI; JR, 2009, p.169 v.3)

Para o gráfico de linha podemos mostrar como fica interessante fazermos a mudança dos eixos x e y colocando agora as regiões como série de dados.

Questão (b)

As mesmas considerações feitas na questão (a) se aplicam aqui, e o aluno respondendo que esse tipo de gráfico é um gráfico de pizza, ou gráfico setorial. Interessante abrir uma discussão dos tipos de gráficos como o histograma para compararmos várias grandezas, contra o gráfico setorial que compara somente uma grandeza dentro de vários itens.

Questão (c)

Desejamos verificar se o aluno consegue interpretar o gráfico, extrair os dados necessários ao desenvolvimento do exercício e fazer uma comparação entre esses. O aluno deverá interpretar o conteúdo do gráfico da Figura 27. No histograma essa tarefa torna-se muito fácil, por ser um tipo de gráfico para comparação entre grandezas. Esperamos que o aluno dê a seguinte resposta:

- região com a maior superfície: região norte com 45,50%
- região com mais recursos hídricos: região norte com 68,50%
- regão com a segunda menor concentração de população: região norte com 8%

Isso é só um exemplo da quantidade de perguntas que podemos fazer, tendo um gráfico estatístico, de levantamento de dados. Essas perguntas diretas são a base para todo o questionamento crítico que podemos fazer a partir do entendimento de um gráfico.

Questão (d)

Continuamos na ficha fazendo uma série de perguntas diretas que vão evoluindo para um desfecho de uma discussão interessante. Analisando ainda o gráfico da Figura 27, esperamos que o aluno observe que a região com menor porcentagem de recursos hídricos é a região nordeste.

Questão (e)

Essa questão temos um treino da análise de gráficos e leituras de valores, que com toda certeza é uma competência muito importante a ser desenvolvida e verificada pelo aluno. Nessa questão esperamos que o aluno identifique a região com maior concentração de população como sendo a região sudeste.

Questão (f)

Após todo o treino de leitura e análise do gráfico, finalmente uma pergunta mais crítica onde o aluno tem que observar as informações trazidas pelo gráfico, compará-las e tirar conclusões sobre os dados analisados.

Olhando para o gráfico da Figura 27, seria interessante que o aluno, desenvolvesse uma tabela de comparação que pode ser útil para outras discussões e perguntas a serem feita sobre o tema. Desta forma teríamos o seguinte exemplo de tabela.

A região que tem a maior superfície, não possui a maior população e o aluno pode questionar sobre qual o motivo. Muitos fatores podem ser anotados, dentre eles o tipo do terreno, ou dificuldades climáticas, que fazem com que a população somente fique em um pequeno trecho da área. Esse é um excelente momento para podermos conversar sobre densidade demográfica. A densidade demográfica nada mais é que uma razão, ou seja, uma divisão entre o número de habitantes de uma região e a superfície que ela possui. Uma questão adicional de interesse seria complementar essa tabela colocando uma coluna com

Tabela 7 – Tabela de comparação entre superfície e populações das regiões brasileiras

Região	Superfície	População
Norte	45,30	8
Centro-Oeste	18,80	7
Sul	6,80	15
Sudeste	10,80	42,00
Nordeste	18,30	28,00

Tabela 8 – Densidade demográfica por região no Brasil

Região	Superfície	População	Densidade Demográfica
Norte	45,30	8	0,1766
Centro-Oeste	18,80	7	0,3723
Sul	6,80	15	2,21
Sudeste	10,80	42,00	3,89
Nordeste	18,30	28,00	1,53

a densidade demográfica de cada região. Veja a Tabela 8. O aluno além de analisar as informações, pode gerar novas a partir das existentes, abrindo um leque maior com base num único gráfico. Desta forma o aluno adicionará uma nova coluna na tabela, com base na seguinte fórmula matemática:

$$\text{Desidade Demográfica} = \frac{\text{Total de Habitantes}}{\acute{A}rea} = \frac{População}{Superfície}$$

Toda vez que temos fórmulas e contas para serem aplicadas na tabela, compete ao professor verificar as habilidades dos seus alunos. Se ainda estão treinando contas, é muito importante que essas sejam feitas de forma manual, para fixar os conteúdos aprendidos. Em salas onde essa competência já está bem desenvolvida, pode ser utilizada uma calculadora, havendo recursos disponíveis no ambiente, podemos utilizar uma planilha de cálculo que leva a resultados mais rápidos condições de fazer uma maior exploração dos assuntos. No tópico de tecnologias, sempre que possível, recomendo que o professor use aplicativos que possam ser acessados através do sistema de armazenamento em nuvem, o que facilita o acesso dos dados para todos, podem ser acessados de várias plataformas, até mesmo do celular do aluno.

Possivelmente, após a construção da tabela, podem surgir algumas dúvidas como: a gente somente sabe a porcentagem, como é possível fazer a conta, sem sabermos o valor exato. Temos uma ótima oportunidade para enfatizarmos o principal conceito de porcentagem (Tópico 3.2.1). Na verdade, a porcentagem independe do valor, mas podemos facilmente demonstrar essa independência do valor nas séries iniciais fazendo um exemplo hipotético numérico. Para alunos do 8o. ano em frente, podemos utilizar a manipulação algébrica para isso.

Questão (g)

Um dos conceitos considerados complicados, e até mesmo de difícil manipulação pelos alunos se encontram nesse tópico. Observemos que o aluno tem que entender o gráfico e verificar como proceder para calcular a porcentagem de uma porcentagem. O que se espera do aluno é um domínio da competência da leitura como um todo. Para poder responder essa pergunta, o mesmo vai ter que interpretar do gráfico juntamente com o texto sugerido, seguindo uma linha de raciocínio.

No texto sugerido para o desenvolvimento da atividade, podemos verificar que o Brasil possui 12% de toda a água doce do planeta. Desta forma, com a porcentagem de recursos hídricos apresentada na Figura 27 é em relação ao Brasil, para podermos saber quanto que essa representa da água total do mundo devemos fazer o seguinte cálculo:

$$\frac{\text{Porcentagem região}}{100} \times \frac{12}{100} = \text{Porcentagem mundial região}$$

No início da fórmula temos a transformação da porcentagem em número, lembrando que para fazermos contas com uma porcentagem é necessário que ela esteja na sua forma de fração ou número decimal, Tópico 3.2.1. Essa porcentagem deve ser multiplicada pelos 12% que o Brasil possui da região mundial.

Uma das formas de explicar facilmente esse cálculo da porcentagem da porcentagem, é imaginar que desejamos calcular 50% de 20%. Para isso vamos utilizar um recurso geométrico. Vamos imaginar que temos um retângulo que identifica 100%. Observe que:

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

Isso significa então que para calcularmos 50% do retângulo basta que dividamos o mesmo em duas partes e vamos pegar uma. Em seguida, dessa parte que pegamos, fazemos uma nova divisão agora pegando 25%. Seguindo o mesmo raciocínio anterior, teremos então:

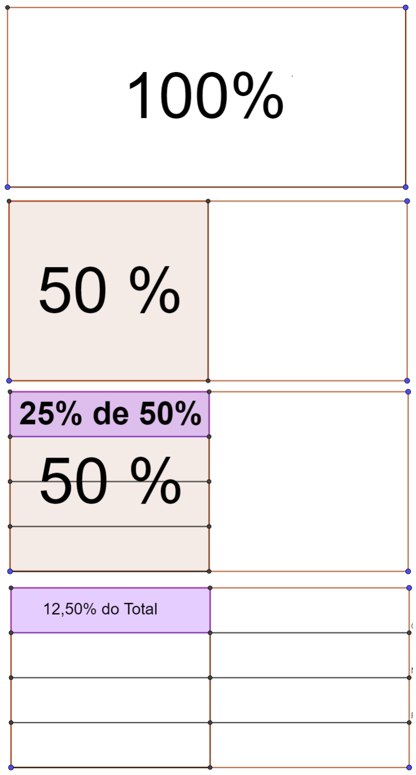
$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

Com isso vemos que para termos 25% da parte restante do retângulo, basta, dividirmos essa parte em quatro partes e pegarmos uma. Prolongando todas as divisões feitas no retângulo, podemos verificar que esse retângulo fica divido em 8 partes das quais nós tomamos somente uma, ou seja:

$$50\% \text{ de } 25\% = \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$$

Temos assim uma resolução gráfica muito interessante para apresentar ao aluno. Veja a Figura 24.

Figura 24 – Explicação gráfica do cálculo de porcentagem



fonte:Criado pelo autor utilizando Geogebra e o Paint

Questão (h)

Essa pergunta é muito interessante, será que a população tende a se preocupar em se colocar em uma região com mais recursos hídricos? Novamente analisamos o gráfico da Figura 27 e obtemos as duas informações pedidas. Desta forma o aluno verifica que :

- A região que dispões de mais recursos hídricos é a região norte com 68,50 % dos recursos, mas em contrapartida também podemos observar que essa é a região que ocupa o penúltimo lugar em número de habitantes.
- A região que possui a maior população é a região sudeste, com 42% do total da população, mas esta é também a região que ocupa o penúltimo lugar no quesito recursos hídricos.

Desta forma o aluno consegue verificar que a afirmação da questão é falsa e pode, nesse momento, começar a se perguntar: será que a região que tem a maior população tem um baixo recurso hídrico devido ao excesso de população, provocando assim um consumo excessivo que provoca um baixo recurso hídrico nessa região? Ou, essa região já teria um baixo recurso hídrico mas, mesmo assim, a população fixa-se nessa região devido à outras vantagens? Existe alguma forma de fazer uma transposição de recursos? Seria possível repassarmos os recursos excedentes, por exemplo, da região Norte para a região Sudeste, para que não tenhamos um agravamento de recursos nessa região?

Lembro que esse assunto é muito vasto, e que podemos desmembrar em vários trabalhos de pesquisas a serem desenvolvidos pelos alunos. Para termos um apoio teórico mais consistente, seria interessante utilizarmos outras disciplinas, fazendo um trabalho multidisciplinar.

Esse assuntos são tratados sempre pela mídia, e consideramos bem interessante, que se apresenta uma reportagem com esse tema, lançarmos mão, por exemplo de uma ficha ambiental para fomentarmos as discussões sobre um assunto que o aluno teve contato.

Questão (i)

Essa pergunta é muito crítica e pode trazer várias discussões para a sala como um todo, é muito importante pautarmos e ficarmos atentos, pois muitas suposições infundadas podem surgir. Os alunos podem argumentar que uma das causas da diminuição da quantidade da água potável é o nível do consumo ocorrer acima da velocidade de reposição da mesma na natureza, desta forma uma das pautas com certeza é a utilização racional da água potável. Nesse ponto podemos sugerir que o professor venha a conscientizar os alunos que, em alguns países do mundo, existem pessoas que não tem água potável de boa qualidade para beber, e alguns têm sem nenhum tipo de tratamento.

Matematicamente podemos usar esse assunto para desenvolvermos o princípio de progressões geométricas.

Questão (j)

Por ser um recurso tão escasso os alunos têm que entender, que apesar de sermos um país privilegiado no quesito de água, existe muito pouca água potável no país. Se poluímos a fonte de água que utilizamos, vamos ter que pagar cada vez mais caro pela utilização da água, uma vez que essa água passa a necessitar mais processos de purificação.

Questão (k)

O custo da água potável varia de área para área, mas uma coisa importante a pontuar é que em todos os lugares quanto mais se consome a água, mais caro ela torna-se, como podemos analisar na tabela (II).

Observe que, segundo esses dados, uma família que consome até 10 m^3 além de ter um custo da utilização da água também terá um gasto de esgoto para podermos ter o tratamento. Apesar de essa água não ser potável, essa água do esgoto também tem que receber um tratamento.

Interessante notar que devemos ter um tratamento matemático bem interessante se desejamos colocar esta tabela como uma função condicionada do primeiro grau, uma vez que o valor total é dado através da soma das expressões de cada valor anterior. Verificamos que, para uma faixa de consumo até 10 m^3, a função que o calcula é dado por:

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$f(x) = 2,13x$$

Vamos ver um exemplo do cálculo do gasto de água para uma pessoa que consome 22 m^3, valor que aparece no texto (III). Para inciarmos calculamos o consumo de 10 m^3, da seguinte forma:

$$10 \times 2,13 = R\$21,30$$

Um erro bem comum que o aluno pode cometer é utilizar a segunda faixa de valores com o seu valor total, por exemplo, podemos ter vários alunos, que ao tentarem calcular os valores referentes as faixas de 11 a 15, se utilizem do valor de 15 m^3 ao invés de somente utilizar o valor que ainda não foi cobrado, ou seja, somente os 5 m^3. Desta forma teremos:

$$(15 - 10) \times 3,50 = 5 \times 3,50 = R\$17,50$$

Chegamos então a última faixa de valores que não será utilizada totalmente, pois o valor gasto, não chega no máximo dessa faixa, novamente aqui temos que entender, que somente aplicaremos o valor que ainda não foi tarifado:

$$(22 - 15) \times 5,22 = 7 \times 5,22 = R\$36,40$$

O valor total pago pela água será dado pela soma de todos os valores, resumindo:

$10 \times 2,13$	$21,30$
$5 \times 3,50$	$17,50$
$7 \times 5,22$	$36,40$
Total	$75,20$

Podemos observar que essas medidas para se diminuir o desperdício de água, as vezes, não é a forma mais justa. Como vemos no texto (III), uma pessoa necessita de $5,4$ m^3. Como acabamos de calcular, se 4 pessoas moram juntas na mesma casa por esse sistema de cobrança, ela pagaria R$ 75,20, mas se cada pessoa mora sozinha não iria sair da primeira faixa de cobrança. Logo:

$$5,4 \times 2,13 = R\$11,50$$

Levando em consideração que cada uma das pessoas teria essa conta para ser paga, o total seria $4 \times R\$11,50 = R\$46,00$. Através dessa política de contenção de desperdício de água, a conta para essas quatro pessoas morarem na mesma casa fica $R\$75,20 - R\$46,00 = R\$29,20$ mais cara. Qual seria então a melhor forma de cobrança, talvez poderíamos utilizar na verdade o consumo per capta por residência, ao invés de considerarmos somente o total. Mas como saber quantas pessoas habitam uma casa ?

Para colocarmos esse cálculo numa planilha de cálculo, será necessário criarmos uma função de primeiro grau condicionada:

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2,13x;\ 0 \leq x \leq 10 \\ 10(2,13) + 3,50(x-11);\ 11 \leq x \leq 15 \\ 10(2,13) + 5(3,50) + 5,22(x-16);\ 16 \leq x \leq 25 \\ 10(2,13) + 5(3,50) + 10(5,22) + 7,13(x-26);\ 26 \leq x \leq 40 \\ 10(2,13) + 5(3,50) + 10(5,22) + 15(7,13) + 8,42(x-41);\ 41 \leq x \leq 60 \\ 10(2,13) + 5(3,50) + 10(5,22) + 15(7,13) + 20(8,42) + 9,60(x-61); \\ \qquad 61 \leq x \leq 100 \\ 10(2,13) + 5(3,50) + 10(5,22) + 15(7,13) + 20(8,42) + 40(9,60) + \\ \qquad +11,03(x-100);\ x \geq 100 \end{cases}$$

Para o aluno essa função é bem interessante pois mostra como as funções podem ser utilizadas, nessa situação temos várias funções afim sendo utilizadas, para podermos compor o valor da água potável, de acordo com o consumo feito pelo morador.

Questão (l)

Evidentemente a água mineral vem de reservatórios subterrâneos, e como podemos verificar, esse tipo de água potável corresponde a 29,9% da água potável do globo. Esse tipo de recurso hídrico no Brasil consiste em:

$$12\% \times 29,9\% = 3,58\%$$

No gráfico da Figura 27, temos o total da distribuição de recursos hídricos, que engloba todas as fontes listadas na Figura 28. Desta forma esse meio já estaria contabilizado nas informações não servindo assim de forma a atenuar uma possível falta de recursos.

Questão (m)

O aluno terá que analisar novamente o gráfico, e através dele verificar os dados necessários para essa conta, até esse momento acreditamos que o aluno já tenha entendido que per capta, significa por pessoa, e para sabermos isso então deveremos dividir a quantidade de recursos hídricos em cada região pelo número de pessoas que habitam essa região.

$$\text{hídricos per capta} = \frac{\text{recursos hídricos}}{popula\text{ção}}$$

Será necessário que o aluno crie uma tabela com os dados obtidos e com a informação per capta calculada. O aluno pode criar um gráfico para ficar mais claro essa nova informação calculada. Veja Tabela 9

Tabela 9 – Recursos hídricos per capto por região do Brasil

Região	Recursos Hídricos	População	Recursos per Capta
Norte	68,50	8,00	8,56
Centro-Oeste	15,70	7,00	2,24
Sul	6,50	15,00	0,43
Sudeste	6,00	42,00	0,14
Nordeste	3,30	20,00	0,17

4.5 Ficha de Atividade Matemática Ambiental 3 - Hábitos Alimentares e Aquecimento Global

1. **TÍtulo:** Consumo de carne e aquecimento global
2. **Tópicos de Matemática Sugeridos:** porcentagem (*EFII - 6o. ano em diante*), progressão geométrica (*EFII - 8o.ano em diante*),progressão aritmética (*EFII - 8o.ano em diante*), gráficos estatísticos (*EFII - 8o. ano em diante*).
3. **Habilidades BNCC sugeridas:** EF06MA13, EF07MA02, EF07MA05, EF07MA29, EF07MA37, EF08MA04, EF09MA05, EM13MAT301, EM13MAT313.
4. **Objetivos Gerais:** Introduzir conceitos matemáticos, iniciando pelo entendimento de situações problemas reais, onde o aluno pode verificar a necessidade da utilização dos tópicos, aprender o seu funcionamento e utilizar como ferramenta de tratamento de informação.
5. **Objetivo específico:** Conscientizar o aluno do consumo excessivo de alimentos, e da necessidade da sua produção e utilização consciente, através da produção de dados e informações, que levem a conscientização da comunidade, e venham a trazer possíveis soluções.
6. **Vídeo Sugerido:** https://www.youtube.com/watch?time_continue=8&v=nEf3Z0ik3oQ acessado em: 08.08.2019
7. **Duração Sugerida:** 6 aulas de 50 minutos
8. **Avaliação:**
   - Os alunos deverão entender amplamente a teoria de dos tópicos matemáticos utilizados, para isso deverão fazer um seminário explicando os resultados obtidos à seus pares.
   - Deverá ser produzido cartazes com gráficos, e tabelas, que demonstrem a diminuição do consumo de carne e as suas implicações, para serem afixados no colégio e/ou em pontos chave para a conscientização dos colegas e comunidade.
9. **Textos Sugeridos:**

   (I) Segundo os cientistas, reduzir 90% do consumo de carnes em países ocidentais é necessário para conter o aquecimento global e evitar que o planeta entre em colapso. A produção de alimentos gera gases do efeito estufa na criação de gado, destrói florestas e usa quantidades insustentáveis de água. O estudo é o mais amplo já realizado sobre como hábitos alimentares afetam o meio ambiente.

Seguindo as atuais circunstâncias, segundo a ONU, o mundo precisará produzir 50% a mais de alimentos para sustentar quase 10 bilhões de pessoas até 2050. Se nada for feito, isso pode aumentar o impacto da produção de alimentos no ambiente em até 90% até 2050, para um nível em que o planeta não seja mais um "espaço seguro para a humanidade", diz o estudo.

fonte:https://oglobo.globo.com/sociedade/reduzir-consumo-de-carne-necessario-para-conter-mudancas-climaticas-diz-estudo-23148653
acessado em: 08.08.2019

(II) A pecuária é responsável pela produção de 14,5% do total de gases do efeito estufa, além de impulsionar o desmatamento para a criação de pasto e consumir cerca de 7 mil litros de água para a produção de 500 gramas de carne.

fonte:https://oglobo.globo.com/sociedade/reduzir-consumo-de-carne-necessario-para-conter-mudancas-climaticas-diz-estudo-23148653
acessado em: 08.08.2019

(III) Sobre mudar as práticas agrícolas, os pesquisadores apontam que isso envolve aumentar os rendimentos das terras agrícolas existentes, melhorando o gerenciamento da água e restringindo o uso de fertilizantes.

Com relação à quantidade de comida descartada atualmente um terço do total, também precisaria ser reduzida para metade e melhores práticas para aumentar a produtividade, reduzir fertilizantes e melhorar a gestão da água em todo o mundo.

https://oglobo.globo.com/sociedade/reduzir-consumo-de-carne-necessario-para-conter-mudancas-climaticas-diz-estudo-23148653
acessado: 08.08.2019

(IV) O documento destaca que uma mudança para uma dieta baseada em vegetais pode ajudar a combater a mudança climática, e além disso mais pessoas poderiam ser alimentadas com um menor uso da terra e a diminuição do consumo de carne. Setores como agricultura, silvicultura e outros tipos de uso do solo representam 23% das emissões humanas de gases do efeito estufa.

https://news.un.org/pt/story/2019/08/1682851
acessado em: 08.08.2019

(V) Para essa situação contribuíram fatores como o crescimento populacional global e as mudanças no consumo alimentar per capita e ainda de rações, de fibras, da madeira e da energia que causaram taxas sem precedentes de uso de terra e água doce. A agricultura consome atualmente cerca de 70% da água doce a nível global.

https://news.un.org/pt/story/2019/08/1682851
acessado em: 08.08.2019

(VI) O IPCC foi criado pela ONU em 1988 para avaliar a ciência relacionada à mudança climática por iniciativa do Programa das Nações Unidas para o Meio

Ambiente, Pnuma, e da Organização Meteorológica Mundial, OMM.
Composto por 195 Estados-membros, o Painel fornece avaliações científicas regulares a políticos sobre temas como mudança climática, suas implicações e possíveis riscos, além de propor estratégias de adaptação e mitigação.
Com essas avaliações, instituições como governos, em todos os níveis, podem dispor de informações científicas para serem usadas na criação de políticas sobre o clima.

fonte:https://news.un.org/pt/story/2019/08/1682851
acessado em: 08.08.2019

10. **Atividades:**

a) Como sabemos que uma diminuição drástica na alimentação é muito complicado, vamos imaginar que façamos uma sugestão para que as pessoas fiquem um dia por semana sem comer carne. Qual seria a porcentagem de diminuição do consumo de carne, levando em consideração que essas pessoas comam carne todos os dias e a mesma quantidade ?

b) Seguindo o raciocínio anterior qual seria a diminuição do consumo de carne no caso de ficarmos dois dias por semana sem comermos carne ?

c) Monte uma tabela com os valores de porcentagem referente a diminuição do consumo de carne diários por semana de 1 a 7. Em seguida monte uma tabela e faça um gráfico.

d) Escreva uma função que representem a diminuição do consumo de carne em função do número de dias por semana, que a pessoa fique sem comer carne. Calcule o valor quando uma pessoa fique 3,5 dias sem comer carne. Faça um gráfico cartesiano dessa função.

e) Analisando os dados, quantos dias sem consumo de carne por semana, seriam necessários, para podermos alcançar a meta de 90% de diminuição.

f) com essa diminuição de 90% no consumo de carne, usando o texto (II) como base, qual séria a diminuição dos gases do efeito estufa ?

g) Ainda com base no texto (II), se levarmos em consideração que cada pessoa consome 500 gramas de carne por dia, quantos litros de água são necessários para produzir a quantidade de carne necessário para o consumo diário de uma cidade com 250.000 habitantes ? Qual Seria o gasto semanal ? Qual seria o gasto mensal ?

h) A ONU calcula que para suprir as necessidades diárias de uma pessoa ao longo do mês são necessários $4m^3$ de água, desta forma, a quantidade de água mensal para se produzir o consumo mensal da cidade, seria suficiente suprir as necessidades de quantas pessoas.

11. **Texto Adicional em Inglês:**
https://wedocs.unep.org/bitstream/handle/20.500.11822/29261/IPCCLand.pdf?sequence=1&isAllowed=y acessado em: 08.08.2019

4.5.1 Sugestão e Comentários de Possíveis Respostas das Atividades

Questão (a)

O aluno tem que demonstrar um domínio do conhecimento de porcentagem e de seu conceito, como não temos aqui nenhum valor envolvido. Para os alunos que ainda não tem muita intimidade com os conceitos, isso cria um certo desconforto, mas o cálculo é muito simples, afinal de contas, a porcentagem pode simplesmente ser colocado como uma divisão, entre o valor desejado e o seu total.

$$
\begin{aligned}
porcentagem &= \frac{\text{dias da semana sem carne}}{\text{total dias na semana}} \times 100 \\
porcentagem &= \frac{1}{7} \times 100 \\
porcentagem &= 0,1428671428571429 \times 100 \\
porcentagem &= 14,28571428571429
\end{aligned}
$$

Nesse temos uma oportunidade excelente de discutirmos sobre a aproximação de valores, e qual seria a aproximação interessante que poderíamos estar usando nessa atividade. Normalmente para essa situações como temos uma perspectiva de valor na casa de 8 bilhões de pessoas, podemos utilizar uma estimativa de 2 casas decimais. Desta forma a resposta nessa situação seria de 14,29%.

Questão (b)

Uma vez que o conceito do cálculo da porcentagem ficou bem entendido e explicado na questão (a), esse item é simplesmente uma repetição do item anterior, na tentativa de mostrar um caminho para o aluno, do desenvolvimento da ideia para conseguirmos modelar uma função.

$$
\begin{aligned}
porcentagem &= \frac{\text{dias da semana sem carne}}{\text{total dias na semana}} \times 100 \\
porcentagem &= \frac{2}{7} \times 100 \\
porcentagem &= 0,2857142857142857 \times 100 \\
porcentagem &= 28,57142857142857 \\
porcentagem &= 28,57
\end{aligned}
$$

Para alguns aluno já é meio que possível verificar um padrão, encaminhando o aluno para que entenda a dinâmica do funcionamento da observação dos dados.

Questão (c)

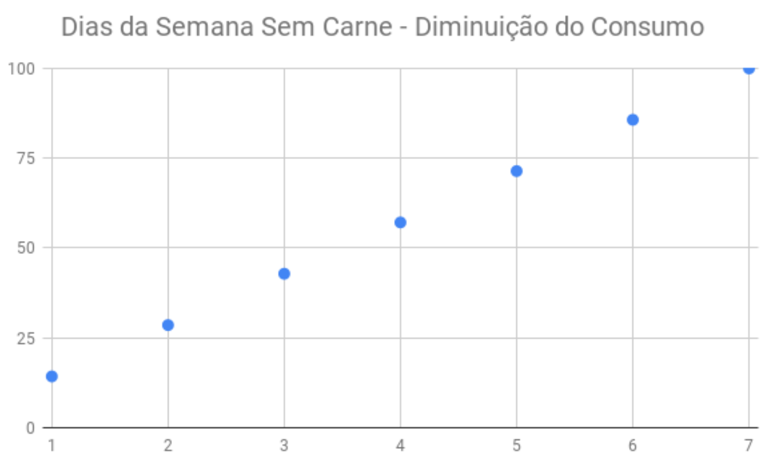
O aluno agora de posse da ideia passada pelos itens anteriores, tem condição de listar os dados em uma tabela e fazer um gráfico discreto para entender a situação proposta no problema, sendo assim vamos ter como resultado a seguinte tabela.

Dias da Semana sem Carne	Porcentagem de diminuição do consumo
1	14,29
2	28,57
3	42,86
4	57,14
5	71,43
6	85,71
7	100

Uma observação facilmente que podemos ter nessa tabela é que em alguma linha apesar de esperar um valor que fosse o dobro, o triplo, e assim sucessivamente do valor 14,29, em algumas linhas isso não acontece, devido a aproximação de valores que estamos utilizando. Para o aluno esse tipo de visão é crucial, porque desta forma ele tem como entender que muitas vezes os valores que captamos nos dados reais do experimento, não estão exatamente, sobre um gráfico perfeito de uma função como sempre vemos nos livros. Na verdade na modelagem matemática o que realmente acontece é que muitas vezes, nos temos que pegar o modelo mais próximo dos dados reais, e entender que essa aproximação seja a mínima possível para que possamos fazer previsões futuras.

Para traçarmos gráficos discretos utilizando planilhas de cálculo por exemplo, podemos utilizar o gráfico tipo de dispersão, o que nos retorna um gráfico como o da figura abaixo:

Figura 25 – Exemplo de Gráfico - Ficha 3 questão c



fonte:Criado pelo autor utilizando o Geogebra

O aluno através dessa plotagem discreta, pode perceber claramente que os dados formam uma reta no plano. Agora aquela discussão das aproximações fica mais fácil de ser entendida, como vemos o conjunto dos dados tende para uma modelagem linear, mesmo que aconteça de alguns dados não estarem exatamente sobre a mesma.

Questão (d)

O estudo de funções é um tópico muito importante para o aluno, mas na maioria das vezes, essa ideia é passada como um assunto que aparentemente a função surge do nada. Aqui o aluno tem a oportunidade de criar os dados e ver que aparece um comportamento. Vamos imaginar que o aluno inicie essa discussão pensando na informação dos dados, como uma sequência de valores e para isso vamos adicionar o valor para quando a pessoa coma carne todos os dias da semana.

$$\begin{aligned} a_0 &= 0 \\ a_1 &= 14,29 \\ a_2 &= 28,57 \\ a_3 &= 42,86 \\ a_4 &= 57,14 \\ a_5 &= 71,43 \\ a_6 &= 85,71 \\ a_7 &= 100 \end{aligned}$$

Mantidas as proporções já discutidas sobre as aproximações feitas nos exercícios podemos ver claramente que na sequência de dados temos que:

$$a_7 - a_6 = a_6 - a_5 = \cdots = a_1 - a_0 = 14,29$$

Vemos dessa forma que o comportamento da sequência segue a definição de PA, e assim conseguimos através da teoria já aprendida, podemos determinar o termo geral dessa da seguinte forma:

$$\begin{aligned} a_1 &= 14,29 \quad \text{termo inicial} \\ r &= 14,29 \quad \text{razão da PA} \\ a_n &= a_1 + (n-1)r \\ a_n &= 14,29 + (n-1) \times 14,29 \end{aligned}$$

Lembrando que uma Progressão Aritmética, está ligada com uma função afim, podemos então expandir o conceito observado para os números reais, utilizando para isso a função afim:

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

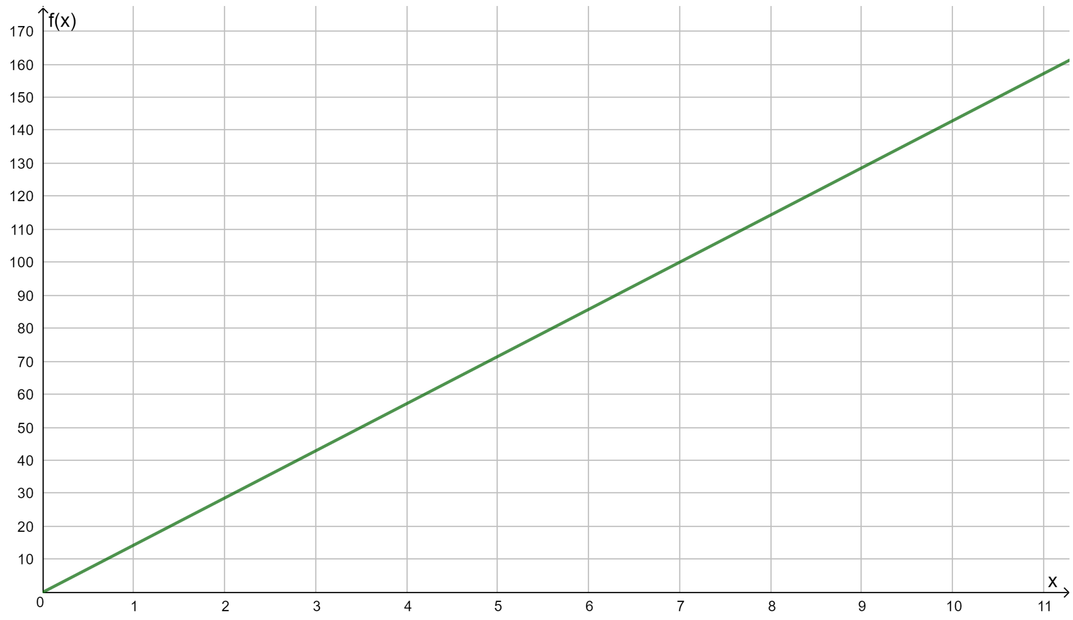
$$x \to 14,29 \times (x-1) + 14,29$$

Desta forma temos a expressão da função dada por $f(x) = 14,29(x-1) + 14,29$, mas para termos uma função ainda mais precisa para a nossa função real o ideal seria utilizar a fração geratriz da dizima periódica que acabamos aproximando no item (a). Trocando o valor aproximado 14,29 pela fração original $\frac{100}{7}$, podemos reescrever a função da seguinte forma:

$$f(x) = 14,29(x-1) + 14,29$$
$$f(x) = \frac{100}{7}(x-1) + \frac{100}{7}$$
$$f(x) = \frac{100x}{7}$$

Muito interessante observar, depois de todo o empenho e levantamento, percebemos que a expressão da função afim é exatamente o cálculo que iniciamos essa sessão, mostrando que estamos no caminho correto dessa modelagem, vamos agora traçar o gráfico dessa função afim no plano cartesiano para observar o seu comportamento.

Figura 26 – Ficha 3 - Gráfico da função $f(x) = \frac{100x}{7}$, traçado para o domínio $x \in \mathbb{R}$; $0 \leq x \leq 11$



fonte:Criado pelo autor utilizando o Geogebra

Questão (e)

Levando-se em consideração que todas as pessoas do ocidente iriam aderir a essa proposta da diminuição de comer carne toda semana, basta utilizarmos a função criada na questão (d). Vale a pena fazer uma discussão aqui sobre, a modelagem, para os casos das pessoas que não vão aderir a essa proposta. Teríamos também que verificar quantas pessoas já não consomem carne por escolha própria, e isso seria um interessante exercício para fazermos uma modelagem mais consistente.

Uma vez que desejamos obter uma diminuição de 90% no consumo de carne temos então que descobrir os valores de x para os quais a função $f(x) = \frac{100x}{7} = 90$.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 90 \\
\frac{100x}{7} &= 90 \\
100x &= 90 \times 7 \\
100x &= 630 \\
x &= \frac{630}{100} \\
x &= 6,3
\end{aligned}
$$

Logo para termos o objetivo de 90% de diminuição de consumo de carne seria necessário que as pessoas ficassem sem comer carne 6,3 dias na semana, ou seja, teríamos que consumir carne somente 0,7 dias na semana. Temos aqui um ótimo momento de conversarmos sobre número fracionários e porcentagens, mas o que significa comer carne em 0,7 dias?

Poderíamos abordar esse fato fracionando esse dia em número de refeições. Temos um senso comum, que o ideal para uma boa alimentação esta no fato de uma pessoa comer de 3 em 3 horas, bem como outra prática bem difundida é que o ser humano necessita de 8 horas de sono por dia, juntando esse dois fatores podemos argumentar da seguinte forma com o aluno:

- O dia tem 24 horas
- Como devemos dormir 8 horas, nos retam $24 - 8 = 16$, temos 16 horas para nos alimentarmos
- Durante essas 16 horas demos nos alimentar de 3 em 3 horas, o que nos leva a fazermos, de 5 a 6 refeições diárias.
- 0,7=70%
- 70% de 6 refeições equivalem a $0,7 \times 6 = 4,2$

Desta forma a pessoa poderia comer carne, em aproximadamente 4 refeições de um dia ao longo da semana, interessante é que passando isso para o numero de refeições poderíamos sugerir as pessoas que ao longo de toda a semana, somente fizéssemos 4 refeições utilizando carne durante a semana. Lembre que nessa ideia na semana nos fazemos 42 refeições.

Questão (f)

Acho muito interessante sempre apresentar esse tópico para o aluno, pois muitas vezes percebemos, uma certa insegurança do aluno ao perceber que necessitam calcular uma porcentagem de outra porcentagem. Para chegar ao valor, acredito que o aluno seguirá o seguinte caminho, bom se o consumo de carne diminuir 90%, fatalmente a sua produção também reduzira essa mesma porcentagem. No texto(II) vemos que a atividade pecuária é responsável por gerar cerca de 14,5% do total de gases do efeito estufa, logo devemos calcular 90% de 14,5%, o que é feito da seguinte forma:

$$90\% \text{ de } 14,5\%$$
$$0,90 \times 0,145 = 0,1305 = 13,0\%$$

Vemos então que com essa mudança dos hábitos alimentares da população do ocidente, teríamos uma diminuição de 13,05% da emissão dos gases que prova o efeito estufa, um número bem expressivo por sinal.

Questão (g)

O texto (II) nos informa então que para produzir 500 gramas de carne são necessários 7 mil litros de água. Nesse ponto o aluno deve lembrar da correspondência que existe entre as duas unidade de capacidade e demos ter em mente que 1 m^3 = 1000 litros de água, logo 7 mil litros de água equivale a 7 m^3.

Espero que o aluno ao perceber esse fato se de conta que a água necessária para produzir a quantidade de carne para o seu consumo diário, gasta praticamente 1,5 vezes a sua necessidade diária de água potável para ser utilizado durante o mês todo. Somente esse fato já justificaria uma mudança de hábitos alimentares.

Seguindo a ideia do exercício para produzir alimento então para uma população de 250.000 habitantes, basta multiplicarmos o número de habitantes pela quantidade de 7 m^3 de água necessária a produção diária de carne de cada um.

$$\begin{array}{rl} 250000 & \text{(quantidade de habitantes)} \\ \times 7 & 7\ m^3 \quad \text{(para produção de 500 g)} \\ \text{— — — — — — — —} & \\ 1750000 & \end{array}$$

Questão (h)

No item anterior chegamos a conclusão que são necessários 1.750.000 m^3 de água para podermos produzir essa quantidade de alimento, se ao invés disso essa água fosse utilizada para o consumo das necessidades das pessoas nós teríamos:

$$1750000 \div 4 = 437.500$$

Impressionante poderíamos dessa forma suprir a necessidade de 437.500 pessoas em um mês com essa quantidade de água.

5 Conclusão

Todo esse trabalho e desenvolvimento de material, provocou um grande desenvolvimento profissional em mim. Desde o início do projeto, foram encontrados muito desafios, iniciando pela escassez de material. Ao longo dessa trajetória fomos percebendo como é importante ter uma situação real para que o aluno fique motivado. A verificação das qualidades inovadoras da modelagem matemática e sua aplicação no ensino básico, fez com que eu mudasse a minha visão mais conservadora do ensino, onde primeiro se ensina a matéria e os métodos e se possível verificamos algumas aplicações.

Evidentemente, lidar com situações reais do seu próprio ambiente, leva o aluno a esbarrar em números mais complexos, onde perdemos aqueles prismas de que os números sempre são naturais ou racionais não periódicos. Com toda certeza esse caminho no início é um pouco mais difícil mas converge para ser muito mais prazeroso. Propor um problema e uma situação para o aluno, deixar que ele tente resolver, siga os seus próprios passos, faz com que a docência passe a ser uma atividade mais colaborativa, onde o professor não passa somente o conhecimento, mas ajuda o aluno a chegar até um resultado com as suas próprias ideias. No meio desse processo começam a parecer teorias, que mostram ao aluno a necessidade de ter aprendido aqueles conteúdo e as futuras necessidades de aprendizado vindouras. Acredito que, esse trabalho, torna-se um atividade em aberto, que com a colaboração de discentes, docentes e profissionais de várias áreas, pode ser cada vez mais enriquecida e aplicada, levando a um experiência ímpar do aluno, que começa a se sentir realmente uma parte integrante da nossa sociedade, podendo ter a sua contribuição e colaboração.

O grande ápice de tudo isso é ver o aluno começar a caminhar com as suas próprias pernas, começando a interagir com seus próprios problemas e que venham a aparecer nas mais diversas áreas de conhecimento, podendo interagir e argumentar com base em dados e informações.

Referências

BEZERRA, M. J. *Matemática para o ensino médio*. [S.l.]: Scipione, 2001. Citado 3 vezes nas páginas 36, 37 e 38.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *Alexandria: revista de educação em ciência e tecnologia*, v. 2, n. 2, p. 07–32, 2009. Citado na página 43.

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R. Matemática completa. *Editora FTD, Edição*, v. 1, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 42.

BUCCHI, P. Curso prático de matemática. *1ª Edição*, v. 1, 1998. Nenhuma citação no texto.

BURAK, D. Modelagem matemática e a sala de aula. *Encontro paranaense de modelagem em Educação Matemática*, v. 1, p. 1–10, 2004. Citado na página 43.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B.; JR, J. R. G. A conquista da matemática: 9º ano. *Renovada. São Paulo: FTD*, 2009. Citado 7 vezes nas páginas 33, 34, 79, 80, 83, 110 e 111.

IEZZI, G. et al. *Matemática: volume único*. [S.l.]: Atual, 2002. Nenhuma citação no texto.

LAGES, L. E. Números e funções reais. *Coleção PROFMAT. SBM, Rio de Janeiro*, 2013. Nenhuma citação no texto.

LIMA, E. L. et al. *Temas e problemas elementares*. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Matematica, 2005. Nenhuma citação no texto.

LONGEN, A. Matemática: Uma atividade humana. *Curitiba: Base Editora*, 2003. Nenhuma citação no texto.

MEC. *Base Nacional Comum Curricular*. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 48.

RIBEIRO, J. Matemática: ciência, linguagem e tecnologia. *São Paulo: Scipione*, v. 1, 2010. Citado na página 31.

ROUSSEAU, C. *AUBIN. YS Matemática e Atualidade*. [S.l.: s.n.]. v. 1. Nenhuma citação no texto.

ROUSSEAU, C. *AUBIN. YS Matemática e Atualidade*. [S.l.: s.n.]. v. 2. Nenhuma citação no texto.

SANTOS, C. A. M. d.; GENTIL, N.; GRECO, S. E. Matemática para o ensino médio. *São Paulo: Editora Ática*, 1998. Nenhuma citação no texto.

SILVA, C. K. da; GROENWALD, C. L. O. Integrando a matemática ao tema educação ambiental. *Paradigma*, v. 22, n. 2, p. 151–170, 2015. Citado na página 29.

SILVA, C. X. d.; BARRETO, B. Matemática aula por aula. *São Paulo: FTD*, v. 1, 2005. Citado na página 39.

ANEXO A – Modelo de Fichas para Aplicação

A.1 Introdução

Nesta parte tomamos o cuidado de separar o nosso produto final, as fichas de atividades em ambientais, para serem utilizadas pelo docentes. Nas próximas páginas temos as fichas com somente com os enunciados, para que o professor possa fazer cópias e fornecer para os alunos, para que possam trabalhar com melhor liberdade.

Como esse produto trata-se de algo vivo, pedimos que todos os docentes e educadores que se interessarem a aplicar essa ferramentas em seu ambiente educacional, o façam seguindo as aplicações que contam no capítulo 4 desse texto, e sempre que possível nos envie um retorno com suas experiências, observações e sugestões. Todo esse material na medida do possível será implementado em novas versões para as fichas já existem e a criação de novas.

Espero que tenham a mesma experiências maravilhosa que tivemos desenvolvendo esse material ao aplicarem no intuito de enriquecer ainda mais essa excepcional jornada pedagógica.

A.2 Ficha de Atividade Matemática Ambiental 1 - Cerrado Brasileiro

1. **TÍtulo:** Cerrado Brasileiro - Desmatamento
2. **Tópicos de Matemática Sugeridos:** porcentagem (EF II - 6o. ano em diante), progressão geométrica (*EFII - 8o.ano em diante*),tabelas (*EFII - 6o.ano em diante*), gráficos estatísticos (*EFII - 8o. ano em diante*), função exponencial (*EM*), gráfico cartesiano (*9o. ano em diante*)
3. **Habilidades BNCC sugeridas:** EF06MA13, EF07MA02, EF07MA05, EF07MA29, EF07MA37, EF08MA04, EF09MA05, EM13MAT304, EM13MAT313.
4. **Objetivos Gerais:** Ensinar conteúdos matemáticos com base em aquisição de dados reais, que levem o aluno a compreender a matemática como uma ferramenta poderosa no tratamento de informação e como ferramenta para base de conclusões.
5. **Objetivo Específico:** Com base nas informações retiradas de textos, levar um aluno a um pensamento crítico, que o faça pensar e sentir a necessidade de agir em prol da sua comunidade, procurando soluções com base em informações concisas.
6. **Textos sugeridos**

   (I) Como um exemplo, o cerrado na região central do Brasil, anualmente sofre com o desflorestamento para a produção de grãos, se esse desmatamento continuar na mesma proporção esse tipo de vegetação estará completamente extinta em 2030.

   fonte:https://www.conservation.org/blog/figueres-to-europe an-leaders-climate-action-requires-protecting-forests
   acessado em: 23/07/2019. Tradução livre do autor.

   (II) Abrangendo mais de 2 milhões de quilômetros quadrados no centro do Brasil, o cerrado é muitas vezes ofuscado pelas paisagens mais conhecidas que o cercam. No entanto, essa savana tropical não é apenas um foco de biodiversidade que abriga muitas espécies diversas e ameaçadas - também é o centro agrícola do Brasil. Como o berço de alguns dos principais sistemas fluviais do Brasil, a região do cerrado é também conhecida como “tanque de água do Brasil”.
   No entanto, o recente desenvolvimento agrícola substituiu quase 60% do domínio do cerrado por pastagens e vastas plantações de soja, algodão, milho, cana-de-açúcar e outras culturas comerciais. O ritmo acelerado dessas mudanças é mais alarmante; cerca de 85.000 quilômetros quadrados (uma área maior que a da Áustria) do cerrado foram desmatados apenas entre 2002 e 2008. Naturalmente, tal ação não fica impune. Além dos impactos negativos sobre a biodiversidade,

a conversão do uso da terra também está ameaçando o suprimento de água do cerrado através da erosão, poluição e uso excessivo.

fonte: https://www.conservation.org/blog/in-brazil-working-to-safeguard-1-8-of-the-world-s-fresh-water acessado em: 23/07/2019. Tradução livre do autor

7. **Duração Sugerida:** 5 aulas de 50 minutos

8. **Avaliação:**

   - Os alunos deverão entender amplamente a teoria de porcentagem, progressão geométrica e função exponencial,tabelas e gráficos. Para isso deverão fazer um seminário explicando os resultados obtidos a seus pares.
   - Deverá ser produzido cartazes com gráficos e tabelas que demonstrem o desmatamento e as suas implicações, para serem afixados no colégio e/ou em pontos chaves para a conscientização dos colegas e comunidade.

9. **Atividades:**

   a) De acordo com os dados dos textos: (I) e (II), qual a área de cerrado que havia restado até 2002?

   b) Com o desmatamento ocorrido pelas plantações quanto dessa vegetação existem atualmente?

   c) Levando em consideração que temos uma perspectiva que até 2030 não haverá mais cerrado, qual será a área anual desmatada, e quanto isso representa em porcentagem.

   d) Qual a área de cerrado desmatada até 2002?

   e) Monte uma tabela da área de cerrado desmatada de 2002 até 2030, levando em consideração que a porcentagem desmatada ao longo dos anos se mantenha constante.

   f) Faça um gráfico com os dados obtidos na tabela do item anterior.

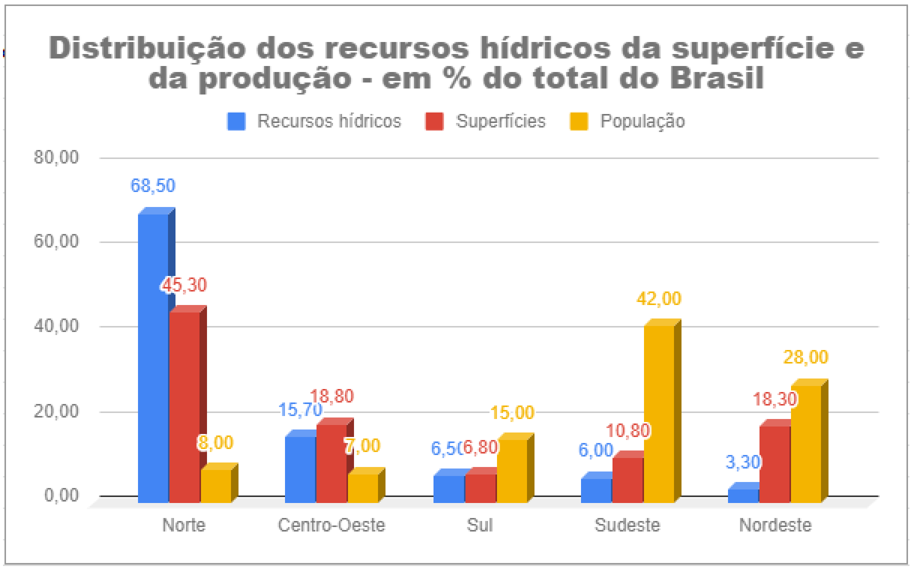
   g) Levando em consideração que conseguimos parar esse desmatamento e que possamos fazer o reflorestamento de 2% da área desmatada por ano, monte uma tabela indicando o ano e a quantidade de área reflorestada.

   h) Quanto tempo demoraria para repor a área desmatada de 2002 a 2008?

A.3 Ficha de Atividade Matemática Ambiental 2 - Distribuição de Recursos Hídricos

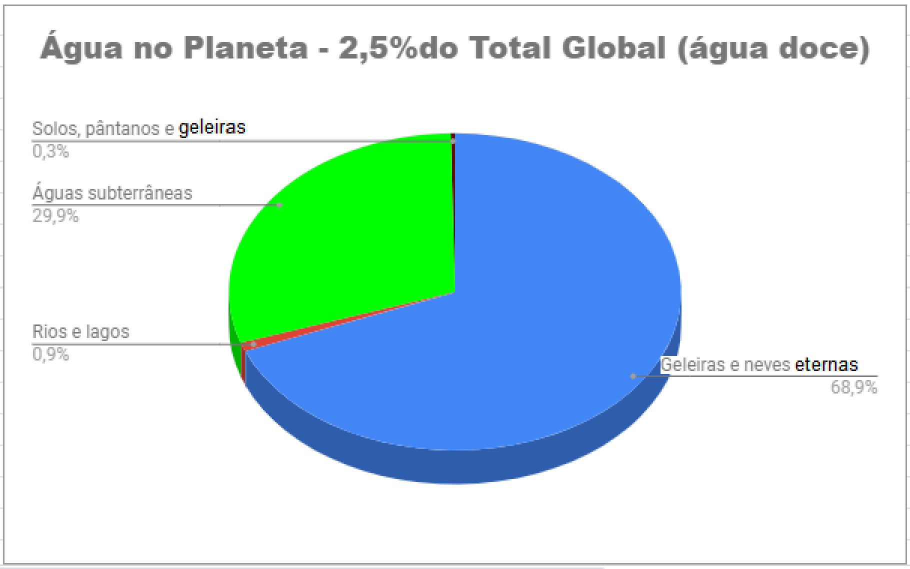
1. **TÍtulo:** Distribuição de Recursos Hídricos
2. **Tópicos de Matemática Sugeridos:** porcentagem (*EFII - 6o. ano em diante*), progressão geométrica (*EFII - 8o.ano em diante*),progressão aritmética (*EFII - 8o.ano em diante*), gráficos estatísticos (*EFII - 8o. ano em diante*).
3. **Habilidades BNCC sugeridas:** EF06MA13, EF07MA02, EF07MA05, EF07MA29, EF07MA37, EF08MA04, EF09MA05, EM13MAT301, EM13MAT313.
4. **Objetivos Gerais:** Integrar os conceitos matemáticos com assuntos do dia a dia do aluno, para que esse perceba a matemática como uma ferramenta de ativo pensar e argumentação.
5. **Objetivo Específicos:** Conscientizar o aluno através de levantamento de dados e cálculos da necessidade do uso consciente de água, levando-o a ajudar a sua comunidade, num esforço constante para preservar os recursos hídricos, cuja falta pode trazer danos rapidamente.
6. **Figuras Sugeridas**

Figura 27 – Distribuição dos Recursos hídricos Ficha 2



fonte:Gráfico feito pelo autor com base no gráfico contido em (GIOVANNI; CASTRUCCI; JR, 2009), p.169 v. 3

Figura 28 – Água no Planeta - Ficha 2



fonte:Gráfico feito pelo autor com base no gráfico contido em (GIOVANNI; CASTRUCCI; JR, 2009), p.169 v. 3

7. **Duração Sugerida:** 10 aulas de 50 minutos

8. **Avaliação:**

- Os alunos deverão entender amplamente a teoria de porcentagem, progressão geométrica e função exponencial, tabelas e gráficos, para isso deverão fazer um seminário explicando os resultados obtidos a seus pares.
- Deverá ser produzido cartazes com gráficos, e tabelas, que demonstrem a distribuição e suas implicações, para serem afixados no colégio e/ou em pontos chaves para a conscientização dos colegas e comunidade.

9. **Textos sugeridos**

(I) Mais de 1 bilhão de pessoas poderão sofrer com a falta de água em um futuro próximo. As populações pobres do mundo serão as mais afetadas pelo aquecimento global, em 2025, dois terços da população viverão em áreas onde as reservas de água serão limitadas. O Brasil - privilegiado quanto ao volume de recursos hídricos - possui cerca de 12% de toda a água doce do planeta. Porém, a disponibilidade desses recursos não é uniforme no país.

fonte: (GIOVANNI; CASTRUCCI; JR, 2009, p. 169 v.3)

(II)

Faixa de Consumo	Unidade	Água (R$)	Esgoto (R$)	Total (R$)
De 0 a 10	m^3	2,13	1,70	3,83
De 11 a 15	m^3	3,50	2,80	6,30
De 16 a 25	m^3	5,22	4,17	9,39
De 26 a 40	m^3	7,13	5,70	12,83
De 41 a 60	m^3	8,42	6,73	15,15
De 61 a 100	m^3	9,60	7,68	17,28
Acima de 100	m^3	11,03	8,83	19,86

fonte:https://www.saaesaocarlos.com.br/docs/ares/2019/20190702resolucao.pdf
acessado em: 07.08.2019

(III) De acordo com dados mundiais o gasto médio de água, tratada e encanada, é em torno de 5,4 m^3 (metros cúbicos) por pessoa/mês. Por exemplo, uma residência com quatro moradores terá seu consumo estimado em $22m^3$.

fonte:http://www.procon.sp.gov.br/texto.asp?id=681
acessado em: 07.08.2019

10. **Leitura Complementar:** Texto Geo Brasil. Texto contido no endereço http://arquivos.ana.gov.br/wfa/sa/GEO%20Brasil%20Recursos%20H%C3%ADdricos%20-%20Resumo%20Executivo.pdf acessado em: 06.08.2019

11. **Atividades:**

    a) Que tipo do gráfico aparece na Figura 27?

    b) Qual o tipo do gráfico da Figura 28?

    c) Indique a região:

    - com maior superfície
    - com mais recursos hídricos;
    - com a segunda menor concentração de população;

    d) Que região tem menor porcentagem de recursos hídricos do nosso país?

    e) Em que região há a maior concentração de população?

    f) Pode-se dizer que, quanto maior a superfície da região, maior é o número de habitantes? Justifique a sua resposta.

    g) Quantos por cento de água doce do mundo estão na região sudeste brasileira? Explique como você pensou para responder.

    h) Pode-se dizer que a região que dispõe de mais recursos hídricos é a que possui a maior população?

    i) Quais seriam os fatores que podem diminuir a quantidade de água potável no planeta?

j) Até que ponto a poluição de rios e lagos impacta na produção de água potável?

k) Qual o custo da água potável? Quais processos são necessários para termos a água em nossas áreas?

l) De onde vem a água mineral? Ela pode vir a ser uma solução em regiões onde aconteça a diminuição de água potável?

m) Qual a região que possui mais recursos hídricos per capta?

A.4 Ficha de Atividade Matemática Ambiental 3 - Hábitos Alimentares e Aquecimento Global

1. **TÍtulo:** Consumo de carne e aquecimento global

2. **Tópicos de Matemática Sugeridos:** porcentagem (*EFII - 6o. ano em diante*), progressão geométrica (*EFII - 8o.ano em diante*),progressão aritmética (*EFII - 8o.ano em diante*), gráficos estatísticos (*EFII - 8o. ano em diante*).

3. **Habilidades BNCC sugeridas:** EF06MA13, EF07MA02, EF07MA05, EF07MA29, EF07MA37, EF08MA04, EF09MA05, EM13MAT301, EM13MAT313.

4. **Objetivos Gerais:** Introduzir conceitos matemáticos, iniciando pelo entendimento de situações problemas reais, onde o aluno pode verificar a necessidade da utilização dos tópicos, aprender o seu funcionamento e utilizar como ferramenta de tratamento de informação.

5. **Objetivo específico:** Conscientizar o aluno do consumo excessivo de alimentos, e da necessidade da sua produção e utilização consciente, através da produção de dados e informações, que levem a conscientização da comunidade, e venham a trazer possíveis soluções.

6. **Vídeo Sugerido:** https://www.youtube.com/watch?time_continue=8&v=nEf3Z0ik3oQ acessado em: 08.08.2019

7. **Duração Sugerida:** 6 aulas de 50 minutos

8. **Avaliação:**

    - Os alunos deverão entender amplamente a teoria de dos tópicos matemáticos utilizados, para isso deverão fazer um seminário explicando os resultados obtidos à seus pares.
    - Deverá ser produzido cartazes com gráficos, e tabelas, que demonstrem a diminuição do consumo de carne e as suas implicações, para serem afixados no colégio e/ou em pontos chave para a conscientização dos colegas e comunidade.

9. **Textos Sugeridos:**

    (I) Segundo os cientistas, reduzir 90% do consumo de carnes em países ocidentais é necessário para conter o aquecimento global e evitar que o planeta entre em colapso. A produção de alimentos gera gases do efeito estufa na criação de gado, destrói florestas e usa quantidades insustentáveis de água. O estudo é o mais amplo já realizado sobre como hábitos alimentares afetam o meio ambiente.

Seguindo as atuais circunstâncias, segundo a ONU, o mundo precisará produzir 50% a mais de alimentos para sustentar quase 10 bilhões de pessoas até 2050. Se nada for feito, isso pode aumentar o impacto da produção de alimentos no ambiente em até 90% até 2050, para um nível em que o planeta não seja mais um "espaço seguro para a humanidade", diz o estudo.

fonte:https://oglobo.globo.com/sociedade/reduzir-consumo-de-carne-necessario-para-conter-mudancas-climaticas-diz-estudo-23148653
acessado em: 08.08.2019

(II) A pecuária é responsável pela produção de 14,5% do total de gases do efeito estufa, além de impulsionar o desmatamento para a criação de pasto e consumir cerca de 7 mil litros de água para a produção de 500 gramas de carne.

fonte:https://oglobo.globo.com/sociedade/reduzir-consumo-de-carne-necessario-para-conter-mudancas-climaticas-diz-estudo-23148653
acessado em: 08.08.2019

(III) Sobre mudar as práticas agrícolas, os pesquisadores apontam que isso envolve aumentar os rendimentos das terras agrícolas existentes, melhorando o gerenciamento da água e restringindo o uso de fertilizantes.

Com relação à quantidade de comida descartada atualmente um terço do total, também precisaria ser reduzida para metade e melhores práticas para aumentar a produtividade, reduzir fertilizantes e melhorar a gestão da água em todo o mundo.

https://oglobo.globo.com/sociedade/reduzir-consumo-de-carne-necessario-para-conter-mudancas-climaticas-diz-estudo-23148653
acessado: 08.08.2019

(IV) O documento destaca que uma mudança para uma dieta baseada em vegetais pode ajudar a combater a mudança climática, e além disso mais pessoas poderiam ser alimentadas com um menor uso da terra e a diminuição do consumo de carne. Setores como agricultura, silvicultura e outros tipos de uso do solo representam 23% das emissões humanas de gases do efeito estufa.

https://news.un.org/pt/story/2019/08/1682851
acessado em: 08.08.2019

(V) Para essa situação contribuíram fatores como o crescimento populacional global e as mudanças no consumo alimentar per capita e ainda de rações, de fibras, da madeira e da energia que causaram taxas sem precedentes de uso de terra e água doce. A agricultura consome atualmente cerca de 70% da água doce a nível global.

https://news.un.org/pt/story/2019/08/1682851
acessado em: 08.08.2019

(VI) O IPCC foi criado pela ONU em 1988 para avaliar a ciência relacionada à mudança climática por iniciativa do Programa das Nações Unidas para o Meio

Ambiente, Pnuma, e da Organização Meteorológica Mundial, OMM.
Composto por 195 Estados-membros, o Painel fornece avaliações científicas regulares a políticos sobre temas como mudança climática, suas implicações e possíveis riscos, além de propor estratégias de adaptação e mitigação.
Com essas avaliações, instituições como governos, em todos os níveis, podem dispor de informações científicas para serem usadas na criação de políticas sobre o clima.

fonte:https://news.un.org/pt/story/2019/08/1682851
acessado em: 08.08.2019

10. **Atividades:**

a) Como sabemos que uma diminuição drástica na alimentação é muito complicado, vamos imaginar que façamos uma sugestão para que as pessoas fiquem um dia por semana sem comer carne. Qual seria a porcentagem de diminuição do consumo de carne, levando em consideração que essas pessoas comam carne todos os dias e a mesma quantidade ?

b) Seguindo o raciocínio anterior qual seria a diminuição do consumo de carne no caso de ficarmos dois dias por semana sem comermos carne ?

c) Monte uma tabela com os valores de porcentagem referente a diminuição do consumo de carne diários por semana de 1 a 7. Em seguida monte uma tabela e faça um gráfico.

d) Escreva uma função que representem a diminuição do consumo de carne em função do número de dias por semana, que a pessoa fique sem comer carne. Calcule o valor quando uma pessoa fique 3,5 dias sem comer carne. Faça um gráfico cartesiano dessa função.

e) Analisando os dados, quantos dias sem consumo de carne por semana, seriam necessários, para podermos alcançar a meta de 90% de diminuição.

f) com essa diminuição de 90% no consumo de carne, usando o texto (II) como base, qual séria a diminuição dos gases do efeito estufa ?

g) Ainda com base no texto (II), se levarmos em consideração que cada pessoa consome 500 gramas de carne por dia, quantos litros de água são necessários para produzir a quantidade de carne necessário para o consumo diário de uma cidade com 250.000 habitantes ? Qual Seria o gasto semanal ? Qual seria o gasto mensal ?

h) A ONU calcula que para suprir as necessidades diárias de uma pessoa ao longo do mês são necessários $4m^3$ de água, desta forma, a quantidade de água mensal para se produzir o consumo mensal da cidade, seria suficiente suprir as necessidades de quantas pessoas.

11. **Texto Adicional em Inglês:**
https://wedocs.unep.org/bitstream/handle/20.500.11822/29261/IPCCLand.pdf?sequence=1&isAllowed=y acessado em: 08.08.2019