

MNPEF
Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física

MNPEF Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física
Polo **ufscar** Sorocaba



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS PARA A SUSTENTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE FÍSICA, QUÍMICA E MATEMÁTICA

**ABORDANDO O CONCEITO DE SIMETRIA
ATRAVÉS DA DEFINIÇÃO DE VETOR**

GEOVANE LOPES BARBOSA

ORIENTADOR: PROF. DR. JAMES ALVES DE SOUZA

Sorocaba - SP
Agosto de 2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS PARA A SUSTENTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE FÍSICA, QUÍMICA E MATEMÁTICA

**ABORDANDO O CONCEITO DE SIMETRIA
ATRAVÉS DA DEFINIÇÃO DE VETOR**

GEOVANE LOPES BARBOSA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Ensino de Física (PROFIS-So) da Universidade Federal de São Carlos, *campus* Sorocaba, no Curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Área de concentração: Física no Ensino Médio.
Orientador: Prof. Dr. James Alves de Souza.

Sorocaba - SP
Agosto de 2021



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências e Tecnologias Para a Sustentabilidade
Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Geovane Lopes Barbosa, realizada em 23/08/2021.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. James Alves de Souza (UFSCar)

Prof. Dr. Raphael de Oliveira Garcia (UNIFESP)

Prof. Dr. Neilo Marcos Trindade (IFSP)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física.

Barbosa, Geovane Lopes

Abordando o conceito de simetria através da definição de vetor / Geovane Lopes Barbosa -- 2021.
110f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba
Orientador (a): James Alves de Souza
Banca Examinadora: Raphael de Oliveira Garcia, Neilo Marcos Trindade
Bibliografia

1. Simetria. 2. Vetor. 3. Ensino de física. I. Barbosa, Geovane Lopes. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática
(SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Maria Aparecida de Lourdes Mariano -
CRB/8 6979

DEDICATÓRIA

Dedico esta dissertação às pessoas importantes que fazem parte da minha vida como a minha mãe, Maria das Dores Barbosa Carneiro, e meu pai Martins Lopes Carneiro, principais responsáveis pela minha vida e a quem devo meu caráter e disciplina ao trabalho no presente e futuro, à minha esposa Janete de Lima Lopes Barbosa, sempre paciente e generosa em meus momentos de desânimo e falta de estímulo, e aos meus lindos filhos João Pedro Barbosa de Lima e Ana Laura Barbosa de Lima.

AGRADECIMENTO

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos e pelo fomento ao Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF) durante todo o período de formação.

Aos meus pais Maria Das Dores e Martins Lopes pelos ensinamentos e por terem me incentivado em meus estudos.

À minha esposa, Janete, por seu amor, carinho e compreensão nos momentos de dificuldades.

Aos meus filhos, João Pedro e Ana Laura pelos momentos de alegria durante essa jornada.

Agradeço ao meu professor e orientador Prof. Dr. James Alves de Souza. A este devo a confiança em minha capacidade como pesquisador além da paciência e tranquilidade para me incentivar e transmitir os ensinamentos necessários para o desenvolvimento deste trabalho. E gratidão pela ajuda na decisão do produto educacional.

“A minha filosofia geral para todo o ensino é de não empanturrar o aluno de conhecimentos, mas de estimular a criatividade dele.”

MÁRIO SCHENBERG

RESUMO

BARBOSA. G. L. Abordando o conceito de simetria através da definição de vetor. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) – Universidade Federal de São Carlos, *campus* Sorocaba, Sorocaba, 2021.

Simetria é um dos conceitos mais fundamentais da ciência contemporânea, ditando as leis básicas da Física e definindo as forças fundamentais da natureza. Esta controla a Física tanto no regime de altas energias, com a relatividade, quanto no mundo microscópico com a mecânica quântica. Apesar de sua importância, este conceito não é explorado nem nos livros didáticos e nem nas aulas de Física do ensino básico. Neste trabalho apresentamos como conceitos estruturantes e fundamentais da Física, como o de simetria, operações de simetria, universo homogêneo e isotrópico, invariância de uma propriedade física, entre outros, podem ser trabalhados tanto conceitualmente quanto operacionalmente através de uma definição mais precisa de vetor, em que consideramos a relação de transformação de suas componentes através da rotação do sistema de coordenadas. Nosso objetivo é facilitar a introdução destes conceitos fundamentais no ensino de Física já nos anos iniciais, para que os estudantes possam perceber a importância da matemática como uma das metodologias essenciais para o desenvolvimento da Física. Tais conceitos também podem fornecer a base e a justificativa para a forma como a Física é tratada matematicamente em sala de aula. Nosso produto educacional é composto por uma sequência didática contendo um material potencialmente significativo em um contexto de Física teórica. Para a aplicação do produto em sala de aula exploramos a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, utilizando o conceito simplificado de vetor, usualmente trabalhado no nível básico de ensino, e um sistema físico simples, descrito por um bloco deslizando sobre um plano inclinado, como subsunçores para abordar uma definição mais precisa de vetor e demonstrar operacionalmente os conceitos de simetria, operações de simetria em um espaço homogêneo e isotrópico e invariância de uma propriedade física. O produto foi aplicado para alunos dos três anos do ensino médio em uma escola estadual da cidade de Itu, interior de São Paulo. Os resultados, obtidos a partir de questionários relacionados ao tema de cada atividade, mostraram-se para que os conteúdos propostos sejam introduzidos já no 1º ano para serem trabalhados e explorados ao longo dos três anos do ensino médio.

Palavras-chave: Simetria. Vetor. Ensino de Física. Aprendizagem significativa. Ensino médio.

ABSTRACT

BARBOSA. G. L. Addressing the concept of symmetry through the definition of vector. 2021. Dissertation (Master in Physics Teaching) - Federal University of São Carlos, Sorocaba *campus*, Sorocaba, 2021.

Symmetry is one of the most fundamental concepts in modern science, dictating the basic laws of physics and defining the fundamental forces of nature. Symmetry controls physics both in the high energy regime, with relativity, and in the microscopic world with quantum mechanics. Despite its importance, this concept is not explored either in textbooks or in high school physics classes. In this work we present how structuring and fundamental concepts of physics, such as symmetry, symmetry transformations, homogeneous and isotropic universe, invariance of a physical property, among others, can be worked both conceptually and analytically through a more complete definition of vector, in which we consider the transformation relationship of its components through the rotation of the coordinate axes. Our goal is to facilitate the introduction of these fundamental concepts as soon as possible in physics classes, so that students can understand the importance of mathematics as one of the essential methodologies for the development of physics. Such concepts can also provide a justification for the way physics is treated mathematically in the classroom. Our educational product consists of a didactic sequence containing potentially significant material in a theoretical physics context. For the application of the product in the classroom, we explore the Subsumption Theory of Ausubel of meaningful learning, using the simplified concept of vector, usually worked at the basic level of education, and a simple physical system, described by a block sliding on an inclined plane, to address a more complete definition of vector and demonstrate analytically the concepts of symmetry, symmetry transformations in a homogeneous and isotropic space, and invariance of a physical property. The educational product was applied to high school students in a state school in the city of Itu, municipality of Sao Paulo, Brazil. The results, obtained from questionnaires related to the subjects of each activity, are promising for the proposed contents to be introduced in the first years of high school to be worked on and explored over it.

Keywords: Symmetry. Vector. Physics teaching. Meaningful learning. High school.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1- Representação geométrica de um vetor de comprimento l em uma reta suporte r	13
Figura 3.1 – Borboleta e Catedral apresentadas para mostrar as possibilidades de operações de simetria nestes dois sistemas. No primeiro é possível identificar simetria bilateral (linha vertical) e no segundo, além da simetria bilateral com relação ao eixo que passa pelo centro da catedral (linha vertical), é possível identificar diversas outras regiões de simetria nos vitrais, torres, portas e janelas.	27
Figura 3.2 – Sistema de coordenadas $S' = \{x', y'\}$ rotacionado por um ângulo θ em relação ao sistema de coordenadas $S = \{x, y\}$	35
Figura 3.3 – Layout da página da web da plataforma <i>PhET</i> para simular as operações de adição e subtração de vetores.	38
Figura 3.4 – Diagrama das forças atuantes em um bloco de massa m sobre o plano inclinado considerando o sistema de coordenadas $S = \{x, y\}$	42
Figura 3.5 – Sistema de coordenadas $S' = \{x', y'\}$ utilizado para o cálculo da aceleração a' do bloco. Note que o sistema S' pode ser identificado como o sistema S rotacionado por um ângulo θ , que é o mesmo ângulo de inclinação do plano.	43
Figura 3.6 – (a) Triângulo retângulo formado pelo vetor força resultante com suas componentes e (b) triângulo retângulo formado pelos vetores N' , P' e $F_{R'}$, de acordo com a figura 3.5. Estes podem ser utilizados para calcular a magnitude N' do vetor força normal através do teorema de Pitágoras.	44
Figura 3.7 – Representação dos dois sistemas de coordenadas $S = \{x, y\}$ e $S' = \{x', y'\}$ no problema proposto para descrevermos os versores de S' em função dos versores de S para verificar se a direção da aceleração do bloco obtida em ambos os sistemas são compatíveis.....	46
Figura 4.1 – Respostas dos alunos referente a questão 4 do questionário diagnóstico, sobre o estudo de simetria nas aulas de Matemática e de Arte. No total, 124 alunos responderam ao questionário.....	54
Figura 4.2 – Respostas dos alunos referente a questão 10 do questionário diagnóstico, sobre o uso de simuladores interativos. No total, 124 alunos responderam ao questionário.	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Lista de softwares de simulação com algumas características relacionadas à fonte, idioma, segmento do ensino médio (Ano) e respectivos links de acesso.....20

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MNPEF – *Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física*

PISA – *Programme for International Student Assessment*

PROFIS-So – *Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Física da Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba.*

PhET – *Physics Education Tcnology.*

PSSCV – *Physical Science Study Commitee.*

Sims – *Simulações interativas.*

SD – *Sequência Didática.*

TDIC – *Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação.*

TIC – *Tecnologias de Informação e Comunicação.*

COVID-19 – *Novo Coronavírus.*

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS	5
CAPÍTULO 2 - REVISÃO DA LITERATURA E JUSTIFICATIVA	7
2.1 A TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE DAVID AUSUBEL	7
2.1.1 Influência da Aprendizagem significativa	8
2.1.2 Ambiente favorável para a aprendizagem significativa	9
2.1.3 Predisposição para aprender	10
2.2 O ESTUDO DE VETOR NA FÍSICA DO ENSINO MÉDIO	11
2.2.1 O Currículo e o ensino de vetor no Ensino Médio	12
2.2.2 O ensino de vetor na perspectiva dos livros didáticos do Ensino Médio	12
2.3 O CONCEITO DE SIMETRIA NO ENSINO DE FÍSICA	13
2.4 A MATEMÁTICA E O ENSINO DE FÍSICA	15
2.5 O USO DE SIMULADORES NO ENSINO DE FÍSICA	16
2.5.1 Simulações não interativas e Simulações interativas	18
2.5.2 A plataforma de simulações interativas <i>PhET</i>	20
CAPÍTULO 3 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E PREPARAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL	22
3.1 QUESTIONÁRIO DE OPINIÃO	22
3.2 QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO	24
3.3 ATIVIDADE 1: SIMETRIA, ISOTROPIA E HOMOGENEIDADE ESPACIAL	25
3.3.1 Objetivos	29
3.3.2 Questionário da Atividade	31
3.4 ATIVIDADE 2: ABORDAGEM DO CONCEITO DE SIMETRIA ATRAVÉS DA DEFINIÇÃO DE VETOR	31
3.4.1 Rotação do Sistema de Coordenadas	35
3.4.2 Objetivos	37
3.4.3 Questionário da Atividade	39
3.5 ATIVIDADE 3: DEMONSTRAÇÃO DA INVARIÂNCIA DE UMA PROPRIEDADE FÍSICA VETORIAL NO ESPAÇO ISOTRÓPICO	41

3.5.1	Objetivos.....	48
3.5.2	Questionário da Atividade	49
	CAPÍTULO 4 - APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL	51
4.1	QUESTIONÁRIO DE OPINIÃO.....	52
4.2	QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO	53
4.3	ATIVIDADE 1	55
4.4	ATIVIDADE 2	59
4.5	ATIVIDADE 3	60
	CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	62
	REFERÊNCIAS	64
	APÊNDICE: PRODUTO EDUCACIONAL.....	68

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Enfrentar dificuldades com o ensino de Física não é uma realidade apenas da educação básica brasileira. Moreira (2000) faz um comparativo do ensino desta ciência no Brasil com sua evolução em outros países. Embora cada país apresente suas peculiaridades e proporções, as tendências no ensino de Física no Brasil se assemelham a de muitos outros países. Desde a década de 1960 já havia uma preocupação dos cientistas quanto a forma que se ensinava Física nas escolas de nível médio (MOREIRA, 2000).

No final do ano de 1956 nos Estados Unidos, os físicos e professores de Física Jerrold R. Zacharias e Francis L. Friedman, ambos do Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), formaram o Comitê de Estudos de Ciências Físicas, conhecido como PSSC, do inglês *Physical Science Study Committee*, que consistia em um grupo de estudiosos, físicos, professores e diretores de filmes que se dedicaram à melhoria de como a Física era ensinada no ensino médio. O objetivo do PSSC era transformar os estudantes em pensadores ativos através da experimentação, para que os mesmos pudessem descobrir os conceitos básicos da Física. O comitê desenvolveu um currículo de Física integrado, caracterizado por novos livros texto, equipamentos para laboratório, para a realização de experimentos em sala de aula, guias de estudos e até mesmo filmes, cujos protagonistas eram cientistas e não atores. Os métodos e materiais do PSSC se espalharam rapidamente, marcando o início de uma reforma educacional nos Estados Unidos. Apesar do financiamento para este programa ter acabado por volta de 1980, este mudou o foco do ensino de ciências, marcado por aplicações e tecnologias cotidianas, principalmente durante a guerra fria, para uma apreciação sobre o que os cientistas realmente fazem (KAZMIER, 2017).

O PSSC pode ter influenciado a criação de outros programas, como o Projeto de Física de Harvard (HOLTON, 2003), o Projeto de Física Nuffield na Inglaterra (JOHN LEWIS, 1965) e o Projeto de Ensino de Física da Universidade de São Paulo (FENAME, 1975) no Brasil, desenvolvido na década de 1970 sob a coordenação dos professores E. W. Hamburger e G. Moscati.

Apesar destes projetos representarem uma mudança de paradigma para o ensino de Física nas escolas de nível médio, com um modelo pautado em experimentos, demonstrações, projetos e na história da Física, segundo Moreira (2000),

[...] pouco ou nada disseram sobre como aprender-se-ia esta mesma Física. Ensino e aprendizagem são interdependentes; por melhor que sejam os materiais instrucionais do ponto de vista de quem os elabora, a aprendizagem não é uma consequência natural (MOREIRA, 2000, p. 95).

Isso nos leva a um outro paradigma, o da pesquisa em ensino de Física nas escolas de nível médio, que surgiu com mais afinco na década de setenta, com estudos sobre as concepções alternativas de ensino (VIENNOT, 1979). Esta estabeleceu-se na década de oitenta com pesquisas a respeito de uma mudança conceitual e ativa, através de investigações nas mais diversas áreas do ensino e aprendizagem, como estudos na área de resolução de problemas, representações mentais dos estudantes, concepções epistemológicas, formação inicial e continuada de professores, dentre outras (MOREIRA, 2000).

Durante os mais de sessenta anos da consolidação do Ensino de Física nas escolas de ensino médio, surgiram diversas iniciativas com contribuições significativas para melhorar o sistema de aprendizagem, tais como: “*Física do cotidiano*”, “*ciência, tecnologia e sociedade*”, “*história e filosofia da ciência*” e, mais recente, tivemos o surgimento da “*Física Contemporânea*”, as “*Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC)*” e as “*Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC)*”. Apesar das importantes contribuições individuais destas áreas, a utilização das mesmas de forma isolada pode não atender o objetivo de transformar o ensino de Física a partir da introdução de novas e diferentes metodologias pedagógicas. Conforme Moreira:

Julgo que é um erro ensinar Física sob um único enfoque, por mais atraente e moderno que seja. Por exemplo, ensinar Física somente sob a ótica da Física do cotidiano é uma distorção porque, em boa medida, aprender física é, justamente, libertar-se do dia a dia (MOREIRA, 2000, p. 95).

A ciência tem desempenhado um papel de grande importância no desenvolvimento da sociedade, com uma evolução considerável desde a década de 1950. É comum ouvirmos que vivemos em uma sociedade tecnológica e que a medição do seu progresso se dá pelo grau de desenvolvimento tecnológico. No entanto, Ciência e Tecnologia não devem ser confundidas como se fossem uma “coisa” só (NUSSENZVEIG, 2002).

Na busca por um ensino de qualidade com inserção das tecnologias, a pesquisa em Ensino de Física no Brasil possui tradição e o devido reconhecimento a nível internacional,

como por exemplo, os inúmeros encontros nacionais e internacionais realizados desde a década de 1980. Outro fator importante foi a consolidação da alta qualidade de revistas de pesquisa em Ensino de Física ou Ensino de Ciências em língua portuguesa, possibilitando a divulgação e a publicação de textos sobre as pesquisas em diversas áreas de ensino junto às escolas no Ensino Fundamental e Médio. Outras atividades em solo nacional também contribuíram para este avanço metodológico na área de Ensino de Física, como simpósios, oficinas, projetos, livros paradidáticos e diversos outros materiais (MOREIRA, 2018).

Na contramão do que aconteceu na área de pesquisa, pós-graduação, desenvolvimento de projetos de ensino, revistas e publicações, o Ensino de Física no Brasil vem enfrentando uma séria crise com relação ao processo metodológico em sala de aula das escolas de ensino médio. Segundo Moreira (2018),

[...] esse ensino está em crise. A carga horária semanal que chegou a 6 horas-aula por semana, hoje é de 2 ou menos. Aulas de laboratório praticamente não existem. Faltam professores de Física nas escolas e os que existem são obrigados a treinar os alunos para as provas, para as respostas corretas, ao invés de ensinar física. A interdisciplinaridade e a transdisciplinaridade são confundidas com não disciplinaridade e tiram a identidade da Física (MOREIRA, 2018, p. 73).

É imprescindível que as pesquisas e trabalhos desenvolvidos na área de ensino de Física cheguem ao professor da educação básica e conseqüentemente à sala de aula, para possibilitar uma reflexão, um repensar acerca de sua prática docente e/ou metodologia de ensino nas aulas de Física.

De acordo com Moreira (2000; 2017; 2018) o que tem contribuído para a degradação do ensino de Física nas escolas de ensino médio tem sido a falta de professores com formação específica ou o despreparo deles, as más condições de trabalho presentes no dia a dia dos professores, a perda progressiva da identidade da Física no currículo do ensino médio. Geralmente os livros atuais apresentam uma qualidade técnica e científica baixa, exploram e fornecem mais considerações a sua parte estética, sendo coloridos, cheios de figuras, equações e assim, cada vez com menos conteúdo para uma leitura crítica e contextualizada, e muitas vezes a única preocupação é com conteúdos vinculados aos testes de vestibulares.

A educação básica no Brasil já vem há muito tempo enfrentando sérias dificuldades para conseguir resultados satisfatórios em exames internacionais, como no Programa para Avaliação Internacional de Estudantes (PISA – *Programme for International Student Assessment*), que tem a participação de 16 países. O desempenho brasileiro na área de ciências exatas e matemática é considerado muito abaixo da média em relação aos outros países

participantes. O Brasil, desde sua primeira participação em 2003, nunca ocupou uma posição de destaque, ficando sempre entre os últimos colocados. Especificamente em 2018, com uma média de 384 pontos em Matemática e 404 pontos em ciências, ocupou a 13ª posição, ficando à frente apenas de países como Argentina, Panamá e República Dominicana. Considerando apenas os países da América do Sul, o Brasil está a frente somente da Argentina (INEP / Ministério da Educação, 2020).

As condições do ensino de Física no Ensino Médio da rede pública de ensino do Brasil é ainda pior (MOREIRA, 2000; MOREIRA, 2017; MOREIRA, 2018; FERNANDES, 1997; BEZERRA *et al.*, 2009). O desinteresse pelo ensino da disciplina de Física por uma grande maioria dos estudantes do ensino médio justifica-se de várias maneiras, como a não relação entre os conteúdos abordados na sala de aula com o cotidiano dos alunos, o fato da atuação de boa parte dos Professores estar alicerçada numa pequena exposição do conteúdo e na resolução de listas de problemas com enfoque nos cálculos matemáticos e sem questionamentos de cunho científico e/ou interpretação dos resultados, entre outros.

O papel da Matemática no ensino de Física é essencial, sendo esta uma das metodologias mais empregadas na ciência contemporânea, seja no uso de soluções analíticas, análises e ajustes de dados experimentais ou simulações computacionais. Desde o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral com a mecânica newtoniana, a Matemática tem exercido um papel de notável relevância através da necessidade que permeia a Física de quantificar, comprovar e demonstrar as suas leis e teorias. Para Hewitt e Wolf (2009), a Ciência e as condições da vida humana avançaram de forma significativa depois que a Ciência e a Matemática integraram-se há pelo menos uns quatro séculos. Essa integração fica ainda mais relevante ao percebermos e aceitarmos que todo fenômeno natural pode ser descrito matematicamente. Para Fiolhais (2001), sem Matemática não há Física, chegando a afirmar que:

A maneira mais sucinta, clara e elegante de exprimir as leis físicas – os enunciados que descrevem o comportamento do mundo material – é a Matemática. Mas, além disso e por outro lado, a Matemática é também a maneira de tirar, sem erros, as consequências dessas leis (FIOLHAIS, 2001, p. 1).

É interessante que esta percepção esteja presente na atuação do professor de Física do ensino médio, para que os estudantes possam perceber a importância desta metodologia no desenvolvimento da ciência.

Neste trabalho mostramos como a inserção de conceitos fundamentais da Física, como o de simetria, pode ser explorado a partir de uma abordagem matemática utilizando a definição

de vetor. A partir do conceito de vetor foi possível explorar operações de simetria relacionadas à definição de espaço homogêneo e isotrópico e introduzir conceitos poucos trabalhados no nível básico de ensino como a invariância de uma propriedade de um sistema físico. Para isso utilizamos um sistema muito simples e amplamente explorado no referido nível de ensino, o plano inclinado, em que consideramos um bloco deslizando no plano sem atrito sob o efeito exclusivo da força da gravidade. Utilizando a regra de transformação das componentes de um vetor sob a rotação do sistema de coordenadas, foi possível mostrar matematicamente para os alunos que a grandeza vetorial dada pela aceleração do bloco se mantém a mesma, magnitude e direção, independentemente da escolha do sistema de coordenadas. A partir disso, os alunos puderam perceber a razão de podermos escolher arbitrariamente a origem de um sistema de coordenadas ou o zero de energia de um sistema físico para a sua análise. Esta permite também introduzirmos conceitos centrais na Física, que são raramente discutidos, mesmo em cursos de graduação, como o de simetria e da isotropia e homogeneidade do universo para a elaboração e descrição das leis da natureza.

Nosso produto educacional consiste de uma sequência didática desenvolvida para facilitar a introdução dos conceitos de simetria, operações de simetria, isotropia e homogeneidade do universo e invariância de propriedades físicas, essenciais para melhorar o entendimento sobre a elaboração e discussão dos princípios e leis da natureza. Para facilitar o entendimento e tornar o assunto mais atraente para os alunos, utilizamos a plataforma de simulações interativas *PhET* da Universidade do Colorado, Estados Unidos, como um complemento para as análises vetoriais e analíticas realizadas.

1.1 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

Geralmente os estudantes acham a disciplina de Física a mais difícil de entender ou aprender, muitas vezes em razão da escassez do uso de experimentos demonstrativos, investigativos ou simuladores de fenômenos físicos e o uso excessivo de cálculos matemáticos.

Neste trabalho, tentamos fornecer um pouco mais de sentido para os cálculos realizados na análise de um sistema físico através do conceito de vetor. Nossa proposta pode ser promissora para fundamentar a necessidade e a importância da matemática na quantificação e demonstração das teorias físicas, com atividades que podem ser motivadoras com o uso de simuladores. Neste sentido, nossa principal motivação e objetivo foi introduzir o assunto de

simetria para os alunos do ensino básico utilizando a matemática como um método revelador de tal conceito. Este é sem dúvidas um conceito fundamental e dita as leis básicas da Física, o controle de estruturas da matéria e a definição das forças fundamentais da natureza, sendo também um conceito central em matemática, química e biologia, além de ser aplicável as artes, música, arquitetura e uma infinidade de padrões que podem ser observados na natureza, através dos animais, plantas e objetos.

Capítulo 2

REVISÃO DA LITERATURA E JUSTIFICATIVA

“Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo.”

D. Ausubel

Nesta seção apresentamos brevemente a Teoria da Aprendizagem Significativa de D. Ausubel. Esta foi utilizada como referencial teórico norteador na elaboração da nossa estratégia metodológica para o desenvolvimento do conteúdo de Física proposto em sala de aula. Adicionalmente, discutimos sobre como o estudo de vetores é usualmente tratado no ensino médio e o uso de simuladores como ferramenta de ensino e aprendizagem.

2.1 A TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE DAVID AUSUBEL

A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel traz como destaque o fato de que um conceito pode ser mais facilmente compreendido quando há a interação com outro (ou outros) conceito(s) presente na estrutura cognitiva do aprendiz. A estrutura cognitiva representa, de certa forma, todo o conjunto de conhecimentos adquiridos pelo aprendiz. Este pode ser organizado de forma hierárquica dependendo das condições e da necessidade de se utilizar um determinado conhecimento (MOREIRA, 1999).

Dessa forma, para introduzir o conceito de simetria através da definição de vetor, verificamos inicialmente o que os estudantes já sabiam com relação a este conteúdo, se eles

conseguiam identificar uma grandeza vetorial e fornecer uma definição de vetor, mesmo que seja simplória, para expressar o seu significado e introduzir a concepção de espaço isotrópico.

Para valorizar os conhecimentos prévios dos estudantes no processo de construção do conhecimento, é necessário fornecer um material, como uma sequência didática, por exemplo, que seja potencialmente significativo para permitir que os estudantes possam descobrir e redescobrir diferentes conhecimentos.

A aprendizagem pode se tornar de fato significativa conforme o novo conteúdo vai sendo incorporado às estruturas de conhecimento do estudante, agregando significado para ele de acordo com a relação estabelecida com seu conhecimento prévio. Caso contrário, torna-se apenas repetitiva ou mecânica, considerando que há uma menor produção dessa incorporação e atribuição de significado, fazendo com que o novo conteúdo seja armazenado de forma isolada ou através de associações arbitrárias na estrutura cognitiva. Quando o estudante não consegue relacionar o conteúdo a ser aprendido com algo que já é conhecido, ocorre, conforme Ausubel, a aprendizagem mecânica, em que os novos conteúdos são aprendidos sem que haja qualquer interação com os conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Isso faz com que o estudante apenas memorize momentaneamente fórmulas matemáticas e leis para uma possível avaliação e depois desta se quer se lembra delas (PELIZZARI; KRIEGL; BARON; FINCK; DROCINSKI, 2002).

Segundo Moreira (1999) é possível distinguir três tipos gerais de aprendizagem: a cognitiva, a afetiva e a psicomotora. A aprendizagem cognitiva ocorre quando há uma espécie de armazenamento organizado de informações na estrutura cognitiva do indivíduo. A aprendizagem afetiva é resultado dos sinais internos ao indivíduo, sendo identificada através das experiências tais como prazer e dor, satisfação ou descontentamento, alegria ou ansiedade. Em algumas experiências afetivas é possível estabelecer aprendizagem cognitiva, tornando a aprendizagem afetiva concomitante com a cognitiva. A aprendizagem psicomotora requer respostas musculares advindas de treino e prática. Neste caso, a aprendizagem cognitiva auxilia no desenvolvimento de habilidades psicomotoras. A teoria de Ausubel é dedicada primordialmente à aprendizagem cognitiva.

2.1.1 Influência da Aprendizagem significativa

As obras de Ausubel sobre a teoria da *aprendizagem significativa por recepção* inspirou uma geração de professores (década de 1960 e 1970) insatisfeitos com as teorias de *aprendizagem pela descoberta*. Nesta teoria, Ausubel defende que o principal processo de

aprendizagem significativa se dá por recepção e não por descoberta. Esta pode ser facilitada por uma organização cuidadosa dos conteúdos a serem ensinados e aprendidos (AUSUBEL, 2003).

Para Ausubel a aprendizagem significativa se dá através de um processo em que uma nova informação pode se relacionar com uma aparência especificamente significativa da estrutura de conhecimento do aprendiz. Tal processo compreende na interação da nova informação com a estrutura de conhecimento específica, definida por Ausubel como *conceito subsunçor*, que existe na estrutura cognitiva do indivíduo. A aprendizagem ocorre no momento em que a nova informação se ampara nos conceitos ou proposições relevantes, que existe previamente na estrutura cognitiva do aprendiz. Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980), aprender de forma significativa é atribuir significado ao que é aprendido e relacioná-lo com o que já se sabe.

Dessa forma, para o estudante conseguir dar significado a novos conhecimentos, tanto por recepção quanto por descobrimento, dependerá da existência de conhecimentos prévios relevantes e de como acontecerá a interação entre eles. Segundo Moreira (2010):

É importante reiterar que aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é não-literal e não-arbitrária. Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva (MOREIRA, 2010, p. 2).

Diante do exposto, é importante que o professor tente descobrir qual ou quais subsunçores os estudantes possuem, referentes ao conteúdo a ser desenvolvido na aula. Isso pode fornecer condições ao professor para avaliar a necessidade de uma desconstrução ou reconstrução do conhecimento prévio a partir dos conceitos científicos a serem desenvolvidos. Neste trabalho, exploramos a existência, ou não, dos subsunçores dos alunos sobre o assunto considerado através de um questionário diagnóstico, o qual será discutido mais adiante.

2.1.2 Ambiente favorável para a aprendizagem significativa

As teorias de Ausubel têm como característica proporcionar uma reflexão acerca do processo de ensino e aprendizagem e não simplesmente uma transferência de conceitos e/ou princípios explicativos oriundos de outras realidades ou contextos de aprendizagem.

Segundo Pelizzari *et al.* (2002), para que aconteça efetivamente uma aprendizagem significativa é preciso pelo menos duas condições: na primeira, o estudante precisa apresentar interesse ou uma predisposição para aprender, pois se ele optar por memorizar o conteúdo de

maneira aleatória e literal, haverá apenas uma aprendizagem mecânica. A segunda está relacionada com o conteúdo escolar a ser aprendido pelo estudante. Este precisa ser potencialmente significativo, ou seja, precisa ser lógica e psicologicamente significativo. Isso significa que o conteúdo escolar deve depender única e exclusivamente da natureza dos conteúdos e estar diretamente relacionado com a experiência de cada estudante, estabelecendo de forma seletiva o que de fato tem significado ou não para ele.

As proposições de Ausubel partem do pressuposto de que o estudante possui uma organização cognitiva interna fundamentada nos conhecimentos de natureza conceitual, em que sua complexidade está sujeita às relações que estes conceitos determinam entre si do que a quantidade de conceitos existentes. Estas relações apresentam um caráter hierárquico, permitindo compreender a estrutura cognitiva como uma espécie de rede de conceitos organizados de maneira a atender uma hierarquia conforme o grau de abstração e/ou generalização para o indivíduo, primordialmente durante sua aprendizagem.

Portanto, a criação de um ambiente de sala de aula com condições favoráveis para a aprendizagem significativa é indispensável e depende tanto da contribuição do professor quanto do estudante. É necessário que ambas compreendam seus papéis nesse processo de ensino e aprendizagem e atuem de forma a propiciar momentos para que a aprendizagem aconteça de maneira significativa.

Neste trabalho não foi possível explorarmos o ambiente da sala de aula devido à pandemia de COVID-19. Apesar disso, tentamos estabelecer condições favoráveis para facilitar a discussão do assunto proposto remotamente, como a elaboração de material escrito, fóruns de discussão para o desenvolvimento dos cálculos matemáticos e utilização de simuladores, e disponibilidade do material didático para os alunos explorarem o conteúdo sempre que desejarem.

2.1.3 Predisposição para aprender

De acordo com as teorias de aprendizagem de Ausubel, a predisposição do estudante para aprender pode ser considerada como um dos mais importantes fatores que corroboram diretamente para a aprendizagem. Esta pode exercer certa influência sobre a percepção do estudante no que diz respeito ao objeto de estudo. A aprendizagem pode ser facilitada com o uso dos chamados organizadores prévios, que são materiais de introdução apresentados ao estudante como pré-requisito para o conteúdo a ser desenvolvido em aula. Estes podem auxiliar

no direcionamento dos estudos do aluno para evitar que conceitos importantes passem despercebidos (TIRONI, 2013).

O professor pode ter um papel essencial para despertar nos estudantes a vontade para aprender, trabalhando como mediador e incentivador. Caso os conceitos específicos relevantes não estejam disponíveis na estrutura cognitiva do estudante, os organizadores prévios, estabelecidos pelo professor, servirão como âncora para a nova aprendizagem e atuarão no desenvolvimento de conceitos subsunçores, facilitando a aprendizagem subsequente. Neste caso, os questionários diagnósticos podem ser muito úteis para dar melhor direcionamento no assunto em sala de aula e para a preparação de materiais que podem ser utilizados como organizadores prévios.

2.2 O ESTUDO DE VETOR NA FÍSICA DO ENSINO MÉDIO

A escolha do tema deste trabalho ocorreu em virtude da importância e possibilidades de abordar conceitos e leis essenciais da Física e que podem ser introduzidos já no primeiro ano do ensino médio através da definição de vetor. Nossa preocupação foi demonstrar a relevância que este assunto pode ter para motivar os alunos do ensino básico a entender o papel fundamental da matemática para o desenvolvimento da ciência. Isso é muito importante, pois se a Matemática for encarada pelos alunos já nos anos iniciais como uma metodologia essencial para o entendimento e desenvolvimento da Física, talvez esta não seja vista como um obstáculo para a aprendizagem da Física.

Segundo Maurício Pietrocola (2002), não é fácil transmitir aos alunos o estudo de vetores através de uma abordagem conceitual apenas, dispensando a terminologia técnica inerente da matemática.

[...] A linguagem dos vetores empresta ao conceito de força uma estruturação para que ele possa ser definido enquanto conceito físico. A linguagem vetorial dispõe de uma gramática, sintaxe e ortografia próprias que são os axiomas, teoremas, lemas, regras de aplicações, etc. Um conceito de força, ao ser identificado à grandeza vetorial \vec{F} , passa a se submeter a todas as suas regras de linguagem. Torna-se difícil expressá-lo de outra forma, por exemplo, através da linguagem escrita comum (PIETROCOLA, 2002, p. 105).

Neste trabalho, além da descrição usual de vetor apresentada nos livros didáticos para o nível básico de ensino, consideramos a rotação do sistema de coordenadas para derivar as

regras de transformação das componentes de um vetor no sistema de coordenadas rotacionado em relação ao sistema não rotacionado. Essa abordagem foi essencial para a introdução dos conceitos de simetria, isotropia espacial e invariância de uma propriedade física, fornecendo a base e a justificativa da forma como a Física é tratada matematicamente em sala de aula.

2.2.1 O Currículo e o ensino de vetor no Ensino Médio

O componente curricular de Física para o ensino médio (EM) está inserido na área de conhecimento de Ciências da Natureza. No nosso produto educacional introduzimos o conceito de simetria através da definição de vetor, visando contemplar os conteúdos de Física presentes na grade curricular do primeiro semestre do primeiro ano do ensino médio, conforme o Currículo Oficial do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2011).

O currículo do componente de Física para o primeiro ano do ensino médio está dividido, de forma muito genérica, semestralmente em dois grandes eixos. No primeiro é abordado o movimento, grandezas, variações e conservações, para ser desenvolvido durante o primeiro semestre e no segundo eixo, o universo, Terra e vida, sistema solar, para ser trabalhado no segundo semestre do ano letivo. O conceito de vetor deve ser abordado no primeiro eixo para o tratamento de grandezas físicas.

Na estruturação da grade curricular do componente de Física do Currículo Oficial do Estado de São Paulo para o primeiro ano do EM não é feita de maneira explícita qualquer menção sobre a necessidade de trabalhar o conceito de vetor. Isso pode ser verificado nas páginas 103 e 105 do currículo (SÃO PAULO, 2011). A falta de rigor em trabalhar inicialmente tal conceito pode causar sérias dificuldades no entendimento de grandezas vetoriais e escalares e na própria descrição do movimento de sistemas físicos.

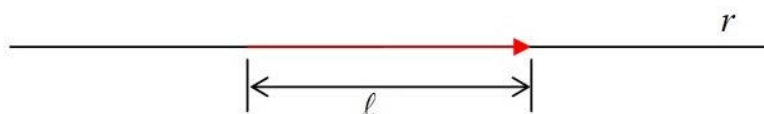
2.2.2 O ensino de vetor na perspectiva dos livros didáticos do Ensino Médio

O livro didático do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2018-2021 adotado para o componente curricular de Física na Unidade Escola, jurisdicionada na Diretoria de Ensino, região de Itu, onde foi desenvolvido e aplicado o nosso produto educacional, é composto de 3 volumes. Para os nossos propósitos utilizamos o volume 1, cujo título é “Física 1: mecânica”, de autoria de Ricardo Helou Doca, Gualter José Biscuola e Newton Vilas Bôas (DOCA; BISCUOLA; BÔAS, 2016).

Os autores trazem o estudo sobre vetores no capítulo 4, a partir da página 59, com o título “Vetores e Cinemática Vetorial”. Ao abordar este conteúdo iniciam o seu desenvolvimento definindo grandezas escalares e vetoriais através de uma abordagem contextualizada, projetando a rotina do estudante já nos momentos iniciais do seu cotidiano, indicando exemplos de grandezas físicas vetoriais em diferentes situações (DOCA; BISCUOLA; BÔAS, 2016).

Os autores definem vetor como “*um ente matemático constituído de um módulo, uma direção e um sentido, utilizado em Física para representar as grandezas vetoriais*” (DOCA; BISCUOLA; BÔAS, 2016, p. 60). Eles representam o vetor geometricamente por um segmento de reta orientado (seta), conforme ilustrado na figura 2.1. O comprimento ℓ do segmento orientado descreve o tamanho, ou o módulo do vetor, a reta suporte r fornece a direção, e a orientação, dada pela ponta da seta, fornece o sentido.

Figura 2.1- Representação geométrica de um vetor de comprimento ℓ em uma reta suporte r .



Fonte: Elaborado pelo autor.

A apresentação sobre o conceito de vetor e as operações vetoriais desta obra, como soma, subtração, projeção e decomposição de vetores, teorema de Pitágoras, entre outros, segue o padrão usual simplificado, observado em outros livros didáticos introdutórios de Matemática e de Física. Uma apresentação um pouco mais robusta de vetores, como a descrita neste trabalho, e como explorar o mesmo com um simples exemplo de sistema físico para introduzir os conceitos de simetria, isotropia e homogeneidade espaciais, entre outros conceitos relacionados, até onde sabemos, não foi observada em nenhuma outra obra destinada ao ensino básico.

2.3 O CONCEITO DE SIMETRIA NO ENSINO DE FÍSICA

O conceito de simetria é raramente trabalhado no ensino de Física em qualquer nível de ensino, mesmo nos cursos de graduação em Licenciatura em Física. Neste trabalho, mostramos

que é possível incorporar algumas ideias básicas sobre o conceito de simetria, operações de simetria e sua relação com a natureza já nas séries iniciais do ensino médio através da definição de vetores.

Christopher Hill e o prêmio Nobel Leon Lederman (HILL; LEDERMAN, 2000) discutem sobre a importância de introduzir esse assunto já nas séries iniciais do ensino médio, pois simetria é um conceito fundamental na Física, Química, Biologia e Matemática, além de ser aplicável às artes, música, arquitetura e poder ser apreciado em incontáveis padrões presentes na natureza, observados em plantas e animais. Isso também pode auxiliar o aluno do ensino básico a enxergar a importância da ciência para sua formação e até na sua escolha de carreira.

Silveira e Moreira (2011) fizeram um levantamento considerando mais de dez livros didáticos de Física do ensino médio utilizados no Brasil e verificaram que este conceito praticamente não aparece. Moreira volta a fazer tal observação em 2019 (MOREIRA, 2019), dando ênfase à pouca importância dada ao conceito de simetria nos livros-textos e nas aulas de Física, mostrando, de certa forma, que a situação se mantém a mesma nos dias atuais.

Um livro paradidático indicado por Silveira e Moreira (2011) e que pode ser utilizado no nível médio de ensino para a abordagem do conceito de simetria é o livro do Stephen Hawking (HAWKING, 1988), intitulado: “Uma Breve História do Tempo (Do big bang aos buracos negros)”. Seguindo a mesma linha de raciocínio de Hill e Lederman, eles ainda ressaltam que:

[...] a importância deste conceito é minimizada, ou nem é trabalhada, nos livros textos e nas aulas de física. A modo de conclusão fica aqui o recado aos professores de Física e autores de livros didáticos: no ensino da Física é preciso dar mais atenção a conceitos estruturantes como simetria, quebra espontânea de simetria, leis de conservação e outras mencionadas neste texto (SILVEIRA; MOREIRA, 2011, p. 17).

Nos livros didáticos destinados ao Ensino Superior o conceito de simetria é tratado usualmente para a descrição das leis de conservação de energia, do momento linear e do angular. Silveira e Moreira (2008) também fazem um levantamento verificando os campos conceituais em que o conceito de simetria aparece em 20 livros didáticos para este nível de ensino e mais de 20 artigos publicados em periódicos nacionais e internacionais entre os anos de 1980 e 2004. Como o objetivo do nosso trabalho não é realizar esse tipo de levantamento, não foi verificada a frequência com que o tema sobre simetria aparece em publicações apresentadas na literatura. Até onde sabemos, a abordagem do conceito de simetria ou as operações de simetria para a discussão de sistemas em um universo homogêneo e isotrópico através da definição de vetor,

que é o tema deste trabalho, estão ausentes tanto nas orientações curriculares quanto nos livros didáticos direcionados ao ensino de Física para o ensino médio.

2.4 A MATEMÁTICA E O ENSINO DE FÍSICA

A Física é uma ciência natural responsável por descrever o movimento, as forças, a energia, o calor, o som, a luz, a matéria e seus constituintes. É inegável que os conceitos da Física fundamentam outras áreas das ciências naturais como a Química, a Biologia, a Astronomia e a Geologia, o que torna a sua consideração nos currículos escolares ainda mais importante (HEWITT, 2002).

Apesar da matemática não ser ciência (HASSANI, 2010), esta é uma das metodologias mais empregadas na atualidade para o desenvolvimento da ciência, tendo um papel fundamental para o estudo e aprendizagem da Física em qualquer nível de ensino.

É comum no Ensino de Física do ensino médio os professores alegarem que seus estudantes não entendem Física devido à dificuldade que os mesmos tem com relação a matemática. Uma boa base matemática nas séries que antecedem o ensino médio pode facilitar o sucesso no processo de ensino e aprendizagem no ensino de Física (PIETROCOLA, 2002). Por não terem a real clareza do papel da Matemática na construção do conhecimento na Física, os alunos podem ser levados a acreditar que a Matemática é apenas um obstáculo, uma dificuldade a mais para entender Física. Dessa forma, a Matemática deve ser considerada pelos professores de Física como um dos principais métodos para o desenvolvimento dessa ciência. Neste trabalho nós afirmamos esta importância.

Segundo Pietrocola (2002), é necessário que se encontre uma forma de mostrar qual é o papel que a Matemática desempenha no processo de ensino e aprendizagem de Física, uma vez que o desinteresse costuma ser a resposta dada pelos estudantes a um formato de ensino no qual não vislumbram uma pertinência, somente aplicação de fórmulas e memorização de equações. Como já discutido anteriormente, o baixo desempenho na aprendizagem de Física é atribuído usualmente à Matemática.

Mas esta separação pode ser descrita pelos próprios professores, ao utilizarem expressões como: “daqui para frente não é mais Física é só Matemática e espera-se que vocês já saibam resolver”. Para Pietrocola (2002),

Admitir que boa parte dos problemas do aprendizado de Física se localiza no domínio da Matemática reflete um posicionamento epistemológico ingênuo – acaba-se por atribuir à segunda função de instrumento da primeira (PIETROCOLA, 2002, p. 91-92, grifo do autor).

Mesmo havendo um entendimento entre os professores e estudantes de que a Física é uma ciência da natureza e que as narrativas de experimentos, análises matemáticas, observações, uso de laboratórios e informações empíricas apresentam-se de forma abundante e fundamental nos livros didáticos, estas não são verdadeiramente interpretadas pelos estudantes com relação a sua importância na fundamentação teórica da Física. Usualmente, os exercícios e atividades escolares se limitam aos formalismos matemáticos excessivos extraídos das leis e teorias da Física. Os testes de vestibulares também contribuem para tornar a imagem da Física como um sinônimo de operacionalismo matemático. Neste contexto Pietrocola diz que:

[...] há a necessidade de aprofundar a análise estrutural do conhecimento físico, para melhor avaliar a função da matemática no seu ensino. Na forma como se apresenta, a matemática configura-se como um obstáculo-pedagógico (PIETROCOLA, 2002, p. 92, grifo do autor).

Diante do exposto, reafirmamos que a matemática deve ser trabalhada em sincronia com os conceitos de Física como uma metodologia fundamental e necessária para o seu desenvolvimento, assim como a experimentação e a observação, e não como uma mera ferramenta que pode ser confundida como uma alternativa para estabelecer discussões na Física e, conseqüentemente, vista pelos alunos como um obstáculo.

2.5 O USO DE SIMULADORES NO ENSINO DE FÍSICA

Estamos vivendo uma nova era que requer maneiras distintas de educar e pensar, provocada pelo vasto acesso às novas tecnologias. A inserção destas no ambiente educacional, como no ensino de Física, exige dos professores uma prática de novas metodologias de ensino (BARBOSA; GOMES; CHAGAS; FERREIRA, 2017).

A inserção de novas metodologias no ensino de Física pode contribuir para diminuir a desmotivação e desinteresse dos estudantes pelo estudo da disciplina de Física. De acordo com Gomes, Franco e Rocha (2020), o papel do professor vai além do ensino dos conteúdos de Física, este exerce a função social de estimular a aprendizagem de seus alunos e para que esse processo ocorra de forma efetiva é necessário fornecer aos estudantes possibilidades e novas

alternativas de acesso ao conhecimento. Uma alternativa viável para isso é o uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), capazes de proporcionar ao estudante um ambiente mais interativo.

A inserção das TDIC no ambiente da sala de aula permite ao estudante uma integração com o mundo que está a sua volta, podendo contribuir para torná-lo um descobridor e participante ativo no processo de construção de seu próprio conhecimento. Nesse sentido, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) (2002),

A escola não pode ficar alheia ao universo informatizado se quiser, de fato, integrar o estudante ao mundo que o circunda, permitindo que ele seja um indivíduo autônomo, dotado de competências flexíveis apto a enfrentar as rápidas mudanças que a tecnologia vem impondo a contemporaneidade (BRASIL, 2002, p. 229-230).

O uso das TDIC no processo de ensino e aprendizagem de Física tem se mostrado como uma alternativa moderna e relevante, por permitir a criação de um ambiente em que o estudante tenha a possibilidade de realizar a modelagem, a visualização e a interação com simulações virtuais baseadas em experimentos que retratam fenômenos físicos reais (GOMES; FRANCO; ROCHA, 2020).

Segundo Medeiros e Medeiros (2002), esta busca não pode ser conduzida a qualquer custo, é necessário planejamento prévio e sensibilidade no momento em que o professor decidir optar por fazer uso de simulações na sala de aula. O seu uso de forma inadequada pode causar danos consideráveis à aprendizagem dos estudantes.

Uma animação não é jamais, uma cópia fiel do real. Toda animação, toda simulação está baseada em uma modelagem do real. Se essa modelagem não estiver clara para os professores e educandos, se os limites de validade do modelo não forem tornados explícitos, os danos potenciais que podem ser causados por tais simulações são enormes. Tais danos tornar-se-ão ainda maiores se o modelo contiver erros grosseiros (MEDEIROS; MEDEIROS, 2002, p. 81).

De acordo com Santos (2011), dentre os diversos recursos tecnológicos desenvolvidos para fins educativos disponíveis no mercado, destacam-se os *softwares tutoriais*, que são uma versão computadorizada de aulas tradicionais, os *softwares de jogos educacionais*, que são ferramentas que trabalham a motivação do aluno na construção do saber e os *softwares de simulação*, que promovem a interação e permitem ao estudante simular situações de experimentação na tentativa de visualizar detalhes de fenômenos físicos de difícil compreensão até mesmo numa experimentação laboratorial. Dentre os *softwares* descritos utilizamos os de simulação para elaboração do nosso produto educacional.

2.5.1 Simulações não interativas e Simulações interativas

A simulação computacional é um processo em que é considerada a implementação e a performance de modelos matemáticos em um computador. Estes modelos são implementados na tentativa de prever o comportamento de sistemas físicos reais.

Uma simulação de um fenômeno físico é diferente de uma animação do mesmo fenômeno. Em uma animação não é possível conceber qualquer interatividade em tempo real do sistema animado com o usuário. Esta até poderia ser conduzida, mas de maneira ensaiada, com um roteiro fortemente estruturado, sem a possibilidade de introduzir novos parâmetros no sistema ou qualquer outro tipo de modificação. Já na simulação a interatividade é possível, permitindo ao estudante interpelar-se, a fazer proposições, hipóteses e a elaborar conclusões, a partir de sua compreensão dos conceitos físicos abordados. Neste sentido, os simuladores podem atuar como uma representação ou uma “imitação” aproximada de determinados sistemas ou fenômenos físicos, permitindo ao estudante explorar conceitos em uma escala de tempo diferente, por exemplo, de situações físicas que podem levar um tempo considerável em condições reais de sala de aula, além de possibilitar a repetição de tais situações para facilitar o seu entendimento. Cabe ao professor estabelecer o nível de interação da simulação que utilizará em sala de aula, devendo considerar previamente os objetivos que pretende alcançar (GOMES; FRANCO; ROCHA, 2020).

De acordo com Gomes, Franco e Rocha (2020), os softwares de simulação podem ter suas simulações classificadas em duas categorias: *simulações não interativas* e *simulações interativas*, conforme o grau de interação oferecido. Esta interação está diretamente relacionada à possibilidade de o estudante ter acesso aos conteúdos através de cliques nos botões disponibilizados. Nas simulações em que não há interatividade os usuários não têm permissão para alterar qualquer que seja o parâmetro da simulação. Estas se assemelham às animações com relação a interatividade, mas seguem princípios e leis estabelecidos através de modelos teóricos e regras matemáticas. Este tipo de simulação pode ser útil para apresentar e exemplificar o progresso de determinado fenômeno físico no decurso do tempo. Já nas simulações interativas o estudante é capaz de operar o simulador, de forma individual ou em agrupamentos, alterando a magnitude dos parâmetros do modelo a ser utilizado.

A manipulação dos parâmetros em uma simulação interativa pode elevar a interação do aluno com o software a um nível investigativo, uma vez que esta atividade pode permitir ao mesmo analisar as implicações resultantes das alterações realizadas no sistema e como estas

podem ser interpretadas em relação aos conceitos físicos trabalhados em sala de aula (COELHO, 2002).

As simulações podem ser muito úteis para o ensino de Física quando fenômenos relacionados ao movimento e comportamento de partículas, por exemplo, as quais não podem ser vistas pelos alunos, ou qualquer outro fenômeno que exija um grau de abstração elevado são considerados. Para Medeiros e Medeiros (2002), a recomendação é que a realização de experimentos que sejam considerados perigosos ou de difícil realização, ou fenômenos físicos excessivamente lentos ou extremamente rápidos, sejam conduzidos com o auxílio de simulações. No entanto, eles fazem a seguinte ressalva com relação a sistemas reais complexos, difíceis de serem implementados em uma simulação:

[...] as modernas técnicas computacionais têm tornado a representação visual e simulações computacionais fáceis e verdadeiramente espetaculares. Ao mesmo tempo, contudo, elas têm criado uma tendência perigosa de um uso exagerado de animações e simulações considerando-as como alternativas aos experimentos reais, como se tivessem o mesmo status epistemológico e educacional (MEDEIROS; MEDEIROS, 2002, p. 80).

Existem vários softwares de simulação que podem ser utilizados para o ensino de Física. Na tabela 2.1 apresentamos alguns destes softwares com suas características, como se são pagos, o idioma disponível, o sistema operacional em que podem ser implementados e o segmento do ensino médio que podem ser utilizados, sugerido com base no Currículo Oficial do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2011). Os softwares de simulação foram testados para os sistemas operacionais *Windows® 10 pro*, para computadores tipo desktop e laptop, e *Android® 6.0.1*, para smartphone. É importante ressaltar que o uso dos softwares listados na tabela 2.1 não se restringe apenas ao ensino de Física do ensino médio. Estes podem ser utilizados para outras áreas do conhecimento no ensino básico e também no ensino superior.

Neste trabalho optamos pela utilização da plataforma *PhET*, pela praticidade em sua utilização, ludicidade e por ser gratuita. Mesmo que o estudante opte por utilizar o *PhET* em seu smartphone, a versão paga para *Android®6.0.1* possui um custo simbólico de R\$ 3,29 (três reais e vinte nove centavos), tornando o mesmo ainda mais acessível.

Tabela 2.1 – Lista de softwares de simulação com algumas características relacionadas à fonte, idioma, segmento do ensino médio (Ano) e respectivos links de acesso.

Simulador	Fonte	Idioma	Ano			Link de acesso
			1°	2°	3°	
Algodoos	Gratuito	Inglês		Cria simulação		http://www.algodoos.com/download/
Converber	Gratuito	Inglês				http://www.sofisica.com.br/software.php
Edumedia	Pago	Inglês	X	X	X	https://www.edumedia-sciences.com/en/
Electro Droid	Gratuito	Português			X	https://electrodroid-pro.br.aptoide.com/app
Física Interativa	Gratuito	Português	X	X	X	https://play.google.com/store/apps/details?id=com.fisicainterativa.app&hl=pt_BR
Física na Escola	Pago	Português	X	X	X	https://play.google.com/store/apps/details?id=air.cz.moravia.zlin.vascak.physicsatshool&hl=pt_BR
Física na Escola	Gratuito	Português	X	X	X	https://www.vascak.cz/physicsanimations.php?l=pt
Gravity Simulator	Pago	Inglês	X			https://testtubegames.com/gravity_full.html
Laboratório virtual CDDF	Gratuito	Português	X			http://www.sofisica.com.br/software.php
LabVirt - USP	Gratuito	Português	X	X	X	http://www.labvirt.fe.usp.br/indice.asp
Logic Simulator Pro	Gratuito	Inglês	X		X	https://logic-simulator-pro.br.uptodown.com/android/download
LogicCircuit	Gratuito	Português			X	http://www.logiccircuit.org/
Modellus 4.01	Gratuito	Português		Cria simulação		https://docente.ifrn.edu.br/alessandrrolim/informatica-aplicada-a-fisica/software-modellus-4.01/view
PhET Colorado	Gratuito	Português	X	X	X	https://phet.colorado.edu/
Phun 5.28	Gratuito	Inglês		Lúdico		https://www.malavida.com/br/soft/phun/
Physics 101 SE	Pago	Inglês	X			http://www.praetersoftware.com/new/physics101/
Profi	Gratuito	Português	X			http://www.sofisica.com.br/software.php
Yenka	Pago	Inglês	X	X	X	https://www.yenka.com/en/Yenka_Physics/
Yenka	Gratuito	Inglês	X	X	X	https://www.yenka.com/en/Free_Yenka_home_licences/

Fonte: Adaptado de Gomes, Franco e Rocha (2020, p. 56 e 57).

2.5.2 A plataforma de simulações interativas *PhET*

As simulações interativas computacionais *PhET* é um projeto sem fins lucrativos da Universidade do Colorado Boulder criado para ensinar e aprender Física, Química, Matemática e áreas afins. A plataforma foi fundada em 2002 pelo Prêmio Nobel Carl Wieman, cujo objetivo inicial era realizar simulações de fenômenos físicos, dando origem ao nome *PhET*, do inglês *Physics Education Technology*. As simulações disponíveis são animadas, interativas e do tipo jogo, para que o estudante aprenda através da exploração. Estas dão ênfase às conexões entre os fenômenos físicos reais e a ciência que explica tais fenômenos, com o intuito de tornar as

explicações de modelos e sistemas complexos mais visuais, para melhorar a assimilação dos conceitos pelos professores e alunos (WIEMAN; ADAMS; LOEBLEIN; PERKINS, 2010). As simulações são traduzidas em várias linguagens e podem ser executadas on-line ou baixadas gratuitamente no endereço: <https://phet.colorado.edu/>.

Carl Wieman e colaboradores recomendam os simuladores *PhET* (sims) da seguinte forma:

Sims podem ser ferramentas de aprendizagem altamente eficazes; no entanto, mesmo os melhores sims não são automaticamente bem-sucedidos. Estes são ferramentas que podem aprimorar um currículo bem elaborado e os esforços de um bom professor, mas não podem substituí-los. Eles ainda devem fazer parte de um projeto educacional geral e contar com a orientação oportuna de um professor (WIEMAN; ADAMS; LOEBLEIN; PERKINS, 2010, p. 225).

Portanto, é recomendando que os simuladores *PhET* não sejam utilizados em sala de aula de maneira excessiva a ponto destes se tornarem o principal agente ou metodologia no processo de ensino-aprendizagem do ensino de Física. As simulações devem ser vistas e encaradas como mais uma alternativa para auxiliar o professor na explicação de sistemas e fenômenos físicos. Para Macedo, Dickman e Andrade (2012), no ensino de Física nas escolas de nível médio existem diferentes formas para se utilizar a informática educativa, entretanto é necessária a compreensão da atual realidade dos alunos e da escola para o seu uso.

Neste trabalho os simuladores *PhET* foram utilizados como um tentativa de motivar os alunos um pouco mais sobre o tema abordado, uma vez que este é principalmente de caráter operacional.

Capítulo 3

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E PREPARAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Neste trabalho mostramos como é possível explorar o conceito de simetria e operações de simetria através da definição de vetor. Nas próximas seções apresentamos os conceitos explorados e a estratégia adotada para introduzir os mesmos em sala de aula. O nosso produto educacional é dividido em 3 atividades precedidas por um questionário de opinião e um questionário diagnóstico.

Todos os questionários propostos foram transmitidos aos alunos remotamente, devido à pandemia de COVID-19. A ferramenta digital utilizada para esta finalidade foi os formulários da Microsoft, *Microsoft Forms*. Para saber como criar um formulário com o *Microsoft Forms* o professor pode acessar o suporte da Microsoft disponível em:

<https://support.microsoft.com/pt-br/office/criar-um-formul%C3%A1rio-com-o-microsoft-forms-4ffb64cc-7d5d-402f-b82e-b1d49418fd9d>

3.1 QUESTIONÁRIO DE OPINIÃO

Este questionário foi introduzido aos alunos dos três anos do ensino médio para mapearmos a percepção dos estudantes com relação à importância do ensino de Física e se existe uma metodologia utilizada em sala de aula que agrada mais os alunos. Este também foi útil para saber se os alunos do 1º ano tiveram algum contato com conceitos de Física, mesmo que de forma superficial, durante os anos finais do Ensino Fundamental, para acessar os

conhecimentos adquiridos pelos alunos do 2º e 3º anos com relação aos conteúdos trabalhados nos anos anteriores, para discutir a relação entre a Matemática e a Física e quais eram as expectativas destes estudantes para as aulas de Física que seriam cursadas. Nós optamos em trabalhar com todos os alunos do ensino médio que conseguimos contato, devido à dificuldade de conseguir uma única turma para aplicar remotamente todo o produto educacional.

O questionário é composto por 10 questões com respostas sugestivas para cada questão e a justificativa por terem escolhido uma determinada resposta, como segue:

01 – Como você considera as aulas de Física que você teve durante os anos anteriores?

- Ótima
- Boa
- Razoável
- Ruim
- Não tive aula

Por quê?

02 – O que você espera das aulas de Física durante o Ensino Médio?

03 – Você considera que irá gostar de estudar Física no ensino médio?

- sim
- não

Por quê?

04 – Você considera o ensino de Física importante?

- sim
- não

Por quê?

05 – Qual a sua maior dificuldade em relação aos conteúdos estudados na disciplina de Física?

- Entender os cálculos
- Interpretar a teoria
- A relação entre a teoria e a prática
- A forma como é trabalhada pelo(a) professor(a)
- Outra: _____

06 – O que mais contribui para a sua dificuldade nas aulas da disciplina de Física?

- A forma de dar aula do professor (metodologia utilizada)
- A falta de recursos didáticos (livros, experimentos, equipamentos tecnológicos)
- Não vejo relação do ensino de Física com o meu dia a dia
- Não tenho interesse pela disciplina de Física
- Outra: _____

07 – Para você existe alguma relação entre o que você aprende em Física com o seu cotidiano e com as tecnologias?

- Sim
- Não

Qual?

08 – De que forma você gostaria de estudar nas aulas de Física?

- Só na sala de aula
- Na sala de aula com apresentação de experiências
- No laboratório
- Na sala e no laboratório

Por quê?

09 – Para você existe diferença entre a Física e a Matemática?

- Sim
- Não

Qual?

10 – Você considera que seja importante saber Matemática para o aprendizado da disciplina de Física?

- Sim
- Não

Por quê?

3.2 QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

O questionário diagnóstico foi disponibilizado aos alunos antes de apresentarmos o conteúdo proposto, com o objetivo de mapear o conhecimento dos alunos com relação ao conceito de vetor e verificar se eles têm alguma percepção com relação aos conceitos menos familiares como simetria, isotropia e homogeneidade espaciais, invariância, translação espacial e simulações.

Cada pergunta pôde ser respondida pelos alunos através da escolha de uma única resposta das quatro disponíveis: *sim*, *não*, *não me lembro* e outra que expressa um certo grau de concordância, como *sim, mas não sei dizer o que é*, ou *sim, mais de uma vez*. As questões foram as seguintes:

1. Você já ouviu falar em grandeza vetorial? Você sabe dizer o que é uma grandeza vetorial?
2. Você saberia dizer qual o tipo de grandeza que pode ser considerado uma grandeza vetorial?
Por quê?
3. Você já ouviu falar em vetor? Você sabe dizer o que é um vetor?
4. Você já estudou simetria nas aulas de Matemática ou de Arte? Você consegue dizer o que é simetria?
5. Você acha que podemos utilizar a simetria no estudo de Física? Como?

6. Você já ouviu falar sobre isotropia espacial ou espaço isotrópico? Tem ideia do que seja?
7. Você tem alguma ideia sobre o que é homogeneidade espacial ou espaço homogêneo?
8. Você já ouviu falar sobre invariância? Tem noção do que seja?
9. Você já ouviu falar sobre translação espacial? Tem noção do que seja?
10. Em algum momento da sua vida acadêmica (escolar) você já utilizou um simulador interativo para realizar simulações de fenômenos naturais?

Esse questionário foi útil para darmos melhor direcionamento nas atividades propostas.

3.3 ATIVIDADE 1: SIMETRIA, ISOTROPIA E HOMOGENEIDADE ESPACIAL

Nesta seção conduzimos o tema de estudo utilizando um discurso razoavelmente socrático para tentar transmitir melhor para o leitor como o mesmo foi conduzido em sala de aula com os alunos.

Quando iniciamos o desenvolvimento de equações e modelos em uma aula de Física usualmente utilizamos um sistema de coordenadas cartesianas, por exemplo, para definirmos uma origem para o sistema que será estudado, assim como direções, ângulos, sentidos, magnitudes de propriedades físicas, entre outros. É comum também dizermos aos alunos que esse sistema pode ser colocado em qualquer posição do espaço tridimensional que estamos imersos, ou seja, podemos mover a origem do sistema no espaço arbitrariamente sem qualquer prejuízo à nossa análise. Mas por que podemos fazer isso? Por que equacionamos as equações de Newton, por exemplo, livremente, como se as propriedades do sistema que estamos determinando através das mesmas não dependessem da posição em que o sistema é descrito ou da direção na qual as mesmas são medidas? Nós podemos fazer tal asserção?

Sim podemos, mas somente sob a consideração de que o espaço em que estamos analisando o fenômeno físico em estudo é *homogêneo* e *isotrópico*. Mas o que significa isso? Se olharmos no dicionário encontraremos definições do tipo:

Homogêneo: 1. De composição uniforme. **2.** Cujos elementos se equivalem. (FERREIRA, 2010, p. 402).

Isotrópico: Com propriedades físicas idênticas, ou de mesmo valor, independentemente da direção (FERREIRA, 2010, p. 442).

Se pensarmos no meio em que o sistema físico analisado está imerso, este será homogêneo se possuir estrutura, distribuição ou composição uniforme e isotrópico se as propriedades físicas do sistema possuir propriedades físicas com o mesmo valor em diferentes direções.

Dessa forma, se um sistema físico for analisado em um universo homogêneo e isotrópico, este será simétrico sob translações e rotações realizadas em nosso sistema de coordenadas, respectivamente. Isso significa que todos os pontos de um universo homogêneo são similares, pois este possui uma distribuição uniforme, de maneira que se trasladarmos, mudarmos de lugar, a origem do nosso sistema de coordenadas de uma posição para outra, ou equivalentemente, mudarmos o próprio sistema físico de lugar, observaremos o mesmo fenômeno. Consequentemente, o sistema físico em estudo poderá ser analisado em qualquer posição de tal forma que suas propriedades físicas não serão modificadas.

Similarmente, todos os ângulos de um universo isotrópico são similares, de maneira que se escolhermos um ponto P do universo, arbitrariamente, e rotacionarmos outros pontos do universo em torno de P , o universo rotacionado coincide com o original, pois as direções neste caso são equivalentes. Isso implica que se rotacionarmos o nosso sistema de coordenadas, ou o próprio sistema físico, as propriedades físicas calculadas ou medidas no sistema rotacionado ou no original serão exatamente as mesmas.

Observem que utilizamos a palavra *simetria* para descrever a homogeneidade e a isotropia do universo. Na verdade, nós falamos em simetria sob translações e rotações, ou seja, descrevemos duas operações de simetria. A palavra simetria é muito familiar para todos nós no nosso dia a dia quando queremos dizer que algo tem uma boa proporção. Vemos simetrias em obras de arte, na música, na literatura, na arquitetura, na beleza que a natureza nos oferece através de plantas e animais e até no corpo humano. Mas a noção de simetria observada em uma música teria o mesmo sentido que a simetria bilateral do rosto de uma pessoa, por exemplo? Notem que no primeiro caso a ideia de simetria está relacionado a algo harmonioso, mais abstrato, envolvendo o que sentimos ao ouvir a música, enquanto que no segundo caso estamos considerando a estrutura do rosto de uma pessoa, que é um conceito geométrico, mais preciso.

Assim como na descrição da homogeneidade e isotropia do universo é possível descrever uma operação de simetria para o rosto ou o corpo de uma pessoa. A simetria bilateral é caracterizada pela operação de reflexão. Se considerarmos um plano passando exatamente no

centro de simetria do rosto ou do corpo da pessoa, como se fosse um espelho, cada ponto do lado direito do corpo ou do rosto terá um ponto correspondente à mesma distância deste plano do lado esquerdo. Os ombros ou as orelhas do lado direito, por exemplo, terão a mesma distância dos ombros e das orelhas do lado esquerdo em relação a linha vertical que passa exatamente no centro do corpo da pessoa. Esse mesmo tipo de operação de simetria pode ser observada em uma borboleta ou na arquitetura de uma catedral, como mostrado na figura 3.1.

Figura 3.1 – Borboleta e Catedral apresentadas para mostrar as possibilidades de operações de simetria nestes dois sistemas. No primeiro é possível identificar simetria bilateral (linha vertical) e no segundo, além da simetria bilateral com relação ao eixo que passa pelo centro da catedral (linha vertical), é possível identificar diversas outras regiões de simetria nos vitrais, torres, portas e janelas.



Fonte: Borboleta e Catedral disponíveis, respectivamente, em: <http://www.pxleyes.com/photography-picture/4dba82f50e482/Butterfly.html> e https://www.reddit.com/r/europe/comments/ci1r9u/%C3%A9glise_r%C3%A9form%C3%A9_saintpaul_strasbourg_france_a/.

Notem que é possível detectar outros planos de reflexão nos vitrais, nas torres e outros lugares da capela. Na sala de aula foram utilizadas figuras geométricas como o retângulo, o quadrado, entre outras, além de objetos como o celular dos próprios alunos, para mostrar para eles as operações de simetria de reflexão e rotação.

Mas como podemos definir simetria cientificamente?

Simetria é uma invariância de um objeto ou sistema sob um conjunto de mudanças, usualmente chamados de transformações ou operações.

Em uma linguagem mais simples, isso significa que um objeto, o qual classificamos cientificamente como um sistema físico, possui simetria se nós podemos fazer alguma mudança no mesmo (transformação), que pode ser uma rotação ou uma translação, por exemplo, de maneira que, após essa mudança, o objeto parece exatamente o mesmo antes de realizarmos a mudança. A isso nós damos o nome de *invariância* (HILL; LEDERMAN, 2000).

Logo, se dissermos que o universo é simétrico, precisamos especificar que tipo de transformação ou operação de simetria deve ser realizada no mesmo de maneira que, após tal mudança, ele aparece exatamente como antes, ou seja, é invariante. Portanto, quando vamos iniciar nossos cálculos e análises de um sistema na sala de aula, usualmente começamos com a consideração de que o universo é simétrico, ou invariante, sob as operações de simetria de translação e rotação.

Podemos arriscar a dizer que simetria é o conceito mais importante da Física. Princípios fundamentais de simetria ditam as leis básicas da Física, o controle da estrutura da matéria e define as interações fundamentais na natureza (HILL; LEDERMAN, 2000). A simetria do universo, dada pela regularidade e harmonia dos fenômenos observáveis, é o que possibilita a existência da ciência. Se não houvesse regularidade no universo não seríamos capazes de estabelecer leis ou mesmo ter tempo suficiente para entender e até manipular os fenômenos existentes na natureza.

Isso pode ficar mais claro ao entendermos a simetria que envolve a translação temporal. Para descrever um evento, como duas partículas colidindo em um acelerador de partículas, o movimento de um pêndulo ou um simples experimento de queda livre, nós utilizamos um sistema de coordenadas tridimensional para o espaço e também uma coordenada extra para o tempo. O tempo marcado no nosso relógio, juntamente com a posição do sistema no espaço, dado por (x, y, z, t) , nos possibilita descrever tal evento. A translação temporal está relacionada à evolução do universo no tempo. Matematicamente, isso ocorre quando substituímos o tempo t_i por um novo valor $t_i + T$. O que se observa experimentalmente é que todas as leis da Física, e portanto, todas as equações corretas da Física em um determinado contexto, são invariantes sob a operação de simetria de translação temporal.

É por isso que podemos utilizar as leis de movimento de Newton mesmo centenas de anos após sua descoberta. É por isso que cientistas conseguem reproduzir experimentos, mesmo passados dias, meses ou anos após o primeiro ensaio. As evidências experimentais para tal

simetria é muito forte. Além das leis da Física parecerem ser constantes no tempo, os parâmetros básicos da Física como a carga elétrica, a massa eletrônica, a constante de Planck, a velocidade da luz, etc., também parecem ser constantes com o passar dos anos. E isso é constatado em escala astronômica, para grandes distâncias e tempos, e observações geológicas em uma precisão em torno de 10^{-8} ao longo de toda idade do universo (DYSON, 1972).

Uma consequência importantíssima da simetria de translação temporal é o *princípio de conservação de energia*. Desistir dos princípios de simetria implicaria em desistir de princípios básicos e fundamentais para a evolução da ciência, como a conservação de energia.

Portanto, as operações de simetria que utilizamos instintivamente em sala de aula, pois geralmente nós não citamos isso para os alunos, são as translações espacial e temporal, que tem como consequência os princípios de *conservação do momento linear* e *conservação de energia*, respectivamente, e a isotropia espacial, que tem como consequência a *conservação do momento angular*. Em resumo, as leis da Física são invariantes sob as translações espacial e temporal e rotações no espaço. Existem inúmeras outras operações de simetria que podem ser exploradas, principalmente na área de cristalografia (NYE, 1985).

A conexão profunda entre uma simetria das leis da Física e a existência de uma lei de conservação correspondente foi dado pela matemática alemã Emmy Noether em 1905, a qual provou o seguinte teorema (HANC; TULEJA; HANCOVA, 2004):

Para toda simetria contínua das leis da Física, deve existir uma lei de conservação. Para toda lei de conservação, deve existir uma simetria contínua.

A partir da consideração de que o universo é homogêneo e isotrópico, ou seja, este é simétrico sob translações e rotações realizadas em nosso sistema de coordenadas, nós introduzimos, na próxima seção, a definição de vetor sob a rotação do sistema de coordenadas. Antes disso, descrevemos a seguir os objetivos e um questionário sugestivo para o desenvolvimento desta atividade em sala de aula.

3.3.1 Objetivos

Nosso objetivo foi desenvolver a atividade 1 em duas aulas de 50 minutos. Para o seu desenvolvimento sugerimos que nestas duas aulas sejam introduzidos os conceitos de universo homogêneo e isotrópico, simetria e que seja abordada a importância destes para o estabelecimento e entendimento das leis da Física. Essa discussão pode também fornecer a

fundamentação de como devemos desenvolver os cálculos para a análise de fenômenos físicos em sala de aula. Na sequência, é interessante o professor discutir o conceito de simetria e fornecer alguns exemplos simples de operações de simetria que podem ser observadas no cotidiano dos alunos, sempre tentando estabelecer uma relação entre este conceito e o estudo dos fenômenos da natureza para a descrição dos mesmos através das leis da Física.

Para isso, sugerimos a seguir algumas questões disparadoras durante a explicação dos conceitos para cada aula.

PRIMEIRA AULA:

- O que é um sistema de coordenadas? E um par ordenado? Para que serve o sistema de coordenadas na Física?
- O que é homogeneidade? O que é isotropia? Diante de tais conceitos, o que queremos dizer então com universo homogêneo e isotrópico?
- Por que podemos atribuir o zero de energia ou o zero da posição do sistema em qualquer lugar?
- Por que podemos olhar para o sistema em diferentes ângulos e descrever as mesmas leis físicas?
- Se olharmos o sistema de coordenadas por baixo ou por cima, que é o mesmo que o rotacionarmos, a natureza se comportará de maneira diferente e precisaremos de outras leis físicas para descrever o sistema em estudo? Por quê?

SEGUNDA AULA:

- O que vocês entendem quando dizemos que algo é simétrico?
- Por exemplo, quando dizemos que a arquitetura de uma igreja ou prédio exibem uma simetria espetacular, ou que o rosto de um amigo ou amiga de vocês é simétrico, ou que algum animal na natureza possui uma disposição de cores e formas perfeitamente simétricos, o que nós estamos querendo dizer com isso?
- Diante disso, podemos dizer que é possível identificar operações de simetria na natureza ou no nosso cotidiano?
- E no caso do universo homogêneo e isotrópico, existe algum tipo ou tipos de operações de simetria associadas ao mesmo? Quais?
- Qual a importância do conceito de simetria na Física e para a elaboração das leis da natureza? Onde e como podemos identificar a existência da simetria no dia a dia?

3.3.2 Questionário da Atividade

Para a finalização da atividade sugerimos o questionário a seguir contendo 10 questões dissertativas. Este pode ser respondido digitalmente através dos formulários da Microsoft (*Microsoft Forms*) ou outra plataforma equivalente, como o Google Formulários (*Google Forms*).

1. Descreva, com suas palavras, o que é homogeneidade?
2. Descreva, com suas palavras, o que é isotropia?
3. O que significa dizer que algo é simétrico?
4. O que é simetria?
5. O que são operações de simetria?
6. Descreva, com suas palavras, o que é uma operação de simetria de translação?
7. Descreva, com suas palavras, o que é uma operação de simetria de rotação?
8. O que é um universo homogêneo e isotrópico?
9. Por que podemos colocar o zero do nosso sistema de coordenadas em qualquer lugar quando estamos analisando um sistema físico?
10. Por que podemos olhar para um sistema em diferentes ângulos e descrever as mesmas leis físicas?

3.4 ATIVIDADE 2: ABORDAGEM DO CONCEITO DE SIMETRIA ATRAVÉS DA DEFINIÇÃO DE VETOR

Em Física nós estamos acostumados a lidar com certas quantidades, como a densidade ou a temperatura de um sistema, as quais não estão conectadas de maneira nenhuma com a direção em que as mesmas são medidas. Com as definições usuais destas propriedades, de fato não tem sentido falar em medir a temperatura ou a densidade do sistema em uma direção específica. As quantidades físicas que são não-direcionais, no sentido citado, são chamadas de *escalares*. O valor de uma propriedade escalar é completamente especificado por um número e a unidade de medida correspondente.

Por outro lado, existem quantidades físicas que podem somente ser definidas com relação a direções. Estas são chamadas de *vetores*. Uma força mecânica ou a força de um campo elétrico são exemplos bem conhecidos de vetores. Para especificar completamente uma

grandeza física vetorial, como uma força agindo em um objeto, por exemplo, nós precisamos fornecer a sua magnitude e sua direção. Estas podem ser convenientemente representadas por uma seta de comprimento e direção definidos. Para descrevermos a direção e o sentido (positivo ou negativo) desta grandeza é necessário estabelecermos um sistema de coordenadas. Como discutido na aula anterior, usualmente consideramos um universo homogêneo e isotrópico para realizar tal tratamento.

Na Física, os vetores são úteis para representar grandezas de duas formas distintas. Estes podem representar uma única força agindo em um único ponto, como no caso da força gravitacional agindo no centro de massa de um corpo, representar propriedades de um sistema que se estende pelo espaço, como a velocidade de um fluido variando de ponto a ponto em um dado volume e até mesmo representar a deformação do espaço devido a presença de uma carga elétrica ou um dipolo magnético. Estes últimos casos são referidos usualmente como um *campo vetorial*.

Como já discutido, os vetores podem ser representados por uma seta que especifica sua magnitude e direção. Se considerarmos um espaço tridimensional, o vetor posição \vec{r} , por exemplo, pode ser descrito como uma seta que começa na origem (0,0,0) e termina no ponto (x, y, z). Neste caso, o vetor pode ser descrito por $\vec{r} = (x, y, z)$, ou em termos dos versores $\{\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$, que formam a base do espaço vetorial cartesiano em três dimensões, $\vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}$.

O professor pode introduzir o conceito de vetor da maneira que achar mais adequada. Para as aulas de Física, esta definição é feita usualmente através de uma propriedade, como uma força mecânica ou a velocidade de um objeto, por exemplo. Esta definição é geralmente suficiente para tratar todos os problemas e fenômenos físicos direcionados para o ensino médio.

Para vislumbrarmos o conceito de simetria utilizando vetores é necessário fornecermos uma definição um pouco mais robusta para estas entidades. Neste trabalho derivamos como as componentes de um vetor são transformadas sob a rotação de um sistema de coordenadas em um universo homogêneo e isotrópico. Na verdade, nós sempre usufruímos deste resultado instintivamente quando discutimos Física em uma sala de aula, mas isso não é demonstrado explicitamente para os alunos. Neste caso específico, não há nenhuma região ou direção do espaço privilegiada, ou seja, as propriedades físicas do sistema que estão sendo analisadas não podem depender da nossa escolha ou orientação do sistema de coordenadas. E isso faz todo sentido, pois não existe nenhuma razão para a natureza responder a um estímulo de maneira diferente apenas porque alteramos a maneira de descrever um fenômeno matematicamente

através de um sistema de coordenadas ou outro. Ou seja, qualquer previsão física que venha a ser feita durante a análise de um sistema precisa ser independente das nossas convenções matemáticas.

Apesar de já termos fornecido alguma justificativa no parágrafo anterior, o professor ainda pode estar se perguntando: Se a definição usual de vetor é suficiente para os propósitos de ensino de Física em sala de aula, por que discutir sobre uma definição mais robusta? O conceito de simetria pode ser introduzido apenas com figuras simétricas, como as apresentadas na seção anterior. O que ganhamos com isso? E por que abordar isso em um nível de ensino básico, como o ensino médio?

Com relação as duas primeiras perguntas, o problema reside no fato de que algumas propriedades físicas observadas em diferentes materiais, principalmente meios anisotrópicos, como constantes elásticas, índices de refração, condutividade elétrica, etc., possuem magnitude e direção mas não são vetores. Pelas discussões anteriores, um meio anisotrópico é aquele em que não possui simetria de rotação, ou seja, se rotacionarmos o nosso sistema de coordenadas veremos um sistema diferente, respondendo de maneira diferente a estímulos externos com relação a direção de aplicação dos mesmos. Os cristais são exemplos típicos de meios anisotrópicos. As propriedades de meios como estes são descritas por tensores e neste caso, devemos necessariamente especificar tanto a magnitude quanto a direção em que as propriedades são medidas, uma vez que as direções do meio não são equivalentes. Falaremos um pouco mais sobre tensores no próximo parágrafo. Com relação a terceira pergunta, a introdução deste tema no ensino básico fornece a oportunidade para o professor discutir a Física de uma maneira mais ampla, como no caso das propriedades de materiais, além de fornecer as bases matemáticas da Física, justificando o que fazemos em sala de aula ao equacionarmos um problema e também introduzir conceitos fundamentais para o desenvolvimento da ciência, como o de simetria, de maneira conceitual e operacional.

Com relação aos tensores, podemos pensar nos mesmos como um conceito mais geral para a definição de propriedades físicas, incluindo grandezas escalares, vetoriais e aquelas observadas em meios anisotrópicos, que não são nem escalares e nem vetores. Particularmente, um escalar é um tensor de ordem zero e um vetor é um tensor de primeira ordem ou ordem 1 (ARFKEN; WEBER, 2005; NETO, 2010). A ordem do tensor define o número de componentes do mesmo. Para um espaço tridimensional, com 3 eixos coordenados, uma propriedade escalar é descrita por $3^0 = 1$ componente apenas, ou seja, um único número e uma unidade de medida é suficiente para descrevê-la completamente, como discutido anteriormente. Já um vetor neste espaço, por ser um tensor de ordem 1, é descrito por $3^1 = 3$ componentes, as quais especificarão

a direção e o sentido do vetor. Se considerarmos um vetor no espaço bidimensional, teremos $2^1 = 2$ componentes. Vemos então que a ordem n do tensor define o número de componentes NC necessários para especificá-lo em um espaço de D dimensões, ou seja, $NC = D^n$.

Mas existem propriedades que precisam de mais de três componentes no espaço tridimensional para serem especificadas? Sim, como discutido, em meios anisotrópicos em que as direções não são equivalentes precisamos de mais componentes. Para descrevermos uma propriedade física representada por um tensor de ordem 2, por exemplo, precisamos de $3^2 = 9$ componentes. Exemplos de propriedades como esta são a condutividade térmica, a susceptibilidade elétrica, a permissividade elétrica, a permeabilidade magnética, entre outras.

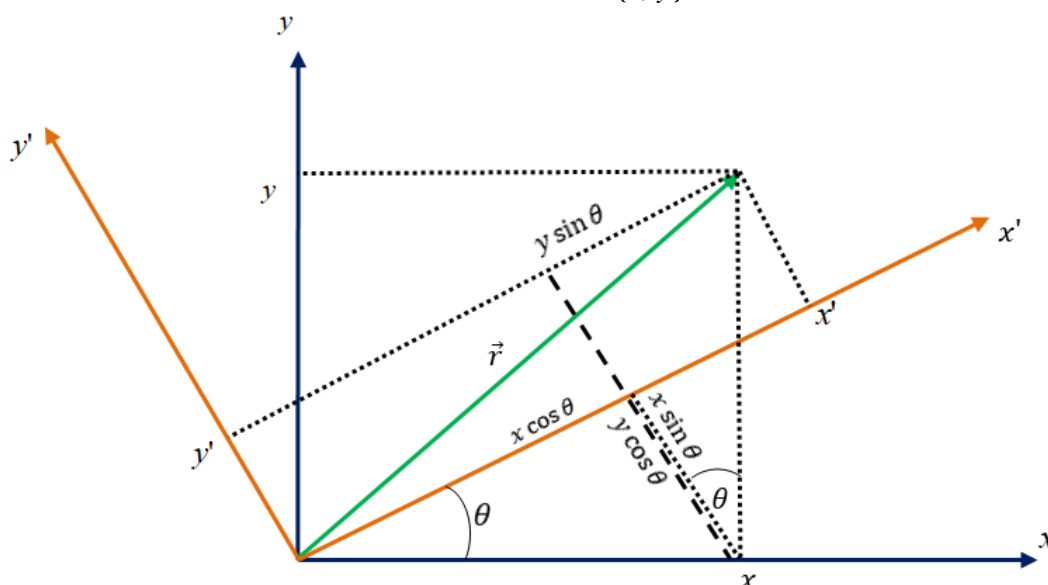
A susceptibilidade elétrica, por exemplo, descreve a resposta do meio à aplicação de um campo elétrico. Um cristal pode ser polarizado em uma direção pela aplicação de um campo elétrico em uma determinada direção, que pode ser a mesma da polarização ou não. Mas a polarização do cristal (meio) pode não existir ou ser medida com intensidade e direção diferentes se a direção do campo elétrico for modificada. Para descrevermos a resposta do meio (polarização) em relação a aplicação de um estímulo externo (campo elétrico) é necessária uma propriedade, dada pela susceptibilidade elétrica, com nove componentes no espaço tridimensional, pois a aplicação de um campo elétrico na direção- x , por exemplo, não implica necessariamente uma polarização nesta mesma direção. Esta pode ser medida nas direções y ou z . Existem propriedades físicas que podem ser representadas por tensores de ordem maior do que dois, como a piezoelectricidade e propriedades elásticas, as quais são descritas por tensores de terceira e quarta ordem, respectivamente (NYE, 1985).

Através de uma definição mais precisa de vetor é possível identificar se uma grandeza física é realmente um vetor, pois esta será independente da direção do sistema de coordenadas. Na verdade, os vetores acabam funcionando como identificadores de meios isotrópicos. O vácuo é um exemplo real de meio isotrópico. Por isso falamos tanto em vetores na Física tratada em sala de aula, pois usualmente os sistemas discutidos são considerados no vácuo. Propriedades como a permissividade elétrica ϵ_0 e a permeabilidade magnética μ_0 do vácuo são consideradas como constantes, ou seja, estas são representadas por tensores de ordem zero (escalares) porque são descritas em um meio isotrópico, em que todas as direções são equivalentes. Se considerarmos a força de Coulomb entre duas cargas situadas no vácuo ou a velocidade da luz no vácuo, por exemplo, estas serão sempre as mesmas independentemente da direção em que as mesmas são medidas.

3.4.1 Rotação do Sistema de Coordenadas

Para trabalharmos o conceito de vetor de maneira mais precisa, vamos considerar um vetor \vec{r} em duas dimensões, por simplicidade, representando uma propriedade física qualquer em um meio isotrópico através de dois sistemas de coordenadas diferentes, um rotacionado S' em relação a outro S , como ilustrado na figura 3.2.

Figura 3.2 – Sistema de coordenadas $S' = \{x', y'\}$ rotacionado por um ângulo θ em relação ao sistema de coordenadas $S = \{x, y\}$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Note que é considerada a rotação dos eixos coordenados de $S = \{x, y\}$ no sentido anti-horário por um ângulo θ , mantendo o vetor \vec{r} fixo, de maneira que a relação das coordenadas do sistema $S' = \{x', y'\}$ podem ser escritas em função das coordenadas de S da seguinte forma:

$$x' = x \cos(\theta) + y \sin(\theta) \tag{3.1a}$$

$$y' = -x \sin(\theta) + y \cos(\theta) \tag{3.1b}$$

Note que o vetor \vec{r} no nosso sistema de referência cartesiano começa na origem. Pela invariância translacional, discutida anteriormente, poderíamos representar o início do vetor em qualquer ponto do sistema sem afetar a geometria do mesmo. O interessante de considerar o vetor na origem é que o mesmo irá terminar no ponto (x, y) . Logo, podemos nos referir ao vetor através de \vec{r} ou de suas componentes (x, y) . Conseqüentemente, pelas equações (3.1), as componentes de um vetor, sob a rotação do sistema de coordenadas, precisam se transformar como as coordenadas de um ponto.

Isso significa que qualquer vetor $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$ precisa transformar suas componentes, sob a rotação do sistema de coordenadas, como:

$$A'_x = A_x \cos(\theta) + A_y \sin(\theta) \quad (3.2a)$$

$$A'_y = -A_x \sin(\theta) + A_y \cos(\theta) \quad (3.2b)$$

A primeira informação sobre vetores que os alunos recebem é que estes são grandezas com módulo, direção e sentido. Mas vimos anteriormente que nem tudo que possui tais propriedades são vetores. Podemos caracterizar um vetor de maneira mais precisa olhando apenas para as suas componentes. Dizemos que as componentes A_x e A_y constituem um vetor \vec{A} se estas se transformarem conforme as equações (3.2) sob a rotação do sistema de coordenadas. Ou seja, se A_x e A_y não apresentam esta forma invariante, quando o sistema de coordenadas é rotacionado, estes não formam um vetor.

As componentes de \vec{A} em um sistema de coordenadas particular é a representação de \vec{A} naquele sistema de coordenadas. As relações de transformação, dadas pelas equações (3.2), são uma garantia de que uma propriedade física representada por \vec{A} seja independente da rotação do sistema de coordenadas, pois estamos considerando um universo isotrópico, ou seja, simétrico com relação a operação de rotação.

As componentes de um campo vetorial A_x e A_y , satisfazendo as equações (3.2), associam uma magnitude A e uma direção com cada ponto do espaço. A magnitude é uma quantidade escalar, que é invariante sob a rotação do sistema de coordenadas. A direção relacionada a S , da mesma forma é invariante sob a rotação do sistema de coordenadas. Vemos com isso que, apesar das componentes de um vetor poderem variar com a rotação do sistema de coordenadas S , como mostrado nas equações (3.2), as componentes transformadas A'_x e A'_y , relativas a S' , definem um vetor com a mesma magnitude e a mesma direção do vetor definido pelas componentes A_x e A_y em relação a S .

Com esta abordagem é possível descrever precisamente o conceito de simetria apresentado na seção 3.3:

Simetria é uma invariância de um objeto ou sistema sob um conjunto de mudanças, usualmente chamados de transformações ou operações.

O objeto neste caso é um vetor, que pode representar uma propriedade física do sistema em estudo, e a operação realizada é a rotação do sistema de coordenadas, de maneira que, uma propriedade física se mantém a mesma, ou seja, é invariante, sob a rotação do sistema de coordenadas em um espaço isotrópico.

A caracterização de vetor de maneira mais precisa, em termos de como suas componentes são transformadas sob uma rotação do sistema de coordenadas é mais útil e apropriada para a descrição do mundo físico, pois é possível mostrar que as equações vetoriais são independentes de qualquer sistema de coordenadas particular. É importante que isso seja discutido e mostrado para os alunos porque para

obtermos resultados analíticos nós precisamos necessariamente expressar a equação através de um sistema de coordenadas específico.

Na próxima atividade mostramos a invariância de uma propriedade física através do exemplo conhecido de um bloco deslizando sobre um plano inclinado. Nós calculamos a aceleração do bloco a utilizando os mesmos sistemas de coordenadas S e S' usados para a descrição de vetor de forma mais precisa, demonstrando matematicamente que $\vec{a} = \vec{a}'$, como consequência da simetria do espaço.

3.4.2 Objetivos

Nossa proposta é que a atividade 2 seja desenvolvida em 4 aulas de 50 minutos. Nestas aulas sugerimos que sejam discutidos e apresentados os conceitos de grandezas físicas escalares (temperatura, tempo, energia, etc.) e vetoriais (velocidade, aceleração, força, etc.), a equação vetorial dada pela segunda lei de Newton e a definição mais precisa de vetor através da rotação do sistema de coordenadas. Para este último procedimento é importante que os alunos tenham alguma noção sobre espaço vetorial para a realização de operações vetoriais, como adição, subtração, multiplicação por escalar e também noções de trigonometria para a realização de projeção de vetores. Caso os alunos ainda não tenham visto estes tópicos, recomendamos o livro texto destinado a unidade de ensino em que a proposta foi aplicada, “Física 1: mecânica”, de autoria de Ricardo Helou Doca, Gualter José Biscuola e Newton Vilas Bôas, veja o capítulo 4 intitulado “Vetores e Cinemática Vetorial” (DOCA; BISCUOLA; BÔAS, 2016).

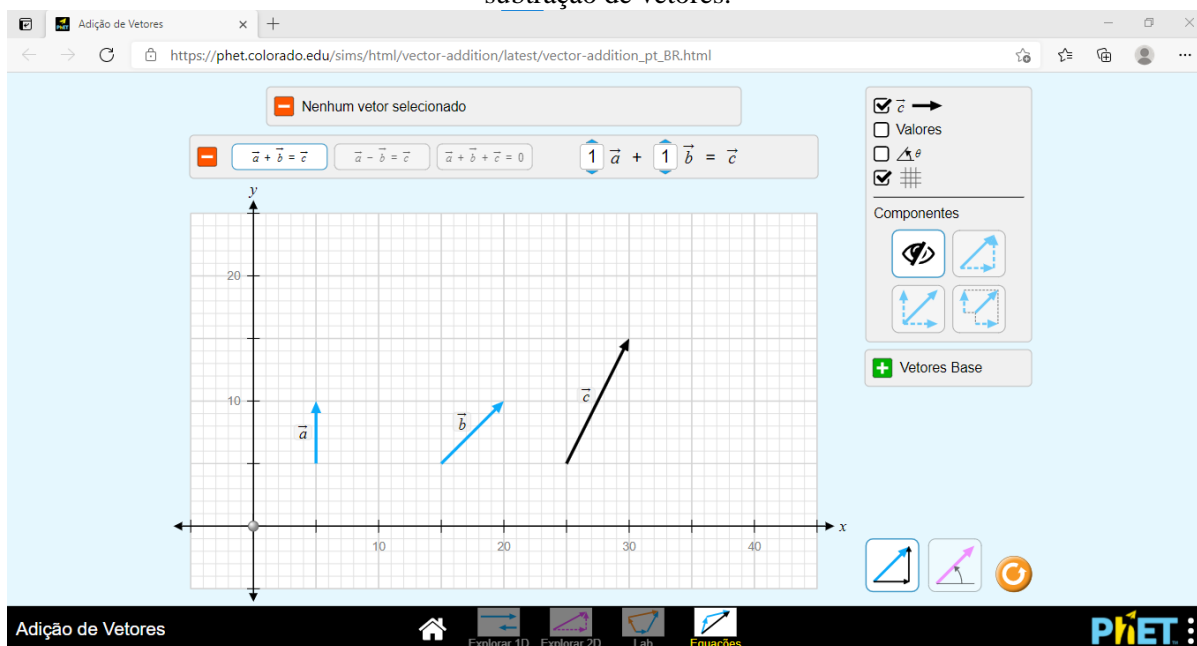
Nesta atividade utilizamos sempre que possível os simuladores da plataforma *PhET* para representação de vetores, versores, projeção de vetores e operações vetoriais. Na figura 3.3 apresentamos um exemplo de simulação que pode ser conduzido para as operações de adição e subtração de vetores. A segunda aula foi dedicada para a apresentação e utilização dos simuladores *PhET*.

As questões disparadoras de cada aula são sugeridas e descritas abaixo.

PRIMEIRA AULA:

- O que é um escalar?
- O que é um vetor?
- O que um escalar representa na matemática e na descrição de um vetor?
- O que é um versor?

Figura 3.3 – Layout da página da web da plataforma *PhET* para simular as operações de adição e subtração de vetores.



Fonte: PhET, disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html. Acesso dia: 16 jul. 2021.

SEGUNDA AULA:

- O que é uma simulação?
- O que é uma simulação computacional?
- Você já utilizou uma plataforma de simulação interativa para realizar simulações de fenômenos da natureza? Especifique.
- Você conhece a plataforma de simulações interativas *PhET*? Você já fez alguma simulação nesta plataforma? Qual?
- Na sua opinião, as aulas de Física deveriam ser complementadas com simulações interativas, como as da plataforma *PhET*? Por quê?

TERCEIRA AULA:

- O que é uma grandeza?
- O que é uma grandeza física?
- Diante das definições de escalar e vetor o que são grandezas escalares e vetoriais?
- A força é uma grandeza escalar ou vetorial? Por quê?
- O que é aceleração? Existe alguma relação entre aceleração e velocidade? A velocidade é uma grandeza vetorial?

- Quando um motorista pisa no acelerador do carro, o que acontece? E quando ele tira o pé do acelerador? A aceleração é uma grandeza vetorial? Por quê?
- O que é necessário para que um bloco ou um objeto comece a se movimentar? O que é preciso saber para determinar a intensidade da força necessária para movimentar um corpo?

QUARTA AULA:

- Como podemos definir vetor de maneira mais precisa?
- Por que estudar uma definição mais precisa de vetor na Física ensinada no ensino médio?
- Qual a implicação dos conceitos de universo homogêneo e isotrópico na definição de vetor?
- Todas as grandezas que possuem magnitude, direção e sentido podem ser definidas como grandezas vetoriais?
- Em que condições uma grandeza que, apresenta as mesmas características de uma grandeza vetorial, não pode ser considerada um vetor?

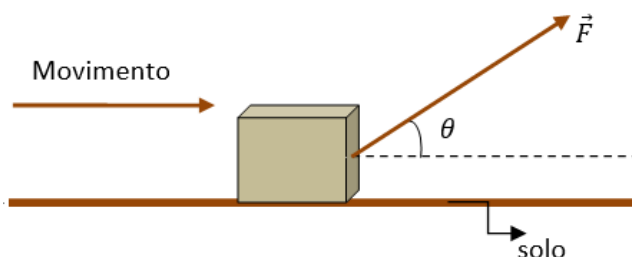
A seguir apresentamos um questionário sugestivo para a atividade, com o intuito de preparar os alunos para a demonstração da invariância de uma propriedade física vetorial, dada pela aceleração de um bloco deslizando em um plano inclinado, no espaço isotrópico a partir do conceito mais preciso de vetor descrito pelas equações (3.2).

3.4.3 Questionário da Atividade

1. Num plano- xy , temos dois vetores \vec{a} e \vec{b} com origens coincidentes, formando um ângulo θ entre si. Se os módulos de \vec{a} e \vec{b} são, respectivamente, iguais a 3 e 4, determine o módulo do vetor soma em cada um dos seguintes casos:

- a) $\theta = 0^\circ$ b) $\theta = 90^\circ$ c) $\theta = 180^\circ$ d) $\theta = 60^\circ$ e) $\theta = 30^\circ$

2. Considere um bloco de massa $m = 6,0 \text{ kg}$ se deslocando na direção horizontal. Este sofre a ação de uma força \vec{F} , cuja intensidade é $F = 80 \text{ N}$, conforme mostrado na figura.

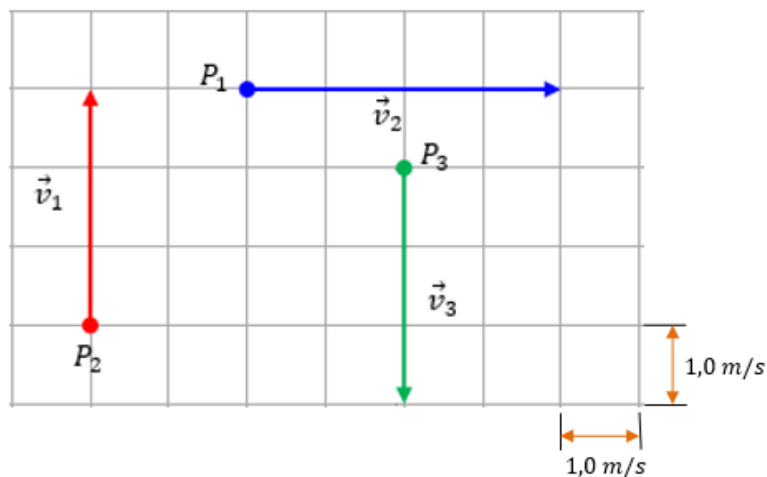


O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o solo é $\mu_d = 0,40$. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\text{sen}(\theta) = 0,60$, $\text{cos}(\theta) = 0,80$ e obtenha a aceleração do bloco.

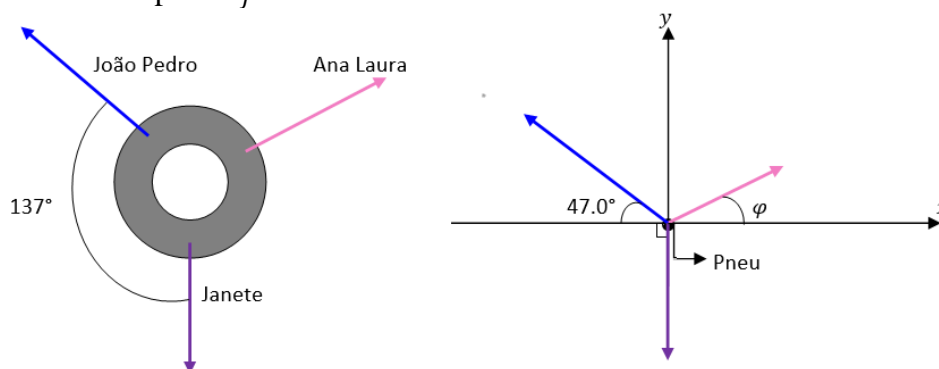
3. As velocidades vetoriais \vec{v}_1 , \vec{v}_2 e \vec{v}_3 de uma partícula nos instantes $t_1 = 0$, $t_2 = 2s$ e $t_3 = 5s$, respectivamente, estão representadas na figura. Determine o módulo da aceleração (vetor resultante) nos seguintes intervalos de tempo:

a) de t_1 a t_2 ;

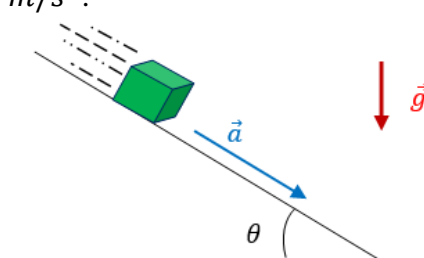
b) de t_1 a t_3 .



4. Em uma brincadeira de cabo de guerra, João Pedro, Janete e Ana Laura puxam um pneu de automóvel na direção horizontal, segundo os ângulos indicados na figura, que é mostrada com uma vista superior. Apesar da ação das três forças o pneu permanece imóvel. João Pedro puxa o pneu aplicando sobre ele uma força \vec{F}_{JP} , de intensidade 200 N, e Ana Laura puxa o pneu aplicando sobre o mesmo uma força \vec{F}_{AL} de intensidade 150 N. Encontre a intensidade da força que Janete aplica sobre o pneu \vec{F}_J .



5. Um bloco de massa $m = 5,0 \text{ kg}$ é abandonado do topo de um plano inclinado como indicado na figura. O bloco desce em movimento acelerado com aceleração de módulo $|\vec{a}|$. O ângulo formado pela inclinação do plano em relação a horizontal é dado por $\theta = 30^\circ$ e o módulo da aceleração da gravidade é $g = 10 \text{ m/s}^2$.

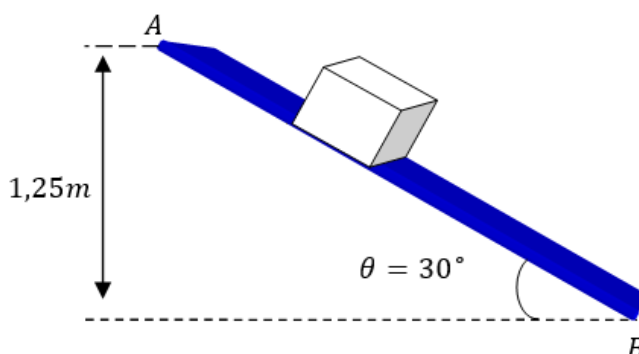


Desprezando o atrito entre o bloco e a superfície e a resistência do ar sobre o bloco:

a) encontre o módulo da aceleração \vec{a} .

b) esboce o gráfico do módulo de \vec{a} em função do ângulo θ e o gráfico do módulo de \vec{a} em função da massa m .

6. Um corpo de massa m igual a 40,0 kg parte do repouso do ponto A no topo do escorregador indicado na figura. Este desce livre da ação de atritos e da resistência do ar.



Considerando a intensidade da aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, encontre:

a) o módulo da aceleração adquirida pelo corpo e descreva se o valor encontrado depende ou não de sua massa;

b) o intervalo de tempo gasto pelo corpo para realizar o percurso de A até B ;

c) a velocidade com que o corpo chega ao ponto B .

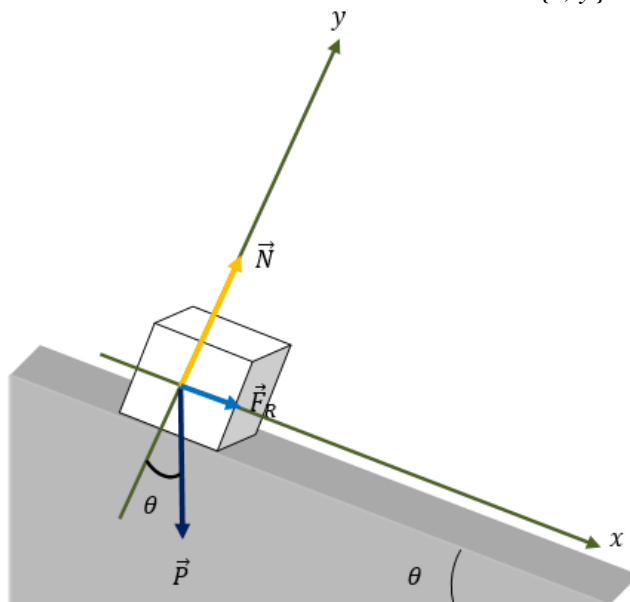
3.5 ATIVIDADE 3: DEMONSTRAÇÃO DA INVARIÂNCIA DE UMA PROPRIEDADE FÍSICA VETORIAL NO ESPAÇO ISOTRÓPICO

Nesta atividade demonstramos a invariância de uma propriedade física vetorial no espaço isotrópico através de cálculos usualmente desenvolvidos no ensino médio, como soma e subtração de vetores, projeção de vetores, versores, teorema de Pitágoras e relações trigonométricas e em seguida esta demonstração é feita utilizando-se o conceito mais preciso de vetor relacionado à transformação de suas componentes sob a rotação do sistema de coordenadas.

Para isso consideramos um bloco de massa m , deslizando sem atrito sobre um plano inclinado por um ângulo θ , conforme ilustração apresentada na figura 3.4. As forças que atuam

no bloco são a força peso \vec{P} e a força normal \vec{N} , exercida pela superfície do plano. A força resultante é denotada por $\vec{F}_R = \vec{P} + \vec{N}$. A propriedade a ser determinada é a aceleração do bloco.

Figura 3.4 – Diagrama das forças atuantes em um bloco de massa m sobre o plano inclinado considerando o sistema de coordenadas $S = \{x, y\}$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O primeiro passo é determinar a orientação do movimento do bloco de acordo com o sistema de coordenadas escolhido. Como o meio considerado é isotrópico podemos fazer isso de maneira arbitrária. Vamos considerar inicialmente o eixo- x ao longo da superfície do plano inclinado, com o sentido positivo na direção do movimento do bloco, que desliza para baixo sob a ação da gravidade, como mostrado na figura 3.4.

Para determinarmos a aceleração do bloco \vec{a} é conveniente expressarmos a força resultante no bloco nas direções x e y , ou seja, $\vec{F}_R = \vec{F}_{Rx} + \vec{F}_{Ry}$. Como estamos considerando o eixo- x na direção do movimento do mesmo, obtemos imediatamente que $\vec{F}_R = \vec{F}_{Rx}$, ou seja, $\vec{F}_{Ry} = 0$.

Uma vez que a força normal está na direção do eixo- y , a força resultante na direção- x é dada apenas pela componente da força peso nesta mesma direção, ou seja,

$$\vec{F}_{Rx} = \vec{P}_x = m\vec{a}_x, \quad (3.3)$$

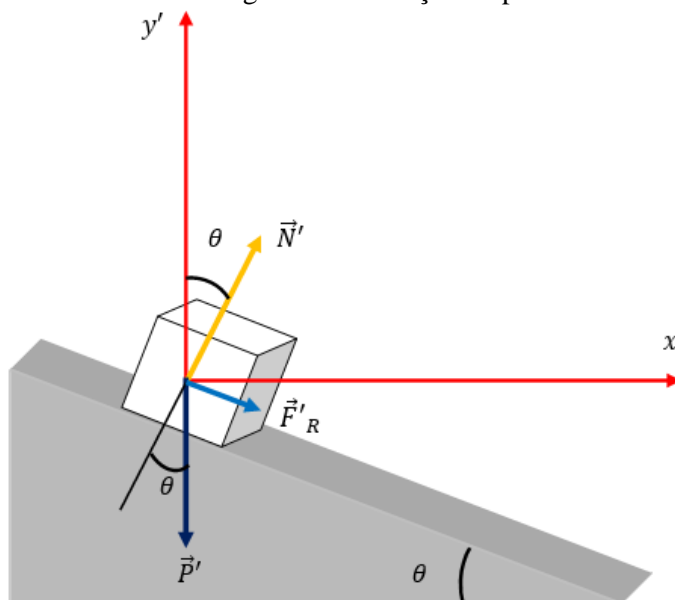
sendo $\vec{P}_x = mg \text{ sen}(\theta)\hat{i}$, de maneira que:

$$\vec{a} = \vec{a}_x = g \text{ sen}(\theta)\hat{i}, \quad (3.4)$$

cujos módulos são dados por $|\vec{a}| = a = g \text{ sen}(\theta)$.

Vamos considerar agora o sistema de coordenadas $S' = \{x', y'\}$, como mostrado na figura 3.5.

Figura 3.5 – Sistema de coordenadas $S' = \{x', y'\}$ utilizado para o cálculo da aceleração \vec{a}' do bloco. Note que o sistema S' pode ser identificado como o sistema S rotacionado por um ângulo θ , que é o mesmo ângulo de inclinação do plano.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste caso nenhum dos eixos coordenados estão na direção do movimento do bloco, o eixo- x é paralelo à base do plano inclinado e o eixo- y perpendicular à mesma. Como estamos trabalhando em um meio isotrópico devemos obter, necessariamente, $\vec{a}' = \vec{a}$, independentemente da orientação do eixo de coordenadas. Para mostrar isso vamos considerar o cálculo de \vec{a}' através de relações trigonométricas e em seguida utilizando o conceito mais preciso de vetor, descrito pelas transformações (3.2). Nos cálculos que seguem, assim como na figura 3.5, utilizamos o apóstrofo nos vetores \vec{N}' , \vec{P}' e \vec{F}'_R , apenas para diferenciar dos cálculos anteriores no referencial S , pois estes são os mesmos vetores, uma vez que são mantidos fixos em ambos os referenciais considerados.

Vamos proceder de maneira semelhante ao que fizemos para o sistema de coordenadas S , decompondo a força resultante nas componentes x' e y' , ou seja, $\vec{F}'_R = \vec{F}'_{Rx'} + \vec{F}'_{Ry'}$. Analisando a figura 3.5 tem-se que $\vec{F}'_{Rx'} = \vec{N}'_{x'}$ e $\vec{F}'_{Ry'} = \vec{P}' + \vec{N}'_{y'}$, cujos módulos são dados por $F'_{Rx'} = N'_{x'}$ e $F'_{Ry'} = N'_{y'} - P'$, respectivamente.

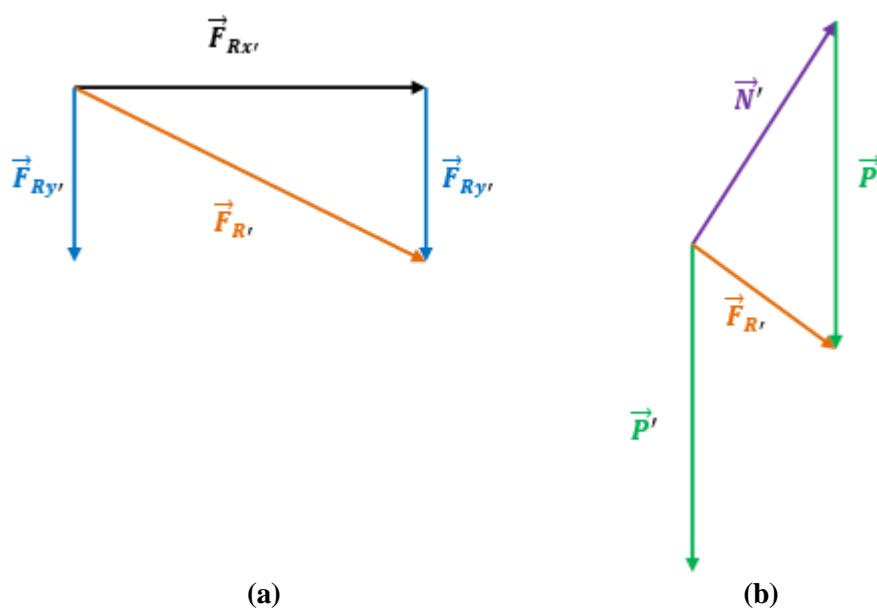
Fazendo a projeção da força normal tem-se que $\vec{N}'_{x'} = N' \sin(\theta) \hat{i}'$ e $\vec{N}'_{y'} = N' \cos(\theta) \hat{j}'$, de maneira que a força resultante pode ser escrita como:

$$\vec{F}_{R'} = N' \text{sen}(\theta) \hat{i}' + [N' \text{cos}(\theta) - mg] \hat{j}', \quad (3.5)$$

em que utilizamos $P' = mg$.

Pela equação (3.5) vemos que para determinar a força resultante em S' , e consequentemente a aceleração \vec{a}' , precisamos determinar o módulo da força normal N' . Como $\vec{a}_{x'}$ e $\vec{a}_{y'}$ são diferentes de zero neste referencial é necessário explorar o conceito de módulo de um vetor $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ para obtenção de N' . Caso os alunos não tenham familiaridade com este conceito, o professor pode explorar o teorema de Pitágoras com os vetores representados na figura 3.5, pois o conceito é o mesmo. Nota-se que tanto a força resultante com suas componentes quanto os vetores \vec{N}' , \vec{P}' e $\vec{F}_{R'}$, formam triângulos retângulos, como mostrado na figura 3.6 (a) e (b), respectivamente.

Figura 3.6 – (a) Triângulo retângulo formado pelo vetor força resultante com suas componentes e (b) triângulo retângulo formado pelos vetores \vec{N}' , \vec{P}' e $\vec{F}_{R'}$, de acordo com a figura 3.5. Estes podem ser utilizados para calcular a magnitude N' do vetor força normal através do teorema de Pitágoras.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Pelo triângulo retângulo apresentado na figura 3.6 (a) podemos escrever,

$$F_{R'}^2 = F_{Rx'}^2 + F_{Ry'}^2. \quad (3.6)$$

Substituindo as componentes de $\vec{F}_{R'}$, equação (3.5), na equação (3.6) obtém-se:

$$\begin{aligned} F_{R'}^2 &= [N' \text{sen}(\theta)]^2 + [N' \text{cos}(\theta) - mg]^2 \\ F_{R'}^2 &= N'^2 [\text{sen}^2(\theta) + \text{cos}^2(\theta)] + P'^2 - 2P'N' \text{cos}(\theta) \\ \therefore F_{R'}^2 &= N'^2 + P'^2 - 2P'N' \text{cos}(\theta), \end{aligned} \quad (3.7)$$

em que utilizamos a relação fundamental $\text{sen}^2(\theta) + \text{cos}^2(\theta) = 1$.

Considerando agora o triângulo retângulo da figura 3.6 (b) tem-se:

$$\begin{aligned} P'^2 &= N'^2 + F_{R'}^2, \\ \therefore F_{R'}^2 &= N'^2 - P'^2. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Substituindo a equação (3.7) em (3.8) e sendo $P = mg$ pode-se mostrar facilmente que,

$$2N'[N' - mg \cos(\theta)] = 0. \quad (3.9)$$

A equação (3.9) admite duas soluções físicas. Para $N' = 0$, a superfície não exerce nenhuma força sobre o bloco, ou seja, não há contato entre os dois. Esta não é a situação física que estamos considerando, pois o bloco desliza sobre o plano. Dessa forma, a solução que nos interessa é dada por $N' - mg \cos(\theta) = 0$, o que nos fornece para o módulo da força normal:

$$N' = mg \cos(\theta). \quad (3.10)$$

No referencial S podemos obter este resultado imediatamente. Como $\vec{F}_{Ry} = 0$, tem-se que $\vec{N} + \vec{P}_y = 0$, ou em módulo $N - mg \cos(\theta) = 0$, o que fornece $N = mg \cos(\theta)$, e portanto, $N = N'$, como esperado.

Substituindo o resultado (3.10) na equação (3.5) tem-se,

$$\begin{aligned} \vec{F}_{R'} &= m\vec{a}' = mg \cos(\theta) \text{sen}(\theta) \hat{i}' + [mg \cos^2(\theta) - mg] \hat{j}', \\ \vec{F}_{R'} &= m\vec{a}' = mg \cos(\theta) \text{sen}(\theta) \hat{i}' - mg \text{sen}^2(\theta) \hat{j}', \end{aligned} \quad (3.11)$$

em que utilizamos a relação $\text{sen}^2(\theta) = 1 - \text{cos}^2(\theta)$ na componente \hat{j}' .

Logo, a aceleração do bloco no referencial S' pode ser escrita como:

$$\vec{a}' = g \text{sen}(\theta) [\text{cos}(\theta) \hat{i}' - \text{sen}(\theta) \hat{j}']. \quad (3.12)$$

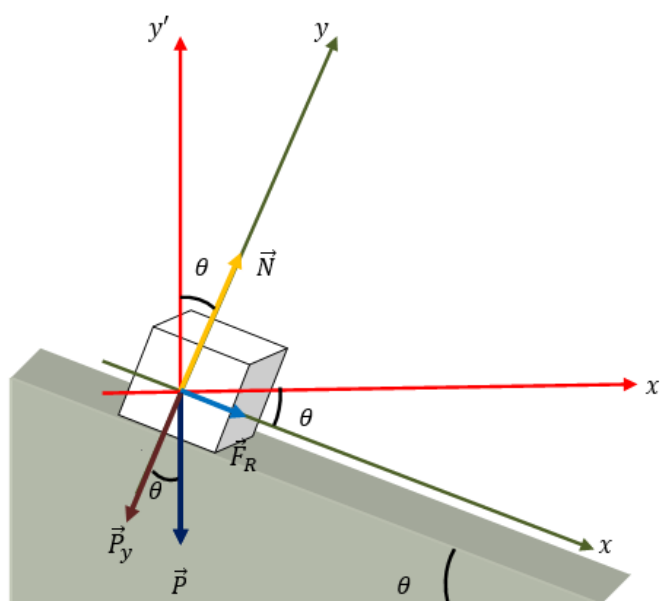
Para mostrarmos que $\vec{a}' = \vec{a}$ precisamos mostrar que a magnitude das acelerações obtidas nos dois referenciais são as mesmas $|\vec{a}'| = |\vec{a}|$ e que a direção de \vec{a}' , dada por (3.12), é compatível com a direção de \vec{a} , dada por (3.4). Já obtemos anteriormente que $|\vec{a}| = g \text{sen}(\theta)$. Pela definição de módulo de um vetor ou considerando o triângulo retângulo dado por $\vec{a}' = \vec{a}_x \hat{i}' + \vec{a}_y \hat{j}'$, o módulo da aceleração do bloco no referencial S' pode ser obtido através da equação (3.12), ou seja,

$$\begin{aligned} |\vec{a}'| &= \sqrt{g^2 \text{sen}^2(\theta) [\text{cos}^2(\theta) + \text{sen}^2(\theta)]}, \\ |\vec{a}'| &= g \text{sen}(\theta), \\ \therefore |\vec{a}'| &= |\vec{a}|. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Agora, precisamos verificar que a direção da aceleração do bloco no referencial S , dada por \hat{i} , é compatível com a direção da mesma no referencial S' , dada por $\text{cos}(\theta) \hat{i}' - \text{sen}(\theta) \hat{j}'$.

Para checar este resultado vamos escrever os versores \hat{i}' e \hat{j}' do referencial S' em função dos versores \hat{i} e \hat{j} do referencial S utilizando a figura 3.7.

Figura 3.7 – Representação dos dois sistemas de coordenadas $S = \{x, y\}$ e $S' = \{x', y'\}$ no problema proposto para descrevermos os versores de S' em função dos versores de S para verificar se a direção da aceleração do bloco obtida em ambos os sistemas são compatíveis.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tomando então a projeção dos versores de S' na direção dos versores de S tem-se:

$$\hat{i}' = |\hat{i}'| \cos(\theta) \hat{i} + |\hat{i}'| \sin(\theta) \hat{j}, \tag{3.14a}$$

$$\hat{j}' = -|\hat{j}'| \sin(\theta) \hat{i} + |\hat{j}'| \cos(\theta) \hat{j}. \tag{3.14b}$$

Multiplicando a equação (3.14a) por $\cos(\theta)$ e a equação (3.14b) por $-\sin(\theta)$,

$$\cos(\theta) \hat{i}' = \cos^2(\theta) \hat{i} + \cos(\theta) \sin(\theta) \hat{j}, \tag{3.15a}$$

$$-\sin(\theta) \hat{j}' = \sin^2(\theta) \hat{i} - \sin(\theta) \cos(\theta) \hat{j}, \tag{3.15b}$$

uma vez que o módulo de um versor é igual a 1. Somando as equações (3.15a) e (3.15b) obtemos finalmente:

$$\hat{i} = \cos(\theta) \hat{i}' - \sin(\theta) \hat{j}'. \tag{3.16}$$

A equação (3.16) mostra, portanto, que a direção da aceleração no referencial S é compatível com a direção da aceleração no referencial S' , ficando demonstrado definitivamente que $\vec{a}' = \vec{a}$, como esperado, uma vez que estamos trabalhando em um espaço simétrico em que todas as direções são equivalentes, ou seja, isotrópico.

Vamos mostrar agora que todo o desenvolvimento feito para obtenção de \vec{a}' pode ser significativamente simplificado através do uso do conceito mais preciso de vetor dado pelas transformações (3.2). Para isso basta o professor mostrar geometricamente para os alunos que

o referencial S' é o referencial S rotacionado no sentido anti-horário por um ângulo θ , dado pelo ângulo de inclinação do plano sobre o qual o bloco desliza sob o efeito da gravidade.

Considerando então $\vec{A}' = \vec{a}'$ e $\vec{A} = \vec{a}$ nas equações (3.2), podemos escrever as componentes da aceleração do bloco no referencial S' em função das mesmas no referencial S como,

$$a'_x = a_x \cos(\theta) + a_y \sin(\theta), \quad (3.17a)$$

$$a'_y = -a_x \sin(\theta) + a_y \cos(\theta). \quad (3.17b)$$

Sendo $a_x = g \sin(\theta)$ e $a_y = 0$, obtemos:

$$a'_x = g \sin(\theta) \cos(\theta),$$

$$a'_y = -g \sin^2(\theta),$$

$$\therefore \vec{a}' = g \sin(\theta) \cos(\theta) \hat{i}' - g \sin^2(\theta) \hat{j}', \quad (3.18)$$

ou equivalentemente $\vec{a}' = g \sin(\theta) [\cos(\theta) \hat{i}' - \sin(\theta) \hat{j}']$ em concordância com a equação (3.12).

Para verificar a compatibilidade da direção de \vec{a}' com a direção de \vec{a} também podemos utilizar o conceito mais preciso de vetor. Uma vez que os versores são os vetores geradores de qualquer vetor de um espaço vetorial, eles fornecerão a direção de cada componente do vetor correspondente. Dessa forma, podemos substituir as componentes A'_x e A'_y nas equações (3.2) pelos versores \hat{i}' e \hat{j}' , respectivamente. Procedendo da mesma forma para as componentes no sistema S , tem-se:

$$\hat{i}' = \hat{i} \cos(\theta) + \hat{j} \sin(\theta), \quad (3.19a)$$

$$\hat{j}' = -\hat{i} \sin(\theta) + \hat{j} \cos(\theta), \quad (3.19b)$$

que são exatamente as mesmas equações (3.14) obtidas anteriormente. Fazendo as mesmas manipulações desenvolvidas em (3.15) obtemos a equação (3.16) que mostra que $\vec{a}' = \vec{a}$.

Após o desenvolvimento dos cálculos o professor pode retomar o conceito de simetria descrito anteriormente, “*simetria é uma invariância de um objeto ou sistema sob um conjunto de mudanças, usualmente chamados de transformações ou operações*”, e discutir a invariância da propriedade física calculada, dada pela aceleração do bloco, devido a rotação do sistema de coordenadas S por um ângulo igual ao ângulo de inclinação do plano. Com este procedimento, o conceito de simetria pode ser apresentado e discutido conceitualmente e operacionalmente.

Os resultados mostram que o conceito mais preciso de vetor, além de fornecer uma oportunidade para o professor introduzir conceitos fundamentais para o desenvolvimento da ciência, como o de simetria, é também um método mais simples e direto para desenvolver os cálculos propostos. A apresentação de transformações de coordenadas de um vetor entre dois

sistemas de coordenadas já nos primeiros anos do ensino básico, pode funcionar como um subsunçor para introduzir o princípio da relatividade de Newton e de Einstein, por exemplo, com as transformações de Galileu e de Lorentz, respectivamente. Isso pode facilitar significativamente a introdução de tópicos da Física como a relatividade restrita e as limitações da mecânica newtoniana no regime de altas energias.

3.5.1 Objetivos

Nosso objetivo nesta atividade foi aplicar o conceito mais preciso de vetor em duas aulas de 50 minutos. Na primeira aula discutimos o assunto através de questões disparadoras e na segunda aula apresentamos aos alunos de maneira demonstrativa como a aceleração de um bloco deslizando, sem atrito, sobre um plano inclinado pode ser obtida utilizando um sistema de coordenadas $S = \{x, y\}$ e o sistema de coordenadas rotacionado $S' = \{x', y'\}$ em relação a S . Os cálculos foram desenvolvidos de maneira convencional e em seguida utilizando o conceito mais preciso de vetor, como discutido na seção anterior. Finalizamos a atividade discutindo a importância da matemática para o desenvolvimento da Física. As questões disparadoras para esta atividade são apresentadas a seguir.

PRIMEIRA AULA:

- O que é um plano inclinado?
- Qual a importância histórica do plano inclinado para a Física?
- Você, no seu dia a dia, já se deparou com um plano inclinado? Em que situação?
- Você já utilizou um plano inclinado para erguer algum objeto pesado?
- As forças exercidas sobre um corpo ao ser erguido na vertical têm a mesma intensidade que a força exercida para erguer o objeto utilizando um plano inclinado? Por quê?
- Como podemos descrever o sistema de coordenadas e o diagrama de forças de um objeto deslizando sobre um plano inclinado?

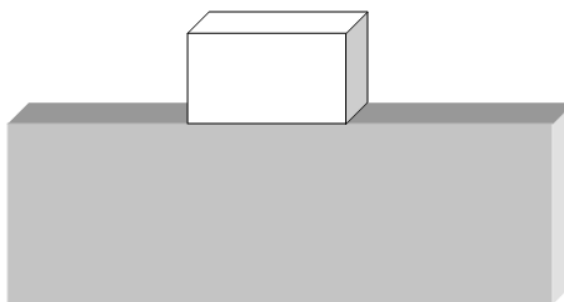
SEGUNDA AULA:

- Aplicação do conceito mais preciso de vetor em um sistema composto por um bloco de massa m deslizando sem atrito em um plano inclinado sob o efeito da gravidade.
- Diante do exposto, você acha que a matemática é importante para aprender Física? Por quê?

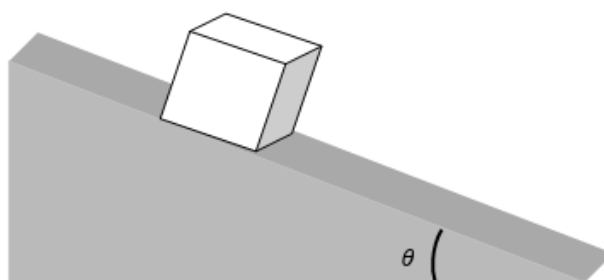
3.5.2 Questionário da Atividade

Nesta atividade o professor pode solicitar aos alunos que refaçam os cálculos apresentados durante a aula demonstrativa. Caso o professor não queira desenvolver os cálculos de maneira demonstrativa, a sequência de questões a seguir pode auxiliar os alunos no tratamento do sistema mais complexo, em que são considerados os sistemas de coordenadas S e S' para o cálculo da aceleração do bloco, uma vez que a proposta é introduzida passo a passo em cada exercício.

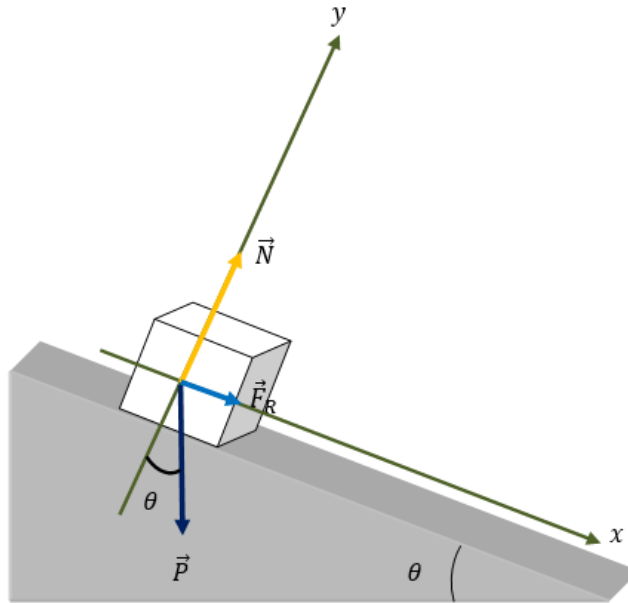
1.a) Seja um bloco de massa m em repouso sobre um plano horizontal. As forças que agem no mesmo são a normal \vec{N} e a peso \vec{P} . Estabeleça um sistema de coordenadas e descreva o diagrama de forças desse sistema físico.



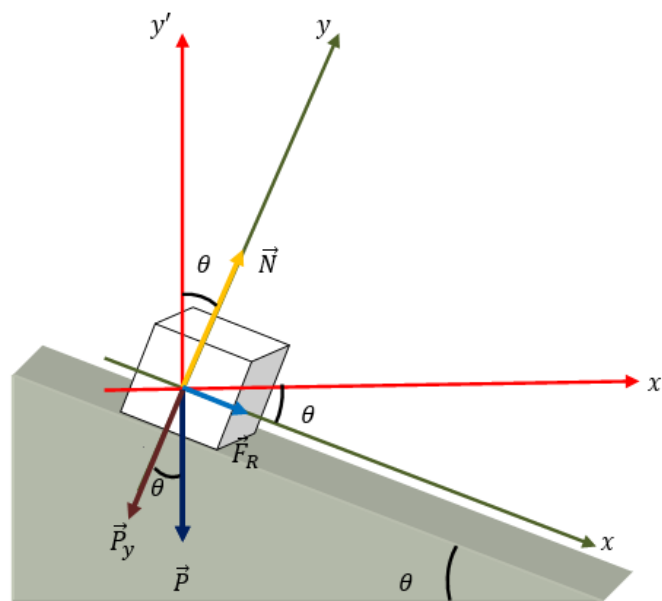
b) Vamos supor agora que o plano seja inclinado por um ângulo θ em relação a horizontal de maneira que o bloco começa a deslizar sem atrito sob o efeito da gravidade. Estabeleça um sistema de coordenadas e faça o diagrama das forças atuantes no bloco nesta situação, representando a força resultante $\vec{F}_R = \vec{N} + \vec{P}$.



2. Considere o sistema de coordenadas $S = \{x, y\}$ representado na figura, realize a decomposição das forças que atuam sobre o bloco e determine a aceleração do bloco nesta situação.



3. Ao considerar um segundo sistema de coordenadas $S' = \{x', y'\}$, como o mostrado na figura abaixo, nota-se que este pode ser obtido pela rotação do sistema $S = \{x, y\}$ por um ângulo θ , que é o mesmo ângulo de inclinação do plano. Diante desta observação, utilize o conceito mais preciso de vetor e determine a aceleração do bloco no sistema S' . O que podemos concluir com os resultados obtidos nos exercícios 2 e 3?



Capítulo 4

APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Nosso produto educacional foi aplicado em uma escola estadual na cidade de Itu, interior de São Paulo. A escola é localizada em uma região periférica da cidade e atende, principalmente, alunos de baixa renda. Ela tem capacidade para atender 1.325 alunos nos três períodos. No período da manhã são 11 turmas dos anos finais do ensino fundamental, do 6º ao 9º ano, e 4 turmas de ensino médio, 1º, 2º e 3º anos. No período da tarde são 14 turmas dos anos finais do ensino fundamental e no período da noite são 11 turmas do ensino médio, os três anos.

A Unidade Escolar possui uma estrutura física com 15 salas de aula, uma sala de recursos, uma biblioteca, um laboratório de ciências, um laboratório de informática educacional com 18 computadores e uma quadra esportiva coberta. Em relação à estrutura de apoio pedagógico, em virtude do ensino remoto devido a pandemia de COVID-19, a escola adquiriu 10 televisores simples e outros 12 do tipo *Smart TV*, 11 laptops e 40 tablets. Adicionalmente, foi disponibilizada internet *Wi-Fi* em todas as salas de aula.

Nenhum impedimento foi feito pela direção da escola para o desenvolvimento e aplicação do nosso produto educacional. Com relação à coordenação da escola houve uma pré-disposição para auxiliar no que fosse necessário, disponibilizando o material de apoio pedagógico disponível na Unidade Escolar.

A seguir apresentamos como os alunos responderam ao questionário de opinião e diagnóstico e como as 3 atividades propostas no capítulo anterior foram desenvolvidas em sala de aula. Os questionários foram aplicados de forma remota para estudantes dos três anos do ensino médio. Esse procedimento foi adotado porque não foi possível realizar o acompanhamento de uma única turma durante a aplicação de todo o produto educacional.

Devido à pandemia de COVID-19 muitos alunos não tinham como responder os questionários remotamente.

4.1 QUESTIONÁRIO DE OPINIÃO

Este questionário foi aplicado para mapear a percepção dos estudantes sobre expectativas das aulas de Física no ensino médio, afinidade com a disciplina, a importância da Física no cotidiano dos alunos e para o desenvolvimento de tecnologia. Este também foi útil para verificar possíveis dificuldades e formas de trabalhar a disciplina em sala de aula e sobre a importância da matemática no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de Física. No total 68 estudantes responderam ao questionário, sendo 22 alunos do 1º, 25 do 2º e 21 do 3º anos.

Com relação à expectativa das aulas de Física no ensino médio a maioria dos alunos do 1º ano foram otimistas, com 88% afirmando que iriam gostar de estudar Física porque é uma disciplina nova, porque é interessante aprender sobre os fenômenos naturais ou porque sempre tiveram curiosidade em saber o que é Física. Mais de 90% dos alunos do 2º ano e em torno de 70% dos alunos do 3º ano tiveram a mesma impressão. Os 30% dos alunos do 3º ano com pouca expectativa sobre o curso justificaram dizendo que não gostam de exatas, ou porque é difícil e não conseguem aprender, ou simplesmente porque odeiam Física.

Sobre as maiores dificuldades dos alunos para entender os conteúdos estudados na disciplina de Física, questão 5 do questionário, a maioria dos alunos do 2º e 3º anos responderam que esta é devido principalmente aos cálculos desenvolvidos na disciplina. Isso reforça, de certa forma, a nossa proposta, de fornecer uma melhor fundamentação na importância da matemática na quantificação e demonstração das teorias físicas já nos anos iniciais.

Mais de 70% dos alunos acreditam que existe uma relação entre a Física que eles trabalham em sala de aula com o cotidiano deles e o desenvolvimento de tecnologias (questão 7) e mais de 30% dos alunos afirmaram não haver diferença entre Física e Matemática (questão 9), porque em ambas as disciplinas usam cálculos. As justificativas para as diferenças entre a Física e a Matemática foram interessantes como: *“Física só usa matemática pra fazer cálculos eu acho, Física estuda coisas como as forças de atração e repulsão, são coisas diferentes (1º ano)”*; *“A Física possui suas teorias e conceitos a matemática é algo mais exato (2º ano)”*; *“A*

matemática é a ciência dos números e suas operações, e a Física é a ciência relacionada a natureza (3º ano)”.

A última questão foi feita para saber se os alunos consideram que seja importante saber Matemática para o aprendizado da disciplina de Física. Mais de 90% dos alunos do 1º e do 3º anos e 100% dos alunos do 2º ano responderam que sim, com justificativas como:

Alunos do 1º ano:

- *“Porque usa muito cálculo e para saber física eu preciso de matemática;”*
- *“Porque na física precisa fazer muitas contas.”*

Alunos do 2º ano:

- *“Para concluir os exercícios que relacionam os cálculos;”*
- *“Na realização dos cálculos, é muito bom saber fazer equação que se aprende na matemática, facilita o entendimento nos cálculos da física.”*

Alunos do 3º ano:

- *“Para fazer os cálculos;”*
- *“A Física precisa de cálculo e para aprender cálculo você precisa aprender a matemática.”*

Com este questionário foi possível verificar que a maioria dos alunos acreditam que a Física está presente no cotidiano deles, sendo importante para o desenvolvimento de tecnologias e que existe uma relação íntima entre a Matemática e a Física. Este é o contexto básico para trabalharmos a Física em sala de aula. Na próxima seção apresentamos a aplicação do questionário diagnóstico, relacionado ao tema da nossa proposta.

4.2 QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

O questionário diagnóstico foi aplicado com três semanas de antecedência ao início da aplicação do produto educacional. Este foi disponibilizado aos alunos através de um link de acesso nos grupos oficiais de WhatsApp das turmas, criados pela gestão da escola. Os alunos tiveram duas semanas, a partir da data de postagem, para responder ao questionário. Os alunos que compareceram à escola durante o revezamento imposto pela pandemia de COVID-19, responderam na sala de aula utilizando seus celulares e a internet da escola e aqueles que não dispunham de equipamentos, conseguiram realizar a atividade com equipamentos disponibilizados pela escola.

Este questionário foi aplicado para um número maior de alunos, sendo quatro turmas do 1º ano, uma turma do 2º ano e três turmas do ensino médio noturno, totalizando 124 alunos com 59 do 1º, 16 do 2º e 49 do 3º anos.

Durante a aplicação alguns alunos fizeram questionamentos a respeito dos conteúdos abordados nas questões, pois aparentavam não saber nada sobre eles. Estes foram orientados a responderem *não* se não tinham nenhuma percepção ou intuição sobre os conteúdos apresentados. Durante todo o processo de desenvolvimento dos conteúdos nas atividades 1, 2 e 3, o questionário diagnóstico foi referenciado, desde a discussão das questões disparadoras até a definição conceitual de cada tema.

Nas 3 questões iniciais abordamos o tema vetor e grandezas vetoriais. Praticamente 100% dos alunos do 1º ano não sabiam do que se tratava tais conceitos e mesmo aqueles que responderam que já tinham ouvido falar, não sabiam o que era. Para a nossa surpresa a ausência de conhecimento sobre estes conceitos também foi observada na grande maioria dos alunos do 2º e 3º anos, nos levando a acreditar que vetor e grandezas vetoriais nunca foram trabalhados com eles ou se foram, deve ter sido de maneira bastante superficial, de maneira que eles não conseguiram se lembrar do que se tratava.

Na questão 4 perguntamos se os estudantes sabiam dizer o que é simetria e se os mesmos já haviam estudado o tema nas aulas de Matemática ou de Arte. As respostas foram muito variadas entre os alunos dos três anos do ensino médio, veja figura 4.1.

Figura 4.1 – Respostas dos alunos referente a questão 4 do questionário diagnóstico, sobre o estudo de simetria nas aulas de Matemática e de Arte. No total, 124 alunos responderam ao questionário.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Contudo, quando perguntamos sobre os conteúdos que seriam trabalhados no nosso produto educacional, como o uso da simetria no estudo da Física, espaço homogêneo e

isotrópico, translação espacial e invariância, a grande maioria dos alunos dos três anos não tinham noção do que se tratava.

Na última questão perguntamos se os alunos já tiveram algum contato com simuladores interativos para a realização de simulações de fenômenos naturais. Na figura 4.2 é mostrado que apenas 13% dos alunos já utilizaram simuladores interativos. Os 4% (5 alunos) que alegaram ter utilizado simuladores mais de uma vez eram todos alunos do 1º ano.

Figura 4.2 – Respostas dos alunos referente a questão 10 do questionário diagnóstico, sobre o uso de simuladores interativos. No total, 124 alunos responderam ao questionário.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Com o questionário diagnóstico concluímos que todos os conceitos a serem abordados na nossa proposta, como o de simetria e tópicos relacionados e o uso de simuladores, deveriam ser descritos de maneira introdutória para os três anos do ensino médio considerando o mesmo nível de dificuldade para todos os alunos. Essa consideração foi feita até mesmo para a definição de vetores e grandezas vetoriais.

4.3 ATIVIDADE 1

A atividade 1 foi desenvolvida em duas aulas de 50 minutos, conforme estabelecido no capítulo 3. A primeira aula foi iniciada com a definição de um sistema de coordenadas cartesianas bidimensional $S = \{x, y\}$ e a importância de sistemas como este para a quantificação das propriedades físicas de sistemas e dos fenômenos em estudo. Em seguida introduzimos e

discutimos os conceitos de homogeneidade e isotropia aos alunos a partir de definições apresentadas nos dicionários, as quais foram pesquisadas pelos próprios estudantes.

A partir destas definições estabelecemos o significado de universo homogêneo e isotrópico. As consequências desta estrutura para a análise dos problemas na Física foi ilustrada através da justificativa de podermos atribuir o zero de energia ou o zero da posição do sistema, ou equivalentemente o nosso sistema de coordenadas, em qualquer lugar do espaço. Para facilitar o entendimento deste procedimento argumentamos que este é equivalente a olharmos para um objeto ou um sistema físico a partir de diferentes ângulos ou posições, de maneira que a posição que escolhermos observá-los não altera a forma do objeto ou as propriedades do sistema físico.

Na sequência propomos aos alunos uma atividade para utilizar um simulador *PhET* para traçar retas, verificar a inclinação e a intersecção de retas, identificar as coordenadas de um ponto e localizar o ponto no plano cartesiano. Essa atividade foi uma novidade para a maioria dos estudantes, sendo o primeiro contato deles com uma plataforma de simulações interativa.

Na segunda aula introduzimos o conceito de simetria. Alguns alunos mostraram-se um pouco familiarizados com a palavra, pois eles já tinham visto de maneira superficial algo relacionado a este conceito nas disciplinas de Arte ou de Matemática, mas eles não souberam especificar em que situação ou de que forma o conceito foi trabalhado.

Para deixar o conceito mais claro para os estudantes utilizamos exemplos em que a simetria e suas operações poderiam ser observadas no cotidiano deles, como na estrutura corporal e estética dos seres vivos, na arquitetura, nas folhas de algumas plantas, no rosto de uma pessoa, na faixa de uma casa, numa borboleta de asas abertas, numa pessoa ou objeto diante de um espelho, nas figuras geométricas, entre outros. Procuramos deixar claro nas diferentes situações apresentadas que a simetria poderia ser observada em relação a um eixo de simetria ou um eixo de rotação, configurando operações de simetria.

Essa abordagem foi importante para introduzirmos os tipos de operações de simetria associadas ao conceito de universo homogêneo e isotrópico, translação e rotação espaciais, respectivamente, para discutirmos como o conceito de simetria na Física é fundamental para a elaboração das leis da natureza.

A atividade foi finalizada com o questionário dissertativo contendo 10 questões, apresentado na seção 3.3.2. Este foi respondido pelos alunos remotamente. Apresentamos algumas respostas dos alunos a seguir.

Para responderem ao questionário os alunos ficaram livres para pesquisarem na internet, dicionários ou utilizar os conceitos da forma como os mesmos foram trabalhados nos encontros

remotos. Foram observadas respostas bem elaboradas com relação ao que é homogeneidade, isotropia e simetria. Exemplos:

- *“A homogeneidade significa que as mesmas evidências observacionais estão disponíveis para observadores em diferentes posições do universo, uma maneira de dizer que não há um lugar privilegiado ou especial.”*
- *“Isotropia é a propriedade que caracteriza as substâncias que possuem as mesmas propriedades físicas independentemente da direção considerada.”*
- *“A simetria é uma invariância de um objetivo ou sistema frente a uma transformação, diz-se que ele é invariante ou simétrico sobre essas transformações.”*

Para a descrição de operações de simetria, questão 5, nota-se que os alunos se limitaram a descrição das operações realizadas nos exemplos fornecidos com objetos, como um celular, por exemplo. Contudo, essas operações não foram especificadas, elas foram descritas por eles como um movimento apenas. Exemplos:

- *“Consiste em movimentar alguma coisa, e depois de ter sido movimentado cada ponto do objeto coincide com um ponto.”*
- *“Consiste em movimentar um objeto tal que, após o movimento ter sido conduzido, cada ponto do objeto é coincidente com um ponto equivalente (ou talvez o mesmo ponto) do objeto na sua orientação original.”*
- *“É quando movimenta, e após o movimento ter sido conduzido, cada ponto do objeto é coincidente com um ponto do objeto na sua orientação original.”*

As questões 6 e 7 foram pensadas exatamente para que os alunos pudessem descrever o que significa as operações de simetria de maneira específica, referentes à translação e rotação espaciais, respectivamente. As respostas foram um pouco confusas, principalmente com relação a translação espacial, mostrando que não houve um entendimento claro sobre tais conceitos.

Translação espacial:

- *“É um deslocamento paralelo em linha reta, de um objeto ou figura com o vetor percorrendo a mesma distância.”*
- *“É a operação de simetria que consiste no deslocamento do motivo paralelamente a si próprio e que ocorre numa rede cristalina.”*
- *“É um termo que usa para mover alguma coisa, e precisa da direção e da magnitude.”*

Rotação espacial:

- *“Acontece, se ao girar uma figura ao redor de um ponto, ela fica exatamente como na posição original. Ou seja, a aparência do objeto não muda mesmo depois da rotação.”*
- *“É a definição por um eixo e um ângulo de rotação de forma a haver coincidência da rede cristalina.”*
- *“Operação definida por um eixo e um ângulo de rotação.”*

Apesar dos alunos não conseguirem estabelecer uma correlação clara entre as operações de simetria de translação e rotação com um espaço em que todos os pontos e direções são equivalentes, respectivamente, eles apresentaram respostas bem elaboradas para a questão 8. Nesta, solicitamos a eles que descrevessem com suas palavras o que é um universo homogêneo e isotrópico. Exemplos:

- *“Em um universo homogêneo, sua densidade média é igual em qualquer ponto do espaço, já em um universo isotrópico que sua aparência é a mesma em qualquer direção.”*
- *“Que a densidade do universo é igual nele todo, e que a aparência é a mesma em qualquer direção.”*
- *“Homogêneo significa similar ou uniforme, ao passo que isotrópico significa que as propriedades não variam em função da direção.”*

Para verificar se os alunos conseguiam enxergar as implicações de considerarmos um universo homogêneo e isotrópico na análise de sistemas físicos, solicitamos na questão 9 que eles descrevessem o porquê de podermos colocar o zero do nosso sistema de coordenadas em qualquer lugar do espaço. As respostas abaixo refletem a maioria das respostas dos alunos.

- *“São as definições de universo homogêneo e isotrópico nos permitem colocar o zero do nosso sistema de coordenadas em qualquer lugar quando estamos analisando um sistema físico neste espaço homogêneo e isotrópico.”*
- *“Porque o espaço possui as mesmas propriedades em qualquer ponto.”*
- *“Porque o zero é o ponto inicial para os demais sistemas de coordenadas e pontos de referência.”*

O questionário foi encerrado com a questão 10, em que repetimos, basicamente, a pergunta sobre o que os alunos entendem sobre isotropia espacial. Mas nesta questão perguntamos por que podemos olhar para um sistema em diferentes ângulos e descrever as mesmas leis físicas.

- *“Porque não há direção privilegiada no universo.”*
- *“Porque elas são universais e se aplicam a qualquer situação.”*
- *“Porque o espaço e tempo possuem as mesmas leis físicas independente do ângulo de vista. A física parece diferente devido a relatividade.”*

Consideramos que esta atividade foi muito satisfatória. Apesar de muitas respostas terem sido confusas, mostrando que muito trabalho ainda precisa ser feito com os alunos, este foi um primeiro passo importante para a introdução de conceitos estruturantes e fundamentais para o desenvolvimento da Física, como o de simetria. A nossa primeira impressão com este trabalho é que podemos trabalhar tais conceitos mesmo com alunos do 1º ano do ensino médio.

4.4 ATIVIDADE 2

Esta atividade foi desenvolvida em 4 aulas de 50 minutos. Na primeira aula introduzimos os conceitos de escalar, vetor, versor, operações vetoriais e projeção de um vetor tendo como referência principal o capítulo 4, “Vetores e Cinemática Vetorial”, do livro-texto “Física 1: mecânica”, de autoria de Ricardo Helou Doca, Gualter José Biscuola e Newton Vilas Bôas (DOCA; BISCUOLA; BÔAS, 2016). Como discutido anteriormente, esta introdução foi necessária até mesmo para os alunos do 3º ano do ensino médio.

A segunda aula foi dedicada principalmente para a definição, utilidade e uso de simulações da plataforma *PhET* para simular fenômenos físicos. Na terceira aula trabalhamos principalmente o conceito de grandezas físicas escalares e vetoriais com exemplos do cotidiano e equação vetorial, através da segunda Lei de Newton para o movimento.

Nas três primeiras aulas tentamos familiarizar os alunos com o conceito simplificado de vetor (módulo, direção, sentido) usualmente utilizado nos livros didáticos, dando um pouco mais de ênfase na parte operacional através de operações vetoriais, projeções de vetores e conceitos básicos de trigonometria. Sempre que possível utilizamos exemplos para serem explorados com o auxílio dos simuladores *PhET*. Essa preparação foi necessária para introduzirmos, na quarta aula, o conceito mais preciso de vetor com a rotação do sistema de coordenadas.

Durante o desenvolvimento dos tópicos nós sempre utilizamos os conceitos de espaço homogêneo e isotrópico e as operações de translação e rotação espaciais para justificar o que estava sendo feito operacionalmente. Para os alunos não houve nenhuma dificuldade em descrever um vetor e deslocá-lo para qualquer ponto deste espaço mantendo inalterados o seu módulo, direção e sentido. As dificuldades foram mais operacionais, por falta de prática dos alunos, principalmente durante a introdução do conceito mais preciso de vetor, uma vez que descrevemos as componentes de um vetor de um sistema de coordenadas em função das componentes de outro através de senos e cossenos.

Podemos afirmar também que não houve dificuldades significativas durante a discussão das limitações das simulações computacionais. Procuramos deixar claro para os estudantes que as simulações são aproximações descritas por modelos matemáticos para a descrição de fenômenos naturais e por se tratar de uma aproximação, é praticamente impossível reproduzir perfeitamente um fenômeno natural, devido a grande quantidade de parâmetros necessários. Os

recursos da plataforma *PhET* foram explorados aos poucos pelos alunos, pois era a segunda vez apenas que eles estavam sendo orientados neste tipo de atividade.

O questionário desta atividade foi proposto para os alunos colocarem em prática os conceitos trabalhados durante os encontros remotos, principalmente com a utilização da plataforma *PhET*. Como os alunos não tinham muita familiaridade com o uso de simulações decidimos desenvolver todos os exercícios junto com eles. À medida que eles tentavam resolver os exercícios o professor fazia as intervenções que julgava necessárias para dar melhor direcionamento aos alunos, seja com relação aos tópicos de Física trabalhados ou com a execução dos simuladores *PhET*. Durante as discussões foi destacado, sempre que possível, a importância da matemática para a demonstração e comprovação de conceitos, leis e teorias da Física. A ênfase a esta metodologia foi dada para tentar fazê-los entender que somente a observação e a descrição de um fenômeno físico não são suficientes para uma compreensão satisfatória do mesmo, de maneira a poder manipular a natureza para o desenvolvimento de tecnologias, de curas para doenças, entre outros. Esta ocorre a partir da quantificação de propriedades, ajustes de parâmetros experimentais e a modelagem do sistema para prever situações em função dos parâmetros do sistema e até descobrir os limites do mesmo através de regimes assintóticos.

4.5 ATIVIDADE 3

Esta foi a última atividade realizada durante a aplicação do nosso produto educacional e teve duração de 2 aulas. Estas tiveram um caráter completamente demonstrativo, com os alunos acompanhando e refazendo os cálculos passo a passo.

O início da primeira aula foi mais descritiva, com a abordagem da importância histórica do plano inclinado na Física, com os trabalhos de Galileu Galilei, se os estudantes conseguiram identificar este tipo de sistema no cotidiano deles e se eles conseguiram identificar vantagens em relação ao deslocamento de objetos em um plano inclinado em comparação com o levantamento dos mesmos na vertical. Na sequência introduzimos o problema principal, composto por um bloco deslizando sem atrito sobre um plano inclinado, para mostrar operacionalmente o conceito de simetria e a invariância de uma propriedade física do sistema, dada pela aceleração do bloco. Iniciamos a discussão sobre como deveríamos estabelecer o

sistema de coordenadas no sistema para descrever o diagrama de forças no mesmo e desenvolver os cálculos.

Estes foram conduzidos na segunda aula passo a passo em três etapas bem estabelecidas. Na primeira retomamos a discussão sobre o estabelecimento do sistema de coordenadas no conjunto bloco-plano inclinado, sua representação gráfica e a identificação das forças que estavam atuando sobre o bloco. Na segunda etapa desenvolvemos os cálculos para obtenção da aceleração do bloco utilizando o sistema de coordenadas convencional, $S = \{x,y\}$, com o eixo- x na direção do movimento do bloco, e também utilizando o sistema rotacionado $S' = \{x',y'\}$, em que o eixo- x é estabelecido paralelamente à base do plano e o eixo- y na direção da força peso. Ao obtermos o mesmo resultado para a aceleração nos dois sistemas de coordenadas, retomamos a discussão sobre a simetria de rotação do espaço em que o sistema estava sendo analisado, de maneira que o mesmo é isotrópico. Reforçamos de maneira conclusiva que o resultado observado é uma consequência da simetria do espaço.

Na terceira etapa utilizamos o conceito mais preciso de vetor, através da regra de transformação de suas componentes, derivada a partir da consideração da simetria do espaço nas aulas anteriores. Com esta definição mostramos que o resultado obtido para o sistema S' poderia ser obtido com menos cálculos se os alunos reconhecessem S' como o sistema S rotacionado pelo mesmo ângulo de inclinação do plano. Diante da simplicidade da aplicação do conceito mais preciso de vetor a reação dos alunos foi imediata, com comentários do tipo: *“Professor, por que o senhor já não usou essa forma de fazer desde o começo?”* *“Desse último jeito é bem mais fácil de fazer e tem menos cálculos.”* *“Há, professor! O senhor esperou a gente fazer esse monte de contas pra depois mostrar esse que tem bem menos contas.”*

A aplicação do produto educacional foi encerrada nesta última aula com uma breve revisão dos conceitos trabalhados, dando ênfase à importância do conceito de simetria e suas implicações na Física. O questionário referente a esta atividade, apresentado na seção 3.5.2, não foi trabalhado, porque os cálculos referentes ao mesmo foram todos desenvolvidos em conjunto com os alunos de maneira demonstrativa na aula.

Capítulo 5

CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho apresentamos como conceitos estruturantes e fundamentais da Física, como o de simetria, operações de simetria, universo homogêneo e isotrópico, invariância de uma propriedade física, entre outros, podem ser trabalhados tanto conceitualmente quanto operacionalmente através de uma definição mais precisa de vetor, em que consideramos a relação de transformação de suas componentes através da rotação do sistema de coordenadas.

Nossa proposta consistiu em mapear o conhecimento prévio dos alunos com relação aos tópicos abordados através de um questionário diagnóstico para termos uma percepção sobre as noções dos alunos sobre vetores, principalmente, para podermos dar um melhor direcionamento na proposta para introduzir o conceito mais preciso de vetor e desenvolver o trabalho em torno do tema simetria. Este foi aplicado para alunos dos três anos do ensino médio de uma escola na cidade de Itu, interior de São Paulo. Os resultados nos permitiram concluir que o conhecimento dos alunos, seja do 1º ou do 3º anos, são lamentavelmente escassos com relação ao conteúdo de vetores, grandezas vetoriais e sua importância na Física, mesmo o tema sendo abordado no livro-texto utilizado pela referida unidade de ensino. Todos os alunos do ensino médio que participaram desta pesquisa estavam no mesmo nível de conhecimento, seja este conceitual ou com relação a habilidades operacionais para o tratamento de problemas na Física.

Diante deste cenário, nossa proposta foi ousada no sentido de trabalhar não só a questão operacional da Física através do conceito mais preciso de vetores utilizando um sistema físico extremamente simples, composto por um bloco deslizando sem atrito sobre um plano inclinado, mas também na iniciativa de introduzir e discutir conceitos estruturantes da Física que fundamentam a maneira como a Matemática é utilizada para a solução de problemas na Física.

Através de 3 atividades mostramos que tais conceitos podem ser apresentados e discutidos de maneira introdutória já no 1º ano do ensino médio, com os alunos participando efetivamente dos encontros, das discussões e das atividades propostas, mesmo no contexto remoto imposto pela pandemia de COVID-19. Vimos também que os simuladores *PhET* podem auxiliar de maneira significativa na discussão e na manipulação de vetores em problemas físicos. O estabelecimento de um contato direto dos alunos com simulações interativas ajudaram a reforçar ainda mais a importância da Matemática para a aprendizagem da Física.

A metodologia mais importante da Física hoje é a Matemática. Esperamos que nosso trabalho auxilie os professores do ensino básico a introduzir e discutir a importância desta metodologia para o desenvolvimento da ciência já nos anos finais do ensino fundamental ou no 1º ano do ensino médio. Quanto mais esta metodologia for trabalhada, mais ela será valorizada pelos alunos, podendo chegar ao mesmo nível de importância de outros métodos da Física como a observação e a experimentação. Os resultados apresentados mostram que muito trabalho ainda precisa ser feito para os alunos adquirirem maior familiaridade com os conceitos estruturantes da Física e entender o papel da Matemática no desenvolvimento dos mesmos, mas foi possível concluir também que não existe nenhum obstáculo para isso.

Como sugestão de trabalhos futuros, o professor pode continuar as discussões sobre simetria e operações de simetria para demonstrar que as leis de conservação da energia, do momento linear e do momento angular são consequências da simetria por translação temporal, translação espacial e rotação espacial, respectivamente.

REFERÊNCIAS

ARFKEN, G. B.; WEBER, H. J. Mathematical methods for physicists. 6th Ed. Elsevier Academic Press, 2005.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. Psicologia Educacional. Tradução da segunda edição de *Educational Psychology: A cognitive view*. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

AUSUBEL, D. P. (2003). Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva. 1ª ed. Lisboa: Paralelo Editora, Ltda, 2003.

BARBOSA, C.; GOMES, L.; CHAGAS, M. D.; FERREIRA, F. O uso de simuladores via smartphone no ensino de física: O experimento de Oersted. Scientia Plena, v. 13, n. 01, p. 012712.1-13, Jan. 2017.

BEZERRA, D. P.; GOMES, E. C.; MELO, E. S.; SOUZA, T. C. A evolução do ensino da física – perspectiva docente. Scientia Plena, v. 5, n. 9, p. 094401.1-8, Set. 2009.

BRASIL. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+). Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

COELHO, R. O. O uso da informática no ensino de física de nível médio. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação da Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2002.

DOCA, R. H.; BISCUOLA, G. J.; BÔAS, N. V. Física 1: mecânica. 3ª Ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2016.

DYSON, F. The Fundamental Constants and Their Time Variation. In: *Aspects of Quantum Theory*, edited by Abdus Salam and E. P. Wigner. Cambridge at the University Press, 1972.

FENAME. Projeto de Ensino de Física: Mecânica, Eletricidade e Eletromagnetismo. Fundação Nacional de Material Escolar (FENAME) – Ministério da Educação e Cultura. Rio de Janeiro, 1975.

FERNANDES, S. G. P. Algumas considerações sobre o ensino de Física no Brasil e seus reflexos na formação de professores. Mimesis, Bauru, v. 18, n. 1, p. 53-63, 1997.

FERREIRA, A. B. Mini Aurélio: o dicionário da língua portuguesa. 8ª ed. Curitiba: Editora Positivo, 2010.

FIOLHAIS, C. A relação da física com a matemática. In: *DEBATE SOBRE A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA*, 2, p. 60-64, 2001.

GOMES, E. C.; FRANCO, X. L. S. O.; ROCHA, A. S. Uso de simuladores para potencializar a aprendizagem no ensino de Física. Palmas: Eduft, 2020.

HANC, J.; TULEJA, A.; HANCOVA, M. Symmetries and conservation laws: Consequences of Noether's theorem. American Journal of Physics, v. 72, n. 4, p. 428-435, April 2004.

HASSANI, S. From Atoms to Galaxies: A Conceptual Physics Approach to Scientific Awareness. CRC Press, Taylor and Francis Group, 2010.

HAWKING, S. W. Uma Breve História do Tempo (Do big bang aos buracos negros). 3ª ed. Gradiva, 1988.

HEWITT, P. G. Física Conceitual. 9ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2002.

HEWITT, P.; WOLF, P. Fundamentos da Física Conceitual. Porto Alegre: Artmed, 2009.

HILL, T. C.; LEDERMAN, L. M. Teaching symmetry in the introductory physics curriculum. Physics Teacher, v. 38, p. 348-353, Sept. 2000.

HOLTON, G. The Project Physics Course, Then and Now. Science and Education, v. 12, n. 8, p. 779-786, 2003

INEP / Ministério da Educação. (2020). Brasil no PISA 2018. Inep/MEC, Brasília – DF, 2020. Acesso em: 29 Dez. 2020. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/relatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf.

JOHN LEWIS, M. A. The Nuffield physics project. The Institute of Physics and the Physical Society Bulletin, v. 16, n. 3, p. 81-94, March 1965.

KAZMIER, R. The revolution Jerrold Zacharias started in 1956 changed the way science is taught. MIT Technology Review, Jun. 27, 2017. Disponível em: <https://www.technologyreview.com/2017/06/27/150957/full-contact-physics/>. Acesso em 30 Jul. 2021.

MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. Possibilidades e limitações das simulações computacionais no ensino de física. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 24, n. 2, p. 77-86, Jun. 2002.

MOREIRA, M. A. Teorias de Aprendizagem. São Paulo: E.P.U - Editora Pedagógica e Universitária Ltda, 1999.

MOREIRA, M. A. Ensino de Física no Brasil: Retrospectiva e Perspectivas. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 22, n. 1, p. 94-99, 2000.

MOREIRA, M. A. Linguagem e Aprendizagem Significativa. In: IV ENCONTRO INTERNACIONAL SOBRE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA. Maragogi, Alagoas, Brasil, 2003.

MOREIRA, M. A. O que é afinal aprendizagem significativa? Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, Mato Grosso, 23 Abril 2010.

MOREIRA, M. A.; SILVEIRA, A. V. C. O conceito de simetria na Física e no Ensino de Física. Textos de Apoio ao Professor de Física, v. 22, n. 2, Porto Alegre, 2011.

MOREIRA, M. Grandes desafios para o ensino da física na educação contemporânea. Revista do Professor de Física, v. 1, n. 1, p. 1-12, 2017.

MOREIRA, M. A. Uma análise crítica do ensino de Física. Estudos Avançados, v. 32, n. 94, p. 73-80, Set. 2018.

MOREIRA, M. A. O conceito de simetria na Física. Revista do Professor de Física, v. 3, n. 2, p. 1-8, Brasília, 2019.

NUSSENZVEIG, H. M. Curso de Física Básica: Mecânica. Vol. 1. 4ª ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2002.

NETO, J. B. Matemática para físicos com aplicações: Vetores, Tensores e Spinors. Vol I. LF Editorial, 2010.

NYE, J. F. Physical Properties of Crystals: Their Representation by Tensors and Matrices. Oxford University Press, 1985.

PELIZZARI, A.; KRIEGL, M. D.; BARON, M. P.; FINCK, N. T.; DROCINSKI, S. I. Teoria da Aprendizagem Significativa Segundo Ausubel. Revista PEC, v. 2, n. 1, p. 37-42, Jul. 2002.

PIETROCOLA, M.. A matemática como estruturante do conhecimento físico. Caderno Catarinense de Ensino de Física, v.19, n.1, p. 89-109, Ag. 2002.

SANTOS, G. L. Laboratório virtual: um recurso inovador no auxílio. 2011. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, Paraíba, Brasil, 2011.

SÃO PAULO. Currículo do Estado de São Paulo - Ciências da Natureza e suas Tecnologias. 1ª ed. at. São Paulo, São Paulo, Brasil, 2011. Disponível em: Intranet SEE - Currículo do Estado de São Paulo:

<https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/biblioteca/CurriculoEscolar/Ci%C3%A2ncias%20da%20Natureza.pdf>. Acesso em: 30 Dez. 2020.

SILVEIRA, A. V. C. O conceito de simetria em física e sua importância para a aprendizagem da disciplina de física. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, 2008.

TIRONI, C. R.; SCHIMIT, E.; SCHUHMACHER, V. R.; SCHUHMACHER, E. A Aprendizagem Significativa no Ensino de Física Moderna e Contemporânea. In: Atas do IX ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS – IX ENPEC. Águas de Lindóia, São Paulo, 2013.

VIENNOT, L. Spontaneous reasoning in elementary dynamics. European Journal of Science Education, v. 1, n. 2, p. 205-221, 1979.

WIEMAN, C. E.; ADAMS, W. K.; LOEBLEIN, P.; PERKINS, A. K. Teaching Physics Using PhET Simulations. The Physics Teacher, v. 48, p. 225-227, Apr. 2010.

Apêndice

PRODUTO EDUCACIONAL

MNPEF
Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física

MNPEF Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física
Polo **ufisf** Sorocaba



SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA ABORDAGEM DO CONCEITO DE SIMETRIA ATRAVÉS DE UMA DEFINIÇÃO MAIS PRECISA DE VETOR



http://www.pxleyes.com/images/contests/symmetry-2/fullsize/Butterfly-4dba82f50e482_hires.jpg

Barbosa, G. L. e J. A. Souza

Sorocaba – SP
Agosto de 2021

PREFÁCIO

Este produto educacional foi elaborado para auxiliar o professor de Física do ensino básico a introduzir conceitos estruturantes e fundamentais da Física, como o de simetria, em um nível introdutório.

Utilizando uma definição mais precisa de vetor através da demonstração de como as componentes de um vetor arbitrário são transformadas sob a rotação do sistema de coordenadas, mostramos que é possível discutir operações de simetria, o que é um universo homogêneo e isotrópico, invariância de uma propriedade física, entre outros. Pela definição mais precisa de vetor tais conceitos podem ser trabalhados operacionalmente. Nosso intuito é fazer com que o estudante veja a Matemática como uma metodologia essencial para a aprendizagem dos conteúdos de Física e não apenas como um obstáculo para a concretização de sua aprendizagem. Utilizando um sistema físico simples, dado por um bloco deslizando, sem atrito, sobre um plano inclinado sob o efeito exclusivo da força da gravidade, demonstramos analiticamente de maneira convencional, através de conceitos básicos de trigonometria, e utilizando o conceito mais preciso de vetor, como o vetor aceleração do bloco é invariante a partir da consideração de dois sistemas de coordenadas diferentes. A invariância desta propriedade física é apresentada como uma consequência da simetria do espaço.

Todo o desenvolvimento deste produto foi feito em uma linguagem acessível para o professor do ensino médio. Esperamos que esta sequência didática seja útil para motivar tanto os professores quanto os estudantes a verem a importância da Matemática para o desenvolvimento da ciência.

Para dúvidas ou informações adicionais, envie um e-mail para
jasouza@ufscar.br

Os autores.

Este material foi produzido no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Física da Universidade Federal de São Carlos, *campus* Sorocaba (PROFIS-So)
Sorocaba, agosto de 2021.

A.1 QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

Nesta sequência didática mostramos como é possível explorar o conceito de simetria e operações de simetria através de uma definição mais precisa de vetor. Esta foi dividida em 3 atividades precedidas por um questionário diagnóstico.

O questionário diagnóstico deve ser disponibilizado aos alunos antes do professor apresentar o conteúdo proposto, com o objetivo de mapear o conhecimento dos alunos com relação ao conceito de vetor, principalmente, e verificar se eles têm alguma percepção com relação aos conceitos menos familiares como simetria, isotropia e homogeneidade espaciais, invariância, translação espacial e simulações. Destacamos o conceito de vetor porque a proposta é introduzir um conceito mais preciso desta entidade, em que forneceremos mais informações sobre o mesmo, adicionalmente àquelas adquiridas pelos estudantes em uma definição mais simplificada, dadas pelo módulo, direção e sentido. Dessa forma, o conceito usual e simplificado de vetor pode funcionar como um subsunçor para a introdução do conceito mais preciso.

No questionário sugerido a seguir, o aluno poderá responder cada pergunta através da escolha de uma única resposta de quatro disponíveis: *sim*, *não*, *não me lembro* e outra que expressa um certo grau de concordância, como *sim, mas não sei dizer o que é*, ou *sim, mais de uma vez*. As questões propostas são as seguintes:

1. Você já ouviu falar em grandeza vetorial? Você sabe dizer o que é uma grandeza vetorial?
2. Você saberia dizer qual o tipo de grandeza que pode ser considerado uma grandeza vetorial? Por quê?
3. Você já ouviu falar em vetor? Você sabe dizer o que é um vetor?
4. Você já estudou simetria nas aulas de Matemática ou de Arte? Você consegue dizer o que é simetria?
5. Você acha que podemos utilizar a simetria no estudo de Física? Como?
6. Você já ouviu falar sobre isotropia espacial ou espaço isotrópico? Tem ideia do que seja?
7. Você tem alguma ideia sobre o que é homogeneidade espacial ou espaço homogêneo?
8. Você já ouviu falar sobre invariância? Tem noção do que seja?
9. Você já ouviu falar sobre translação espacial? Tem noção do que seja?
10. Em algum momento da sua vida acadêmica (escolar) você já utilizou um simulador interativo para realizar simulações de fenômenos naturais?

Esse questionário pode ser útil também para o professor dar um melhor direcionamento nas atividades propostas e no nível em que os conteúdos devem ser abordados em sala de aula.

A.2 ATIVIDADE 1: SIMETRIA, ISOTROPIA E HOMOGENEIDADE ESPACIAL

Nesta seção conduzimos o tema de estudo utilizando um discurso razoavelmente socrático para tentar transmitir melhor para o leitor a nossa proposta de como o mesmo pode ser conduzido em sala de aula com os alunos.

Quando iniciamos o desenvolvimento de equações e modelos em uma aula de Física usualmente utilizamos um sistema de coordenadas cartesianas, por exemplo, para definirmos uma origem para o sistema que será estudado, assim como direções, ângulos, sentidos, magnitudes de propriedades físicas entre outros. É comum também dizermos aos alunos que esse sistema pode ser colocado em qualquer posição do espaço tridimensional que estamos imersos, ou seja, podemos mover a origem do sistema no espaço arbitrariamente sem qualquer prejuízo à nossa análise. Mas por que podemos fazer isso? Por que equacionamos as equações de Newton, por exemplo, livremente, como se as propriedades do sistema que estamos determinando através das mesmas não dependessem da posição em que o sistema é descrito ou da direção na qual as mesmas são medidas? Nós podemos fazer tal asserção?

Sim podemos, mas somente sob a consideração de que o espaço em que estamos analisando o fenômeno físico em estudo é *homogêneo* e *isotrópico*. Mas o que significa isso? Se olharmos no dicionário encontraremos definições do tipo:

Homogêneo: **1.** De composição uniforme. **2.** Cujos elementos se equivalem. (FERREIRA, 2010, p. 402).

Isotrópico: Com propriedades físicas idênticas, ou de mesmo valor, independentemente da direção (FERREIRA, 2010, p. 442).

Se pensarmos no meio em que o sistema físico analisado está imerso, este será homogêneo se possuir estrutura, distribuição ou composição uniforme e isotrópico se as propriedades físicas do sistema possuir propriedades físicas com o mesmo valor em diferentes direções.

Dessa forma, se um sistema físico for analisado em um universo homogêneo e isotrópico, este será simétrico sob translações e rotações realizadas em nosso sistema de coordenadas, respectivamente. Isso significa que todos os pontos de um universo homogêneo são similares, pois este possui uma distribuição uniforme, de maneira que se transladarmos, mudarmos de lugar, a origem do nosso sistema de coordenadas de uma posição para outra, ou equivalentemente, mudarmos o próprio sistema físico de lugar, observaremos o mesmo fenômeno. Consequentemente, o sistema físico em estudo poderá ser analisado em qualquer posição de tal forma que suas propriedades físicas não serão modificadas.

Similarmente, todos os ângulos de um universo isotrópico são similares, de maneira que se escolhermos um ponto P do universo, arbitrariamente, e rotacionarmos outros pontos do universo em torno de P , o universo rotacionado coincide com o original, pois as direções neste caso são equivalentes. Isso implica que se rotacionarmos o nosso sistema de coordenadas, ou o próprio sistema físico, as propriedades físicas calculadas ou medidas no sistema rotacionado ou no original serão exatamente as mesmas.

Observem que utilizamos a palavra *simetria* para descrever a homogeneidade e a isotropia do universo. Na verdade, nós falamos em simetria sob translações e rotações, ou seja, descrevemos duas operações de simetria. A palavra simetria é muito familiar para todos nós no nosso dia a dia quando queremos dizer que algo tem uma boa proporção. Vemos simetrias em obras de arte, na música, na literatura, na arquitetura, na beleza que a natureza nos oferece através de plantas e animais e até no corpo humano. Mas a noção de simetria observada em uma música teria o mesmo sentido que a simetria bilateral do rosto de uma pessoa, por exemplo? Notem que no primeiro caso a ideia de simetria está relacionado a algo harmonioso, mais abstrato, envolvendo o que sentimos ao ouvir a música, enquanto que no segundo caso estamos considerando a estrutura do rosto de uma pessoa, que é um conceito geométrico, mais preciso.

Assim como na descrição da homogeneidade e isotropia do universo é possível descrever uma operação de simetria para o rosto ou o corpo de uma pessoa. A simetria bilateral é caracterizada pela operação de reflexão. Se considerarmos um plano passando exatamente no centro de simetria do rosto ou do corpo da pessoa, como se fosse um espelho, cada ponto do lado direito do corpo ou do rosto terá um ponto correspondente à mesma distância deste plano do lado esquerdo. Os ombros ou as orelhas do lado direito, por exemplo, terão a mesma distância dos ombros e das orelhas do lado esquerdo em relação a linha vertical que passa exatamente no centro do corpo da pessoa. Esse mesmo tipo de operação de simetria pode ser observada em uma borboleta ou na arquitetura de uma catedral, como mostrado na figura A.1.

Figura A.1 – Borboleta e Catedral apresentadas para mostrar as possibilidades de operações de simetria nestes dois sistemas. No primeiro é possível identificar simetria bilateral (linha vertical) e no segundo, além da simetria bilateral com relação ao eixo que passa pelo centro da catedral (linha vertical), é possível identificar diversas outras regiões de simetria nos vitrais, torres, portas e janelas.



Fonte: Borboleta e Catedral disponíveis, respectivamente, em: <http://www.pxleyes.com/photography-picture/4dba82f50e482/Butterfly.html> e https://www.reddit.com/r/europe/comments/ci1r9u/%C3%A9glise_r%C3%A9form%C3%A9_saintpaul_strasbourg_france_a/.

Notem que é possível detectar outros planos de reflexão nos vitrais, nas torres e outros lugares da capela. Na sala de aula foram utilizadas figuras geométricas como o retângulo, o quadrado, entre outras, além de objetos como o celular dos próprios alunos, para mostrar para eles as operações de simetria de reflexão e rotação.

Mas como podemos definir simetria cientificamente?

Simetria é uma invariância de um objeto ou sistema sob um conjunto de mudanças, usualmente chamados de transformações ou operações.

Em uma linguagem mais simples, isso significa que um objeto, o qual classificamos cientificamente como um sistema físico, possui simetria se nós podemos fazer alguma mudança no mesmo (transformação), que pode ser uma rotação ou uma translação, por exemplo, de maneira que, após essa mudança, o objeto parece exatamente o mesmo antes de realizarmos a mudança. A isso nós damos o nome de *invariância* (HILL; LEDERMAN, 2000).

Logo, se dissermos que o universo é simétrico, precisamos especificar que tipo de transformação ou operação de simetria deve ser realizada no mesmo de maneira que, após tal mudança, ele aparece exatamente como antes, ou seja, é invariante. Portanto, quando vamos iniciar nossos cálculos e análises de um sistema na sala de aula, usualmente começamos com a consideração de que o universo é simétrico, ou invariante, sob as operações de simetria de translação e rotação.

Podemos arriscar a dizer que simetria é o conceito mais importante da Física. Princípios fundamentais de simetria ditam as leis básicas da Física, o controle da estrutura da matéria e define as interações fundamentais na natureza (HILL; LEDERMAN, 2000). A simetria do universo, dada pela regularidade e harmonia dos fenômenos observáveis, é o que possibilita a existência da ciência. Se não houvesse regularidade no universo não seríamos capazes de estabelecer leis ou mesmo ter tempo suficiente para entender e até manipular os fenômenos existentes na natureza.

Isso pode ficar mais claro ao entendermos a simetria que envolve a translação temporal. Para descrever um evento, como duas partículas colidindo em um acelerador de partículas, o movimento de um pêndulo ou um simples experimento de queda livre, nós utilizamos um sistema de coordenadas tridimensional para o espaço e também uma coordenada extra para o tempo. O tempo marcado no nosso relógio, juntamente com a posição do sistema no espaço, dado por (x, y, z, t) , nos possibilita descrever tal evento. A translação temporal está relacionada à evolução do universo no tempo. Matematicamente, isso ocorre quando substituímos o tempo t_i por um novo valor $t_i + T$. O que se observa experimentalmente é que todas as leis da Física, e portanto, todas as equações corretas da Física em um determinado contexto, são invariantes sob a operação de simetria de translação temporal.

É por isso que podemos utilizar as leis de movimento de Newton mesmo centenas de anos após sua descoberta. É por isso que cientistas conseguem reproduzir experimentos, mesmo passados dias, meses ou anos após o primeiro ensaio. As evidências experimentais para tal simetria é muito forte. Além das leis da Física parecerem ser constantes no tempo, os parâmetros básicos da Física como a carga elétrica, a massa eletrônica, a constante de Planck, a velocidade da luz, etc., também parecem ser constantes com o passar dos anos. E isso é constatado em escala astronômica, para grandes distâncias e tempos, e observações geológicas em uma precisão em torno de 10^{-8} ao longo de toda idade do universo (DYSON, 1972).

Uma consequência importantíssima da simetria de translação temporal é o *princípio de conservação de energia*. Desistir dos princípios de simetria implicaria em desistir de princípios básicos e fundamentais para a evolução da ciência, como a conservação de energia.

Portanto, as operações de simetria que utilizamos instintivamente em sala de aula, pois geralmente nós não citamos isso para os alunos, são as translações espacial e temporal, que tem como consequência os princípios de *conservação do momento linear* e *conservação de energia*, respectivamente, e a isotropia espacial, que tem como consequência a *conservação do momento angular*. Em resumo, as leis da Física são invariantes sob as translações espacial e temporal e rotações no espaço. Existem inúmeras outras operações de simetria que podem ser exploradas, principalmente na área de cristalografia (NYE, 1985).

A conexão profunda entre uma simetria das leis da Física e a existência de uma lei de conservação correspondente foi dado pela matemática alemã Emmy Noether em 1905, a qual provou o seguinte teorema (HANC; TULEJA; HANCOVA, 2004):

Para toda simetria contínua das leis da Física, deve existir uma lei de conservação. Para toda lei de conservação, deve existir uma simetria contínua.

A partir da consideração de que o universo é homogêneo e isotrópico, ou seja, este é simétrico sob translações e rotações realizadas em nosso sistema de coordenadas, nós introduzimos, na próxima seção, a definição de vetor sob a rotação do sistema de coordenadas. Antes disso, descrevemos a seguir os objetivos e um questionário sugestivo para o desenvolvimento desta atividade em sala de aula.

A.2.1 Objetivos

Nossa sugestão é que a atividade 1 seja desenvolvida em duas aulas de 50 minutos. Para o seu desenvolvimento sugerimos que nestas duas aulas sejam introduzidos os conceitos de universo homogêneo e isotrópico, simetria e que seja abordada a importância destes para o estabelecimento e entendimento das leis da Física. Essa discussão pode também fornecer a fundamentação de como devemos desenvolver os cálculos para a análise de fenômenos físicos em sala de aula. Na sequência, é interessante o professor discutir o conceito de simetria e fornecer alguns exemplos simples de operações de simetria que podem ser observadas no cotidiano dos alunos, sempre tentando estabelecer uma relação entre este conceito e o estudo dos fenômenos da natureza para a descrição dos mesmos através das leis da Física.

Para isso, sugerimos a seguir algumas questões disparadoras durante a explicação dos conceitos para cada aula.

PRIMEIRA AULA:

- O que é um sistema de coordenadas? E um par ordenado? Para que serve o sistema de coordenadas na Física?
- O que é homogeneidade? O que é isotropia? Diante de tais conceitos, o que queremos dizer então com universo homogêneo e isotrópico?
- Por que podemos atribuir o zero de energia ou o zero da posição do sistema em qualquer lugar?
- Por que podemos olhar para o sistema em diferentes ângulos e descrever as mesmas leis físicas?
- Se olharmos o sistema de coordenadas por baixo ou por cima, que é o mesmo que o rotacionarmos, a natureza se comportará de maneira diferente e precisaremos de outras leis físicas para descrever o sistema em estudo? Por quê?

SEGUNDA AULA:

- O que vocês entendem quando dizemos que algo é simétrico?
- Por exemplo, quando dizemos que a arquitetura de uma igreja ou prédio exibem uma simetria espetacular, ou que o rosto de um amigo ou amiga de vocês é simétrico, ou que algum animal na natureza possui uma disposição de cores e formas perfeitamente simétricos, o que nós estamos querendo dizer com isso?
- Diante disso, podemos dizer que é possível identificar operações de simetria na natureza ou no nosso cotidiano?
- E no caso do universo homogêneo e isotrópico, existe algum tipo ou tipos de operações de simetria associadas ao mesmo? Quais?
- Qual a importância do conceito de simetria na Física e para a elaboração das leis da natureza? Onde e como podemos identificar a existência da simetria no dia a dia?

A.2.2 Questionário da Atividade

Para a finalização da atividade sugerimos o questionário a seguir contendo 10 questões dissertativas. Este pode ser respondido digitalmente através dos formulários da Microsoft (*Microsoft Forms*) ou outra plataforma equivalente, como o Google Formulários (*Google Forms*).

1. Descreva, com suas palavras, o que é homogeneidade?
2. Descreva, com suas palavras, o que é isotropia?
3. O que significa dizer que algo é simétrico?
4. O que é simetria?
5. O que são operações de simetria?
6. Descreva, com suas palavras, o que é uma operação de simetria de translação?
7. Descreva, com suas palavras, o que é uma operação de simetria de rotação?
8. O que é um universo homogêneo e isotrópico?
9. Por que podemos colocar o zero do nosso sistema de coordenadas em qualquer lugar quando estamos analisando um sistema físico?
10. Por que podemos olhar para um sistema em diferentes ângulos e descrever as mesmas leis físicas?

A.3 ATIVIDADE 2: ABORDAGEM DO CONCEITO DE SIMETRIA ATRAVÉS DA DEFINIÇÃO DE VETOR

Em Física nós estamos acostumados a lidar com certas quantidades, como a densidade ou a temperatura de um sistema, as quais não estão conectadas de maneira nenhuma com a direção em que as mesmas são medidas. Com as definições usuais destas propriedades, de fato não tem sentido falar em medir a temperatura ou a densidade do sistema em uma direção específica. As quantidades físicas que são não-direcionais, no sentido citado, são chamadas de *escalares*. O valor de uma propriedade escalar é completamente especificado por um número e a unidade de medida correspondente.

Por outro lado, existem quantidades físicas que podem somente ser definidas com relação a direções. Estas são chamadas de *vetores*. Uma força mecânica ou a força de um campo elétrico são exemplos bem conhecidos de vetores. Para especificar completamente uma grandeza física vetorial, como uma força agindo em um ponto, por exemplo, nós precisamos fornecer a sua magnitude e sua direção. Estas podem ser convenientemente representadas por uma seta de comprimento e direção definidos. Para descrevermos a direção e o sentido (positivo ou negativo) desta grandeza é necessário estabelecermos um sistema de coordenadas. Como discutido na aula anterior, usualmente consideramos um universo homogêneo e isotrópico para realizar tal tratamento.

Na Física, os vetores são úteis para representar grandezas de duas formas distintas. Estes podem representar uma única força agindo em um único ponto, como no caso da força gravitacional agindo no centro de massa de um corpo, representar propriedades de um sistema que se estende pelo espaço, como a velocidade de um fluido variando de ponto a ponto em um dado volume e até mesmo representar a deformação do espaço devido a presença de uma carga elétrica ou um dipolo magnético. Estes últimos casos são referidos usualmente como um *campo vetorial*.

Como já discutido, os vetores podem ser representados por uma seta que especifica sua magnitude e direção. Se considerarmos um espaço tridimensional, o vetor posição \vec{r} , por exemplo, pode ser descrito como uma seta que começa na origem (0,0,0) e termina no ponto (x, y, z) . Neste caso, o vetor pode ser descrito por $\vec{r} = (x, y, z)$, ou em termos dos versores $\{\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$, que formam a base do espaço vetorial cartesiano em três dimensões, $\vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}$.

O professor pode introduzir o conceito de vetor da maneira que achar mais adequada. Para as aulas de Física, esta definição é feita usualmente através de uma propriedade, como uma força mecânica ou a velocidade de um objeto, por exemplo. Esta definição é geralmente suficiente para tratar todos os problemas e fenômenos físicos direcionados para o ensino médio.

Para vislumbrarmos o conceito de simetria utilizando vetores é necessário fornecermos uma definição um pouco mais robusta para estas entidades. Neste trabalho derivamos como as componentes de um vetor são transformadas sob a rotação de um sistema de coordenadas em um universo homogêneo e isotrópico. Na verdade, nós sempre usufruímos deste resultado instintivamente quando discutimos Física em uma sala de aula, mas isso não é demonstrado explicitamente para os alunos. Neste caso específico, não há nenhuma região ou direção do espaço privilegiada, ou seja, as propriedades físicas do sistema que estão sendo analisadas não podem depender da nossa escolha ou orientação do sistema de coordenadas. E isso faz todo sentido, pois não existe nenhuma razão para a natureza responder a um estímulo de maneira diferente apenas porque alteramos a maneira de descrever um fenômeno matematicamente através de um sistema de coordenadas ou outro. Ou seja, qualquer previsão física que venha a ser feita durante a análise de um sistema precisa ser independente das nossas convenções matemáticas.

Apesar de já termos fornecido alguma justificativa no parágrafo anterior, o professor ainda pode estar se perguntando: Se a definição usual de vetor é suficiente para os propósitos de ensino de Física em sala de aula, por que discutir sobre uma definição mais robusta? O

conceito de simetria pode ser introduzido apenas com figuras simétricas, como as apresentadas na seção anterior. O que ganhamos com isso? E por que abordar isso em um nível de ensino básico, como o ensino médio?

Com relação as duas primeiras perguntas, o problema reside no fato de que algumas propriedades físicas observadas em diferentes materiais, principalmente meios anisotrópicos, como constantes elásticas, índices de refração, condutividade elétrica, etc., possuem magnitude e direção mas não são vetores. Pelas discussões anteriores, um meio anisotrópico é aquele em que não possui simetria de rotação, ou seja, se rotacionarmos o nosso sistema de coordenadas veremos um sistema diferente, respondendo de maneira diferente a estímulos externos com relação a direção de aplicação dos mesmos. Os cristais são exemplos típicos de meios anisotrópicos. As propriedades de meios como estes são descritas por tensores e neste caso, devemos necessariamente especificar tanto a magnitude quanto a direção em que as propriedades são medidas, uma vez que as direções do meio não são equivalentes. Falaremos um pouco mais sobre tensores no próximo parágrafo. Com relação a terceira pergunta, a introdução deste tema no ensino básico fornece a oportunidade para o professor discutir a Física de uma maneira mais ampla, como no caso das propriedades de materiais, além de fornecer as bases matemáticas da Física, justificando o que fazemos em sala de aula ao equacionarmos um problema e também introduzir conceitos fundamentais para o desenvolvimento da ciência, como o de simetria, de maneira conceitual e operacional.

Com relação aos tensores, podemos pensar nos mesmos como um conceito mais geral para a definição de propriedades físicas, incluindo grandezas escalares, vetoriais e aquelas observadas em meios anisotrópicos, que não são nem escalares e nem vetores. Particularmente, um escalar é um tensor de ordem zero e um vetor é um tensor de primeira ordem ou ordem 1 (ARFKEN; WEBER, 2005; NETO, 2010). A ordem do tensor define o número de componentes do mesmo. Para um espaço tridimensional, com 3 eixos coordenados, uma propriedade escalar é descrita por $3^0 = 1$ componente apenas, ou seja, um único número e uma unidade de medida é suficiente para descrevê-la completamente, como discutido anteriormente. Já um vetor neste espaço, por ser um tensor de ordem 1, é descrito por $3^1 = 3$ componentes, as quais especificarão a direção e o sentido do vetor. Se considerarmos um vetor no espaço bidimensional, teremos $2^1 = 2$ componentes. Vemos então que a ordem n do tensor define o número de componentes NC necessários para especificá-lo em um espaço de D dimensões, ou seja, $NC = D^n$.

Mas existem propriedades que precisam de mais de três componentes no espaço tridimensional para serem especificadas? Sim, como discutido, em meios anisotrópicos em que as direções não são equivalentes precisamos de mais componentes. Para descrevermos uma

propriedade física representada por um tensor de ordem 2, por exemplo, precisamos de $3^2 = 9$ componentes. Exemplos de propriedades como esta são a condutividade térmica, a susceptibilidade elétrica, a permissividade elétrica, a permeabilidade magnética, entre outras.

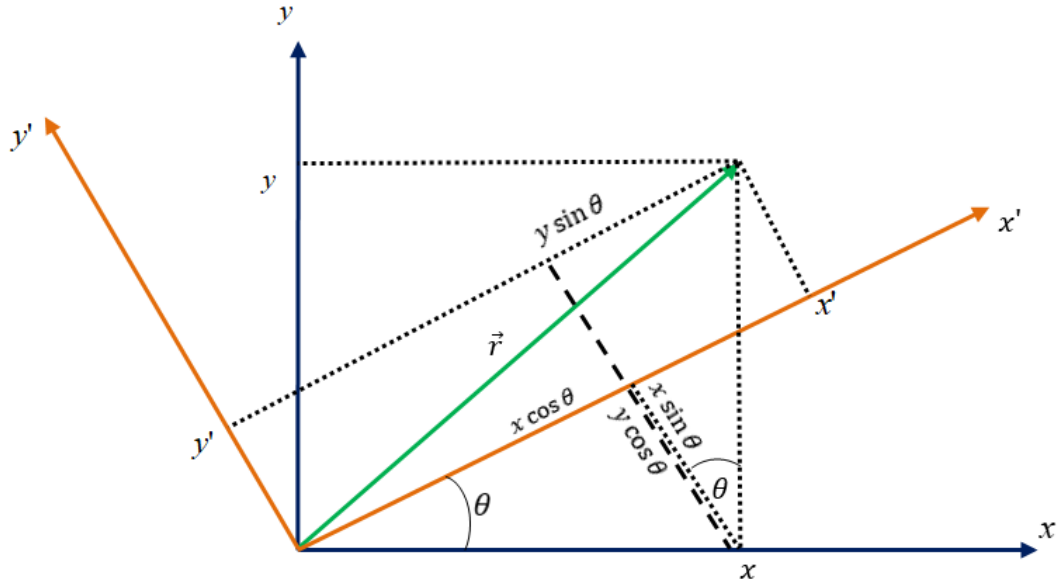
A susceptibilidade elétrica, por exemplo, descreve a resposta do meio à aplicação de um campo elétrico. Um cristal pode ser polarizado em uma direção pela aplicação de um campo elétrico em uma determinada direção, que pode ser a mesma da polarização ou não. Mas a polarização do cristal (meio) pode não existir ou ser medida com intensidade e direção diferentes se a direção do campo elétrico for modificada. Para descrevermos a resposta do meio (polarização) em relação a aplicação de um estímulo externo (campo elétrico) é necessária uma propriedade, dada pela susceptibilidade elétrica, com nove componentes no espaço tridimensional, pois a aplicação de um campo elétrico na direção- x , por exemplo, não implica necessariamente uma polarização nesta mesma direção. Esta pode ser medida nas direções y ou z . Existem propriedades físicas que podem ser representadas por tensores de ordem maior do que dois, como a piezoeletricidade e propriedades elásticas, as quais são descritas por tensores de terceira e quarta ordem, respectivamente (NYE, 1985).

Através de uma definição mais precisa de vetor é possível identificar se uma grandeza física é realmente um vetor, pois esta será independente da direção do sistema de coordenadas. Na verdade, os vetores acabam funcionando como identificadores de meios isotrópicos. O vácuo é um exemplo real de meio isotrópico. Por isso falamos tanto em vetores na Física tratada em sala de aula, pois usualmente os sistemas discutidos são considerados no vácuo. Propriedades como a permissividade elétrica ϵ_0 e a permeabilidade magnética μ_0 do vácuo são consideradas como constantes, ou seja, estas são representadas por tensores de ordem zero (escalares) porque são descritas em um meio isotrópico, em que todas as direções são equivalentes. Se considerarmos a força de Coulomb entre duas cargas situadas no vácuo ou a velocidade da luz no vácuo, por exemplo, estas serão sempre as mesmas independentemente da direção em que as mesmas são medidas.

A.3.1 Rotação do Sistema de Coordenadas

Para trabalharmos o conceito de vetor de maneira mais precisa, vamos considerar um vetor \vec{r} em duas dimensões, por simplicidade, representando uma propriedade física qualquer em um meio isotrópico através de dois sistemas de coordenadas diferentes, um rotacionado S' em relação a outro S , como ilustrado na figura A.2.

Figura A.2 – Sistema de coordenadas $S' = \{x', y'\}$ rotacionado por um ângulo θ em relação ao sistema de coordenadas $S = \{x, y\}$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Note que é considerada a rotação dos eixos coordenados de $S = \{x, y\}$ no sentido anti-horário por um ângulo θ , mantendo o vetor \vec{r} fixo, de maneira que a relação das coordenadas do sistema $S' = \{x', y'\}$ podem ser escritas em função das coordenadas de S da seguinte forma:

$$x' = x \cos(\theta) + y \sin(\theta) \tag{A.1a}$$

$$y' = -x \sin(\theta) + y \cos(\theta) \tag{A.1b}$$

Note que o vetor \vec{r} no nosso sistema de referência cartesiano começa na origem. Pela invariância translacional, discutida anteriormente, poderíamos representar o início do vetor em qualquer ponto do sistema sem afetar a geometria do mesmo. O interessante de considerar o vetor na origem é que o mesmo irá terminar no ponto (x, y) . Logo, podemos nos referir ao vetor através de \vec{r} ou de suas componentes (x, y) . Conseqüentemente, pelas equações (A.1), as componentes de um vetor, sob a rotação do sistema de coordenadas, precisam se transformar como as coordenadas de um ponto.

Isso significa que qualquer vetor $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$ precisa transformar suas componentes, sob a rotação do sistema de coordenadas, como:

$$A'_x = A_x \cos(\theta) + A_y \sin(\theta) \tag{A.2a}$$

$$A'_y = -A_x \sin(\theta) + A_y \cos(\theta) \tag{A.2b}$$

A primeira informação sobre vetores que os alunos recebem é que estes são grandezas com módulo, direção e sentido. Mas vimos anteriormente que nem tudo que possui tais propriedades são vetores. Podemos caracterizar um vetor de maneira mais precisa olhando apenas para as suas componentes. Dizemos que as componentes A_x e A_y constituem um vetor \vec{A} se estas se transformarem conforme as equações (A.2) sob a rotação do sistema de coordenadas. Ou seja, se A_x e A_y não apresentam esta forma invariante, quando o sistema de coordenadas é rotacionado, estes não formam um vetor.

As componentes de \vec{A} em um sistema de coordenadas particular é a representação de \vec{A} naquele sistema de coordenadas. As relações de transformação, dadas pelas equações (A.2), são uma garantia de que uma propriedade física representada por \vec{A} seja independente da rotação do sistema de coordenadas, pois estamos considerando um universo isotrópico, ou seja, simétrico com relação a operação de rotação.

As componentes de um campo vetorial A_x e A_y , satisfazendo as equações (A.2), associam uma magnitude A e uma direção com cada ponto do espaço. A magnitude é uma quantidade escalar, que é invariante sob a rotação do sistema de coordenadas. A direção relacionada a S , da mesma forma é invariante sob a rotação do sistema de coordenadas. Vemos com isso que, apesar das componentes de um vetor poderem variar com a rotação do sistema de coordenadas S , como mostrado nas equações (A.2), as componentes transformadas A'_x e A'_y , relativas a S' , definem um vetor com a mesma magnitude e a mesma direção do vetor definido pelas componentes A_x e A_y em relação a S .

Com esta abordagem é possível descrever precisamente o conceito de simetria apresentado na seção A.2:

Simetria é uma invariância de um objeto ou sistema sob um conjunto de mudanças, usualmente chamados de transformações ou operações.

O objeto neste caso é um vetor, que pode representar uma propriedade física do sistema em estudo, e a operação realizada é a rotação do sistema de coordenadas, de maneira que, uma propriedade física se mantém a mesma, ou seja, é invariante, sob a rotação do sistema de coordenadas em um espaço isotrópico.

A caracterização de vetor de maneira mais precisa, em termos de como suas componentes são transformadas sob uma rotação do sistema de coordenadas é mais útil e apropriada para a descrição do mundo físico, pois é possível mostrar que as equações vetoriais são independentes de qualquer sistema de coordenadas particular. É importante que isso seja discutido e mostrado para os alunos porque para obtermos resultados analíticos nós precisamos necessariamente expressar a equação através de um sistema de coordenadas específico.

Na próxima atividade mostramos a invariância de uma propriedade física através do exemplo conhecido de um bloco deslizando sobre um plano inclinado. Nós calculamos a aceleração do bloco a utilizando os mesmos sistemas de coordenadas S e S' usados para a descrição de vetor de forma mais precisa, demonstrando matematicamente que $\vec{a} = \vec{a}'$, como consequência da simetria do espaço.

A.3.1 Objetivos

Nossa proposta é que a atividade 2 seja desenvolvida em 4 aulas de 50 minutos. Nestas aulas sugerimos que sejam discutidos e apresentados os conceitos de grandezas físicas escalares (temperatura, tempo, energia, etc.) e vetoriais (velocidade, aceleração, força, etc.), a equação vetorial dada pela segunda lei de Newton e a definição mais precisa de vetor através da rotação do sistema de coordenadas. Para este último procedimento é importante que os alunos tenham alguma noção sobre espaço vetorial para a realização de operações vetoriais, como adição, subtração, multiplicação por escalar e também noções de trigonometria para a realização de projeção de vetores. Caso os alunos ainda não tenha visto estes tópicos, recomendamos o livro texto destinado a unidade de ensino em que a proposta foi aplicada, “Física 1: mecânica”, de autoria de Ricardo Helou Doca, Gualter José Biscuola e Newton Vilas Bôas, veja o capítulo 4 intitulado “Vetores e Cinemática Vetorial” (DOCA; BISCUOLA; BÔAS, 2016).

Nesta atividade utilizamos sempre que possível os simuladores da plataforma *PhET* para representação de vetores, versores, projeção de vetores e operações vetoriais. Na figura A.3 apresentamos um exemplo de simulação que pode ser conduzido para as operações de adição e subtração de vetores. A segunda aula foi dedicada para a apresentação e utilização dos simuladores *PhET*.

As questões disparadoras de cada aula são sugeridas e descritas abaixo.

PRIMEIRA AULA:

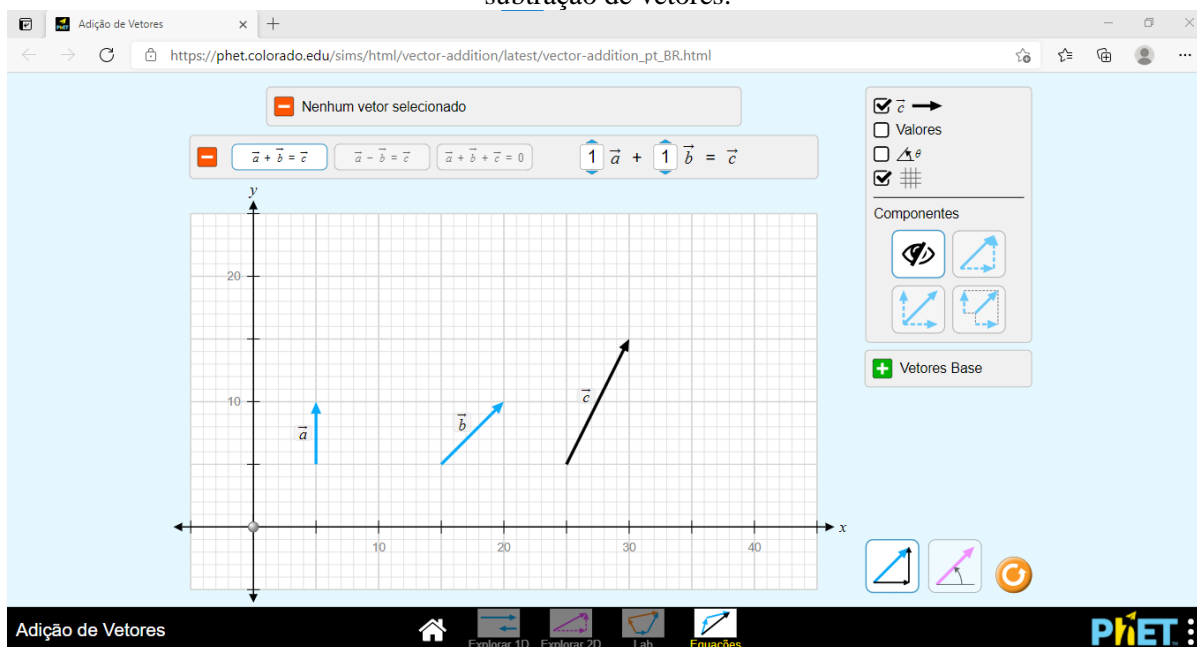
- O que é um escalar?
- O que é um vetor?
- O que um escalar representa na matemática e na descrição de um vetor?
- O que é um versor?

SEGUNDA AULA:

- O que é uma simulação?
- O que é uma simulação computacional?
- Você já utilizou uma plataforma de simulação interativa para realizar simulações de fenômenos da natureza? Especifique.
- Você conhece a plataforma de simulações interativas *PhET*? Você já fez alguma simulação nesta plataforma? Qual?

- Na sua opinião, as aulas de Física deveriam ser complementadas com simulações interativas, como as da plataforma *PhET*? Por quê?

Figura A.3 – Layout da página da web da plataforma *PhET* para simular as operações de adição e subtração de vetores.



Fonte: PhET, disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html. Acesso dia: 16 jul. 2021.

TERCEIRA AULA:

- O que é uma grandeza?
- O que é uma grandeza física?
- Diante das definições de escalar e vetor o que são grandezas escalares e vetoriais?
- A força é uma grandeza escalar ou vetorial? Por quê?
- O que é aceleração? Existe alguma relação entre aceleração e velocidade? A velocidade é uma grandeza vetorial?
- Quando um motorista pisa no acelerador do carro, o que acontece? E quando ele tira o pé do acelerador? A aceleração é uma grandeza vetorial? Por quê?
- O que é necessário para que um bloco ou um objeto comece a se movimentar? O que é preciso saber para determinar a intensidade da força necessária para movimentar um corpo?

QUARTA AULA:

- Como podemos definir vetor de maneira mais precisa?
- Por que estudar uma definição mais precisa de vetor na Física ensinada no ensino médio?

- Qual a implicação dos conceitos de universo homogêneo e isotrópico na definição de vetor?
- Todas as grandezas que possuem magnitude, direção e sentido podem ser definidas como grandezas vetoriais?
- Em que condições uma grandeza que, apresenta as mesmas características de uma grandeza vetorial, não pode ser considerada um vetor?

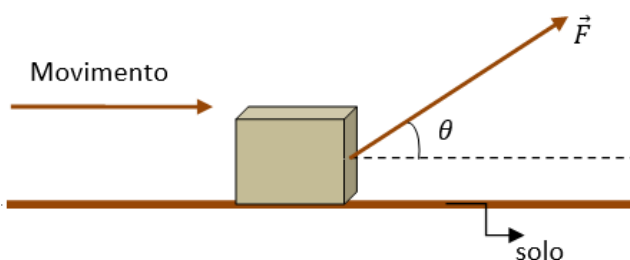
A seguir apresentamos um questionário sugestivo para a atividade, com o intuito de preparar os alunos para a demonstração da invariância de uma propriedade física vetorial, dada pela aceleração de um bloco deslizando em um plano inclinado, no espaço isotrópico a partir do conceito mais preciso de vetor descrito pelas equações (A.2).

A.3.2 Questionário da Atividade

1. Num plano- xy , temos dois vetores \vec{a} e \vec{b} com origens coincidentes, formando um ângulo θ entre si. Se os módulos de \vec{a} e \vec{b} são, respectivamente, iguais a 3 e 4, determine o módulo do vetor soma em cada um dos seguintes casos:

- a) $\theta = 0^\circ$ b) $\theta = 90^\circ$ c) $\theta = 180^\circ$ d) $\theta = 60^\circ$ e) $\theta = 30^\circ$

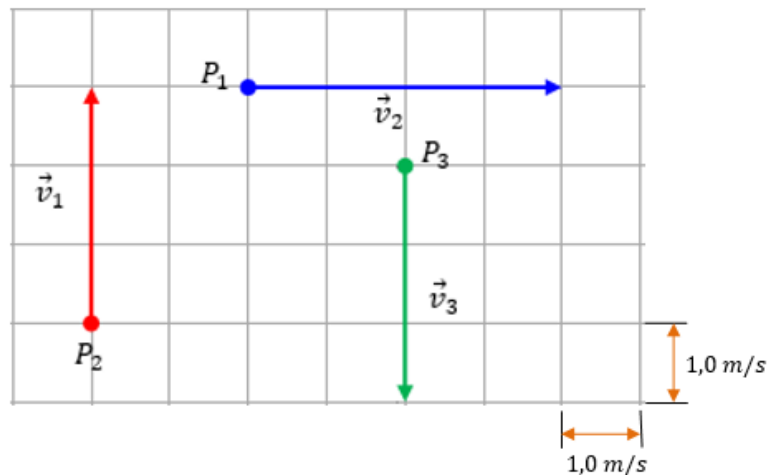
2. Considere um bloco de massa $m = 6,0 \text{ kg}$ se deslocando na direção horizontal. Este sofre a ação de uma força \vec{F} , cuja intensidade é $F = 80 \text{ N}$, conforme mostrado na figura.



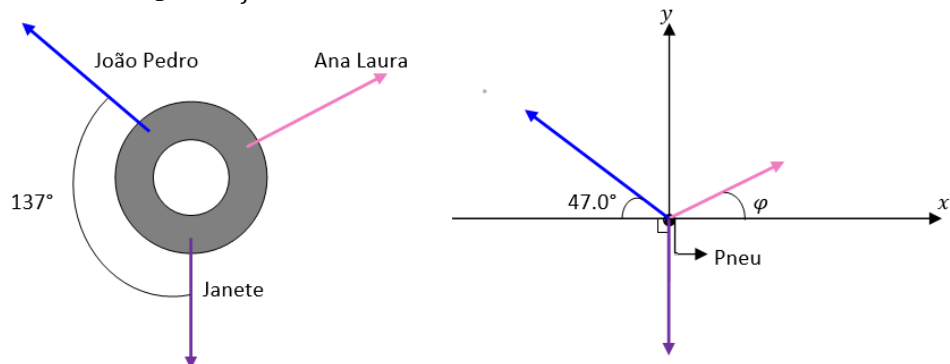
O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o solo é $\mu_d = 0,40$. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\text{sen}(\theta) = 0,60$, $\text{cos}(\theta) = 0,80$ e obtenha a aceleração do bloco.

3. As velocidades vetoriais \vec{v}_1 , \vec{v}_2 e \vec{v}_3 de uma partícula nos instantes $t_1 = 0$, $t_2 = 2\text{s}$ e $t_3 = 5\text{s}$, respectivamente, estão representadas na figura. Determine o módulo da aceleração (vetor resultante) nos seguintes intervalos de tempo:

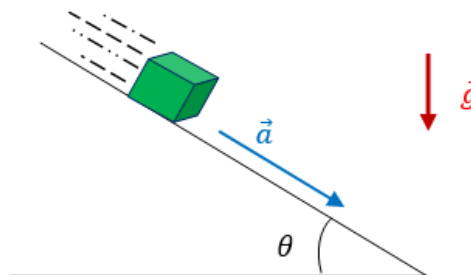
- a) de t_1 a t_2 ;
 b) de t_1 a t_3 .



4. Em uma brincadeira de cabo de guerra, João Pedro, Janete e Ana Laura puxam um pneu de automóvel na direção horizontal, segundo os ângulos indicados na figura, que é mostrada com uma vista superior. Apesar da ação das três forças o pneu permanece imóvel. João Pedro puxa o pneu aplicando sobre ele uma força \vec{F}_{JP} , de intensidade 200 N, e Ana Laura puxa o pneu aplicando sobre o mesmo uma força \vec{F}_{AL} de intensidade 150 N. Encontre a intensidade da força que Janete aplica sobre o pneu \vec{F}_J .



5. Um bloco de massa $m = 5,0 \text{ kg}$ é abandonado do topo de um plano inclinado como indicado na figura. O bloco desce em movimento acelerado com aceleração de módulo $|\vec{a}|$. O ângulo formado pela inclinação do plano em relação a horizontal é dado por $\theta = 30^\circ$ e o módulo da aceleração da gravidade é $g = 10 \text{ m/s}^2$.

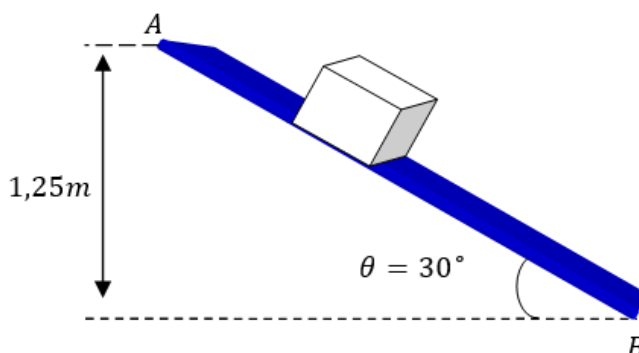


Desprezando o atrito entre o bloco e a superfície e a resistência do ar sobre o bloco:

a) encontre o módulo da aceleração \vec{a} .

b) esboce o gráfico do módulo de \vec{a} em função do ângulo θ e o gráfico do módulo de \vec{a} em função da massa m .

6. Um corpo de massa m igual a 40,0 kg parte do repouso do ponto A no topo do escorregador indicado na figura. Este desce livre da ação de atritos e da resistência do ar.



Considerando a intensidade da aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, encontre:

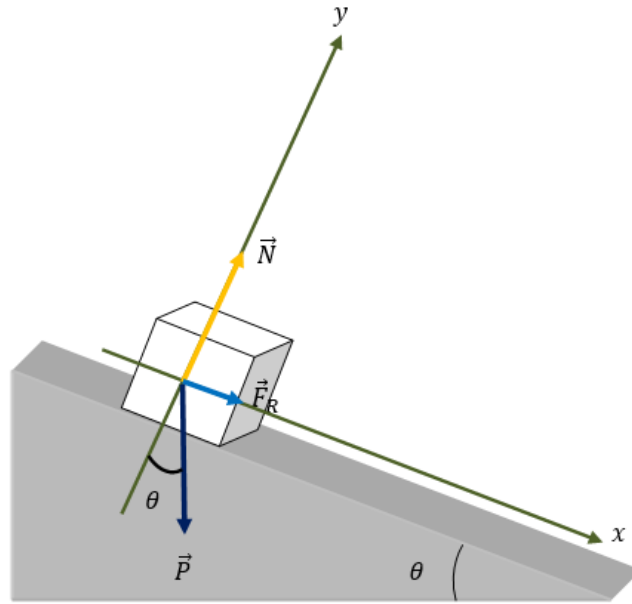
- o módulo da aceleração adquirida pelo corpo e descreva se o valor encontrado depende ou não de sua massa;
- o intervalo de tempo gasto pelo corpo para realizar o percurso de A até B ;
- a velocidade com que o corpo chega ao ponto B .

A.4 ATIVIDADE 3: DEMONSTRAÇÃO DA INVARIÂNCIA DE UMA PROPRIEDADE FÍSICA VETORIAL NO ESPAÇO ISOTRÓPICO

Nesta atividade demonstramos a invariância de uma propriedade física vetorial no espaço isotrópico através de cálculos usualmente desenvolvidos no ensino médio, como soma e subtração de vetores, projeção de vetores, versores, teorema de Pitágoras e relações trigonométricas e em seguida esta demonstração é feita utilizando-se o conceito mais preciso de vetor relacionado à transformação de suas componentes sob a rotação do sistema de coordenadas.

Para isso consideramos um bloco de massa m , deslizando sem atrito sobre um plano inclinado por um ângulo θ , conforme ilustração apresentada na figura A.4. As forças que atuam no bloco são a força peso \vec{P} e a força normal \vec{N} , exercida pela superfície do plano. A força resultante é denotada por $\vec{F}_R = \vec{P} + \vec{N}$. A propriedade a ser determinada é a aceleração do bloco.

Figura A.4 – Diagrama das forças atuantes em um bloco de massa m sobre o plano inclinado considerando o sistema de coordenadas $S = \{x, y\}$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O primeiro passo é determinar a orientação do movimento do bloco de acordo com o sistema de coordenadas escolhido. Como o meio considerado é isotrópico podemos fazer isso de maneira arbitrária. Vamos considerar inicialmente o eixo- x ao longo da superfície do plano inclinado, com o sentido positivo na direção do movimento do bloco, que desliza para baixo sob a ação da gravidade, como mostrado na figura A.4.

Para determinarmos a aceleração do bloco \vec{a} é conveniente expressarmos a força resultante no bloco nas direções x e y , ou seja, $\vec{F}_R = \vec{F}_{Rx} + \vec{F}_{Ry}$. Como estamos considerando o eixo- x na direção do movimento do mesmo, obtemos imediatamente que $\vec{F}_R = \vec{F}_{Rx}$, ou seja, $\vec{F}_{Ry} = 0$.

Uma vez que a força normal está na direção do eixo- y , a força resultante na direção- x é dada apenas pela componente da força peso nesta mesma direção, ou seja,

$$\vec{F}_{Rx} = \vec{P}_x = m\vec{a}_x, \quad (A.3)$$

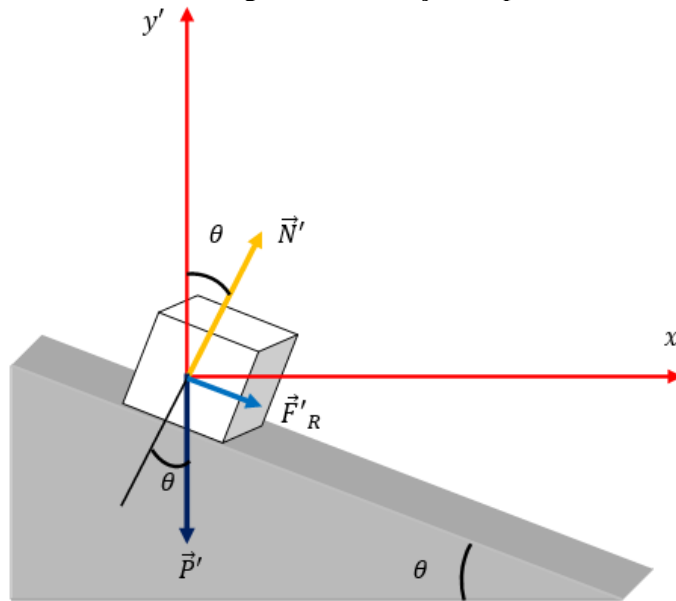
sendo $\vec{P}_x = mg \operatorname{sen}(\theta)\hat{i}$, de maneira que:

$$\vec{a} = \vec{a}_x = g \operatorname{sen}(\theta)\hat{i}, \quad (A.4)$$

cujos módulos são dados por $|\vec{a}| = a = g \operatorname{sen}(\theta)$.

Vamos considerar agora o sistema de coordenadas $S' = \{x', y'\}$, como mostrado na figura A.5.

Figura A.5 – Sistema de coordenadas $S' = \{x', y'\}$ utilizado para o cálculo da aceleração \vec{a}' do bloco. Note que o sistema S' pode ser identificado como o sistema S rotacionado por um ângulo θ , que é o mesmo ângulo de inclinação do plano.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste caso nenhum dos eixos coordenados estão na direção do movimento do bloco, o eixo- x é paralelo à base do plano inclinado e o eixo- y perpendicular à mesma. Como estamos trabalhando em um meio isotrópico devemos obter, necessariamente, $\vec{a}' = \vec{a}$, independentemente da orientação do eixo de coordenadas. Para mostrar isso vamos considerar o cálculo de \vec{a}' através de relações trigonométricas e em seguida utilizando o conceito mais preciso de vetor, descrito pelas transformações (A.2). Nos cálculos que seguem, assim como na figura A.5, utilizamos o apóstrofo nos vetores \vec{N}' , \vec{P}' e \vec{F}'_R , apenas para diferenciar dos cálculos anteriores no referencial S , pois estes são os mesmos vetores, uma vez que são mantidos fixos em ambos os referenciais considerados.

Vamos proceder de maneira semelhante ao que fizemos para o sistema de coordenadas S , decompondo a força resultante nas componentes x' e y' , ou seja, $\vec{F}'_R = \vec{F}'_{Rx'} + \vec{F}'_{Ry'}$. Analisando a figura A.5 tem-se que $\vec{F}'_{Rx'} = \vec{N}'_{x'}$ e $\vec{F}'_{Ry'} = \vec{P}' + \vec{N}'_{y'}$, cujos módulos são dados por $F_{Rx'} = N_{x'}$ e $F_{Ry'} = N_{y'} - P'$, respectivamente.

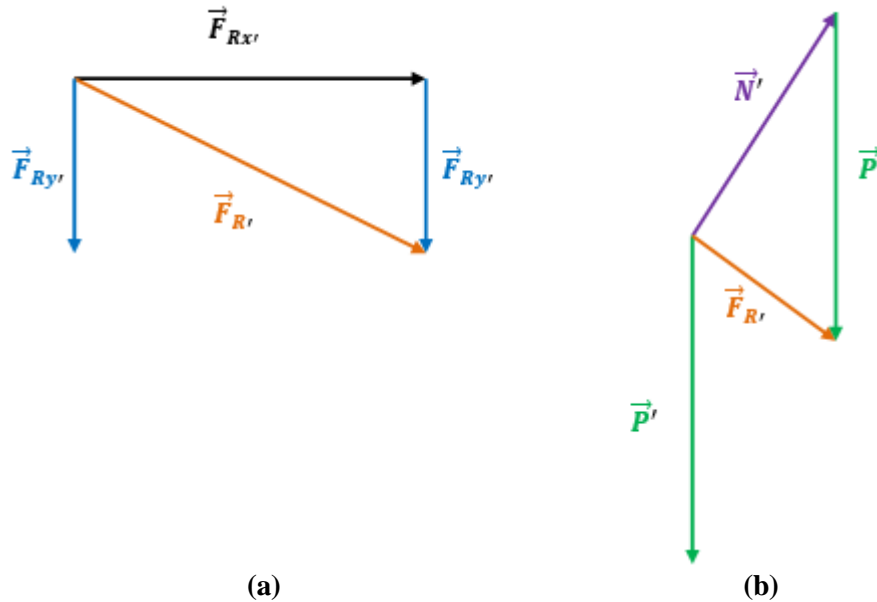
Fazendo a projeção da força normal tem-se que $\vec{N}'_{x'} = N' \text{sen}(\theta) \hat{i}'$ e $\vec{N}'_{y'} = N' \text{cos}(\theta) \hat{j}'$, de maneira que a força resultante pode ser escrita como:

$$\vec{F}'_R = N' \text{sen}(\theta) \hat{i}' + [N' \text{cos}(\theta) - mg] \hat{j}', \quad (\text{A.5})$$

em que utilizamos $P' = mg$.

Pela equação (A.5) vemos que para determinar a força resultante em S' , e consequentemente a aceleração \vec{a}' , precisamos determinar o módulo da força normal N' . Como $\vec{a}_{x'}$ e $\vec{a}_{y'}$ são diferentes de zero neste referencial é necessário explorar o conceito de módulo de um vetor $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ para obtenção de N' . Caso os alunos não tenham familiaridade com este conceito, o professor pode explorar o teorema de Pitágoras com os vetores representados na figura A.5, pois o conceito é o mesmo. Nota-se que tanto a força resultante com suas componentes quanto os vetores \vec{N}' , \vec{P}' e $\vec{F}_{R'}$ formam triângulos retângulos, como mostrado na figura A.6 (a) e (b), respectivamente.

Figura A.6 – (a) Triângulo retângulo formado pelo vetor força resultante com suas componentes e (b) triângulo retângulo formado pelos vetores \vec{N}' , \vec{P}' e $\vec{F}_{R'}$, de acordo com a figura 3.5. Estes podem ser utilizados para calcular a magnitude N' do vetor força normal através do teorema de Pitágoras.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Pelo triângulo retângulo apresentado na figura A.6 (a) podemos escrever,

$$F_{R'}^2 = F_{Rx'}^2 + F_{Ry'}^2. \tag{A.6}$$

Substituindo as componentes de $\vec{F}_{R'}$, equação (A.5), na equação (A.6) obtém-se:

$$\begin{aligned} F_{R'}^2 &= [N' \text{sen}(\theta)]^2 + [N' \text{cos}(\theta) - mg]^2 \\ F_{R'}^2 &= N'^2 [\text{sen}^2(\theta) + \text{cos}^2(\theta)] + P'^2 - 2P'N' \text{cos}(\theta) \\ \therefore F_{R'}^2 &= N'^2 + P'^2 - 2P'N' \text{cos}(\theta), \end{aligned} \tag{A.7}$$

em que utilizamos a relação fundamental $\text{sen}^2(\theta) + \text{cos}^2(\theta) = 1$.

Considerando agora o triângulo retângulo da figura A.6 (b) tem-se:

$$P'^2 = N'^2 + F_{R'}^2,$$

$$\therefore F_{R'}^2 = N'^2 - P'^2. \quad (\text{A.8})$$

Substituindo a equação (A.7) em (A.8) e sendo $P = mg$ pode-se mostrar facilmente que,

$$2N'[N' - mg \cos(\theta)] = 0. \quad (\text{A.9})$$

A equação (A.9) admite duas soluções físicas. Para $N' = 0$, a superfície não exerce nenhuma força sobre o bloco, ou seja, não há contato entre os dois. Esta não é a situação física que estamos considerando, pois o bloco desliza sobre o plano. Dessa forma, a solução que nos interessa é dada por $N' - mg \cos(\theta) = 0$, o que nos fornece para o módulo da força normal:

$$N' = mg \cos(\theta). \quad (\text{A.10})$$

No referencial S podemos obter este resultado imediatamente. Como $\vec{F}_{Ry} = 0$, tem-se que $\vec{N} + \vec{P}_y = 0$, ou em módulo $N - mg \cos(\theta) = 0$, o que fornece $N = mg \cos(\theta)$, e portanto, $N = N'$, como esperado.

Substituindo o resultado (A.10) na equação (A.5) tem-se,

$$\begin{aligned} \vec{F}_{R'} &= m\vec{a}' = mg \cos(\theta) \text{sen}(\theta) \hat{i}' + [mg \cos^2(\theta) - mg] \hat{j}', \\ \vec{F}_{R'} &= m\vec{a}' = mg \cos(\theta) \text{sen}(\theta) \hat{i}' - mg \text{sen}^2(\theta) \hat{j}', \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

em que utilizamos a relação $\text{sen}^2(\theta) = 1 - \cos^2(\theta)$ na componente \hat{j}' .

Logo, a aceleração do bloco no referencial S' pode ser escrita como:

$$\vec{a}' = g \text{sen}(\theta) [\cos(\theta) \hat{i}' - \text{sen}(\theta) \hat{j}']. \quad (\text{A.12})$$

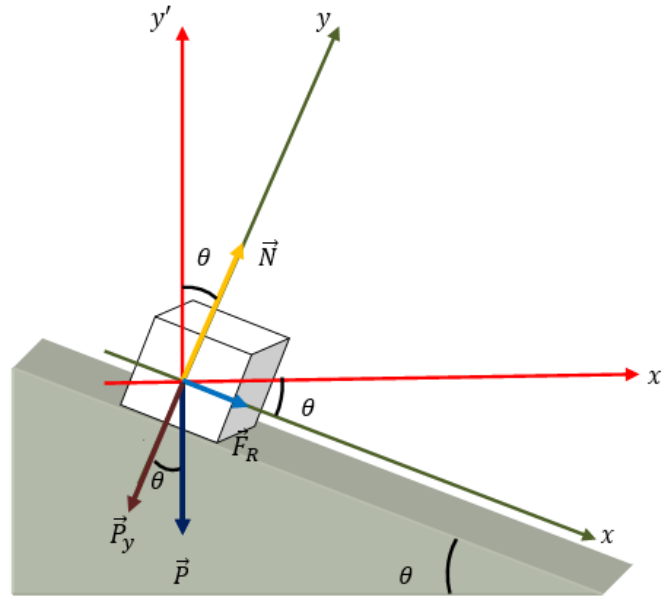
Para mostrarmos que $\vec{a}' = \vec{a}$ precisamos mostrar que a magnitude das acelerações obtidas nos dois referenciais são as mesmas $|\vec{a}'| = |\vec{a}|$ e que a direção de \vec{a}' , dada por (A.12), é compatível com a direção de \vec{a} , dada por (A.4). Já obtemos anteriormente que $|\vec{a}| = g \text{sen}(\theta)$. Pela definição de módulo de um vetor ou considerando o triângulo retângulo dado por $\vec{a}' = \vec{a}_{x'} \hat{i}' + \vec{a}_{y'} \hat{j}'$, o módulo da aceleração do bloco no referencial S' pode ser obtido através da equação (A.12), ou seja,

$$\begin{aligned} |\vec{a}'| &= \sqrt{g^2 \text{sen}^2(\theta) [\cos^2(\theta) + \text{sen}^2(\theta)]}, \\ |\vec{a}'| &= g \text{sen}(\theta), \\ \therefore |\vec{a}'| &= |\vec{a}|. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Agora, precisamos verificar que a direção da aceleração do bloco no referencial S , dada por \hat{i} , é compatível com a direção da mesma no referencial S' , dada por $\cos(\theta) \hat{i}' - \text{sen}(\theta) \hat{j}'$.

Para checar este resultado vamos escrever os versores \hat{i}' e \hat{j}' do referencial S' em função dos versores \hat{i} e \hat{j} do referencial S utilizando a figura A.7.

Figura A.7 – Representação dos dois sistemas de coordenadas $S = \{x, y\}$ e $S' = \{x', y'\}$ no problema proposto para descrevermos os versores de S' em função dos versores de S para verificar se a direção da aceleração do bloco obtida em ambos os sistemas são compatíveis.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tomando então a projeção dos versores de S' na direção dos versores de S tem-se:

$$\hat{i}' = |\hat{i}'| \cos(\theta) \hat{i} + |\hat{i}'| \sin(\theta) \hat{j}, \quad (A.14a)$$

$$\hat{j}' = -|\hat{j}'| \sin(\theta) \hat{i} + |\hat{j}'| \cos(\theta) \hat{j}. \quad (A.14b)$$

Multiplicando a equação (3.14a) por $\cos(\theta)$ e a equação (3.14b) por $-\sin(\theta)$,

$$\cos(\theta) \hat{i}' = \cos^2(\theta) \hat{i} + \cos(\theta) \sin(\theta) \hat{j}, \quad (A.15a)$$

$$-\sin(\theta) \hat{j}' = \sin^2(\theta) \hat{i} - \sin(\theta) \cos(\theta) \hat{j}, \quad (A.15b)$$

uma vez que o módulo de um versor é igual a 1. Somando as equações (A.15a) e (A.15b) obtemos finalmente:

$$\hat{i} = \cos(\theta) \hat{i}' - \sin(\theta) \hat{j}'. \quad (A.16)$$

A equação (A.16) mostra, portanto, que a direção da aceleração no referencial S é compatível com a direção da aceleração no referencial S' , ficando demonstrado definitivamente que $\vec{a}' = \vec{a}$, como esperado, uma vez que estamos trabalhando em um espaço simétrico em que todas as direções são equivalentes, ou seja, isotrópico.

Vamos mostrar agora que todo o desenvolvimento feito para obtenção de \vec{a}' pode ser significativamente simplificado através do uso do conceito mais preciso de vetor dado pelas transformações (A.2). Para isso basta o professor mostrar geometricamente para os alunos que o referencial S' é o referencial S rotacionado no sentido anti-horário por um ângulo θ , dado pelo ângulo de inclinação do plano sobre o qual o bloco desliza sob o efeito da gravidade.

Considerando então $\vec{A}' = \vec{a}'$ e $\vec{A} = \vec{a}$ nas equações (A.2), podemos escrever as componentes da aceleração do bloco no referencial S' em função das mesmas no referencial S como,

$$a'_x = a_x \cos(\theta) + a_y \sin(\theta), \quad (\text{A.17a})$$

$$a'_y = -a_x \sin(\theta) + a_y \cos(\theta). \quad (\text{A.17b})$$

Sendo $a_x = g \sin(\theta)$ e $a_y = 0$, obtemos:

$$a'_x = g \sin(\theta) \cos(\theta),$$

$$a'_y = -g \sin^2(\theta),$$

$$\therefore \vec{a}' = g \sin(\theta) \cos(\theta) \hat{i}' - g \sin^2(\theta) \hat{j}', \quad (\text{A.18})$$

ou equivalentemente $\vec{a}' = g \sin(\theta) [\cos(\theta) \hat{i}' - \sin(\theta) \hat{j}']$ em concordância com a equação (A.12).

Para verificar a compatibilidade da direção de \vec{a}' com a direção de \vec{a} também podemos utilizar o conceito mais preciso de vetor. Uma vez que os versores são os vetores geradores de qualquer vetor de um espaço vetorial, eles fornecerão a direção de cada componente do vetor correspondente. Dessa forma, podemos substituir as componentes A'_x e A'_y nas equações (A.2) pelos versores \hat{i}' e \hat{j}' , respectivamente. Procedendo da mesma forma para as componentes no sistema S , tem-se:

$$\hat{i}' = \hat{i} \cos(\theta) + \hat{j} \sin(\theta), \quad (\text{A.19a})$$

$$\hat{j}' = -\hat{i} \sin(\theta) + \hat{j} \cos(\theta), \quad (\text{A.19b})$$

que são exatamente as mesmas equações (A.14) obtidas anteriormente. Fazendo as mesmas manipulações desenvolvidas em (A.15) obtemos a equação (A.16) que mostra que $\vec{a}' = \vec{a}$.

Após o desenvolvimento dos cálculos o professor pode retomar o conceito de simetria descrito anteriormente, “*simetria é uma invariância de um objeto ou sistema sob um conjunto de mudanças, usualmente chamados de transformações ou operações*”, e discutir a invariância da propriedade física calculada, dada pela aceleração do bloco, devido a rotação do sistema de coordenadas S por um ângulo igual ao ângulo de inclinação do plano. Com este procedimento, o conceito de simetria pode ser apresentado e discutido conceitualmente e operacionalmente.

Os resultados mostram que o conceito mais preciso de vetor, além de fornecer uma oportunidade para o professor introduzir conceitos fundamentais para o desenvolvimento da ciência, como o de simetria, é também um método mais simples e direto para desenvolver os cálculos propostos. A apresentação de transformações de coordenadas de um vetor entre dois sistemas de coordenadas já nos primeiros anos do ensino básico, pode funcionar como um subsunçor para introduzir o princípio da relatividade de Newton e de Einstein, por exemplo,

com as transformações de Galileu e de Lorentz, respectivamente. Isso pode facilitar significativamente a introdução de tópicos da Física como a relatividade restrita e as limitações da mecânica newtoniana no regime de altas energias.

A.4.1 Objetivos

Nosso objetivo nesta atividade foi aplicar o conceito mais preciso de vetor em duas aulas de 50 minutos. Na primeira aula discutimos o assunto através de questões disparadoras e na segunda aula apresentamos aos alunos de maneira demonstrativa como a aceleração de um bloco deslizando, sem atrito, sobre um plano inclinado pode ser obtida utilizando um sistema de coordenadas $S = \{x, y\}$ e o sistema de coordenadas rotacionado $S' = \{x', y'\}$ em relação a S . Os cálculos foram desenvolvidos de maneira convencional e em seguida utilizando o conceito mais preciso de vetor, como discutido na seção anterior. Finalizamos a atividade discutindo a importância da matemática para o desenvolvimento da Física. As questões disparadoras para esta atividade são apresentadas a seguir.

PRIMEIRA AULA:

- O que é um plano inclinado?
- Qual a importância histórica do plano inclinado para a Física?
- Você, no seu dia a dia, já se deparou com um plano inclinado? Em que situação?
- Você já utilizou um plano inclinado para erguer algum objeto pesado?
- As forças exercidas sobre um corpo ao ser erguido na vertical têm a mesma intensidade que a força exercida para erguer o objeto utilizando um plano inclinado? Por quê?
- Como podemos descrever o sistema de coordenadas e o diagrama de forças de um objeto deslizando sobre um plano inclinado?

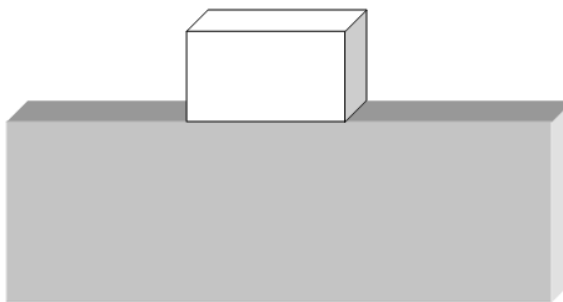
SEGUNDA AULA:

- Aplicação do conceito mais preciso de vetor em um sistema composto por um bloco de massa m deslizando sem atrito em um plano inclinado sob o efeito da gravidade.
- Diante do exposto, você acha que a matemática é importante para aprender Física? Por quê?

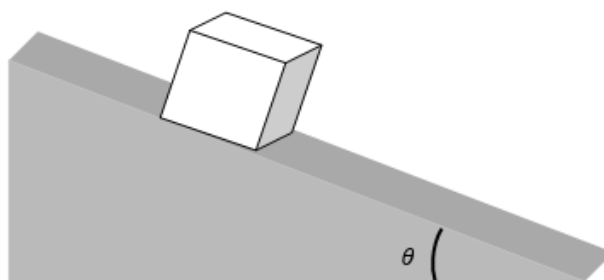
A.4.2 Questionário da Atividade

Nesta atividade o professor pode solicitar aos alunos que refaçam os cálculos apresentados durante a aula demonstrativa. Caso o professor não queira desenvolver os cálculos de maneira demonstrativa, a sequência de questões a seguir pode auxiliar os alunos no tratamento do sistema mais complexo, em que são considerados os sistemas de coordenadas S e S' para o cálculo da aceleração do bloco, uma vez que a proposta é introduzida passo a passo em cada exercício.

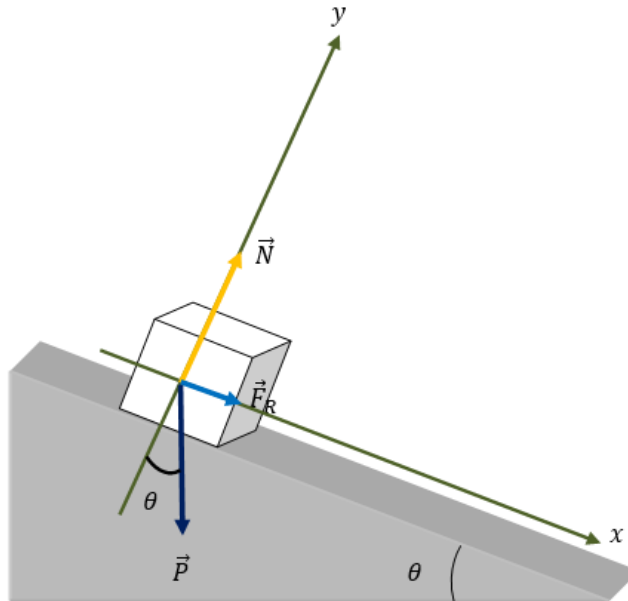
1.a) Seja um bloco de massa m em repouso sobre um plano horizontal. As forças que agem no mesmo são a normal \vec{N} e a peso \vec{P} . Estabeleça um sistema de coordenadas e descreva o diagrama de forças desse sistema físico.



b) Vamos supor agora que o plano seja inclinado por um ângulo θ em relação a horizontal de maneira que o bloco começa a deslizar sem atrito sob o efeito da gravidade. Estabeleça um sistema de coordenadas e faça o diagrama das forças atuantes no bloco nesta situação, representando a força resultante $\vec{F}_R = \vec{N} + \vec{P}$.



2. Considere o sistema de coordenadas $S = \{x, y\}$ representado na figura, realize a decomposição das forças que atuam sobre o bloco e determine a aceleração do bloco nesta situação.



3. Ao considerar um segundo sistema de coordenadas $S' = \{x', y'\}$, como o mostrado na figura abaixo, nota-se que este pode ser obtido pela rotação do sistema $S = \{x, y\}$ por um ângulo θ , que é o mesmo ângulo de inclinação do plano. Diante desta observação, utilize o conceito mais preciso de vetor e determine a aceleração do bloco no sistema S' . O que podemos concluir com os resultados obtidos nos exercícios 2 e 3?

