



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS-UFSCar**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS**  
**EXATAS**

**EZEQUIEL RIBEIRO ROCHA**

**DIFERENTES SONS E TONS EM AULAS DE MATEMÁTICA: UM**  
**ESTUDO SOBRE FRAÇÕES**

**SOROCABA-SP**

**2022**

**EZEQUIEL RIBEIRO ROCHA**

**DIFERENTES SONS E TONS EM AULAS DE MATEMÁTICA: UM  
ESTUDO SOBRE FRAÇÕES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

**Orientação:** Prof. Dr. Paulo César Oliveira

SOROCABA

2022

Ribeiro Rocha, Ezequiel

Diferentes sons e tons em aulas de Matemática: um estudo sobre frações / Ezequiel Ribeiro Rocha -- 2022. 202f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba  
Orientador (a): Paulo Cesar Oliveira  
Banca Examinadora: Samuel Rocha de Oliveira, Magda da Silva Peixoto  
Bibliografia

1. Interdisciplinaridade entre música e matemática. 2. Processo ensino-aprendizagem de frações. 3. Do analógico ao digital e ciclos de pa e pg no piano. I. Ribeiro Rocha, Ezequiel. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática (SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Maria Aparecida de Lourdes Mariano -  
CRB/8 6979



## UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

---

### Folha de Aprovação

---

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Ezequiel Ribeiro Rocha, realizada em 30/06/2022.

#### Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Paulo Cesar Oliveira (UFSCar)

Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira (UNICAMP)

Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto (UFSCar)

*O presente trabalho é dedicado para todas as pessoas que de forma direta ou indireta contribuíram e incentivaram desde o início essa empreitada até a sua conclusão: docentes, amigos, educandos, familiares. Todas as referências de ilustres docentes que cruzaram o caminho desta jornada, figuras importantes para (des) construções do conjunto de fatores que edificaram a minha identidade desaguando nos feitos aqui apresentados, meus autênticos reconhecimentos. In memoriam: meus pais: Antônio Florindo Rocha e Carmen Ribeiro Rocha, razões da minha existência.*

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho só foi possível por permissão do Criador que concedeu a minha existência devido ao fruto do amor de um ilustre casal, *In memoriam* meus pais: Antônio Florindo Rocha e Carmen Ribeiro Rocha. Na realização da presente dissertação, contei com o apoio direto ou indireto de múltiplas pessoas e instituições às quais estou profundamente grato. Correndo o risco de injustamente não mencionar algum dos contributos quero deixar expresso os meus agradecimentos: Aos membros da banca, o ilustre ex-orientador (Unicamp) Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira como também à Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto (UFSCar) e o prezado Prof. Dr. Paulo César Oliveira (UFSCar) pela orientação prestada, pelo seu incentivo, disponibilidade e apoio que sempre demonstrou. Aqui lhes exprimo a minha gratidão pelas disponibilidades nos trabalhos de campo que por alguns anos foram se constituindo, pelos incentivos recebidos, pelas disponibilidades e igualmente pelos apoios recebidos na elaboração deste trabalho. A todos os amigos e colegas que de uma forma direta ou indireta, contribuíram, ou auxiliaram na elaboração do presente estudo, pela paciência, atenção e força que prestaram em momentos menos fáceis que certamente emergiram na caminhada acadêmica. Para não correr o risco de não enumerar algum não vou identificar ninguém, àqueles a quem este agradecimento se dirige sabê-lo-ão, desde já os meus agradecimentos.

*Relacionar Música e Matemática junto ao processo ensino-aprendizagem é um movimento interdisciplinar que de forma empírica sempre esteve presente nas intenções, anseios, ações, nas crenças afetivas ou autoeficácias do primeiro autor deste trabalho, pois em construir com outros modos de diferentes sons e tons em aulas de matemática a magia do temperamento é experimentada e o verbo esperarçar possibilita movimentos para aprender ensinar e aprender a aprender matemática. A recíproca fica por conta do compositor barroco francês Jean-Philippe Rameau que em 1722 ressalta no “apesar de toda a experiência que eu possa haver adquirido pela música, por estar associado à ela por tanto tempo, devo confessar, que foi somente com a ajuda da matemática que minhas ideias se tornaram claras”. (DU SAUTOY, 2007, p. 71).*

## RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo analisar o contexto de ser professor e inquiridor das próprias práticas no escopo da educação matemática no ensino básico, o que presume encontrar concepções edificadas por experiências dos saberes que geralmente são constituídas de habilidades e competências sobre uma formação educacional contínua. A pesquisa qualitativa descritiva busca contextualizar reflexões sobre formas de representações interdisciplinares entre arte, isto é, o “temperamento analógico e digital” e a matemática, compreendendo frações em formas de sequências e aplicações, voltadas ao processo de ensino-aprendizagem, no contexto lúdico de frações e música, atrelado por desafios em ambientes e momentos diversificados de um antes, durante e o delicado retorno progressivo aos espaços físicos escolares, devido ao desdobramento pandêmico da Covid-19. Assim, este trabalho emerge do referencial teórico no bojo da educação de jovens e adultos pronunciada por FREIRE (1970, 1991, 1993, 1997), tendo a música como elemento gerador das reflexões do escopo da pesquisa. Conjuntamente com os educandos, ocorrem dinâmicas seguidas por atividades avaliativas planejadas no que possibilitam trabalhar, primeiramente, números e frações decimais, raízes quadradas exatas, funções afins, trinômios incompletos como intervenções ousadas contextualizadas e aplicadas relacionadas com a interdisciplinaridade proposta. No caminho pavimentado pelo referencial teórico são estabelecidas relações com as ideias propostas por Cury (2008), um suporte de “análises de erros” hipoteticamente durante o estudo que acompanhou estudantes em continuidade do 6º ao 8º ano na cidade de Vinhedo, dois 8º anos e um 9º ano, como forma de ajuste, aceleração, correção de conteúdos e currículo de educandos de uma escola Municipal de Monte Mor. Ademais, relações interpessoais pedagógicas e a dinâmica pedagógica virtual foram comparadas ao terceiro viés presencial de aplicação da dinâmica pautada no escopo frações (e)m música em 2022. Questões etárias em anos escolares, comportamentais, defasagens e desajustes, (des) organizações de ações como também currículos ocultos de bagagens de uma matemática elementar, se configuram algumas das variáveis manifestadas nas formas empíricas de segmentos de crenças que ocorreram em ambos os agentes de atuações predominantes: educador e educandos.

**Palavras – Chave:** processo ensino-aprendizagem; ensino analógico e digital; música e matemática; frações e(m) música.



## ABSTRACT

The present work aims to analyze the context of being a teacher and inquirer of one's own practices in the scope of mathematics education in elementary school, which presumes to find conceptions formed by experiences of knowledge that are generally constituted of skills and competences through a continuous educational formation. The descriptive qualitative research seeks to contextualize reflections on forms of interdisciplinary representations between art, that is, the "analog and digital temperament" and mathematics, comprising fractions in forms of sequences and applications, aimed at the teaching-learning process, in the ludic context of fractions and music, tied by challenges in diverse environments and moments of a before, during, and the delicate progressive return to physical school spaces, due to the pandemic unfolding of Covid-19. Thus, this work emerges from the essence of the theoretical referential of youth and adult education pronounced by FREIRE (1970, 1991, 1993, 1997), having music as the generating element of the reflections of the research scope. Together with the students, dynamics occur followed by planned evaluative activities that make it possible to work, firstly, numbers and decimal fractions, exact square roots, functions, incomplete trinomials as bold contextualized and applied interventions related to the proposed interdisciplinarity. In the path paved by the theoretical reference, relations are established with the ideas proposed by Cury (2008), a support of "error analysis" hypothetically during the study that followed students in continuity from 6th to 8th grade in the city of Vinhedo, two 8th grades and one 9th grade, as a form of adjustment, acceleration, content correction and curriculum of students from a Municipal school of Monte Mor. Furthermore, interpersonal pedagogical relationships and the virtual pedagogical dynamics were compared to the third face-to-face bias of applying the dynamics based on the scope of fractions and (in) music in 2022. Age issues in school years, behavioral issues, gaps and mismatches, (dis)organization of actions as well as hidden curricula of an elementary mathematics baggage, are some of the variables manifested in the empirical forms of belief segments that occurred in both agents of predominant performances: educator and students.

**Keywords:** teaching-learning process; analog and digital teaching; music and mathematics; fractions and(in) music.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Teclado de um piano com as marcações em ciclos de oitavas como frações. ....	45
<b>Figura 2.</b> Descrição no pentagrama das sete notas musicais na Clave de Sol (G): Razões e Frequências da Escala Perfeitamente Harmônica.....	57
<b>Figura 3.</b> Comparação das frequências Escalas: perfeitamente harmônica e temperada. ....	58
<b>Figura 4 -</b> Exercícios de Ditado em Compassos Simples 4/4 - Primeira Série .....	88
<b>Figura 5 -</b> Lousa 6° D .....	89
<b>Figura 6 -</b> Lousa 6° D .....	90
<b>Figura 7 -</b> Lousa 6° D .....	91
<b>Figura 8 -</b> Lousa 6° E .....	92
<b>Figura 9 -</b> Lousa 6° D .....	94
<b>Figura 10 -</b> Imagem Excel .....	99
<b>Figura 11 -</b> Parte do vídeo recital musical e explanação visual .....	101
<b>Figura 12 -</b> Momento do áudio relacionando Oitavas (voz humana).....	102
<b>Figura 13 -</b> Slide jogo (1): Frações e (m) música - Escalas Temperada.....	103
<b>Figura 14 -</b> Slide jogo (2): Frações e (m) música: Escala Temperada .....	103
<b>Figura 15 -</b> Slide jogo (3): Frações e (m) música: Escala Temperada .....	104
<b>Figura 16 -</b> Slide jogo (4): Indicador Retorno .....	104
<b>Figura 17 -</b> Slide jogo (4): Frações e (m) música: Escalas Temperadas .....	105
<b>Figura 18 -</b> Slide jogo (5)! Frações e (m) música: Escalas Temperadas .....	105
<b>Figura 19 -</b> Slide jogo (6) Frações e (m) música: Escala Temperada .....	106
<b>Figura 20 -</b> Slide jogo (7) Frações e (m) música: Escala Temperada .....	106
<b>Figura 21 -</b> Slide jogo (7) Frações e (m) música: Escala Temperada .....	107
<b>Figura 22 -</b> Explanação da Dinâmica 9°A .....	109
<b>Figura 23 -</b> Explanação da Dinâmica 9° A .....	109
<b>Figura 24 -</b> Explanação da Dinâmica 9° A .....	110
<b>Figura 25 -</b> Explanação da Dinâmica 8° A .....	110
<b>Figura 26 -</b> Explanação da Dinâmica 8° A .....	111
<b>Figura 27 -</b> Explanação da Dinâmica 8° B: Docente (Mat.) Projeto Hora do Saber 2022 ....	111
<b>Figura 28 -</b> Explanação da Dinâmica 8° B .....	112
<b>Figura 29 -</b> Explanação da Dinâmica 8° B .....	113
<b>Figura 30 -</b> Aplicação: Atividades Avaliativas (8° A, 8° B, 9° A) 2022.....	114
<b>Figura 31 -</b> Resolução de um participante do 6° D (Vinhedo) .....	116

<b>Figura 32</b> - Resolução de um participante do 6º D (Vinhedo) .....	116
<b>Figura 33</b> - Resolução de um participante do 6º D (Vinhedo) .....	117
<b>Figura 34</b> - Resolução de um participante do 6º E (Vinhedo).....	118
<b>Figura 35</b> - Resolução de um participante do 6º D (Vinhedo) .....	118
<b>Figura 36</b> - Resolução de um participante do 6º D (Vinhedo) .....	119
<b>Figura 37</b> - Resolução de um participante do 6º D (Vinhedo) .....	119
<b>Figura 38</b> - Resolução de um Participante do 6º E .....	120
<b>Figura 39</b> - Resolução de um Participante do 6º E .....	121
<b>Figura 40</b> - Resolução de um Participante do 6º E .....	121
<b>Figura 41</b> - Resolução de um Participante do 6º E .....	122
<b>Figura 42</b> - Frações e (m) música: Escalas Temperadas .....	123
<b>Figura 43</b> - Atuações remotas de aluno do 8º ano .....	124
<b>Figura 44</b> - Atuações remotas de aluno do 8º ano .....	124
<b>Figura 45</b> - Atuações remotas de aluno do 8º ano .....	124
<b>Figura 46</b> - Atuações Remotas de Aluno do 8º ano.....	125
<b>Figura 47</b> - Atuações remotas de aluno do 8º ano .....	125
<b>Figura 48</b> - Atuações remotas de aluno do 8º ano (Monte Mor).....	126
<b>Figura 49</b> - Atuações remotas de aluno do 8º ano .....	126
<b>Figura 50</b> - Atuações remotas de aluno do 8º ano .....	126
<b>Figura 51</b> - Atuações remotas de Aluno do 8º ano .....	127
<b>Figura 52</b> - Atuações remotas de aluno do 8º ano .....	127
<b>Figura 53</b> - Atividade Frações e(m) Música: Questão 1.....	130
<b>Figura 54</b> - Atividade Frações e(m) Música: Questão 2.....	130
<b>Figura 55</b> - Atividade Frações e(m) Música: Questão 3.....	131
<b>Figura 56</b> - Atividade Frações e(m) Música: Questão 4.....	131
<b>Figura 57</b> - Atividade Frações e(m) Música: Ilustração de um Piano.....	132
<b>Figura 58</b> - Atividade Frações e(m) Música: Questão 5.....	132
<b>Figura 59</b> - Atividade Frações e(m) Música: Questão 6.....	133
<b>Figura 60</b> - Atividade Frações e(m) Música: Questão 7.....	133
<b>Figura 61</b> - Atividade Frações e(m) Música: Questão 8.....	133
<b>Figura 62</b> - Atividade Frações e(m) Música: Questão 9.....	134
<b>Figura 63</b> - Atividade Frações e(m) Música: Questão 10.....	134
<b>Figura 64</b> - Questão 1: Amostra 1 (8ºA) .....	137
<b>Figura 65</b> - Questão 1: Amostra 2 (8ºA) .....	138

<b>Figura 66</b> - Questão 1: Amostra 3 (8°A) .....	138
<b>Figura 67</b> - Questão 1: Amostra 1 (8°B) .....	139
<b>Figura 68</b> - Questão 1: Amostra 2 (8°B) .....	140
<b>Figura 69</b> - Questão 1: Amostra 3 (8°B) .....	141
<b>Figura 70</b> - Questão 1: Amostra 1 (9°A) .....	141
<b>Figura 71</b> - Questão 1: Amostra 2 (9°A) .....	142
<b>Figura 72</b> - Questão 1: Amostra 3 (9°A) .....	143
<b>Figura 73</b> - Questão 2: Amostra 1 (8° A) .....	144
<b>Figura 74</b> - Questão 2: Amostra 1 (9° A) .....	145
<b>Figura 75</b> - Questão 3: Amostra 1 (8° A) .....	146
<b>Figura 76</b> - Questão 3: Amostra 2 (8° A) .....	147
<b>Figura 77</b> - Questão 3: Amostra 3 (8° A) .....	148
<b>Figura 78</b> - Questão 3: Amostra 1 (8° B).....	148
<b>Figura 79</b> - Questão 3: Amostra 2 (8° B).....	149
<b>Figura 80</b> - Questão 3: Amostra 3 (8° B).....	149
<b>Figura 81</b> - Questão 3: Amostra 1 (9° A) .....	150
<b>Figura 82</b> - Questão 3: Amostra 2 (9° A) .....	151
<b>Figura 83</b> - Questão 4: Amostra 1 (8°B).....	152
<b>Figura 84</b> - Questão 4: Amostra 2 (8°B).....	153
<b>Figura 85</b> - Questão 4: Amostra 1 (9°A) .....	154
<b>Figura 86</b> - Questão 4: Amostra 2 (9°A) .....	154
<b>Figura 87</b> - Questão 4: Amostra 3 (9°A) .....	155
<b>Figura 88</b> - Questão 5. I: Amostra1 (8°A) .....	156
<b>Figura 89</b> - Questão 5. II: Amostra 2 (8°A).....	157
<b>Figura 90</b> - Questão 5: Amostra 1(8°B).....	157
<b>Figura 91</b> - Questão 5: Amostra 1(9° A) .....	158
<b>Figura 92</b> - Questão 5: Amostra 2 (9°A) .....	158
<b>Figura 93</b> - Questão 5: Amostra 3 (9°A) .....	159
<b>Figura 94</b> - Questão 6: Amostra 1 (8°A) .....	160
<b>Figura 95</b> - Questão 6: Amostra 2 (8°A) .....	160
<b>Figura 96</b> - Questão 6: Amostra 3 (8°A) .....	161
<b>Figura 97</b> - Questão 6: Amostra 1 - Bloco (8°B).....	162
<b>Figura 98</b> - Questão 6: Amostra 1 (9°A) .....	163
<b>Figura 99</b> - Questão 6: Amostra 2 (9°A) .....	164

<b>Figura 100</b> - Questão 6: Amostra 3 (9ºA) .....	164
<b>Figura 101</b> - Questão 7: Amostra 1 (8ºB).....	166
<b>Figura 102</b> - Questão 7: Amostra 2 (8ºB).....	166
<b>Figura 103</b> - Questão 7: Amostra 1 (9º A) .....	167
<b>Figura 104</b> - Questão 7: Amostra 2 (9º A) .....	168
<b>Figura 105</b> - Questão 8: Amostra 1(8º B).....	170
<b>Figura 106</b> - Questão 8: Amostra 2(8º B).....	170
<b>Figura 107</b> - Questão 8: Amostra1 (9º A) .....	171
<b>Figura 108</b> - Questão 8: Amostra2 (9º A) .....	171
<b>Figura 109</b> - Questão 9: Amostra 1 (8º A) .....	172
<b>Figura 110</b> - Questão 9: Amostra 2 (8º A) .....	173
<b>Figura 111</b> - Questão 9: Amostra 3 (8º A) .....	174
<b>Figura 112</b> - Questão 9: Amostra 1 (8º B).....	174
<b>Figura 113</b> - Questão 9: Amostra 2 (8º B).....	175
<b>Figura 114</b> - Questão 9: Amostra 1 (9º A) .....	176
<b>Figura 115</b> - Questão 9: Amostra 2 (9º A) .....	176
<b>Figura 116</b> - Questão 9: Amostra 3 (9º A) .....	177
<b>Figura 117</b> - Questão 10: Amostra 1 (8º A) .....	179
<b>Figura 118</b> - Questão 10: Amostra 2 (8º A) .....	180
<b>Figura 119</b> - Questão 10: Amostra 1 (8º B).....	180
<b>Figura 120</b> - Questão 10: Amostra 2 (8º B).....	181
<b>Figura 121</b> - Questão 10: Amostra 3 (8º B).....	182
<b>Figura 122</b> - Questão 10: Amostra 1 (9º A) .....	183
<b>Figura 123</b> - Questão 10: Amostra2(9º A) .....	183
<b>Figura 124</b> - Questão 10: Amostra 3 (9º A) .....	184

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1</b> - Sexo e faixa etária .....	78
<b>Gráfico 2</b> - Grau de Escolaridade dos responsáveis .....	79
<b>Gráfico 3</b> - Fora da Escola: Atividades mais dedicadas .....	80
<b>Gráfico 4</b> - Classificação da Escola: CIC .....	82
<b>Gráfico 5</b> - Necessidades da escola .....	83
<b>Gráfico 6</b> - Migração de Nota: Vermelha para Azul (8ºA, 8º B, 9º A) .....	129
<b>Gráfico 7</b> - Relações de estudantes envolvidos e as participações na dinâmica.....	135
<b>Gráfico 8</b> - Classificações: faixas etárias.....	136
<b>Gráfico 9</b> - Questão 1: Global.....	143
<b>Gráfico 10</b> - Questão 2: Global.....	146
<b>Gráfico 11</b> - Questão 3: Global.....	151
<b>Gráfico 12</b> - Questão 4: Global.....	155
<b>Gráfico 13</b> - Questão 5: Global.....	159
<b>Gráfico 14</b> - Questão 6: Global.....	165
<b>Gráfico 15</b> - Questão 7: Global.....	169
<b>Gráfico 16</b> - Questão 8: Global.....	172
<b>Gráfico 17</b> - Questão 9: Global.....	178
<b>Gráfico 18</b> - Questão 10: Global.....	184
<b>Gráfico 19</b> - Global Qualitativo.....	185

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b> – Avaliação projeto novo tempo .....	17
<b>Quadro 2</b> - Questionário Projeto Novo Tempo (Parte A) .....	18
<b>Quadro 3</b> - Questionário Projeto Novo Tempo (Parte B).....	19

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1.</b> Representação e aproximação (entre 0 e 1) para tom e semitom.....	57
<b>Tabela 2.</b> Comparação de Afinações de Escalas .....	59
<b>Tabela 3.</b> Ilustrações de Sequências: PA e PG. ....	59
<b>Tabela 4.</b> Espiral no Temperamento - logarítmica dividida em 12 partes. Cada vetor azul tem o tamanho com a razão de frequência referente a uma nota musical .....	60
<b>Tabela 5</b> - Número de pessoas na família.....	79
<b>Tabela 6</b> - Se possui computador na residência.....	80
<b>Tabela 7</b> - Tempo na escola.....	82
<b>Tabela 8</b> - Grau de Dificuldade em Matemática.....	84
<b>Tabela 9</b> - Dificuldade com a Matemática Elementar .....	84
<b>Tabela 10</b> - Importância da Matemática .....	85



## Quadro 1 – Avaliação projeto novo tempo

	<b>PREFEITURA MUNICIPAL DE VINHEDO</b> <b>ESTADO DE SÃO PAULO</b> <b>SECRETARIA DE EDUCAÇÃO</b> <b>ESCOLA MUNICIPAL CENTRO INTEGRADO DE CIDADANIA</b> <b>EDUARDO VON ZUBEN</b> Estrada da Capela, nº 2000 – Bairro Vida Nova I – Vinhedo/SP – CEP 13280-000 – Fone (19) 3826-3224				
	Nº	Ano: 6º DE	2014	Nota:	
Av. de Mat.) Conjuntos IN, Z & Q; II) Operações Fundamentais; III) Frações; IV) Frações; V) Relações; Multiplicações e Divisões de Frações; VI) Frações Inversas; VII) Frações irredutíveis e compostas; elemento neutro do produto; Números Decimais .	<b>Professor (a): Ezequiel R. Rocha (Matemática)</b>	<b>Bimestre:</b> <b>2º</b>	<b>Responsável: Prof. Ezequiel R. R. PROJETO "NOVO TEMPO"</b>	<b>Data</b> <b>13 / 05 /2014</b>	

Afinando ações...

**1) Operando frações! (Adição & Subtração)**

- a)  $(3/27) + (4/3) - (2/9)$
- b)  $(3/5) - (8/50) + (2/25)$
- c)  $(7/3) - (11/6) + (5/18)$

**2) Operando frações! (divisão, multiplicação)**

- a)  $3/(5/2)$
- b)  $(3/5)/2$
- c)  $(7/8)/5$

**3) Frações com números racionais!**

- a)  $[3/(5/2)] + [(3/5)/2] =$
- b)  $[3/(27/2)] - [(3/27)/2]$
- c)  $[7/(8/5)] - [(7/8)/5]$

**4) As frações e os números racionais (IQ)!**

- a)  $(3)/(0,05) - (0,05)/(3) =$
- b)  $(0,002)/(7) - (7)/(0,002) =$
- c)  $(0,007)/(0,00007) =$

**5) Organize as três frações! O que observa?**

- $1/(0,0005); \quad 1/(0,05); \quad 1/(0,000005)$

**Fonte:** Próprio autor

Quadro 2 - Questionário Projeto Novo Tempo (Parte A)

<b>MINICENSO: PROJETO "NOVO TEMPO"</b> <b>Escola Municipal CIC Eduardo Von Zuben</b> Endereço: Estrada da Capela, nº 2000 Bairro: Capela CEP: 13280-000 Telefone: (19)3826-3224 <b>A - Questionário: Informações sobre o educando</b>																																								
Nome: _____																																								
Ano: _____	Turma: _____	Período: _____																																						
<b>1. Sexo:</b> (A) Masculino (B) Feminino <b>2. Ano de nascimento:</b> _____ Idade: _____ anos <b>3. Até quando seu pai (ou/e mãe) estudaram?</b> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 30%;"></td> <td style="text-align: center;"><b>Pai</b></td> <td style="text-align: center;"><b>Mãe</b></td> </tr> <tr> <td>(A) Não estudou</td> <td style="text-align: center;">( )</td> <td style="text-align: center;">( )</td> </tr> <tr> <td>(B) Lê e escreve, mas nunca esteve na escola</td> <td style="text-align: center;">( )</td> <td style="text-align: center;">( )</td> </tr> <tr> <td>(C) Fundamental incompleto (1ª a 4ª série)</td> <td style="text-align: center;">( )</td> <td style="text-align: center;">( )</td> </tr> <tr> <td>(D) Fundamental completo</td> <td style="text-align: center;">( )</td> <td style="text-align: center;">( )</td> </tr> <tr> <td>(E) Médio incompleto</td> <td style="text-align: center;">( )</td> <td style="text-align: center;">( )</td> </tr> <tr> <td>(F) Médio completo (antigo 2º grau)</td> <td style="text-align: center;">( )</td> <td style="text-align: center;">( )</td> </tr> <tr> <td>(G) Superior incompleto</td> <td style="text-align: center;">( )</td> <td style="text-align: center;">( )</td> </tr> <tr> <td>(H) Superior completo (faculdade)</td> <td style="text-align: center;">( )</td> <td style="text-align: center;">( )</td> </tr> <tr> <td>(I) Não sei</td> <td style="text-align: center;">( )</td> <td style="text-align: center;">( )</td> </tr> </table> Outros: _____ <b>4. Número de pessoas da família:</b> _____ <b>5. Nº de irmãos:</b> _____ <b>6. Indique o principal responsável pelo sustento da sua família:</b> (A) Pai (B) Mãe (C) Pai e Mãe (D) Parente (E) Outros(s) <b>7. Com quem você mora?</b> (A) Pais (B) Parentes ou outra pessoa responsável Quem? (pai, mãe, tios, avós, outro) _____ <b>8. Cidade/Estado em que você nasceu:</b> _____ <b>9. Seus pais nasceram:</b> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 30%;"></td> <td style="text-align: center;"><b>Pai</b></td> <td style="text-align: center;"><b>Mãe</b></td> </tr> <tr> <td>(A) No estado de São Paulo</td> <td style="text-align: center;">( )</td> <td style="text-align: center;">( )</td> </tr> <tr> <td>(B) Em outro estado</td> <td style="text-align: center;">( )</td> <td style="text-align: center;">( )</td> </tr> </table> Qual (is)? _____ <b>10. A residência de sua família é ?</b>		<b>Pai</b>	<b>Mãe</b>	(A) Não estudou	( )	( )	(B) Lê e escreve, mas nunca esteve na escola	( )	( )	(C) Fundamental incompleto (1ª a 4ª série)	( )	( )	(D) Fundamental completo	( )	( )	(E) Médio incompleto	( )	( )	(F) Médio completo (antigo 2º grau)	( )	( )	(G) Superior incompleto	( )	( )	(H) Superior completo (faculdade)	( )	( )	(I) Não sei	( )	( )		<b>Pai</b>	<b>Mãe</b>	(A) No estado de São Paulo	( )	( )	(B) Em outro estado	( )	( )	(A) Própria e quitada (B) Própria e em pagamento (financiada) (C) Alugada (D) Cedida (emprestada) (E) Outra situação <b>11. Em que bairro da Região da Capela você mora?</b> (A) Capela (B) Vida Nova I (C) Vida Nova II (D) El Dourado (E) Morumbi (F) Bela Vista (G) Palmares (H) Outro bairro. Qual? _____ <b>12. Como você vem à escola?</b> (A) A pé (B) De carro (C) De ônibus (D) De outras formas. Qual? _____ <b>13. Fora do horário das aulas, a que atividades você dedica mais tempo?</b> (A) Brincar (B) Estudar (C) Trabalhar em casa (D) Trabalhar fora de casa (E) Outra atividade. Qual? _____ <b>14. Possui computador em sua residência?</b> (A) Sim, com acesso à Internet (B) Sim, <u>sem</u> acesso à Internet (C) Não
	<b>Pai</b>	<b>Mãe</b>																																						
(A) Não estudou	( )	( )																																						
(B) Lê e escreve, mas nunca esteve na escola	( )	( )																																						
(C) Fundamental incompleto (1ª a 4ª série)	( )	( )																																						
(D) Fundamental completo	( )	( )																																						
(E) Médio incompleto	( )	( )																																						
(F) Médio completo (antigo 2º grau)	( )	( )																																						
(G) Superior incompleto	( )	( )																																						
(H) Superior completo (faculdade)	( )	( )																																						
(I) Não sei	( )	( )																																						
	<b>Pai</b>	<b>Mãe</b>																																						
(A) No estado de São Paulo	( )	( )																																						
(B) Em outro estado	( )	( )																																						

Fonte: Próprio autor

**Quadro 3 - Questionário Projeto Novo Tempo (Parte B)**

**B – Informações sobre a escola e bairro**

**1. Há quanto tempo você estuda nessa escola?**

- (A) 1 ano
- (B) 2 a 3 anos
- (C) 4 anos ou mais

**2. Onde você gostaria de morar em Vinhedo?** (A) Centro (B) Condomínio  
(C) Região da Capela (D) Outro local (E) Outra Cidade, Qual:

**3. Como você classificaria sua escola?**

- (A) Ótima (B) Boa (C) Regular (D) Ruim/Péssima

**4. O que você acha que falta na escola?** (Se necessário marque mais de uma opção)

- (A) Professores
- (B) Salas de aula
- (C) Material escolar
- (D) Equipamentos de áudio e vídeo (TV, Data-Show, DVD, etc.)
- (E) Lugar para brincadeiras e esportes (parquinho, quadra, etc.)
- (F) Atividades culturais e esportivas (festas, campeonatos, etc.)
- (G) Outra resposta:

**5. Em qual matéria você tem maior dificuldade?**

- (A) Hist. (B) Geo (C) Port. (D) Mat. (E) Inglês (F) Ciências (G) Artes (H) Ed. Física

**6. Sobre as disciplinas lecionadas pelo professor. Em qual matéria você tem maior dificuldade?** Ciências (A) ou/e Matemática (B)

- (A) Muita (B) Média (C) Pouca (D) Nenhuma

**7. Sobre as operações para resolver problemas da matemática elementar, qual ou quais apresenta (m) desafio (s) para Você?** (A) divisão (B) multiplicação (C) adição (D) subtração:

- (A) Muita (B) Média (C) Pouca (D) Nenhuma

**8. O GRAU de IMPORTÂNCIA da Matemática no contexto da Sociedade para Você é?** (A)

- Muita (B) Média (C) Pouca (D) Nenhuma

Fonte: Próprio autor

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>22</b>
1.1 PRIMEIRAS PALAVRAS	22
1.1.1 <b>O Educador Freire</b> .....	28
1.1.2 <b>O Profissional da Docência</b> .....	35
1.1.2.1 Síntese de um Diálogo Bibliográfico .....	38
1.1.3 <b>Uma Síntese Da (Des) Naturalização História da EJA</b> .....	39
<b>2 PROBLEMA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>44</b>
2.1 O ELO FRAÇÕES E (M) ESCALAS TEMPERADAS DA MÚSICA	44
2.2 MÚSICA INFORMATIZADA COMO TECNOLOGIA: DO ANALÓGICO AO DIGITAL DAS ESCALAS HARMÔNICAS E TEMPERADAS	49
<b>3 METODOLOGIA: JUSTIFICATIVAS, OBJETIVOS E AÇÕES</b>	<b>62</b>
3.1 METODOLOGIA	62
3.2 JUSTIFICATIVAS	65
3.3 OBJETIVOS E AÇÕES	66
<b>4 RESULTADOS</b>	<b>68</b>
4.1 ATUANDO NA PROBLEMÁTICA I	69
4.1.1 <b>Situando a Pesquisa: O Projeto Novo Tempo (Movimento I), Ensino Remoto (Movimento II) e a Retomada Presencial</b> .....	69
4.1.1.1 O Professor Educador “Pila” e o Ambiente (I) de Pesquisa .....	73
4.1.1.2 Conhecendo os Participantes e o Ambiente (I) de Pesquisa .....	77
4.1.1.3 Emergida Frações e(m) música: Escalas Temperadas .....	86
4.1.1.4 Incidentes ou/e Equívocos.....	96
4.2 ATUANDO NA PROBLEMÁTICA (II)	98
4.2.1 <b>Ações para atividades remotas 2020/21</b> .....	99
4.2.2 <b>Ações das Atividades Remotas II para a avaliação Recuperação - Revisão no Presencial</b> .....	108

<b>5</b>	<b>DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b>	115
5.1	ANÁLISE MOVIMENTO I	115
5.2	ANÁLISE DO MOVIMENTO (II) – 2020/21	122
5.3	PÚBLICO AMPLO E RETORNO COMPACTO DE PARTICIPAÇÃO 2020/21 128	
5.4	ANÁLISE MOVIMENTO (II) PRESENCIAL 2022	129
5.4.1	<b>Estrutura (10 Questões) e intenções pedagógicas da/na atividade</b>	130
5.4.1.1	Análises Quantitativas De Ações (8ºA/B e 9ºA).....	135
5.4.1.2	Análise da Atividade: Questão 1 .....	137
5.4.1.3	Análise da Atividade: Questão 2.....	144
5.4.1.4	Análise da Atividade: Questão 3.....	146
5.4.1.5	Análise da Atividade: Questão 4.....	152
5.4.1.6	Análise da Atividade: Questão 5.....	155
5.4.1.7	Análise da Atividade: Questão 6.....	159
5.4.1.8	Análise da Atividade: Questão 7.....	165
5.4.1.9	Análise da Atividade: Questão 8.....	169
5.4.1.10	Análise da Atividade: Questão 9.....	172
5.4.1.11	Análise da Atividade: Questão 10.....	178
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES E ENCERRAMENTO</b>	186
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS</b>	198

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 PRIMEIRAS PALAVRAS

O instante é aberto harmonizado, com o nosso referencial teórico Paulo Réglus Neves Freire (19/09/1921 – 02/05/1997), que se manifesta de forma que apostamos incitar o grau da autonomia (FREIRE, 1997) a ser necessário, talvez convergindo para suficiência satisfatória, que indivíduos precisam construir. Como exposto por Freire (1991, p.117), “não penso autenticamente se os outros não pensam. Simplesmente, não posso pensar pelos outros nem para os outros nem sem os outros”. Assim, a edificação correlacionada de um educar e educar-se no contexto da educação, e nela a plataforma do processo de aprendizagem matemática, pois este envolve uma relação mútua entre ensino e aprendizagem.

Articulada e mediada pela música no contexto do Temperamento Ocidental nos excertos deste trabalho, detectaremos a forma organizada de visualizações e ações das tecnologias, estudos, *performance* (atuações), dentre outros, razões marcantes em instrumentos de quaisquer pianos (analógicos ou digitais) o que presumem assumirem dinâmicas ocorridas entre diferentes sons e tons e são marcada por sequências, como a progressão aritmética (PA) e progressão geométrica, que essencialmente são atreladas com o objeto frações e suas características e certamente deparado na interdisciplinaridade com determinado contexto escolar.

As transformações ocorridas em todo o mundo nas últimas décadas, no plano econômico, produziram alterações na educação brasileira. Uma delas atingiu o cenário educacional e nele o do processo de aprendizagem matemática brasileira, através da criação da modalidade da Educação de Jovens e Adultos (EJA) foi possível perceber a relevância para a construção, fortalecimento e desenvolvimento desta sociedade.

Este evento provocou novas atitudes de contexto social, levando à necessidade de satisfazer diferentes objetivos voltados para o Individual: Social ou Produtivo. Assim, agregado ao desenvolvimento desta modalidade, sugere no contexto um processo de

aprendizagem matemática que venha contribuir e satisfazer o binômio: formar o sujeito para emancipação e/ou para o mercado de trabalho.

Para atingir resultados pretendidos necessitamos percorrer pela gênese da EJA no Brasil para entender o contexto dos resultados contemporâneo no processo de aprendizagem matemática para a referida modalidade: uma partição que carrega conceitos e valores no definir das possíveis mudanças na formação contínua do educando.

Historicamente temos nas reflexões realizadas sobre a ótica da Educação de Jovens e Adultos (EJA), temas importantes para debate, tais como: elaborações estruturadas por antecedentes que apontam níveis para emancipação social presumida e construída por estudantes; pessoas e seus conhecimentos tácitos e/ou hipotéticos que se juntam ao escolar; modos de organização social, entre outros.

Em meio à amplitude deste contexto foi possível um olhar para as reflexões e figura do Educador Matemático emergido da Modalidade EJA, frente às dificuldades apresentadas por educandos adolescentes, o qual se preocupou em buscar nos desenvolvimentos (in) corretos de operações fracionárias em vários contextos o melhor entendimento das razões de equívocos ou incidentes nos resultados produzidos.

Outras situações emergem tais como fatores que alteram as construções pedagógicas do modo presencial, conduzindo contexto empírico do modo remoto emergido e a progressiva retomada no intuito de despertar ascensões extrinsecamente para os diálogos e intrinsecamente provocar criticamente o modo acrítico que por vezes ocorre nas circunstâncias da sobrevivência usufruindo, para isto, a ferramenta do/no processo de aprendizagem matemática e sua desenvoltura dos/nos estados críticos.

Desta forma, ganha atenção o método e vertentes: equívocos ou incidentes na disciplina Matemática, baseado no trabalho de Cury (2008), uma análise a respeito da Análise de Erros conjuntamente com posturas promovida por Paulo Freire.

Neste sentido, o trabalho aqui apresentado tem por objetivo refletir sobre experiências didáticas, realizadas durante o percurso formativo do pesquisador somado aos ocorridos conjuntamente com alunos do Projeto Novo Tempo, do município de Vinhedo–SP e na Escola Municipal José Luiz Gomes Carneiro em Monte Mor, ambas as atuações no Estado de São Paulo.

Para tanto, foram feitos subsídios históricos de algumas metodologias para refletir e ir adentro do processo de ensino-aprendizagem de matemática; resgate de algumas atuações antes e depois do licenciamento do educador; realizadas dinâmicas, com a presença da música, diferentes sons e tons que proporcionaram o estudo de Frações.

Para compor o material dessa pesquisa qualitativa descritiva submetida à análise, foram considerados os seguintes instrumentos de coleta de dados: experimental, a observação, o questionário e fonte documental, vídeos, áudios, protótipos na forma de jogos acrescido das fichas de atividades.

Experimental:

1) por com o intuito de responder à pergunta: como ensinar frações? Recorremos às escalas temperadas de um piano;

2) A observação é marcante no Movimento I: registros em caderno de campo e extrações para a pesquisa;

3) Aplicamos, no Movimento I, um questionário em duas partes: A constituída por Trento (2014) e B expandida pelo primeiro autor deste trabalho;

4) Vídeos de exposição de momentos recitais musicais; ilustração de um piano digital; apresentações de slides das aulas didáticas sobre frações;

5) os áudios compuseram gravações de instantes no Movimento I (narrações de educandos consideradas ineficazes e descartadas), no Movimento II as narrativas sobre os contextos de frações e suas características;

6) Os protótipos foram dois:

6.1) O primeiro, veremos de modo breve, descartado pela inviabilidade de acesso por parte dos educandos;

6.2) O segundo constituído de forma que a acessibilidade ocorresse e fosse aplicado.

7) Preparação e aplicação de um terceiro viés na EM José Luiz Gomes Carneiro em Monte Mor - SP que possibilitou atuações na forma de ações pedagógicas que percorreu um antes, durante a dinâmica de frações e(m) música seguida da aplicação de atividade como forma da revisão de contexto matemático. Imprimir os desafios emergidos num comparar e refletir os movimentos I e II seguidos com atuações no progressivo retorno presencial escolar.

8) As fichas, avaliação e atividades, de que compuseram os momentos de atuações de desenvolvimentos dos educandos.

As pretensões contempladas nesta dissertação convergiram no intuito para que o pesquisador, com algumas de suas andanças e em parceria com educandos nas ações educacionais, fosse capaz de confeccionar argumentações respaldadas por breves contextos da história da educação de jovens e adultos brasileira até a sua confirmação respaldada pela modalidade EJA em 1996, como, também, sucintas reflexões de bojo das ações escolares do/de/no processo de aprendizagem matemática como forma de pesquisa.

Hoje, a perspectiva fundamental da didática é assumir a multifuncionalidade do



processo de ensino-aprendizagem e o articular de forma coerente. A didática, e por hora, a metodologia, tem por meta servir como mecanismo de tradução prática, no exercício educativo, de decisões filosóficas, políticas e epistemológicas de um projeto histórico de ajuste e desenvolvimento da contínua formação do/para o estudante.

Outro lado da conversa. Vamos adentrar em pensar o texto como uma breve síntese do primeiro autor, refletir andanças de Freire, partilhar excertos sobre o profissional do/de ensino e a retomada da trajetória e estruturação da Educação no Brasil. Relatemos a (dês) naturalização do papel da escola na formação educacional brasileira, tendo história e motivações pessoais, como previsto abaixo:

[...] de onde eu vim? Para onde eu vou? Qual é o meu passado e o passado da minha gente? Qual é o futuro, meu e de minha gente? Como ir além do momento atual, mergulhar nos meus questionamentos e objetivos, no passado e no futuro? Como transcender o aqui e agora? (D' AMBRÓSIO, 2007, p. 37)

Sempre trabalhei no campo, e em 1980, com 10 anos de idade, concluí a quarta série. Depois de um afastamento de dois anos da educação formal, em 1982, retorno para a quinta série e, em 1984, um novo abandono, na sétima série (atualmente o 8º ano). Nos anos de 1991 e 1992, concluí a 7ª e a 8ª série, e, em 1993, a primeira série do Ensino Médio; no ano de 1994 um novo hiato retornando em 1995 (suplência) egresso na EJA.

Em certo momento, fora da época de safras na roça, emigrava para a grande São Paulo, cidade de Embu-Guaçu, e para conseguir alguma renda, trabalhei com meu cunhado na construção civil.

Um novo intervalo longe da educação formal. Passo por um período de preparação para ingressar na universidade, o que ocorre no ano de 2001 (ingresso no meio do ano: vestibular “par”) no campo da Faculdade de Tecnologia do Estado de São Paulo – FATEC, na cidade de Sorocaba.

Um último afastamento, até o ingresso na Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, em 2004, agora com 33 anos, o mais velho da turma no curso de licenciatura em matemática. Desta forma, durante a graduação, ao conhecer o Projeto Educacional de Integração Social (PEIS) ocorre um encontrado marcante, pois ao desenvolver trabalhos pedagógicos neste espaço, pude conhecer aderir e atuar com/em significativa harmonia de acordo com o referencial teórico deste trabalho: Paulo R. Freire.

Interessante que nestes instantes, com atividades pedagógicas, relacionei música e matemática empiricamente agregados com outras disciplinas, no que resultou enquanto

docência, numa oportunidade: Educandos e Educadores montaram (vozes, piano digital, violão e percussão) e perdurou por dois anos o Coral do PEIS.

Assim começa meu processo de reflexão, de forma contínua e ininterrupta até a escrita do presente trabalho. Um indivíduo como eu, que ficou quase duas décadas afastado da educação formal, é salutar a busca por inspirações que se configurem em colocar na prática uma matemática social e crítica.

Razões principais da escala emancipatória ocorrem. Para começar, como um exemplo dessa jornada pessoal, um evento antes de 1995, instante em que concluí o Ensino Médio denominado Segundo Grau (Supletivo: 2ª e 3ª séries do Ensino Médio), na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA), uma memória especial que não poderia deixar de citar. Um acontecimento no seio familiar que se torna a principal, entre outras razões, para a minha retomada à educação formal.

Passei a conviver com duas sobrinhas com diferença de 11 meses uma da outra, e estudavam juntas na 6ª série (hoje 7º ano).

Elas recebiam com frequência bilhetes sobre o baixo rendimento escolar, principalmente em matemática. Com base em alguns exemplos do caderno e muita persistência, sentei-me com elas em uma noite seguida de outras, para estudarmos e conseguimos resolver seis questões das nove propostas pelo professor de matemática. Isso me trouxe uma sensação de bem-estar, e os bilhetes do professor para as meninas passaram a ser de elogios: “Parabéns senhores pais e responsáveis por participaram da educação de seus filhos, nesta parceria de escola e família todos têm a ganhar”.

Dessa forma foi inevitável, e o desejo de retomar os estudos reacende dentro de mim. Assim com 22/23 anos, concluí o ensino fundamental junto com as minhas sobrinhas.

Seguimos juntos até a primeira série do ensino médio. Aos 25 anos venço mais uma etapa: participando do programa de Educação de Jovens e Adultos; termino na modalidade suplência a segunda e terceira série do segmento médio.

Em Sorocaba-SP, na FATEC (2001: ingresso par, no meio do ano), consegui realizar um semestre do Curso de SAÚDE: Tecnólogo de Manutenção e Construção de Aparelhos Médicos Hospitalares com aproveitamento considerado acima da média em Cálculo I, neste momento ações no sentido para auxiliar outros alunos com dificuldade desdobrando em formação de grupo de estudos.

Novo momento educacional no cursinho João Freaza. Como já havia cursado Cálculo I e Física I, em 2001, no interior de São Paulo, na cidade de Sorocaba, pude atuar como professor (ainda não licenciado) de matemática e física em um cursinho pré-vestibular. Tive a

oportunidade de ajudar outros alunos em diferentes dificuldades o que também contribuiu para essa pesquisa. O curso de Tecnologia foi abandonado (1º semestre de 2002), por impossibilidade de permanência devido aos gastos com moradia e alimentação.

Agora, de fato, na formação em matemática e primeiras pretensões das atuações como um docente. No curso de Metodologia do Ensino de Matemática, ao término das disciplinas/cursos oferecidos pela FE-Unicamp, aos licenciandos em matemática, ocorriam os seminários. Eram sobre trinômios as discussões e debates na forma de apresentações expositivas na sala de aulas na FE-Unicamp. Isto infere de modo embelecido e alude à forma canônica por complemento de quadrado para a resolução da Equação do Segundo Grau, deixada por povos anteriores, o trinômio é descrito como  $ax^2 + bx + c = a(x - m)^2 + k$  (LIMA et. al., 2005, p. 45),  $a \neq 0, b, c \in \mathbb{R}$ . Um dos grupos apresentava equações, tendo como proposta, se encontrar as soluções em  $\mathbb{R}$  (Reais), não recorriam ao uso da fórmula de Bhaskara.

Apresentados exemplos com alguns complementos de quadrado de expressões que trouxeram para o seminário. Então houve uma provocação. O docente exemplifica, e se for com  $a$  negativo e  $\neq 0$ ? Lançando a questão para todos os alunos de licenciatura da sala; espontaneamente e de forma tranquila me manifestei, o professor assentiu e fui até a lousa, realizei a atividade sem maiores problemas. Carrego esse episódio como um desdobramento dos meus estudos investigativos e dedicação à disciplina matemática.

Talvez o leitor queira perguntar: Por que a Matemática associada à Música? Foi em instantes no Instituto de Arte (IA) uma busca conciliadora para este elo.

A música é marcante em minha vida e mesmo sem uma formação específica nessa área, procurei buscar maior complementação musical. Na graduação, já cursando matemática na Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, algumas disciplinas foram feitas no Instituto de Artes – IA, como: Introdução à Teoria Musical (AM008: 2º semestre 2004); Instrumento I (MU102: 2º semestre 2004); Instrumento II (MU202: 1º semestre 2005); Instrumento Complementar I (MU164: 2º semestre de 2005); Introdução à Informática Aplicada à Música (MU066: 1º semestre de 2008); Música e Tecnologia I (MP150: 1º semestre de 2009); Música e Tecnologia II (MP250: 2º semestre 2009), o que ao final empiricamente me ajudou no próprio ensino da matemática e os teores de tecnologia e música: analógico e digital com a adjunção de escalas Harmônica e Temperada presente neste texto discursivo.

Entre as andanças o Projeto Educativo De Integração Social (PEIS) que aflora

aspectos humanísticos Freiriano.

No espaço COTUCA - Unicamp o contato com uma concepção inovadora de educação que marcaria definitivamente o meu dispor e modo de pensar o ensino e aprendizado do/no processo de aprendizagem em matemática.

Esclarecido, pela Coordenação do Projeto Educativo de Integração Social (PEIS) o que seria Concepção Bancária exibida no Livro Pedagogia do Oprimido de Paulo Freire por mim praticada até aquela ocasião. Adentro desta refinadíssima metamorfose ocorrida por esta experiência que norteou os debates, afazeres e desenvoltura atrelada ao referencial teórico deste trabalho.

Leitor: acreditando ou não o passado histórico tem muito a ensinar! Com o presente muito a aprender e com o futuro muito a sonhar. Neste elo de que sempre há o que aprender e ensinar faz saltar aos olhos diálogos, de cunho acadêmico, presumidos e empiricamente as crenças de intenções pedagógicas sugeridas nas mais diversas formas e figuras dos agentes, como o educador (docente/professor) e educando (estudante/aluno). Inicia-se por aquele e ao refletir sobre esse o movimento da engrenagem do ensino-aprendizagem ocorre.

Avanços no ensino para um futuro projetam em ascender pretensões para anseios da humanidade, debruçados na ousadia em sempre querer atingir quesitos ou fatores revolucionários possíveis que influenciam e incluem todos.

Com este balanço do inquiridor nos aproximamos do referencial teórico, com esforços postados, no intuito de entrelaçar ações e teoria no arcabouço pretendido. Assim sendo, seguiremos com o percurso de Paulo L. Freire: sua importância, seu modo, suas ações, seu desenvolvimento, suas andanças e principais obras. O porquê e quem é Freire?

### **1.1.1 O Educador Freire**

Desta forma, na sequência será analisada a aprendizagem segundo Paulo R. Freire, mostrando a importância que cada fase de sua vida representa na construção do seu pensamento e teoria. Estas concepções são recorrentes em contextos das políticas públicas educacionais atuais talvez não suficientes, mas necessárias para fortalecer aspectos compreendidos entre o aprender a aprender e/a ensinar contemporâneo.

Na gênese das andanças de Paulo Freire, verifica-se que por nove anos, de abril de 1932 a maio de 1941, viveu em Jaboatão, cidade município do Estado de Pernambuco,

seguido de um regresso com sua família ao Recife.

Um importante momento de sua vida ocorreu quando completava vinte e dois anos, instante em que ingressou na Faculdade de Direito do Recife. A escolha desse curso se dá porque se deparou numa oferta restrita – era o único curso oferecido na área de ciências humanas – nessa época o curso de formação para educadores não era encontrado em Pernambuco.

A atenção se volta pelo fato de que nesse período já era professor de Língua Portuguesa no Colégio Oswaldo Cruz em que fez seus primeiros estudos.

Ao finalizar a Faculdade de Direito, percebeu, a tempo, que não queria seguir a carreira jurídica. Em sua obra “Pedagogia da esperança” (FREIRE, 1992, p. 16 - 8), enuncia o fato que o levou a desistir de vez da carreira de advogado e seguir confiante o seu coração de educador.

Nos meados do século passado (XX), ascende às ações significativas deste educador. Em 1947, no Recife, Freire é convidado por Cid Sampaio através de Paulo Rangel Moreira para fazer parte do recém-criado Serviço Social da Indústria, o SESI, para o Departamento Regional de Pernambuco, instituído pela Confederação Nacional das Indústrias. Uma experiência marcante que é relatada nas citações de suas obras como momento crucial de sua teoria para educação.

Nessa fase, passou a ter contato com a educação de crianças, adultos e trabalhadores. Essa experiência o tornou, de fato, um educador e foi nas ações pedagógicas e praticando que ele aprendeu algo que jamais o abandonaria: a pensar sempre na prática (GADOTTI, 1996) um fato marcante deste nosso ensaio.

No SESI, Associação pertencente ao Sistema “S” de indústrias que tem como participantes: Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial (SENAI); Serviço Social do Comércio (SESC); Serviço Social da Indústria (SESI); Serviço Nacional de Aprendizagem do Comércio (SENAC). Neste encaixe, há outros serviços, tais como: Serviço Nacional de Aprendizagem (SENAR); Serviço Nacional e Aprendizagem do Cooperativismo (SESCOOP); Serviço Social de Transporte (SEST), os desdobramentos marcantes entre outros estariam por vir.

Considerado como primeiros movimentos dos encontros nos tempos de sua infância e adolescência em Jaboatão em sua experiência no convívio com jovens adolescentes, de regiões rurais e urbanas, filhos (as) de trabalhadores do campo e cidadãos: Na pesquisa documental sobre Paulo R. Freire não foi encontrado pelo pesquisador a idade destes, mas entende-se serem adolescentes (ECA: 12 aos 18 anos incompletos) nicho, como será notado,

de nossa pesquisa nos Movimentos I e II.

Essas ações encontram momentos importantes para sua formação política e pedagógica, o que possibilitou o seu reencontro com a classe trabalhadora, uma ala que futuramente convergiria entre os anseios direcionados no que viria ser Educação de Jovens e Adultos, Modalidade EJA anunciada na Lei (9394) de Diretrizes e Bases (LDB) em 1996.

Foi no SESI que desenvolveu o papel de diretor do Setor de Educação e Coordenador do Desenvolvimento das atividades dos professores com as crianças. Um trabalho que buscava abranger as famílias das crianças atendidas e preocupava-se com as relações entre escola e famílias.

Para tanto, ficou responsável por estudar as relações entre alunos, professores e pais de alunos. Passou a contemplar o estudo da linguagem do povo como ponto de partida para a evolução de sua pedagogia, aprendeu dessa experiência que era necessário falar com o povo e não ao povo (FREIRE, 1996).

Em parceria com outros educadores interessados na escolarização e sob a liderança de Raquel Castro, fundou o Instituto Capibaribe, instituição que primava pela conscientização democrática em que desencadearam partições de suas primeiras experiências em conjunto com alfabetizadoras.

Pode-se dizer que os anos de 1950 foram significativos para a corporificação visionária do seu pensamento, bem como, alinhado com o nosso dispor educacional, para a sua prática político-pedagógica e pedagógico-político, sempre dentro de sua práxis (ibid, 1996).

As acumulações das praticidades educacionais até então desenvolvidas foram agregadas às outras, e suas primeiras experiências como professor universitário na Escola de Serviço Social, lecionando a disciplina de Filosofia da Educação, posteriormente essa referida escola foi unificada à Universidade do Recife.

Em 1958, foi responsável pela Comissão Regional de Pernambuco e autor do relatório intitulado: “A Educação de Adultos e as Populações Marginais: o problema dos Mocambos”. Nos teores do documento é decodificado na íntegra o relatório que foi apresentado no II Congresso Nacional de Educação de Adultos em julho desse mesmo ano (1958), na cidade do Rio de Janeiro.

Os excertos desse registro defendiam que a educação de adultos das Zonas dos Mocambos, existentes no Estado de Pernambuco, teria de ser a experiência pela via da realidade vivida sem reduzirem-se ao puro e simples conhecimento de letras, palavras e frases. Assim, nessa ocasião, já defendia e afirmava o contexto que a educação para a

democracia deveria acontecer com os educandos e não sobre eles (FREIRE, 1996).

Em outro momento de ações pedagógicas relata que o Movimento de Cultura Popular – MCP, nasceu da junção das partes, dele – Paulo – e a vontade política de Miguel Arraes: prefeito recém-eleito da cidade do Recife, a que se juntou a intenção de grupos de líderes operários, artistas e intelectuais.

A principal intenção do movimento era o de fazer possível a existência de uma instituição, de natureza pedagógica, movida pelo gosto democrático de trabalhar juntamente com as classes populares e não sobre elas.

O Serviço de Extensão Cultural da Universidade Federal de Pernambuco, o SEC, emerge da viabilidade de colocar em prática um dos desejos do presente educador: um sonho juntamente com o então reitor Prof. Dr. João Alfredo Gonçalves da Costa Lima. O objetivo central almejado era o de estender ações universitárias às áreas não-acadêmicas, mas escolarizadas, como a de estudantes pré-universitários e a do magistério público de nível fundamental e, posteriormente, juntar a de áreas populares, trabalhando, por exemplo, com lideranças sindicais, oferecendo cursos de formação e, ainda, enfrentar desafios como os do analfabetismo.

Adentro das ações das práxis, neste momento de sua vida é enfatizado que os serviços oferecidos à comunidade não tinham objetivo de reduzir a seriedade no exercício da docência e da pesquisa, mas intensificar e consolidar consideradamente o papel da universidade como instituição formadora (FREIRE, 2003).

Cronologicamente nos deparamos com o movimento de alfabetização de adultos em Angicos, cidade do Rio Grande do Norte, que aconteceu no ano de 1963. Foi na vivência prática deste lugar que solidificou sua concepção de alfabetização. É encontrado em registros que em 45 (quarenta e cinco) dias foram alfabetizados 300 (trezentos) trabalhadores rurais.

Assim, o e rigorosidade política, formam a combinação que fez essa experiência obter resultados positivos. Dessa forma, as atividades realizadas sumariamente abririam outros espaços para ações, reflexos devido à repercussão no país inteiro.

Como esperado, João Goulart, o presidente da República (08/09/1961 – 02/04/1964) o convida para repensar a alfabetização de adultos em âmbito de todo o país de modo a ser o coordenador do Plano Nacional de Alfabetização (FREIRE, 1996). A meta proposta pelo governo era que o Brasil teria como escopo o objetivo sintonizado com um plano contextualizado com a intenção de implantar “20 mil círculos de cultura para 2 milhões de analfabetos” (GADOTTI, 1996, p.72) distribuídos nas capitais dos estados.

No contexto histórico do Brasil, na época da Ditadura (1964-1985), fazia parte das

dinâmicas governamentais. Com o golpe nosso personagem foi considerado subversivo, ficou na casa de um amigo em Brasília para evitar sua prisão. Por mais que cogitasse a ideia de se exilar numa embaixada, preferiu ficar no país, pois deduzia que não pretendia ou “queria decepcionar inúmeros jovens que tinham se comprometido com a sua proposta pedagógica” (FREIRE; BETTO, 2007, p.50).

Em outubro de 1964, depois de desdobramentos de eventos políticos na América Latina, segue para o Chile com a esperança de encontrar o que naquele momento lhe faltava: a liberdade.

Começa a escrever, no ano de 1967, sua primeira obra: Educação como prática da liberdade que é uma junção de pressupostos presente em vários artigos e em sua tese de doutoramento, em que a ideia principal é a transformação da sociedade pela educação.

Em seguida, no ano de 1968, escreveu uma teoria educacional, mesmo relatando que se eximiu desta intenção, de significativo impacto entre professores e educadores da educação, sua mais significativa obra “Pedagogia do Oprimido”, como práxis de experiência das experiências que faz reflexões sobre os mecanismos opressivos marcantes e presentes na educação que serve ao vigente sistema capitalista no que ilustra e propõe uma concepção abrangente, pelo qual referenda que o homem é capaz de tornar-se homem através da palavra, que passa a ser cultura que conscientiza e politiza: uma necessidade em que o processo de aprendizagem matemática carece precisar anunciar. A referida obra só foi lançada, primeiramente, em inglês e espanhol em 1970.

No exílio, em abril de 1969, é convidado para ser professor no período de dois anos na Universidade de *Harvard*, em *Massachusetts*, enquanto lá esteve, encontrou barreiras, teve dificuldades para se familiarizar com a língua inglesa restando à árdua alternativa crucial de estudar a língua mencionada para conseguir compreender e ser compreendido em inglês.

Depois de ficar quase um ano nos Estados Unidos, o destino agora é ir à Suíça, em que foi professor na Universidade de *Genebra*. Em 1975, em meio a muitas solicitações agregado a uma equipe do IDAC (Instituto de Ação Cultural), foi convidado pelo ministro da Educação da República da *Guiné-Bissau*, Mário Cabral, para ir até o país a fim de contribuir do/no desenvolvimento de seu programa nacional de alfabetização.

Nessa época *Guiné-Bissau* constituía um pequeno povoado, com aproximadamente 800 (oitocentos) mil habitantes que eram, em sua maioria, camponeses; antiga colônia portuguesa da África Ocidental que passou 15 (quinze) anos lutando por sua independência, 90% (noventa por cento) da sua população era analfabeta.

É longo e instigante seu percurso de vida nesse país. Entretanto um fato importante,



agregado a outros e com as experiências vividas naquele país, escreveu a obra: “Cartas à Guiné-Bissau: Registros de uma experiência em processo” (1977). No julgo do manuscrito, alguns intelectuais consideram essa a mais relevante de suas obras, por deduzirem constituir o período mais avançado da sua práxis. Na obra é apresentado um caráter de livro-relatório: são relatos, feitos através de cartas, que apresentam o contexto para o qual e com relação ao qual foram escritas.

Em diálogo com o chileno Antônio Faundez, diz que no Continente Africano “oportunizou momentos importantes” (FREIRE; FAUNDEZ, 1985, p. 115) para/em sua formação. Ressalta que ao longo desse envolvimento, vivenciou uma experiência que pôde alcançar uma compreensão mais crítica da educação enquanto “ato político e da política enquanto ato educativo” (ibid, 1985, p.115).

Percebe-se que toda a sua passagem fora do país (Brasil), foi tempo de ensinar e aprender. Agregado ao fato de amadurecimento de sua forma de agir para atingir o pretendido: um avanço para conscientização da massa oprimida como possibilidade de organização e conquistadas formas bem definidas da ala dominante, que agora, (re) conhece melhor. O exílio iniciou-se aos seus 43 (quarenta e três) e perdurou até os seus 58 (cinquenta e oito) anos de idade.

No retorno ao Brasil outras lutas pela educação surgiram, juntamente com novos obstáculos a serem ultrapassados. Para reaver seus direitos, a Lei de Anistia exigia que o exilado requeresse junto ao governo federal um estudo de caso, no entanto, firme em suas convicções, considerou essa exigência ofensiva e não se submeteu. Dessa forma ele e sua família passaram a morar na cidade de São Paulo.

Freire voltou à sua atividade docente como professor na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC/SP, o convite havia sido feito ainda quando estava na Europa por Dom Paulo Evaristo Arns, passado algum tempo começou a trabalhar também na Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), somado a isso com atividades junto aos movimentos de educação popular.

Também em 1980 filiou-se ao Partido dos Trabalhadores – PT. Assim, de 1980 a 1986, no papel de diretor e fundador da Fundação Wilson Pinheiro, trabalhava diretamente com o projeto de alfabetização de adultos. Tal “Fundação” era ligada ao partido em questão (GADOTTI, 1989).

A reintegração, como professor docente, da Universidade Federal de Pernambuco viria ocorrer através de um ato do governo da Nova República e em junho de 1987 é reempossado.

Em 1988, momento marcado pelo surgimento da Carta Magna, nossa Constituição

Federal (CF), o educador é convidado por Luiza Erundina, que foi eleita prefeita da cidade de São Paulo, para ser Secretário da Educação. Assumiu o cargo em janeiro de 1989 e permaneceu até 1992, um momento curto, no entanto uma referência histórica na Secretaria de Educação da Prefeitura de São Paulo.

No seu caminho de/em busca da educação libertadora, não se cansava de se empenhar em suas atividades e trabalhos sempre envolto em expressar o seu sentimento de transformação da realidade opressora em realidade igualitária, sua luta é a favor dos mais marginalizados.

No seu percurso talvez de modo subjuntivo ou empírico Freire abordasse o processo do ensino-aprendizagem matemática adentro do escopo educação, se opondo e que não teria os mesmos anseios de ações educacionais promovidas no seu tempo de luta, que consentia aos excluídos da sociedade a permanecerem no estado de consciência ingênua e alienante. Sinalizado por estas linhas de ocorridos e adentro ao processo de ensino-aprendizagem é deparada com aspectos da/na educação tradicional e nela a “Educação Matemática tradicional é algo que muda com o tempo e varia de país para país” (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, Cap.II, p. 51).

No contexto capitalista, a educação é moldada a atender aos interesses do capital especulativo, deste modo os oprimidos (FREIRE, 2005) não compreendem a realidade que se encontram.

Em contextos de elo de suas obras aponta que o dominador faz do dominado, massa de manobra (FREIRE, 2005), em que o educando é educado para não pensar, presumindo não desenvolver a consciência crítica, portanto é negado o direito do homem humanizar-se.

Acima foi feito um resumo dos momentos importantes da/na vida de Freire e pode-se perceber que não se restringia só à educação de jovens e adultos, há quem estranhe que ele não tenha sido usado por educadores nessa área do ensino-aprendizagem da matemática de forma crítica.

Em outras áreas do conhecimento é referência teórica para estudos e pesquisas. Seus livros estão publicados em mais de 60 (sessenta) línguas e presente no mundo todo.

Foi e continua sendo um dos maiores educadores de referência e é muito utilizado, dentro e fora do Brasil, em várias universidades do mundo.

Nas reflexões percebidas nos diálogos freiriano no bojo da educação contemporânea são encontradas bases debatidas de suma importância: elaborações estruturadas por antecedentes; pessoas e seus conhecimentos ora tácitos e por vezes hipotéticos que se juntam ao escolar; modos de organização social até o século XXI; avanços do ensino para um futuro

que projetam em ascender pretensões para anseios da humanidade na ousadia em sempre querer atingir quesitos ou fatores revolucionários que influenciem e inclua todos. Paulo Régulus Neves Freire (19/09/1921) faleceu em 2 de maio de 1997 aos 75 anos.

Sendo assim e junto com as concepções de algumas crenças constituídas do primeiro autor seguida pela escola freiriana, seguiremos numa associação permitida: Pontos de vistas emancipatórios do (re)conhecimento profissional no/para o ensino e pesquisa educacional em espaços como salas de aulas nos anos da década de 1980 em diante.

### **1.1.2 O Profissional da Docência**

Sobre aspectos da profissionalização e formação de professores em relação ao ensino seguido por aprendizagem matemática têm tido atenção especial no meio acadêmico nas últimas décadas do século XX e início de décadas do século XXI.

Posto que pensar a pesquisa sobre o ensino é realizar prosseguimentos de entender movimentos historicamente recentes da necessidade de reconhecer a profissionalização do professor suscitado nas décadas de 1980 em diante.

Os teores são debruçados de forma analítica de que para o ensino ocorrer o profissional da docência precisa do conhecimento específico não disjunto de artefatos pressentidos nos espaços de trabalhos debruçados nos saberes dos contextos cotados às características específicas pedagógicas harmonizadas.

Assim na melhor forma de entender o profissional que ensina, suscitam as crenças na relação ensino-aprendizagem, iniciado por debates em partições de ala pedagógica tratada e apresentada por Shulman (1987), em continuidade de 1986, contida na Estrutura do Modelo de sua “Base”: O Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK, da sigla em inglês *Pedagogical Content Knowledge*) que considera o conhecimento profissional específico de professores.

A quebra de paradigmas das crenças sobre o ensino como marco de divisão de águas é encontrada em Shulman (1987) sua gênese como sequência do trabalho proposto pelo pesquisador ocorrido em 1996.

Por ser pioneiro em relatar que a “Base” (SHULMAN, 1987) de conhecimento é pautada na profissionalização do ensino. O pesquisador discute as categorias teóricas de conhecimentos presentes no desenvolvimento cognitivo do professor e apresenta o modelo

dos processos de ações e raciocínios pedagógicos, argumentando que o ensino requer tanto raciocínio quanto o conhecimento deste.

Propõe, assim, um ciclo interativo que inclui a compreensão, a transformação, a instrução, a avaliação, emerge crenças constituídas pela reflexão e o alcance de uma nova compreensão da profissão docente o que expandiu embates para novas formas de realizar inquirições sobre o ensino.

O pesquisador Lee Shulman discute as categorias teóricas de conhecimentos presentes no desenvolvimento cognitivo do professor e apresenta o modelo dos processos de ação e raciocínio pedagógicos.

Propõe, assim, um ciclo interativo que inclui a compreensão, a transformação, a instrução, a avaliação, a reflexão e o alcance de uma nova compreensão da profissão docente e expandiu embates para novas formas de realizar inquirições adentro da sala de aulas em transformações de pesquisas: Como seria isto?

Uma ligeira explicação desta terminologia do ensino. Historicamente por volta dos anos finais da década de 1980 o debate sobre o que é ser professor é uma pauta considerada global. Organicamente no Brasil estes fatores vieram submergir cerca de dez anos depois na década de 1990. Começam movimentos de um debate enorme no palco brasileiro referente às atuações de professores em sala de aulas.

Uma interpretação metafórica realizada no País na época era o fato de que descrições investigativas feitas em espaços e locais como sala de aulas das mais variáveis modalidades não eram consideradas fatores ou artefatos do que vinha a ser de fato pesquisa, já que a associação assimilada era considerada até então unilateral (monóloga) instituída que pesquisa desta natureza são as estruturas feitas e partilhadas apenas por docentes adentro das universidades.

Deste fomento aquecido, cogitado fora e agora no País, de embate faz emergir o que desencadeou na profissionalização do ensino. Este evento abre elementos para (re) definições do que venha a ser pesquisa referente ao ensino.

Esta extensão prossegue com acontecimentos de conturbações num percurso de ocorrências pautados em fóruns, seminários, congressos, anais, publicações etc., que aos poucos constituíram e permitiram dialogar com os afazeres educacionais nos espaços escolares, fatores para bases de pesquisas do conhecimento do professor no que contribuem para que a questão ortodoxa sobre o que é pesquisa sobre o ensino-aprendizagem não desaparece, mas ficasse suprimida.

Desta forma, Shulman (1987), um prosseguimento de 1986, mostra por intercâmbios

de debates que fatores ocorridos e manifestados em salas de aulas são uma relação que vai além do senso comum de transmissão – depósito - de conhecimento como “Concepção Bancária” apontada pelo Educador Brasileiro Paulo L. Freire em suas andanças e reflexões educacionais apresentadas de várias formas no legado de suas obras. Desta forma, Shulman, ao apresentar sua “Base”, Freire com “concepções” educacionais, salientam que as reflexões sobre as ações pedagógicas estão ligadas a um arcabouço de variáveis que merecem ser refletidas e decodificadas de forma qualitativa e partilhadas.

Sobre o crivo que separa quem instruem os conteúdos de quem os ensina para a autêntica aprendizagem Lee Shulman (1987) observa a necessidade de tratamento da profissionalização do ensino e aponta para anseios e realiza convite para necessidades de realizar um olhar voltado para o profissional do ensino com suas singularidades.

Na análise do discurso e das práticas alojam o princípio que representa uma referência fundamental sem precedentes apontados por experientes veteranos, novatos constituindo ações, iniciantes ou aqueles no processo de formação, todos em busca dos saberes que qualifica a quantificação dos muitos instantes que ocorrem no ensino.

Para contribuir com esse corredor, entre os modos de inquirir, as observações no ensino da sala de aulas são ricas por proporcionar valores de uma cumplicidade educacional, um doar-se e enfatizar o sentido satisfatório individual de ser um(a) professor(a) e ao ensinar aprende e deixa sinais de passagens marcantes em vidas dos educandos e do educador, uma tarefa de muito empenho, dedicação e estudo agregado às inúmeras recompensas que a profissão docente, professor(a), oferece e proporciona.

Não há como desvincular das crenças globais, e locais como as afetivas, presentes no ensino-aprendizagem que estão envoltas nas reflexões percebidas na Educação e Ensino.

Nesta plataforma perfaz encontrar bases debatidas de suma importância: elaborações estruturadas por antecedentes; pessoas e seus conhecimentos ora tácitos e por vezes hipotéticos que se juntam como sugestões e modelos, ao escolar, aos modos de organização social até o século XXI.

O arcabouço de investigar as próprias práticas na docência a ser apresentado, no decorrer deste texto, são ações de cunho no/do processo do ensino-aprendizagem da matemática que se localizam no Fundamental II (anos finais).

Para outro escopo que recai nas investigações de outros agentes no intuito de aferir crenças de docentes nos anos iniciais temos como referência no Brasil o pioneiro trabalho, e é indicado como estudo, que fora refletido no texto de SANTANA (2019) ao realizar tratamento sobre “autoeficácia” - MONDURA (1997) – em que na sua pesquisa de Mestrado

Acadêmico desenvolvida é pressentido formas de aferir, medir este processo de crenças recorrendo à Modalidade de pesquisa Quali-Quantitativa de professores *in-servive* e *pré-servive* dos anos iniciais.

Nossa missão aqui se diversifica por se localizar em outra ala do saber: descrever ações de dois instantes desaguando novas ações de intervenções didáticas de caráter via suplência de ano/série de faixa etária, conteúdos de defasagem curricular de ajuste escolar de forma interdisciplinar recorrendo à música (escalas) para o ensino-aprendizagem de matemática estabelecida pelo contexto frações em que entre o Movimento I para o Movimento II e Novo Instante ocorreram estudos envoltos por naturezas de crenças de “autoeficácia” percebidas com contextos pedagógicos que caminham com as práticas da docência matemática em e para salas de aulas em que às referidas crenças afetivas submergem.

Desta forma remetem reflexões, Movimento I e II, antes e durante o momento pandêmico, com desdobramentos de parada e retomada é atrelada ligeiramente às crenças de forma empírica pressentidas num âmbito global de atitudes e ações educacionais afetivas do primeiro autor que se ausentou de serem mensuráveis, porém no decorrer do processo antes da especificidade formativa da docência que expandiu para ações pedagógicas e metodológicas das próprias concepções edificadas nas práticas educacionais constituídas pelo tempo com a ocorrência destas manifestações.

#### 1.1.2.1 Síntese de um Diálogo Bibliográfico

No ensino-aprendizagem da matemática temos um corredor cheio de reflexões como debates, alguns autores têm se destacado com estudos nos quais categorizam os saberes que acreditam serem comparados, necessários, acompanhados por/de categorizações para o desempenho da profissionalização da docência e, nela, a regência da disciplina matemática.

Para o nosso propósito e desafio de partilha deste trabalho, entre outras, nos deparamos com importantes reflexões em forma de estudos que são geradas por diversos pesquisadores na vertente educacional.

Nessa perspectiva, podem-se destacar aqui alguns autores: ARROYO, Miguel Gonzalez (2006); FREINET, Célestin (1974); FREIRE, Paulo Régis Neves (1994); GAMBOA, Silvio Ancízar Sánchez (2008); SAVIANI, Dermeval (2008); SOARES, Leôncio;

FONSECA, Maria da Conceição F. R. (2002), SHULMAN, 1987 os que contribuem na formação de uma plataforma que tem como tema as ações da educação e o contexto ensino dentro de uma perspectiva social e temporal.

Já inquiridores pelo ensino-aprendizagem da matemática temos ALRO, Helle (2006); BASTOS, José Alexandre, 2003; CURY, Helena Noronha, 2007; D' AMBRÓSIO, Ubiratan (2001); CARVALHO, Dione L.(1997); FIORENTINI, Dario (2003, 2005; & LORENZATO, 2012); LIMA, Elon Lages (Sociedade Brasileira de Matemática: Coleção Do Professor de Matemática); LORENZATO, Sérgio, 2012; MIGUEL, Antonio (2005); MIORIM, Maria Ângela (1998); RAMOS, Luzia Faraco, 1991, 1992; SKOVSMOSE; Olé (2007); VALENTE, Wagner R. (1999); entre tantos, dentro das (re)construções de/em contextos sobre a plataforma dos movimentos de formação, afazeres, reflexões, debates históricos para o processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Dessa forma, quando convergidas por apostas hipotéticas em investigar as próprias práticas docentes, para refletir as contribuições, construções e edificações dos conhecimentos para o ensino-aprendizagem é a manifestada a ocorrência da interdisciplinaridade entre o processo de ensino-aprendizagem em matemática (frações) e apreciação musical (escalas temperadas ocidental) que ganha vigor e resultados são deparados. Desta feita prosseguiremos com os pretendidos.

### **1.1.3 Uma Síntese Da (Des) Naturalização História da EJA**

Mesmo que o acesso à educação foi sugerido de forma restrita, esta escola de caráter legal – Lei de 15 de outubro/novembro de 1827 que criava e regulamentava as escolas de primeiras letras no Brasil, ao todo foi composta por 17 (dezesete) Artigos. Logo em seu 1º Art. Esta lei determina que “em todas as cidades, vilas e lugares mais populosos, haverá as escolas de primeiras letras que forem necessárias” (BRASIL, 1827) permitiu uma perspectiva sobre uma instrução que ofereceria mecanismo do/de governo(s) a indicar os melhores caminhos a serem trilhados e evitaria que este fosse desviado pelo povo.

Seguido pelo Ato Adicional de 1834, provoca a descentralização político-administrativa do processo de escolarização denotada como primária.

Assim, lentamente, as denominações foram sendo substituídas em um desdobramento: numa ordem, primeiro “[...] ler, escrever as quatro operações de aritmética (grifo meu),

prática de quebrados, decimais e proporções, as nações mais gerais da geometria prática, a gramática (grifo meu) da língua nacional [...]” (Art. 6º, BRASIL, 1827) seguidos por rudimentos de conhecimentos religiosos, contexto que lentamente emergiram como continuidade da forma legal proposta, caracterizada como componentes de uma instrução sugerida e considerada elementar.

Permeando o século XIX – anos 1860 – numa organicidade e articulação entre os poderes instituídos, momento que dá consistência a uma instrução – educação primária – de acordo com a modernidade, como fenômeno educativo produzindo seguimentos à instrução secundária, se estabelecendo as metamorfoses da (des) naturalização do papel da escola na formação social brasileira.

Já no mundo Europeu observa que se deu lugar a um novo método denominado lancasteriano ou mútuo proporcionado, à existência de amplo espaço: um professor, com a ajuda dos alunos mais adiantados, chegando a atender até mil educandos (alunos) em uma única escola.

Desta forma, na Europa e posteriormente no Brasil surge o tratamento do Método Mútuo ao Método Intuitivo, partindo do ideário civilizatório iluminista – Europa – que promovia a necessidade de alargar as possibilidades de acesso de um número cada vez maior de pessoas às instituições e práticas civilizatórias explorando: o teatro, o jornal, o livro, a escola, para instruir e educar as classes inferiores, tendo em vista uma aproximação com as elites cultas dirigentes.

Nessas perspectivas, emerge uma época em que se define a necessidade de se utilizar racionalmente o tempo, surgindo métodos de ensino mais rápidos e da maneira mais econômica possível.

Diante deste cenário, segundo seus defensores, surge como arma poderosa na luta para fazer com que a escola atingisse um número maior de pessoas, estruturado em três vertentes:

- i) abreviar o tempo necessário para a educação das crianças;
- ii) diminuir as despesas das escolas;
- iii) generalizar a instrução necessária às classes consideradas inferiores da sociedade.

Outra forma foram os métodos pedagógicos: tempo, mobiliário, material pedagógico, seriação, de todo modo, as discussões sobre o método mútuo, ao incidirem sobre a organização das classes, sobre a necessidade de espaços e de materiais específicos para a realização da instrução na escola, a necessidade de formação dos professores e, finalmente, ao estabelecer o tempo e a questão econômica como elementos basilares do processo de escolarização, acabando por contribuir para a afirmação inicial, mas nem por isso menos



fundamental, da especificidade da escola e da instrução escolar, a qual, daí por diante, não mais poderia ser concebida nos marcos (materiais, espaciais, temporais) da educação doméstica.

Resultado destas dinâmicas sobre métodos, organizações das classes, o papel da docência como organizador e agente da instrução, vão dando lugar às reflexões na forma de pesquisa que acentuam a importância de prestar atenção aos processos de aprendizagem dos alunos, afirmando que o ensinar bem é caracterizado se o processo de ensino levasse em conta os processos de aprendizagem do aluno que o método intuitivo se desenvolvia pela importância da observação das coisas, dos objetos, da natureza, dos fenômenos e para a necessidade da educação dos sentidos como momentos fundamentais do processo de instrução escolar passando por etapas – lições e coisas – dessas explorações educacionais levada para espaços escolares.

Segue a partir de um intenso trabalho de produção e divulgação de variados impressos pedagógicos (livros, revistas, jornais etc.), e de um crescente refinamento teórico, sobretudo com uma maior aproximação entre os campos de psicologia e da pedagogia, a discussão sobre a pertinência e a forma de se trabalhar com o método intuitivo na escola primária, que perdurará no Brasil até a década de 30 do século XX.

Então uma abordagem: Qual a importância destes dispositivos para a democratização da educação?

Adentro das explorações históricas encontramos as escolas jesuíticas, momento da escola Pombalina, seguido pela vinda da família real e seus desdobramentos no Brasil.

Assim foi possível encontrar harmonia no contexto do Espaço da Fazenda ao Grupo Escolar, que abre legado para o que herdamos do período colonial, um número muito reduzido de escolas régias (cadeiras públicas das primeiras letras), cujos professores eram reconhecidos ou nomeados pelos órgãos de governos responsáveis pela instrução, e funcionavam em espaços improvisados, geralmente, na casa dos professores.

Estas escolas chamadas de particulares, ou outras vezes, de domésticas, ao que tudo indicava, superavam em número, até o século XIX, aquelas cujos professores mantinham um vínculo direto com o Estado.

Outro modelo emerge, na forma de contratação coletiva, modo bastante parecido com o já apresentado, contudo a diferença fundamental é que o professor não mantinha nenhum vínculo com o Estado.

Com o progressivo fortalecimento do Estado Imperial e com a discussão cada vez maior acerca da importância da instrução escolar, se estrutura uma representação da

construção de espaços específicos para a escola, sendo imprescindível para uma ação eficaz junto às crianças e adolescentes, indicando assim, o êxito daqueles que defendiam a superioridade e a especificidade da educação escolar frente às outras estruturas sociais de formação e socialização como a família, a igreja, estes tipos de grupo de convívio articulada na confluência de diversos fatores político-cultural, pedagógica, científica e administrativa emergiram.

Em continuidade do que ocorria no Brasil, a educação escolar, ao longo do século XIX, vai, progressivamente, assumindo as características de uma luta de governos, assim temos o Estado contra o governo de casa, simbolicamente, ou seja, um declínio das tradições culturais e políticas a partir das quais o espaço doméstico organizava-se e dava a ver.

Com a gradual abertura, no final do século XIX, da realização das chamadas lições e coisas, vão se modificando os modos destas promoções escolares através de um arsenal inovador de materiais didático-pedagógicos (quadros negros, lousas individuais, cadernos, livros, entre outros).

Durante os debates feitos e apresentados é que se percebe que os dispositivos políticos nas bases da educação vão se manifestando gradativamente, até o estabelecimento da constituição denominada republicana que se desenvolve em seus percursos – instalação do referido modelo – mudanças e retomadas de estratégias para ajustes que verificam em seus resultados as diversificações dos debates difundidos sobre o resultado da educação escolar que se apresenta hoje.

Percebe-se que a gênese educacional dessa ênfase tomada e atribuída ao/pelo Estado à formação da atual escola tiveram seus desdobramentos naturais ou intencionais, que percorreram as formas do ensino público e passaram por suas primícias até o modelo estatal republicana.

Nos anos de 1930, na figura de Paschoal Lemme (1904-1997), entronizada com o tratamento da educação popular e continuada, partilha com a proposta de Paulo Freire, a partir dos anos de 1950, que diz respeito da elaboração de uma formação não disjunta à existência humana em toda a sua duração e em todos os seus aspectos, voltada ao indivíduo em todo o seu período de existência, encontra e se depara com outras perspectivas como a educação ao longo da vida: comunhão que se manifesta em partições do documento elaborado na V & VI CONFITEIA's: Conferências Internacionais para educação de Jovens e Adultos.

A modalidade EJA, com a ausência do MOBREAL: Programa oferecido aos jovens e adultos nos anos de 1970 e parte da década de 1980 que em 1985 se transforma, pela Nova República, em Fundação Educar é realocada como direito à educação é percebido que a Lei

Federal nº 5962/08/1971 (LDB) estabelece o Ensino Supletivo pela primeira vez.

Em 1988 a promulgação da CF (Constituição Federal) dedica participação que assegura direito à escola foi estendida para todos, inclusive para aqueles que não puderam frequentá-la de maneira regular o que permite o desdobramento de um canal de acessibilidade e prosseguimentos formativo.

No entanto, na segunda metade da década de 1990, um novo público, composto de jovens e adultos, passou exigir uma atenção especial dos processos de ensino. Esse público novo consistia majoritariamente de jovens e adultos que haviam sido alocados aos bancos escolares nos ensinos fundamental e/ou médio para a modalidade EJA, dada a nova conjuntura sócio-política, como forma de dar continuidade aos estudos.

Dos resultados encontrados no cenário da educação da EJA atual, duas abordagens merecem destaque: em primeiro lugar, “é preciso dar-se conta do quanto o modelo que aí está guarda ainda aspectos excludentes [...] descobrir caminhos para alcançar uma escola para todos e que seja capaz de acolher a multiplicidade” (ARROYO, M. G. 2006, p. 27).

A década de 1990 trouxe a modalidade da EJA para os excluídos da escola formal por diversos motivos, o que gerou uma preocupação governamental da inadequação do modelo de ensino.

E, como não poderia deixar de ser, esse processo causou reflexos no ensino-aprendizagem em matemática voltada a esses educandos até então desenvolvida, pois, a formação devia ser feita através do ensino oferecido na escola (educação formal).

O cenário na política tem por base a data da publicação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB - de número 9.394, de 20 de dezembro de 1996 que estabeleceu no capítulo II, seção V no artigo 37: “A educação de jovens e adultos será destinada àqueles que não tiveram acesso ou oportunidade de estudos no ensino fundamental e médio na idade própria”.

A EJA como importante parte da educação que se materializa de modo significativo a partir deste evento. Legalmente esta modalidade de certificação “[...] se articula com o pleito postulado por inúmeras pessoas que não tiveram uma adequada correlação idade/ano escolar em seu itinerário educacional e nem a possibilidade de prosseguimento de estudos” (Parecer CNE 11/2000, p. 9).

Seguimos com a fundamentação teórica debatendo problemáticas, reflexões, aspectos, conceitos e ações que embasam nosso trabalho.

## 2 PROBLEMA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Posto os desdobramentos do percurso emergido da EJA ligando aos excertos de debate deste trabalho são promovidas claramente as intenções voltadas para esta pesquisa que tiveram suas origens em uma inquietação que nos tem acompanhado já há alguns anos, quando investigávamos dificuldades extremas de educandos para aprender e para o educador: Como ensinar o conteúdo de frações?

Dos ocorridos na inquietação associada ao processo de ensino-aprendizagem em/na/para matemática, naqueles idos, se manifestou e ganhou maior expressão nos anos seguintes à medida que, por diversas ocasiões associamos, em vários instantes, escalas musicais no nosso dispor educacional tendo como ferramenta a forma ilustrada do instrumento piano para o ensino de frações.

### 2.1 O ELO FRAÇÕES E (M) ESCALAS TEMPERADAS DA MÚSICA

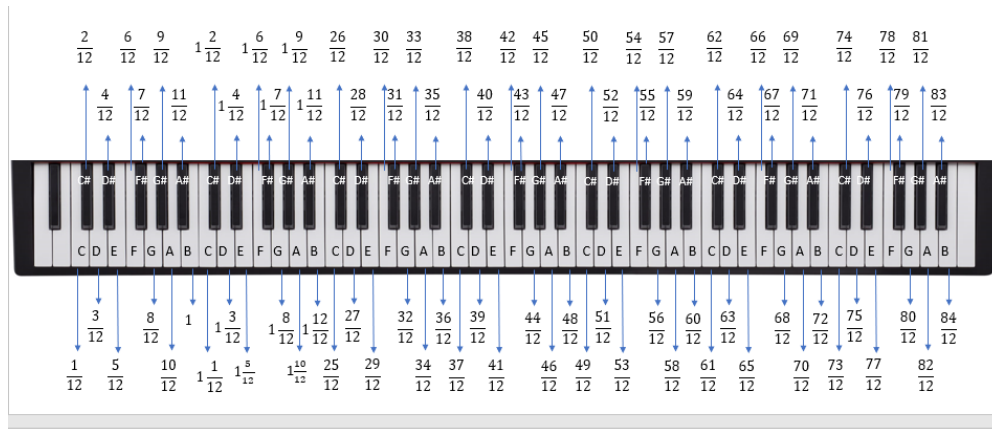
É no bojo música que percebemos possibilidades de transformar o ambiente de aprendizagem através da forma visionária da escala musical do Temperamento que estão presentes: tom  $\frac{1}{2}$  em  $\frac{1}{2}$ , maiores e menores explorados sobre regiões graves e agudos relacionados à frequência; ritmos (divisão fracionária manifestada); timbres (tipos de som, por exemplo, como o piano) contidos no instrumento digital.

Basta ser adolescentes, 12 anos completos, adultos, ou melhor, idade que a experiência é logo notada por estes indivíduos. Se olharmos um piano qualquer atentamente perceberemos a organização bem definida e sintética que as escalas Temperadas têm.

Estão dispostas em ciclos de 12 notas sendo sete naturais: Dó (C), Ré (D), Mi (E), Fá (F), Sol (G), Lá (A) e Si (B) registradas nas lembranças e apresentadas por teclas brancas e cinco: C#/Db; D#/Eb; F#/Gb; G#/Ab e A#/Bb talvez menos conhecidas manifestadas por teclas pretas: metaforicamente como um pomar de pés de jabuticabas,

Figura 1, ordenadas entre duas, sempre à esquerda o Dó (C) natural e três, sempre à esquerda o Fá (F) natural de modo que # (sustenido ascendente: graves para agudos) e b (bemol descendente: agudos para graves).

**Figura 1.** Teclado de um piano com as marcações em ciclos de oitavas como frações.



Fonte: Arquivo da pesquisa

Convergindo frações e(m) música ocorrem apresentações denotadas de “sobregeneralização” anunciada por Cury (2008, p. 36) que aponta patamares de erros defrontados na aprendizagem de matemática e que é marcante para o ensino do professor durante suas práticas educacionais direcionadas, fisicamente (presencial) ou não (remoto), ao ambiente das aulas de matemática.

Percebido várias e distintas formas na ordem a qual os conteúdos são apontados por diretrizes curriculares do ensino fundamental sobre frações estão dispostos de forma mais evidente, possíveis maneiras que contribuam para incidentes (menor grau) ou/e equívocos (maior grau) cometidos ocorram: Sejam  $\left(\frac{a}{b}\right) + \left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{a+c}{b+d}\right)$ , uma associação de equívoco com  $\left(\frac{a}{b}\right) + \left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{a+c}{b}\right)$  (CURY, 2008, p.12), dado que  $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$  com  $b, d \neq 0$ .

Exemplificada como na figura anterior é percebido que ao percorrer a escala, numa P.A de razão  $\left(\frac{1}{12}\right)$ , do piano digital é observado que cada ciclo se depara com uma oitava de frações próprias iguais:  $\left(\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{12}\right) = 12 \cdot \left(\frac{1}{12}\right) = \left(\frac{12}{12}\right) = 1$ , ilustradas para dozes teclas, semitons considerados equidistantes apresentados como ciclo percorrido de oitavas.

A representação do elemento neutro 1 (um) produzido pela fração aparente proporciona inúmeras representações: Entre as várias formas toma-se a apresentação de ciclos

de oitavas, a soma de uma fração própria composta com outra fração irredutível com denominadores diferentes:  $\left(\frac{8}{12}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{8}{12}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{4}\right) = \left(\frac{8}{12}\right) + \left(\frac{4}{12}\right) = \left(\frac{8+4}{12}\right) = \left(\frac{12}{12}\right) = 1$   
diferente do equívoco cometido em  $\left(\frac{8}{12}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{8+1}{12+3}\right) = \left(\frac{9}{15}\right) = \left(\frac{3}{5} = \textit{irredutível}\right)$ .

Este contexto assimilado, assinalado pelo campo das múltiplas formas que as frações representam muitas vezes são dissociadas ou não anunciadas, pois concordamos que “as ligações entre música e matemática atraíram a imaginação de indivíduos reflexivos” (GATDNER, 1994, p.97).

Ademais, de forma inesperada percebido no decorrer do texto, surgiu um posicionar-se que possibilitou vencer o jugo de uma relação de ensino-aprendizagem pautada exclusivamente na transmissão de conteúdos interpretada por “Concepção Bancária” (FREIRE, 1970), presença marcante em currículos e nos livros didáticos. “Estamos imersos numa prática social, em especial sala de aula, nossas reflexões e significações sobre o que sabemos, fazemos e dizemos podem constituir-se em algo formativo para cada um de nós” (FIORENTINI, 2003, p.128).

Observar que: “Saltam aos olhos eventos do tipo que [...] ao solicitar a alunos de 12 ou 13 anos, o cálculo de  $2^{-3}$  [...] a respeito da potência negativa, ele pergunta aos alunos qual seria o resultado de  $3^{-2}$ , para os que consideraram  $2^{-3} = -8$ , e alguém responde que seria -9” (CURY, 2008, p. 82).

Os processos ensino-aprendizagem na matemática exigem relações entre pessoas e o tema frações é marcante e presente na música, mais precisamente, pela organização conhecida como Modo Temperado que conheceremos adiante ao trazer a ideia de quebra (modo discreto).

Ao pressentir / ouvir trilhas, estilos ou gêneros constituem “ligações entre modos musicais específicos e diferentes traços de personalidade humana [...] à indolência e suavidade [...] à coragem e determinação” (GATDNER, 1994, p. 83) o que a torna rica por proporcionar sensações, emoções, ascende para a parte humanística do indivíduo e certamente contribui para o êxito e contexto do processo de ensino-aprendizagem matemática via frações.

Este arcabouço de sensibilidades emotivas pela arte aderida por artefatos tecnológicos que proporcionam ocasiões no que possibilita recorrer à esfera musical e abrir a janela em que possibilita vista de um caminho cheio de possibilidades para o processo dialógico do/no ensino da matemática: utilizaremos para o ensino de frações.

Surgido da dificuldade, percebida na própria prática, como professor de matemática da educação básica, a problemática deste estudo, consubstanciou-se sobremaneira na inquietação que lhe deu origem, qual foi assumir a cátedra dessa disciplina em lugares como Projeto Novo Tempo na cidade de Vinhedo - SP, como em outros espaços, Cidade de Monte Mor - SP, sem uma definida compreensão da melhor aplicação do que seria de fato estruturar o assunto de frações na disciplina matemática no seu efetivo papel na formação matemática elementar de/para alunos.

Debruçado no processo de ensino-aprendizagem da estrutura elementar matemática um ponto importante de reflexão apresentado por Cury (2008) é diferenciar o que chamaremos aqui de incidente (impacto residual dos resultados) e de equívoco (maior impacto conceitual dos resultados).

É preciso refletir sobre exemplos de supressões imperceptíveis de frações seguidas por estrutura conceitual.

Numa ocasião de suas andanças o educador Paulo Réglus Neves Freire aborda: “E quando o terreno não é retangular? [...] ‘fatiavam’ a figura em retângulos finos e depois somavam as áreas [...] um procedimento próximo ao utilizado no cálculo integral” (grifos do autor) (FONSECA, 2002, p. 56).

Da escrita desse evento de aproximação verbalizada, sabemos que, do cálculo integral que mesmo emergida uma incidência de erro por falta ou excesso, é uma tendência quanto se queira aproximar do valor absoluto da área de forma eficiente: Importantes reflexões desta natureza, que envolve construções e (hi)(e)stórias da matemática, são encontrados em outros lugares como “Temas e Problemas Elementares” (LIMA et. al., 2006) e a própria metamorfose do analógico para o digital como processo marcantes, por exemplo, em gravações musicais.

Continuando nessa transposição de lógica de análises de minúsculos erros (micros) permitidos temos um exemplo do ajustamento da Coma Fatal, que esclareceremos neste texto dissertativo, ou “Pitagórica: Pitágoras (c.569 – c.480 a.C) nasceu na ilha de Samos” (op. cit, p.61): Um evento refletido por muito tempo.

Compositores, agentes da música de forma global não desistiam dos suaves e perfeitos sons da escala Pentatônica Perfeitamente Acústica Pitagórica (sem perdas), contudo inviabilizava transposições. Hoje, com o Temperamento isso é possível mesmo ou apesar das singelas e imperceptíveis perdas aos ouvidos sendo apenas pressentidas por um bom ouvido de um músico.

Ocorre um regresso para um possibilitar revolução do avanço musical com

possibilidades de mudanças de tonalidade praticamente equidistantes como permitido em uma PA de razão  $\frac{1}{2}$  para dozes tons inteiro e dozes menores associando a Progressão Geométrica (PG) às frequências como resultado do som de cada corda.

Chrisley (2010) ao apresentar relatos desse evento que mudou praticamente o jeito de explorar a música ocidental com ganho musical magistral até então a ser descoberto e estruturado, apresenta diálogo sobre um trabalho composto por J. S. Bach, famoso músico internacional:

J. S. Bach, que, entre os anos de 1722 e 1744, compôs o tão famoso Cravo Bem Temperado, uma obra em que o músico executa 12 músicas em 12 tons diferentes, tanto no modo maior, quanto no modo menor, escrevendo depois outro volume com mais 24 tons (CHRISLEY, 2010, p. 56).

Em Maor (2008) narra diálogo fictício de J. S. Bach (55 anos) com Johann Bernoulli (73 anos), Johann I: “Se existe doze semitons iguais na oitava, então cada semitom deve ter uma taxa de frequência de  $(2^{1/12})/1$  [...] a soma corresponderá  $[(2^{1/12})]^{12}/1$ , que exatamente 2:1, a oitava” (MAOR, 2008, p. 169-72).

Estas aproximações lógicas deduzidas, entre outras, elaboradas para a matemática aplicada têm limites incoerentes quando transgridam conceitos até então estruturado neste campo da matemática.

Realizemos uma analogia sobre as barreiras com que se deparam alunos e por vezes, também os educadores matemáticos do ensino básico, diante das ações que emergem das possibilidades de atuação em sala de aula, corroboramos com a “Análise de Erros” (Cury, 2008): “Parece que há um conhecimento que funcionou em vários exercícios, a saber, que existindo  $\sqrt{a}$  e  $\sqrt{b}$ , então  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ , e que se o estudante falsamente generaliza para  $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ” (CURY, 2008, p. 33-4).

Com a intenção pontual de envolver com os agentes as formas diálogo-conscientização ou conscientização-diálogo no intuito de uma edificação da aprendizagem para educandos, para professores, um revisitar de conhecimentos matemáticos, é que pode ser possível realizar um estudo de frações inicial sobre Progressão Aritmética (PA: notas consideradas equidistantes) e empiricamente Progressão Geométrica (PG: frequências ocorridas ao percorrer notas graves e agudas) já que temos que a música é carregada de “sinais de uma “inteligência autônoma” registram positivamente no caso do pensamento lógico-matemático” (GATDNER, 1994, grifos do autor, p. 123).

Sobre este corredor lógico-matemático há muito que esclarecer, no entanto nos



contentamos em realizar síntese deste contexto no percurso da tecnologia, seja a informática musical, o processo analógico e digital e o debate de escalas musicais Harmônicas e Temperadas que estudamos em forma de disciplinas, Introdução à Informática Aplicada à Música (MU066: 1º semestre de 2008), Música e Tecnologia I (MP150: 1º semestre de 2009) e Música e Tecnologia II (MP250: 2º semestre 2009), realizadas junto ao Instituto de Arte (IA) da Unicamp por julgar ser essencial a partilha para agregar fatores da interdisciplinaridade música (escalas) e matemática (frações) presentes no trabalho.

## 2.2 MÚSICA INFORMATIZADA COMO TECNOLOGIA: DO ANALÓGICO AO DIGITAL DAS ESCALAS HARMÔNICAS E TEMPERADAS

Se atentarmos para a evolução da tecnologia moderna oferecida para/na música, veremos que há muitos termos que não são infundados. Para nosso objetivo, começemos com a invenção do transistor, no final da década de 1940, que trouxe enormes perspectivas de desenvolvimento à eletrônica, graças à redução de tamanho e de consumo de potência dos circuitos.

Isso viabilizou o desenvolvimento de mais aplicações musicais e as pesquisas no campo da síntese sonora foram se intensificando cada vez mais.

Na década de 1960, os sintetizadores (reproduzem timbres) entraram no cenário musical, produzidos comercialmente pelo engenheiro norte-americano *Bob Moog*. As sonoridades sintéticas marcaram as décadas seguintes e o sintetizador consolidou-se definitivamente como instrumento musical.

Durante as últimas décadas tem havido uma união cada vez mais intensa entre a computação e o uso de sintetizadores. Até os anos 1980, os sintetizadores tinham dificuldade com a polifonia. Era difícil e caro fazer sintetizadores polifônicos e sua operação era para poucos. Com o desenvolvimento da computação, os sintetizadores ganharam uma série de inovações, dentre elas, podemos citar a maior capacidade de memória e a miniaturização dos circuitos.

Não obstante aos sintetizadores, o que está por trás da tecnologia moderna na música é a chamada digitalização do som. O que entendemos como som fisicamente nada mais é do que pressão exercida nas moléculas de ar que são captadas por nossos ouvidos e são sentidas pelo nosso aparato sensório-motor.

As perturbações produzidas no ar são ondas em forma de frequências contínuas, que chegam ao ouvido com toda a sua complexidade. Como curiosidade da mesma forma, um disco de vinil irá armazenar um som contínuo, pois seu processo de gravação é ativado de acordo com a perturbação sonora. É o que se conhece como analógico.

Já o som digitalizado surgiu com a necessidade de quebrar (matematicamente o modo discreto) esse contínuo sonoro com vistas ao armazenamento. É assim que um disco *laser* ou outros artefatos como os *pen drives* ou outras fontes de armazenamentos que armazenam uma quantidade muito maior de informação sonora do que um disco de vinil. Tal processo se dá através da amostragem do som contínuo.

Assim, a forma de onda contínua é picada em vários pedacinhos (possível pela aplicação tecnológica usada: análogo a ideia da Integralização em Cálculo), processo conhecido como *sampling* - como a ideia é diminuir cada vez mais o espaço ocupado é percebido um processo matemático que permite, sistematicamente, sejam descartados uma parte dos pacotinhos e, na hora de tocar o som novamente, o espaço que ficou na onda sonora é completado através de um algoritmo matemático. Claro que quanto maiores forem o número de picotes colhidos, maior será a qualidade do som digitalizado.

No início da digitalização, as amostragens eram digitalizadas com frequência de  $8\text{KHz}$ , avanços ocorreram, com os processos de armazenagens e processamentos mais sofisticados, trabalha-se com amostras de  $44\text{KHz}$  e valores maiores. Para se ter uma ideia da qualidade resultante, basta dizer que uma configuração de  $11\text{KHz}$  é suficiente para armazenar todas as frequências produzidas pela voz humana.

Além das frequências do som, foi preciso criar formas de “discretizar” a intensidade, o que dependeu muito do desenvolvimento dos processadores, que no início da digitalização sonora era de  $8\text{ bits}$ , insuficiente para traduzir a voltagem da intensidade real recebida do som natural. Atualmente, captamos a intensidade da fonte sonora com 32 seguido por 64 ou mais *bits*, suficiente para captar todas as nuances de intensidade do som e é este um dos fatores que agrega valor monetário ao instrumento digital.

Um sintetizador ou qualquer outra fonte de som digital utilizam-se dos processos digitais, já que é devido à natureza da computação, não produzem som contínuo. Assim, o que temos na verdade é uma ilusão de continuidade. A qualidade do som digitalizado vai depender de quão boa é tal ilusão. Os circuitos e programas que gerenciam essa ilusão são chamados de *emuladores*.

Mesmo sem saber dos detalhes técnicos que envolvem o som digital, todas as críticas à qualidade do som digital residem nas perdas causadas pelo processo de digitalização e,

obviamente, sentidas pelo músico.

Para um músico, os espaços vazios que foram deixados de fora do som original, ou a síntese sonora que utiliza um modelo matemático para adivinhar o que deveria estar em tais espaços, são o suficiente para tirar o brilho do som, limitando a expressão do artista.

Para esse purista, uma audição com um piano de cauda terá detalhes impossíveis de serem captados ou imitados por um sintetizador. Muitos chegam a argumentar que, num recital com piano natural, detalhes como a umidade do ar, o estado de espírito do afinador, a quantidade de público, etc., ou seja, aquilo que não se pode controlar, no sentido matemático do termo, produz um efeito na sonoridade. Ao passo que, num sintetizador, todos os parâmetros computados são exatos e controlados.

Outro ponto de controvérsia em relação às novas tecnologias é o fato dos *softwares* que auxiliam o compositor na produção musical estarem cada vez mais sofisticados, a ponto de corrigirem imperfeições, propor arranjos, etc. Automatizando o trabalho dos artistas.

Argumenta-se que com um tempo, de certa forma já ocorrem, peças musicais inteiras serão criadas pelo computador. Nesse ponto, os defensores da tecnologia dizem que não haverá tecnologia que substituirá o artista, pois a tecnologia apenas dá o meio de produção, não podendo imitar a criatividade humana.

Talvez não exista um posicionamento justo entre defender as novas tecnologias e aceitar que ela, de uma forma ou de outra, prejudica aquilo que tradicionalmente conhecemos como qualidade musical.

Todavia, ao percorrermos as ruas, os bailes, as festinhas, etc. veremos que a imensa maioria das pessoas estão consumindo algum tipo de som digital. O formato que mais difunde a música, a clássica, por exemplo, é *MP3*, um processo de compactação digital com qualidade bem inferior a um vinil da *Deutsch Grammophon*.

Todas as composições gravadas atualmente passam por processos de digitalização. Desta forma, não é exagero afirmar que as necessidades de mercado difundem parâmetros de qualidade entre as gerações. Assim, se um ouvinte dos anos 60, acostumado com afinadíssimos pianos *steinway* ouvisse um sintetizador de última geração, talvez achasse de baixa qualidade.

No entanto, malgrado essa educação social aos limites do som digital, o artista, cujo trabalho na maioria dos casos, está distante do mercado de consumo, vê sua arte limitada por simplesmente não existirem quem distinga a velha qualidade do som analógico da emissão produzida pelo som digital.

Mas, aqui é preciso fazer a velha pergunta: a música necessita de consumidores para

existir? Para um bom número de agentes musicais, compreendem que não. No entanto, alongo ou até curto prazo, o artista purista pode sofrer um processo de isolamento e um piano de cauda ser tocado apenas como curiosidade de poucos.

Assim, o que se pode dizer a respeito da tecnologia é que ela é um processo que vai estar sempre presente na produção musical devido aos vários fatores como a acessibilidade não presente aos clássicos pianos analógicos, vantagens quantitativas de produções como trilhas, instrumentais, bem como simuladores dos numerosos timbres analógicos.

Na sua dinamicidade e rapidez evolutiva, ela favorece aos anseios de consumo de massa. Seja difundindo a Nona Sinfonia em *MP3* ou criando os tão difundidos sons da nova era.

Entre os aspectos positivos entre o piano acústico e o digital além do valor monetário temos, por exemplo, a facilidade de transporte do equipamento, já que os artefatos tecnológicos presentes num teclado, chamados de entrada ou de saída, arranjadores, pianos digitais são associados aos acessórios de um notebook com um teclado (carcaça) e uma placa de áudio interna/externa que são equipamentos leves conectados à energia e que usufruem pouco espaço acrescido por ser portátil.

Uma avalanche de outras vantagens se manifesta pelo fato de acesso do músico poder baixar *softwares* de simulação, soltar *samples* e usar outros programas de auxílio para produção e expressividade musical.

A instabilidade dos *softwares* e sistemas operacionais, a latência gerada pelo envio de sinal *midipor USB* e a incompatibilidade entre programas entram nos aspectos negativos, no entanto cada vez mais solucionados pelos avanços que não param. Ter um sistema integrando programas no computador vai requerer certo conhecimento técnico do músico ou produtor no que se percebe ser razoavelmente possível nos dias atuais.

Essa tecnologia cobre instrumentos sinfônicos, como no pacote de sons da *Vienna Symphonic Library*, trilhas de filmes, músicas eletrônicas (onde a *Native Instruments* tem grande reconhecimento) e instrumentos usados na música popular.

De certa forma, podemos dizer que a música instrumental é um produto da tecnologia. O processo que levou à manufatura dos modernos pianos só foi possível com o desenvolvimento tecnológico de sua época.

Na mesma linha com outro enfoque, paralelamente, ocorrem embates e saltos de contexto musical. Um dos exemplos mais importantes do desenvolvimento tecnológico na música é a concepção da própria escala musical, cuja evolução se deu por soluções matemáticas a partir de uma análise científica da psicoacústica.

Os primeiros estudos efetivos para a estruturação de uma escala de sons foram realizados no século VI a.C., pelo sábio grego Pitágoras. Analisando as vibrações produzidas por cordas com comprimentos diferentes, Pitágoras percebeu que os sons gerados por cordas com determinadas relações de comprimento produzem consonâncias agradáveis ao ouvido.

A partir dessas proporções, ele conseguiu definir uma gama (escala) de sete notas, baseada no intervalo que hoje chamamos de quinta. Essa escala é o ponto de partida de toda a música ocidental, e foi utilizada durante séculos.

Entretanto, como as notas eram determinadas tomando-se como referência apenas o intervalo de quinta ( $C_1 - D_2 - E_3 - F_4 - G_{5,1} - A_2 - B_3 - C_4 - D_5 - \dots$ ,  $C = Dó$  a  $G = Sol$  e desta a  $D = Ré$  por exemplo), outros intervalos não soavam bem, o que impossibilitava a modulação da música para outras tonalidades.

Desde a lira, utilizada pelos gregos, muitos outros tipos de instrumentos foram criados e aperfeiçoados, sempre com o objetivo de obter sonoridades diferentes, expressividade, funcionalidade e, obviamente, durabilidade.

Os artesãos que se dedicam à construção de instrumentos acústicos, para isso, precisavam conhecer detalhes das características dos materiais que empregam e como eles se comportam, esse conhecimento é o resultado de muitos anos de pesquisa, tentativas e erros.

Dentre os instrumentos acústicos, certamente é no piano onde o uso da tecnologia é mais marcante. Sua evolução, a partir do cravo, teve como objetivo principal oferecer a expressividade dinâmica tão desejada pelos instrumentistas.

Por volta do ano 1700, o italiano *Bartolomeo Cristofori* desenvolveu um mecanismo em que as cordas eram percutidas por martelos, e não pinçadas como no cravo. Essa solução engenhosa possibilitou ao músico não só fazer contrastes súbitos de dinâmica (piano e piano forte), mas também controlar as múltiplas nuances intermediárias de intensidade (crescendo e diminuindo) e permitir ainda a execução em *legato* e *staccato*.

O piano original de *Cristofori* evoluiu bastante nas décadas que se seguiram, com o aumento da extensão do teclado, a incorporação de pedais, o aprimoramento da acústica e o uso de peças metálicas para aumentar a resistência da estrutura. Sempre se aproveitando do desenvolvimento tecnológico.

No final do século XIX, o piano já tinha alcançado a maturidade como instrumento e os fabricantes incorporaram apenas aperfeiçoamentos, sobretudo com uso de novos materiais que pudessem dar mais durabilidade e redução de custo.

Assim, podemos afirmar que o homem sempre utilizou a tecnologia para aprimorar seus velhos instrumentos e testar novas possibilidades sonoras oferecidas pela tecnologia de

sua época. No entanto, há uma preocupação com as tecnologias modernas, que de tão modernas, já afirmado anteriormente, hipoteticamente podem comprometer a criatividade do músico e com isso, o componente artístico da obra.

Claro que essas transformações podem relacionar perdas, mas ganhos fabulosos podem ser manifestados. É o que aconteceu com a partição do bojo de extrema importância em nossa pesquisa: O Ocidental Temperamento Musical.

Os excertos permitem retomar a fictícia cortina que separa uma era antes e depois de *S. Bach*, pois é a partir deste pesquisador musical que desenvolveu os refinamentos estruturados do Ocidental Modo Temperado, trazendo a ideia de quebra – modo discreto – do som com base em estrutura matemática – Progressão Aritmética: PA e Progressão Geométrica PG - em função de um compromisso que causou, de princípio, impacto de resistência que através de persistência se desdobra no resultado contemporâneo, desnecessária apresentação detalhada pela universalização atingida, entre outros modos, da musicalidade global.

Escala Pitagórica! Pitágoras fez o estudo dos sons musicais numa corda firmemente esticada (Monocórdio). Com a corda esticada, ele percebeu dois fatos interessantes:

1) Ao fazer vibrar exatamente a metade da corda esticada, o som resultante era igual ao som da corda inteira, com a diferença de ser mais aguda, como se uma mulher e um homem cantassem as mesmas notas.

2) Ao fazer vibrar  $\frac{1}{3}$  desta corda, o som resultante combinava bem com o som da corda inteira.

Observemos que ao tomar  $\frac{1}{3}$  de uma corda, é o mesmo que achar a sua quinta. Estes fatos propiciaram a criação de uma escala chamada escala pentatônica. Ela foi concebida repetindo o processo. Ao repetir 4 vezes, são obtidas as 5 notas que formam esta escala. São elas, partindo do Dó: Dó<sub>1</sub> – (1)Sol<sub>5-1</sub> – (2)Ré<sub>5-1</sub> – (3)Lá<sub>5-1</sub> – (4)Mí<sub>5</sub>.

O interessante aqui é que ao notar a estrutura da exibição de qualquer piano (analógico ou digital com suas sensíveis perdas de sons comparados) na figura anteriormente acrescentada, somente as teclas pretas (ciclos de 2 e 3) são notas que formam uma dessas escalas. Este apêndice contribui para a didática com educandos recorrendo à música: Qualquer um com certa aptidão ao sentar ao piano e arpejar ritmicamente de forma aleatória estas notas pretas notará que os sons são agradáveis aos ouvidos e estes compositores instantâneos vão expressar uma nova composição personalizada sem registro e momentânea como experiência!

Continuando o processo de exploração sobre as escalas, poderia ser seguido até que se repetisse uma nota, e então fechar o ciclo. Neste caso, a próxima nota seria o Si: (4) Mís,<sub>1</sub> – (5) Sís, que é um som que combinava bem apenas com Mi, e não com o resto das notas da escala. Por ser muito próxima (o SI) da nota Dó, concluíram que aquela nota era a nota Dó, mas com erro. Assim, o ciclo já estaria fechado.

Então, ao montar um instrumento capaz de tocar estas 5 notas, dificilmente haveria uma dissonância (som instável aos ouvidos): Se possível ao se deparar com um teclado eletrônico ou qualquer piano, digital ou analógico, toque as cinco notas pretas apenas, sentirá o efeito harmônico!

Pitágoras desenvolveu estes passos sem parar no Si. Ele continuou repetindo o processo até obter 7 notas diferentes. Além disso, fez os cálculos matemáticos de tais razões. Estas razões foram importantes para o estudo das frequências relacionadas a cada nota. Se tomarmos o caso de fazer uma corda esticada vibrar, existe uma relação matemática fisicamente da frequência do som emitido com o comprimento da corda.

Da física temos a relação (Lei ou Equação) realizada por *Taylor* que menciona o efeito físico em forma de velocidade ondular realizada em uma dada corda:

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}, \mu = \frac{m}{l}, \quad v \text{ (velocidade em que uma onda se propaga numa determinada corda:}$$

no Sistema Internacional de Medidas (SI) é dado em  $\frac{m}{s}$  é dada pela razão da raiz quadrada de

$\tau$  (força tensora ou tração na corda: dado em  $kg \cdot \frac{m}{s^2} = N$ ) pela  $\mu$  (densidade linear da corda:

$\frac{kg}{m}$  e que  $m =$  massa e  $l =$  comprimento da corda).

Associado a Lei de *Taylor* temos a equação fundamental ondulatória que é apresentada por  $v = \gamma \cdot f$ ,  $\gamma(m)$  e  $f\left(\frac{1}{s}\right) = \text{hertz}$  ( $s$ : segundos), implica que  $f = \frac{v}{\gamma}$ .

Para cada corda a velocidade de ondas oscilatórias  $v$  é considerada constante, pois a raiz quadrada da razão da tensão força e a densidade linear, variáveis, são bem estabelecidas na Lei de *Taylor*.

Ao ser acionado um monocórdio: uma única corda, restando uma relação inversamente proporcional com  $\gamma$ . Isso significa que quanto menor o valor de  $\gamma$ , maior será a sua frequência  $f$ .

Assim, exemplificado, o que Pitágoras fazia era mover uma das extremidades ao tomar

a metade da corda (dividir por  $\frac{1}{2}$ ). Desta forma, seja a frequência inicial  $f' = \frac{v}{\gamma'}$ , tomemos

$\gamma' = \frac{\gamma}{2}$ , temos que  $f' = (v) \cdot \frac{1}{\left(\frac{\gamma}{2}\right)} = (v) \cdot \left(\frac{2}{\gamma}\right) = 2 \cdot \left(\frac{v}{\gamma}\right) = 2 \cdot f$ , significa ser o mesmo que emitir,

para uma mesma corda (monocórdio), um som com o dobro da frequência do som original. E repetindo este feito com a metade da corda original de modo recursivo  $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \dots\right)$  obtinha-se o mesmo resultado, um som igual, com frequência igual ao dobro da anterior.

A partir das razões determinadas por Pitágoras, os instrumentos foram construídos seguindo estas razões. O que chamamos de escala, na verdade é a divisão das notas musicais dentro de uma oitava.

Esta divisão proposta por Pitágoras foi chamada de Escala Pitagórica ou Escala Perfeitamente Harmônica, pois foi construída tomando quintas sucessivas, já que as quintas combinam agradavelmente com a nota original.

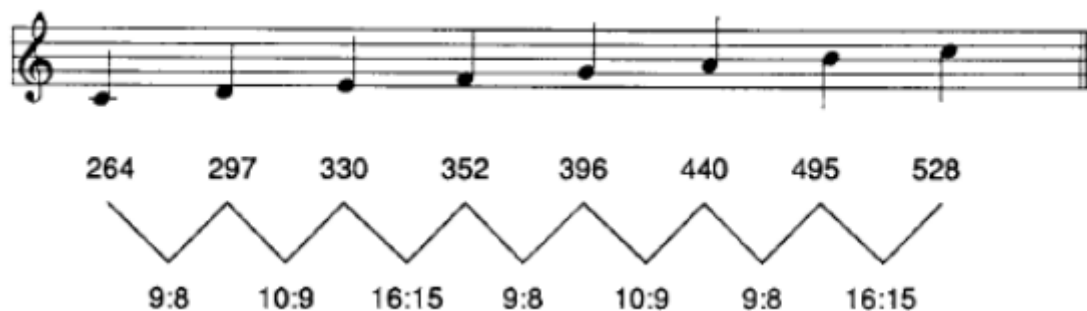
Porém, com o desenvolvimento da música, surgiram problemas de transposição de um tom para outro. Este problema foi descrito no livro “A História de um Número”, já mencionado e retomando, em que se “existe doze semitons iguais na oitava, então cada semitom deve ter uma taxa de frequência de  $(2^{1/12})/1$  [...] a soma corresponderá  $[(2^{1/12})]^{12}/1$ , que exatamente 2:1, a oitava” (MAOR, 2008, p.169 - 72).

Neste diálogo, o músico *Bach* traz o problema da Escala Perfeitamente Harmônica para o matemático *Bernoulli*, que consegue dar uma solução matemática. O problema de *Bach* era basicamente, a impossibilidade de transpor músicas para outras tonalidades. Mudar de tonalidade significa modificar a primeira nota da escala para uma diferente da nota *Dó*, que é a mais comum.

Observando o quadro abaixo, Figura 2, das razões da escala pitagórica, temos que a razão que separa as notas naturais descritas no pentagrama (5 linhas) na Clave de Sol (*G*) encontramos entre os valores da divisão de frequências emitidas pelas notas *Dó* e *Ré* é diferente da razão que separa as notas *Ré* e *Mi*, visto que para ficar perfeitamente harmônico, a o valor da ordem destas operações deve ser seguido rigorosamente, não se podia iniciar uma escala a partir da nota *Ré* a menos que se modifique a afinação do instrumento.



**Figura 2.** Descrição no pentagrama das sete notas musicais na Clave de Sol (G): Razões e Frequências da Escala Perfeitamente Harmônica.



Fonte: Arquivo da pesquisa.

*Bach* analisou estas razões, e observou que nas razões 9:8 e 10:9, com três casas decimais (0, 125 e 0, 111...) os valores são próximos no que resultam sons parecidos, enquanto que a razão 16:15 (1 + 0,066...) a parte entre 0 e 1 é aproximadamente metade (Tabela 1) das duas anteriores. Então, ele supostamente pensou que as duas primeiras razões são um tom inteiro, enquanto que a última, Mi para Fá, seria meio tom.

**Tabela 1.** Representação e aproximação (entre 0 e 1) para tom e semitom.

Razões Pitagóricas		
9:8	1,125	1 tom
10:8	1,111	1 tom
16:15	1,066	½ tom ou semitom

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Assim, com esta ideia de tom e semitom, *Bach* pensou em dividir toda a oitava em semitons, resultando em 12 semitons. Seu intuito, *Bach*, inspirava dividir esta escala de forma que ela fosse dividida em 12 semitons, e que todos sejam ou pudessem ser considerados de mesmo tamanho.

O problema de *Bach* era obter a razão para o tom e o semitom, além de ser agradável para os ouvidos, satisfaz também o fato de fechar a oitava na frequência que é o dobro da nota considerada. *Bernoulli* teria tomado um lápis e um pedaço de papel, e enquanto *Bach* terminava de argumentar, o matemático já havia terminado os cálculos. *Bernoulli* procurou um valor desconhecido  $i$ , tal que ao se multiplicar 12 vezes algum valor, se chega ao seu dobro.

$12 \times i = 2$ , ou seja, mesmo  $i$  sendo irracional positivo podemos inferir como uma boa aproximação de um racional:

$$i^{12} = 2; i = 2^{1/12}; i = \sqrt[12]{2}; i \approx 1,0594$$

Observe que este valor é próximo do semitom que se tinha antes, de  $i \approx 1,0660$ . Com esta nova razão, o problema de *Bach* estaria resolvido, pois o semitom tem o mesmo tamanho. A esta nova configuração (Tabela 2) das frequências das notas, se deu o nome de Escala Temperada. Abaixo segue as frequências para comparação das duas escalas.

**Figura 3.** Comparação das frequências Escalas: perfeitamente harmônica e temperada.



**Fonte:** Arquivo da pesquisa.

Para efeito didático relacionado com a matemática, retomando, as amostras de oitavas sucessivas (grave e agudo) permitem uma divisão em 12 partes consideradas iguais, devemos atentar que ao se criar a ideia de tom e semitom, nós estamos dando uma ideia aditiva para as diferenças de uma nota para outra.

Sem se atentar em detalhes sobre o estudo de melodia e harmonização, apresentaremos a tabela a seguir com o intuito de aproveitar que leitores com noções musicais estabeleçam conexões, no entanto o objetivo pontual é localizado em relacionar as frequências de afinações distintas e refletir sobre a escala temperada.

**Tabela 2.** Comparação de Afições de Escalas

<i>Nota musical</i>	<i>Intervalo com a nota fundamental</i>	<i>Afição natural</i>	<i>Frequência (Hz)</i>	<i>Afição temperada</i>	<i>Frequência (Hz)</i>
Dó	Dó uníssono	1/1=1,000	132,000	1,000	132,000
Dó #	Semitom	25/24=1,042	137,544	1,059	139,788
Ré b	Segunda diminuta	27/25=1,080	142,560	1,059	139,788
Ré	Segunda maior	9/8=1,125	148,500	1,122	148,104
Ré #	Segunda aumentada	76/74=1,172	154,704	1,189	156,948
Mi b	Terça menor	6/5=1,200	158,400	1,189	156,948
Mi	Terça maior	5/4=1,250	165,000	1,260	166,320
Fá b	Quarta diminuta	32/25=1,280	168,960	1,260	166,320
Mi #	Terça aumentada	125/96=1,302	171,864	1,335	176,220
Fá	Quarta perfeita	4/3=1,333	175,956	1,335	176,220
Fá #	Quarta aumentada	25/18=1,389	183,348	1,414	186,648
Sol b	Quinta diminuta	36/25=1,440	190,080	1,414	186,648
Sol	Quinta perfeita	3/2=1,500	198,000	1,498	197,736
Sol #	Quinta aumentada	25/16=1,563	206,316	1,587	209,484
La b	Sexta menor	8/5=1,6	211,200	1,587	209,484
Lá	Sexta maior	5/3=1,667	220,044	1,682	222,024
Lá #	Sexta aumentada	152/72=1,737	229,284	1,782	235,224
Si b	Sétima menor	9/5=1,800	237,600	1,782	235,224
Si	Sétima maior	15/8=1,875	247,500	1,888	249,216
Dó b	Oitava diminuta	48/25=1,920	253,440	1,888	249,216
Si #	Sétima aumentada	125/64=1,953	257,796	2,000	264,000
Dó	Oitava perfeita	2/1=2,000	264,000	2,000	264,000

Fonte: INPE, 2009

Ao observarmos a tabela comparativa das escalas cromática e suas afições acima a última coluna representa a Temperada (Tabela 2). Os sons enarmônicos: nomes distintos para a mesma frequência estão visivelmente expostos: ( $C\# = Db, D\# = Eb, F\# = Gb, G\# = Ab, A\# = Bb$ ).

Desta forma, relacionando PA e PG (Tabela 3), a execução é aparente, pois, que para ir da nota Dó até a Ré, sugere que basta adicionar dois semitons. Mas em termos de frequência não acontece uma soma, mas sim uma multiplicação, como já observado. É neste contexto que entram os logaritmos para conseguir relacionar a soma com a multiplicação.

**Tabela 3.** Ilustrações de Sequências: PA e PG.

PA	1	2	3	4	5
PG	$i^1$	$i^2$	$i^3$	$i^4$	$i^5$

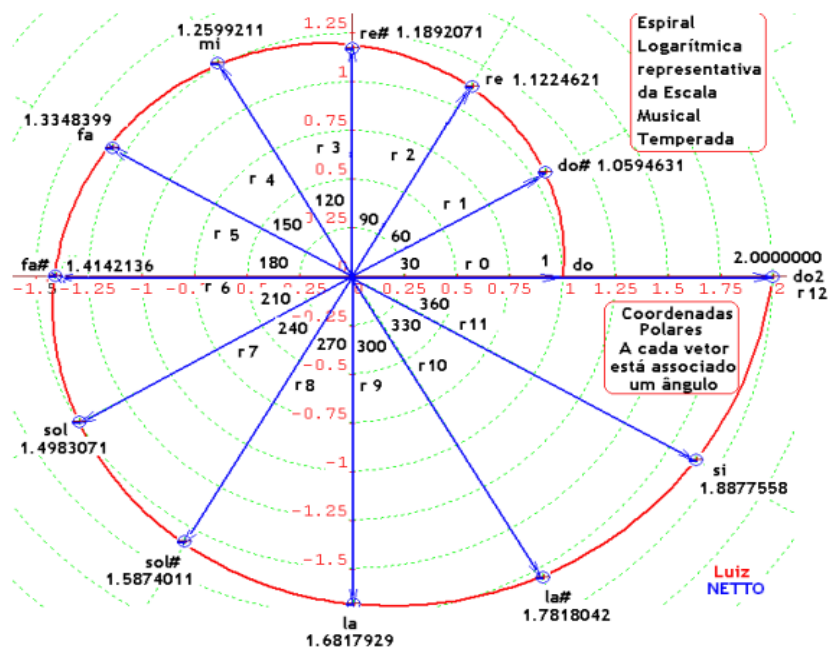
Fonte: Arquivo da pesquisa.

Assim, a presença de logaritmos na escala temperada é efetivada marcando um antes e um depois. Para efeito de curiosidade em instrumentos de uma orquestra, o violino, oboé

(instrumento que é referência para afinação de toda a orquestra), entre outros, como exemplos, não ocorrem essa equidistância exatamente: entre dois semitons podem ser expressas outras notas não enarmônicas (nomes distintos para uma mesma nota): ao ascender ou descender um semi tom podemos encontrar notas próximas com diferenças.

Bernoulli, também, utilizou uma espiral logarítmica para representar as notas musicais de seu novo modelo. Nesta espiral (Tabela 4) é possível dividir a oitava e quantas partes iguais que se deseja, e se obtém automaticamente as razões que se busca.

**Tabela 4.** Espiral no Temperamento - logarítmica dividida em 12 partes. Cada vetor azul tem o tamanho com a razão de frequência referente a uma nota musical



Fonte: Arquivo da pesquisa

Sobre as escalas musicais vale lembrar que existem muitas outras escalas diferentes, observadas no mundo todo. As diferenças entre elas são sentidas com o ouvido e em geral podem ser relacionadas com algum sentimento. As escalas pentatônicas, como apresentada, formadas por 5 notas, são bastante utilizadas pela cultura oriental, mas também foi incorporada pelo *Blues*.

As escalas maiores e menores parecem que são opostas entre si, sendo a primeira aparentar ser alegre, e a segunda ser triste. Ao mesmo tempo, as escalas perfeitamente harmônicas e as escalas temperadas, não foram criadas para serem opostas entre si, mas a segunda foi criada para adaptar alguns problemas técnicos da primeira.

Existe a horizontalidade, quando observamos as várias escalas pelo mundo, enquanto

neste nosso caso, em que foi desenvolvida uma nova escala matematicamente exata, observamos a verticalidade.

As explicações partilhadas nestes excertos emitem razões consistentes entre matemática aplicada e música. Desta forma se verificam níveis e fatores para explorações transformadas em didáticas pedagógicas para o ensino de frações por frações ou frações e outros contextos correlacionadas às escalas do Temperamento Musical.

O recorte de inquirições deste trabalho é depositado para atenções voltadas para a Progressão Aritmética (PA) conduzida para explorações de ensino-aprendizagem de contexto frações e(m) escalas musicais aplicadas em conteúdos curriculares percebidos para o processo de ensino-aprendizagem matemática traduzidos em instigantes elaborações de aprender a aprender ensinar frações e suas derivações.

A junção interdisciplinar entre uma disciplina humana (Arte) e outra exata (Matemática) sugerem nos envolvidos relações sensíveis acopladas em motivações para o ato extrínseco de ensinar e intrinsecamente no aprender no bojo das relações humanísticos da plataforma da educação, este é o lócus da teoria freiriana motivadora deste trabalho.

Posto que a apresentação através de uma síntese do percurso da informática musical relacionando o processo do analógico ao digital para de fato apresentar o surgimento da escala Temperada logo após a Harmônica e percepções educacionais percebidas seguiremos com outras partes de conexão didática entre frações e(m) escalas musicais deste trabalho.

### 3 METOLOGIA: JUSTIFICATIVAS, OBJETIVOS E AÇÕES

#### 3.1 METODOLOGIA

Trata-se de uma pesquisa qualitativa descritiva que, além dos relatos das experiências, foca a escola, o alunado, os conflitos relacionais e o processo de emancipação educacional via processo de ensino-aprendizagem matemática.

Assim, para refletir sobre as experiências didáticas realizadas com alunos, começando pelo Movimento I no Projeto Novo Tempo, utiliza os seguintes procedimentos metodológicos: observação, questionário e fonte documental atribuída às impressões possibilitadas pelas anotações de campo; questionário; contextos históricos sobre música e matemática; frações representadas pelo método musical conforme Pozzoli (1983) e diálogo bibliográfico.

Realizado o processo de observação durante o desenvolvimento da dinâmica com música, reuniões. Os registros feitos em um caderno de campo. Um questionário retirado da pesquisa de Trento (2014), com o objetivo de conhecer os participantes.

Além disto, dados de uma suscita pesquisa sobre música e matemática relacionando atores destes contextos, recorrência às fichas de atividades, a utilização de uma fonte documental traduzida por estes fatores delineados e agregados ao referencial teórico e debates harmonizados com pesquisadores vigentes da educação, nela, o processo de ensino-aprendizagem matemática.

Este eixo da pesquisa é a Escola Municipal Centro Integrado de Cidadania (CIC) Eduardo Von Zuben, local do Projeto Novo Tempo em Vinhedo - SP. Os participantes são alunos dos 6º anos D e E do Ensino Fundamental II, que frequentaram a escola no período da tarde. Ao todo 19 alunos participantes que possuem faixa etária centrada em 14 anos.

Previamente acertada com a equipe gestora, um cronograma de 4 horas/aulas de matemática de 45 minutos cada, sendo duas aulas no 6º D e duas aulas no 6º E para o desenvolvimento da dinâmica com várias músicas instrumentais interpretada pelo educador.

Fiorentini e Borda concordam que na “pesquisa-ação também deve ser concebida como um processo investigativo intencionado, planejado e sistemático de investigar a prática” (BORDA et al, 2006, p. 73). Em outros instantes durante 12 horas/aulas corrente, em cada 6º D e E ano, prossegue com o desenvolvimento sobre os conceitos referentes às frações.

Posteriormente, ocorre a realização de uma avaliação: A obra “Aventura Decimal” (RAMOS, 1991-2a) marca presença, pois associamos produto (divisão e multiplicação), soma (adição e subtração) de números decimais contendo objetivos de que para “dividir uma fração por outra é preciso: - multiplicar os termos da primeira fração pelos termos da inversa da segunda” (RAMOS, 1992, p.78), para análises de equívocos e/ou incidentes produzidos pelos educandos que foram reportadas no andamento da pesquisa, contextualizada por frações contento suas operações elementares em que recorreremos às análises sugeridas por Cury (2008) como correção e retorno para os educandos.

No Movimento II a pesquisa de campo: Os participantes em 2020/21 foram alunos dos 8º anos (A: 27 e B: 25) e 2022 8º (A: 23 e B: 22) e 9º A (33) do Ensino Fundamental II, que frequentam a E.M José Luiz Gomes Carneiro, em Monte Mor - SP, no período da manhã (matutino). Foram três momentos distintos, (1) 2020 que prosseguiram estudos na sala de 9º anos (A) e (B) em 2021, ao todo em torno de 52 alunos, (2) em 2021 alunos que vieram dos 7º anos (A e B), referente ao ano letivo 2020, desta vez os 8º anos (A: 24 e B: 21) com 45 educandos, como consequências em 2022, alunos do 7º A e B formam as salas do 8º A (23) e 8º B (22) num total de 45 estudantes, como sequência com os 8º A e 8º B de 2021 é formada uma única sala 9º A com quase 33 alunos (alguns dos 8º anos se transferiram) com raras exceções todos os participantes perpassaram pelo momento pandêmico e possuíam faixa etária entre 13 e 17 anos.

Para a realização deste movimento, acrescentamos outros caminhos: o primeiro deles é a pesquisa bibliográfica expandida que focou a respeito de algumas questões de legislação e de aspectos que devem ser considerados ao se pensar na possibilidade de ensino remoto ocorrido. A partir das leituras, são levantadas hipóteses a respeito do que pode ser possível ou não.

No cronograma na E.M José Luiz Gomes Carneiro, em Monte Mor – SP, para estes instantes, momentos de acertos com a equipe gestora ocorreram e seguimos apresentando aos educandos de forma remota a proposta na forma de áudios e vídeos editados com a partilha de fragmentações (temas) musicais interpretadas pelo professor ao piano digital, entre as músicas temos parte da *Ballade Pour Adeline* (este instrumental predominou, também, no Movimento I), composição (1976) de *Paul de Senneville & Olivier Toussaint*: esta obra foi interpretada numa gravação ao piano pela primeira vez por *Richard Cleyderman* que atingiu vendagem na casa de 20 milhões de cópias em 38 países.

Na edição dos áudios junto aos vídeos finais produzidos em 2020 e 2021, seguimos explorando a narração e *slides* aprimorando aplicações e conceitos sobre frações e(m) escalas

musicais para serem refletidas durante as atividades remotas subsequentes.

Encontramos desafios de analisar as ações por parte dos educandos dos ocorridos através da proposta ofertada pelas dinâmicas devidas às conjunturas de procedimentos e validações orientadas pelo Estado pelo biênio da transição pandêmica devido ao fato de pouco ou quase nenhum material das atividades retornadas à unidade escolar. O monitoramento foi conduzido pela participação do educando no blog institucional. No trabalho remoto na escola feita pelo professor era escasso o material de *feedbacks* como análises qualitativas avaliativas.

Em ambas as ações (Movimentos I e II) ocorrem aulas introdutórias para visualização da estrutura do piano no intuito de mostrar a utilização da música para entender que as notas musicais são repletas de funções matemáticas, neste caso frações, com o propósito de mostrar que a matemática está em toda a parte e que estamos envolvidos a ela o tempo todo em todos os lugares.

As idas ao campo de pesquisa deságuam em instantes, pós-pandêmico, nos momentos de exibição, apresentação e aplicação, em abril de 2022, da dinâmica musical, frações e (m) música, ao contexto escolar resultou numa oportunidade para que fosse colocado em prática uma avaliação padrão para as três salas, dois 8º anos e o 9º A, no formato de recuperação e revisão de conteúdos mutuamente.

Em outras palavras, no município de Monte Mor entre 2020 – 21 ocorriam uma prova mensal (0,0 - 3,0 pontos), uma avaliação bimestral (0,0 - 4,0 pontos) e outra avaliação subjetiva de participações, envolvimento (0,0 - 3,0 pontos) etc., contabilizadas pelo docente, caso o aluno não atingisse a média (0,0 – 5,0 pontos) realizava a recuperação.

Neste instante temos a prova bimestral (0,0 - 4,0 pontos), caso não atinja 50% (azul) participa da recuperação geral aferido até cinco pontos no máximo, caso o aluno participe mesmo com 50% na nota (azul) bimestral poderá oportunamente aumentar a média motivada por participações, envolvimento e interesses aos estudos, desta forma percebe-se que as médias bimestrais são na forma de somas acumulativas a cada instante.

Considerando, pois, o que foi exposto, a pesquisa avançou em etapas e que tentamos desenvolver, a partir do Projeto em nível de Mestrado Profissional junto ao Programa de Pós Graduação Em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) campus de Sorocaba/SP, escrita detalhada deste arcabouço de/das ações e registros das idas ao campo buscando responder nossa gênese de indagação classificada (4) como ensinar frações e(m) música norteando realizar, após a defesa, entrega ao meio científico.

Os resultados esperados visam possibilitar a expansão do elo processo de ensino-aprendizagem matemática e música, já que ainda é tímida esta presença mesmo com o enorme



arcabouço tecnológico matemático pressentido e difundido na música possibilitando véis interdisciplinar como inúmeras possibilidades e construções para concepções metodológicas para/no processo de ensino-aprendizagem matemática e os encontrados nestes instantes da contemporaneidade que contribuirão para desmitificar este paradigma.

Dialogar sobre a importância detida pela matemática que é base principal para muitas formações e a validade de quem anseia aprimorar tais conhecimentos o que possibilita em um profissional melhor e marcante entre os pares ou fora deles.

Comparadas as ocasiões do Movimento I (carregada de detalhamento por fazer parte de inquirições de uma pesquisa feita e guardada), Movimento II (a atenção voltada mais para fatores pedagógicos) apresentados os resultados refletidos e encontrados no deságue de ações presenciais em abril de 2022, a partir dessa análise, possibilitar observar o impacto dessas formas no/do processo de ensino-aprendizagem matemática em cenários e instantes distintos, presumindo que ocorram reflexões para traçar contribuições em formas de propostas para/de soluções que auxiliem os professores especialistas adentro do bojo do processo de ensino-aprendizagem matemática a agregarem outras formas d(e) dinâmicas motivacional de aprendizagem oferecida por frações e(m) música e suas escalas temperadas melódicas.

Convidar refletir que o referido trabalho se ausenta em adentrar de perspectivas precisas sobre crenças sejam elas de autoeficácia ou afetivas, no entanto, são trazidas a luz e apresentadas ligeiramente no intuito de elucidar que muitos destes fatores positivos que involuntariamente entrelaçam de forma intrínseca e extrínseca à formação e ação educacional, aqui, atrelada ao ensino-aprendizagem matemática, no decorrer do tempo se manifestam e se verificam serem importantes para o ato de educar-se para educar.

### 3.2 JUSTIFICATIVAS

Nossa questão inicial: Como convergir qualitativamente interesse motivacional, numa ala marcante de aprender ensinar e aprender a aprender frações? A música foi uma das vias.

Na questão interdisciplinar, verificamos orientação acionada pela Lei Federal n.º 11.769/2008, que passou a ser inserida aos teores contidos na LDB 9394/1996, quando torna a música um componente curricular obrigatório na Educação Básica, um fator que conduz nossa associação da música com o ensino de matemática ainda mais relevante.

É necessário tratar e expandir as reflexões e questionamentos como:

1. o que ensinar;
2. porque ensinar;
3. para que ensinar;
4. como ensinar.

Compuseram, assim por dizer, o conjunto crescente de preocupações subjacentes ao exercício da docência que caracterizaram a prática pedagógica em processos de ensino-aprendizagem matemática desde que ela seja atribuída como disciplina que acolha todos os tratados construídos, debatidos, assegurados para que seja atendida na sua plenitude.

O que se verifica é à luz de uma abordagem de ensino que pudesse não só encaminhar a complexidade do questionamento de nº 4, ao construir ações, como também nortear o caminho para que apontassem formas, na investigação das possibilidades e potencialidades dessa mesma abordagem, de tratar as questões de números 1, 2 e 3 de forma a evoluir profissionalmente na aquisição de modos dos saberes (FIORENTINI, 2003).

Nossa insatisfação, hoje encarada com maior maturidade, ultimamente tem atingido o seu zênite, à medida que transformações sociais, políticas, econômicas e, sobretudo, tecnológicas adentram aos ambientes de aulas e nos colocam no impasse de se ter de/em/no propor um ensino, a partir, das mais variáveis ferramentas de extrações e conduções de saberes cujas formas de representações são ainda transladar conteúdos por conteúdos que já não mais atendem ao tipo de processo de ensino-aprendizagem matemática que as constantes evoluções no presente século sujeitam aos educandos.

### 3.3 OBJETIVOS E AÇÕES

Contribuir em refletir que o elo da interdisciplinaridade marcado pela Matemática e a Música é repleta de relações entre si como fora percebido que o ocidental Modo Temperado trouxe a ideia de quebra – modo discreto – do som com base em estrutura matemática – P.A e P.G.

Levar em consideração a diversidade dos contextos das atuações de inquirições, presumida dificuldades, fatos é possível apresentar, conduzir os efeitos na trajetória dos projetos educacionais diferentes que possibilitam intervenções pedagógicas frações e(m) música.

Para quem ousa ensinar (FREIRE, 1993) refletir a importância de parceria com o

educando que conjuntamente edificam a educação apresentam o elo da matemática nas frações e(m) música, dar o sentido merecido das relações interpessoais subjetivadas que se torna em desafio na tarefa, mas resultados surgem na escolha do caminho adotado.

Dessa maneira, oportuniza objetivos diversos que podem influenciar alunos, do Ensino Fundamental II, para a aprendizagem conduzida na construção do ensino-aprendizagem de frações e(m) cenários de ambientes diversificados: salas de aulas e a modalidade à distância de forma remota, ou seja, da mudança abrupta sobre o ensino de frações e(m) música.

Pautado de sumário, alguns dos objetivos e ações, seguiremos em verificar os afazeres na forma de resultados.

## 4 RESULTADOS

Não é demais retificar o possibilitar da expansão do elo ocorrido entre o processo de ensino-aprendizagem matemática e música, já que ainda é tímida esta presença, mesmo com o enorme arcabouço tecnológico matemático pressentido e difundido na música, com viés interdisciplinar, como inúmeras possibilidades e construções, para concepções metodológicas para o processo de ensino-aprendizagem matemática e os encontrados nestes instantes da contemporaneidade, que contribuirão para desmitificar este paradigma cultural de tratamentos disjuntos percebido até então.

Pensando como pano de fundo, da melhoria da prática do professor, bem como o desenvolvimento curricular de matemática, tanto para esse inquiridor docente (educador), quanto para os alunos (educandos), todo o alicerce foi no propósito de buscar condições de trabalho didático-pedagógico, Instrumentalizadas pelo contexto de frações e(m) música que conduz, através do caminho freiriano, para a parte humanística pressentida e compreendida entre o aprender fazer, para fazer acontecer momentos no ensino, que deram norte para a abordagem da aprendizagem por outros caminhos.

Dialogar sobre a importância detida pelo ensino-aprendizagem matemática, que é base principal para muitas formações e o que possibilita contribuir em validar e aprimorar conhecimentos com intuito de seguir como profissional marcante entre os pares ou fora deles.

Comparadas as ocasiões do Movimento I e Movimento II com cruzamento dos reflexos e pressentido numa ação, feita em abril de 2022, como desfecho para esta pesquisa apresentados os resultados refletidos e encontrados, a partir dessa análise, possibilitar observar o impacto dessas formas no processo de ensino-aprendizagem matemática em cenários e instantes distintos, presumindo que ocorram reflexões para traçar contribuições em formas de propostas para/de soluções que auxiliem os professores especialistas adentro do bojo do processo de aprendizagem matemática a agregarem outras formas d(e) dinâmicas motivacional de aprendizagem oferecida por frações e(m) música e suas escalas temperadas melódicas.

Desta feita seguiremos com as atuações e seus desdobramentos investigados nas formas de análises descritas serão presumidas verificações e a presença empírica e subjetiva dos contextos de aproximação da Modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA) em que o primeiro autor fez parte associando políticas públicas distribuídas justificadas por/em suplência; faixas etárias distintas (13 à 17 anos); acelerações; defasagem curricular; de

conteúdo etc.

#### 4.1 ATUANDO NA PROBLEMÁTICA I

Pensando nas facetas que compõe o processo de ensino/aprendizagem de jovens, o Projeto N. T. que segrega educandos com “idades maiores de 13 anos [...] teve várias retenções, e o que se vê foi uma piora do rendimento matemático escolar” (BASTOS, 2007, p.98).

Um cenário que parece ser um caminho interessante para verificação da colocação feita por Bastos (2007), expandindo para graus de emancipação e autonomia dos alunos.

Para este desafio de construir argumentos para a devolutiva sobre a questão acima, partindo das minhas, primeiro autor, vivências como educador matemático, adentrando nas andanças do referencial teórico e relacionado fatores como a gênese do reconhecimento de pesquisas realizadas em salas de aulas fomos verificar formas de interação de outros agentes, em outros ambientes e lugares, e nos deparamos primeiramente no Projeto N. T. seguido de agregadas análogas ações educacionais de forma remotas. Desta forma: O que pensar? O que aplicar? O que fazer? Para que o direito de acesso ao capital cultural possa realmente ser acessado por todos.

##### **4.1.1 Situando a Pesquisa: O Projeto Novo Tempo (Movimento I), Ensino Remoto (Movimento II) e a Retomada Presencial**

Nesse sentido, o estudo de forma presente tem como primeiro local de acontecimentos a rede municipal de educação de Vinhedo associado ao ensino remoto seguido pelo retorno presencial ocorrido numa Escola Municipal de Monte Mor, cidades do/no interior do Estado de São Paulo, região metropolitana de Campinas. Trata-se, já anunciada, de uma pesquisa qualitativa descritiva que enfoca a escola, o alunado, os conflitos relacionais e o processo de emancipação.

Desta forma, para atender em continuidade do objetivo desta pesquisa, primeiro

apresentaremos o Projeto Novo Tempo.

A gênese de ação e implantação aconteceu em 2012, com início de um projeto piloto, no Centro Integrado de Cidadania (CIC) Eduardo Von Zuben, na região da Capela, município de Vinhedo, cidade no interior do Estado de São Paulo, realizado em uma sala com 21 alunos.

No ano seguinte (2013) este Projeto N. T., que é municipal, foi submetido ao Programa de Talentos da Educação da Fundação Lemann: Organização sem fins lucrativos em que os objetivos se resumem em apoiar projetos educacionais de inovação, gestão, talentos e políticas educacionais, deferido e premiado entre os 12 finalistas.

Desde então possibilitou a forma de ensino tendo como foco o Ensino Fundamental II direcionado aos adolescentes, jovens das faixas etárias compreendida entre 12 a 16 anos. Ao valorizar este evento a Prefeitura menciona apresenta destaques: “[...] dados quantitativos que a prefeitura municipal de Vinhedo divulga e envia ao Ministério da Educação (MEC), revelam progressões numéricas satisfatórias, mas que ocultam as incongruências e contradições escolares ligadas ao lado qualitativo do ensino” (TRENTO, 2014, p.20).

Ao valorizar este evento, por parte da Prefeitura de Vinhedo, faz-se necessário, apesar de ainda não ser suficiente, ultrapassar a intenção pontual do aspecto de vitrine para expandir de forma positiva e mostrar que o município avança em seus índices numéricos harmonizados com os resultados.

No momento da submissão do Projeto N. T. já estava claro que seria executado em regiões estratégicas para que o atendimento abrangesse quase todo o município de Vinhedo. Foram formadas salas de aulas com propostas diferenciadas. Estes espaços foram estruturados partindo da própria infraestrutura das três escolas selecionadas, dentre as sete, que foram contempladas na cidade.

O Projeto N. T. em questão possui diversas finalidades, inclusive atender a correção idade/série conjuntamente na defasagem de conteúdos dos educandos por tempo determinado, tratando-se de uma oportunidade de recomeço, isto é, repassado aos alunos clareza de como será desenvolvido os trabalhos pedagógicos no espaço escolar.

Responsáveis acataram e os alunos se viam motivados pela busca de ajustes e expectativas de qualificação escolar e/ou instrução própria, inspirada na emancipação humana, mas para todo o aparato de recursos humanos frente ao Projeto N. T. faltou mencionar o quesito preponderante do alto grau de indisciplina dos agentes selecionados. Este principal fator ficou omissos nos teores do Projeto N. T. e certamente, por hipótese, sobre recairiam como barreiras e dificuldades na construção de identidade social e coletiva que teriam pela frente quando saíssem da adolescência.

Ao professor são apresentados objetivos, mas devido que o fator de indisciplina debatido, não foi mencionado nos instantes das atribuições de aulas que é lançado o desafio para atuações nas frentes estabelecidas, como português e matemática, com os conteúdos específicos direcionados para uma classe heterogênea. Esta, também é sem dúvida, outra e grande dificuldade encontrada pelos professores neste contexto.

O Projeto N. T., no momento desta parte da pesquisa, possuía 21 professores e estes reconheciam diferenças no ensino-aprendizagem quando comparadas com salas tratadas como convencionais.

Na Escola Municipal Centro Integrado de Cidadania (CIC) Eduardo Von Zuben, são duas salas (6º D e 6º E) que fazem parte do Projeto N. T., dentre as cinco salas de 6º anos (6ºA, 6ºB e 6ºC) existentes na unidade escolar.

É voltado para “alunos mais velhos que são separados de suas salas originais, formando novas classes de aceleração” (TRENTO, 2014, p. 20). Trento apresenta o termo aceleração enquanto na descrição do Projeto N. T. (ver bibliografia) o termo aproxima da defasagem curricular: índice de repetência manifestado devido que, até o momento das ações, na “rede municipal de Vinhedo não há o sistema de progressão continuada, além de muitos desses alunos, fora da idade ideal, são migrantes e carregam consigo reprovações de suas escolas de origem” (TRENTO, 2014, p. 22).

Com essas particularidades direcionam como desafio educacional um instante em potencial para corroborar em ensinar e modo de aprender em contínua construção devido o momento proporcionar vivências com agentes que também realizam, de certa forma, a modalidade suplência que precisa ser um instante configurado em transladar para um aprendizado que “se ampliam no sentido de completar as exigências do ensino fundamental ou mesmo do ensino médio, inclusive com a perspectiva de ingressar na universidade” (BRASIL, 2001, p. 69).

O Projeto N. T. do Ensino Fundamental II visou atender alunos que não têm idade mínima de 16 anos para participar em/da Educação de Jovens e Adultos. As intervenções de (re) classificações feitas para caracterizarem a suplência pretendida estão inseridas na legislação, como descrito abaixo:

Art. 24º Inciso II - a classificação em qualquer série ou etapa, exceto a primeira do ensino fundamental, pode ser feita: a) por promoção, para alunos que cursaram, com aproveitamento, a série ou fase anterior, na própria escola; b) por transferência, para candidatos procedentes de outras escolas; c) independentemente de escolarização anterior, mediante avaliação feita pela escola, que defina o grau de desenvolvimento e experiência do candidato e permita sua inscrição na série ou etapa adequada, conforme regulamentação do respectivo sistema de ensino (LDB9394/1996).

Desta forma, a aprovação atingida pelo estudante no ano letivo da referente parte deste estudo, aderido ao que é permitida reclassificação para o ano subsequente no momento em o educando é submetido, aprovado e/ou transferido ao realizar o retorno à sua Unidade Escolar no Município, local de onde fora convidado para aderir ao Projeto Novo Tempo.

Há uma relação forte com a Educação de Jovens e Adultos (EJA) no que direcionou a sensibilidade e o interesse da pesquisa deste Movimento I para uma análise de intervenções pedagógicas sobre as ações junto aos alunos.

Adentro ao nosso dispor pedagógico, agregado às Concepções Freiriana, perdurou quase dois bimestres (1º e 2º) para que um consenso pautado por professor, educador matemático, e alunos, educandos, conturbasse uma possível transformação do/no ambiente do perímetro da sala de aula fosse possível ocorrer.

Justamente por detectar a forma emergida das necessidades de intervenções humanísticas, a escola freiriana como referencial foi imprescindível. Percebido este alicerce educacional, recorreremos à música para que conjuntamente com a disciplina matemática o brilho e beleza dos processos de ensino-aprendizagem matemática aparecessem.

Ao associar idade/série e a defasagem de conteúdos, ambas com a concepção de suplência permitem refletir sobre outros quesitos como indisciplina comportamental dos estudantes; subjetivamente às sanções políticas, de coordenadores e diretores, se volta para a elaboração, criação e implantação do Projeto N. T.; no que sugeriu segregação de agentes com essas notórias questões apresentadas, características agregadas numa forma paradoxal de separação e inclusão de organizações escolares para que seja produtiva e saudável o andamento da ala quantitativa desses anos (6º; 7º; 8º) do Fundamental II da rede municipal de ensino.

O fato é que a realidade, hoje, na educação formal do/no Brasil nas salas de aulas, com o número de alunos variando entre 20 e 40, ou seja, em média 30 alunos por sala. Neste contexto o desafio da profissão do educador matemático se amplia e se verifica as “evidências dos professores como vítimas podem ser percebidas pela ampliação do número de alunos por sala de aula” (FIORENTINI; NACARATO, 2005, p.91).

Em contra partida no Projeto N. T., na escola deste momento da pesquisa, o número não ultrapassou a contingência da média de 10 (dez) alunos por sala.



#### 4.1.1.1 O Professor Educador “Pila” e o Ambiente (I) de Pesquisa

Logo no primeiro dia, ao entrar na sala de aula do 6º ano D com onze alunos, apresento-me como o professor de matemática e ciências e pergunto os nomes e algumas informações como locais de nascimento, se as famílias são de fora do Estado de São Paulo ou da cidade de Vinhedo, quantos são os integrantes da casa, etc. Entre as respostas dadas, algumas outras abordagens foram feitas ao professor: i–se o professor iria ficar até o final do ano letivo; ii–se o professor era da cidade de Vinhedo; iii – quantos filhos o professor tinha; iv – se o professor era separado, etc.

Percebo que quando tento realizar um reconhecimento da turma, esta por sua vez realiza o mesmo a fim de se identificar com o professor/educador. Minha pré-disposição é que faço parte de “educadores matemáticos, que se comprometem com uma política de inclusão e de garantia do espaço de jovens.” (FONSECA, 2007, p. 31).

Os educandos se posicionam com certo grau de desconfiança – uma reação também encontrada nos adultos– portanto é necessário cautela nos diálogos. Algumas identificações são manifestadas: i – o educador e um educando têm o mesmo sobrenome Rocha, um ponto simples, mas contundente de significados a partir de então; ii – outro educando pergunta em que lugar o educador nasceu. Brinco numa devolutiva que teriam que adivinhar. O educando relata que o educador parecia com um personagem que fazia parte das relações de sua família, quando residia no Estado do Piauí, possivelmente local de origem de sua família, que era chamado de PILA, ressalta que tivera boas recordações, etc.

Na outra sala (6º E), havia cinco educandos presentes, de nove frequentes na lista de chamada e o clima não fora muito descontraído. É recente o fato ocorrido da desagregação de cinco adolescentes (meninos) transferidos para outras escolas do município por motivos de indisciplina.

Por esta razão já conhecida em uma conversa na sala dos professores no mesmo dia antes de adentrar as salas de aulas. Desta forma, demandou um posicionamento mais firme por desconhecer como seria a recepção. Nos demais dias buscamos garantir firmação dos contratos didáticos. Fonseca (2002) destaca:

[...] ensinar e aprender Matemática e da Matemática que é aprendida, é preciso considerar seu aspecto [...] *Interlocutivo*, porque se reconhecem os processos de ensino-aprendizagem como interação discursiva [...] *Interdiscursivo*, porque são diversos os discursos, proferidos ou supostos (grifos do autor) (FONSECA, 2002, p. 83-4).

Estes ajustes didáticos foram ocorrendo em cada sala de modo disjuncto: A sala 6º D foi formada com educandos da própria Escola onde ocorre este momento da pesquisa, já o 6º ano E são segregações de agentes que vieram de outras unidades escolares e regiões, então a ideia de pertencer ou não ao espaço escolar é bem marcante.

Ao vivenciar momentos de/da construção pedagógica como educador matemático, as dificuldades são significativas por conta da resistência por parte dos adolescentes.

Encontramos problemas como muita conversa fora do contexto de debates pedagógicos entre os educandos e para a maioria, para não dizer quase todos, é ineficiente qualquer tentativa de conseguir harmonização na sala de aula.

Nos casos extremos a atitude é o encaminhamento para a direção administrativa, seja para o educando conversar com coordenador, vice-diretor ou com a própria direção.

Os educandos se ofendem com palavras impróprias e xingamentos na sala de aula como um fato rotineiro. Dentre estas e outras situações de ofensas, parecia que permanecer no caos era a meta do grupo de educandos.

No entanto é necessário buscar e colocar em prática a atitude profissional de lidar com a pressão do educando sem induzir desdobramentos que poderiam levar aos padrões já existentes, como colocar o educando para fora da sala de aulas.

A escola oferecia, via gestão, tranquilidade temporária para os professores por meio de advertências e suspensões, o que poderia agravar o índice de evasão escolar e não ajudam a mudar a relação do educando com a escola e com os professores.

Além disso, a escola sofre com a falta de professores, no Projeto N. T. a contratação do profissional que assumiria as aulas de língua português somente seria resolvida no final do primeiro bimestre, com a chegada de novos professores durante o primeiro (1º) conselho de classe.

Era comum o fato de aulas serem adiantadas ou até mesmo salas serem agrupadas para que o professor pudesse ministrar duas aulas ao mesmo tempo. No caso das duas salas do Projeto N. T. isso acontecia constantemente. Pedimos que, no caso das duas turmas do Projeto N. T., não se agrupassem as salas, pois ocorreriam perdas na aprendizagem, além do fato de que os educandos do 6ºD, não quererem, neste momento, ficar na mesma sala do 6ºE.

O primeiro bimestre foi desgastante, frequentes casos de indisciplina, um trabalho em que a busca pela de reflexão de ordem educativa ocupava mais tempo de aula do que o próprio conteúdo de contexto pedagógico pretendido, mas um educando relata em certo momento: Professor Pila! Tem que ter muita vontade e o senhor é corajoso para dar aula para uma turma como essa! Com base nisso e em outros comentários continuamos no Projeto N. T.

As médias vermelhas foram inevitáveis. No fechamento das notas após o conselho de classe, de todos os 6º anos, o aproveitamento das salas do Projeto N. T. foi o pior, conforme apresentado pela coordenação em um horário de trabalhos pedagógico coletivo (HTPC).

Na reunião de pais e mestres, outra decepção, o comparecimento de apenas cinco responsáveis entre dezenove educandos das duas salas. “Ouvir com atenção a quem nos procura, não importa seu nível intelectual, é dever humano e gosto democrático, nada elitista” (FREIRE, 1993, p. 56). O detalhe aqui é que três responsáveis entre os cinco presentes são de educandos que atingiram notas azuis em matemática e ciências (disciplina atribuída conjuntamente com a matemática).

Retornamos para o segundo bimestre e o contrato didático nas duas salas não atingia um ponto considerado essencial para o desenvolvimento e construção das novas formas de aprender a ensinar e aprender a aprender em busca da emancipação. Com dez aulas conjunta de ciências (Orientações da Gestão Escolar para o Projeto Novo Tempo: na prática 2 e registro 4) e matemática (na prática 8: registro 6) por semanas em cada sala, duas todos os dias letivos, desta forma é preciso edificar o mais breve o contrato didático para prosseguirmos com as ações educacionais.

Há possibilidade de instigar esses adolescentes via música e matemática e diante da possibilidade nos sentimos no dever de/em contribuir com os pilares para a emancipação como projetos, sonhos, anseios, projeções possíveis e oportunidades, etc., suprimidas e que precisam ser restauradas.

Por esta linha, primeiramente com o 6º D e depois com o 6º E, começa um movimento interessante, meu papel como professor de matemática dá lugar ao do educador, que desenvolve outros papéis, como o de monitor e tutor educacional.

A lousa agora, apesar de sua singularidade adentro das ações pedagógicas, não é mais a ferramenta mais importante na sala de aula, ela é tomada conjuntamente por todos os agentes: professor e educandos, os bastões de giz estão em suas mãos e do educador, realizam a dinâmica de irem à lousa como forma de orientar os colegas na aprendizagem, se misturando aos educandos o professor agora é o educador PILA ou simplesmente PILA. “Ser tolerante não é ser conivente com a intolerável [...] é a virtude que nos ensina a conviver com o diferente.” (FREIRE, 1993, grifos do autor, p. 59).

Criado uma situação de horizontalidade com pouca chance de retrocesso. Nas aulas de matemática a mesa do professor mais uma entre as carteiras, a mesma fica no centro da sala para que todos usufruam, solicitem ajuda como auxílio pedagógico, discutam entre si os contextos propostos, para isso requerem a atenção do Professor/Educador PILA.

Exigem serem atendidos no momento exato que solicitam auxílio pedagógico. Ocorre conversa com os educandos no sentido que é preciso manter harmonia como a mínima espera de atendimento para que tudo aconteça da melhor forma possível. Alguns acordos são feitos, como o de ir ao banheiro apenas um de cada vez e conforme acertado antecipadamente, etc. “Quem vive a impaciente paciência dificilmente, a não ser em casos excepcionais, perde o controle da fala” (ibid., p. 62).

Os educandos não pareciam satisfeitos ainda, e para aumentar o grau de envolvimento demandavam por recompensas, e ao serem ouvidos pelo PILA, alguns de seus problemas particulares e familiares, e mais do que serem ouvidos, cobram a escuta, já que nas “relações com os alunos é o da permanente disposição em favor da justiça, da liberdade, do direito de ser” (ibid., p.77).

O PILA agora como representante da sala 6º E realiza aproximação de ações conjuntas com os alunos do 6º ano D, ou seja, os contratos didáticos se fundem aos poucos, já mencionado. “Nossa tarefa não esgota no ensino [...] exige o nosso compromisso e engajamento em favor da superação das injustiças sociais” (ibid., p.80).

A possibilidade de unificação existe devido à pequena quantidade de alunos—dezenove ao todo e avança neste propósito com negociações quase intermináveis: i – cinco minutos finais para brincar de bolinhas de gude (6ºD); ii – dez minutinhos finais para jogar UNO (6º E: jogo interativo de cartas); iii – se terminarmos as atividades, converse com a gente nos últimos cinco minutos PILA?

No momento da convivência. “A maioria dos educandos que a testam o fazem ansiosos para que [...] seja verdadeira [...] não estão querendo seu fracasso” (FREIRE, 1993, p.81).

Com o passar do tempo, permeando terceiro bimestre, deduzido por intervenções humanísticas freireana associada à música, o Projeto N. T. ganha identidade, ambas as salas (6ºD e 6ºE) começam a emitirem os mesmos acordos didáticos.

No começo os educandos de cada sala faziam questão de acertarem fatores didáticos diferentes, neste instante e a essa altura (3º bimestre) qualquer ajuste ou mudança acordada indagavam que a outra sala deveria fazer parte já que são do Projeto N. T. reajustados e edificadas, uma ascensão de patamares, avanços considerados e construídos nas etapas sobre a plataforma de diálogos como veremos.

Nesta linha de procedimentos das afinações de convívio que conseguimos verificar que era possível saber mais sobre estes educandos. Para tal recorreremos em realizar um diagnóstico usufruindo, primeiramente, de numa reaplicação de um questionário utilizado

pelo pesquisador Trento em sua dissertação de Mestrado (2012-14) acadêmico realizado na mesma escola com mais de 40% (235 no total) da contingência escolar referente aos educandos, dos 6º, 7º e 8º anos, apresentado na sua pesquisa junto ao Programa PECIM/Unicamp. A seguir: O que o questionário revela?

#### 4.1.1.2 Conhecendo os Participantes e o Ambiente (I) de Pesquisa

O questionário aplicado foi retirado da pesquisa de Trento (2014). O trabalho focou investigar quesitos de estruturas sociais do lugar, mesmo local e escola parte (Movimento I) da nossa pesquisa, dialogando uma educação crítica convergindo para aspectos da importância dos agentes, famílias e moradores com suas conturbações geográficas históricas debatidas sobre contextos e contribuições educacionais agregando a importância de aulas diferenciadas de Geografia, História; dos papéis de professores e alunos dos 6º, 7º e 8º anos da Escola CIC (mesma de nossa pesquisa) da Região da Capela em Vinhedo - SP.

Trento elabora em seu trabalho com requinte e refinamento quesitos de extrema importância na construção e redefinições do seio social que agentes como esses alunos e professores, da Região da Capela na cidade de Vinhedo realizaram no percurso analisado pelo pesquisador.

Em seu trabalho, Trento (2014), o questionário foi aplicado em 2012 com extrato significativo com todos os alunos do 6º, 7º e 8º anos da escola. As singularidades percebidas e refletidas e é uma das referências bibliográficas do nosso trabalho como forma de prosseguimentos que compuseram esta parte dos estudos.

Os dados oriundos desta fonte documental, Trento (2014), se mostraram interessantes para este instante da pesquisa, visto que foi realizado com os mesmos participantes e descreve um pouco sobre especificidades da comunidade da região da Capela. Por isso, haverá comparação entre os dados de Trento (2014) e o presente Movimento (I) do trabalho.

Optamos e fizemos um recorte e apresentaremos apenas os dados da aplicação ocorrida com os alunos, 19 no total, do 6º ano D e E, que foram participantes da parte da pesquisa em questão. A ficha com as questões na íntegra do questionário (partes A e B) se encontra nos anexos deste trabalho.

O relato da parte A do questionário que será apresentada em seguida teve como objetivo tentar conhecer melhor o alunado do Projeto N. T. Já a segunda parte, a B, objetivou

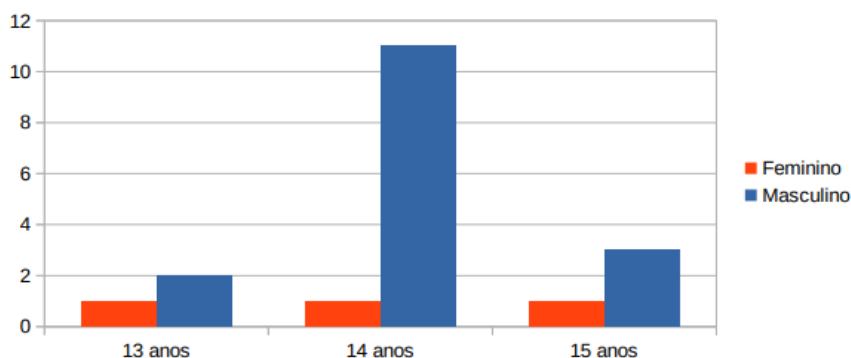
coletar informações a respeito da escola e do bairro em que os participantes estão inseridos.

Este momento objetivou a intenção, entre outras, de verificar a transposição destes educandos que migram do Ensino Fundamental I para o Ensino Fundamental II: 5º ano para o 6º ano. A parte A do questionário diz respeito aos aspectos sociais dos participantes envolvidos, tais como a organização familiar.

Relatado que ao todo contamos com 19 alunos participantes, sendo neste instante letivo, 10 alunos do 6º ano D e 9 alunos do 6º ano E. A escolha de alunos para frequentarem esta escola é essencialmente feita por meio do endereço de suas residências que preferencialmente são próximas da escola, como é realizado em geral para alunos do ensino regular. Em sua maioria (11), 10 do 6º D e 1 no 6º E, os alunos do Projeto N. T. são educando promovidos do Fundamental I para o Fundamental II dessa mesma escola.

No Gráfico 1 a seguir, são apresentadas informações referentes ao sexo e a faixa etária dos participantes.

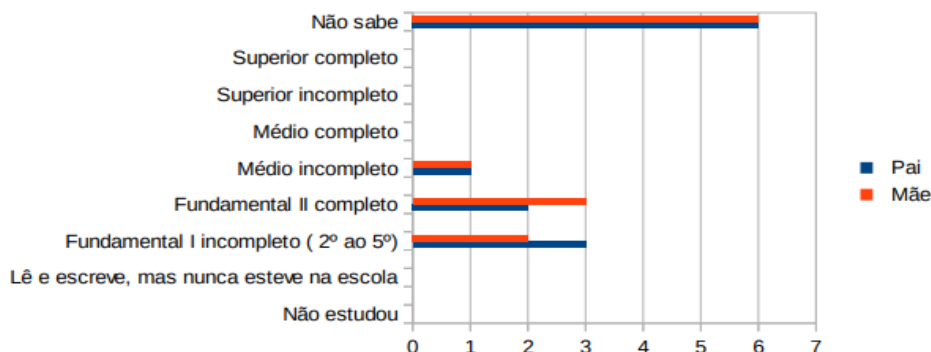
**Gráfico 1 - Sexo e faixa etária**



**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Percebemos que a maioria dos participantes é do sexo masculino, equivalente a 85% do total de participantes, enquanto apenas 3 alunos são do sexo feminino, o que corresponde a 15% do total. Além disso, é possível observar que os alunos possuem de 13 a 15 anos, mas predominantemente com 14 anos de idade.

As questões de cunho social foram respondidas por 12 alunos, do total de 19, pois não eram questões obrigatórias, sendo facultado o preenchimento do questionário. Alguns não quiseram responder esta parte do questionário por ser algo muito particular.

**Gráfico 2** - Grau de Escolaridade dos responsáveis

Fonte: Arquivo da pesquisa

Sobre o Gráfico 2, metade dos participantes (06 alunos) assinalou não saber a escolaridade dos pais, cinco responderam que os pais têm o Ensino Fundamental II, e apenas um (1) dos pais possui Ensino Médio incompleto.

É interessante observar que não são encontrados pais com formação formal o Ensino Médio Completo. Esta informação nos parece relevante, pois os alunos podem não ter tido incentivo familiar o que pode acarretar desmotivação para os estudos: Comparando com os achados, numa amostra de mais de 40% de todo o fundamental II da escola, em 2012, apenas “15 pais com ensino superior, ou seja, 6% do total” (Trento, 2014, p. 23) revelam que a concentração de formação escolar está situada mesmo no ensino fundamental.

A Tabela 5 a seguir mostra o número de pessoas que compõem a família desses estudantes/participantes.

**Tabela 5** - Número de pessoas na família

Nº de Alunos	Nº de Irmãos	Quantidade de membros na família
3	2	4
1	2	8
2	3	4
4	3	5
1	5	7
1	5	8

Fonte: Arquivos da pesquisa

Quatro educandos assinalaram terem 2 (dois) irmãos, sendo que 3 (três) deles possuem 4 (quatro) membros na família e 1 (um) deles declara ter 8 (oito) pessoas integrantes da moradia. Metade dos alunos, correspondente a 50%, assinalaram que possuem 3 (três) irmãos, sendo que 2 (dois) convivem com 4(quatro) pessoas na família e 4 (quatro) deles com 5 (cinco) pessoas na casa. E por fim, 2 (dois) alunos têm 5 (cinco) irmãos, sendo que o total de membros da família são respectivamente 7 (sete) e 8 (oito). E, de acordo com uma questão

posterior, a família é composta, em sua maioria, com a presença do pai e/ou mãe.

Quando questionados sobre o principal responsável pela renda na família 75% (9 alunos) responderam ser o pai ou a mãe. O restante ficou distribuído entre companheiros de um novo relacionamento, tios e/ou avós.

As demais questões (de 8 a 12) regem sobre características próximas com as levantadas pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, como uma proposta de reconhecimento geográfico na região da Capela por parte dos alunos, e pode ser encontrada detalhadamente nos apontamentos na/da Dissertação de Trento (2014).

No gráfico 3 e na tabela 5 a seguir apresentados abaixo são sínteses referentes às questões 13 e 14 respectivamente do questionário aplicado. Os dados apresentados no

Gráfico 3 demonstra a concentração da maioria dos estudantes nos quesitos recreações como brincar e possibilidades de navegações na internet.

**Gráfico 3** - Fora da Escola: Atividades mais dedicadas



**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Contudo não obtemos com precisão como obtém e o modo que usam o acesso à internet: Tabela 6.

**Tabela 6** - Se possui computador na residência

Sim, com acesso à internet	05
Sim, sem acesso à internet	02
Não	05
<b>Total</b>	<b>12</b>

**Fonte:** Arquivos da pesquisa



Ao verificar os levantamentos feitos por Trento (2014), os educandos do Fundamental II da escola contabilizam que “63% possuem computador com acesso à internet, aqueles que possuem computador, mas sem acesso à rede são 27%, por outro lado apenas 10% deles responderam que não possuíam computador em casa” (Trento, 2014, p. 27). Nosso valor (7/12 = 58%) se aproxima entre aqueles que possuem este artefato tecnológico (computador) em seus lares.

O sucinto relato da parte A do questionário teve como objetivo tentar conhecer melhor o alunado do Projeto N. T. A, a estrutura familiar e outras variáveis que podem e refletem na qualidade de vida e conseqüentemente, numa possibilidade de melhor aprendizagem.

Desta forma é possível realizar uma associação entre esses dados e o perfil socioeconômico dos educandos do Projeto N.T. e perceber que numa questão visionária apresentada, diagnosticado por Trento (2014) apresenta que a Região da Capela é classificada como a área de mais vulnerabilidade social da cidade de Vinhedo, mesmo assim sobre o quesito imobiliário, a casa onde estes educandos moram contou com “46% do total, se concentrou em própria e quitada, contrariando mais uma vez o estigma social apontada pelos vinhedenses e que a condição de alugada e financiada quase empatadas com aproximadamente 25% das respostas” (ibid., p. 27).

É fácil percebemos que fatores econômicos dos educandos do Projeto N. T. não se encontram numa linha caótica, comparadas com outros lugares do estado de São Paulo ou até mesmo lugares e regiões nacionais, esta percepção é hipoteticamente denotada já que ao realizar uma consulta pública, se verifica que em 2010 a cidade se encontra entre os 20 municípios do país, estando entre os três melhores colocados na região metropolitana de Campinas/SP num ranque de Índices de Desenvolvimento Humano (IDH).

Assim sendo, o perfil percebido por nós tem grande ajustamento de convergência com os achados e descritos na Dissertação de Mestrado de Trento (2014).

A parte B do questionário objetivou coletar informações a respeito da escola e do bairro em que os participantes vivem. Além disso, a intenção, entre outras, era verificar a transposição destes educandos que migram do Ensino Fundamental I para o Ensino Fundamental II, o que justifica a presença dos alunos do Projeto N. T. serem do 6º ano. Neste sentido foram realizadas perguntas referentes ao desempenho escolar dos participantes, e entender as disciplinas que possuem mais dificuldade.

A seguir a Tabela 7 apresenta dados referentes ao tempo em que os alunos se encontram estudando nesta mesma escola.

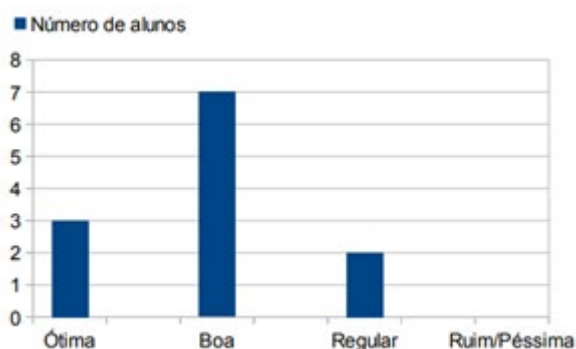
**Tabela 7 - Tempo na escola**

01 ano	6
02 a 03 anos	2
04 anos ou mais	4
Total	12

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Aqui observamos que 50% estão na referida escola (CIC) devido ao Projeto N. T., e a outra metade já era de alunos do CIC, sendo que quatro (33%) estão na escola há pelo menos quatro anos.

Quando questionados sobre a classificação (Gráfico 4) da escola, na visão dos participantes, encontramos os seguintes resultados.

**Gráfico 5 - Classificação da Escola: CIC**

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

A divulgação constante de dados quantitativos através de jornais, boletins, painéis etc, apontam refletir uma imagem positiva que os estudantes têm das escolas municipais do município de Vinhedo, inclusive acentuada esta visão na escola no momento da parte da pesquisa.

Uma questão interessante foi sobre as necessidades da escola: Gráfico 5. Para pressentir o espaço escolar, hipoteticamente, que a maioria dos educandos coletivamente considera que a escola é boa se desdobra numa oportunidade de os alunos responderem, caso se confirme, sobre o que consideravam importantes como melhorias para escola, conforme gráfico abaixo, os dados obtidos.

**Gráfico 6 - Necessidades da escola**

Fonte: Arquivo da pesquisa

O ponto singular é que nesta questão os alunos tiveram a possibilidade de responder mais de um item e por isso, o total de respostas ultrapassa o número de participantes. A concentração de opiniões assinaladas se verifica na falta de professores insinuada por políticas públicas, razões administrativas, relacionadas entre professores efetivos e/ou contratados.

Outra observação detectada é que 6 educandos (50%) assinalaram a carência e necessidade de atividades culturais e esportivas na escola, rebatendo que a ocasião com a música fora um instante cultural acolhida pelos educandos junto ao currículo dos conteúdos mínimos propósitos para a disciplina matemática. Conteúdos esses que são indicados e selecionados em reuniões pedagógicas para este fim próximo ao recesso de cada final de ano letivo e sugerido que sejam cumpridos no ano subsequente.

Com base na dinâmica com a música, dificuldades assumidas e as possibilidades de dialogar em sala de aula com uma matemática relacionada como homem, sua história, seu desenvolvimento, sua atuação de contexto social.

As questões seguintes (6, 7 e 8 da parte B do questionário) foram elaboradas no intuito de ter como hipótese, crenças de autoeficácia, presumida as reflexões dos alunos sobre a importância de estudar e aprender matemática na escola.

Por ocorrer em muitos tempos e lugares, não é novidade ao perceber que português e matemática correspondem pelo maior percentual das respostas, já que estamos diante de um sistema de seleção, em que de certa forma, se buscou este perfil de alunado para o Projeto N. T.

**Tabela 8** - Grau de Dificuldade em Matemática

Matemática	Total: 12
Muita	1
Média	4
Pouca	6
Nenhuma	1

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

A questão 6 (Tabela 8) perguntava qual disciplina os alunos apresentavam maior dificuldade, entre ciências e matemática, e em seguida, qual o grau de dificuldade. Os alunos que optaram pela matemática indicaram ter pouca ou média dificuldade em sua maioria. O que chama a atenção e encontramos um estudante que responde ter muita (aferimento negativo intrínseco subjuntivo), enquanto outro assinala nenhuma (aferimento positivo intrínseco subjuntivo) dificuldade em matemática.

Em seguida, Tabela 9, questionamos sobre os conteúdos da matemática elementar e como as quatro operações eram vistas. Desta forma, as possibilidades para assinalar eram: divisão, multiplicação, adição e subtração. Após esta seletiva, os alunos deveriam indicar o grau de dificuldade, entre muita, média, pouca ou nenhuma. Os dados relacionados a estas questões foram colocados na tabela a seguir.

**Tabela 9** - Dificuldade com a Matemática Elementar

Nível de dificuldade	Divisão	Multiplicação	Adição	Subtração
Muita	4	4	1	2
Média	2	2	2	3
Pouca	0	1	0	0
Nenhuma	1	1	1	1

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

As observações aqui condizem com os fatores que estão em harmonia com o pretendido pelo Projeto N. T.: a concentração de muita ou média no grau de dificuldade em matemática.

Por fim, os alunos responderam sobre o grau de importância da matemática no contexto da sociedade. Abaixo, Tabela 10, indicado as respostas obtidas.

**Tabela 10** - Importância da Matemática

Nível de importância	Matemática
Muita	4
Média	6
Pouca	1

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Como se esperava como hipótese a maioria, mais de 80% (10 alunos), indicou como muita e/ou média o grau de importância da matemática. Houve um que respondeu nenhuma importância para o contexto social.

Acrescido a este fator de uma aproximação com o objeto de pesquisa detectamos as principais razões que levaram o Município de Vinhedo, via Secretaria de Educação, construir e implantar o Projeto N. T. na cidade.

É percebido algumas das Políticas Públicas Educacionais que instigaram a construção e aplicação do Projeto N. T.

Foram desajustes de uma ordem educacional como a “disparidade etária é algo relevante dentro de uma sala de aula (...) como a disposição para entender os mais jovens, onde até mesmo a força física influência nas tomadas de decisões dentro da sala” (TRENTO, 2014, p. 22).

Estes os principais argumentos associados aos recepcionados pelo ato migratório (imigração) com alto índice de reprovação, faixa etária pontuada nos “sétimos anos que tínhamos alunos de 11 anos de idade estudando com outros de 15 anos” (Trento, 2014, abid., p. 22), defasagem de conteúdos acrescidos pelo destaque da conturbada indisciplina que funcionava “muitas vezes como uma liderança negativa perante os outros alunos” (abid., p. 22) fez com que ações de/das políticas públicas, via Secretaria de Educação do município de Vinhedo, estruturasse o referido Projeto com pontualidades de um paradoxo de segregações e exclusões destes agentes.

O diagnóstico confirma a presença desses alunos no Projeto N. T., pois extrapola a questão suplência (6º para 8º ano) com relação à idade/ano-escolar e a proposta de aceleração deduzida pelo pesquisador Trento, comparado aos teores dos manuscritos contidos no Projeto premiado pela Fundação Lemann.

A ausência de conhecimentos elementares de matemática, indicados por eles mesmos no questionário, foram constatados durante o convívio e no desenvolvimento das atividades denota que os arcabouços e pauta interpessoais dos educandos como a forte presença de indisciplina minimizada nas turmas 6º D e 6º E do Projeto N. T. da escola devido à investida

dessa parte do nosso trabalho.

Estamos nos aproximando de apresentar e relatar as intervenções feitas com a dinâmica com a música seguida pela avaliação realizada para/com os educandos. Pois é junto com os educandos que se pode verificar a contribuição para aberturas de posteriores cenários de investigação a partir da junção dessas duas áreas do conhecimento.

Nesta próxima etapa, trataremos de forma mais detida alguns momentos da edificação da tecnologia musical e o uso da música como instrumento pedagógico não só de motivação, mas de contextualização no ensino da matemática.

#### 4.1.1.3 Emergida Frações e(m) música: Escalas Temperadas

Na dinâmica com Frações e(m) música no Projeto N. T. o aparecimento da música foi gradual. Logo nos primeiros dias de aula entre uma ocasião e outra os educandos, em cada final dos encontros de sala de aula, manifestavam interesses em conhecer melhor o educador de matemática. Para isso continuavam a realizar várias perguntas sobre a vida do educador que consentia quando se tratava de aspectos culturais.

Nesses ocorridos em cada instante de final de aulas (troca de professores) alguns estilos musicais: gospel, eletrônicos, futurísticas, orquestradas, batidões, etc., via celular, foram apresentados ao educador. Entre os temas musicais verbalizados pelos educandos e educador matemático, a música instrumental chama a atenção.

O educador matemático percebe a possibilidade de alinhamento com o referencial teórico, Paulo Freire, por suscitar questões humanísticas por configurar o contexto musical como um tema que venha contribuir para “uma nova sociedade onde os seres humanos, através de sua ação e reflexão, se fazem sujeitos de si mesmos e da história, rompem a cultura do silêncio” (DICIONÁRIO PAULO FREIRE, TEMA GERADOR, 1989, p. 399).

O tema Música emergido foi oportuno porque produz enunciar conturbações humanas nas mais variáveis sintonias: a interdisciplinaridade com a matemática é um exemplo destes aspectos que analisa mercados, estilos musicais, seleções culturais, socializações, reflexões e o debate promovido partindo pelos educandos e consentido pelo educador para estudar e dialogar com algumas das relações entre música e matemática.

Desta forma, ocorrem movimentos nas verbalizações como um primeiro diálogo de que o educador de matemática tocava piano popular. Sem perda de tempo, perguntaram se era

possível levar o piano digital à escola (sala de aula), que relatei que verificaria junto à coordenação e direção da Unidade Escolar que na primeira oportunidade retornaria com uma resposta.

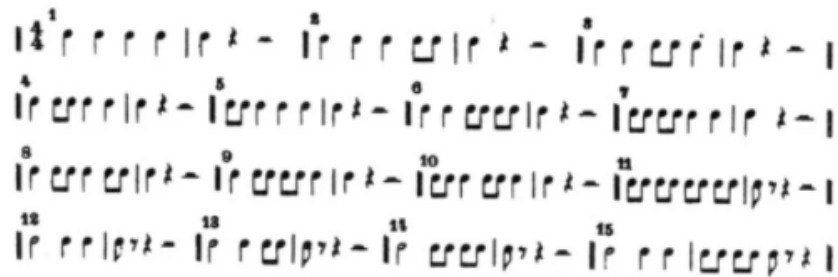
Surge então a possibilidade e intenção de realizar a audição instrumental de melodias harmonizadas ao piano digital nas aulas de matemática. A devolutiva, após consultar os gestores da escola, foi que poderíamos realizar dinâmicas com a música nas duas salas (6º D; 6º E) do Projeto N. T com o objetivo de relacionar música com a matemática e vice-versa.

Verificado o grande interesse dos agentes entusiasmados pela curiosidade de possibilidade de investigação da música nas explanações das aulas de matemática, foi acertado com os educandos, coordenação e direção da escola o momento em que aconteceria o recital com o piano digital nas salas do Projeto N. T.

O tempo desta possibilidade empiricamente sugerida perdurou por todo o primeiro/segundo, bimestres até o momento musical.

A relevância de uma dinâmica associada à música ocorreu com alguns registros na sala de aula, na lousa, sobre matemática e música e a conversa de minha parte durante o assunto por semanas sobre divisão rítmica simples, relacionada com a matemática conforme ilustração da 1ª série do Método Pozzoli (1982) da Figura 4.

**Figura 4** - Exercícios de Ditado em Compassos Simples 4/4 - Primeira Série



Fonte: Método Pozzoli (p. 22)

Este Método é encontrado sobre Domínio Público na rede de internet e também está indicada nas referências bibliográficas.

Houve consenso nas escolhas das divisões  $\frac{4}{4}$ ;  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{2}{4}$ , optamos pela divisão quaternária  $\left(\frac{4}{4}\right)$  simples que manifestam valores de tempos das notas musicais de 4; 2; 1;  $\frac{1}{2}$ : a Escala Cromática com dozes notas ou 24 tons (12 Maiores e 12 Menores) no total encontrado no Temperamento Musical Ocidental e a realização de conexão no contexto frações de outros valores  $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \frac{1}{32}; \dots\right)$  foram apenas verbalizados já que as intenções estavam voltadas para a primeira fração estritamente Racional  $\left(\frac{1}{2}\right)$  que aparece recorrendo à música para estudar soma (adição e subtração) de frações com os mesmos denominados,  $\left(\frac{a}{b}\right) + \left(\frac{c}{b}\right) = \left(\frac{a+c}{b}\right), b \neq 0$ , e produto (divisão e multiplicação) de frações com os educandos.

Assim possibilitando a motivação/contextualização do ensino de frações, optou-se por utilizar características musicais associadas ao ensino da matemática.

Depois deste processo de familiarização empírica de cunho musical, a dinâmica que envolveu o estudo da matemática por meio da música juntamente com o piano digital aconteceu durante 4 aulas, sendo 2 aulas em cada turma (6º D e E), no mês de abril. A partir de então as aulas continuaram tendo como pauta o tema das operações com frações.

Sempre resgatando que o caso particular, como veremos na dinâmica com a música, da soma direta dos numeradores carregando (um termo usado por um dos educandos) os denominadores de frações teriam que ser cuidadosamente observados nas resoluções dos exercícios trabalhados, que foram encaminhados para o momento da avaliação aplicada.

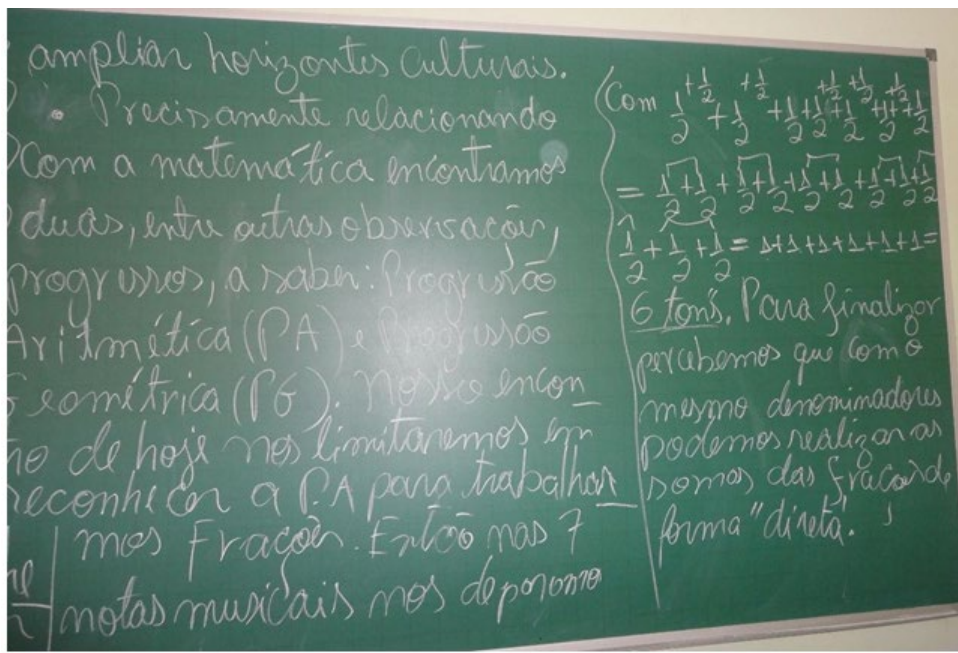
Acertada esta etapa, a própria direção (gestão) da escola do momento letivo se





Tal relação, entre a música e a matemática, foi apresentada aos educandos durante a dinâmica da atividade sobre frações. A (Figura 6) seguinte revela a preocupação em expor aos estudantes a real importância da matemática para as teorias musicais que encontramos atualmente. O instante com a música foi uma forma de potencializar positivamente e com clareza os elos entre a música com o assunto frações presente na disciplina matemática.

**Figura 6** - Lousa 6º D



**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Algumas das intenções na dinâmica com música convergem para evitar ocorrências antecipadas de não se somar os denominadores e que ao conservar (carregar) o denominador e somar os numeradores é um caso particular. Estas situações são apresentadas no trabalho Análise de Erros (CURY, 2008), em que se concentra no episódio de evitar o equívoco ou incidente no tratamento de  $\left(\frac{a}{b}\right) + \left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{a+c}{b+d}\right), b, d \neq 0$ .

No caso particular com  $b = d$ , observado na dinâmica com a música na apresentação da Progressão Aritmética (PA), a soma (subtração e adição) de frações apresentam seu crédito de acontecimentos com ganhos sem que ocorram perdas nas resoluções.

Na relevância da dinâmica associada à música, além das informações registradas na lousa, ocorreram falas por parte do educador para os educandos estudantes, pois quando desejavam dividir cada oitava do piano (normalmente é composto por 7 oitavas – de  $D\hat{o}_1$  -  $S\acute{i}_{12}$ ,  $D\hat{o}_{13-1}$  -  $S\acute{i}_{24-12}$  ... - e meia) digital em 12 partes iguais deveríamos nos atentar que ao se

criar a ideia de tom e semitom  $\left(\frac{1}{2}tom\right)$ , estamos dando uma dedução aditiva para as diferenças de 12 intervalos considerados equidistantes (ciclos) no que resultam em 6 tons (12 semitons) já mostrados e debatido ao refletir sobre a visualização do instrumento piano.

Podemos mencionar que foi um momento de aprendizagem e descontração, e isto pode ser visto pelas fotos realizadas em parceria com a própria direção da escola, fator que valorizou a importância do que fazíamos junto aos educandos: Figura 7.

**Figura 7** - Lousa 6° D



**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Sobre a figura acima, nesta sala do 6° ano D os alunos, espontaneamente, rodearam o local em que encontrava a mim e o instrumento, após registrarem e ouvirem a verbalização da aula expositiva. Houve um pequeno discurso da direção da escola que registrava as ações, indagando na fala, a importância do Projeto N. T., de profissionais competentes que a Secretaria de Educação contratava para oferecer uma educação de qualidade aos cidadãos da Cidade. Na Figura 8 abaixo, momento para uma foto com educando do 6° ano E.

**Figura 8** - Lousa 6° E

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

A exposição dos conceitos teóricos na lousa foi realizada num primeiro momento. Após uma conversa descontraída sobre a presença da matemática no contexto musical, associado à utilização de um piano digital com o objetivo dos alunos conhecerem algumas escalas e formas, e de estabelecerem uma relação entre a música e as frações, as curiosidades emergiram. Surgiram indagações como: o que faz um professor de matemática recorrer à música para ensinar matemática?

Adentro da oportunidade foi debatido contextos da história da matemática e sua relação com a música: na astronomia antiga ressaltava-se que o universo era regido por números com presença da musicalidade. Aqui foi possível adentrar em explicações de alguns momentos históricos, como a percepção do matemático Pitágoras de Samos (569 – 480 a.C.), com relação aos timbres ou sons emitidos por um trabalhador ferramenteiro, que “lapidava com inúmeras batidas suas peças retiradas do fogo” (LIMA et al, 2005, p. 64).

Assim, percebeu e sugeriu realizar umas das primeiras possibilidades de organizações musicais, movimento este que continuou e deu origem a outras organizações de escalas musicais.

Aguçada as interrogações entre os educandos, permitiram conversarmos um pouco sobre o piano, pois questionaram sobre sua origem e se havia sido o primeiro instrumento a surgir. Para tal discussão, intuitivamente recorremos à Era Primitiva do Homem sobre a Terra e foi de consenso que um dos primeiros instrumentos de comunicação foi a voz humana, que se caracterizou e se firmou como o primeiro som emitido. Por conta deste assunto, conversamos sobre a interpretação musical Catedral, composta apenas por vozes humanas.

Na aula foi dada uma atenção maior ao piano, pois se configurou como um instrumento de artefato tecnológico há algum tempo, séculos de criação, contudo considerado

moderno devido aos inúmeros fatores, seus timbres (sons dos pianos), expansão de graves e agudos que ultrapassam 7 oitavas (normalmente  $7$  e  $\frac{1}{2}$ ).

Além disso, foi com o piano que surgiu a possibilidade de registrar em partituras a escrita musical e concentrar em suas oitavas todos os instrumentos de uma orquestra, já que estes não ultrapassavam esses intervalos constituídos por este instrumento, o que contribuiu para criações de inúmeras peças musicais pelos compositores, execuções pelos maestros e ampla possibilidade de exploração para o instrumentista (pianista), etc.

O conceito de Progressão Aritmética (PA) apareceu em nosso trabalho em alguns momentos, como a oitava de Johann Sebastian Bach, que consiste em doze semitons iguais a Progressão Geométrica (PG), pois emerge e pode ser notado.

Ao relatar aos investigadores estudantes que na continuidade do diálogo fictício com *Johann Bernoulli, Johann I*: provavelmente duas décadas mais velho que *Bach, Bach* com 55 anos e *Bernoulli* 73 anos, já mencionado: apresentado novamente com o intuito de registrar a continuidade das verbalizações aos educandos, o matemático faz um relato ao músico, pois apresenta que se “existe doze semitons iguais na oitava, então cada semitom deve ter uma

taxa de frequência de  $\left(\frac{2^{\frac{1}{12}}}{1}\right)$  [...] a soma corresponderá  $\left(\frac{2^{\frac{1}{12}}}{1}\right)^{12}$ , que exatamente  $\frac{2}{1}$ , a oitava”

(MAOR, 2008, p. 169-72).

Não era o objetivo apresentar detalhes da Progressão Geométrica (PG) presente na Escala Temperada aos educandos, contudo foi dialogado que tal episódio ocorreu e fez parte do resultado encontrado atualmente.

Todos os comentários emitidos aos estudantes teriam que ser claros e objetivos, pois se espera que as informações sejam significativas e fiquem nas lembranças dos envolvidos. Tal momento enriquecedor ocorreu dentro do espaço da escola formal na formação da matemática elementar, possibilitando e agregando sentidos de praticidade social.

Os educandos pareceram estar interessados no instrumento apresentado, pois chegaram a questionar: Tocar piano é difícil PILA? A pergunta permitiu conversarmos um pouco sobre o esforço e a dedicação necessária em qualquer atividade. Assim como em qualquer ciência, com a matemática e se faz necessário ultrapassar os níveis investindo em tempo e dedicação, como faz um instrumentista, no caso o pianista.

Ao agregar conhecimentos e formas de domínio das técnicas e estilos, implicando no destaque do músico diante da sociedade, podemos propor à comunidade a conhecer outros



estilos musicais e ainda ao compartilhar com os pares, como ocorrem com os matemáticos, elevando para um conhecimento coletivo da singularidade do artista, como ocorreu com o músico *Bach* e os matemáticos Pitágoras e *Bernoulli*.

Entre um momento e outro de descontração, um estudante questionou ao observar o piano, composto por muitas teclas, se era difícil produzir e/ou interpretar música como aparentava ser. Porém, foi realizada uma analogia com a disciplina matemática, com a qual os obstáculos são superados à medida que se tem conhecimento ao ponto de dominar o instrumento.

O maior envolvimento foi notado na sala do 6º D. Apesar dos educandos não estudarem ou tocar nenhum instrumento, foi possível avançar no contrato didático, o que ocorreu pouco neste momento no 6º E. Claro que todo esse acordo didático, foi revisto ou dialogado outras vezes nas aulas de frações.

A oportunidade sugeriu que os sete alunos presentes na sala sentassem em frente ao piano digital e pressionassem o teclado como desejassem. Houve por um momento certo tumulto, pois alguns queriam ficar mais tempo ao piano e, além disso, mexeram no painel de controle do equipamento de modo aleatório para reconhecerem os possíveis recursos tecnológicos possibilitados pelo equipamento.

Foi possível perceber o avanço musical relacionado com a matemática proporcionado pela dinâmica, em que os educandos ajudaram o PILA, e conjuntamente passaram e organizaram nos cadernos as informações promovidas no quadro negro, houve a presença da direção da escola, registrando nossa dinâmica com fotografias, Figura 9 abaixo.

Posteriormente, a dinâmica seguiu e o grupo de educandos preferiu espontaneamente ficar ao redor do professor e do instrumento possibilitando debates, audição, discussões que possibilitaram um bom grau de envolvimento.

**Figura 9** - Lousa 6º D



**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Na audição tiveram apenas músicas instrumentais como Carruagens de Fogo, Tema da Vitória, Temas de Filmes, Solos de músicas Populares e Internacionais que marcaram épocas etc. No entanto é chegado o momento de maior expectativa, ouvir a música elegida *Ballade Pour Adeline*, composição (1976) de *Paul de Senneville & Olivier Toussaint*, tocada pelo PILA, o educador/pesquisador. A obra foi interpretada numa gravação ao piano pela primeira vez por *Richard Cleyderman* que atingiu vendagem na casa de 20 milhões de cópias em 38 países.

Apesar da agitação houve atenção para me ouvirem relatar, o que foi seguido pela reflexão que cada um realizou durante a música tocada, somando a isso a importância dos objetivos pretendidos para este acontecimento sobre música e os conceitos relacionados às frações.

Alguns educandos no começo demonstraram desconfiança, talvez pela presença da direção que registra a ocasião e por ser o primeiro contato com este tipo de dinâmica. No entanto, retínhamos, tanto eu como eles, respeito mútuo e admiração. O PILA que os deixavam descontraídos, sensíveis, emotivos com olhares que denunciavam a percepção de que eles adquiriram da existência do elo existente entre música e matemática.

Configurando no resgate prazeroso do que foi ou poderia continuar sendo a escola que sonhamos, pois em cada retorno ao espaço escolar abriam-se janelas de valores, alegria, satisfação de (re)encontrar todos, amigos e equipe escolar. Somada às expectativas de dialogar com professores de português, matemática, etc., para aprender a aprender, aprender a ensinar, ensinar a ensinar, entre tantas expectativas que se aglutinavam quando se observava estas e outras revelações nos semblantes do PILA e educandos.

Além disso, constatamos momentos que a indisciplina que prevalecia durante as aulas, fato marcante e característico deste Projeto N. T., se ausentou, o ambiente mudou. A disposição de estudar se manifestou no que se estabeleceu a inserção da música, mesmo de modo ligeiro, e contribuiu não apenas para o processo de ensino-aprendizagem matemática, mas também em um ambiente mais prazeroso em que os conhecimentos das duas áreas, matemática e música, se encontraram de forma contundente nas salas do Projeto N. T. da referida escola como pressentimos no transcorrer dessa parte da nossa dissertação.

Nosso objetivo é pautado no escopo das formas de alguns, entre outros, processos de ensino-aprendizagem da matemática e como preparação para o importante momento de contexto, referente à disciplina matemática, foi salutar recorrermos ao trabalho e obra *Análise de Erros*, proposta por Cury (2008). Desta forma, seguimos em apresentar sinopse da referida obra e sua importância para o nosso trabalho.

#### 4.1.1.4 Incidentes ou/e Equívocos

Seguimos com Análises de Erros: Antecipando que a forma de eleger maneira de instigar a emancipação devido ao ensino de matemática na perspectiva do ensino-aprendizagem da mesma é considerada diferente de se conceber tal importância emancipatória no ensino de matemática, voltada para a matemática aplicada ou pura.

Pensando na problemática apresentada anteriormente, sobre as barreiras com que se deparam educandos e também os educadores matemáticos, diante das ações que emergem das possibilidades de atuação em sala de aula, corroboramos com a Análise de Erros, proposta de Cury (2008).

Um ponto importante para a análise de erros é diferenciar equívoco (maior impacto conceitual dos resultados), de incidente (impacto residual dos resultados).

A teoria apresentada por Cury (2008) é baseada na reflexão que titulamos de incidentes ou equívocos cometidos por estudantes ao analisar erros praticados por alunos universitários.

Uma inferência correlacionada com e sobre Análise de Erros nos convida a uma reflexão: não é difícil percebermos que na caracterização das funções logarítmicas, “Seja  $f: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$  uma função monótona injetiva (isto é, crescente ou decrescente) tal que  $f(xy) = f(x) + f(y)$  para quaisquer  $x, y \in \mathbf{R}^+$ , então  $\exists a > 0 \setminus f(x) = \log_a x$  para todo  $x \in \mathbf{R}^+$ ” (LAGES et al, 2006, p. 194), inúmeras vezes ocorrem associações de tipos

$$\text{como } \log_b(ab) = \log_b a + \log_b b \text{ ou } \log_b\left(\frac{a}{c}\right) = \left(\frac{\log_b a}{\log_b c}\right).$$

Essas e outras situações marcadas por incidentes deduzidos nas restrições de existências de  $a, b$  e  $c$  apontadas por Lima (2006) e/ou incidentes/equívocos propostos neste ensaio num desenvolvimento de “sobregeneralização” de analogia com Cury (2008, p. 12). Desta forma, tal teoria pode ser estendida para os processos do ensino e da aprendizagem no Ensino Médio e Fundamental.

O problema com equívoco ou/e incidente avança, pois “despir-se do conhecimento adquirido em outras atividades de sua vida social por julgá-lo menos "correto" ou inconciliável com o saber em sua formação escolar” (FONSECA, 2002, p.30) é um desafio para o educando.

No Projeto N. T.: “(...) o aluno se recusa à consideração de uma nova lógica de



organizar, classificar, argumentar, registrar que fuja aos padrões que lhe são familiares” (ibidem, p. 30). Esta constatação antecipadamente pressentida precisa de um olhar mais diferenciado, de um cuidado especial, assim poderá trazer resultados surpreendentes como a comprovação do que já se aplica e se vivencia em sala de aula.

Serão trabalhadas de forma mais aprofundada e com detalhamentos neste instante da pesquisa, as ações pedagógicas sobre o assunto frações por ora desvinculadas das definições próprias, impróprias e aparentes, conforme apresentadas em muitos livros didáticos.

Focaremos o estudo de conceitos referentes às quatro operações elementares: multiplicação, divisão, adição e subtração, da matemática voltada ao Fundamental II, necessariamente 6º e 7º anos.

Cury (2008) em diálogo com outros pesquisadores relata resultados que Lopes (1988) encontrou “ao solicitar a alunos de 12 ou 13 anos, o cálculo de  $2^{-3}$  [...] a respeito da potência negativa, ele pergunta aos alunos qual seria o resultado de  $3^{-2}$ , para os que consideraram  $2^{-3} = -8$ , e alguém responde que seria  $-9$ ” (CURY, 2008, p.82).

$$\text{Em analogia } \frac{1}{(2)^{-3}} = \left[ \frac{\frac{1}{1}}{\left(\frac{1}{8}\right)} \right] = \left(\frac{1}{1}\right) \cdot \left(\frac{8}{1}\right) = 8, \text{ aqui é possível inferir uma possibilidade}$$

para superar o possível equívoco (8 = um resultado) de “ $2^{-3}$ ” encontrado por Lopes apud Cury (2008), a (re) elaboração de mesma natureza deduzida que “para dividir uma fração por outra é preciso: - multiplicar os termos da primeira fração pelos termos da inversa da segunda” (RAMOS, 1992, p.78).

A disciplina matemática foi necessária para que pudéssemos “nos aproximar e conhecer o aluno [...] Há que se ter uma atenção cuidadosa com a dinâmica que se estabelece na sala de aula” (FONSECA, p. 61). Para estas ocorrências buscamos em Análise de Erros (CURY, 2008), em que se concentra no episódio de evitar o equívoco ou incidente no tratamento de  $\left(\frac{a}{b}\right) + \left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{a+c}{b+d}\right), b, d \neq 0$ .

Presenciamos entre algumas formas a comunhão, caracterização que representa muito mais uma proposta ou uma inovação do método de aprender do que de ensinar, aludidas as formas de incidentes e/ou equívocos no ensino da matemática.

Pontualmente, percebemos que equívocos e/ou incidentes dentro do arcabouço de Análises de Erros se alonga com recursos analíticos enriquecedores não limitados à disciplina matemática, tão pouco a uma única categoria ou nível escolar. É mais gananciosa a proposta

de Cury já que são encontradas possibilidades de diálogos com processos de outras teorias qualitativas, partilhadas e harmonizadas de aferimentos de valorizações de ações durante a edificação do ensino-aprendizagem trabalhada com os educandos nos afazeres pedagógicos adentro do processo de ensino-aprendizagem em matemática como verificaremos a seguir.

Analisando os dados sobre frações: Discutimos em sala de aula a soma direta de frações com mesmos denominadores, motivada pelo contexto musical de denominadores 12. Além disso, foi apresentada a Propriedade Fundamental das frações: “Multiplicando ou dividindo (quando possível) os termos de uma fração por um mesmo número natural, diferente de zero, obtém-se uma fração equivalente à fração dada” (RAMOS, 1992, p.33).

O ponto explorado em nosso trabalho em sala durante as aulas sobre frações remete aos equívocos ou/e, muitas vezes atento, aos incidentes de  $\left(\frac{a}{b}\right) + \left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{a+c}{b+d}\right), b, d \neq 0$  apresentados que este “erro já havia sido apontado por Bradis, Minkovskii e Kharcheva, em 1962, ao trabalharem com lapsos de raciocínio matemático” (CURY, 2008, p.83).

Uma forma de superação possível na apresentação anterior se manifesta ao “somar ou subtrair frações com denominadores diferentes é preciso: - reduzi-las a um mesmo denominador; - somar ou subtrair os numeradores, conservando-se o denominador encontrado” (RAMOS, 1992, p. 60).

Desta forma daremos sequência aos fatores das atuações do Movimento II (remoto) e retorno das atividades presencial escolar em Monte Mor.

#### 4.2 ATUANDO NA PROBLEMÁTICA (II)

No primeiro momento, remotamente a Escola José Luiz Gomes Carneiro junto à Sua Secretaria de Educação na Cidade de Monte Mor – SP adentrou o ano letivo de 2020, precisamente a partir de 16/04, instalando restrições das ações presenciais na unidade escolar devido ao impacto causado pela Pandemia da Covid-19.

Para prosseguimentos de ações didáticas letivas, foram adotadas medidas de ensino remoto. Começaram a ocorrer submissões de atividades remotas no Blog Institucional via gestão escolar, associado à gerência da Secretaria Municipal para os estudantes. Assim perdurou por um bom tempo: final do 2º bimestre, perpassando o 3º bimestre, adentrando o 4º bimestre e as atividades sendo submetidas a cada semana. Finalizado o ano letivo, com

aprovações plenas dos educandos, exceto casos esporádicos.

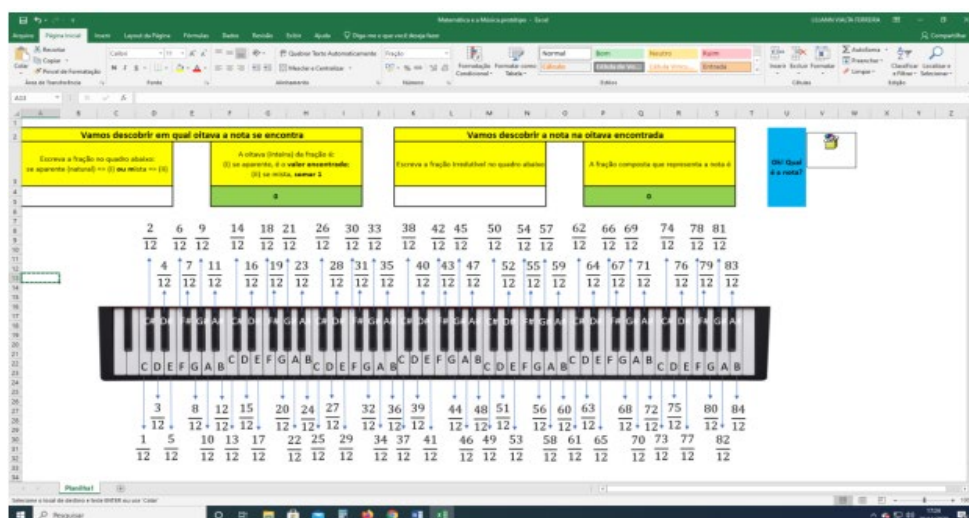
#### 4.2.1 Ações para atividades remotas 2020/21

Sobre as ações pedagógicas na disciplina matemática, foram ocorrendo a cada instante e bimestre percorrido, momentos em que a criatividade teve que ser exercida.

Desta feita, sobre a parte aqui debatida para presentir os feitos sobre a disciplina matemática em que não tínhamos praticamente nada para realizar soldagens dos desenvolvimentos pedagógicos dos educandos em alguns momentos em que os teores que envolviam frações ocorriam. Apostamos e resolvemos apresentar para a gestão (coordenação) escolar uma proposta em forma de planilha do Excel com algumas funções matemática para encontrar o resultado das atividades propostas em exercícios, percorrendo vários contextos matemáticos como potenciações, equações do primeiro grau, operações de soma (adição e subtração), divisões e multiplicações que envolvessem frações com enunciados referentes às Notas Musicais.

A intenção era boa, pois agregado aos pretendidos estaríamos proporcionando aos alunos o Conhecimento Computacional Elementar com o uso do Excel (Figura 10) que é uma boa ferramenta de informática e está presente na maioria das empresas e alguns ambientes domésticos, como controle de renda familiar.

Figura 10 - Imagem Excel



Fonte: Arquivos da Pesquisa

Mas esse protótipo não deu certo, já que os educandos estão inseridos numa região em que ocorre patamares de incidências de vulnerabilidades sociais significativas, posto que para a maioria dos estudantes ocorre a falta e condições de abrir esse tipo de arquivo no celular, que é o dispositivo de maior utilização para acompanhar as aulas remotas.

Aproveitamos o que tínhamos em mente e seguimos com a preparação didática. Gravações de vídeos: explanações como recital ao piano e metodologias conceituais e operações de frações com áudios.

Na preparação desse plano B, insistindo ainda nas tecnologias sociais (Blog, WhatsApp, WhatsApp Business), com a partilha de vídeos com apresentação da Escala Temperada Ocidental junto ao piano digital, explanações visuais, recital musical, áudio de aula didática sobre frações e(m) música seguido pela utilização de um jogo para fixação da matéria apresentada na aula remota, através da forma de um *quiz* com outra ferramenta de informática com possibilidade de ser utilizada em um celular, o PowerPoint.

Como essa solução compatível e partilhada, criamos um novo protótipo com programa da *Microsoft*: o *Powerpoint*. Esse programa geralmente é utilizado para a edição de textos com apresentações gráficas com a finalidade de apresentar aulas ou palestras através de *slides*. Mas nele há vários recursos disponíveis, além do que geralmente é utilizado.

No momento pandêmico, geralmente, docentes prepararam e ministraram algumas aulas remotas com este mesmo recurso, então, porque não aproveitar este mesmo *software* para criar um jogo que torne as aulas mais interativas e proporcione aos alunos experiências prazerosas, divertidas e lúdicas?

Desta forma, como se reinventar como educador -buscamos informações para entender o processo da criação desses jogos chamados no mundo virtual de *quiz* - e também possibilitando que possam ser criados jogos que têm como finalidade de apoiar, ajudar a melhor edificar e fixar o aprendizado nas aulas remotas.

As perspectivas se resumem em um possível aproveitamento de forma positiva, pois a dificuldade em montar um jogo é baixa, reforçada pelo aproveitamento dos alunos ser maior configurando possível concentração e maior expectativa para/em jogar os jogos após as aulas assistidas e fazer com que, ao acessarem, tenham mais atenção nas perspectivas propostas para as aulas de caráter visual.

Também a função interativa com os educandos participantes, contribuiu em minimizar a ansiedade justificado pelo momento de isolamento social devido à pandemia da Covid-19, que impossibilitou estar na escola.

Um detalhe importante: no ano letivo de 2020 ocorreu uma grande euforia de como

seria cotado os afazeres educacionais para cada município, em particular a unidade escolar. Assim sendo, mesmo com abertura de blog e outros instrumentos, a participação ou envolvimento direto dos educandos foi considerada muito baixa.

Como a forma da legislação municipal se estabelece em harmonia com a estadual e federal, via políticas públicas educacionais, em casos excepcionais ocorre uma plenitude de aprovações dos educandos que tiveram envolvimento indiretos (apenas com registros de presenças nos momentos solicitados) como continuidade e prosseguimentos de estudos para o ano letivo de 2021.

Desta forma, nossos pretendidos metodológicos seguiram estabelecidos pelo momento singular de sequência 2020 para o ano letivo de 2021.

Nos primeiros meses (1º e 2º bimestres), para algumas das atividades remotas, realizamos novamente, gravações de vídeos com intuitos de apreciações musicais, explanações didáticas sobre a Escala do Temperamento Musical e frações e(m) música: Próprias; Impróprias, Composta, Mista, Irredutível e Aparente associando o elemento neutro (na forma de fração) do Produto  $[a = (k / k)] k \neq 0, a \in \square$  na forma de operações.

**Figura 11** - Parte do vídeo recital musical e explanação visual

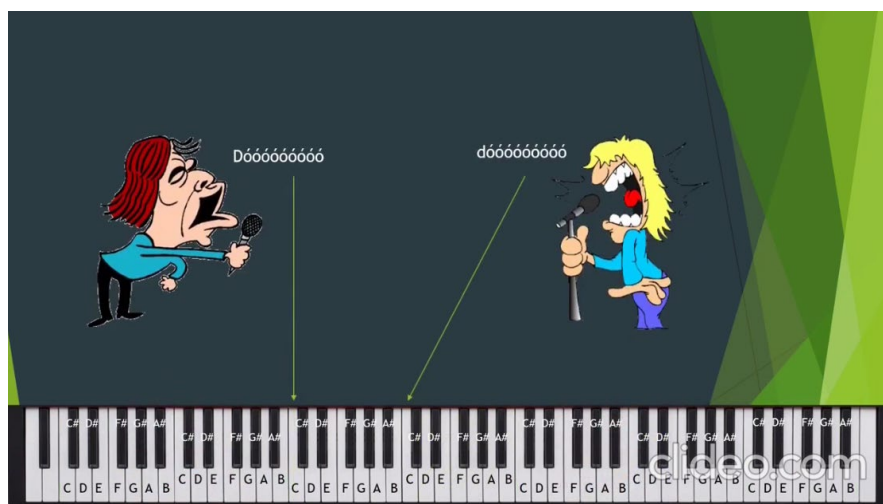


**Fonte:** Arquivos da Pesquisa

Neste momento recreativo, Figura 11 acima, teve como objetivo a realização de

descontração focada em despertar nos educandos, as fortes ligações existentes entre matemática e arte (escalas), tanto visuais, como auditivas, seguida por estimular motivações para o ensino-aprendizagem de frações na/da matemática.

**Figura 12** - Momento do áudio relacionando Oitavas (voz humana)



Fonte: Arquivos da Pesquisa

No intermédio do áudio da aula didática preparada e elaborada uma aplicação do que Pitágoras realizou com uma corda (monocórdio): A corda esticada tocada (grave) verifica o som para uma determinada frequência seguido por ser presa em sua metade e tocada (agudo), mesma altura (o dobro de frequência) em vez da corda uma simulação pela voz humana: o inquiridor gravou interpretação grave (simulado para analogia de vozes de amplitudes masculinas) e aguda (simulado para analogia de vozes de amplitude femininas) exibido na Figura 12 figura acima.

Posto este desafio apresentamos slides de uma simulação da dinâmica em forma de jogo (*quiz*):





Figura 15 - Slide jogo (3): Frações e (m) música: Escala Temperada



Fonte: Arquivos da Pesquisa

Presumido ser um nível elementar de operações de frações associadas com as escalas temperadas encontradas num piano de fácil localização da nota correspondente à soma da fração encontrada que hipoteticamente atribui sucesso ao desenvolvimento e propõem seguir, Figura 15 acima, com o momento interativo. Caso contrário Figura 16.

Figura 16 - Slide jogo (4): Indicador Retorno



Fonte: Arquivos da Pesquisa

Caso ocorra insucesso e por tratar de um jogo (*quiz*), a possibilidade de voltar, e realizar tentativas até o acerto ocorrer.



Figura 17 - Slide jogo (4): Frações e (m) música: Escalas Temperadas



Fonte: Arquivos da Pesquisa

Avanços ocorrem, resgatado por deduzir que qualquer número  $n$  diferente de zero elevado a zero é 1 (um),  $\forall n \neq 0 \in \mathbb{R}, (n)^0 = 1$ , seguido por soma de frações o sucesso correspondente seja atingido e a nota representada por esta solução seja encontrada são algumas das deduções propostas:

$$1 + \left(\frac{1}{4}\right) = 1 \left(\frac{12}{12}\right) + \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) = \left(\frac{12}{12}\right) + \left(\frac{3}{12}\right) = 1^a \text{ (oitava)} + \left(\frac{3}{12}\right) (D, 2^a \text{ oitava}): \text{ Ré Natural da segunda oitava Figura 17 acima.}$$

Figura 18 - Slide jogo (5)! Frações e (m) música: Escalas Temperadas



Fonte: Arquivos da Pesquisa

O objetivo desta questão 3 (três), Figura 18 acima, se estabelece em contar com a

percepção do educando que para encontrar qualquer nota ao piano deduzido pela escala temperada é preciso ter uma fração cujo o denominador seja 12:

$$\left(\frac{7}{3}\right) = \left(\frac{7}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{4}\right) = \left(\frac{28}{12}\right) = \left(\frac{12+12+4}{12}\right) = \left(\frac{12}{12}\right)^{1^a \text{ oitava}} + \left(\frac{12}{12}\right)^{(2^a \text{ oitava})} + \left(\frac{4}{12}\right)^{(D\#, 3^a \text{ oitava})}$$

ou seja, duas oitavas concluídas e a fração  $\left(\frac{4}{12}\right)$  da terceira oitava tomada como  $D\#$  (Ré sustenido). Da mesma forma, caso errasse as tentativas eram oferecidas até a exatidão e prosseguimento.

Figura 19 - Slide jogo (6) Frações e (m) música: Escala Temperada

4) Se  $f(x) = 12x - 4$ , qual o valor de  $x$  para que  $f(x) = 1$ ? Que Nota Natural é?

A  Si

B  Dó

C  Mi

D  Ré

E  Lá

Fonte: Arquivos da Pesquisa

O momento desta questão 4 (quatro: Figura 19 acima) se verifica pela fração encontrada deduzida pela equação do 1º grau. Como forma de ascensão curricular, novamente, de modo hipotético salientar que o educando tenha como currículo oculto o desenvolvimento algébrico elementar do problema:

$$12x - 4 = 1, \text{ implica, } 12x + (4) - 4 = 1 + (4), \text{ temos, } 12x + 0 = 5, \text{ então, } 12x = 5,$$

$$\frac{12x}{12} = \frac{5}{12}, \text{ então, } x = \left(\frac{5}{12}, E(\text{Mi : Natural})1^a \text{ oitava}\right).$$

Figura 20 - Slide jogo (7) Frações e (m) música: Escala Temperada

5) Responda se as frações compostas abaixo são própria ou imprópria e reduza até percebe as Notas e Oitavas para registro:

A  a) Composta e Fá Natural b) Irredutível e Dó Natural

B  a) Irredutível e Fá Natural b) Composta e Ré Natural

C  a) Composta e Ré Natural b) Irredutível e Dó Natural

D  a) Irredutível e Fá Natural b) Irredutível e Mi Natural

E  a) Composta e Sol Natural b) Composta e Si Natural

a)  $\frac{128}{512} =$       b)  $\frac{85}{12} =$

Fonte: Arquivos da Pesquisa

O grande desafio ocorrente nesta questão da Figura 20 acima se estabelece em perceber que a (I) primeira é composta, trabalhar como proposta a forma irreduzível e reescrever ou fração composta na forma em que o denominador seja 12 (doze) e encontrar a nota:  $\left(\frac{128}{512}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)$ , segue:  $\left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) = \left(\frac{3}{12} \cdot D(\text{Ré: Natural})1^{\text{a}} \text{ oitava}\right)$  e que (II)  $\left(\frac{85}{12}\right) = \left(\frac{12+12+12+12+12+12+12+1}{12}\right)$ ,  $7^{\text{a}} \text{ oitavas} + \left(\frac{1}{12}\right) 8^{\text{a}}$ , oitava (C: Dó, Natural), 7 ciclos (do grave para o agudo) de oitavas completas e percorrendo a oitava ( $8^{\text{a}}$ ) seguinte.

Figura 21 - Slide jogo (7) Frações e (m) música: Escala Temperada



Fonte: Arquivos da Pesquisa

O objetivo como finalização é realizar uma exatidão para o educando que independente do número das tentativas, a validação teve como intuito: Parabéns, você acertou todas as perguntas: Figura 21.

No ano letivo de 2020, relatado, as aprovações foram plenas com isolamentos de casos excepcionais. Desta forma, não obtemos um resultado nas formas, quantitativa e qualitativa, das aplicações.

Em 2021 as aulas remotas continuaram e no momento oportuno colocamos nosso projeto em ação. Teve como adesão, também, uma pequena amostra, sem possibilidade de levantamentos, das ações feitas pelos educandos. Contudo debateremos na pauta resultados do Movimento II com o que foi possível observar do extrato do material colhido.

A forma híbrida surge introduzida pelo governo do estado de SP. O Município insere no final do 3º bimestre adentrando no quarto numa escalada de 33%, 1/3: a cada semana o

convite chamamento da contingência de cada sala de cada turma da unidade escolar para a forma presencial com as medidas sanitárias exibidas para serem seguidas.

#### **4.2.2 Ações das Atividades Remotas II para a avaliação Recuperação - Revisão no Presencial**

Adentra no ano letivo de 2022 e a forma presencial vai se consolidando. Desta forma ocorre momento oportuno para aplicação presencial da dinâmica num dispor educacional de frações e(m) música.

Ao final do primeiro bimestre ocorre uma semana avaliativa denominada recuperação. Como foram quase dois anos de atraso curricular decidimos aproveitar para a realização de sondagem e revisão de conteúdos. Desta vez fomos mais audaciosos e incluímos além dos 8º A/B o 9º A (junção de oitavos do ano letivo de 2021) para fazer parte da aplicação do contexto frações e(m) música com suas escalas musicais.

O consenso foi acolhido pela coordenação e salientado pelo gestor diretor da unidade escolar de apoio para a aplicação.

Uma observação é preciso registrar: O diretor da Escola José Luiz Gomes Carneiro é Pedagogo (PEB I) e PEB II especialidade de Educação Física, além de ser um apreciador musical por interpretar várias harmonias tendo como instrumento o violão.

Desta feita foi de grande valia sua contribuição. O mesmo chegou a assistir partição de uma aula no 9º A e relatar ainda mais surpreso com a conexão entre música e matemática. Nas três figuras seguintes marca esta presença da gestão ao registrar momentos das ações no 9º ano A (8º A/B de 2021) funcionou como forma de acompanhar nosso dispor para com o processo de ensino-aprendizagem matemática de forma interdisciplinar.

**Figura 22** - Explicação da Dinâmica 9ªA

Fonte: Arquivos da Pesquisa

Observamos, na Figura 22 acima, a atenção dos educandos para as narrativas do pesquisador professor. Da mesma forma, a Figura 23 seguinte mostra que a curiosidade e contextos de dúvidas surgidas nas atividades remotas anteriormente aplicadas podem ser observadas de forma presencial.

**Figura 23** - Explicação da Dinâmica 9º A

Fonte: Arquivos da Pesquisa

Uma visão panorâmica mais geral a seguir, Figura 24, é registrada pelo gestor escolar



na concentração dos antigos 8º A e 8º B que se configurou no 9º A ano letivo 2022.

**Figura 24** - Explanação da Dinâmica 9º A



Fonte: Arquivos da Pesquisa

Na continuidade da apresentação sobre os ambientes dos fatores pedagógicos das salas focados nas ações, apresentaremos dos instantes ocorridos nos 8º A e 8º B (7º A e 7º B ano letivo 2021) ano letivo 2022.

**Figura 25** - Explanação da Dinâmica 8º A



Fonte: Arquivos da Pesquisa

Após explanações de algumas das muitas ligações entre matemática e música voltadas para os educandos nas três salas: um Momento Recital (Figura 25, Figura 26) de melodias e harmonizações de alguns temas musicais (Nona Sinfonia, Carruagens de Fogo, Tema da Vitória, *Ballade Pour Adeline*; vocal (professor): Casinha Branca - Gilson anos 1980 - etc).

**Figura 27** - Explicação da Dinâmica 8º A

Fonte: Arquivos da Pesquisa

O agente que registra é uma professora (matemática) do Projeto Hora do Saber: criado pela Secretaria de Educação em 2022 com intuito de reparo para as disciplinas Português e Matemática. O desempenho deste docente é no auxílio em 2 aulas/hora de 6 que ocorrem em cada sala conjuntamente com o professor regente com a finalidade de acelerar/ajustar os contextos curriculares defasados ainda mais motivado pela Pandemia durante os anos letivos 2020/21.

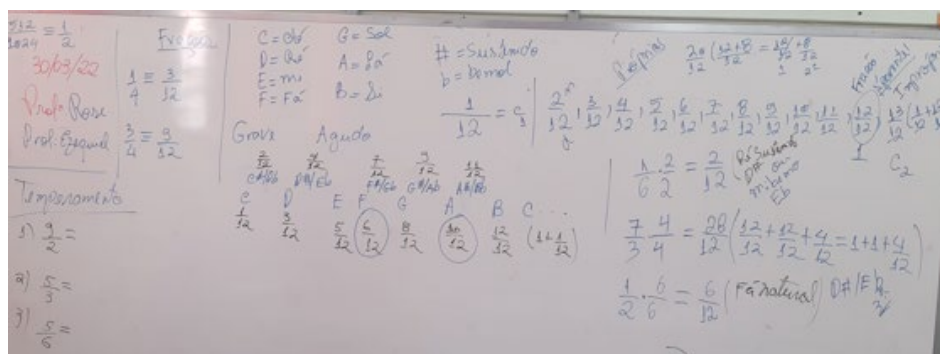
Um consenso que a mesma, mesmo não sendo musicista, participou de momentos de recitais nas salas, achou bastante interessante e se envolveu junto aos educandos auxiliando-os, Figura 27, sobre contextos de simulações descritas na lousa no que recorre de preparações para a avaliação e Recuperação/Revisão como fechamento do 1º bimestre 2022.

**Figura 28** - Explicação da Dinâmica 8º B: Docente (Mat.) Projeto Hora do Saber 2022

Fonte: Arquivos da Pesquisa

Os atos colaborativos, ultrapassando os modos cooperativos (FIORENTINI, 2003), de docência se concentram nos temas propostos pela ação interdisciplinar de frações e(m) música: Escala Temperada.

**Figura 29** - Explicação da Dinâmica 8º B



**Fonte:** Arquivos da Pesquisa

Observe, na Figura 28 acima, que nesta sala a lousa é branca de canetas. Abrimos descrevendo as sete notas musicais e as acidentais no modo temperado. Com o piano em sala ocorre a explicação visual dos contextos. Não apresentaremos fotos dos educandos devido que todas as mesmas exibem as faces de muitos agentes, apesar de no momento de matrículas, na Unidade Escolar, responsáveis assinam documentos sobre o consentimento de uso de imagens no contexto da escola, mas optamos por não exibi-las aqui.

Repare que na introdução dos preparativos para a avaliação recuperativa de revisão de conteúdos, lado esquerdo da lousa, o primeiro exercício é a letra *a* do exercício 9 (Figura 28) da avaliação aplicada: fator que foi desenvolvido nas três salas.

Foi aplicada a mesma avaliação preparada para as salas: Ligando os contextos Figura 29. Desta forma, o pesquisador/professor/educador, detinha como meta o contexto musical e suas escalas temperadas, elementos voltados para conteúdos e(m) frações.

Era também o objetivo de explorar os conteúdos que seriam cobrados, assim sendo, desenvolvemos as dinâmicas num corredor que a atividade elaborada permitisse uma aproximação do norte didático a ser desenvolvido.



**Figura 30** - Explanação da Dinâmica 8º B

Fonte: Arquivos da Pesquisa

Desta forma a atividade avaliativa, recuperação, aplicada neste último instante ocorrido nos perímetros de salas de aulas: 9º A, 8º A e 8º B como a forma de revisão de conteúdos desenvolvida aconteceu ao trabalhar frações e(m) música: escalas temperadas.

Nos anos letivos 2020/21 todo o monitoramento foi realizado pela Secretaria de Educação do Município e como Escola é partícipe desta, vinha da mesma as solicitações das ações pretendidas em ajustes com a educação estadual.

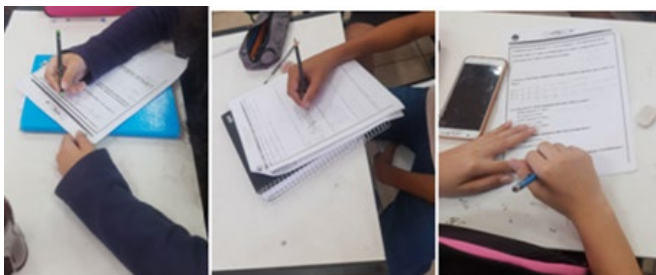
Em 2021, o retorno ocorreu, já mencionado, apenas no quarto bimestre em que a mesma retomada da autonomia escolar. Foram levados em consideração, os fatores dos desajustes curriculares e psicológicos em toda a rede de ensino no Município devido ao processo da Covid-19 e etc. Um consenso da unidade escolar ocorreu: números mínimos de reprovações para possibilidades de (re) ajustes no ano letivo 2022.

Em respeito a harmonização do tempo 2020/21, deduzimos que, mesmo sem o retorno das ações propostas, a respeito da descrição deste momento da pesquisa, nosso trabalho atingiu contribuições para os pretendidos deduzidos que o currículo mínimo estabelecido proporcionou a aplicação estruturada pelo inquiridor para os 8º anos dos anos letivos mencionados da Unidade Escolar onde as ações da dinâmica aconteceram.

Outro fator ocorre em 2022, necessariamente no mês de abril, a aplicação da dinâmica seguida pela aplicação da atividade avaliativa de recuperação e revisão de conteúdos numa espécie de soldagens dos feitos 2020/21.

Apresentaremos a Figura 31 a seguir que são ilustrações das ações de cada sala: 8º A, 8º B e 9º Anos momentos das aplicações das avaliações de recuperações e revisões do elo frações e(m) música sons e tons em aulas de matemática.

**Figura 32** - Aplicação: Atividades Avaliativas (8º A, 8º B, 9º A) 2022



Fonte: Arquivos da Pesquisa

Desta forma, seguiremos com as reflexões dos resultados das intervenções pedagógicas de frações e(m) música: Escala Temperada.

## 5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Adentraremos em realizar as análises dos resultados dos movimentos I e II de forma a se desdobrar nos últimos instantes de ações de frações e(m) música. Desta forma, refletiremos de forma aguçada, os encontrados em todo o processo pedagógico dos Movimentos em que frações e(m) música fizeram parte.

### 5.1 ANÁLISE MOVIMENTO I

Por este viés conceitual de possibilidades de aplicação e praticidade social, e nos dias subsequentes foram esclarecidas maneiras, exercícios no caderno e na lousa, com intuito de preparar os educandos para que estivessem atentos aos incidentes e/ou equívocos debatidos antecipadamente na resolução da avaliação previamente agendada. Como a formação é contínua apareceram fatores de análises de erros.

Com relação à avaliação: i) dois alunos foram razoavelmente bem e não deixaram indícios para serem debatidos; ii) sete alunos permitiram uma aproximação com análises de erros de Cury (2008) por se encaixarem numa questão intermediária de aprendizagem; iii) nos demais, dez alunos, encontramos certos obstáculos como tomada de tabuada, relações lógicas dedutivas, entre outras, o qual consideramos problemático, pois muitas vezes se fizeram ausentes nas realizações de decodificação destes conhecimentos elementares nos cadernos, folhas etc., o que resulta em muitas barreiras na sala de aulas.

A avaliação foi realizada com dezenove (19) estudantes em grupos de 4 ou 5 educandos. Esses estão acostumados a realizar provas com consulta, devido ao desnível de conhecimentos ser bem diversificado. É possível potencializar da melhor forma as verificações do aprendizado, previsto pelo Projeto N. T. Então formei os grupos que se desdobraram em equipes de trabalho.

A primeira questão, a respeito da adição e subtração entre frações, tinha o objetivo de verificar e aplicar o elemento neutro da multiplicação estudada em sala. Esta estratégia de utilizar o elemento neutro da multiplicação serviu de instrumentos para os desdobramentos

dos outros exercícios propostos.

Em um exercício, abordavam-se os conceitos que relacionavam frações e os números racionais e as resoluções deste exercício feitas por alguns dos educandos foram pontuadas para alguns como pontuação extras (2 pontos) e para outros, a maioria, que não fizeram a referida questão 1 (um da avaliação) a pontuação foi neutra: de modo geral não contabilizando ao total da prova: eram 5 questões: 2 pontos, passou a ser 4 questões: 2,5 cada. Motivo: por conter grau de dificuldade coletiva, pois havia mutuamente divisão e soma de frações. Contudo, sobre a pontuação extra o que se verificou e o que foi possível.

Sinalizado equívoco (troca do sinal + por -) retomada com incidente  $\frac{3}{27}(-) \frac{36}{27} - \frac{6}{27} \left( -\frac{39}{27} \right) \neq \frac{3}{27}(+) \frac{36}{27} - \frac{6}{27} = \frac{33}{27}$  (correto): Figura 31.

**Figura 33** - Resolução de um participante do 6º D (Vinhedo)

The image shows a student's handwritten work on lined paper. The calculation is:  $a) \frac{3}{27} + \frac{9}{9} \cdot \frac{4}{3} - \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{9} = \frac{3}{27} + \frac{36}{27} - \frac{6}{27} = \frac{33}{27}$ . There are annotations: a checkmark above the first fraction, a plus sign above the second fraction, and a plus sign above the third fraction. A vertical arrow points to the plus sign above the third fraction, indicating a correction from a minus sign.

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

O mesmo educando acerta a propriedade do produto: divisões de frações em multiplicações de frações, em outro momento, apesar de cometer incidente ao denotar 100.000 em vez de 1.000.000 no item  $[1/(0,000005)]$  o que parece visível a dificuldade, pois apresenta uma quantidade de zeros após a vírgula. Isso está indicado na Figura 32.

**Figura 34** - Resolução de um participante do 6º D (Vinhedo)

The image shows a student's handwritten work on lined paper. The calculation is:  $c) \frac{1}{5} = \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \cdot \frac{100.000}{100.000} = \frac{100.000}{5}$ . There are annotations: a checkmark above the first fraction, and a vertical arrow pointing to the number 5 in the denominator of the second fraction, indicating a correction from a larger number of zeros.

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Em outra possível Análise de Erros (CURY 2008), percebemos na organização equivocada das divisões, com sinais fora de lugar, como apresentado na Figura 33 a seguir. Contudo o aluno estava atento às formas propostas e acerta os procedimentos para chegar ao resultado.

**Figura 35** - Resolução de um participante do 6º D (Vinhedo)

$$\begin{array}{l} 3 + 0.9 + 3.2 - 3 + 36 - 6 = 37 \\ \hline 27 \quad 9.3 \quad 3.9 \uparrow 27 \quad 27 \quad 27 \uparrow 27 \end{array}$$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Aqui, Figura 33 item da questão extra, apenas a ausência do sinal de igualdade é verificada. A proposta da aplicação da fração que representa o elemento neutro do produto foi, com satisfação, atendida e trabalhada pelo educando. Então se observa apenas um incidente ocorrido.

Entre tantas observações a serem feitas uma indagação importante: “como detectar essas dificuldades, refletir sobre elas e criar atividades [...] não aceitando a existência de tais erros?” (CURY, 2008, p.91).

Os esforços metodológicos consistiram em dois planos para que sutilezas fossem detectadas pelos estudantes em todo o tempo de preparação. A razão principal de vincularmos a música, na primeira estância e com apoio da coordenação da escola, foi o de proporcionar um ambiente motivador em sala de aula pautado pelos diálogos e reflexões, assim a conscientização comportamental vinha ocorrendo: um alto nível de indisciplina por parte dos educandos.

O outro objetivo agregado foi a perspicaz, do pesquisador PILA, de vincular as ações que envolviam a música na disciplina matemática, o que proporcionou êxitos partilhados por todos. Mesmo o tempo da dinâmica com a música em sala de aula não ter se estendido por muitas aulas, foi a partir de então que dentro de inúmeras ocasiões nas aulas de matemática sobre frações recorriamos, quase sempre, aos momentos da dinâmica realizada com a música como ato preparativo até o instante da avaliação.

Desta forma algumas inquietações nos instigaram, pois as preocupações em sala de aula estavam voltadas para as propriedades programadas e apresentadas, restringindo aos fatores de assimilações desse escopo conceitual.

Passa despercebida por nós reforçar frequentemente que o sinal de igualdade tem sua importância na organização conjuntamente com os símbolos convencionados para estética e eficiência matemática. Produz credibilidade dos resultados como ocorrem, entre outros, com os sinais de mais (+) e/ou menos (-) salientados e debatidos em todos os momentos os aparecimentos dos mesmos nas operações com as frações.

A Figura 34 seguinte mostra a desatenção por parte do educando no momento da

resolução do exercício nas trocas de posições e dos sinais das frações. Um fator recorrente: “erros de omissão (esquecer uma etapa) ou de comissão (fazer alguma suposição desnecessária) podem destruir o valor de uma contribuição matemática” (GARDNER, 1994, p.109).

A fração negativa foi colocada no centro dos dois itens do exercício propositalmente, justamente para verificar se os alunos estavam atentos ou se cometeriam equívocos ou incidentes no momento da avaliação.

**Figura 36** - Resolução de um participante do 6º E (Vinhedo)

$$B - \frac{3}{5} - \frac{8}{50} + \frac{2}{25} = \frac{8}{50} - \frac{10}{50} + \frac{2}{25} = \frac{8}{50} - \frac{10}{50} + \frac{4}{50} = \frac{2}{50} = \frac{1}{25}$$

$$C - \frac{7}{3} - \frac{11}{6} + \frac{5}{18} = \frac{5}{18} + \frac{6}{18} - \frac{3}{18} - \frac{11}{18} = \frac{5}{18} - \frac{4}{18} = \frac{1}{18}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Uma importante observação ocorre no recorte seguinte (Figura 35). Apesar da construção correta e estar muito bem apresentada, o educando não inverteu a fração do quociente das frações. Trata-se de um equívoco recorrente entre os educandos, e esta falta de compreensão ou atenção pode ser observado na próxima figura.

**Figura 37** - Resolução de um participante do 6º D (Vinhedo)

$$2.) \quad \frac{3}{5} \div \frac{5}{2} = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Quando observamos a recíproca, verificamos que as “frações decimais também podem ser representadas em forma de número decimal, ou seja, que a forma decimal pode ser

representada como frações decimais” (RAMOS, 1991, p.32).

As próximas figuras são resoluções de um mesmo educando. Chama a atenção que os episódios são situações de ausência de equívoco e incidente ou uma destas relações cometidas ao assimilar que  $(3/5)/100 = 3/(5/100)$ . A decisão vai depender do resultado atingido, em nosso caso foi considerado um incidente conforme previsto na coerência dos desdobramentos.

**Figura 38** - Resolução de um participante do 6º D (Vinhedo)

Handwritten mathematical work for Figure 38. Part I shows the calculation of  $(\frac{1}{5}) / 10.000 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{10.000} = \frac{1}{50.000}$ . Part II shows  $(\frac{1}{5}) / 100 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{500}$ . The work is written on lined paper with some corrections and annotations.

Fonte: Arquivo da pesquisa

Tal incidente (Figura 36) pode estar relacionado com a não compreensão precisa de estruturar a fração, ocasionada pela não organização estética da divisão entre frações, pois na segunda parte o desenvolvimento é satisfatório. Esta falta de rigor matemático, e de organização na escrita, proporciona muitos erros entre os educandos em diversos conteúdos matemáticos abordados.

**Figura 39** - Resolução de um participante do 6º D (Vinhedo)

Handwritten mathematical work for Figure 39. Part I shows  $(\frac{3}{5}) / 100 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{100} = \frac{3}{500}$ . Part II shows  $(\frac{5}{100}) / 3 = \frac{5}{100} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{300}$ . The work is written on lined paper with some corrections and annotations.

Fonte: Arquivo da pesquisa

O motivo destes recortes são o de apresentar as formas que o educando, mesmo sem finalizar, conforme pode ser verificado, na Figura 37, no item 4 da avaliação, se propôs a resolver o item *a* do exercício dividindo-o em duas partes e caso agrupasse e pressentisse o



sinal de subtração em  $\left(\frac{3}{0,05}\right) - \left(\frac{0,05}{3}\right)$  analisaríamos que nenhum prejuízo restaria.

Sejam  $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ , com  $b = a + d$  e  $c = a - d$ ,  $a^2 - a.c = a^2 - [(a + d).(a - d)] = a^2 - [a^2 - d^2] = d^2$ , não é difícil encontrar soluções como  $a^2 - (a + d).(a - d)$  que associado a diferença dos quadrados toda a operação é desenvolvida separadamente e posteriormente agrupada no que resulta em  $a^2 - a^2 - d^2 = -d^2$ .

Como o Projeto N. T. abrange a característica suplência compreendido do 6º para o 8º ano, verificou-se que o assunto parênteses, colchetes e chaves não foram trabalhados por nós neste evento, mas refletindo sobre a forma aleatória do sinal desenvolvida pelo estudante seria pressentido em nossa proposta o incidente de não usar adequadamente estes elementos seguido pelo equívoco do resultado, que refletem conjuntamente insatisfação na manipulação, o que não implica que os conceitos não foram compreendidos pelo educando.

Trata-se de resoluções de um mesmo estudante, e isso nos leva a perceber que o aluno compreendeu a proposta trabalhada em sala de aulas de maneira satisfatória, que o comprometimento ocorrido demonstrado na imagem anterior pode ser relacionado com a desatenção.

Abaixo, Figura 38, reflete um incidente sem prejuízo algum. A letra E maiúscula no lugar do número 3 se apresentou como mais um desafio para nós, afinal, encontramos dificuldades em diagnosticar com precisão algumas das intenções lançadas pelo educando na resolução do exercício. Pareceu-nos apenas mais um momento de desatenção ao usar a letra em sua resolução.

**Figura 40** - Resolução de um Participante do 6º E

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Na resolução seguinte da Figura 39, há incidente e equívoco cometido com conceitos





como resposta. Preferi em outro dia, após deixar em aberta esta correção, consultar o educando, e me surpreendi ao ouvir verbalmente que se trata de  $168/40$ , logo 100% certa a questão, o que nos indica que a conversa atribuída ao diálogo foi boa para esclarecer a situação. Isso pode estar relacionado à admiração e respeito mútuo entre os papéis, professor-educador e educando, na edificação do ensino-aprendizagem.

**Figura 43** - Resolução de um Participante do 6º E

The image shows a student's handwritten work on lined paper. The first line contains the calculation  $175 - 2 = 168$ . The second line contains  $40 - 40 = 40$ . A hand-drawn arrow points from the result 168 in the first line down to the fraction  $168/40$  formed by the numbers in the second line.

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

A valorização do educando e de suas experiências e a abertura de caminhos para a contínua busca de análises de erros (CURY, 2008), de melhores aproveitamentos de equívocos e/ou incidentes acerca dos afazeres da matemática elementar.

Prosseguiremos com as verificações do Movimento II referente aos anos pandêmicos de 2020/21 com reflexões destes instantes singulares na educação no município de Monte Mor – SP.

## 5.2 ANÁLISE DO MOVIMENTO (II) – 2020/21

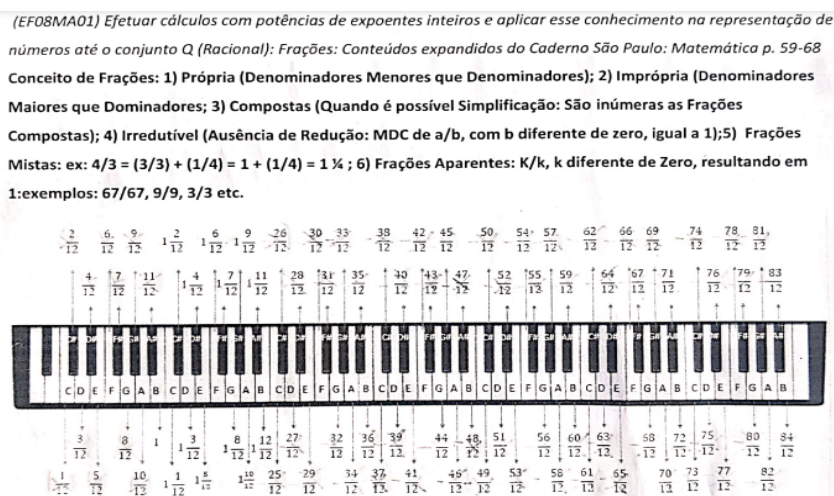
Pelo menos no Estado de São Paulo em que a Cidade de Monte Mor segue como Cartilha as aulas presenciais retornaram em volta de julho/agosto do ano letivo de 2021. Desta forma o que antecederam seguiram as diretrizes vigentes em 2020: Monitoramento dos Blog's, grupos de *WhatsApp*, *WhatsApp Business*, etc. Desta forma, a cátedra das formas de ações e metodologias do docente só foram possíveis no retorno.

Assim sendo, para anteceder a forma presencial realizamos a reaplicação para os novos (antigos 7º anos) 8º (oitavos A e B) anos toda a dinâmica envolvendo frações e(m) música (escalas). Encaminhamos o material de vídeos e áudios para anteceder o momento de ascensões dos pretendidos.

Deduzido que o Município seguiria diretrizes do Estado de São Paulo, numa avaliação de seguimentos de estudos apontamos a harmonização desta organização.

Assim sendo após as partilhas anunciadas aplicamos uma avaliação elementar indicando habilidades e competências como indicadores dos pretendidos, no formato de diagnóstico para os conceitos de frações para prosseguimentos dos trabalhos da docência aos educandos especificando os objetivos como segue: Figura 42.

**Figura 44** - Frações e (m) música: Escalas Temperadas



Fonte: Arquivo da pesquisa

Como não houve presumida investigação prévia do alunado como características, perfil, seio familiar etc., como fora feito no Projeto Novo Tempo do Movimento I e justificado pelo momento epidêmico, ressaltaremos apenas como atuações de alunos ou educandos do 8º (entre as duas salas) proposta para este momento, ano letivo de 2021, de estudo.

Nesta Figura 42 acima aproveitamos as manifestações de um educando do 8º (sem identificação se A ou B) que realiza marcações no intuito de resoluções da questão dois (2) entre as cinco propostas emitidas para este momento.

Delimitado que é especificado os intuítos harmonizados correspondentes entre os currículos do Estado e Município pretendido.

**Figura 45** - Atuações remotas de aluno do 8º ano

Na ilustração da figura do piano acima foram descritas frações representando as notas musicais: QUESTÕES 8º ANOS.

$$\textcircled{2} \frac{49}{12} \left| \frac{51}{12} \right| \frac{53}{12} \left| \frac{56}{12} \right| \frac{58}{12} \left| \frac{60}{12} \right| \frac{61}{12} \left| \frac{63}{12} \right| \frac{65}{12} \left| \frac{68}{12} \right| \frac{70}{12} \left| \frac{72}{12} \right| \frac{73}{12} \left| \frac{75}{12} \right| \frac{77}{12} \left| \frac{80}{12} \right| \frac{82}{12}$$

$$\frac{84}{12}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Ao observarmos, Figura 43 acima e abaixo Figura 44, a solicitação da questão 2 Apresentar todas as frações impróprias encontradas! Observaremos que o educando do 8º ano compreendeu satisfatoriamente a proposta ao apresentar frações em que o numerador se manifesta maior que o denominador denotando que nossos esforços e pretendidos atingiram patamares dos objetivos.

**Figura 46** - Atuações remotas de aluno do 8º ano

1) Apresente todas as frações próprias encontradas!

$$\frac{2}{12} \left| \frac{4}{12} \right| \frac{6}{12} \left| \frac{7}{12} \right| \frac{9}{12} \left| \frac{11}{12} \right| \frac{1}{12} \left| \frac{3}{12} \right| \frac{5}{12} \left| \frac{8}{12} \right| \frac{10}{12}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Nesta mesma linha de proposta (questão 2) verificamos as atuações da Figura 45 a seguir de um educando do 8º ano em que apresenta de forma mais estendida e expansiva a solicitação direcionada.

**Figura 47** - Atuações remotas de aluno do 8º ano

2) Apresente todas as frações impróprias encontradas!

$$\frac{44}{12} \left| \frac{46}{12} \right| \frac{48}{12} \left| \frac{26}{12} \right| \frac{28}{12} \left| \frac{30}{12} \right| \frac{31}{12} \left| \frac{33}{12} \right| \frac{35}{12} \left| \frac{38}{12} \right| \frac{40}{12} \left| \frac{42}{12} \right| \frac{43}{12} \left| \frac{45}{12} \right| \frac{47}{12} \left| \frac{50}{12} \right| \frac{52}{12} \left| \frac{54}{12} \right| \frac{55}{12} \left| \frac{57}{12} \right|$$

$$\frac{59}{12} \left| \frac{62}{12} \right| \frac{64}{12} \left| \frac{66}{12} \right| \frac{67}{12} \left| \frac{69}{12} \right| \frac{71}{12} \left| \frac{74}{12} \right| \frac{76}{12} \left| \frac{78}{12} \right| \frac{79}{12} \left| \frac{81}{12} \right| \frac{83}{12} \left| \frac{25}{12} \right| \frac{27}{12} \left| \frac{29}{12} \right| \frac{32}{12} \left| \frac{34}{12} \right| \frac{36}{12} \left| \frac{37}{12} \right| \frac{39}{12} \left| \frac{41}{12} \right|$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Observemos que por mais, verificado na análise, que o educando atingiu os objetivos na questão denominada 2, na questão denominada: 3) Agora, descreva apenas as frações irredutíveis encontradas! Outro educando nem sequer apresentou qualquer possível

compreensão, o que mostra uma zona de conforto (saber classificar frações impróprias e próprias) não assimilando o contexto de frações irredutíveis.

**Figura 48** - Atuações Remotas de Aluno do 8º ano

5) Quando puder, transforme as frações Impróprias em Mistas e as apresentem!

Fonte: Arquivo da pesquisa

Sobre a Figura 46 acima, ao verificarmos  $1\frac{2}{12} = \frac{14}{12}$ ;  $1\frac{4}{12} = \frac{16}{12}$ ;  $1\frac{7}{12} = \frac{19}{12}$ ;  $1\frac{9}{12} = \frac{21}{12}$ ;  $1\frac{11}{12} = \frac{23}{12}$ ;  $1\frac{3}{12} = \frac{15}{12}$ ;  $1\frac{1}{12} = \frac{13}{12}$ ;  $1\frac{5}{12} = \frac{17}{12}$ ;  $1\frac{8}{12} = \frac{20}{12}$ ;  $1\frac{10}{12} = \frac{22}{12}$  nesta ordem notaremos que

todas essas pertencem à proposta promovida apesar de existirem outras quando se observar as

$7\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$  – sete oitavas e meia - do piano, no entanto a questão requereu transformações, uma assimilação de patamar maior o que justifica que o propósito fora atingido.

A seguir, Figura 47 abaixo, temos um desdobramento em que na abertura deste momento já fora apresentado referente a questão 1 (um): 1) Apresente todas as frações próprias encontradas!

**Figura 49** - Atuações remotas de aluno do 8º ano

1) Apresente todas as frações próprias encontradas!

Fonte: Arquivo da pesquisa

Observamos que o conceito de frações próprias foi assinalado e assimilado pelo educando apesar de existirem outras contidas na ilustração do piano.

Nesta próxima atuação, Figura 48, remota algumas observações.

**Figura 50** - Atuações remotas de aluno do 8º ano (Monte Mor)

1) Apresente todas as frações próprias encontradas!

$$\frac{2}{12} ; \frac{6}{12} ; \frac{5}{12} ; \frac{1}{12} ; \frac{3}{12} ; \frac{10}{12} ; \frac{4}{12} ; \frac{7}{12} ; \frac{11}{12}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Duas coisas como observações nas ações deste educando: (I) diferencia ao escrever as frações nas formas verticais e (II) Ser semelhante no sentido de representar, diferentes, também apenas algumas frações impróprias, no entanto em ambas atuações foram demonstradas compreensões e exatidões destas características fracionárias. Seguimos com as observações da Figura 49:

**Figura 51** - Atuações remotas de aluno do 8º ano

2) Apresente todas as frações impróprias encontradas!

$$\begin{array}{l} 26/12 \quad 45/12 \quad 57/12 \\ 30/12 \quad 50/12 \\ 33/12 \quad 54/12 \\ 42/12 \quad 57/12 \end{array}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Como continuidade, este educando apresenta algumas das frações próprias encontradas, apesar de ser solicitado as decodificações de todas as frações impróprias, no entanto não compromete em apontar que o contexto dos conhecimentos fora atingido.

A seguir Figura 50, temos outro educando com registros que desempenha de forma diversificada ao apresentar maior número de frações impróprias, mas que se aproximam dos pontos de vistas do educando anterior.

**Figura 52** - Atuações remotas de aluno do 8º ano

2) Apresente todas as frações impróprias encontradas!

$$\begin{array}{l} \frac{16}{12} ; \frac{30}{12} ; \frac{35}{12} ; \frac{38}{12} ; \frac{42}{12} ; \frac{45}{12} ; \frac{50}{12} ; \frac{54}{12} ; \frac{57}{12} ; \frac{62}{12} ; \frac{66}{12} ; \frac{69}{12} ; \frac{74}{12} ; \frac{78}{12} ; \frac{81}{12} ; \frac{82}{12} ; \frac{77}{12} ; \\ \frac{75}{12} ; \frac{70}{12} ; \frac{65}{12} ; \frac{61}{12} ; \frac{58}{12} ; \frac{53}{12} ; \frac{49}{12} ; \frac{46}{12} ; \frac{41}{12} ; \frac{37}{12} ; \frac{34}{12} ; \frac{29}{12} ; \frac{25}{12} \end{array}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Observem que são 30 (trinta) frações impróprias descritas o que produz que conceito de numerador ser maior que o denominador de quaisquer frações a caracterização imprópria é logo percebida pelo educando.

Será que se pode afirmar compreensão ampla do contexto? A Figura 51 seguinte é do mesmo educando, realizemos análise.

**Figura 53** - Atuações remotas de Aluno do 8º ano

4) Agora, as compostas!

$$1\frac{2}{12}, 1\frac{6}{12}, 1\frac{9}{12}, 1\frac{4}{12}, 1\frac{7}{12}, 1\frac{11}{12}, 1\frac{3}{12}, 1\frac{8}{12}, 1\frac{12}{12}, 1\frac{1}{12}, 1\frac{5}{12}, 1\frac{10}{12}$$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Entre as frações temos que todas foram apresentadas na forma de frações mistas. No entanto: 1)  $1\frac{5}{12} = \frac{17}{12}$ ; 2)  $1\frac{7}{12} = \frac{19}{12}$ ; 3)  $1\frac{11}{12} = \frac{23}{12}$ , apesar de impróprias, são frações irredutíveis (não compostas: equívocos) e 4)  $1\frac{12}{12} = \frac{24}{12} = 2$ , fração mista (Imprópria) com Aparente (12/12: incidente) apesar de caracterizar uma fração composta como solicitado.

Nas atuações a seguir, Figura 52, apesar de as escritas das frações mistas serem um pouco confusas (na forma vertical a parte inteira representada foi menos que a parte fracionária própria) observamos satisfação nas transformações denotando compreender e atender a solicitação feita.

**Figura 54** - Atuações remotas de aluno do 8º ano

5) Quando puder, transforme as frações Impróprias em Mistas e as apresentem!

$$\frac{26}{12} = 2\frac{2}{12}; \frac{30}{12} = 2\frac{6}{12}; \frac{33}{12} = 2\frac{9}{12}; \frac{38}{12} = 3\frac{2}{12}; \frac{42}{12} = 3\frac{6}{12}; \frac{45}{12} = 3\frac{9}{12}; \frac{50}{12} = 4\frac{2}{12}; \frac{54}{12} = 4\frac{6}{12}; \frac{57}{12} = 4\frac{9}{12}; \frac{61}{12} = 5\frac{1}{12}; \frac{66}{12} = 5\frac{6}{12}$$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Para desenvolver melhor as análises, vamos certificar na ordem apresentada (1 é 2 etc) pelo educando: 1)  $\frac{26}{12} = 2\frac{2}{12}$ ; 2)  $\frac{30}{12} = 2\frac{6}{12}$ ; 3)  $\frac{33}{12} = 2\frac{9}{12}$ ; 4)  $\frac{38}{12} = 3\frac{2}{12}$ ; 5)  $\frac{42}{12} = 3\frac{6}{12}$ ; 6)  $\frac{45}{12} = 3\frac{9}{12}$ ; 7)  $\frac{50}{12} = 4\frac{2}{12}$ ; 8)  $\frac{54}{12} = 4\frac{6}{12}$ ; 9)  $\frac{57}{12} = 4\frac{9}{12}$ ; 10)  $\frac{61}{12} = 5\frac{1}{12}$ ; 11)  $\frac{66}{12} = 5\frac{6}{12}$ ;



12)  $\frac{69}{12} = 5\frac{9}{12}$ ; 13)  $\frac{74}{12} = 6\frac{2}{12}$ ; 14)  $\frac{78}{12} = 6\frac{6}{12}$ ; 15)  $\frac{81}{12} = 6\frac{9}{12}$ ; 16)  $\frac{82}{12} = 6\frac{10}{12}$ ; 17)  $\frac{77}{12} = 6\frac{5}{12}$ . Logo as transformações tiveram êxitos até em momentos dos passos finais das representações solicitadas.

### 5.3 PÚBLICO AMPLO E RETORNO COMPACTO DE PARTICIPAÇÃO 2020/21

Devido a contingência de 2020/21 ser expressiva e, já sinalizado, o material foi risório comparado ao número de agentes participantes, durante o desenvolvimento da escrita dos que tínhamos como material de pesquisa atuamos, na forma presencial, com o projeto frações e(m) música nos 9º A (8º A e 8º B de 2021), 8º A (7º A 2021), 8º B (7º B 2021).

Como foi possível realizar este processo? Rapidamente uma explicação.

Tanto em 2020 e 2021, na rede Municipal de Monte Mor trabalhamos com a carga Básica que se refere a três salas na Unidade Escolar. Na atribuição optamos por 7º B, 8º A e 8º B. O momento da Pandemia fez parte destes anos letivos como observado.

No ano de 2022, na transição da escrita do referido trabalho de pesquisa, por hipótese, queríamos verificar o diagnóstico dos resultados do projeto das ações de frações e(m) música nos 8º anos. Surge a possibilidade de assumir a cátedra da permuta do 7º B por 9º A de 2022. Uma que fora oferecida pela gestão escolar e outra que presumia ser um momento oportuno de verificações dos desafios de (4) como ensinar frações (motivado no Momento I) através das escalas temperadas.

Uma questão contundente se aplica na verificação de que todo o processo é deparado na defasagem e aceleração curricular presumida ser necessária no que verifica o caráter suplência estabelecido. Mas, como atuar de forma que desperte o quesito crítico dos educandos diante deste cenário distinto da CONVID-19 (Pandemia) e a retomada gradual presencial das ações didáticas escolares?

Com todas as problemáticas percebidas no Movimento I na Cidade de Vinhedo, atribuímos que o fator marcante para o desfecho crucial da fluidez das ações é marcado pelas condições das relações interpessoais permitidas pelas situações presenciais.

Na ausência dessas interlocuções outro desafio emerge. Será que as relações sejam elas afetivas ou de autoeficácia adentro do bojo ensino-aprendizagem estão sempre presentes?

Para poder ter uma visão visionária deste contexto, seguimos com a busca de campo e



fomos, mesmo que apressadamente, verificar se esta hipótese de edificar com o outro (FREIRE 1970) o ensino-aprendizagem é uma relação não disjunta dos entrelaçamentos presenciais humanísticos dos envolvidos, a saber: educador e educandos.

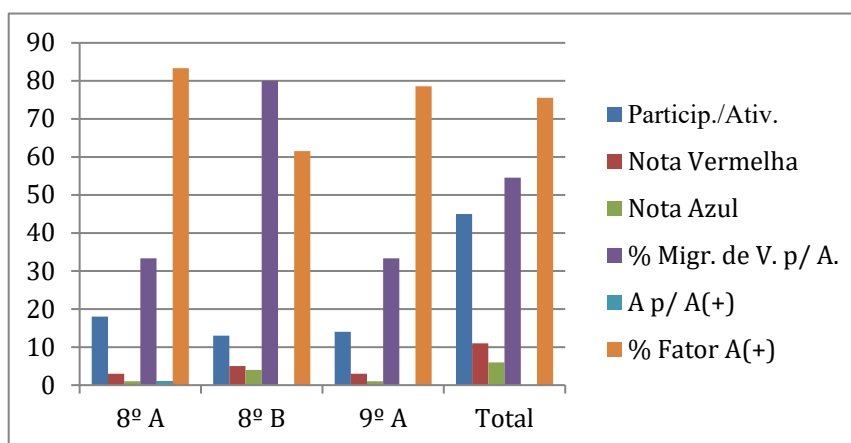
Pautado neste arcabouço seguiremos com a ligeira ou apressada do que foi possível descrever deste instante.

#### 5.4 ANÁLISE MOVIMENTO (II) PRESENCIAL 2022

A questão quantitativa de referentes às notas vermelhas do 1º Bimestre tivemos: 8º A 03; 8º B 05 e 9º A 03. Dos que participaram na dinâmica como forma de recuperação e revisão de conteúdos que continuaram com notas vermelhas: tivemos dois alunos no 8º A, um aluno do 8º B e dois alunos no 9º A que não conseguiram atingir o conceito maior ou igual a cinco.

É fácil perceber que o percentual de alunos que migraram para notas azuis é: 8º A (aprox. 33%:1/3); 8º B (80%: 4/5) e do 9º A (aprox. 33%: 1/3). Migraram de notas vermelhas para azuis a relação  $\frac{6}{11}$  (55%). Da relação  $\frac{(40-11)}{(45-5)} = \frac{29}{40}$  (73%) temos a representação percentual, Gráfico 6, dos que participaram na dinâmica seguida por realizarem as atividades retornando com resoluções e respostas, com intenções de aumentarem as notas e atingiram este propósito.

**Gráfico 7 - Migração de Nota: Vermelha para Azul (8ºA, 8º B, 9º A)**



Fonte: Arquivos da pesquisa

### 5.4.1 Estrutura (10 Questões) e intenções pedagógicas da/na atividade

Após a dinâmica de frações e(m) música: Escalas Temperada na forma de explanações visuais, recitais musicais, debates e exposição dos assuntos e contextos que envolviam frações das mais diversas formas para prosseguir como forma de aplicação, estruturamos a atividade que compactou temas como veremos e foi estruturada com 10 questões.

A primeira, Figura 53 , questão focou a soma de frações próprias com objetivos de detectar as associações de frações irredutíveis e composta com as frações que representam escalas musicais temperadas.

**Figura 55** - Atividade Frações e(m) Música: Questão 1

**1) Resolver e operar as frações abaixo e descubra quais notas são e qual oitava pertencem?**

**a)**  $\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right) =$

**b)**  $\left(\frac{6}{12}\right) + \left(\frac{5}{12}\right) =$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Na Figura 54 sobre a segunda questão as solicitações foram feitas com intuito de identificações das localizações das notas nas suas respectivas oitavas para verificações do grau de correspondência possíveis que foram feitas entre frações e(m) escalas temperadas.

**Figura 56** - Atividade Frações e(m) Música: Questão 2

**2) Sabemos que o Dó Natural: C = 1/12 e o Fá Natural: F = 6/12 equivale afirmar que:**

**a) Ambas estão na 1ª oitava; b) Ambas estão na 2ª oitava; c) Ambas estão na 3ª oitava**

**d) Dó Natural na 1ª oitava e Fá Natural na 2ª oitava**

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Na terceira questão, Figura 55, o grau de complexidade é aumentado, solicitações recorrem em observações de habilidades de realizar transformações de frações irredutíveis para compostas para percepções de que as frações próprias são configuradas para notas na primeira oitava enquanto as impróprias são localizadas em oitavas superiores (mais agudas).

**Figura 57** - Atividade Frações e(m) Música: Questão 3

3) Escreva cada fração irredutível na notação composta e descubra qual é a Nota e sua Oitava:

a)  $1/2 =$

b)  $7/3 =$

c)  $7/2 =$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Temos na Figura 56 a quarta questão e os desafios são sugeridos nos obstáculos de  $(1)^3 + (0,5)^2 = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1^2}{2^2} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4} = 1 + \left(\frac{12}{12}\right) + \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) = \frac{12}{12} + \frac{3}{12}$ , para perceber que se trata de um  $D = Ré(Natural)$  da segunda oitava, já que fora percorrido um ciclo de 12 notas adentrando na fração  $\frac{3}{12}$  da oitavas seguinte. Estas manipulações, mesmo salientados com grande frequência, referentes às potências dos números para  $\forall \square$  tendo como base o um (1) que resultam sempre em 1, realizar as transformações de distribuições de potências em numeradores e denominadores, seguido por recorrer às frações aparentes estabelecidas pelo elemento neutro 1, causam obstáculos nas maiorias das vezes que aparecem.

**Figura 58** - Atividade Frações e(m) Música: Questão 4

4) O valor de  $(1)^3 + (0,5)^2$  representa qual nota e oitava no piano?

a) D# (sustenido) 1ª oitava

b) D Natural 2ª oitava

c) D# (sustenido) 2ª oitava

d) D Natural 1ª oitava

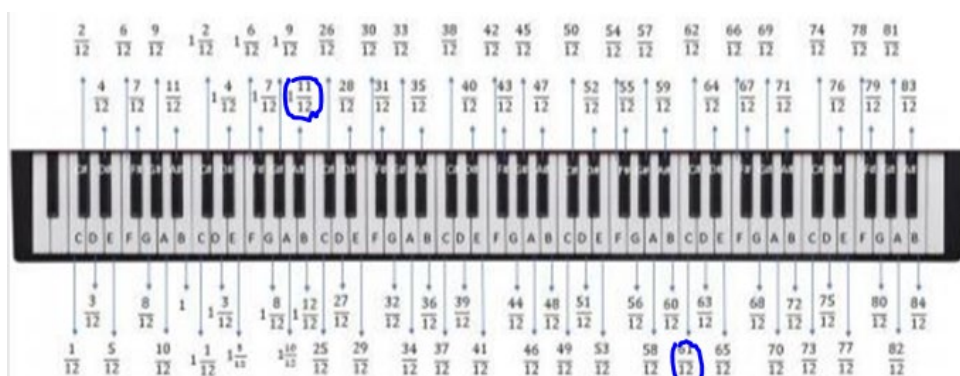
e) D# (sustenido) 3ª oitava

Fonte: Arquivo da pesquisa

Seguindo com a Figura 58, a questão cinco o nível é elementar, pois baseou-se nas identificações das frações musicais das notas  $C = Dó(5ª Oitava) = \frac{61}{12}$  e  $A^\# = Lá\#(Sustenido)2ª Oitava = \frac{23}{12}$ , ou seja representada pela fração mista  $1\left(\frac{11}{12}\right)$ , ambas descritas na Figura 57 do piano digital e as frações relacionadas apresentadas no começo da

atividade demarcadas abaixo.

**Figura 59** - Atividade Frações e(m) Música: Ilustração de um Piano



Fonte: Arquivo da pesquisa

**Figura 60** - Atividade Frações e(m) Música: Questão 5

**5) Apresente qual fração representa cada nota solicitada abaixo!**

- a) Dó (C) Natural 5ª oitava =
- b) A# (Lá Sustenido) 2ª oitava =

Fonte: Arquivo da pesquisa

Na questão seguinte, seis (6) da Figura 59, temos um salto qualitativo pedagógico trabalhado em ala devido ao momento pandêmico como forma de ajuste de currículo: trinômio incompleto do tipo  $a.x^2 - b = 0$ ,  $a \in \mathcal{R}^*$ ,  $b \in \mathcal{R}_+$ . Propondo inquirir junto aos educandos vertentes como questões de ordens  $x^2 - b + b = 0 + b$ , implica,  $x^2 = b$ , e que  $x = (\pm)\sqrt{b}$ ,  $a = 1, b = \frac{625}{144}$  (fração de um quadrado perfeito).

Nos debates com os educandos observamos que estaríamos interessados nos resultados de  $+\sqrt{b}$ , justificado os porquês do descarte de  $-\sqrt{b}$  por se tratar de escalas musicais de frações e(m) música correspondem aos valores positivos. Aproveitamos fatores que a esta altura tínhamos trabalhado raízes quadradas exatas e potenciações que fazem parte dos desenvolvimentos.

**Figura 61** - Atividade Frações e(m) Música: Questão 6

6) Ao encontrar os valores que satisfazem a equação do segundo grau incompleta abaixo: o valor positivo é qual Nota de qual oitava no piano?

$$a) x^2 - \left(\frac{625}{144}\right) = 0$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Na questão sete, Figura 60, de forma intencional, o patamar referente à questão anterior (6) foi mais elementar justamente para deduções por parte dos educandos de patamares pautado em potenciações e raízes quadradas exatas seguidas pelas inquirições na descoberta da nota musical deparada pelo resultado.

**Figura 62** - Atividade Frações e(m) Música: Questão 7

7) Calcule o valor da expressão abaixo e descubra qual é a Nota Musical e sua oitava!

$$\sqrt{\left(\frac{2}{6}\right)^2 + 3 \cdot \frac{15}{36}} =$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Para a próxima questão, Figura 61, temos que uma “equação do primeiro grau é uma equação redutível à forma de  $ax + b = 0$ , na qual  $a$  e  $b$  são constantes,  $a \neq 0$ , e  $x$  é incógnita. Sua resolução é  $ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$ ” (LIMA et. al, 2006, p. 26).

Associamos equações do primeiro grau com funções afim  $f(x) = ax + b$  com intenções de estender junções de fortalecimento da questão algébrica dos estudantes proporcionada por frações e(m) escalas temperadas como podemos notar.

**Figura 63** - Atividade Frações e(m) Música: Questão 8

8) Se  $f(x) = 27x - 4$ , qual o valor de  $x$  para que  $f(x) = 23$ ? Que Nota é?

Fonte: Arquivo da pesquisa

Na questão seguinte (9), Figura 62, considerada elementar no quer apostamos no poder de síntese lógico de elaborar e relacionar frações compostas para irreduzíveis, desenvolvendo

frações aparentes (elemento neutro do produto), desdobrando fatores que relacionam com frações das notas das escalas temperadas:  $\left(\frac{128}{512}\right) = \left(\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) = \frac{3}{12}$ , uma fração própria, nota  $D = Dó(1^a \text{ Oitava})$  e  $\left(\frac{512}{1024}\right) = \left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{6}{6}\right) = \frac{6}{12}$ , também uma fração própria, nota  $F = Fá(1^a \text{ Oitava})$ .

**Figura 64** - Atividade Frações e(m) Música: Questão 9

**9) Responda se as frações compostas abaixo são própria ou imprópria e reduza até percebe as Notas e Oitavas para registro:**

a)  $\left(\frac{128}{512}\right) =$

b)  $\left(\frac{512}{1024}\right) =$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Vamos fechar este momento, Figura 63, com uma questão sobre os trinômios incompletos conforme apresentamos debates de associações curriculares e intenções nos debates.

O que é acrescido se encontra alojado de aguçar na questão algébrica por relacionar

$D = \frac{3}{12}$ , então,  $D^2 = \left(\frac{3}{12}\right)^2 \Rightarrow D^2 = \frac{9}{144}$ , seguir pela substituição no radical, realizar a multiplicação de  $3 \cdot \frac{24}{144} = \frac{72}{144}$ , seguir com a soma  $\frac{9}{144} + \frac{72}{144} = \frac{9+72}{144} = \frac{81}{144}$  para encontrar a

$\sqrt{\frac{81}{144}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{144}} = \frac{9}{12}$  que representa  $G^\# = Sol^\#(Sustenido)$  em que  $\frac{9}{12}$  por ser uma fração própria se encontra na  $1^a \text{ Oitava}$ .

**Figura 65** - Atividade Frações e(m) Música: Questão 10

**10) Sabemos que D (Ré Natural) tem representação fracionária  $\left(\frac{3}{12}\right)$ , substitua na expressão realizando a operação e descubra a nova nota e oitava resultado desta ação!**

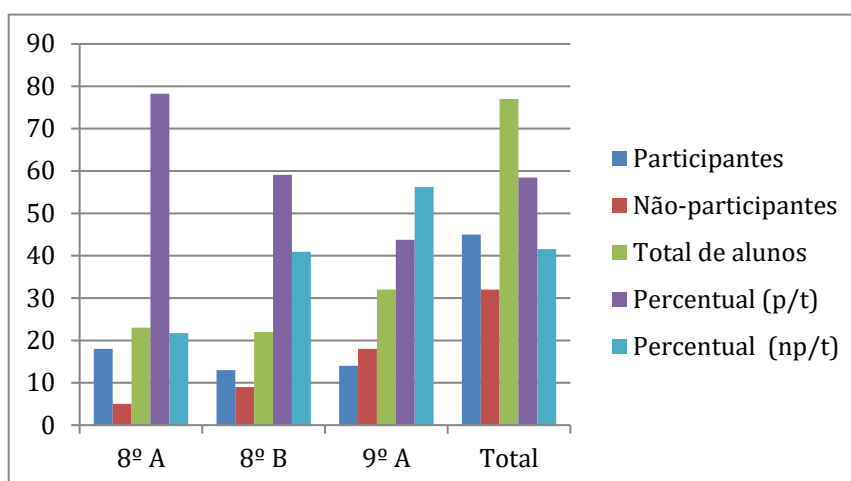
$$\sqrt{(D)^2 + 3 \cdot \frac{24}{144}} =$$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

#### 5.4.1.1 Análises Quantitativas De Ações (8ºA/B e 9ºA)

Deduziremos uma síntese quantitativa dos envolvidos nas ações pedagógica. Temos que a sala do 8º A com 24 educandos na lista, um transferido, portanto 23 ativos. No momento da dinâmica ocorreram 18 participações, o que representa 78%. Temos o 8º B com, também, 24 educandos na lista, dois transferidos, resultando 22 ativos. Tivemos 13 educandos o que representa cerca de 59%. No 9º A é encontrado uma lista de 35 educandos na lista, um transferido, um não comparecimento (NCOM) o que representa 33 ativos. Aqui fora 14 educandos participantes o que representa cerca de 43%. O Gráfico 7 a seguir realizar uma síntese percentual visual destes valores.

**Gráfico 8** - Relações de estudantes envolvidos e as participações na dinâmica



**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Todos os educandos das salas 8º A, 8º B e 9º A participaram das apresentações musicais da dinâmica, no entanto, por ser obrigatório para educandos com notas menores que 5 e facultativo para educandos com notas iguais ou maiores que 5, de forma direta, as participações na aplicação da atividade são notadas pela relação compreendida entre os participantes nas realizações da atividade e os que estiveram presentes na dinâmica musical de frações e(m) música: Escalas Temperada. Desta forma é encontrado um percentual por

$$\frac{p}{t} = \frac{45}{78} \approx 58\%.$$

Sobre as faixas etárias (anos completos) dos seguimentos temos o seguinte: 8º A temos 1 (aprox. 4%) com 12 anos; 9 (aprox. 39%) com 13 anos; 7 (aprox. 31%) com 14 anos;

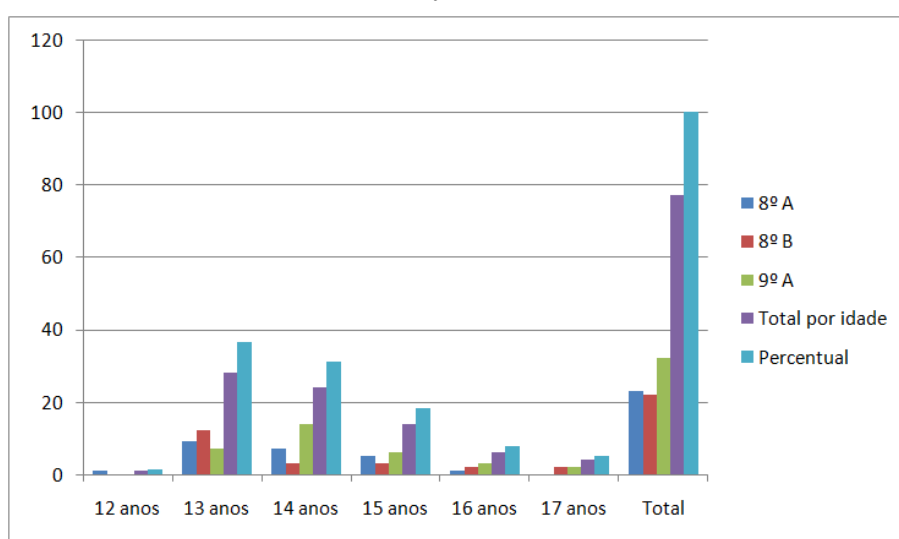
5 (aprox. 22%) com 15 anos e 1 (aprox. 4%) com 16 anos.

Do 8º B temos 13 (aprox. 56%) com 13 anos; 3 (aprox. 13%) com 14 anos; 3 (aprox. 13%) com 15 anos; 2 (aprox. 9%) com 16 anos; 2 (aprox. 9%) com 17 anos;

Já no 9º A temos 7 (aprox. 21%) com 13 anos; 15 (aprox. 46%) com 14 anos; 6 (aprox. 18%) com 15 anos; 3 (aprox. 9%) com 16 anos; 2 (aprox. 6%) com 17 anos.

No Gráfico 8 é organizado e apresentado esses dados como panorama da situação etária dos educandos.

**Gráfico 9 - Classificações: faixas etárias**



**Fonte:** Arquivo da pesquisa

De forma global (77 estudantes: salas 8º A; 8º B; 9º A): por idades (faixas etárias)

temos:  $Porcentual = \frac{n^\circ(idade)}{77(total)}$  (faixa azul claro).

Então temos com 12 anos (aprox. 1%); 13 anos (aprox. 37%); 14 anos (aprox. 32%); 15 anos (aprox. 18%); 16 anos (aprox. 7%); 17 anos (aprox. 5%).

Desta forma a concentração de faixas etárias dos educandos se encontra entre 13 e 14 anos. Fator este que coincide com o do Projeto Novo Tempo (Vinhedo) que teve concentração nos 14 anos como notado.

Seguiremos com reflexões de amostras, as vezes blocos, algumas ações realizadas pelos educandos.



## 5.4.1.2 Análise da Atividade: Questão 1

Começaremos pela questão um (1). 8º A: Dos 18 participantes 15 responderam essa questão (83,3% aproximadamente). Iremos escolher 3 amostras.

Desta sala, 8º tivemos seis (6) questões certas (40%), oito (8) questões parcialmente certas (53%) certas (menor que 100%) e uma (1) questão incorreta (7%: incompreensível).

Abaixo, Figura 64, quando observamos a amostra 1 apresentada a seguir é plausível o êxito matemático atingido pelo educando. Os pontos que comete incidentes são dois e estão localizados no item *b*: em *a* é corretamente que  $\frac{12}{12} = B = Si(Natural)$  da 1ª Oitava, no

entanto, talvez de forma apressada, denomina a fração  $\frac{11}{12} = 1^a Oitava$ , também, como 1)

$S = Si(Natural)$ , corretamente seria  $A^\# = B^\flat$ , Lá# = Si#, os enarmônicos Lá Sustenido ou Si Bemol, que Si sustenido seria,  $B^\# = Si\# = C$ , Dó(Natural). Como o foco do nosso trabalho é o estudo das escalas musicais do temperamento como ferramenta para estudar as várias formas de frações: consideramos a questão com índice de 80% correta (0,4).

**Figura 66** - Questão 1: Amostra 1 (8ºA)

Handwritten work showing calculations and musical notes:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1 = \frac{12}{12}$$

$$\frac{6}{12} + \frac{5}{12} = \frac{11}{12}$$

1ª oitava B = Si natural  
2ª oitava B = Si natural Sustenido

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Na Figura 65, observamos uma organização mais pontual dos procedimentos matemáticos e as associações com as frações e(m) escalas de forma precisa em que até o processo na soma de frações o fator de carregar/conservar o denominador, quando esses são iguais foi conduzido pelo educando: 100% correta (0,5).

**Figura 67** - Questão 1: Amostra 2 (8ºA)

$$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1 \quad \text{1º octavo} \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{6}{12} + \frac{5}{12} = \frac{6+5}{12} = \frac{11}{12} \quad \text{A.# = 1º natural} \quad \text{1º octavo}$$

C = D  
 D = E  
 E = N  
 F = A  
 B = A  
 A = 1  
 B = 1

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

A Amostra (3) a seguir, Figura 66, nos causou desafios. Ao observar os desenvolvimentos do educando é presenciado vários vives. Um deles, no item *a* da questão, é que a escrita do denominador 12 pode emitir alguns pontos deduzidos: a soma dos três 4 de  $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4}$  pode ser um deles. No item *b* ao inverte o denominador com o numerador na operação, por hipótese, pode ter ocorrido com algumas táticas que é frequentemente utilizado vias aulas digitais sociais (vídeos no *YouTube* por exemplo, etc.) sobre o assunto, um exemplo: operar  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1.3+1.2}{2.3} = \frac{5}{6}$  o que é correto por estar implicitamente operações de frações aparentes. elemento neutro do produto, mínimo múltiplo comum (mmc), etc., mas que transfere induções equivocadas como ocorreu por parte do educando ao somar  $5+6=11$ , colocar no denominador e o denominador 12 ser representado no numerador. Por apresentar extrações de análises dos feitos, mesmo com os equívocos cometidos, associamos 40% (0,2).

**Figura 68** - Questão 1: Amostra 3 (8ºA)

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1 \quad \text{17}$$

$$\frac{6}{12} + \frac{5}{12} = \frac{11}{12} \quad \text{12}$$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Seguiremos, na Figura 67, com as amostras da questão um (1) do 8º B. São 13 de 24, representa cerca de 54%, o percentual dos envolvidos na dinâmica, tivemos 12 resoluções (92,3%) desta questão o que mostra que o contexto desta questão fora assimilado por sua maioria. Desta sala dos 13 participantes da dinâmica 10 (77 %) acertaram, 3 (27 %) parcialmente (menor que 100%) correta e nenhuma incorreta.

Como primeira amostra, selecionamos seleções de quatro atuações, duas a duas, referentes a questão 1 em que as duas iniciais se referem a letra *a* e as outras duas seguintes, a letra *b*.

Figura 69 - Questão 1: Amostra 1 (8ºB)

The image shows four lines of handwritten mathematical work in blue ink. The first line is  $\frac{4}{4} - \frac{3}{3} = \frac{12}{12}$  B = Si natural. The second line is  $\frac{4}{4} - \frac{3}{3} = \frac{12}{12}$  B = Si natural. The third line is  $\frac{11}{2}$  a# = lá sustentado. The fourth line is  $\frac{11}{2}$  a# = lá sustentado.

Fonte: Arquivo da pesquisa

Notemos que, entre as verificações que poderiam ser feitas, debruçado em uma das formas manifestada na tricotomia ( $<$ ,  $>$  e  $=$ ) esta última é constantemente salientada nos momentos pedagógicos de forma geral e fizeram parte de forma aguçada nas/das partilhas dos trabalhos de preparações até o momento da dinâmica. Contudo observamos que em ambas as ações este fator se ausentou nas construções das resoluções.

Outro fator importante a ser notado para reflexões é a maneira de registrar o sinal de vezes, na primeira, associado ao de subtração: o intuito foi o multiplicativo produzindo um incidente que não comprometeu o item da questão o que insere, assim como a seguinte resolução, próxima figura, que apontou de forma clara o sinal de tal operação: acertos desta parte da questão ocorrem.

Já nas duas partições referente ao item *b*, de ambos os estudantes, sugere a forma

apressada de resolver a questão, emitem um denominador 2 em vez de 12. Uma decodificação equivocada com pensamento correto do evento assimilativo (também registram  $a$  em vez de  $A$  para denominar o Lá). Ao registrarem e apontarem corretamente a nota é atribuído 60% (0,3) para os quatros exemplos de ações dos educandos partilhados.

Na amostra, Figura 68, 2 desta sala (8º B) apresentaremos resoluções da questão 1 (a e b) de dois participantes.

**Figura 70 - Questão 1: Amostra 2 (8ºB)**

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{12} = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{12}{12} \quad \text{B=Si Natural} \\ \text{1ª oitava}$$

$$\frac{6}{12} + \frac{5}{12} = \frac{6+5}{12} = \frac{11}{12} \quad \text{A=lá. sustenido} \\ \text{2ª oitava}$$


---


$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{12}{12} \quad \text{1ª oitava} \\ \text{si natural}$$

$$\frac{6}{12} + \frac{5}{12} = \frac{6+5}{12} = \frac{11}{12} \quad \text{1ª oitava} \\ \text{lá sustenido}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

O primeiro agente desenvolve, de forma organizada, os procedimentos de forma correta, acentuado que indica o sinal de equivalência ( $\equiv$ ) corretamente no item  $a$  com exagero, sem necessidade, no item  $b$  por não ocorrer equivalência da forma irredutível do resultado. Verifica que ao quesito de contexto de escalas musicais apresenta a grafia da segunda sem o símbolo # (sustenido), mas corretas os nomes das notas encontradas: 100% de acerto (0,5).

Quanto ao segundo participante desta amostra (2) aplicou de forma correta o sinal de equivalência ( $\equiv$ ) apenas no item  $a$ , contudo duas verificações de incidentes devem ser observadas: I) não indicou o sinal multiplicativo feito pelo primeiro participante deste momento de reflexões pedagógicas e (II) a representação de nota não ocorreu, apenas apresentou seus nomes. As escalas serviram de apoio ao contexto do ensino-aprendizagem das aplicações e uso de frações, logo 100% correta (0,5).

Na amostra 3 da Figura 69 se resume nas observações do que foi solicitado na questão: 1) Operações; 2) Notas; 3) Oitavas.

Figura 71 - Questão 1: Amostra 3 (8ºB)

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{12}{12} \quad B = \text{Si Natural}$$

$$\frac{6}{12} + \frac{5}{12} = \frac{11}{12} \quad A\# = \text{Lá Suspenso}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Observemos que não fora apresentado a oitava em que as notas pertences. Fortalecendo que o recurso de escalas musicais de forma interdisciplinar serviu como auxiliadora para solidificar a aprendizagem de frações e alguns de seus contextos. Assim 90% da questão (0,45).

Seguiremos sobre alguns reflexos permitidos nas atuações do 9º A (8º A e 8º B de 2021). Tivemos 14 participações de 33, 42%, alunos da sala. Desses, todos resolveram a questão 1 da atividade avaliativa (recuperação com revisão).

Do total de 14 participantes na dinâmica, nenhuma (0%) incorreta, 5 (36 %) parcialmente correta (menor que 100%) e 9 (64 %) corretas (100%). Isso representa que dos feitos nas atividades remotas de frações e(m) música: escalas temperadas, no ano letivo de 2021, os trabalhos sobre frações para estes participantes tiveram resultados. Lembremos que esses educandos vieram, em sua maioria, dos 7º A e 7º B de 2020 (começo da Pandemia).

Figura 72 - Questão 1: Amostra 1 (9ºA)

$$= \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{12}{12} \quad B = \text{Si Natural}$$

$$= \frac{6}{12} + \frac{5}{12} = \left( \frac{12}{12} + \frac{11}{12} \right) = 1^{\text{a}} \text{ oitava} \quad A\# = \text{Lá Natural}$$

$$\frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{12}{12} = \text{primeira oitava} \quad B = \text{Si}$$

$$\frac{6}{12} + \frac{5}{12} = \frac{11}{12} \quad A = \text{Lá}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Realizaremos, também, reflexões de dois participantes da dinâmica sobre a questão 1

na sala do 9º A. Do primeiro, Figura 70 , sobre o item *a* correta a resolução. Já no *b* observações: descreve  $P(E) = \frac{n^\circ(E)}{n^\circ(S)} = \frac{5}{12} + \frac{6}{12} \neq \left( \frac{12}{12} + \frac{11}{12} \right)$  dialogando em seguida que se trata da 1ª Oitava (correto), no entanto o fator  $\frac{12}{12}$  acrescido do corte que realizou enfatiza, por hipótese, que teria que sair do primeiro ciclo (ciclo 0) para o segundo ciclo (ciclo 1) para denominar 1ª Oitava o que é incorreto. Isso prejudicou as operações matemática mesmo ter registrado corretamente a 1ª Oitava e A#, pois o equívoco de consideração deve ser considerado.

Uma observação a ser partilhada. Na dinâmica com o piano (músicas, recital, etc.) associado com a lousa, de forma frequente, relatamos que a fração musical própria está sempre na 1ª Oitava prosseguindo que frações de notas impróprias são notas a partir da 1ª Oitava . Talvez o educando, hipoteticamente, assimilou que é necessário percorrer um ciclo para começar na 1ª Oitava . Um ponto a ser observado por nós para enfatizar fatores, como este, com maiores clarezas em pontos semelhantes em outros instantes de aplicações futuras. Sobre as ações do educando: pelos incidentes 80% (0,4).

Sobre o segundo temos o problema de não representar o sinal de multiplicação nas operações, acrescido de denominar de *A* em vez de *A#* por serem notas distintas. Também 80% (0,4).

Na próxima Figura 71 as análises seguintes foram de dois participantes: a letra *b* de um agente e a questão inteira (*a* e *b*) de outro.

**Figura 73** - Questão 1: Amostra 2 (9ºA)

$$= \frac{6}{12} + \frac{5}{12} = \frac{11}{12} \quad \text{A natural Lá } 1^\text{a} \text{ oitava}$$

$$= \frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{12}{12} \quad \text{B = si } 1^\text{a} \text{ oitava natural}$$

$$= \frac{11}{12} \quad \text{A \# / BB}$$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Do primeiro, apenas a observação do tratamento escrito de Lá Natural (*A*) por Lá Sustenido (*A#*). Enquanto que o segundo enfatiza que ambas são da 1ª Oitava e de forma

diferenciada, afirma o Enarmônico  $A\# = Bb$  (nomes distintos para a mesma nota). Quanto as pontuações: 90% (0,45) para o primeiro e 100% (0,5) para o segundo.

Na terceira amostra, Figura 72, o interessante é que o conceito de conservação/carregar o mesmo denominador quando são iguais operando o numerador é bem explicitado pelo educando. Contribui que os trabalhos pedagógicos, que não param, estão em ascensões de forma contínua e positiva. Sobre a questão 100% (0,5).

**Figura 74** - Questão 1: Amostra 3 (9ºA)

$$= \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = \frac{3}{3} = \frac{12}{12} \quad \text{Si natural}$$

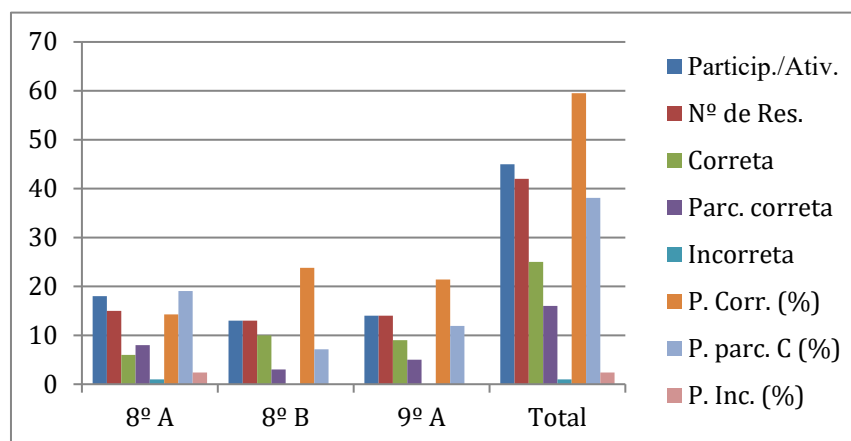
$$= \frac{6+5}{12} = \frac{11}{12} \quad \text{1ª oitava}$$

$A\# = LA$  (sustenido)

Fonte: Arquivo da pesquisa

Apresentaremos a seguir o Gráfico 9 gráfico para uma visualização global das ações das três salas (8º A; 8º B; 9º A) sobre a questão 1.

**Gráfico 10** - Questão 1: Global



Fonte: Arquivo da pesquisa

Sobre as três salas, 8º A; 8º B; 9º A, ao final de reflexões de cada etapa das 10 questões, uma a uma, é estabelecida as categorias em forma globais de razões: I.

$$\frac{\text{Total : Corretas}}{\text{Total : Resoluções}}; \text{ II. } \frac{\text{Total : P.parc.Corretas}}{\text{Total : Resoluções}}; \text{ III. } \frac{\text{Total : Incorretas}}{\text{Total : Resoluções}},$$

assim teremos a possibilidade de verificar concentrações atingidas pelos educandos: as três últimas colunas do

canto a direita de cada gráfico sugere estas observações.

Para a questão 1 temos das qualidades corretas:  $P.Corret(\%) = \frac{25}{42}(60\%)$ ,  
parcialmente corretas:  $P.parc.C(\%) = \frac{16}{42}(38\%)$ ; Incorretas:  $P.Inc.(%) = \frac{1}{42}(2\%)$ .

#### 5.4.1.3 Análise da Atividade: Questão 2

Seguimos com o que foi possível extrair de análises sobre a questão 2 da dinâmica. Desta questão pouco foi colhido, pois o que foi solicitado se resume na localização de oitavas de  $C = \frac{1}{12}$  (*Dó = 1ª Oitava*) e  $F = \frac{6}{12}$  (*Fá = 1ª Oitava*). Tal indagação induziu, em sua maioria, que ocorresse apenas a marcação da alternativa que os educandos julgassem correta. Sobre os 8º anos (A e B), deduziremos uma síntese quantitativa.

Sobre os 18 envolvidos nas ações pedagógicas da/na dinâmica tivemos na sala do 8º A 15 (aprox. 83%) assinalaram a alternativa certa, 3 (27%) assinalaram a alternativa incorreta, desta forma não ocorreu análises de parcialmente correta.

Já no 8º B dos 13 participantes: 11 (aprox. 85%) assinalaram a alternativa correta e 2 (15%) a alternativa incorreta.

Como é uma única amostra, para representar essas salas, apenas um momento do educando - do 8º B, percebido que não ocorreram outras anotações, justificado que apenas assinalaram a alternativa, a respeito desta questão, como reflexões da Figura 73:

**Figura 75** - Questão 2: Amostra 1 (8º A)

The image shows a handwritten calculation in blue ink. On the left, there is a '2' followed by an arrow pointing to the right. The calculation itself is  $\frac{1}{12} + \frac{6}{12} = \frac{7}{12}$ . The fraction  $\frac{6}{12}$  has a horizontal line under the '6' and the '12'.

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Apesar da alternativa correta, este educando operou a adição das duas frações, uma irredutível e outra composta, ambas próprias correspondentes às notas apresentadas que resultou, de forma correta, numa fração própria e irredutível.



De forma pedagógica ocorre que boa parte entre os educandos cometem incidentes de extrair informações diferentes do que é solicitado com desenvolvimento corrente de forma coerente. Um desafio sobre o grau de letramento matemático desses indivíduos nesta fase escolar de formação contínua.

No 9º A 13/14 dos envolvidos na dinâmica a conduta é considerada semelhante aos refletidos para os 8º A e 8º B expandida nas verificações de melhores organizações justificando a resposta da questão. Temos 11 (aprox. 85%) de acertos e 2 (15%) de alternativas erradas.

Seguiremos apresentando na imagem seguinte da Figura 74 uma única amostra de três envolvidos na dinâmica dessa sala.

**Figura 76** - Questão 2: Amostra 1 (9º A)

$\frac{1}{12}$  C = Dó natural  
 1ª oitava

$\frac{6}{12}$  F = FA natural  
 1ª oitava

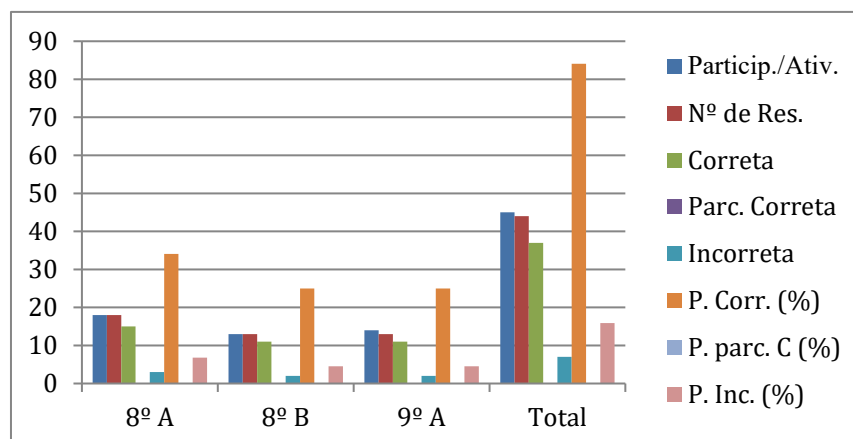
porque estão antes do  $\frac{12}{12}$

ambas estão na primeira oitava, por que estão antes do 12

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Observamos do primeiro (1º) educando as justificativas de cada fração e nota estarem presentes na 1ª Oitava. Já do segundo (2º) e terceiro (3º) educandos, explicações descritas que justificam que ambas as análises estão no primeiro ciclo da escala temperada (tendo como o (Dó = 1ª Oitava)), o início do processo.

Apresentaremos a seguir o Gráfico 10 para uma visualização global das ações das três salas (8º A; 8º B; 9º A) sobre a questão 2.

**Gráfico 10** - Questão 2: Global

Fonte: Arquivo da pesquisa

Para a questão 2 temos das qualidades corretas:  $P.Corret(\%) = \frac{37}{44}(84\%)$ ,  
parcialmente corretas:  $P.parc.C(\%) = \frac{0}{42}(0\%)$ ; Incorretas:  $P.Inc.(\%) = \frac{7}{44}(16\%)$ .

#### 5.4.1.4 Análise da Atividade: Questão 3

De modo geral, as amostras seguintes sobre o teor da questão 3 emitiu desafios para os educandos de todas as salas em que a dinâmica aconteceu.

Referente ao 8º A, tivemos 8 tentativas de resoluções. Destas 4 atingiram 0,4 (80%): consideradas corretas, 3 0,25 (50%); parcialmente corretas (foi feita 1 ou 2 dos três itens da questão, e 1 = 0,1 (20%) de acerto (representação dos possíveis decimais) da referida questão. Começamos, Figura 75, na amostra 1 por este educando.

**Figura 77** - Questão 3: Amostra 1 (8º A)

a)  $1/2 = 0,5$   
b)  $7/3 = 2,3$   
c)  $7/2 = 3,5$

Fonte: Arquivo da pesquisa

O educando se pautou em transformar as frações em números decimais com êxito nos itens *a* e *c*. Mesmo tendo estudado em outros momentos, as frações geratrizes dos números decimais das dízimas periódicas, não ocorreu reconhecimento desta pauta na fração  $\frac{7}{3}$ . No entanto, fugiu do foco do que fora solicitado na questão: Incorreta.

Na amostra a seguir,

Figura 76, um evento de questão parcialmente correta: os pretendidos matemáticos foram atendidos, no entanto, nenhuma relação com a interdisciplinaridade proposta em não apontar que notas representam as frações compostas encontradas.

**Figura 78** - Questão 3: Amostra 2 (8º A)

Handwritten work for three items:

- a)  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12}$
- b)  $\frac{7}{3} = \frac{7}{3} \cdot \frac{4}{4} = \frac{28}{12}$
- c)  $\frac{7}{2} = \frac{7}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{42}{12}$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Na Figura 77, temos a mostra 3 deste momento do 8º A. O educando, apesar de omitir os feitos, operou e representou as referidas notas da escala temperada. No entanto, ocorreu um incidente na operação  $7 \times 6 = 42 (49 : 7 \times 7)$ , representado um resultado diferente. Observação a ser feita é que relacionou corretamente  $\frac{49}{12} \left( \frac{12+12+12+12+1}{12} \right) : C = Dó$  natural, mas relacionou a nota errada com a 4ª Oitava correta, registrando 5ª Oitava. Apontou o incidente, pois a nota correta é  $\left( \frac{12+12+12+6}{12} \right) = F : Fá$ .

**Figura 79** - Questão 3: Amostra 3 (8° A)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} = \frac{6}{12} \text{ 1ª oitava } \text{Fa} \text{ natural} \\
 &= \frac{7 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{28}{12} \text{ 3ª oitava } \text{EA} = \text{Mi} \text{ sustenido} \\
 &= \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 6} = \frac{49}{12} \text{ 4ª oitava } \text{C} = \text{Do} \text{ sustenido}
 \end{aligned}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Do 8° B, 10 de 13 participantes fizeram a questão, o que representa 80%. Destas resoluções, tivemos 08 questões corretas - uma parcialmente correta e outra apenas reprodução das escritas horizontais para verticais das frações do contexto como representada na amostra seguinte considerada incorreta, Figura 78.

**Figura 80** - Questão 3: Amostra 1 (8° B)

$$\begin{aligned}
 \text{a) } &1/2 = \frac{1}{2} \\
 \text{b) } &7/3 = \frac{7}{3} \\
 \text{c) } &7/2 = \frac{7}{2}
 \end{aligned}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Já na segunda amostra da Figura 79, no resumo, temos problemática nas organizações deixando confuso que nota é apontada pelo educando na segunda operação. Um incidente que causa pequena perda na plenitude da questão. Observe: Contudo atendeu o solicitado (0,45=90%).

Figura 81 - Questão 3: Amostra 2 (8º B)

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12} \quad F = F \text{ natural}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{4} = \frac{28}{12} = \frac{11}{12} + \frac{12}{12} + \frac{4}{12} \quad \begin{matrix} 12^{\circ} \text{ oitava} \\ 3^{\circ} \text{ oitava} \\ \text{Re natural} \end{matrix}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{6} = \frac{42}{12} = \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{6}{12} \quad \begin{matrix} 4^{\circ} \text{ oitava} \\ F = D^{\flat} \end{matrix}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Na terceira e última amostra desta sala, Figura 80, separamos três ações conjuntamente para observar as formas de organizações dos educandos. No primeiro é deparada a forma de contar recorrendo ao que aprendeu em anos anteriores: apontando linhas verticais, reescrevendo formas das tabuadas do (2) dois e (3) três para o êxito atingido.

No segundo educando, apenas a aplicações de maiúsculas nos itens *a* e *c* corretamente e minúscula no item *b*.

Já no terceiro agente, as formas precisas dos desdobramentos. Os três envolvidos destes debates não apresentaram a figura #(Sustenido), no entanto a descreveram. As três resoluções no grupo de pleno acerto da questão.

Figura 82 - Questão 3: Amostra 3 (8º B)

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12} \quad F = F^{\flat} \text{ natural} \quad \begin{matrix} 11 \\ 10 \\ 9 \\ 8 \\ 7 \\ 6 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{matrix}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{4} = \frac{28}{12} = \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{4}{12} \quad \begin{matrix} 10^{\circ} \text{ oitava} \\ 3^{\circ} \text{ oitava} \\ \text{Re natural} \end{matrix}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{6} = \frac{42}{12} = \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{6}{12} \quad \begin{matrix} 4^{\circ} \text{ oitava} \\ F = F^{\flat} \text{ natural} \end{matrix}$$
  

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12} \quad F = F^{\flat} \text{ natural} \quad \begin{matrix} 1^{\circ} \text{ oitava} \\ 3^{\circ} \text{ oitava} \end{matrix}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{4} = \frac{28}{12} = \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{4}{12} \quad \begin{matrix} \text{Re} \\ \text{Re} \\ \text{sustenido} \end{matrix}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{6} = \frac{42}{12} = \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{6}{12} \quad \begin{matrix} 4^{\circ} \text{ oitava} \\ F = F^{\flat} \text{ natural} \end{matrix}$$
  

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12} \quad F = F^{\flat} \text{ natural} \quad 1^{\circ} \text{ oitava}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{4} = \frac{28}{12} = \left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{4}{12} \right) \quad 3^{\circ} \text{ oitava} \quad D = \text{Re} \text{ sustenido}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{6} = \frac{42}{12} = \left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{6}{12} \right) \quad F = F^{\flat} \text{ natural} \quad 4^{\circ} \text{ oitava}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Avancemos para o 9º A. Dos participantes temos a fração  $\frac{13}{14}$  (aprox.93%) de acertos.

Sobre a questão 3 temos  $\frac{9}{13}$  (aprox.69%) de acertos,  $\frac{4}{13}$  (aprox.31%) de parcialmente correta e nenhuma errada. Pegaremos duas amostras de blocos de (I) dois e (II) três educandos respectivamente para cada um dos momentos de reflexões pedagógicas.

Próxima Figura 81, da primeira amostra, temos amostra o primeiro agente comete incidente ao operar  $\frac{1}{2} \times \frac{6}{6}$  como sendo  $\frac{1}{12}$ , mesmo relacionando a nota correta  $C = Dó$  de  $\frac{1}{12}$ . Outra observação é nas operações seguintes: equívocos ao inverter (denominadores por numeradores) as frações implicando impossibilidade de construir frações de escalas musicais temperadas mesmo aplicando operações corretas. Desafios de presumir as formas de assimilações pedagógicas emitidas ou sinalizadas pelo educando.

No segundo, no item *a*, o equívoco na construção da fração aparente  $\frac{6}{6} \neq \frac{3}{6}$  na aplicação de uma fração equivalente  $\frac{1}{2} \equiv \frac{3}{6}$ . Assim, fazem parte das questões parcialmente corretas.

**Figura 83** - Questão 3: Amostra 1 (9º A)

Handwritten mathematical work for Figure 83, showing calculations for musical intervals. The work includes several equations with annotations:

- $a: 1^\circ \text{ oitava}$  (written above the first equation)
- $C = V0 \text{ natural}$  (written above the second equation)
- $1^\circ \text{ oitava}$  (written above the third equation)
- $F = 3^\circ \text{ natural}$  (written to the right of the third equation)
- $E = 2^\circ$  (written below the third equation)
- $D = 4^\circ$  (written below the third equation)
- $RE \text{ natural}$  (written below the third equation)
- $F = 4^\circ \text{ natural}$  (written below the third equation)

The equations shown are:

$$a) \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{2}{12}$$

$$b) \frac{2}{2} = \frac{2}{2} \cdot \frac{2}{2} = \frac{4}{12}$$

$$c) \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{2} = \frac{6}{12}$$

$$d) \frac{4}{2} = \frac{4}{2} \cdot \frac{2}{2} = \frac{8}{12}$$

$$e) \frac{6}{2} = \frac{6}{2} \cdot \frac{2}{2} = \frac{12}{12}$$

$$f) \frac{7}{2} = \frac{7}{2} \cdot \frac{2}{2} = \frac{14}{12}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Na amostra 2, Figura 82 desta sala, o incidente cometido pelo primeiro agente: ausências e trocas de sinais (= e +) nas operações, no entanto não prejudicou o desenvolvimento assertivo da questão. Os outros demonstram que assimilaram bem a proposta de formas semelhantes aos demais do grupo que acertou a questão.

**Figura 84** - Questão 3: Amostra 2 (9º A)

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12} \text{ primeiro estorno } F = \text{fai}$$

$$\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{4} = \frac{28}{32} \left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{4}{12} \right) = \text{tercero estorno } D = \text{Rú}$$

$$\frac{7}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{42}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} \right) = \frac{6}{12} \text{ terceiro estorno } F = \text{fai}$$
  

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12} \text{ 1º estorno } F = \text{fai}$$

$$\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{4} = \frac{28}{32} \left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{4}{12} \right) \text{ 3º estorno } D \# = \text{Rú}$$

$$\frac{7}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{42}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{6}{12} \right) \text{ 3º estorno } D = \text{Ló}$$
  

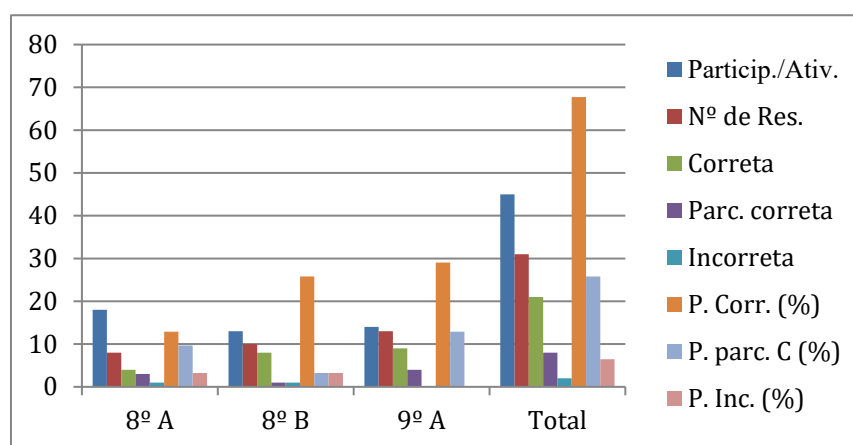
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12} \text{ 1º estorno } F = \text{fai}$$

$$\frac{7}{3} \cdot \frac{4}{4} = \frac{28}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{4}{12} \right) \text{ 3º estorno } D \# \text{ e } \text{Rú}$$

$$\frac{7}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{42}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{6}{12} \right) \text{ 4º estorno } F = \text{fai}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Apresentaremos a seguir o Gráfico 10 para uma visualização global das ações das três salas (8º A; 8º B; 9º A) sobre a questão 3.

**Gráfico 11** - Questão 3: Global

Fonte: Arquivo da pesquisa

Para a questão 3 temos das qualidades corretas:  $P.Corr(\%) = \frac{21}{31}(68\%)$ ,

parcialmente corretas:  $P.parc.C(\%) = \frac{8}{31}(26\%)$ ; Incorretas:  $P.Inc(\%) = \frac{2}{31}(6\%)$ .

## 5.4.1.5 Análise da Atividade: Questão 4

Avançemos com a questão 4 da dinâmica. Para análise desta é necessário um pequeno esclarecimento.

No ano letivo de 2020, na referida escola de ações de campo deste momento, tínhamos como docências as salas do 7º B, 8º A e 8º B. Esses 8º anos (2021 9º anos) e em 2022, hoje realizam, em sua maioria: alguns Etec's (Monte Mor e região) e um no Cotuca/Unicamp, prosseguimentos de estudos no ensino médio em outras escolas, sejam elas técnicas ou estaduais, seguido pela sala do 7º B que fazem parte, em sua maioria, do 9º A em 2022.

No ano letivo de 2021, atuamos nos mesmos seguimentos de salas (7º B, 8º A, 8º B). Desta forma, o 8º B de 2022 são educandos, em sua maioria, do referido 7º B 2021.

No ano letivo de 2022, reforçando, temos como regência nesta unidade escolar, os 8º A e 8º B seguido pelo 9º A (8º anos de 2021).

Concebida estas observações partilhadas, temos que sobre a questão 4 nenhum educando do 8º A (7º A 2021) apresentou resolução da mesma.

Em contrapartida, dos 13 participantes do 8º B, 12 apresentaram respostas: (aprox.92%). Destas apenas 2 (duas) com parcialidade de resolução correta (aprox.17%) e 10 corretas (aprox.83%) com nenhuma incorreta. Vejamos a Figura 83 do 8º B, primeiramente uma de duas parcialmente corretas.

**Figura 85** - Questão 4: Amostra 1 (8ºB)

$$13 + 0,5^2 = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + 1 = \frac{5}{4}, \frac{3}{4}$$

$$\frac{15}{12} \left( \frac{12}{12} \quad \frac{12}{12} \right) D = R \text{ e } \text{Natural}$$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Como observado, ocorre incidente e na segunda linha: parêntese mal elaborado, seguido por equívocos: I)  $1 + \frac{1}{4} \neq \frac{4}{4} + 1$ , II)  $\frac{3}{4}$  com pretensões de  $1 \equiv \frac{4}{4}$  para atingir o resultando. As valorizações se aplicam por desenvolver corretamente  $1 + (0,5)^2 = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{4}$ , apresenta o elemento neutro  $1 \equiv \frac{4}{4}$ , mas a partir daí, além do



incidente apontado, demonstra a multiplicação  $\frac{5}{5} \times \frac{3}{4} \left( \frac{15}{20} \right) \neq \frac{15}{12}$  emergindo equívocos comprometendo a questão. Abaixo da média (50%) da resolução da questão, mas pontuada como parcialmente correta.

Nas duas ações seguintes figuras fazem partes das corretas. Os incidentes são semelhantes:  $1 + \frac{1}{4} \neq \frac{4}{4} + 1$ , invertem de posições as frações  $\frac{5}{4} \neq \frac{3}{4}$ , comentem equívocos aos construírem a fração aparente  $\frac{3}{3} \neq \frac{5}{5}$  prosseguem com resoluções de retomadas e ao final acertam a fração e a nota procurada.

A seguir, Figura 84, formas de suprimidas, na primeira de  $\frac{4}{4} + \frac{1}{4}$  nas operações  $1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4}$ . Na segunda, as mesmas observações de equívocos  $1 + \frac{1}{4} \neq \frac{4}{4} + 1$ , em ambas com ausências do sinal =, seguido por resoluções corretas. Estes instantes incidentais, equívocos conceituais emitidos seguidos por retomadas coerentes são frequentes entre as ações dos educandos, interpretados por processo de solidificações dos conhecimentos edificados pedagogicamente.

Figura 86 - Questão 4: Amostra 2 (8ºB)

$$1 + 0,5^2 = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \left| \frac{3}{3} \right.$$

$\frac{15}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{3}{12} \right)$  D = Ré natural  
2-oitava

$$13 + 0,5^2 = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \left| \frac{3}{3} \right.$$

$\frac{15}{11} \left| \frac{12}{12} + \frac{3}{12} \right.$  D = Ré natural  
2-oitava

Fonte: Arquivo da pesquisa

Seguimos, Figura 85, com a questão 4 referente ao 9º A. Dos 14 envolvidos na dinâmica, 10 realizaram a questão (aprox.71%). Destes, 1 correta, 1 parcialmente correta e 8

incorretas (reproduções seguidas por equívocos conceituais).

Começemos pela única correta: verificamos que mesmo com ausências de sinais de igualdade (=), adição (+), chega-se ao resultado e a alternativa correta é assinalada.

**Figura 87** - Questão 4: Amostra 1 (9ªA)

Handwritten work showing calculations:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{12}{12}$ ,  $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{12}{12} + \frac{3}{12} =$ . A note in Portuguese says "D Ré natural 2ª oitava".

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

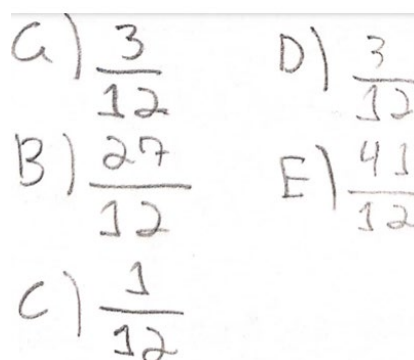
Na resolução parcialmente correta da Figura 86, observamos o desenvolvimento correto, mas não aponta que nota representa a fração trabalhada. Com respeito à interdisciplinaridade trabalhada de não apontar a nota encontrada, mesmo ao assinalar a questão certa: (0,45:90%).

**Figura 88** - Questão 4: Amostra 2 (9ªA)

Handwritten work showing calculations:  $1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ ,  $1 + \frac{1}{4}$ ,  $\frac{12}{12} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{12}{12} + \frac{3}{12}$ .

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Nesta última amostra apontada pela Figura 87, semelhantes às outras apresentações, temos uma reprodução de algumas frações postas na figura do piano que abria a atividade acentuada de forma equivocadas em muitas delas. Neste exemplo, todas erradas já que frações das respectivas notas das alternativas são: a)  $\frac{2}{12}$ ; b)  $\frac{15}{12}$ ; c)  $\frac{16}{12}$ ; d)  $\frac{1}{12}$ ; e)  $\frac{28}{12}$  sendo a resposta correta b)  $\frac{15}{12}$  (D = Ré - Natural - 2ª Oitava).

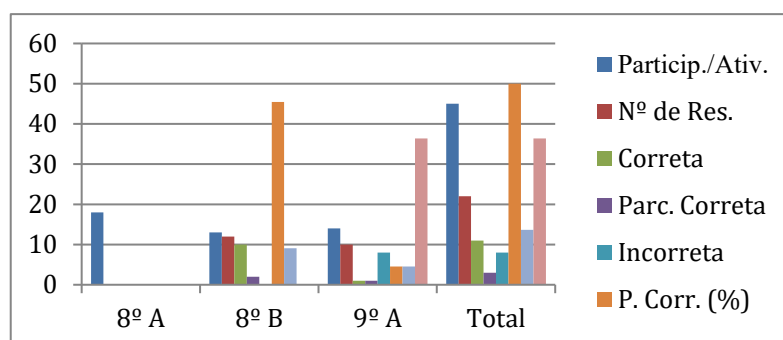
**Figura 89** - Questão 4: Amostra 3 (9ºA)

Fonte: Arquivo da pesquisa

Para a questão 4, temos do Gráfico 11 as qualidades corretas:

$P.Corret(\%) = \frac{11}{22}(50\%)$ , parcialmente corretas:  $P.parc.C(\%) = \frac{3}{22}(14\%)$ ; Incorretas:

$P.Inc.(\%) = \frac{8}{22}(36\%)$ .

**Gráfico 12** - Questão 4: Global

Fonte: Arquivo da pesquisa

#### 5.4.1.6 Análise da Atividade: Questão 5

Seguimos com a questão 5 para análises. Da sala do 8º A, dos 18 participantes, 8 resoluções (*aprox.44%*), 1 correta (12,5%), 7 parcialmente corretas (87,5%) distribuídas entre a solicitação *a* (5: 62,5%) ou *b*, (3: 37,5%) nenhuma apontada como Incorreta.

Sobre a resolução correta, o êxito ocorreu. Por ser uma questão considerada discursiva, vamos nos pautar nas parcialmente corretas com duas amostras em blocos: I) 2 agentes que acertam o item *a* e erraram a *b* e II) 2 agentes que acertam o item *b* e erraram a *a*.

Sobre o primeiro da amostra 1, Figura 88, percebe-se que o educando encontrou a fração  $\frac{13}{12}$  ( $C = Dó : 2^a Oitava$ ). O segundo a fração  $\frac{24}{12}$  ( $B = Si : 2^a Oitava$ ), ambos não encontraram a fração  $\frac{23}{12}$  ( $A^\# = Lá\# : 2^a Oitava$ ). Aquele (primeiro) provavelmente tratou como equivalência as notas  $C = Dó \neq C^\# = Dó\#$ , seguido, pelo equívoco de oitavas. Já esse (segundo), um erro de menor grau: Não anunciou, mas encontrou a fração que representa  $B = Si \left( \frac{24}{12} \right) \neq A^\# (Lá\#) = Bb(Sib), \frac{23}{12}$  em vez desta.

**Figura 90** - Questão 5. I: Amostral (8ºA)

$$\frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} = \frac{49}{12}$$

$$\frac{12}{12} + \frac{1}{12} = \frac{13}{12}$$

$$\frac{12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 1}{12} = \frac{49}{12}$$

$$= \frac{70}{12} - \frac{12}{12} = \frac{24}{12}$$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Da próxima Figura 89 em forma, também, de bloco, sobre o primeiro: abriu para obter a fração  $\frac{61}{12} \neq \frac{70}{12}$  que representaria  $C = Dó : Natural(6^a Oitava)$ . Contudo a procura seria pela fração  $\frac{49}{12}$ , o  $C = Dó : Natural(5^a Oitava)$ . O outro agente no mesmo corredor de perspectivas realizou um menor grau de incidência encontrando a fração  $\frac{49}{12} + \frac{12}{12} = \frac{61}{12}$  com um ciclo adicionado (5+1):  $C = Dó : Natural(6^a Oitava)$ .

**Figura 91** - Questão 5. II: Amostra 2 (8ºA)

$$12+11+12+12+12+11 = \frac{70}{12}$$

$$: \frac{12+11=23}{12 \quad 12}$$

$$\frac{23}{12}$$

$$12+12+12+12+12+11 = \frac{61}{12}$$

$$12+11=23$$

$$\frac{23}{12}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Sobre a questão 5, Figura 90 , do 8º B temos dos 13 participantes, 10 fizeram apontamentos de comparações com a figura ilustrativa do piano digita na abertura da atividade o que representa *aprox.77%*. O detalhe é mesmo com as buscas ou procura, nenhuma do apontamento correto apareceu. Apresentaremos 2 (duas) de 10 (dez), (20%), das resoluções.

**Figura 92** - Questão 5: Amostra 1(8ºB)

$$\frac{61}{12}$$

$$\frac{35}{12}$$

$$\frac{5}{12}$$

$$\frac{2}{12}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Sobre o 9º A, vamos ver o que ocorreu com a questão cinco (5). Dos 14 participantes, 8 estavam na dinâmica (*aprox.57%*). Dois acertaram (25%), quatro (4) (50%) parcialmente corretas, duas (2) resoluções (25%) incorretas.

Começemos pelas incorretas: Figura 91. Vemos que o educando abriu em ciclos de 12

para poder encontrar a resposta de ambas as alternativas, até conseguiu perceber que se tratava do início de um ciclo ( $C = Dó : Natural$ ), no entanto, obteve adição equivocada e deduziu a fração  $\frac{61}{12}$  ( $C = Dó : 6^a Oitava$ ). No item seguinte, mesmo se tratando de outra nota  $\frac{23}{12}$  ( $A^\# = Lá^\# : 2^a Oitava$ ), percorreu dois ciclos completos e realizou associações muito próximas com os ataques no item anterior referente a fração e nota:  $\frac{25}{12}$  ( $C = Dó : 3^a Oitava$ ).

Figura 93 - Questão 5: Amostra 1 (9º A)

Handwritten work showing calculations for Questão 5, Amostra 1. The student calculated  $\frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} = \frac{61}{12}$  and  $\frac{12}{12} + \frac{12}{12} = \frac{25}{12}$ . There are also some vertical additions on the right side, such as  $\frac{12}{12} + \frac{12}{12} = \frac{24}{12}$  and  $\frac{12}{12} + \frac{12}{12} = \frac{25}{12}$ .

Fonte: Arquivo da pesquisa

Na amostra a seguir, Figura 92, o incidente ou equívoco – vai depender do ponto de vista – se localiza no fato de ter percorrido cinco ciclos completos assimilados e ter encontrado a fração solicitada, o que representa  $\frac{60}{12}$  ( $B = Si : 5^a Oitava$ ). Um momento de percepção que a fração  $\frac{49}{12}$  ( $C = Dó : 5^a Oitava$ ) se encontra justamente no início do 5º ciclo

$\left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{1}{12} \right) = \frac{49}{12}$  ( $C = Dó : 5^a Oitava$ ) e não no final deste.

Figura 94 - Questão 5: Amostra 2 (9ºA)

Handwritten work showing calculations for Questão 5, Amostra 2. The student calculated  $\frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} = \frac{60}{12}$  and  $\frac{12}{12} + \frac{11}{12} = \frac{23}{12}$ .

Fonte: Arquivo da pesquisa

Na amostra seguinte, Figura 93, a ação correta do educando: saiu apagado o final da

resolução do item *a*, mas na amostra física consegue perceber que finaliza com a fração  $\frac{49}{12}$  (*C = Dó: 5ª Oitava*). Sobre o item *b* é clara o êxito atingido.

**Figura 95** - Questão 5: Amostra 3 (9ªA)

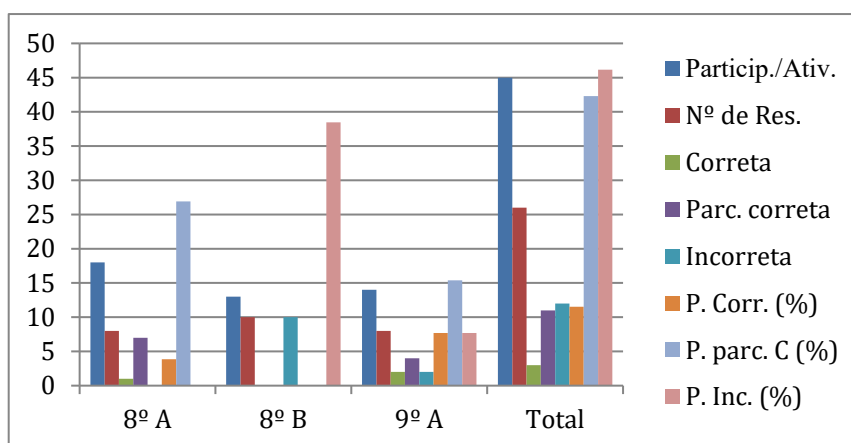
$$\frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12}$$

$$\frac{12}{12} + \frac{11}{12} = \frac{23}{12}$$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Para a questão 5, temos do Gráfico 12 as qualidades corretas:  $P.Corret(\%) = \frac{3}{26}(12\%)$ ,  
parcialmente corretas:  $P.parc.C(\%) = \frac{11}{26}(42\%)$ ; Incorretas:  $P.Inc.(%) = \frac{12}{26}(46\%)$ .

**Gráfico 13** - Questão 5: Global



**Fonte:** Arquivo da pesquisa

#### 5.4.1.7 Análise da Atividade: Questão 6

Ao prosseguir com a questão 6 da atividade, desta, dos 18 participantes do 8º A 9

(50%) realizaram a atividade, destas 6 (aprox.67%) acertaram, 2 (aprox.22%) respostas parcialmente corretas e 1 (aprox.11%) uma devolutiva incorreta.

Começemos pela Figura 94 de questão incorreta: vemos que o educando se encontra a deriva dos debates de preparações que ocorreram sobre a pauta do trinômio incompleto ocorridos em sala de aula.

Desta forma é perceptível que se trata de um atraso acentuado que requer um atendimento personalizado, o que não é possível na sala de aulas pela quantidade expressiva de educandos que trabalhamos. Este fator é intrigante pelo fato da tentativa de buscar uma solução, pela complexidade, para o momento, não há quase nada a relatar sobre.

**Figura 96** - Questão 6: Amostra 1 (8ºA)

$$x^2 - \frac{625}{244} = 0 \quad x = \pm \sqrt{\frac{625}{140}} = \frac{1}{28}$$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

No segundo evento, amostra 2 da Figura 95, apresentamos uma questão parcialmente correta. O educando ao desenvolver, troca 144 por 244 e depois volta a reescrever 144 no denominador da operação. Aponta corretamente a verificação  $\pm$  segue extraindo a raiz exata correta do denominador, mas erra a do numerador  $21 \neq 25$ . Chega a concluir a resposta  $\frac{21}{12}$ , segue por não apontar a nota (in)correta encontrada. Por mostrar processos matemáticos válidos, mesmo com os equívocos cometidos, a questão é considerada parcialmente correta.

**Figura 97** - Questão 6: Amostra 2 (8ºA)

$$x^2 - \left(\frac{625}{244}\right) = 0 \quad x^2 = \frac{625}{244} = 0$$

$$x^2 = \frac{625}{144} \quad x = \pm \sqrt{\frac{625}{144}}$$

$$x = \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{144}} = \frac{21}{12} \left(\frac{12}{12}\right) = \frac{21}{12}$$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Na amostra 3 da Figura 96, separamos três resoluções corretas. Elas se aproximam pelo fato das preocupações ou ausências de codificações nas ações.

Da primeira, resolve separadamente e ao concluir a fração encontrada não menciona a desconsideração do valor negativo, no entanto concluir corretamente.



Na segunda, a preocupação do que é relatado anteriormente é marcante o que diferencia sensivelmente pela eficiência.

Na terceira, o quesito de preocupações conceituais é inferior às anteriores: apesar de encontrar corretamente o que é solicitado, desconsidera o tratamento  $\pm$ , seguido pela ausência de igualdades ( $=$ ) e fatores como coesão matemática, por último não apontou a oitava da fração  $\left(\frac{25}{12}\right) = C - \text{Dó} : 3^{\text{a}} \text{ Oitava}$  encontrada, a falta aguçada de organização é notada. Contudo consideradas certas as três observações amostrais.

**Figura 98** - Questão 6: Amostra 3 (8ªA)

$x^2 - \left(\frac{25}{144}\right) = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{625}{144} \quad x = \pm \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{144}} = \pm \frac{25}{12} \quad x = \frac{\sqrt{625}}{12} = \frac{25}{12}$   
 $3^{\text{a}} \text{ oitava } C = \text{Dó natural}$   
 $x^2 = \frac{625}{144} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{144}}$   
 $x = \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{144}} = \frac{25}{12} \quad \frac{12+12+1}{12} = \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{1}{12} = C = \text{Dó natural}$   
 $x^2 - \left(\frac{25}{144}\right) = 0 \quad x^2 = \frac{625}{144} \Rightarrow \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{144}} = \frac{25}{12} \quad \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{1}{12} = \frac{25}{12} \quad C = \text{Dó natural}$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Seguimos com as reflexões para o 8º B. Desta sala dos 13 envolvidos, temos 8 (aprox.62%), 8 (100%) acertaram a referida questão não restando nenhuma parcialmente correta ou errada. Vamos analisar um único extrato/bloco de  $\frac{4}{8}$  (50%). Nas quatro soluções apresentadas o fator de não igualar o trinômio incompleto a zero foi unânime.

Na Figura 97 a partição I, temos a potência fora do local estabelecido, a falta ou ausência da igualdade ( $=$ ) num segundo momento, voltando com as preocupações e prosseguir a resolução. Apesar de concluir a fração  $\left(\frac{25}{12}\right)$  correta, ao abrir comete o equívoco  $a$ , no entanto finaliza apresentando a nota e a oitava solicitada.

Da segunda II partição, temos ações bem parecidas de (I). Um pouco menos

comprometedor sobre a potência mais semelhante em  $\left(\frac{25}{12}\right) = \left(\frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{1}{12}\right) \neq \left(\frac{12}{12} + \frac{1}{12}\right)$ , finaliza, também, apresentando a nota e oitava solicitadas.

Na III partição é marcante as ausências do sinal de igualdade (=) representa o símbolo *Dó-dó* em caixa baixa. Mas cumpre a missão.

Em IV os desdobramentos são confusos pelas mesmas razões dialogadas anteriormente. O fator comum a todas é que é assegurado como questões corretas por atingirem as solicitações propostas.

Figura 99 - Questão 6: Amostra 1 - Bloco (8ºB)

$$\begin{array}{l}
 x^{-2} 625 \Rightarrow x = \sqrt[144]{625} \\
 x \sqrt[144]{625} = \frac{25}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{1}{12} \right) \begin{array}{l} \text{Dó natural} \\ \text{3ª natural} \end{array} \\
 \hline
 x^0 625 \Rightarrow x = \sqrt[144]{625} \\
 x \sqrt[144]{625} = \frac{25}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{1}{12} \right) \text{do NATURAL 3ª Oitava} \\
 \hline
 x^2 \cdot 625 \Rightarrow x = \sqrt[144]{625} \\
 x \sqrt[144]{625} = \frac{25}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{1}{12} \right) \text{do NATURAL 3ª Oitava} \\
 \hline
 x^2 - \frac{625}{144} = 0 \quad x^2 - \frac{625}{144} \Rightarrow \sqrt[144]{625} \times \sqrt[144]{625} = \frac{25}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{1}{12} \right) \text{do NATURAL 3ª Oitava}
 \end{array}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Vamos verificar o que o 9º A realizou. Dos 14 participantes, 6 (*aprox.43%*) trouxeram respostas, sendo 5 (*aprox.83%*) certas e uma (*1 = aprox.17%*) parcialmente certa (abaixo de 50%). Vamos começar com a Figura 98 que é a única questão parcialmente correta.

**Figura 100** - Questão 6: Amostra 1 (9ºA)

$$x = \sqrt{\frac{625}{144}} \quad x = \frac{62}{12}$$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Percebe que a resolução traz uma resposta direta e equivocada, deduziu que  $\sqrt{625} = 25 \neq 62$ . Em termos pedagógicos temos a percepção outros momentos antes da dinâmica (4º bimestre de 2021: 8º anos) que durante o processo de preparação e estudos para extrair raízes quadradas exatas de 1 a 10.000 estudado que tendo fatores da multiplicação de dois números naturais iguais entre si compreendidos, neste intervalo, os resultados destas operações apresentam como unidades (1; 4; 9; 6; 5; 6; 9; 4; 1) são simétricos e analisados, os intervalos por inúmeras vezes, esta surgiu como proposta.

Dentro de uma visualização atenta, para este evento, educandos preferem concluir que algumas das raízes são obtidas eliminando um de seus algarismos como a  $\sqrt{121} = 11$  (retira o termo central 2),  $\sqrt{729} = 27$  (retira o 9 e troca as posições),  $\sqrt{625} = 25$  (retira o 6) etc.: este devem serem fatores do enigma ocorrido. Desta forma acerta a  $\sqrt{144} = 12$  e (1, hipoteticamente visualiza os dois quatro 44: extraindo a  $\sqrt{4} = 2$  e chega a conclusão correta 12 de forma empírica) segue por associar que o resultado  $\sqrt{625} \neq 62$  seja válido. Essas reflexões são lançadas por ocorrerem inúmeras vezes essas associações visuais que por algumas de muitas vezes respostas são encontradas, contudo não precisas.

Esses procedimentos frequentes deixam resíduos de emissões de características autoeficácias por parte dos educandos: intrinsecamente acreditar que suas deduções ocorrem com maior frequência para encontrar soluções diretas. Considerada bem abaixo da média (50%) atribuída à questão, contudo fatores, sólidos ou não, investigativos emitidos são considerados.

Nas duas ocasiões da Figura 99 semelhanças de ações ocorrem: os mesmos desajustes de atenções de detalhes já debatidos sobre a plataforma de sinais, as letras  $E = Mi \neq C = Dó$  tratadas como iguais.

**Figura 101** - Questão 6: Amostra 2 (9ºA)

$$x = \sqrt{\frac{625 + 1}{144}} = \frac{25}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{1}{12} \right) \quad E = \text{do } 3^{\text{o}} \text{ bitona}$$

$$x^2 - \left( \frac{625}{144} \right) = 0 \quad x = \sqrt{\frac{625}{144}} = \frac{25}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{1}{12} \right) \quad E = \text{do } 3^{\text{o}} \text{ bitona}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Por final na Figura 100 temos, também, semelhanças em alguns fatores das duas resoluções a seguir: mesmas observações sobre sinais e notações de caixas, distinguirem a aplicação de alta ou baixa, ferramentas usadas e debatidas em alfabetização seguido por letramento escolar, nela episódios de contexto adentro do processo de ensino-aprendizagem matemática.

**Figura 102** - Questão 6: Amostra 3 (9ºA)

$$x = \sqrt{\frac{625 + 1}{144}} = \frac{25}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{1}{12} \right) \quad E = \text{do } 3^{\text{o}} \text{ bitona}$$

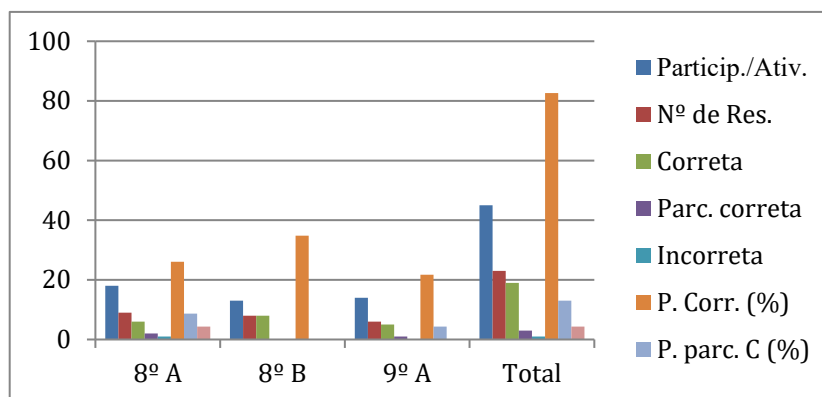
$$x^2 - \left( \frac{625}{144} \right) = 0 \quad x = \sqrt{\frac{625}{144}} = \frac{25}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{1}{12} \right) \quad E = \text{do } 3^{\text{o}} \text{ bitona}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Para a questão 6 temos o Gráfico 13 as qualidades corretas:  $P.\text{Corret}(\%) = \frac{19}{23}(83\%)$ ,

parcialmente corretas:  $P.\text{parc.C}(\%) = \frac{3}{23}(13\%)$ ; Incorretas:  $P.\text{Inc.}(\%) = \frac{1}{23}(4\%)$ .

Gráfico 14 - Questão 6: Global



Fonte: Arquivo da pesquisa

#### 5.4.1.8 Análise da Atividade: Questão 7

Seguimos com a questão 7 da atividade de frações e(m) música: escalas temperadas. Dos 18 envolvidos do 8º A, nenhuma resolução fora feita da questão 7.

Sobre o 8º B, dos 13 envolvidos, 8 (*aprox.62%*) deram respostas, sendo 5 (62,5%) acertos e 3 (37,5%) parcialmente corretas e nenhuma errada. Desta forma realizaremos dois extratos para duas amostras. Começaremos por duas ocasiões das parcialmente corretas.

É preciso assumir que na estrutura da atividade sobre a fonte deveria ser maior, acentuado que algumas das cópias (xerox) preto e branco disponibilizadas pela coordenação saíram não tão visíveis prejudicando a clareza da questão a ponto de alguns confundirem

$$\sqrt{\left(\frac{2}{6}\right)^2 + 3 \cdot \frac{15}{36}} \neq \sqrt{\left(\frac{3}{6}\right)^2 + 3 \cdot \frac{15}{36}}, \text{ trocando o 2 por 3, foi o que ocorreu com estas resoluções.}$$

Desta forma, levamos em considerações estes eventos, na Figura 101, realizando diminuições sensíveis nas pontuações pela complexidade das raízes não exatas não permitindo êxito da questão: parcialmente corretas com 0,4 de 0,5 (80%) apesar de fatores de atenções e manipulações conceituais ainda carecem serem trabalhados em processo contínuo.

**Figura 103** - Questão 7: Amostra 1 (8ºB)

$$\sqrt{\left(\frac{2}{6}\right)^2 + 3 \cdot \frac{15}{36}} = \sqrt{\frac{4}{36} + \frac{45}{36}} = \sqrt{\frac{4+45}{36}} = \frac{54}{36} \left| \begin{array}{l} \frac{12}{12} \\ \frac{12}{12} \\ \frac{12}{12} \\ \frac{12}{12} \\ \frac{6}{12} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{2ª oitava} \\ \text{2ª oitava} \\ \text{2ª oitava} \\ \text{2ª oitava} \\ \text{2ª oitava} \end{array}$$

$$\sqrt{\left(\frac{2}{6}\right)^2 + 3 \cdot \frac{15}{36}} = \sqrt{\frac{4}{36} + \frac{45}{36}} = \frac{54}{36} \left| \begin{array}{l} \frac{12}{12} \\ \frac{12}{12} \\ \frac{12}{12} \\ \frac{12}{12} \\ \frac{6}{12} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{2ª oitava} \\ \text{2ª oitava} \\ \text{2ª oitava} \\ \text{2ª oitava} \\ \text{2ª oitava} \end{array}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

A seguir, Figura 102, realizamos análise da amostra 2 com um bloco de três resoluções. Percebemos que entre os fatores até então debatidos em outros momentos sobre sinais, supressões etc., nas ocasiões das partições 1 e 2 é notado a ausência de tratamento que deveria ocorrer de:  $\sqrt{\frac{49}{36}} \neq \frac{\sqrt{49}}{36}$  sobre o radical abrangendo a fração estabelecida. Mas empiricamente, ocorrem desenvolvimentos concisos para os resultados apresentados: dadas como corretas.

Já na partição três, consiste na preocupação do educando do debate feito anteriormente como observado aponte de separar:  $\sqrt{\frac{49}{36}} \equiv \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{36}}$ .

**Figura 104** - Questão 7: Amostra 2 (8ºB)

$$\sqrt{\left(\frac{2}{6}\right)^2 + 3 \cdot \frac{15}{36}} = \sqrt{\frac{4}{36} + \frac{45}{36}} = \frac{49}{36}$$

$$\sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{7}{6} \cdot \frac{2}{2} = \frac{14}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{2}{12} \right)$$

2ª oitava C# = de sistema

$$\sqrt{\frac{4}{36} + \frac{45}{36}} = \sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{7 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{14}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{2}{12} \right)$$

2ª oitava C#

$$\sqrt{\left(\frac{2}{6}\right)^2 + 3 \cdot \frac{15}{36}} = \frac{4}{36} + \frac{45}{36} = \frac{4+45}{36} = \frac{49}{36}$$

$$\sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{7}{6} \cdot \frac{2}{2} = \frac{14}{12} \left( \frac{12}{12} + \frac{2}{12} \right)$$

2ª oitava C# = de sistema

Fonte: Arquivo da pesquisa

Do 9º A, de 14 envolvidos, 14 (100%) trouxeram respostas. Nenhuma correta (0%), 2 (aprox.14%) parcialmente correta e 12 incorretas, (aprox.86%). Sendo assim, realizaremos duas amostras em blocos.

Começaremos pelas incorretas: Figura 103. Notamos que as defasagens de conteúdos do currículo oculto dos educandos, mesmo se envolvendo com a dinâmica, são aguçadas a ponto de compreenderem poucas etapas nas ações das resoluções.

Desafios para um educador matemático em prosseguir e vencer num contribuir de forma mínima conjuntamente com esses educandos. Das partições 1 e 2, nada a relatar. Na partição 3, o educando até começa a desenvolver reproduzindo o início, segue com procedimentos suprimidos e atinge o equívoco de  $\frac{4}{12} + 3 \cdot \frac{12}{12} = \frac{4}{12} + \frac{36}{12} = \frac{40}{12} \neq \frac{4}{12} + 3$  se associado com  $\frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$ .

Figura 105 - Questão 7: Amostra 1 (9º A)

$$\begin{aligned} \frac{2^2}{6^2} &= \frac{4}{20} + 3 \cdot 15 = 45 \cdot 36 = 6.8 \\ &= \left( \frac{2}{6} \right) + 3 \cdot \frac{15}{36} = \\ &= \sqrt{\left( \frac{2}{6} \right)^2 + 3 \cdot \frac{15}{36}} = \frac{4}{12} + 3 = \frac{17}{12} \\ &F = FA' \text{ natural } 1^\circ \text{ citans} \end{aligned}$$

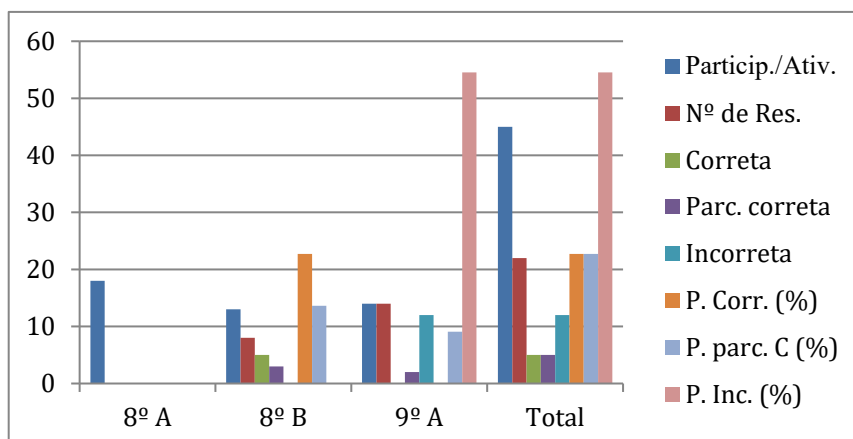
Fonte: Arquivo da pesquisa

As duas parcialmente corretas são tratadas na amostra 2, Figura 104, deste momento. Temos que a primeira resolução, o sinal de adição é aplicado como multiplicação no processo e acerta que  $4 \times 45 = 180$  aponta denominador 12 devido às escalas temperadas e começa a expandir o resultado em ciclos de 12. Segue a realizar fora do radical que  $\left( \frac{2}{6} \right)^2 \neq \frac{2^2}{6}$  operar o





Gráfico 15 - Questão 7: Global



Fonte: Arquivo da pesquisa

#### 5.4.1.9 Análise da Atividade: Questão 8

Avancemos com a questão 8. Do 8º A temos dos 18 envolvidos, nenhum (0%) educando realizou esta questão: Sem categorias (certa, parcialmente certa, incorreta) para análises.

Dos 13 participantes do 8º B, temos 8 retornos de respostas, (aprox.62%), sendo 4 (50%) corretas e 4 (50%) parcialmente corretas, sem a categoria incorreta. Realizaremos duas amostras com dois blocos de duas partições cada para análises.

Das ações do primeiro momento a seguir, Figura 105, temos o fator das desorganizações que parece incidir em quase todas as análises, contudo desenvolvem a questão: realiza a substituição de  $f(x)$  por 23 corretamente, realiza o processo empírico de soma ambos os lados e chega na conclusão de  $23 + 4 = 27x \Rightarrow 27 = 27x$ , no entanto, não finalizou e nem compreendeu que resultaria em um (1) que equivale a fração aparente  $\frac{12}{12}$  que representa a nota  $B = Si : Natural(1^a Oitava)$ . Comete equívoco ao criar um denominador 12 influenciado pelas frações de escalas, expande e encontra a nota, que estaria correta, referente ao resultado encontrado.

No segundo momento da partição do bloco, temos semelhantes realizações, avança ao concluir o resultado correto. Mas, não apresenta a fração da escala temperada e nem a nota

que a mesma representa conforme é solicitado.

**Figura 107** - Questão 8: Amostra 1(8º B)

$$\begin{aligned}
 23 &= 27x - 4 & F(x) &= 23 \\
 23 + 4 &= 27x \\
 27 &= 27x & & \\
 \frac{27}{27} &= x & x &= 1
 \end{aligned}$$

301TAVA  
0 NATURAL

$$\begin{aligned}
 23 &= 27x - 4 & F(x) &= 23 \\
 23 + 4 &= 27x \\
 27 &= 27x \\
 \frac{27}{27} &= x & x &= 1
 \end{aligned}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

No segundo bloco, Figura 106 sobre a amostra 2, ambos os agentes desenvolvem, encontram a solução e apresenta a nota da escala musical. Tratadas como corretas.

**Figura 108** - Questão 8: Amostra 2(8º B)

$$\begin{aligned}
 23 &= 27x - 4 & F(x) &= 23 & B &= \text{Di Natural} \\
 23 + 4 &= 27x \\
 27 &= 27x & \frac{27}{27} &= x & x &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 23 &= 27x - 4 & F(x) &= 23 \\
 + 4 &= 27x \\
 27 &= 27x & \frac{27}{27} &= x & x &= 1 & B &= \text{Di Natural}
 \end{aligned}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

No 9º A dos 14, 6 (aprox.43%) retornaram com resoluções, nenhuma (0%) correta, 1 (aprox.17%) parcialmente correta e 5 (aprox.83%) incorretas.

Na sequência será apresentado duas amostras. A primeira, Figura 107, referente a ação da resposta parcialmente certa.

Figura 109 - Questão 8: Amostr1 (9º A)

1ª Oitava /  $(x) = 4x - 2, f(x) = 81^0$   
 $4x - 2 = 1(x) - 2 \Rightarrow 4x - 2 = 81^0$   
 $4x - 2 = 1$   
 $4x = 1 + 2 = 3$   
 $x = \frac{3}{4}$   
 as frações compostas abaixo são própria ou imprópria e reduza-as

Fonte: Arquivo da pesquisa

De forma desorganizada, o desenvolvimento acontece competindo ser um pouco difícil deduzir as ações. Com um pouco de esforço é percebido que desenvolve parte dos quesitos de manipulações, no entanto de forma equivocada conclui, mesmo com a oitava correta, ter encontrado a  $G = Sol : Natural(1^a Oitava)$ . Atribuído 0,15 (30%) de 0,5.

Na amostra 2, Figura 108, temos 2 (40%) das cinco resoluções. Ao verificar ambas se aproximam de compreensões equivocadas em ignorar as manipulações necessárias e realizar, unicamente, a expansão equivocada do número 23. Ambos apontam, empiricamente, que  $\frac{23}{12}$  se encontra da 2ª Oitava, entretanto foge por completo do solicitado. As outras três resoluções se assemelham destes desfechos.

Figura 110 - Questão 8: Amostr2 (9º A)

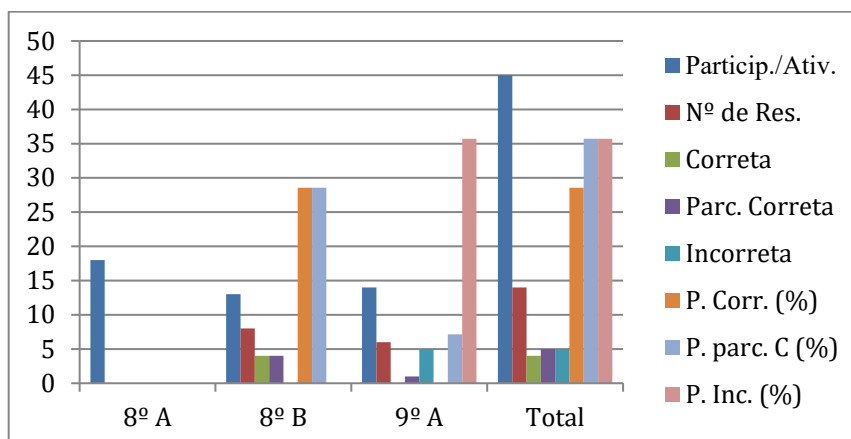
$23 = \left( \frac{12}{12} + \frac{1}{12} \right)$  2ª oitava  $c = 210$   
 $= \left( \frac{12^0}{12} + \frac{1}{12} \right)$  2ª oitava  $c = 010$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Do Gráfico 15 para a questão 8 temos das qualidades corretas:

$$P.Corret(\%) = \frac{4}{14}(28\%), \text{ parcialmente corretas: } P.parc.C(\%) = \frac{5}{14}(36\%); \text{ Incorretas:}$$

$$P.Inc(\%) = \frac{5}{14}(36\%).$$

**Gráfico 16 - Questão 8: Global**

Fonte: Arquivo da pesquisa

#### 5.4.1.10 Análise da Atividade: Questão

A seguir analisaremos a questão 9 da atividade aplicada. Dos 18 envolvidos do 8º A 12 (aprox. 67%) realizaram a questão, 9 (75%) corretas, 2 parcialmente corretas (aprox. 17%), 1 (aprox. 8%) incorreta.

Começamos, Figura 109, pela a única resolução incorreta. É observado que o educando começa por reproduzir a fração  $\frac{128}{512}$  segue por simplificar de forma equivocada chega a apresentar a fração  $\frac{1}{5} \neq \frac{1}{4}$ , realiza multiplicação por um fator fora de contexto e conclui de forma incorreta.

**Figura 111 - Questão 9: Amostra 1 (8º A)**

$$\frac{128}{512} = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{5} = \frac{6}{10}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

A seguir, a amostra 2, Figura 110, mostra as ações de dois participantes: 1 realiza

apenas o item *b* da questão e o outro, mesmo de forma desorganizada demonstra grau de compreensão do que é solicitado.

Do primeiro, reduz de forma direta, percebe que o denominador é o dobro do numerador, para a fração  $\frac{1}{2}$  cria a fração aparente  $\frac{6}{6}$ , realiza a multiplicação e chega a concluir de forma correta na apresentação da fração  $\frac{6}{12}$  da escala temperada, no entanto não apresenta a que nota se refere.

O segundo agente vai mais além, mesmo com as trocas (. por =) e omissões de sinais de igualdade, que é corriqueiro e já dialogamos sobre, estrutura de forma correta. No entanto, inconclusivo e finaliza o item *a* apontando a palavra “natural” sem a nota.

No item *b*, percebe-se que começa ao somar  $512 + 512 = 1024$ , reduz para a fração  $\frac{1}{2}$ , cria a fração aparente  $\frac{6}{6}$ , troca os sinais (. por =) também, opera e chega a fração  $\frac{6}{12}$  correta e finaliza apontando a nota correta  $F = F\acute{a} : Natural(1^a Oitava)$ .

Uma reflexão: mesmo na categoria parcialmente correta consiste num distanciamento significativo das ações entre esses dois educandos adentro dos artefatos do processo de ensino-aprendizagem matemática. Isso mostra fatores distintos de patamares de conteúdos e currículos de cada indivíduo num mesmo contexto: ano escolar.

**Figura 112** - Questão 9: Amostra 2 (8º A)

$$b) \left(\frac{512}{1024}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12}$$

$$a) \left(\frac{128}{512}\right) = \frac{1}{4} = \frac{3}{12} \text{ natural } + \frac{512}{1024}$$

$$b) \left(\frac{512}{1024}\right) = \frac{1}{2} = \frac{6}{6} = \frac{6}{12} \text{ F lá natural } 1^a \text{ oitava}$$

**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Entre as corretas da amostra 3, Figura 111, as respostas se aproximam, contudo com certa singularidade de cada educando. As duas partições a seguir mostram o grau de autonomia bem interessante de cada educando. Do primeiro, no canto direito a certificação da fração encontrada, a preocupação com o sinal de multiplicação e outros desdobramentos de forma correta.

Na segunda partição análoga à primeira, acentuado ao realizar as certificações das

reduções das duas frações próprias e compostas para as formas irredutíveis. Com os prosseguimentos de classificações das frações em notas musicais de forma correta, obtém êxito na questão.

Figura 113 - Questão 9: Amostra 3 (8º A)

a)  $\left(\frac{128}{512}\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{12}$  D = Ré natural 1ª oitava

b)  $\left(\frac{512}{1024}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12}$  F = fá natural 1ª oitava

2)  $\left(\frac{128}{512}\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{12}$  D = Ré natural

b)  $\left(\frac{512}{1024}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12}$  F = fá natural 1ª oitava

Fonte: Arquivo da pesquisa

Dos 13 participantes do 8º B 10 (aprox.77%), deram as devolutivas da questão 9 da atividade. Temos 9 (90%) como corretas e 1 (10%) como parcialmente correta e nenhuma (0%) errada. Seguiremos analisando a única parcialmente correta.

Na Figura 112, a questão se refere ao item b, talvez de forma apressada ou desatenção, apresenta a fração  $\frac{6}{12}$  como  $D = Ré.Natural(1^a Oitava) \neq F = Fá.Natural(1^a Oitava)$ . Nas demais ações têm como, implicações corretas: 0,45 (90%) de 0,5.

Figura 114 - Questão 9: Amostra 1 (8º B)

a)  $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{12}$  1ª oitava Ré natural

b)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12}$  1ª oitava Ré natural

Fonte: Arquivo da pesquisa

Entre as corretas todas as nove (9) resoluções se aproximam do mesmo contexto de ações. Desta forma, apresentaremos duas partições na amostra 2 da Figura 113.

Figura 115 - Questão 9: Amostra 2 (8º B)

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \left(\frac{128}{512}\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{12} \quad \begin{array}{l} 1^{\circ} \text{ citou} \\ \text{Re' natural} \end{array} \\
 \text{b) } \left(\frac{512}{1024}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12} \quad \begin{array}{l} 1^{\circ} \text{ citou} \\ \text{fa natural} \end{array} \\
 \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{12} \quad \begin{array}{l} 1^{\circ} \text{ citou} \\ \text{Re Natural} \end{array} \\
 \left(\frac{12}{24}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12} \quad \begin{array}{l} 1^{\circ} \text{ citou} \\ \text{fa Natural} \end{array}
 \end{array}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Verificamos que a tarefa foi concluída com sucesso em ambas as partições mostrando que esses agentes se aproximam em conteúdos e currículo de conhecimentos.

Do 9º A dos 14 integrantes da atividade, 14 (100%) deram devolutivas sobre a questão 9. Destas 9 (aprox.64%) corretas, 3 (aprox.21%) parcialmente correta e 2 (aprox.15%) incorretas.

As duas erradas são apresentadas na Figura 114. São notadas confusões executas por ambos os educandos por induzimentos das frações da escala temperada, não elaborando formas básicas do pensamento matemático atribuindo equívocos e finalizações equivocadas.

Figura 116 - Questão 9: Amostra 1 (9º A)

$$a) \left(\frac{128}{512}\right) = \frac{128}{512} \cdot \frac{128}{12} = 20$$

$$b) \left(\frac{512}{1024}\right) = \frac{512}{2048} \cdot \frac{512}{12} = 42$$

$$a) \left(\frac{128}{512}\right) = \frac{4}{12} \text{ 36ª oitava } \text{ D\# - Re sustentado } = \frac{1}{3}$$

$$b) \left(\frac{512}{1024}\right) = \frac{5}{12} \text{ 4ª oitava } \text{ E - mi natural}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Das parcialmente corretas da Figura 115, duas partições: os educandos realizaram apenas o item *b*. O primeiro começou pela fração  $\frac{128}{512}$  do item *a*, do lado direito o mesmo verifica a equivalência da fração  $\frac{512}{1024}$  e prossegue apontando o sinal de equivalência ( $\equiv$ ) o que emite preocupações matemáticas: cria a fração aparente  $\frac{6}{6}$ , realiza a multiplicação e conclui corretamente com a fração  $\frac{6}{12}$ , finaliza apontando a nota certa.

Estes eventos apontam que o educando realiza investigações e faz previsões do que pode e consegue realizar adentro da matemática básica, uma entre as razões de não continuar a desenvolver o item *a*. Aponta a nota correta na finalização.

O segundo, mesmo com a imagem muito clara, realiza operações diretas, cria a fração aparente assim como o primeiro e finaliza apontando a nota correta.

Figura 117 - Questão 9: Amostra 2 (9º A)

$$\frac{128}{512} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12}$$

3ª oitava F = FA' natural

$$B) \frac{2024 \cdot 512}{1024} = \frac{512}{12}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12} \text{ 3ª oitava}$$

3ª = FA' natural

Fonte: Arquivo da pesquisa



Na amostra três da Figura 116, partilhamos duas ações semelhantes e análogas das demais sobre as corretas. Sem grandes dificuldades, desenvolvem os processos matemáticos atentos às operações: reduções, frações aparentes, multiplicações e conclusões corretas. Sinalizam as notas de forma certa e o êxito da questão ocorre.

**Figura 118** - Questão 9: Amostra 3 (9º A)

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \left(\frac{128}{512}\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{12} \quad \begin{array}{l} 1^\circ \text{ litras} \\ 2^\circ = \text{R\$} \end{array} \\
 \text{b) } \left(\frac{512}{1024}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12} \quad \begin{array}{l} 1^\circ \text{ litras} \\ F = \text{ba' natural} \end{array} \\
 \text{a) } \left(\frac{128}{512}\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{12} \quad \begin{array}{l} 1^\circ \text{ litros} \\ 2^\circ = \text{R\$} \end{array} \\
 \text{b) } \left(\frac{512}{1024}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{12} \quad \begin{array}{l} 1^\circ \text{ litros} \\ F = \text{ba' } \end{array}
 \end{array}$$

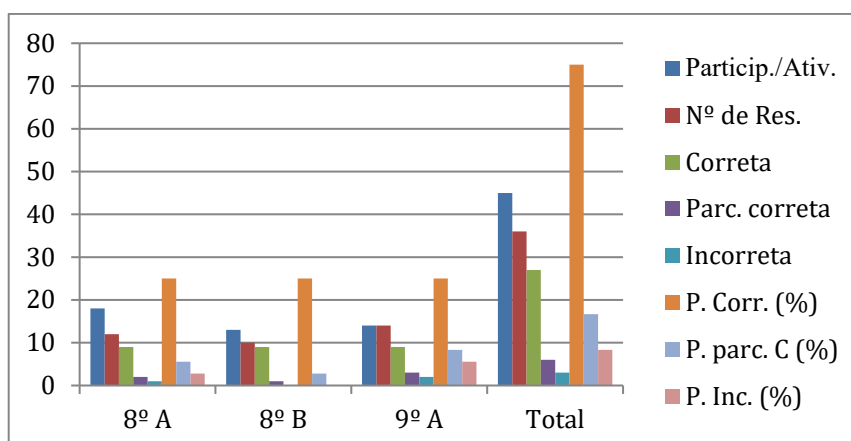
Fonte: Arquivo da pesquisa

Do Gráfico 16, para a questão 9 temos das qualidades corretas:

$$P.\text{Corret}(\%) = \frac{27}{36}(75\%), \quad \text{parcialmente corretas: } P.\text{parc.C}(\%) = \frac{6}{36}(17\%); \quad \text{Incorretas:}$$

$$P.\text{Inc.}(\%) = \frac{3}{36}(8\%).$$

Gráfico 17 - Questão 9: Global



Fonte: Arquivo da pesquisa

#### 5.4.1.11 Análise da Atividade: Questão 10

Da questão 10, dos 18 participantes do 8º A, na/dinâmica 8 (aprox.44%) deram devolutivas sobre a questão. Dentre esses, 4 (50%) corretas, 4 (50%) parcialmente corretas e nenhuma (0%) errada.

Apontaremos duas amostras para análises de ações pedagógicas. A primeira amostra 1 da Figura 117 refere-se as respostas parcialmente corretas.

O que chama atenção é o quesito pontual semelhante no processo. Ambas as resoluções trocam os operadores (+:soma;x:multiplicação), esquecem do fator 3 multiplicativo. Segue com as equivalências de equívocos e chegam às mesmas conclusões equivocadas dos feitos: desfechos de cálculos e notas (oitavas) fora do contexto de solicitações.

Figura 119 - Questão 10: Amostra 1 (8º A)

$$\sqrt{(D)^2 + 3 \cdot \frac{24}{144}} = \sqrt{\frac{9}{144} + 3 \cdot \frac{24}{144}} = \sqrt{\frac{9}{144} + \frac{72}{144}} = \sqrt{\frac{9 + 72}{144}} = \sqrt{\frac{81}{144}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt{\frac{9}{144} + \frac{72}{144}} = \frac{288}{144} = \frac{2}{8} \cdot \frac{12}{12} = \frac{24}{12}$$

B: si natural  
2ª oitava

$$\sqrt{(D)^2 + 3 \cdot \frac{24}{144}} = \sqrt{\left(\frac{3}{12}\right)^2 + 3 \cdot \frac{24}{144}} = \sqrt{\frac{9}{144} + 3 \cdot \frac{24}{144}} = \sqrt{\frac{9}{144} + \frac{72}{144}}$$

$$\sqrt{\frac{9}{144} + \frac{72}{144}} = \frac{788}{144} = \frac{2}{1} + \frac{72}{12} = \frac{24}{12}$$

B: si natural

Fonte: Arquivo da pesquisa

Sobre a amostra 2 na Figura 118, as corretas apresentam resoluções que se aproximam com singularidades de cada educando em suas intrínsecas ações de bagagens e aplicações para êxitos dos processos. A atenção se volta para as formas de organizar as resoluções.

O primeiro preferiu separar a resolução  $D^2 = \left(\frac{3}{12}\right)^2 = \frac{3^2}{12^2} = \frac{9}{144}$ , segue com a soma

$\frac{9}{144} + \frac{72}{144} = \frac{81}{144}$ , avança por separar os radicais  $\sqrt{\frac{81}{144}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{144}} = \frac{9}{12}$ , conclui que

$\frac{9}{12} = G^\#$  (Sol #: 1ª Oitava).

Sobre o segundo, a forma de organização é mais precária, por exemplo, ao realizar o

processo  $\sqrt{\left(\frac{3}{12}\right)^2 + \frac{72}{144}} \neq \sqrt{\left(\frac{3}{12}\right)^2 + \frac{72}{144}}$ , decodificações de equívocos conceituais de

pensamentos corretos e segue com aparatos da matemática elementar e apontamento da nota da fração resultante que são de intuito análogo ao primeiro constituindo êxito da questão.

Figura 120 - Questão 10: Amostra 2 (8º A)

Fonte: Arquivo da pesquisa

Do 8º B, dos 13 educandos participantes, 10 (aprox.77%) desenvolveram a atividade 10. Entre estes 9 (90%) corretas, nenhuma (0%) parcialmente correta e 1 (10%) incorreta.

Apresentaremos 3 amostras: a primeira incorreta e a segunda e terceira corretas, com suas singularidades.

Sobre a resolução da Figura 119 é nítido que o educando carece de ajustes elementares para com o tempo conseguir avançar no processo de aprendizagem. Este agente, provavelmente, consiste em defasagens bem aguçadas sobre contextos matemáticos.

A resolução apresentada, pelo mesmo, transmite e emite o desajuste ano/conteúdo fora da maioria da sala do 8º B. Reproduziu por cima da questão e de forma inesperada associou corretamente (talvez induzido pela figura do piano no início da atividade) a fração

$$\frac{5}{12} = E(\text{Mi.Natural} : 1^{\text{a}} \text{ Oitava}).$$

Figura 121 - Questão 10: Amostra 1 (8º B)

Fonte: Arquivo da pesquisa

Sobre a amostra 2 da Figura 120, a solução correta é manifestada durante o processo de problemas globais de organizações pressentidas nas ações de momento da pesquisa. Aposta

que essas problemáticas são encontradas, também, em outros lugares, como em Vinhedo-SP: local em que o inquiridor desenvolve docência em grupos de estudos em matemática nos anos finais (6º, 7º, 8º e 9º anos) e física no Ensino Médio (EJA) no corrente ano letivo de 2022. Esses fatores desdobram, entre outros, por acentuar devido as suspensões de atividades escolares ocorridas no momento Pandêmico.

Figura 122 - Questão 10: Amostra 2 (8º B)

$$\begin{aligned} \sqrt{(D)^2 + 3 \cdot \frac{24}{144}} &= (D) = \frac{3}{12} \Rightarrow D^2 = \left(\frac{3}{12}\right)^2 \frac{9}{144} + \sqrt{\frac{9}{144} + 3 \cdot \frac{24}{144}} \\ &= \sqrt{\frac{9}{144} + \frac{72}{144}} = \sqrt{\frac{81}{144}} \\ &= \sqrt{\frac{81}{144}} = \frac{9}{12} \end{aligned}$$

*6º do sistema  
1ª aula*

Fonte: Arquivo da pesquisa

Da amostra 3, na Figura 121, temos um destaque na resolução da questão. O educando foi o mais organizado entre seus pares para resolver e apresentar sua resolução. Mostra que o grau de autonomia é marcante para este indivíduo e que o processo de ensino-aprendizagem avança de forma contínua e positiva como se percebe.

Detalhe de mostrar que compreendeu que  $\frac{3^2}{12^2} = \frac{3 \times 3}{12 \times 12} = \frac{9}{144}$ , lugares matemáticos

em que uma com grande frequência inúmeros equívocos como:  $\frac{3^2}{12^2} \neq \frac{3 \times 2}{12 \times 2} = \frac{6}{12}$  ocorrem.

Cury (2008) traz a luz estas vertentes visionária. Sobre a resolução segue com um processo preciso das ações e finaliza com sucesso apontando a nota e oitava dos achados.

Figura 123 - Questão 10: Amostra 3 (8º B)

$$\sqrt{(D)^2 + 3 \cdot \frac{24}{144}} = D = \frac{3}{12} \Rightarrow (D^2) = \left(\frac{3}{12}\right)$$

$$\sqrt{\frac{9}{144} + 3 \cdot \frac{24}{144}} = \sqrt{\frac{9}{144} + \frac{72}{144}}$$

$$\frac{3^2}{12^2} = \frac{3 \times 3}{12 \times 12} = \frac{9}{144}$$

$$\sqrt{\frac{9+72}{144}} = \sqrt{\frac{81}{144}} = \sqrt{\frac{81}{144}}$$

$$\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{144}} = \frac{9}{12} \quad \text{5ª sistema do 1º oitavo}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Finalmente a questão 10 (dez) referente a sala do 9º A. Dos 18 participantes desta sala 12 (aprox.86%). Destes 5 (aprox.42%) corretas, 6 (50%) parcialmente corretas, 1 (aprox.8%) incorreta.

Ao começar pela única questão errada, Figura 122, percebemos que houve até dois momentos a serem considerados: 1)  $\left(\frac{3}{12}\right)^2 = \frac{3^2}{12^2}$ , mas conclui de forma errada o resultado

$\frac{24}{144} \neq \frac{9}{144} \left(\frac{3^2}{12^2}\right)$ , segue com equívocos ao realizar a adição até válida de  $\frac{9}{144} + \frac{3}{144} = \frac{9+3}{144}$  e

de forma inesperada conclui  $\frac{12}{12} \neq \frac{12}{12 \times 12 (144)}$ , talvez deduzir por visualização o fator 12,

acerta que a fração  $\frac{12}{12} = B: Si - Natural (1ª Oitava)$ . No entanto as forma desconexas

ignorando fatores como o radical ao tentar resoluções separadas e não retornar fica inviável quaisquer pontuações percentuais para ser atribuída.

Figura 124 - Questão 10: Amostra 1 (9º A)

$$\sqrt{(D)^2 + 3 \cdot \frac{24}{144}} = D = \left(\frac{3}{12}\right)^2 + 3 \cdot \frac{24}{144}$$

$$\frac{3^2}{12^2} = \frac{24}{144}$$

$$\frac{9+3}{144} = \frac{9+3}{144} = \frac{12}{144} \quad B = \text{Si} \quad 1^{\text{a}} \text{ oitava}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Das questões parcialmente corretas da Figura 123 o educando a seguir até que tenta desenvolver os processos da questão, no entanto se atrapalha chegando a conclusões parcialmente corretas seguidos por equívocos acentuados, finaliza por apontar corretamente a fração  $\frac{15}{12} = D: Ré - Natural(2^{\text{a}} \text{ Oitava})$  errada encontrada: Deduzimos pelo esforço, considerações uma pontuação de 0,25 (50%) de 0,5.

Figura 125 - Questão 10: Amostra2(9º A)

$$\sqrt{(D)^2 + 3 \cdot \frac{24}{144}} = D = \frac{3}{12} \quad 9 \times 9 = 81$$

$$D^2 = \left(\frac{3}{12}\right)^2 = \frac{81}{144}$$

$$\frac{81}{12} = \frac{81}{144}$$

$$\sqrt{\frac{81}{144} + \frac{72}{144}} = \sqrt{\frac{81+72}{144}} = \frac{15}{12}$$

$$= \frac{\sqrt{153}}{144} = \frac{\sqrt{153}}{\sqrt{144}} = \frac{15}{12} \quad \left(\frac{12+3}{12}\right) \quad 2^{\text{a}} \text{ oitava} - D = Ré \text{ natural}$$

Fonte: Arquivo da pesquisa

Das questões corretas, Figura 124, os procedimentos da amostra 3 são parecidos com os restantes e as demais de outras salas (8º A e 8º B). Novamente, os ajustes de organizações carecem atenções: radicais; sinais; caixa baixa/alta etc., no entanto a missão é atendida no que resulta numa resolução considerada correta.

Figura 126 - Questão 10: Amostra 3 (9º A)

$$\frac{\sqrt{\frac{9}{144} + \frac{42}{144}}}{\frac{81}{144}} = \frac{\sqrt{\frac{9+42}{144}}}{\frac{81}{144}} = \frac{\sqrt{\frac{51}{144}}}{\frac{81}{144}} = \frac{\sqrt{51}}{81} = \frac{9}{12}$$

1. octavo  
g = 89 sustenido

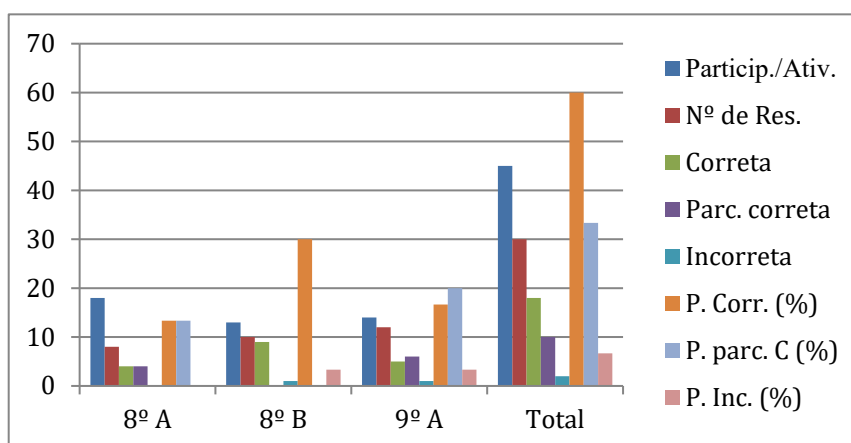
Fonte: Arquivo da pesquisa

Do Gráfico 17, para a questão, 10 temos das qualidades corretas:

$$P.Corret(\%) = \frac{18}{30} (60\%), \text{ parcialmente corretas: } P.parc.C(\%) = \frac{10}{30} (33\%); \text{ Incorretas:}$$

$$P.Inc.(\%) = \frac{2}{30} (7\%).$$

Gráfico 18 - Questão 10: Global



Fonte: Arquivo da pesquisa

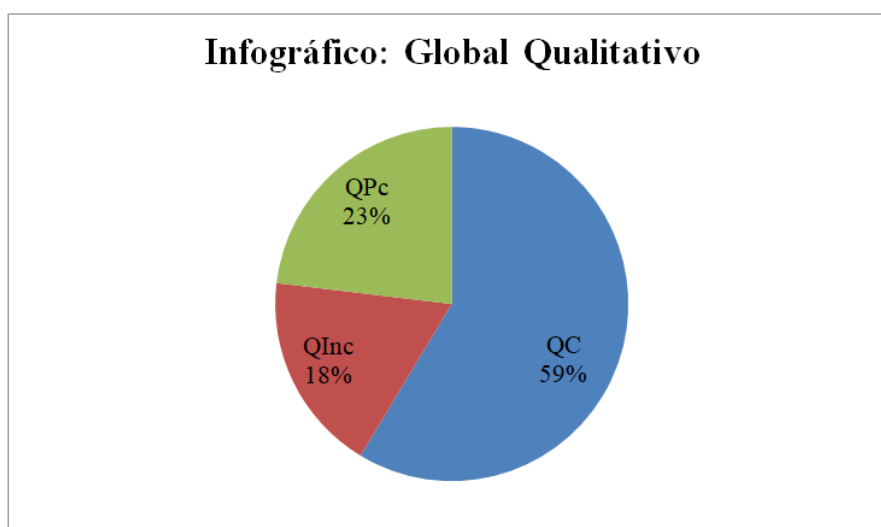
Desta forma, depois das apresentações das análises referente as amostras das três salas: 8º A; 8º B; 9º A seguiremos com o Gráfico 18 sobre reflexões global pautado por Corretas; P. Corretas; Incorretas das dez questões que compuseram a atividade de recuperação e revisão recorrendo as frações e(m) música: Escalas Temperada.

As relações usadas serão: I)  $\frac{\sum_{n=10}^{n=1} Qc_n = 170}{\sum_{n=10}^{n=1} Qt_n = 290} (59\%);$  II)  $\frac{\sum_{n=10}^{n=1} QPc_n = 67}{\sum_{n=10}^{n=1} Qt_n = 290} (23\%);$  III)



$\sum_{n=10}^{n=1} QInc_n = 53$   
 $\frac{\sum_{n=10}^{n=1} QInc_n}{\sum_{n=10}^{n=1} Qt_n} (18\%)$  explicitado que: i)  $\sum_{n=10}^{n=1} Qt_n$  Somatório de todas as resoluções; ii)  $\sum_{n=10}^{n=1} Qt_n = 290$   
 $\sum_{n=10}^{n=1} Qc_n$  Somatória de todas as questões corretas; iii)  $\sum_{n=10}^{n=1} QPc_n$  Somatório de todas questões parcialmente corretas; iv)  $\sum_{n=10}^{n=1} QInc_n$  Somatório de todas questões incorretas. O gráfico a seguir ilustrará estes eventos.

**Gráfico 19 - Global Qualitativo**



**Fonte:** Arquivo da pesquisa

Seguiremos com as conclusões finais na forma de últimas palavras, partilhas de todo o trabalho do Movimento I (Presencial), Movimento II (Remoto) Com-Parada (hífen intencional) aderido a um Movimento como deságue de junção para verificações. Seguimos com nosso dispor dos reflexos sentidos, atingidos, analisados.

## 6 CONSIDERAÇÕES E ENCERRAMENTO

Toda pessoa aprende. Mistério à própria vida: ninguém se recorda como chegou ao mundo, mas sente que é e onde estão no momento, mas não sabe ao certo para onde vão. E, assim, é chegada a hora de decidir ir para fora de um para adentrar em outro mundo, poder assim concluir, preparado e estruturado para o coletivo que na soma destes se configuram na sociedade em contínuos avanços de formação.

Ao ler estas primeiras palavras ou instante pode parecer confuso por caracterizar crenças de um paradoxo intencional, em outras palavras, o que se tenta é exatamente apontar que através do ensino pelo ensino e pelo ensino-aprendizagem de matemática é possível atingir desvendamentos emergidos das ações adentro dos guetos de espaços escolares e fazer de fato valer e anunciar encontros nos desencontros pedagógicos percebidos.

Percursos na educação revelam um considerável número de pessoas à nossa volta, egressos com seus papéis de atuações dentro e fora do contexto escolar, parecem ter algumas histórias de inadequação ou insucesso referente ao ensino e aprendizagem. Isso pode ser constatado no simples fato dos tratamentos elencados do que vinha ser direito de acesso à educação numa ótica celetista configurada historicamente por crenças que aos poucos foram desmitificadas.

O contexto é atribuído aos denominados mitos atribuídos ao tratado de fracasso escolar que mesmo de forma subjetiva ainda ronda a educação e nela o bojo do processo de ensino-aprendizagem matemática. Inovadoras posturas e conquistas por meio de/dos movimentos ocorridos como verificado, tendo aqui um desses, aparecem de forma positiva se fixam na educação como (a)tributos para o meio inclusivo, participativo, coletivo percebido.

Quase todas as pessoas ligadas às práticas e movimentos escolares contemporâneos como educador, como educando, público em geral, percebem ou conseguem ter uma razoável clareza quanto àquilo que nos acostumamos a reconhecer como avanços emancipatórios educacionais constituídos pela história, neste bojo o processo de ensino-aprendizagem matemática é partição impactante destes contínuos avanços.

Deste percurso quando se propõe a investigar as razões do fantasma vivenciado que ronda o que venha ser o processo de ensino-aprendizagem matemática, dentre muitas razões, alegadas por pesquisadores, educadores, desde a esfera governamental, acadêmico até as de cunho social acentuam ou reconsideram tal paradigma culturalmente emergido de forma natural sem interferências. Estas sugestões fazem emergirem várias hipóteses de várias

vertentes que terão as missões de configurações de teses contundentes como provas autênticas de validar a leitura visionária experimentada.

Todos, direta ou indiretamente, são influenciados (principalmente os de contextos escolares, entre outros: os próprios educandos e educadores) por algum tipo de crenças. Sejam elas de conhecimentos científicos ou não, conscientes ou inconscientes, lidam com números, medidas, formas, operações.

Quase todos abstraem informações de desenhos, pequenos textos e gráficos simples, vivenciam relações de ordem e de equivalência, argumentam e tiram conclusões dos tipos de comunicações válidas. Ao extrair as decodificações postadas nos excertos deste trabalho até as prezadas palavras esse exercício certamente ocorreu várias vezes.

A partir de graus de proposições, intuições construídas, verdadeiras, fazem quando possíveis inferências plausíveis a partir de informações, parciais ou incertas, refletem comportamentos de forma contínua, relações de valores, comparações, escolhas quantitativas e qualitativas, dentre outros, que usufruem deste arcabouço.

Assim, os entrelaçamentos dos cinco sentidos (visão, audição, contato, paladar, olfato), sem aferir cada um em particular, de inúmeras formas se manifestam e concepções de crenças vão sendo (des) construídas por atitudes dos seres.

Formas de medir a mente têm âncora ao serem deparadas, nas mais diversas, crenças usadas por povos antigos. Os filósofos gregos aos contemporâneos, buscando reflexões sobre a racionalidade. Não escapam os sociólogos sobre a questão da interação social como aprendizagem e os inquiridores por eles apontados buscam edificar conteúdos curriculares e sua dependência com a história e arcabouço teórico na formação sempre reflexivo. Abrir janelas é o esperado. Foi através da música e suas escalas no temperamento ocidental que ocorre o agir da experiência pedagógica do Movimento I na Cidade de Vinhedo, a partir de então novos e outros desafios.

No início do letivo ano de 2020, um novo momento se instalou devido a Pandemia surgida que provocou inúmeras reinvenções promovidas para o oferecimento ao público do ensino básico que passou a exigir uma atenção especial dos processos de ensino em geral, sendo o foco, aqui, as esferas municipais.

De 2020 (necessariamente do dia 16/04/2020 em diante) todas as ações pedagógicas foram através do Blog Institucional, Grupos Sociais de WhatsApp Business de Gestão com Professores, com alunos especificadas por salas remotas em que um movimento ocorreu para gravações de áudios e/ou vídeos aulas direcionados aos educandos.

Deste modo, sobre os primeiros passos do Movimento II, mesmo partilhados vídeos

(recital, explanações visuais de frações no piano, áudio de caráter didático sofre as características e formas de frações etc.), não obtivemos um material de retorno do jogo proposto sobre frações e(m) música devido!

Neste contexto a primeira ocasião foi como proposta motivacional para ensino-aprendizagem de frações a partir de inserimento de jogos matemática associado ao instrumento musical (piano digital) com as referidas escalas do temperamento ocidental. Para isso, foram elaboradas atividades remotas com o intuito de verificar a posição dos educandos do Fundamental II no que se refere às alternativas plausíveis dentro da realidade escolar.

Optou-se pela e com a motivação interdisciplinar a elaboração de jogos matemáticos adentro de escalas musicais direcionados às atividades remotas postadas em blog institucional e compartilhadas com a escola via gestão para impressões e (re) encaminhamento aos educandos do Fundamental II.

Dessa maneira, com objetivo de entender os diversos fatores que podem influenciar alunos do ensino de matemática no fundamental II na transição do ensino em sala de aula para o ensino à distância, procurando buscar quais são os fatores preponderantes que ocorreram na matemática do ensino fundamental II na mudança abrupta do ensino presencial para o Remoto.

Como poderia ser trasladadas maneiras para o ensino-aprendizagem ao deixar, por um tempo, o espaço físico para se fixar num novo modelo de escola aonde as construções diversificadas como as ações remotas? Como não poderia deixar de ser, esse processo causou reflexos na educação como um todo até então desenvolvida, pois a formação devia ser feita através do ensino oferecido na estrutura física escolar.

Retomamos o posicionamento de abertura (resumo) de que ser professor e inquiridor das próprias práticas no escopo do processo de ensino-aprendizagem matemática presume encontrar concepções de um mesmo personagem e o fator crenças involuntariamente aparece! Em que medida? Nos excertos da Dissertação realizada no Curso de Mestrado Profissional junto ao PPGECE-Sorocaba/SP como visto, ocorre a possibilidade de espaço para possível ligeira reflexão desta pauta percebida ao decodificar a relação interdisciplinar entre matemática e escalas musicais junto aos educandos do ensino Fundamental II (anos finais).

Há um senso comum, fortalecido por estudos e pesquisas que mostram que o processo de ensino-aprendizagem de cada pessoa é intrinsecamente ocorrida por docentes e, principalmente, educandos observados serem “atores centrais para esse processo” (AZZI & CASANOVA, 2020, p. 11) singular que depende de fatores extrínsecos como os espaços e ambientes escolares: “Não são raros as advertências sobre este aspecto nos textos analíticos

ou prescritivos produzidos pela comunidade da Educação Matemática” (FONSECA, 2002, p. 50).

Para que a construção do conhecimento funcione é necessário que se conheça o que o fundamenta e que se ofereçam recursos teóricos para que seja colocado em prática por aqueles que manejam tais conhecimentos, saindo, assim, do individual e alcançando a esfera de um bem coletivo.

Sobre a relação ensino-aprendizagem presume ser um elo extremamente importante ao se notar que desta junção todos fazem parte em toda parte e é notório que desta relação ocorra continuamente (des)/(re) construções de formas junto à plataforma que a educação responde.

No entanto, o movimento e a forma da educação ocorrer, é marcada por circunstâncias que requerem necessidades de expansão que precisam assumir espaços para contemplar, de forma significativa, a amplitude plena das ações e de sua extensão.

A contextualização do saber é uma das mais importantes noções pedagógicas que deve ocupar um lugar de maior destaque na análise da didática contemporânea. Trata-se de um critério de conceito didático fundamental para a expansão do significado da educação escolar.

O valor educacional expande na medida em que o aluno educando e professor-educador compreendem os vínculos do contexto compreensível por eles nos tempos de aplicações e de modo empírico ocorrido na dinâmica de “crenças de autoeficácia atuam como mediadoras de processos cognitivos, motivacionais, afetivos e seletivos” (AZZI & CASANOVA, 2020, p. 18).

Esse conjunto de fatores pode ser constatado no simples fato e associações de que um considerável número das pessoas à nossa volta, egressos do contexto escolar, EJA ou qualquer forma de suplência, aceleração, correção, ajustes etc., formas encontradas.

Destacado a importância do professor-educador em parceria com o educando como proposto por concepções freirianas que ocorreram no Movimento I, das intenções do Movimento II (re) encontradas do deságue educacional presencial em abril de 2022 que foi pressentida por meio do elo desta aliança das relações de arcabouços conjuntos o que não escapa a suma importância de atuar no mundo com o outro.

No Movimento II, que certamente é o sentido central das relações interpessoais subjetivada da forma que ocorrerem no processo de ensino-aprendizagem matemática, com o distanciamento, se torna em desafio a tarefa que propõem êxito, mas resultados surgem na escolha do caminho adotado como pressentido no deságue das ações ocorridas em três salas (8º A; 8º B; 9º A) do ensino Fundamental II (anos finais).

Entre as metas do professor é encontrado o objetivo principal: a construção do ensino

elaborado. Traduz em mapear as informações relevantes e organizá-las em narrativas significativas.

Atento que por diversos meios, educadores reconhecem nos educandos maneiras ordenadas dentro do complexo universo do conhecimento, em busca do desenvolvimento das competências e habilidades básicas para solidificar a base da formação pessoal deste indivíduo: condutas introduzidas por concepções do ilustre referencial teórico educador Paulo L. Freire: com os outros, nunca sem eles.

Sobre o processo de afastamento a dinâmica na forma de jogo *Quiz* fora amplamente prestigiada por aqueles que tiveram acesso e realizaram tentativas. Pode, mesmo que de forma subjetiva, perceber que os educandos acabam por agregar um gostar de matemática quando encontram situações motivadoras e aplicações reais para a sua funcionalidade como ocorre com as frações nas escalas temperadas. A música pôde ser um fator de contribuição para este momento e possibilitou utilizar novas alternativas para tornar mais envolvente e provocar a curiosidade desses educandos.

Num segundo passo do Movimento II lançamos uma avaliação diagnóstica discursiva de conteúdo elementar sobre frações e suas características em que o patamar fora de forma que se solicitava apenas as indicações e transformações simples dos tipos de frações encontradas num piano.

Não muito distante, num futuro bem próximo, o mundo será implacável com aqueles sem escolaridade e manejos tecnológicos. Basta olhar à nossa volta e prestar atenção na situação concreta das pessoas desempregadas, tendências, exigências do mercado de trabalho – oferta e procura – e a dicotomia saúde e economia.

Na força tarefa para atingir planos da presumida emancipação instituída, pode ser verificado que certamente mudanças sociais em relação ao uso e modo de ensinar e da sistematização refletida pelo estudante ocorreu.

Em certa ocasião ousaram em perguntar; (A) onde estão os resultados da Pesquisa Frações e(m) música: sons e tons (e) m aulas de matemática?

Por hipótese, repostas poderiam surgir de várias formas que prestigiariam tanto alas quantitativas: nos melhores rendimentos escolares dos envolvidos, pela inferência da docência das metas sugeridas, feedbacks positivos em formas de dados que poderiam ser enumerados para os locais associando gestões escolares etc.

Como a qualitativa: aqui presume ser maior o impacto para o ser. Uma delas a questão da qualidade humanística ascendente de educação necessária que carece a sociedade: essa não seria uma das contribuições de forma crucial de intenções e razões da escola?

Para exemplificar, neste trabalho, apontamos a música que certamente emitem fabulosas metamorfoses nas configurações de aspectos de autonomia de todos os envolvidos, sensações intrínsecas estendidas para fatores extrínsecos. Dentro do que é possível é com o outro que emergem emoções, pensamentos alicerçados de um bem-comum e contínua e ascendente formas experimentadas pela vida.

Coube ao educador, com boa, média ou pouca bagagem tecnológica realizarem as influências das propostas da continuidade de inclusão social dos educandos na educação. Para este momento os artefatos tecnológicos emergiram de forma impactante para esta edificação.

Com os efeitos de tais mudanças, de valores atribuídos à educação, referente à transição do estudante para uma formação contínua obviamente ficam alguns questionamentos: Qual o grau da eficácia atingida para/na/da educação a distância para a disciplina matemática no Fundamental II? É possível perceber desafios na educação a distância manejada por professores especialistas em matemática, gestores e escola que podem avançar harmonicamente neste contexto de desenvolvimento do estudante? Voltar o ensino-aprendizagem a atuar na forma presencial, realmente faz diferença?

Diante desses ocorridos e outros fatos, que grande parte dos problemas que enfrentados como categoria profissional da educação, inclusive no interior da sala de aulas físicas seguida por digitais, com retorno diversificado pelo legado que todo este mal estar educacional causou, aponta em rever o paradigma do estereótipo da imediata ou a lastimável falta de credibilidade, por extensão, da atuação do educador em muitos lugares.

Para vencer barreiras e desafios confrontados precisamos saber de modo antecipado as dificuldades presentes neste instante, que são atribuídas aos problemas com essa inovada forma de educar.

Após o retorno a roupagem nova da forma do processo de ensino-aprendizagem de matemática na educação básica, como por exemplo, conteúdos, após um grau significativo de ausência da afetividade educacional por longos quase dois anos (2020/21), resultando na classificação de baixa autoestima, indisciplina de corresponder a harmonicamente aos compromissos escolares agendados, cobranças de reaver o que é considerado perdido, entre outros, acentuada pelo discurso da viabilidade e dificuldade de manifestar patamares das mudanças das didáticas e afazeres educacionais, lançadas para todos.

Devido ao fato de que existe um grande complicador na utilização do ensino por meio remoto aos alunos que se encontram no Fundamental I, ainda em fase de alfabetização, este momento do estudo concentrar-se-á em ações que possam ser desenvolvidas na disciplina matemática para os alunos do Fundamental II.

Sobre as avaliações as características de aferir: Quantitativa ou Qualitativa? A seguir lancemos algumas indagações sobre.

Sobre a matemática que é ensinada e a devolutiva para os educandos, entre tantos, qual o dilema emergido para o PEB II de matemática? Faz parte da profissão do educador matemático proporcionar a emancipação dos alunos via diálogo das avaliações promovidas e suas devolutivas nas formas de correções? É algo para reflexão.

E, neste sentido, é perceptível a necessidade de se debruçar em ações, com sacrifícios que o momento requer, mas que prossigam rumo às ascensões inspiradas dos participantes deste colegiado acadêmico.

Desta forma, as influências físicas cotidianas escolares suspensas, noções teleológicas dos envolvidos, e outros importantes fatores e momentos na formação como estruturação quantitativa e qualitativa de ações pedagógicas estão atreladas de suas importâncias, na educação elementar, são reconhecidas como fonte para desenvoltura singular do momento emergido. Numa breve despedida seguiremos, para este instante de diálogos com/sobre frações e(m) música de diferentes sons e tons no fundamental II, com nossas últimas palavras.

No bojo das últimas palavras, é justamente com esta observação, entre outras colocações, de caracterização na elaboração desse trabalho, que permitiu contribuições singulares a serem deparadas nos diálogos contidos nos teores abrangidos ou compactados neste trabalho.

Atento nas reflexões entre autores que se juntam nesta vertente – educação e nela o processo de ensino-aprendizagem matemática –, que percorrem esse corredor e partilham seus achados. Essa forma de ver o processo de ensino-aprendizagem matemática de bojo frações como um ponto de partida, acreditando que as ideias muitas vezes emergem e não provêm da realidade, que têm origens em suposições, anteriores, indícios de questões prontas, muitas vezes ingênuas caracterizam em sua forma culposa.

Notamos que ao não prestigiar ou de/se perceber os acontecimentos durante o processo, acentuado com a prática ocorre dolo do agente correspondido por objetivos propostos nas imposições lançadas no processo de ensino-aprendizagem matemática.

Adentro das Concepções freiriana o que se propõem é algo a mais, o senso crítico humanístico dos afazeres pedagógicos que sugerem fazer parte de toda a elaboração. É de consenso que o êxito do processo de ensino-aprendizagem matemática busca desenvolver no intrínseco do Homem a capacidade de adaptação e de intervenção num universo de relações. Sendo elas, efetivadas através de um conjunto de ações que procuram inserir nos indivíduos princípios, regras e habilidades de uma ordem social determinada, da qual eles são ou farão



parte.

Ela não é somente escolar, e mesmo a escola não deixa de ser guiada por ideais, ideias, interesses, valores e razões de uma determinada época, conjuntura ou grupo cultural. No Brasil, cujo contexto acompanha a maior parte do globo é capitalista, a educação tende a ser moldada para atender os interesses do capital especulativo, deste modo um convite a ler sobre algumas reflexões sobre os oprimidos e suas realidades anunciadas por Freire (1970).

Lança-se a indagação: eles (educandos) e/ou somos nós que não compreendemos? Nosso trabalho buscou no tratado adentro do processo de ensino-aprendizagem matemática elementar, de andanças reflexivas, no interior da disciplina (escolar e comportamental e compromissada) matemática, através de experiências, para apresentar uma situação visionária deste contexto.

O presente texto emite e faz jus à atenção de que a memória costuma aplicar truques às vezes, é muito fácil incorremos numa espécie de saudosismo exacerbado, idealizando o passado e cultivando lembranças de alguns fatos que podem ou não ter uma fidelidade, muitas vezes não passando de lembranças, sem nenhuma semelhança com os fatos. Portanto, se o modelo dessa escola, fruto da lembrança, for relacionado com os problemas metodológicos e pedagógicos atuais, é preciso recuperar também o contexto histórico da época,

Algumas razões que possibilitam contribuir para a emancipação dos participantes desta pesquisa percorrendo o modo que venha verificar que (a) onde a escola formal não atinge, ou influência, cabem a eles a emancipação permissiva, pois são pertencentes e construtores de suas próprias histórias de vidas.

Toda a estrutura baseada no pensamento livre, autonomia nos processos educacionais, visões críticas das existências, o estar aberto ao novo, noção dinâmica do aprendizado que se realiza na caminhada, a ideia do inacabado e da humildade, estão de tal forma presentes nas intenções aqui depositadas que poderia ser tratado como um Método (Diálogo com Conscientização adentro do processo de ensino-aprendizagem matemática): Equívoco (impacto com significado prejuízo para os conceitos matemáticos) e/ou Incidente (impacto residual com possibilidade de reversão, reparação ou aceitação ou sensível prejuízo matemático) nas conscientizações e ações do Homem recorrendo ao uso da Matemática de modos objetivo e/ou subjetivo.

A meta compõe um contexto do valor da curiosidade na/em contínua busca para regar patamares de qualidade, além de desejada, aplicado no ensino de matemática.

Presenciamos, entre algumas formas, a comunhão, caracterização que representa muito mais uma proposta de aprender do que de ensinar, aludidas por incidentes e/ou equívocos

durante o aprender e ensinar, apontados pela sobrevivência, a disciplina comportamental de maneira intrínseca é atrelada ao ensino da disciplina matemática.

Em virtude dessas considerações, cabe ressaltar que os pontos filosóficos educacional, das frentes teóricas apresentadas neste trabalho, se fundamentam em dois elementos básicos: a conscientização e o diálogo.

Para o educador de matemática elementar fica aberta a abordagem de posicionamento: o professor de matemática que participa/direciona seus afazeres a este enfoque deve associar à criação das propostas de ensino de matemática orientadas aos conteúdos especificamente ou adequar às propostas curriculares de forma singularizada – matemática social – localmente de ensino para e/ou com educandos?

Com os efeitos de tais mudanças, de valores atribuídos ao processo de ensino-aprendizagem matemática, referente à transição do estudante para uma formação contínua, ficam alguns questionamentos: como o referido processo poderia avançar neste desenvolvimento do estudante? É possível atingir um patamar elementar na disciplina matemática que possibilite reflexões contínuas durante toda a vida? A conquista de obtenção de conhecimento elementar do/no processo de ensino-aprendizagem matemática contribui para autonomia do indivíduo e a emancipação pertinente de (re)ajuste social?

O fragmento exposto está longe de lançar de forma irresponsável e conclusiva que apontam que todos deveriam alcançar tal objetivo, isto seria até hipocrisia e os questionamentos suscitados aqui não dão conta, mesmo as expansões dessas e de outras inumeráveis interrogações, haveria espaço para outras indagações e poderiam acontecer retrocessos.

O que se tenta é apontar que posições intrínsecas, principalmente, e artefatos extrínsecos ao indivíduo converjam naturalmente e resultem em desenvolver potencialidades. Em meio à amplidão deste contexto é que os debates que decorrem emergidas das ações por parte do professor-educador, denominado inquiridor concomitante especialista no ensino-aprendizagem de matemática, ocorridas em lugares como o Projeto Novo Tempo e numa escola municipal da cidade de Monte Mor-SP. Conturbações a priori feitas para suprir, com intenções e inspirações presumidas de graus eficientes, o ajuste aligeirado no modo de oferecer educação básica pública conforme legislação vigente.

O problema do Movimento II percebido é: que grupo de maneiras pode contribuir para a manutenção do calendário escolar, garantindo 800 horas previstas, sem, contudo, colocar em risco o objetivo fundamental da educação deduzido pelo ensino e a aprendizagem? Dessa forma, por meio da amostra ilustrativa de uma escola com o objetivo geral de tal estudo é

proposto a relação interdisciplinar de frações e(m) música de escalas Temperadas na forma motivacional de jogos, recitais, conexões etc., para uma discussão a respeito do que se pode realizar.

De maneira mais específica, tivemos como objetivo refletir a respeito de ações que podem ser tomadas e encaminhar um plano, no que se refere à realidade organicamente escolar. Tendo em vista que parece ser interessante que a abordagem direcionada ao grave problema que o mundo processou e ainda ocorre: a educação em tempos de pandemia seja fator de embates e debates acadêmicos.

Entre o que observamos parte do cenário atual do ensino remoto da disciplina matemática pautou em visualizar soluções possíveis que possam auxiliar e agregar uma dinâmica motivacional de aprendizagem em matemática minimizando e contribuindo com questões mais problemáticas que forem detectadas. Como hipótese aposta nas apropriações que mais pesquisadores realizem inquirições sobre o contexto deste trabalho propondo alternativas. Assim presume ocorrer a existência de maior probabilidade para que surjam pontos de vista válidos, que poderão levar à criação de soluções.

A partilha do trabalho teve o intuito de uma edificação da aprendizagem da Progressão Aritmética (PA), de razão  $1/2$ , que expandiu para outros contextos do processo de ensino-aprendizagem matemática presumido que ainda não prestigiadas aqui futuras ações podem ocorrer com outros temas empíricos de Progressão Geométrica (PG), logaritmos (função Bijetora) como edificações e construções de materiais didáticos inovadores voltados para o ensino-aprendizagem matemática como continuidade de diálogo associando e recorrendo à história da Matemática cogitada como percebido: achados de Pitágoras.

O arcabouço de sensibilidades, musical e fracionária, proporcionadas pela ocasião justifica o evento e é visto um caminho cheio de possibilidades para o ensino da matemática. Os instantes de/dos trabalhos desta pesquisa utilizamos o arcabouço notas e oitavas musicais para revisitar o conhecimento tácito sobre frações no intuito de atingir outros temas pertencentes ao Fundamental II.

Desta forma, ainda, que por estarmos inseridos no contexto de e em cursos de Educação Básica, anos finais, nos possibilita ter uma visão bastante precisa para verificação no que diz respeito à aplicabilidade de ensino-aprendizagem em matemática em outros segmentos, quais seriam as maneiras mais adequadas de implantação deste projeto, frações e(m) música em aulas de matemática, e quais áreas entre números, álgebra, geometria, grandezas/medidas e probabilidade/estatística teria maior absorção de impacto de ensino-aprendizagem realizando novos diferentes sons e tons possíveis voltados para o processo de

ensino-aprendizagem matemática.

Atento às duas concepções das teorias observadas neste estudo, obtidos pontos significativos e positivos das práticas sociais (freiriana), em que se encontram e formam um conjunto considerável e possível de aproximação do ideal instrumento e ferramenta para o processo de ensino-aprendizagem matemática (CURY, 2008) e despojaram suas contribuições.

Fatores a serem observados: 1) O Ensino à Distância, como o remoto, tem uma forte tendência indicada na BNCC e neste trabalho é experimentada devido à pandemia da Covid-19, assim sendo, hipoteticamente, será necessário mais ideias novas para envolver e provocar a curiosidade natural dos educandos para a aprendizagem com objetivos de alcançar o melhor de suas habilidades educacionais, sócio emocionais e capacitação para aplicar essas habilidades na vida social pós escolar, na sua vida adulta e profissional.

Espera-se que com o desenvolvimento entre o elo interdisciplinar educacional matemática e música percorrida acentuem concepções didáticas por percorrer etapas de um antes, durante e depois do processo progressivo da retomada aos espaços físicos escolares, fatores acentuados pela pandemia.

Que tempos contribuam para que ideias sejam lançadas sobre o universo da formação de alunos correlacionados com desafios enfrentados por professores especialistas, contribuindo assim para o processo de ensino da matemática desenvolvida fora ou dentro de sala de aulas. Desses diálogos educacionais com/sobre frações e(m) música acreditamos que este trabalho servirá como referência para futuros estudos.

Ademais, caso houvesse maior tempo hábil para continuidade do tema, algo que parece uma cadeia infinita de possibilidades, teríamos a chance de ampliar as dimensões das reflexões propostas e elencar mais ilustrações em busca de completude. No entanto, no escopo do demonstrado, alcançamos o que podemos considerar essencial. Este trabalho, sem dúvidas, é o ponto de partida para bifurcações ainda mais ambiciosas nas possibilidades educativas no campo da matemática, numa era que estamos chamando de pós-pandemia. Com novos padrões comportamentais estabelecidos em nossa sociedade, novas formas de ensinar e aprender se fazem necessárias, haja vista a importância de experiências pedagógicas assertivas.

Desta maneira, partindo da temática musical e indo para outras inserções, tornou-se possível observar o quão fascinantes são as metodologias ativas da contemporaneidade, dentre elas, a sala invertida, a aprendizagem baseada em projetos, os mapas mentais, a aprendizagem baseada em resolução de problemas, recursos tecnológicos que permitem o relacionamento

entre diversas áreas do saber humano e, com isso, uma rotina educacional mais eficiente. Tecnologia musical e matemática no cinema, trilhas e elementos matemáticos? Excelente. Literatura musical e matemática? Sim. Fotografia artística e matemática? Muito importante. Um universo de possibilidades. Partindo do proposto por aqui, temos um manancial de materiais para levar adiante esta que é uma das numerosas opções para o trabalho entre as ciências exatas, humanas e linguagens.

## 7 REFERÊNCIAS

- ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem Matemática**. Tradução de Orlando Figueredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- ARROYO, M. G. **Diálogos na educação de Jovens e adultos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- AZZI, Roberta Gurzel; CASANOVA, Daniela Couto Guerreiro. **Conversas de crenças de autoeficácia para aprender: texto para professoras e professores**, 1.ed., Porto Alegre, RS, Editora Letra1, 2020.
- BANDURA, A. **Perceived self-efficacy in cognitive development and functioning**. Educational psychologist. 28(2), 1993, 117 -148.
- \_\_\_\_\_. **Self – efficacy, the exercise of control**. New York: Freeman and Company, 1997.
- BASTOS, J.A., **O cérebro e a Matemática**. São José do Rio Preto-SP, 2007.
- BRASIL. **Constituição Da República Federativa do Brasil**, Brasília, 1988.
- \_\_\_\_\_. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, n.9394/96, 1996.
- \_\_\_\_\_. **Parecer CNE/CPN°5/2020**, Brasília, 2020.
- \_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- \_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio**. Brasília: MEC/SEMT, 1998.
- \_\_\_\_\_. CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. **Parecer CNE/CEB**, n.6/2010. Reexame do Parecer CNE/CEB n.23/2008. Parecer CNE/CEB, n.11/2001.
- CARVALHO, Dione Lucchesi de. **A concepção de matemática do professor também se transforma**. Orientador: Lafayette de Moraes. Unicamp – FE(Dissertação): Campinas, 1989.
- CASANOVA, D. C. G. **Crenças de Eficácia de gestores escolares e de docentes no ensino médio paulista**. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2013.
- CERTEAU, Michel de (1925). **A invenção do cotidiano: Tradução de Ephraim Ferreira Alves**; Petrópolis, RJ: Vozes, 1994.
- CHATIER, Roger. **A história ou leitura do tempo**. Tradução de Cristina Antunes - 2. ed. - Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010 - Ensaio Geral.
- CHRISLEY, B. R. C. **Música e Matemática: A Harmonia dos Números Revelada em Uma**

Estratégia de Modelagem. 2010. 181p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação matemática. 2ª Ed. Campinas: UNICAMP; São Paulo: Summus, 1986.

\_\_\_\_\_. **Matemática, ensino e educação**: uma proposta global. *Temas & Debates*, Rio Claro, n.3, p.1-16, 1991.

\_\_\_\_\_. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

\_\_\_\_\_. **Algumas reflexões sobre resoluções de problemas**. In: I Seminário em Resoluções de Problemas (SERP), 2008, Rio Claro. *Anais*, Rio Claro: SP, 2008.

DALE, R. **Globalização e Educação**: demonstrando a existência de uma cultura educacional mundial comum ou localizando uma agenda globalmente estruturada para educação: Educação, Sociedade e Cultura. n. 16, p 133-169, 2001.

DECLARAÇÃO DE HAMBRUGO. **V Conferência Internacional para Educação de Adultos**. (CONFINTEA). Hamburgo, Alemanha-1997. Disponível em <<http://www.direitoshumanos.usp.br/index.php/DireitoaEduca%C3%A7%C3%A3o/declaracao-de-hamburgo-sobre-educacao-de-adultos.html>> Acesso em: 19 jan.2016.

DECLARAÇÃO DE SALAMANCA: **Sobre Princípios, Políticas e Práticas na Área das Necessidades Educativas Especiais**, 1994, Salamanca - Espanha.

DI PIERRO, M. C. **Notas sobre a redefinição da identidade e das políticas públicas de educação de jovens e adultos no Brasil**. Educação e Sociedade, V. 26, N. 92, p. 1115-11139, Especial - out. 2005.

DU SAUTOY, Marcus. **A música dos números primos**: a história de um problema não resolvido na matemática/ Marcus du Sautoy; tradução, Diego Alfaro – Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2007. 264p.

FAZENDA, I. C. A. **Práticas interdisciplinares na escola**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1993.

FIORENTINI, D. **Formação de Professores de Matemática**: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado de Letras, 2003.

FIORENTINI, D. LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3ª ed. Campinas: Atores Associados, 2012.

- FONSECA, M. da C. F. R. **Educação de Jovens e Adultos: Especificidades, desafios e contribuições.** Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- FREINET, Célestin. **A educação pelo trabalho.** Lisboa: Presença, 1974.
- FREIRE, P; BETTO, F. **Essa escola chamada vida: depoimentos ao repórter Ricardo Kotscho.** 14.ed. São Paulo:Ática, 2007.
- FREIRE, P; FAUNDEZ, A. **Por uma pedagogia da pergunta.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985.
- FREIRE, Paulo Régis Neves. **Ação cultural para a liberdade.** 6. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1982.
- \_\_\_\_\_. **Pedagogia da autonomia.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1997.
- \_\_\_\_\_. **Pedagogia da esperança.** São Paulo: Cortez Editora, 1991.
- \_\_\_\_\_. **Pedagogia do oprimido.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1970.
- \_\_\_\_\_. **Professora Sim, Tia não: cartas a quem ousa ensinar.** 2ª ed. OLHO D'Água, São Paulo, 1993.
- GADOTTI, M. **Convite a leitura de Paulo Freire.** São Paulo: Scipione, 1989.
- \_\_\_\_\_. **A voz do biógrafo brasileiro: a prática à altura do sonho.** *In: Paulo Freire: uma bibliografia.* São Paulo: Cortez/Instituto Paulo Freire; Brasília: Unesco, 1996.
- GAMBOA, Silvio Sánchez. **Pesquisa em Educação: métodos e epistemologia.** Chapecó: Argos, 2007.
- GARDNER, Howard. **Estruturas da Mente: A Teoria das Inteligências Múltiplas.** trad. Sandra Costa, Porto Alegre, Artes Médicas, 1994.
- GIUBILEI, Sonia (Org.). **Caderno de Textos do GEPEJA/Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação de Jovens e Adultos: n. 01, dez/2010 - Campinas, SP, 2010.**
- HADDAD, S (Coord.). **Educação de Jovens e Adultos no Brasil (1986-1998).** Brasília: MEC/INEP/Comped, 2002.
- HARVEY, David. **A condição pós-moderna.** São Paulo: Loyola, 1992.
- HERNÁNDEZ, G. E. et. al. **Reporte sobre el estado actual de la educación de personas jóvenes y adultas em México, Hondura, Nicaragua, El Salvador y Panamá.** Revista Interoamericana de Educacioón de Adultos. ano 30, n.2, p. 07-69, julio/diciembre, 2008.
- HILSDORF, Maria Lucia Spedo. **História da Educação Brasileira: leituras,** São Paulo: Thomson Leaning, 2006.
- INPE. **As escalas musicais (2009).** Disponível em: [http://www.das.inpe.br/~alex/FisicadaMusica/fismus\\_escalas.htm](http://www.das.inpe.br/~alex/FisicadaMusica/fismus_escalas.htm).



- LIMA, E. L. **A Matemática do Ensino Médio**. Coleção do Professor de Matemática.V. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2006.
- \_\_\_\_\_. **Temas e Problemas Elementares**. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2005.
- MACHADO, N. J. **Cidadania e educação**. São Paulo: Escrituras, 1997.
- \_\_\_\_\_. **Educação: projeto e valores**. São Paulo: Escrituras, 2000.
- MAOR, E. **e: a história de um número**. Tradução de Jorge Calife. 4ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.
- MEC/Secad, UNESCO. **Formação de educadores de jovens e adultos**. Belo Horizonte - Brasília: Autêntica, 2004 - 2006.
- MIGUEL, Antonio; MIORIN, Maria Ângela. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- MIORIN, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.
- PELOSO, Franciele Clara (Mestrado Em Educação) & PAULO, Ercília Maria Angeli Teixeira De: **Memórias de Paulo Freire: A síntese do menino e do homem intelectual**. Artigo.
- PEREIRA DE SOUZA, Carlos Roberto. **As vozes dos educandos do Projeto Educativo de Integração Social – PEIS**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação), – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2011.
- RAMOS, L. F. **Frações Sem Mistérios**. Série: A descoberta da Matemática. 8ª ed. S. Paulo: Editora Ática S. A., 1992.
- \_\_\_\_\_. **A ventura Decimal**. Série: A descoberta da Matemática. 8ª ed. S. Paulo: Editora Ática S.A., 1991 - 2a. ed.
- RANCIÈRE, Jacques. **O mestre Ignorante: cinco lições sobre a emancipação intelectual**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- RODRÍGUES, L. M. **Reporte sobre el estado actual de la educación de personas jóvenes y adultas en Argentina, Brasil, Chile, Paraguay y Uruguay**. Revista Interoamericana de Educación de Adultos. Ano 31, n. 01, p. 07-38, enero/junio, 2009.
- ROMÃO, José Eustáquio. **Saberes necessários à educação no século XXI**. Joinville, 2001.
- SAVIANI, Dermeval. **História das ideias pedagógicas no Brasil**: Campinas, SP: Autores Associados, 2008.
- SHULMAN, L. **Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform**. Harvard Educational Review, Cambridge, v. 57, n.1, p. 1-22, 1987 (Copyright by the President and

- Fellows of Harvard College). Tradução **Leda Beck** e revisão técnica de **Paula Louzano**.
- SILVA, F. H. S.; SANTO, A. O. E. **A contextualização: uma questão de contexto**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7. Recife. Anais, Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004.
- SILVA, Tomaz Tadeu da. **Quem escondeu o currículo oculto**. In Documento de identidade. Uma introdução às teorias do currículo. Belo Horizonte, Autêntica, 1999: 77-152.
- SKOVSMOSE, Ole. **Educação crítica: Incertezas, matemática, responsabilidade**; tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.
- \_\_\_\_\_. **Guetorização e globalização: um desafio para a Educação Matemática** (p.113-142). Tradução: BIAJONE, Jefferson. Revisão da Tradução: MIGUEL, Antonio 2007.
- \_\_\_\_\_. **Towards a philosophy of critical mathematics education**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1994.
- \_\_\_\_\_. **Critical mathematics education: some philosophical remarks**. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICS EDUCATION, 8., 1996, Sevilha. Anais... Selected lectures. Sevilha: S. A. E. M., 1996. p. 413 – 425.
- \_\_\_\_\_. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.
- STRECK, Danilo R.; REDIN, Euclides; ZITKOSKI, Jaime José, (orgs): **Dicionário Paulo Freire**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2008.
- TRENTO, P. R. **"A Capela é tudo isso para baixo, o resto é Vinhedo"**: Uma proposta de pedagogia para o lugar. 2014. 120p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2014.
- VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma história da educação matemática escolar no Brasil (1730-1930)**. São Paulo: Annablume, 1999.
- VINHEDO. Secretaria de Educação Municipal. **Projeto Novo Tempo**. Vinhedo: Secretaria de Educação, 2012.