

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

PABLO GABRIEL SANTOS DIAS

COERÊNCIA ESPECTRAL DA LUZ  
ESPALHADA POR ÁTOMOS FRIOS  
SATURADOS

SÃO CARLOS

2021

PABLO GABRIEL SANTOS DIAS

COERÊNCIA ESPECTRAL DA LUZ  
ESPALHADA POR ÁTOMOS FRIOS  
SATURADOS

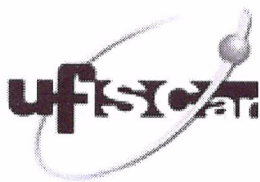
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física, ao Departamento de Física da Universidade Federal de São Carlos, para obtenção do título de mestre em Física.

Orientador: Prof. Romain Pierre Marcel Bachelard, D.Sc.

Co-orientador: Prof. Raul Celistrino Teixeira, D.Sc.

SÃO CARLOS

2021




---

**Folha de Aprovação**


---

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Pablo Gabriel Santos Dias, realizada em 27/02/2020:




---

Prof. Dr. Romain Pierre Marcel Bachelard  
UFSCar




---

Prof. Dr. Raul Celistrino Teixeira  
UFSCar



---

Prof. Dra. Yara Galvão Gobato  
UFSCar



---

Prof. Dr. Miled Hassan Youssef Moussa  
USP

*Para minha mãe.*

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar gostaria de agradecer a minha mãe Marlene que sempre me incentivou e trabalhou tanto para que eu pudesse estudar.

As minhas irmãs por todo o suporte emocional e toda a ajuda a resolver os diversos problemas da vida.

Ao meu namorado Fred por estar comigo nos momentos mais felizes e nos mais tristes também, sempre me apoiando e me ajudando a tomar decisões. Também agradeço a Thelma e ao Frederico por sempre estarem do meu lado.

Ao meu orientador Raul por sempre estar disposto a me ajudar a crescer como cientista e como pessoa também.

Agradeço também ao Romain por toda a ajuda com a pós-graduação e por todas as piadas.

Agradeço também a galera do laboratório (Sr1, Sr2 e Sr3 (nesse caso é só o Lucas)), em especial a Márcia e ao Pedro com quem tenho dividido o dia-a-dia do laboratório e que tornam tudo mais divertido. Agradeço especialmente pelo esforço feito nessa reta final do mestrado, não conseguiria sem vocês.

A Juju e a Jojo, amigas que mesmo longe continua tendo uma enorme importância na minha vida.

A todos os amigos que fiz em São Carlos.

Ao Departamento de Física da UFSCar que se mostrou um ambiente muito acolhedor para o desenvolvimento desse trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro que possibilitou a minha dedicação integral a pesquisa.

## RESUMO

O espectro da radiação ressonante espalhada por um sistema de dois níveis fortemente excitado é composto por três picos chamados de tripleto de Mollow. No caso de um átomo podemos aproximar os seus níveis de energia por um sistema de dois níveis quando a probabilidade de excitação de quaisquer outros níveis é muito baixa. Neste trabalho nós utilizamos um sistema interferométrico de simples construção para verificar a relação de fase entre as bandas laterais do tripleto de Mollow oriundo do espalhamento de uma nuvem de átomos frios de estrôncio. A nuvem de átomos frios é obtida utilizando uma armadilha magneto-ótica sobre uma transição estreita do estrôncio. O sistema interferométrico funciona baseado no espalhamento de radiação por uma nuvem de átomos frios e sua imagem especular. O contraste das franjas de interferência geradas pela superposição da luz espalhada pela nuvem e pela sua imagem especular evidencia a relação de fase entre as bandas laterais.

***Palavras-chave:*** Tripleto de Mollow. Coerência espectral. Átomos frios.

## ABSTRACT

*The spectrum of radiation resonantly scattered by a strongly-driven two-level system consists of three peaks called the Mollow's triplet. In the case of cold atoms, we can approximate their energy level structure by a two-level system when the probability of excitation of any other levels is negligible. In this work, we use an interferometric system to verify the phase relationship between the two lateral bands of the Mollow triplet arising from the light scattering of a cold cloud strontium atom. This cloud is obtained using a magneto-optical trap over a narrow strontium transition. The interferometric system works based on the scattering of radiation by a cloud and its mirror image. The contrast amplitude of the interference fringes generated by the superposition of the light scattered by the cloud and its specular image shows the phase relationship between the lateral bands.*

**Keywords:** Mollow's triplet. Spectrum coherence. Cold atoms.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>8</b>
<b>2</b>	<b>FUNÇÕES DE CORRELAÇÃO</b>	<b>12</b>
2.1	FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO TEMPORAL DE PRIMEIRA ORDEM	12
2.1.1	Caso clássico	13
2.1.2	Caso quântico	15
<b>3</b>	<b>RADIAÇÃO ESPALHADA POR UM SISTEMA DE DOIS NÍVEIS</b>	<b>18</b>
3.1	ESPALHAMENTO DE RADIAÇÃO NA REPRESENTAÇÃO DE HEISENBERG	18
3.1.1	Operadores atômicos	18
3.1.2	Radiação emitida por um dipolo	24
3.1.3	Espectro da radiação espalhada	27
3.2	TRIPLETO DE MOLLOW	29
3.3	SISTEMA INTERFEROMÉTRICO	30
3.3.1	Átomo único	31
3.3.2	Nuvem atômica	34
<b>4</b>	<b>SISTEMA EXPERIMENTAL</b>	<b>41</b>
4.1	SISTEMAS DE LASER	41
4.1.1	O elemento químico Estrôncio	41
4.1.2	Sistema de laser azul e verde	43
4.1.3	Sistema de laser vermelho	47
4.1.4	Estabilização do Laser	48
4.2	SISTEMA DE VÁCUO	50
<b>5</b>	<b>ARMADILHA MAGNETO-ÓTICA SOBRE TRANSIÇÕES LARGAS E ESTREITAS</b>	<b>53</b>
5.1	MOT SOBRE UMA SOBRE TRANSIÇÃO LARGA	53
5.1.1	MOT-Azul	58



5.2	MOT SOBRE UMA TRANSIÇÃO ESTREITA . . . . .	60
5.2.1	<b>Espectro multi-cromático</b> . . . . .	60
5.2.2	<b>Espectro mono-cromático</b> . . . . .	61
5.2.3	<b>Regime semiclássico: <math>s \gg 1</math></b> . . . . .	62
5.2.4	<b>Regime I</b> . . . . .	62
5.2.5	<b>Regime II</b> . . . . .	64
5.2.6	<b>Regime quântico</b> . . . . .	66
6	<b>INTERFERÔMETRO</b> . . . . .	67
6.1	MONTAGEM EXPERIMENTAL . . . . .	67
6.1.1	<b>Espelho virtual</b> . . . . .	69
6.1.2	<b>Tamanho da nuvem</b> . . . . .	72
6.2	SEQUÊNCIA EXPERIMENTAL . . . . .	77
6.3	CALIBRAÇÃO DA DURAÇÃO DO PULSO LASER DE EXCITAÇÃO	79
6.4	ANÁLISE DOS DADOS . . . . .	81
6.5	RESULTADOS PARCIAIS . . . . .	84
7	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	87

## 1 INTRODUÇÃO

A fluorescência de um sistema quântico de dois níveis é um dos casos mais fundamentais de interação da radiação com a matéria. Segundo Walther (1), o problema do espalhamento de radiação ressonante por um sistema de dois níveis foi inicialmente estudado em baixa intensidade \* por Heitler em seu livro publicado em 1954 (2). O problema do espalhamento de radiação em alta intensidade por sua vez foi inicialmente estudado por Apanasevich em 1964 (3), que através de simulações numéricas previu um espectro composto por 3 picos. Entretanto, a forma exata do espectro da radiação espalhada por um sistema de 2 níveis foi obtida pela primeira vez por Mollow em 1969 (4). Em seu artigo, Mollow demonstrou que a radiação espalhada era composta por duas componentes, sendo o espectro da primeira idêntico ao do campo que promove a excitação, enquanto o da segunda era composto por 3 picos que vieram posteriormente a serem chamados de "Tripleto de Mollow".

A primeira observação experimental deste tripleto foi feita utilizando um feixe de átomos colimado (essa configuração permite eliminar efeitos de dessintonia Doppler quando a luz é enviada perpendicular a propagação do feixe atômico) por dois grupos de maneira independente (5, 6), e com o espectro da luz espalhada medido através de interferômetros de Fabry-Pérot.

Quando verificamos o comportamento estatístico dos fótons espalhados no regime de alta intensidade, a primeira observação da correlação entre os fótons emitidos pelas bandas laterais foi feita por Aspect et. al. em 1980 (7), indicando a existência de um correlação na ordem das bandas emitidas de acordo com a dessintonia utilizada. A descrição teórica deste observação foi feita posteriormente em 1992 por Schrama et. al. (8) utilizando a descrição de *dressed states* (estados vestidos) para descrever o comportamento em cascata das emissões. Ainda, a ordem dessas emissões em intervalos temporais muito curtos depende fortemente dos filtros interferométricos utilizados para separar as componentes como demonstrado por Nienhuis em 1993 (9).

---

\*Como veremos mais a diante no texto, os termos baixa e alta intensidade serão utilizados como comparação a chamada intensidade de saturação de uma transição atômica.

Outras observações experimentais do tripleto de Mollow tem sido realizadas em diversos sistemas que podem ser aproximados por um sistema de dois níveis como: moléculas em um substrato sólido (10), pontos quânticos (11) e defeitos em um diamante (12).

No caso dos pontos quânticos, a facilidade da manipulação destes e do controle na excitação permitiu um mapeamento das diversas correlações nas emissões das bandas laterais por Ulhaq et. al. em 2012 (13). Neste trabalho foi observado a emissão em cascata dos fótons provenientes das bandas laterais. Mostrou-se ainda que a ordem da emissão depende do sinal da dessintonia utilizada para promover a excitação.

Uma descrição moderna das correlações envolvendo a emissão de fótons do tripleto de Mollow foi realizada por Carreño et. al. em 2017 (14), onde foram obtidas correlações até a 4<sup>a</sup>-ordem.

Em todos os casos mencionados até agora as correlações medidas foram sempre de segunda ordem, ou seja, correlações estatísticas de intensidade que apresentam comportamentos interessantes sem análogo clássico, como o *anti-bunching* (desagrupamento) de fótons, como demonstrado por Kimble et. al. em 1977 (15) no caso do espalhamento por um só átomo.

Por outro lado, até o momento desconhecemos a existência de uma verificação experimental da relação de fase entre as bandas laterais do tripleto. Assim, neste projeto de mestrado nós utilizaremos um sistema interferométrico para verificar esta relação de fase através do batimento entre a luz espalhada em dois tempos diferentes, mediante a produção de franjas de interferência.

No que segue, a dissertação está dividida na seguinte ordem:

No segundo capítulo temos a derivação da função de correlação de primeira ordem para o caso de campos clássicos e quânticos, seguido do uso desta função para obtenção do espectro desse campo.

No terceiro capítulo está a derivação das equações para a radiação espalhada por um átomo, aproximado por um sistema de dois níveis utilizando o formalismo de

Heisenberg. Esta descrição é feita em termos dos operadores atômicos que descrevem a população e a coerência de um estado atômico. Em seguida estas equações serão aplicadas para descrever o espalhamento por este átomo em frente a um espelho, a base do nosso sistema interferométrico.

No quarto e quinto capítulo temos a descrição do sistema experimental utilizado para a obtenção da nuvem atômica descrevendo a espécie atômica utilizada, o sistemas de laser e de vácuo e o funcionamento das armadilhas que capturam e resfriam os átomos para a produção da nuvem de átomos frios, que espalharão a luz no regime saturado.

Por fim, no último capítulo descrevemos a parte experimental do sistema interferométrico mostrando seu alinhamento, otimização de parâmetros experimentais, captura e processamento de imagens, e os resultados parciais obtidos até o momento.



## 2 FUNÇÕES DE CORRELAÇÃO

A coerência de um campo luminoso é medida em termos de funções de correlação, estas indicando a correlação entre as flutuações estatísticas do campo elétrico medido em diferentes instantes e/ou posições do espaço ou tempo. As funções de correlação podem ser de primeira, segunda ou de ordem superiores, de acordo com o número de pontos no espaço/tempo que serão correlacionados.

Para a correlação em primeira ordem verificamos a coerência do campo elétrico. O campo elétrico medido em dois pontos diferentes do espaço/tempo apresenta coerência relativa se a fase do campo nestes dois pontos for estatisticamente correlacionada. Um clássico experimento onde o conceito de coerência de primeira ordem é fundamental é o experimento da dupla fenda de Young, uma vez que caso a coerência entre os campos oriundos de cada uma das fendas seja nula, o padrão de interferência resultante desapareceria (16).

A função de coerência de segunda ordem verifica as correlações entre a intensidade do campo (proporcional ao módulo ao quadrado do campo elétrico) medida em dois pontos diferentes do espaço/tempo. O experimento de Hanbury Brown e Twiss (17) foi pioneiro em verificar este tipo de coerência para algumas fontes comuns de luz como lâmpadas de vapor atômico. Deste tipo de coerência saem os conceitos de *bunching* (agrupamento) e *antibunching* (desagrupamento) (16) da luz.

As funções de correlação de ordem superiores relacionam as probabilidades de detecção em três ou mais pontos diferentes do espaço, e não serão tratadas no escopo dessa dissertação. A seguir será discutido a relação entre a função de correlação em primeira ordem com a distribuição espectral do campo elétrico, discussão essa fundamental para uma melhor compreensão do tripleto de Mollow.

### 2.1 FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO TEMPORAL DE PRIMEIRA ORDEM

As funções de correlação em primeira ordem podem ser melhor compreendidas quando obtidas a partir de uma abordagem clássica, de modo que as funções de

correlação quântica são obtidas a partir da quantização dos campos considerados.

### 2.1.1 Caso clássico

A função de correlação de primeira ordem no tempo, também chamada de função de auto-correlação temporal é uma medida de correlação do campo elétrico em dois tempos, aqui chamados de  $t$  e  $t + \tau$ , para um mesmo ponto no espaço.

Supondo um campo elétrico propagante no eixo  $z$  na forma  $E(z, t)$ , é possível relacionar a distribuição espectral desse campo através de sua distribuição temporal medindo sua evolução  $E(t)$  em um determinado ponto do espaço. Essa distribuição espectral é dada pela transformada de Fourier do campo  $E(t)$ :

$$E(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (2.1)$$

onde estamos supondo o campo  $E(t)$  complexo, o que implica que a função  $E(\omega)$  também será complexa. O modulo ao quadrado dessa função representa então a intensidade de cada frequência  $\omega$  no campo, sendo dada por:

$$F(\omega) = |E(\omega)|^2 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(t)^* E(t') e^{-i\omega(t-t')} dt dt',$$

onde fazendo a substituição de  $\tau = t' - t$ , obtemos:

$$F(\omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(t)^* E(t + \tau) e^{i\omega\tau} dt d\tau. \quad (2.2)$$

Se supusermos que a distribuição do campo elétrico é independente do ponto  $t$ , podemos efetuar a integral (2.2) apenas sobre um intervalo  $T$ , garantindo que o intervalo seja grande o suficiente para englobar todas as mudanças necessárias. É interessante notar que esta situação é semelhante a realidade dos experimentos, onde geralmente as medidas são tomadas em tempos longos, porém ainda sim finitos. Com isso podemos definir a função de auto-correlação temporal para o campo elétrico:

$$\langle E(t)^* E(t + \tau) \rangle = \frac{1}{T} \int_T E(t)^* E(t + \tau) dt. \quad (2.3)$$

Se utilizarmos a desigualdade de Cauchy-Schwarz, temos que  $|\langle E(t)^* E(t + \tau) \rangle|^2 \leq |\langle E(t) \rangle| |\langle E(t + \tau) \rangle|$ , porém como estamos supondo uma distribuição estacionária no tempo, o valor do campo é o mesmo em qualquer instante de temporal,  $|\langle E(t) \rangle| = |\langle E(t + \tau) \rangle|$  e com isso podemos definir a função de auto-correlação temporal normalizada para o campo elétrico como:

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle E(t)^* E(t + \tau) \rangle}{\langle |E(t)|^2 \rangle}. \quad (2.4)$$

Em termos da função de correlação, a distribuição espectral de intensidade é dada por:

$$F(\omega) = \frac{T}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \langle E(t)^* E(t + \tau) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau. \quad (2.5)$$

A função acima não está normalizada e depende explicitamente do tempo de integração  $T$  considerado. Podemos efetuar a normalização garantindo que a integral em frequência da (2.5) normalizada seja igual a 1, para isto precisamos calcular a integral dessa função como:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega &= \frac{T}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle E(t)^* E(t + \tau) \rangle e^{i\omega\tau} d\omega d\tau \\ &= \frac{T}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \langle E(t)^* E(t + \tau) \rangle \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} d\omega d\tau \\ &= \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \langle E(t)^* E(t + \tau) \rangle \delta(\tau) d\tau \\ &= \frac{T}{2\pi} \langle |E(t)|^2 \rangle. \end{aligned}$$

Assim, podemos escrever a distribuição espectral normalizada de frequência na forma:

$$f(\omega) = \frac{F(\omega)}{\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g^{(1)}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau. \quad (2.6)$$

Considerando que a função  $g^{(1)}(\tau)$  tem a propriedade de que  $g^{(1)}(-\tau) = g^{(1)*}(\tau)$ , podemos escrever (2.6) em termos apenas de tempos positivos de  $\tau$ :

$$f(\omega) = \frac{1}{\pi} \Re \int_0^{\infty} g^{(1)}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau. \quad (2.7)$$



### 2.1.2 Caso quântico

Diferente do que ocorre no caso clássico onde podemos analisar o campo elétrico sem se preocupar com a forma na qual este é medido, quanticamente o processo de medida tem que ser levado em conta. Um modelo para o contador de fótons considera um átomo em um estado inicial  $|g\rangle$  que absorve um fóton, promovendo o elétron de valência de um estado ligado para o contínuo representado por  $|e\rangle$ , que pode ser posteriormente medido através de uma corrente elétrica. Ou seja, esse medidor funciona com base no efeito foto-elétrico, porém também apresenta algumas semelhanças com os medidos de estado sólido como é o caso dos materiais semi-condutores.

O operador campo elétrico quantizado é dado por uma combinação dos operadores aniquilação e criação de um fótons, respectivamente representados por  $\hat{a}_{\mathbf{k},s}$  e  $\hat{a}_{\mathbf{k},s}^\dagger$ :

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = i \sum_{\mathbf{k},s} \left( \frac{\hbar\omega_{\mathbf{k}}}{2\epsilon_0 V} \right)^{1/2} \mathbf{e}_{\mathbf{k},s} \left[ \hat{a}_{\mathbf{k},s} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega_{\mathbf{k}}t)} - \hat{a}_{\mathbf{k},s}^\dagger e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega_{\mathbf{k}}t)} \right] = \hat{\mathbf{E}}^{(+)} + \hat{\mathbf{E}}^{(-)}, \quad (2.8)$$

onde  $\mathbf{k}$  representa cada um dos modos da radiação eletromagnética,  $s$  as duas polarizações possíveis,  $V$  é o volume de quantização,  $\omega_{\mathbf{k}}$  a frequência angular do modo  $\mathbf{k}$ ,  $\epsilon_0$  a permissividade elétrica do vácuo, e  $\mathbf{r}$  é a posição.

Podemos representar o operador campo elétrico como a soma de dois operadores diferentes que promovem a aniquilação e a criação de um fóton, chamados de  $\hat{E}^{(+)}$  e  $\hat{E}^{(-)}$ , cada um acompanhando o respectivo operador. O processo de medida de um fóton implica em sua absorção e aniquilação, de modo que a partir daqui usaremos somente a parte responsável pela aniquilação de um fóton na expressão do campo na (2.8). Além disso, considerando apenas uma polarização possível para o campo, eliminando a soma em  $s$ , de modo que o campo elétrico responsável pelo processo de medida por ser aproximado por:

$$\hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) \approx i \sum_{\mathbf{k}} \left( \frac{\hbar\omega_{\mathbf{k}}}{2\epsilon_0 V} \right)^{1/2} \hat{a}_{\mathbf{k}} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega_{\mathbf{k}}t)}. \quad (2.9)$$

No processo de medida de um fóton temos que o campo passa de um estado inicial  $|i\rangle$  para um estado final  $|f\rangle$ , com probabilidade de transição dada por:

$$\mathcal{P}_{i \rightarrow f} = \left| \langle f | \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) | i \rangle \right|^2 = \langle i | \hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) | f \rangle \langle f | \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) | i \rangle,$$

como o estado final do campo não é de nosso interesse, podemos somar sobre todas as possíveis estado finais  $|f\rangle$ , obtendo então a probabilidade de transição  $\mathcal{P}_i$  do estado inicial para todos os estados finais do campo:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_i &= \sum_f \mathcal{P}_{i \rightarrow f} \\ &= \sum_f \langle i | \hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) | f \rangle \langle f | \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) | i \rangle \\ &= \langle i | \hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) | i \rangle, \end{aligned}$$

onde estamos supondo a base formada por  $|f\rangle$  como completa.

É interessante notar a aparição do operador  $\hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t)$ , que quando estamos lidando com apenas um modo  $\mathbf{k}$  da radiação pode ser escrito na forma:

$$\hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) \approx \frac{\hbar \omega_{\mathbf{k}}}{2\epsilon_0 V} \hat{a}^\dagger \hat{a} = \frac{\hbar \omega_{\mathbf{k}}}{2\epsilon_0 V} \hat{n},$$

assim, este operador é proporcional a intensidade do campo elétrico.

Um caso mais realista deve considerar que inicialmente o campo eletromagnético pode não estar em um estado puro  $|i\rangle$ , mas sim em uma superposição de diferentes estados representados pela matriz densidade

$$\hat{\rho} = \sum_i p_i |i\rangle \langle i|.$$

Nesse caso, temos que efetuar uma soma ponderada sobre todos os estados do campo com as probabilidades de cada estado dadas pela matriz densidade. Assim,

o valor médio esperado  $\mathcal{P}_i$  obtido anteriormente agora é dado por:

$$\begin{aligned}
\sum_i \mathcal{P}_i p_i &= \sum_i p_i \langle i | \hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) | i \rangle \\
&= \sum_i p_i \text{Tr} \left\{ |i\rangle \langle i| \hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) \right\} \\
&= \text{Tr} \left\{ \sum_i p_i |i\rangle \langle i| \hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) \right\} \\
&= \text{Tr} \left\{ \hat{\rho} \hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) \right\}.
\end{aligned}$$

De modo semelhante à discussão para um estado puro da radiação eletromagnética, podemos concluir que a quantidade:

$$G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}, t) = \text{Tr} \left\{ \hat{\rho} \hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) \right\}, \quad (2.10)$$

é a intensidade do campo elétrico no ponto  $(\mathbf{r}, t)$ . Usando esta expressão podemos construir uma função de auto-correlação temporal para o campo eletromagnético na forma:

$$g(\tau) = \frac{G(t, t + \tau)}{G(t)} = \frac{\text{Tr} \left\{ \hat{\rho} \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(+)}(t + \tau) \right\}}{\text{Tr} \left\{ \hat{\rho} \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(+)}(t) \right\}}. \quad (2.11)$$

### 3 RADIAÇÃO ESPALHADA POR UM SISTEMA DE DOIS NÍVEIS

#### 3.1 ESPALHAMENTO DE RADIAÇÃO NA REPRESENTAÇÃO DE HEISENBERG

A seguir será feita a descrição da radiação espalhada por um átomo aproximado por um sistema de dois níveis, utilizando a representação de Heisenberg. Nesta representação a evolução temporal é feita pelos operadores e não pelas funções de onda como ocorre na representação de Schrödinger [citar referência disso]. Nesta representação a evolução temporal de um operador  $\hat{O}$  é dada pela seguinte equação:

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{O} = [\hat{O}, \hat{\mathcal{H}}], \quad (3.1)$$

onde  $\hat{\mathcal{H}}$  é o Hamiltoniano total do sistema,  $2\hbar$  é a constante de Planck reduzida.

Como estamos considerando o espalhamento de radiação por átomos teremos três contribuições para o Hamiltoniano total do sistema: O Hamiltoniano atômico, o Hamiltoniano da radiação eletromagnética, e por fim o Hamiltoniano de interação entre o átomo e o laser, representados por  $\hat{\mathcal{H}}_a$ ,  $\hat{\mathcal{H}}_{EM}$ ,  $\hat{\mathcal{H}}_i$ , respectivamente. Onde o Hamiltoniano da interação entre os átomos e a radiação eletromagnética leva em conta a interação com o laser e com os modos do vácuo.

##### 3.1.1 Operadores atômicos

Começando pelo Hamiltoniano do átomo, podemos supor um átomo de centro de massa localizado na posição  $\mathbf{R}$  do espaço sobre o qual incide radiação laser de frequência  $\omega_l$ . Estamos desprezando aqui qualquer efeito da temperatura do átomo, hipótese que se justifica uma vez que estamos trabalhando com átomos resfriados.

Inicialmente, iremos realizar a aproximação do nosso átomo por um sistema de dois níveis: se a energia da separação entre o estado fundamental  $|g\rangle$  e o um estado excitado  $|e\rangle$  for igual a  $\hbar\omega_r$ , e a frequência do laser  $\omega_l$  for tal que  $|\omega_l - \omega_r| \ll \omega_l, \omega_r$ , podemos negligenciar a probabilidade de ocupação de outros estados do átomo que

não sejam os estados  $|g\rangle$  ou  $|e\rangle$ , e então aproximar este átomo por um sistema de dois níveis. Apenas para comparação, a escala de energia associada as transições eletrônicas está na faixa de tera-hertz ( $10^{12}$  Hz), enquanto as larguras típicas dos estados de energia são da ordem de mega-hertz ( $10^6$  Hz), assim, quando um feixe de laser está quase-ressonante com uma transição atômica, o que significa estar dentro da largura natural da linha, a próxima transição disponível esta a muitas larguras de linha de distância, justificando a aproximação para um sistema de dois níveis.

É necessário também que a transição atômica  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  seja uma transição fechada\*. Os operadores atômicos que descrevem a evolução dinâmica desse sistema de dois níveis são:

- Diferença de população

$$\hat{\sigma}^z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|.$$

- Operador levantamento

$$\hat{\sigma}^+ = |e\rangle\langle g|.$$

- Operador abaixamento

$$\hat{\sigma}^- = |g\rangle\langle e|.$$

A base formada pelos auto-estados  $|g\rangle$  e  $|e\rangle$  formam uma base completa para o estado atômico:  $|g\rangle\langle g| + |e\rangle\langle e| = \mathbf{1}$ . Utilizando estes operadores, podemos escrever o Hamiltoniano desse átomo, representado por  $\hat{\mathcal{H}}_a$ , como:

$$\hat{\mathcal{H}}_a = \frac{\hbar\omega_r}{2}\hat{\sigma}^z, \quad (3.2)$$

onde o zero de energia foi definido de forma que o estado fundamental tem energia dada por  $\hat{\mathcal{H}}_a |g\rangle = -(\hbar\omega_r/2) |g\rangle$  e o estado excitado tem energia dada por  $\hat{\mathcal{H}}_a |e\rangle = (\hbar\omega_r/2) |e\rangle$ .

---

\*Uma transição atômica é dita fechada quando a partir do estado excitado  $|e\rangle$ , o átomo só pode decair espontaneamente para o estado fundamental  $|g\rangle$ . Assim, ao sintonizar a transição  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ , o sistema oscila entre os dois estados com probabilidade nula de ser encontrado em um estado diferente dos demais.

O Hamiltoniano da radiação eletromagnética livre é composto pela soma da energia de todos os modos do vácuo, proporcional aos números de ocupação dados pelo operador número:

$$\hat{\mathcal{H}}_{EM} = \sum_{\mathbf{k},s} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k},s}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k},s}, \quad (3.3)$$

onde  $s$  são as duas polarizações possíveis para o campo e  $\mathbf{k}$  é o vetor de onda do modo. A constante  $\sum_{\mathbf{k},s} \hbar\omega_{\mathbf{k}}/2$  foi desprezada sem nenhuma consequência física uma vez que os efeitos criados por ela como a força de Casimir não desempenham nenhum papel relevante nesse contexto. Uma descrição mais detalhada da força de Casimir por ser encontrado em [O Efeito Casimir Marcus Venicius Cougo-Pinto RBE]

A interação desse átomo com a radiação eletromagnética em primeira ordem é dada pela interação dipolar, mediada pelo operador de dipolo  $\hat{\mathbf{d}}$ :

$$\hat{\mathbf{d}} = q \langle e | \hat{\mathbf{r}} | g \rangle (\hat{\sigma}^- + \hat{\sigma}^+), \quad (3.4)$$

onde  $\hat{\mathbf{r}}$  é o operador posição do elétron e estamos supondo o momento dipolar de transição real.

O Hamiltoniano resultante  $\hat{\mathcal{H}}_i$  é o produto escalar do operador dipolo  $\hat{\mathbf{d}}$  com o campo elétrico incidente. O campo elétrico incidente é a soma do campo elétrico do laser  $E_{cl}(\mathbf{R}, t)$ , que estamos considerando como clássico, e do campo elétrico quantizado, o mesmo da equação (2.8):

$$\hat{\mathcal{H}}_i = \hat{\mathbf{d}} \cdot (\mathbf{E}_{cl}(\mathbf{R}, t) + \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{R}, t)), \quad (3.5)$$

onde  $\mathbf{R}$  é a posição do centro de massa do átomo, e  $\mathbf{E}_{cl}(\mathbf{R}, t) = \mathbf{E}_0 \cos(\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{R} - \omega_l t)$ , com  $c = \omega_l/k_l$ . Como estamos lidando com comprimentos de onda na faixa do visível ( $\lambda$  da ordem do  $\mu\text{m}$ ), o tamanho típico do átomo (da ordem do  $\text{\AA}$ ) é muito menor do que o comprimento de onda, assim a posição do centro de massa do átomos pode ser tratada como um variável clássica bem definida.

Com os três Hamiltonianos juntos podemos escrever o Hamiltoniano total do

sistema:

$$\begin{aligned}
\hat{\mathcal{H}} &= \hat{\mathcal{H}}_a + \hat{\mathcal{H}}_{EM} + \hat{\mathcal{H}}_i \\
&= \frac{\hbar\omega_r}{2}\hat{\sigma}^z + \sum_{\mathbf{k},s} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \left( \hat{a}_{\mathbf{k},s}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k},s} \right) + q \langle e | \hat{\mathbf{r}} | g \rangle \cdot \mathbf{E}_0 \cos(\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{R} - \omega_l t) (\hat{\sigma}^- + \hat{\sigma}^+) \\
&+ i \sum_{\mathbf{k},s} q \langle e | \hat{\mathbf{r}} | g \rangle \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{k},s} \left( \frac{\hbar\omega_{\mathbf{k}}}{2\epsilon_0 V} \right)^{1/2} \left( \hat{a}_{\mathbf{k},s} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{R} - \omega_{\mathbf{k}} t)} - \hat{a}_{\mathbf{k},s}^\dagger e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{R} - \omega_{\mathbf{k}} t)} \right) (\hat{\sigma}^- + \hat{\sigma}^+) \\
&= \frac{\hbar\omega_r}{2}\hat{\sigma}^z + \sum_{\mathbf{k},s} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \left( \hat{a}_{\mathbf{k},s}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k},s} \right) + \frac{\hbar}{2} \left( \Omega(\mathbf{R}) e^{-i\omega_l t} + \Omega(\mathbf{R})^* e^{i\omega_l t} \right) (\hat{\sigma}^- + \hat{\sigma}^+) \\
&+ i\hbar \sum_{\mathbf{k},s} \left( g_{\mathbf{k},s}(\mathbf{R}) \hat{a}_{\mathbf{k},s} e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t} - g_{\mathbf{k},s}(\mathbf{R})^* \hat{a}_{\mathbf{k},s}^\dagger e^{i\omega_{\mathbf{k}} t} \right) (\hat{\sigma}^- + \hat{\sigma}^+),
\end{aligned}$$

onde definimos a frequência de Rabi como:  $\Omega(\mathbf{R}) = q \langle e | \hat{\mathbf{r}} | g \rangle \cdot \mathbf{E}_0 \exp(i\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{R})$ , e o acoplamento do átomo com os modos do vácuo ou frequência de Rabi para um único fóton:  $g_{\mathbf{k},s}(\mathbf{R}) = q \langle e | \hat{\mathbf{r}} | g \rangle \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{k},s} \sqrt{\hbar\omega_{\mathbf{k}}/2\epsilon_0 V} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R})$ . Utilizando a representação de Heisenberg podemos encontrar a equação dinâmica para os operadores  $\hat{\sigma}^z$ ,  $\hat{\sigma}^-$  e  $\hat{\sigma}^+$ :

$$\frac{d\hat{\sigma}^z}{dt} = i(\hat{\sigma}^- - \hat{\sigma}^+) \left( \Omega(\mathbf{R}) e^{-i\omega_l t} + \text{c.c.} \right) - 2(\hat{\sigma}^- - \hat{\sigma}^+) \sum_{\mathbf{k},s} \left( g_{\mathbf{k},s} \hat{a}_{\mathbf{k},s} e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t} - \text{c.c.} \right); \quad (3.6)$$

$$\frac{d\hat{\sigma}^-}{dt} = -i\omega_r \hat{\sigma}^- + \frac{i\hat{\sigma}^z}{2} \left( \Omega(\mathbf{R}) e^{-i\omega_l t} + \text{c.c.} \right) - \hat{\sigma}^z \sum_{\mathbf{k},s} \left( g_{\mathbf{k},s} \hat{\sigma}_{\mathbf{k},s} e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t} - \text{c.c.} \right) \quad (3.7)$$

$$\frac{d\hat{\sigma}^{-\dagger}}{dt} = \left( \frac{d\hat{\sigma}^-}{dt} \right)^\dagger. \quad (3.8)$$

Os termos com o somatório em  $\mathbf{k}, s$  nas equações acima representam o acoplamento do átomo com os modos do vácuo. Uma aproximação para esse termo é dada pela teoria de Weisskopf-Wigner (18) onde as soluções temporais dos termos  $\hat{a}_{\mathbf{k},s}$  e  $\hat{a}_{\mathbf{k},s}^\dagger$  são expressas em termos dos operadores  $\hat{\sigma}^-$  e  $\hat{\sigma}^+$ , através de uma aproximação Markoviana. O resultado dessa aproximação é o aparecimento da emissão espontânea que destrói as coerências e ocorre a uma taxa  $\Gamma$  dada por:

$$\Gamma = \frac{\omega_r^3 |\langle e | \hat{\mathbf{r}} | e \rangle|^2}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3}, \quad (3.9)$$

com isso, os termos com somatório nas equações acima são aproximados por (18):

$$2(\hat{\sigma}^- - \hat{\sigma}^+) \sum_{\mathbf{k},s} \left( g_{\mathbf{k},s} \hat{a}_{\mathbf{k},s} e^{-i\omega_{\mathbf{k}}t} - g_{\mathbf{k},s}^* \hat{a}_{\mathbf{k},s}^\dagger e^{i\omega_{\mathbf{k}}t} \right) \approx \Gamma(1 + \hat{\sigma}^z)$$

$$\hat{\sigma}^z \sum_{\mathbf{k},s} \left( g_{\mathbf{k},s} \hat{a}_{\mathbf{k},s} e^{-i\omega_{\mathbf{k}}t} - g_{\mathbf{k},s}^* \hat{a}_{\mathbf{k},s}^\dagger e^{i\omega_{\mathbf{k}}t} \right) \approx \frac{\Gamma}{2} \hat{\sigma}^-.$$

Utilizando as aproximações acima, as evoluções temporais para os operadores atômicos agora são dadas por:

$$\frac{d\hat{\sigma}^z}{dt} = i(\hat{\sigma}^- - \hat{\sigma}^+) \left( \Omega(\mathbf{R}) e^{-i\omega_l t} + \Omega(\mathbf{R})^* e^{i\omega_l t} \right) - \Gamma(1 + \hat{\sigma}^z);$$

$$\frac{d\hat{\sigma}^-}{dt} = -i\omega_r \hat{\sigma}^- + \frac{i\hat{\sigma}^z}{2} \left( \Omega(\mathbf{R}) e^{-i\omega_l t} + \Omega(\mathbf{R})^* e^{i\omega_l t} \right) - \frac{\Gamma}{2} \hat{\sigma}^-;$$

$$\frac{d\hat{\sigma}^{-\dagger}}{dt} = \left( \frac{d\hat{\sigma}^+}{dt} \right).$$

A seguir podemos mudar o referencial no qual as coerências são medidas para um referencial que gire junto com a fase do campo elétrico do laser através da seguinte mudança nos operadores atômicos:  $\tilde{\sigma}^- = e^{i\omega_l t} \hat{\sigma}^-$ , assim obtemos novas equações dinâmicas para os operadores que têm a forma:

$$\frac{d\tilde{\sigma}^z}{dt} = i\left( \tilde{\sigma}^- \left( \Omega(\mathbf{R}) e^{-2i\omega_l t} + \Omega(\mathbf{R})^* \right) - \tilde{\sigma}^+ \left( \Omega(\mathbf{R}) + \Omega(\mathbf{R})^* e^{2i\omega_l t} \right) \right) - \Gamma(1 + \tilde{\sigma}^z);$$

$$\frac{d\tilde{\sigma}^-}{dt} = -i\omega_r \tilde{\sigma}^- + \frac{i\tilde{\sigma}^z}{2} \left( \Omega(\mathbf{R}) + \Omega(\mathbf{R})^* e^{2i\omega_l t} \right) - \frac{\Gamma}{2} \tilde{\sigma}^- + i\omega_l \tilde{\sigma}^-.$$

Por último, podemos realizar a aproximação da onda girante (RWA - *Rotating-Wave Approximation*) que consiste em substituir os termos que oscilam com frequência  $|2\omega_l|$ , pela sua média no tempo que é igual a zero, isto é, desprezamos todas as variações rápidas. A validade desta aproximação se justifica nos limites que estamos trabalhando onde  $|\omega_r - \omega_l|, \Omega(\mathbf{R}) \ll \omega_l$ . Também será omitido o  $\tilde{\phantom{x}}$  nos operadores  $\hat{\sigma}^-$  e  $\hat{\sigma}^+$  afim de simplificar a notação. Desta forma, no restante do texto  $\hat{\sigma}^-$  e  $\hat{\sigma}^+$



representam as coerências no referencial girante:

$$\frac{d\hat{\sigma}^z}{dt} = i(\Omega(\mathbf{R})^* \hat{\sigma}^- - \Omega(\mathbf{R}) \hat{\sigma}^+) - \Gamma(1 + \hat{\sigma}^z); \quad (3.10)$$

$$\frac{d\hat{\sigma}^-}{dt} = \left(i\Delta - \frac{\Gamma}{2}\right) \hat{\sigma}^- + \frac{i\Omega(\mathbf{R})}{2} \hat{\sigma}^z. \quad (3.11)$$

Nós obtemos aqui um sistema de duas equações acopladas que descreve a evolução de um sistema de dois níveis na presença de um campo de radiação representado pela frequência de Rabi  $\Omega(\mathbf{R})$ , sendo  $\mathbf{R}$  a posição do centro de massa do átomo.

O regime estacionário para o átomo é atingido no limite  $t \rightarrow \infty$ , o que é equivalente a  $\frac{d\hat{\sigma}^-}{dt} = \frac{d\hat{\sigma}^z}{dt} = 0$ . Nesse limite, podemos resolver o sistema de equações acima para seu valores médios estacionários  $\langle \hat{\sigma}^z \rangle$  e  $\langle \hat{\sigma}^- \rangle$ :

$$\begin{cases} i(\Omega(\mathbf{R})^* \langle \hat{\sigma}^- \rangle - \Omega(\mathbf{R}) \langle \hat{\sigma}^+ \rangle) - \Gamma(1 + \langle \hat{\sigma}^z \rangle) = 0; \\ \left(i\Delta - \frac{\Gamma}{2}\right) \langle \hat{\sigma}^- \rangle + \frac{i\Omega(\mathbf{R})}{2} \langle \hat{\sigma}^z \rangle = 0. \end{cases}$$

A segunda equação acima quanto isolada em  $\langle \hat{\sigma}^- \rangle$  resulta em  $\langle \hat{\sigma}^- \rangle = \frac{-i\Omega(\mathbf{R})}{2(i\Delta - \Gamma/2)} \langle \hat{\sigma}^z \rangle$ , e como  $\hat{\sigma}^+$  é o conjugado hermitiano de  $\hat{\sigma}^-$ , temos  $\langle \hat{\sigma}^+ \rangle = \frac{-i\Omega(\mathbf{R})^*}{2(i\Delta + \Gamma/2)} \langle \hat{\sigma}^z \rangle$ . Substituindo ambos valores médios na primeira equação, obtemos:

$$\left( i\Omega(\mathbf{R})^* \frac{-i\Omega(\mathbf{R})}{2(i\Delta - \frac{\Gamma}{2})} - i\Omega(\mathbf{R}) \frac{-i\Omega(\mathbf{R})^*}{2(i\Delta + \frac{\Gamma}{2})} \right) \langle \hat{\sigma}^z \rangle - \Gamma(1 + \langle \hat{\sigma}^z \rangle) = 0,$$

onde podemos isolar  $\langle \hat{\sigma}^z \rangle$  para obtermos:

$$\langle \hat{\sigma}^z \rangle = -\frac{\Delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}{\Delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{|\Omega(\mathbf{R})|^2}{2}} = -\frac{1}{1 + s}^\dagger,$$

onde definimos o parâmetro de saturação  $s = \frac{|\Omega(\mathbf{R})|^2/2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4} = \frac{s_0}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2}$ , sendo  $s_0 = \frac{2|\Omega(\mathbf{R})|^2}{\Gamma^2}$  o parâmetro de saturação em ressonância, isto é  $\Delta = 0$ .

Utilizando o valor obtido para  $\langle \hat{\sigma}^z \rangle$ , podemos obter as coerências atômicas, que serão úteis nos cálculos seguintes onde obteremos a intensidade e o espectro da

---

<sup>†</sup>É interessante notar que o operador  $\sigma^z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$ , assim esse resultado nos diz que quanto maior a intensidade da luz, maior a população no estado excitado atingindo o limite de igual população no estado excitado e no estado fundamental para  $s \rightarrow \infty$ .

radiação espalhada por um átomo:

$$\langle \hat{\sigma}^- \rangle = \frac{-i}{1+s} \frac{\Omega(\mathbf{R})}{\Gamma - 2i\Delta} \quad (3.12)$$

$$\langle \hat{\sigma}^+ \rangle = \frac{i}{1+s} \frac{\Omega(\mathbf{R})^*}{\Gamma + 2i\Delta} \quad (3.13)$$

### 3.1.2 Radiação emitida por um dipolo

A expressão da radiação média emitida pelo momento dipolar elétrico do átomo pode ser obtida a partir da fórmula clássica da radiação espalhada, usando como momento dipolar elétrico clássico o valor médio do operador momento dipolar elétrico atômico.

Um dipolo elétrico clássico é formado por duas cargas, de módulo  $Q$  com sinais opostos separadas por uma distância  $a$ . Assim podemos definir o dipolo  $\mathbf{p} = Q\mathbf{a}$ , onde  $\mathbf{a}$  representa um vetor de módulo  $|\mathbf{a}| = a$  apontando na direção da carga negativa para a carga positiva. Supondo que o dipolo não é estático, mas oscila no tempo seguindo  $\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}e^{i\omega t}$ , então segundo a referência (19), o módulo do campo elétrico complexo emitido por esse dipolo no ponto  $\mathbf{r}$ , desprezando os termos com  $\tilde{r}^{-2}$  e  $\tilde{r}^{-3}$  (radiação espalhada distante do dipolo), é dado por:

$$\mathcal{E}(r) = \frac{\mathbf{k}^2}{4\pi\epsilon_0 r} \sin\theta |\mathbf{p}| e^{i\mathbf{k}\cdot\tilde{\mathbf{r}}}, \quad (3.14)$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre  $\mathbf{p}$  e  $\tilde{\mathbf{r}}$ . Para o caso em que o átomo se localiza na posição  $\mathbf{R}$  e o ponto de observação é dado por  $\mathbf{R}_0$ , então  $\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{R}_0 - \mathbf{R}$ . O módulo do operador momento dipolar (3.4) no referencial que gira com frequência  $\omega_l$  é dado por:

$$\hat{d} = |\hat{d}| = q | \langle e | \hat{\mathbf{r}} | g \rangle | \left( \hat{\sigma}^- e^{-i\omega_l t} + \hat{\sigma}^+ e^{i\omega_l t} \right) = \hat{d}^{(+)} + \hat{d}^{(-)}. \quad (3.15)$$

De maneira semelhante ao que ocorreu anteriormente, aqui teremos duas componentes para o campo elétrico, e novamente nós utilizamos somente a componente associada a parte positiva do dipolo, e o módulo do campo elétrico espalhado pelo

átomo  $\hat{E}_a^{(+)}$  é dado por:

$$\hat{E}_a^{(+)}(\mathbf{R}_0, t) = \frac{\mathbf{k}_l^2 |\mathbf{d}|}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}|} \sin \theta \hat{\sigma}^- \left( t - \frac{|\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}|}{c} \right) e^{i\mathbf{k}_l \cdot (\mathbf{R}_0 - \mathbf{R})} e^{-i\omega_l t}, \quad (3.16)$$

onde o valor do operador abaixamento é calculado no tempo retardado. A partir do campo elétrico podemos calcular a intensidade espalhada como sendo:

$$\begin{aligned} I(\mathbf{R}_0, t) &= \frac{\epsilon_0 c}{2} \langle \hat{E}_a^{(-)}(\mathbf{R}_0, t) \hat{E}_a^{(+)}(\mathbf{R}_0, t) \rangle \\ &= \frac{cd^2 \mathbf{k}_l^4}{32\pi^2 \epsilon_0 \mathbf{R}_0^2} \sin \theta \left\langle \hat{\sigma}^+ \left( t - \frac{|\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}|}{c} \right) \hat{\sigma}^- \left( t - \frac{|\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}|}{c} \right) \right\rangle \\ &= I_0 \left\langle \hat{\sigma}^+ \left( t - \frac{|\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}|}{c} \right) \hat{\sigma}^- \left( t - \frac{|\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}|}{c} \right) \right\rangle, \end{aligned}$$

onde foi efetuada a aproximação de  $|\mathbf{R}_0 - R| \approx \mathbf{R}_0$  no denominador da formula.

Se considerarmos novamente o regime estacionário, a intensidade de luz espalhada por esse átomo se torna independente do tempo em que a medida é efetuada, e a intensidade em qualquer tempo  $t$  e na posição  $\mathbf{r}$  é dada por  $I(\mathbf{r}, t) = I_0 \langle \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma}^- \rangle$ . Da definição de  $\hat{\sigma}^-$  e  $\hat{\sigma}^+$ , segue que  $\hat{\sigma}^+ \hat{\sigma}^- = |e\rangle\langle e|$ . Lembrando que os dois estados formam uma base completa, é possível re-escrever  $|e\rangle\langle e| = (\hat{\sigma}^z + 1)/2$ . Finalmente, no regime estacionário, a intensidade espalhada pelo átomo é dada por:

$$\frac{I(\mathbf{r}, t)}{I_0} = \left( \frac{\langle \hat{\sigma}^z \rangle}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \frac{s}{s+1}. \quad (3.17)$$

Como para calcular esta intensidade estamos considerando apenas o valor médio dos operadores, estamos desprezando efeitos da flutuação do valor dos operadores  $\hat{\sigma}^-$  e  $\hat{\sigma}^+$ . Para considerar os efeitos da flutuação podemos, como sugerido pela referência (20), escrever os operadores na forma:

$$\hat{\sigma}^-(t) = \langle \hat{\sigma}^- \rangle + \delta\hat{\sigma}^-(t); \quad (3.18)$$

$$\hat{\sigma}^+(t) = \langle \hat{\sigma}^+ \rangle + \delta\hat{\sigma}^+(t), \quad (3.19)$$

onde  $\langle \delta\hat{\sigma}^\pm \rangle = 0$ . Ao calcular a intensidade utilizando as definições acima dos ope-

radores temos:

$$\begin{aligned}
\frac{I(\mathbf{r}, t)}{I_0} &= \langle \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma}^- \rangle \\
&= \langle (\langle \hat{\sigma}^+ \rangle + \delta \hat{\sigma}^+(t)) (\langle \hat{\sigma}^- \rangle + \delta \hat{\sigma}^-(t)) \rangle \\
&= \langle \hat{\sigma}^+ \rangle \langle \hat{\sigma}^- \rangle + \langle \hat{\sigma}^+ \rangle \langle \delta \hat{\sigma}^-(t) \rangle + \langle \delta \hat{\sigma}^+(t) \rangle \langle \hat{\sigma}^- \rangle + \langle \delta \hat{\sigma}^+(t) \delta \hat{\sigma}^-(t) \rangle \\
&= \langle \hat{\sigma}^+ \rangle \langle \hat{\sigma}^- \rangle + \langle \delta \hat{\sigma}^+(t) \delta \hat{\sigma}^-(t) \rangle.
\end{aligned}$$

A intensidade total espalhada pode ser dividida em duas partes: a primeira  $I_{el} = I_0 \langle \hat{\sigma}^+ \rangle \langle \hat{\sigma}^- \rangle$  é chamada de componente elástica por possuir o mesmo espectro da radiação incidente como veremos mais a frente, e pode ser calculada utilizando as (3.12) e (3.13):

$$\frac{I_{el}}{I_0} = \langle \hat{\sigma}^+ \rangle \langle \hat{\sigma}^- \rangle = \frac{i}{1+s} \frac{\Omega(\mathbf{R})^*}{\Gamma + 2i\Delta} \times \frac{-i}{1+s} \frac{\Omega(\mathbf{R})}{\Gamma - 2i\Delta} = \frac{1}{2} \frac{s}{(s+1)^2}. \quad (3.20)$$

A segunda parte é chamada de componente inelástica, representada por  $I_{inel} = I_0 \langle \delta \hat{\sigma}^+(t) \delta \hat{\sigma}^-(t) \rangle$ , e que recebe esse nome por ter um espectro diferente do campo incidente como veremos na próxima seção. Usando o valor da componente elástica e o total de luz espalhada podemos calcular a componente inelástica §:

$$\frac{I_{inel}}{I_0} = \langle \delta \hat{\sigma}^+(t) \delta \hat{\sigma}^-(t) \rangle = I(\mathbf{r}, t) - I_{el} = \frac{1}{2} \frac{s}{s+1} - \frac{1}{2} \frac{s}{(s+1)^2} = \frac{1}{2} \frac{s^2}{(s+1)^2}. \quad (3.21)$$

Se olharmos em um gráfico, é possível perceber que a contribuição de cada um dos dois processos varia de acordo com o parâmetro de saturação  $s$ , o que é esperado uma vez que  $I_{inel}/I_{el} = s$ . Isso significa que para baixas intensidades a luz espalhada tem espectro idêntico ao do laser incidente, conforme a intensidade aumenta o espectro passa a ter uma componente espectro igual a do tripleto de Mollow.

---

§Em seu livro (20) Cohen-Tannoudji usa os nomes componente coerente e incoerente para os espalhamentos elástico e inelástico, respectivamente. Apesar do que sugere o nome dado por ele, a componente incoerente possui coerência espectral sendo um dos propósitos deste trabalho propor uma forma de se verificar isto

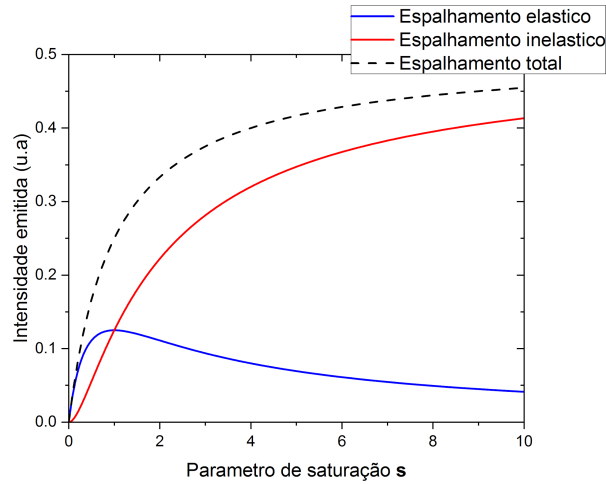


Figura 1: Comparação entre quantidade de luz espalhada de maneira elástica e inelástica como função da intensidade de saturação

### 3.1.3 Espectro da radiação espalhada

Conforme definido na seção anterior, a radiação que é espalhada possui duas componentes, denominadas componente elástica e inelástica. As diferenças entre as duas componentes se tornam explícitas quando considerado o espectro de cada uma: é esperado que a componente elástica, por oscilar em fase com a radiação incidente, apresente um espectro idêntico ao do campo que promove a excitação, enquanto para a componente inelástica, é esperado que esse espectro revele características da transição atômica utilizada. Portanto podemos concluir que o espalhamento elástico leva aos mesmos resultados de um espalhamento clássico por um dipolo, enquanto o espalhamento inelástico manifesta as características quânticas do sistema de dois níveis.

Como obtido anteriormente, o espectro de um campo de luz é dado pela transformada de Fourier da função de auto-correlação de primeira ordem do feixe de luz. No caso da luz emitida pelos átomos podemos usar a definição (2.11) para calcular

a função de auto-correlação de primeira ordem do campo:

$$\begin{aligned}
 g^{(1)}(\tau) &= \frac{\langle \hat{E}_a^{(-)}(\mathbf{R}_0, t) \hat{E}_a^{(+)}(\mathbf{R}_0, t + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle \hat{E}_a^{(-)}(\mathbf{R}_0, t) \hat{E}_a^{(+)}(\mathbf{R}_0, t) \rangle \langle \hat{E}_a^{(-)}(\mathbf{R}_0, t + \tau) \hat{E}_a^{(+)}(\mathbf{R}_0, t + \tau) \rangle}} \\
 &= \frac{\langle \hat{\sigma}^+(t) \hat{\sigma}^-(t + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle \hat{\sigma}^+(t) \hat{\sigma}^-(t) \rangle \langle \hat{\sigma}^+(t + \tau) \hat{\sigma}^-(t + \tau) \rangle}} e^{-i\omega_l \tau},
 \end{aligned}$$

onde estamos supondo novamente o regime estacionário, no qual a função  $g^{(1)}(\tau)$  não depende do tempo  $t$  escolhido, mas apenas de  $\tau$ .

Utilizando agora as equações (3.18) e (3.19) para os operadores, a função  $g^{(1)}(\tau)$  fica:

$$\begin{aligned}
 g^{(1)}(\tau) &= \frac{\langle (\langle \hat{\sigma}^+ \rangle + \delta \hat{\sigma}^+(t)) (\langle \hat{\sigma}^- \rangle + \delta \hat{\sigma}^-(t + \tau)) \rangle}{\sqrt{\langle |\hat{\sigma}^-(t)|^2 \rangle \langle |\hat{\sigma}^-(t + \tau)|^2 \rangle}} e^{-i\omega_l \tau} \\
 &= \frac{\langle \hat{\sigma}^+ \rangle \langle \hat{\sigma}^- \rangle}{\sqrt{\langle |\hat{\sigma}^-(t)|^2 \rangle \langle |\hat{\sigma}^-(t + \tau)|^2 \rangle}} e^{-i\omega_l \tau} + \frac{\langle \delta \hat{\sigma}^+(t) \delta \hat{\sigma}^-(t + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle |\hat{\sigma}^-(t)|^2 \rangle \langle |\hat{\sigma}^-(t + \tau)|^2 \rangle}} e^{-i\omega_l \tau} \\
 &= g_{el}^{(1)}(\tau) + g_{inel}^{(1)}(\tau).
 \end{aligned}$$

Portanto, temos duas componentes para a função de auto-correlação, e o mesmo ocorre para o espectro da radiação espalhada. Usando (2.7) podemos calcular o espectro de cada uma das componentes. Para o espalhamento elástico, podemos utilizar a expressão da intensidade obtida em (3.20) e obter o espectro elástico como:

$$f_{el}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g_{el}^{(1)}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau = \frac{s}{(s+1)^2} \delta(\omega - \omega_l), \quad (3.22)$$

portando, a parte coerente do espalhamento de radiação tem o espectro de uma delta de Dirac, o que corresponde ao mesmo espectro utilizado para excitação, justificando assim o nome de espalhamento elástico.

O espectro do espalhamento inelástico é dado por:

$$f_{inel}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g_{inel}^{(1)}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau = \frac{1}{I_0 \pi} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \delta \hat{\sigma}^+(t) \delta \hat{\sigma}^-(t + \tau) \rangle e^{i(\omega - \omega_l)\tau} d\tau. \quad (3.23)$$

A solução da equação acima foi obtida pela primeira vez por Mollow em 1969,

porém sua forma depende da comparação entre os valores de  $\Omega(\mathbf{R}), \omega$  e  $\omega_r$ . A seguir iremos descrever brevemente a forma em alguns casos, bem como mostrar alguns experimentos onde este espectro foi obtido.

### 3.2 TRIPLETO DE MOLLOW

O problema da radiação espalhada por um sistema de dois níveis é extremamente interessante, uma vez que é o sistema quântico mais simples que pode ser obtido, considerando que até o momento já foram efetuadas diversas aproximações como a de dipolo e a aproximação de onda girante (RWA). Como deduzido acima, o espalhamento é composto por duas partes: a primeira chamada de espalhamento elástico tem espectro igual ao da fonte que promove a excitação, a segunda chamada de espalhamento inelástico revela um espectro que depende da estrutura interna da transição utilizada e da intensidade do acoplamento com o campo elétrico de excitação.

No caso do espalhamento inelástico o espectro da luz espalhada (21):

$$f_{inel}(\omega) = \frac{s}{4(s+1)} \text{Re} \left\{ \frac{1}{\frac{\Gamma}{2} - i\omega} + \frac{1}{2} \frac{s-1}{s+1} \left( \frac{1}{\frac{3\Gamma}{4} + i(\omega - \Omega(\mathbf{R}))} + \frac{1}{\frac{3\Gamma}{4} + i(\omega + \Omega(\mathbf{R}))} \right) \right. \\ \left. + \frac{\Gamma}{8i\Omega(\mathbf{R})} \frac{5s-1}{s+1} \left( \frac{1}{\frac{3\Gamma}{4} + i(\omega - \Omega(\mathbf{R}))} - \frac{1}{\frac{3\Gamma}{4} + i(\omega + \Omega(\mathbf{R}))} \right) \right\}, \quad (3.24)$$

cujo gráfico dessa expressão revela três picos separados pela frequência de Rabi:

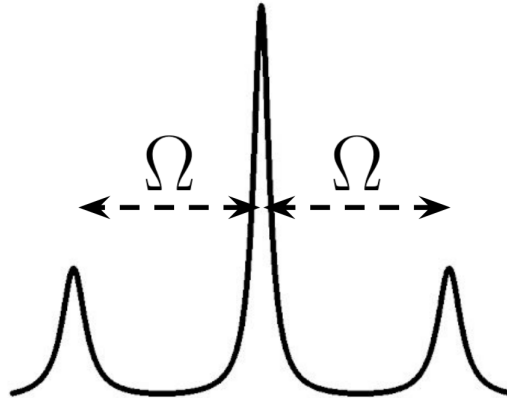


Figura 2: Espectro da radiação inelástica espalhada por um átomo saturado. Esses três picos são chamados de tripleto de Mollow (4) que foi o primeiro a derivar uma expressão para este espectro em 1969.

O valor absoluto do tripleto de Mollow como função da frequência foi medido pela primeira vez em um feixe de atômico de sódio (5). Nesta ocasião o mecanismo utilizado para efetuar a medida foi um interferômetro de Fabry-Perot.

Diversas outras medidas do tripleto foram realizadas em diversos sistemas de dois níveis como íons (22), pontos quânticos (11) e mais recentemente pela primeira vez em átomos frios (23).

Com exceção da última observação em átomos frios, as observações anteriores foram feitas medido a função  $g^{(2)}(\tau)$  da luz espalhada, e inferindo o  $|g^{(1)}(\tau)|$  através da relação  $g^{(2)}(\tau) = 1 + |g^{(1)}(\tau)|$ .

### 3.3 SISTEMA INTERFEROMÉTRICO

Neste trabalho nós iremos utilizar um sistema interferométrico para verificar a relação de fase entre as diferentes componentes espectrais do tripleto de Mollow em dois tempos diferentes. O sistema interferométrico funciona baseado no espalhamento de radiação por uma nuvem de átomos frios na frente de um espelho.



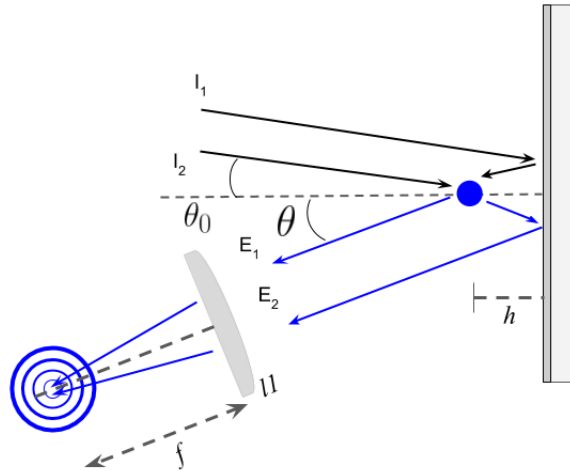


Figura 3: A luz espalhada por um átomo a uma distância  $h$  do espelho é coletada pela lente  $l1$  de foco  $f$ , e interfere no plano focal dessa lente gerando franjas de interferência.

A luz espalhada por um átomo pode seguir 4 caminhos possíveis dados pela combinação  $I_i E_j$ , com  $i, j = 1, 2$ . A soma dos 4 caminhos de luz espalhada em um mesmo ângulo  $\theta$  é coletada pela lente  $l1$ . No plano focal dessa lente toda a luz que chega sobre um ângulo  $\theta$  com o eixo óptico é direcionada a um mesmo ponto no plano focal que está a uma distância  $x = f\theta$  (para  $\theta \ll 1$ ) do eixo óptico, lembrando que o sistema tem simetria cilíndrica. Assim, as formulas para o espalhamento em função do ângulo  $\theta$  representam o padrão de interferência visto no plano focal da lente.

### 3.3.1 Átomo único

Primeiro iremos deduzir as equações para um só átomo em frente ao espelho para em seguida considerar o caso de uma nuvem atômica. Considerando um átomo na posição  $\mathbf{R} = (x, y, z)$  em frente a um espelho plano localizado em  $z = 0$ . Ao incidir neste sistema “átomo + espelho” um feixe de laser de frequência  $\omega_r$  (ressonante com a transição atômica) sobe um ângulo  $\theta_0 \ll 1$  com a normal do espelho, vetor de onda  $\mathbf{k} = (0, -k_0 \sin \theta_0, k_0 \cos \theta_0) \hat{k}$  e frequência de Rabi  $\omega_r$ . Como pode ser visto na figura abaixo:

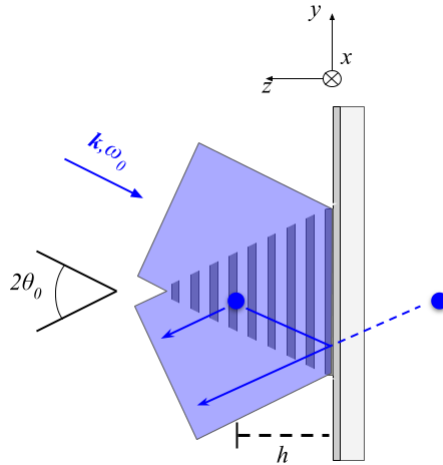


Figura 4: Espalhamento de radiação por um átomo e sua imagem especular em frente a um espelho e sobre uma onda estacionária.

A reflexão do feixe de laser, considerado aqui uma onda plana, pelo espelho gera uma onda estacionária no eixo  $z$  e propagante em  $y$ , que pode ser descrita por uma frequência de Rabi dependente da posição dada por:

$$\Omega(\mathbf{R}) = 2\omega_r \cos(k_0 z \cos \theta_0) e^{-ik_0 y \sin \theta_0}. \quad (3.25)$$

De maneira similar ao que fizemos antes, podemos então utilizar as equações dos operadores atômicos  $\hat{\sigma}^z$  e  $\hat{\sigma}^-$  para descrever a evolução do estado de um átomo sujeito a frequência de Rabi acima.

O campo elétrico emitido por estes átomo agora é dado pelo campo elétrico emitido na direção de detecção, dada por  $\mathbf{R}_0 - \mathbf{R} \approx \mathbf{R}_0$ , somado ao campo emitido primeiro em direção ao espelho e em seguida na direção de detecção. Assim, podemos utilizar a formula obtida para o campo elétrico emitido por um dipolo (3.16), e obter o modulo do campo elétrico espalhado pelo átomo e sua imagem especular como:

$$\hat{E}_{a+e}^{(+)}(\mathbf{k}, t) = \frac{\mathbf{k}_0^2 |\mathbf{d}|}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}|} \left( \hat{\sigma}^- \left( t + \frac{\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{R}}{c} \right) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}} + \hat{\sigma}^- \left( t + \frac{\hat{\mathbf{n}}' \cdot \mathbf{R}}{c} \right) e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{R}} \right), \quad (3.26)$$

onde:  $\hat{\mathbf{n}} = \mathbf{k}/k$  é um versor que aponta na direção de  $\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}$  (que é a mesma direção do vetor de onda  $\mathbf{k}$  da onda espalhada), e  $\hat{\mathbf{n}}'$  é um versor que aponta na direção do espelho tal que após a reflexão aponta na direção  $\hat{\mathbf{n}}$ . Podemos ainda escrever o vetor

$\mathbf{k}$  em coordenadas esféricas obtendo  $\mathbf{k} = k(\sin \theta \cos \psi, \sin \theta \sin \psi, -\cos \theta)$ , e assim o vetor  $\mathbf{k}'$  pode ser escrito como  $\mathbf{k}' = k(\sin \theta \cos \psi, \sin \theta \sin \psi, \cos \theta)$ .

Utilizando este campo elétrico, podemos escrever a intensidade de luz espalhada na direção  $\mathbf{k}$  como:

$$\begin{aligned} I(\mathbf{k}, t) &= \frac{\epsilon_0 C}{2} \langle \hat{E}_{a+e}^{(-)}(\mathbf{k}, t) \hat{E}_{a+e}^{(+)}(\mathbf{k}, t) \rangle \\ &= I_0 \left[ 2 \langle \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma}^- \rangle + 2 \Re \langle \hat{\sigma}^+(t) \hat{\sigma}^-(t + \tau_c) \rangle e^{-i2kz \cos \theta} \right], \end{aligned}$$

onde  $\tau_c = \frac{(\hat{\mathbf{n}}' - \hat{\mathbf{n}}) \cdot \mathbf{R}}{c} = \frac{2z \cos \theta}{c}$  é o tempo necessário para a luz ir até o espelho e então ser espalhada na direção  $\mathbf{k}$ . É interessante notar que a presença do espelho fez surgir na expressão para a intensidade o produto das coerências atômicas em instantes diferentes, o que é proporcional à função  $g^{(1)}(\tau)$  de correlação temporal. Considerando que o espalhamento é ressonante,  $\Delta = 0$ , os valores obtidos para os operadores atômicos são os mesmos obtidos anteriormente e o valor médio da auto-correlação é dado por:

$$\begin{aligned} \langle \hat{\sigma}^+(t) \hat{\sigma}^-(t + \tau_c) \rangle &= \frac{s(\mathbf{R})}{4(s(\mathbf{R}) + 1)} \left( \frac{2}{s(\mathbf{R}) + 1} + e^{-\Gamma \tau_c / 2} + \frac{s(\mathbf{R}) - 1}{s(\mathbf{R}) + 1} \right. \\ &\quad \left. \times \cos(\Omega_M(\mathbf{R}) \tau_c) e^{-3\Gamma \tau_c / 4} + \frac{\Gamma}{4\Omega_M(\mathbf{R})} \frac{5s(\mathbf{R}) - 1}{s(\mathbf{R}) + 1} \sin(\Omega_M(\mathbf{R}) \tau_c) e^{-3\Gamma \tau_c / 4} \right), \quad (3.27) \end{aligned}$$

sendo  $\Omega_M(\mathbf{R}) = \sqrt{|\Omega(\mathbf{R})|^2 - \Gamma^2 / 16}$  a frequência de Mollow.

Com isso, podemos escrever a intensidade espalhada na direção  $\mathbf{k}$  como:

$$\begin{aligned} \frac{I(\mathbf{k})}{I_0} &= \frac{s(\mathbf{R})}{s(\mathbf{R}) + 1} + \frac{s(\mathbf{R})}{2(s(\mathbf{R}) + 1)} \left( \frac{2}{s(\mathbf{R}) + 1} + e^{-\Gamma \tau_c / 2} + \frac{s(\mathbf{R}) - 1}{s(\mathbf{R}) + 1} \right. \\ &\quad \left. \times \cos(\Omega_M(\mathbf{R}) \tau_c) e^{-3\Gamma \tau_c / 4} + \frac{\Gamma}{4\Omega_M(\mathbf{R})} \frac{5s(\mathbf{R}) - 1}{s(\mathbf{R}) + 1} \sin(\Omega_M(\mathbf{R}) \tau_c) e^{-3\Gamma \tau_c / 4} \right) \\ &\quad \times \cos(2kz \cos \theta). \quad (3.28) \end{aligned}$$

No limite de baixa intensidade  $s(\mathbf{R}) \ll 1$ , o parâmetro  $\tau_c$  não desempenha nenhum papel, uma vez que o espalhamento é predominantemente elástico, o que significa que podemos considerar que  $\langle \hat{\sigma}^+(t) \hat{\sigma}^-(t + \tau_c) \rangle = \langle \hat{\sigma}^+(t) \hat{\sigma}^-(t) \rangle$ . Além disso,

podemos aproximar também  $s + 1 \approx 1$ , e a intensidade fica dada por:

$$\frac{I(\mathbf{k}, t)}{I_0} = s(1 + \cos(2kz \cos \theta)) = 2s^* \cos^2(kz \cos \theta) \cos^2(kz \cos \theta) \quad (3.29)$$

onde  $s^* = 8\omega_r/\Gamma^2$  é o parâmetro de saturação no máximo da onda estacionária. Com isso, podemos concluir que o espalhamento de um átomo em frente a um espelho no regime de baixa intensidade é composto por dois termos: o primeiro, sublinhado em azul, representa a posição  $z$  deste átomo na onda estacionária criada pelo feixe incidente e sua reflexão no espelho, e o segundo, sublinhado em vermelho, tem uma oscilação de acordo com o ângulo de observação da luz espalhada. A figura a seguir é um gráfico dessa intensidade:

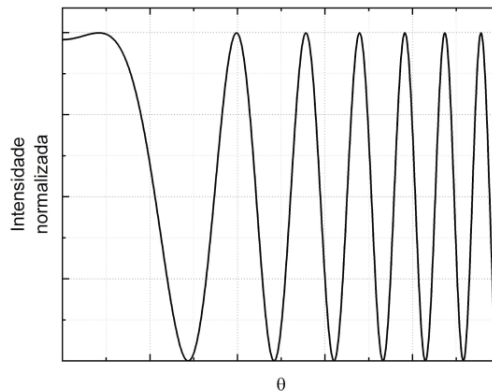


Figura 5: Intensidade resultante do espalhamento de luz por um átomo em frente ao espelho.

Ao calcular o contraste destas franjas de interferência dado por  $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{fundo}}$ , onde  $I_{fundo} = I_0 s^*$  é a intensidade média espalhada, podemos ver que o contraste aqui é  $C = 2$ , que é máximo. A seguir faremos a dedução das mesmas fórmulas para o espalhamento por uma nuvem de átomos com perfil de densidade gaussiano.

### 3.3.2 Nuvem atômica

Quando temos uma nuvem atômica ao invés de apenas um átomo, é necessário levar em conta que cada átomo irá se localizar em um posição diferente da onda

estacionária, o que significa que teremos fluorescência de diferentes pontos. Assim, o campo elétrico resultante é a soma do campo elétrico espalhado por cada átomo. Para nuvens diluídas podemos desprezar quaisquer interações entre os átomos, o que significa que o campo elétrico de cada átomo é o campo elétrico descrito no espalhamento simples (3.26), porém ainda é necessário considerar os termos de interferência no campo elétrico espalhado por diferentes átomos.

Usando a (3.26) com um sub-índice  $j$  para identificar cada um dos  $N$  átomos que ocupam as posições dadas por  $\mathbf{R}_j = (x_j, y_j, z_j)$ , podemos escrever o campo elétrico total espalhado por esses átomos como:

$$\hat{E}_{Tot}(\mathbf{k}, t) = \left( \frac{\mathbf{k}_0^2 |\mathbf{d}|}{4\pi\epsilon_0 \mathbf{R}_0} \right) \sum_j^N \left( \hat{\sigma}_j^-(t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}_j} + \hat{\sigma}_j^-(t + \tau_c) e^{-i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{R}_j} \right),$$

onde devido as dimensões da nuvem estamos considerando que o campo emitido por cada átomos está a mesma distância do ponto de medida, isto é, fizemos a aproximação  $|\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_0| \approx R_0, \forall j \in \{1, \dots, N\}$ , e a intensidade fica dada por:

$$\begin{aligned} I_{Tot}(\mathbf{k}, t) &= \frac{\epsilon_0 c}{2} \left( \frac{\mathbf{k}_0^2 |\mathbf{d}|}{4\pi\epsilon_0 \mathbf{R}_0} \right)^2 \left\langle \hat{E}_{Tot}^\dagger(\mathbf{k}, t) \hat{E}_{Tot}(\mathbf{k}, t) \right\rangle \\ &= I_0 \left\langle \sum_m \left( \hat{\sigma}_m^+(t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}_m} + \hat{\sigma}_m^+(t + \tau_c) e^{i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{R}_m} \right) \sum_j \left( \hat{\sigma}_j^-(t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}_j} + \hat{\sigma}_j^-(t + \tau_c) e^{-i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{R}_j} \right) \right\rangle \\ &= I_0 \sum_{j,m} \left\langle \hat{\sigma}_j^+ \hat{\sigma}_m^- \right\rangle e^{i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_m)} + \sum_{j,m} \left\langle \hat{\sigma}^+(t) \hat{\sigma}^-(t + \tau_c) \right\rangle e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}_j - \mathbf{k}'\cdot\mathbf{R}_m)} \\ &\quad + \sum_{j,m} \left\langle \hat{\sigma}^+(t + \tau_c) \hat{\sigma}^-(t) \right\rangle e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}_j - \mathbf{k}'\cdot\mathbf{R}_m)} + \sum_{j,m} \left\langle \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma}^- \right\rangle e^{i\mathbf{k}'\cdot(\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_m)}, \end{aligned}$$

onde consideramos que estamos no regime estacionário, assim os valores médio dos operadores não dependem do tempo no qual a medida é feita. Considerando a definição dos vetores  $\mathbf{k}$  e  $\mathbf{k}'$ , podemos dividir os produtos escalares que aparecem nas exponenciais na forma:  $\mathbf{k} \cdot (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_m) = \mathbf{k}_\perp \cdot (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_m) + \cos\theta(z_j - z_m)$ , e  $\mathbf{k}' \cdot (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_m) = \mathbf{k}_\perp \cdot (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_m) + \cos\theta(z_j - z_m)$ , onde  $\mathbf{k}_\perp = (\sin\theta \cos\psi, \sin\theta \sin\psi, 0)$ . Com isso a primeira e a última somas podem ser unidas, enquanto a segunda e a terceira são o complexo conjugado uma da outra. Com isso, a intensidade espalhada

pode ser reescrita na forma:

$$\frac{I_{Tot}(\mathbf{k}, t)}{I_0} = 2 \sum_{j,m} \langle \hat{\sigma}_j^+ \hat{\sigma}_m^- \rangle e^{i\mathbf{k}_\perp \cdot (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_m)} \cos(k(z_j - z_m) \cos \theta) + \left( \sum_{j,m} \langle \hat{\sigma}_j^+(t) \hat{\sigma}_m^-(t + \tau_c) \rangle e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}_j - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{R}_m)} + \text{c.c.} \right). \quad (3.30)$$

Como estamos lidando com espalhamento simples e uma nuvem diluída, dois átomos diferentes são descorrelacionados, e portanto  $\langle \hat{\sigma}_j^+(t) \hat{\sigma}_m^-(t') \rangle = \langle \hat{\sigma}_j^+ \rangle \langle \hat{\sigma}_m^- \rangle$ . Além disso podemos separar as somas sobre o mesmo átomo e sobre átomos diferentes no primeiro termo. Assim, podemos reescrever a intensidade como:

$$\frac{I(\mathbf{k}, t)}{I_0} = 2 \sum_j \langle \hat{\sigma}_j^+ \hat{\sigma}_j^- \rangle + 2 \sum_j \Re \left[ \langle \hat{\sigma}_j^+(t) \hat{\sigma}_j^-(t + \tau_c) \rangle e^{-i2kz_j \cos \theta} \right] + 4\Re \left[ \sum_{j,m \neq j} \langle \hat{\sigma}_j^+ \rangle \langle \hat{\sigma}_m^- \rangle e^{i\mathbf{k}_\perp \cdot (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_m)} \cos(k(z_j - z_m) \cos \theta) \right].$$

O primeiro e o segundo termos representam a soma do espalhamento simples para todos os átomos, enquanto o terceiro representa o termo de interferência entre eles. Como os átomos são não correlacionados, a fase resultante em  $i\mathbf{k}_\perp \cdot (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_m)$  após uma média sobre todas as posições possíveis é zero, e o mesmo ocorre para os termos do cosseno. Assim, o padrão de interferência resultante da luz espalhada por diversos átomos é a soma da interferência de cada um dos átomos separadamente.

Usualmente, a separação entre os átomos em uma nuvem atômica, e o número de átomos que são da ordem de centenas de milhares pelo menos, justificam a troca de uma soma discreta por uma integral sobre um perfil de densidade atômica  $\rho(\mathbf{R})$  que iremos supor gaussiano dado por:

$$\rho(\mathbf{R}) = \frac{N}{(2\pi)^3 \sigma_x \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right). \quad (3.31)$$

Utilizando esta distribuição de densidade, a intensidade de luz espalhada é dada

por:

$$\frac{I(\mathbf{t}, t)}{I_0} = \frac{N}{\sqrt{2\pi\sigma_z}} \int e^{-\frac{(h+z)^2}{2\sigma_z^2}} \left[ \frac{s(z)}{s(z)+1} + 2 \cos(2kz \cos \theta) \langle \hat{\sigma}^+(t) \hat{\sigma}^-(t + \tau_c) \rangle_z \right] dz, \quad (3.32)$$

onde  $h$  é a distância média da nuvem ao espelho e  $\langle \rangle_z$  denota que o valor deve ser calculado no ponto  $z$ .

### 3.3.2.1 Baixa intensidade

Começando no regime de baixa intensidade ( $s \ll 1$ ), podemos escrever a intensidade como função do ângulo de coleta  $\theta$  como:

$$\frac{I(\theta)}{I_0} = N \frac{s^*}{2} \left[ 1 + \frac{1}{2} f(\theta) \right] = N \frac{s^*}{2} \left[ 1 + \frac{1}{2} e^{-2(\theta_0 k \sigma_z)^2 (\theta - \theta_0)^2} \cos(2\theta_0 k h (\theta - \theta_0)) \right], \quad (3.33)$$

vemos que mesmo com os átomos na nuvem atômica estando descorrelacionados, as franjas de interferência possuem um contraste maior que 0. Porém, agora estas franjas aparecem em um envelope angular gaussiano de largura  $\Phi = (2\theta_0 k \sigma_z)^{-1}$  ao redor do ângulo  $\theta_0$ , como pode ser visto na figura 6.

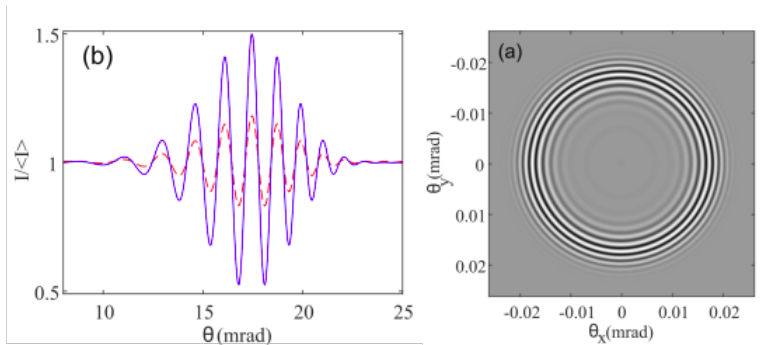


Figura 6: Franjas de interferência resultantes do espalhamento de radiação por uma nuvem atômica na frente de um espelho. Figura extraída de (24).

A persistência das franjas ocorre quando estamos coletando luz ao redor do ângulo de incidência, uma vez que a periodicidade dos átomos que se localizam em máximos da onda estacionária, coincide com a periodicidade dos máximos de interferência da luz espalhada por esses átomos, como pode ser visto na (2.29), e da mesma forma para átomos localizados no mínimo da onda estacionária. Ainda,

como no regime de baixa intensidade a quantidade de luz espalhada é proporcional à intensidade, o gradiente de população no estado excitado criado pelo feixe incidente e sua reflexão no espelho levam os átomos em posições de maior frequência de Rabi a espalharem mais luz. Assim a diferença entre populações mantém o contraste do padrão de interferência.

### 3.3.2.2 Alta intensidade

Conforme passamos do regime de baixa para alta-intensidade, para um espelho próximo a nuvem ( $\tau_c$  pode ser desprezado) começamos a notar uma diminuição do contraste das franjas de interferência, como pode ser visto na figura 7. A medida que a intensidade aumenta começamos a perder o gradiente de população ao longo da nuvem, uma vez que átomos em posições intermediárias de intensidade começam a espalhar mais luz, e os átomos em posições de máximo começam a ficar saturados, isto é, espalham a maior quantidade de radiação possível. No limite em que toda a nuvem está excitada e próxima ao espelho, o padrão de interferência desaparece.

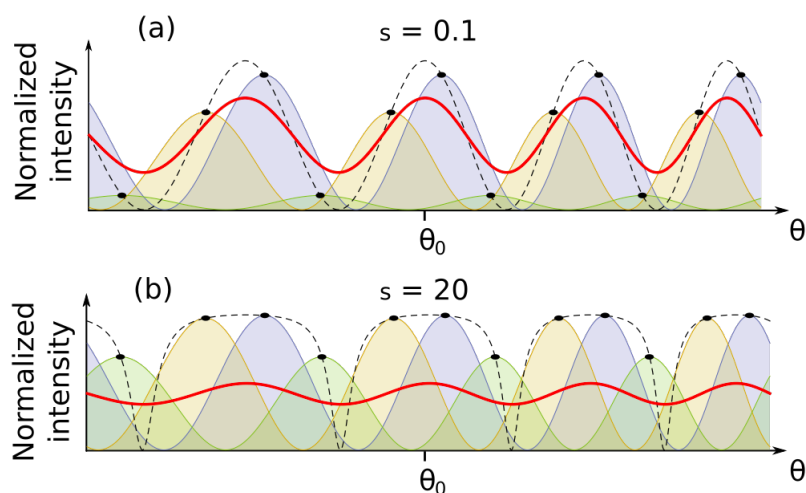


Figura 7: Diminuição do contraste das franjas de interferência com o aumento da intensidade. Na figura as curvas preenchidas representam o espalhamento de átomos em diferentes posições da onda estacionária, e a curva vermelha as franjas resultantes. Figura extraída de (21).



Quando o espelho está longe da nuvem, o mecanismo que leva ao reaparecimento das franjas é o mesmo que permite comprovar a existência de uma relação de fase em uma mesma banda lateral do tripleto de Mollow em tempos diferentes, a saber  $\tau_c$ .

No limite de alta intensidade podemos desprezar qualquer modulação de população no estado excitado ao longo da nuvem, porém existe ainda uma modulação da frequência de Rabi ao longo da mesma.

Como o espalhamento de uma nuvem é a soma dos espalhamentos individuais, podemos utilizar a intensidade obtida na (3.28). Para  $s \gg 1$  podemos desprezar algumas contribuições: primeiro podemos desprezar a contribuição do espalhamento inelástico  $s/(s+1)^2 \approx 0$ , além disso também podemos assumir  $\frac{(s-1)}{s+1} \approx 1$  e por último podemos eliminar o termo com  $\Omega_M(\mathbf{R})^{-1}$ . Com isso, a intensidade resultante é dada por:

$$\frac{I(\mathbf{k}, t)}{I_0} = \frac{N}{\sqrt{2\pi\omega_z}} \int e^{-(z+h)^2/2\omega_z^2} \left[ 1 + \frac{\cos(2kz \cos \theta)}{2} \left( e^{-\Gamma\tau_c/2} + \cos(\Omega_M(z)\tau_c) e^{-3\Gamma\tau_c/4} \right) \right] dz. \quad (3.34)$$

Neste limite de alta intensidade, podemos aproximar a frequência de Mollow pela frequência de Rabi  $\Omega_M(z) \approx \Omega(z) = 2\omega_r \cos(kz \cos \theta_0)$ , e realizar a expansão desse termo em uma série de Fourier:

$$\cos(2\omega_r\tau_c \cos(kz \cos \theta_0)) = J_0(2\omega_r\tau_c) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(2\omega_r\tau_c) \cos(2nkz \cos \theta_0),$$

onde  $J_\alpha(z)$  são as funções de Bessel de primeiro tipo. Ao realizar a integral, obtemos:

$$\frac{I(\mathbf{k}, t)}{NI_0} = 1 - \frac{J_2(2\omega_r\tau_c)}{2} e^{-3\Gamma\tau_c/4} f(\theta), \quad (3.35)$$

onde  $f(\theta)$  é a mesma função do espalhamento em baixa intensidade. O contraste resultante é dado por:

$$C_{s \gg 1} \approx |J_2(2\omega_r\tau_c)| e^{-3\Gamma\tau_c/4}, \quad (3.36)$$

a seguir temos uma simulação do contraste esperado para um espelho à 60 cm da nuvem.

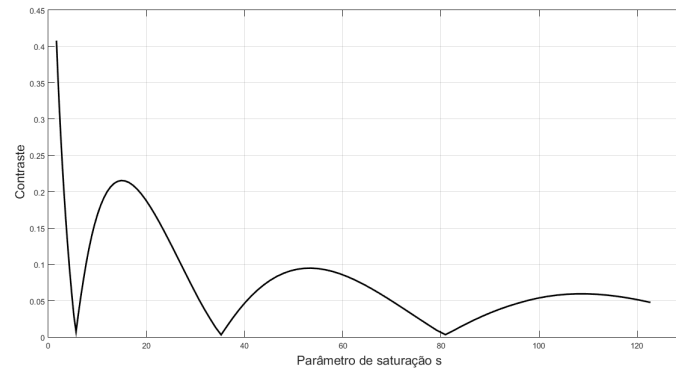


Figura 8: Contraste resultante para o espalhamento em alta intensidade

Enquanto no regime de baixa intensidade o tempo  $\tau_c$  podia ser desprezado, no regime de alta intensidade esta separação é fundamental. Quando o espelho está próximo a nuvem, apenas o espalhamento elástico contribui para o aparecimento das franjas, porém conforme a intensidade aumenta o espalhamento vai deixando de ser elástico e passa a ser totalmente inelástico, como vimos acima, o que leva a perda do contraste com o aumento de  $s$ . Quando o espelho está longe da nuvem, a correlação criada na intensidade permite o re-aparecimento e uma oscilação do contraste, que pode inclusive superar o valor do contraste criado pelos fótons espalhados elasticamente (21). É importante notar que a oscilação do contraste da figura de interferência representa, assim, uma consequência da coerência relativa entre os diferentes picos do espectro de um átomo no regime de alta saturação.

## 4 SISTEMA EXPERIMENTAL

Neste capítulo serão descritos as partes principais do experimento focando principalmente na obtenção da nuvem atômica. A descrição do funcionamento do Interferômetro, assim como as caracterizações realizadas serão discutidas no capítulo 6.

### 4.1 SISTEMAS DE LASER

Para a manipulação dos graus de liberdade externos e internos dos átomos que compõem a nuvem atômica nós utilizamos três comprimentos de onda gerados por dois tipos de laser. O uso de cada um dos lasers se torna mais claro após uma breve explicação a respeito da estrutura eletrônica do isótopo  $^{88}\text{Sr}$  do estrôncio.

#### 4.1.1 O elemento químico Estrôncio

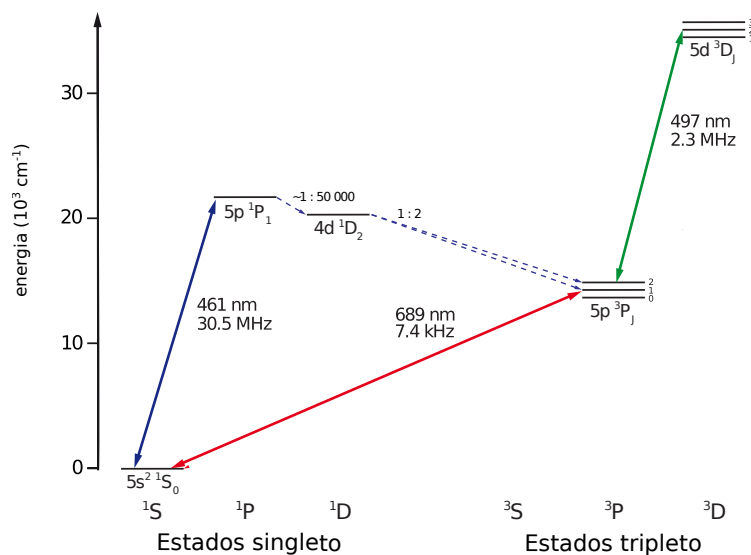


Figura 9: Níveis de energia para o  $^{88}\text{Sr}$  agrupados de acordo com o momento angular  $L$  e separados por estados singlete e tripleto. Figura adaptada de (25)

Sua distribuição eletrônica é dada por:  $[\text{Kr}]5s^2$ , onde Kr representa a estrutura eletrônica do criptônio ( $1s^22s^22p^63s^23p^63d^104s^24p^6$ ). Devido aos dois últimos elétrons na camada de valência o diagrama de níveis de energia é complexo, semelhante ao do hélio e mercúrio com a formação de níveis de energia singlete  $|S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$ , com spin eletrônico total  $S = 0$  e níveis de energia tripleto  $|T\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle$  e  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle)$ , com spin eletrônico total  $S = 1$ . O diagrama de energia simplificado com as transições utilizadas para a obtenção da nuvem atômica esta mostrado na figura 9:

A primeira é a transição  $^1S_0 \iff ^1P_1$  - representada em azul. Está é uma transição dipolar não completamente fechada que é utilizada para a produção de uma armadilha magneto-ótica (*MOT* - *magneto-optical trap*, a ser explicada no capítulo 5). Partindo do nível  $^1P_1$  existe uma possibilidade de decaimento para o nível  $^1D_2$  com probabilidade 1 : 50000, que por sua vez decai com igual probabilidade para os estados  $^3P_{1,2}$ ; estes decaimentos estão representados pelas setas tracejadas em azul. Apesar da baixa probabilidade de transição, este mecanismo se torna relevante devido à alta taxa de decaimento natural da transição azul ( $\Gamma = 2\pi \times 30.5$  MHz).

O nível  $^3P_2$  é um estado meta-estável com tempo de vida de alguns minutos ( $\Gamma$  da ordem do mHz). Dessa forma, os átomos que decaem para este nível tornam-se invisíveis à luz em ressonância com a transição  $^1S_0 \iff ^1P_1$ , e não podem mais ser confinados em uma armadilha por força luminosa, como é o caso da MOT. Isto representa um mecanismo de perda de átomos que deixam de participar do processo de resfriamento. Para solucionar este problema utilizamos uma segunda transição, chamada de transição de re-bombeio, entre os estados  $^3D_2 \iff ^3P_2$  - representada em verde. Esta também é uma transição aberta no qual os átomos podem decair para os estados  $^3P_{2,1}$ . Ao decair para o  $^3P_1$  o átomo é capaz de retornar ao estado fundamental através da linha de intercombinação  $^3P_1 \iff ^1S_0$  - representada em vermelho com a qual também é produzida uma segunda MOT.

A transição vermelha, é proibida por dipolo elétrico em primeira ordem devido ao caráter tripleto do estado  $^3P_1$ . O termo de acoplamento spin-órbita do Hamiltoniano atômico, de ordem superior em relação à interação Coulombiana, perturba este nível,

e o auto-estado exato tem um pouco de caráter singleto (26), relaxando a regra de seleção e reduzindo o tempo de vida ( $\Gamma_v = 7.6$  kHz) para algumas centenas de microssegundos, o que permite o uso dessa transição para a produção de uma MOT, sem a necessidade de re-bombeio por ser uma transição fechada.

#### 4.1.2 Sistema de laser azul e verde

Ambos os comprimentos de onda 461 nm e 497 nm são de difícil produção tecnológica, sendo necessário esquemas complexos de produção de radiação baseados no dobramento da frequência. Os lasers utilizados para a geração de luz azul e verde são ambos sistemas de dobramento de frequência comerciais da Toptica de modelo TA-SHG-Pro, esquema interno mostrado na figura 10. Neste sistema a radiação inicial é gerada por um diodo infravermelho que é amplificada através de um amplificador (*TA - Tapered Amplifier*). Após a amplificação, a luz tem sua frequência dobrada através de um efeito não-linear produzido por um cristal com alto  $\chi_2$  (27).

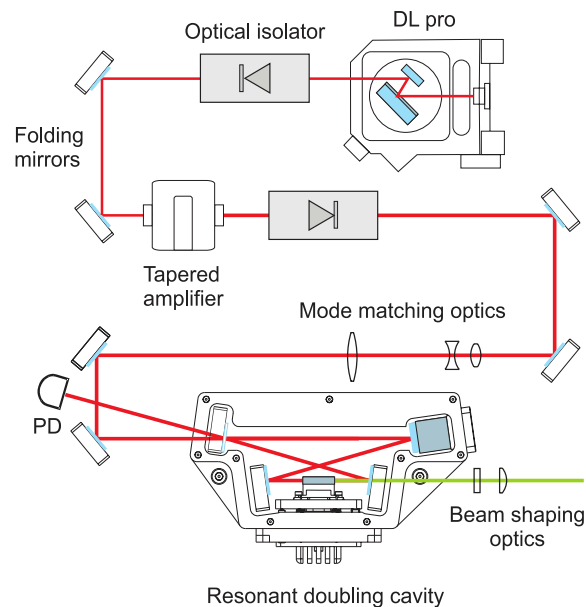


Figura 10: Esquema do laser azul TA-SHG-Pro extraído de (28). O laser verde é igual exceto pela ausência do TA e do isolador óptico logo após a saída do amplificador. A necessidade de uma menor potência de re-bombeio justifica a ausência do amplificador.

Ao longo desse mestrado foi realizada a troca do TA do laser azul para o aumento

da potência necessário para o experimento. Atualmente cerca de 30 mW de luz infravermelha com 922 nm são produzidos pelo diodo. Após a amplificação 2.3 W de 922 nm são injetados na cavidade de dobramento de frequência produzindo 650 mW de 461 nm, mais que o dobro dos 300 mW disponíveis anteriormente.

O laser azul é estabilizado por um circuito *Lock-In* comercial da Toptica, utilizando a técnica de espectroscopia de absorção saturada com transferência de modulação (29). Para a espectroscopia é utilizada uma célula caseira de vapor de estrôncio não enriquecido, vide figura 11, que opera a uma temperatura de 350° C. A espectroscopia de absorção saturada permite eliminar o efeito do alargamento Doppler em um vapor atômico para que seja possível resolver as linhas de absorção atômica.

Como utilizamos uma amostra com a abundância natural o maior sinal obtido é o do isótopo 88. Por fim, esse sistema de estabilização resulta em uma estabilidade da ordem de 1 MHz, o que é suficiente quando comparada à largura natural da transição azul que é de 30.5 MHz.

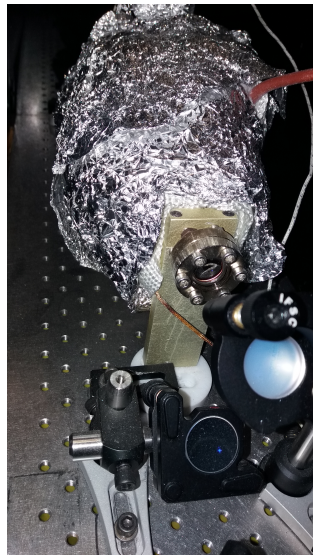


Figura 11: Célula de espectroscopia utilizada como referência de frequência para sistema laser azul. Essa célula é aquecida por uma resistência que dissipa  $\approx 36$  W e esta coberta por algodão e lã de vidro para isolamento térmico. Além do Estrôncio metálico, a célula também é preenchida com 1 mbar de argônio, que age como um *buffer gas* para evitar a deposição do metal nas janelas (25)

Como a transição do 497 nm é uma transição a partir de um nível meta-estável, a estabilização utilizando uma célula de espectroscopia só é possível caso o estado

$^3P_2$  seja previamente populado, o que exige o uso de uma *Hollow-cathode lamp* (lâmpada de cátodo oco (30)). Outra forma é utilizar uma cavidade ultra estável, ou ainda uma cavidade pré-estabilizada utilizando uma outra referência. Em nosso experimento optamos pelo último caso, onde a cavidade de Fabry-Perot pode ser vista na figura 12.

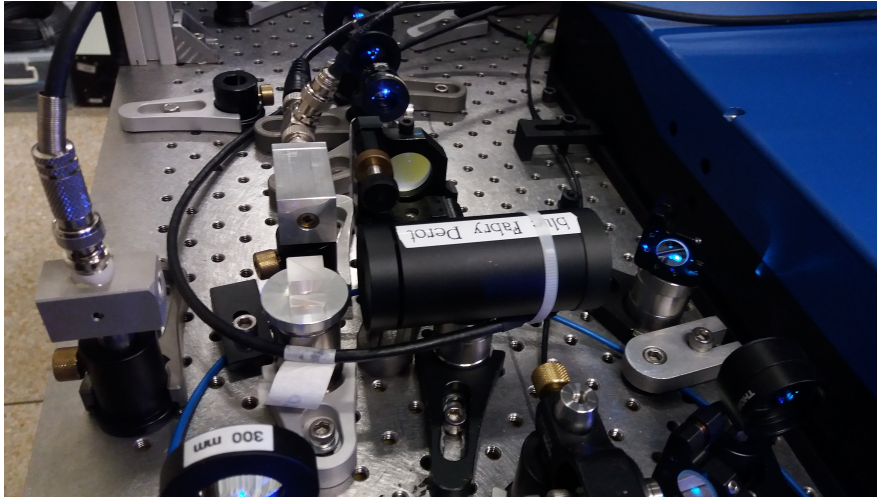


Figura 12: Cavidade de Fabry-Perot utilizada para transferência de modulação.

O laser verde é estabilizado utilizando uma cavidade de Fabry-Perot que funciona como um sistema de transferência de estabilização. Uma cavidade de Fabry-Perot com finesse  $\approx \mathcal{F} = 100$  para o 461 nm e para o 497 nm tem seu comprimento estabilizado no laser azul, previamente estabilizado na espectroscopia de absorção saturada. Em seguida o laser verde é estabilizado nesta cavidade, transferindo a estabilidade do laser azul para o laser verde. A estabilidade deste travamento será de uma fração da largura da transmissão da cavidade. Considerando que a finesse é dada por:

$$\mathcal{F} = \frac{\delta\nu}{FSR}, \quad (4.1)$$

onde  $FSR = c/2L$  é o *Free Spectral Range* (Intervalo livre de frequência), para uma cavidade de comprimento  $L$ . Como a cavidade possui um  $FSR = 3.0$  GHz, isto significa que a curva tem uma largura  $\delta\nu \approx 30$  MHz. O que é suficiente dado as nossas condições experimentais.

A mesa ótica para o sistema de laser azul fica da seguinte maneira:

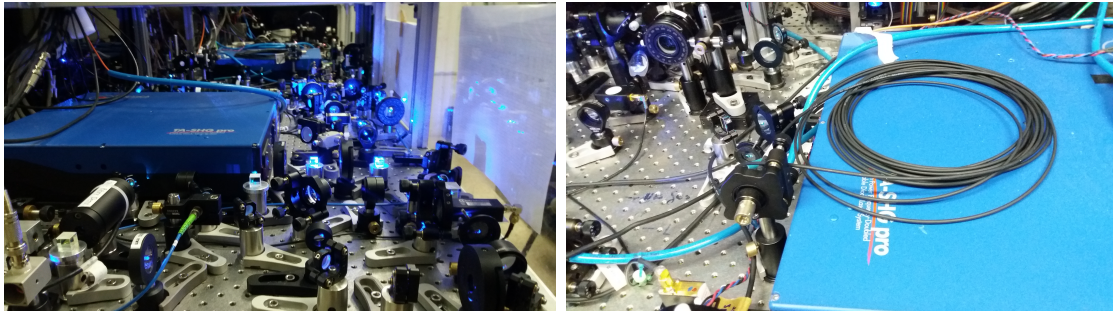
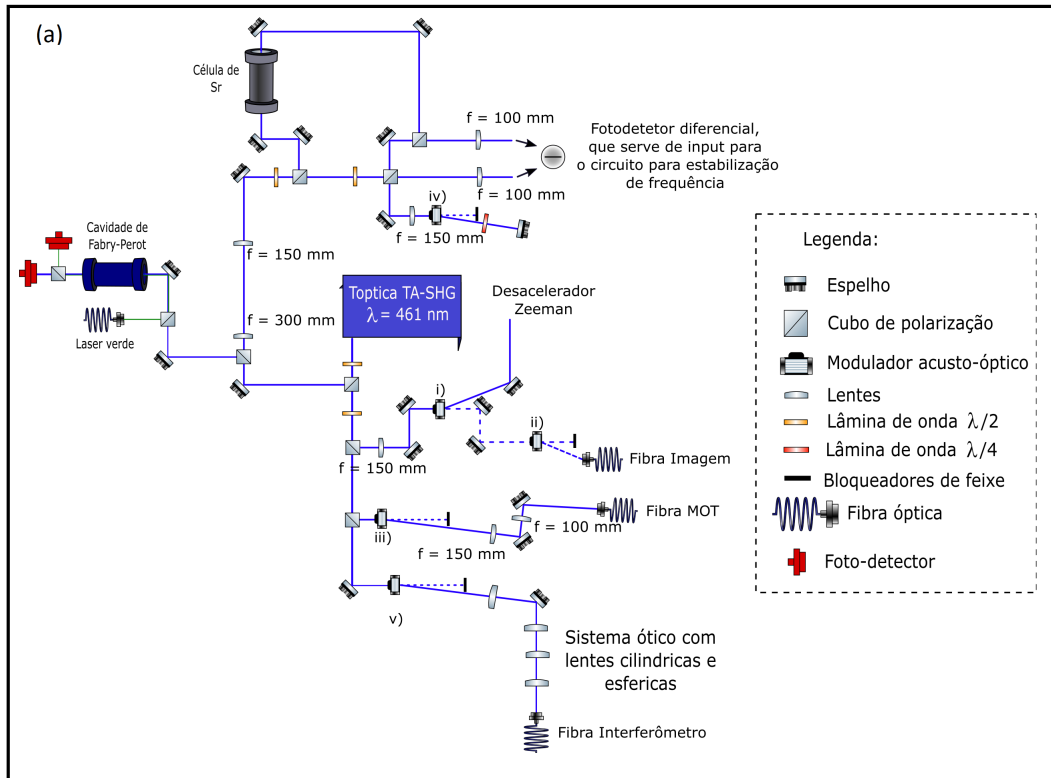


Figura 13: (a) Esquema da mesa ótica para o azul. A numeração dos moduladores está na Tabela 1; (b) e (c) Fotos da mesa ótica montada para a parte azul e para a parte verde.

onde a frequência dos moduladores pode ser consultada na tabela a seguir:

	Zeeman (i)	Imagem (ii)	MOT-Azul (iii)	Espec. (iv)	Interfer. (v)
Freq.	-250	118.8	69	-115.8	118.8

Tabela 1: Frequência dos moduladores acusto-óticos para o sistema de laser azul. Os sinais das frequências representam as ordens utilizadas dos moduladores acusto-óticos. Valores em MHz.



### 4.1.3 Sistema de laser vermelho

O comprimento de onda para a transição vermelha é de 689 nm. Este comprimento de onda pode ser produzido utilizando diodos laser. Apesar da facilidade na produção da radiação, este sistema laser se torna mais complexo devido à necessidade de a largura do laser seja menor do que a largura natural.

O laser utilizado é um DLC DL-Pro da Toptica, que é formado por um laser de diodo com uma cavidade externa sintonizável. Para a estabilização desse laser nós utilizamos como referência uma cavidade comercial Ultra-estável da marca *Stable Laser Systems* feita do material cerâmico Zerodur. Esta cerâmica é formada por dois materiais com coeficientes de dilatação inversos, assim após a junção dos dois existe um ponto de temperatura no qual o coeficiente de dilatação linear é igual a zero.

Neste ponto a variação da referência da cavidade é menor que 1 kHz por ano, sendo assim uma referência precisa para a estabilização do laser. Esta super-cavidade fica dentro de um ambiente mantido a um vácuo de  $10^{-7}$  bar ativamente por uma bomba iônica, e tem sua temperatura estabilizada no ponto de dilatação nula através de um circuito PID que controla uma resistência responsável por aquecer a cavidade quando necessário. O vácuo em torno da cavidade a isola termicamente do ambiente externo por impedir a condução do calor, garantindo uma alta constante de tempo na dissipação do calor, o que garante ainda mais estabilidade ao sistema.

Além do tamanho constante, os espelhos que formam a cavidade de Fabry-Perot possuem uma refletividade alta para gerar uma finesse de  $\mathcal{F} = 6\,000$ , o que para um  $FSR = 1.5$  GHz resulta em uma largura de transmissão de 75 kHz. O sistema de estabilização para este laser é um *Pound-Drever-Hall* (PDH), uma técnica na qual a corrente do diodo é modulada para a criação de bandas laterais que permitem um sistema de estabilização ativa em uma larga banda de frequências, capaz de reduzir a largura do laser.

#### 4.1.4 Estabilização do Laser

A única forma de verificar a largura da nossa linha após travada na cavidade é utilizando uma referência precisa. Uma opção seria utilizar os próprios átomos, porém as medidas seriam falseadas pela distribuição de velocidades da nuvem atômica.

Outra opção é utilizar luz laser travada em uma referência diferente, como uma segunda super-cavidade. Em nosso laboratório atualmente está sendo construído um segundo experimento também de estrôncio que pretende realizar o MOT-Vermelho, e que conta com uma cavidade de  $\mathcal{F} = 20.000$ . Com isso podemos realizar uma medida de batimento entre as duas referências.

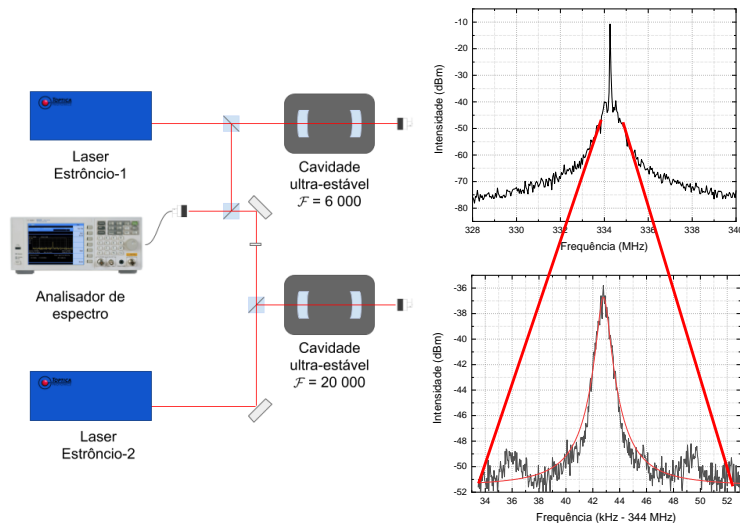


Figura 14: Esquema para medida de batimento à esquerda e resultado da medida a direita. A curva em vermelho representa o ajuste de uma Lorentziana de largura  $(0.90 \pm 0.02)$  kHz nos dados

Para realizar a medida de batimento, os dois feixes laser já travados em suas respectivas cavidades são acoplados a uma fibra monomodo conectada a um fotodetector com uma banda de GHz. O sinal desse fotodetector é enviado a um analisador de espectro. A forma exata da curva de batimento depende da distribuição espectral de cada um dos lasers, porém no caso de duas fontes descorrelacionadas (como é o caso para os lasers independentes), o espectro do sinal de batimento será a convolução entre o espectro de cada um dos dois lasers. (31). Dessa forma, caso ambos

apresentem um espectro de forma lorentziana, o sinal de batimento terá também uma forma lorentziana, de largura igual à soma das larguras. No caso geral em que a forma do espectro dos lasers é desconhecida, a largura do espectro do sinal de batimento ainda representa um limite superior para o espectro em tempos curtos individuais. Ao realizar a medida de batimento entre os dois lasers a largura do sinal de batimento foi de:  $(0.90 \pm 0.02)$  kHz, como pode ser visto na figura 14.

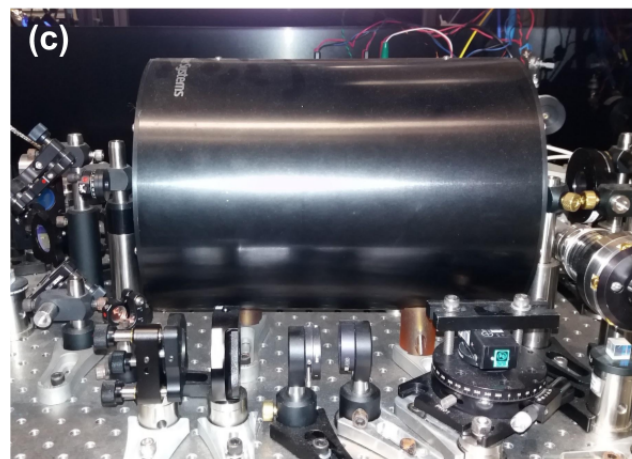
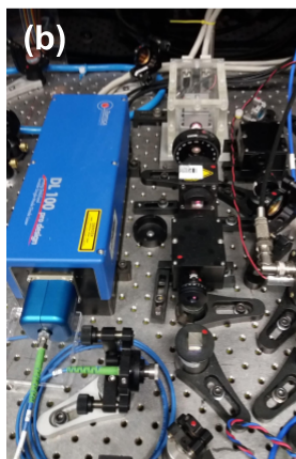
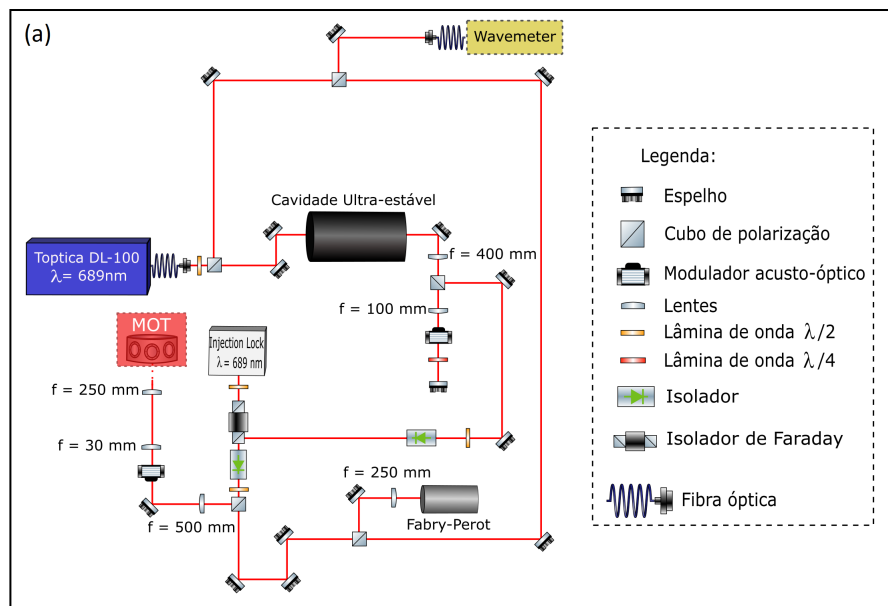


Figura 15: (a) Esquema do sistema vermelho de laser; (b) A caixa azul é o laser vermelho de diodo com uma saída acoplada diretamente a uma fibra. A caixa transparente de acrílico é o laser de diodo utilizado para o *Injection Lock*; (c) A cavidade preta é a cavidade ultra-estável que serve como referência para o laser vermelho

Uma vez estabilizada, essa luz laser é utilizada como semente para outro diodo laser de forma a amplificar sua potência, utilizando uma técnica chamada de *Injection Lock* (Travamento por injeção (32)). Esta técnica nos permite amplificar a potência disponível na frequência desejada, sem prejuízo das características espectrais obtidas com o sistema de estabilização da frequência. A mesa ótica vermelha pode ser vista na figura 15.

#### 4.2 SISTEMA DE VÁCUO

O sistema de vácuo é composto por duas partes chamadas de seção do forno e seção da câmara de ciência, divididas de acordo com a figura 16. Ambas as câmaras são bombeadas constantemente por bombas iônicas a fim de manter as pressões de  $2.1 \cdot 10^{-8}$  bar e  $6.0 \cdot 10^{-10}$  bar nas seções do forno e da câmara de ciência respectivamente. A diferença de pressão entre ambos os lados do experimento é mantida por um tubo que garante um bombeamento diferencial de até duas ordens de grandeza entre ambos os lados.

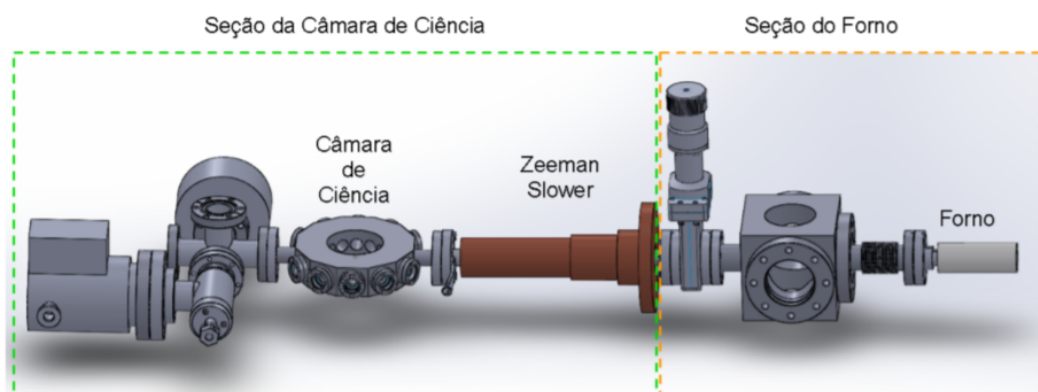


Figura 16: Desenho esquemático do experimento mostrando as duas seções.

Na seção do forno, como o nome sugere temos o forno atômico: Um cilindro oco fechado em dos um lados no qual é carregado estrôncio metálico e tem uma de

a outra extremidade fechado por uma rede de micro-tubos (cilindros ocos formado por agulhas de injeção cortadas por laser, com dimensões de ...). Esse forno é aquecido por resistências de modo a aumentar a pressão de vapor de estrôncio, que após colimado pelos micro-tubos produzem um feixe de átomos que será utilizado para carregar a MOT sobre a transição azul.

Após deixar a seção do forno, ao entrar na seção da câmara de ciência o feixe atômico começa a ser desacelerado por um desacelerador Zeeman (33). Neste tipo de desacelerador um feixe laser sintonizado longe da ressonância é enviado no sentido contrário ao de propagação do feixe atômico, além de contar com campo magnético que varia ao longo do espaço de forma a manter os átomos ressonantes com o feixe atômico compensando a dessintonia Doppler com a dessintonia criada pelo efeito Zeeman. O desacelerador pode ser visto na figura 16.

Após entrar na câmara de ciência os átomos são capturados primeiro por uma MOT utilizando a transição azul formado por três pares de feixe retro-refletidos com cintura de 5.6 mm e potência de 3 mW em cada um dos braços. Como pode ser consultado na tabela 1 a dessintonia utilizada nesses feixes é de  $-1.25 \Gamma$ . Após a captura inicial dos átomos que saem do desacelerador Zeeman, a potência dos feixes é diminuída para reduzir a temperatura da nuvem, produzindo uma nuvem com  $3 \cdot 10^7$  átomos a uma temperatura de 2 mK.

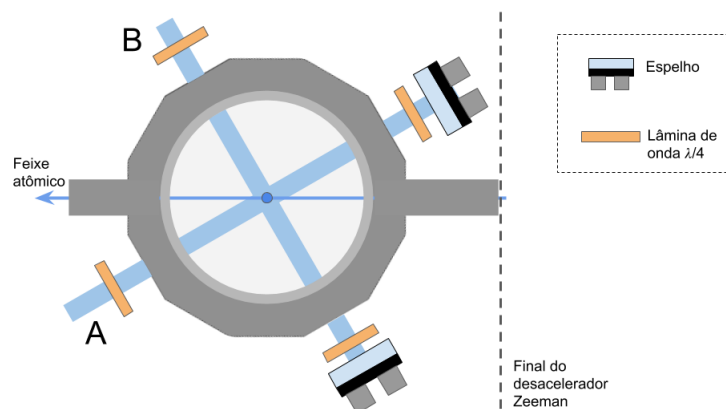


Figura 17: Esquema da câmara de ciência mostrando a entrada dos feixes utilizados para a produção das duas MOTs. Os feixes em azul representam o caminho percorrido pelos feixe do MOT, entram por A/B e sendo refletidos no espelho.

Em seguida é iniciado o processo de captura desses átomos por uma MOT sobre a transição vermelha, formada também por 3 feixes retro-refletidos . Estes feixes entram na câmara de ciência pelo mesmo caminho dos feixes azuis como pode ser visto na figura 17 Ao final desta etapa, é produzida uma nuvem com  $10 \cdot 10^6$  átomos, a uma temperatura de  $13 \mu\text{K}$ .

## 5 ARMADILHA MAGNETO-ÓTICA SOBRE TRANSIÇÕES LARGAS E ESTREITAS

### 5.1 MOT SOBRE UMA SOBRE TRANSIÇÃO LARGA

Uma forma de se classificar uma transição como larga ou estreita é através da comparação entre a largura da transição  $\Gamma$  e o deslocamento Doppler devido à absorção ou emissão de um fóton com momento  $\hbar\mathbf{k}$  dada por  $\omega_r = \hbar k^2/m$ . Assim, uma transição é dita larga quando o recuo causado pela emissão ou absorção de fótons não é capaz de levar o átomo para fora da ressonância com a luz:

$$\Gamma \gg \omega_r \implies \frac{\Gamma}{\omega_r} \gg 1 \quad (5.1)$$

Caso a desigualdade acima seja válida, como é o caso da transição  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$  do  $^{88}\text{Sr}$ , o efeito do espalhamento de luz no movimento atômico pode ser explicado utilizando uma abordagem semiclássica em que o estado eletrônico do átomo e sua posição evoluem em escalas de tempo diferentes, a primeira evoluindo muito mais rapidamente do que a segunda, e o efeito da absorção de fótons no movimento pode ser tratada em uma abordagem semiclássica como uma força média que age sobre a posição clássica do átomo.

Ao absorver um fóton o átomo vai para estado excitado e após um tempo médio  $\tau$  no estado excitado o átomo naturalmente retorna ao estado fundamental, emitindo um outro fóton através da emissão espontânea. Porém como a emissão espontânea é isotrópica, após diversas emissões o momento ganho pelo átomo devido à emissão de diversos fótons será zero, de modo que em média apenas a absorção de fótons é capaz de alterar o momento do átomo. A força média que a absorção de fótons promove é a taxa de fótons absorvidos em um intervalo de tempo multiplicado pelo momento de cada fóton:

$$\langle \mathbf{F} \rangle = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \hbar\mathbf{k}\gamma_p \quad (5.2)$$

Onde  $\gamma_p$  é a taxa de absorção de fótons que é dada por (33) :

$$\gamma_p = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + \left(\frac{2(\Delta + \omega_D)}{\Gamma}\right)^2}, \quad (5.3)$$

sendo:  $I_s$  a intensidade de saturação da transição,  $\Delta$  a diferença entre a frequência da radiação e a da transição chamado de dessintonia, e  $\omega_D = -\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$  o desvio Doppler para átomos com uma velocidade  $\mathbf{v}$ .

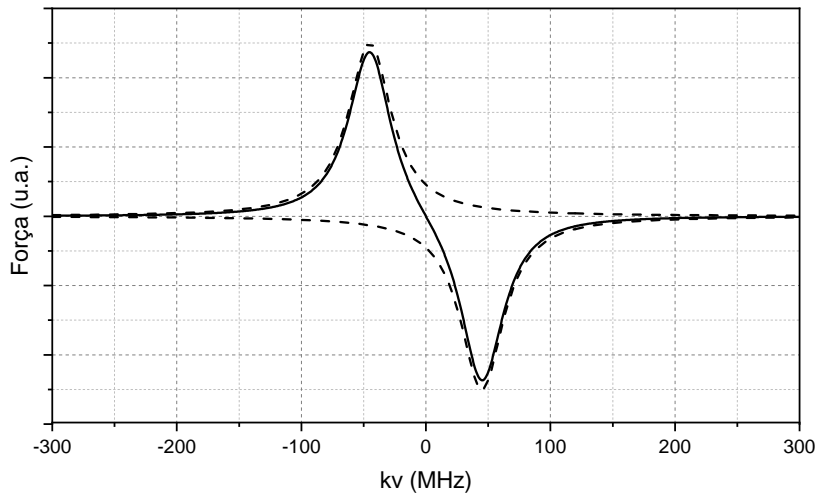


Figura 18: Comportamento da força de melço como função da velocidade. Para baixas velocidades é possível verificar a aproximação desta curva por uma força dissipativa.

Olhando inicialmente para o problema unidimensional combinando dois feixes laser contra-propagantes, i.e., um com vetor de onda  $+\mathbf{k}$  e outro com vetor de onda  $-\mathbf{k}$ , e considerando o limite de baixas intensidade ( $I/I_s \ll 1$ ), a força resultante é chamada então de força de melço ótico, e é dada por (34):

$$\mathbf{F}_{MO} = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{I}{I_s} \frac{kv}{\Gamma} \frac{16\Delta/\Gamma}{1 + \frac{8}{\Gamma^2}(\Delta^2 + k^2v^2) + \frac{16}{\Gamma^2}(\Delta^2 - k^2v^2)^2} \approx 4\hbar k^2 \frac{I}{I_s} \frac{2\Delta/\Gamma}{\left[1 + \frac{2\Delta}{\Gamma}\right]^2} v = -\beta v \quad (5.4)$$

onde a aproximação significa o regime de baixas velocidades quando  $|kv| \ll \Gamma$  e



ainda  $|kv| \ll |\Delta|$ , e a força de melaço ótico se torna linear com a velocidade, como pode ser consultado na figura 18.

Se  $\Delta < 0$  então  $\beta > 0$  e a força sentida pelos átomos é dissipativa. A essa força, podemos associar então um trabalho realizado sobre o átomo que será a variação da energia cinética como função do tempo:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{resf} = Fv = -\beta v^2 \quad (5.5)$$

A força derivada acima é capaz de resfriar os átomos, porém não produz confinamento. A força de confinamento na MOT é baseada no efeito Zeeman e na pressão de radiação. O efeito Zeeman é a quebra da degenerescência de um nível atômico com momento angular total  $J$ , quando imerso em um campo magnético. O hamiltoniano (35) que descreve esta interação é dado por:

$$H = -\mu_B g_J m_J B, \quad (5.6)$$

onde:  $\mu_B$  é o magneton de Bohr,  $g_J$  é o fator de Landé, e  $m_J$  o momento magnético do estado.

Em nosso experimento produzimos um campo quadrupolar magnético, com gradiente  $B'$ , que cresce linearmente a partir da origem (onde os átomos se encontram confinados) e é dado por:

$$\mathbf{B}(x, y, z) = B'(x/2\hat{i} + y/2\hat{j} - z\hat{k}) \quad (5.7)$$

Os desvios em cada nível Zeeman serão dependentes da posição de acordo com a equação (5.6), uma vez que  $B = |\mathbf{B}(x, y, z)|$ . Considerando uma transição com momento angular total no estado fundamental igual a zero, e momento angular total 1 no estado excitado, i.e.,  $J = 0 \rightarrow J' = 1$ , que é o caso das transições do estrôncio que utilizamos, o esquema de energias resultante em uma dimensão é mostrado na figura 19.

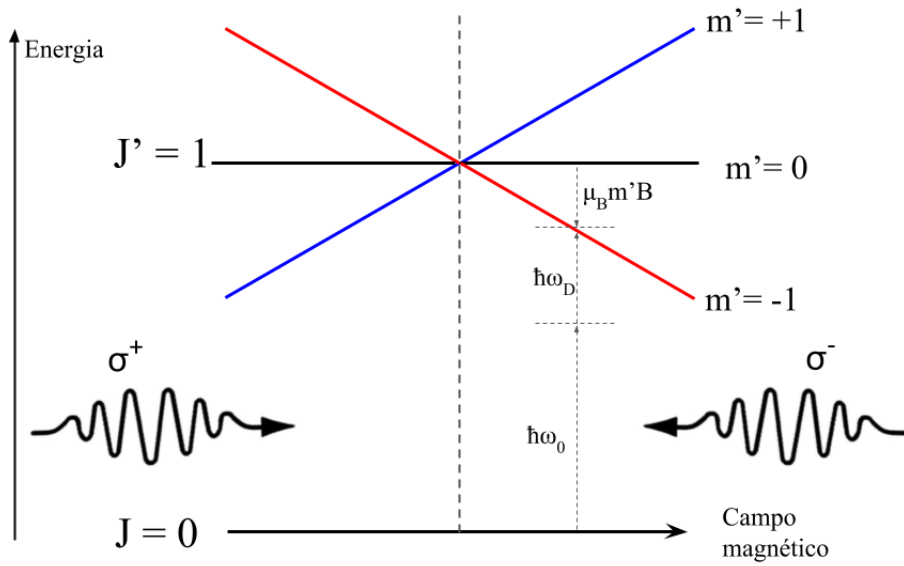


Figura 19: Configuração do MOT mostrando os desvios causados pelo campo magnético e os feixes com suas respectivas polarizações favorecendo transições diferentes para  $B > 0$  e para  $B < 0$ . A dessintonia do feixe laser em relação a transição atômica é compensada pelo desvio Doppler com frequência  $\omega_D$  e pelo Efeito Zeeman.

Considerando somente uma direção do espaço, digamos a direção  $z$ , um campo na forma  $\mathbf{B}(z) = B'z\hat{k}$  com um gradiente  $B' > 0$  implica que em uma posição  $z > 0$  o campo magnético desvia a energia do estado  $m_{J'} = -1$  para baixo, e a energia do estado  $m_{J'} = +1$  para cima. Como a luz com polarização  $\sigma^-$  só acopla o estado fundamental com o estado  $m_{J'} = -1$ , e vice-versa para a luz de polarização  $\sigma_+$ , nós podemos criar uma força de confinamento espacial se enviarmos luz de polarização  $\sigma_-$  pela esquerda, e  $\sigma_+$  pela direita. De fato, lembrando que a dessintonia da luz  $\Delta < 0$  é fixada para garantir que a força seja dissipativa, vemos que desta forma o átomo preferencialmente irá absorver a luz do feixe que incide da esquerda  $\rightarrow$  direita (como pode ser visto na figura 19), pois será o feixe mais próximo da ressonância da transição que ele excita. O mesmo ocorre para a região onde  $z < 0$ , porém agora a transição mais próxima da ressonância é a  $m_{J'} = +1$  e o feixe de maior interação é o  $\sigma^+$ .

Para descrever a força que uma amostra de átomos sente dentro do MOT é possível utilizar a equação (5.2) e a (5.3), porém a dessintonia  $\Delta$  é dada desta vez por:  $\Delta_{\pm} = \Delta \mp \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \pm \frac{\mu_B B}{\hbar}$ , onde  $\Delta_+$  corresponde à dessintonia para o feixe com  $\mathbf{k}$  na direção de  $\mathbf{v}$ , e  $\Delta_-$  corresponde à dessintonia para o feixe com  $\mathbf{k}$  contrário

à  $\mathbf{v}$ . Para o caso em que os desvios causados pelo efeito Doppler e pelo campo magnético são pequenos, i.e., para pequenos deslocamentos e baixas velocidades e baixa intensidade, a força pode ser expandida como:

$$\langle \mathbf{F}_{MOT} \rangle = -\beta \mathbf{v} - \kappa \mathbf{r}, \quad (5.8)$$

onde:  $\beta$  é o mesmo da (5.4),  $\kappa = \mu_b M_e \beta B' / \hbar k$ , e  $\mu_b$  é o magneton de Bohr. Esta força é uma superposição da parte dissipativa anterior, capaz de resfriar a amostra, e uma parte conservativa restauradora que a aprisiona. Vemos, assim, os dois efeitos da MOT sobre os átomos.

Apesar de a força (5.4) ser linear com a velocidade, esse formula é uma aproximação, uma vez que o momento do átomo é alterado apenas em unidades de  $\hbar k$ , o que impede que o resfriamento ocorra até  $v = 0$ , o que dá origem a um primeiro limite no resfriamento chamado de limite de ricochete, que corresponde à menor velocidade possível resultante da absorção ou emissão de um único fóton. O limite de ricochete é dado por:

$$T_r = \frac{\hbar^2 k^2}{2mk_b} \quad (5.9)$$

Ainda, considerando agora a emissão espontânea, essa corresponde a uma flutuação aleatória no espaço dos momentos, que significa então uma fonte de aquecimento. Supondo que o espalhamento ocorra a uma taxa  $R$ , a taxa de aquecimento é dada por (34):

$$\left( \frac{dE}{dt} \right)_{aque} = \frac{\hbar^2 k^2 R}{M} = \frac{\mathcal{D}_p}{M}, \quad (5.10)$$

sendo então  $\mathcal{D}_p$  a contante de difusão do momento. A taxa  $R$  é dada por  $\gamma_p$  no limite de  $I/I_s \ll 1$ ,  $|kv| \ll \Gamma$ , resultando em:

$$R = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + \left( \frac{2\Delta}{\Gamma} \right)^2}$$

Ao igualarmos as taxas de resfriamento e aquecimento obtemos a velocidade de equilíbrio, que podemos interpretar como uma velocidade média da nuvem. À energia cinética dessa nuvem podemos associar uma energia térmica na forma  $k_b T$ , e obter

uma fórmula para a temperatura da nuvem, dada por:

$$T = \frac{\mathcal{D}_p}{k_B\beta} = \frac{\hbar\Gamma}{4k_B} \frac{1 + (2\Delta/\Gamma)^2}{2|\Delta|/\Gamma} \quad (5.11)$$

Assim, no limite de baixa intensidade a temperatura de equilíbrio é independente da intensidade da luz, sendo função apenas da dessintonia. Essa temperatura possui um mínimo chamada de temperatura Doppler que ocorre para  $\Delta = -\Gamma/2$ :

$$T_{Doppler} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B} \quad (5.12)$$

É interessante expandir essa análise para o caso tridimensional, uma forma de fazer proposta por (34) é alterar a taxa de amortecimento da equação (5.4) para incluir os efeitos do alargamento de potência na taxa de espalhamento através da inclusão do termo  $6I/I_s$  no denominador, onde então  $6I$  é a intensidade total ( $I_t$ ) vista pelo átomo devido aos 6 feixes que incidem nele. Também é necessário alterar a taxa de espalhamento  $R$  que agora tem a forma da equação (5.3).

Utilizando as alterações acima, e novamente equilibrando as taxas de resfriamento e aquecimento, a temperatura de equilíbrio obtida tem a forma:

$$T = \frac{\hbar\Gamma}{8k_B} \frac{1 + I_t/I_s + 4(\Delta/\Gamma)^2}{|\Delta|/\Gamma} \quad (5.13)$$

Que agora depende da intensidade de luz da radiação incidente, recuperando a expressão anterior (5.11) no limite  $I_t/I_s \ll 1$ .

### 5.1.1 MOT-Azul

O uso de transições estreitas para a produção de armadilhas magneto-ópticas apresenta diversas vantagens: uma delas é a possibilidade da produção de uma nuvem de átomos fria com temperaturas da ordem do  $\mu\text{K}$ . Uma desvantagem porém está no fato de uma transição estreita produzir uma força pequena sobre o átomos, uma vez que a força máxima é proporcional a  $\Gamma$ . Assim, para a realização da MOT sobre a transição vermelha nós precisamos inicialmente capturar os átomos a partir

do desacelerador Zeeman em uma transição larga, para então transferir essa nuvem pré-resfriado para a MOT-Vermelha.

A transição da primeira MOT, ou MOT-Azul, possui comprimento de onda de 460.8 nm, e uma largura  $\Gamma_a = 2\pi \times 30.5$  MHz, o que significa  $\Gamma/\omega_r \approx 1\,500$ , configurando é uma transição larga. A intensidade de saturação dessa transição é de  $I_s = 40.6$  mW/cm<sup>2</sup>. A temperatura Doppler para esta transição é de 730  $\mu$ K, e a temperatura de ricochete é 0.5  $\mu$ K.

O gradiente utilizado no MOT-Azul é de 55 G/cm. A dessintonia do laser foi escolhida como a que maximiza a densidade ótica da amostra aprisionada. Ao variar a potência final do MOT-Azul podemos ver a evolução da temperatura da nuvem com a intensidade.

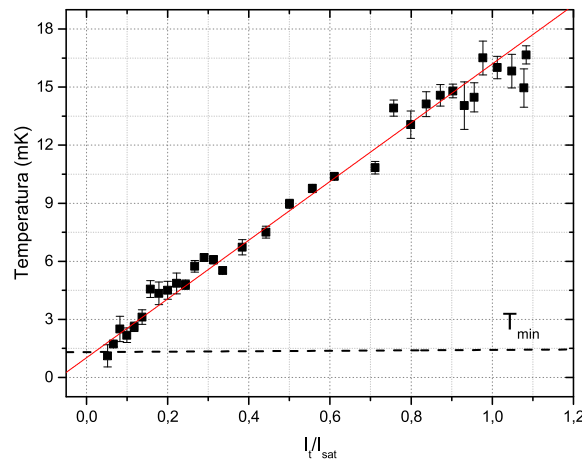


Figura 20: Evolução da temperatura do MOT-Azul para diferentes potências totais no MOT-Azul. Os quadrados são medidas de temperatura, e a curva em vermelho representa um ajuste de uma função linear

Através do ajuste linear na figura 20 os valores obtidos são:  $T(\frac{I}{I_{sat}}) = (1.0 \pm 0.2)$  mK +  $(15.2 \pm 0.4)\frac{I}{I_{sat}}$  mK. Os valores teóricos esperados são:  $T(\frac{I}{I_{sat}}) = 1.3$  mK +  $(0.110 \pm 0.003)\frac{I}{I_{sat}}$  mK através da (5.13). Com isso é possível concluir que a temperatura mínima atingida no limite de  $I_t/I_s \rightarrow 0$  é comparável à (5.12). Porém, o aquecimento da nuvem com a potência está muito superior ao esperado. Tal efeito é reportado em outros experimentos como (36), e está relacionado imperfeições na frente de onda e perfil de intensidade dos feixes laser, e/ou mau alinhamento dos feixes. Ainda assim, conseguimos obter amostrar de átomos com temperaturas

baixas o suficiente para uma transferência entre o MOT-Azul e o MOT-Vermelho.

## 5.2 MOT SOBRE UMA TRANSIÇÃO ESTREITA

O resfriamento sobre a transição estreita tem diversas especificidades. Aqui enumeramos 3 principais que distinguem este regime do regime anterior:

1. Ao final do MOT-Azul, obtemos uma nuvem com temperatura de 2 mK, o que significa que um alargamento Doppler de 0.6 MHz ou  $80\Gamma_v$ , ou seja uma fração de  $\Gamma_a$ , porém muito superior a  $\Gamma_v$ . Assim, apenas uma fração muito pequena da nuvem está em ressonância com o laser, o que significaria uma baixa eficiência de captura;
2. Para conseguir acessar uma transição de largura  $\Gamma_v$ , a largura do laser  $\Delta\omega$  tem que satisfazer a relação  $\Delta\omega \leq \Gamma$ . No caso da transição vermelha, o feixe laser utiliza precisa ter uma largura menor do que 7.6 kHz;
3. Diferentemente do que ocorre para a transição azul, para a transição vermelha cuja largura é de  $\Gamma_v = 2\pi \times 7.6$  kHz, temos que:  $\Gamma_v/(\hbar k^2/2m) = 0.7 < 1$ . Assim, o espalhamento de um único fóton é capaz de retirar o átomo de ressonância.

### 5.2.1 Espectro multi-cromático

Uma forma de obter uma maior captura de átomos no MOT-Vermelho a partir do MOT-Azul, contornando o problema levantado pelo item 1 logo acima, é o “Espectro Multi-cromático” que foi proposto por Wallis em 1989 (37) e consiste em varrer a frequência central do laser de modo a “alargar” artificialmente a linha, formando um pente de frequência.

Como resultado, a força que seria dissipativa apenas para um pequeno conjunto de velocidades pode abranger toda a distribuição de acordo com a amplitude da varredura. Isto pode ser visto na figura 21.

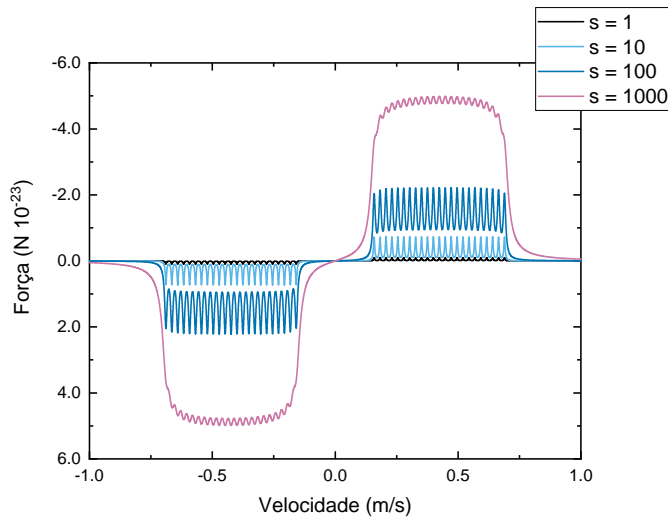


Figura 21: Força resultante do caso unidimensional para espectro multi-cromático. Cálculo feito com uma componente de frequência a cada 35 kHz com dessintonia indo de - 1 MHz até - 200 kHz. O parâmetro de saturação  $s$  corresponde a saturação do total do feixe, isto é, cada componente tem saturação  $s_c \approx 1/28$

Podemos usar esse método para a captura inicial dos átomos a partir do MOT-Azul e então passar para o regime de frequência única para um resfriamento final da nuvem, similar ao que foi feito pela primeira vez para estrôncio por (38).

### 5.2.2 Espectro mono-cromático

Durante a fase monocromática o laser com apenas uma componente de frequência é utilizado para armadilhar os átomos. Uma análise muito interessante sobre a dinâmica do MOT vermelho é feita por (39) (40). Diferentemente do que ocorre com o MOT-Azul, para o qual a escala de energia associada a  $\Gamma_a$  é a maior/mais rápida, no MOT-Vermelho, dependendo da intensidade do laser e da dessintonia, é possível dividir a dinâmica em três etapas de acordo com a razão entre a frequência de ricochete  $\omega_r$ , a dessintonia  $\Delta$ , e a largura da transição considerando o alargamento por potência  $\Gamma_e = \Gamma_v \sqrt{1 + s}$ .

### 5.2.3 Regime semiclássico: $s \gg 1$

A primeira divisão a ser considerada é a que separa o regime de resfriamento entre semiclássico e puramente quântico. Isto ocorre na transição entre de  $s \gg 1$  para  $s \approx 1$ , uma vez que nessa transição ocorre a mudança na taxa de espalhamento  $\Gamma_e \gg \Gamma_v \approx \omega_r$  para  $\Gamma_e = \Gamma_v \approx \omega_r$ , e então o resfriamento entra no limite onde o espalhamento de um único fóton é capaz de tirar o átomo de ressonância com o feixe laser.

Assim, olhando para o problema semiclássico, isto é  $s \gg 1$ , podemos dividir a análise no limites em que  $\Delta > \Gamma_e$  e  $\Delta < \Gamma_e$ , chamados de Regime I e II, respectivamente. Considerando agora que a frequência de ressonância é dependente da posição devido ao efeito Zeeman no MOT, isto significa que apenas uma pequena região do espaço estará ressonante com a transição. Incluindo nessa análise o efeito da força gravitacional, que não pode ser desprezada quando estamos falando de transições estreitas, a força resultante é semelhante à força (5.2) mais a força gravitacional:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{v}, \mathbf{r}) = \frac{\hbar \mathbf{k} \Gamma}{2} \left[ \frac{I/I_s}{1 + I_t/I_s + \frac{4(\Delta - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \mu \mathbf{B} \cdot \mathbf{r})^2}{\Gamma^2}} - \frac{I/I_s}{1 + I_t/I_s + \frac{4(\Delta + \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \mu \mathbf{B} \cdot \mathbf{r})^2}{\Gamma^2}} \right] - m \mathbf{g}, \quad (5.14)$$

onde  $g_j = 1.5$  é o fator de Landé para a transição do MOT-Vermelho.

### 5.2.4 Regime I

Quando  $\Delta > \Gamma_e$ , entramos no regime no qual os átomos interagem preferencialmente com apenas 1 feixe laser. Isso ocorre uma vez que a gravidade é uma força comparável à força que a luz causa no átomos em ressonância.

Assim, os átomos se deslocam na vertical para a posição onde o efeito Zeeman compensa a dessintonia  $\Delta$  e a nuvem atômica então possui uma posição de equilíbrio como mostrado na figura 22. Essa posição de equilíbrio é dada por:

$$z_{eq} = \frac{\Delta}{\mu B'_z}.$$



Assim, alterar a dessintonia da luz, altera apenas a posição de equilíbrio da nuvem, levando a um regime de resfriamento que é independente da dessintonia, dependendo apenas de  $\Gamma_e$ .

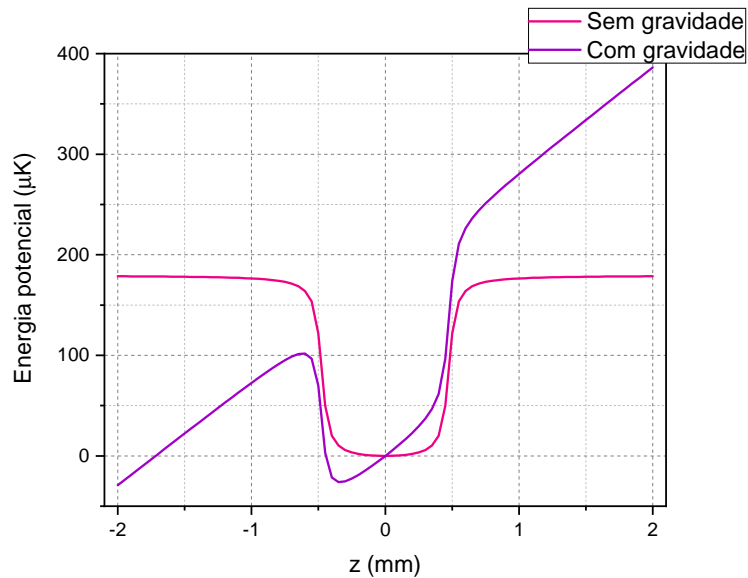


Figura 22: Efeito da gravidade no potencial criado pela força ótica em  $z$  no regime I. O potencial que tem uma forma do tipo caixa se deforma no eixo  $z$  alterando a posição de equilíbrio dos átomos. Potencial calculado a partir da integral de caminho da força (5.14).

Isto fica mais claro quando olhamos para o potencial criado pela força 5.14 disponível na figura 23:

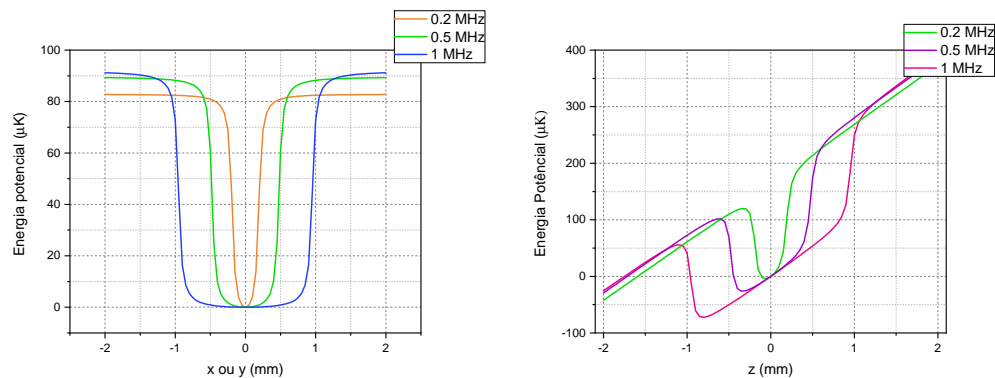


Figura 23: Potencial no regime I. (a) Potencial no plano  $x - y$  para diferentes dessintonias: Como podemos ver nesse caso temos um potencial do tipo caixa, cuja largura depende da frequência utilizada. (b) Potencial no eixo  $z$  para diferentes dessintonias: A posição de equilíbrio do depende da frequência utilizada.

Nesse limite independente da frequência, a temperatura pode ser estimada considerando o espalhamento de um único feixe somado à força gravitacional. Seguindo o mesmo procedimento que foi feito para o resfriamento sobre uma transição larga, a temperatura de equilíbrio será dada por (39):

$$T_I = \frac{\hbar\Gamma_e}{2k_B} = \frac{\hbar\Gamma\sqrt{1+s}}{2k_B} \quad (5.15)$$

Nessa posição, o movimento no plano x-y é determinado pelas forças dissipativas da equação (5.14). Porém, como as transições são estreitas, existe uma grande região do espaço onde os átomos não sentem nenhuma força dissipativa, levando a um movimento livre no plano x-y limitado pela posição das forças de resfriamento. A verificação da evolução da temperatura neste regime como função do parâmetro de saturação, equação (5.15), estão na figura 24 (a).

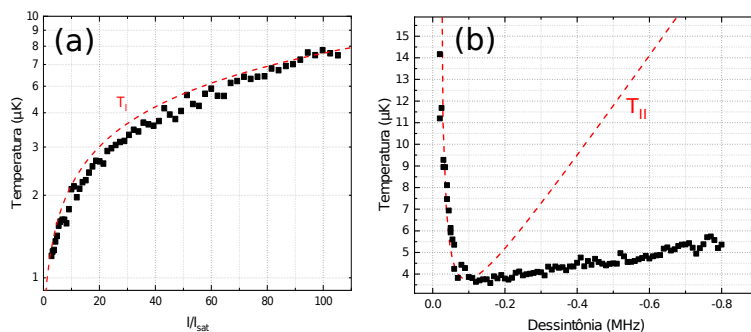


Figura 24: Evolução da temperatura: (a) Como função da saturação à esquerda para dessintonia de  $\Delta - 500$  kHz. (b) Como função da dessintonia para parâmetro de saturação  $s = 430$ . O regime II é satisfeito apenas para  $\Delta < 0.16$  MHz, assim não é esperado uma concordância experimental para  $\Delta > 0.16$  MHz. Os quadrados representam medidas experimentais e as curvas em vermelho tracejadas os valores esperado dados por (5.15) e (5.16), para as figura (a) e (b), respectivamente.

### 5.2.5 Regime II

No regime II como  $\Delta < \Gamma_e$ , estamos em uma situação totalmente análoga ao resfriamento obtido nas transições largas. Assim, a dinâmica de resfriamento é descrita por uma força dissipativa.

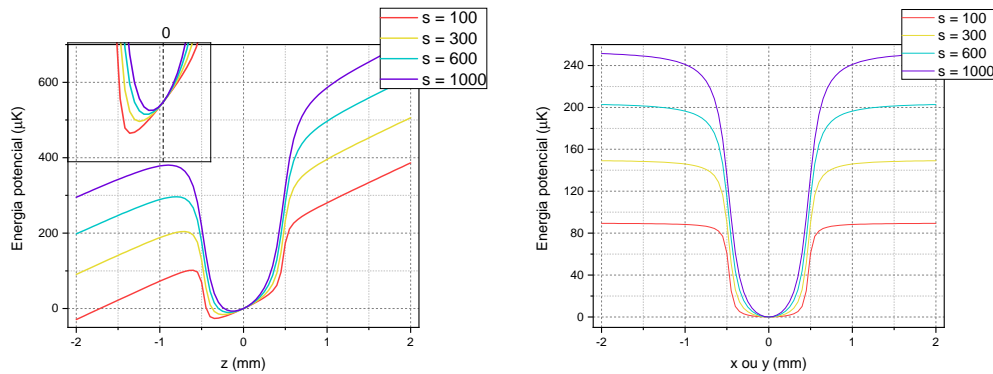


Figura 25: Potencial para o regime II: (a) Podemos ver que com o aumento da potência, a posição de equilíbrio volta em direção a origem e o potencial vai se tornando cada vez mais harmônico com o aumento do parâmetro de saturação; (b) O mesmo ocorre para o potencial no plano  $x - y$ , que vai se tornando harmônico e cada vez mais confinante.

O potencial deixa de ser influenciado pela gravidade e a nuvem atômica se forma ao redor do zero de campo magnético, vide figura 25, conforme a diferença entre  $\Gamma_e$  e  $\Delta$  se torna mais pronunciada.

Se tratando de um regime semiclassico é esperado que a temperatura tenha a forma (5.13), que pode ser escrita usando na forma (5.11) usando  $\Gamma_e$  no lugar de  $\Gamma$ :

$$T_{II} = \frac{\hbar\Gamma_e}{2k_B} \frac{1 + 4\frac{\Delta^2}{\Gamma_e^2}}{4\frac{|\Delta|}{\Gamma_e}} \quad (5.16)$$

Como estamos no regime II apenas para pequenos valores de  $\Delta$ , a temperatura da nuvem é descrita, segundo a equação (5.16), apenas  $\Delta < 2\pi \times 0.16$  MHz. Quando  $\Delta > 2\pi \times 0.16$  MHz, voltamos para o regime I, existindo uma pequena dependência com a dessintonia, muito menor do que a prevista no regime II e não prevista no modelo simples que fizemos para o modelo I, que desconsidera efeitos como por exemplo a (pequena) influência dos feixes horizontais, como pode ser visto na figura 24 (b).

### 5.2.6 Regime quântico

A abordagem quântica do problema, proposta por (41), é feita considerando um átomo com uma transição do tipo  $J = 0 \rightarrow J = 1$ , quando iluminado por dois feixes de laser contrapropagantes com polarizações circulares opostas.

Uma conclusão interessante é que a distribuição de momentos  $p$  do estado fundamental para linhas estreitas se desvia de uma gaussiana, o caso de linhas largas, sendo isto verificado experimentalmente por (42), sendo esse desvio uma das assinaturas do regime quântico de resfriamento.

Utilizando o tratamento quântico descrito acima (41), pode-se encontrar o limite de resfriamento no limite de baixas intensidade que é dado por:

$$E_{cin} \approx 0.53\hbar\omega_r \rightarrow T_{min} \approx 0.53T_{ric} \quad (5.17)$$

Essa temperatura mínima foi obtida pela primeira vez para o estrôncio por (38) sendo de  $\approx 400$  nK. Apesar de interessante, o resfriamento até temperaturas tão baixas não é eficiente devido à baixa saturação necessária para atingir este resfriamento como mostrado por (38) e por (25). No final do resfriamento existe uma relação inversa entre temperatura e número de átomos aprisionados, já que para intensidades de luz inferiores a  $10 \mu\text{K} \approx 3 I_s$ , o feixe não é mais capaz de sustentar os átomos contra a gravidade. Uma forma de contornar este problema proposta por (42) é utilizar uma armadilha ótica para segurar os átomos e prosseguir com o resfriamento.

## 6 INTERFERÔMETRO

Neste capítulo será descrito o processo experimental de alinhamento do sistema interferométrico, assim como sua montagem experimental, ressaltando as dificuldades que levaram à necessidade da implementação de uma segunda MOT para a realização dessas medidas.

Como mencionado na seção 3.3 do capítulo 3, o padrão de interferência ocorre como função do ângulo de espalhamento da luz, além de ter simetria cilíndrica em torno da direção normal do espelho refletor. Portanto, a partir deste ponto todos os ângulos mencionados são medidos com relação a esta normal.

### 6.1 MONTAGEM EXPERIMENTAL

Começaremos pela montagem experimental do sistema interferométrico, explicando qual a função de cada um dos componentes óticos em questão. A montagem completa do interferômetro é dada pela figura 26:

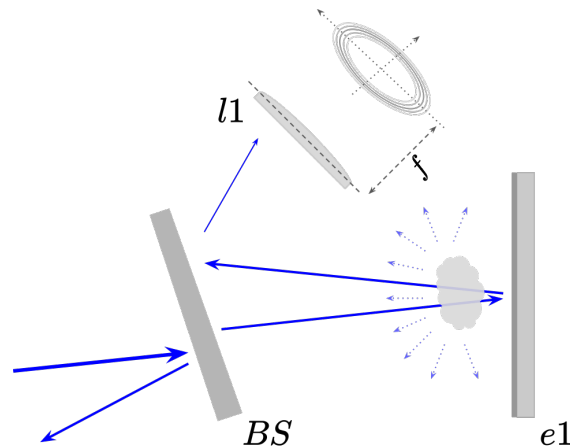


Figura 26: Montagem experimental do interferômetro com elementos óticos. Os feixes de laser são as setas azuis contínuas, enquanto a luz espalhada pelos átomos está representada pelas setas tracejadas em azul. As legendas para a imagem são:  $BS$  = divisor de feixe;  $e1$  = espelho;  $l1$  = lente com distância focal  $f$  para conjugação das franjas.

Começando pelo divisor de feixe (*beam splitter* -  $BS$ ), esse componente é o responsável por permitir a observação da luz espalhada na mesma direção do feixe de

incidência. Nós utilizamos um divisor de feixes modelo BTS10 da Torlabs, cuja reflexão/transmissão para nossa polarização é de  $\approx 50\%$ . Isto causa uma perda de potência disponível para excitação e também da luz espalhada pelos átomos.

Após atravessar o  $BS$ , o feixe de laser atravessa a nuvem, é refletido pelo espelho  $e1$  e após atravessar a nuvem novamente é refletido pelo  $BS$  na direção de captura. Além do feixe de excitação, a luz espalhada pela nuvem atômica também é refletida pelo  $BS$  na direção de captura de modo que no plano focal da lente temos a formação da seguinte figura 27 (a):

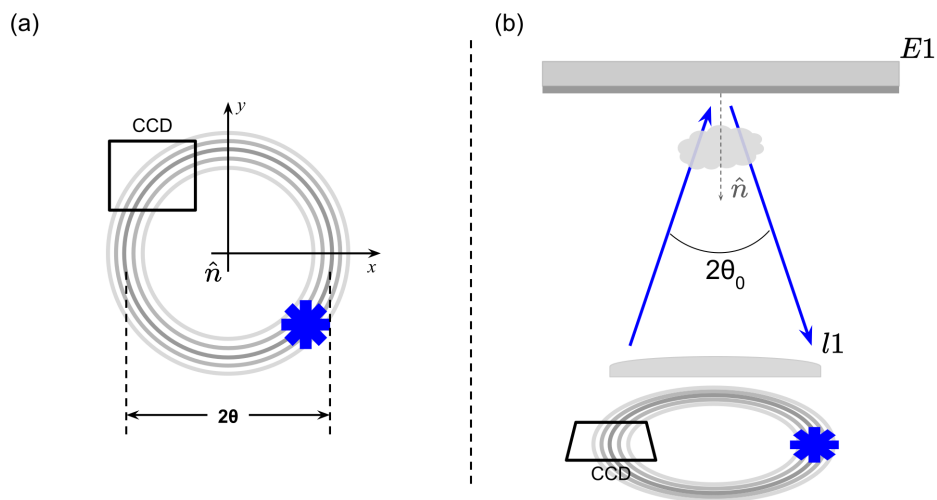


Figura 27: (a) Imagem formada no plano focal da lentes, o retângulo CCD representa a câmera usada para fazer imagem, enquanto a estrela azul representa parte do feixe de excitação que atinge o plano focal da lente. A origem do sistema de coordenada  $x, y$  representa a direção normal ao espelho  $e1$ ; (b) Esquema geométrico mostrando a normal do espelho  $e1$  e o ângulo de excitação.

Como no plano focal da lente temos a formação das franjas de interferência e também parte do feixe usado para excitação, nós posicionamos a região de coleta do sinal, representada pela CCD, no diâmetro oposto ao do feixe de excitação, afim de diminuir a quantidade de luz espúria que atinge a CCD. Essa configuração, aliada ao processo de remoção do sinal apenas do feixe que será indicado mais adiante, é o suficiente para manter uma boa razão sinal/ruído no regime de baixa intensidade para um ângulo  $\theta_0 = 4.3^\circ$ , que é o maior ângulo de abertura que conseguimos produzir segundo limitações na ótica utilizada que ficarão claras a seguir.

A distribuição angular da radiação espalhada é dada pela equação (3.33), da qual podemos concluir que o envelope no qual se inserem as franjas tem uma largura angular dada por:  $\Phi = (\theta_0 k \sigma_z)^{-1}$ , além de a periodicidade angular dessas franjas ser de  $\Theta_f = \frac{\pi}{\theta_0 k h}$ , sendo  $h$  a distância média da nuvem ao espelho.

Para garantir a resolução das franjas dentro do envelope podemos supor uma distância interfranjas de 30 pixels na CCD, considerando que os pixels da CCD tem um tamanho de  $3.69 \mu\text{m}$  e a lente que nós usamos para conjugar as franjas tem um foco  $f = 150 \text{ mm}$ , podemos calcular a periodicidade angular das franjas como  $\Theta_f = \Delta x_p x / f$  e através da formula para  $\Theta_f$  acima calcular a distância máxima da nuvem ao espelho  $h = 4.2 \text{ mm}$ .

Neste momento temos um problema, as configurações de franjas acima exigem o uso de um espelho próximo á nuvem, o que não é possível uma vez que a nuvem de átomos é obtida dentro da câmara de ciência à alto-vácuo. Por outro lado, o espelho próximo a nuvem implica em um tempo de atraso  $\tau_c$  praticamente desprezível, enquanto que para obtermos uma defasagem suficiente entre cada um dos caminhos do interferômetro, precisamos de um espelho a uma distância de ao menos algumas dezenas de centímetros. Uma forma de satisfazer ambas as condições ao mesmo tempo é utilizar duas lentes em uma configuração que cria um "espelho virtual" que pode ser posicionado a qualquer distância da nuvem, enquanto o espelho real está distante o suficiente para a observação do *revival*.

### 6.1.1 Espelho virtual

A configuração das lentes para a criação do espelho virtual são duas lentes de distância focal  $f$  separadas por uma distância de  $2f$  enquanto a primeira lente está a uma distância  $g$  dos átomos, e a última lente então a uma distância  $d$ . Esta configuração pode ser vista na figura 28.

Neste configuração podemos utilizar a ótica matricial e a Lei ABCD para feixes gaussianos (43) para calcular o resultado da propagação do feixe por esse sistema. As matrizes para cada um dos componentes óticos são: propagação no espaço livre

por uma distância  $l$ :  $L(l) = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , propagação ao por uma lente ideal de foco

$f$ :  $F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$  e matriz de reflexão por um espelho plano perpendicular ao eixo

ótico:  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Portanto a matriz de propagação  $M$  por esse sistema ótico fica dada por:

$$M = L(g).F.L(2f).F.L(d).E.L(d).F.L(2f).F.L(g) \times = \begin{pmatrix} 1 & 2(d+g-2f) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

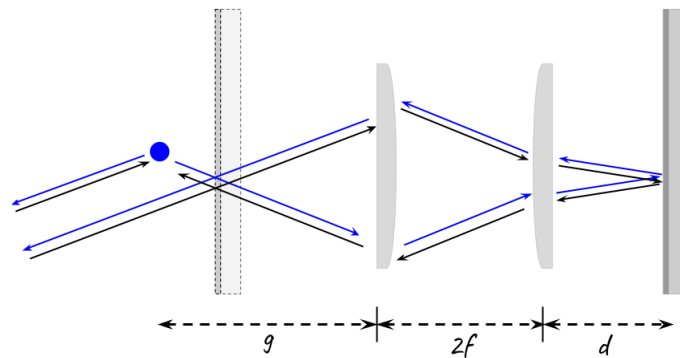


Figura 28: Configuração das lentes para a criação do espelho virtual

Logo, o sistema ótico resultante é equivalente à propagação do feixe até um espelho virtual posicionado a uma distância  $h = d + g - 2f$ , e sua reflexão, representado então por  $M = L(d+g-2f).E.L(d+g-2f)$ . Esse sistema permite então posicionar o espelho virtual variando a posição do espelho real, isto é, variando  $d$ . Ainda, com isso é possível posicionar o espelho virtual até mesmo antes da nuvem. A primeira lente desta configuração é a responsável por limitar o ângulo máximo que podemos utilizar para excitação.

A montagem completa do interferômetro então fica da seguinte maneira:



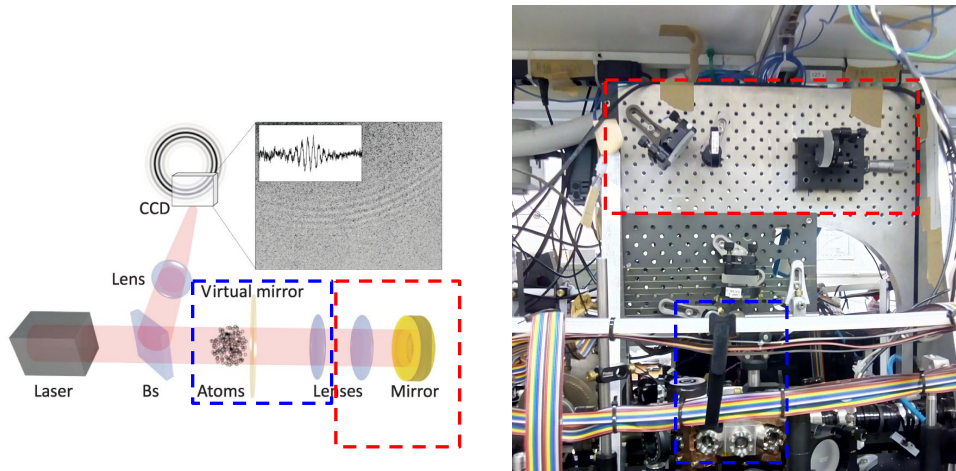


Figura 29: Esquema do Interferômetro à esquerda e montagem dos componentes óticos ao redor da câmara de ciência à direita.

Vale mencionar que essa configuração de lentes é fundamental para a observação do efeito das bandas laterais, uma vez que ela nos permite regular separadamente a separação interfranjas (que depende dos parâmetros geométricos da reflexão do feixe, determinados pela posição do espelho virtual) e a defasagem entre a luz espalhada que vai diretamente à câmera, e a luz que é primeiro refletida pelo espelho antes de voltar à câmera, interferindo com a primeira (defasagem que depende da real propagação da luz, ou seja, da distância do espelho real).

Uma vez obtidas as primeiras franjas no regime de baixa intensidade, podemos utilizar a periodicidade das franjas como um mecanismo de calibração da posição do espelho virtual.

Para efetuar a calibração da posição do espelho virtual nós medimos para diferentes posições do espelho real a periodicidade das franjas de interferência. Em seguida usamos a formula teórica para  $\Delta\theta$  para estimar a posição do espelho em cada uma das medidas e fazemos então um ajuste linear considerando que o coeficiente angular desta curva deve ser igual a 1. O resultado obtido foi o seguinte:

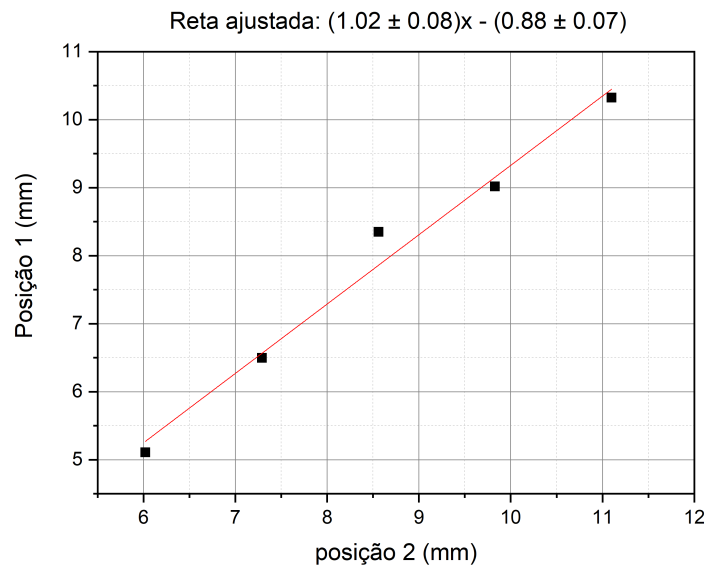


Figura 30: Calibração da posição do espelho virtual utilizando a separação entre franjas. Posição 1 é a estimativa da posição do espelho segundo a separação das franjas, enquanto posição 2 é a posição medida externamente a partir de uma origem estimada com base na posição das lentes e espelho.

Nós descobrimos, assim, que havia um *offset* na posição estimada do espelho virtual a partir das medidas da posição das lentes de por  $(0.88 \pm 0.07)$  mm. Além disso, esta medida preliminar serviu a nos convencer de que o efeito observado era efetivamente causado pelo arranjo interferométrico.

## 6.1.2 Tamanho da nuvem

### 6.1.2.1 Tamanho da nuvem no plano

Os cálculos feitos anteriormente consideram uma onda plana iluminando a nuvem, porém ondas planas não são possíveis de serem produzidas na prática. Ao invés disso, utilizaremos um feixe gaussiano colimado. Se possível, o ideal seria produzir um feixe com tamanho transversal muito maior que a nuvem atômica, porém como dispomos de um máximo de 30 mW de potência incidente nos átomos (após perdas no acoplamento da fibra, nos elementos óticos e no divisor de feixe), para realizar a medida precisamos achar um compromisso entre o tamanho da nuvem, e o tamanho do feixe de excitação.

Para isto, simulação numérica que calcula a média das franjas criadas por cada átomo da nuvem, considerando sua posição no feixe incidente. Assim, caso a variação de intensidade seja muito grande, as franjas de interferência são perdidas, o que ocorre para feixes com tamanho comparável ao da nuvem como pode ser visto na figura 31. Por outro lado, caso o tamanho do feixe seja muito grande, devido ao limite de potência nós acabamos por não conseguir explorar uma região grande o suficiente para encontrar o primeiro *revival*.

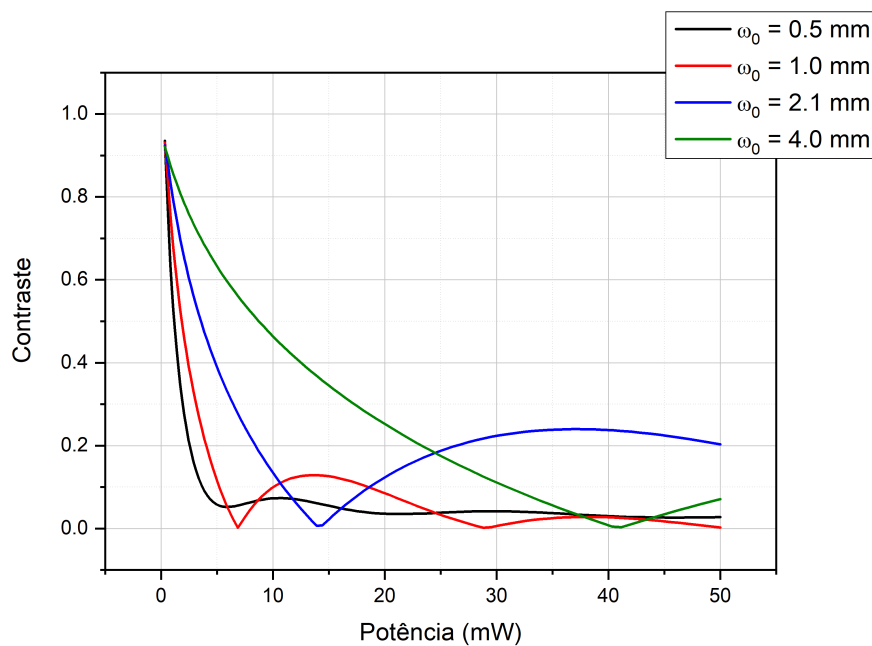


Figura 31: Oscilações no contraste para diferentes valores de cintura para o feixe gaussiano. Nesta simulação o tamanho da nuvem foi mantido fixo em  $500 \mu\text{m}$  e o ângulo  $\theta_0 = 4.3^\circ$ .

Assim, temos que ajustar o tamanho da nuvem e o tamanho do feixe de modo a produzir uma curva com pelo menos uma oscilação com máxima amplitude possível dentro do nosso limite de potência.

Os gráficos na figura 32 nos ajudam a determinar o valor ótimo para cada um desses. Deixando inicialmente o tamanho da nuvem fixo em  $600 \mu\text{m}$  podemos variar a cintura do feixe ( $\omega_0$ ) para observar a amplitude do contraste. Com isso vemos que para  $\omega_0$  a partir de  $2.1 \text{ mm}$ , a variação começa a ser muito pequena, e como quanto menor o feixe maior o parâmetro de saturação queremos usar o menor feixe possível.

Por outro lado, ao verificar a variação dessa amplitude com o tamanho do feixe, vemos que podemos aumentar um pouco a amplitude do contraste se utilizarmos uma nuvem com  $\sigma_z = 500 \mu\text{m}$ .

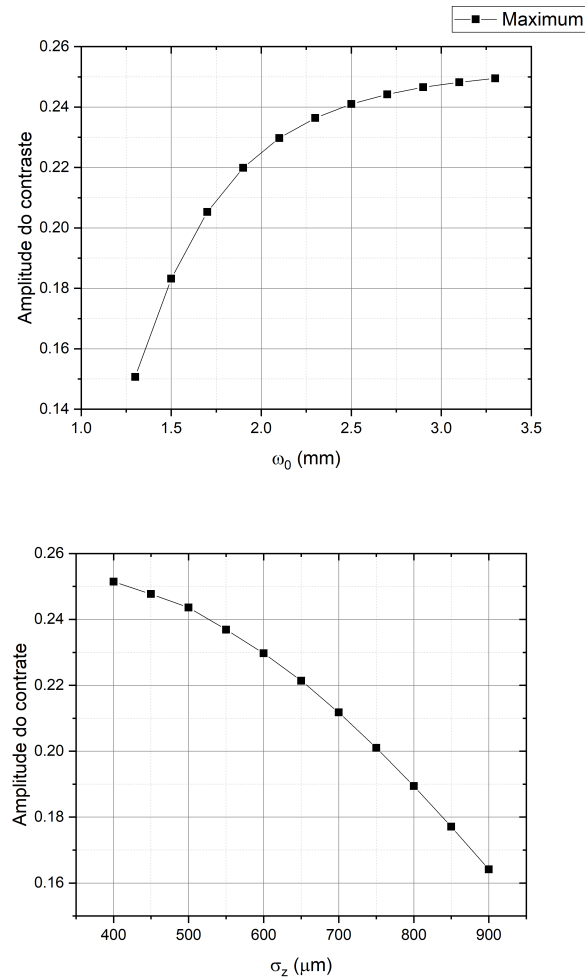


Figura 32: Simulações da amplitude da oscilação do contraste. (a) Para uma nuvem com  $\sigma_z = 600 \mu\text{m}$  e diferentes tamanhos do feixe. (b) Para um feixe com  $\omega_0 = 2.1$  mm, e diferentes tamanhos da nuvem.

Após algumas tentativas encontramos o valor ótimo para o tamanho de feixe de 2.1 mm e para o tamanho da nuvem de 500  $\mu\text{m}$ . Esse tamanho da nuvem limita o número de átomos, uma vez que a medida não pode ser realizada para um nuvem com densidade ótica muito grande, o que causaria uma grande atenuação do feixe ao passar pela nuvem.

É interessante também notar que as franjas produzidas invertem de sinal após um *revival*, como pode ser visto na figura 33:

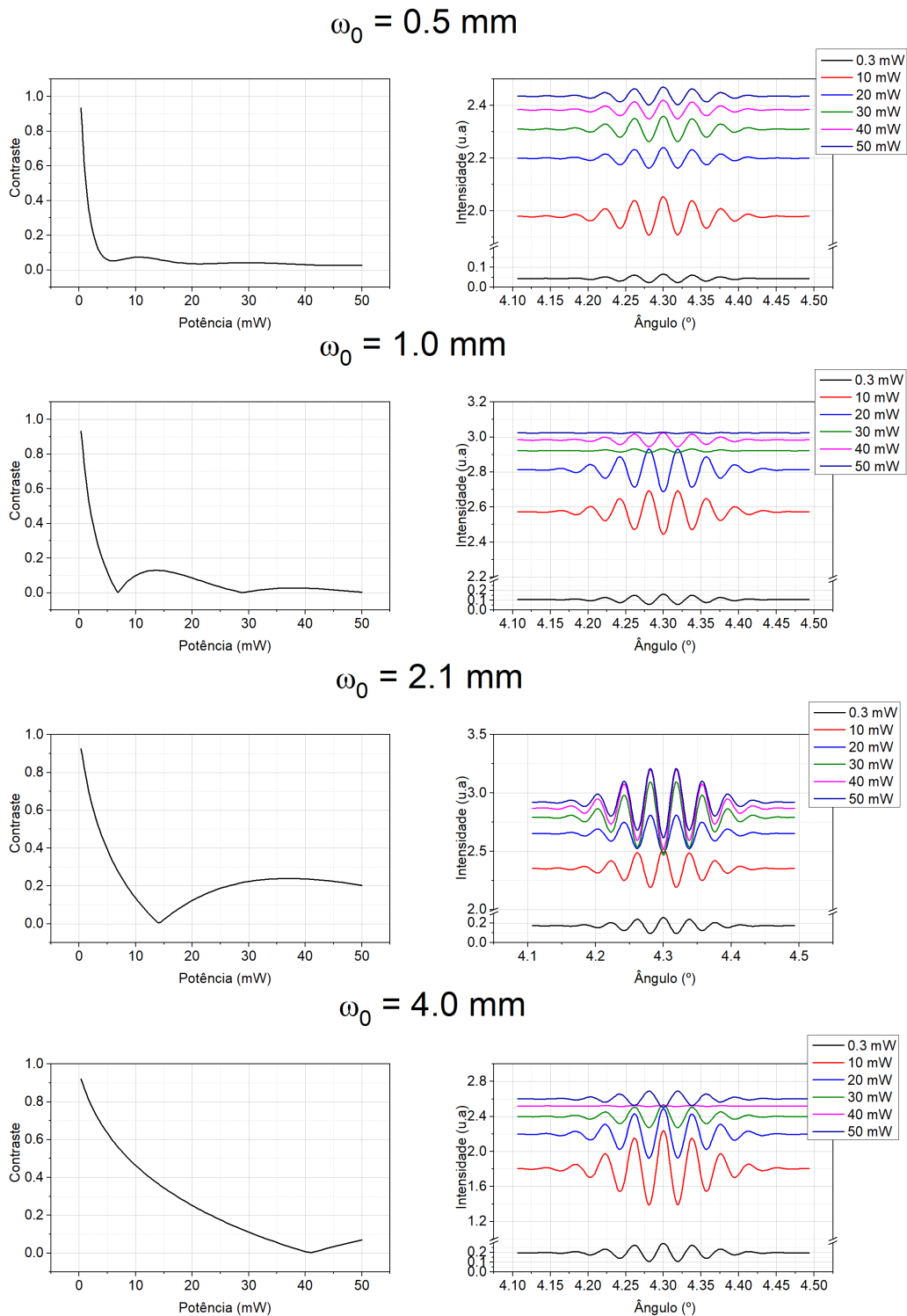


Figura 33: Oscilações no contraste e franjas de interferência produzidas para cada uma das cinturas do feixe de excitação. No caso para  $\omega_0 = 0.5 \text{ mm}$  não há *revival* do contraste e com isso podemos ver que as franjas são produzidas sempre do mesmo modo. Para  $\omega_0 = 1.0 \text{ mm}$ , podemos ver ao acontecimento de 2 *revivals* e podemos observar nas franjas de interferência a ocorrência de duas inversões na fase. Para  $\omega_0 = 2.1 \text{ mm}$  e  $\omega_0 = 4.0 \text{ mm}$  vemos a ocorrência de uma inversão na fase das franjas. Simulações realizadas para uma nuvem com  $\sigma_z = 500 \text{ } \mu\text{m}$  e  $\theta_0 = 4.3^\circ$ .

### 6.1.2.2 Tamanho da nuvem em $z$

Como pode ser consultado na figura 27 (a), a separação entre o feixe que promove a excitação e o a região onde é posicionada a CCD é igual a  $2\theta_0$ . Assim queremos maximizar o máximo possível  $\theta_0$  de forma a reduzir a quantidade de luz do feixe que atinge a câmera. O máximo ângulo de incidência possível é determinado pelo diâmetro das lentes usadas para a configuração do espelho virtual. Na simulação realizada para o *revival* nós consideramos lentes com foco de  $f = 150$  mm e diâmetro de 40 mm. Além disso, como o tamanho do feixe estimado é  $\omega_0 = 2.1$  mm, podemos considerar que o feixe não pode passar a menos de  $2\omega_0$  da borda da lente, assim o ângulo máximo disponível para excitação é de  $\approx 4.5^\circ$ .

Assim, fixando o ângulo de excitação em  $4.3^\circ$  para evitar a borda da lente, para obtermos  $\approx 7$  franjas com uma distância de 30 pixels entre elas precisamos de uma com diâmetro em  $z$  de  $500 \mu\text{m}$ , o que é por sua vez metade do tamanho do MOT-Azul. Desta forma a única maneira de se obter a nuvem com o tamanho certo é utilizando o MOT-Vermelho, e controlando o tempo de expansão livre da nuvem antes de se efetuar a medida.

Utilizando apenas a primeira etapa de resfriamento do MOT-Vermelho, isto é, a etapa alargada em frequência, nós produzimos uma nuvem com formato de panqueca sendo  $220 \mu\text{m}$  de raio no plano  $x - y$  e  $200 \mu\text{m}$  no eixo  $z$ . Essa nuvem tem uma densidade ótica de 3 na direção de propagação do feixe. Para reduzir a densidade ótica e produzir o tamanho desejado, nós realizamos um tempo de voo dessa nuvem, o que significa desligar todos os feixes de laser e deixar a nuvem se expandir livremente sobre a ação da gravidade. Após cerca de 12 ms de tempo de voo, como pode ser consultado na figura 34, temos uma nuvem com tamanho de  $500 \mu\text{m}$  no plano, e densidade ótica máxima de 0.6, valor ideal para se realizar as medidas.

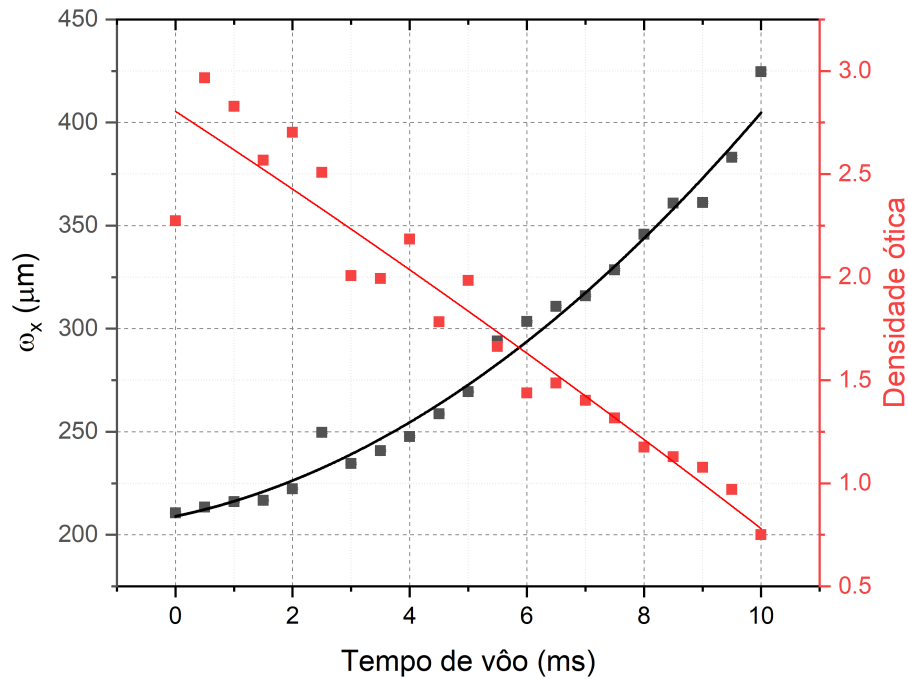


Figura 34: Evolução do tamanho da nuvem e da densidade ótica da nuvem com o tempo de voo para as direções transversais a propagação do feixe do Interferômetro.

## 6.2 SEQUÊNCIA EXPERIMENTAL

A sequência experimental que utilizamos para produzir a nuvem é a seguinte: Inicialmente o MOT-Azul é carregado a partir do Desacelerador Zeeman, enquanto a sequência experimental escrita em linguagem Python é carregada nas placas de controle LabView.

Uma vez carregada a sequência, o feixe de laser do Desacelerador Zeeman e seu campo magnético são desligados, e logo em seguida é efetuada uma rampa na potência dos feixes de laser do MOT-Azul para 10% do seu valor inicial. Essa rampa de potência tem duração de 8 ms, e sua função é diminuir a temperatura da nuvem, como pode ser consultado no gráfico da figura 20, para otimizar a transferência de átomos do MOT-Azul para o MOT-Vermelho.

Após esse processo a nuvem tem uma temperatura que permite sua transferência para o MOT-Vermelho, que começa com a mudança no gradiente de campo

magnético gerado pelas bobinas, através da mudança na fonte de alimentação. Em seguida os feixes do laser vermelho são ligados com sua frequência sendo varrida em torno da frequência central usando uma onda triangular com amplitude de 3 MHz. Esta última etapa dura 150 ms. Após esse processo nós interrompemos o processo de resfriamento e realizamos um tempo de vôo na nuvem, o que como mencionado anteriormente, significa deixar a nuvem expandir livremente sob ação da gravidade. Após 10 ms de expansão livre, a nuvem tem um tamanho de  $500 \mu\text{m}$  e uma densidade ótica máxima de 0.6, já sendo a nuvem ideal para realizar a medida.

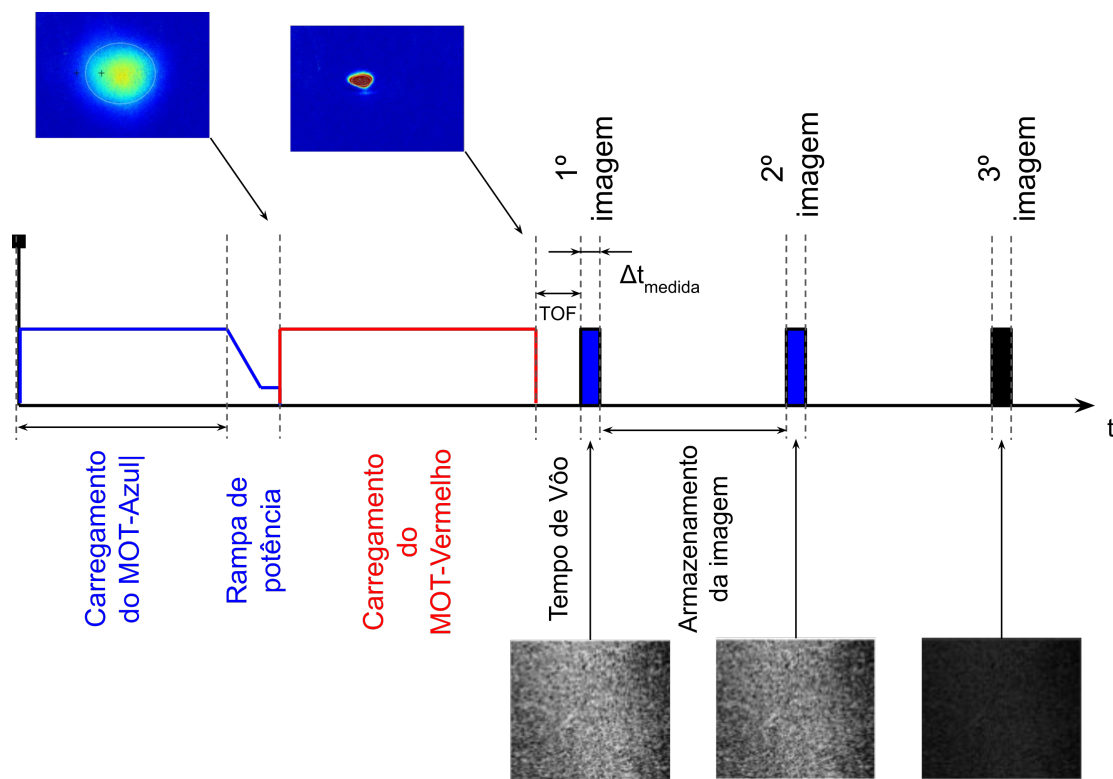


Figura 35: Sequência experimental para realização da medida de espalhamento. Os *inserts* superiores são imagens de absorção da nuvem em diferentes etapas do processo de resfriamento. As cores representam cores falsas apenas para melhor visualização.

O processo de medida ocorre em 3 imagens, como pode ser visto na figura 35:

- 1ª imagem: Nós iluminamos a nuvem com o feixe de laser e capturamos a luz espalhada por um período de tempo  $\Delta t$ . O tempo de captura do sinal depende da potência utilizada, na próxima seção será explicado como esse tempo é calculado;



- 2ª imagem: Nesta imagem não temos mais nuvem atômica e é capturada a luz espalhada pela ótica ao longo do caminho do feixe. Essa imagem é essencial para se obter a informação que nos interessa, a fluorescência atômica, uma vez que a quantidade de luz espalhada pela ótica é muito superior à quantidade de sinal presente em cada imagem;
- 3ª imagem: Esta última imagem é utilizada para subtrair o ruído aleatório da câmera, assim é feita uma imagem sem nenhum feixe de laser.

### 6.3 CALIBRAÇÃO DA DURAÇÃO DO PULSO LASER DE EXCITAÇÃO

Como discutido acima, a nuvem de átomos tem um tamanho certo para realizar a medida, assim é necessário garantir que durante o processo de coleta da fluorescência o tamanho da nuvem se mantenha dentro de uma margem aceitável.

Durante o processo de medida nós iluminamos a nuvem com radiação ressonante, o que através da emissão espontânea gera aquecimento e dilatação da nuvem. Além disso, a parte propagante da onda que é formada em frente ao espelho, segundo a equação (3.25), pode deslocar a nuvem, o que a leva a explorar regiões com diferentes frequências de Rabi e pode destruir o contraste das franjas.

Para evitar esse problema, nós desenvolvemos um método de calibração do tempo máximo ao qual a nuvem pode ser exposta sem que seu tamanho se altere mais do que o desejado. Para isto nós seguimos a mesma sequência experimental da figura 35 até o primeiro pulso, após isso nós monitoramos a evolução do tamanho da nuvem nas três direções do espaço, para diferentes tempos de voo.

Após um pulso de medida nós induzimos 6 acelerações diferentes: são 3 acelerações na posição em cada um dos eixos do espaço e 3 acelerações na expansão do tamanho da nuvem também em cada uma das direções do espaço. As acelerações nas posições levam a nuvem a explorar diferentes frequências de Rabi o que pode diminuir o contraste e a forma da curva do *revival*, além de possivelmente retirar os átomos de ressonância com o feixe de excitação devido ao efeito Doppler; a mudança no tamanho da nuvem pode alterar a periodicidade e a quantidade de franjas

de interferência observadas, além de alterar a razão entre o tamanho do feixe e o tamanho da nuvem, essencial para a obtenção da curva com o *revival*.

Por exemplo, o gráfico da figura 36 representa uma medida destas acelerações na direção  $z$ , através da medida da evolução da largura da nuvem e da posição do seu centro de massa como função do tempo, contado a partir do desligamento da armadilha atômica. A partir deste desligamento, os átomos evoluem sob a ação única da gravidade e do pulso curto do feixe do interferômetro, que ocorre 15 ms após o desligamento da armadilha e dura 2  $\mu$ s. A derivada das curvas logo antes e logo depois do pulso de luz do interferômetro nos permite calcular a variação de velocidade causada pelo pulso, e com esta obter a aceleração média causada pela luz.

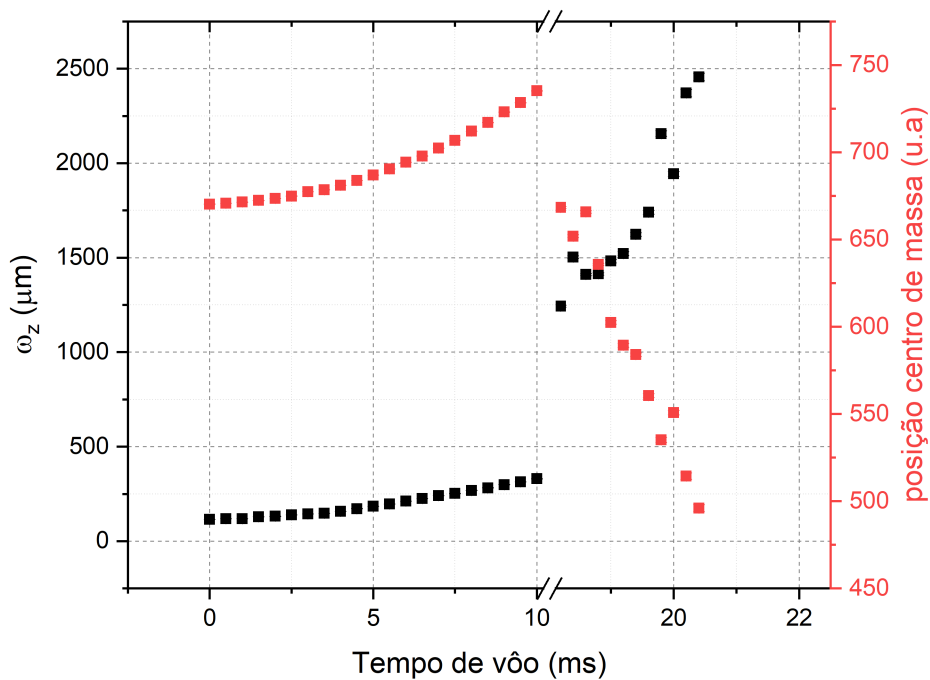


Figura 36: Evolução da nuvem no eixo  $z$  após um pulso  $\delta t = 2 \mu$ s e potência de 10 mW. O espaço vazio de pontos no gráfico representa uma região não acessível a observação utilizando imagens de absorção por limitações experimentais.

Assim, o  $\Delta t_{medida}$  máximo é o menor tempo para o qual uma das acelerações induzidas atinge os limite pré-estabelecidos por nós. Esses limites são: Um tempo no qual a aceleração produz um desvio de  $0.3 \Gamma_{azul}$  ou no qual a posição e/ou

tamanho da nuvem tem um aumento de 20% do valor estabelecido. O que significa um aumento de  $100 \mu\text{m}$ .

#### 6.4 ANÁLISE DOS DADOS

Para efetuar a análise dos dados, primeiro nós fazemos a média sobre varias realizações de cada uma das três imagens, e para cada uma dessas imagens resultantes nós fazemos uma integral circular como pode ser visto na figura 37.

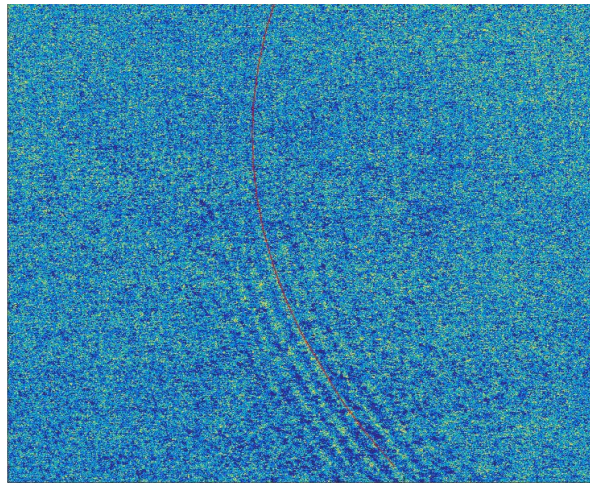


Figura 37: Imagens das franjas de interferência. A curva vermelha representa o círculo sobre o qual todos os pontos são integrados para produzir a curva como função do ângulo.

Como pode ser visto na figura 35, a imagem com átomos e a sem átomos,  $1^a$  e  $2^a$ , respectivamente, possuem quase a mesma quantidade de luz, que quase toda proveniente do espalhamento na ótica ao longo do caminho do feixe. Uma grande parte dessa luz pode ser removida fazendo a subtração da  $1^a$  e  $2^a$  imagem, porém ainda assim não é possível observar o sinal devido à flutuação dessa luz espalhada. Para corrigir isso nós refazemos esse experimento diversas vezes de modo a reduzir esse ruído. Na figura 38 podemos ver a comparação entre a medida com 1 realização e com 1000 realizações.

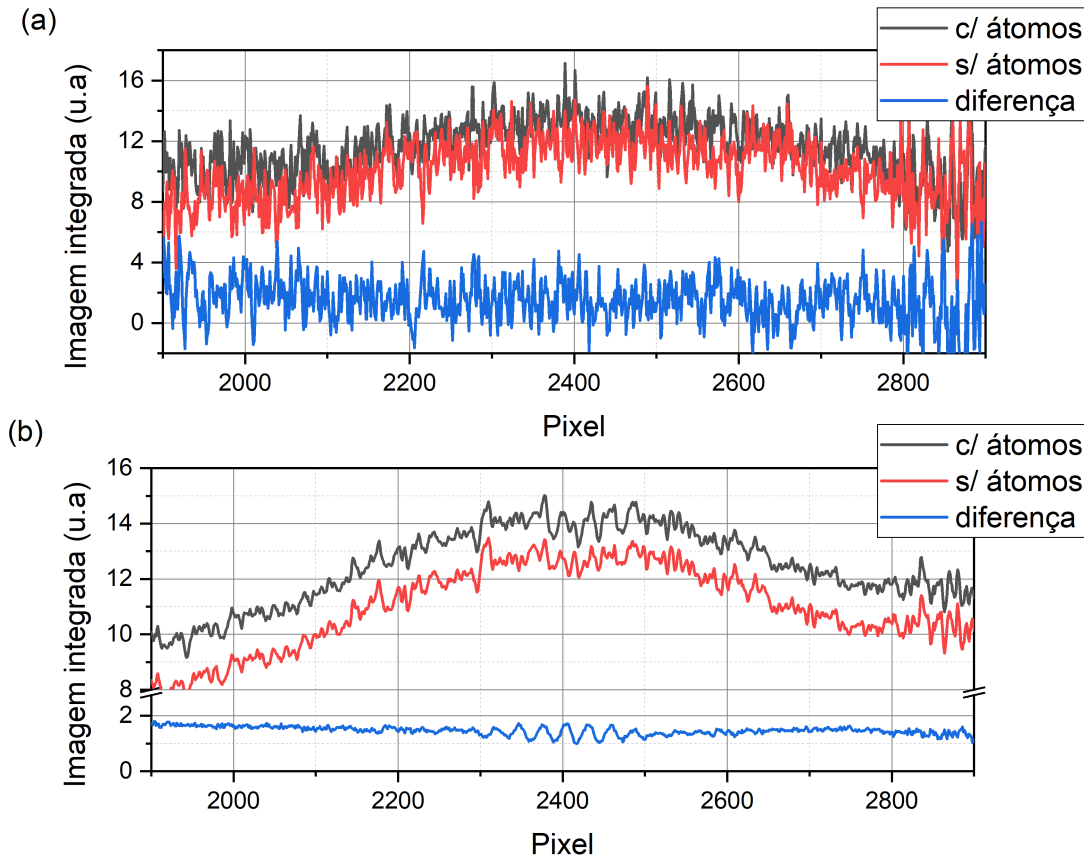


Figura 38: Redução da flutuação na intensidade espalhada devido à média sobre várias realizações para uma mesma configuração de potência. (a) Curvas integradas sobre apenas 1 realização; (b) Curvas integradas sobre 1000 realizações.

Assim, a intensidade como função do ângulo em cada uma das imagens é dada por:

- 1<sup>a</sup> imagem: Nesta imagem temos a fluorescência atômica ( $I_{fluo}$ ), parte da luz espalhada na ótica que foi atenuada devido a sua passagem pela nuvem atômica ( $\alpha I_{feixe}$ ,  $0 \leq \alpha \leq 1$ ), e o ruído aleatório da câmera ( $I_{cam}$ ), que pode ser escrito como  $I_1(\theta) = I_{fluo}(\theta) + \alpha I_{feixe}(\theta) + I_{cam}(\theta)$ ;
- 2<sup>a</sup> imagem: Nesta imagem temos a luz espalhada pela ótica sem nenhuma atenuação, além do ruído induzido pela câmera. Podemos escrever isso como:  $I_2(\theta) = I_{feixe}(\theta) + I_{cam}(\theta)$ ;
- Por fim, na última imagem temos apenas o ruído aleatório da câmera:  $I_3(\theta) = I_{cam}(\theta)$ .

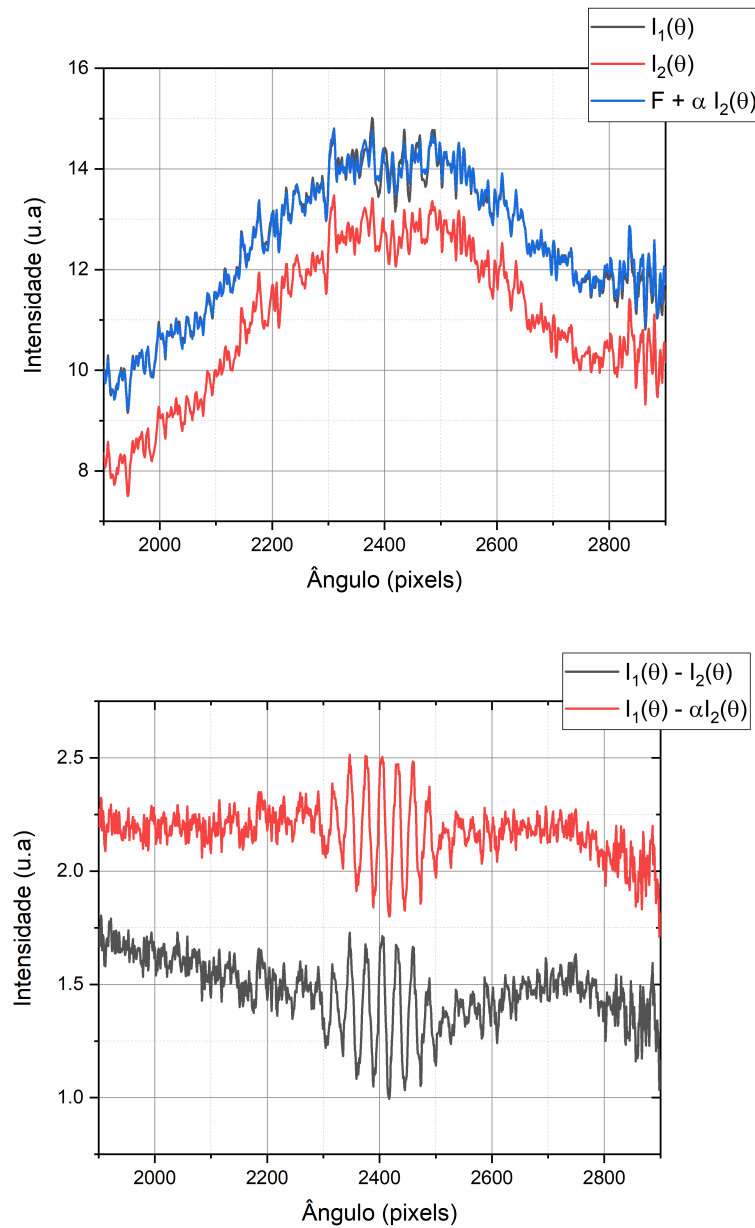


Figura 39: Comparação do ajuste linear nas franjas de interferência. (a) Comparação das imagens 1 e 2 integradas no radialmente. Como podemos ver a curva ajustada azul concorda muito bem com a  $I_1(\theta)$  na região fora das franjas de interferência. (b) As franjas após o ajuste linear aparecem sobre um fundo de intensidade mais constante. Medidas realizadas para  $\theta_0 = 3.13^\circ$ , e potência de 1 mW.

Nós queremos determinar exatamente a curva  $I_{fluo}(\theta)$  para calcular o contraste absoluto, o que significa encontrar o valor da constante  $\alpha$  para cada potência. O termo  $I_{cam}(\theta)$  pode ser removido da primeira imagem apenas fazendo  $I_1(\theta) - I_3(\theta)$ , enquanto a determinação do valor da constante  $\alpha$  ocorre através de um ajuste linear

entre as curvas  $I_1(\theta)$  e  $I_2(\theta)$ . Para isto nós usamos o fato de que a curva  $I_{fluo}(\theta)$  tem sua forma dada pela equação (3.33), que é uma fluorescência isotrópica exceto pela região ao redor de  $\theta_0$ .

Assim podemos realizar um ajuste linear utilizando duas constantes  $\alpha$  e  $F$ , sendo a absorção e a fluorescência fora da região  $|\theta_0 - 2\Phi|$ , respectivamente, e descrever a curva  $I_1(\theta, |\theta - \theta_0| > 2\Phi) = F + \alpha I_2(\theta, |\theta - \theta_0| > 2\Phi)$ . Uma vez obtido o valor das constantes  $\alpha$  e  $F$ , podemos escrever a fluorescência atômica como:  $I_{fluo}(\theta) = I_1(\theta) - \alpha I_2(\theta)$ .

A figura 39 mostra a comparação entre as curvas antes e depois do ajuste linear. É interessante notar que após o ajuste as curvas  $I_1(\theta)$  e  $I_2(\theta)$  concordam muito bem ao redor das franjas, enquanto a fluorescência atômica tem é mais constante após o processo de ajuste.

## 6.5 RESULTADOS PARCIAIS

Até o momento nós já obtemos as franjas de interferência para a nuvem produzida utilizando o MOT-Vermelho, assim estamos no processo de levantar a curva da figura 31. Infelizmente este processo é demorado já que cada uma das sequências experimentais da figura 35 leva  $\approx 4$  s, e são necessárias pelos menos 1000 realizações de cada um dos pontos.

Assim, atualmente nós pontos para 4 intensidade diferentes na curva do contraste, como pode ser visto na figura 40.

Além dos pontos mostrados no gráfico, nós obtemos também um ponto para a potência de 15 mW, o qual parece ser um ponto com contraste nulo, assim atualmente estamos realizando a obtenção do ponto para 25 mW de potência.

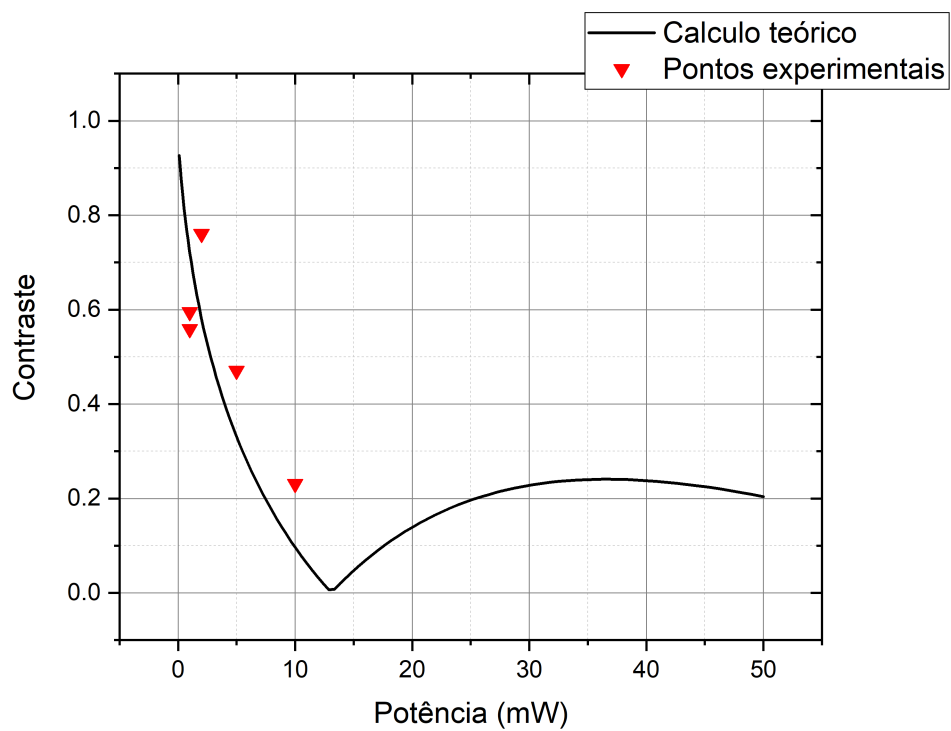


Figura 40: Comparação entre previsão teórica e pontos experimentais obtidos para curva do contraste como função da potência. Os pontos obtido são para potências de 1 mW; 2 mW; 5 mW e 10 mW. No momento estamos estimando os valores para as barras de erro.





## 7 CONCLUSÃO

Neste trabalho nós utilizamos o espalhamento de luz ressonante por uma nuvem de átomos frios fortemente excitados para verificar a relação de fase entre as bandas laterais do tripleto de Mollow oriunda da parte inelástica do espalhamento de luz. Esta verificação se dá através do batimento das bandas laterais da luz espalhada por dois caminhos diferentes, que são recombinados por um espelho de forma a produzir franjas de interferência. O contraste dessas franjas é uma medida indireta da relação de fase entre bandas que permitem o aparecimento da mesma. O contraste como função da potência de excitação apresenta oscilações que indicam então o batimento das bandas laterais. A curva de oscilação do contraste está sendo obtida atualmente, já tendo sido identificado o ponto no qual o contraste vai a zero.

Nos cálculos teóricos nós consideramos uma nuvem com baixa densidade espacial e baixa densidade ótica, desprezamos efeitos de espalhamento múltiplo e correlação entre diferentes átomos, assim o espalhamento resultante é a soma dos espalhamentos individuais. Devido à simples construção desse interferômetro, este sistema pode ser utilizado como plataforma para o estudo do espalhamento de luz por sistemas fortemente excitados.

## Referências

- 1 WALTHER, H. Resonance fluorescence of two-level atoms. In: STROKE, H. (Ed.). Academic Press, 2005, (Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics, v. 51). p. 239 – 272. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1049250X05510164>>. 8
- 2 HEITLER, W. *The Quantum Theory of Radiation*. Dover Publications, 1984. (Dover Books on Physics). ISBN 9780486645582. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=L7w7UpecbKYC>>. 8
- 3 APANASEVICH, P. Dependence of the profile and width of spectral lines on the strength and frequency of exciting radiation. *Optics and Spectroscopy*, v. 16, p. 387, 1964. 8
- 4 MOLLOW, B. R. Power spectrum of light scattered by two-level systems. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 188, p. 1969–1975, Dec 1969. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.188.1969>>. 8, 30
- 5 SCHUDA, F.; STROUD, C. R.; HERCHER, M. Observation of the resonant stark effect at optical frequencies. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics*, IOP Publishing, v. 7, n. 7, p. L198–L202, may 1974. 8, 30
- 6 WU, F. Y.; GROVE, R. E.; EZEKIEL, S. Investigation of the spectrum of resonance fluorescence induced by a monochromatic field. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 35, p. 1426–1429, Nov 1975. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.35.1426>>. 8
- 7 ASPECT, A. et al. Time correlations between the two sidebands of the resonance fluorescence triplet. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 45, p. 617–620, Aug 1980. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.45.617>>. 8
- 8 SCHRAMA, C. A. et al. Intensity correlations between the components of the resonance fluorescence triplet. *Phys. Rev. A*, American Physical Society, v. 45, p. 8045–8055, Jun 1992. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.45.8045>>. 8
- 9 NIENHUIS, G. Spectral correlations within the fluorescence triplet. *Europhysics Letters (EPL)*, IOP Publishing, v. 21, n. 3, p. 285–290, jan 1993. 8

- 10 WRIGGE, G. et al. Efficient coupling of photons to a single molecule and the observation of its resonance fluorescence. *Nature Physics*, Nature Publishing Group, v. 4, n. 1, p. 60–66, 2008. 9
- 11 LAGOUDAKIS, K. G. et al. Observation of mollow triplets with tunable interactions in double lambda systems of individual hole spins. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 118, p. 013602, Jan 2017. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.118.013602>>. 9, 30
- 12 ZHOU, Y. et al. Coherent control of a strongly driven silicon vacancy optical transition in diamond. *Nature communications*, Nature Publishing Group, v. 8, n. 1, p. 1–7, 2017. 9
- 13 ULHAQ, A. et al. Cascaded single-photon emission from the mollow triplet sidebands of a quantum dot. *Nature Photonics*, Nature Publishing Group, v. 6, n. 4, p. 238, 2012. 9
- 14 CARRENO, J. C. L.; VALLE, E. del; LAUSSY, F. P. Photon correlations from the mollow triplet. *Laser & Photonics Reviews*, v. 11, n. 5, p. 1700090, 2017. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/lpor.201700090>>. 9
- 15 KIMBLE, H. J.; DAGENAIS, M.; MANDEL, L. Photon antibunching in resonance fluorescence. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 39, p. 691–695, Sep 1977. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.39.691>>. 9
- 16 GERRY, C.; KNIGHT, P. *Introductory Quantum Optics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2004. 12
- 17 BROWN, R. H.; TWISS, R. Q. Interferometry of the intensity fluctuations in light. i. basic theory: The correlation between photons in coherent beams of radiation. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, The Royal Society, v. 242, n. 1230, p. 300–324, 1957. ISSN 00804630. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/100432>>. 12
- 18 SCULLY, M. O.; ZUBAIRY, M. S. *Quantum Optics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1997. 21, 22
- 19 JACKSON, J. D. *Classical electrodynamics*. 3rd ed.. ed. New York, NY: Wiley, 1999. ISBN 9780471309321. Disponível em: <<http://cdsweb.cern.ch/record/490457>>. 24
- 20 OPTICAL Bloch Equations. In: ATOM—PHOTON Interactions. John Wiley & Sons, Ltd, 2008. cap. 5, p. 353–405. ISBN 9783527617197. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/9783527617197.ch5>>. 25, 26
- 21 PIOVELLA, N. et al. Mirror-assisted coherent backscattering from the mollow sidebands. *Phys. Rev. A*, American Physical Society, v. 96, p. 053852, Nov 2017. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.96.053852>>. 29, 38, 40

- 22 STALGIES, Y. et al. The spectrum of single-atom resonance fluorescence. *Europhysics Letters (EPL)*, IOP Publishing, v. 35, n. 4, p. 259–264, aug 1996. Disponível em: <<https://doi.org/10.1209%2Fepi%2Fi1996-00563-6>>. 30
- 23 ORTIZ-GUTIÉRREZ, L. et al. Mollow triplet in cold atoms. *New Journal of Physics*, IOP Publishing, v. 21, n. 9, p. 093019, sep 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088%2F1367-2630%2Fab3ca9>>. 30
- 24 MORIYA, P. H. et al. Coherent backscattering of inelastic photons from atoms and their mirror images. *Phys. Rev. A*, American Physical Society, v. 94, p. 053806, Nov 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.94.053806>>. 37
- 25 STELLMER, S. *Degenerate quantum gases of strontium*. Tese (Doctor of Science) — Faculty of Mathematics, Computer Science and Physics, University of Innsbruck, Innsbruck, 2013. 41, 44, 66
- 26 PORSEV, S. G. et al. Many-body calculations of electric-dipole amplitudes for transitions between low-lying levels of mg, ca, and sr. *Phys. Rev. A*, American Physical Society, v. 64, p. 012508, Jun 2001. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.64.012508>>. 43
- 27 Ashkin, A.; Boyd, G.; Dziedzic, J. Resonant optical second harmonic generation and mixing. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, v. 2, n. 6, p. 109–124, June 1966. ISSN 1558-1713. 43
- 28 PHOTONICS, T. *TA-SHG-Pro user's manual*. 2020. Disponível em: <<https://www.toptica.com/products/tunable-diode-lasers/frequency-converted-lasers/ta-shg-pro/>>. 43
- 29 ATOMIC and Molecular Frequency References. In: FREQUENCY Standards. John Wiley & Sons, Ltd, 2005. cap. 5, p. 117–165. ISBN 9783527605996. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/3527605991.ch5>>. 44
- 30 HAYAKAWA, Y. et al. Doppler-free spectroscopy of metastable sr atoms using a hollow cathode lamp. *Appl. Opt.*, OSA, v. 57, n. 6, p. 1450–1454, Feb 2018. Disponível em: <<http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-57-6-1450>>. 45
- 31 RIEHLE, F. *Frequency Standards: Basics and Applications*. Wiley, 2006. ISBN 9783527605958. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=q9AKk3smIJwC>>. 48
- 32 Buczek, C. J.; Freiberg, R. J.; Skolnick, M. L. Laser injection locking. *Proceedings of the IEEE*, v. 61, n. 10, p. 1411–1431, Oct 1973. ISSN 1558-2256. 50
- 33 METCALF, H.; STRATEN, P. van der. *Laser Cooling and Trapping*. Springer New York, 2012. (Graduate Texts in Contemporary Physics). ISBN 9781461214700. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=RJXwBwAAQBAJ>>. 51, 54

- 34 LETT, P. D. et al. Optical molasses. *J. Opt. Soc. Am. B*, OSA, v. 6, n. 11, p. 2084–2107, Nov 1989. Disponível em: <<http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-6-11-2084>>. 54, 57, 58
- 35 YANG, F.; HAMILTON, J. *Modern Atomic and Nuclear Physics*. World Scientific, 2010. ISBN 9789814277167. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=LXv8Xh3GE6oC>>. 55
- 36 XU, X. et al. Cooling and trapping of atomic strontium. *J. Opt. Soc. Am. B*, OSA, v. 20, n. 5, p. 968–976, May 2003. Disponível em: <<http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-20-5-968>>. 59
- 37 WALLIS, H.; ERTMER, W. Broadband laser cooling on narrow transitions. *J. Opt. Soc. Am. B*, OSA, v. 6, n. 11, p. 2211–2219, Nov 1989. Disponível em: <<http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-6-11-2211>>. 60
- 38 KATORI, H. et al. Magneto-optical trapping and cooling of strontium atoms down to the photon recoil temperature. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 82, p. 1116–1119, Feb 1999. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.82.1116>>. 61, 66
- 39 LOFTUS, T. H. et al. Narrow line cooling: Finite photon recoil dynamics. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 93, p. 073003, Aug 2004. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.93.073003>>. 61, 64
- 40 LOFTUS, T. H. et al. Narrow line cooling and momentum-space crystals. *Phys. Rev. A*, American Physical Society, v. 70, p. 063413, Dec 2004. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.70.063413>>. 61
- 41 CASTIN, Y.; WALLIS, H.; DALIBARD, J. Limit of doppler cooling. *J. Opt. Soc. Am. B*, OSA, v. 6, n. 11, p. 2046–2057, Nov 1989. Disponível em: <<http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-6-11-2046>>. 66
- 42 CHALONY, M. et al. Doppler cooling to the quantum limit. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 107, p. 243002, Dec 2011. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.107.243002>>. 66
- 43 KOGELNIK, H.; LI, T. Laser beams and resonators. *Appl. Opt.*, OSA, v. 5, n. 10, p. 1550–1567, Oct 1966. Disponível em: <<http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-5-10-1550>>. 69