

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**INVESTIGAÇÃO TEÓRICA E EXPERIMENTAL DO  
COMPORTAMENTO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO  
PROTENDIDAS**

**MARCELA MOREIRA DA ROCHA ALMEIDA**

São Carlos  
2023

**MARCELA MOREIRA DA ROCHA ALMEIDA**

**INVESTIGAÇÃO TEÓRICA E EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO DE  
VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO PROTENDIDAS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos, na área de concentração Estruturas, para obtenção do título de doutora.

Orientador: Prof. Dr. Alex Sander Clemente de Souza

Coorientador: Prof. Dr. Augusto Teixeira de Albuquerque

São Carlos  
2023



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

---

**Folha de Aprovação**

---

Defesa de Tese de Doutorado da candidata Marcela Moreira da Rocha Almeida, realizada em 30/10/2023.

**Comissão Julgadora:**

Prof. Dr. Alex Sander Clemente de Souza (UFSCar)

Prof. Dr. Marcelo Silva Medeiros Júnior (UFC)

Prof. Dr. Gerson Moacyr Sisniegas Alva (UFU)

Profa. Dra. Aline da Silva Ramos Barboza (UFAL)

Prof. Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho (UFSCar)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

## **AGRADECIMENTOS**

À minha filha Bianca, que me acompanhou nessa pesquisa desde meu ventre e que é a luz dos meus dias, meu combustível e maior motivação para a conclusão desse trabalho.

Ao meu marido Tomás, por ser meu grande parceiro de vida e meu porto seguro nos momentos difíceis.

Aos meus pais, Luciana e Eduardo, meus grandes incentivadores e torcedores incondicionais, por proporcionarem tudo que foi possível para meu desenvolvimento pessoal e profissional.

À minha irmã Cecília, que sempre foi um grande exemplo de dedicação e força, e aos meus demais familiares.

Ao meu orientador, professor Alex Sander Clemente de Souza, pela sua disponibilidade, ensinamentos e apoio ao longo dos anos e por acreditar no meu potencial desde o início do trabalho.

Ao meu coorientador, professor Augusto Teixeira de Albuquerque, grande amigo e mentor profissional, pela sua paciência e parceria ao longo de tantos anos trabalhando juntos.

Às empresas parceiras que investiram na pesquisa: Hispano, Impacto Protensão e Metform.

Aos funcionários do Laboratório de Ensaios Físicos do NUTEC que foram essenciais para a conclusão dos experimentos.

A todos do Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil da Universidade Federal do Ceará que contribuíram para a conclusão deste trabalho através da disponibilização de equipamentos e orientações.

## RESUMO

Vigas mistas compostas por perfil de aço associado a laje de concreto ou laje mista com forma de aço incorporada são soluções estruturais amplamente empregadas e com tecnologia construtiva conhecida. A utilização de cabos protendidos posicionados externamente aos perfis de aço pode melhorar o desempenho de vigas mistas de aço e concreto, aumentando a sua capacidade resistente e reduzindo os deslocamentos. Entretanto, apesar das vantagens descritas, os estudos ou relatos que envolvem a aplicação da tecnologia de protensão em elementos mistos são escassos, e no caso específico da utilização de lajes mistas com forma de aço incorporada, não há referências disponíveis. Nesse contexto, o presente trabalho se propõe a investigar o comportamento de vigas mistas de aço e concreto biapoiadas com protensão externa, submetidas a momento fletor positivo, por meio do desenvolvimento de análises experimentais, numéricas e analíticas. Inicialmente, conduziu-se uma análise bibliométrica e revisão de literatura acerca dos trabalhos envolvendo vigas mistas de aço e concreto protendidas, a fim de identificar as principais lacunas de conhecimento na área. Em seguida, foi apresentado um procedimento analítico para dimensionamento de vigas mistas protendidas, além da explanação de aspectos construtivos inerentes ao sistema. Além disto, foram montados e calibrados modelos numéricos para simular o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas. Depois foi desenvolvido um programa experimental composto de duas vigas mistas protendidas, sendo uma com cabos em traçado retilíneo e a outra com cabos em traçado poligonal, e uma viga de referência sem protensão. Por fim, foi realizada uma análise paramétrica, para avaliar o comportamento e a influência de diversas variáveis intervenientes ao sistema, tais como: posicionamento dos cabos de protensão, configuração do traçado dos cabos, nível de protensão inicial aplicado, comprimento das vigas e dos cabos e geometria de perfil de aço utilizado. Os resultados mostraram que a metodologia analítica apresentada e a modelagem numérica proposta foram adequadas para prever o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas e apresentaram boa aproximação com os resultados experimentais. Os resultados ainda confirmaram que a utilização de protensão externa em vigas mistas de aço e concreto foram eficientes para aumentar o momento resistente e reduzir deslocamentos em serviço.

**Palavras-chave:** Vigas mistas de aço e concreto; Protensão externa; Laje mista com forma de aço incorporada; Análise experimental; Análise numérica.

## ABSTRACT

Steel-concrete composite beams composed by an association of steel profile with conventional concrete slab or with profiled sheeting are widely used as a structural solution with familiar construction technology. The use of external prestressing in the steel profile can improve the performance of composite beams, increasing their resistance and reducing deflections. However, despite the advantages mentioned, studies or reports involving the application of prestressing technology in composite structures are rare, and in the case of externally prestressed composite beams with profiled sheeting, there are no references available. In this context, the present work aims to investigate the behavior of simply supported externally prestressed steel-concrete composite beams under positive bending moment, through the development of experimental, numerical and analytical studies. Initially, a bibliometric analysis and literature review were conducted on works involving prestressed steel-concrete composite beams, to identify the main knowledge gaps in the area. Then, an analytical methodology for the analysis and design of prestressed composite beams was presented, in addition to the explanation of constructive aspects inherent to the system. Furthermore, numerical models that to adequately simulate the behavior of prestressed steel-concrete composite beams were assembled and calibrated. Then, an experimental program consisting of two prestressed composite beams with straight and draped tendon profiles and a reference beam without prestressing was developed. Finally, a parametric study was carried out to characterize the behavior and influence of several variables in the system, such as: positioning and shape of tendons, initial prestressing force, beam and tendons length and type of steel profile. The results showed that the presented analytical methodology and the proposed numerical model were adequate to predict the behavior of prestressed composite steel-concrete beams and presented a good approximation with the experimental results. The results also confirmed that the use of external prestressing in composite steel and concrete beams was efficient to increase the resistant moment and reduce deflections under service loads.

**Key-words:** Steel-concrete composite beams; External prestressing; Profiled sheeting; Experimental investigation; Numerical investigation.

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>8</b>
1.1	JUSTIFICATIVAS .....	10
1.2	OBJETIVOS .....	11
1.3	SÍNTESE DA METODOLOGIA .....	12
1.4	DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS.....	15
<b>2.</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>16</b>
2.1	ANÁLISE BIBLIOMÉTRICA .....	16
2.2	VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA .....	23
2.3	ESTUDOS EXPERIMENTAIS.....	25
2.3.1	<i>VIGAS SUBMETIDAS A MOMENTO FLETOR POSITIVO.....</i>	<i>25</i>
2.3.2	<i>VIGAS SUBMETIDAS A MOMENTO FLETOR NEGATIVO.....</i>	<i>38</i>
2.4	ESTUDOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS .....	46
2.5	APLICAÇÕES DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA.....	49
2.6	SÍNTESE DO CAPÍTULO .....	54
<b>3.</b>	<b>DIMENSIONAMENTO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA.....</b>	<b>55</b>
3.1	PREMISSAS DE DIMENSIONAMENTO.....	55
3.2	PROTENSÃO EXTERNA NA VIGA MISTA.....	57
3.3	METODOLOGIAS DE EXECUÇÃO .....	60
3.4	VERIFICAÇÕES DO SISTEMA DE PROTENSÃO.....	63
3.4.1	<i>FORÇA DE PROTENSÃO INICIAL.....</i>	<i>64</i>
3.4.2	<i>ESCOLHA DO TRAÇADO DOS CABOS.....</i>	<i>65</i>
3.4.3	<i>INCREMENTO NA FORÇA DE PROTENSÃO .....</i>	<i>66</i>
3.4.4	<i>PERDAS DE PROTENSÃO.....</i>	<i>75</i>
3.5	RESISTÊNCIA DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA.....	76
3.5.1	<i>RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR PARA A VIGA MISTA PROTENDIDA</i>	

3.5.2	<i>RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR PARA A VIGA DE AÇO PROTENDIDA</i> .....	82
3.5.3	<i>FLEXO-COMPRESSÃO</i> .....	83
3.5.4	<i>ESFORÇO CORTANTE</i> .....	84
3.5.5	<i>FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO</i> .....	87
3.6	ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO .....	92
3.6.1	<i>DETERMINAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS</i> .....	92
3.6.2	<i>VERIFICAÇÃO DA ARMADURA DA LAJE</i> .....	93
3.6.3	<i>CONTROLE DE FISSURAS NO CONCRETO</i> .....	95
3.7	APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO ANALÍTICO.....	96
3.8	ASPECTOS CONSTRUTIVOS DO SISTEMA DE PROTENSÃO .....	101
3.9	SÍNTESE DO CAPÍTULO.....	104
<b>4.</b>	<b>MODELAGEM NUMÉRICA</b> .....	<b>105</b>
4.1	GEOMETRIA, ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS E DISCRETIZAÇÃO DA MALHA	105
4.2	MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS.....	108
4.3	DEFINIÇÃO DAS VINCULAÇÕES E RESTRIÇÕES .....	115
4.3.1	<i>VINCULAÇÃO ENTRE O PERFIL DE AÇO E A LAJE</i> .....	115
4.3.2	<i>VINCULAÇÃO ENTRE O STEEL DECK E A LAJE DE CONCRETO</i> .....	115
4.3.3	<i>VINCULAÇÃO ENTRE AS ARMADURAS PASSIVAS E A LAJE DE CONCRETO</i> <i>116</i>	
4.3.4	<i>VINCULAÇÃO ENTRE OS CONECTORES E A LAJE DE CONCRETO</i> .....	116
4.3.5	<i>VINCULAÇÃO ENTRE OS CONECTORES E O PERFIL DE AÇO</i> .....	117
4.3.6	<i>CONTATO ENTRE OS CABOS DE PROTENSÃO E OS DESVIADORES E ENRIJECEDORES DO PERFIL DE AÇO</i> .....	118
4.3.7	<i>CONTATO ENTRE OS CABOS DE PROTENSÃO E A CHAPA DE ANCORAGEM</i> .....	118
4.3.8	<i>CONDIÇÕES DE CONTORNO</i> .....	119
4.4	ETAPAS DE APLICAÇÃO DOS CARREGAMENTOS .....	119
4.5	VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO .....	120
4.6	SÍNTESE DO CAPÍTULO.....	131
<b>5.</b>	<b>PROGRAMA EXPERIMENTAL</b> .....	<b>133</b>
5.1	DETALHAMENTO DOS MODELOS.....	133



5.2	MONTAGEM DOS MODELOS .....	140
5.3	CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS .....	146
5.3.1	<i>AÇO</i> .....	146
5.3.2	<i>CONCRETO</i> .....	147
5.4	INSTRUMENTAÇÃO .....	148
5.5	PROCEDIMENTO DE ENSAIO .....	152
5.5.1	<i>EXECUÇÃO DA PROTENSÃO</i> .....	156
5.5.2	<i>ENSAIO DE FLEXÃO</i> .....	159
5.6	SÍNTESE DOS RESULTADOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS PARA OS MODELOS EXPERIMENTAIS .....	160
5.6.1	<i>VMC</i> .....	160
5.6.2	<i>VMPR</i> .....	163
5.6.3	<i>VMPP</i> .....	166
5.6.4	<i>COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS</i> .....	169
5.7	SÍNTESE DO CAPÍTULO .....	171
<b>6.</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>172</b>
6.1	RESULTADOS EXPERIMENTAIS VMC .....	172
6.2	RESULTADOS EXPERIMENTAIS VMPR .....	178
6.3	RESULTADOS VMPP .....	187
6.4	COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS .....	197
6.5	SÍNTESE DO CAPÍTULO .....	209
<b>7.</b>	<b>ESTUDO PARAMÉTRICO .....</b>	<b>210</b>
7.1	MODELOS DO ESTUDO PARAMÉTRICO .....	210
7.2	RESULTADOS E DISCUSSÕES DO ESTUDO PARAMÉTRICO .....	216
7.2.1	<i>INFLUÊNCIA DO TRAÇADO DOS CABOS</i> .....	216
7.2.2	<i>INFLUÊNCIA DA EXCENTRICIDADE DOS CABOS</i> .....	220
7.2.3	<i>INFLUÊNCIA DA FORÇA DE PROTENSÃO INICIAL</i> .....	222
7.2.4	<i>INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DOS CABOS</i> .....	224
7.2.5	<i>INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DA VIGA</i> .....	225
7.2.6	<i>INFLUÊNCIA DA PROTENSÃO NA INTERFACE AÇO-CONCRETO</i> .....	227
7.3	MÉTODO ANALÍTICO .....	228
7.4	SÍNTESE DO CAPÍTULO .....	230

<b>8. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>231</b>
8.1 CONCLUSÕES .....	231
8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	234
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>235</b>
<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>243</b>

# 1. INTRODUÇÃO

O uso do aço na construção civil no Brasil vem sendo cada vez mais difundido. O material pode ser utilizado de diferentes maneiras, e destaca-se sua ampla utilização em estruturas de pontes, viadutos, grandes cobertas, torres de transmissão, plataformas marítimas, silos, nos edifícios de diversos fins, entre outras. A construção em aço apresenta diversas vantagens, como a possibilidade de vencer grandes vãos com componentes leves, a facilidade de adaptação a diferentes e complexos projetos arquitetônicos, a redução no peso total da estrutura e consequente redução de custo de fundações. Existem ainda as vantagens associadas ao elevado grau de industrialização das estruturas em aço, onde pode-se citar a grande precisão dimensional, qualidade, segurança, aumento da produtividade, racionalização de mão de obra e de materiais, redução dos prazos de obra e dos custos administrativos, e maior organização do canteiro de obras.

Outra possibilidade para o uso do aço é a associação de perfis de aço com concreto, formando elementos mistos de aço e concreto. Esse tipo de elemento é caracterizado pelo comportamento conjunto do aço e do concreto, o que é possível através da compatibilização das deformações entre os materiais. Estruturas mistas de aço e concreto são extremamente vantajosas, pois os materiais que as compõem são arranjados de forma a aproveitar ao máximo as características mecânicas do aço e do concreto, o que resulta em um elevado desempenho estrutural.

Nesse contexto, vigas mistas de aço e concreto são soluções amplamente utilizadas nas construções atuais. Em estruturas onde utiliza-se o sistema de viga mista, podem ser adotadas diferentes soluções de lajes, como as lajes em concreto maciças ou pré-moldadas, ou lajes mistas com forma de aço incorporada. Com o desenvolvimento da indústria do aço, o sistema de viga mista associada a laje mista com forma de aço incorporada vem sendo amplamente implementada. Esse tipo de sistema possui diversas vantagens, como a redução da armadura nas lajes de concreto, facilidade de montagem, a minimização do uso de formas e a redução de prazos e de mão de obra.

Em paralelo às construções que se utilizam de sistemas mistos de aço e concreto, os sistemas protendidos em estruturas de concreto são soluções comuns nos mais diferentes tipos

de edificações. A técnica da protensão baseia-se no princípio de gerar na estrutura solicitações opostas aos carregamentos atuantes, possibilitando melhorar a sua capacidade resistente e reduzir os deslocamentos em serviço. Essa técnica já é consagrada e amplamente utilizada nas estruturas de concreto. A protensão em vigas de concreto possibilita aumentar sua resistência e sua capacidade de vencer grandes vãos, reduzindo deformações e fissuras no concreto, além de possibilitar o uso de estruturas mais esbeltas, minimizando as interferências nas instalações e no projeto arquitetônico.

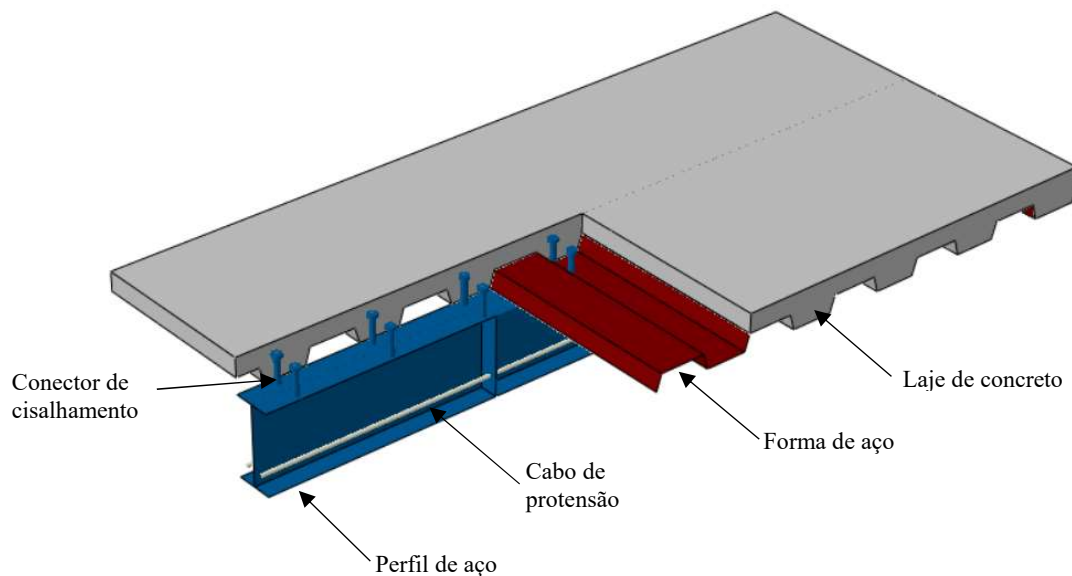
Com base no mesmo conceito, a protensão pode ser utilizada em vigas mistas de aço e concreto, podendo ampliar ainda mais a utilização deste sistema em grandes construções. A protensão em vigas mistas pode possibilitar uma melhoria no desempenho estrutural, aumentando a capacidade resistente e reduzindo deslocamentos, quando comparadas a vigas mistas convencionais. Além da aplicação em estruturas novas, a recuperação e o reforço de estruturas através da aplicação da protensão externa pode ser uma solução muito interessante e vantajosa. Por exemplo, na recuperação de viadutos que apresentem elevado grau de deterioração, causado pela ação das intempéries, ou que necessitem o aumento da resistência devido ao crescimento no fluxo de veículos, a introdução da protensão externa pode ser a solução ideal, pois possibilita o aumento da capacidade resistente e a redução das deflexões, com interferências mínimas no funcionamento do mesmo e com elevada velocidade de execução. Além disso, como os cabos são posicionados externamente ao perfil de aço, o acesso para a realização de uma eventual manutenção, inspeção ou até mesmo para a substituição dos cabos é facilitado.

Entretanto, algumas desvantagens são associadas à aplicação da protensão externa em vigas mistas. Entre elas, destacam-se os processos de deterioração associados a exposição dos cabos às influências ambientais e a susceptibilidade dos cabos à ação do fogo. Porém, esses problemas podem ser minimizados com a utilização de sistemas de proteção. Existem também dificuldades construtivas que podem ser enfrentadas. Por exemplo, quando deseja-se aplicar a protensão em vigas contínuas, é possível que haja interferências dos cabos na região dos apoios. No entanto, a utilização de protensões localizadas pode ser uma solução para estas dificuldades.

A Figura 1.1 mostra uma configuração de viga mista protendida, composta por perfil de aço tipo I associado a laje mista com forma de aço incorporada, por meio de conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça e com um sistema de protensão externa. A protensão é composta por dois cabos, com traçado retilíneo, posicionados lateralmente à alma do perfil, e ligados ao perfil de aço por meio de chapas de ancoragem. Os cabos de protensão podem ainda

assumir um traçado poligonal, e podem ter a sua excentricidade aumentada, sendo posicionados abaixo da mesa inferior por meio de desviadores.

**Figura 1.1: Viga mista protendida formada por perfil de aço tipo I e laje mista com forma de aço incorporada**



Fonte: Autora (2023)

Não existem procedimentos normativos específicos para análise e dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão, além de existirem poucos estudos sobre o comportamento desse sistema, especialmente experimentais. Nesse contexto, o presente trabalho destina-se à investigação teórica e experimental do comportamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa.

## 1.1 JUSTIFICATIVAS

Apesar das vantagens já mencionadas, são raros os exemplos de aplicação de protensão em vigas mistas de aço e concreto. Por outro lado, no Brasil estruturas mistas de aço e concreto são amplamente utilizadas. O uso da protensão em estruturas de concreto também é usual, e os setores de construção e de projeto já dominam a tecnologia da protensão. Assim, observa-se que o Brasil possui a tecnologia necessária para utilizar o sistema de estruturas mistas de aço e

concreto com protensão externa, porém é necessário ampliar a investigação do comportamento dessas estruturas.

Com base no potencial do país em aplicar o sistema de vigas mistas de aço e concreto protendidas e na sua eficiência, justifica-se o desenvolvimento de pesquisas relacionadas ao estudo do seu comportamento. Sendo assim, esta pesquisa se propõe a contribuir para difundir a solução de vigas mistas de aço e concreto protendidas, avaliando o comportamento estrutural deste sistema construtivo, utilizando materiais e parâmetros de projeto usuais no Brasil, por meio de investigações teóricas e experimentais.

Destaca-se que existem poucos estudos experimentais em vigas mistas protendidas e dentre eles não há nenhum utilizando a associação de perfis de aço com lajes mistas com forma de aço incorporada. O caráter pioneiro dos experimentos propostos neste estudo demonstra a importância e relevância da contribuição desta pesquisa dentro dos estudos na área de Estruturas e Construção Civil.

## **1.2 OBJETIVOS**

O principal objetivo desta pesquisa foi estudar o comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto protendidas submetidas a momentos fletores positivos, por meio de análises teóricas e experimentais. A partir do objetivo geral, tem-se os seguintes objetivos específicos:

- Apresentar um procedimento analítico para o dimensionamento e verificação de vigas mistas de aço e concreto protendidas;
- Propor uma metodologia para a simulação numérica que represente o comportamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa, aferida por meio de comparação com resultados disponíveis na literatura além dos próprios ensaios aqui propostos;
- Analisar por meio de um programa experimental o comportamento de vigas mistas biapoiadas compostas por perfil em aço e laje mista com forma de aço incorporada, principalmente no que diz respeito ao momento resistente, comportamento em serviço e modos de falha;

- Desenvolver um estudo paramétrico por meio de análises numéricas, investigando o comportamento das variáveis intervenientes no comportamento do sistema de vigas mistas de aço e concreto protendidas.

### 1.3 SÍNTESE DA METODOLOGIA

A metodologia para desenvolvimento deste trabalho consiste nas seguintes etapas: revisão bibliográfica; apresentação do equacionamento para o dimensionamento analítico de vigas mistas protendidas; proposta dos parâmetros de modelagem numérica, com validação da mesma; proposta e análises dos modelos físicos para investigação experimental; estudo comparativo entre os resultados teóricos e experimentais; análise paramétrica, realizadas através da extrapolação dos resultados.

Para a investigação analítica das vigas mistas de aço e concreto protendidas, foi apresentado um roteiro de dimensionamento a partir do ajuste do equacionamento apresentado pela ABNT NBR 8800 (2008) para vigas mistas de aço e concreto convencionais, além da apresentação de verificações adicionais necessárias com a inclusão da protensão.

Na sequência, foi proposta uma metodologia de modelagem de vigas mistas protendidas, tanto para vigas mistas formadas de perfil de aço e laje de concreto quanto para vigas mistas formadas por perfil de aço associado a laje mista com forma de aço incorporada utilizando o método dos elementos finitos através do *software* ABAQUS. Na modelagem proposta foram definidos os elementos finitos, geometria e configuração da malha utilizadas, os modelos constitutivos dos materiais adotados, as definições das vinculações e restrições e as etapas de aplicação dos carregamentos. A abordagem utilizada na modelagem numérica foi então validada através da comparação dos modelos com trabalhos experimentais disponíveis na literatura. Os experimentos utilizados nessa comparação eram formados apenas por vigas mistas de aço e concreto protendidas formadas pela associação de perfil tipo I com laje maciça de concreto, biapoiadas e submetidas a momento fletor positivo, já que não existem experimentos em vigas mistas de aço e concreto protendidas utilizando laje mista com forma de aço incorporada.

Para o estudo experimental foram propostos três modelos de vigas mistas com vão de 4500 mm, sendo uma viga de controle sem protensão e as demais com a presença de protensão, variando-se as configurações dos cabos. Na Tabela 1.1 é mostrado um resumo das configurações das vigas mistas que compõem o programa experimental.

**Tabela 1.1: Resumo do programa experimental**

Modelo	Comprimento total da viga (mm)	Vão (mm)	Traçado do cabo	Excentricidade do cabo (mm)	Força de protensão inicial total (kN)	Largura da laje (mm)	Altura total da laje (mm)	Perfil
VMC			-	-	-			
VMPR	4744	4500	Retilíneo	50	220	1200	110	VS
VMPP			Poligonal					250x24

Fonte: Autora (2023)

Nos ensaios, as vigas foram carregadas por meio de atuador em ensaio de flexão a 4 pontos, submetendo as vigas biapoiadas a momentos fletores positivos. Foi adotada a metodologia de pós-tração, onde a protensão inicial foi aplicada após a concretagem das lajes, quando as vigas já eram constituídas pela associação entre laje mista com forma de aço incorporada e perfil de aço. Foram então posicionados uma série de extensômetros para medições de deformações em pontos de interesse, distribuídos na laje, mesas e alma do perfil de aço e cabos de protensão. Foram também utilizados transdutores de deslocamento na seção central da viga e nas extremidades da viga, sendo esses últimos utilizados para medir o deslocamento relativo entre a laje e o perfil de aço. Na sequência, os resultados experimentais foram analisados e comparados com as previsões numéricas e os resultados obtidos pela metodologia analítica. A análise dos resultados experimentais permitiu avaliar o comportamento das vigas e determinar a capacidade resistente do sistema. Além disso, os resultados experimentais foram utilizados para confrontar os resultados obtidos com os modelos numéricos.

Com base no modelo numérico proposto, foi realizada uma análise paramétrica visando compreender melhor os parâmetros que influenciam diretamente o comportamento das vigas mistas protendidas. Foram montados uma série de 30 modelos numéricos de vigas mistas de aço e concreto protendidas e modelos sem protensão para controle, simulando ensaios de flexão em quatro pontos em vigas biapoiadas. Foram variados os comprimentos dos vãos e dos cabos, os traçados e excentricidades dos cabos, a força de protensão inicial, a altura e largura das lajes de concreto e o tipo de perfil de aço adotado. A Tabela 1.2 mostra as variáveis investigadas no estudo paramétrico.



Tabela 1.2: Resumo das variáveis do estudo paramétrico

Vão (mm)	Comprimento dos cabos (mm)	Traçado do cabo	Excentricidade do cabo (mm)	Força de protensão inicial total (kN)	Largura da laje (mm)	Altura da laje (mm)	Perfil
45000	-	-	-	-	1200	100	VS 250 x 24
	4500	Retilíneo	50	220			
	1500						
	3700						
	4500		-50				
	1500						
	4500						
	4500	Poligonal	50	220			
			300				
			220				
8000	-	-	-	-	2000	100	VS 250 x 24
	8000	Retilíneo	50	220			
	5000						
	7200						
	8000		-50				
	5000						
	8000						
	8000	Poligonal	50	220			
			300				
			220				
16000	-	-	-	-	3000	150	VS 450 x 60
	16000	Retilíneo	50	220			
				300			
		Poligonal		600			
	300						
20000	-	-	-	-	3000	150	VS 600 x 95
	20000	Retilíneo	50	220			
				300			
		Poligonal		600			
	300						

Fonte: Autora (2023)

Por fim, com base nos resultados experimentais e numéricos, foram elaboradas as conclusões sobre o comportamento das vigas mistas de aço e concreto protendidas.

## 1.4 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS

O presente trabalho está dividido em oito capítulos.

O Capítulo 1 contextualiza a problemática abordada neste trabalho, além de mostrar os seus objetivos, justificativas e um resumo da metodologia aplicada.

O Capítulo 2 traz uma revisão de literatura, com uma análise bibliométrica que identifica os principais trabalhos desenvolvidos na temática de vigas mistas de aço e concreto protendidas e com um detalhamento dos trabalhos mais relevantes. São mostrados também exemplos práticos de aplicação de vigas mistas de aço e concreto protendidas.

O Capítulo 3 mostra os procedimentos analíticos para análise e dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas.

O Capítulo 4 aborda uma proposta de modelagem numérica em vigas mistas de aço e concreto protendidas, além de aferições do modelo numérico com resultados experimentais disponíveis na literatura.

O Capítulo 5 detalha as três vigas mistas de aço e concreto ensaiadas no programa experimental, sendo uma convencional e duas protendidas. São apresentadas as geometrias dos modelos e caracterização dos materiais adotados, além de detalhes construtivos, da instrumentação e da montagem dos experimentos.

O Capítulo 6 expõe os resultados obtidos com a realização dos experimentos, além de comparar o comportamento e capacidade resistente dos modelos experimentais com as previsões numéricas e analíticas.

O Capítulo 7 mostra o estudo paramétrico desenvolvido com base no modelo numérico proposto. Nesse estudo foram montados uma série de modelos de vigas mistas de aço e concreto protendidas, variando parâmetros de interesse e identificando por meio de comparação dos resultados os principais parâmetros que influenciaram no comportamento dos modelos.

O Capítulo 8 mostra as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

O Apêndice A mostra a planilha desenvolvida para dimensionamento analítico.

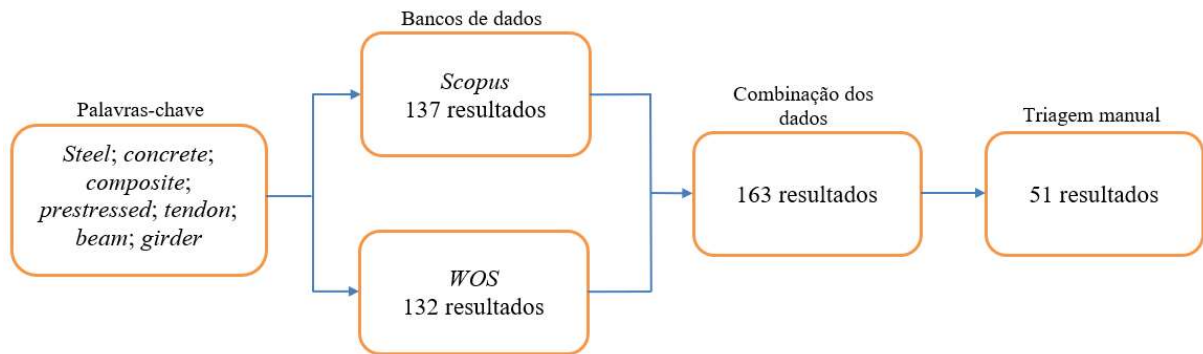
## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica sobre vigas mistas protendidas, necessária para contextualizar o cenário de desenvolvimento deste trabalho. Inicialmente foi realizada uma análise bibliométrica, que embasou a seleção dos trabalhos mais pertinentes para a pesquisa. Feito isso, o sistema de viga mista de aço e concreto protendida foi contextualizado e na sequência são mostradas as principais pesquisas que se destinam a compreender o comportamento mecânico de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa, tanto experimentais quanto numéricas, a partir da triagem feita na análise bibliométrica. Além disso, são mostrados exemplos práticos da aplicação de vigas mistas protendidas.

### 2.1 ANÁLISE BIBLIOMÉTRICA

Com o objetivo de identificar os principais artigos disponíveis na literatura científica internacional que abordassem sobre a temática de vigas mistas de aço e concreto protendidas, especialmente as experimentais, foi realizada uma busca por artigos nas bases de dados *Web of Science* (WoS) e *Scopus*, a partir do ano de 1985 e atualizada até agosto de 2023. O fluxograma do processo de busca dos trabalhos é exposto na Figura 2.1. Foram utilizadas combinações das seguintes palavras chaves: *steel; concrete; composite; prestressed, tendon, beam, girder*. A busca resultou em 137 artigos na *Scopus* 132 artigos na *Web of Science*. Os arquivos com os resultados foram exportados para o *R Studio* e combinados para exclusão dos trabalhos repetidos, a partir do pacote *Bibliometrix* do R. A partir desse processo, resultaram um total de 163 artigos. Feito isso, os artigos foram selecionados por meio de leitura, excluindo um total de 112 artigos fora do contexto do estudo. Após a triagem, restaram apenas 51 artigos alinhados com a temática abordada neste estudo, das vigas mistas de aço e concreto com protensão externa.

**Figura 2.1: Fluxograma do processo de busca**



Fonte: Autora (2023)

No processo de triagem, alguns dos principais pontos de rejeição dos trabalhos foram:

- Trabalhos que utilizaram protensão com fibras de CFRP;
- Trabalhos que investigaram o comportamento de outros elementos (pilares, ligações);
- Trabalhos que estudaram outros tipos de materiais compósitos;
- Trabalhos com protensão externa ou interna nos elementos de concreto;
- Trabalhos em elementos não protendidos;
- Trabalhos em situação de incêndio;
- Trabalhos apenas com o título em inglês e o desenvolvimento em outras línguas.

Dentro dos artigos selecionados na Tabela 2.1 são mostrados os 10 trabalhos mais citados. Dentro desses 10 artigos mais citados, 7 possuem resultados experimentais e 3 deles apenas investigações analíticas ou numéricas. Há trabalhos tanto em vigas biapoiadas submetidas a momentos fletores positivos, quanto em vigas contínuas com o desenvolvimento de momentos negativos. De maneira geral, os trabalhos experimentais relatam o comportamento das vigas mistas de aço e concreto protendidas submetidas à carregamentos estáticos por meio de ensaios de flexão, enquanto os trabalhos analíticos ou numéricos mostram metodologias para previsão do comportamento dos elementos por meio de modelagem numérica ou equacionamentos para prever a capacidade de carga das vigas e incremento nas forças de protensão desenvolvidas nos cabos. Em todos os trabalhos selecionados, a viga mista de aço e concreto protendida era composta de perfil de aço associado à laje de concreto. Não

há trabalhos que estudem a configuração de viga mista de aço e concreto com perfil associado à laje mista com forma de aço incorporada.

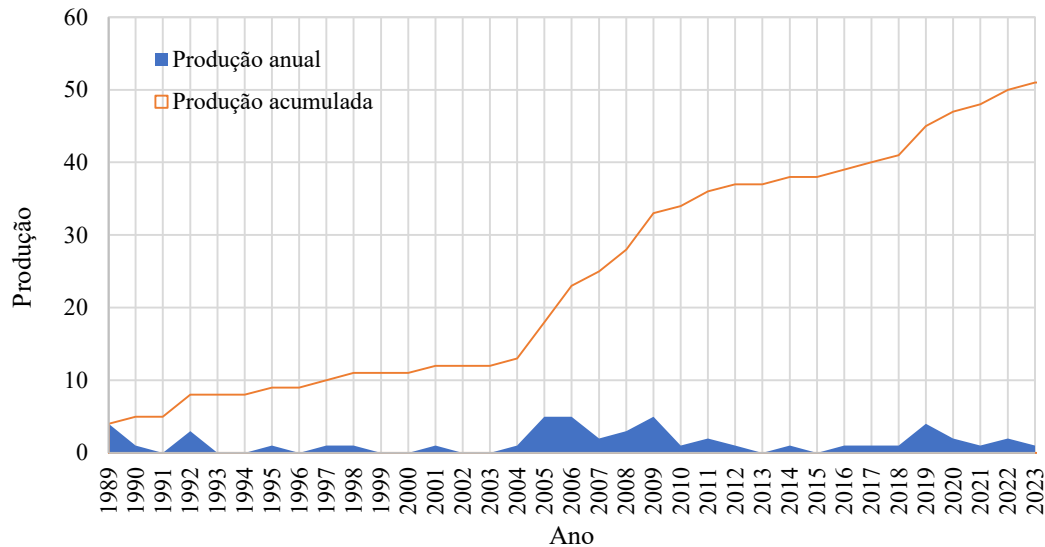
**Tabela 2.1: Lista dos 10 artigos mais citados na busca**

<b>Autores e ano</b>	<b>Título do trabalho</b>	<b>Número de citações</b>
Lorenc e Kubica (2006)	<i>Behavior of composite beams prestressed with external tendons: Experimental study</i>	81
Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)	<i>Prestressed composite girders under positive moment</i>	75
Chen (2005)	<i>Experimental study of prestressed steel–concrete composite beams with external tendons for negative moments</i>	74
Chen e Jia (2010)	<i>Numerical investigation of inelastic buckling of steel–concrete composite beams prestressed with external tendons</i>	63
Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b)	<i>Experimental study of prestressed composite beams</i>	62
Chen e Gu (2005)	<i>Load carrying capacity of composite beams prestressed with external tendons under positive moment</i>	62
Nie, Cai, Zhou e Li (2007)	<i>Experimental and analytical study of prestressed steel–concrete composite beams considering slip effect</i>	59
Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1992b)	<i>Prestressed composite girders. 2: Analytical study for negative moment</i>	57
Chen, Wang e Jia (2009)	<i>A comparative study of continuous steel–concrete composite beams prestressed with external tendons: Experimental investigation</i>	56
Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989a)	<i>Analytical study of prestressed composite beams</i>	50

Fonte: Autora (2023)

A partir dos resultados selecionados foi realizado um levantamento da produção anual e acumulada dos artigos (Figura 2.2), a partir do ano de 1989, onde foi identificado o primeiro registro dentro do intervalo definido, até 2023, onde é possível perceber uma constante relevância da temática ao longo desses anos.

**Figura 2.2: Produção anual e acumulada das publicações sobre vigas mistas de aço e concreto protendidas**



Fonte: Autora (2023)

Dentro dos artigos triados, foi realizado um levantamento das revistas com maior número de publicações sobre vigas mistas de aço e concreto protendidas, onde o *Journal of Structural Engineering* e o *Journal of Constructional Steel Research* são as revistas que aparecem de forma mais expressiva na busca, com 17 e 11 publicações em cada uma, respectivamente. O resumo desse levantamento é mostrado na Tabela 2.2 e as demais revistas onde estão distribuídas o restante das publicações não mostradas na tabela, com uma publicação em cada, não foram mencionadas.

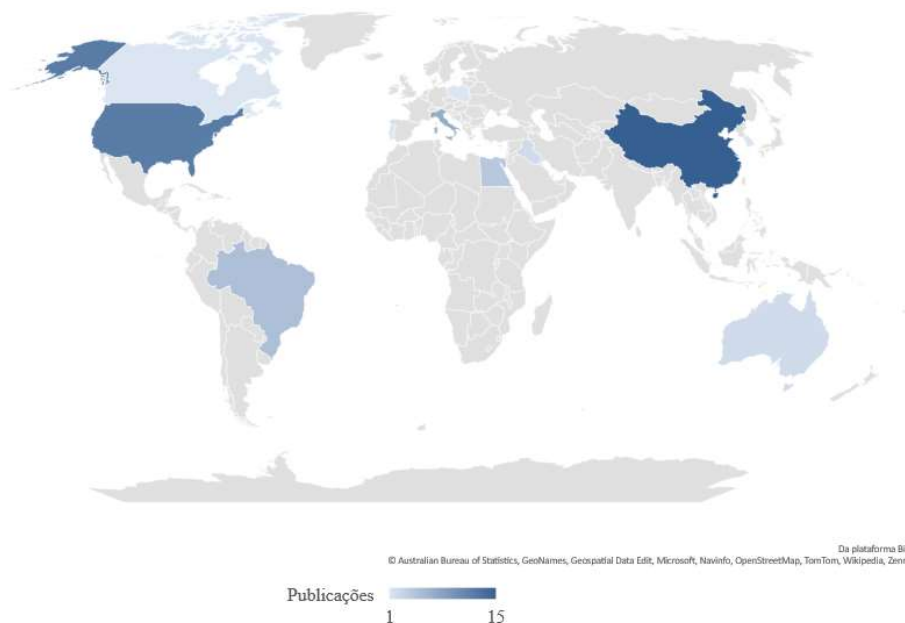
**Tabela 2.2: Revistas com maior número de publicações sobre vigas mistas de aço e concreto protendidas**

Revista	Número de publicações
<i>Journal of Structural Engineering</i>	17
<i>Journal of Constructional Steel Research</i>	11
<i>Structural Engineering and Mechanics</i>	2
<i>Journal of Bridge Engineering</i>	2
<i>Engineering Structures</i>	2

Fonte: Autora (2023)

A Figura 2.3 mostra a distribuição dos países dos autores das 51 publicações selecionadas sobre vigas mistas de aço e concreto protendidas. A China apresenta o maior número de publicações, com um total de 15. Em seguida, os Estados Unidos possuem 12 publicações. Na sequência, a Itália aparece com 7 publicações, seguida do Brasil, com 5. Os demais países que aparecem na seleção são Egito (4), Iraque (2), Austrália (2), Coreia do Sul (1), Portugal (1), Canadá (1) e Polônia (1).

**Figura 2.3: Distribuição dos países dos autores das publicações sobre vigas mistas de aço e concreto protendidas**



Fonte: Autora (2023)

Os 5 trabalhos de autores brasileiros mais relevantes sobre vigas mistas de aço e concreto protendidas com seu número de citações são listados na Tabela 2.3. Ressalta-se a relevância do Brasil no contexto mundial da temática, onde o segundo artigo mais citado dentre os trabalhos do país, com 14 citações registradas até setembro de 2023 no artigo “*Parametric analysis of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons*”, além da única publicação experimental sobre a temática no país e única publicação mundial do sistema de viga mista protendida associada com laje mista tipo *steel deck*, com o trabalho “*Experimental study of prestressed steel-concrete composite beams with profiled steel decking*” são parte desta pesquisa.

**Tabela 2.3: Publicações de autores brasileiros mais relevantes sobre vigas mistas de aço e concreto protendidas**

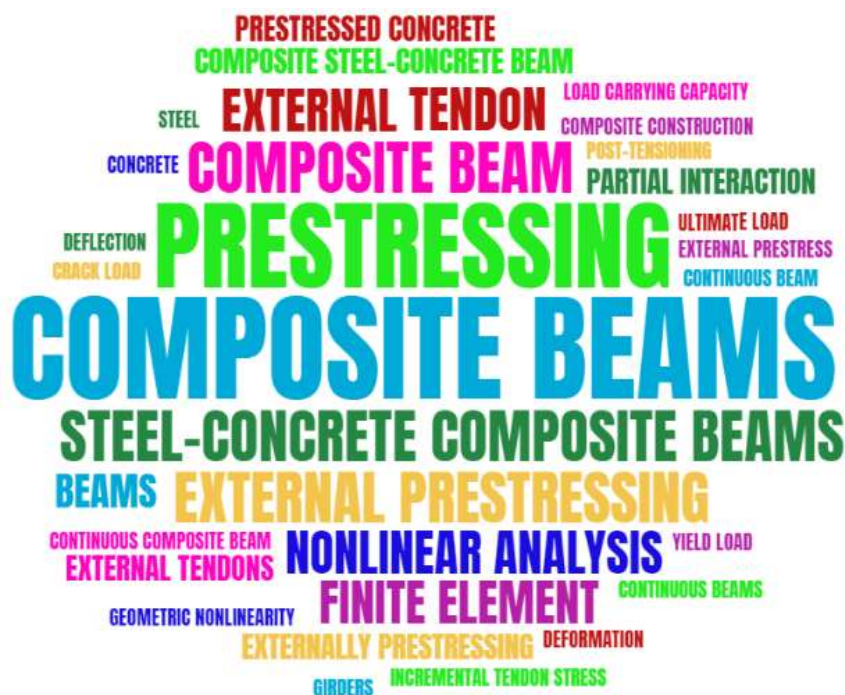
<b>Autores</b>	<b>Título do trabalho</b>	<b>Número de citações</b>
Moscoso, Tamayo e Morsch (2017)	<i>Numerical simulation of external pre-stressed steel-concrete composite beams</i>	16
Almeida, Souza, Albuquerque e Rossi (2022)	<i>Parametric analysis of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons</i>	14
Souza Jr. et al. (2019)	<i>Finite element model for post-tensioned steel-concrete composite beams with partial interaction</i>	8
Almeida, Souza e Albuquerque (2022)	<i>Experimental study of prestressed steel-concrete composite beams with profiled steel decking</i>	5
Tamayo et al. (2019)	<i>Some aspects of numerical modeling of steel-concrete composite beams with prestressed tendons</i>	4

Fonte: Autora (2023)

A Figura 2.4 mostra uma nuvem de palavras incluindo as palavras-chave mais recorrentes nos 51 trabalhos selecionados. Os termos mais citados são mais óbvios, como “*composite beams*” e “*composite beam*”, “*prestressing*”, “*external prestressing*”, “*external tendon*”, “*nonlinear analysis*”. Além desses, apareceram com recorrência também termos como “*partial interaction*”, “*incremental tendon stress*”, “*load carrying capacity*” e “*continuous composite beams*”, que indicam que alguns estudos utilizaram diferentes níveis de interação na seção mista, outros focaram no desenvolvimento dos incrementos nas forças de protensão e na capacidade de carga, além de existirem diversos trabalhos considerando sistemas de vigas mistas de aço e concreto protendidas contínuas.



Figura 2.4: Nuvem de palavras considerando as palavras-chave mais frequentes



Fonte: Autora (2023)

Com a análise bibliométrica foi possível identificar que existem alguns trabalhos experimentais importantes em vigas mistas de aço e concreto protendidas tanto em vigas biapoiadas submetidas a momentos fletores positivos quanto em vigas contínuas, onde ocorrem também momentos negativos. Todavia, em sua grande maioria os trabalhos são de natureza numérica ou analítica, onde foram propostas diferentes metodologias para prever o comportamento dos elementos, sua capacidade resistente, tensões, deformações, incrementos nas forças de protensão, entre outros parâmetros. Há também estudos considerando diferentes condições de carregamento, como cargas estáticas, cíclicas, e seus efeitos em curto e longo prazo. Quanto à seção transversal da viga mista, há análises em seções compostas de perfis de aço tipo I, perfis de aço com alma corrugada e com alma alveolar; já as lajes da seção mista eram do tipo maciça de concreto em todos os trabalhos presentes no levantamento. Há ainda estudos considerando diferentes níveis de interação na seção mista.

Destaca-se novamente que não foram encontrados trabalhos que investiguem o sistema de viga mista de aço e concreto protendida formado pela associação de perfil de aço tipo I com laje mista com forma de aço incorporada, que é uma das soluções de laje mais adotadas na prática das construções mistas. Além disso, pouco se discutiu a respeito do efeito da protensão em configurações mais diversas de vigas mistas de aço e concreto, como em vigas mais longas,

ou com cabos posicionados em diversos traçados, níveis de protensão e comprimentos. Como o presente trabalho investiga experimentalmente vigas mistas de aço e concreto com protensão externa compostas da associação entre perfil de aço tipo I e laje mista com forma de aço incorporada do tipo *steel deck* de forma inédita, além de propor um modelo numérico capaz de representar adequadamente esse tipo de sistema e de comparar as capacidades resistentes com as previsões analíticas apresentadas e de desenvolver um estudo paramétrico estudando a influência da protensão em diferentes configurações de viga mista de aço e concreto, sua relevância é confirmada e os resultados contribuem diretamente para um avanço no estado da arte.

A partir dos trabalhos identificado na análise bibliométrica, aqueles mais alinhados com a configuração e temática abordada no presente trabalho são discutidos a seguir. No item 2.3 são apresentados os principais estudos experimentais e no item 2.4 os principais estudos analíticos e numéricos.

## **2.2 VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA**

O conceito da protensão baseia-se na ideia de gerar esforços opostos aos esforços atuantes nas estruturas. Devido ao estado de tensões no qual a estrutura é submetida com a ação da protensão, há um equilíbrio nas tensões ao longo das seções, e as estruturas têm seu comportamento e resistência mecânica melhorados. A utilização do sistema de protensão dentro da engenharia estrutural teve início nas estruturas de concreto. Um dos primeiros trabalhos consistentes sobre concreto protendido foi apresentado por Eugène Freyssinet, no ano de 1928, que obteve conclusões importantes sobre a ação dos fenômenos de retração e fluência do concreto na protensão. Já os relatos de estudos teóricos e experimentais sobre a protensão em estruturas de aço foram mais significativos por volta da década de 1950 (Klaiber, Dunker e Sanders, 1981; Troitsky, 1990). Com as primeiras pesquisas sobre o emprego de aço e concreto na construção mista, datada no início do século XX, e com seu desenvolvimento em meados da década de 1950 (Lam, 2002), surgiu o interesse na aplicação da protensão em estruturas mistas de aço e concreto.

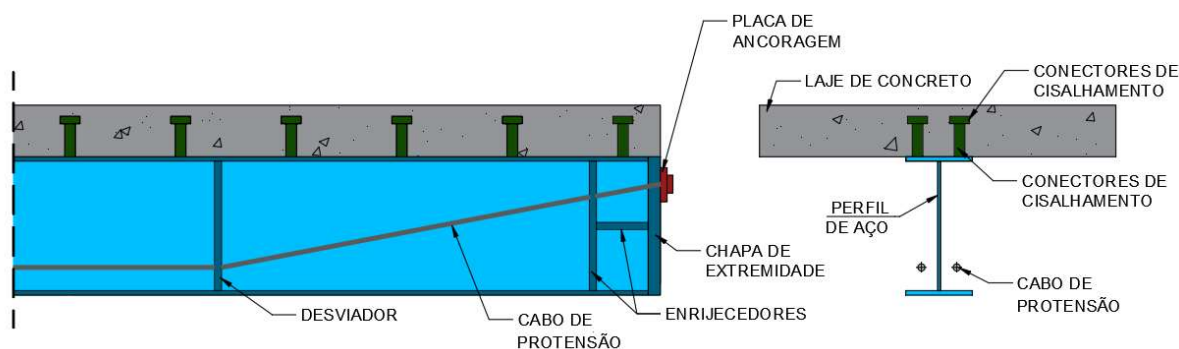
A protensão externa pode ser utilizada em diferentes materiais, e é caracterizada pelo posicionamento dos cabos fora da área ocupada pela seção transversal da estrutura, com a força de protensão transmitida à estrutura por meio de pontos de ancoragem e desviadores, e pela inexistência de aderência entre os cabos e a estrutura, com exceção dos pontos de ancoragem e

desvio. A protensão externa tem como principais vantagens a facilidade na inspeção e manutenção nos cabos, a facilidade construtiva e a possibilidade de utilização na recuperação de estruturas existentes.

Diversos autores vêm estudando o comportamento de vigas de concreto com protensão externa. Entre eles, destacam-se os trabalhos de Harajli (1993), Tan e Ng (1997), Harajli *et al.* (1999), Aparicio *et al.* (2002), Ghallab e Beeby (2005), Tan e Tjandra (2007), Ghallab *et al.* (2012) e Zou *et al.* (2019). Harajli *et al.* (1999) afirmaram que a protensão externa é uma medida extremamente efetiva no aumento da capacidade resistente à flexão, na redução dos deslocamentos em serviço e no controle da fissuração das vigas de concreto. Porém, os autores destacaram que o ganho na resistência com a utilização de protensão externa pode ser acompanhada de uma redução na ductilidade das vigas, pois como os cabos não alcançam a sua tensão de escoamento, a ruptura será por esmagamento do concreto.

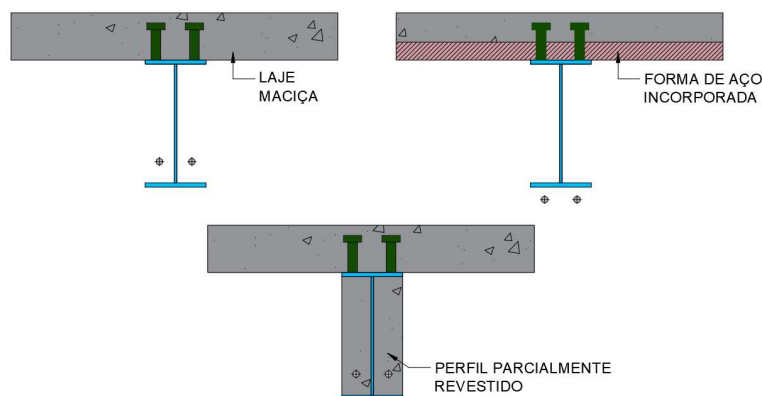
É possível também utilizar a técnica da protensão, já consagrada nas estruturas de concreto, nos elementos mistos de aço e concreto, ampliando suas aplicações na construção. Nas vigas mistas protendidas, podem ser utilizados quaisquer tipos de perfis metálicos, associados ao concreto estrutural. A seção de concreto pode ser a própria laje sobre o perfil, ou pode estar revestindo total ou parcialmente a seção de aço. Os cabos de protensão podem ser posicionados fora da seção transversal ou no interior da mesma. A Figura 2.5 mostra os componentes de uma viga mista com protensão externa e perfil tipo I e a Figura 2.6 algumas alternativas de seções transversais com perfis tipo I, utilizando laje maciça ou mista com forma de aço incorporada, protensão externa posicionada dentro ou fora da projeção do perfil de aço e ainda a opção de perfil parcialmente revestido com protensão interna.

**Figura 2.5: Croqui esquemático de viga mista de aço e concreto protendida**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 2.6: Exemplos de seções transversais**



Fonte: Autora (2023)

Com o crescente interesse no sistema construtivo misto com a aplicação de protensão, diversas pesquisas analíticas, numéricas e experimentais vêm sendo desenvolvidas, com o intuito de entender e caracterizar o comportamento estrutural destes elementos. Entre eles, destacam-se os estudos de Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989a, 1989b, 1989c); Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990, 1992a, 1992b); Safan e Kohoutková (2001); Uy e Craine (2004); Chen (2005); Chen e Gu (2005); Lorenc e Kubica (2006), Xue *et al.* (2008); Choi, Kim e Yoo (2008); Nie *et al.* (2009); Chen, Wang e Jia (2010); Liu *et al.* (2014); Oh *et al.* (2015); Jiang *et al.* (2015); Taoum, Jiao e Holloway (2015).

## 2.3 ESTUDOS EXPERIMENTAIS

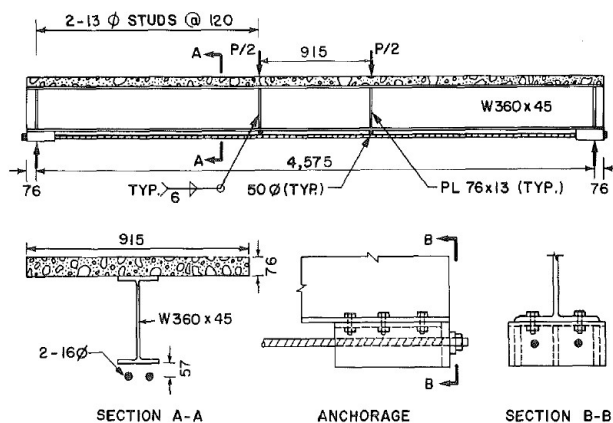
Na sequência são apresentadas as principais pesquisas experimentais disponíveis na literatura em vigas mistas de aço e concreto com perfil tipo I, com protensão externa na viga de aço, submetidas a momentos fletores positivos e negativos.

### 2.3.1 VIGAS SUBMETIDAS A MOMENTO FLETOR POSITIVO

Dentro das pesquisas experimentais que visam entender o comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto protendidas, destaca-se o trabalho de Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b), que ensaiaram uma viga mista de aço e concreto protendida, submetida a momento fletor positivo (Figura 2.7). A viga era composta de perfil laminado, laje maciça de concreto, e a protensão foi aplicada por meio de duas barras *Dywidag*, posicionadas abaixo da

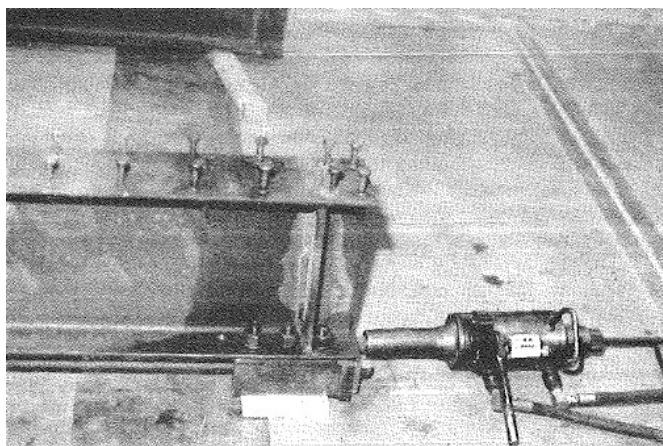
mesa inferior. Cada barra foi tensionada a uma carga de 98 kN, equivalente a 50% da sua resistência. A protensão foi aplicada antes da concretagem da laje (Figura 2.8).

**Figura 2.7: Viga submetida a momento fletor positivo ensaiada por Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b)**



Fonte: Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b)

**Figura 2.8: Aplicação da protensão na viga ensaiada por Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b)**



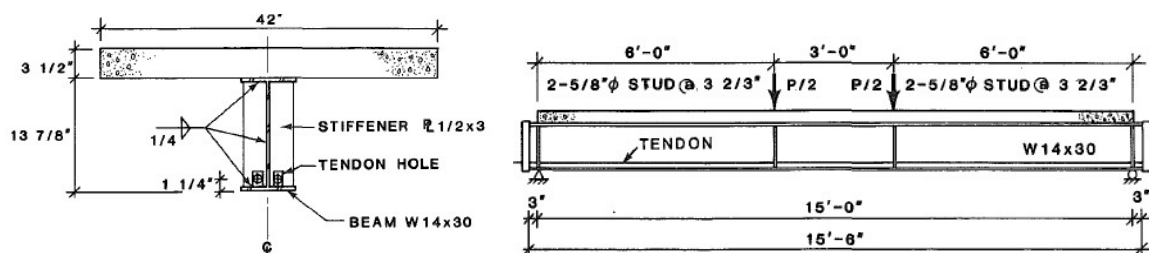
Fonte: Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b)

Os autores concluíram que a inclusão das barras protendidas aumentou a capacidade resistente da viga ensaiada, quando comparada com a previsão da capacidade resistente teórica da viga sem a presença da protensão.

Para avaliar o efeito da pré-tração e pós-tração em vigas mistas protendidas de aço e concreto, Troitsky, Zielinski e Nouraeyan (1989) desenvolveram um estudo analítico e experimental, para o caso de vigas biapoiadas protendidas com cabos retos e poligonais ao longo de todo o comprimento e com cabos retos curtos. Os autores propuseram também modelos analíticos para estimar o incremento de carga nos cabos e as tensões atuantes nas seções. Para validar os modelos analíticos, foram desenvolvidos modelos experimentais com 5792 mm de comprimento, utilizando as metodologias de pré e pós-tração e considerando as configurações mencionadas dos cabos. Os modelos foram carregados com três macacos hidráulicos simulando a carga de um trem-tipo. Os autores verificaram que o equacionamento proposto forneceu resultados satisfatórios de tensões no meio do vão. Além disso, concluíram que o incremento na força inicial de protensão em decorrência da aplicação do carregamento externo chegou a 25% da força inicial, no caso da viga com cabo reto curto.

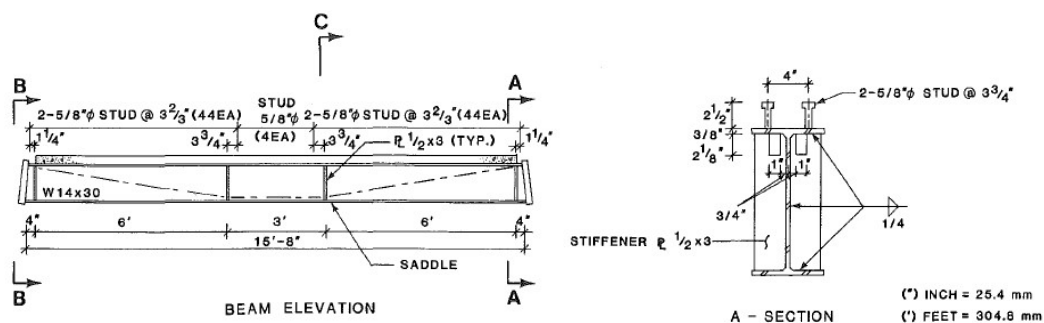
Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990) estudaram o comportamento de vigas mistas protendidas submetidas a momentos fletores positivos, por meio de ensaios em três vigas. A Viga A era composta por protensão aplicada por meio de barras de 16 mm de diâmetro, a Viga B com protensão aplicada por meio de cabos de 15 mm de diâmetro com traçado linear e a Viga C com protensão aplicada também por meio de cabos de 15 mm de diâmetro, porém com traçado poligonal. A Figura 2.9 mostra o projeto das vigas tipo A e tipo B, enquanto a Figura 2.10 mostra o projeto da viga tipo C.

**Figura 2.9: Vigas tipo A e B ensaiadas por Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)**



Fonte: Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)

**Figura 2.10: Viga tipo C ensaiada por Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)**

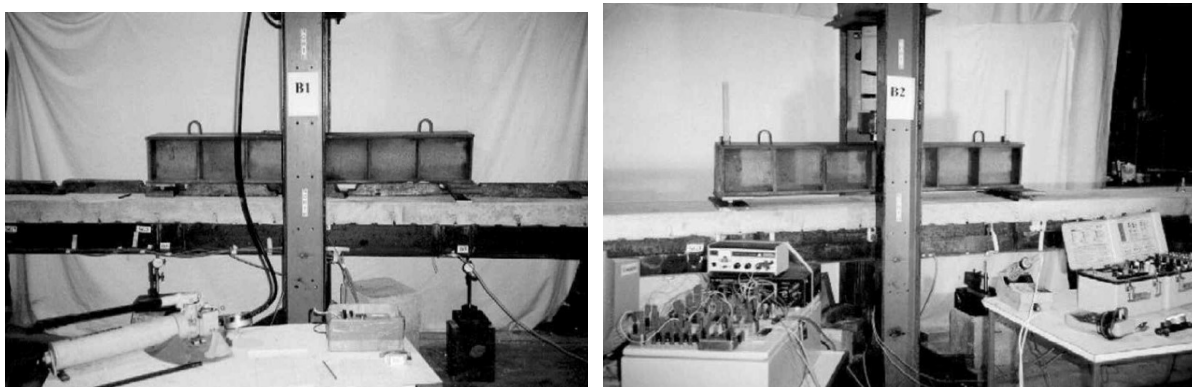


Fonte: Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)

Com os ensaios realizados, Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990) concluíram que a protensão em vigas mistas pode aumentar significativamente a carga na qual ocorre o início do escoamento, quando as mesmas são comparadas com vigas sem protensão. Os autores também recomendam a utilização de cabos ao invés de barras protendidas, em decorrência da elevada resistência dos cabos e conseqüente diminuição no peso do aço protendido utilizado. Foi verificado ainda que o traçado poligonal nos cabos aumenta a ductilidade da viga, quando comparada com a viga com cabos em traçado linear. O mecanismo de falha identificado nas vigas foi o esmagamento do concreto em decorrência da compressão excessiva.

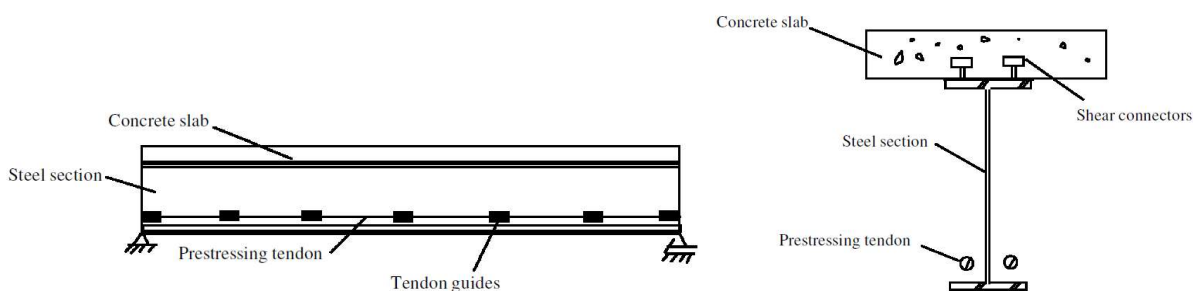
Uy e Craine (2004) realizaram experimentos em duas vigas mistas biapoiadas, com mesma geometria, sendo uma com seção transversal convencional e a outra com presença de protensão (Figura 2.11). A tensão de escoamento era de 375 MPa para os perfis de aço e de 1562 MPa para os cabos de protensão. As lajes de concreto apresentaram 32 MPa de resistência à compressão. Cada uma das vigas possuía um vão de 6000 mm e lajes com seção transversal 120 mm de altura por 500 mm de largura (Figura 2.12). A força inicial de protensão foi de 60 kN em cada um dos cabos.

**Figura 2.11: Experimentos de Uy e Craine (2004)**



Fonte: Uy e Craine (2004)

**Figura 2.12: Geometria das vigas ensaiadas por Uy e Craine (2004)**



Fonte: Uy e Craine (2004)

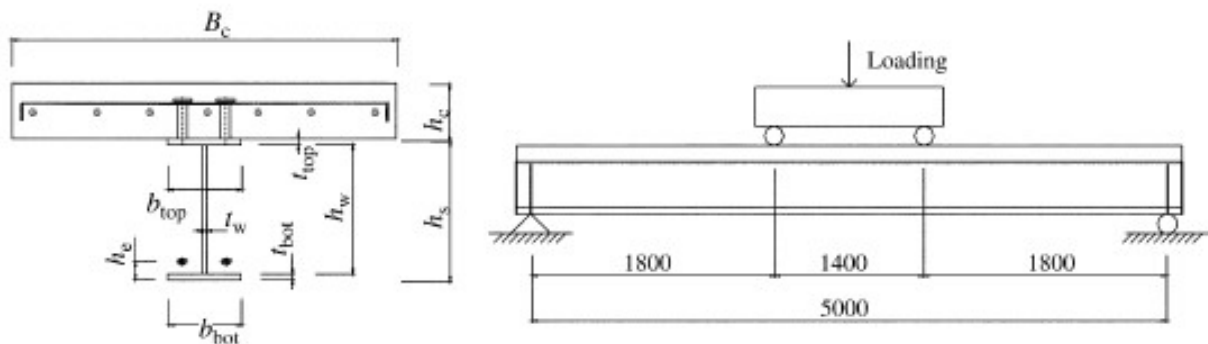
Além dos experimentos, Uy e Craine (2004) realizaram também uma análise numérica, calibrada a partir dos resultados experimentais, e um estudo paramétrico. Nesse estudo, os autores avaliaram a influência dos seguintes parâmetros: dimensões da laje, força inicial de protensão, excentricidade dos cabos, armadura da laje e resistência do concreto. A excentricidade dos cabos e a força inicial de protensão se mostraram os parâmetros mais sensíveis nas análises realizadas. Segundo os autores, um aumento de 15% a 20% na capacidade resistente das vigas mistas pode ser atingido, aplicando uma pequena força de compressão, sem comprometer a ductilidade da viga.

Chen e Gu (2005) realizaram experimentos em duas vigas mistas protendidas sujeitas a momentos fletores positivos. A primeira viga foi testada em duas situações, inicialmente sem a ação da protensão, no qual a viga foi carregada até a mesa inferior do perfil escoar. A viga foi então descarregada. No segundo momento, a viga foi protendida e então carregada até à falha.



A segunda viga foi ensaiada em apenas um estágio, com a presença da protensão. A Figura 2.13 mostra o esquema das vigas ensaiadas por Chen e Gu (2005), que eram compostas por laje de concreto, perfil metálico tipo I e dois cabos de aço protendidos. O comprimento total das vigas era de 5150 mm e foram posicionadas de forma a terem um vão de 5000 mm. A laje possuía comprimento total de 5150 mm e seção transversal de 1100x90 mm e era ligada à mesa superior do perfil por meio de conectores tipo pino com cabeça.

**Figura 2.13: Vista longitudinal e da seção transversal da viga mista protendida biapoiada ensaiada por Chen e Gu (2005)**



Fonte: Chen e Gu (2005)

Duas linhas de conectores de cisalhamento com 16 mm de diâmetro por 65 mm de comprimentos foram posicionados na mesa superior do perfil, com afastamento de 76 mm entre eles de forma simétrica na seção transversal. O espaçamento longitudinal foi de 200 mm. A laje possuía armadura de 8 mm de diâmetro nas duas direções ortogonais. Dois pares de enrijecedores foram fixados às vigas na região dos apoios. A protensão consistia em dois feixes de sete cabos de 5 mm de diâmetro, cada um com seção transversal total de 137,4 mm<sup>2</sup>. Os cabos foram ancorados nas extremidades em duas placas com 25 mm de espessura, 30 mm acima da mesa inferior do perfil, e foram dispostos dos dois lados da alma ao longo de todo o comprimento da viga. As protensões foram aplicadas após o concreto atingir a resistência de projeto (30 MPa). No segundo ciclo de carregamento da primeira viga, a protensão foi aplicada com uma força de 107,6 kN em cada cabo. Na segunda viga, a protensão foi aplicada com uma força inicial de 112,6 kN de cada cabo. As diferenças das forças de protensão foram devido aos erros nas dimensões de cada viga, em relação à viga de referência e à relaxação e às perdas nas ancoragens.

Em cada viga, quatro extensômetros foram posicionados ao longo da alma da viga e dois na mesa inferior, no vão central. Mais três extensômetros foram posicionados embutidos nas armaduras da laje. Os deslocamentos verticais foram medidos por três transdutores de deslocamento, localizados abaixo da mesa inferior a 1/2, 1/4 e 3/4 do vão da viga. Outros dois transdutores foram utilizados para determinar o escorregamento longitudinal entre o perfil metálico e a laje de concreto, nas duas extremidades da viga. O esquema do ensaio realizado por Chen e Gu (2005) é exibido na Figura 2.14.

**Figura 2.14: Experimento realizado por Chen e Gu (2005)**



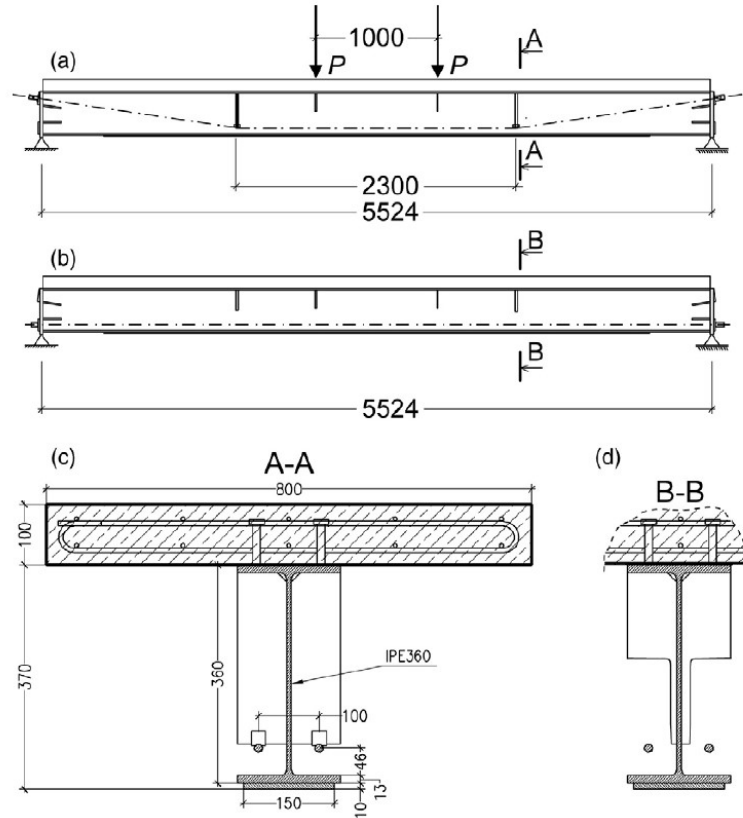
Fonte: Chen e Gu (2005)

A falha nas duas vigas ensaiadas foi governada pela compressão excessiva no concreto, e ocorreu após a ocorrência de fissuras longitudinais significativas na laje. Chen e Gu (2005) concluíram com seus experimentos que a introdução de protensão externa em vigas mistas aumenta significativamente a sua capacidade resistente e reduz as deformações em serviço.

Lorenc e Kubica (2006) estudaram os mecanismos de falha e o comportamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa, através de experimentos em seis vigas simplesmente apoiadas, sujeitas a momentos fletores positivos e carregadas até a falha. Uma das vigas não tinha a presença de protensão, enquanto as outras cinco possuíam diferentes configurações de protensão. Dentre as vigas protendidas, duas foram projetadas com cabos retilíneos, enquanto três possuíam cabos poligonais. A protensão foi aplicada após a

concretagem das lajes (pós-tração). A Figura 2.15 mostra a geometria das vigas ensaiadas pelos autores.

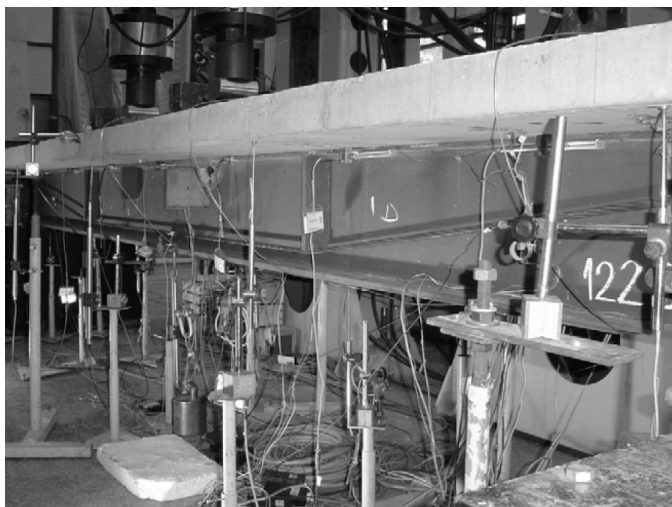
**Figura 2.15: Geometria das vigas nos ensaios de Lorenc e Kubica (2006)**



Fonte: Lorenc e Kubica (2006)

As vigas eram compostas por perfil de aço tipo St3S, de acordo com o padrão polonês, lajes de concreto maciças com resistência nominal de 30 MPa, armadas com barras de aço de 8 mm de diâmetro, cabos de protensão com diâmetro de 15,7 mm e resistência de 1860 MPa e conectores de cisalhamento com diâmetro de 13 mm e comprimento de 75 mm. Em cada cabo, a força de protensão inicial foi de 150 kN.

A instrumentação era a mesma para todas as vigas (Figura 2.16), composta de transdutores de deslocamento medindo os deslocamentos verticais e escorregamento relativo entre a laje de concreto e o perfil de aço, e extensômetros distribuídos em diversas seções das vigas. Havia ainda sensores para medir os deslocamentos horizontais das vigas, imediatamente antes da falha e sensores para medir as forças nas ancoragens dos cabos.

**Figura 2.16: Experimento de Lorenc e Kubica (2006)**

Fonte: Lorenc e Kubica (2006)

Os cabos foram alternadamente tensionados para evitar deslocamentos horizontais excessivos, e a instrumentação estava ativa durante o processo de protensão. Cada uma das vigas foi inicialmente carregada até uma força de 100 kN, sem a presença da protensão, mantendo os níveis de tensões na zona elástica. Em seguida, as vigas foram protendidas, carregadas até uma força de 100 kN, e depois descarregadas. Após esse ciclo, as vigas foram carregadas novamente até a falha. Esse procedimento ocorreu em todas as vigas, porém uma das vigas não tinha a presença da protensão e uma das vigas com cabo retilíneo não foi submetida ao primeiro ciclo de carregamento antes da protensão.

Com os experimentos, Lorenc e Kubica (2006) verificaram um aumento de até 25% na capacidade resistente das vigas com a inclusão da protensão, em relação à viga sem protensão. Além disso, os autores verificaram que, para a mesma excentricidade do cabo, não houve diferenças significativas na resistência das vigas, comparando cabos retilíneos e poligonais. O mecanismo de falha ocorrido nos ensaios consistiu no escoamento do aço tracionado, seguido do esmagamento do concreto devido à compressão excessiva. A flambagem da mesa inferior dos perfis definiu a capacidade de carregamento limite admitido nas vigas. Os cabos não romperam em nenhum dos experimentos. Após o esmagamento do concreto, as vigas flambaram, em decorrência do aumento das tensões nos cabos. Foram relatadas ainda falhas localizadas nas lajes, nas regiões próximas aos apoios, mas que não tiveram efeitos significativos na capacidade resistente das vigas. Para evitar esses danos, os autores recomendaram um reforço localizado nessas regiões.

Outros estudos experimentais em vigas mistas de aço e concreto protendidas biapoiadas, mas com configurações e enfoques diferentes dos previamente citados foram desenvolvidos. Miyamoto *et al.* (2000) desenvolveram um estudo experimental e analítico para investigar o comportamento dinâmico de vigas mistas de aço e concreto protendidas biapoiadas. Os autores ensaiaram quatro vigas com 3000 mm de vão, laje de concreto de 60 mm de espessura e 500 mm de largura efetiva e viga de aço com 200 mm de altura e utilizaram diferentes traçados e tipos de cabos de protensão e avaliaram o efeito da protensão na vibração das vigas.

Choi, Kim e Yoo (2008) introduziram um procedimento sistemático para pontes mistas de aço e concreto com pós-tração externa, propondo equações considerando o incremento nas forças de protensão devido à ação das cargas variáveis no dimensionamento das vigas. Para validar as equações apresentadas, os autores ensaiaram duas vigas mistas de aço e concreto protendidas biapoiadas com metros de comprimento e 3800 mm entre os apoios, com laje de concreto de 100 mm de altura e 700 mm de largura efetiva e seção de aço com altura de 294 mm, sendo uma com cabos em traçado poligonal e a outra com cabos em traçado retilíneo.

Para considerar o efeito de retração e fluência no concreto e relaxação nos cabos de protensão, que influenciam gradualmente nas forças internas e deflexões nas vigas mistas, Xue *et al.* (2008) realizaram um estudo experimental com o objetivo de avaliar o comportamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa à longo prazo. O programa experimental consistia em duas vigas mistas protendidas com diferentes configurações dos conectores de cisalhamento e mesma configuração de protensão e uma viga mista convencional sem protensão, todas com 5000 mm de comprimento, com carregamento mantido pelo período de 1 ano. Com base nos resultados obtidos, os autores propuseram multiplicadores de 2.0 e 3.1 para as deflexões em vigas mistas convencionais e protendidas, respectivamente e verificaram um decréscimo nas deformações dos cabos de protensão com o tempo. Ademais, um modelo analítico dependente do tempo foi apresentado para simular o comportamento à longo prazo das vigas mistas protendidas também foi apresentado e validado com os resultados experimentais.

Alguns trabalhos investigaram o comportamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa compostas de perfil de aço com diferentes seções. Afefy *et al.* (2012) desenvolveram um estudo experimental em vigas alveolares mistas protendidas com ensaios em dez vigas de 1860 mm de comprimento. Hang *et al.* (2013) estudaram a performance de vigas mistas protendidas com perfil corrugado através de experimentos em cinco vigas de 7240 mm de comprimento, variando os níveis de proteção, traçado dos cabos, métodos de soldagem

dos perfis e distribuição dos conectores de cisalhamento. Nie *et al.* (2007) investigaram o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas através de experimentos em oito vigas mistas compostas da associação de seção caixão de aço e laje pré-moldada de concreto, com comprimento de 4925 mm cada variando a configuração da protensão e através de estudos analíticos. Shaowei (2014) realizou experimentos em dez vigas mistas de aço e concreto com seção caixão protendidas com 4000 mm de comprimento, com diferentes níveis de protensão, posicionamento dos cabos e métodos de carregamento.

A Tabela 2.4 mostra um resumo dos principais experimentos em vigas mistas de aço e concreto biapoiadas com protensão externa, submetidas a momentos fletores positivos e carregamento estático. Nesta tabela são mostrados os principais parâmetros de cada um dos ensaios, como a resistência das lajes, perfis de aço e cabos de protensão, o vão entre os apoios, o tipo e dimensões das lajes, e as configurações referentes à protensão (diâmetro, traçado e força de tração inicial dos cabos).

**Tabela 2.4: Resumo principais experimentos em vigas mistas de aço e concreto protendidas biapoiadas submetidas a momento fletor positivo**

Autores	Modelo	$f_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	L (mm)	Tipo de laje	$t_c$ (mm)	$B_c$ (mm)	$f_{ptk}$ (MPa)	$d_p$ (mm)	Traçado cabo	$F_0$ (kN)
Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b)	A	33.4	367	4570	Maciça	76	915	1090	16	Linear	98
	B	33.4	367	4570	Maciça	76	455	1090	16	Linear	98
Ayyub, Sohn, Saadatmanesh (1990)	A	40	411.6	4570	Maciça	90	1070	1036	16	Linear	133.4
	B	40	411.6	4570	Maciça	90	1070	1860	15	Linear	173.5
	C	40	411.6	4570	Maciça	90	1070	1860	15	Poligonal	146
Uy e Craine (2004)	B1	32	375	6000	Maciça	120	500	1562	-	-	-
	B2	32	375	6000	Maciça	120	500	1560	-	Linear	60
Chen e Gu (2005)	BS1	41	327.7	5000	Maciça	90	1100	1860	7φ5	Linear	107.6
	BS2	41	327.7	5000	Maciça	90	1100	1860	7φ5	Linear	112.6
Lorenc e Kubica (2006)	B1	33.7	293	5524	Maciça	100	800	1860	15.7	Poligonal	148.5
	B2	29.6	293	5524	Maciça	100	800	-	-	-	-
	B3	29.6	293	5524	Maciça	100	800	1860	15.7	Poligonal	140.5
	B4	33.7	293	5524	Maciça	100	800	1860	15.7	Linear	144.5
	B5	33.7	293	5524	Maciça	100	800	1860	15.7	Poligonal	147
	B6	29.6	293	5524	Maciça	100	800	1860	15.7	Reto	150

$f_c$  = resistência à compressão do concreto;  $f_y$  = resistência ao escoamento do aço; L = distância entre os apoios;  $t_c$  = espessura da laje de concreto;  $B_c$  = largura colaborante da laje;  $f_{ptk}$  = resistência característica à ruptura dos cabos de protensão;  $d_p$  = diâmetro dos cabos de protensão;  $F_0$  = força de protensão inicial.

Fonte: Autora (2023)

Uma descrição geral dos trabalhos que estudaram o comportamento de vigas mistas de aço e concreto formadas pela associação de perfis de aço tipo I com lajes de concreto e protensão externa biapoiadas e submetidas a momentos fletores positivos mencionados na Tabela 2.4 é mostrada na Tabela 2.5.

**Tabela 2.5: Descrição geral dos principais trabalhos que investigaram o comportamento de vigas mistas de aço e concreto com perfil I e protensão externa submetidas a momento fletor positivo**

Autor	Descrição do trabalho
Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b)	Examinaram experimentalmente o comportamento de duas vigas mistas de aço e concreto protendidas com 4575 mm de comprimento, uma submetida a momento fletor positivo e outra a momento fletor negativo. O modo de falha relatado na viga submetida a momento fletor positivo foi o esmagamento do concreto precedido de escoamento da seção de aço. A relação $L/\delta$ (vão/deflexão no meio do vão) foi de 55 no fim do ensaio para a viga submetida a momento fletor positivo.
Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)	Examinaram o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas submetidas a momentos fletores positivos por meio de experimentos em três vigas de 4570 mm, sendo uma delas protendida com barras rígidas, e as demais com cabos flexíveis em traçado retilíneo e poligonal. O modo de falha identificado nas vigas foi esmagamento do concreto nos pontos de aplicação de carga, que ocorreu após o escoamento da seção de aço. A relação $L/\delta$ foi de 69, 81 e 61 para as vigas A, B e C, respectivamente.
Uy e Craine (2004)	Ensaíram duas vigas mistas de aço e concreto de 6000 mm de comprimento, sendo uma convencional e outra protendida. Conduziram também um estudo paramétrico através de um modelo numérico validado com os experimentos para investigar a influência de diferentes variáveis no comportamento das vigas. Compararam também as capacidades resistentes das vigas obtidas experimentalmente e por meio de uma previsão analítica. Os autores indicaram que a viga protendida apresentou comportamento dúctil na falha, mas não detalharam o mecanismo que ocorreu. A relação $L/\delta$ foi de 58 e 51 para as vigas B1 e B2, respectivamente.
Chen e Gu (2005)	Realizaram experimentos em duas vigas mistas de aço e concreto protendidas de 5000 mm de comprimento e propuseram equações simplificadas para prever o incremento na força de protensão e a capacidade de carga de vigas mistas de aço e concreto protendidas. A falha nas vigas ocorreu após o escoamento da seção de aço seguido do desenvolvimento de fissuras longitudinais na laje. A relação $L/\delta$ foi de 62 e 61 para as vigas BS1 e BS2, respectivamente.
Lorenc e Kubica (2006)	Ensaíram seis vigas mistas de 5500 mm submetidas a momentos fletores positivos, sendo uma viga de controle sem protensão e as demais protendidas, onde foram variados os traçados dos cabos, e avaliados os comportamentos e modos de falha das vigas. O modo de falha relatado nas vigas protendidas foi esmagamento por compressão excessiva no concreto acompanhado de flambagem global no plano horizontal e flambagem local na alma no meio do vão. A relação $L/\delta$ foi de em média 69 nas vigas protendidas.

Fonte: Autora (2023)

Todas as vigas mistas protendidas listadas na Tabela 2.4 e na Tabela 2.5 eram compostas de laje maciça, que na prática é a solução de laje menos utilizada nas construções mistas. Porém, em princípio, qualquer tipo de laje pode ser utilizado em conjunto com a viga de aço, sejam elas lajes maciças em concreto armado ou protendido, nervuradas, pré-fabricadas, ou lajes com forma de aço incorporada. As lajes pré-fabricadas e as lajes com forma de aço incorporada são amplamente utilizadas para trabalhar em conjunto com vigas de aço, pois apresentam diversas vantagens em relação às demais soluções. Entre as vantagens, destacam-se a capacidade de vencer grandes vãos, a velocidade de execução, a dispensa de formas, racionalização de materiais, e o seu elevado grau de acabamento, precisão e segurança, em decorrência do processo industrializado de fabricação. Visto isso, destaca-se a importância em investigar o comportamento de vigas mistas protendidas compostas por perfil de aço e laje mista com forma de aço incorporada, já que esta é a solução de laje mais utilizada em edificações de aço.

Em todos os trabalhos experimentais em vigas mistas de aço e concreto protendidas com laje maciça submetidas apenas a momento fletor positivo que mencionaram o modo de falha ocorrido, o mecanismo foi escoamento da seção de aço seguido de esmagamento do concreto. Apenas no trabalho de Lorenc e Kubica (2006) que foi mencionado flambagem global no plano horizontal e flambagem local na alma no meio do vão da viga após o esmagamento do concreto. Como não existem estudos em vigas mistas de aço e concreto protendidas com lajes mistas com forma de aço incorporada do tipo *steel deck* não há modo de falha relatado para esse tipo de sistema. Porém Katwal, Tao e Hassan (2018) realizaram uma revisão de literatura e indicaram que para vigas mistas de aço e concreto com lajes mistas com forma de aço incorporada do tipo *steel deck* convencionais, isto é, sem protensão, os modos de falha podem ser: falha dos conectores de cisalhamento; esmagamento do concreto; escoamento da seção de aço; cisalhamento nas nervuras. Os autores também relataram que não há registros de falha por ruptura da forma de aço. Já Ranzi *et al.* (2009) estudaram experimentalmente duas vigas mistas de aço e concreto com lajes mistas com forma de aço incorporada do tipo *steel deck* sem protensão, com 8050 mm de comprimento cada, com diferentes configurações dos conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça e níveis de interação da seção mista, por meio de ensaios de flexão em quatro pontos. Os autores relataram que os ensaios foram encerrados devido às grandes deformações que ocorreram nas vigas e subsequentes preocupações de segurança relacionadas à instabilidade das vigas sob ação de elevadas cargas e que não foram identificados modos de falha específicos nos ensaios, indicando um comportamento muito dúctil desse tipo de sistema.

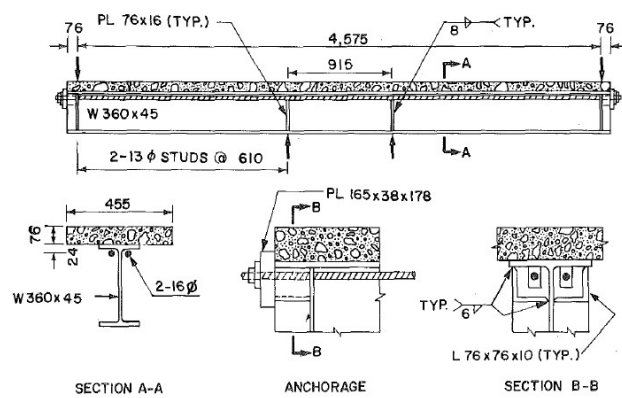


### 2.3.2 VIGAS SUBMETIDAS A MOMENTO FLETOR NEGATIVO

Em vigas mistas de aço e concreto contínuas, onde há a ocorrência de momentos fletores positivos e negativos, também há a possibilidade de introdução do sistema de protensão para melhorar o desempenho do sistema. Nesse caso, os cabos de protensão devem ser posicionados próximos à mesa inferior nas regiões de momento fletor positivo e próximo à mesa superior nas regiões de momento fletor negativo, possibilitando assim as melhorias já mencionadas nas regiões de momentos fletores positivos e nas de momento fletor negativo proporcionam a ocorrência de compressão na laje de concreto, reduzindo a ocorrência de fissuração e aumentando a rigidez da viga. A investigação do comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas contínuas são então uma extensão dos casos de vigas apenas submetidas a momentos fletores positivos e ampliam o entendimento do comportamento do sistema de protensão em viga mista de aço e concreto. Nos estudos experimentais disponíveis na literatura, alguns estudos utilizaram configuração de viga contínua com cabos nas regiões de ocorrência de momento fletor positivo e negativo e outros utilizaram vigas invertidas de forma a simular uma região de momento fletor negativo, onde uma carga concentrada aplicada na seção central da viga simulou um apoio.

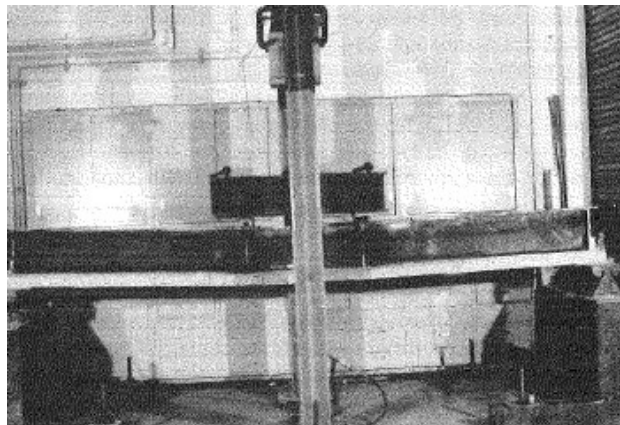
Uma investigação do comportamento de vigas mistas protendidas submetidas a momento fletor negativo foi desenvolvida por Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b), que ensaiaram uma viga de 4575 mm de vão, com cabos posicionados próximos a mesa superior do perfil de aço, em traçado linear (Figura 2.17 e Figura 2.18). A viga era composta de perfil laminado, laje maciça de concreto, e a protensão foi aplicada por meio de duas barras *Dywidag*. Cada barra foi tensionada a uma carga de 98 kN, equivalente a 50% da sua resistência. A protensão ocorreu após a concretagem da laje e a viga foi ensaiada invertida de modo a proporcionar a ocorrência de momento fletor negativo.

**Figura 2.17: Viga submetida a momento fletor negativo ensaiada por Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989-b)**



Fonte: Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989-b)

**Figura 2.18: Modelo experimental de Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989-b)**



Fonte: Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989-b)

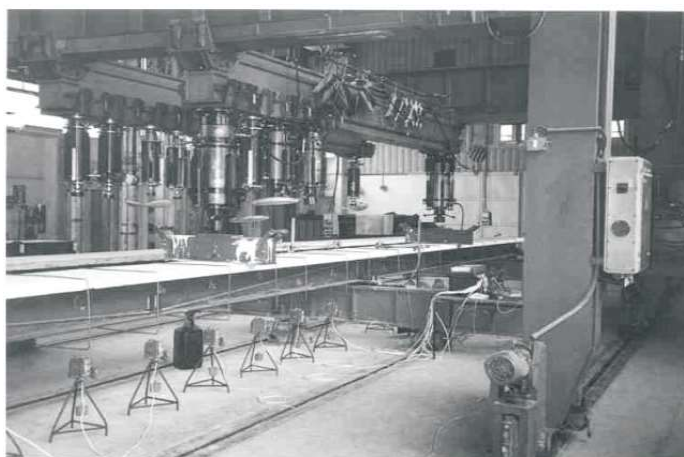
Os autores concluíram que a inclusão das barras protendidas aumentou a capacidade resistente das vigas ensaiadas, quando comparada com a previsão da capacidade resistente teórica da viga sem a presença da protensão. Além disso, a presença das barras protendidas reduziu a fissuração do concreto para os carregamentos em serviço.

Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1992a) examinaram experimentalmente o comportamento de vigas mistas protendidas submetidas a momento fletor negativo e investigaram o efeito dos seguintes parâmetros: protensão nas lajes além da protensão nas vigas, etapas de construção, sequência de protensão, tipos de cabos e esbeltez do perfil de aço no

desempenho estrutural das vigas. O programa experimental era composto de cinco vigas mistas protendidas, ensaiadas até sua capacidade máxima e invertidas de forma a simular uma região de momento fletor negativo, onde uma carga concentrada aplicada na seção central da viga simulou um apoio. As lajes utilizadas no estudo eram pré-moldadas e também protendidas. Os resultados indicaram que a inclusão da protensão nas lajes além da protensão do perfil de aço das vigas mistas nas regiões submetidas a momento fletor negativo aumenta a sua rigidez, prevenindo a fissuração do concreto sob cargas em serviço, amplia a faixa de comportamento elástico e aumenta a capacidade última devido ao uso efetivo dos cabos de protensão de alta resistência.

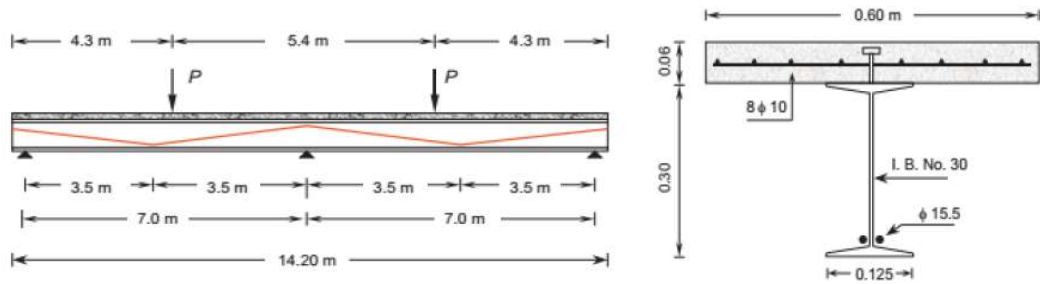
Safan e Kohoutková (2001) realizaram ensaios em duas vigas mistas de aço e concreto contínuas com lajes maciças, sendo uma com protensão em traçado poligonal e a outra sem protensão. Os autores confirmaram as vantagens do uso da protensão, relatando um aumento significativo na capacidade resistente da viga quando protendida. Submetidas a um carregamento em serviço, o deslocamento da viga sem protensão foi 1,87 vezes o da viga protendida. No fim dos ensaios, o deslocamento das duas vigas foi praticamente a mesma, porém o carregamento suportado pela viga com protensão foi aproximadamente 30% maior do que o suportado pela viga sem protensão. Verificou-se ainda um controle das fissuras na laje de concreto com a aplicação da protensão. O modelo de falha foi identificado como a propagação do escoamento do aço na região próxima ao apoio central. A Figura 2.19 mostra uma visão geral dos ensaios realizados por estes autores e Figura 2.20 mostra os detalhes da seção da viga e do carregamento aplicado.

**Figura 2.19: Experimento realizado por Safan e Kohoutková (2001)**



Fonte: Safan e Kohoutková (2001)

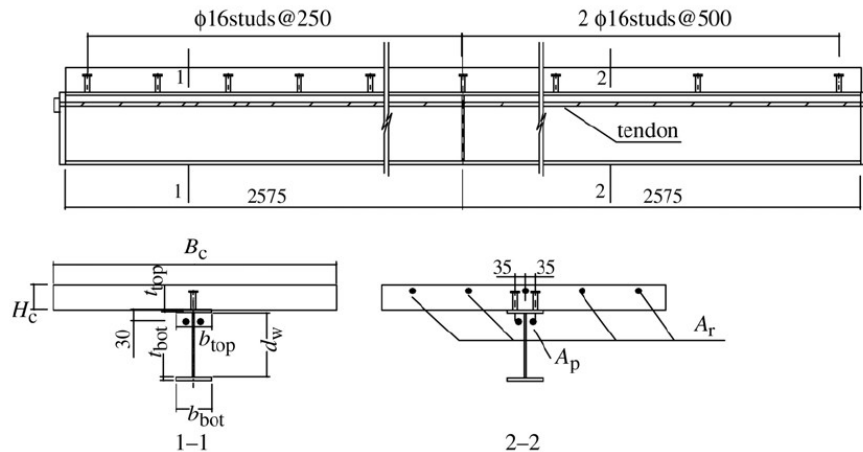
**Figura 2.20: Geometria das vigas ensaiadas por Safan e Kohoutková (2001)**



Fonte: Safan e Kohoutková (2001)

Chen (2005) estudou o comportamento de vigas mistas protendidas sujeitas a momentos negativos, por meio de experimentos em duas vigas. A Figura 2.21 mostra a geometria das vigas ensaiadas pelo autor.

**Figura 2.21: Esquema das vigas sujeitas a momento fletor negativo ensaiadas por Chen (2005)**



Fonte: Chen (2005)

As vigas foram instrumentadas com extensômetros distribuídos nos perfis e nas lajes. As deflexões foram medidas por três transdutores de deslocamento, localizados abaixo da laje, a 1/2, 1/4 e 3/4 do vão, e nas extremidades das vigas. Para simular o momento fletor negativo, as vigas foram invertidas, como é possível observar na Figura 2.22. Cada viga foi ensaiada duas vezes, sendo inicialmente para um vão de 5000 mm até que fosse verificada flambagem lateral

dos perfis, e então os suportes foram ajustados para um vão de 3000 mm na primeira viga, e para um vão de 3600 mm na segunda viga. A protensão inicial em cada cabo foi de 119,5 kN para a primeira viga e 120,3 kN para a segunda viga. Foram ainda determinados os momentos resistentes analíticos, para comparação com os resultados experimentais.

**Figura 2.22: Esquemas dos experimentos de Chen (2005)**



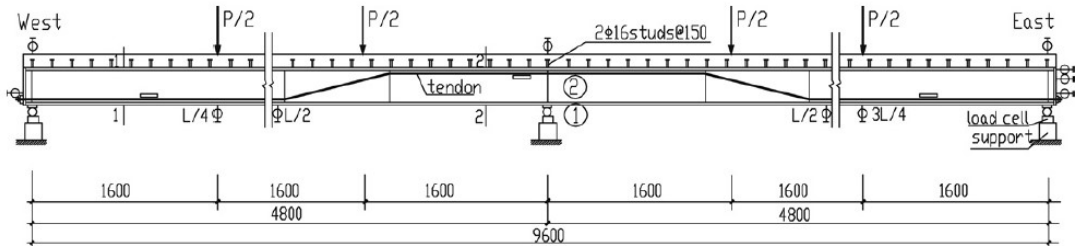
Fonte: Chen (2005)

Chen (2005) concluiu então que a protensão pode aumentar o momento de fissuração, porém os incrementos nas forças dos cabos são pequenos devido à pequena excentricidade dos cabos até a linha neutra, e podem ser negligenciados na avaliação na resistência ao momento fletor negativo das vigas. Além disso, concluiu que a resistência das vigas mistas sujeitas a momentos negativos é governada pela flambagem lateral das vigas.

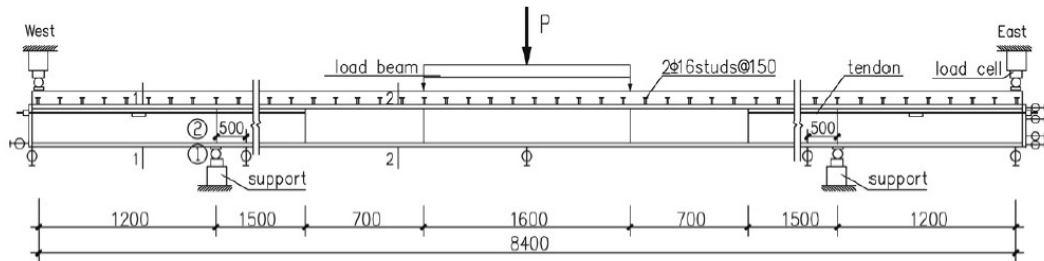
Uma investigação experimental comparativa em vigas mistas de aço e concreto contínuas com protensão externa foi desenvolvida por Chen, Wang e Jia (2009). O programa experimental era composto de quatro vigas contínuas, onde duas eram vigas com dois vãos e duas eram vigas com três vãos (Figura 2.23 e Figura 2.24). Em uma das vigas de dois vãos não havia protensão, enquanto a outra era protendida nas regiões de momento fletor positivo e negativo. Já nas vigas de três vãos, em uma não havia protensão, enquanto a outra era protendida apenas nas regiões de momentos negativos. Além da capacidade resistente das vigas, foram

investigadas a ocorrência de fissuração nas lajes e os fenômenos de flambagem distorcional lateral e flambagem local.

**Figura 2.23: Geometria dos experimentos de Chen, Wang e Jia (2009)**



(a) Viga de dois vãos



(b) Viga de três vãos

Fonte: Chen, Wang e Jia (2009)

**Figura 2.24: Experimentos de Chen, Wang e Jia (2009)**



(a) Viga de dois vãos

(b) Viga de três vãos

Fonte: Chen, Wang e Jia (2009)

Chen, Wang e Jia (2009) concluíram que utilização de protensão externa em vigas mistas de aço e concreto contínuas aumentou efetivamente o momento de fissuração, porém em regiões de momento fletor negativo, o momento de escoamento nem sempre aumentou. Nessas regiões, a capacidade resistente e o modo de falha são governados pela flambagem lateral com distorção ou pela flambagem localizada, ou por um modo interativo composto por flambagem lateral com distorção e flambagem localizada.

Nie *et al.* (2009) desenvolveram um estudo analítico e experimental em vigas mistas de aço e concreto protendidas contínuas. Os autores propuseram fórmulas para prever a região de fissuração das lajes de concreto próximas aos apoios internos, para prever os incrementos nas forças de protensão e para estimar as deflexões no meio dos vãos considerando vigas com dois vãos. O programa experimental era composto de uma viga mista de aço e concreto contínua convencional, sem protensão, e seis vigas mistas de aço e concreto protendidas. Todas as vigas possuíam 8000 mm de comprimento total, com dois vãos iguais e com seção transversal consistindo em uma viga de aço com altura de 160 mm e seção caixão e uma laje de concreto de 500 mm x 70 mm. Nas vigas protendidas, foram variadas as quantidades, traçados e posicionamento dos cabos. A aplicação das equações apresentadas nas vigas do modelo experimental validou a metodologia analítica proposta.

Para investigar a rigidez de vigas mistas de aço e concreto submetidas a momentos negativos e o reforço utilizando protensão externa, Sun *et al.* (2014) conduziram experimentos em 5 vigas mistas de aço e concreto, sendo duas vigas biapoiadas e duas vigas contínuas, todas com seção caixão na viga de aço e laje de concreto com 70 mm de altura e 600 mm de largura. Apenas uma das vigas biapoiadas e uma das vigas contínuas eram protendidas, as demais eram vigas convencionais. As vigas biapoiadas possuíam vãos de 3600 mm e foram ensaiadas de cabeça para baixo de forma a serem submetidas a momentos negativos, enquanto as vigas contínuas eram compostas de dois vãos de 4500 mm cada. Com base no estudo experimental, os autores propuseram um modelo teórico para estimar a rigidez efetiva das vigas mistas protendidas sujeitas à momentos negativos, considerando o efeito da fissuração das lajes de concreto na rigidez.

Uma descrição geral dos principais trabalhos que estudaram o comportamento de vigas mistas de aço e concreto formadas pela associação de perfis de aço tipo I com lajes de concreto e protensão externa e submetidas a momentos negativos é mostrada na Tabela 2.6.

**Tabela 2.6: Descrição geral dos principais trabalhos que investigaram o comportamento de vigas mistas de aço e concreto com perfil I e protensão externa submetidas a momento fletor negativo**

Autores	Descrição do trabalho
Safan e Kohoutková (2001)	Investigaram experimentalmente o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas e contínuas com dois vãos de 7000 mm de comprimento e cabos ao longo de todo o comprimento das vigas, com foco na avaliação da fissuração do concreto, deformações e capacidade de carga. Os cabos foram posicionados nas regiões de momentos fletores positivos e negativos com traçados drapeados e posicionados por meio de desviadores nos pontos de excentricidade máxima,
Chen (2005)	Ensaíram quatro vigas mistas de aço e concreto de 5150 mm de comprimento com protensão em cabos com traçado linear em todo o comprimento da viga e posicionados próximos das lajes de concreto. As vigas foram submetidas a momentos negativos para avaliar a fissuração e a resistência ao momento fletor negativo.
Chen, Wang e Jia (2009)	Compararam os resultados de ensaios em quatro vigas mistas de aço e concreto contínuas, sendo duas com dois vãos de 4800 m e duas com três vãos e comprimento total de 8400 m. Uma das vigas de três vãos e uma das de dois vãos eram vigas convencionais sem protensão, e as outras eram protendidas. A protensão na viga de dois vãos foi posicionada com traçado poligonal ao longo de todo comprimento e na viga de três vãos a protensão foi colocada com traçado linear apenas na região de momento fletor negativo. A fissuração, flambagens distorcionais laterais e locais e a capacidade de carga foram avaliadas.

Fonte: Autora (2023)

De maneira geral, os estudos indicam que nas vigas mistas de aço e concreto em regiões de momento fletor negativo, a inclusão da protensão deve aumentar o momento de fissuração e aumentar a sua rigidez, mas não tem efeitos significativos no momento de escoamento da seção de aço. Nessas regiões de momento fletor negativo, a falha é governada por flambagens distorcionais laterais, flambagens locais ou por um modo interativo entre os dois modos de falha, então a protensão não tem efeito significativo na capacidade resistente, mas melhora seu desempenho em serviço. Já nas regiões de momento fletor positivo nas vigas contínuas, há um aumento no momento resistente com a presença da protensão.



## 2.4 ESTUDOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS

Uma série de estudos analíticos e numéricos vem sendo desenvolvidos para investigar o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas. Esses estudos propõem modelos para previsões analíticas da capacidade resistente, deslocamentos e incrementos nas forças de protensão, critérios para o dimensionamento e projeto ou modelos de elementos finitos que permitam simular adequadamente o comportamento das vigas mistas de aço e concreto protendidas com diferentes configurações.

Belenya (1977) relatou conceitos básicos e critérios de projeto de vigas metálicas protendidas, mostrando as mais diversas possibilidades no uso deste tipo de estrutura, através de diversos exemplos práticos. Dentro dos exemplos, o autor mostra diferentes técnicas de aplicação de protensão, e aborda vigas biapoiadas, contínuas, com cabos de alta resistência, com perfis de alma cheia, treliçados e tubulares, entre outras configurações.

Nouraeyan (1987), em seu estudo analítico e experimental em vigas mistas protendidas utilizando os métodos de pré-tração e pós-tração, mostrou formulações para determinar as tensões nas seções das vigas mistas protendidas, os incrementos na força de protensão inicial, e as deformações para as diferentes técnicas de aplicação de protensão.

Os estudos de Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989a, 1989c) indicaram premissas de dimensionamento de vigas mistas protendidas submetidas a momentos negativos e positivos, considerando os métodos das tensões admissíveis e dos estados limites. Ayyub Sohn e Saadatmanesh (1990, 1992b), examinaram o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas sujeitas a momentos negativos e positivos, comparando as diferentes técnicas de aplicação de protensão e posicionamento dos cabos. Os autores propuseram ainda um equacionamento para o dimensionamento de vigas mistas protendidas. Nunziata (2004) apresenta diretrizes para o dimensionamento de vigas de aço e vigas mistas de aço e concreto com protensão, além de diversos exemplos práticos e detalhes construtivos.

Diversos outros trabalhos investigaram por meio de estudos analíticos e numéricos comportamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa. Alguns desses principais trabalhos são descritos de forma resumida na Tabela 2.7.

**Tabela 2.7: Descrição geral dos principais trabalhos que investigaram analítica e numericamente o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas**

(continua)

<b>Autor</b>	<b>Descrição do trabalho</b>
Saadatmanesh, Abrecht e Ayyub (1989a)	Propuseram uma abordagem analítica para investigar o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas submetidas a momento fletor positivo e negativo com um método de análise consistindo em equações de equilíbrio e de compatibilidade.
Saadatmanesh, Abrecht e Ayyub (1989c)	Apresentaram orientações e equações simplificadas e práticas para o projeto de vigas mistas de aço e concreto protendida em regiões de momento fletor positivo e negativo.
Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1992b)	Estudaram um método para a análise estrutural de vigas mistas de aço e concreto protendidas, propondo equações para o cálculo da capacidade resistente e última em regiões submetidas a momento fletor negativo.
Dall'Asta e Dezi (1998)	Propuseram um modelo analítico com base no princípio do trabalho virtual para investigar o comportamento não linear de vigas mistas de aço e concreto protendidas, que permite considerar diferentes traçados dos cabos, geometrias e sequências construtivas.
Dabaon, Sakr e Kharoub (2005a)	Apresentaram um modelo em elementos finitos para analisar vigas mistas de aço e concreto protendidas em traçado linear ou poligonal considerando interação parcial.
Dabaon, Sakr e Kharoub (2005b)	Apresentaram um modelo em elementos finitos para analisar o comportamento a longo prazo de vigas mistas de aço e concreto protendidas, considerando a relaxação dos cabos, fluência e retração do concreto.
Dall'Asta e Zona (2005)	Desenvolveram um modelo de elementos finitos para a análise não linear de vigas mistas de aço e concreto protendidas externamente com conectores de cisalhamento deformáveis.
Chen e Zhang (2006)	Investigaram a largura efetiva da laje de concreto em vigas mistas de aço e concreto com protensão externa por meio de um estudo paramétrico numérico, onde foram avaliadas a influência dos conectores de cisalhamento e das tensões incrementais na largura efetiva das lajes.
Dall'Asta, Ragni e Zona (2007)	Apresentaram um modelo analítico não linear baseado na teoria das pequenas deformações e rotações moderadas deduzidas da teoria das deformações finitas para analisar vigas mistas de aço e concreto protendidas.
Nie <i>et al.</i> (2009)	Apresentaram um método para calcular as deflexões em vigas mistas de aço e concreto contínuas e propuseram fórmulas para calcular o comprimento das regiões fissuradas nas lajes nas regiões de momento fletor positivo e para calcular o incremento na força de protensão.
Chen e Jia (2010)	Desenvolveram uma investigação numérica com foco na flambagem inelástica de vigas mistas de aço e concreto protendidas contínuas.

**Tabela 2.7: Descrição geral dos principais trabalhos que investigaram analítica e numericamente o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas**

	(conclusão)
Nie <i>et al.</i> (2011)	Conduziram uma análise da capacidade de carga em vigas mistas de aço e concreto protendida contínuas por meio de formulações analíticas e modelagens numéricas.
Ibrahim, Mohaisen e Ahmed (2012)	Realizaram análises em modelos de elementos finitos não lineares para investigar o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas biapoiadas e submetidas a carregamento estático.
Lou, Lopes e Lopes (2016)	Propuseram um modelo de elementos finitos para analisar vigas mistas de aço e concreto protendidas submetidas a cargas imediatas e a cargas de longo prazo, considerando o efeito da não-linearidade geométrica.
Moscoso, Tamayo e Morsch (2017)	Desenvolveram um modelo numérico para simular o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas e examinaram algumas formulações simplificadas para prever o comprimento das fissuras próximas aos apoios e para estimar o momento último.
Lou e Karavasilis (2019)	Avaliaram o comportamento à flexão e quantificaram o momento secundário em vigas mistas de aço e concreto protendidas contínuas propondo um modelo numérico não linear capaz de prever o comportamento desses elementos e desenvolvendo um estudo paramétrico para avaliar a eficiência da protensão com diferentes configurações.
El-Zohairy <i>et al.</i> (2023)	Investigaram por meio de modelagens numéricas o comportamento de vigas mistas de aço e concreto reforçadas com cabos de protensão ou CFRP em regiões de momento fletor positivo e negativo e apontaram maior eficiência do reforço com protensão do que com CFRP em regiões de momento fletor positivo.

Fonte: Autora (2023)

No Brasil, existem diversos estudos sobre o comportamento de vigas de concreto armado com protensão externa, como, por exemplo, os trabalhos de Desír (1993), Almeida (2001), Reis (2003) e Romero (2007). Já estudos sobre vigas metálicas ou mistas com protensão são menos frequentes, como os estudos de Sampaio Junior (1976), Gonçalves (1992), Ferreira (2007), Rezende (2007), Nelsen (2013) e Silva (2018).

Nelsen (2013) estudou o comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa, desenvolvendo um procedimento de cálculo para o dimensionamento deste tipo de sistema, embasado nas prescrições expostas na norma ABNT NBR 8800:2008. Além disso, Nelsen (2013) elaborou um estudo paramétrico, que analisou a influência da

variação do nível de protensão, da excentricidade dos cabos de protensão, e da metodologia construtiva (pré-tração e pós-tração) adotada.

Silva (2018) estudou o comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto protendidas, através de modelagem numérica no *software* Abaqus. O estudo foi destinado a duas tipologias de vigas mistas protendidas, sendo elas vigas de tipologia convencional e vigas parcialmente revestidas de concreto. A metodologia numérica abordou aspectos relacionados com a escolha dos elementos finitos utilizados, geometria de malhas, relações constitutivas dos materiais, condições de acoplamento e vinculação entre os materiais e procedimentos de aplicação dos carregamentos. Silva (2018) elaborou ainda um estudo paramétrico, analisando a influência da excentricidade do cabo de protensão, da variação do nível da força de protensão e do traçado do cabo.

## 2.5 APLICAÇÕES DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA

Exemplos de aplicações práticas de sistemas de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa ainda não são muito usuais, mas já começam a ser observados em projetos de reabilitação de estruturas e em estruturas novas no mundo e até mesmo no Brasil. Um exemplo de aplicação de vigas mistas protendidas é a Ponte de Condet, localizada em Jakarta, na Indonésia (Figura 2.25). Construída em 1989 e com reabilitação executada em 1994, em decorrência do elevado volume de tráfego, essa ponte é composta por vigas de aço associadas à laje em concreto, com três vãos de 24 m, 48 m e 24 m.

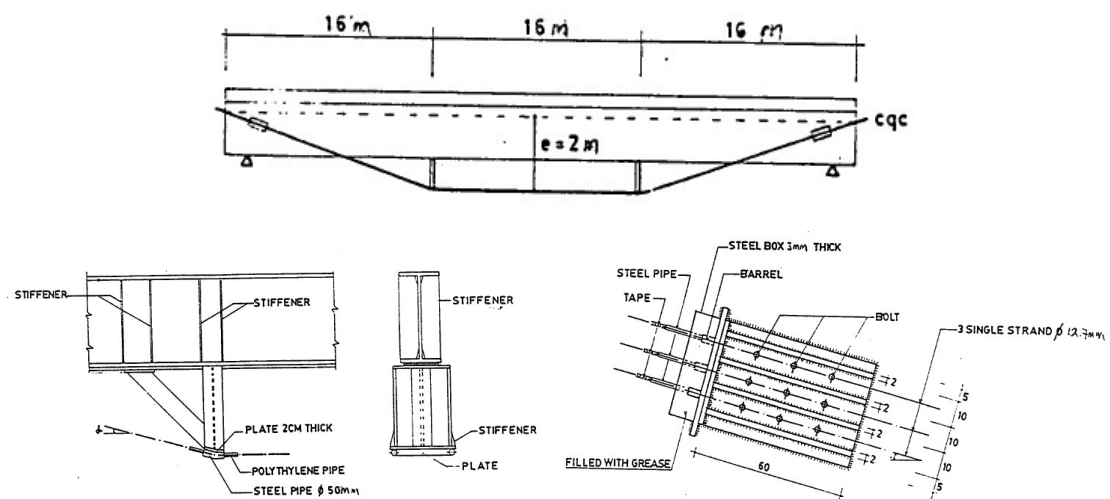
**Figura 2.25: Vista inferior e detalhe ancoragem dos cabos na Ponte de Condet**



Fonte: Daly e Witarnawan (2000)

O aumento da capacidade resistente desta ponte foi possível com a aplicação de cabos pós-tensionados externamente às vigas metálicas. A reabilitação foi feita com mínima interferência no funcionamento da ponte, e em cada uma das vigas foram utilizados três cabos de 12.7 mm de diâmetro em cada lado, com excentricidade de 2 m na região central. As ancoragens foram feitas em placas de 20 mm de espessura. Os desviadores dos cabos eram compostos de perfis tipo I e enrijecedores adicionais foram instalados, para prevenir concentração de tensões e flambagens localizadas. A Figura 2.26 mostra os detalhes da protensão incluída na reabilitação da Ponte de Condet.

**Figura 2.26: Detalhe projeto de reabilitação Ponte de Condet**



Fonte: Daly e Witarnawan (2000)

Com sistema semelhante à ponte de Condet, também localizada na Indonésia, a ponte Kemlaka Gede possui um vão único de 17.7 m, e o tabuleiro consiste em um sistema de cinco vigas mistas posicionadas uma ao lado da outra, com um espaçamento de dois metros entre elas, conforme Figura 2.27.

**Figura 2.27: Ponte Kemlaka Gede após reforço com protensão externa**



Fonte: Daly e Witarnawan (2000)

A ponte Kemlaka Gede foi reforçada com o intuito de aumentar sua capacidade resistente, o que foi necessário em decorrência do aumento no fluxo de veículos. O sistema de reforço consistia em duas cordoalhas de sete fios com 12.7 mm de diâmetro cada, posicionadas com o auxílio de desviadores, e protendidas em todas as cinco vigas que formavam a ponte. Foram realizados testes, antes e depois da execução do reforço, que indicaram que as tensões na seção central foram reduzidas em até 50%, mostrando a eficácia do sistema de protensão. Passados três anos da execução do reforço, a ponte estava se comportando de maneira satisfatória, porém verificaram-se pontos de corrosão na protensão. As cordoalhas estavam protegidas pelas bainhas ao longo do comprimento dos cabos, mas elas haviam sido retiradas na região das ancoragens, e não havia sido executado nenhuma proteção complementar nessas regiões. Não houve necessidade de troca das cordoalhas, mas é provável que a vida útil do sistema tenha sido comprometida.

No Brasil, há poucos registros da utilização de protensão externa em vigas mistas de aço e concreto. Um exemplo é a estrutura do Paraná Fashion Hall, com projeto do Professor Antonio Carlos Peralta, que utilizou a protensão externa em vigas mistas de aço e concreto formadas pela associação de perfis tipo I com laje mista com forma de aço incorporada, onde o sistema

de protensão foi executado pela empresa Protenfor. A Figura 2.28 mostra os detalhes dessa estrutura.

**Figura 2.28: Estrutura em viga mista de aço e concreto prontedida do Paraná Fashion Hall**



Fonte: Engracon Engenharia de Estruturas (2021)

Outro exemplo de estrutura no Brasil que utilizou o sistema de vigas mistas de aço e concreto protendidas é a ponte sobre o córrego Campestre, na cidade de Lins, em São Paulo, de autoria da empresa Ecopontes. A ponte possui 15 metros de comprimento e 14 metros de

largura, com longarinas e transversinas em perfis metálicos laminados em aço A-572, pré-laje em *steel deck* e tabuleiro em concreto autoadensável de alta resistência, além de defensas em concreto e gradis metálicos. A protensão externa foi ancorada em chapas soldadas na mesa inferior do perfil de aço (Figura 2.29).

**Figura 2.29: Estrutura em viga mista de aço e concreto prontedida da Ponte sobre o córrego Campestre em Lins/SP**



Fonte: EcoPontes (2021)

Observa-se que a protensão foi executada na viga de aço antes da associação com a laje em *steel deck*, com a metodologia de pré-tração (Figura 2.30).



**Figura 2.30: Execução da ponte em viga mista de aço e concreto protendida em Lins/SP**



Fonte: Ecopontes (2021)

## 2.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi apresentado e contextualizado o sistema de viga mista com protensão externa, e foi mostrada a evolução das pesquisas relacionadas à investigação do comportamento deste tipo de sistema. Observou-se que os trabalhos envolvendo vigas mistas protendidas formadas por perfil tipo I de aço e laje maciça são limitados, principalmente com uma abordagem experimental. Verificou-se também que não há trabalhos que investigaram o comportamento de vigas mistas protendidas formadas por perfil tipo I e laje com forma de aço incorporada.

Identifica-se que ainda é necessária extensa investigação sobre o sistema de viga mista protendida, principalmente em relação ao comportamento das vigas sujeitas a diferentes traçados e posicionamento dos cabos, níveis de protensão, técnicas construtivas e metodologias de aplicação de protensão, e em relação à validação dos procedimentos analíticos para análise e dimensionamento dessa configuração de sistema estrutural.

# **3. DIMENSIONAMENTO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA**

Neste capítulo é detalhado o sistema de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa, apresentando seus componentes, mecanismos e características, com foco no sistema de protensão. Além disso, são apresentados os principais parâmetros e critérios utilizados nas verificações da protensão. A partir daí, o dimensionamento das vigas mistas de aço e concreto com protensão externa é apresentado, com base na adaptação da formulação para o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto convencionais segundo a ABNT NBR 8800 (2008).

## **3.1 PREMISSAS DE DIMENSIONAMENTO**

As vigas mistas protendidas podem ser dimensionadas adotando o método das tensões admissíveis ou o método dos estados limites. No método das tensões admissíveis são determinadas as distribuições de tensões elásticas nas seções transversais das vigas. No método dos estados limites admite-se a plastificação da seção nas seções transversais de aço compactas devidamente contidas lateralmente de modo a garantir a não ocorrência de instabilidades globais. Nesse trabalho foi adotado o método dos estados limites, que é o método adotado pela norma brasileira de projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto, a ABNT NBR 8800 (2008). O dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas considera então a plastificação total da seção mista em conjunto com os cabos utilizados para protensão trabalhando no regime elástico.

No dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas, a viga mista deve ser verificada paralelamente ao sistema de protensão, já que não há transferência de cisalhamento longitudinal entre eles, com exceção dos pontos de ancoragem dos cabos. Na verificação da viga mista consideram-se os critérios de norma para vigas mistas convencionais, enquanto as verificações da protensão envolvem a tecnologia da protensão, determinação das perdas, determinação das forças de protensão inicial e incrementos.

As diversas etapas que envolvem projeto de vigas mistas de aço e concreto protendidas são apresentadas na Tabela 3.1. Na sequência deste capítulo essas etapas serão descritas e as formulações necessárias para o processo de dimensionamento serão detalhadas.

**Tabela 3.1: Etapas no dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa**

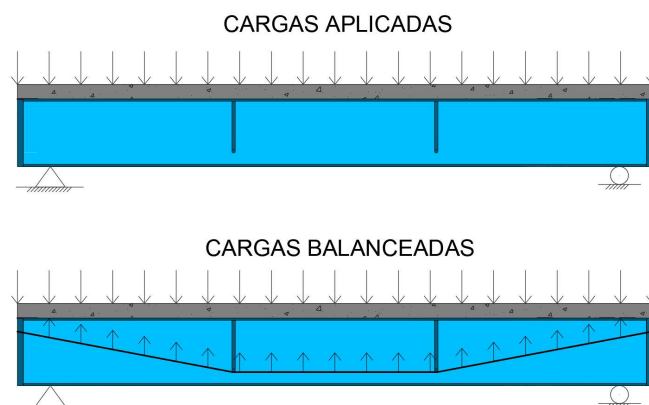
<b>Etapa</b>	<b>Descrição</b>
Escolha da seção mista	Determinação da seção de aço, tipo e geometria da laje de concreto ou mista para composição da seção mista
Escolha da protensão	Adoção do sistema de protensão (escolha do tipo e seção dos cabos, quantidade de cabos, traçado, excentricidade)
Propriedades mecânicas dos materiais	Escolha dos materiais que compõem a seção da viga mista de aço e concreto protendida
Força de protensão inicial	Determinação da força de protensão inicial, respeitando os limites estabelecidos
Perdas de protensão	Estimativa das perdas de protensão
Metodologia de aplicação da protensão	Determinação da metodologia de aplicação de protensão, na pré tração a protensão é aplicada apenas na viga de aço, na pós tração a protensão é aplicada após solidarização da seção de aço com laje de concreto, na seção mista
Verificação da etapa da protensão	Verificação da seção durante a etapa da protensão, conforme metodologia de aplicação da protensão adotada
Incremento nas forças de protensão	Determinação do incremento nas forças de protensão, necessário para estimativa mais precisa da capacidade resistente
Momento fletor resistente de cálculo	Determinação dos momentos fletores resistentes da seção a partir da adaptação do método dos estados limites adotado pela ABNT NBR 8800 (2008) para vigas mistas de aço e concreto, incluindo a parcela da força de protensão
Verificação do cortante	Mesmas verificações para vigas mistas de aço e concreto convencionais, considerando a parcela do cortante adicional devido a ação da protensão
Estados limites de serviço	Verificação dos deslocamentos, considerando o efeito da protensão
Verificação da armadura da laje	Verificação da armadura da laje, que deve ser adequadamente disposta para evitar a fissuração devido ao cisalhamento na região adjacente ao perfil de aço

Fonte: Autora (2023)

### 3.2 PROTENSÃO EXTERNA NA VIGA MISTA

O conceito da protensão baseia-se em uma tentativa de balancear as cargas em um elemento estrutural. Uma viga, sob ação do seu peso próprio e de um carregamento vertical uniforme, sofre uma deformação para baixo. Quando os cabos de protensão são posicionados nessa viga e são tracionados, eles exercem um carregamento para cima sobre essa viga (Figura 3.1). A protensão pode ser do tipo total ou parcial. Protensão total acontece quando a estrutura é projetada para que, em serviço, não haja ocorrência de tração. Se tensões de tração são permitidas, é o que se chama de protensão parcial. Nesse caso, os cabos são utilizados para compensar, parcialmente ou integralmente, o peso próprio e as demais cargas permanentes. Ocasionalmente, também pode-se incluir uma parcela das cargas acidentais no balanceamento das cargas. A parcela de tração, resultante do restante das cargas acidentais, deve ser resistida pelo perfil de aço, no caso de vigas mistas de aço e concreto protendidas.

**Figura 3.1: Balanceamento de cargas em uma viga mista protendida biapoiada**



Fonte: Autora (2023)

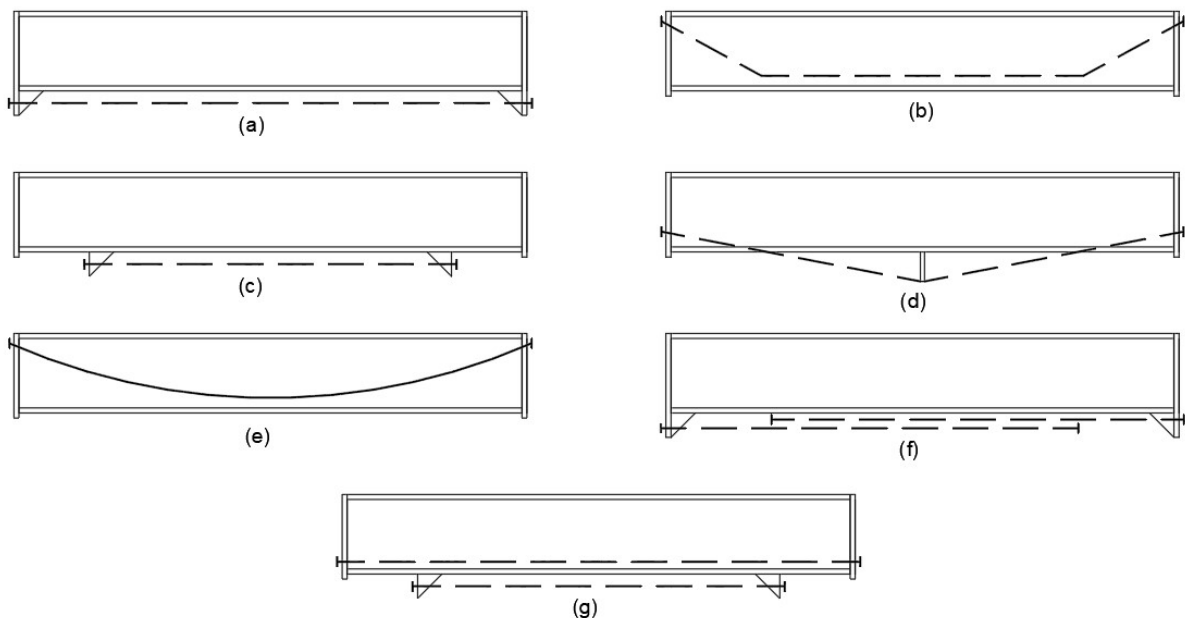
O comportamento da viga mista protendida e seu potencial de desempenho dependem em grande parte da escolha criteriosa da posição dos cabos. O traçado dos cabos pode ser retilíneo, poligonal ou curvo. A eficiência de um cabo de protensão aumenta com o seu distanciamento do centro de gravidade da viga.

Em vigas biapoiadas, posicionar os cabos de protensão ao longo de todo o comprimento da viga não é muito eficiente, pois os cabos não são necessários próximos aos apoios, onde os momentos devido aos carregamentos externos são pequenos, e os cabos nessa posição podem

ocasionar estados de tensões indesejados nas seções das vigas próximas aos apoios. Esse arranjo é justificado apenas por questões construtivas, já que no caso de os cabos percorrerem todo o comprimento da viga, as chapas de ancoragem encontram-se nas extremidades, o que simplifica a execução da protensão, ou no caso de as vigas necessitarem resistir à esforços provenientes de vibração ou carregamentos dinâmicos.

A Figura 3.2 mostra possíveis posicionamentos de cabos de protensão ao longo das seções longitudinais, para o caso de vigas biapoiadas de seção constante. Observa-se que os cabos podem percorrer toda o comprimento da viga em traçado retilíneo (Figura 3.2a), ou em traçado poligonal (Figura 3.2b), percorrer apenas um trecho da viga, na região de maiores esforços, em traçado retilíneo (Figura 3.2c), percorrer todo o comprimento da viga, aumentando a excentricidade por meio de inflexão no cabo por meio de desviador central (Figura 3.2d), percorrer todo o comprimento da viga em traçado parabólico (Figura 3.2e), ou podem ainda ser posicionados uma quantidade maior de cabos nas regiões com maiores solicitações (Figuras 3.2f e 3.2g).

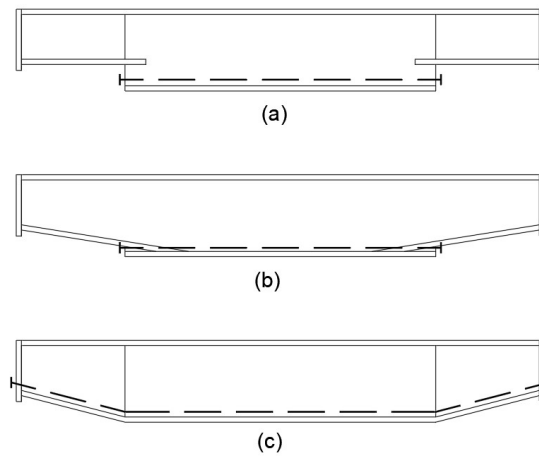
**Figura 3.2: Posicionamento da protensão em vigas biapoiadas**



Fonte: Adaptado de Belenya (1977)

Já a Figura 3.3 mostra possíveis posicionamentos de cabos de protensão ao longo do comprimento das vigas, para o caso de vigas com altura variável.

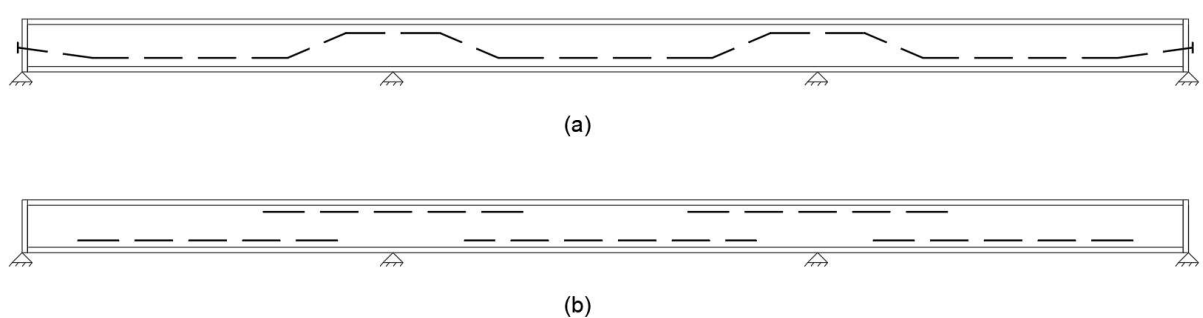
**Figura 3.3: Posicionamento da protensão em vigas biapoiadas com altura variável**



Fonte: Adaptado de Belenya (1977)

Em vigas contínuas, o mais prático é posicionar os cabos separadamente de forma criteriosa, onde há a ocorrência de maiores esforços, em concordância com os diagramas de momentos. A Figura 3.4 mostra opções de posicionamento dos cabos de protensão, ao longo do comprimento em vigas contínuas.

**Figura 3.4: Posicionamento dos cabos de protensão em vigas contínuas**

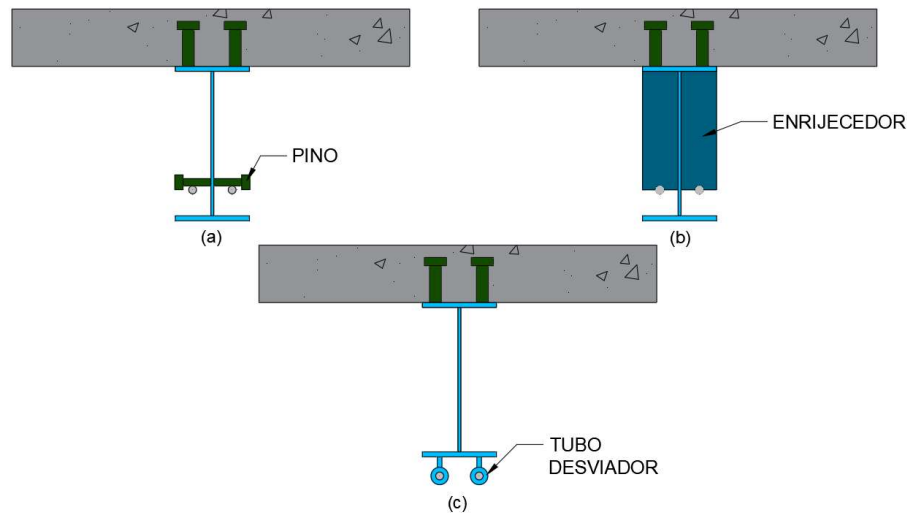


Fonte: Adaptado de Belenya (1977)

No caso da utilização de cabos com traçado poligonal, devem-se prever desviadores nos pontos de inflexão. Os desviadores podem ser na forma de pinos soldados à alma, chapas de aço transversais soldadas ou seções tubulares soldadas (Figura 3.5). É importante que os

desviadores tenham superfícies arredondadas, para evitar o desgaste dos cabos devido ao atrito entre os cabos e os desviadores e também pela concentração de tensões nos pontos de desvio.

**Figura 3.5: Tipos de desviadores: (a) pino; (b) enrijecedor; (c) tubo**



Fonte: Autora (2023)

### 3.3 METODOLOGIAS DE EXECUÇÃO

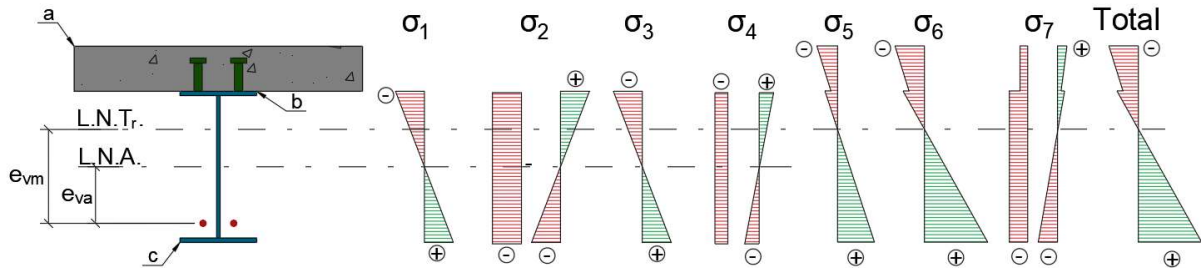
De acordo com o momento de aplicação da protensão, as vigas podem ser classificadas como pré-tracionadas ou pós-tracionadas. A pré-tração ocorre quando os cabos são protendidos antes da concretagem da laje, em uma etapa a seção resistente é composta apenas pela viga de aço. Já a pós-tração ocorre quando a protensão é aplicada após a concretagem da laje, quando a seção resistente é composta pela viga mista.

A distribuição de tensões na viga mista protendida depende da técnica de aplicação de protensão (Figura 3.6 e Figura 3.7). No caso da pré-tração, os estágios de carregamentos são listados a seguir:

- Carregamentos atuantes na viga de aço: peso próprio da viga de aço (1); ação da protensão (2); peso próprio da laje de concreto (3); incremento na força de protensão devido ao peso próprio da laje de concreto (4).
- Carregamentos atuantes na viga mista: ação dos carregamentos permanentes, provenientes da execução de pavimentação, revestimentos, impermeabilização, etc. (5);

sobrecargas de utilização (6); acréscimo na força de protensão em decorrência destes carregamentos (7).

**Figura 3.6: Diagrama de tensões elásticas em uma viga mista pré-tracionada**



Fonte: Autora (2023)

Em vigas mistas pré-tracionadas, as tensões nas fibras extremas a, b e c, são obtidas pelas seguintes expressões:

$$\sum \sigma_a = \frac{1}{m} \left[ -\frac{M_5 + M_6}{W_{a,vm}} + \Delta F_7 \left( \frac{e_{vm}}{W_{a,vm}} - \frac{1}{A_{vm}} \right) \right] \quad (3.1)$$

$$\sum \sigma_b = -\frac{M_1 + M_3}{W_{b,va}} - \frac{M_5 + M_6}{W_{b,vm}} + \Delta F_7 \left( \frac{e_{vm}}{W_{b,vm}} - \frac{1}{A_{vm}} \right) + (F_2 + \Delta F_4) \left( \frac{e_{va}}{W_{b,va}} - \frac{1}{A_{va}} \right) \quad (3.2)$$

$$\sum \sigma_c = \frac{M_1 + M_3}{W_{c,va}} + \frac{M_5 + M_6}{W_{b,vm}} - \Delta F_7 \left( \frac{e_{vm}}{W_{c,vm}} + \frac{1}{A_{vm}} \right) - (F_2 + \Delta F_4) \left( \frac{e_{va}}{W_{c,va}} + \frac{1}{A_{va}} \right) \quad (3.3)$$

Onde:

$M_{(i)}$  é o momento fletor causado pelo carregamento na fase i;

$F_{(i)}$  é a força de protensão inicial na fase i;

$\Delta F_{(i)}$  é o incremento na força de protensão na fase i;

$W_{(a,b,c),vm}$  é o módulo de resistência da seção mista nas fibras a, b ou c;

$W_{(a,b,c),va}$  é o módulo de resistência da viga de aço nas fibras a, b ou c;

$e_{vm}$  é a excentricidade dos cabos em relação ao eixo neutro da seção mista;

$e_{va}$  é a excentricidade dos cabos em relação ao eixo neutro da viga de aço;

$A_{vm}$  é a área homogeneizada da seção mista;



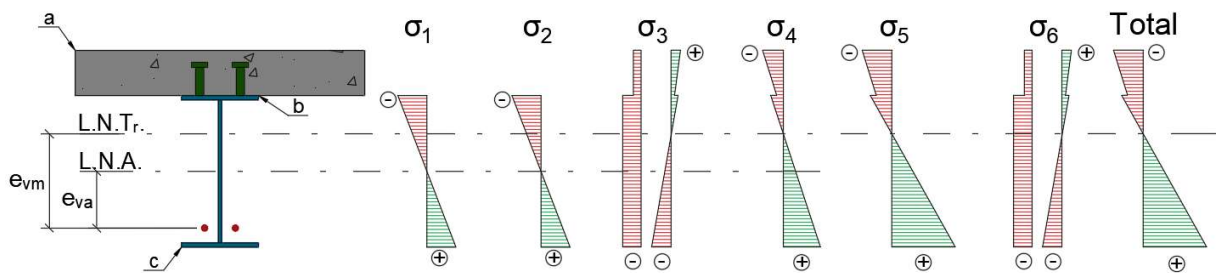
$A_{va}$  é a área da seção transversal da viga de aço;

$m$  é o momento fletor devido à uma carga unitária do cabo.

No caso da viga pós-tracionada, os carregamentos são:

- Carregamentos atuantes na viga de aço: peso próprio da viga de aço (1); peso próprio da laje de concreto (2).
- Carregamentos atuantes na viga mista: ação da protensão (3), ação dos carregamentos permanentes, provenientes da execução de pavimentação, revestimentos, impermeabilização etc. (4); sobrecargas de utilização (5); acréscimo na força de protensão em decorrência destes carregamentos (6).

**Figura 3.7: Diagrama de tensões elásticas em uma viga mista pós-tracionada**



Fonte: Autora (2023)

Em vigas mistas pós-tracionadas, as tensões nas fibras extremas a, b e c, são obtidas pelas seguintes expressões:

$$\sum \sigma_a = \frac{1}{m} \left[ -\frac{M_4 + M_5}{W_{a,vm}} + (F_3 + \Delta F_6) \left( \frac{e_{vm}}{W_{a,vm}} - \frac{1}{A_{vm}} \right) \right] \quad (3.4)$$

$$\sum \sigma_b = -\frac{M_1 + M_2}{W_{b,va}} - \frac{M_4 + M_5}{W_{b,vm}} + (F_3 + \Delta F_6) \left( \frac{e_{vm}}{W_{b,vm}} - \frac{1}{A_{vm}} \right) \quad (3.5)$$

$$\sum \sigma_c = \frac{M_1 + M_2}{W_{c,va}} + \frac{M_4 + M_5}{W_{c,vm}} - (F_3 + \Delta F_6) \left( \frac{e_{vm}}{W_{c,vm}} - \frac{1}{A_{vm}} \right) \quad (3.6)$$

O Quadro 3.1 mostra um resumo das etapas de carregamento em função das técnicas de protensão.

**Quadro 3.1: Estágios de carregamento na pré e pós-tração**

Estágio de carregamento	Pré-tração	Pós-tração
	Descrição	Descrição
1	Peso próprio da viga de aço	Peso próprio da viga de aço
2	Aplicação da protensão	Peso próprio da laje de concreto
3	Peso próprio da laje de concreto	Aplicação da protensão
4	Incremento da força de protensão	Carregamento permanente
5	Carregamento permanente	Carregamento de serviço
6	Carregamento de serviço	Incremento da força de protensão
7	Incremento da força de protensão	-

Fonte: Adaptado de Nelsen (2013)

Além da influência das técnicas de aplicação da protensão, há ainda outro fator relacionado à metodologia executiva adotada que influencia no comportamento da estrutura, que é o escoramento temporário. Na execução de vigas mistas de aço e concreto, pode haver ou não a presença de escoramentos temporários. Na construção escorada, a seção de aço não é solicitada durante a cura do concreto, a viga vai ser solicitada apenas após o concreto atingir a resistência necessária e após serem retirados os escoramentos. Assim, a resistência da viga é calculada apenas para a seção mista e para a ocorrência total das ações. Já na construção não escorada, a viga de aço deve ser verificada na etapa construtiva para suportar seu peso e o do concreto, além do dimensionamento da viga mista na fase em serviço.

### 3.4 VERIFICAÇÕES DO SISTEMA DE PROTENSÃO

Segundo Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989c), a análise dos cabos protendidos deve ser tratada separadamente na viga mista, pois não há transferência de esforços de cisalhamento entre esses componentes, exceto nos pontos de ancoragem. No dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa, inicialmente é necessário determinar a configuração do sistema de protensão a ser utilizado, determinando o valor da força de

protensão inicial, o traçado do cabo adotado, e conhecer o equacionamento para a determinação do incremento na força de protensão.

### 3.4.1 FORÇA DE PROTENSÃO INICIAL

A força de protensão inicial pode ser estimada segundo a proposta de Nunziata (2004). O autor admite que a protensão é executada inicialmente na viga de aço, e limita a tensão máxima de compressão na extremidade da seção ao valor de resistência do aço estrutural. Ao igualar o somatório das tensões que ocorrem na viga à resistência de cálculo do aço estrutural e isolando o valor da força de protensão, chega-se na Equação 3.7. O autor utiliza um coeficiente de majoração na força de protensão para compensar as perdas.

$$P = \frac{f_{yd} + \frac{M_g}{W_a}}{\frac{\beta \cdot \gamma_p}{A_a} + \frac{\beta \cdot \gamma_p \cdot e_{p,a}}{W_a}} \quad (3.7)$$

Onde:

$P$  é a força de protensão;

$M_g$  é o momento fletor máximo referente ao peso próprio da viga considerando o coeficiente de segurança;

$W_a$  é o módulo de resistência elástico da viga de aço;

$e_{p,a}$  é a excentricidade do cabo de protensão em relação ao centro de gravidade da seção de aço;

$f_{yd}$  é a resistência de cálculo do aço estrutural;

$A_a$  é a área de aço;

$\gamma_p$  é um coeficiente de segurança aplicado à força de protensão;

$\beta$  é um coeficiente para compensar as perdas de protensão, no valor de 1,10.

A ABNT NBR 6118 (2014) recomenda limites máximos nos valores iniciais de tração nos cabos de protensão, para evitar a ruptura do cabo durante a aplicação da força, reduzir as perdas por relaxação do aço e para evitar tensões elevadas que possam resultar na ocorrência de corrosão do aço sob tensão. Os limites, de acordo com o tipo de cabo, devem ser de:

- $0,74 f_{ptk}$  e  $0,87 f_{pyk}$  para aços de relaxação normal;
- $0,74 f_{ptk}$  e  $0,82 f_{pyk}$  para aços de relaxação baixa.

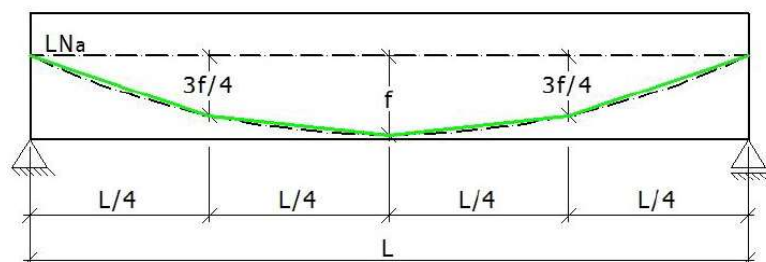
### 3.4.2 ESCOLHA DO TRAÇADO DOS CABOS

O traçado dos cabos em vigas mistas com protensão externa pode ser retilíneo ou poligonal. Traçados parabólicos são complicados de executar pela necessidade de uma série de desviadores, para posicionar corretamente os cabos. Preferencialmente, o traçado dos cabos deve ser feito de forma a acompanhar o desenho do diagrama de momentos fletores atuantes na viga, pra que que com a aplicação da protensão, haja um balanceamento dos esforços resultantes.

Independentemente do tipo de traçado, as tensões devido a ação da protensão não devem exceder as tensões resistentes em nenhuma das seções. É importante verificar as tensões normais ao longo de todo o vão, não apenas na seção mais solicitada. Essa verificação pode ser feita repetindo o cálculo realizado para a seção mais solicitada nas demais seções, ou definindo as excentricidades limites para aplicação da força de protensão, de forma que as tensões atuantes não ultrapassem as tensões resistentes em nenhuma seção ao longo do comprimento da viga.

Nunziata (2004) sugere que o traçado dos cabos, em vigas de aço, pode seguir uma parábola com raio máximo compatível com a geometria da seção, e com os cabos nas extremidades passando pelo centro de gravidade da seção (Figura 3.8). O autor diz ainda que, na maioria dos casos, esse artifício atende as excentricidades limites, e pode ser aplicado para a viga mista protendida, considerando apenas a viga de aço.

**Figura 3.8: Maneira de se traçar o cabo poligonal**



Fonte: Adaptado de Nunziata (2004)

### 3.4.3 INCREMENTO NA FORÇA DE PROTENSÃO

Com a aplicação de cargas na viga, tem-se um aumento no valor da força de protensão inicial. O valor desse incremento na força de protensão pode ser determinado através de diversas maneiras, tais como pelo princípio dos trabalhos virtuais, conforme Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989c) e Troitsky (1990), pelo método do incremento da deformação, conforme descrito por Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989a), ou pelo método dos elementos finitos. A determinação dos incrementos através do princípio dos trabalhos virtuais, como descrito por Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989c), segue a seguinte sequência (Figura 3.9):

- É feito um corte no cabo, passando a estrutura a ser estaticamente determinada;
- Calcula-se um deslocamento relativo na extremidade do cabo cortado referente ao carregamento externo aplicado;
- Determina-se então o valor do incremento na força de protensão ( $\Delta P$ ) que deve ser aplicado para fechar a abertura feita no cabo.

Aplicando a compatibilidade no ponto onde foi feito o corte no cabo, tem-se que o deslocamento relativo nesse ponto é igual a zero, ou seja:

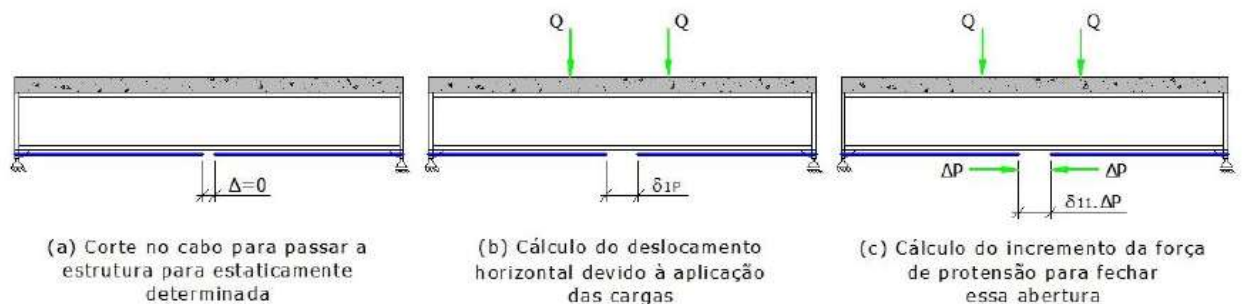
$$\delta_{11}\Delta P + \delta_{1P} = 0 \quad (3.8)$$

Onde:

$\delta_{11}$  é o alongamento devido a força de protensão unitária;

$\delta_{1P}$  é o alongamento devido à aplicação da carga.

**Figura 3.9: Procedimento para determinação do incremento na protensão**



Fonte: Nelsen (2013)

Os alongamentos são calculados pelo método dos trabalhos virtuais:

$$\delta_{1P} = \int_0^l \frac{e_p M(x) dx}{EI} \quad (3.9)$$

$$\delta_{11} = \int_0^l \frac{e_p^2 M dx}{EI} + \int_0^l \frac{dx}{EA} + \int_0^l \frac{dx}{E_p A_p} \quad (3.10)$$

Onde:

$M$  é o momento devido aplicação do carregamento externo;

$e_p$  é a excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção, seja ela mista ou de aço;

$E$  é o módulo de elasticidade da viga, seja ela mista ou de aço;

$E_p$  é o módulo de elasticidade do cabo;

$l$  é o comprimento do cabo;

$I$  é o momento de inércia da viga, seja ela mista ou de aço;

$A$  é a área da viga, seja ela mista ou de aço;

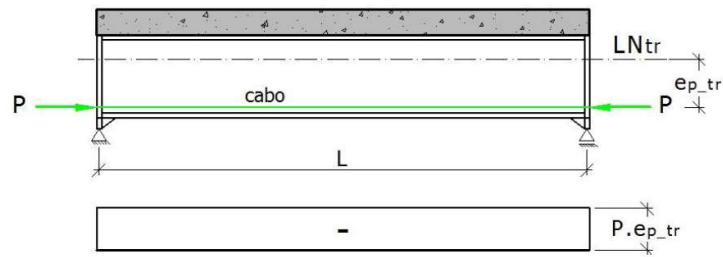
$A_p$  é a área da seção transversal do cabo.

Integrando as Equações 3.9 e 3.10 e substituindo na equação de compatibilidade:

$$\Delta P = \frac{\frac{e}{l} \int_0^l M(x) dx}{e_p^2 + \frac{EI}{E_p A_p} + \frac{l}{A}} \quad (3.11)$$

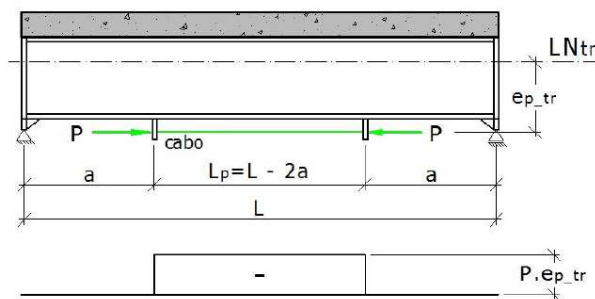
A determinação do valor do incremento na força de protensão depende do tipo de traçado utilizado e do carregamento aplicado, e deve ser feito utilizando a Equação 3.11. A Figura 3.10 mostra o caso de viga biapoiada com traçado retilíneo ao longo de todo o vão, a Figura 3.11 mostra o caso de viga com traçado retilíneo com comprimento menor que o comprimento do vão, e a Figura 3.12 mostra o caso de viga com traçado poligonal ao longo de todo o vão.

**Figura 3.10: Traçado retilíneo ao longo de todo o vão**



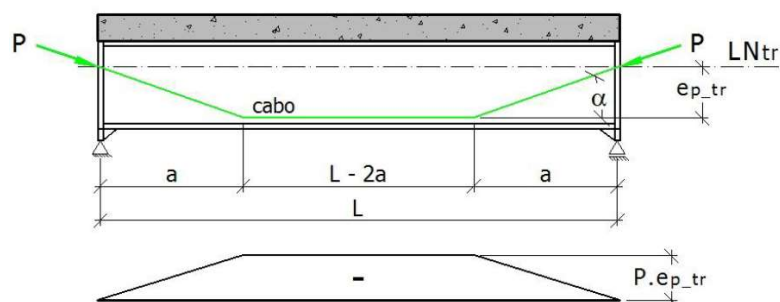
Fonte: Nelsen (2013)

**Figura 3.11: Traçado retilíneo com comprimento menor que o comprimento do vão**



Fonte: Nelsen (2013)

**Figura 3.12: Traçado poligonal ao longo de todo o vão**

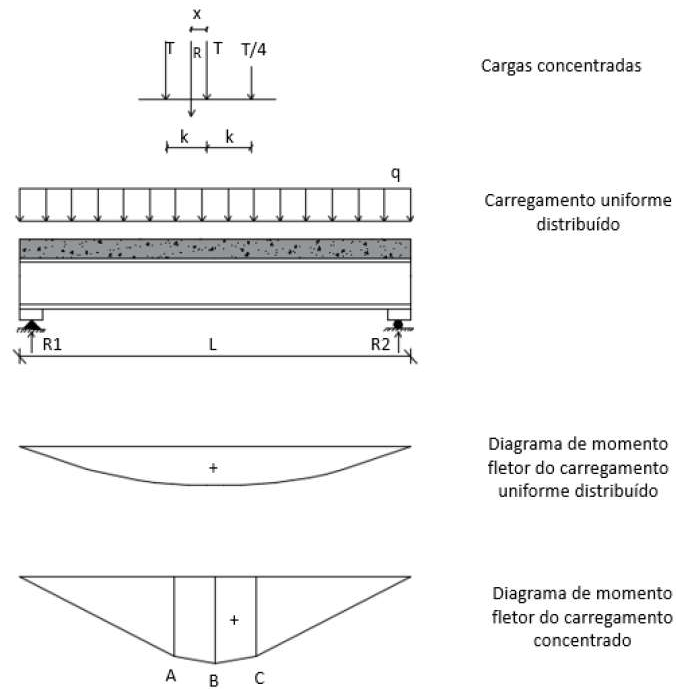


Fonte: Nelsen (2013)

Foram considerados dois tipos de carregamentos na determinação do incremento da força de protensão em vigas mistas protendidas biapoiadas. O primeiro foi considerando um carregamento concentrado na forma de um trem tipo, e o segundo foi considerando um

carregamento distribuído ao longo de todo o vão. A Figura 3.13 ilustra esses carregamentos adotados.

**Figura 3.13: Carregamentos considerados na determinação do incremento na força de protensão**



Fonte: Adaptado de Troitsky, Zielinski e Nouraeyan (1989)

Onde:

$F$  é o carregamento concentrado;

$q$  é o carregamento distribuído;

$L$  é o vão da viga;

$R_1$  e  $R_2$  são as reações de apoio;

$j$  é o espaçamento entre as cargas concentradas.

Considerando uma viga biapoiada com traçado retilíneo do cabo ao longo de todo o comprimento da viga (Figura 3.10), e os carregamentos mostrados na Figura 3.13, os incrementos na força de protensão fundamentados por Nouraeyan (1987) e Troitsky, Zielinski e Nouraeyan (1989) são apresentados:



a) Considerando um carregamento distribuído:

$$\Delta P = \frac{q \cdot e_{p,tr} \cdot L^2}{12 \left( e_{p,tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \right)} \quad (3.12)$$

b) Considerando um carregamento concentrado:

$$\Delta P = \frac{F \cdot e_{p,tr} \cdot (0,2812L^2 - 0,5314j^2)}{L \left( e_{p,tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \right)} \quad (3.13)$$

Onde:

$e_{p,tr}$  é a excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção mista;

$E_a$  é o módulo de elasticidade da viga de aço;

$E_p$  é o módulo de elasticidade do cabo;

$I_{tr}$  é o momento de inércia da viga mista;

$A_{tr}$  é a área da viga mista;

$A_p$  é a área do cabo;

$q$  é o carregamento distribuído;

$F$  é o carregamento concentrado;

$j$  é o espaçamento entre as cargas concentradas.

Para um cabo com traçado retilíneo distribuído em um comprimento inferior ao comprimento total do vão da viga (Figura 3.11) e os carregamentos mostrados na Figura 3.13, os valores dos incrementos na força de protensão são apresentados:

a) Considerando um carregamento distribuído:

$$\Delta P = \frac{q \cdot e_{p,tr} \cdot \left[ a(L - a) + \frac{L^2}{2} \right]}{6(L - 2a) \left( e_{p,tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \right)} \quad (3.14)$$

b) Considerando um carregamento concentrado:

$$\Delta P = \frac{T.e_{p,tr} \cdot (0,2812L^2 - 0,5314j^2 - 1,5a^2)}{(L - 2a) \left( e_{p,tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \right)} \quad (3.15)$$

Para cabo com traçado poligonal (Figura 3.12) e os carregamentos mostrados na Figura 3.13, os valores dos incrementos nas forças de protensão são apresentados:

a) Considerando um carregamento distribuído:

$$\Delta P = \frac{q.e_{p,tr} \cdot [L^3 - a^2(2L - a)]}{12L \left\{ \frac{e_{p,tr}^2(3L - 4a)}{3} + \frac{LI_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \left[ L + \frac{2a}{\cos^3 \alpha} (1 - \cos^3 \alpha) \right] \right\}} \quad (3.16)$$

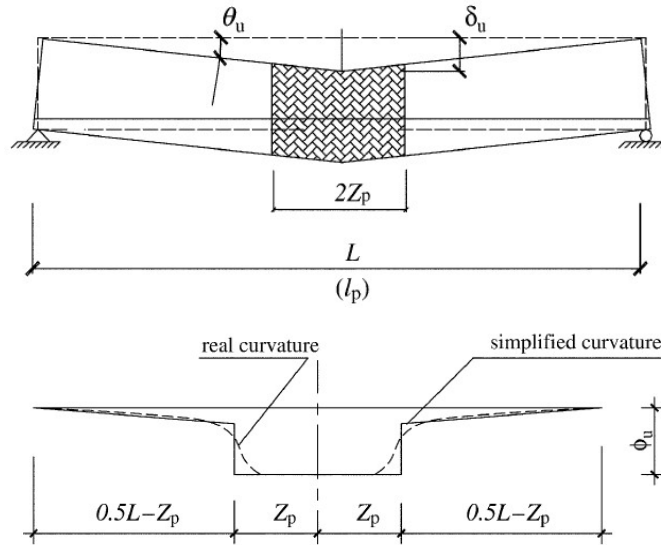
b) Considerando um carregamento concentrado:

$$\Delta P = \frac{T.e_{p,tr} \cdot (0,2812L^2 - 0,5314j^2 - 0,5a^2)}{12L \left\{ \frac{e_{p,tr}^2(3L - 4a)}{3} + \frac{LI_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \left[ L + \frac{2a}{\cos^3 \alpha} (1 - \cos^3 \alpha) \right] \right\}} \quad (3.17)$$

Na condição última de carregamento, há um acréscimo substancial na força dos cabos, induzido pelas deformações não elásticas e plásticas desenvolvidas no concreto e na viga de aço. O método descrito por Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989c) se baseia na suposição de que ocorrem apenas pequenas deformações nas vigas. A aplicação do método não é muito prática, e a consideração de pequenas deformações no carregamento último pode levar a resultados contra a segurança.

Chen e Gu (2005) propuseram um método para a determinação do incremento na força de protensão, que se baseia na ideia de que no estágio final, a maior parte das deformações ocorridas serão deformações plásticas. Uma típica curvatura de viga no estágio final é apresentada na Figura 3.14.

**Figura 3.14: Curvatura no estágio final de uma viga mista protendida**



Fonte: Chen e Gu (2005)

A região plástica é dada por  $2Z_p$ , e a curvatura é dada por  $\phi_u$ . Normalmente, o comprimento da região plástica em vigas mistas é aproximadamente igual à altura da viga. Em um ensaio de quatro pontos, com uma região de ocorrência de momento fletor puro, a zona plástica pode ser tomada como  $2Z_p = L_z + h$ , onde  $L_z$  é o comprimento da região de momento constante, e  $h$  é a altura da viga. Dependendo do tipo de falha ocorrida na viga mista, a curvatura última é dada por:

$$\text{Falha por compressão excessiva no concreto: } \phi_u = \varepsilon_{cu}/c \quad (3.18)$$

$$\text{Falha no aço: } \phi_u = \varepsilon_{su}/(h-c) \quad (3.19)$$

Onde  $\varepsilon_{cu}$  é a deformação última de compressão no concreto e  $\varepsilon_{su}$  é a deformação última no aço.

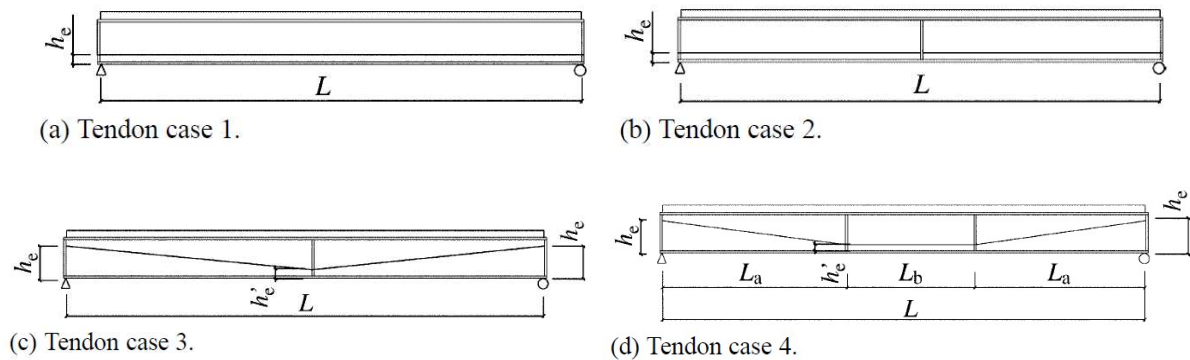
A deflexão última da viga pode ser determinada integrando a curvatura ao longo de todo o vão. Quando as deformações elásticas são desprezíveis, a deflexão última pode ser determinada pela seguinte aproximação:

$$\delta_u = \int_0^{L/2} (\theta_e + \theta_p) dx \approx \theta_u (L/2 - Z_p) \quad (3.20)$$

Onde  $\theta_e$  e  $\theta_p$  são as rotações elásticas e plásticas, respectivamente,  $\theta_u$  é a rotação última da viga, aproximadamente dada por  $\theta_u = \phi_u Z_p$ .

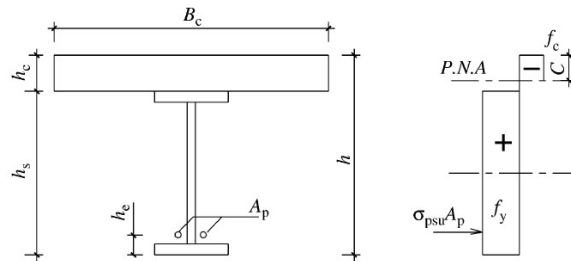
A Figura 3.15 mostra quatro diferentes arranjos de protensão externa em vigas mistas, nas quais serão derivados os incrementos de tensões nos cabos, e a Figura 3.16 mostra as distribuições de tensão na seção plastificada.

**Figura 3.15: Diferentes arranjos de protensão externa em viga mista**



Fonte: Chen e Gu (2005)

**Figura 3.16: Distribuição de tensões viga mista protendida**



Fonte: Chen e Gu (2005)

O incremento de tensão no cabo de protensão é dado por:

$$\Delta\sigma_{psu} = \left( \frac{\Delta l_p}{l_p} \right) E_p \quad (3.21)$$

Onde:

$l_p$  é o comprimento inicial do cabo;

$\Delta l_p$  é o alongamento do cabo no último estágio;

$E_p$  é o módulo de elasticidade dos cabos.

Considerando que a ruptura das vigas mistas protendidas ocorre devido a tensões de compressão excessivas no concreto e desenvolvendo a Equação 3.21 em função da deflexão máxima ( $\delta_u$ ), para cada um dos casos da Figura 3.15 tem-se:

- Caso 1 (Protensão externa em cabo reto sem restrições intermediárias):

$$\Delta\sigma_{psu} = \frac{E_p}{l_p} \left[ \frac{4(h - h_e)}{1 - 2Z_p/L} \left( \frac{\delta_u}{L} \right) - 2\varepsilon_{cu}Z_p - \frac{2(L+l_p)}{(1 - 2Z_p/L)^2} \left( \frac{\delta_u}{L} \right)^2 \right] \quad (3.22)$$

- Caso 2 (Protensão externa em cabo reto com restrição no meio do vão):

$$\Delta\sigma_{psu} = \frac{E_p}{l_p} \left[ \frac{2L(h - h_e)}{L/2 - Z_p} \left( \frac{\delta_u}{L} \right) - 2\varepsilon_{cu}Z_p - \frac{L^3}{2(L/2 - Z_p)^2} \left( \frac{\delta_u}{L} \right)^2 \right] \quad (3.23)$$

- Caso 3 (Protensão externa em cabo poligonal):

$$\Delta\sigma_{psu} = \frac{E_p}{l_p} \left[ \frac{2L(h - h_e/2 - h'_e/2)}{L/2 - Z_p} \left( \frac{\delta_u}{L} \right) - 2\varepsilon_{cu}Z_p - \frac{L^3(\delta_u/L)^2}{2(L/2 - Z_p)^2} \right] \quad (3.24)$$

- Caso 4 (Protensão externa em cabo poligonal):

$$\Delta\sigma_{psu} = \frac{E_p}{l_p} \left[ \frac{2L(h - h'_e - \frac{L_a(h_e - h'_e)}{L})}{L/2 - Z_p} \left( \frac{\delta_u}{L} \right) - 2\varepsilon_{cu}Z_p - \frac{L^2(L+L_b)(\delta_u/L)^2}{2(L/2 - Z_p)^2} \right] \quad (3.25)$$

Onde:

$E_p$  é o módulo de elasticidade dos cabos;

$l_p$  é o comprimento inicial do cabo;

$L, L_a, L_b, h, h_e, h'_e$  são determinados conforme Figura 3.15 e Figura 3.16;

$2Z_p$  é o comprimento da região plástica;

$\delta_u$  é a deflexão última;

$\varepsilon_{cu}$  é a deformação última de compressão no concreto.

Para a ruptura no aço, devem ser feitos os ajustes no equacionamento.

#### **3.4.4 PERDAS DE PROTENSÃO**

Diversos fatores que ocorrem no processo de execução da protensão e no seu funcionamento durante toda a vida útil, causam a diminuição na força de protensão, chamada de perda de protensão. No cálculo de um elemento protendido, devem-se estimar as perdas de protensão, de forma que, após as perdas, a força de protensão efetivamente aplicada seja a força desejada para atuar na estrutura.

Dentro das perdas de protensão, existem as perdas imediatas e as perdas progressivas, que se desenvolvem ao longo da vida útil da estrutura. Ferreira (2007) indicou que os fatores que provocam perdas imediatas de protensão, no caso de uma viga de aço com protensão externa, mas que também se aplicam pra vigas mistas de aço e concreto com protensão externa são:

- Perdas por atrito, que ocorrem nos pontos dos desviadores dos cabos;
- Perdas por protensões sucessivas, que ocorrem quando há a protensão em sequência de vários cabos, ocasionando uma perda na força de protensão por causa da deformação elástica do cabo já protendido, em razão da deformação elástica da viga;
- Perdas na ancoragem, que ocorrem devido ao encunhamento ou acomodação das ancoragens.

Já as perdas progressivas ou diferidas acontecem ao longo da vida útil da estrutura, e tendem a se estabilizar após um certo período, e ocorrem em decorrência das propriedades viscoelásticas do aço e do concreto. Citam-se como perdas diferidas:

- Perdas por deformação lenta do concreto;
- Perdas por retração do concreto;
- Perdas por relaxação do aço da protensão.

Troitsky (1990) estimou que as perdas de protensão representam, em média, 15% da tensão de protensão inicial. O autor indicou que as perdas de protensão são em decorrência da fluência e retração do concreto, da fricção entre desviadores e os cabos, e da variação de temperatura. Nunziata (2004) indicou que as perdas de protensão por atrito podem variar entre 2% e 10% da força de protensão inicial, enquanto a perda por relaxação dos cabos são de até 2%, podendo a perda total por atrito e relaxação ser considerada na média de 10%, a ser incorporada na força de protensão inicial.

### 3.5 RESISTÊNCIA DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA

A metodologia relatada a seguir, para vigas mistas de aço e concreto com protensão externa, é baseada na adaptação do equacionamento utilizado no dimensionamento de vigas mistas convencionais da norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008). Nelsen (2013) apresentou essa adaptação, incluindo o efeito da protensão nas verificações. O critério de resistência adotado é o mesmo da norma brasileira, considerando a plastificação total da seção mista, porém incluindo a parcela referente à protensão trabalhando em regime elástico. São necessárias também verificações adicionais para garantir a estabilidade local e global da viga e verificações acerca dos níveis de tensão aplicados na protensão.

As recomendações do Anexo O da ABNT NBR 8800 (2008) se aplicam a vigas mistas biapoiadas, contínuas ou semicontínuas. Segundo a norma, as vigas mistas de aço e concreto de alma cheia biapoiadas devem ter relação entre a altura e a espessura da alma ( $h/t_w$ ) inferior ou igual a  $5,7\sqrt{E/f_y}$ . Se  $h/t_w$  for inferior ou igual a  $3,76\sqrt{E/f_y}$ , as vigas são compactas e podem ser dimensionadas com as propriedades plásticas da seção mista. Se  $h/t_w$  for superior a  $3,76\sqrt{E/f_y}$ , as vigas devem ser dimensionadas usando as propriedades elásticas da seção.

As vigas mistas de aço e concreto de alma cheia contínuas e semicontínuas devem possuir ligação mista. Se a relação  $h_p/t_w$  for inferior ou igual a  $3,76\sqrt{E/f_y}$  e  $b_f/t_f$  for inferior ou igual a  $0,38\sqrt{E/f_y}$ , as vigas são compactas e os esforços internos podem ser determinados por análise rígido-plástica. O termo  $h_p$  é dado pelo dobro da altura da parte comprimida da alma, subtraído de duas vezes o raio de concordância entre a mesa e a alma, no caso dos perfis laminados, com a posição da linha neutra plástica determinada para a seção mista sujeita a momento fletor negativo. A ABNT NBR 8800 (2008) permite ainda que as vigas sujeitas a

momento fletor negativo nas extremidades sejam tratadas como mistas, apenas na região de momento fletor positivo.

O dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas deve ser feito incluindo a parcela da força de protensão ao perfil de aço ao dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto convencionais. Segundo Nunziata (2004), a viga mista de aço e concreto protendida é composta de dois sistemas paralelos, onde o cabo de protensão e a viga mista devem ser analisados separadamente, já que não há transferência de cisalhamento longitudinal entre eles, exceto nos pontos de ancoragem dos cabos. Na sequência são mostrados os conceitos necessários para o dimensionamento de vigas mistas protendida biapoiadas, com perfil de aço compacto, conforme sequência apresentada por Nelsen (2013).

As verificações que serão apresentadas estabelecem que os estados limites não sejam excedidos para que não haja o colapso das vigas. Os modos de falha que podem ocorrer em uma viga mista protendida, relacionados com os estados limites últimos (ELU) são:

- Falha por resistência: momento fletor, força cortante, ou interação entre os dois esforços;
- Falha por instabilidade: flexo-compressão, flambagem distorcional e flambagem local da mesa inferior ou da alma;
- Falha na conexão: ruptura dos conectores de cisalhamento ou cortante na laje.

Já os modos de falha para os estados limites de serviço (ELS) são:

- Deformação excessiva;
- Fissuração na laje de concreto.

### ***3.5.1 RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR PARA A VIGA MISTA PROTENDIDA***

A determinação da posição da linha neutra plástica, para o cálculo do momento fletor resistente em uma viga mista protendida, é feita fazendo o equilíbrio em torno do eixo neutro na seção plastificada da viga mista, incluindo a contribuição da protensão.

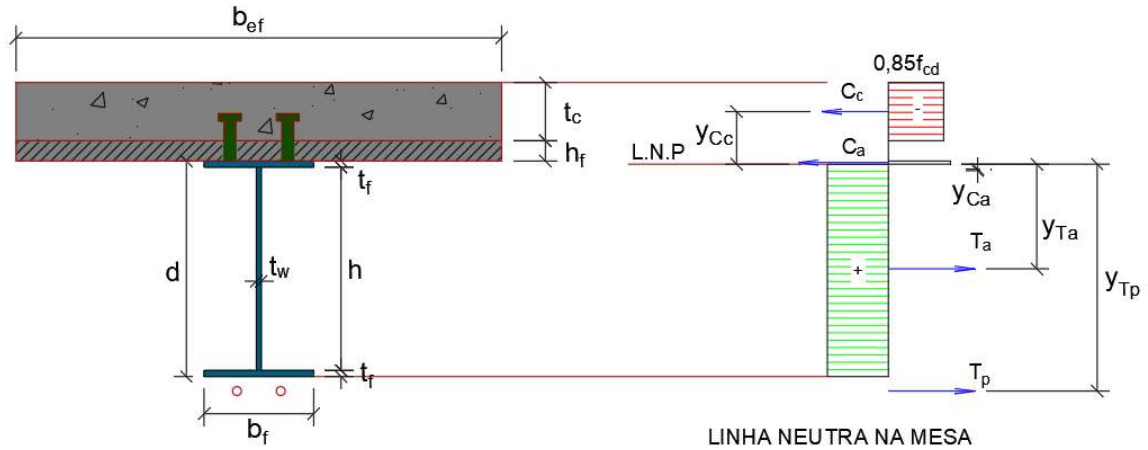
- a) Caso I: Linha neutra no perfil de aço

Ocorre quando a compressão na laje de concreto ( $C_c$ ) for menor que a força de tração na viga de aço ( $T_a$ ) somada com a força de tração no cabo de protensão ( $T_p$ ). Neste caso, a linha



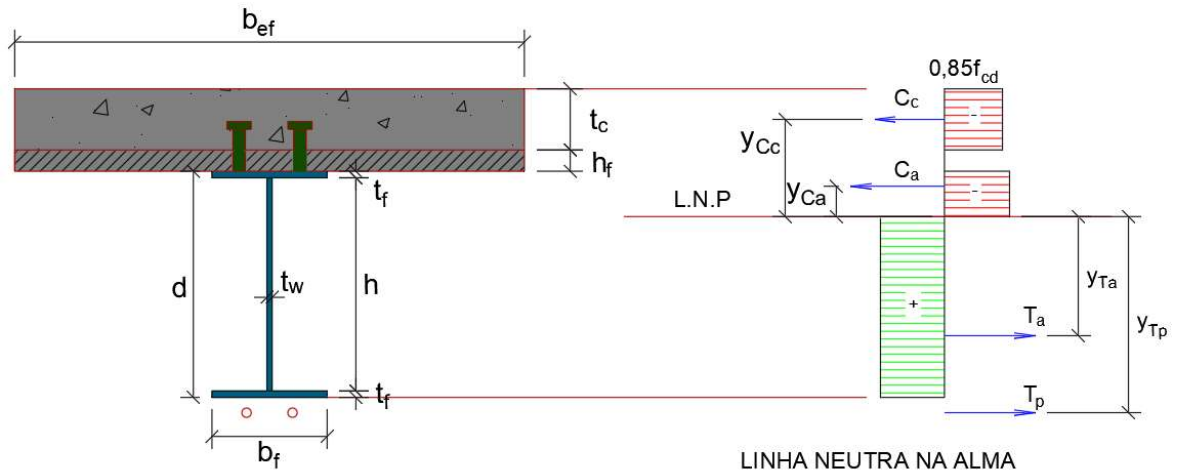
neutra plástica pode estar localizada na mesa superior do perfil de aço (Caso I-A) ou na alma do perfil (Caso I-B), conforme Figuras 3.17 e 3.18.

**Figura 3.17: Distribuição de forças: linha neutra na mesa.**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 3.18: Distribuição de forças: linha neutra na alma.**



Fonte: Autora (2023)

A força de compressão na laje é dada por:

$$C_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_{ef} \cdot t_c \quad (3.26)$$

Onde:

$f_{cd}$  é a resistência de cálculo do concreto;

$b_{ef}$  é a largura efetiva da laje de concreto;

$t_c$  é a espessura da laje de concreto.

As forças de tração na viga de aço e no cabo de protensão são determinadas pelas Equações 3.27 e 3.28:

$$T_a = (2A_f + A_w)f_{yd} - C_a \quad (3.27)$$

$$T_p = A_p f_{pd} \quad (3.28)$$

Onde:

$A_f$  é a área da seção transversal da mesa do perfil de aço;

$A_w$  é a área da seção transversal da alma do perfil de aço;

$A_p$  é a área da seção transversal do cabo de protensão;

$f_{yd}$  é a resistência de cálculo do aço estrutural;

$f_{pd}$  é a resistência de cálculo do aço de protensão;

$C_a$  é a forma de compressão na viga de aço.

Se  $C_a \leq A_f f_{yd}$ , a linha neutra está na mesa superior (Caso I-A), e a linha neutra é dada por:

$$y_{LN} = t_c + h_f + \frac{C_a}{b_f \cdot f_{yd}} \quad (3.29)$$

Se  $C_a > A_f f_{yd}$ , a linha neutra está na alma do perfil de aço (Caso I-B), e a linha neutra é dada por:

$$y_{LN} = t_c + t_f + h_f + \frac{(C_a - A_f \cdot f_{yd})}{t_w f_{yd}} \quad (3.30)$$

Onde:

$h_f$  é a altura da forma de aço incorporada, caso exista;

$b_f$  é a largura da mesa do perfil de aço;

$t_f$  é a espessura da mesa do perfil de aço;

$t_w$  é a espessura da alma do perfil de aço;

$t_c$  é a espessura da laje de concreto;

$A_f$  é a área da seção transversal da mesa do perfil de aço;

$C_a$  é a força de compressão na viga de aço;

$f_{yd}$  é a resistência de cálculo do aço estrutural.

A força de compressão na viga de aço é dada por:

$$C_a = \frac{A_a f_{yd} + T_p - C_c}{2} \quad (3.31)$$

Onde:

$C_c$  é a força de compressão na laje de concreto;

$T_a$  é a força de tração na viga de aço;

$T_p$  é a força de tração no cabo de protensão.

O momento fletor resistente de cálculo será:

$$M_{Rd} = T_a \cdot y_{Ta} + T_p \cdot y_{Tp} + C_c \cdot y_{Cc} + C_a \cdot y_{Ca} \quad (3.32)$$

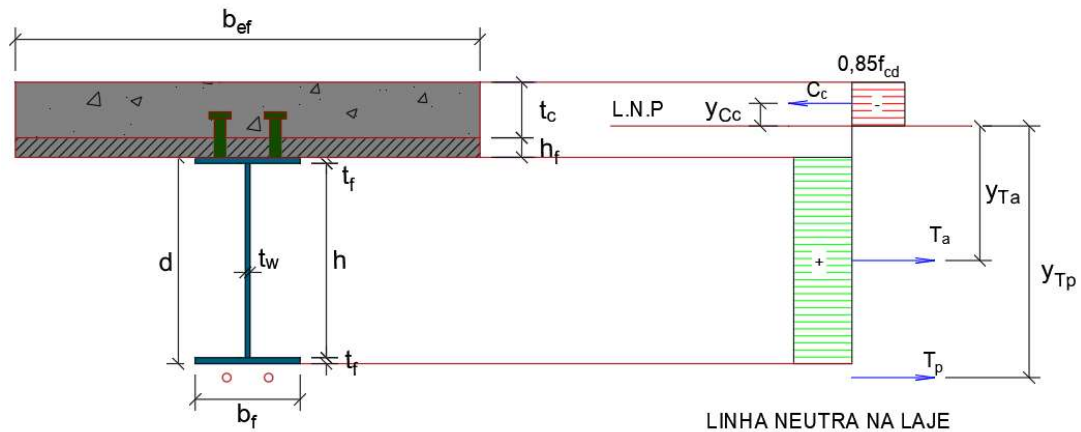
Onde:

$y_{Ta}$ ,  $y_{Tp}$ ,  $y_{Cc}$  e  $y_{Ca}$  são determinados conforme Figuras 3.17 e 3.18.

b) Caso II: Linha neutra na laje de concreto

Quando  $C_a > T_a + T_p$ , a linha neutra encontra-se na laje, conforme Figura 3.19.

**Figura 3.19: Distribuição de forças: linha neutra na laje**



Fonte: Autora (2023)

A linha neutra, medida a partir do topo da laje, é dada pela Equação 3.33:

$$a = \frac{(T_a + T_p)}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_{ef}} \quad (3.33)$$

Onde:

$b_{ef}$  é a largura efetiva da laje de concreto;

$T_a$  é a força de tração na viga de aço;

$T_p$  é a força de tração no cabo de protensão;

$f_{cd}$  é a resistência de cálculo do concreto.

Neste caso, o momento fletor resistente de cálculo será:

$$M_{Rd} = T_a \cdot y_{Ta} + T_p \cdot y_{Tp} + C_c \cdot y_{Cc} \quad (3.34)$$

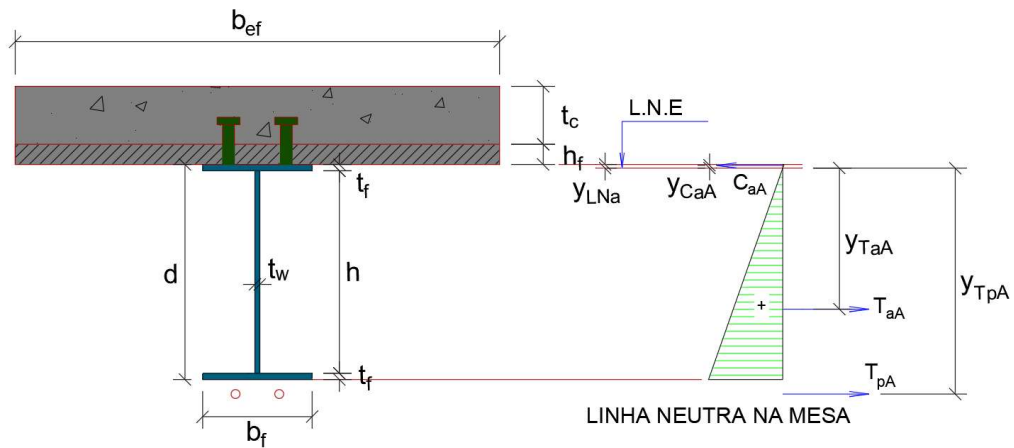
Onde  $y_{Ta}$ ,  $y_{Tp}$  e  $y_{Cc}$  são determinados geometricamente após determinação da linha neutra, conforme Figura 3.19.

Para determinar o momento último de cálculo de uma viga mista protendida, basta utilizar as resistências características no cálculo da linha neutra da seção plastificada e na equação do momento fletor resistente.

### 3.5.2 RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR PARA A VIGA DE AÇO PROTENDIDA

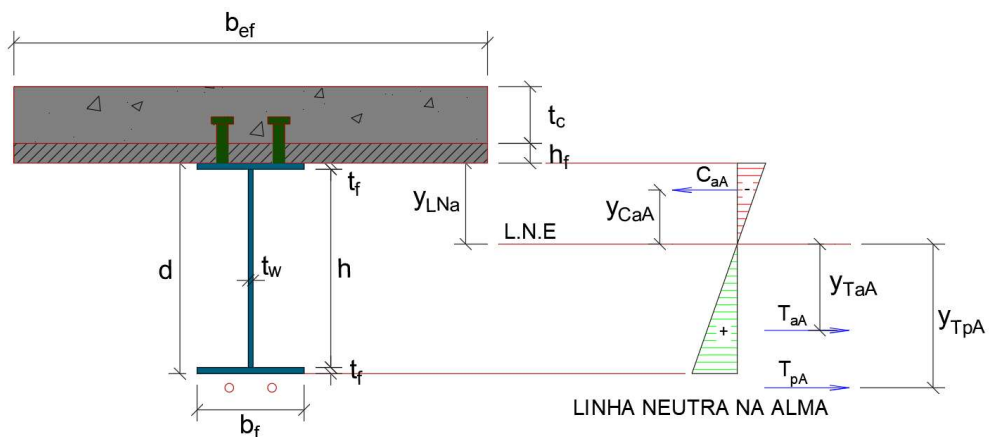
Na determinação da posição da linha neutra elástica para o cálculo do momento fletor resistente de cálculo, para a etapa de protensão da viga de aço isolada, caso que ocorre apenas com a aplicação da pré-tração, a posição da linha neutra elástica ( $Y_{LNE}$ ) é obtida com o equilíbrio de forças ao longo da seção transversal, conforme Figuras 3.20 e 3.21.

**Figura 3.20: Distribuição de forças para o caso de protensão no perfil de aço: linha neutra na mesa**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 3.21: Distribuição de forças para o caso de protensão no perfil de aço: linha neutra na alma**



Fonte: Autora (2023)

Neste caso, a força de compressão na viga de aço será:

$$C_{aA} = \frac{T_a + T_p}{2} \quad (3.35)$$

Onde  $T_a$  e  $T_p$  são determinadas conforme Equações 3.27 e 3.28.

Se  $C_{aA} \leq A_f \cdot f_{yd}$ , a linha neutra elástica está localizada na mesa superior do perfil de aço, e a linha neutra elástica será:

$$y_{LNE} = \frac{C_{aA}}{b_f \cdot f_{yd}} \quad (3.36)$$

Se  $C_{aA} > A_f \cdot f_{yd}$ , a linha neutra elástica está localizada na alma do perfil de aço, e a linha neutra será:

$$y_{LNE} = t_f + \frac{C_{aA} - A_f f_{yd}}{t_w f_{yd}} \quad (3.37)$$

O momento fletor resistente de cálculo para a etapa intermediária de construção da viga mista pré-tracionada determinado pelo equilíbrio em relação ao eixo neutro será:

$$M_{Rda} = T_a y_{Ta} + T_p y_{Tp} + C_{aA} y_{CaA} \quad (3.38)$$

### 3.5.3 FLEXO-COMPRESSÃO

Quando solicitada por momento fletor, proveniente dos carregamentos permanentes e de utilização, e por força de compressão, em função da aplicação de força de compressão, as possíveis formas de colapso associadas à essa combinação, podem ser: flambagem por flexão, flambagem com torção e instabilidades locais.

Salienta-se que os estudos existentes a respeito da flexo-compressão foram desenvolvidos para pilares de aço ou mistos revestidos convencionais. Ainda são necessários estudos específicos em vigas de aço ou mistas protendidas, no que se refere à combinação dos efeitos de força axial de compressão e momento fletor. As vigas protendidas apresentam um

comportamento particular, devido à presença dos cabos de protensão de alta resistência, desviadores e placas de ancoragem presentes, que devem ser levados em consideração no estudo do efeito da flexo-compressão.

Segundo Nelsen (2013), em vigas mistas pós-tracionadas, a laje trava a viga e impede a ocorrência de flambagem lateral. Em vigas mistas pré-tracionadas, deve ser verificado o efeito da flexo-compressão em uma primeira situação onde atuam apenas os carregamentos de peso próprio da viga de aço e força de protensão, e em uma segunda situação, onde atuam os pesos próprios da viga de aço e concreto, sobrecargas de construção e forças de protensão.

### 3.5.4 *ESFORÇO CORTANTE*

A verificação do cortante na viga mista protendida é a mesma da viga sem protensão, pois este esforço é resistido apenas pela alma do perfil de aço. Independente da presença da protensão, deve-se então seguir as recomendações da ABNT NBR 8800 (2008) para vigas mistas. Nas seções onde há combinação do momento fletor com a força cortante, é necessário ainda fazer ainda a verificação do efeito conjunto aplicando o critério de Von Mises. Já na determinação dos esforços solicitantes, deve-se considerar que onde houver desviadores dos cabos de protensão, atuará um esforço cortante adicional, que deve ser levado em consideração na verificação do esforço cortante.

De acordo com a ABNT NBR 8800 (2008), em vigas mistas de alma cheia, na verificação à força cortante, deve-se obedecer a relação:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd} \quad (3.39)$$

A força cortante resistente de cálculo é dada por, dependendo dos estados-limites últimos:

Para  $\lambda \leq \lambda_p$ :

$$V_{Rd} = \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}} \quad (3.40)$$

Para  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ :

$$V_{Rd} = \frac{\lambda_p V_{pl}}{\lambda \gamma_{a1}} \quad (3.41)$$

Para  $\lambda > \lambda_r$ :

$$V_{Rd} = 1,24 \left( \frac{\lambda_p}{\lambda} \right)^2 \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}} \quad (3.42)$$

Onde:

$$\lambda = \frac{h}{t_w} \quad (3.43)$$

$$\lambda_p = 1,10 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}} \quad (3.44)$$

$$\lambda_r = 1,37 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}} \quad (3.45)$$

$k_v = 5,0$  para almas sem enrijecedores transversais, para  $a/h > 3$  ou para  $a/h > \left[ \frac{260}{(h/t_w)} \right]^2$ ;

$k_v = 5 + \frac{5}{(a/h)^2}$  para todos os outros casos.

$V_{pl}$  é a força cortante correspondente à plastificação da alma por cisalhamento, dado por  $0,60 A_w f_y$ ;

$a$  é a distância entre as linhas de centro de dois enrijecedores transversais adjacentes;

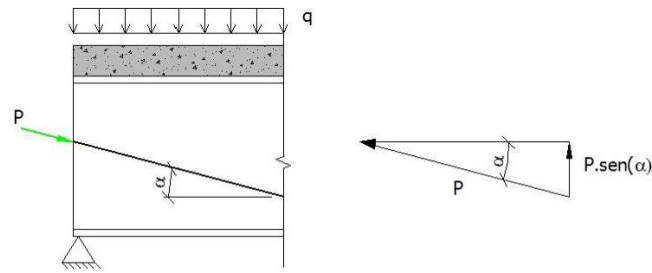
$h$  é a altura da alma;

$t_w$  é a espessura da alma.

Para a determinação da força cortante adicional devido a ação da protensão, é necessário determinar o valor da componente vertical da força de protensão, conforme ilustrado na Figura 3.22.



**Figura 3.22: Componente de força cortante devido a protensão**



Fonte: Nelsen (2013)

Fazendo o equilíbrio, determina-se o cortante resultante ( $V_R$ ):

$$V_R = V - P \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (3.46)$$

Onde:

$V$  é a força cortante devido aos carregamentos externos

$P$  é a força de protensão

$\alpha$  é o ângulo de inclinação do cabo de protensão

Segundo Nunziata (2004), o cortante deve ser calculado para a situação inicial no ato da protensão, considerando o carregamento de peso próprio da estrutura e sobrecarga de construção, e para os carregamentos de utilização da estrutura. Aplicando os coeficientes de segurança e de majoração para a força de protensão:

$$V_{R0} = V_0 - \gamma_p \cdot \beta \cdot P \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (3.47)$$

$$V_{R1} = V_1 - \gamma_p \cdot P \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (3.48)$$

Onde:

$V_{R0}$  é a força cortante resultante no ato da protensão;

$V_{R1}$  é a força cortante resultante em serviço;

$V_0$  é a força cortante devido ao peso próprio e sobrecarga de construção;

$V_1$  é a força cortante dos carregamentos em serviço.

### 3.5.5 FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO

Em vigas mistas de aço e concreto contínuas, existe a possibilidade da ocorrência de um fenômeno de instabilidade nas regiões de ocorrência de momentos negativos, próximo aos apoios, chamado flambagem lateral com distorção (FLD). Nessas regiões, a laje de concreto encontra-se tracionada, enquanto o perfil de aço encontra-se comprimido. A flambagem lateral com distorção pode ocorrer devido a um deslocamento lateral acompanhado de rotação da mesa comprimida devido a distorção da alma. Na verificação da FLD, a norma brasileira (ABNT NBR 8800:2008) e o Eurocode 4 (EN 1994-1-1:2014) utilizam o modelo da estrutura em “U” invertido (*U-frame model*) e adotam curvas de dimensionamento desenvolvidas para elementos de aço. Já a norma americana (AISC 360-16) e a australiana (AS4100:1998-R2016), utilizam uma adaptação da teoria clássica da FLT para vigas com restrições parciais da mesa tracionada, considerando o fenômeno da FLD em vigas mistas.

Em vigas mistas de aço e concreto com protensão externa, existe a possibilidade da ocorrência desse modo de flambagem, quando a ação da protensão gera a ocorrência de um momento fletor negativo significativo. Em vigas pré-tracionadas, onde a protensão é executada apenas na viga em aço, esse fenômeno não ocorre, pois não há o travamento da mesa superior pela laje em concreto. Já as vigas mistas pós-tracionadas podem apresentar problemas de instabilidade por flambagem lateral com distorção, na etapa de protensão. A verificação da FLD necessita a determinação do momento crítico elástico.

Segundo Chen (2005) e Chen e Jia (2010), a resistência máxima de uma viga mista contínua protendida é governada pela flambagem distorcional ou flambagens locais, ou pela interação entre os dois fenômenos. Em seus experimentos em vigas mistas protendidas submetidas a momentos negativos, Chen (2005) verificou que, para uma viga com seção compacta, o momento máximo negativo atingiu o momento plástico quando a seção de aço estava completamente plastificada, e para uma seção não-compacta, o momento máximo negativo fica limitado a tensão de escoamento.

Seguindo as verificações da ABNT NBR 8800 (2008), para não haver a ocorrência da FLD nas regiões de ocorrência de momentos negativos, o momento fletor solicitante de cálculo ( $M_{sd}^-$ ) nessas regiões deve ser menor que o momento fletor resistente ( $M_{dist,Rd}^-$ ) para o estado-limite da FLD, ou seja:

$$M_{sd}^- \leq M_{dist,Rd}^- \quad (3.49)$$

O momento fletor resistente de cálculo na região de momentos negativos para a flambagem lateral com distorção em vigas mistas é dado por:

$$M_{dist,Rd}^- = \chi_{dist} M_{Rd}^- \quad (3.50)$$

Onde  $M_{Rd}^-$  é o momento fletor resistente de cálculo na região de momento fletor negativo, considerando a plastificação de todos os componentes da seção, conforme ilustrado na Figura 3.23, e seu valor é dado pela Equação 3.51.

$$M_{Rd}^- = T_{ds} d_3 + A_{at} f_{yd} d_4 + A_{ac} f_{yd} d_5 \quad (3.51)$$

Onde:

$T_{ds}$  é a força resistente de tração de cálculo nas barras da armadura longitudinal, conforme Equação 3.52;

$A_{at}$  é a área tracionada da seção do perfil de aço;

$A_{ac}$  é a área comprimida da seção do perfil de aço;

$d_3$  é a distância do centro geométrico da armadura longitudinal até a linha neutra plástica;

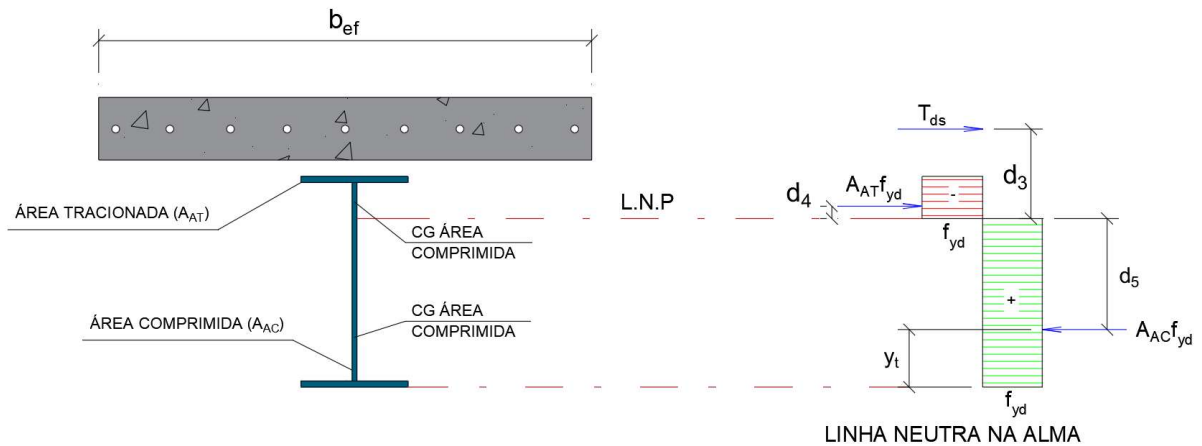
$d_4$  é a distância da força de tração até a linha neutra plástica;

$d_5$  é a distância da força de tração até a linha neutra plástica.

$$T_{ds} = A_{sl} f_{sd} \quad (3.52)$$

Onde  $A_{sl}$  é a área da armadura longitudinal dentro da largura efetiva da laje e  $f_{sd}$  é a resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura longitudinal.

**Figura 3.23: Distribuição de momentos na viga mista para momento fletor negativo**



Fonte: Adaptado de ABNT NBR 8800 (2008)

O fator  $\chi_{dist}$  é o fator de redução para flambagem lateral com distorção, obtido na curva de resistência à compressão axial de colunas de aço, e é função do parâmetro de esbeltez  $\lambda_{dist}$ , que é dado por:

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_{Rk}}{M_{cr}}} \quad (3.53)$$

Onde  $M_{Rk}$  é o momento fletor resistente de cálculo na região de momento fletor negativo, obtido conforme Equação 3.51, mas tomando todos os coeficientes de ponderação de resistência igual a 1,0.

A metodologia adotada pela norma brasileira, para determinar o valor do momento crítico elástico ( $M_{cr}$ ) para a flambagem lateral com distorção, segue a formulação apresentada por Roik *et al.* (1990). Essa formulação foi desenvolvida considerando um sistema de duas ou mais vigas paralelas ligadas à mesma laje de concreto, formando uma estrutura de “U” invertido. O momento crítico é dado por:

$$M_{cr} = \alpha_g \frac{C_{dist}}{L} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_r L^2}{\pi^2}\right) EI_{af,y}} \quad (3.54)$$

Onde:

$G$  é o módulo de elasticidade transversal do aço;

$L$  é o comprimento da viga entre apoios verticais;

$J$  é a constante de torção do perfil de aço;

$I_{af,y}$  é o momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo  $y$ ;

$C_{dist}$  é um coeficiente que depende da distribuição dos momentos fletores no vão  $L$ ;

$k_r$  é a rigidez rotacional da viga mista, que depende da rigidez transversal do conjunto formado pela alma do perfil de aço e pela laje, por unidade de comprimento da viga.

Para seções duplamente simétricas, a norma brasileira apresenta uma expressão conservadora para a determinação do parâmetro de esbeltez, conforme Equação 3.55:

$$\lambda_{dist} = 5,0 \left( 1 + \frac{t_w h_o}{4b_f t_f} \right) \left[ \left( \frac{f_y}{EC_{bdist}} \right)^2 \left( \frac{h_o}{t_w} \right)^3 \left( \frac{t_f}{b_f} \right) \right]^{0,25} \quad (3.55)$$

Onde:

$t_w$  é a espessura da alma do perfil;

$h_o$  é a distância entre os centroides das mesas superior e inferior;

$t_f$  é a espessura das mesas;

$b_f$  é a largura das mesas;

$f_y$  é a resistência ao escoamento do aço;

$C_{bdist}$  é um coeficiente que depende da distribuição dos momentos fletores no vão  $L$ .

Trabalhos como os de Johnson e Bradford (1983), Bradford (1986), Williams e Jemah (1987), Bradford e Ronagh (1997) e Bradford (1997) relataram que a metodologia da estrutura em “U” invertido é conservadora. Bradford (2000) então investigou a FLD em vigas mistas, submetidas a momento fletor negativo, por meio de análises numéricas, considerando os efeitos das tensões residuais, tensão de escoamento e imperfeições geométricas. O autor propôs uma nova formulação para a estimativa da resistência à FLD, baseada na norma australiana AS4100:1998, para vigas mistas de aço e concreto:

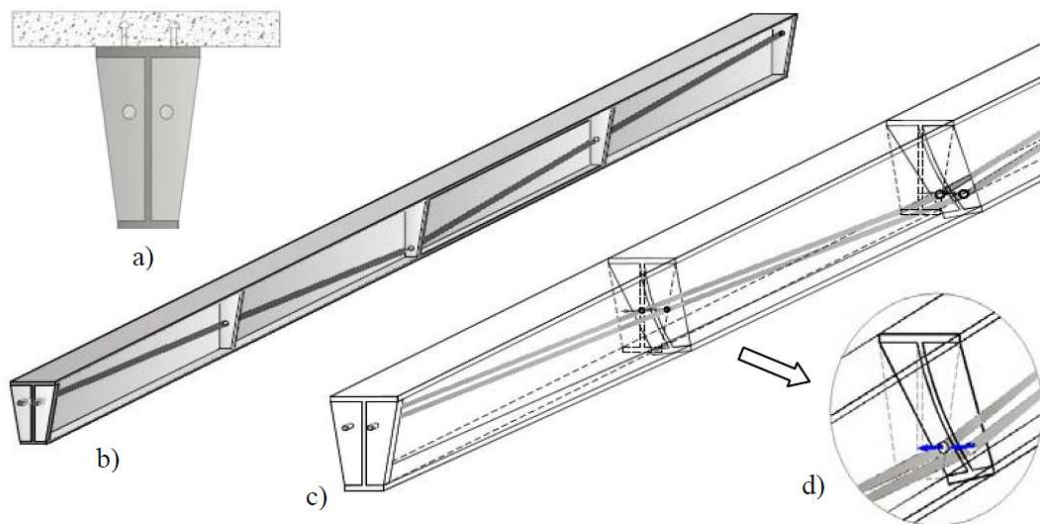
$$M_{u,dist} = 0,6 \left\{ \sqrt{\left( \frac{M_{pl-perfill}}{M_o} \right)^2 + 3} - \left( \frac{M_{pl-perfill}}{M_o} \right) \right\} M_{pl-perfill} \leq M_{pl-perfill} \quad (3.56)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{M_{pl-perfill}}{M_o}} = 0,02 \left(\frac{L}{r_y}\right)^{0,5} \left(\frac{h_w}{t_w}\right)^{1/3} \alpha_m^{-0,5} \quad (3.57)$$

Rossi *et al.* (2000) verificaram que a formulação apresentada pela norma brasileira para a estimativa da resistência à FLD é conservadora, e que a proposta de Bradford (2000) foi o modelo analítico que mais se aproxima de resultados experimentais.

Vigas mistas protendidas apresentam particularidades que influenciam no comportamento à FLD. Segundo Ferreira (2007), no caso de uma possível flambagem lateral com distorção, os cabos de protensão ligados à viga pelos desviadores e presos nas chapas de ancoragem, proporcionam um efeito favorável na viga de aço. Quando houver a tendência de deslocamento lateral, o cabo tensionado cria uma resistência e gera um esforço restaurador na viga, transmitido através dos pontos de contato, tendendo a manter a viga na sua posição inicial de equilíbrio. Esse efeito é ilustrado na Figura 3.24.

**Figura 3.24: Efeito dos cabos de protensão na flambagem lateral**



Fonte: Ferreira (2007)

### 3.6 ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO

Além das verificações de resistência, devem ser feitas ainda as verificações em serviço, tais como a determinação dos deslocamentos, a verificação da armadura da laje e o controle da fissuração do concreto. A seguir são detalhadas as verificações em serviço.

#### 3.6.1 DETERMINAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS

Com a aplicação da protensão em uma viga mista de aço e concreto, é gerado um esforço contrário aos esforços atuantes na viga, reduzindo os deslocamentos finais quando comparadas à seção convencional sem protensão. As vigas isostáticas deformam-se livremente quando são submetidas a forças de protensão. Então, a força de protensão aplicada com uma excentricidade em relação ao centro de gravidade da seção gera um momento de protensão, acompanhado de um deslocamento para cima. O deslocamento total de uma viga mista protendida deve ser determinado levando em conta o somatório de deslocamentos devido aos carregamentos permanentes ( $\delta_g$ ), acidentais ( $\delta_q$ ), e forças de protensão ( $\delta_p$ ), conforme Equação 3.58.

$$\delta_{total} = \delta_g + \delta_q + \delta_p \quad (3.58)$$

O deslocamento em decorrência da ação da protensão pode ser calculado pela Equação 3.59, que se refere à flecha elástica, considerando um cabo retilíneo ao longo de todo comprimento da viga. Para a aplicação da equação, é importante ressaltar que a inércia, módulo de elasticidade e excentricidade a serem utilizadas na determinação do deslocamento, dependerão da técnica de aplicação da protensão (pré ou pós-tração). No caso da pré-tração, a protensão é aplicada antes da concretagem da laje, quando a seção transversal é composta apenas pelo perfil em aço, então devem ser utilizadas as propriedades correspondentes da viga de aço. No caso da pós-tração, a protensão é aplicada quando a viga em aço e a laje de concreto já trabalham em conjunto, então devem ser utilizadas as propriedades da viga mista.

$$\delta_p = - \frac{P \cdot e_p \cdot L^2}{8EI} \quad (3.59)$$

Onde:

$P$  é a força de protensão;

$e_p$  é a excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção, seja ela de aço ou mista, conforme técnica de aplicação da protensão;

$E$  é o módulo de elasticidade da viga de aço ou mista, conforme técnica de aplicação da protensão;

$L$  é o comprimento da viga;

$I$  é o momento de inércia da seção de aço ou mista, conforme técnica de aplicação da protensão.

### 3.6.2 VERIFICAÇÃO DA ARMADURA DA LAJE

É necessária ser feita também a verificação da armadura da laje, que deve ser adequadamente disposta para evitar a fissuração devido ao cisalhamento na região adjacente ao perfil de aço, paralelamente ao mesmo. Para isso, deve-se dispor uma armadura adicional, transversal ao perfil, a não ser que as armaduras existentes para outros fins sejam suficientes para controlar a fissuração. Essa armadura é chamada de armadura de costura, e deve ser espaçada uniformemente ao longo do comprimento da viga, tanto nas regiões de momento fletor negativo quanto positivo. Segundo a ABNT NBR 8800 (2008), a área da seção dessa armadura não pode ser inferior a 0,2 % da área da seção de cisalhamento de concreto por plano de cisalhamento, no caso de laje maciças ou de lajes mistas com nervuras longitudinais ao perfil de aço, e 0,1 % no caso de lajes mistas com nervuras transversais. Em nenhum dos casos, a armadura deve ser inferior a 150 mm<sup>2</sup>/m. A ABNT NBR 6118 (2014) chama esse tipo de armadura de ligação mesa-alma ou talão-alma, e indica que as armaduras de flexão da laje podem ser consideradas parte dessa armadura, complementando-se a diferença quando necessário, e também recomenda que a armadura mínima deve ser de 150 mm<sup>2</sup>/m. Em todo caso, a ABNT NBR 8800 (2008) indica ainda que deve-se atender, para cada plano de cisalhamento longitudinal, conforme mostrado na Figura 3.25, à seguinte condição:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd} \quad (3.60)$$

Onde:

$$V_{Sd} = \frac{\left( \sum Q_{m,Rd} \frac{b_1}{b_1 + b_2} - 0,85 f_{cd} A_{b1c} - A_{long} f_{sd} \right)}{L_m} \geq 0 \quad (3.61)$$



$$V_{Rd} = 0,6\eta A_{cv} \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} + A_s f_{sd} + A_F f_{yFd} \leq 0,2\eta A_{cv} f_{cd} + 0,6 A_F f_{yFd} \quad (3.62)$$

Onde:

$\Sigma Q_{m,Rd}$  é o somatório das forças resistentes de cálculo individuais de cada conector de cisalhamento dentro do trecho de comprimento  $L_m$ ;

$$f_{ctk,inf} = 0,21 f_{ck}^{2/3}$$

$b_1$  é a largura efetiva da laje, a partir do eixo da viga, do lado onde se analisa a resistência à fissuração e  $b_2$  é a largura efetiva da laje no lado oposto a  $b_1$ ;

$A_{b1c}$  é a área da seção transversal da região comprimida da laje de concreto entre o plano de cisalhamento e a linha de centro da viga;

$A_{long}$  é a armadura longitudinal da laje, entre o plano de cisalhamento e a linha de centro da viga;

$L_m$  é a distância entre as seções de momento máximo positivo e momento nulo nas regiões de momento fletor positivo, ou a distância entre as seções de momento máximo negativo e momento nulo nas regiões de momento fletor negativo;

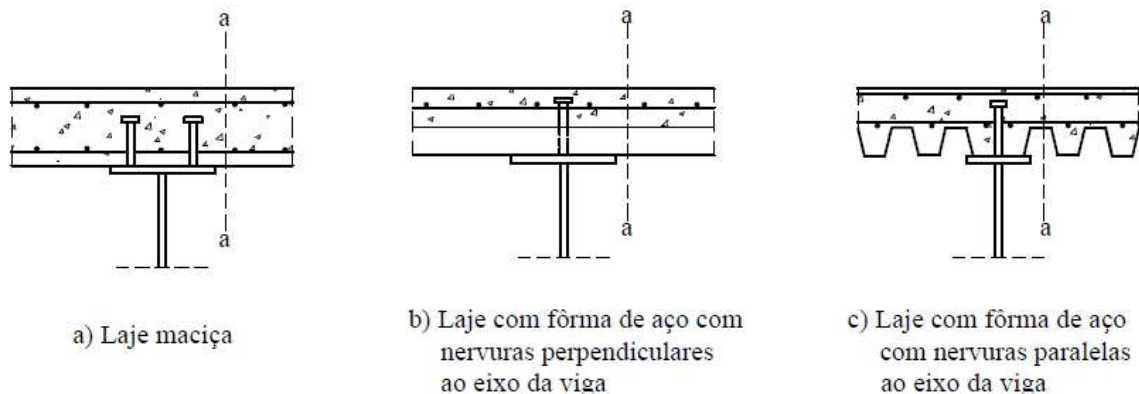
$\eta = 0,3 + 0,7(\rho_c/2400)$ , com  $\rho_c$  sendo a massa específica do concreto em  $\text{kg/m}^3$ , não podendo ser adotado maior que 2400;

$A_{cv}$  é a área de cisalhamento do concreto no plano considerado, por unidade de comprimento;

$A_s$  é a armadura transversal na laje, por unidade de comprimento, incluindo a armadura de flexão e demais armaduras adicionais;

$A_F$  é a área da forma de aço incorporada no plano de cisalhamento, por unidade de comprimento, para nervuras perpendiculares ao perfil (nos demais casos,  $A_F = 0$ ).

**Figura 3.25: Planos de cisalhamento na viga mista**



Fonte: ABNT NBR 8800 (2008)

### 3.6.3 CONTROLE DE FISSURAS NO CONCRETO

Quando for desejado controlar a durabilidade e aparência da estrutura, devem ser verificados os estados-limites de serviço relacionados à fissuração do concreto. Nas vigas mistas, estes efeitos podem ocorrer nas regiões de ocorrência de momento fletor negativo ou com tendência de continuidade, como nas vigas contínuas e semicontínuas. Nesses casos, uma armadura de tração longitudinal deve ser posicionada, de acordo com procedimento apresentado pela ABNT NBR 8800 (2008), adaptado da ANBT NBR 6118 (2014).

Na falta de um método mais rigoroso para a avaliação dos esforços gerados pela restrição de deformações, que ocorre nas regiões de momento fletor negativo ou com tendência de continuidade, pode-se adotar uma área mínima de armadura longitudinal de tração para combater o efeito da fissuração, calculada pela Equação 3.63:

$$A_s = \frac{k k_c k_s f_{ct,ef} A_{ct}}{\sigma_{st}} \quad (3.63)$$

Onde:

$A_{ct}$  é a área efetiva transversal da laje de concreto;

$k$  é um coeficiente que leva em conta os mecanismos de geração de tração, podendo ser adotado o valor de 0,8;

$k_s$  é um coeficiente que leva em conta o efeito de redução da força normal na laje de concreto devido à ocorrência de fissuração inicial e deslizamento relativo na ligação entre a laje e o perfil de aço, podendo ser adotado o valor de 0,9;

$k_c$  é um coeficiente que leva em conta o equilíbrio e a distribuição de tensões na laje de concreto imediatamente antes da formação das fissuras, definido pela Equação 3.64;

$f_{ct,ef}$  é a resistência média à tração efetiva do concreto quando se formam as primeiras fissuras, e na falta da determinação de um valor confiável, pode ser adotado um valor de 3 MPa;

$\sigma_{st}$  é a máxima tensão de tração permitida na armadura imediatamente após a ocorrência de fissuração, conforme Equação 3.65.

$$k_c = \frac{1}{1 + \frac{t_c}{2y_o}} + 0,3 \leq 1,0 \quad (3.64)$$

Onde:

$t_c$  é a altura da laje de concreto;

$y_o$  é a distância entre os centros geométricos da seção mista homogeneizada na região de momentos negativos e da laje de concreto.

$$\sigma_{st} = 810w_k^{0,5} \sqrt{\frac{f_{ck}^{2/3}}{\phi}} \leq f_{ys} \quad (3.65)$$

Onde:

$w_k$  é a abertura característica máxima das fissuras, em mm (para classe de agressividades II e III,  $w_k = 0,3$ );

$f_{ck}$  é a resistência característica do concreto à compressão, em MPa;

$\phi$  é o diâmetro das barras da armadura, em mm;

$f_{ys}$  é a resistência ao escoamento do aço da armadura, em MPa.

### 3.7 APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO ANALÍTICO

Para a verificação dos procedimentos analíticos utilizados na avaliação da capacidade resistente de vigas mistas protendidas, conforme metodologia baseada na adaptação do equacionamento da ABNT NBR 8800 (2008) para vigas mistas convencionais e nas verificações complementares do sistema de protensão, é feita uma comparação entre os resultados da aplicação destes procedimentos e resultados experimentais disponíveis na literatura. Foi desenvolvida uma planilha para dimensionamento de vigas mistas de aço e

concreto protendidas, conforme apresentado no Apêndice A. Os resultados dos experimentos de Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b), Ayyub, Sohn, Saadatmanesh (1990), Chen e Gu (2005) e Lorenc e Kubica (2006) em vigas mistas protendidas biapoiadas submetidas à momento fletor positivo serão confrontados com a metodologia apresentada anteriormente. A Tabela 3.2 mostra os principais detalhes e resultados experimentais para avaliação do procedimento de dimensionamento analítico.

**Tabela 3.2: Detalhes e resultados experimentais para avaliação do procedimento de dimensionamento analítico**

Experimento	Viga	Traçado	$L$ (mm)	$d$ (mm)	$b_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$B_c$ (mm)	$t_c$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$e_p$ (mm)	$f_{pyk}$ (MPa)	$d_p$ (mm)	$F_0$ (kN)
Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b)	A	Linear	4575	352	171	9.5	6.8	367	915	76	33.4	485	910	16	98.00
Ayyub, Sohn, Saadatmanesh (1990)	A	Linear	4572	352	171	9.5	6.8	411.6	1067	89	40	411	1036	16	133.40
	B	Linear	4572	352	171	9.5	6.8	411.6	1067	89	40	411	1860	15	173.50
	C	Poligonal	4572	352	171	9.5	6.8	411.6	1067	89	40	411	1860	15	146.00
Chen e Gu (2005)	BS1	Linear	5000	270	120	10	5.7	327.7	1100	90.5	41	330	1680	12.7	107.60
	BS2	Linear	5000	270	120	10	5.7	327.7	1100	90.5	41	330	1680	12.7	112.60
Lorenc e Kubica (2006)	B1	Poligonal	5524	370	170	12.7	8	293	800	100	34.58	401	1860	15.7	148.50
	B2	-	5524	370	170	12.7	8	293	800	100	66.66	-	-	-	-
	B3	Poligonal	5524	370	170	12.7	8	293	800	100	48.45	401	1860	15.7	140.50
	B4	Linear	5524	370	170	12.7	8	293	800	100	38.67	401	1860	15.7	144.50
	B5	Poligonal	5524	370	170	12.7	8	293	800	100	38.95	401	1860	15.7	147.00
	B6	Linear	5524	370	170	12.7	8	293	800	100	50.79	401	1860	15.7	150.00

Onde:  $L$  = distância entre os apoios;  $d$  = altura total do perfil de aço;  $b_f$  = largura da mesa do perfil;  $t_f$  = espessura da mesa do perfil;  $t_w$  = espessura da alma;  $f_y$  = resistência ao escoamento do aço;  $B_c$  = largura colaborante da laje;  $t_c$  = espessura da laje;  $f_c$  = resistência à compressão do concreto;  $e_p$  = distância entre o eixo dos cabos e o topo da laje;  $f_{pyk}$  = resistência característica à ruptura dos cabos de protensão;  $d_p$  = diâmetro dos cabos de protensão;  $F_0$  = força de protensão inicial.

Fonte: Autora (2023)

A Tabela 3.3 expõe uma comparação entre os resultados experimentais e os resultados calculados através do procedimento analítico. São confrontados os momentos últimos experimentais ( $M_{u,exp}$ ) com os momentos últimos analíticos ( $M_{u,ana}$ ), e as forças de protensão últimas experimentais ( $F_{u,exp}$ ) com as forças de protensão últimas analíticas ( $F_{u,ana}$ ). Para a Viga A de Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b) e a Viga A de Ayyub, Sohn, Saadatmanesh (1990), não foram apresentadas as forças de protensão finais, considerando os incrementos desenvolvidos ao longo do ensaio, por isso esses valores não estão presentes na comparação dos resultados. Já a Viga B2 de Lorenc e Kubica (2006) era uma viga convencional, sem protensão. Destaca-se que na determinação do momento último, é importante incorporar o incremento na força de protensão em decorrência do carregamento aplicado. No entanto, a não consideração deste incremento na avaliação da capacidade resistente é a favor da segurança. Nas análises apresentadas neste trabalho, utilizou-se o procedimento proposto por Chen e Gu (2005) para a estimativa da tensão última nos cabos de protensão.

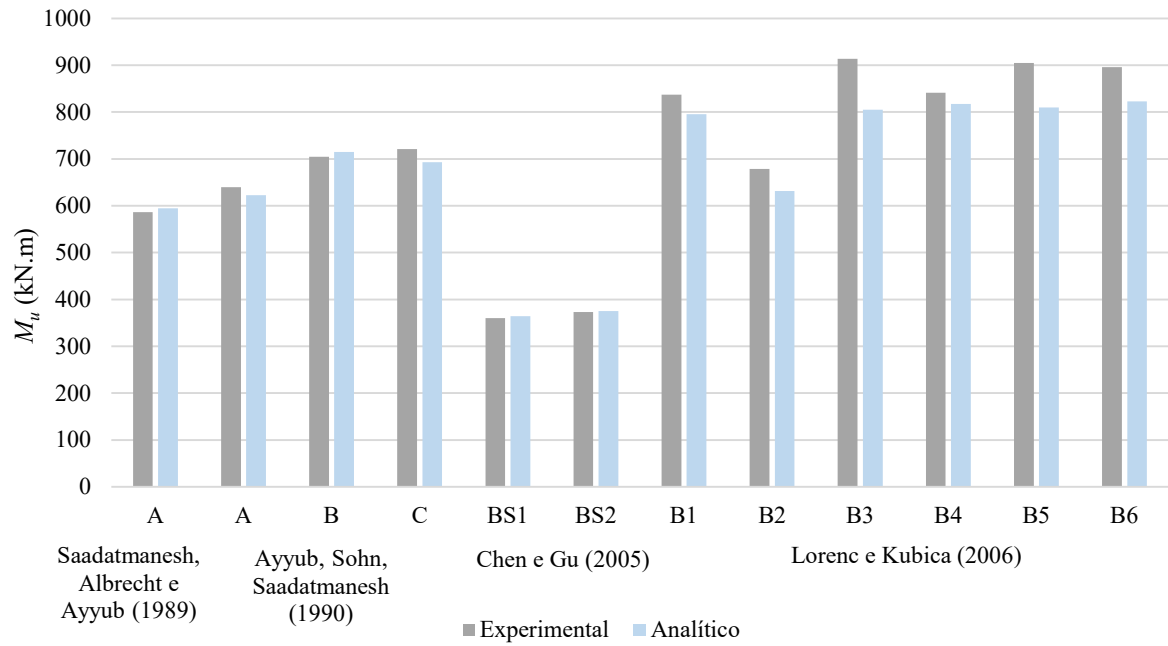
**Tabela 3.3: Comparação resultados experimentais e procedimento analítico**

Experimento	Viga	Experimental		Analítico		$M_{u,exp}/$ $M_{u,teo}$	$F_{u,exp}/$ $F_{u,ana}$
		$M_{u,exp}$ (kN.m)	$F_{u,exp}$ (kN)	$M_{u,ana}$ (kN.m)	$F_{u,ana}$ (kN)		
Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b)	A	586.52	-	594.88	205.10	0.99	-
Ayyub, Sohn, Saadatmanesh (1990)	A	639.80	-	622.38	-	1.03	-
	B	704.60	253.50	714.69	270.23	0.99	0.94
	C	721.15	236.00	693.26	238.20	1.04	0.99
Chen e Gu (2005)	BS1	360.00	193.90	364.27	187.73	0.99	1.03
	BS2	373.20	198.90	375.06	193.15	1.00	1.03
	B1	836.94	197.99	795.66	196.72	1.05	1.01
	B2	678.60	-	631.70	-	1.07	-
Lorenc e Kubica (2006)	B3	913.85	226.12	805.32	215.98	1.13	1.05
	B4	841.46	234.31	817.63	216.70	1.03	1.08
	B5	904.80	216.31	809.94	204.11	1.12	1.06
	B6	895.75	217.51	822.89	232.93	1.09	0.93

Fonte: Autora (2023)

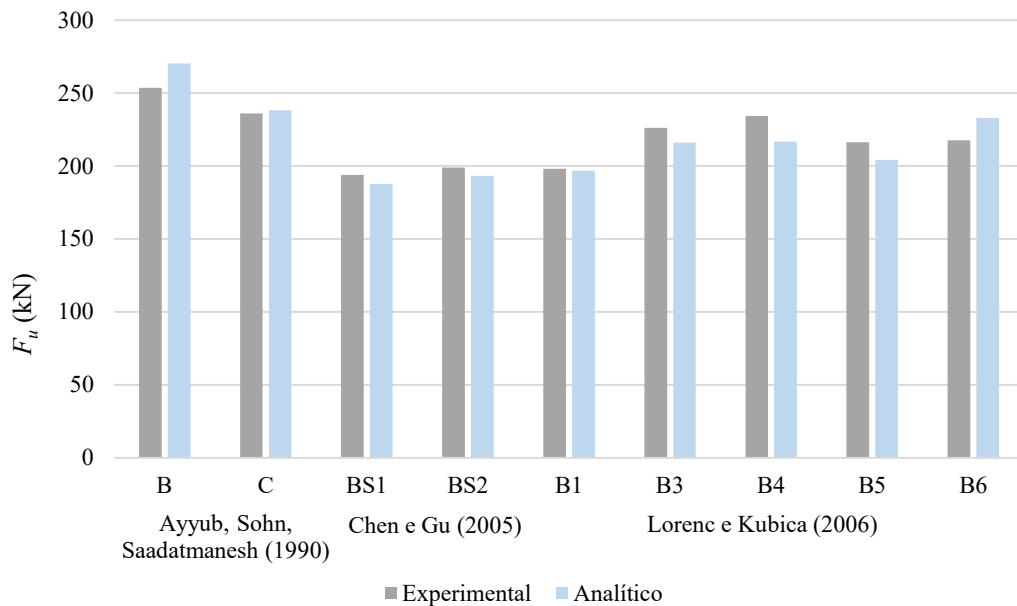
Um gráfico comparativo entre os momentos últimos determinados pelos experimentos mencionados e pela aplicação da metodologia analítica é mostrado na Figura 3.26, enquanto um gráfico comparando as forças de protensão últimas experimentais e analíticas é apresentado na Figura 3.27.

**Figura 3.26: Comparação momentos últimos experimentais e analíticos**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 3.27: Comparação força de protensão final experimentais e analíticas**



Fonte: Autora (2023)

Observa-se que os resultados determinados por meio da aplicação do procedimento analítico se aproximaram dos resultados experimentais. A maior diferença encontrada foi de 12%, para a viga B5 de Lorenc e Kubica (2006). A metodologia analítica mostrada se mostrou adequada para ser utilizada no dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa.

### **3.8 ASPECTOS CONSTRUTIVOS DO SISTEMA DE PROTENSÃO**

A metodologia construtiva e os dispositivos de protensão em vigas de aço ou em vigas mistas de aço e concreto muitas vezes é uma adaptação da protensão em vigas de concreto, cujo processo executivo é extremamente difundido. O sistema de protensão é composto de: cordoalhas e acessórios de proteção contra a corrosão, chapas de ancoragem, desviadores dos cabos e macacos hidráulicos para aplicação da tensão.

O aço protendido é geralmente utilizado nas estruturas na forma de cordoalhas, que são agrupamentos de um número conveniente de fios de aço. Em estruturas protendidas, usualmente são utilizadas cordoalhas de 3 ou 7 fios, com diâmetros nominais de 12,7 mm ou 15,2 mm. As cordoalhas de 12,7 mm são preferíveis, pois são mais leves e flexíveis, o que torna a montagem e execução mais fácil.

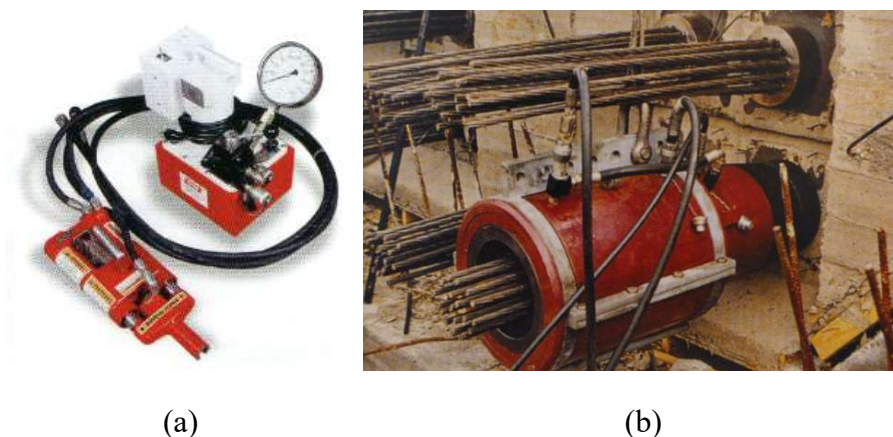
No concreto protendido, a protensão pode ser aderente ou não-aderente. Na aderente, cada cordoalha possui uma bainha metálica que a envolve, feita geralmente de zinco galvanizado e, após a protensão, é necessária a injeção de nata de cimento, para garantir a aderência e para proteger a cordoalha. Na protensão não-aderente, as cordoalhas recebem uma camada de graxa e são revestidas com bainha plástica, feita de polietileno de alta densidade, extrudado diretamente sobre a cordoalha, já engraxada em toda a sua extensão. O sistema não aderente dispensa o uso de bainha metálica e a necessidade da injeção de nata de cimento, o que torna a execução simplificada. A graxa que envolve a cordoalha possui propriedades inibidoras de corrosão, o que torna este tipo de cordoalha ideal para utilização em protensão externa. As cordoalhas unitárias também são chamadas de monocordoalhas. Em estruturas mais robustas, é possível agrupar uma série de cordoalhas em uma só bainha.

A força de protensão é aplicada nas cordoalhas por meio de macacos hidráulicos, acoplados nas placas de ancoragem. A protensão pode ser aplicada por meio das duas extremidades das cordoalhas (duas ancoragens ativas), ou por apenas um dos lados (uma ancoragem ativa e uma passiva). No caso de cordoalhas engraxadas, o equipamento protende



um cabo por vez. Os macacos geralmente têm capacidade de aplicar forças de até 20 ou 30 toneladas, para cordoalhas de 12,7 e 15,2 mm, respectivamente. A Figura 3.28a mostra um equipamento para protensão em monocordoalha, e a Figura 3.28b mostra um macaco de protensão para um conjunto de cordoalhas associadas.

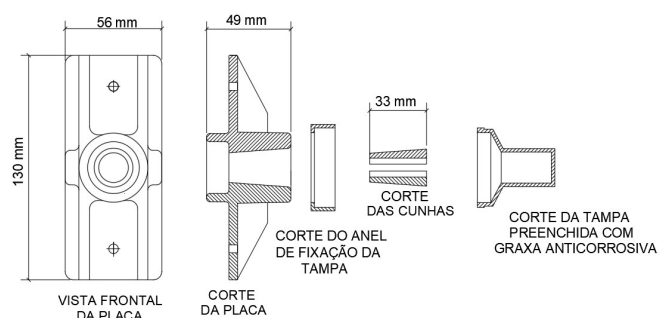
**Figura 3.28: Equipamentos para aplicação de protensão**



Fonte: Aalami (2014)

As ancoragens são dispositivos utilizados na fixação das extremidades dos cabos de protensão, de forma a impedir que estes percam a tração aplicada pelo macaco hidráulico. Nas vigas mistas de aço e concreto, podem ser utilizadas as mesmas ancoragens utilizadas no concreto protendido. A Figura 3.29 mostra um detalhe do dispositivo de ancoragem de cordoalha, composto de placa de aço, cunha, tampa, e anel de fixação da tampa. O vazio entre a tampa e a extremidade do cabo deverá ser preenchido com graxa anticorrosiva.

**Figura 3.29: Detalhe da placa de ancoragem, cunha e tampa de proteção**



Fonte: Autora (2023)

Na Figura 3.30 é mostrado um detalhe de ancoragem de cordoalha engraxada em perfil de aço, utilizando os dispositivos de cunha e placa de ancoragem, comumente utilizados no concreto protendido. Já na Figura 3.31, é possível observar que chapa de ancoragem utilizada na protensão do perfil de aço é lisa, o que melhora a distribuições de tensão na região, e possibilita uma maior flexibilidade na distribuição dos cabos nas extremidades do perfil.

**Figura 3.30: Ancoragem da cordoalha engraxada com cunha e placa de ancoragem**



Fonte: Ribeiro *et al.* (2018)

**Figura 3.31: Ancoragem da cordoalha com cunhas e chapa de ancoragem**



Fonte: Nunziata (1999)

O processo de protensão consiste em aplicar a força inicial de protensão, ancorar a extremidade do cabo e medir o alongamento resultante. O controle do alongamento é a garantia de que a força de protensão foi devidamente aplicada. O alongamento teórico deve ser determinado, relacionando o módulo de elasticidade do aço com a força de protensão inicial. Para medir o alongamento, a extremidade do cabo deve ser previamente marcada a uma

distância fixa conhecida da face da chapa de ancoragem. Geralmente é utilizada uma marcação com tinta spray para marcar essa referência (Figura 3.32). Após validação da força de protensão aplicada, as extremidades das cordoalhas devem ser cortadas e protegidas.

**Figura 3.32: Controle do alongamento das cordoalhas**



Fonte: Aalami (2014)

### 3.9 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados procedimentos analíticos para o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa. Foram inicialmente apresentadas as verificações e parâmetros referentes ao sistema de protensão, além de metodologias para a estimativa do incremento na força de protensão. Feito isso, foi mostrado um procedimento para o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas, baseado em uma adaptação da metodologia adotada pela norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008) para projeto de vigas mistas de aço e concreto convencionais, incluindo a parcela da protensão na determinação do momento resistente pelo equilíbrio da seção mista plastificada.

A metodologia analítica foi então aplicada em resultados experimentais disponíveis na literatura e os momentos e forças de protensão últimas experimentais e analíticas e experimentais foram comparadas, mostrando a validade do método analítico no dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas. Por fim, foram mostrados ainda aspectos construtivos referentes ao sistema de protensão em vigas mistas de aço e concreto.

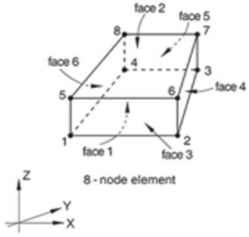
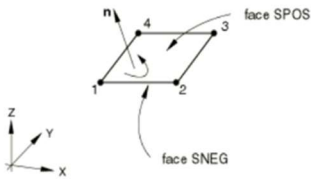
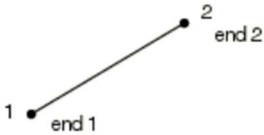
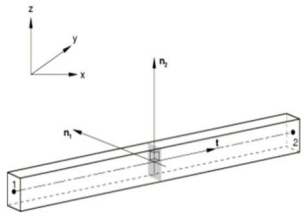
## 4. MODELAGEM NUMÉRICA

Neste capítulo são apresentados os procedimentos e critérios utilizados na modelagem numérica proposta. Os modelos numéricos tridimensionais apresentados foram implementados utilizando o *software* de elementos finitos *Abaqus*. A modelagem tem como objetivo representar o comportamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa. Foram apresentadas as definições de cada um dos elementos finitos utilizados, os modelos constitutivos dos materiais, as definições de contato entre os materiais, as restrições adotadas e as etapas de aplicação dos carregamentos. Nas análises foi utilizado o método de Newton-Raphson disponível no *Abaqus* como estratégia numérica para resolver o sistema de equações de equilíbrio não lineares.

### 4.1 GEOMETRIA, ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS E DISCRETIZAÇÃO DA MALHA

As geometrias dos modelos numéricos foram montadas considerando um eixo de simetria no vão central da viga mista de aço e concreto protendida, para reduzir o custo computacional de processamento. Cada uma das vigas modeladas é constituída por perfil tipo I de aço, laje mista em concreto com forma de aço incorporada ou laje maciça de concreto, conectores de cisalhamento promovendo o comportamento conjunto entre laje e o perfil, cabos de protensão e armaduras passivas, principalmente nos modelos formados por lajes em concreto. Foram utilizados quatro tipos de elementos finitos, disponíveis na biblioteca do *Abaqus*, para representarem as partes constituintes das vigas mistas de aço e concreto com protensão externa. Os elementos finitos utilizados são: *solid* C3D8R, *shell* S4R, *truss* T3D2 e *beam* B31, e suas descrições e utilizações são apresentadas no Quadro 4.1.

**Quadro 4.1: Elementos finitos utilizados na modelagem numérica**

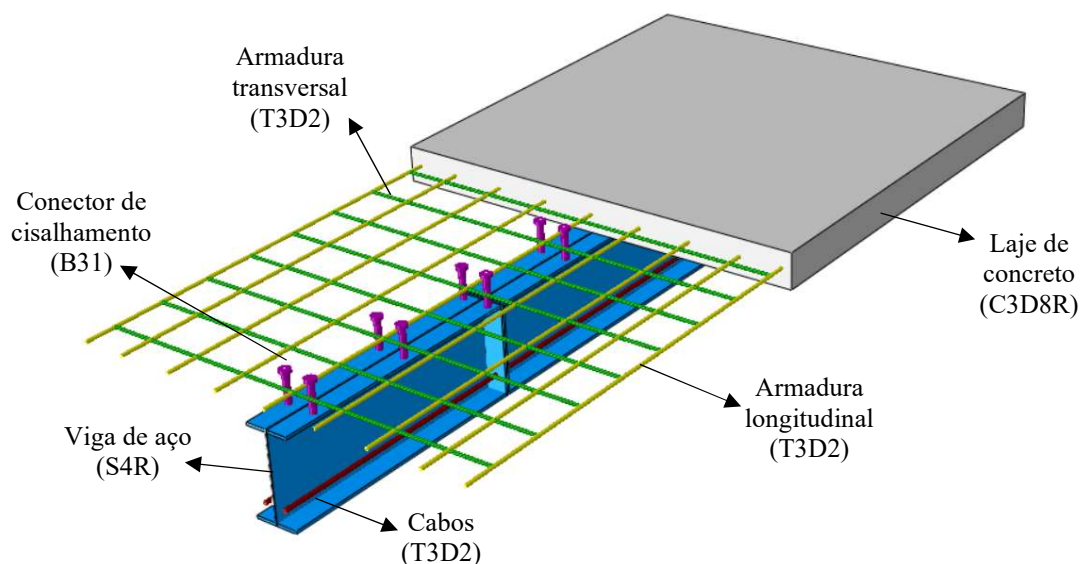
Elemento	Descrição	Utilização
<p><i>Solid (C3D8R)</i></p>  <p>8 - node element</p>	<p>Elemento tridimensional com um nó em cada vértice, totalizando oito nós, com três graus de liberdade cada. Utiliza integração reduzida.</p>	<p>Laje em concreto</p>
<p><i>Shell (S4R)</i></p> 	<p>Elemento de casca com quatro nós, cada um com seis graus de liberdade. Utiliza integração reduzida.</p>	<p>Perfil de aço e forma de aço</p>
<p><i>Truss (T3D2)</i></p> 	<p>Elemento de barra com dois nós, cada um com três graus de liberdade.</p>	<p>Cabos de protensão e armadura passiva</p>
<p><i>Beam (B31)</i></p> 	<p>Elemento de viga com dois nós, cada um com seis graus de liberdade.</p>	<p>Conectores de cisalhamento tipo pino com cabeça</p>

Fonte: Autora (2023)

Na Figura 4.1 são mostrados todos os elementos que constituem os modelos numéricos de vigas mistas de aço e concreto protendidas com laje maciça e na Figura 4.2 são mostrados todos os elementos que constituem os modelos numéricos de vigas mistas de aço e concreto protendidas com laje mista com forma de aço incorporada. Na maioria dos elementos de viga mista de aço e concreto protendida com laje mista formada pela associação da forma de aço *steel deck* e laje em concreto, a armadura passiva posicionada no concreto é apenas construtiva,

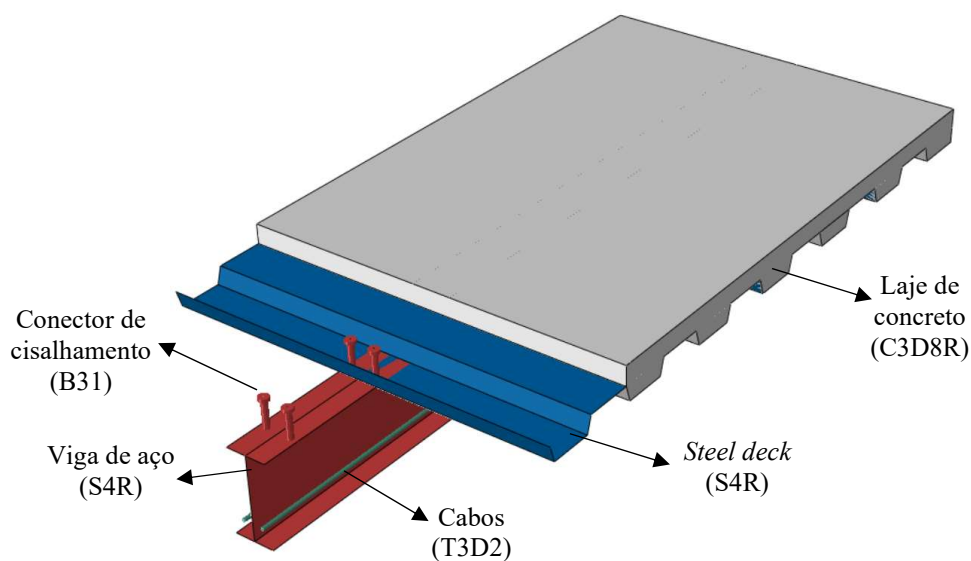
já que a seção de aço necessária é composta pela própria forma. Por esta razão não há a representação de armadura passiva na Figura 4.2.

**Figura 4.1: Elementos do modelo numérico para vigas mistas de aço e concreto protendidas com laje maciça**



Fonte: Autora (2023)

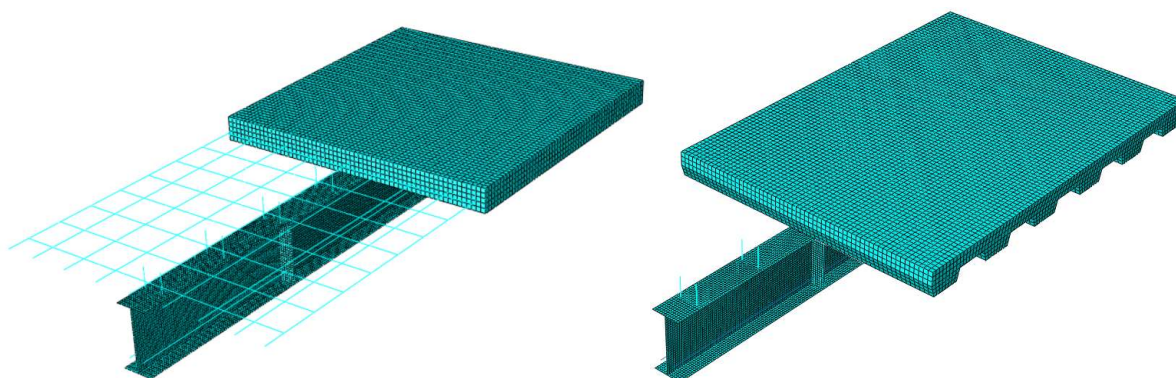
**Figura 4.2: Elementos do modelo numérico para vigas mistas de aço e concreto protendidas com laje mista**



Fonte: Autora (2023)

Para a determinação das dimensões da malha de elementos finitos, foram feitas uma série de análises de sensibilidade nos modelos de aferição. Verificou-se que, utilizando uma malha de 20 mm na laje de concreto e forma de aço incorporada e de 10 mm nos perfis de aço e conectores de cisalhamento, os resultados foram satisfatórios e com custos computacionais relativamente baixos. Os cabos de protensão foram discretizados em trechos, através de elementos com dimensões correspondentes às distâncias entre os desviadores e enrijecedores ou chapas de ancoragem. Esse artifício possibilitou que as deformações nos cabos acompanhassem as deformações nas vigas, por meio dos pontos de contato entre os cabos e a viga de aço. A discretização da malha nas vigas mistas protendidas é mostrada na Figura 4.3.

**Figura 4.3: Discretização da malha**

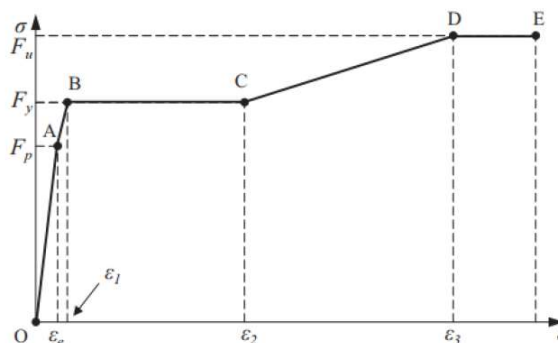


Fonte: Autora (2023)

## 4.2 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS

Para representar o comportamento não linear do aço do perfil foi adotado o modelo proposto por Han *et al.* (2001), que também foi utilizado nos estudos de Silva (2018). Foi assumido que o aço possui um comportamento linear, até atingir sua tensão de proporcionalidade, e após esse limite desenvolve deformações plásticas. A partir da deformação correspondente no ponto de tensão de escoamento ( $\epsilon_1$ ) e a deformação de início do encruamento ( $\epsilon_2$ ), o modelo é perfeitamente plástico. Após esses pontos, há os limites de tensão e deformação que caracterizam a ruptura. A Figura 4.4 ilustra a relação entre tensão e deformação considerada para o aço do perfil.

**Figura 4.4: Modelo constitutivo adotado para o aço do perfil**



Fonte: Adaptado de Han *et al.* (2001)

O Quadro 4.2 mostra as equações que definem os trechos do modelo constitutivo considerado para o aço do perfil, enquanto o Quadro 4.3 mostra os valores das deformações em cada um dos pontos.

**Quadro 4.2: Equações que definem os trechos do modelo constitutivo do aço do perfil**

Trecho O-A ( $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_e$ )	$\sigma = E_s \cdot \varepsilon$
Trecho A-B ( $\varepsilon_e \leq \varepsilon \leq \varepsilon_1$ )	$\sigma = F_p + \frac{\varepsilon - \varepsilon_e}{\varepsilon_1 - \varepsilon_e} \cdot (F_y - F_p)$
Trecho B-C ( $\varepsilon_1 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2$ )	$\sigma = F_y$
Trecho C-D ( $\varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_3$ )	$\sigma = F_y + \frac{\varepsilon - \varepsilon_2}{\varepsilon_3 - \varepsilon_2} \cdot (F_u - F_y)$
Trecho D-E ( $\varepsilon \geq \varepsilon_3$ )	$\sigma = F_u$

Fonte: Adaptado de Han *et al.* (2001)

**Quadro 4.3: Deformações adotadas no modelo constitutivo do aço do perfil**

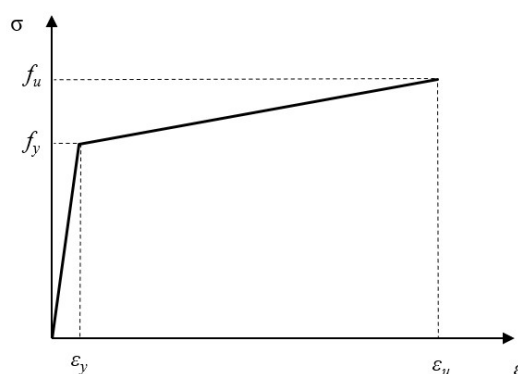
$\varepsilon_e$	$\sigma/E_s$
$\varepsilon_1$	$1,5 \cdot \varepsilon_e$
$\varepsilon_2$	$10 \cdot \varepsilon_e$
$\varepsilon_3$	$100 \cdot \varepsilon_e$

Fonte: Adaptado de Han *et al.* (2001)



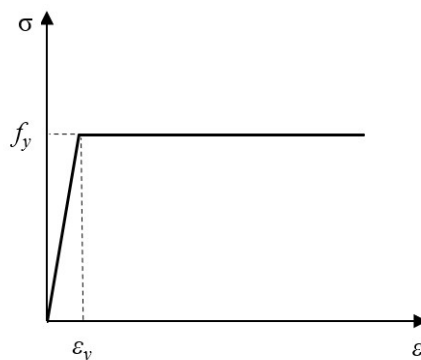
Para os conectores de cisalhamento, a forma de aço incorporada e os cabos de protensão, foi adotado um modelo elastoplástico com comportamento bilinear e encruamento isótropo, conforme diagrama mostrado na Figura 4.5. Já para as armaduras passivas longitudinais e transversais, foi adotado um modelo elastoplástico perfeito (Figura 4.6).

**Figura 4.5: Modelo constitutivo adotado para os conectores de cisalhamento, forma de aço e protensão**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 4.6: Modelo constitutivo adotado para as armaduras passivas**

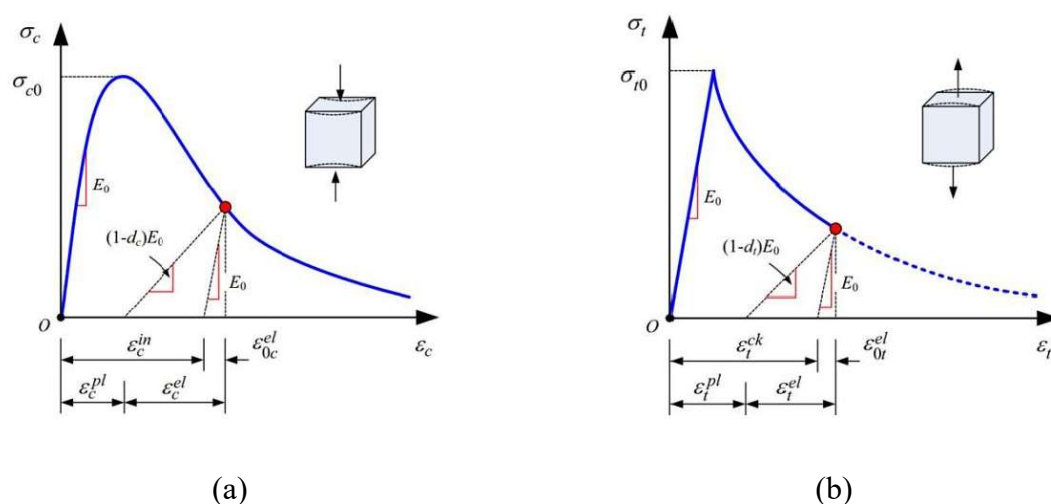


Fonte: Autora (2023)

Na representação do comportamento do concreto, foi utilizado o modelo de dano plástico (*Concrete Damaged Plasticity* – CDP), disponível na biblioteca do Abaqus. O CDP é um modelo contínuo, elastoplástico com dano baseado nas formulações descritas por Lubliner *et al.* (1989) e modificado por Lee e Fenves (1998), onde foram admitidos os mecanismos de

falha de ruptura por tração e esmagamento por compressão. O dano é descrito pela variável “d”, que varia de zero, quando o material está íntegro, até 1, quando o material encontra-se completamente danificado. Os fatores de dano então representam a taxa de degradação da rigidez do concreto submetido à compressão e tração uniaxial. O conceito do dano está ilustrado na Figura 4.7(a) e (b) para a compressão e a tração, respectivamente.

**Figura 4.7: Ilustração do parâmetro dano**



Fonte: Adaptado de Chi *et al.* (2017)

No domínio elástico, foram inseridos no programa os parâmetros elásticos de módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. No domínio plástico, os parâmetros necessários para o modelo de CDP estão listados no Quadro 4.4.

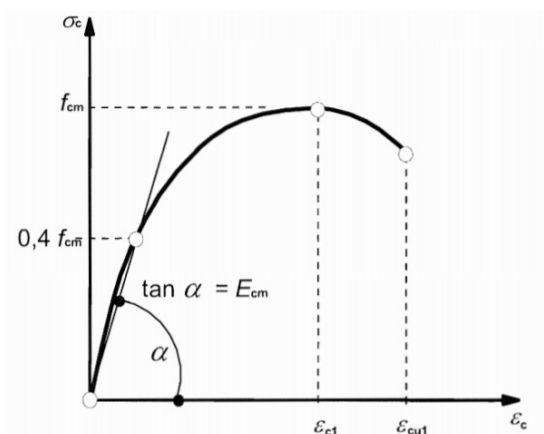
**Quadro 4.4: Parâmetros plásticos para o modelo de CDP**

Parâmetro	Definição	Valor
$\psi$	Ângulo de dilatância	36°
$\epsilon$	Excentricidade potencial plástica.	0.1 - Recomendação modelo CDP
$\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$	Relação entre as resistências à compressão no estado biaxial e uniaxial	1.16 - Default Abaqus
$K_c$	Parâmetro que governa a superfície de ruptura.	2/3 - Default Abaqus
$\mu$	Parâmetro de viscosidade	0.0001

Fonte: Autora (2023)

Os valores de tensão e deformação correspondentes na compressão foram determinados pelo modelo idealizado apresentado no Eurocode 2 (EN 1992-1-1, 2004), conforme ilustrado na Figura 4.8. Neste modelo, assume-se que o concreto possui um comportamento elástico linear até aproximadamente 40% da sua resistência média a compressão.

**Figura 4.8: Representação esquemática da curva tensão-deformação do concreto na compressão**



Fonte: EN 1992-1-1 (2004)

A relação entre tensão e deformação na compressão para um carregamento uniaxial de curta duração do concreto de acordo com a Figura 4.8, pode ser descrita conforme a Equação 4.1.

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} \quad (4.1)$$

Onde:

$f_{cm} = f_{ck} + 8$  (MPa) é o valor médio da resistência à compressão

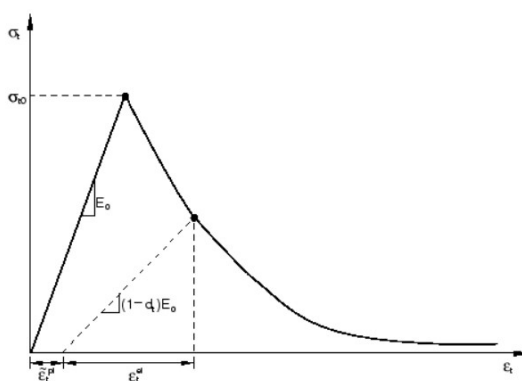
$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{ct}$ ;

$\varepsilon_{ct} = 0,7 f_{cm}^{0,31} \leq 2,8$  (‰) é a deformação na tensão pico;

$k = 1,05 E_{cm} \times |\varepsilon_{ct}| / f_{cm}$

O comportamento da relação entre a tensão e a deformação do concreto sujeito à tração uniaxial pode ser representado através da curva da Figura 4.9. No primeiro trecho, o comportamento é elástico linear até a tensão limite de resistência à tração. Essa tensão limite corresponde ao início da ocorrência de microfissuras no material. O segundo trecho é influenciado pela armadura, considerando a contribuição da rigidez do concreto entre as fissuras. Neste trecho, há um declive da curva, também chamado de amolecimento da curva (*tension stiffening*), que indica a perda de resistência do concreto.

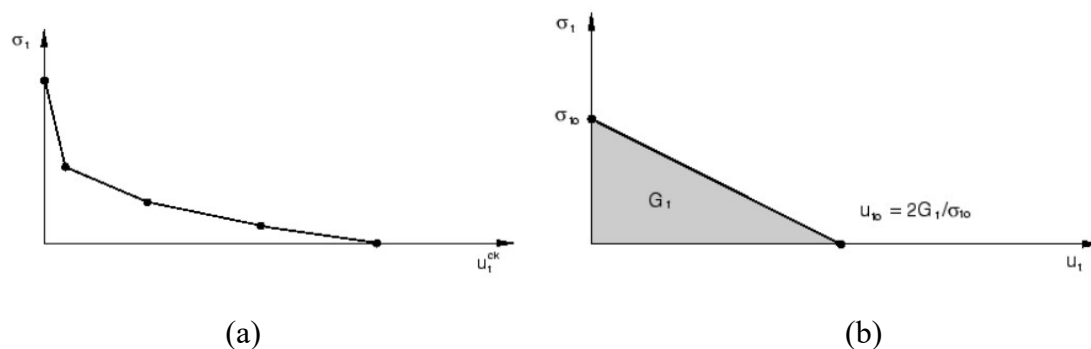
**Figura 4.9: Comportamento do concreto para carregamento uniaxial na tração**



Fonte: Documentação do *Abaqus*

Segundo a documentação do *Abaqus*, se houver regiões significativas sem a presença de armadura de tração, a abordagem utilizando o critério de *tension stiffening* pode levar a equívocos na sensibilidade da malha. O critério da fratura proposto por Hillerborg *et al.* (1976) é adequado para minimizar os problemas de convergência na maioria dos casos. Hillerborg *et al.* (1976) definiram que a energia necessária para abrir uma unidade de fratura ( $G_f$ ) é um parâmetro do material. Com essa abordagem, o comportamento frágil do concreto é definido por uma curva tensão-deslocamento, ao invés de uma curva tensão-deformação. A Figura 4.10(a) mostra a curva tensão-deslocamento pós-pico. Alternativamente, como a energia da fratura é um parâmetro do material, é possível definir um modelo linear de perda da resistência do concreto após a fissuração, conforme Figura 4.10(b), onde a área abaixo da curva representa a energia da fratura.

**Figura 4.10: Curva tensão-deslocamento pós-pico (tension stiffening) e curva de energia da fratura pós-pico**

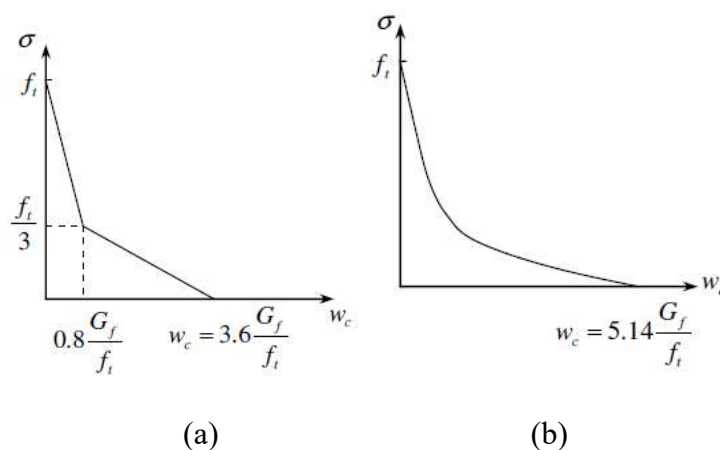


Fonte: Documentação do *Abaqus*

De acordo com a documentação do *Abaqus*, o valor de  $G_f$  vai de 40 N/m (para um concreto de resistência a compressão de aproximadamente 20 MPa) até 120 N/m (para um concreto de resistência a compressão de aproximadamente 40 MPa).

Com o modelo linear, o comportamento do concreto após o pico pode ser muito rígido. É possível obter uma melhor aproximação da curva adotando uma função bilinear, derivada por Hillerborg (1985), conforme apresentado na Figura 4.11(a). É possível ainda utilizar uma função exponencial para representar este trecho da curva, conforme determinação experimental de Cornelissen *et al.* (1986) é mostrado na Figura 4.11(b). Neste estudo foi adotado o modelo bilinear proposto por Hillerborg (1985).

**Figura 4.11: Curva de amolecimento bi-linear e exponencial**



Fonte: Adaptado de Hillerborg (1985) e Cornelissen *et al.* (1986)

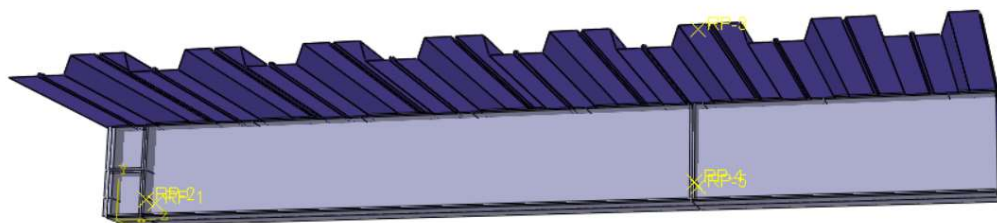
### 4.3 DEFINIÇÃO DAS VINCULAÇÕES E RESTRICÇÕES

Os comportamentos de todas as vinculações e contatos existentes nas vigas são descritos a seguir.

#### 4.3.1 VINCULAÇÃO ENTRE O PERFIL DE AÇO E A LAJE

No contato entre a mesa superior do perfil de aço e a superfície inferior da forma de aço, do tipo *steel deck*, foi definido um contato do tipo *Surface-to-surface*. Nas propriedades, foi definido um contato do tipo *Hard* para retratar o comportamento na direção normal ao plano da interface, enquanto para o comportamento tangencial, foi definido um contato tipo *Penalty*, adotando um valor de 0.01 no coeficiente de atrito, conforme recomendação de Tahmasebinia *et al.* (2012). A Figura 4.12 mostra o contato entre o perfil de aço e o *steel deck*.

**Figura 4.12: Contato entre o perfil de aço e o *steel deck***



Fonte: Autora (2023)

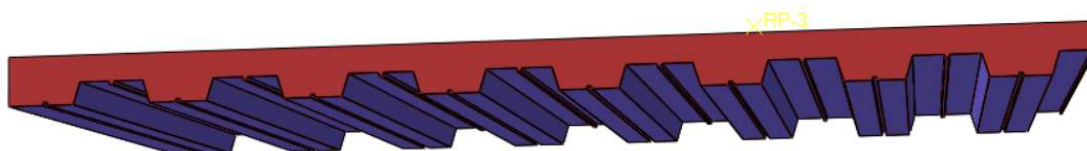
Para os modelos com solução em laje maciça, para representar o contato entre a mesa superior do perfil de aço e a face inferior da laje de concreto, também foi adotado um contato do tipo *Surface-to-surface*. Da mesma forma, nas propriedades, foi definido um contato do tipo *Hard* para retratar o comportamento na direção normal ao plano da interface, enquanto para o comportamento tangencial, foi definido um contato tipo *Penalty*, porém adotando um valor de 0.4 no coeficiente de atrito.

#### 4.3.2 VINCULAÇÃO ENTRE O STEEL DECK E A LAJE DE CONCRETO

No contato entre a superfície superior do *steel deck* e a capa de concreto foi utilizado um procedimento similar ao contato entre a mesa superior do perfil de aço e a superfície inferior

do *steel deck*. Neste caso, foi definido um coeficiente de atrito no valor de 0.5, conforme recomendação de Tahmasebinia *et al.* (2012). A Figura 4.13 mostra o contato entre o *steel deck* e a laje de concreto.

**Figura 4.13: Contato entre o *steel deck* e a laje de concreto**

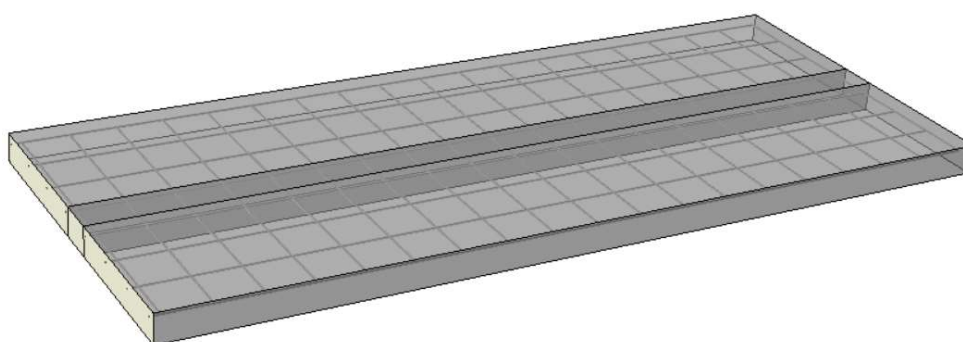


Fonte: Autora (2023)

#### **4.3.3 VINCULAÇÃO ENTRE AS ARMADURAS PASSIVAS E A LAJE DE CONCRETO**

Para simular as armaduras passivas presentes na laje de concreto (Figura 4.14), especialmente nos modelos de viga mista protendida compostas por laje maciça, foi utilizado o comando *Embedded Region* aplicado às armaduras, considerando a laje de concreto como a *Host Region*.

**Figura 4.14: Armaduras passivas na laje de concreto**



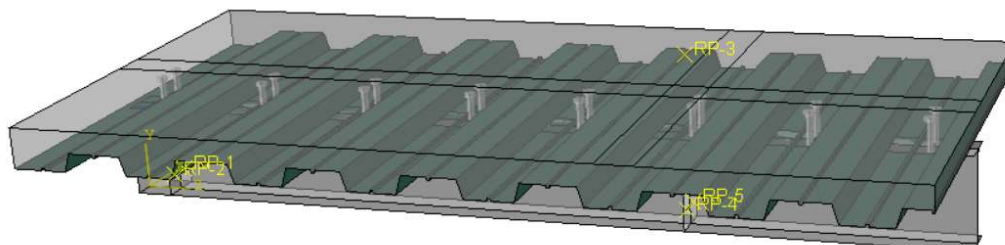
Fonte: Autora (2023)

#### **4.3.4 VINCULAÇÃO ENTRE OS CONECTORES E A LAJE DE CONCRETO**

A interação entre a laje de concreto e os conectores de cisalhamento é feita utilizando a técnica *Embedded Region* aplicada ao corpo e à cabeça dos conectores, considerando a laje de

concreto como a *Host Region*. A Figura 4.15 mostra o contato entre os conectores de cisalhamento e o perfil de aço.

**Figura 4.15: Contato entre os conectores de cisalhamento e a laje de concreto**

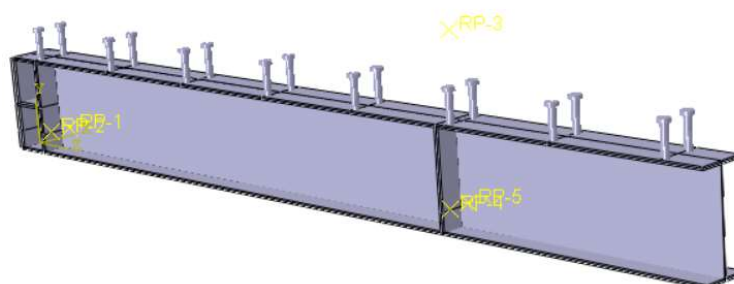


Fonte: Autora (2023)

#### 4.3.5 VINCULAÇÃO ENTRE OS CONECTORES E O PERFIL DE AÇO

Já a ligação entre a base dos conectores e a mesa superior do perfil de aço (Figura 4.16) foi feita através do comando *Merge*. Com isso, os conectores são considerados fundidos ao perfil de aço. Na seleção do comando, foi definida a fundição tanto da geometria quanto da malha.

**Figura 4.16: Contato entre os conectores de cisalhamento e o perfil de aço**



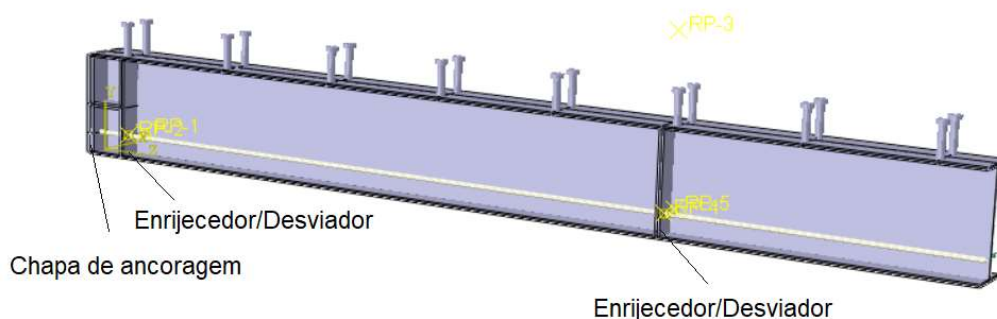
Fonte: Autora (2023)



#### 4.3.6 CONTATO ENTRE OS CABOS DE PROTENSÃO E OS DESVIADORES E ENRIJECEDORES DO PERFIL DE AÇO

Para o contato entre os cabos de protensão e os desviadores e enrijecedores, foi adotado o contato entre os elementos como sendo do tipo *coupling*. Essa ferramenta permite que sejam determinados os graus de liberdade que serão restringidos nos nós que estão em contato entre os elementos. Foram restringidos todos os graus de liberdade, exceto a translação na direção longitudinal U3 (z), considerando que os desviadores são furados e permitem a movimentação do cabo no sentido longitudinal. Para incluir essa vinculação, foi criado um ponto de referência nos enrijecedores e desviadores com restrição de todos os graus de liberdade. A partir daí definiu-se o contato entre o ponto de referência e o nó na posição correspondente do cabo. A Figura 4.17 mostra o contato entre os cabos de protensão e os enrijecedores e desviadores que compõem o perfil de aço.

**Figura 4.17: Vinculação entre os cabos de protensão e os enrijecedores, desviadores e chapas de ancoragem**



Fonte: Autora (2023)

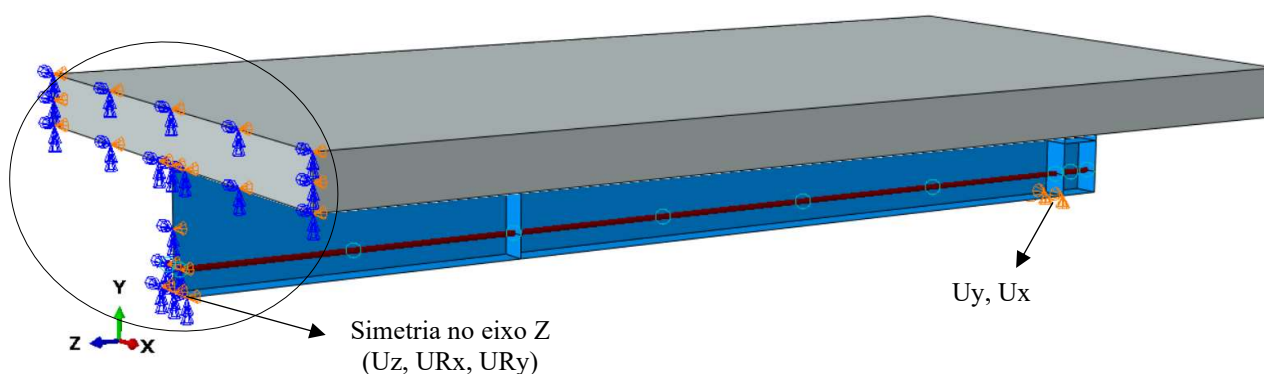
#### 4.3.7 CONTATO ENTRE OS CABOS DE PROTENSÃO E A CHAPA DE ANCORAGEM

No contato entre os cabos de protensão e a chapa de ancoragem localizada nas extremidades das vigas, foi adotada uma restrição do tipo *tie*. Assim, todos os graus de liberdade foram restringidos nesse ponto, o que possibilitou que os esforços atuantes nos cabos de protensão pudessem ser transmitidos para a viga mista. Na definição desta restrição, foi adotada a chapa de ancoragem como sendo a *master surface* e extremidade do cabo como sendo a *slave surface*. A Figura 4.17 mostra o contato entre os cabos de protensão e as chapas de ancoragem.

#### 4.3.8 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Neste trabalho, para reduzir o custo computacional e conseqüentemente o tempo de processamento, a modelagem das vigas foi feita utilizando o recurso da simetria. Para isso, na seção que define o eixo de simetria, os nós foram restringidos para a translação ao longo do eixo Z. Para representar o apoio, na região em contato com o elemento externo de apoio foram restringidos todos os graus de liberdade, exceto a translação na direção do eixo Z e a rotação em torno do eixo X, simulando um apoio de nós móveis. A Figura 4.18 mostra as condições de contorno de simetria e apoio adotadas na viga mista.

**Figura 4.18: Condições de contorno na viga mista protendida**



Fonte: Autora (2023)

#### 4.4 ETAPAS DE APLICAÇÃO DOS CARREGAMENTOS

A simulação numérica das vigas mistas era composta de uma etapa inicial e mais duas etapas de carregamento. Na etapa inicial foram implementadas as condições de contorno e é feita a atribuição da tensão de protensão nos cabos através de definição de *predefined field*. Nesse comando, cada cabo foi selecionado e foi definido um valor para a variável mecânica tensão.

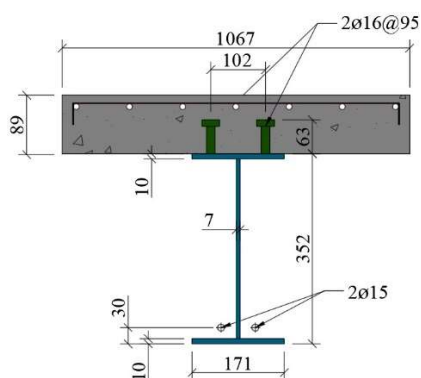
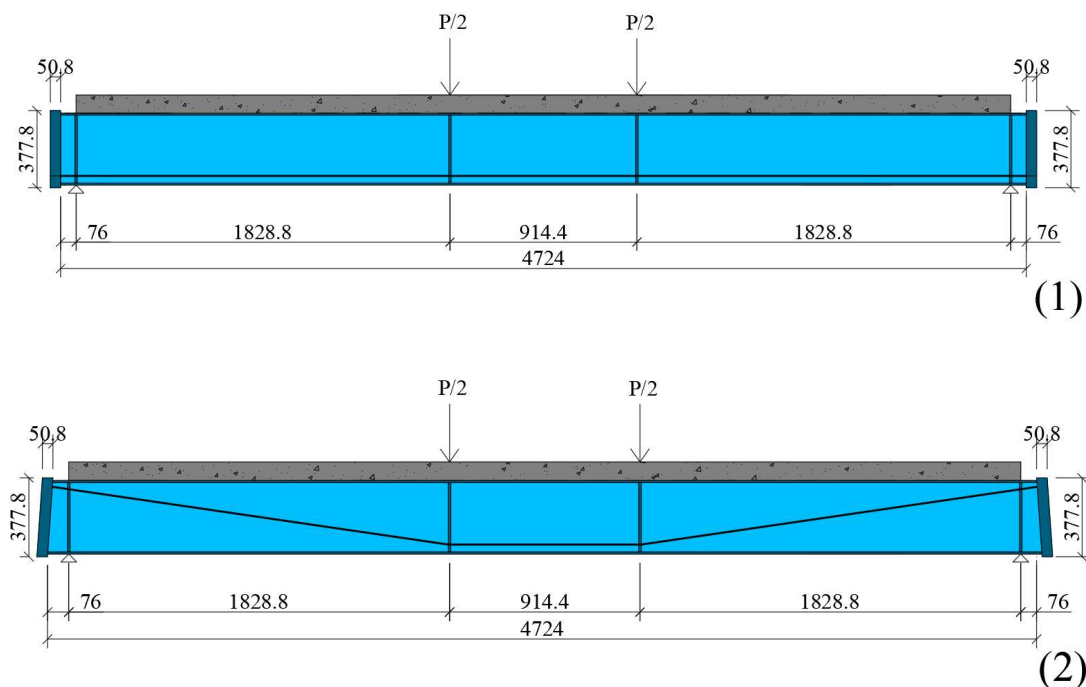
Na sequência, os carregamentos foram implementados em mais duas etapas. Na primeira, foram aplicados os carregamentos de peso próprio da estrutura, que foram aplicados através da definição do peso específico de cada um dos materiais que compõem a viga mista e impondo um carregamento gravitacional. Nesta etapa também houve a transferência incremental dos esforços dos cabos de protensão para as vigas através dos contatos estabelecidos nas ancoragens. Na segunda etapa, foi aplicado o carregamento externo na

superfície da laje. Esse carregamento foi distribuído em uma pequena área em torno do ponto de aplicação de carga de forma incremental. O incremento de carga inicial considerado foi de 0.01, o incremento mínimo foi de  $1^{-10}$  e o máximo foi de 0.01. A partir de uma análise de sensibilidade, optou-se por não considerar a não linearidade geométrica, reduzindo o custo computacional sem diferenças significativas nos resultados.

#### **4.5 VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO**

Para validar a precisão do modelo numérico, quatro modelos foram montados baseados em trabalhos experimentais disponíveis na literatura. Os modelos consistem em vigas mistas de aço e concreto com protensão externa, biapoiadas e submetidas a momento fletor positivo. A Viga 1 foi modelada de acordo com os ensaios realizados por Ayyub, Sohn, and Saadatmanesh (1990), com comprimento total de 4724 mm, laje de concreto de 1067 mm de largura associada a uma viga de aço por conectores tipo pino com cabeça, armada com barras de 9.5 mm de diâmetro nas duas direções ortogonais, com protensão composta de cabos retilíneos de 15 mm de diâmetro. A Viga 2 também é parte do trabalho de Ayyub, Sohn, and Saadatmanesh (1990), com as mesmas características geométricas da Viga 1, mas com cabos com traçado poligonal. A geometria das Vigas 1 e 2 é mostrada na Figura 4.19.

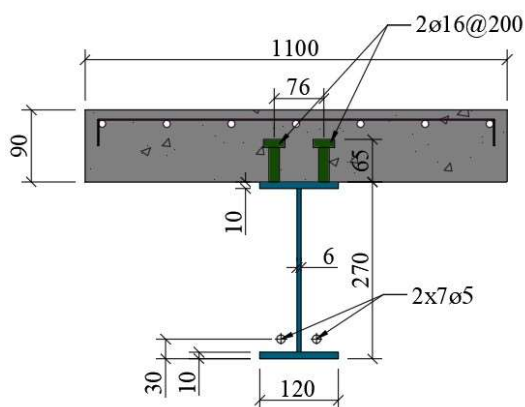
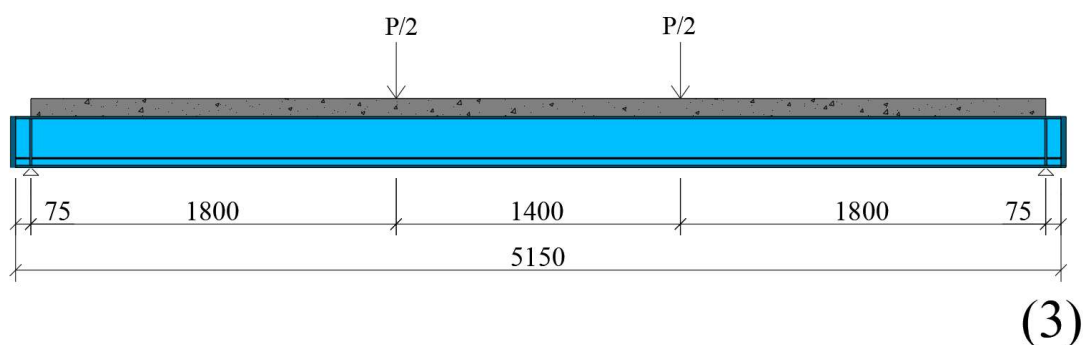
**Figura 4.19: Viga 1 e Viga 2, dos experimentos de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)**



Fonte: Adaptado de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)

A Viga 3 foi modelada de acordo com o experimento de Chen e Gu (2005), com comprimento total de 5150 mm, uma laje de concreto de 1100 mm de largura associada a uma viga de aço por conectores de cisalhamento tipo pino com cabeça e armada com barras de 8 mm de diâmetro nas duas direções ortogonais. A Viga 3 possui cordoalhas de 7 fios de 5 mm em traçado retilíneo. A geometria da Viga 3 é mostrada na Figura 4.20.

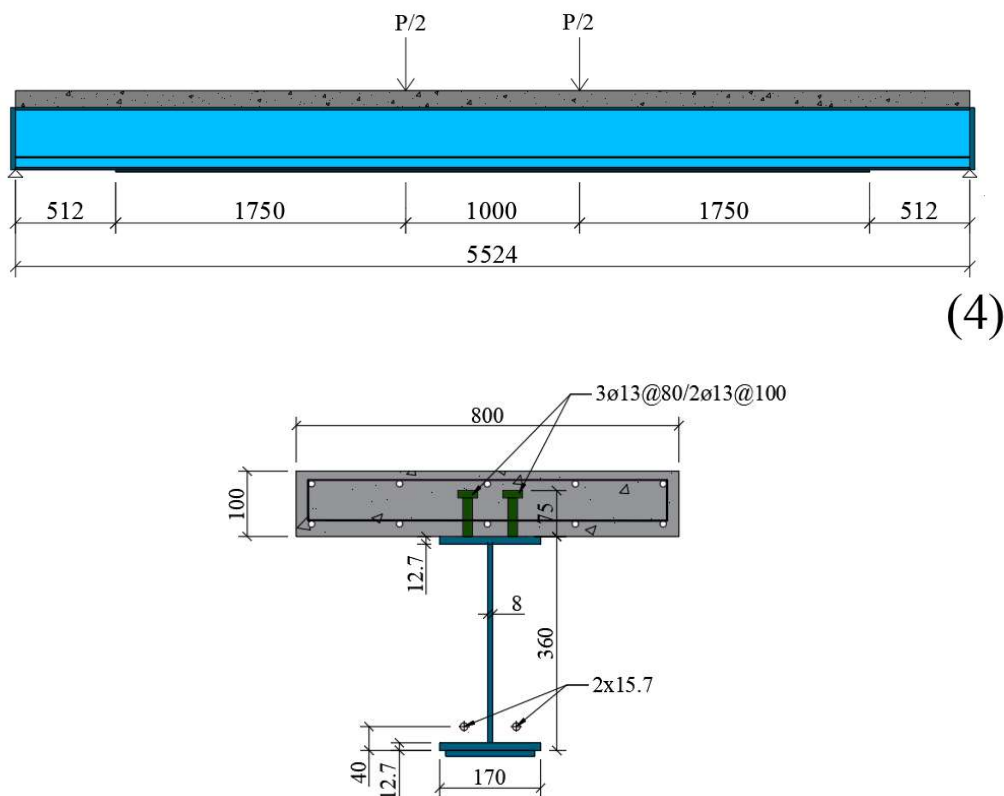
**Figura 4.20: Viga 3, dos experimentos de Chen e Gu (2005)**



Fonte: Adaptado de Chen e Gu (2005)

Finalmente, a Viga 4 foi modelada de acordo com um dos experimentos de Lorenc e Kubica (2006), com um comprimento total de 5524 mm, uma laje de concreto de 800 mm de largura associada à viga de aço por conectores de cisalhamento tipo pino com cabeça espaçados 100 mm ao longo do comprimento da viga, exceto próximo aos apoios, onde os conectores foram posicionados em três linhas com espaçamento de 80 mm, como mostrado na Figura 4.21. A laje da Viga 4 foi armada com barras de 8 mm de diâmetro nas duas direções ortogonais, a protensão era retilínea com dois cabos de 15,7 mm de diâmetro.

Figura 4.21: Viga 4, dos experimentos de Lorenc e Kubica (2006)



Fonte: Adaptado de Lorenc e Kubica (2006)

As 4 vigas de validação foram dimensionadas de modo a atender a interação total na interface aço-concreto. Um resumo das propriedades mecânicas dos materiais que compõem os modelos de validação é mostrado na Tabela 4.1.

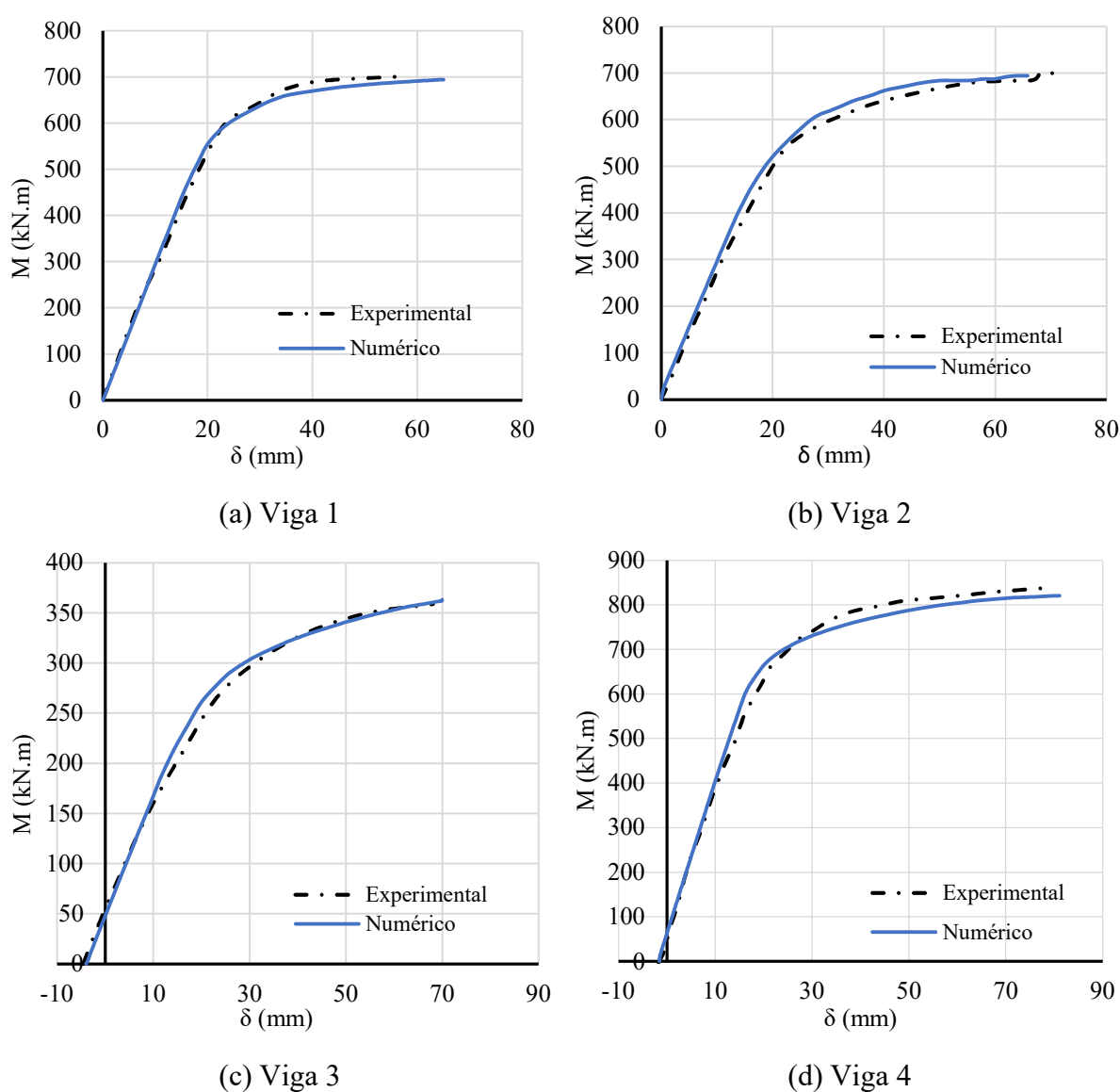
Tabela 4.1: Resumo das propriedades mecânicas dos modelos de validação

Modelo	Viga de aço				Laje de concreto	Cabos de protensão	
	$f_y$ (MPa)		$f_u$ (MPa)		$f_{cm}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)
	Alma	Mesa	Alma	Mesa			
Vigas 1 e 2	411.6	411.6	565.4	565.4	40	1620	1860
Viga 3	327.7	406.5	492.6	593.6	30	1680	1860
Viga 4	293.0	262.0	428.0	428.0	33	1680	1860

Fonte: Autora (2023)

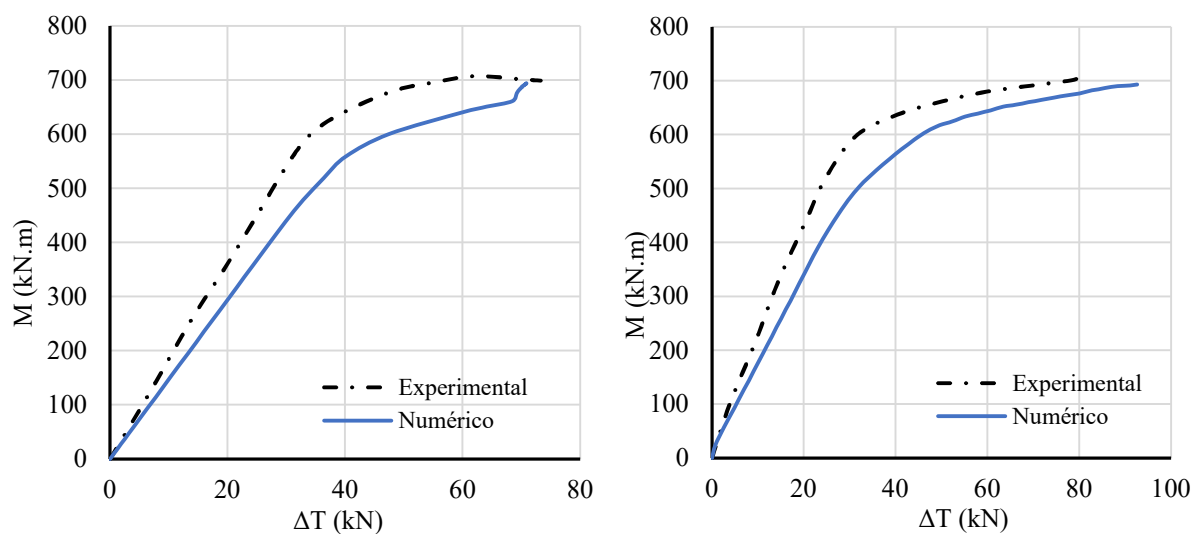
A Figura 4.22 mostra as curvas momento vs deflexão no meio do vão, para os resultados numéricos e experimentais nas quatro vigas dos modelos de validação. A Figura 4.23 mostra as curvas momento vs incremento na força de protensão também para os resultados numéricos e experimentais nas quatro vigas dos modelos de validação. O incremento na força de protensão representa o aumento na força de protensão desenvolvido em cada cabo em relação à força de protensão inicial, em decorrência do carregamento aplicado.

**Figura 4.22: Curvas momento vs deflexão para resultados numéricos e experimentais**



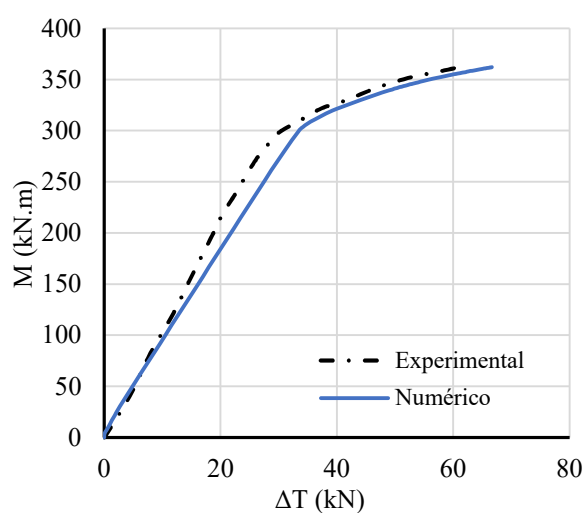
Fonte: Autora (2023)

**Figura 4.23: Curvas momento vs incremento na força de protensão para resultados numéricos e experimentais**

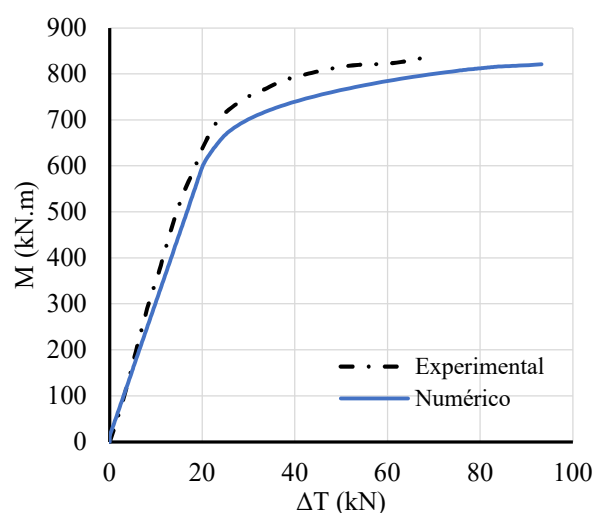


(a) Viga 1

(b) Viga 2



(c) Viga 3



(d) Viga 4

Fonte: Autora (2023)

Os momentos últimos determinados pelos modelos numéricos e pela metodologia analítica descrita no Capítulo 3 foram comparados com os resultados experimentais na Tabela 4.2, onde também são comparadas as deflexões máximas e incrementos nas forças de protensão pelos modelos numéricos e experimentos. Os resultados mostraram uma correlação satisfatória entre as curvas, indicando que os modelos numéricos foram capazes de representar os comportamentos experimentais. As comparações entre os resultados analíticos e experimentais



indicam que a metodologia apresentada para a estimativa do momento resistente das vigas mistas de aço e concreto protendidas é adequada.

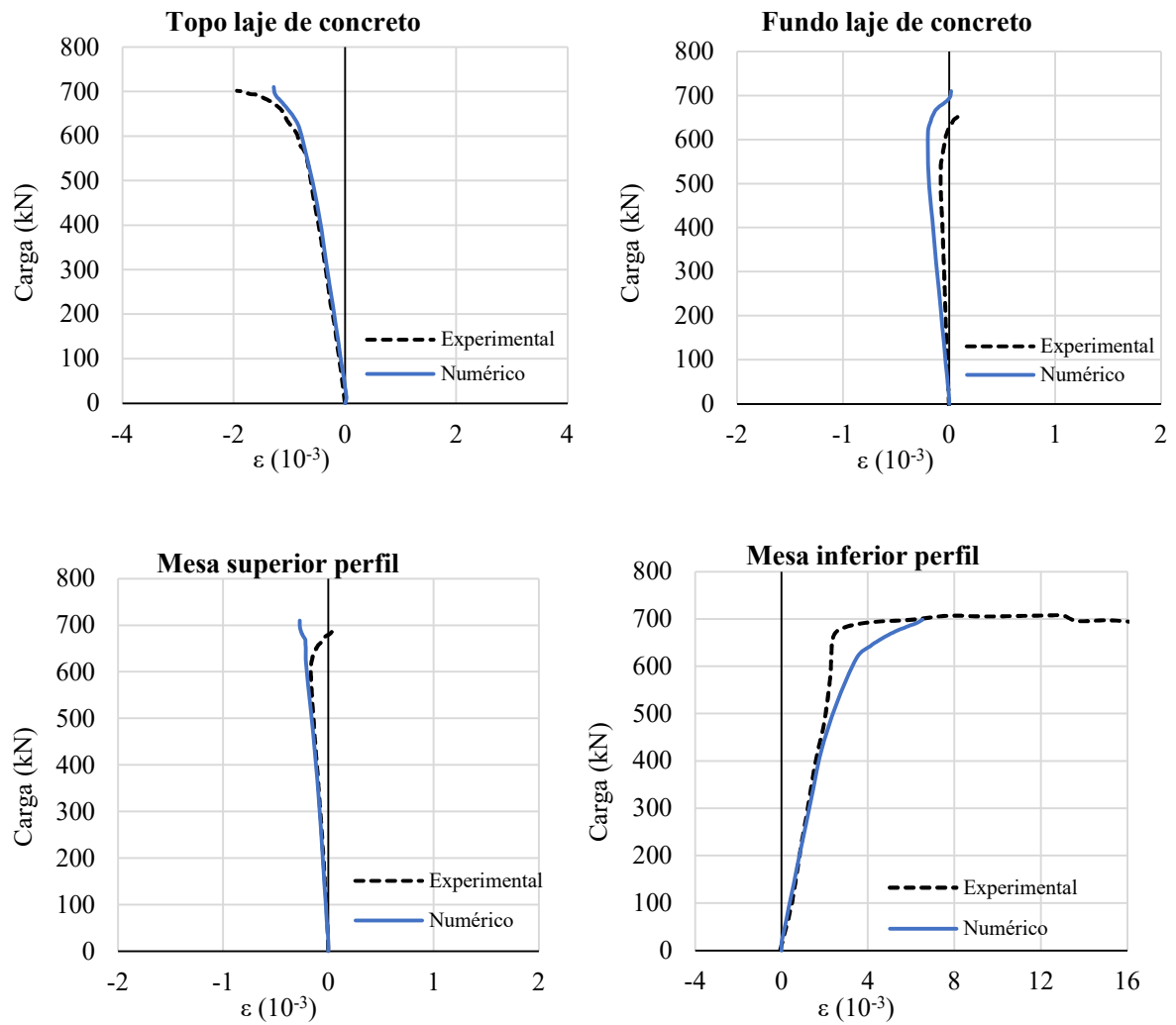
**Tabela 4.2: Comparação entre os modelos numéricos, previsão analítica e resultados experimentais**

Modelo	Experimental			Numérico			Analítico	$M_{u,EXP}/M_{u,FE}$	$M_{u,EXP}/M_{u,ANA}$
	$M_{u,EXP}$ (kN.m)	$\delta_{u,EXP}$ (mm)	$\Delta T_{,EXP}$ (kN)	$M_{u,FE}$ (kN.m)	$\delta_{u,FE}$ (mm)	$\Delta T_{,FE}$ (kN)	$M_{u,A}$ (kN.m)		
Viga 1	704.6	56.0	73.2	694.6	65.0	70.9	662.8	1.01	1.06
Viga 2	693.7	74.0	82.5	694.2	65.8	92.6	650.2	1.00	1.07
Viga 3	373.2	82.1	62.7	362.1	69.9	66.6	375.1	1.03	1.00
Viga 4	841.4	79.0	70.0	821.0	81.0	93.0	777.2	1.02	1.06

Fonte: Autora (2023)

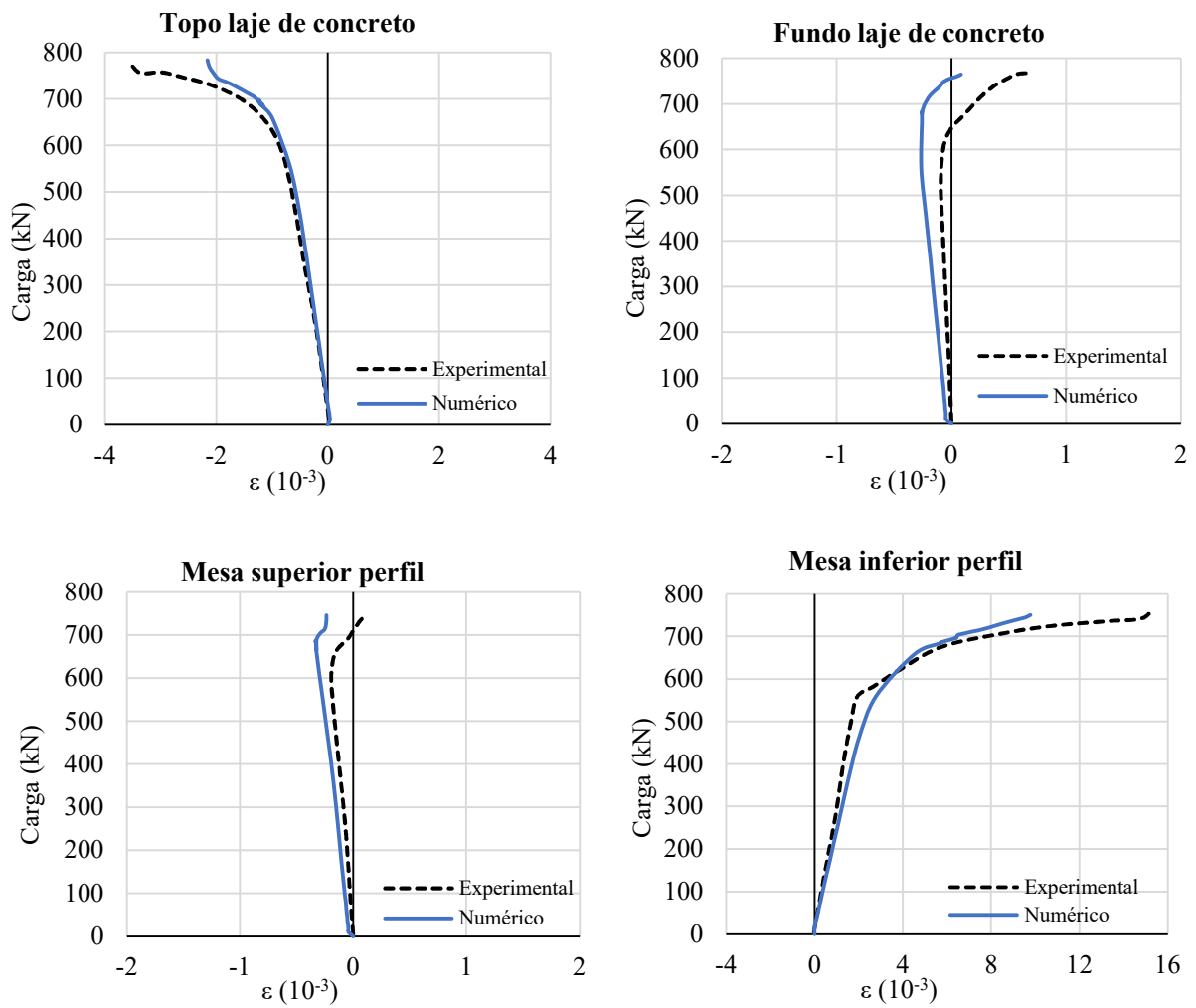
Os modelos numéricos também foram capazes de representar adequadamente as deformações desenvolvidas nas vigas. A Figura 4.24 mostra as curvas carga vs deformações em diferentes pontos da seção transversal localizada no meio do vão para a Viga 1, dos experimentos de Ayyub, Sohn and Saadatmanesh (1990) para o estágio final de carregamento; a Figura 4.25 mostra a curva para a Viga 2, dos mesmos autores; a Figura 4.26 a curva para a Viga 4, dos experimentos de Lorenc e Kubica (2006). Para a Viga 4, as curvas de deformações localizadas no fundo da laje de concreto e no topo da mesa superior do perfil de aço estavam sobrepostas, por isso foram apresentados apenas os resultados para o fundo da laje de concreto. Já os resultados das deformações da Viga 3 de Chen e Gu (2005) não foram disponibilizados no trabalho e por isso não foram comparados.

**Figura 4.24: Curvas carga vs deformações na Viga 1**



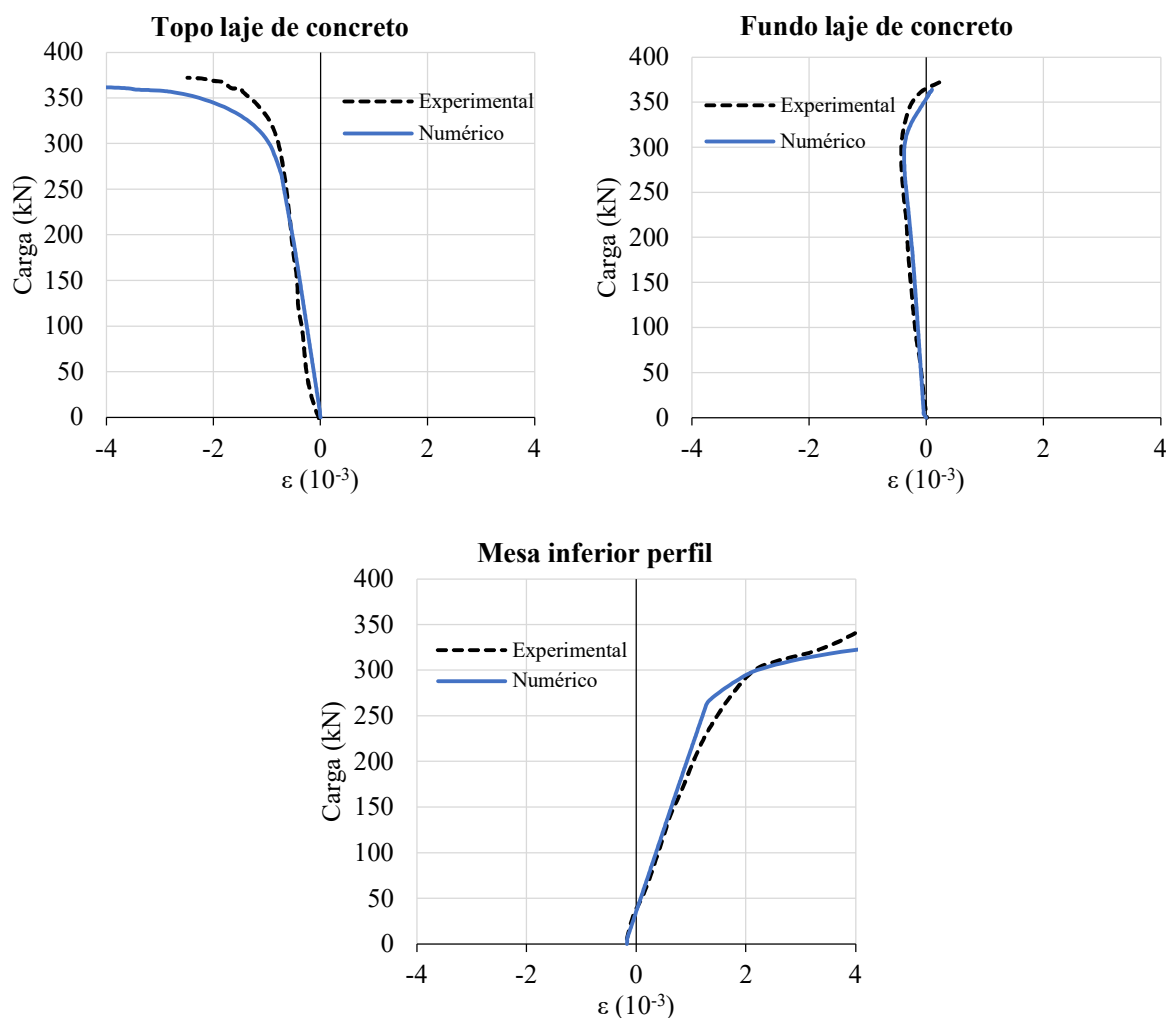
Fonte: Autora (2023)

Figura 4.25: Curvas carga vs deformações na Viga 2



Fonte: Autora (2023)

**Figura 4.26: Curvas carga vs deformações na Viga 4**

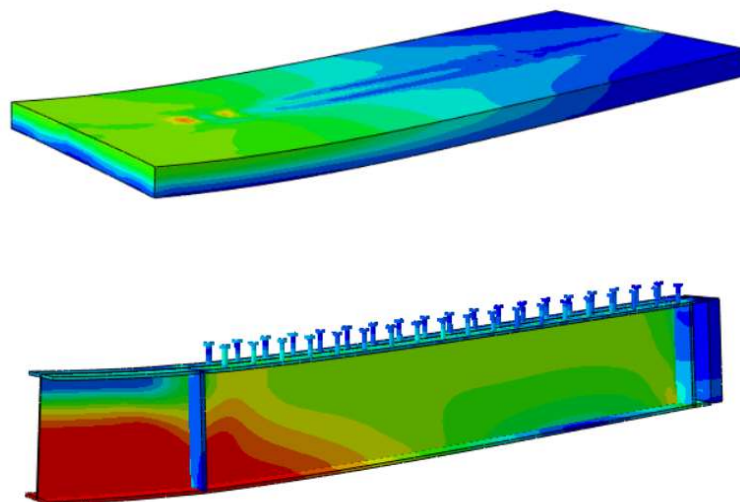


Fonte: Autora (2023)

Na Figura 4.27 é mostrada a distribuição de tensões de Von Mises e configuração a deformada para a laje e o perfil da Viga 1 enquanto na Figura 4.28 é mostrada a distribuição de tensões de Von Mises e configuração deformada para a Viga 2, ambas de acordo com os experimentos de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990) e para os estágios finais de carregamento. Na Figura 4.29 e na Figura 4.30 são mostrados os mesmos resultados, para a Viga 3 de Chen e Gu (2005) e para a Viga 4, de Lorenc e Kubica (2006), respectivamente. Os modelos numéricos foram capazes de captar os modos de falha das vigas, que em todos os casos foram de compressão excessiva no concreto sob os pontos de aplicação de carga após o escoamento da seção de aço. Os modelos representaram adequadamente a distribuição de tensões ao longo das vigas, inclusive mostrando concentrações de tensões nos pontos de ancoragem dos cabos. Essa

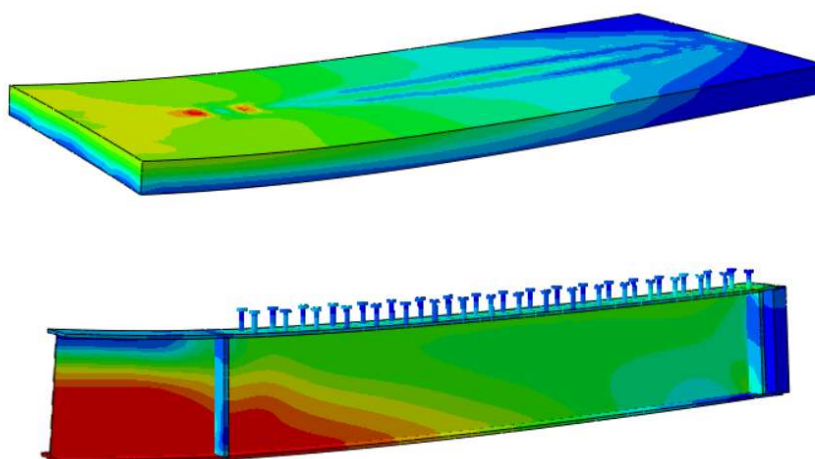
concentração de tensões foi mais visível nas Vigas 3 e 4, que possuíam chapas de extremidades mais finas e por isso apresentou uma concentração maior de tensões.

**Figura 4.27: Distribuição de tensões na laje e perfil da Viga 1**



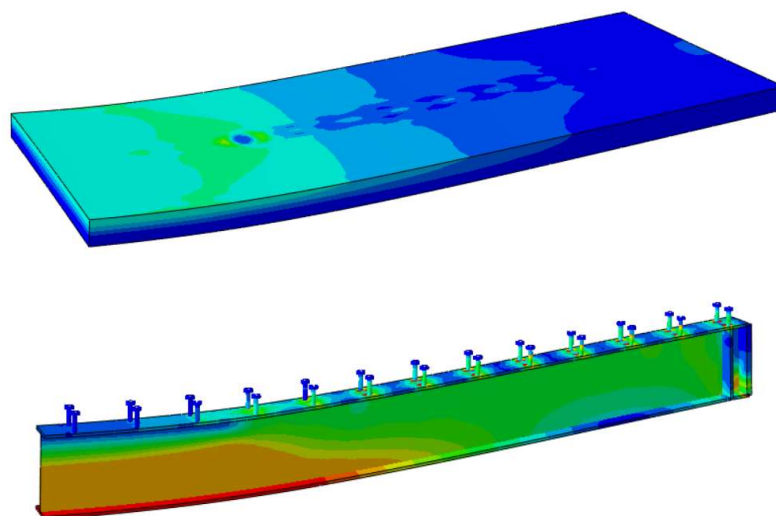
Fonte: Autora (2023)

**Figura 4.28: Distribuição de tensões na laje e perfil da Viga 2**



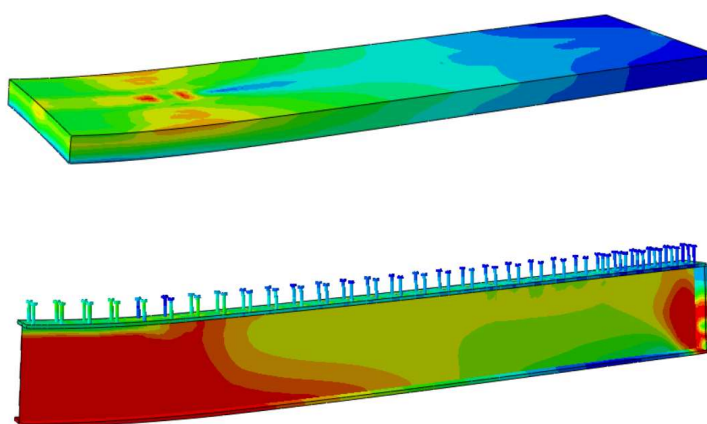
Fonte: Autora (2023)

**Figura 4.29: Distribuição de tensões na laje e perfil da Viga 3**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 4.30: Distribuição de tensões na laje e perfil da Viga 4**



Fonte: Autora (2023)

#### **4.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO**

Neste capítulo foi proposto um modelo numérico para representar o comportamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa. Foram apresentados os elementos constituintes do modelo, os elementos finitos utilizados, a discretização da malha, os modelos constitutivos dos materiais, as definições das vinculações e restrições, as condições de contorno e as etapas de aplicação dos carregamentos. A metodologia proposta foi então validada a partir

dos resultados experimentais de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990), Chen e Gu (2005) e Lorenc e Kubica (2006). Foram comparados os resultados dos momentos fletores em função da deflexão no meio do vão, do incremento na força de protensão e das deformações. Os resultados obtidos a partir dos modelos de validação mostraram que o modelo numérico proposto representou satisfatoriamente o comportamento das vigas quando comparado com os resultados experimentais. Além disso, foram determinados os momentos resistentes nas vigas por meio da proposta analítica apresentada no Capítulo 3, que foram comparados com os resultados numéricos e experimentais, mostrando assim que a metodologia analítica é adequada para prever a capacidade resistente das vigas protendidas.

# 5. PROGRAMA EXPERIMENTAL

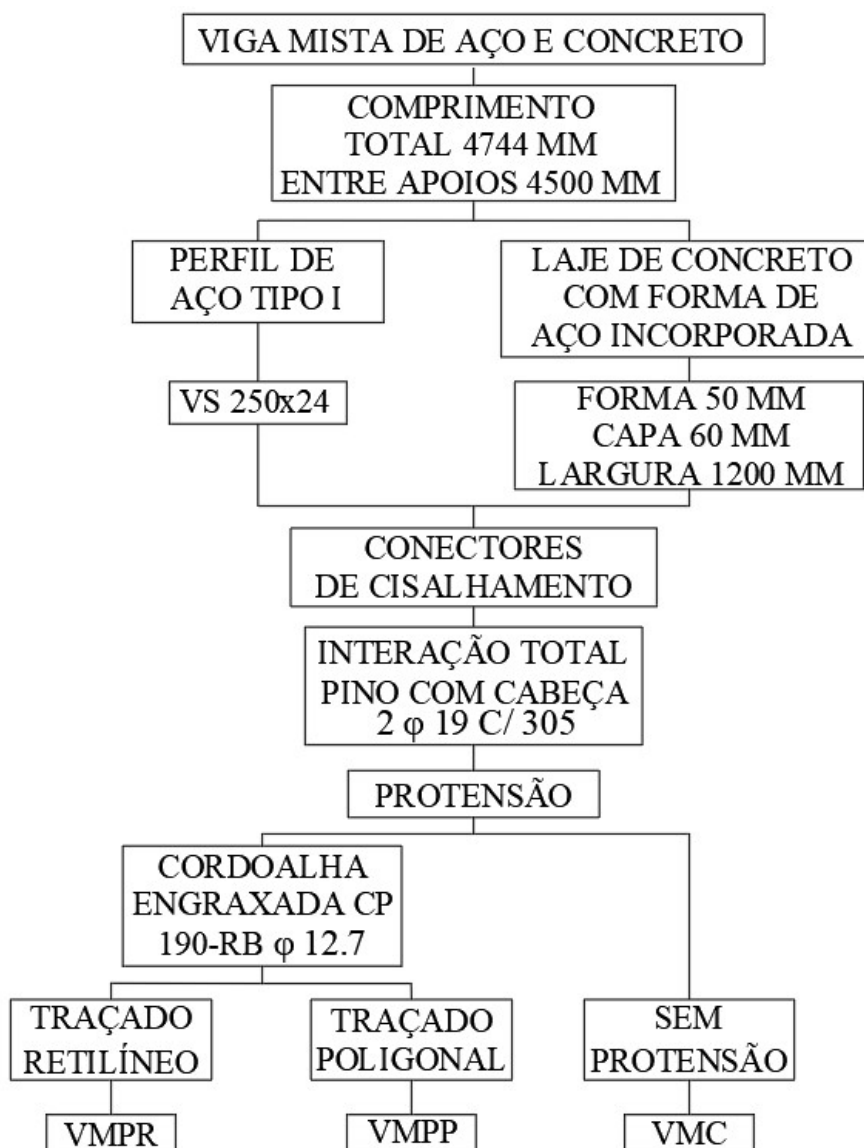
Neste capítulo é detalhado o programa experimental desenvolvido no Laboratório de Ensaios Físicos do NUTEC – Núcleo de Tecnologia e Qualidade Industrial do Ceará, em parceria com a Universidade Federal de São Carlos e a Universidade Federal do Ceará. O programa experimental era composto de três vigas mistas de aço e concreto, sendo uma viga de controle sem protensão e as demais com protensão externa. Além disso, é mostrada uma previsão do comportamento dos modelos por meio da aplicação da metodologia analítica descrita no Capítulo 3 e de modelos numéricos conforme proposta apresentada no Capítulo 4.

## 5.1 DETALHAMENTO DOS MODELOS

Três vigas mistas de aço e concreto, sendo uma viga de controle com seção convencional e duas vigas protendidas foram propostas no programa experimental. A seção mista era composta de perfil de aço tipo I associado à laje mista tipo *steel deck* por meio de conectores de cisalhamento tipo pino com cabeça promovendo interação total. Cada uma das vigas foi submetida a um ensaio de flexão em quatro pontos, onde buscou-se avaliar as deformações e deslocamentos sofridos por elas. O fluxograma apresentado na Figura 5.1 mostra um resumo das características principais dos modelos propostos no programa experimental.



**Figura 5.1: Fluxograma das características principais das vigas do programa experimental**

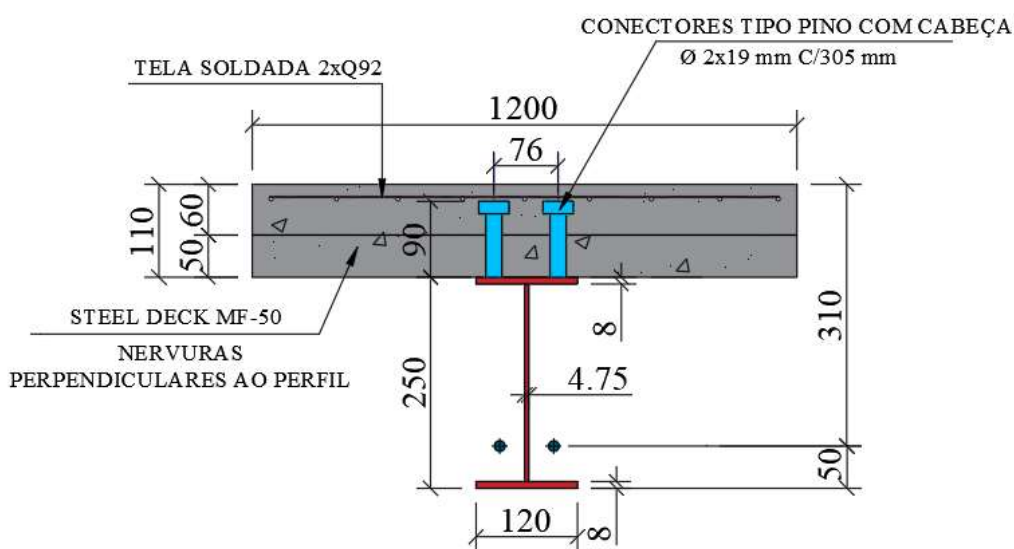


Fonte: Autora (2023)

O comprimento das vigas foi escolhido levando em consideração as limitações físicas do laboratório e a logística de movimentação e posicionamento dos modelos. A escolha do perfil de aço atendeu ao pré-dimensionamento a partir da determinação do momento resistente da seção mista convencional, de forma que com a execução do ensaio fosse possível exceder essa capacidade resistente da seção com o atuador disponível. A largura das lajes foi determinada com base na recomendação da ABNT 8800 (2008) para largura efetiva de vigas mistas de aço e concreto, onde de cada lado da linha de centro da viga, atende-se ao valor mínimo de 1/8 do vão da viga mista, considerado entre linhas de centro dos apoios. As

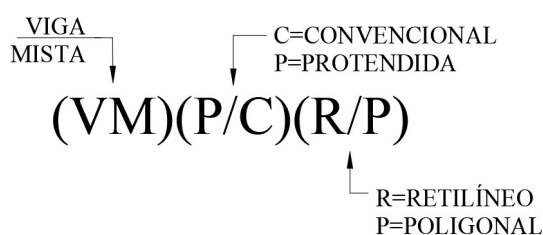
especificações do *steel deck* e altura da laje atendem a recomendação do fabricante para lajes de piso e respeitam o vão máximo de balanço sem escoramento que segundo o manual do fabricante é de 900 mm, o que permite a execução sem necessidade de apoios adicionais para a laje. Foi adotado concreto C25, com armadura contra fissuração em tela soldada dupla tipo Q-92, e o aço do perfil é do tipo USI Civil 300. Para promover o comportamento conjunto, foram utilizados 2 conectores tipo pino com cabeça soldados a cada 305 mm na mesa superior do perfil de aço, com diâmetro de 19 mm e comprimento de 90 mm cada, totalizando 32 conectores em cada viga e resultando em comportamento misto com interação total. Os cabos de protensão são cordoalhas engraxadas do tipo CP 190-RB, com diâmetro de 12.7 mm, com módulo de elasticidade de 200 GPa e carga mínima de ruptura de 187.3 kN. A seção transversal geral das vigas mistas é mostrada na Figura 5.2.

**Figura 5.2: Seção transversal geral da viga mista**



Fonte: Autora (2023)

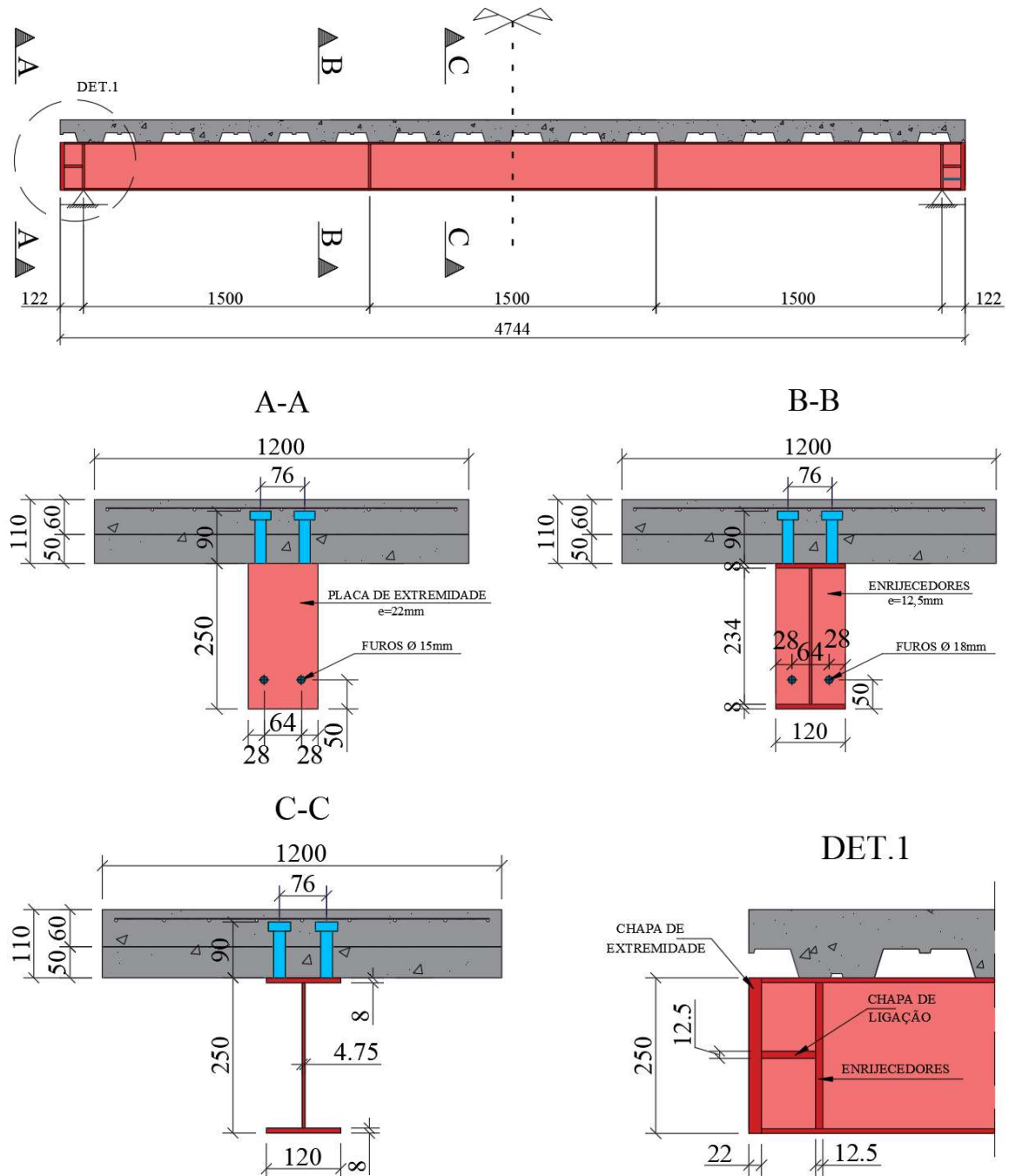
A Figura 5.3 mostra a nomenclatura adotada nas vigas. VM significa viga mista, P é indica que a viga é protendida, C indica que a viga é convencional, sem protensão, e para as vigas protendidas, R representa o cabo em traçado retilíneo e P o cabo em traçado poligonal. Então, entre as vigas ensaiadas, VMC é a viga mista convencional, VMPR é a viga mista protendida com cabos em traçado retilíneo e VMPP é a viga mista protendida com cabos em traçado poligonal.

**Figura 5.3: Nomenclatura das vigas**

Fonte: Autora (2023)

A VMC e as demais vigas do programa possuem a mesma configuração geral, com diferenças apenas no sistema de protensão. As vigas possuem comprimento total de 4744 mm, sendo 4500 mm entre os apoios. Na viga de aço, foram posicionados enrijecedores de 12.5 mm de espessura nos pontos de aplicação de carga e nos apoios, que foram furados para passagem dos cabos, e esses furos estavam presentes inclusive na VMC, mesmo sem a presença dos cabos. As chapas de extremidade possuem espessura de 22 mm, e foram ligadas aos enrijecedores dos apoios por chapa de ligação de 12.5 mm de espessura. O detalhamento completo da VMC é mostrado na Figura 5.4.

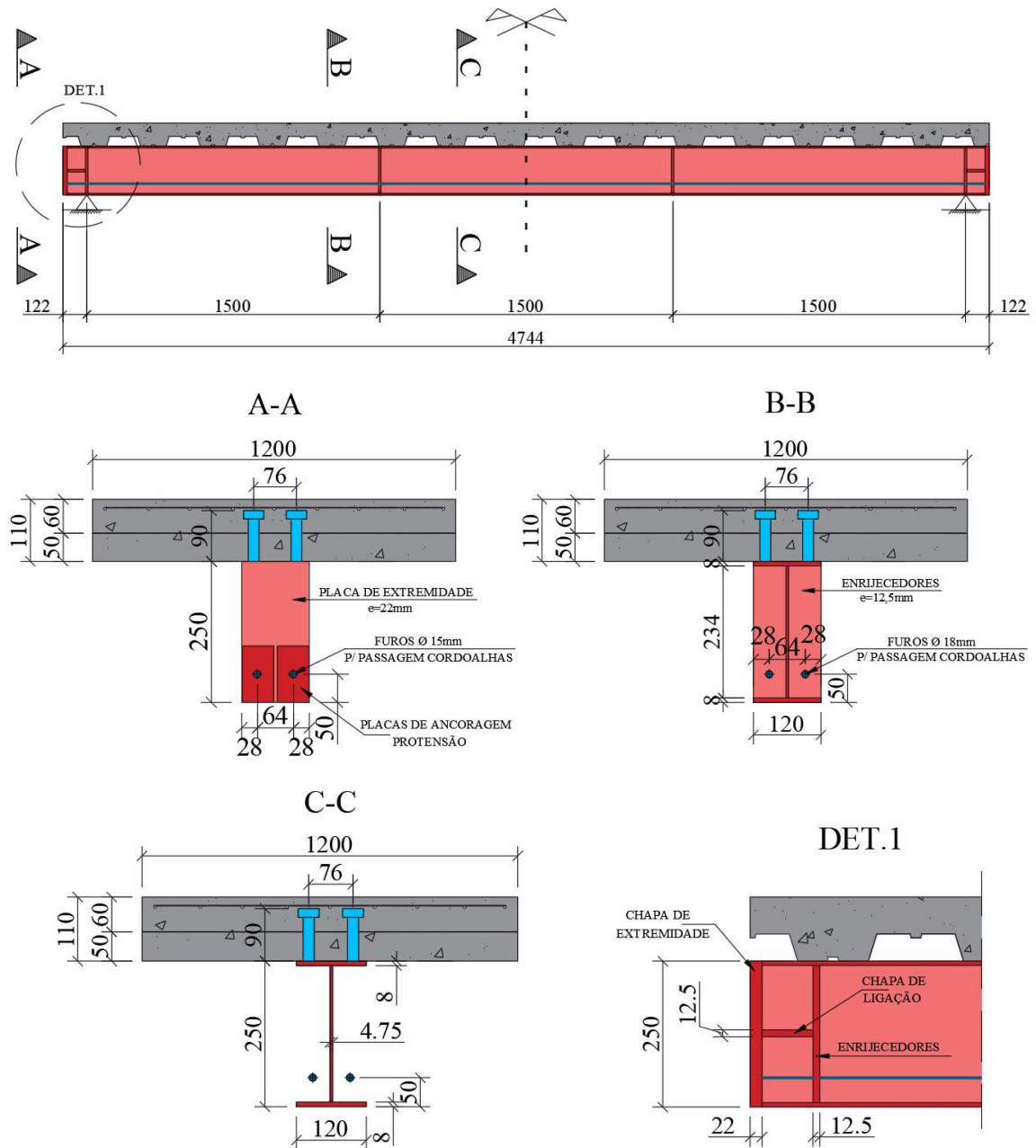
Figura 5.4: Detalhamento VMC



Fonte: Autora (2023)

A viga com protensão em cabos retilíneos possui configuração geral igual à VMC, conforme mencionado, porém com a adição da protensão com dois cabos em traçado linear percorrendo todo o comprimento da viga. O detalhamento completo da VMPPR é mostrado na Figura 5.5.

Figura 5.5: Detalhamento VMPR



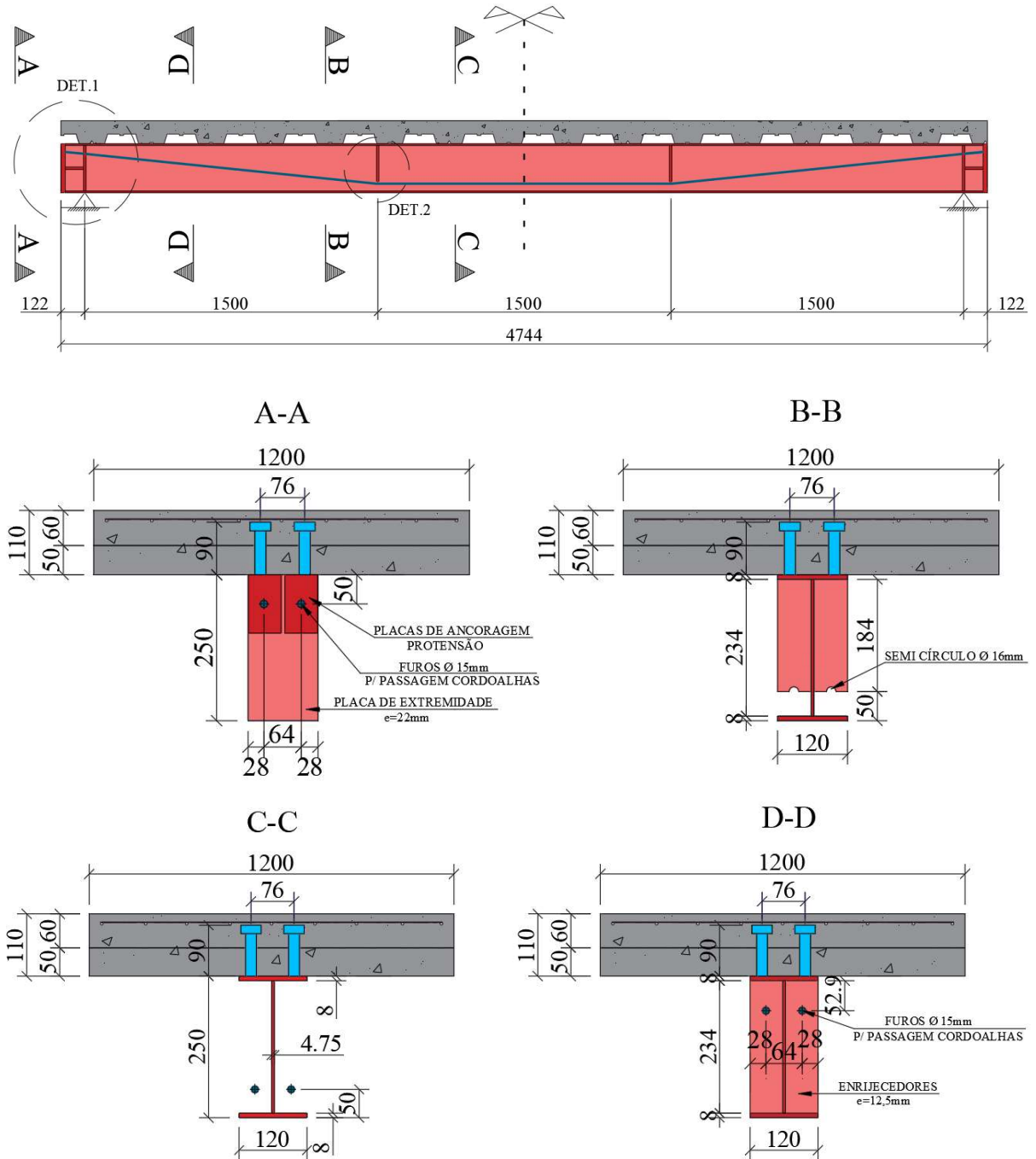
Fonte: Autora (2023)

Já a viga com protensão em cabos poligonais possui geometria geral semelhante à VMC e VMPR. Porém, sua configuração difere nos pontos de aplicação de carga, onde os cabos mudam de direção para construir o traçado poligonal e por isso há a presença de chapas desviadoras, com espessura de 12.5 mm e recorte em semicírculo com diâmetro de 16 mm para a acomodação dos cabos. Esse semicírculo tem as extremidades arredondadas, eliminando os cantos que possam desgastar os cabos no processo de protensão e carregamento. Outra diferença

em relação às demais vigas é a posição dos furos para passagem dos cabos nas chapas localizadas nos apoios e nas extremidades. O detalhamento completo da VMPP é mostrado na Figura 5.6.

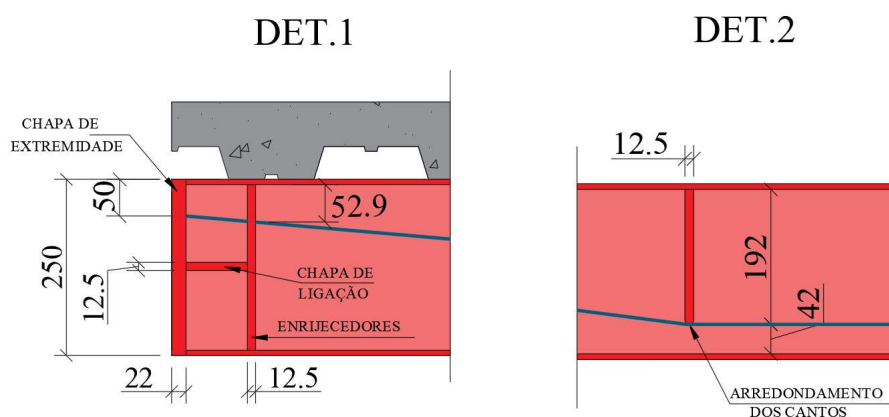
**Figura 5.6: Detalhamento VMPP**

(continua)



**Figura 5.6: Detalhamento VMPP**

(conclusão)

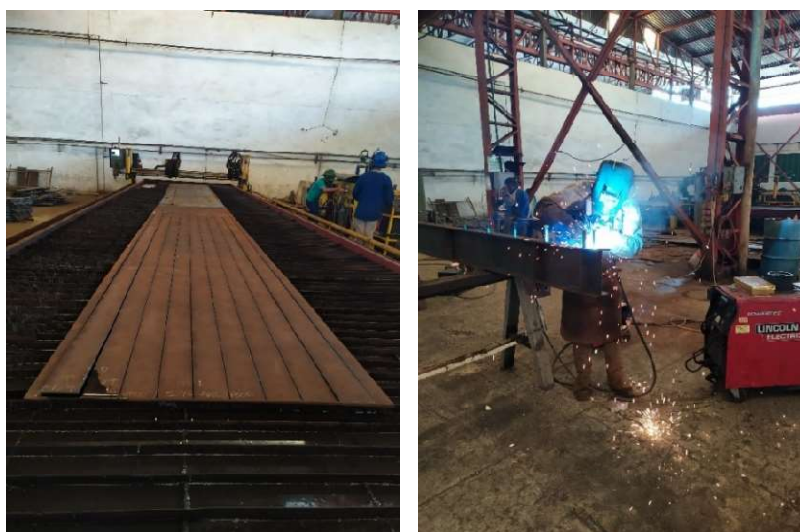


Fonte: Autora (2023)

## 5.2 MONTAGEM DOS MODELOS

A fabricação e montagem dos modelos experimentais foi possível com a colaboração de empresas parceiras. Os perfis metálicos foram fornecidos pela Metalúrgica Hispano, as formas de aço tipo *steel deck* foram fornecidas pela fabricante Metform e o sistema de protensão (ancoragens e cabos) foi fornecido e executado pela Impacto Protensão, que também viabilizou a concretagem das lajes. Parte do processo de fabricação dos perfis é mostrado na Figura 5.7. Os pinos com cabeça foram soldados ao perfil já nesta etapa para evitar a necessidade de solda através da forma de aço na montagem da viga mista em laboratório. Após o processo de solda, as vigas de aço receberam pintura anticorrosiva.

**Figura 5.7: Processo de fabricação dos perfis**



Fonte: Autora (2023)

Na fábrica, foi feito o controle de qualidade das soldas dos conectores de cisalhamento seguindo recomendação do código americano de solda AWS D1.1/D1.1M (2015). A Figura 5.8(a) mostra um procedimento de controle da solda realizado *in loco* pelo fabricante, com a movimentação dos conectores com o auxílio de um tubo metálico, onde não foi verificada a ruptura da solda, e a Figura 5.8(b) mostra a medição do filete de solda.

**Figura 5.8: Controle de qualidade da solda dos conectores de cisalhamento**



(a)

(b)

Fonte: Autora (2023)



As formas em aço *steel deck* foram recebidas da fabricante já devidamente cortadas em trechos para encaixe e montagem da laje. A Figura 5.9 mostra as formas após recebimento no laboratório. As formas em aço foram furadas para possibilitar a passagem dos conectores de cisalhamento, o que não é uma prática usual de execução, mas como já mencionado não seria viável utilizar o equipamento de solda por eletrofusão para os conectores no ambiente de laboratório.

**Figura 5.9: Formas das lajes tipo *steel deck***



Fonte: Autora (2023)

Após recebimento dos materiais no laboratório, a montagem da viga VMPR seguiu o seguinte procedimento:

- 1) Furação do *steel deck* com serra copo para passagem dos conectores de cisalhamento (Figura 5.10a);
- 2) Encaixe do *steel deck* na superfície da viga de aço (Figura 5.10b);
- 3) Montagem da forma lateral de madeira, devidamente travada com barras rosqueadas e escorada verticalmente com blocos de concreto, e posicionamento da tela soldada e alças de movimentação (Figura 5.10c);
- 4) Concretagem da laje com concreto rodado *in loco*, com lançamento manual e adensamento por meio de vibrador de imersão (Figura 5.10d);
- 5) Cura úmida da laje durante sete dias após concretagem (Figura 5.10e);
- 6) Retirada das formas laterais após três dias de concretagem (Figura 5.10f);
- 7) Posicionamento da viga no local do ensaio com auxílio de talha manual, com capacidade de suporte de duas toneladas (Figura 5.10g e Figura 5.10h);

**Figura 5.10: Etapas de montagem da viga VMPR**

(continua)



(a)



(b)



(c)



(d)

**Figura 5.10: Etapas de montagem da viga VMPP**

(conclusão)



(e)



(f)



(g)



(h)

Fonte: Autora (2023)

As vigas VMC e VMPP foram montadas de modo semelhante ao procedimento descrito para a VMPP, porém para otimizar o processo de montagem as vigas foram concretadas já posicionadas sobre os apoios, evitando a necessidade de movimentação das vigas com a talha.

Na Figura 5.11 é mostrada a concretagem da viga VMPP já sobre os apoios onde foram realizados os ensaios.

**Figura 5.11: Concretagem da VMPP**



Fonte: Autora (2023)

Para promover maior estabilidade dos modelos durante o posicionamento da viga de carregamento, instalação da instrumentação e posicionamento dos equipamentos, foi fixado um par de chapas de 12,5 mm de espessura em cada uma das linhas de apoio, entre a superfície inferior do *steel deck* e os elementos de apoio (Figura 5.12). As chapas foram fixadas com pontos de solda na forma de aço e simplesmente apoiadas nos elementos de apoios metálicos, dando mais segurança aos modelos e impedindo sua rotação.

**Figura 5.12: Chapas nos apoios**



Fonte: Autora (2023)

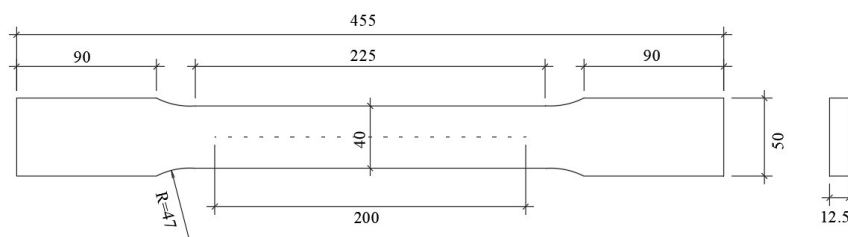
### 5.3 CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS

O perfil de aço e a laje de concreto que compõem a viga mista tiveram suas propriedades mecânicas caracterizadas. Enquanto amostras da chapa de aço que forma os perfis foram ensaiadas à tração, corpos de prova de concreto foram submetidos à ensaios de compressão.

#### 5.3.1 AÇO

Para caracterização das chapas de aço que compõem os perfis, foram realizados ensaios de tração em duas amostras, que foram retiradas da mesma chapa de 12.5 mm que foi utilizada na fabricação das vigas, com dimensões dentro dos limites recomendados pela ASTM E8/EM8-16, conforme apresentado na Figura 5.13. Foi utilizada uma máquina de ensaios universal modelo Emic GR048, com capacidade máxima de 300 kN, e extensômetro removível para registro das deformações (Figura 5.14).

**Figura 5.13: Dimensões das amostras da chapa de aço**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.14: Ensaio de tração nas chapas de aço**



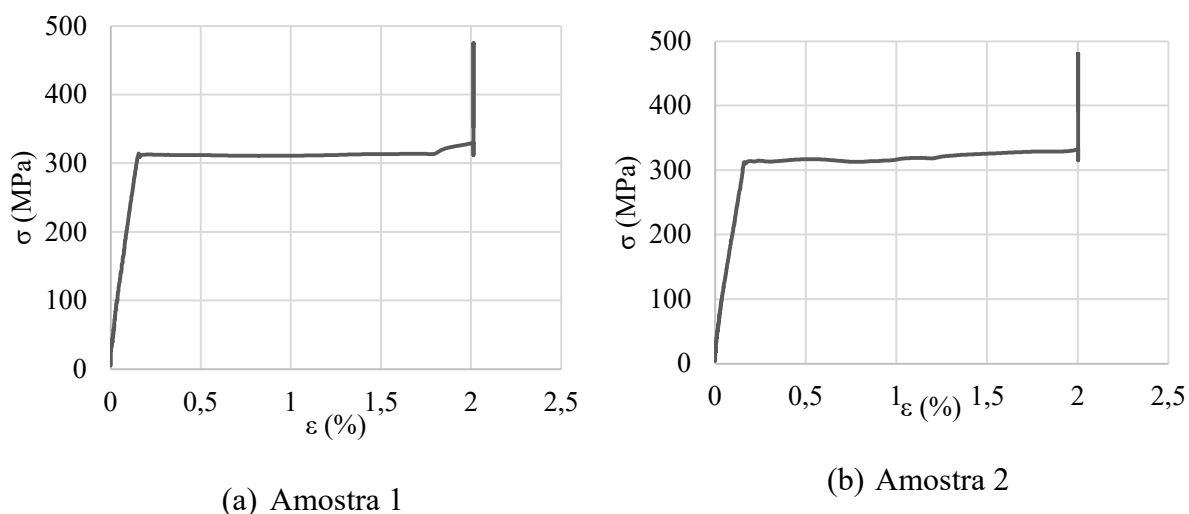
(a)

(b)

Fonte: Autora (2023)

Os resultados obtidos nos ensaios de tração nas duas amostras são apresentados na Figura 5.15. As tensões de escoamento determinadas através dos ensaios, no valor de 313 MPa para a amostra 1, e de 312 MPa para a amostra 2, se aproximaram da resistência nominal do aço USI Civil 300, que é de 300 MPa. Já as tensões de ruptura foram de 474 MPa e 480 MPa para as amostras 1 e 2, respectivamente, que se encontram dentro do limite nominal, que é de 400 a 550 MPa. O módulo de elasticidade foi de aproximadamente 205 GPa nas duas amostras.

**Figura 5.15: Resultados ensaios de tração nas chapas de aço**



Fonte: Autora (2023)

### 5.3.2 CONCRETO

Foi feita a montagem de uma viga por vez, e o volume total de concreto necessário para cada laje foi de aproximadamente  $0,5 \text{ m}^3$ . Devido ao volume reduzido, foi utilizado um concreto moldado no local, com resistência característica esperada de 25 MPa. Para a caracterização mecânica do concreto, em cada uma das vigas foram moldados seis corpos de prova cilíndricos, com dimensões de 10 cm x 20 cm, que foram submetidos à ensaios de resistência à compressão aos 28 dias, segundo ABNT NBR 5739 (2018). Os ensaios de foram realizados no Laboratório da GEMAT no NUTEC, no equipamento Emic DL100t. A Figura 5.16 mostra a execução de um dos ensaios.

**Figura 5.16: Ensaio de compressão**

Fonte: Autora (2023)

Os resultados obtidos nos ensaios de compressão realizados estão mostrados na Tabela 5.1.

**Tabela 5.1: Resistência à compressão do concreto**

Modelo	Nº de amostras	$f_{cm}$ (MPa)	$S_d$ (Desvio Padrão)	$f_{ck}$ (MPa)
VMPR	6	27.64	0.99	26.01
VMPP	6	24.04	3.00	19.09
VMC	6	28.30	0.72	27.11

Fonte: Autora (2023)

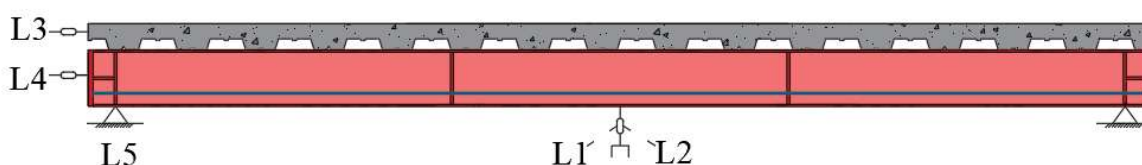
## 5.4 INSTRUMENTAÇÃO

As vigas foram instrumentadas com extensômetros elétricos de resistência (*strain gauges*), para a medida de deformações e com transdutores de deslocamento (LVDT's), para a medida de deslocamentos lineares. Para aquisição de dados dos extensômetros, transdutores e célula de carga, foi utilizado um sistema composto por dois módulos amplificadores universais da marca HBM, modelo Quantum X MX840B, que possuem oito entradas cada. Para conexão entre os sistemas de aquisição e o computador, foi necessário utilizar um Switch, para que

puдesse ser feita a leitura dos dois m3dulos simultaneamente. O carregamento foi aplicado por meio de atuador hidr3aulico manual, modelo P80 da Enerpac em conjunto com um cilindro hidr3aulico, e medido por meio de c3elula de carga C6B da HBM, com capacidade de at3 1 MN. O conjunto atuador e cilindro hidr3aulico possu3am curso limite de 55 mm.

Para medir os deslocamentos, foram utilizados um total de cinco transdutores de deslocamento, sendo dois posicionados verticalmente na mesa inferior, na se3ao central da viga (L1 e L2), dois montados horizontalmente em uma das extremidades da viga para medir o deslocamento relativo entre a laje e o perfil (L3 e L4) e um montado em um dos apoios, para medir poss3veis deslocamentos e acomoda33es. Os transdutores de deslocamento L1 e L2 eram do tipo WDS-500-P60-CR-P, da marca Micro-Epsilon, com curso m3ximo de 500 mm. J3 os transdutores L3 e L4 s3o do tipo WA da marca HBM, com curso m3ximo de 50 mm. J3 o L5 3 da marca Kyowa, com curso m3ximo de 10 mm. A Figura 5.17 mostra o posicionamento dos transdutores de deslocamento na vista longitudinal das vigas.

**Figura 5.17: Posicionamento dos transdutores de deslocamento**

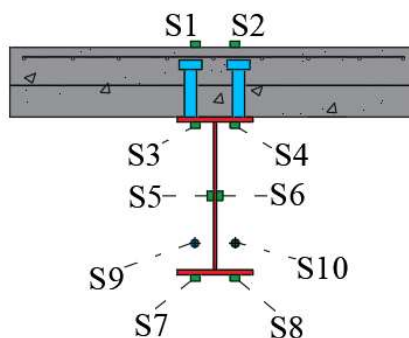


Fonte: Autora (2023)

Quanto aos extens3metros el3tricos de resist3ncia, foram utilizados um total de dez pontos de leitura na se3ao central, sendo dois na laje de concreto (S1 e S2), dois na mesa superior (S3 e S4), dois no meio da alma (S5 e S6), dois na mesa inferior (S7 e S8) e dois nos cabos de protens3o para as vigas VMPR e VMPP (S9 e S10). Os extens3metros utilizados na laje e no perfil s3o da marca Excel Sensores, com resist3ncia de 120 ohms, dos tipos PA-06-800BA-120-L (utilizados na laje de concreto), e PA-06-250BA-120-L (utilizados no perfil de a3o). Para os cabos de protens3o, foram utilizados extens3metros BF-350-3AA, de 350 ohms de resist3ncia. A Figura 5.18 mostra o posicionamento dos extens3metros na se3ao transversal da viga, no v3o central.



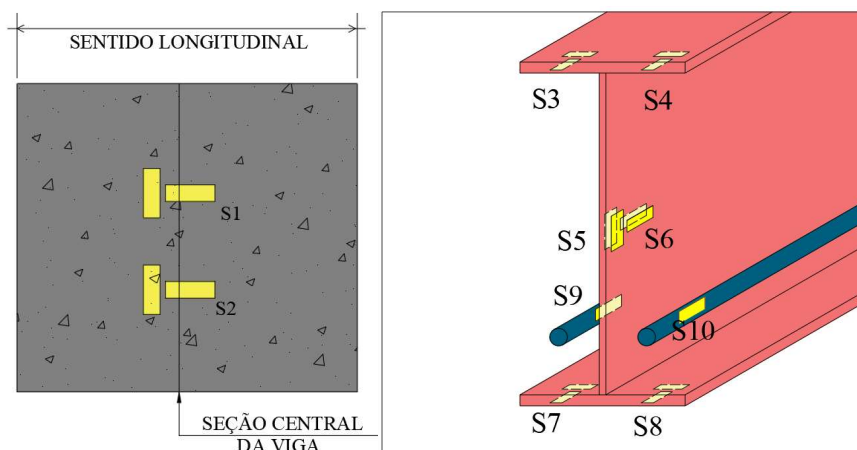
**Figura 5.18: Posicionamento dos extensômetros**



Fonte: Autora (2023)

Os extensômetros foram dispostos em configuração de meia ponte Wheatstone (Figura 5.19), que permite a compensação do efeito da temperatura, além de ser a configuração requerida pelo sistema de aquisição de dados. No caso dos extensômetros nos cabos de protensão, a configuração de meia ponte foi possível com a utilização de um *dummy gauge*, ou extensômetro inativo, instalado em um pedaço de cordoalha externo posicionado adjacente aos cabos que compõem a seção transversal.

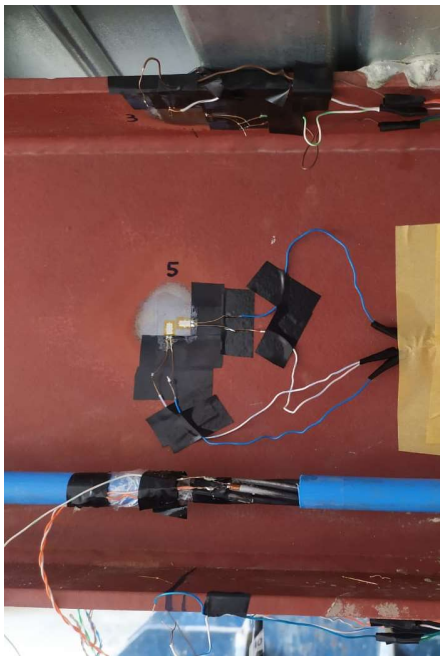
**Figura 5.19: Distribuição dos *strain gauges* em meia ponte de Wheatstone**



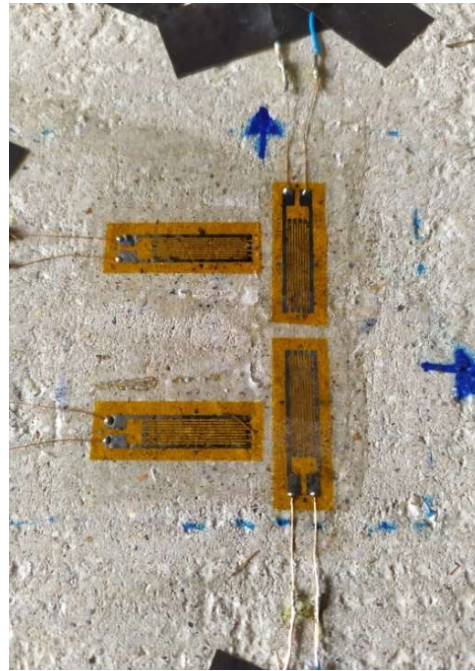
Fonte: Autora (2023)

Na Figura 5.20 observa-se os extensômetros colados na viga de aço, laje de concreto e nas cordoalhas. A Figura 5.21 mostra o posicionamento dos LVDT's, onde observa-se os transdutores L1 e L2 acoplados por meio de parafusos em uma base de madeira colada no piso, enquanto os transdutores L3, L4 e L5 são posicionados por meio de bases magnéticas articuladas.

**Figura 5.20: Extensômetros instalados (a) na viga de aço e no cabo (b) na laje**



(a)



(b)

Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.21: Posicionamento dos LVDT's**



(a)



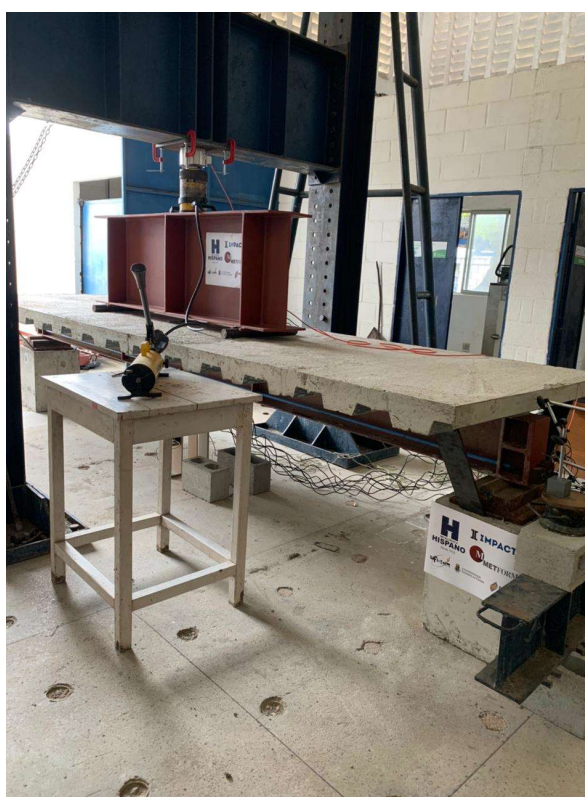
(b)

Fonte: Autora (2023)

## 5.5 PROCEDIMENTO DE ENSAIO

Os ensaios foram realizados no Núcleo de Tecnologia e Qualidade Industrial do estado do Ceará (NUTEC), dentro do Laboratório de Ensaios Físicos da Divisão de Materiais (DIMAT). O laboratório possui um pórtico metálico de suporte para aplicação dos carregamentos, laje de reação e talha para movimentação das vigas. A Figura 5.22 mostra o aparato geral dos ensaios desenvolvidos no laboratório do NUTEC.

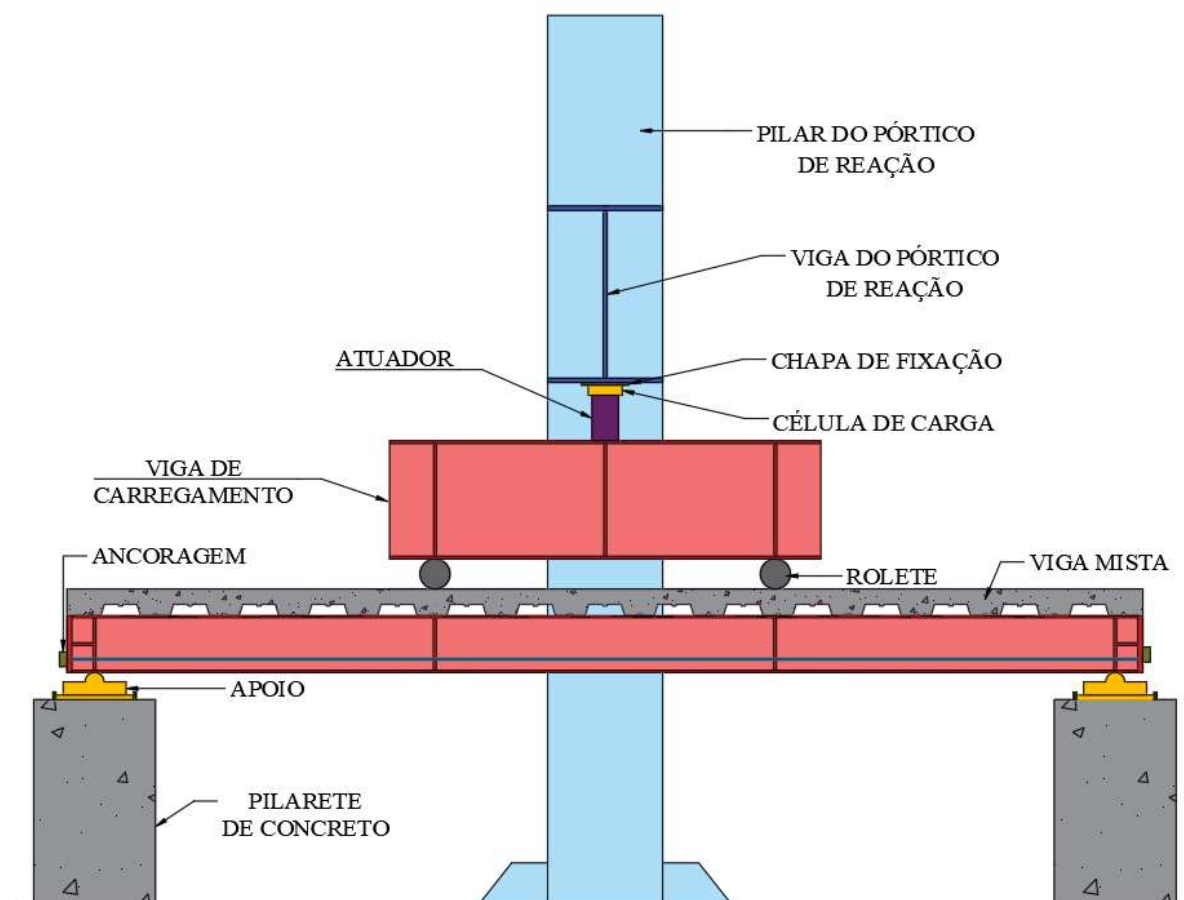
**Figura 5.22: Aparato geral dos ensaios**



Fonte: Autora (2023)

Conforme já foi descrito, o carregamento foi aplicado nas vigas por meio de um atuador hidráulico manual em conjunto com um cilindro hidráulico. A medição das forças aplicadas foi realizada a partir de célula de carga acoplada à viga metálica superior do pórtico por meio de chapa de fixação. O ensaio realizado foi do tipo flexão a quatro pontos, com o carregamento total dividido em dois por meio de uma viga metálica rígida de carregamento, apoiada sobre roletes de aço. A viga mista foi apoiada em apoios metálicos montados sobre pilaretes de concreto. O esquema de montagem dos ensaios, é mostrado na Figura 5.23.

**Figura 5.23: Esquema de montagem dos ensaios**



Fonte: Autora (2023)

A Figura 5.24 mostra alguns dos dispositivos acessórios para a execução dos ensaios, que são os apoios metálicos, pilaretes de apoio em concreto e ancoragens das cordoalhas protensão. As ancoragens utilizadas eram compostas por blocos de aço com furos em formato de tronco de cone, para acomodação das cunhas durante o processo da protensão. A Figura 5.25 mostra a chapa de fixação que é presa à viga de reação por meio de grampos prendedores tipo C, e que foi presa à célula de carga por meio de parafusos. O atuador hidráulico foi posicionado entre a célula de carga e a viga de carregamento com uma pequena folga na parte superior, que foi zerada no início do ensaio de flexão, com a aplicação de um pré-carregamento de acomodação.

**Figura 5.24: Apoio da viga e ancoragens das cordoalhas**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.25: Chapa de fixação, célula de carga e cilindro hidráulico**



Fonte: Autora (2023)

As montagens dos aparatos dos ensaios das vigas VMPPR, VMPP e VMC são apresentadas na Figura 5.26, Figura 5.27 e Figura 5.28, respectivamente.

**Figura 5.26: VMPR**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.27: VMPP**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.28: VMC**

Fonte: Autora (2023)

O ensaio foi realizado em duas etapas nas vigas protendidas, conforme descrito a seguir. Inicialmente, foi executada a protensão dos cabos de protensão na viga mista (pós-tração). Feito isso, o ensaio de flexão em quatro pontos foi realizado. A instrumentação registrou os dados em ambas as etapas. Para a VMC, houve apenas o ensaio de flexão.

### **5.5.1 EXECUÇÃO DA PROTENSÃO**

A protensão nas vigas VMPP e VMPP foi executada após 28 dias da concretagem das lajes, para garantir que o concreto já adquiriu a resistência esperada. O procedimento de execução da protensão é escrito a seguir:

- 1) Posicionamento das cordoalhas nos furos das vigas de aço (Figura 5.29a);
- 2) Pré-blocagem das ancoragens passivas (Figura 5.29b);
- 3) Aplicação da protensão por meio de dois atuadores hidráulicos, posicionados um em cada extremidade da viga, tensionando os cabos simultaneamente. Com isso, evitou-se a ocorrência de deslocamentos laterais, em função de uma possível excentricidade na carga de protensão (Figura 5.29c e Figura 5.29d);

- 4) Controle da tensão de protensão, onde em cada cabo foi aplicada uma tensão total de 285 bar. Levando em conta que a área efetiva do macaco hidráulico é  $40.42 \text{ cm}^2$ , tem-se uma força total aplicada de aproximadamente 115.5 kN. Essa força total é equivalente a 110 kN, que é a força teórica a ser aplicada, mais 5% para compensar as perdas de protensão (Figura 5.29e);
- 5) Conferência dos alongamentos totais (Figura 5.29f).

**Figura 5.29: Execução da protensão**

(continua)



(a)



(b)



(c)



(d)



**Figura 5.29: Execução da protensão**

(conclusão)



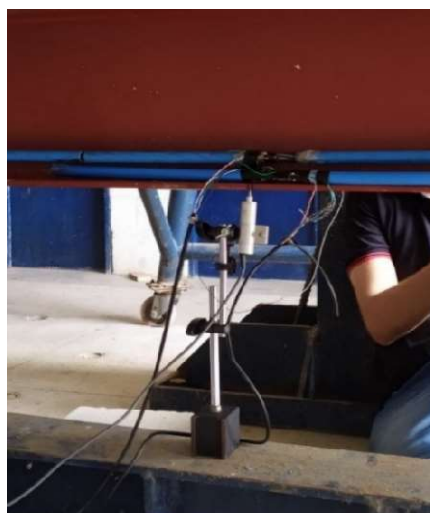
(e)



(f)

Fonte: Autora (2023)

Nesta etapa, a instrumentação consistia em extensômetros posicionados em cada um dos cabos e um transdutor de deslocamento na seção central, para registrar o deslocamento vertical para cima, que ocorre como efeito da aplicação da protensão (Figura 5.30). O segundo cabo que é mostrado na Figura 5.30 é um trecho de cordoalha onde foi instalado o *dummy gage*, conforme mencionado na descrição da instrumentação.

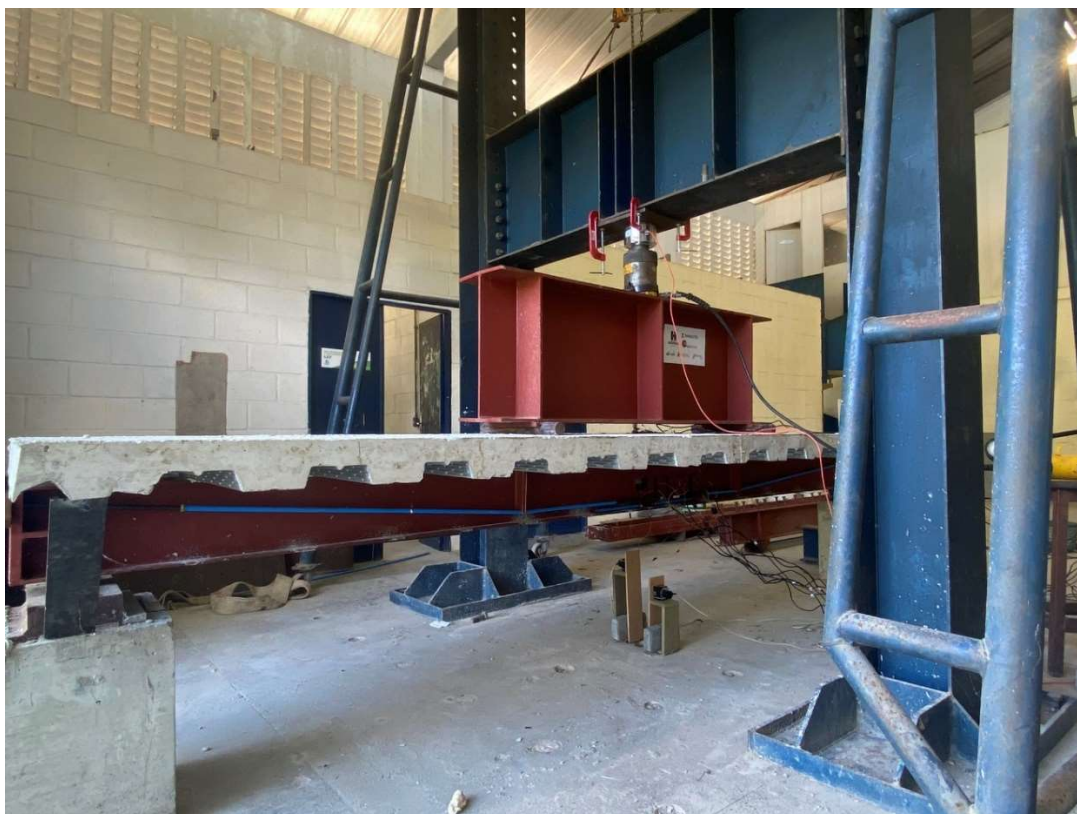
**Figura 5.30: Instrumentação na etapa de protensão**

Fonte: Autora (2023)

### 5.5.2 ENSAIO DE FLEXÃO

O ensaio de flexão em quatro pontos ocorreu em dia posterior à execução da protensão, com a inclusão do restante da instrumentação nos modelos. Antes de iniciar a aplicação do carregamento, os LVDT's foram calibrados e o sistema de aquisição foi zerado. Na sequência, foi aplicado um pré-carregamento de 20 kN, equivalente a aproximadamente 5% do carregamento total previsto para o ensaio, para acomodação da viga. Feito isso, a viga foi descarregada, e o sistema de aquisição foi novamente zerado, e só então o ensaio foi iniciado. O carregamento foi aplicado manualmente com o acionamento da alavanca do cilindro hidráulico de forma gradual, com incrementos de aproximadamente 4 kN, até que o esgotamento da capacidade resistente da viga e o limite do curso do atuador impediram que novos incrementos de carga fossem aplicados. Após esse ponto, manteve-se o carregamento máximo por alguns instantes, até que se iniciou o descarregamento gradual. Os dados foram registrados até o fim do descarregamento. A Figura 5.31 mostra uma visão geral do ensaio montado durante a execução do ensaio.

**Figura 5.31: Execução do ensaio de flexão**



Fonte: Autora (2023)

Após o encerramento do ensaio, foi feita uma minuciosa inspeção da condição geral das vigas. Em todas elas foi observada a ocorrência de deformações permanentes após o descarregamento, porém de maneira geral não foram identificadas fissuras significativas no concreto ou descolamentos entre o *steel deck* e a laje de concreto. Além disso, após a demolição da laje de concreto, foi feita também uma inspeção nos conectores de cisalhamento, que estavam íntegros.

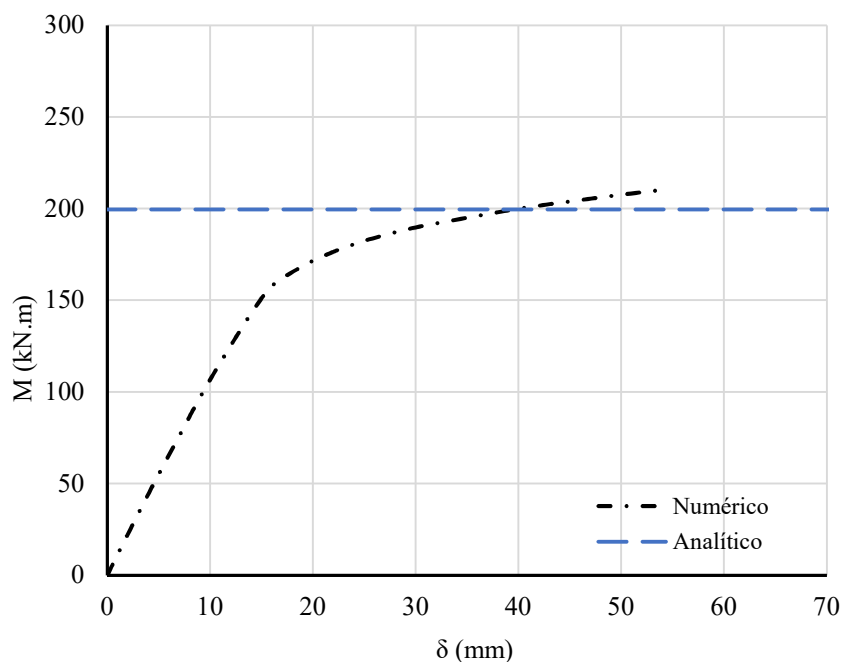
## **5.6 SÍNTESE DOS RESULTADOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS PARA OS MODELOS EXPERIMENTAIS**

Para prever a capacidade resistente das vigas do programa experimental foi aplicada a metodologia analítica descrita no Capítulo 3. Além disso, para prever o comportamento dos modelos as vigas foram modeladas numericamente no programa *Abaqus*, conforme procedimento descrito no Capítulo 4.

### **5.6.1 VMC**

Na Figura 5.32 é mostrada a curva momento vs deslocamento no meio do vão conforme o modelo numérico da viga mista convencional (VMC). O momento resistente numérico encontrado foi de 210.2 kN.m, equivalente a um deslocamento máximo no meio do vão no valor de 53.9 mm. A relação do vão sobre deflexão no meio do vão de acordo com modelo numérico foi de 83.4. Na Figura 5.35 é mostrado também o momento resistente determinado analiticamente, no valor de 199.6 kN.m.

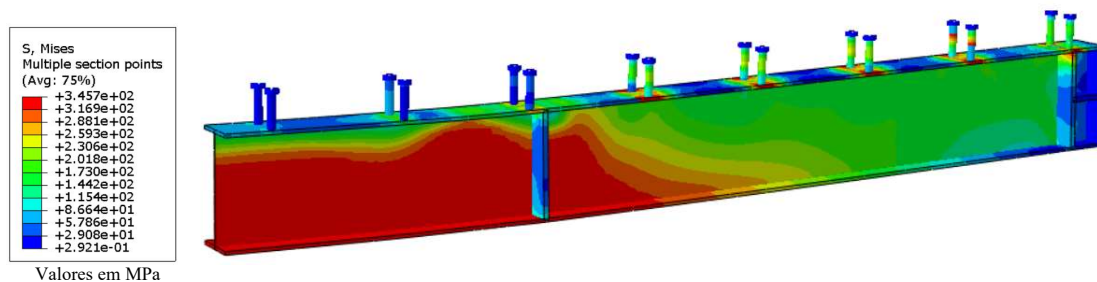
**Figura 5.32: Curva momento vs deslocamento conforme modelo numérico VMC**



Fonte: Autora (2023)

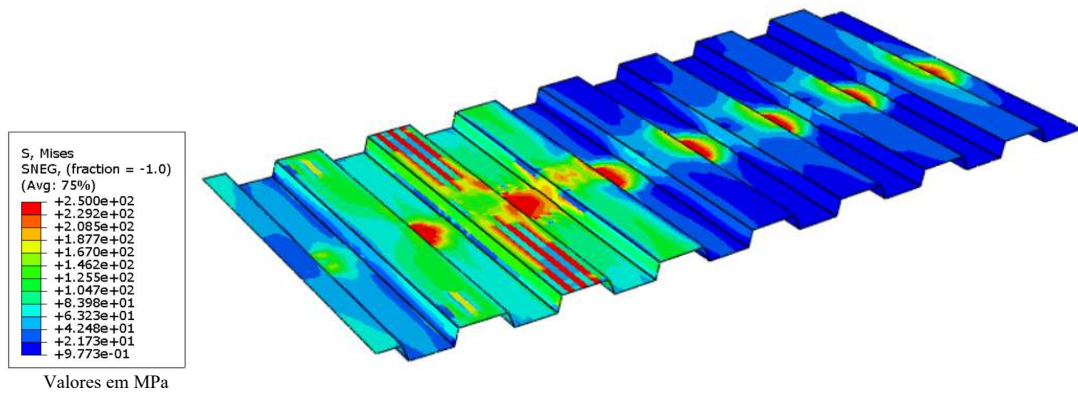
A partir do modelo numérico foram determinadas as tensões nos diferentes elementos que compõem a viga, para o último estágio de carregamento atingido no modelo numérico. Na Figura 5.33, são mostradas as distribuições de tensões de Von Mises na viga de aço; na Figura 5.34 são mostradas as distribuições de tensões de Von Mises na forma de aço; na Figura 5.35 são mostradas as tensões na laje de concreto no sentido longitudinal. Já na Figura 5.36 são mostrados os resultados do dano à compressão e na Figura 5.37 são mostrados os resultados do dano à tração na laje de concreto.

**Figura 5.33: Distribuições de tensões na viga de aço VMC**



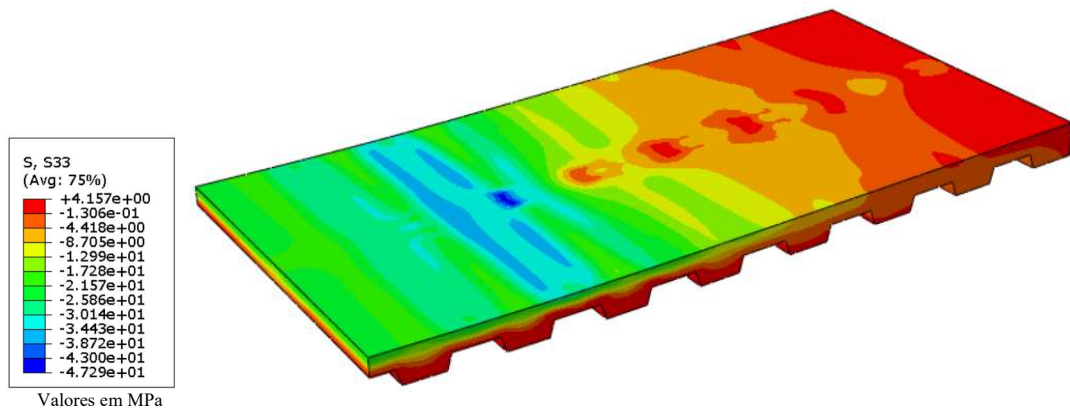
Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.34: Distribuições de tensões na forma de aço VMC**



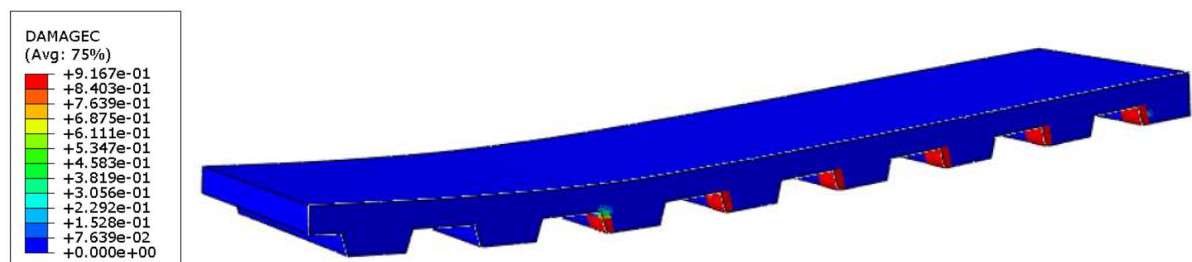
Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.35: Distribuições de tensões na laje de concreto VMC**



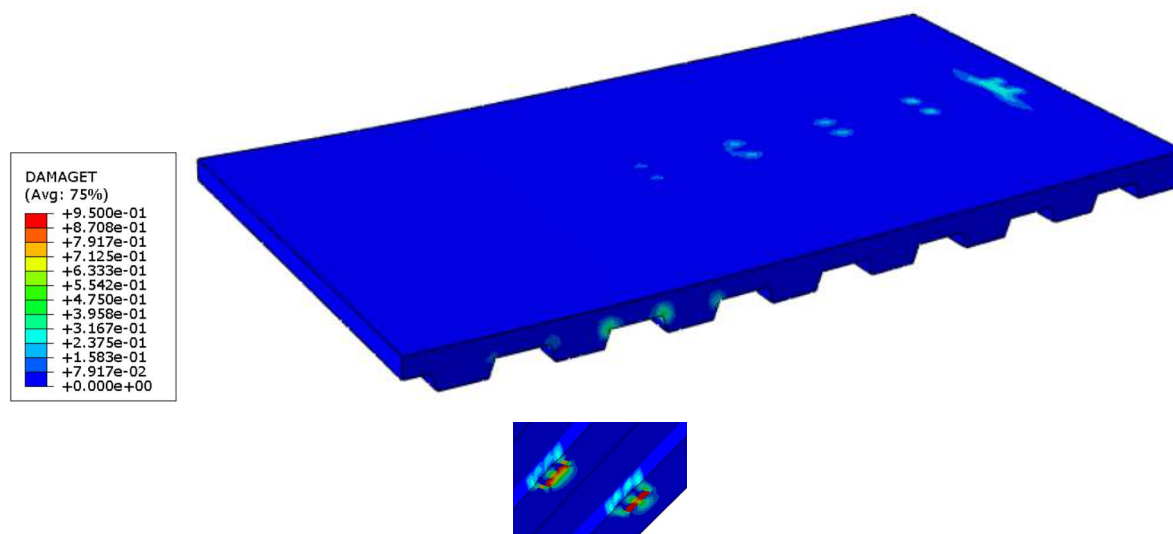
Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.36: Dano à compressão na laje de concreto VMC**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.37: Dano à tração na laje de concreto VMC**



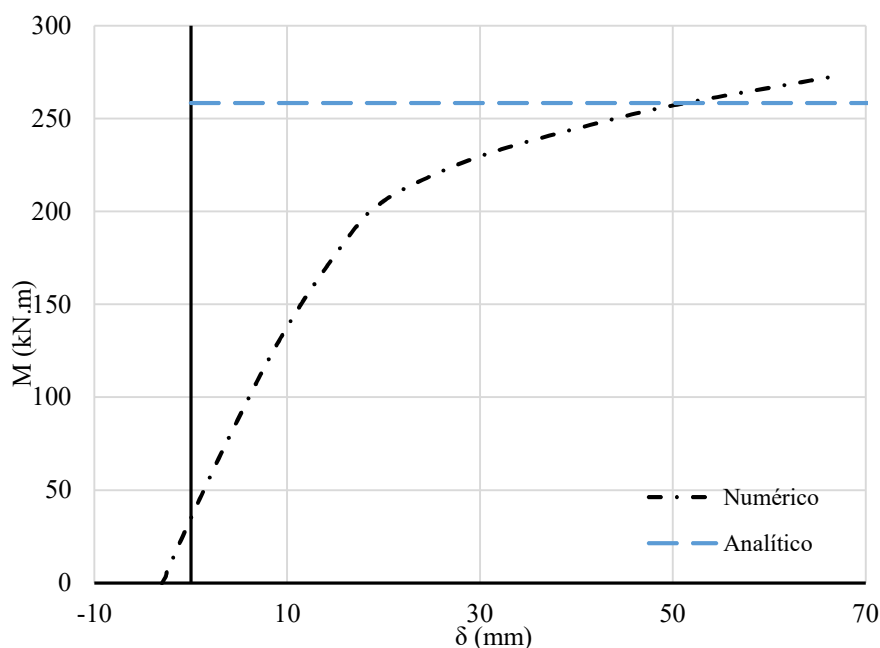
Fonte: Autora (2023)

Pela distribuição de tensões mostrada na Figura 5.33, a mesa inferior e a alma da seção de aço nesse estágio de carregamento estavam predominantemente plastificadas entre os pontos de aplicação de carga. Já a mesa superior também estava tracionada, porém sob tensões inferiores ao escoamento. Já avaliando as tensões na laje conforme Figura 5.35 a linha neutra estava localizada na capa de concreto e a camada mais superficial da laje de concreto estava comprimida. Além disso, avaliando os resultados do dano, houve a ocorrência de dano à tração de maneira localizada, próximo aos conectores de cisalhamento localizados nas nervuras mais próximas da extremidade da viga e de dano à compressão nas nervuras, próximo aos conectores de cisalhamento.

### 5.6.2 *VMPR*

Na Figura 5.38 é mostrada a curva momento vs deslocamento no meio do vão conforme o modelo numérico da viga mista de aço e concreto protendida com traçado retilíneo (VMPR). O momento resistente numérico encontrado foi de 263.8 kN.m, com um deslocamento máximo no meio do vão de 65.5 mm. O deslocamento último foi maior que o verificado no modelo da viga sem protensão, indicando que os cabos de protensão aumentaram a sua ductilidade. A relação do vão sobre deflexão no meio do vão de acordo com modelo numérico foi de 68.7. Na Figura 5.38 é mostrado também o momento resistente determinado analiticamente, no valor de 258.4 kN.m.

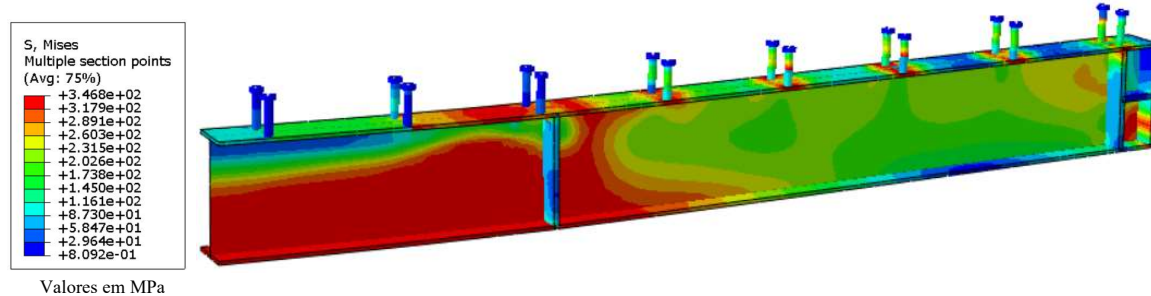
**Figura 5.38: Curva momento vs deslocamento conforme modelo numérico VMPR**



Fonte: Autora (2023)

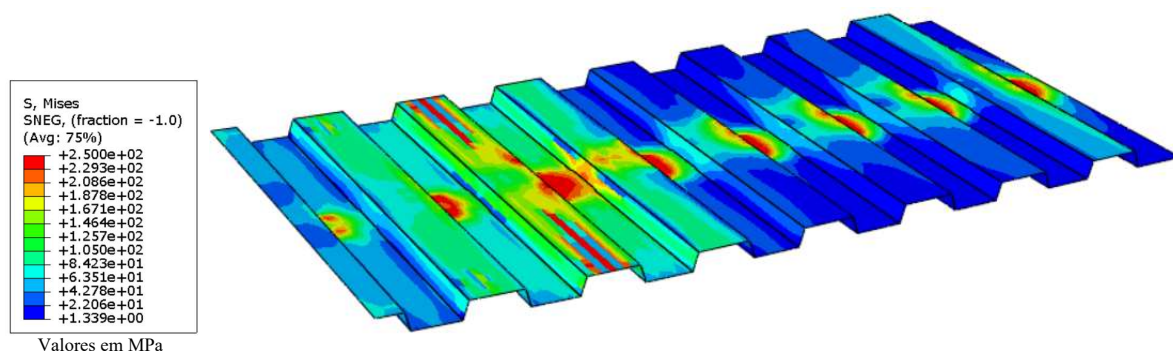
A partir do modelo numérico foram determinadas as tensões nos diferentes elementos que compõem a viga, para o último estágio de carregamento atingido no modelo numérico. Na Figura 5.39, são mostradas as distribuições de tensões de Von Mises na viga de aço; na Figura 5.40 são mostradas as distribuições de tensões de Von Mises na forma de aço; na Figura 5.41 são mostradas as tensões na laje de concreto no sentido longitudinal. Já na Figura 5.42 são mostrados os resultados do dano à compressão e na Figura 5.43 são mostrados os resultados do dano à tração na laje de concreto.

**Figura 5.39: Distribuições de tensões na viga de aço VMPR**



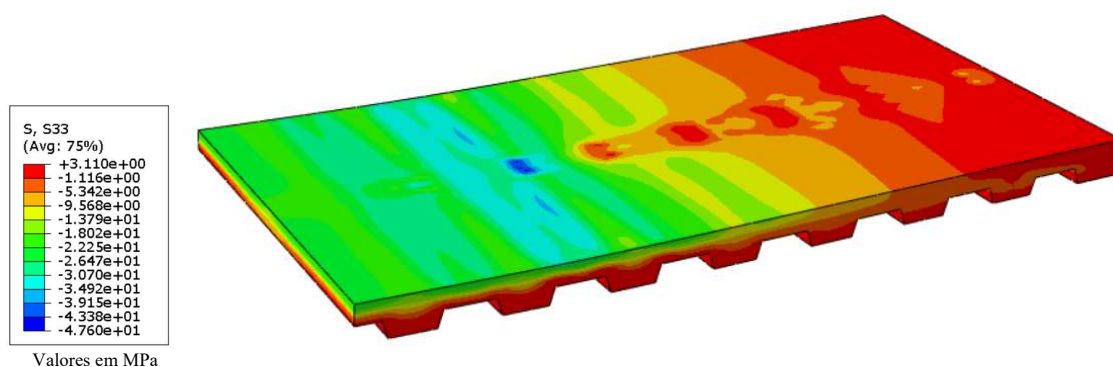
Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.40: Distribuições de tensões na forma de aço VMPR**



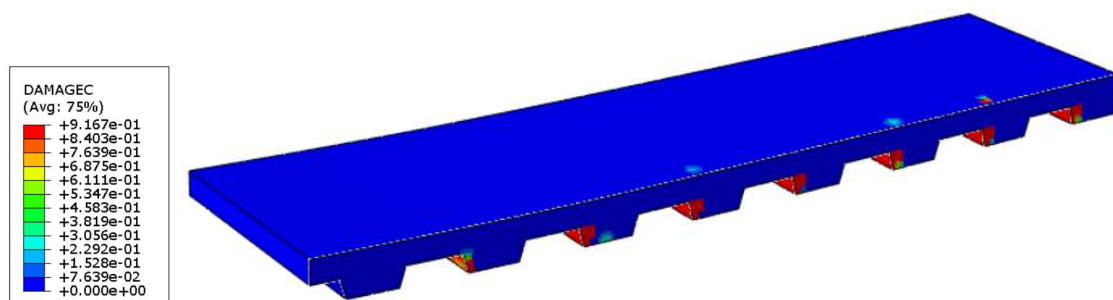
Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.41: Distribuições de tensões na laje de concreto VMPR**



Fonte: Autora (2023)

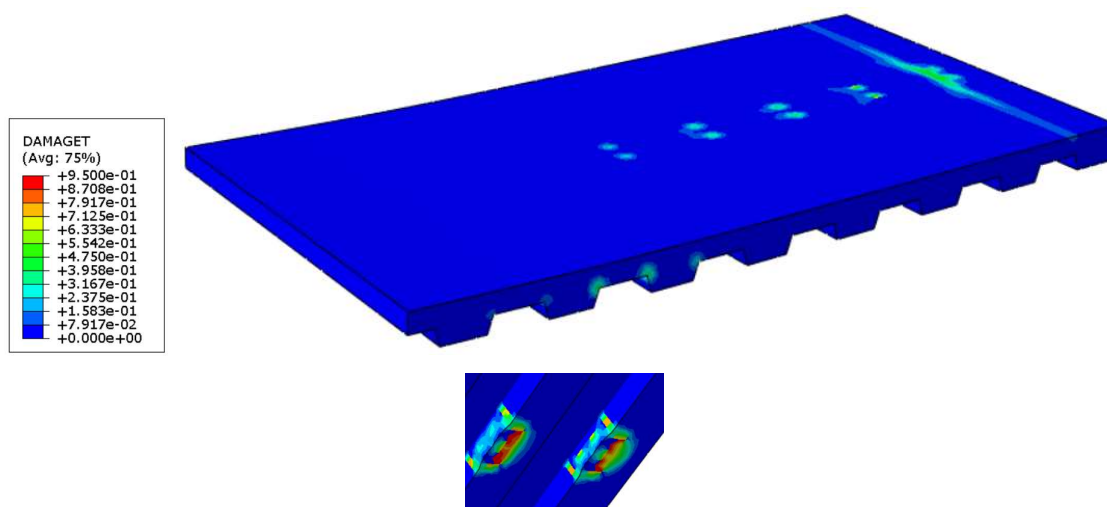
**Figura 5.42: Dano à compressão na laje de concreto VMPR**



Fonte: Autora (2023)



**Figura 5.43: Dano à tração na laje de concreto VMPPR**



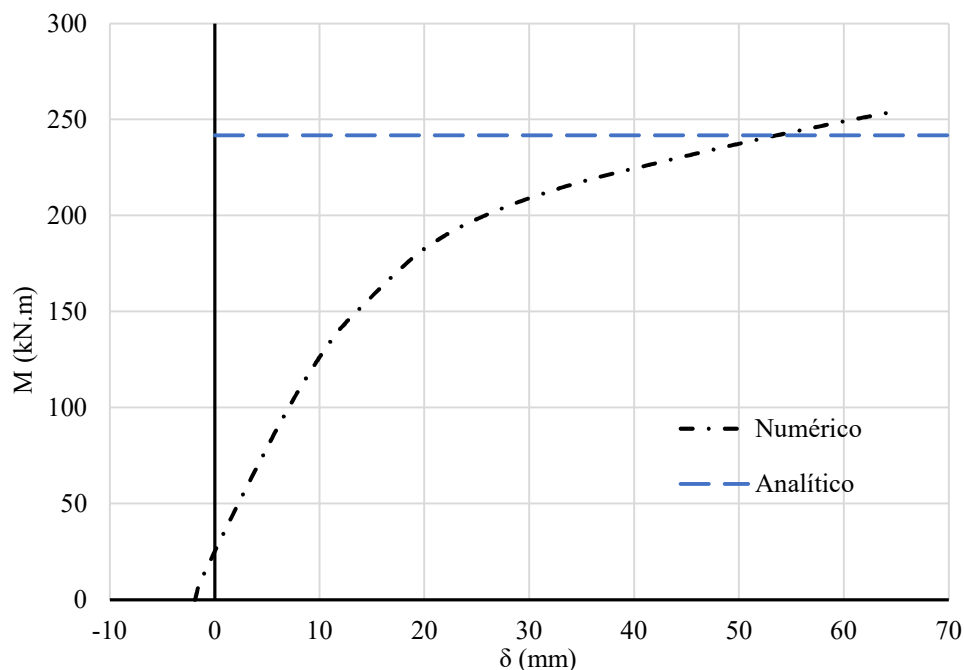
Fonte: Autora (2023)

Pela distribuição de tensões mostrada na Figura 5.39 a mesa inferior e a alma da seção de aço nesse estágio de carregamento estavam predominantemente plastificadas entre os pontos de aplicação de carga. Na seção próxima aos pontos de aplicação de carga, logo após os enrijecedores, a seção de aço está praticamente toda plastificada. Na extremidade da viga de aço havia concentrações de tensões elevadas devido à inserção dos cabos de protensão. Já avaliando as tensões na laje conforme Figura 5.41 foi possível perceber a linha neutra localizada na capa de concreto e a camada mais superficial da laje de concreto comprimida. Além disso, avaliando os resultados do dano, houve ocorrência de dano à tração de maneira localizada, próximo aos conectores de cisalhamento localizados nas nervuras mais próximas da extremidade da viga e de dano à compressão nas nervuras, próximo aos conectores de cisalhamento.

### 5.6.3 VMPP

Na Figura 5.44 é mostrada a curva momento vs deslocamento no meio do vão conforme o modelo numérico da viga mista protendida com traçado poligonal (VMPP). O momento resistente numérico encontrado foi de 253.7 kN.m, com um deslocamento máximo no meio do vão de 64.3 mm, semelhante ao deslocamento máximo que ocorreu na VMPPR. A relação do vão sobre deflexão no meio do vão de acordo com modelo numérico foi de 68.7. Na Figura 5.44 é mostrado também o momento resistente determinado analiticamente, no valor de 241.8 kN.m.

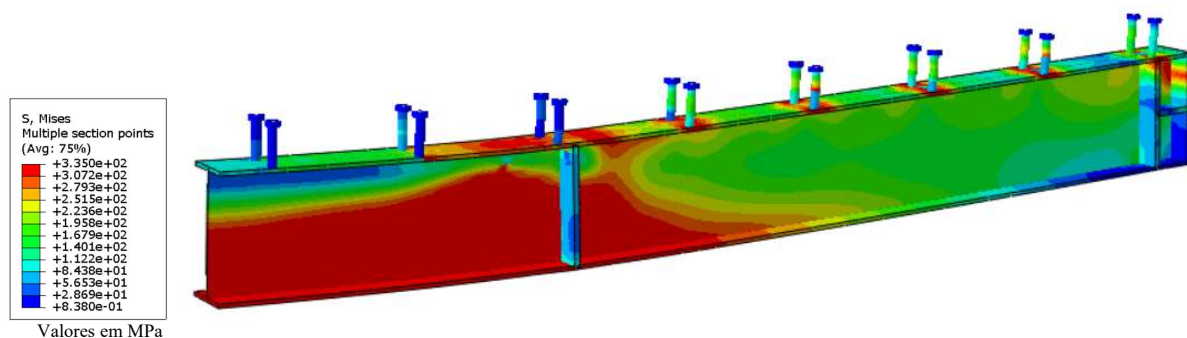
**Figura 5.44: Curva momento vs deslocamento conforme modelo numérico VMPP**



Fonte: Autora (2023)

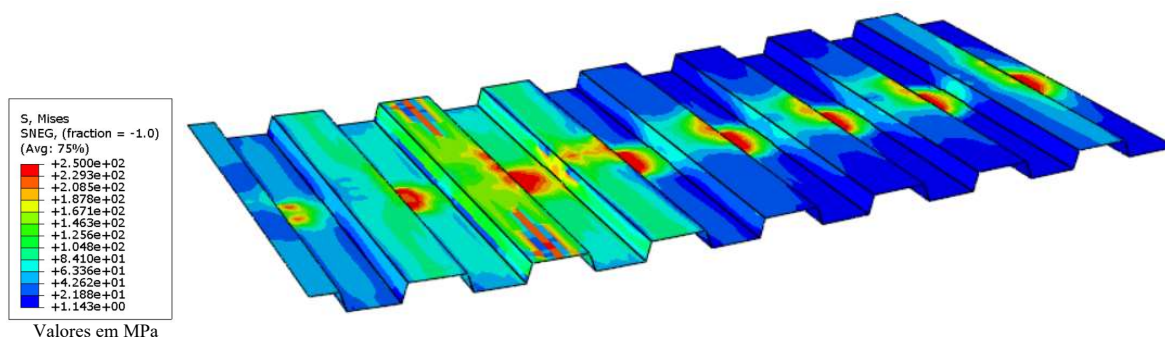
A partir do modelo numérico foram determinadas as tensões nos diferentes elementos que compõem a viga, para o último estágio de carregamento atingido no modelo numérico. Na Figura 5.45, são apresentadas as distribuições de tensões de Von Mises na viga de aço, enquanto na Figura 5.46 são apresentadas as distribuições de tensões na forma de aço e na Figura 5.47 são apresentadas as tensões na laje de concreto. Já na Figura 5.48 são apresentados os resultados do dano à compressão e na Figura 5.49 são apresentados os resultados do dano à tração na laje de concreto.

**Figura 5.45: Distribuições de tensões na viga de aço VMPP**



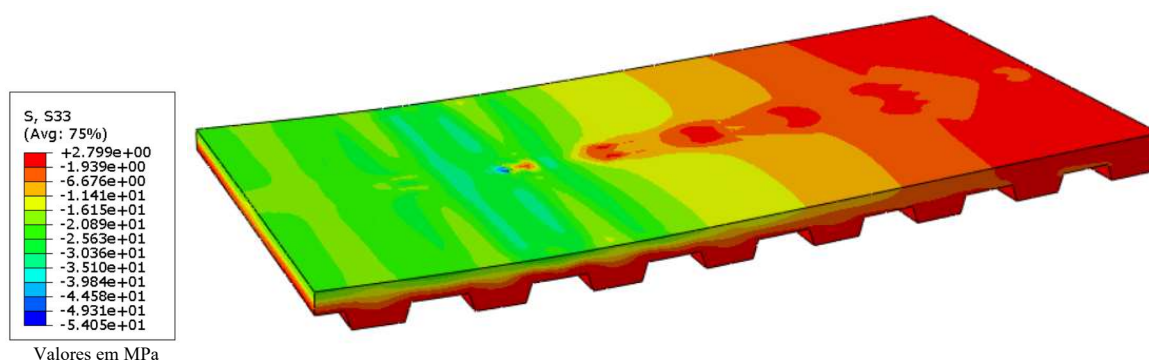
Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.46: Distribuições de tensões na forma de aço VMPP**



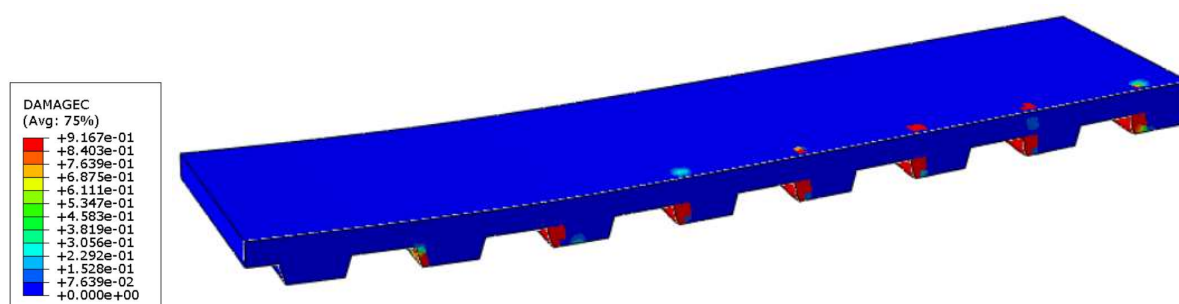
Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.47: Distribuições de tensões na laje de concreto VMPP**



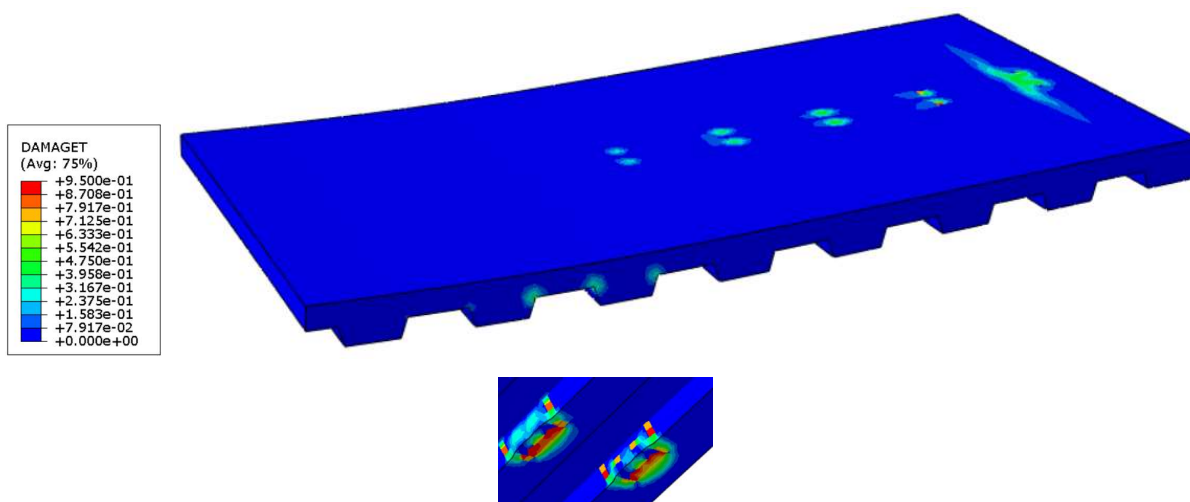
Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.48: Dano à compressão na laje de concreto VMPP**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 5.49: Dano à tração na laje de concreto VMPP**



Fonte: Autora (2023)

Pela distribuição de tensões mostrada na Figura 5.45 a mesa inferior e a alma da seção de aço nesse estágio de carregamento estavam predominantemente plastificadas entre os pontos de aplicação de carga, principalmente na região imediatamente sob os pontos de aplicação de carga. Na extremidade da viga de aço há concentrações de tensões elevadas em decorrência da inserção dos cabos de protensão. Já avaliando as tensões na laje conforme Figura 5.47 foi possível perceber a linha neutra localizada na capa de concreto e a camada mais superficial da laje de concreto comprimida. Além disso, avaliando os resultados do dano, houve a ocorrência de dano à tração de maneira localizada, próximo aos conectores de cisalhamento localizados nas nervuras mais próximas da extremidade da viga e de dano à compressão nas nervuras, próximo aos conectores de cisalhamento. O dano à tração na VMPP aparentou ser inferior ao dano que ocorreu na VMPR. Já o dano à compressão nas nervuras, próximo aos conectores de cisalhamento era maior na VMPP quando comparado à VMPR. Porém, ressalta-se que havia diferenças na resistência das lajes de concreto entre os dois modelos, além de diferentes forças de protensão nos cabos.

#### **5.6.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS**

Para as três vigas do programa experimental, os modelos numéricos indicam que o modo de falha esperado nas vigas aconteceu por escoamento da seção de aço, iniciando próximo à mesa inferior nas regiões sob os pontos de aplicação de carga e se estendendo pela região central

da viga de aço submetida a momento constante, seguido de ruptura por compressão excessiva no concreto nos pontos de aplicação de carga.

Na Tabela 5.2 são mostrados os momentos resistentes analíticos nas regiões de momento fletor positivo para a VMC, VMPP e VMPP ( $M_{R,VMC}$ ,  $M_{R,VMPP}$ ,  $M_{R,VMPP}$ ); o momento resistente e regiões de momento fletor negativo para a viga mista ( $M_{R-}$ ); e o momento de plastificação e de escoamento para a seção de aço ( $M_{pl}$  e  $M_r$ ). Destaca-se que o valor mais baixo do momento resistente da viga mista protendida com cabo poligonal quando comparado com a viga com cabo retilíneo se dá pela força de protensão inicial menor que foi atingida e pelo concreto com menor resistência.

**Tabela 5.2: Momentos analíticos**

$M_{R,VMC}$ (kN.m)	$M_{R,VMPP}$ (kN.m)	$M_{R,VMPP}$ (kN.m)	$M_{R-}$ (kN.m)	$M_{pl}$ (kN.m)	$M_r$ (kN.m)
183.4	233.3	218.5	94.9	93.0	83.3

Fonte: Autora (2023)

A comparação entre os momentos resistentes dos modelos numéricos ( $M_{u,FE}$ ) e as previsões analíticas, tanto para o momento resistente de cálculo ( $M_{R,ANA}$ ) e para o momento último ( $M_{u,ANA}$ ) é mostrada na Tabela 5.3. Os momentos resistentes analíticos consideraram as resistências de cálculo, enquanto para os momentos últimos foram utilizadas as resistências características dos materiais, além da consideração dos incrementos na força de protensão.

**Tabela 5.3: Comparação previsão comportamento dos modelos**

Modelo	Analítico		Numérico	$M_{R,ANA} / M_{u,FE}$	$M_{u,ANA} / M_{u,FE}$
	$M_{R,ANA}$ (kN.m)	$M_{u,ANA}$ (kN.m)	$M_{u,FE}$ (kN.m)		
VMC	183.4	199.6	210.2	0.87	0.95
VMPP	233.3	258.4	263.8	0.88	0.98
VMPP	218.5	241.8	253.7	0.86	0.95

Fonte: Autora (2023)

Pela comparação dos resultados percebeu-se que enquanto os momentos resistentes de cálculo determinados analiticamente se mostraram a favor da segurança quando comparados com os momentos últimos numéricos, os momentos últimos analíticos mostraram uma boa

aproximação com os resultados numéricos, indicando que a metodologia analítica foi adequada para prever o comportamento dos modelos.

## **5.7 SÍNTESE DO CAPÍTULO**

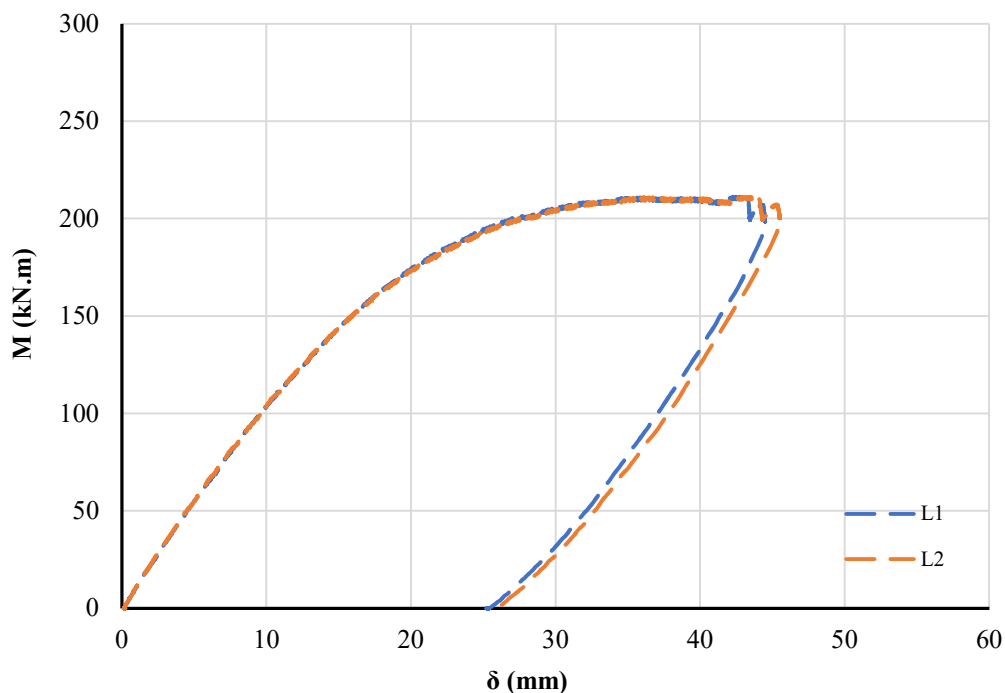
Neste capítulo foram detalhadas as três vigas que compõem o programa experimental, sendo uma viga mista de aço e concreto convencional e duas vigas mistas de aço e concreto protendidas, sendo uma com protensão em cabos com traçado retilíneo e a outra com protensão em cabos com traçado poligonal. Foram mostradas as geometrias detalhadas das vigas, as características mecânicas dos materiais que as compõem, as configurações de montagem dos ensaios e a instrumentação utilizada. Além disso, foi apresentado o comportamento esperado dos experimentos, por meio de modelagem numérica e previsão analítica e esses resultados foram comparados.

## 6. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo são mostrados os resultados experimentais dos ensaios realizados nas três vigas mistas de aço e concreto, sendo uma com seção mista convencional sem protensão, uma protendida com cabo em traçado retilíneo e uma protendida com cabo em traçado poligonal, conforme detalhamento mostrado no Capítulo 5. São mostradas as tensões, deformações, deslocamentos e cargas atuantes ao longo do desenvolvimento dos ensaios, e os resultados obtidos são discutidos e comparados. Neste capítulo também foi feita uma comparação entre os resultados experimentais, analíticos e numéricos. Os resultados analíticos foram obtidos com a aplicação das metodologias descritas no Capítulo 3, enquanto os resultados numéricos foram obtidos com a modelagem das vigas do programa experimental no programa Abaqus, com os procedimentos propostos e apresentados no Capítulo 4.

### 6.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS VMC

Na viga mista convencional, sem protensão, o carregamento foi aplicado até que o momento máximo atingiu cerca de 209 kN.m, equivalente a uma carga máxima total aplicada pelo atuador hidráulico de aproximadamente 279 kN, que foi medida pela célula de carga. O ensaio foi controlado pelos deslocamentos, sendo interrompido quando não foi mais possível aplicar carga pelo acionamento manual do atuador hidráulico, resultado dos elevados deslocamentos registrados. Após atingir este momento limite, a viga foi gradualmente descarregada. A Figura 6.1 mostra as curvas do momento fletor em função dos deslocamentos máximos na seção central, onde os valores foram medidos pelos transdutores L1 e L2, conforme posicionamento da instrumentação detalhado no Capítulo 5.

**Figura 6.1: Momento vs deslocamento VMC**

Fonte: Autora (2023)

Os deslocamentos medidos pelos dois transdutores na VMC foram similares. Pelo formato das curvas percebe-se que a viga atinge o trecho plástico e se aproxima da sua capacidade resistente máxima, com a tendência de horizontalização das mesmas. Após o descarregamento, a viga acumulou um deslocamento residual de aproximadamente 25 mm. A Figura 6.2 mostra uma vista da VMC após a finalização do ensaio, onde é perceptível a configuração fletida da viga mesmo após o seu descarregamento. Os deslocamentos horizontais medidos por L3 e L4 não foram registrados, enquanto os deslocamentos verticais medidos pelo transdutor L5 em um dos apoios foi pequeno, indicando que os pilaretes de apoio de concreto não apresentaram encurtamento significativo que pudesse influenciar o registro das deflexões verticais da viga.



**Figura 6.2: VMC após o ensaio**

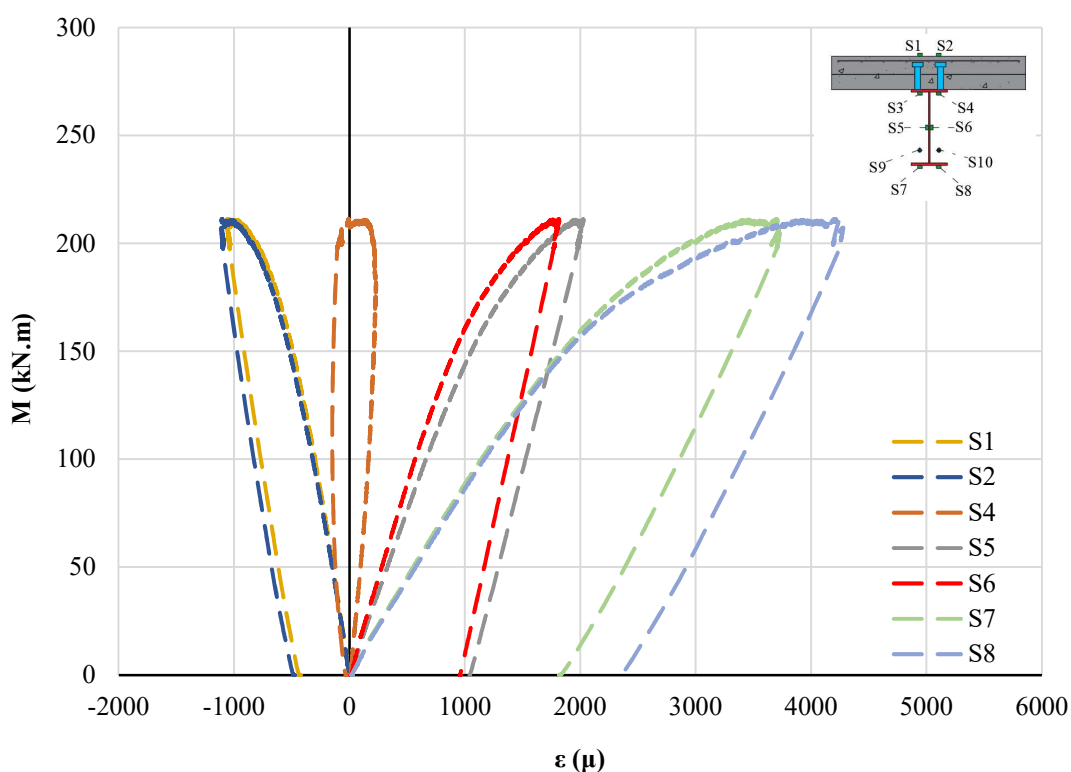


Fonte: Autora (2023)

As deformações medidas pelos extensômetros S1, S2, S4, S5, S6, S7 e S8, conforme posicionamento da instrumentação apresentado no Capítulo 5, são mostradas na Figura 6.3, em função do momento fletor. As medições feitas pelo extensômetro S3 não foram registradas em decorrência de ausência de sinal durante o ensaio. Como na VMC não há protensão, não houve registros nos extensômetros S9 e S10. Para S1 e S2, o par de extensômetros posicionados na superfície da laje de concreto, as deformações registradas são negativas e foram semelhantes entre si, indicando ocorrência de compressão durante todo o curso do ensaio. As deformações medidas por S4, posicionado na face inferior da mesa superior do perfil de aço, foram inicialmente positivas e no fim do carregamento tornaram-se negativas. No par S5 e S6, posicionados centralizados nas duas faces da alma do perfil de aço, os resultados registrados eram positivos ao longo de todo o ensaio, indicando que esses pontos se mantiveram tracionados. Houve uma diferença entre os resultados registrados por esse par de extensômetros. Essa diferença foi mais sutil no início do registro dos resultados e aumentou até o fim do ensaio. Já as medidas registradas pelos extensômetros S7 e S8, posicionados na face inferior da mesa inferior do perfil de aço, também mostraram deformações positivas indicando ocorrência de tração em todo o ensaio nesses pontos, porém com deformações semelhantes no início do ensaio e uma diferença maior das deformações após o trecho inicial mais linear das curvas. Essa falta

de simetria entre os valores poderia indicar um possível deslocamento lateral da viga ao longo do seu eixo, porém os deslocamentos registrados por L1 e L2 e mostrados na Figura 6.1 não captaram esse comportamento, além desse efeito não ter sido percebido visualmente. Tal diferença também pode ter sido consequência de possíveis imprecisões no posicionamento dos extensômetros na seção de aço.

**Figura 6.3: Momento vs deformação nos *strain gauges* da VMC**



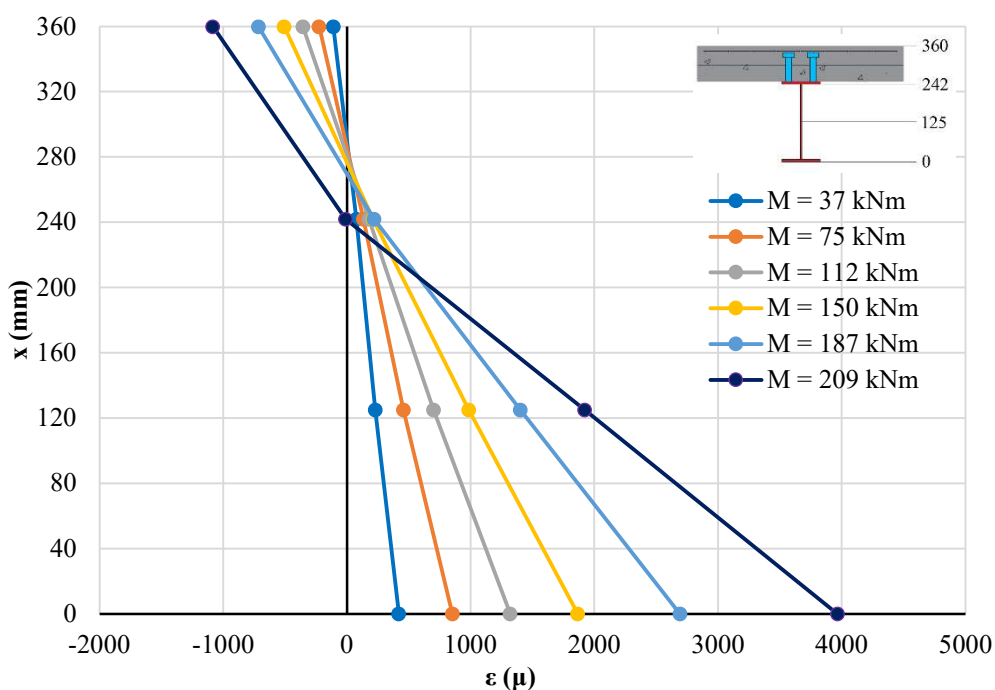
Fonte: Autora (2023)

As deformações registradas também são apresentadas ao longo da altura da viga mista, para diferentes estágios de carregamento e momento fletor, conforme Figura 6.4. O eixo vertical indica a altura da viga, sendo 0 mm a superfície inferior da viga mista, na extremidade da mesa inferior do perfil de aço, e 360 mm a superfície superior da viga mista, na superfície da laje de concreto. As deformações foram plotadas para diferentes estágios de carregamento, equivalentes aos momentos fletores de 37, 75, 112, 150, 187 e 209 kN.m, onde o último valor foi o momento máximo ocorrido durante o desenvolvimento do experimento. Esses momentos fletores representam um incremento de 50 kN de carga entre si. Para cada estágio de carga, a deformação em cada ponto equivale a média registrada pelo par de extensômetros posicionados

nas diferentes cotas ao longo da altura da viga. Por exemplo, na cota 360 mm as deformações apresentadas são a média das deformações registradas pelos extensômetros S1 e S2.

Pela Figura 6.4 é notável a variação do ponto de posicionamento da linha neutra, que vai descendo ao longo do desenvolvimento do ensaio. A distribuição das curvas de deformações indica a presença de linha neutra única, indicando o comportamento de interação total na viga mista.

**Figura 6.4: Desenvolvimento das deformações ao longo da altura da VMC**



Fonte: Autora (2023)

Para o estágio final de carregamento, as deformações atingiram cerca de 0,4% na mesa inferior do perfil de aço, que está tracionada, enquanto na superfície da laje as deformações resultantes da compressão do concreto atingiram pouco mais de 0,1%. As deformações em parte da seção de aço no último estágio de carregamento atingiram deformações superiores a deformação de escoamento, indicando plastificação do aço. Já as deformações no concreto foram inferiores a deformação de ruptura.

O ensaio foi encerrado pela limitação do curso do atuador hidráulico e pela ocorrência de deslocamentos elevados na viga mista. Além disso, já havia sido possível identificar a ocorrência de deformações plásticas. Visualmente não foi identificado nenhum mecanismo de falha particular, porém alguns danos localizados foram observados. A Figura 6.5 mostra uma

das extremidades da viga VMC após o encerramento do ensaio, com uma ruptura localizada do concreto. A outra extremidade se manteve sem fissuras perceptíveis. Na extremidade onde houve a ruptura, o *steel deck* possuía uma nervura localizada, com altura do concreto equivalente à altura total da laje. Na extremidade que se manteve intacta não havia uma nervura localizada, a altura do concreto era referente apenas à parcela da capa do *steel deck*. Indícios da manifestação dessa ruptura localizada haviam sido detectados no modelo numérico mostrado no Capítulo 5, onde foi observada a ocorrência de dano à tração na região em torno aos conectores de cisalhamento, especialmente naqueles localizados próximos das extremidades da viga. Para minimizar a ocorrência dessas fissuras, recomenda-se a adoção de armaduras de reforço localizadas. Esse dano ocorrido na extremidade da viga também se manifestou nos experimentos de Lorenc e Kubica (2006), tanto nas vigas mistas de aço e concreto protendidas quanto na sem protensão. Os autores mencionaram que essas fissuras não influenciaram o comportamento global das vigas e sua capacidade resistente, porém também recomendaram que sua manifestação deve ser combatida com a presença de armaduras de reforço adequadas. Apesar disso, na VMC não foram verificadas fissuras relevantes no resto da laje de concreto, inclusive na seção central, indicando que o concreto não apresentou falha por esmagamento.

**Figura 6.5: Extremidade VMC após o ensaio**



Fonte: Autora (2023)

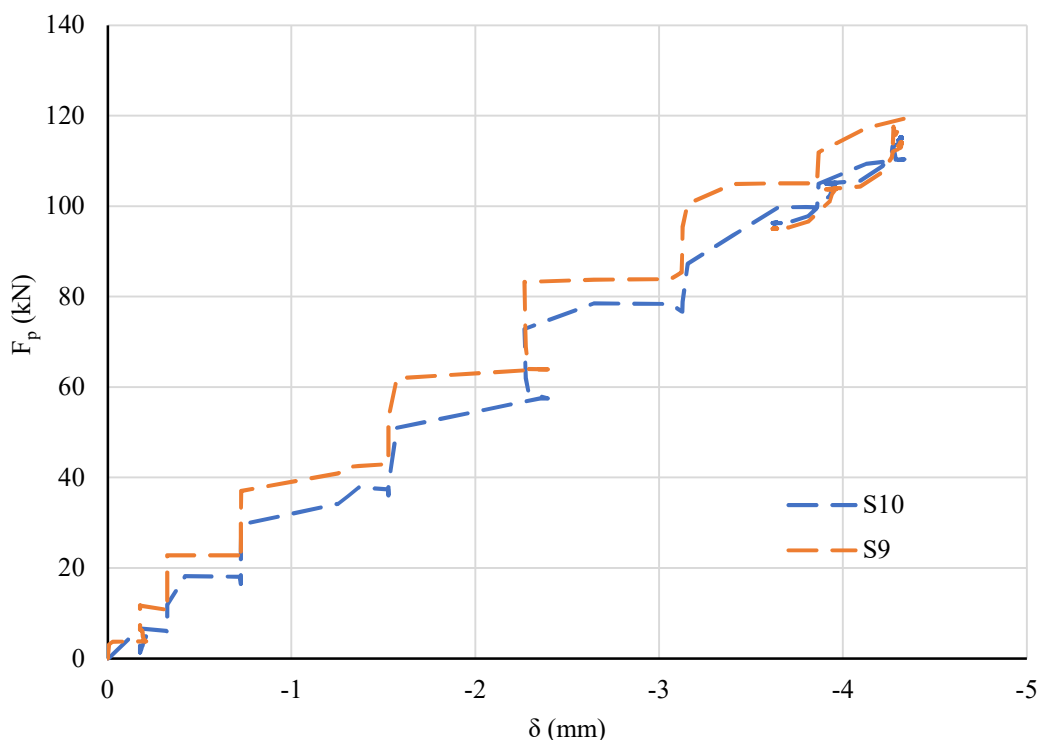
Após o ensaio, o concreto da laje foi demolido com o objetivo de identificar possíveis rupturas ou deformações excessivas nos conectores de cisalhamento, mas os conectores estavam íntegros.

## 6.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS VMPR

Na viga mista protendida com cabo em traçado retilíneo, o experimento foi realizado em duas etapas. A primeira etapa consistiu na execução da protensão, onde foram medidas as deformações nos cabos e os deslocamentos verticais na seção central da viga. Na segunda etapa o carregamento foi aplicado pelo atuador, e foram medidas as deformações em diferentes pontos da seção central, além de deslocamentos verticais nesta mesma seção, deslocamentos verticais em um dos apoios e deslocamentos horizontais nas extremidades da viga de aço e da laje de concreto.

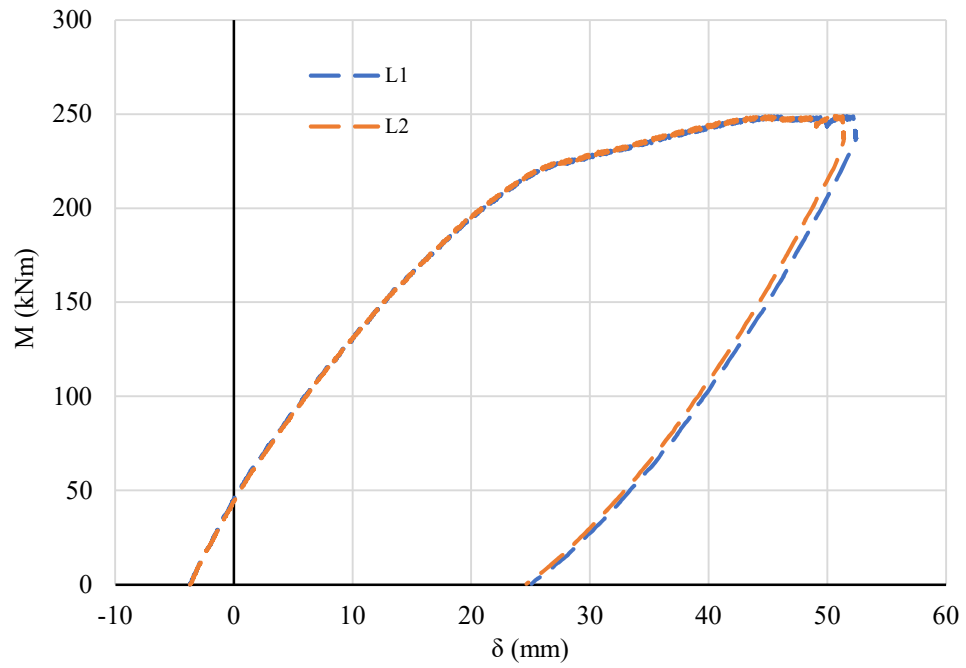
Na VMPR a força inicial de protensão nominal de projeto era de 110 kN em cada um dos cabos, porém durante a execução da protensão buscou-se chegar a uma força de 120 kN em cada cabo visando compensar possíveis perdas. A Figura 6.6 mostra as forças em cada um dos cabos, determinadas pela transformação das deformações medidas pelos extensômetros S9 e S10 durante o ato da protensão, a partir da área dos cabos e módulo de elasticidade, em função dos deslocamentos medidos no centro do vão pelo transdutor. Após a execução da protensão, com os macacos ainda acoplados às ancoragens, a força de protensão máxima medida pelo sistema de aquisição de dados era de aproximadamente 120 kN pelo S9 e 115 kN pelo S10. Com a retirada simultânea dos macacos de protensão em cada uma das extremidades da viga, os cabos foram ancorados nas chapas de extremidade e houve uma acomodação dos cabos, o que resultou em uma perda de protensão. Com essa acomodação, a força de protensão medida após a execução caiu para cerca de 95 kN em cada cabo. Essa perda representa cerca de 13% quando comparada com a força inicial de protensão de projeto e cerca de 21% em relação à força de protensão efetivamente aplicada. Para as forças máximas de protensão, antes da retirada dos macacos, um deslocamento de 4.3 mm para cima foi registrado pelo transdutor. Com a retirada dos macacos, houve diminuição da força de protensão em decorrência das perdas e acomodação das ancoragens, e ao fim da protensão o deslocamento para cima foi para aproximadamente 3.6 mm na seção central.

**Figura 6.6: Força nos cabos vs deslocamentos durante a protensão da VMPR**



Fonte: Autora (2023)

Na etapa do carregamento, a carga foi aplicada na VMPR até um momento máximo de cerca de 249 kN.m, equivalente a uma carga máxima total aplicada pelo atuador hidráulico de aproximadamente 332 kN. O ensaio foi controlado pelos deslocamentos, sendo interrompido quando não foi mais possível aplicar carga pelo acionamento manual do atuador hidráulico, devido aos elevados deslocamentos registrados. Após atingir este momento limite, a viga foi gradualmente descarregada. A Figura 6.7 mostra o desenvolvimento do momento fletor em função do deslocamento máximo na seção central, medidos pelos transdutores L1 e L2, conforme detalhado no Capítulo 5. As medidas registradas pelos dois transdutores foram semelhantes ao longo de todo o ensaio. Pelo formato das curvas é possível perceber que a viga atinge sua capacidade resistente, com a tendência de horizontalização das mesmas. Após o descarregamento, a viga acumulou um deslocamento residual de aproximadamente 17 mm. A Figura 6.8 mostra uma vista da VMPR após a finalização do ensaio, onde é perceptível a configuração fletida da viga mesmo após o seu descarregamento.

**Figura 6.7: Momento vs deslocamento na VMPR**

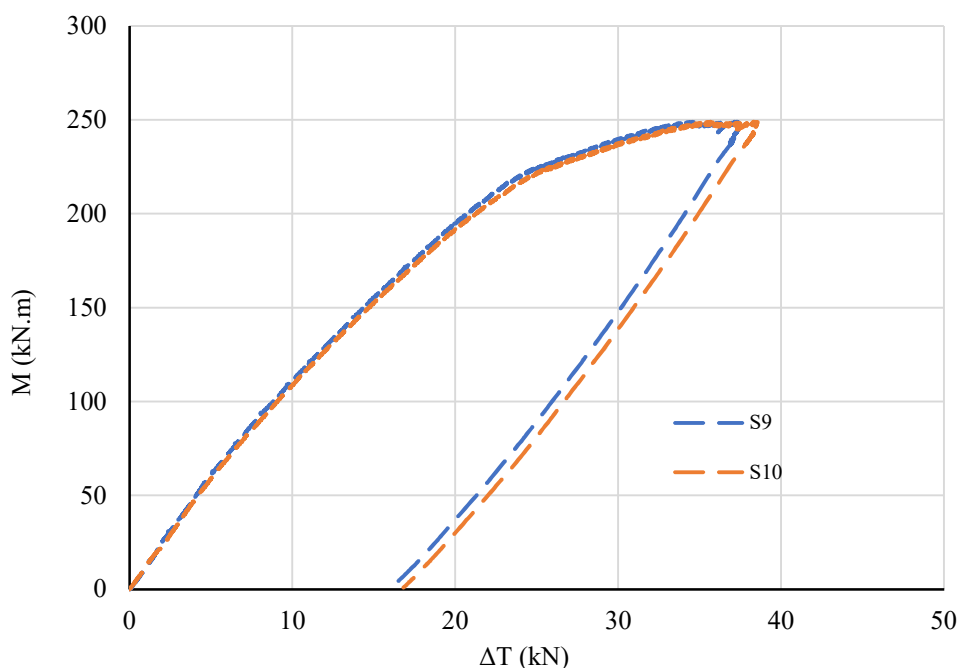
Fonte: Autora (2023)

**Figura 6.8: VMPR após o ensaio**

Fonte: Autora (2023)

Na Figura 6.9 é mostrada a curva do momento fletor em função do incremento na força de protensão em cada um dos cabos, que foi determinada a partir da transformação direta das deformações medidas pelos *strain gauges* S9 e S10. Os incrementos registrados foram de cerca de 38 kN em cada cabo no fim do ensaio, ficando em aproximadamente 133 kN a força final em cada cabo, o que representa um aumento de 40% em relação à força de protensão inicial efetivamente aplicada, que foi de 95 kN. Após o descarregamento, como o cabo se manteve deformado em decorrência da compatibilização com a deformação permanente da viga mista, que acontece já que os cabos foram posicionados dentro dos furos dos enrijecedores do perfil de aço, manteve-se um incremento de cerca de 16 kN em cada cabo, o que representa cerca de 17% em relação à força de protensão inicial.

**Figura 6.9: Momento vs incremento na força de protensão na VMPR**



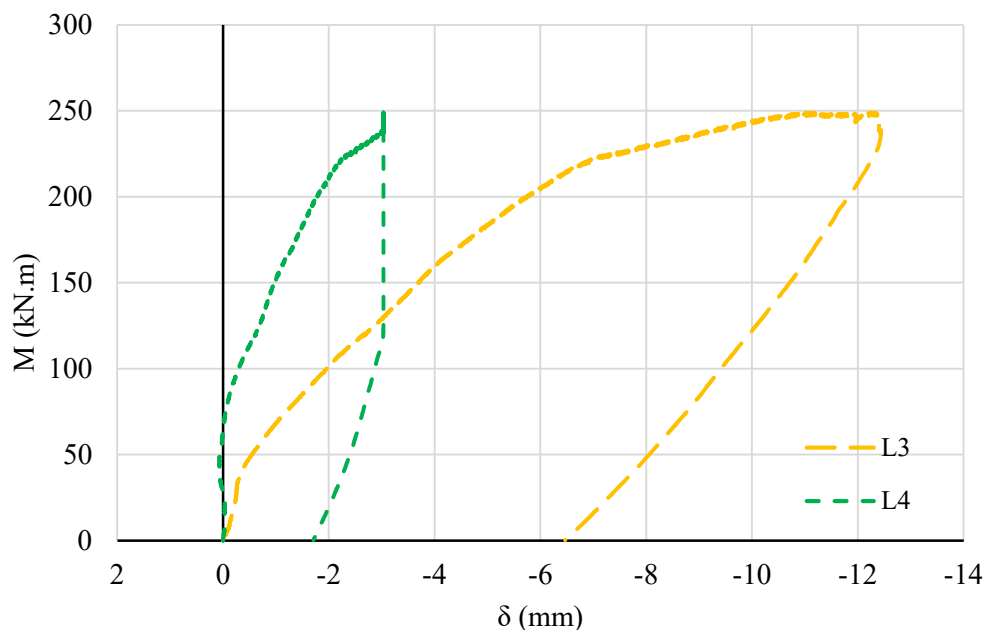
Fonte: Autora (2023)

O deslocamento horizontal da laje mista e da viga de aço, medidas pelos transdutores L3 e L4, respectivamente, são mostrados na Figura 6.10. Na viga de aço, o deslocamento horizontal na extremidade foi de aproximadamente 3 mm no momento máximo, enquanto na laje o valor máximo foi de 12.4 mm. A curva que representa os deslocamentos registrados pelo L4 se mostra mais vertical próximo ao ponto de momento máximo, que pode ter ocorrido por limitação do curso do transdutor. Após o descarregamento, o deslocamento acumulado foi de



aproximadamente 1.7 mm na viga e 6.5 mm na laje. O deslocamento vertical medido pelo transdutor L5 em um dos apoios foi pequeno, indicando que os apoios de concreto não apresentaram encurtamento significativo que pudesse vir a influenciar o registro das deflexões da viga.

**Figura 6.10: Deslocamentos horizontais medidos pelos transdutores L3 e L4 na VMPR**

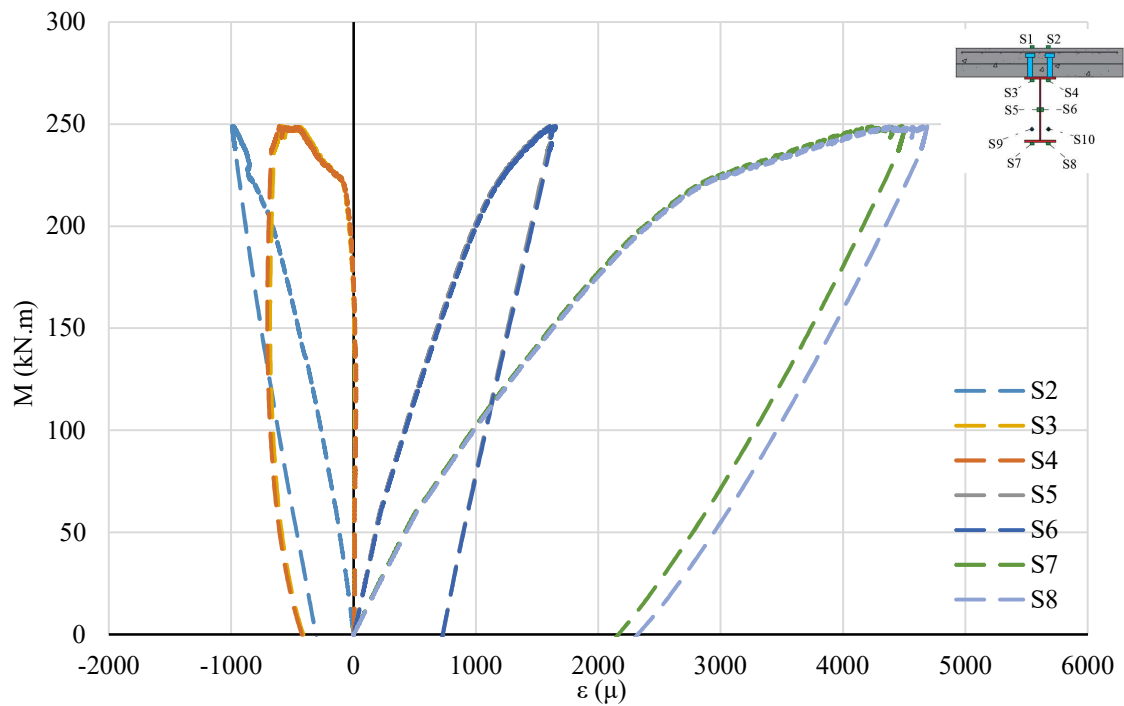


Fonte: Autora (2023)

As deformações medidas pelos extensômetros S2, S3, S4, S5, S6, S7 e S8, conforme posicionamento da instrumentação apresentado no Capítulo 5, são mostradas na Figura 6.11, em função do momento fletor. As medições feitas pelo extensômetro S1 não foram registradas em decorrência de ausência de sinal durante o ensaio. As deformações medidas pelos extensômetros S9 e S10 posicionados nos cabos de protensão são mostradas na Figura 6.12. Para S2, o extensômetro posicionado na superfície da laje de concreto, as deformações registradas são negativas, indicando ocorrência de compressão durante todo o curso do ensaio. As deformações medidas pelo par de extensômetros S3 e S4, posicionados na face inferior da mesa superior do perfil de aço, são nulas praticamente em todo o desenvolvimento do ensaio, indicando a posição aproximada da linha neutra, até que se tornam positivas ao fim do ensaio. No par S5 e S6, posicionados centralizados nas duas faces da alma do perfil de aço, os resultados registrados são positivos ao longo de todo o ensaio, indicando que esses pontos se mantiveram tracionados. Já as medidas registradas pelos extensômetros S7 e S8, posicionados na face

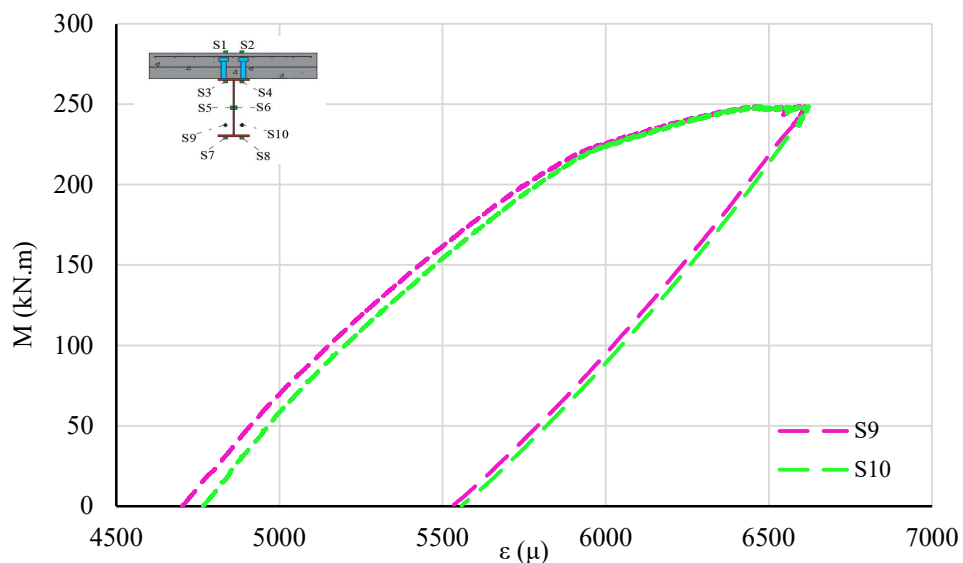
inferior da mesa inferior do perfil de aço, também mostram deformações positivas indicando ocorrência de tração em todo o ensaio nesses pontos, porém com deformações similares no início do ensaio e uma diferença nas deformações após na etapa de descarregamento.

**Figura 6.11: Momento vs deformação nos *strain gauges* da VMPR**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 6.12: Momento vs deformação nos *strain gauges* S9 e S10 da VMPR**

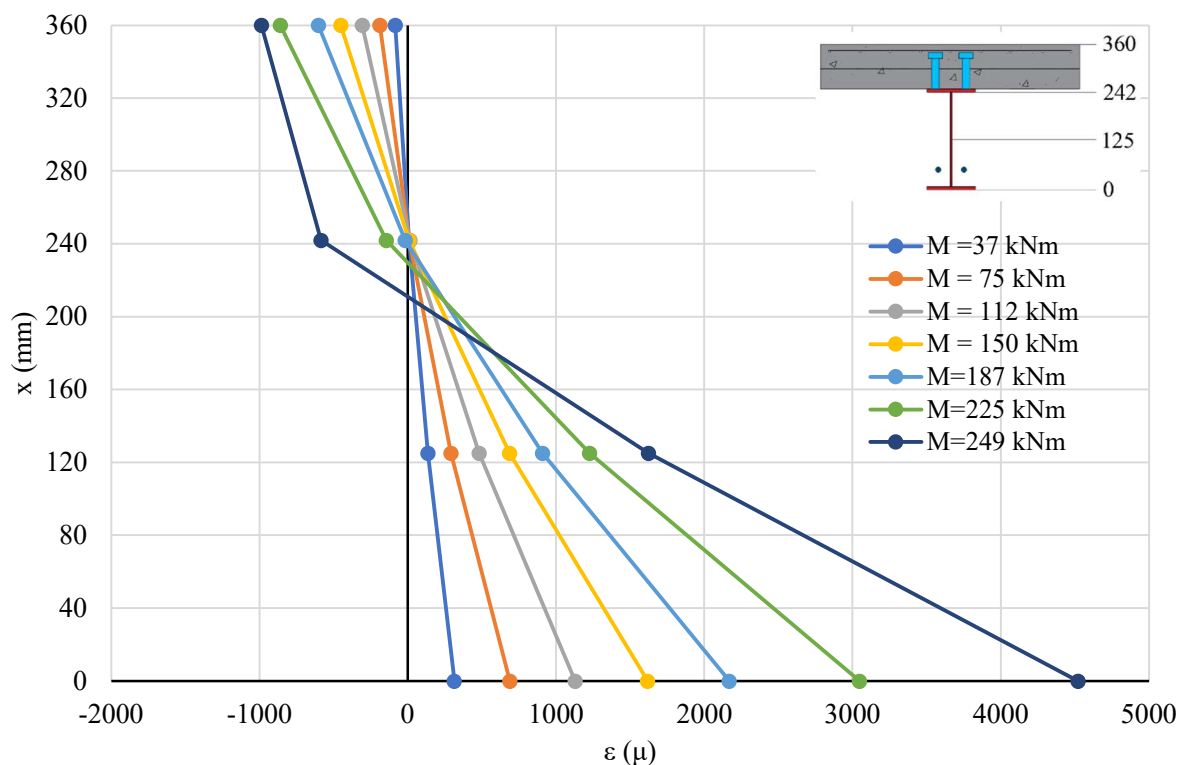


Fonte: Autora (2023)

Para o estágio final de carregamento, as deformações atingiram cerca de 0,45% na mesa inferior do perfil de aço, que está tracionada, enquanto na superfície da laje as deformações resultantes da compressão do concreto atingiram pouco mais de 0,1%. As deformações em parte da seção de aço no último estágio de carregamento atingiram deformações superiores a deformação de escoamento, indicando plastificação do aço. Já as deformações no concreto são inferiores a deformação de ruptura. As deformações nos cabos atingiram cerca de 0,66%.

As deformações registradas também são mostradas ao longo da altura da viga mista, para diferentes estágios de carregamento e momento fletor, conforme Figura 6.13. O eixo vertical indica a altura da viga, sendo 0 mm a superfície inferior da viga mista, na extremidade da mesa inferior do perfil de aço, e 360 mm a superfície superior da viga mista, na superfície da laje de concreto. As deformações foram plotadas para diferentes estágios de carregamento, equivalentes aos momentos fletores de 37, 75, 112, 150, 187, 225 e 249 kN.m, onde o último foi o momento máximo ocorrido durante o experimento. Esses momentos representaram um incremento de 50 kN de carga entre si. Para cada estágio de carga, a deformação em cada ponto equivale a média registrada pelo par de extensômetros posicionados nas diferentes cotas ao longo da altura da viga. Pela Figura 6.13 é notável a variação do ponto aproximado de posicionamento da linha neutra, que vai descendo ao longo do desenvolvimento do ensaio. Além disso, observa-se linha neutra única, indicando a interação total na seção mista.

**Figura 6.13: Desenvolvimento das deformações ao longo da altura da VMPR**



Fonte: Autora (2023)

O ensaio foi encerrado pela limitação do curso do atuador hidráulico e pelos deslocamentos excessivos desenvolvidos na viga. Além disso, já havia sido possível identificar a ocorrência de deformações plásticas. Visualmente não foi identificado nenhum mecanismo de falha particular, indicando um comportamento dúctil da viga, porém alguns danos localizados foram observados. A Figura 6.14 mostra as extremidades da viga VMPR após o encerramento do ensaio. A extremidade 1 não mostrou nenhum tipo de fissura no concreto que compõe a laje, mas na extremidade 2 houve uma ruptura localizada. Nessa extremidade onde houve a ruptura, o *steel deck* possuía uma nervura localizada, com altura do concreto equivalente à altura total da laje. Na extremidade que se manteve intacta não havia uma nervura localizada, a altura do concreto era referente apenas à parcela da capa do *steel deck*. Indícios da manifestação dessa ruptura localizada haviam sido detectados no modelo numérico mostrado no Capítulo 5, onde foi observada a ocorrência de dano à tração na região em torno aos conectores de cisalhamento, especialmente naqueles localizados próximos das extremidades da viga. Não foram verificadas fissuras relevantes no resto da laje de concreto, inclusive na seção central, indicando que o concreto não apresentou falha por esmagamento.

**Figura 6.14: Extremidades VMPR após o ensaio**



(a) Extremidade 1

(b) Extremidade 2

Fonte: Autora (2023)

Foram identificados também alguns locais onde houve perda de aderência entre a forma de aço e a laje de concreto, com separação localizada entre os elementos, porém de maneira muito pontual, conforme mostrado na Figura 6.15.

**Figura 6.15: Separação localizada entre forma de aço e concreto**



Fonte: Autora (2023)

Após o ensaio, o concreto da laje foi demolido, com o objetivo de identificar possíveis rupturas ou deformações excessivas nos conectores de cisalhamento (Figura 6.16). Observou-se que os conectores estavam íntegros e sem deformações visíveis.

**Figura 6.16: Conectores de cisalhamento após ensaio VMPP**



Fonte: Autora (2023)

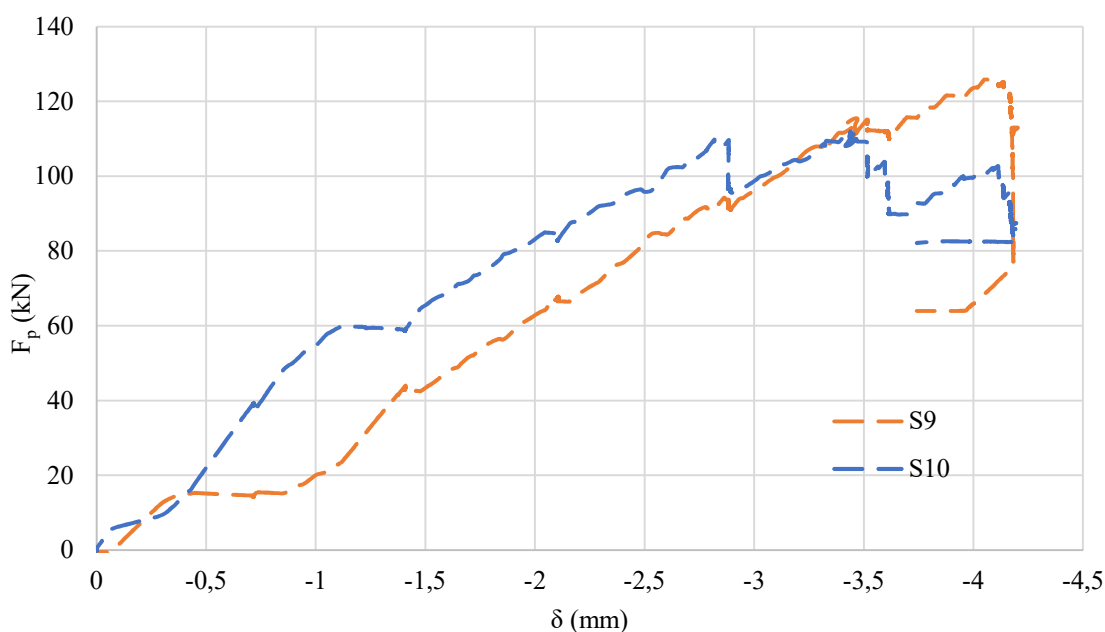
### 6.3 RESULTADOS VMPP

Na viga mista protendida com cabo em traçado poligonal, assim como na viga com protensão em traçado retilíneo, o experimento foi realizado em duas etapas. A primeira etapa consistiu na execução da protensão, onde foram medidas as deformações nos cabos e os deslocamentos verticais na seção central da viga. Na segunda etapa o carregamento foi aplicado pelo atuador, e foram medidas as deformações em diferentes pontos da seção central, além de deslocamentos verticais nesta mesma seção, deslocamentos verticais em um dos apoios e deslocamentos horizontais nas extremidades da viga de aço e da laje de concreto.

Na VMPP a força inicial de protensão nominal de projeto era de 110 kN em cada um dos cabos, porém durante a execução da protensão buscou-se chegar a uma força de 120 kN em cada cabo visando compensar possíveis perdas, da mesma forma que foi feito na VMPPR. A Figura 6.17 mostra as forças em cada um dos cabos, determinadas através da transformação das deformações medidas pelos extensômetros S9 e S10 durante o ato da protensão, a partir da área dos cabos e módulo de elasticidade, em função dos deslocamentos para cima na seção central da viga medido por um transdutor. Após a execução da protensão, com os macacos ainda acoplados às ancoragens, a força de protensão máxima medida pelo sistema de aquisição de

dados era de aproximadamente 123 kN pelo S9 e 101 kN pelo S10. No cabo onde o S10 estava instalado a força chegou a cerca de 110 kN antes do final da protensão, porém logo em seguida ele perdeu tensão e atingiu os 101 kN. Com a retirada simultânea dos macacos de protensão em cada uma das extremidades da viga, os cabos foram ancorados nas chapas de extremidade e houve uma acomodação dos cabos, o que resultou em uma perda de protensão. Com essa acomodação, a força de protensão medida após a execução caiu para cerca de 64 kN no cabo do S9 e 82 kN no cabo do S10. Essa perda representa cerca de 48% para o cabo o S9 foi instalado e 19% para o cabo onde o S10 foi instalado. A perda excessiva pode ser explicada por defeitos nas chapas de ancoragem e encunhamento ou por inconsistências no próprio equipamento de protensão. Porém, devido à rigidez da viga mista, essa diferença entre as forças de protensão não gerou deslocamentos laterais perceptíveis. O deslocamento vertical para cima na seção central chegou a 4.2 mm para as forças máximas de protensão, antes da retirada dos macacos. Com a retirada dos macacos, o deslocamento para cima foi para aproximadamente 3.7 mm.

**Figura 6.17: Força nos cabos vs deslocamentos durante a protensão da VMPP**

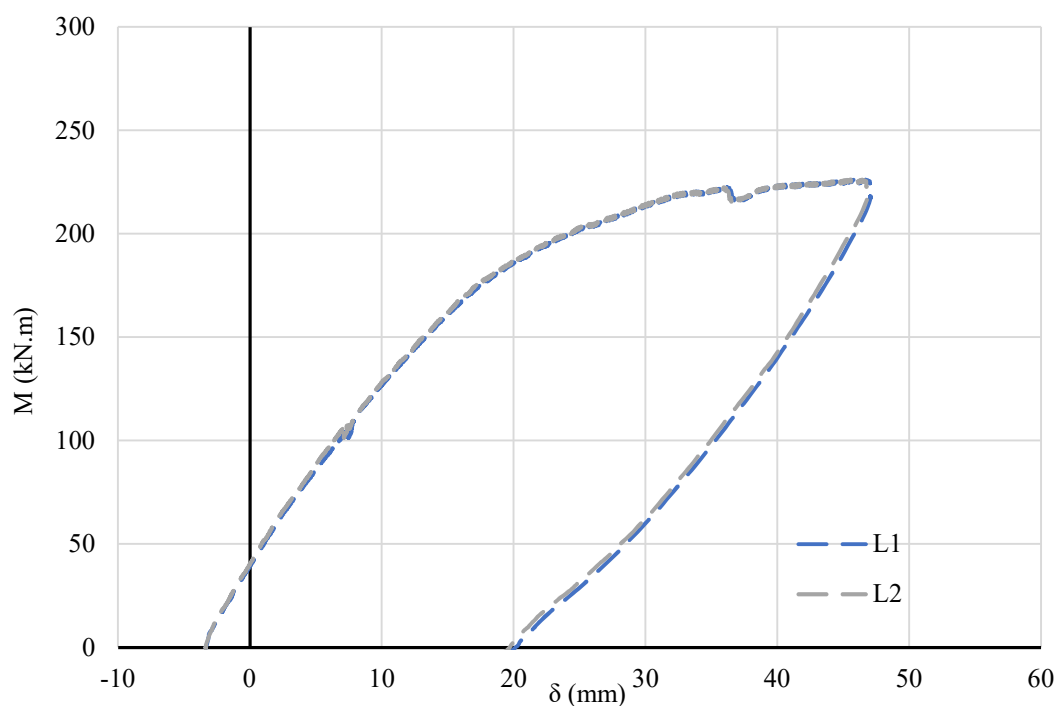


Fonte: Autora (2023)

Na etapa do carregamento, a carga foi aplicada na VMPP até um momento máximo de cerca de 225 kN.m, equivalente a uma carga máxima total aplicada pelo atuador hidráulico de aproximadamente 300 kN. O ensaio foi controlado pelos deslocamentos, sendo interrompido

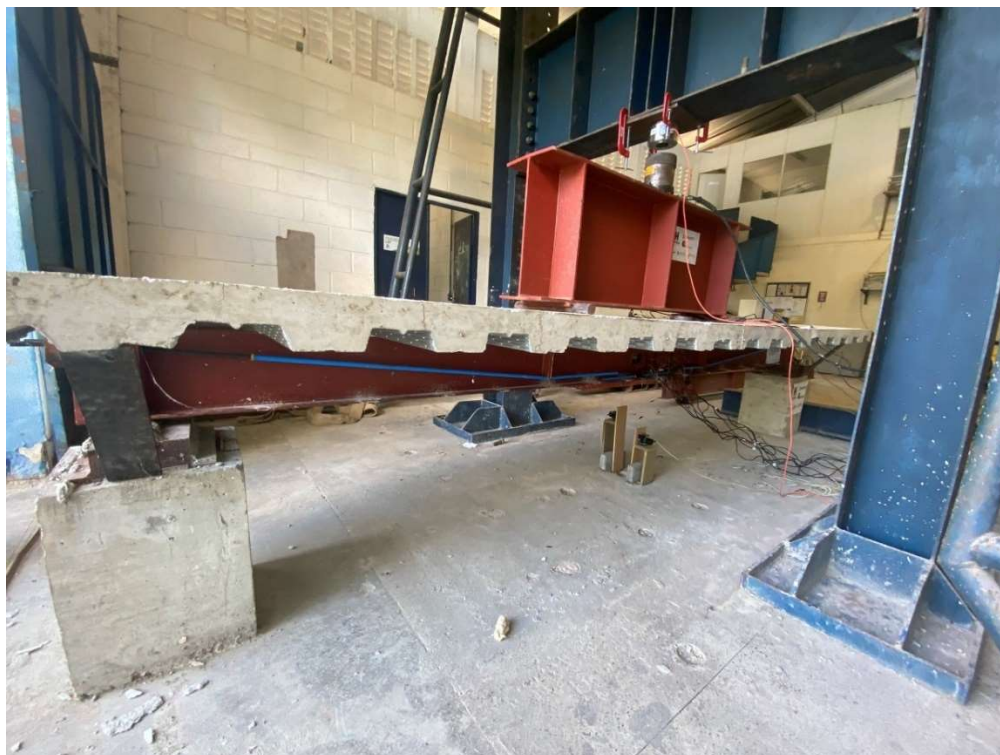
quando não foi mais possível aplicar carga pelo acionamento manual do atuador hidráulico, devido aos elevados deslocamentos registrados. Após atingir este momento limite, a viga foi gradualmente descarregada. A Figura 6.18 mostra o desenvolvimento do momento fletor em função do deslocamento máximo na seção central, medidos pelos transdutores L1 e L2, conforme detalhado no Capítulo 5. As medidas registradas pelos dois transdutores foram semelhantes ao longo de todo o ensaio. Pelo formato das curvas é possível perceber que a viga atinge sua capacidade resistente, com a tendência de horizontalização das mesmas. Após o descarregamento, a viga acumulou um deslocamento residual de aproximadamente 20 mm. A Figura 6.19 mostra uma vista da VMPP após a finalização do ensaio, onde é perceptível a configuração fletida da viga mesmo após o seu descarregamento.

**Figura 6.18: Momento vs deslocamento na VMPP**



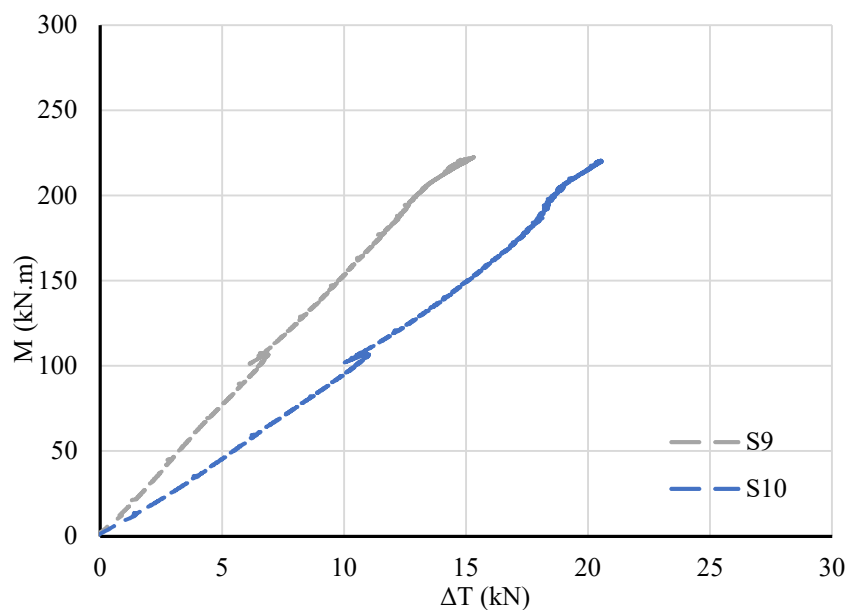
Fonte: Autora (2023)



**Figura 6.19: VMPP após o ensaio**

Fonte: Autora (2023)

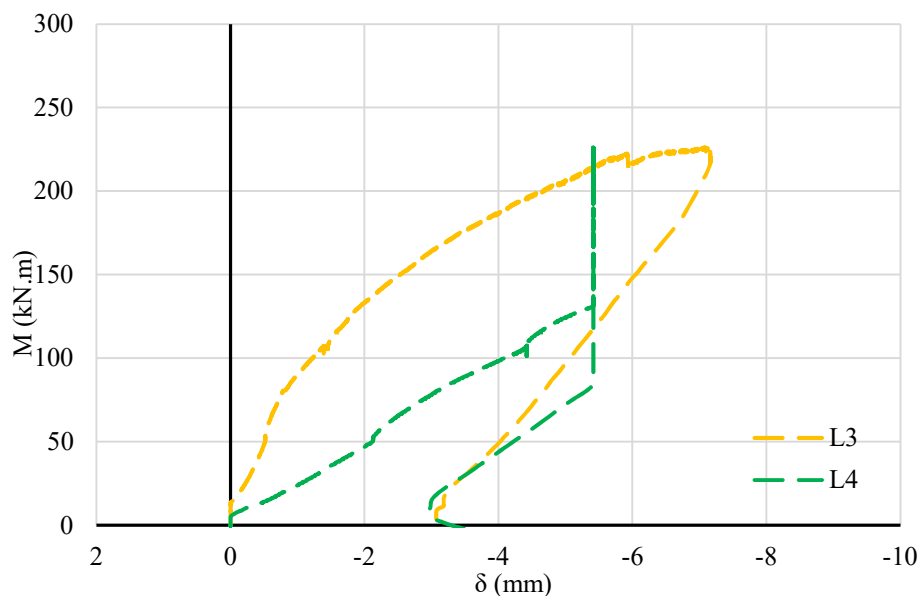
Na Figura 6.20 é mostrada a curva do momento fletor em função do incremento na força de protensão em cada um dos cabos, que foi determinada a partir da transformação direta das deformações medidas pelos strain gauges S9 e S10. Os incrementos foram diferentes para o mesmo nível de carregamento, em decorrência da diferença na força nos cabos aplicada na etapa de protensão. Os incrementos registrados foram de cerca de 15 kN em um cabo e 20 kN no outro no fim do ensaio, resultando em forças finais de aproximadamente 79 kN no primeiro cabo e 102 kN no segundo cabo. Esses incrementos representam aumentos de 23% e 24% em relação as forças de protensão iniciais efetivamente aplicadas, que foram de 64 e 82 kN. As leituras só foram feitas realizadas na etapa de carregamento, no descarregamento houve perda de sinal.

**Figura 6.20: Momento vs incremento na força de protensão na VMPP**

Fonte: Autora (2023)

O deslocamento horizontal da laje mista e da viga de aço, medidas pelos transdutores L3 e L4, respectivamente, são mostrados na Figura 6.21. Na viga de aço, o deslocamento horizontal foi de aproximadamente 5.4 mm no momento máximo, enquanto na laje o valor máximo foi de 7.2 mm. A curva que representa os deslocamentos registrados pelo L4 se apresenta mais vertical próximo ao momento de aproximadamente 130 kN.m, que pode ter ocorrido por limitação do curso do transdutor. Após o descarregamento, o deslocamento acumulado foi de aproximadamente 3.2 tanto na laje quanto no perfil. O deslocamento vertical medido pelo transdutor L5 em um dos apoios foi pequeno, indicando que os apoios de concreto não apresentaram encurtamento significativo que pudesse vir a influenciar o registro das deflexões da viga.

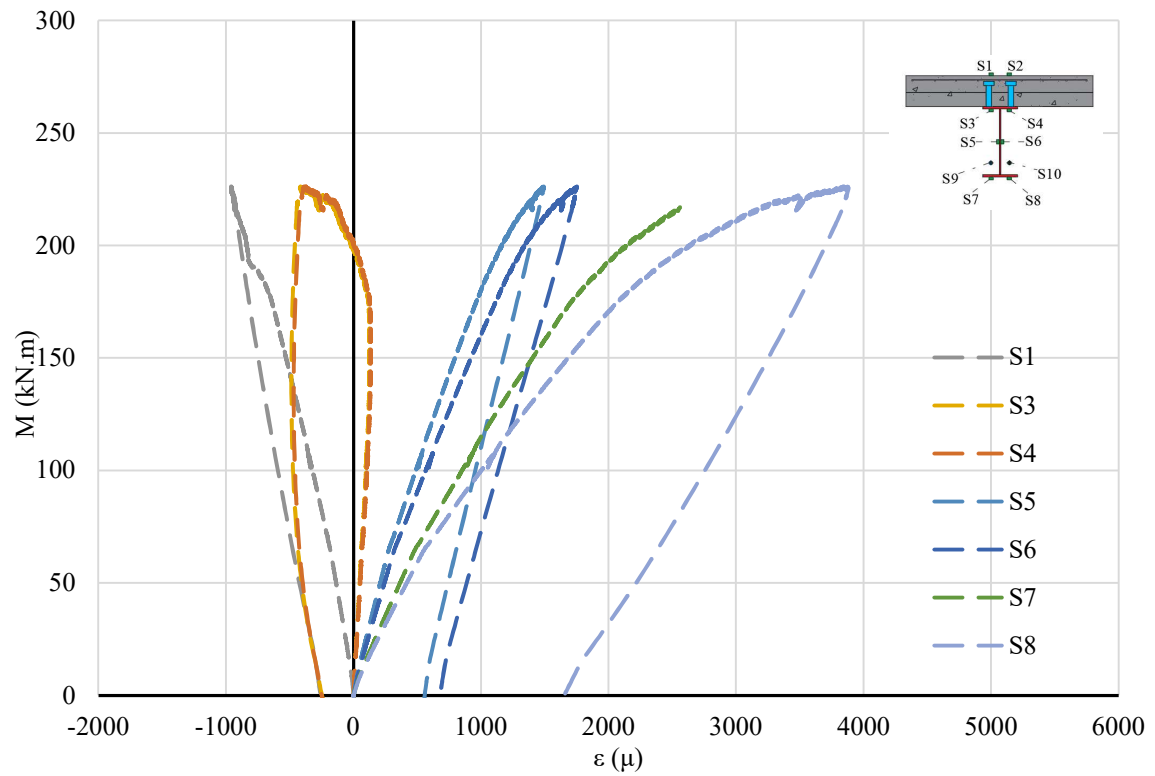
**Figura 6.21: Deslocamentos horizontais medidos pelos transdutores L3 e L4 na VMPP**



Fonte: Autora (2023)

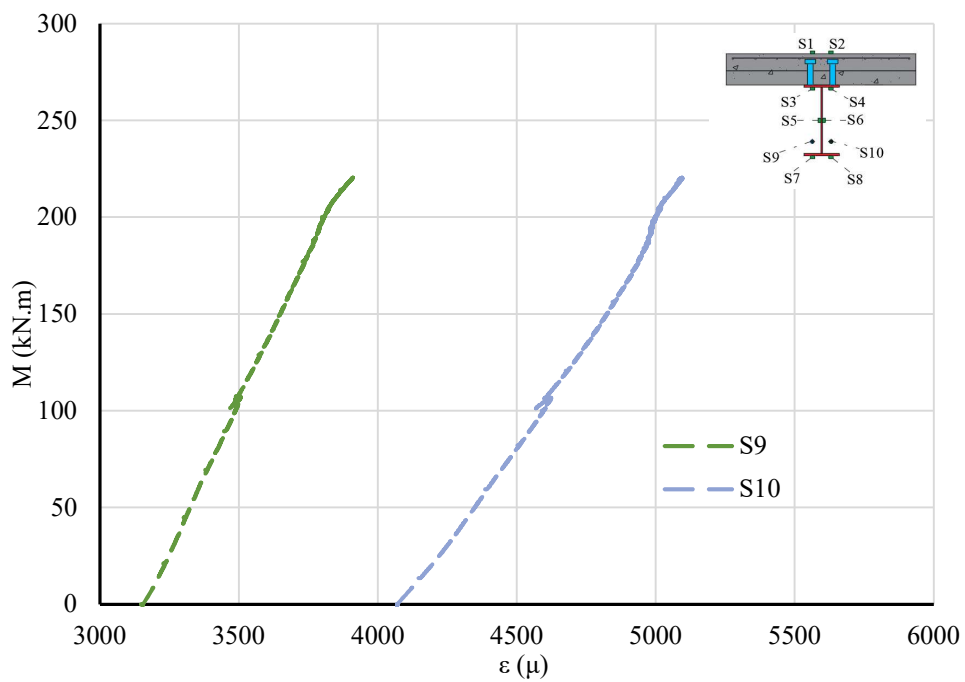
As deformações medidas pelos extensômetros S1, S3, S4, S5, S6, S7 e S8, conforme posicionamento da instrumentação apresentado no Capítulo 5, são mostradas na Figura 6.22, em função do momento fletor. As medições feitas pelo extensômetro S2 não foram registradas em decorrência de ausência de sinal durante o ensaio. As deformações medidas pelos extensômetros S9 e S10 posicionados nos cabos de protensão são apresentadas na Figura 6.23. Para S1, o extensômetro posicionado na superfície da laje de concreto, as deformações registradas são negativas, indicando ocorrência de compressão durante todo o curso do ensaio. As deformações medidas pelo par de extensômetros S3 e S4, posicionados na face inferior da mesa superior do perfil de aço, são inicialmente positivas e no fim do carregamento tornaram-se negativas. No par S5 e S6, posicionados centralizados nas duas faces da alma do perfil de aço, os resultados registrados eram positivos ao longo de todo o ensaio, indicando que esses pontos se mantem tracionados. Nesse par de extensômetros, houve uma razoável diferença entre os valores registrados entre eles. Já as medidas registradas pelos extensômetros S7 e S8, posicionados na face inferior da mesa inferior do perfil de aço, também mostraram deformações positivas indicando ocorrência de tração em todo o ensaio nesses pontos, com uma diferença mais significativa no valor das deformações entre eles. As medidas do extensômetro S7 foram registradas apenas até um momento de aproximadamente 214 kN.m, sem capturar os valores até o momento máximo e seguindo até o descarregamento.

**Figura 6.22: Momento vs deformação nos strain gauges da VMPP**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 6.23: Momento vs deformação nos strain gauges S9 e S10 da VMPP**

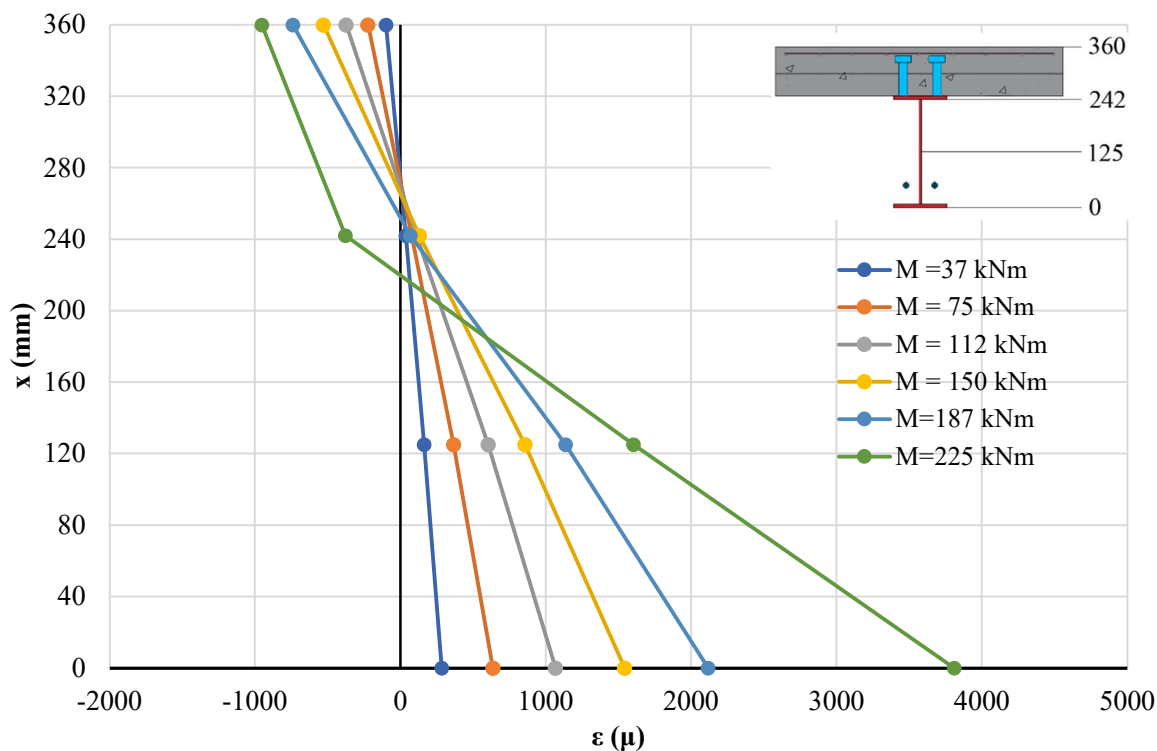


Fonte: Autora (2023)

Para o estágio final de carregamento, as deformações atingiram cerca de 0,38% na mesa inferior do perfil de aço, que está tracionada, enquanto na superfície da laje as deformações resultantes da compressão do concreto atingiram pouco menos de 0,1%. As deformações em parte da seção de aço no último estágio de carregamento atingiram deformações superiores a deformação de escoamento, indicando plastificação do aço. Já as deformações no concreto são inferiores a deformação de ruptura. Em um cabo, a deformação atingiu 0,39% e no outro 0,51% no fim do carregamento. Conforme mencionado anteriormente, as leituras das deformações só foram feitas realizadas na etapa de carregamento, no descarregamento houve perda de sinal e não foi possível o registro desses dados.

As deformações registradas também são apresentadas ao longo da altura da viga mista, para diferentes estágios de carregamento e momento fletor, conforme Figura 6.24. O eixo vertical indica a altura da viga, sendo 0 mm a superfície inferior da viga mista, na extremidade da mesa inferior do perfil de aço, e 360 mm a superfície superior da viga mista, na superfície da laje de concreto. As deformações foram plotadas para diferentes estágios de carregamento, equivalentes aos momentos fletores de 37, 75, 112, 150, 187, 220 kN.m, onde o último foi o momento máximo ocorrido durante o experimento. Esses momentos representam um incremento de 50 kN de carga entre si. Para cada estágio de carga, a deformação em cada ponto equivale a média registrada pelo par de extensômetros posicionados nas diferentes cotas ao longo da altura da viga. Pela Figura 6.24 é notável a variação do ponto aproximado de posicionamento da linha neutra, que vai descendo ao longo do desenvolvimento do ensaio, além de ser possível observar a ocorrência de linha neutra única, típica de interação total na seção mista.

**Figura 6.24: Desenvolvimento das deformações ao longo da altura da VMPP**



Fonte: Autora (2023)

O ensaio foi encerrado pela limitação do curso do atuador hidráulico. Além disso, já havia sido possível identificar a ocorrência de deformações plásticas. Visualmente não foi identificado nenhum mecanismo de falha particular, porém alguns danos localizados foram observados. A Figura 6.25 mostra as extremidades da viga VMPP após o encerramento do ensaio. A extremidade 1 não mostra nenhum tipo de fissura no concreto que compõe a laje, mas na extremidade 2 houve uma ruptura localizada. Nessa extremidade onde houve a ruptura, o *steel deck* possuía uma nervura localizada, com altura do concreto equivalente à altura total da laje. Na extremidade que se manteve intacta não havia uma nervura localizada, a altura do concreto era referente apenas à parcela da capa do *steel deck*. Índícios da manifestação dessa ruptura localizada haviam sido detectados no modelo numérico apresentado no Capítulo 5, onde foi observada a ocorrência de dano à tração na região em torno aos conectores de cisalhamento, especialmente naqueles localizados próximos das extremidades da viga.

**Figura 6.25: Extremidades VMPP após o ensaio**



(a) Extremidade 1

(b) Extremidade 2

Fonte: Autora (2023)

Foram identificadas ainda algumas fissuras transversais próximas aos apoios, como é visto na Figura 6.26. Porém essas fissuras foram localizadas e não se propagaram em direção ao eixo da viga.

**Figura 6.26: Fissuras transversais VMPP**



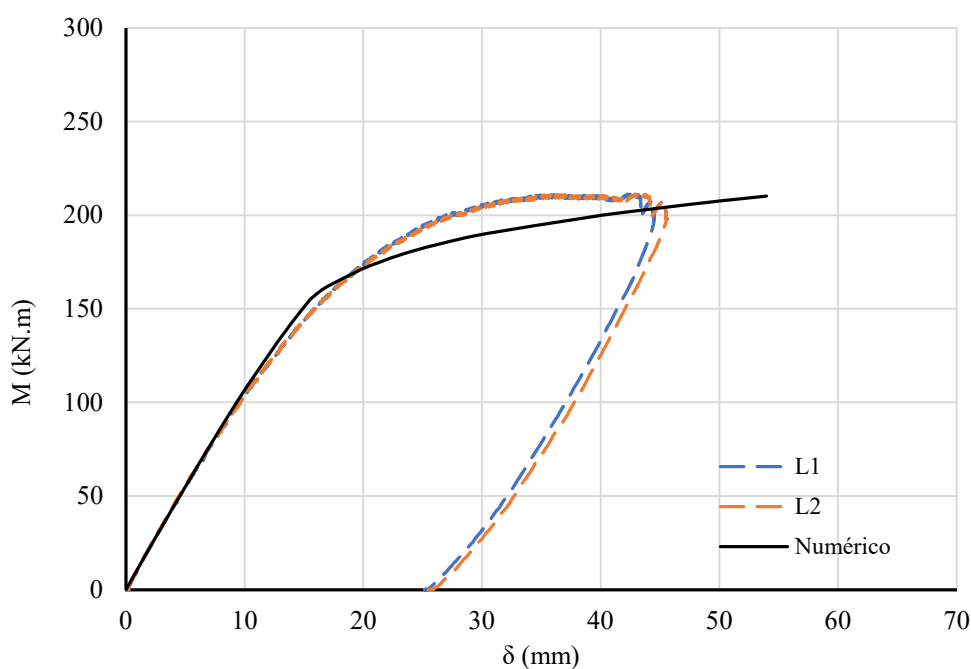
Fonte: Autora (2023)

Após o ensaio, o concreto da laje foi demolido com o objetivo de identificar possíveis rupturas ou deformações excessivas nos conectores de cisalhamento, mas os conectores estavam íntegros como também verificado nos demais modelos ensaiados.

#### 6.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS

Com o objetivo de validar a metodologia analítica de previsão de capacidade resistente e de aferir a modelagem numérica proposta, elas foram aplicadas aos modelos do programa experimental, e os resultados obtidos foram confrontados com os resultados obtidos experimentalmente. Na Figura 6.27 são mostradas as curvas momento *vs* deslocamento no meio do vão segundo os resultados experimentais e modelo numérico para a viga VMC; na Figura 6.28 são mostradas as curvas momento *vs* deslocamento segundo os resultados experimentais e modelo numérico para a viga VMPP; na Figura 6.29 são mostradas as curvas momento *vs* deslocamento segundo os resultados experimentais e modelo numérico para a viga VMPP. Os deslocamentos mostrados foram aqueles registrados pelos transdutores L1 e L2. Para as três vigas, o modelo numérico foi capaz de representar o comportamento verificado experimentalmente.

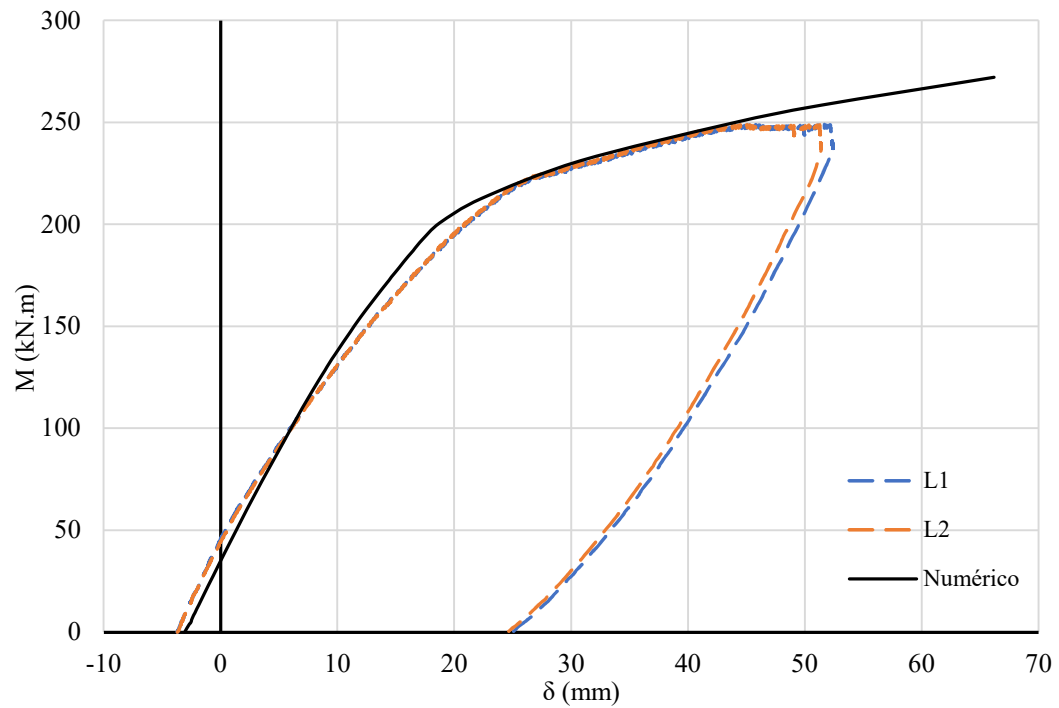
**Figura 6.27: Curvas momento *vs* deslocamento experimentais e numérica VMC**



Fonte: Autora (2023)

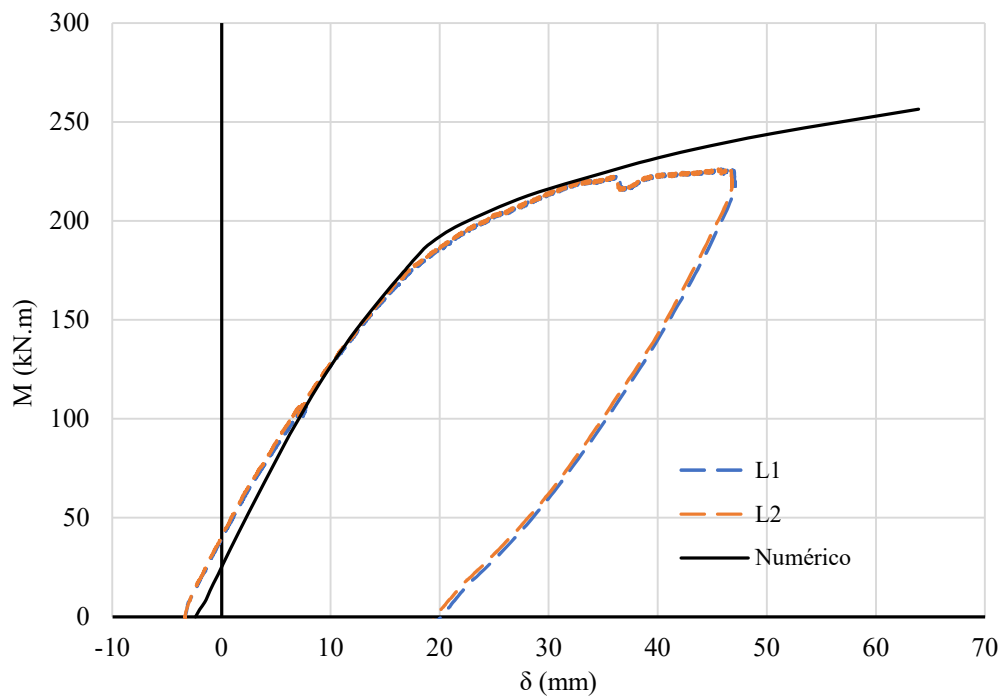


**Figura 6.28: Curvas momento vs deslocamento experimentais e numérica VMPR**



Fonte: Autora (2023)

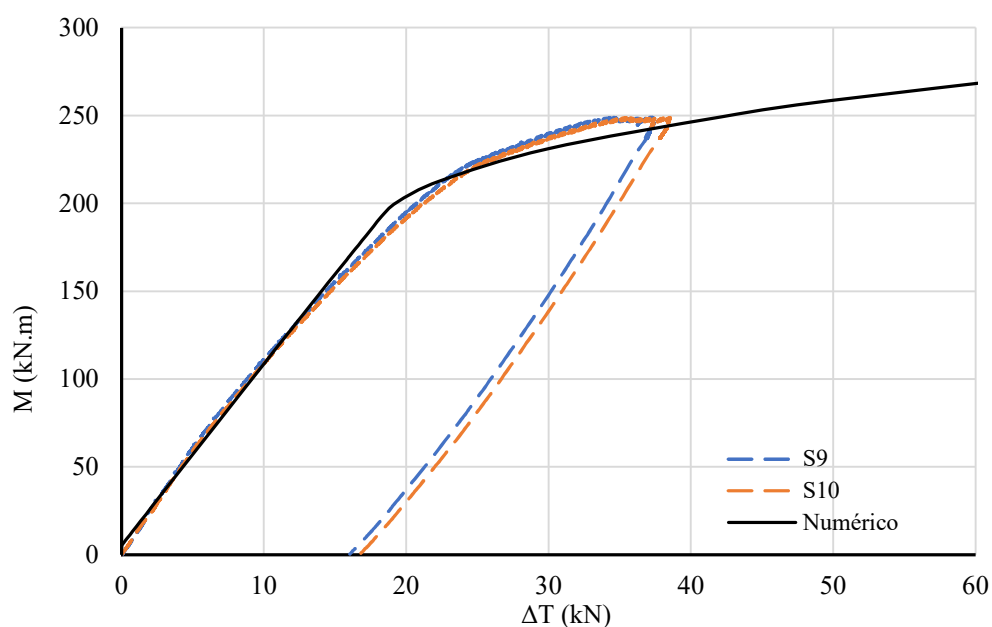
**Figura 6.29: Curvas momento vs deslocamento experimentais e numérica VMPP**



Fonte: Autora (2023)

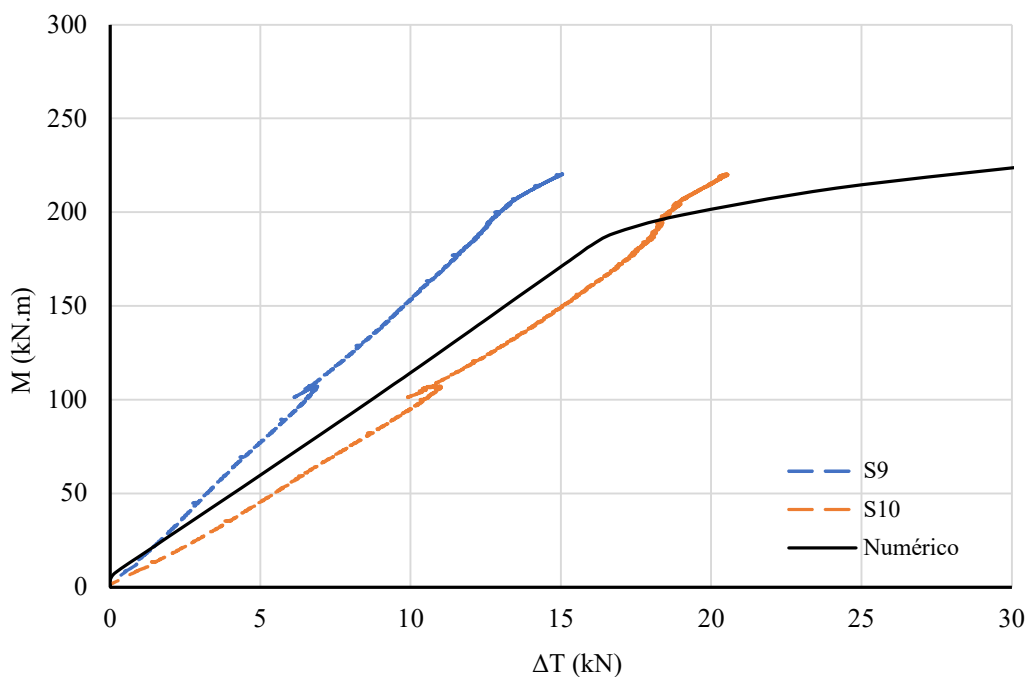
Na Figura 6.30 são mostradas as curvas momento *vs* incremento na força de protensão segundo os resultados experimentais e modelo numérico para a viga VMPR; na Figura 6.31 são mostradas as curvas momento *vs* incremento na força de protensão segundo os resultados experimentais e modelo numérico para a viga VMPP. Os incrementos na força de protensão mostrados são aqueles obtidos indiretamente pelas deformações registradas pelos *strain gauges* S9 e S10.

**Figura 6.30: Curvas momento *vs* incremento na força de protensão experimentais e numérica VMPR**



Fonte: Autora (2023)

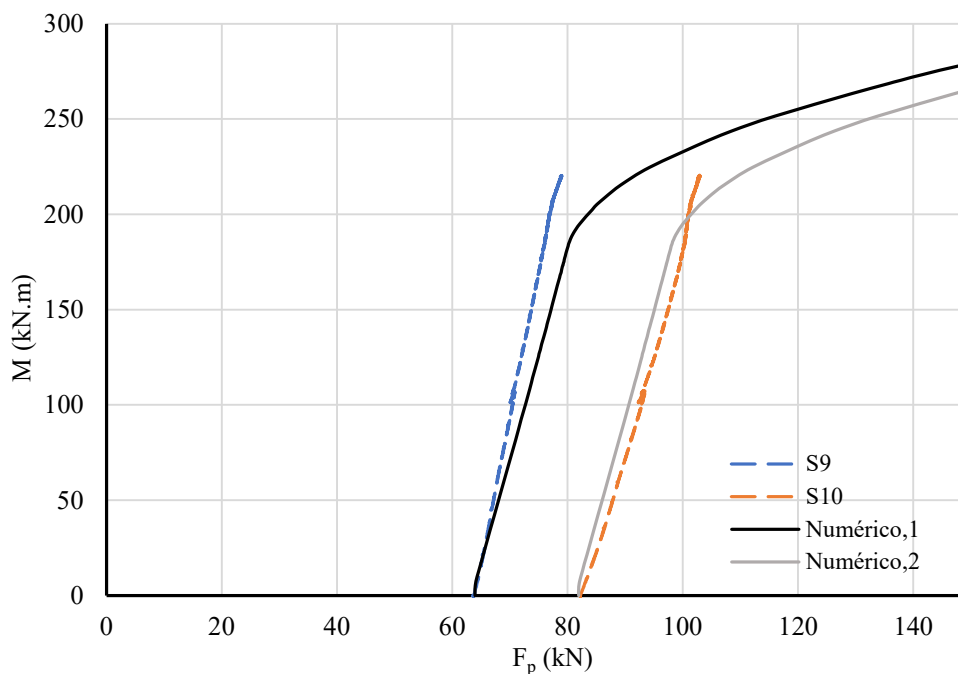
**Figura 6.31: Curvas momento vs incremento na força de protensão experimentais e numérica VMPP**



Fonte: Autora (2023)

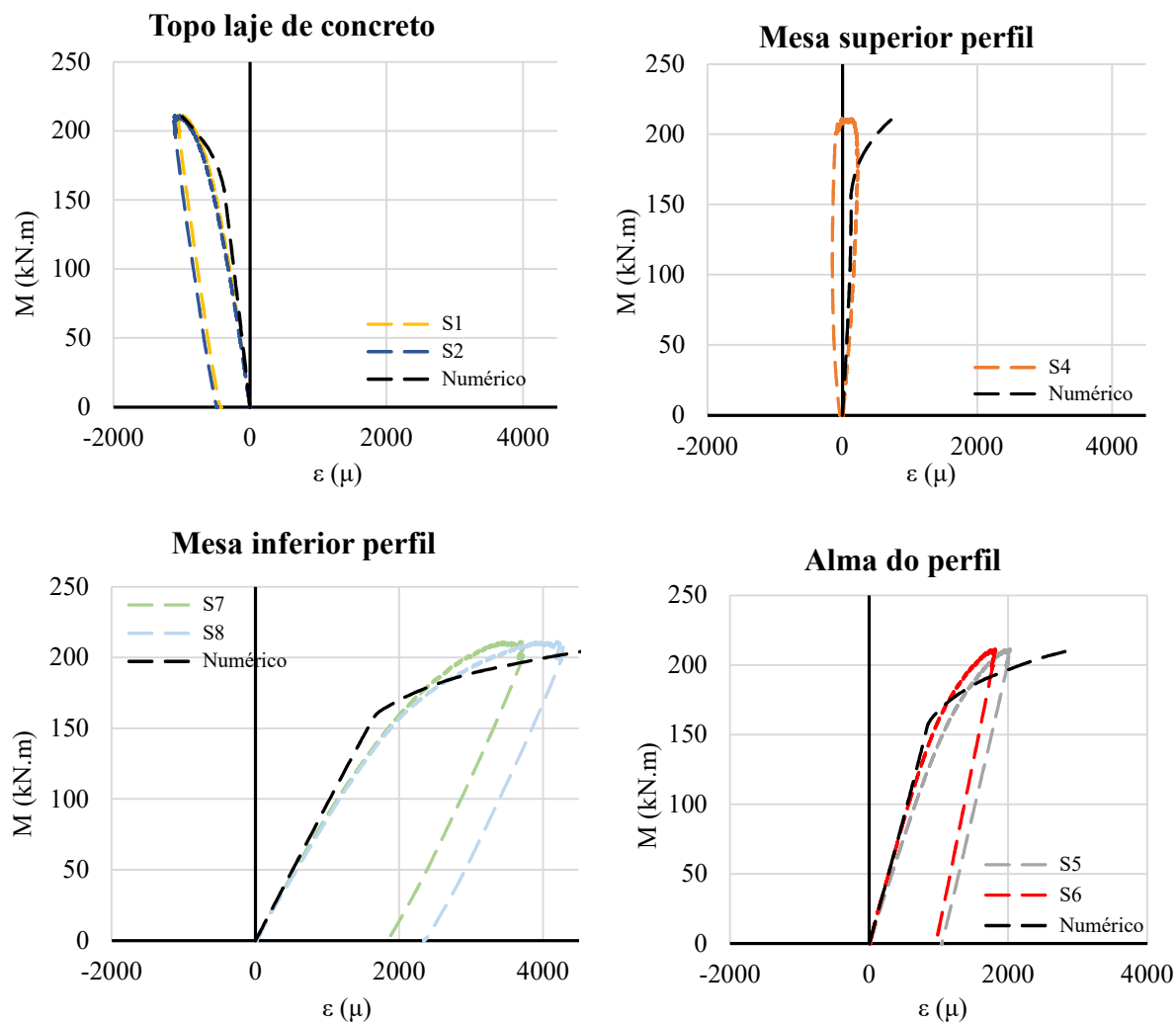
Os incrementos medidos experimentalmente por S9 e S10 foram semelhantes entre si e compatíveis com o modelo numérico na VMPP. Já para a viga VMPP, conforme relatado anteriormente, as forças nos cabos medidas por S9 e S10 durante a etapa da protensão foram diferentes entre si, o que resultou em incrementos diferentes na etapa do carregamento. Já no modelo numérico, mesmo aplicando forças de protensão iniciais diferentes em cada um dos cabos, os incrementos foram semelhantes durante o carregamento. Porém, quando avaliadas as cargas totais nos cabos, levando em consideração a força de protensão inicial somada aos incrementos, os resultados experimentais e numéricos, os resultados foram semelhantes, conforme observado na Figura 6.32.

**Figura 6.32: Curvas momento vs força de protensão total experimentais e numéricas VMPP**



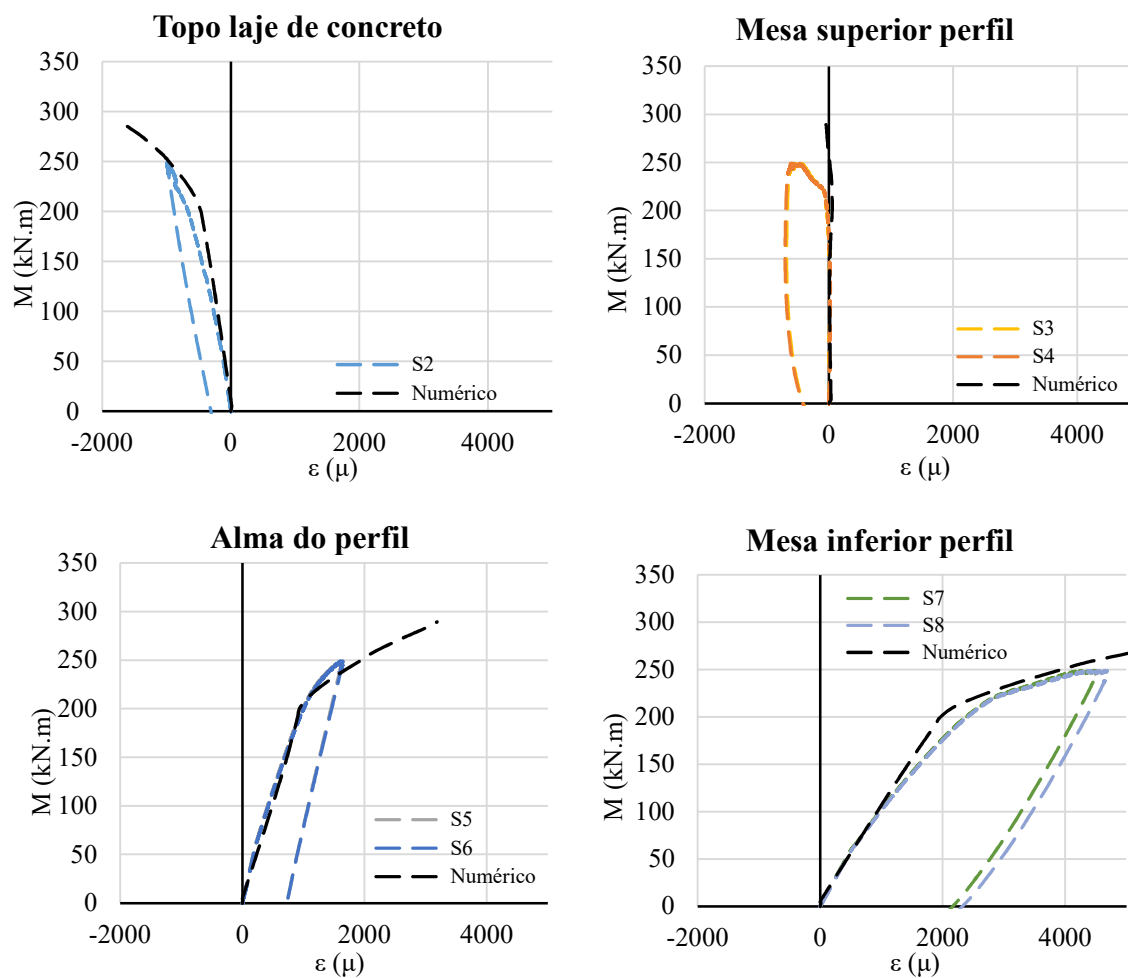
Fonte: Autora (2023)

A Figura 6.33 mostra uma comparação dos resultados experimentais com os resultados numéricos das deformações localizadas no topo da laje de concreto, na mesa superior, inferior e na alma do perfil de aço, para a seção central da VMC. A Figura 6.34 e a Figura 6.35 mostram a mesma comparação para as vigas VMPP e VMPP, respectivamente. O modelo numérico foi capaz de representar de maneira adequada o desenvolvimento das deformações ao longo do ensaio nas três vigas do programa experimental para os diferentes pontos de interesse.

**Figura 6.33: Comparação deformações experimentais e numéricas VMC**

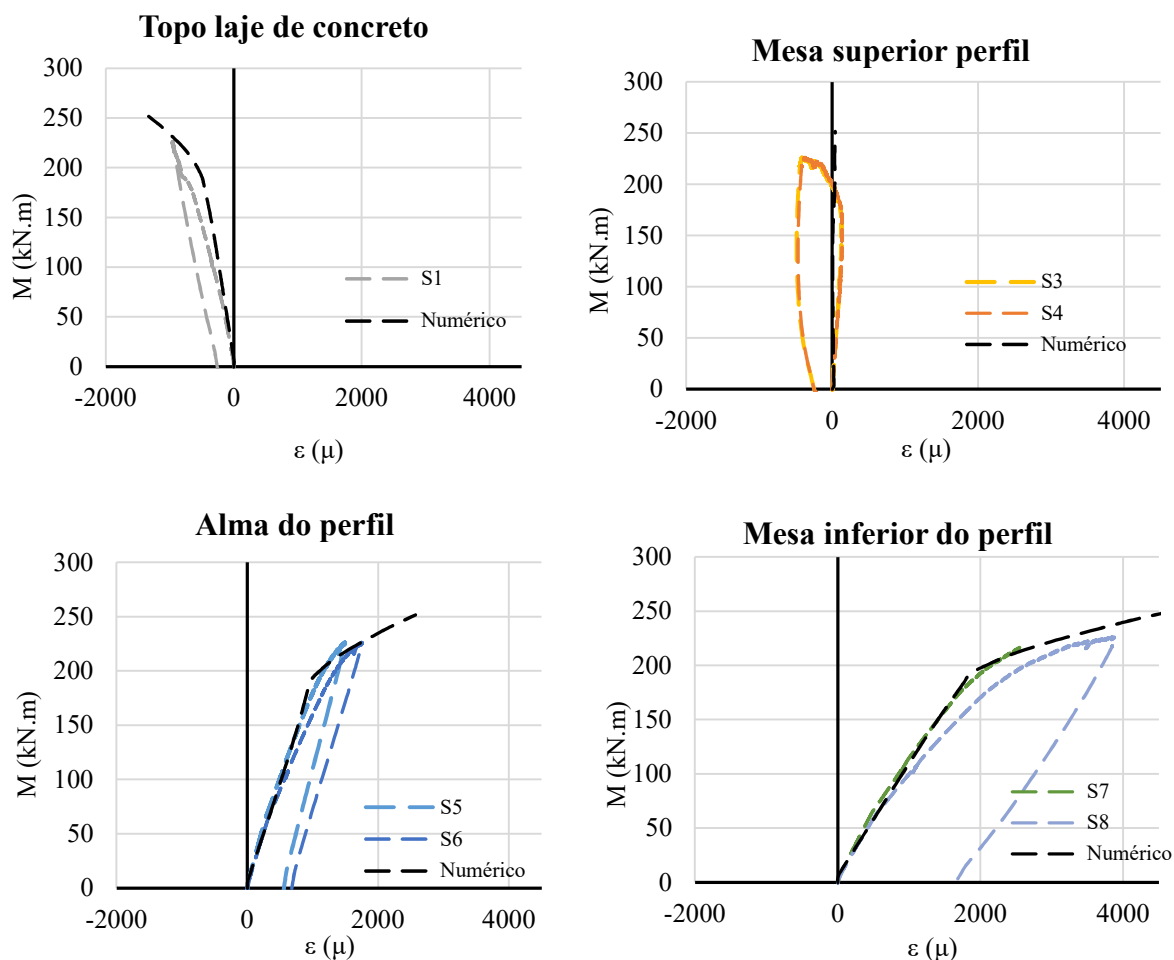
Fonte: Autora (2023)

Figura 6.34: Comparação deformações experimentais e numéricas VMPR



Fonte: Autora (2023)

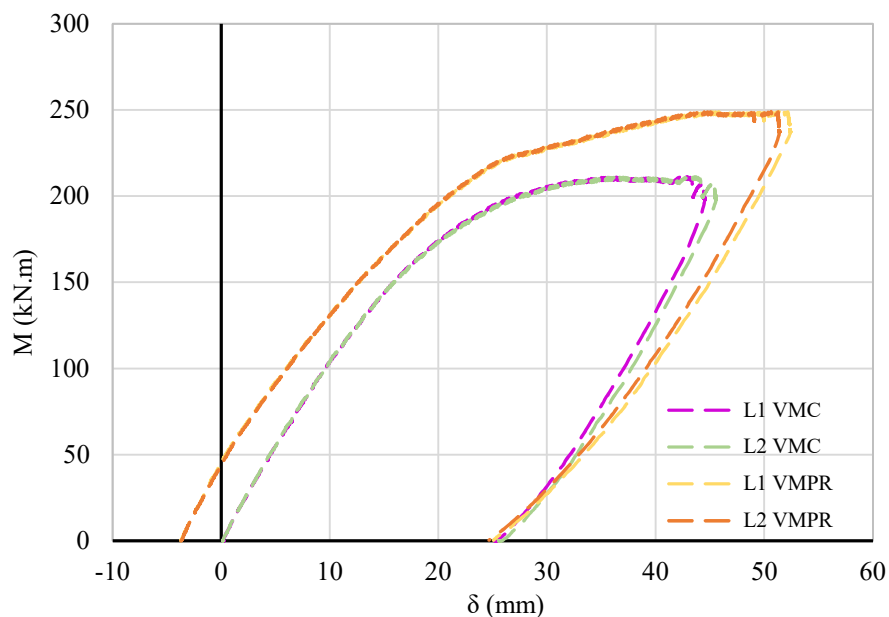
**Figura 6.35: Comparação deformações experimentais e numéricas VMPP**



Fonte: Autora (2023)

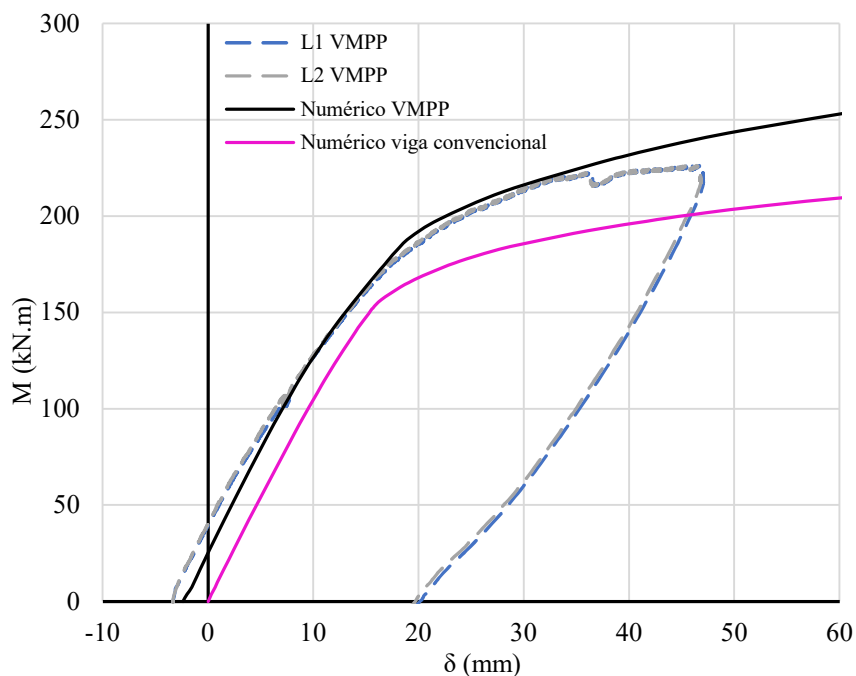
Para confirmar a eficiência do sistema de protensão, é preciso ainda confrontar diretamente os resultados experimentais da viga mista de aço e concreto convencional com a viga protendida. Como a VMC e a VMPP mostraram resistências à compressão do concreto similares, é válido comparar diretamente os resultados experimentais (Figura 6.36). No caso da VMPP, que tinha um concreto com resistência inferior, os resultados foram comparados com uma simulação numérica de uma viga mista convencional com as mesmas características mecânicas (Figura 6.37). Em ambos os casos, foi verificada uma melhora no comportamento global das vigas com a inclusão da protensão, com um aumento na capacidade resistente, além de reduções nos deslocamentos em serviço.

**Figura 6.36: Comparação viga mista convencional e protendida com cabo retilíneo**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 6.37: Comparação viga mista convencional e protendida com cabo poligonal**



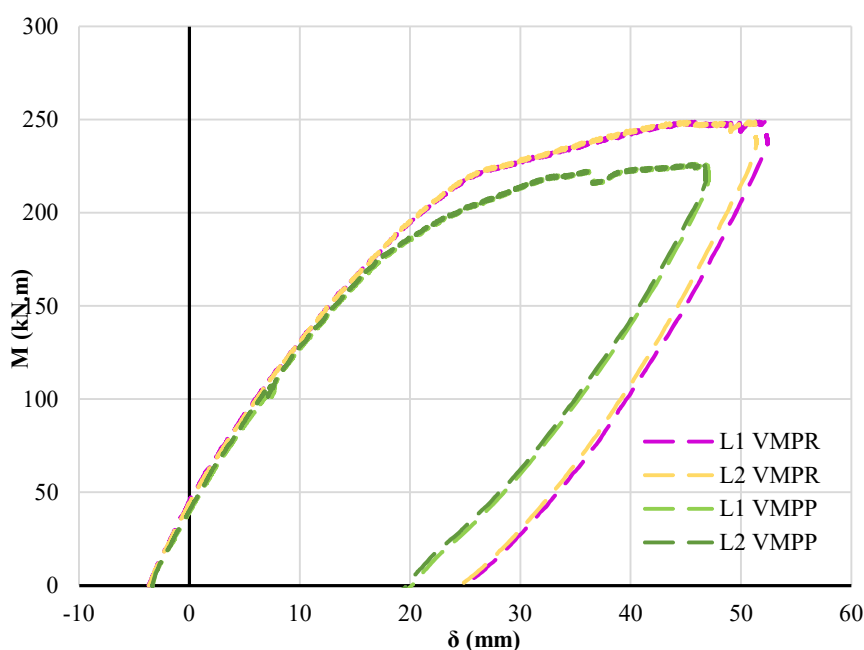
Fonte: Autora (2023)

O comportamento experimental da viga mista protendida com traçado retilíneo com a protendida com traçado poligonal é comparado na Figura 6.38. Observou-se um



comportamento semelhante entre as vigas até um momento de aproximadamente 175 kN.m, com deslocamento para cima inicial em decorrência da protensão e inclinação das curvas momento *vs* deslocamento semelhantes. A partir desse momento, a VMPP mostrou uma tendência maior de horizontalização, e para o mesmo momento atuante, os deslocamentos são maiores nesta viga. O momento máximo atingido na VMPP é superior ao da VMPP. A diferença no comportamento das duas vigas é devido à diferença nas características do concreto e principalmente pelas menores tensões desenvolvidas nos cabos da VMPP em função de menores forças de protensão iniciais que foram atingidas. Porém, de maneira global as vigas apresentaram comportamento semelhante, independente do traçado dos cabos utilizado.

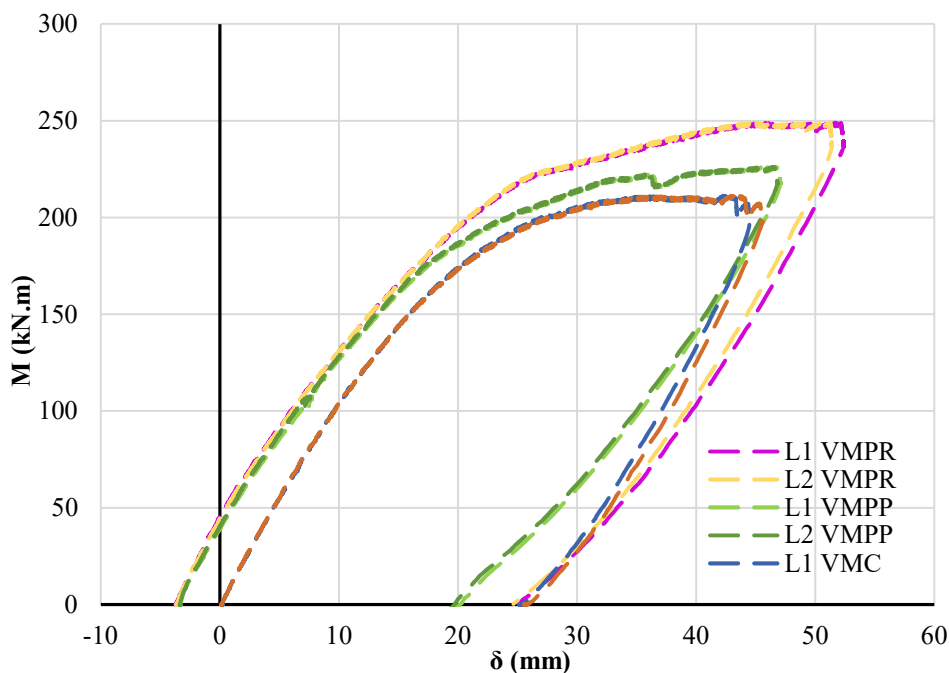
**Figura 6.38: Comparação curvas momento *vs* deslocamento VMPP e VMPP**



Fonte: Autora (2023)

Já uma comparação do comportamento das três vigas investigadas experimentalmente é por fim mostrada na Figura 6.39.

**Figura 6.39: Comparação curvas momento vs deslocamento VMC, VMPR e VMPP**



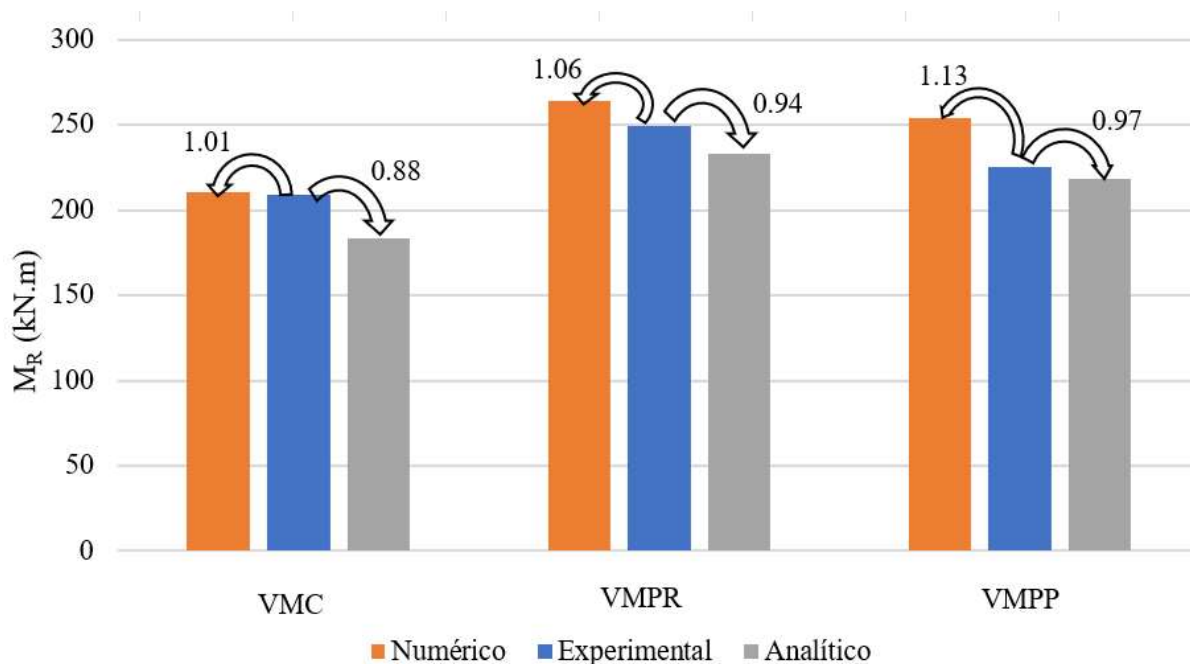
Fonte: Autora (2023)

Uma comparação entre os resultados analíticos, numéricos e experimentais é mostrada na Tabela 6.1 e ilustrada na Figura 6.40. Foram indicados os momentos resistentes das vigas mistas de aço e concreto do programa experimental determinados pela metodologia analítica ( $M_{R,ANA}$ ) e os momentos últimos também determinados pela metodologia analítica ( $M_{u,ANA}$ ). Foram mostrados também os momentos resistentes dos modelos numéricos ( $M_{R,FE}$ ). Ademais, são expostos os momentos resistentes ( $M_{R,EXP}$ ) e deslocamentos ( $\delta_{u,EXP}$ ) provenientes dos experimentos.

**Tabela 6.1: Comparação dos resultados analíticos, numéricos e experimentais**

Modelo	Analítico		Numérico	Experimental		$M_{R,ANA} / M_{R,EXP}$	$M_{u,ANA} / M_{R,EXP}$	$M_{R,FE} / M_{R,EXP}$
	$M_{R,ANA}$ (kN.m)	$M_{u,ANA}$ (kN.m)	$M_{R,FE}$ (kN.m)	$M_{R,EXP}$ (kN.m)	$\delta_{u,EXP}$ (mm)			
VMC	183.4	199.6	210.2	209.0	45.0	0.88	0.96	1.01
VMPR	233.3	258.4	263.8	249.0	52.0	0.94	1.04	1.06
VMPP	218.5	241.8	253.7	225.0	47.0	0.97	1.07	1.13

Fonte: Autora (2023)

**Figura 6.40: Comparação dos resultados analíticos, numéricos e experimentais**

Quando comparado o momento máximo experimental da VMC com o da VMPR, há um aumento de aproximadamente 19% na capacidade resistente da viga com a inclusão da protensão com cabos em traçado retilíneo. Comparando os resultados numéricos da VMC com a VMPR, o aumento é de aproximadamente 22%.

Já para avaliar os efeitos da inclusão da protensão na VMPP, conforme mencionado, os resultados devem ser comparados apenas com os resultados numéricos de uma viga mista convencional com as mesmas características mecânicas dos materiais da viga com cabo poligonal, já que houve diferença na resistência do concreto para essa viga em relação às demais. Assim, comparando o momento máximo experimental da VMPP com os resultados numéricos de uma viga convencional com as mesmas características, o aumento é de aproximadamente 12.5% na capacidade resistente. Já comparando diretamente os resultados numéricos da VMPP com uma viga convencional com as mesmas características, o aumento na capacidade resistente foi de cerca de 19.5%. Mesmo

A partir das comparações observa-se que a metodologia analítica se mostrou adequada para prever o momento resistente das vigas, com resultados a favor da segurança, e para a estimativa analítica dos momentos últimos os resultados apresentaram boa concordância com os resultados experimentais. Os resultados numéricos também se aproximaram dos resultados

experimentais, indicando sua validade para prever o comportamento das vigas mistas de aço e concreto, tanto para a viga convencional quanto para a viga protendida.

Mesmo sem nenhum modo de falha em particular ter sido observado nos experimentos, na avaliação dos modelos numéricos conforme relatado no Capítulo 5 foram observadas tensões elevadas localizadas na seção da viga de aço, principalmente na proximidade aos pontos de aplicação de carga, onde não havia instrumentação instalada nos ensaios, indicando que nesse ponto poderia ter se iniciado um processo de falha por escoamento da seção de aço. De toda forma, deformações elevadas foram identificadas na seção central, indicando a ocorrência de falha por plastificação do aço com a ocorrência de elevados deslocamentos, o que caracteriza um modo de falha dúctil. Destaca-se que os ensaios também foram limitados pelo curso dos equipamentos de aplicação de carga, possivelmente as vigas ainda não haviam atingido sua capacidade resistente última.

## **6.5 SÍNTESE DO CAPÍTULO**

Neste capítulo foram mostrados os resultados nas três vigas mistas de aço e concreto do programa experimental, sendo uma delas convencional e duas com protensão. Os resultados confirmaram que a inclusão de protensão em vigas mistas de aço e concreto convencionais aumenta sua capacidade resistente e reduz os deslocamentos em serviço. Os resultados experimentais foram confrontados com os resultados analíticos e numéricos, e foi verificado que a metodologia analítica mostrada foi capaz de estimar a capacidade resistente das vigas e a modelagem numérica proposta é adequada para prever o comportamento dos elementos.

# 7. ESTUDO PARAMÉTRICO

Neste capítulo é apresentado um estudo paramétrico com o objetivo de investigar o comportamento mecânico de vigas mistas de aço e concreto protendidas biapoiadas, submetidas a momentos fletores positivos, através de análises numéricas e analíticas em vigas com diferentes configurações. O *software Abaqus* foi utilizado na montagem dos modelos numéricos do estudo paramétrico. Os parâmetros a seguir foram analisados: traçado e excentricidade dos cabos, força inicial de protensão, comprimento dos cabos e comprimento das vigas. Além disso, a capacidade resistente das seções de cada um dos modelos foi determinada através de previsão analítica apresentada no Capítulo 3, e os resultados foram comparados com os resultados numéricos.

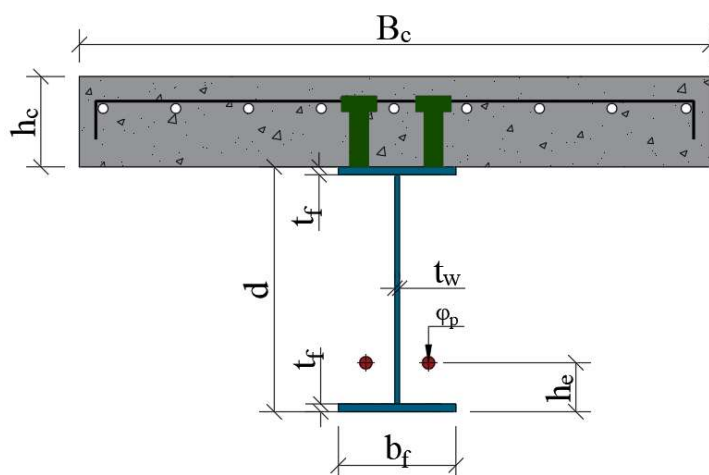
## 7.1 MODELOS DO ESTUDO PARAMÉTRICO

No modelo paramétrico proposto, a influência de diversos fatores na capacidade resistente e comportamento em serviço de vigas mistas de aço e concreto protendidas foram analisadas. As vigas foram projetadas considerando interação total dos conectores de cisalhamento, de acordo com a ABNT NBR 8800 (2008), independente da presença da protensão. Os parâmetros analisados foram: traçado e excentricidade dos cabos, força inicial de protensão e comprimento dos cabos e dos vãos. As vigas mistas foram submetidas a momentos fletores positivos, simulando ensaios de flexão em quatro pontos. Em relação ao traçado dos cabos, os modelos propostos possuíam cabos retilíneos ou poligonais. Foram testadas diferentes excentricidades, posicionando os cabos externos ao perfil acima e abaixo da mesa inferior do perfil de aço. Os modelos do estudo paramétrico são compostos por perfil tipo I associado à laje maciça de concreto.

O estudo paramétrico consistiu em 30 vigas mistas de aço e concreto, divididas em quatro grupos. O primeiro grupo consistia em dez vigas com 4500 mm de vão, sendo uma viga de controle sem protensão, e nove vigas com diferentes configurações dos cabos. O segundo grupo também consistia em dez vigas, sendo um modelo de referência sem protensão e nove vigas protendidas, mas com um vão de 8000 mm. O terceiro e quarto grupos consistia cada em cinco vigas com vãos de 16000 mm e 20000 mm, respectivamente, com uma viga de controle

sem protensão e quatro vigas protendidas. Em todos os modelos, a armadura na laje de concreto era composta por barras de 8 mm de diâmetro dispostas ortogonalmente entre si, com um espaçamento de 150 mm entre elas. Um par de conectores de cisalhamento de 15.9 mm de diâmetro foram posicionadas no topo da mesa superior, com um espaçamento de 300 mm entre os pares. A seção transversal geral dos modelos do estudo paramétrico é apresentada na Figura 7.1

**Figura 7.1: Seção transversal das vigas do estudo paramétrico**



Fonte: Autora (2023)

Um resumo das características dos modelos que compõem o estudo paramétrico é apresentado na Tabela 7.1. Nos modelos, a seção da viga de aço foi mantida no primeiro e segundo grupos, variando a relação altura / comprimento. As vigas do terceiro e quarto grupos possuíam seções de aço diferentes. Outros parâmetros geométricos variaram entre os modelos. As propriedades mecânicas adotadas nos materiais são mostradas na Tabela 7.2.

**Tabela 7.1: Configuração dos modelos do estudo paramétrico**

Modelo	$L$ (mm)	$L_i$ (mm)	$l_p$ (mm)	Traçado	$h_e$ (mm)	$T_{p0}$ (kN)	$\varphi_p$ (mm)	$B_c$ (mm)	$h_c$ (mm)	$d$ (mm)	$b_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)
1	4500	1500	-	-	-	-	-	1200	100	250	120	8	4.75
2	4500	1500	4500	Retilíneo	50	110	12.7	1200	100	250	120	8	4.75
3	4500	1500	1500	Retilíneo	50	110	12.7	1200	100	250	120	8	4.75
4	4500	1500	3700	Retilíneo	-50	110	12.7	1200	100	250	120	8	4.75
5	4500	1500	4500	Retilíneo	-50	110	12.7	1200	100	250	120	8	4.75
6	4500	1500	1500	Retilíneo	-50	110	12.7	1200	100	250	120	8	4.75
7	4500	1500	4500	Poligonal	50	110	12.7	1200	100	250	120	8	4.75
8	4500	1500	4500	Poligonal	50	150	12.7	1200	100	250	120	8	4.75
9	4500	1500	4500	Poligonal	-100	110	12.7	1200	100	250	120	8	4.75
10	4500	1500	4500	Retilíneo	-100	110	12.7	1200	100	250	120	8	4.75
11	8000	5000	-	-	-	-	-	2000	100	250	120	8	4.75
12	8000	5000	8000	Retilíneo	50	110	12.7	2000	100	250	120	8	4.75
13	8000	5000	5000	Retilíneo	50	110	12.7	2000	100	250	120	8	4.75
14	8000	5000	7200	Retilíneo	-50	110	12.7	2000	100	250	120	8	4.75
15	8000	5000	8000	Retilíneo	-50	110	12.7	2000	100	250	120	8	4.75
16	8000	5000	5000	Retilíneo	-50	110	12.7	2000	100	250	120	8	4.75
17	8000	5000	8000	Poligonal	50	110	12.7	2000	100	250	120	8	4.75
18	8000	5000	8000	Poligonal	50	150	12.7	2000	100	250	120	8	4.75
19	8000	5000	8000	Poligonal	-100	110	12.7	2000	100	250	120	8	4.75
20	8000	5000	8000	Retilíneo	-100	110	12.7	2000	100	250	120	8	4.75
21	16000	6000	-	-	-	-	-	3000	150	450	200	12.5	6.3
22	16000	6000	16000	Retilíneo	50	150	12.7	3000	150	450	200	12.5	6.3
23	16000	6000	16000	Poligonal	50	150	12.7	3000	150	450	200	12.5	6.3
24	16000	6000	16000	Retilíneo	50	150	2x12.7	3000	150	450	200	12.5	6.3
25	16000	6000	16000	Retilíneo	50	110	12.7	3000	150	450	200	12.5	6.3
26	20000	6000	-	-	-	-	-	3000	150	600	300	12.5	8
27	20000	6000	20000	Retilíneo	50	150	12.7	3000	150	600	300	12.5	8
28	20000	6000	20000	Poligonal	50	150	12.7	3000	150	600	300	12.5	8
29	20000	6000	20000	Retilíneo	50	150	2x12.7	3000	150	600	300	12.5	8
30	20000	6000	20000	Retilíneo	50	110	12.7	3000	150	600	300	12.5	8

Fonte: Autora (2023)

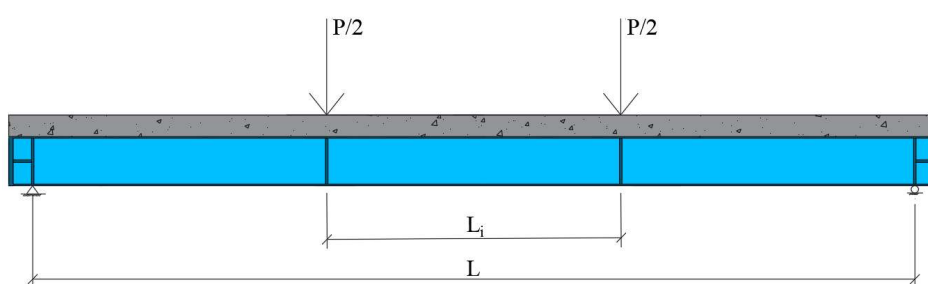
**Tabela 7.2: Propriedades mecânicas dos materiais que compõem as vigas do estudo paramétrico**

Elemento	$E$ (MPa)	$\nu$	$f_{cm}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)
Laje de concreto	30588	0.2	30	-	-
Viga de aço	200000	0.3	-	300	400
Armadura das lajes	210000	0.3	-	500	540
Conectores de cisalhamento	205000	0.3	-	345	415
Cabos	200000	0.3	-	1680	1870

Fonte: Autora (2023)

A configuração geométrica longitudinal das vigas de referência, sem protensão, é ilustrada na Figura 7.2. A Figura 7.3 mostra a geometria longitudinal das vigas com os cabos posicionados dentro da seção transversal da viga de aço, com uma excentricidade de 50 mm. Nesse caso, os enrijecedores possuem espessura suficiente para ancorar os cabos de protensão sem danos localizados na viga de aço. Figura 7.4 e Figura 7.5 mostram, respectivamente, a geometria longitudinal das vigas com uma excentricidade de -50 mm e -100 mm, o que corresponde aos cabos posicionados abaixo da mesa inferior da viga de aço.

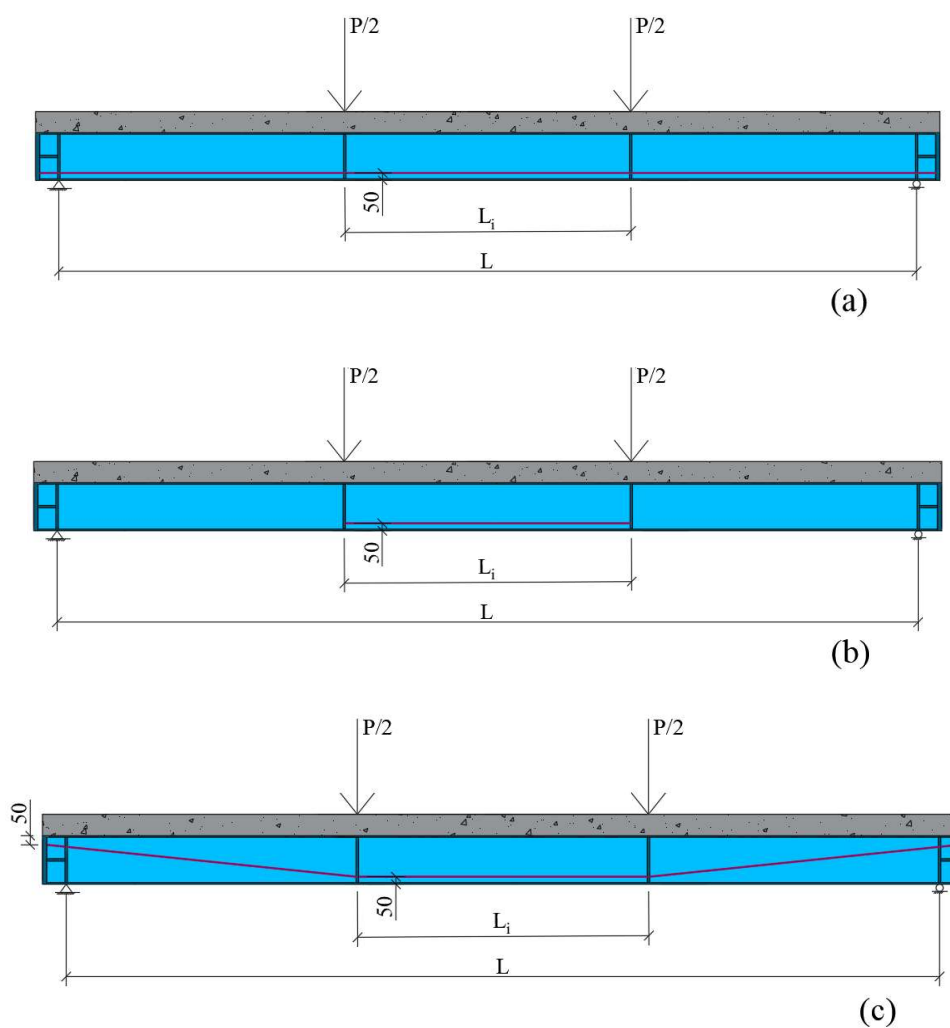
**Figura 7.2: Vigas de controle sem protensão**



Fonte: Autora (2023)

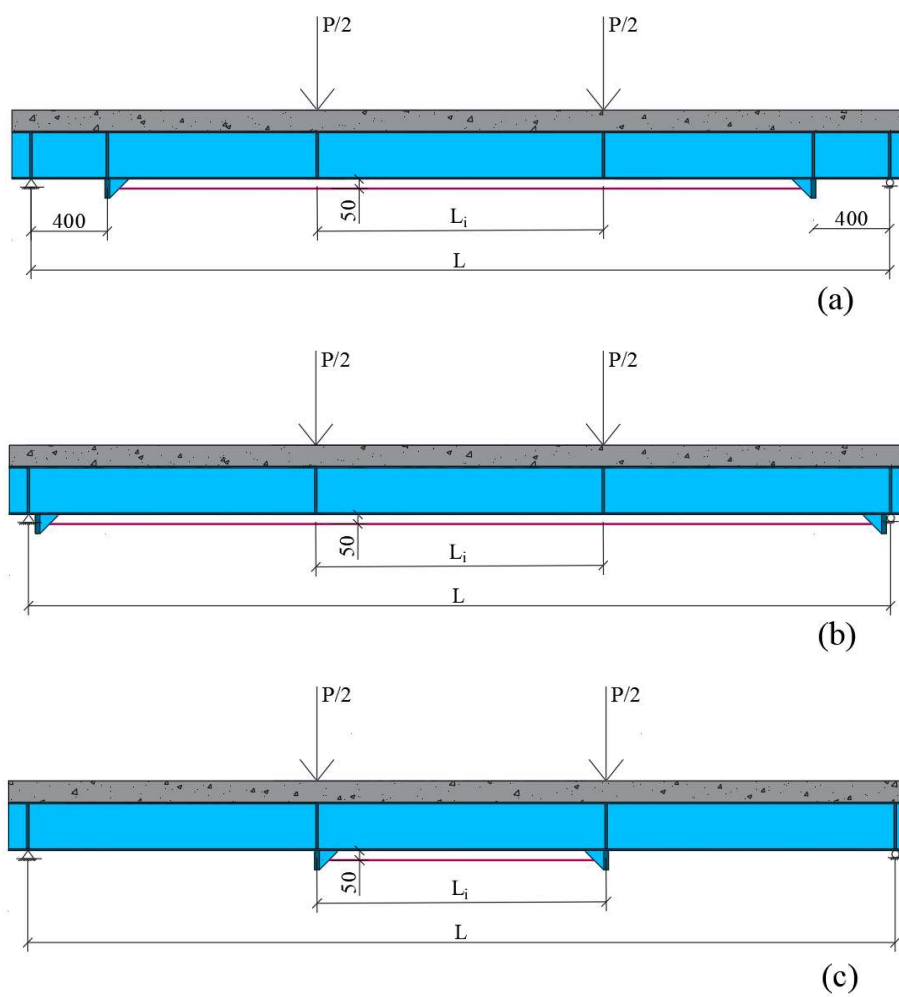


**Figura 7.3: Vigas com  $h_e = 50$  mm: (a) cabo reto com  $l_p = L$ ; (b) cabo reto com  $l_p = L_i$ ; (c) cabo poligonal com  $l_p = L$ .**



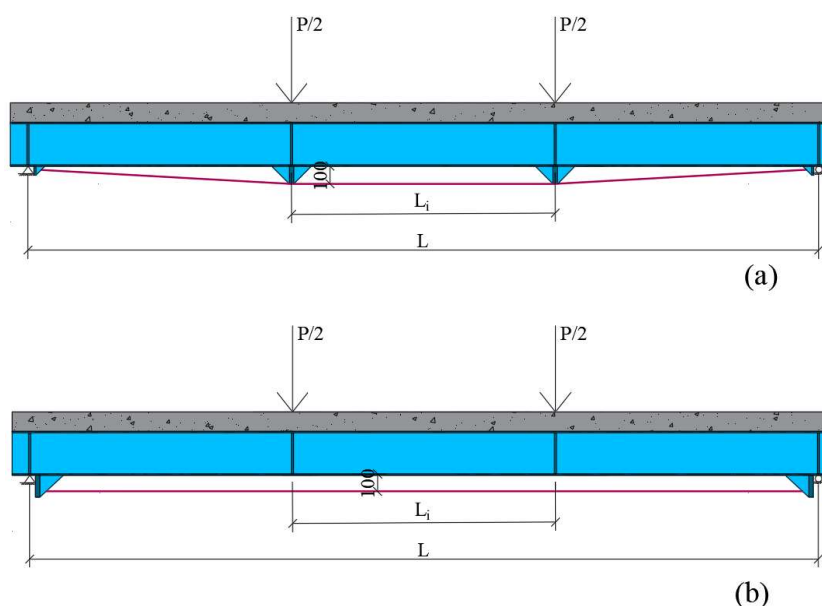
Fonte: Autora (2023)

Figura 7.4: Vigas com  $h_e = -50$  mm: (a) cabo reto com  $l_p = L - 800$  mm; (b) cabo reto com  $l_p = L$ ; (c) cabo reto com  $l_p = L_i$ .



Fonte: Autora (2023)

**Figura 7.5: Vigas com  $h_e = -100$  mm: (a) cabo poligonal com  $l_p = L$ ; (b) cabo reto com  $l_p = L$ .**



Fonte: Autora (2023)

## 7.2 RESULTADOS E DISCUSSÕES DO ESTUDO PARAMÉTRICO

As análises desenvolvidas a seguir foram controladas pelos deslocamentos verticais, com o objetivo de atender a um estado limite de serviço razoável. Os resultados foram limitados a deslocamentos de  $L/50$ , e os resultados para o deslocamento de  $L/100$  também foram mostrados. Além disso, esses resultados foram comparados e validados com os resultados obtidos pela metodologia analítica.

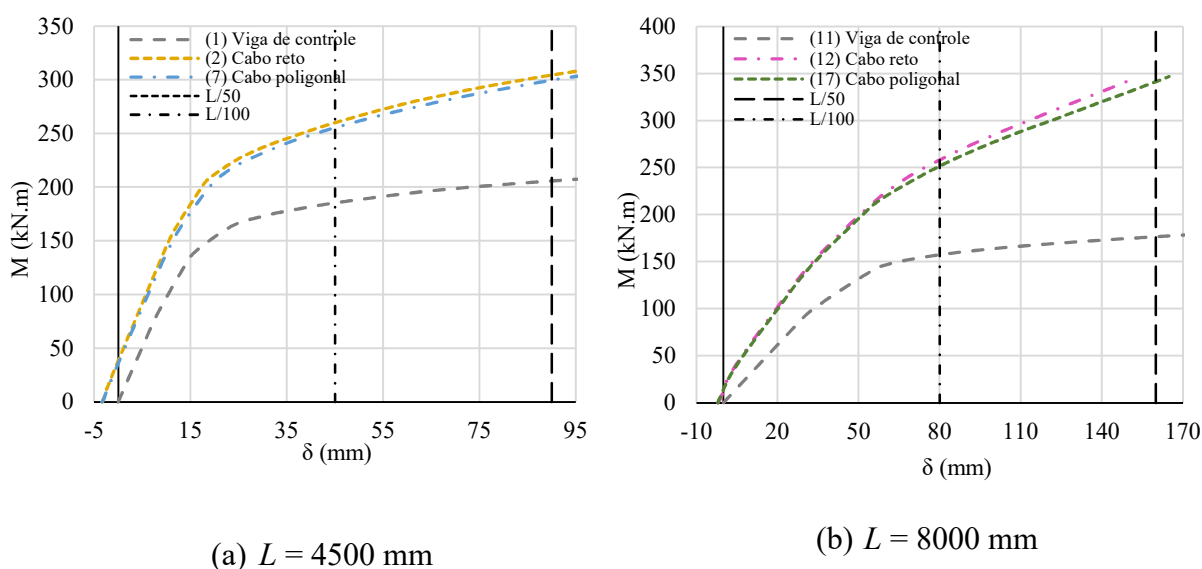
### 7.2.1 INFLUÊNCIA DO TRAÇADO DOS CABOS

O primeiro parâmetro avaliado foi o traçado dos cabos. Traçados retilíneos e poligonais foram considerados. Enquanto os cabos retos submetem a viga a um momento fletor negativo constante com a aplicação da protensão, cabos com traçado poligonal podem ser dispostos de forma a diminuir o momento fletor negativo próximo aos apoios, com a aproximação das coordenadas dos cabos ao centro de gravidade da seção, promovendo um melhor balanceamento de cargas.

Figura 7.6 mostra a curva momento fletor vs deflexão no meio do vão para cabos com traçado retilíneo e poligonal, considerando vigas com 4500 mm e 8000 mm de vão e uma

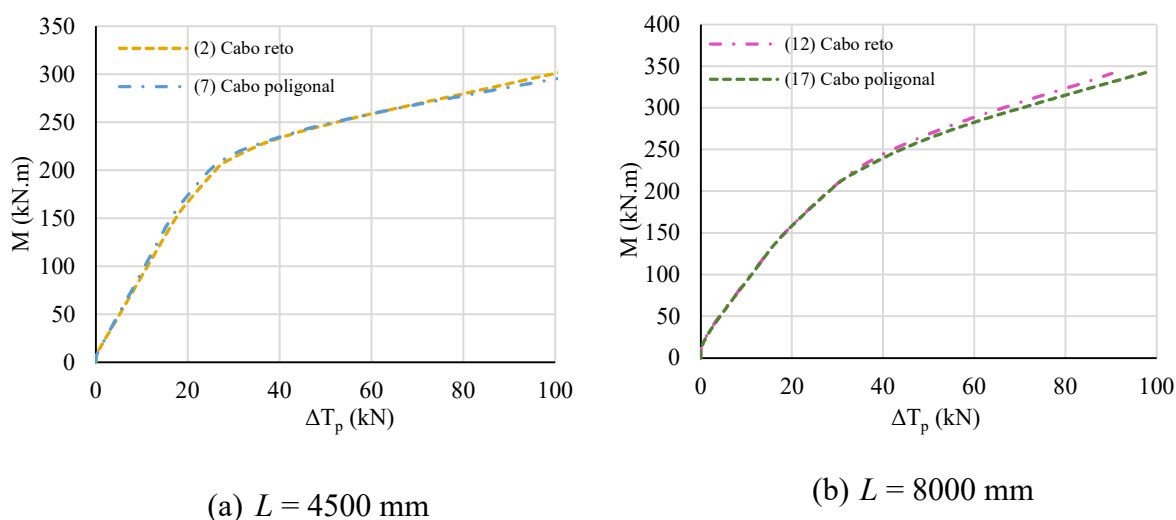
excentricidade de  $h_e = 50$  mm, e a Figura 7.7 mostra o incremento nas forças de protensão devido ao aumento do momento fletor. A curva momento fletor vs deflexão nas vigas de controle, sem protensão, também são mostradas. Os resultados indicaram um comportamento similar nas vigas com cabos em traçado retilíneo e poligonal, com um discreto aumento na rigidez para a viga com cabo retilíneo na zona plástica, tanto na viga com 4500 mm quanto na de 8000 mm de vão.

**Figura 7.6: Momento vs deflexão para os traçados retilíneo e poligonal e  $h_e = 50$  mm.**



Fonte: Autora (2023)

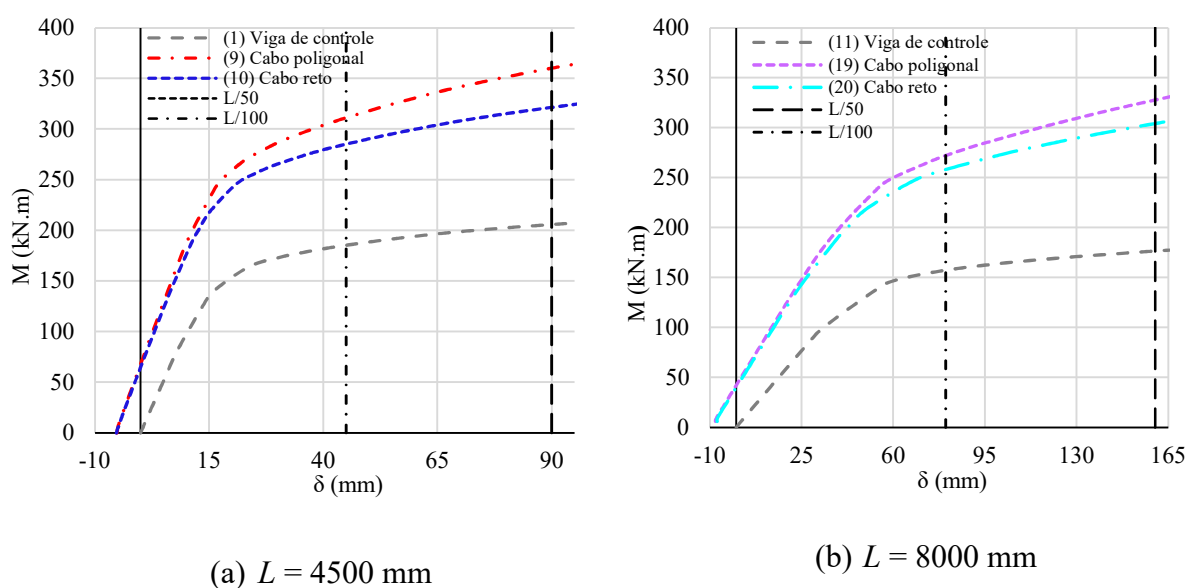
**Figura 7.7: Momento vs incremento nas forças de protensão para os traçados retilíneo e poligonal e  $h_e = 50$  mm.**



Fonte: Autora (2023)

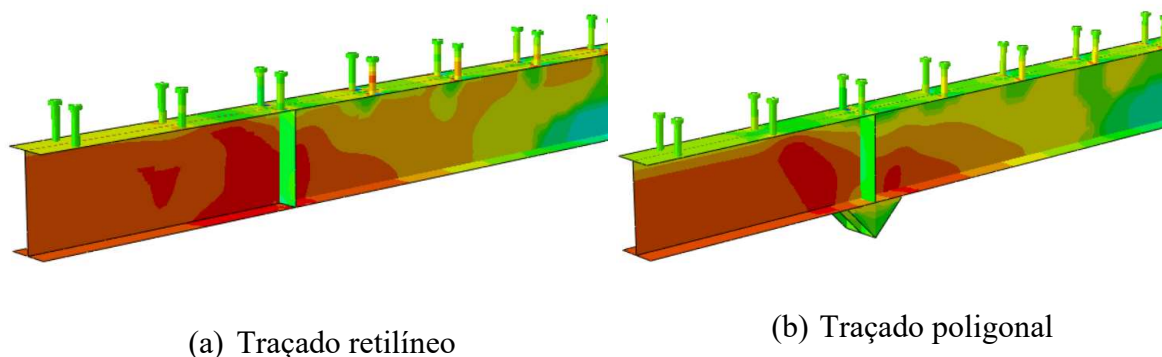
Nas vigas com excentricidade  $h_e = -100$  mm (Figura 7.8), também é possível notar um comportamento inicial similar nas vigas com cabos retos e cabos poligonais, mas a viga com traçado poligonal se mostrou mais rígida no trecho plástico. Esse efeito é influenciado pela redução nas tensões nos modelos com cabos poligonais, causado pela redução da excentricidade dos cabos nas extremidades das vigas em relação ao centro de gravidade da seção, quando comparando com as vigas com cabo retilíneo. A Figura 7.9 mostra a distribuição das tensões para a viga de 4500 mm, tanto para ambos os traçados de cabos, no mesmo nível de carregamento aplicado. Figura 7.10 mostra o aumento das forças nos cabos de protensão de acordo com o aumento do momento fletor, onde pode ser visto que os cabos com traçado retilíneo a capacidade de absorver um aumento nas forças nos cabos é reduzida quando comparado com as vigas com cabos em traçado poligonal, o que ajuda a justificar sua redução na capacidade resistente.

**Figura 7.8: Momento vs deflexão para os traçados retilíneo e poligonal e  $h_e = -100$  mm**



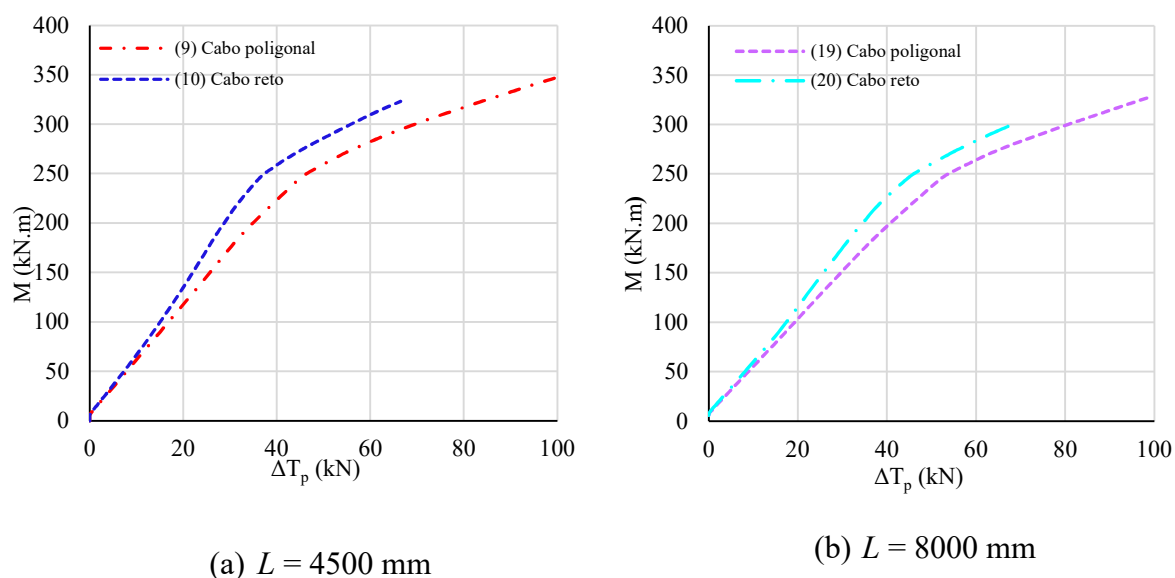
Fonte: Autora (2023)

**Figura 7.9: Distribuição de tensões de Von Mises no perfil de aço para a viga com vão de 4500 mm e  $h_e = -100$  mm.**



Fonte: Autora (2023)

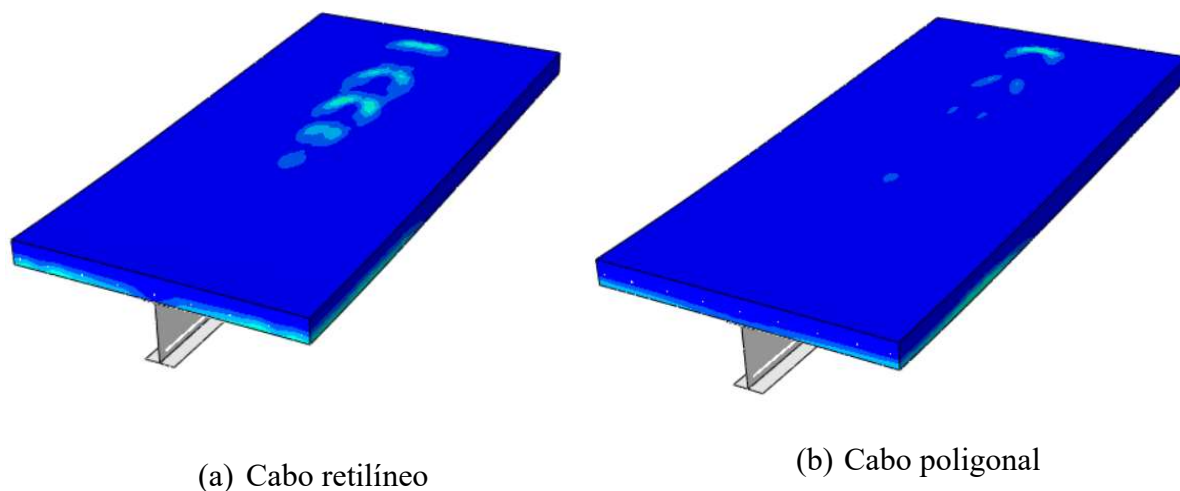
**Figura 7.10: Momento vs incremento nas forças de protensão para os traçados retilíneo e poligonal e  $h_e = -100$  mm.**



Fonte: Autora (2023)

Apesar de que para  $h_e = 50$  mm a viga com traçado poligonal apresentou uma capacidade resistente um pouco menor, ela se mostrou menos suscetível à danos em decorrência de tensões de tração, quando comparada com a viga com traçado retilíneo. Figura 7.11 mostra a representação do desenvolvimento do dano por tração na laje de concreto, para o mesmo nível de carregamento, para as vigas com cabo retilíneo e poligonal, na viga com 4500 mm de vão e  $h_e = 50$  mm, onde o nível de dano é superior na viga com traçado linear.

**Figura 7.11: Danos devido a tração na laje de concreto**

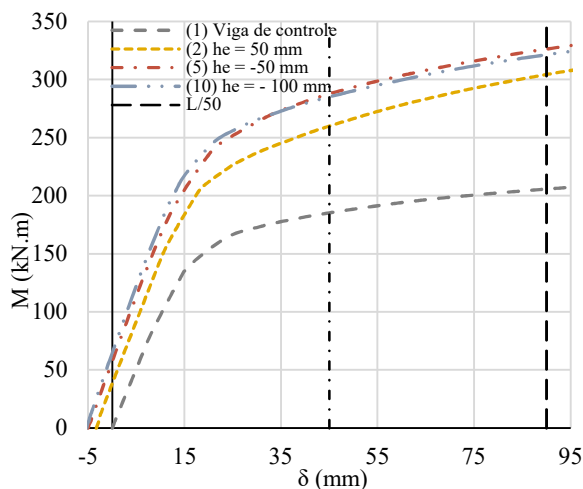


Fonte: Autora (2023)

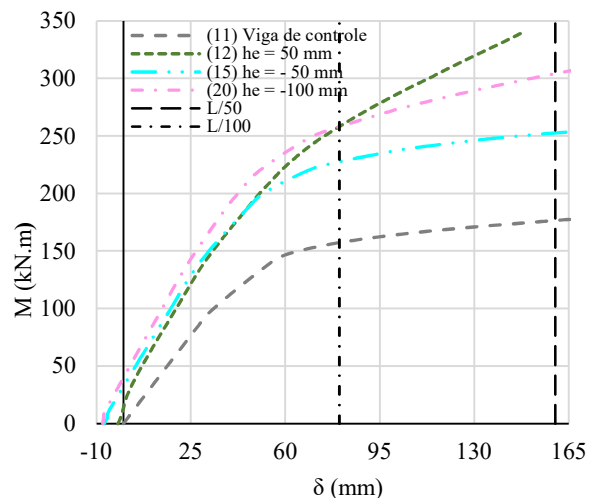
### **7.2.2 INFLUÊNCIA DA EXCÊNTRICIDADE DOS CABOS**

O próximo parâmetro investigado foi a excentricidade dos cabos, que é definido pela distância pela coordenada do cabo e o centro de gravidade da seção transversal da viga mista. A excentricidade é aqui determinada tendo como base a superfície externa da mesa inferior da viga de aço, como mostrado na Figura 7.1. Os modelos estudados possuíam as seguintes excentricidades: 50 mm (acima da mesa inferior do perfil de aço), -50 mm e -100 mm (abaixo da mesa inferior). A Figura 7.12 mostra as curvas momento fletor *vs* deflexão para diferentes excentricidades, nas vigas com 4500 mm e 8000 mm de vão. Para a viga de 4500 mm, maiores excentricidades aumentaram a deflexão inicial para cima, e melhoraram o comportamento geral da viga, reduzindo as deflexões para cargas iniciais em serviço e aumentando o momento resistente. Na viga de 8000 mm, o aumento na excentricidade também aumentou a deflexão inicial para cima e melhorou o comportamento em serviço da viga, mas no trecho plástico a viga perdeu rigidez quando comparada com as vigas com menores excentricidades. Isso aconteceu por ocorrência de tensões elevadas nas extremidades das vigas, que resultou em danos de tração na laje de concreto.

**Figura 7.12: Momento vs deflexão para diferentes excentricidades**



(a)  $L = 4500$  mm

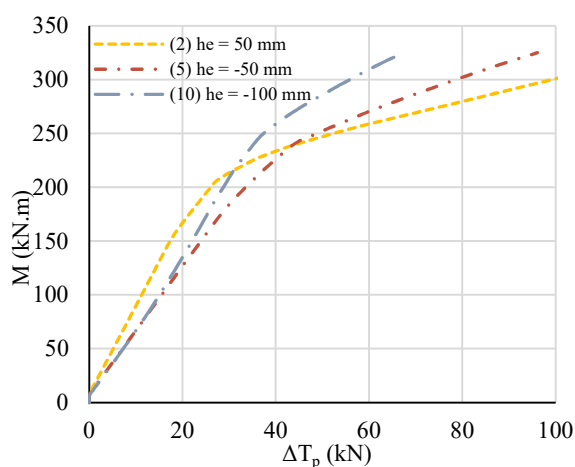


(b)  $L = 8000$  mm

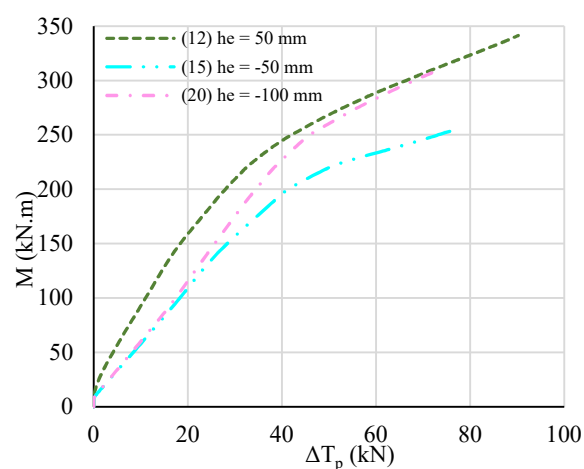
Fonte: Autora (2023)

Cabos com maiores excentricidades melhoraram o comportamento das vigas para carregamento em serviço, e essas vigas foram submetidas a maiores incrementos nas forças de protensão no início do carregamento (Figura 7.13).

**Figura 7.13: Momento vs incremento nas forças de protensão para diferentes excentricidades**



(a)  $L = 4500$  mm



(b)  $L = 8000$  mm

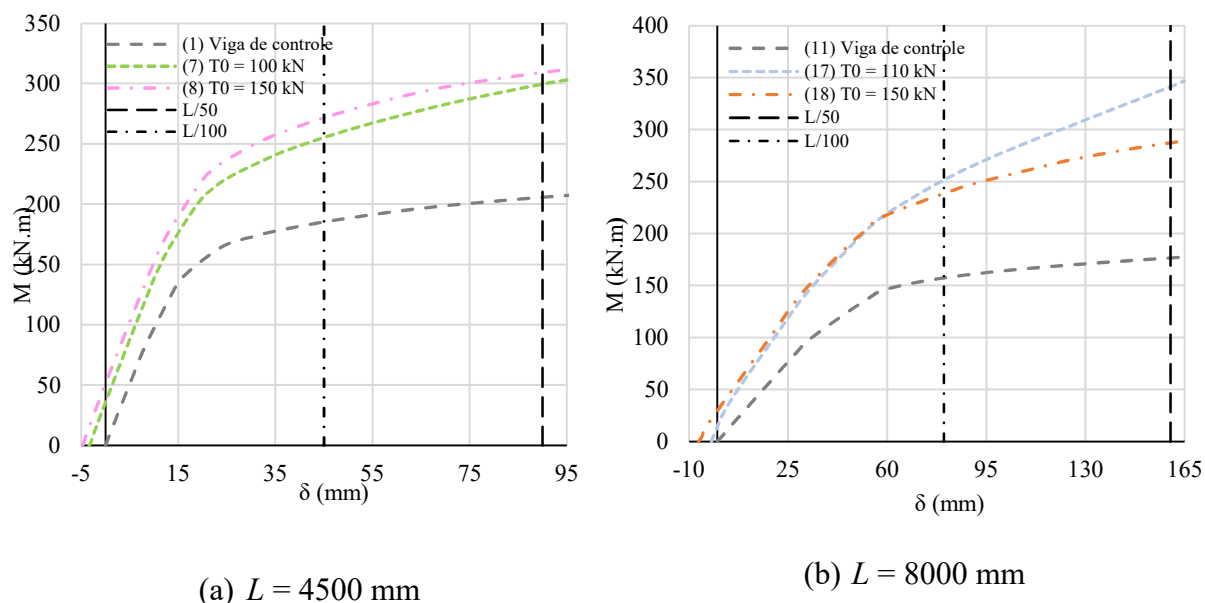
Fonte: Autora (2023)



### 7.2.3 INFLUÊNCIA DA FORÇA DE PROTENSÃO INICIAL

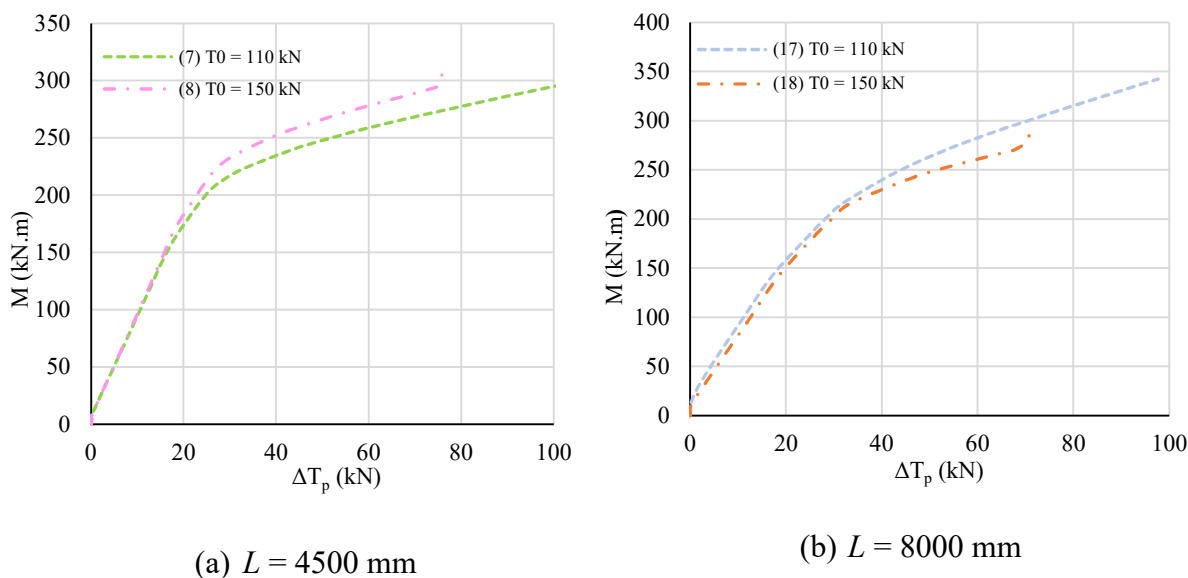
A influência da força de protensão inicial foi outro parâmetro investigado. O nível de protensão inicial foi controlado pela capacidade resistente dos cabos. Duas diferentes forças de protensão inicial foram avaliadas: 110 kN e 150 kN, nas vigas com 4500 mm e 8000 mm de vão, nas vigas com cabos em traçado poligonal. A Figura 7.14 mostra o desenvolvimento do momento fletor em função da deflexão na seção central, para as vigas com 4500 mm e 8000 mm de vão com diferentes forças de protensão inicial, e a Figura 7.15 mostra o desenvolvimento do momento fletor em função do incremento nas forças de protensão para as mesmas vigas.

**Figura 7.14: Momento vs deflexão para  $T_0 = 110$  kN e  $T_0 = 150$  kN.**



Fonte: Autora (2023)

**Figura 7.15: Momento vs incremento nas forças de protensão para  $T_0 = 110$  kN e  $T_0 = 150$  kN.**



Fonte: Autora (2023)

Para a viga de 4500 mm, uma força de protensão inicial mais alta resultou em um aumento na deflexão inicial para cima, uma melhoria no comportamento em serviço e um aumento na capacidade resistente, quando comparado com a viga com menor força de protensão inicial. Além disso, foi observado que o incremento nas forças de protensão é inicialmente semelhante para as duas simulações com diferentes forças de protensão inicial, mas após um momento fletor de aproximadamente 150 kN.m, a viga com  $T_0 = 150$  kN mostrou uma diminuição na taxa de incremento nas forças, quando comparada com a viga com  $T_0 = 110$  kN. Na viga de 8000 mm, uma maior força de protensão inicial resultou também em um aumento no deslocamento inicial para cima, mas o comportamento em serviço se apresentou similar à viga com menor força de protensão inicial. Depois de um momento fletor de aproximadamente 220 kN.m, na zona plástica, a viga com  $T_0 = 150$  kN se tornou menos rígida que a viga com  $T_0 = 110$  kN. Nesse caso, em uma viga mais longa, uma força de protensão inicial elevada pode não ser uma alternativa muito eficiente para melhorar o comportamento das vigas, pois os cabos já foram submetidos a tensões elevadas e não conseguiram absorver mais cargas enquanto mantêm as tensões elásticas.

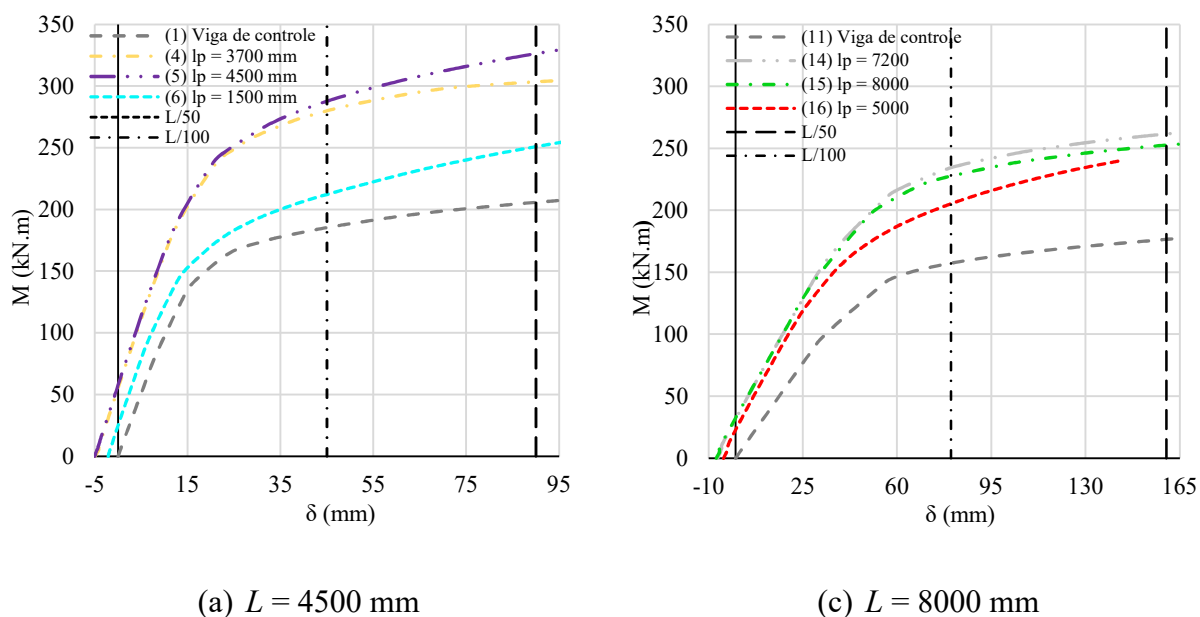
### 7.2.4 INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DOS CABOS

Para avaliar a influência do comprimento dos cabos no comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas, vigas com 4500 mm e 8000 mm foram projetadas com diferentes comprimentos de cabos em traçado retilíneo.

Na viga de 4500 mm de comprimento adotou-se uma excentricidade de -50 mm e foram utilizados cabos de 3700 mm, 4500 mm e 1500 mm de comprimento. Nesses casos, o comportamento das vigas com cabos de 3700 mm (comprimento intermediário) e 4500 mm (comprimento total) foi similar, até o início do escoamento. A partir deste ponto, a viga com cabos mais longos se tornou mais rígida, e apresentou um momento resistente maior, como é possível ver na Figura 7.16a. A viga com cabos mais curtos, de 1500 mm de comprimento, se mostrou menos rígida e com menor momento resistente que as demais vigas.

Já nas vigas com 8000 mm de comprimento e excentricidade de -50 mm, o comportamento das vigas com cabos de 7200 mm (comprimento intermediário) e 8000 mm (comprimento total) foi similar também até o início do escoamento, mas a partir daí as vigas com cabos de comprimento intermediário se tornou ligeiramente mais rígida e com momento resistente superior, como mostrado na Figura 7.16b.

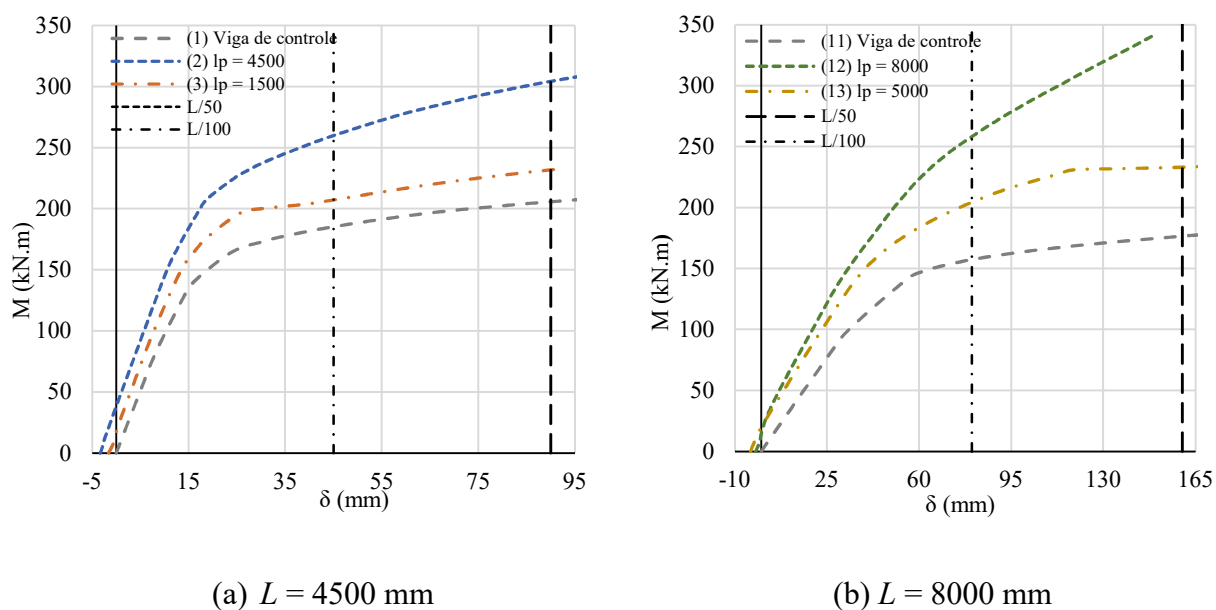
**Figura 7.16: Momento vs deflexão para diferentes comprimentos de cabo e  $h_e = -50$  mm**



Fonte: Autora (2023)

Para a viga mais curta com os cabos com excentricidade de 50 mm, cabos mais longos foram consideravelmente mais eficientes no aumento da capacidade resistente da viga, como visto na Figura 7.17a. Além do mais, é possível perceber de forma mais distinta o início do escoamento na viga com cabos mais curtos. Um comportamento similar ocorreu na viga mais longa, como visto na Figura 7.17b.

**Figura 7.17: Momento vs deflexão para diferentes comprimentos de cabo e  $h_e = 50$  mm**

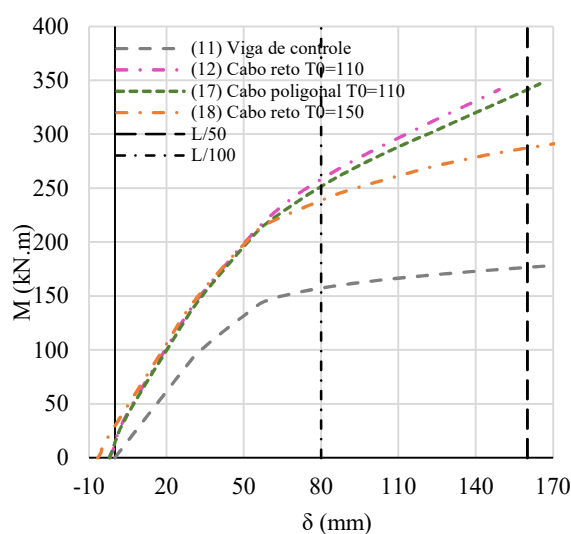


Fonte: Autora (2023)

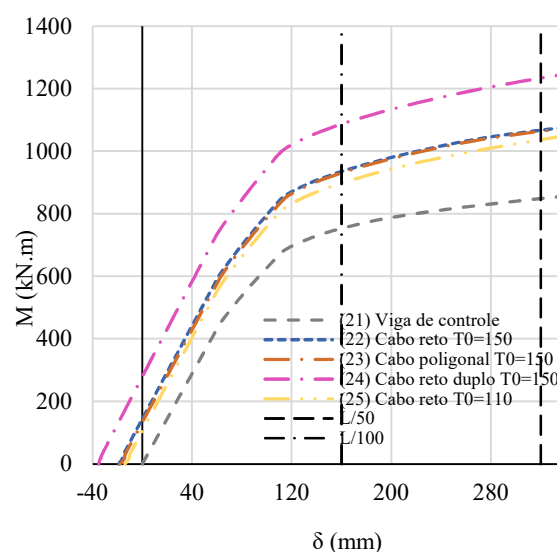
### 7.2.5 INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DA VIGA

Para avaliar a influência do comprimento da viga, três diferentes vãos foram investigados: 8000 mm, 16000 mm e 20000 mm. A seção transversal das vigas variou entre os modelos de diferentes comprimentos, porém mantendo uma relação altura/comprimento similar. Os cabos foram posicionados 50 mm acima da mesa inferior do perfil de aço, e como consequência, quanto maior a altura das vigas, maior a excentricidade dos cabos em relação ao centro de gravidade da seção mista. Dentro dos modelos analisados, o traçado dos cabos, força inicial de protensão e número de cabos foram parâmetros variados. A Figura 7.18 mostra o desenvolvimento do momento fletor em função do deslocamento máximo nas vigas com os diferentes comprimentos mencionados.

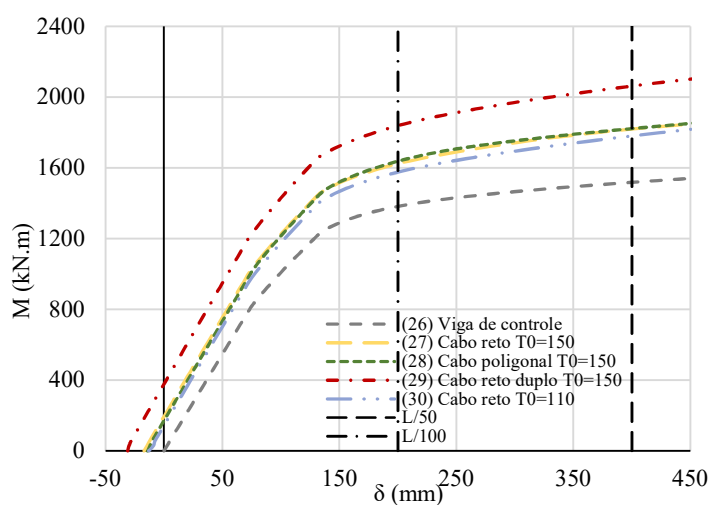
**Figura 7.18: Momento vs deflexão para diferentes comprimentos de vigas**



(a)  $L = 8000$  mm



(b)  $L = 16000$  mm



(a)  $L = 20000$  mm

Fonte: Autora (2023)

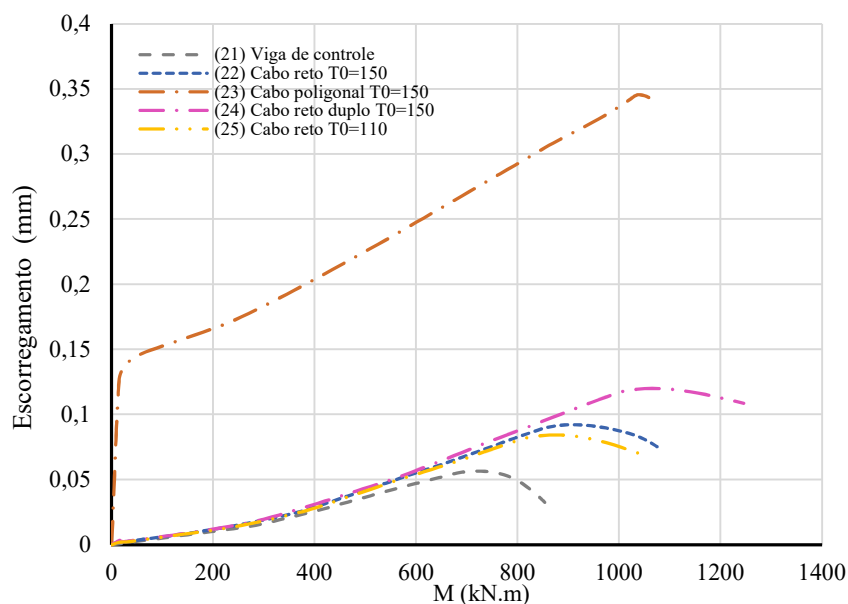
Na viga de 8000 mm de comprimento a presença de um par de cabos protendidos de 12.7 mm de diâmetro, com uma força de protensão inicial de 110 kN em cada um, aumentou cerca de 65% a capacidade resistente no ponto de deflexão de  $L/100$ , quando comparado com a viga de referência, sem protensão. Nas vigas com 16000 mm e 20000 mm de comprimento e configuração de cabos similar, mas com excentricidade superior em decorrência de maior altura do perfil, um aumento de apenas 19% e 14% na capacidade resistente foi atingido nas vigas e

16000 mm e 20000 mm, respectivamente. Adotando dois pares de cabos de 12.7 mm e com força de protensão inicial  $T_0 = 150$  kN, a capacidade resistente aumentou aproximadamente 45% na viga de 16000 mm e cerca de 33% na viga de 20000 mm. Nesses últimos casos, o deslocamento inicial para cima foi de quase duas vezes o deslocamento para o caso das vigas com apenas um par de cabos. A diminuição na eficiência da protensão nas vigas mais longas ocorre pois nelas uma seção mista mais resistente é necessária, e os cabos protendidos representam uma porção melhor da seção resistente. O desenvolvimento do momento fletor em função do deslocamento nas vigas com cabos retilíneos e poligonais se mostrou similar para os modelos com diferentes comprimentos analisados. O aumento na força de protensão inicial não influenciou significativamente a resposta da capacidade resistente e deslocamentos nesse caso.

#### ***7.2.6 INFLUÊNCIA DA PROTENSÃO NA INTERFACE AÇO-CONCRETO***

A influência da protensão no comportamento do cisalhamento na interface entre a viga de aço e a laje de concreto pode ser avaliada medindo o escorregamento entre as superfícies. A Figura 7.19 mostra o desenvolvimento do deslocamento horizontal relativo entre a laje de concreto e a viga de aço (ou o escorregamento entre as superfícies) na extremidade da viga, onde a solicitação do cisalhamento é maior, para a viga de 16000 mm de vão, em função do momento fletor. Há um aumento no escorregamento para as vigas com protensão, quando comparadas com as vigas de controle. Entre as vigas protendidas, a com protensão em traçado poligonal mostrou maior escorregamento. Esse efeito acontece porque o cabo é posicionado próximo da interface aço-concreto, restringindo o movimento do perfil de aço, o que aumenta o escorregamento relativo entre as superfícies. Os modelos com cabo retilíneo tiveram comportamento semelhante para as diferentes forças iniciais de protensão e número de cabos. A mesma tendência de comportamento foi observada nas vigas com outros comprimentos.

**Figura 7.19: Momento vs escorregamento na interface aço-concreto**



Fonte: Autora (2023)

### 7.3 MÉTODO ANALÍTICO

Os resultados obtidos pela aplicação do método analítico de análise e dimensionamento de vigas mistas protendidas descrito no Capítulo 3 para estimar o momento resistente das vigas mistas protendidas foram comparados com os resultados obtidos por meio dos modelos numéricos na Tabela 7.3. Os resultados mostrados para os modelos numéricos foram controlados pelos deslocamentos, e os valores apresentados foram determinados para os deslocamentos limites de  $L/100$  e  $L/50$ . Os resultados analíticos foram obtidos considerando duas hipóteses: considerando apenas a força de protensão inicial na contribuição para o aumento da capacidade resistente da viga e considerando também a parcela do incremento na força de protensão devido a ação dos carregamentos externos além da força de protensão inicial. Na Figura 7.20 são mostradas as diferenças relativas entre os resultados numérico e analíticos para as hipóteses mencionadas.

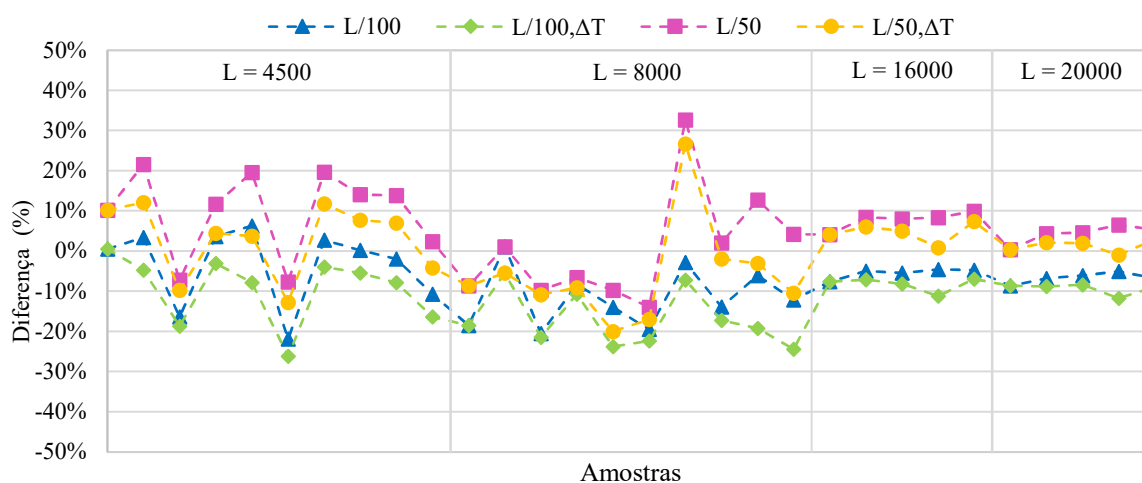
**Tabela 7.3: Comparação resultados numéricos e analíticos para os modelos do estudo paramétrico**

Modelo	Modelo MEF		Analítico		Comparação			
	$M_{u,FE,L/100}$ (kN.m)	$M_{u,FE,L/50}$ (kN.m)	$M_{u,A}$ (kN.m)	$M_{u,A,AT}$ (kN.m)	$M_{u,FE,L/100}/$ $M_{u,A}$	$M_{u,FE,L/100}/$ $M_{u,A,AT}$	$M_{u,FE,L/50}/$ $M_{u,A}$	$M_{u,FE,L/50}/$ $M_{u,A,AT}$
1	186.65	204.60	185.71	-	1.01	-	1.10	-
2	258.38	303.80	249.78	271.07	1.03	0.95	1.22	1.12
3	208.86	231.75	249.78	256.86	0.84	0.81	0.93	0.90
4	281.8	303.67	271.78	290.63	1.04	0.97	1.12	1.04
5	288.87	325.06	271.78	313.38	1.06	0.92	1.20	1.04
6	212.33	250.99	271.78	287.69	0.78	0.74	0.92	0.87
7	256.80	298.99	249.78	267.38	1.03	0.96	1.20	1.12
8	271.31	308.95	270.72	286.90	1.00	0.95	1.14	1.08
9	309.72	359.57	315.72	335.98	0.98	0.92	1.14	1.07
10	281.97	323.11	315.72	337.07	0.89	0.84	1.02	0.96
11	157.50	176.63	193.27	-	0.81	-	0.91	-
12	260.88	-	258.12	275.78	1.01	0.95	-	-
13	205.22	233.03	258.12	261.36	0.80	0.79	0.90	0.89
14	257.15	261.73	280.12	287.86	0.92	0.89	0.93	0.91
15	241.06	252.91	280.12	316.09	0.86	0.76	0.90	0.80
16	225.55	241.07	280.12	290.53	0.81	0.78	0.86	0.83
17	250.95	342.52	258.12	270.31	0.97	0.93	1.33	1.27
18	241.45	286.04	280.29	291.75	0.86	0.83	1.02	0.98
19	273.55	328.31	291.12	338.73	0.94	0.81	1.13	0.97
20	255.92	303.27	291.12	338.62	0.88	0.76	1.04	0.90
21	753.40	848.92	815.18	-	0.92	-	1.04	-
22	935.41	1067.50	984.43	1006.63	0.95	0.93	1.08	1.06
23	930.91	1063.95	984.43	1013.32	0.95	0.92	1.08	1.05
24	1087.04	1234.10	1138.63	1223.75	0.95	0.89	1.08	1.01
25	898.33	1037.01	943.11	965.55	0.95	0.93	1.10	1.07
26	1382.03	1518.30	1512.93	-	0.91	-	1.00	-
27	1623.95	1819.36	1742.55	1780.65	0.93	0.91	1.04	1.02
28	1637.26	1822.36	1742.55	1786.35	0.94	0.92	1.05	1.02
29	1838.62	2062.77	1936.55	2083.10	0.95	0.88	1.07	0.99
30	1575.81	1780.54	1690.62	1729.29	0.93	0.91	1.05	1.03

Fonte: Autora (2023)



**Figura 7.20: Diferenças relativas entre os momentos resistentes numéricos e analíticos**



Fonte: Autora (2023)

A comparação entre os momentos resistentes determinados pelos modelos numéricos que utilizam o método dos elementos finitos e resultados analíticos indicam que os resultados apresentaram uma correlação satisfatória para os casos avaliados.

#### 7.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi realizado um estudo paramétrico, onde foram investigados a influência das seguintes variáveis: traçado e excentricidade dos cabos, força inicial de protensão, comprimento dos cabos e comprimento das vigas no comportamento de uma série de vigas mistas de aço e concreto protendidas investigadas. Os parâmetros mais influentes no momento resistente e comportamento global das vigas mistas de aço e protendidas foram a excentricidade e comprimento dos cabos, enquanto o traçado e força de protensão inicial se mostraram parâmetros menos influentes para as configurações investigadas. Além disso, os resultados da aplicação da metodologia analítica para a previsão da capacidade resistente das vigas do estudo foram confrontados com os resultados numéricos, onde foi verificada uma boa concordância entre resultados dos dois métodos.

## 8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo são apresentadas as considerações finais. São expostas as conclusões obtidas com o cumprimento dos objetivos traçados a partir dos resultados das investigações analíticas, numéricas e experimentais em vigas mistas de aço e concreto protendidas. Além disso, são feitas sugestões para trabalhos futuros.

### 8.1 CONCLUSÕES

O presente trabalho investigou o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas biapoiadas e submetidas a momento fletor positivo, por meio de um estudo experimental, numérico e analítico. Foi apresentada uma metodologia para dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas, com base na adaptação do equacionamento exposto pela norma brasileira de projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto, a ABNT NBR 8800 (2008), para vigas mistas de aço e concreto convencionais. Foi proposto também um modelo numérico para simular o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas, que foi validado com outros ensaios disponíveis na literatura. Além disso, foram realizados ensaios em três vigas mistas de aço e concreto, sendo uma viga convencional sem protensão, uma com protensão com cabos em traçado retilíneo e a última viga com protensão com cabos em traçado poligonal. Os resultados analíticos, numéricos e experimentais foram então discutidos e comparados. Por fim, foi desenvolvido um estudo paramétrico com a finalidade de investigar a influência de diversos variáveis na capacidade resistente e comportamento em serviço de vigas mistas de aço e concreto protendidas. Os parâmetros analisados foram: traçado e excentricidade dos cabos, força inicial de protensão e comprimento dos cabos e dos vãos.

Com isso, a partir dos experimentos, da aplicação dos procedimentos analíticos e da modelagem numérica, foi possível delinear as seguintes conclusões:

- A metodologia analítica apresentada para o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas se mostrou adequada para prever a capacidade resistente dos elementos, com o equacionamento para estimativa do momento último e resistente e do

incremento na força de protensão apresentando resultados compatíveis com os resultados experimentais disponíveis na literatura e os resultados dos experimentos desenvolvidos neste trabalho;

- Durante os experimentos nas vigas mistas de aço e concreto protendidas formadas por perfil I associado à laje mista com forma de aço incorporada, não foi verificado nenhum mecanismo de falha particular, porém foram desenvolvidos elevados deslocamentos acompanhados de tensões elevadas no aço, indicando a plastificação da seção e um comportamento dúctil na falha;

- A modelagem numérica nas vigas do programa experimental indicou que o mecanismo de falha aconteceu por escoamento da seção de aço seguido de ruptura por compressão excessiva na laje concreto, corroborando com os resultados experimentais;

- O modelo em elementos finitos desenvolvido no *Abaqus* foi capaz de simular o comportamento das vigas mistas protendidas, tanto para o caso de lajes maciças quanto para lajes com forma de aço incorporada;

- Tanto a utilização de cabos de protensão com traçado linear quanto poligonal nas vigas mistas aço-concreto melhoraram significativamente a resistência ao momento fletor último em comparação com as vigas de controle, sem protensão;

- Não houve diferenças significativas entre o comportamento global experimental da viga mista de aço e concreto protendida com cabo retilíneo quando comparada com a viga com cabo em traçado poligonal;

- A utilização de protensão nas vigas mistas de aço e concreto melhorou o seu comportamento global, aumentou sua capacidade resistente e reduziu os deslocamentos em serviço.

A partir do estudo paramétrico, foi possível delinear as seguintes conclusões:

- Não houve diferenças significativas no comportamento geral de vigas com cabos retos ou poligonais em vigas com pequenas excentricidades do cabo. No entanto, por consequência de maiores tensões nas extremidades das vigas nos modelos com cordoalhas retas, danos por tração mais acentuados ocorrem na laje de concreto. Para excentricidades maiores, os modelos com cordoalhas poligonais mostraram-se mais rígidos e resistentes do que aqueles com cordoalhas retas. Isso ocorre em decorrência de tensões ainda maiores nas extremidades

da viga causadas pela elevada excentricidade, que são reduzidas ao colocar os cabos próximo ao centróide da seção;

- O aumento da força inicial de protensão não tem efeito significativo sobre o comportamento global das vigas nos estágios elásticos para os modelos avaliados. Quando submetidos a maiores tensões iniciais, os cabos sofreram menores incrementos de tensões com a ação dos carregamentos. Nos cabos com menores tensões iniciais, os incrementos foram maiores. As tensões totais foram semelhantes em ambos os casos, o que levou a resultados semelhantes;

- A influência do comprimento dos cabos mostrou-se significativa. A utilização de cabos mais curtos apenas na região central onde ocorre a flexão pura foi menos eficaz do que a colocação de cabos com comprimentos intermediários ou totais na avaliação do momento último resistente e desenvolvimento de flechas;

- Vigas mais longas precisam de mais protensão do que vigas mais curtas para obter a mesma melhoria no comportamento geral e uma elevada resistência ao momento fletor último. Isso pode ser conseguido aumentando a excentricidade dos cabos e aumentando o número de cabos;

- A presença de protensão externa influencia diretamente no comportamento da interface entre a laje de concreto e a viga de aço nas ancoragens. O deslizamento relativo entre as superfícies no final da viga aumenta com a presença de protensão. Cabos com traçados poligonais induziram um maior deslizamento relativo na interface do que os retos.

Assim, foi possível concluir, de forma geral, que a metodologia analítica mostrada e o procedimento numérico proposto para análise de vigas mistas de aço e concreto protendidas foram adequados para estimar o momento fletor último e para simular o comportamento verificado nos experimentos desenvolvidos. Além disso, o estudo paramétrico permitiu identificar a influência de uma série de variáveis de interesse no comportamento das vigas. As investigações desenvolvidas nesse trabalho contribuíram então para um melhor entendimento sobre o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas biapoiadas sob momento fletor positivo e confirmaram a melhora no desempenho das vigas com a inclusão da protensão.

## 8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A investigação do comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas ainda não foi realizada de forma extensa e ainda existem lacunas para melhor entendimento do estado da arte. Para complementar as análises realizadas no presente estudo, sugere-se o desenvolvimento de trabalhos futuros com as seguintes abordagens:

- Estudar experimentalmente vigas mistas de aço e concreto protendidas com cabos localizados, mais curtos que o comprimento da viga, além de adotar diferentes excentricidades e utilizar a técnica da pré-tração;
- Investigar experimentalmente vigas mistas de aço e concreto protendidas contínuas submetidas a momento fletor negativo utilizando um sistema com laje do tipo *steel deck*;
- Investigar o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas com diferentes níveis de interação da seção mista para identificar outros possíveis modos de falha;
- Ampliar o estudo paramétrico para um número maior de modelos, considerando uma maior variedade de geometria de seções mistas, diferentes vãos, traçados de cabos, excentricidades, quantidades de cabos.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AALAMI, B. O. **Post-tensioned Buildings: Design and Construction**. 1ª ed. USA: PT-Structures. International Edition, 2014. 396 p.

AFEFY, H. M. E.; ATTA, A. M.; TAHER, S.E.F. Behavior of Strengthened Composite Castellated Beams Pre-stressed with External Bars: **Experimental Study**. *Arabian Journal for Science and Engineering*, v. 37, p. 1521-1534, 2012.

ALMEIDA, M. M. R.; SOUZA, A. S. C.; ALBUQUERQUE, A. T. Experimental study of prestressed steel-concrete composite beams with profiled steel decking. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 194, 2022.

ALMEIDA, M. M. R.; SOUZA, A. S. C.; ALBUQUERQUE, A.T.; ROSSI, A. Parametric analysis of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 189, 2022.

ALMEIDA, T. G. **Reforço de vigas de concreto armado por meio de cabos externos protendidos**. 2001. 142 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. 2001.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION ANST/AISC - **AISC 360-16**: Specification for Structural Steel Buildings. Chicago, EUA, 2016.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS – ASTM. Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials. **ASTM E8/E8M**. ASTM International, 2016.

APARICIO, A. C.; RAMOS, G.; CASAS, J.R. Testing of externally prestressed concrete beams. *Engineering Structures*. v. 24, p.73–84, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 5739**: Concreto – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2018.

AWS D1.1/D.1.1M: 2015, Structural Welding Code-Steel, **AMERICAN WELDING SOCIETY**, AWS, Miami, Florida, USA, 2015.

AYYUB, B.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H. Prestressed composite girders under positive moment. *Journal of Structural Engineering*, v. 116, n. 11, p. 2931-2951, Nov. 1990.

AYYUB, B.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H. Prestressed composite girders. I: Experimental study for negative moment. *Journal of Structural Engineering*, v. 118, n. 10, p. 2743-2762, Oct. 1992a.

AYYUB, B.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H. Prestressed composite girders. II: Analytical study for negative moment. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, n. 10, p. 2763-2783, Oct. 1992b.

BELENYA, E. **Prestressed load-bearing metal structures**. 1<sup>a</sup> ed. Moscow: MIR Publishers, English translation, 1977. 463 p.

BRADFORD, M. A. Inelastic Distortional Buckling of I Beams. **Computers and Structures**, v. 24, n. 6, p. 923–933, 1986.

BRADFORD, M. A. Lateral-distortional buckling of continuously restrained columns. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 42, n. 2, p. 121–139, maio 1997.

BRADFORD, M. A. Strength of compact steel beams with partial restraint. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 53, n. 2, p. 183–200, 2000.

BRADFORD, M. A.; RONAGH, H. R. Generalized Elastic Buckling of Restrained I-Beams by FEM. **Journal of Structural Engineering**, v. 123, n. 12, p. 1631–1637, dez. 1997.

CHEN, S.; GU, P. Load carrying capacity of composite beams prestressed with external tendons under positive moment. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 61, n. 4, p. 515–530, April 2005.

CHEN, S. Experimental study of prestressed steel-concrete composite beams with external tendons for negative moments. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 61, n. 12, p. 1613–1630, December 2005.

CHEN, S.; WANG, X.; JIA, Y. A comparative study of continuous steel-concrete composite beams prestressed with external tendons: Experimental investigation. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 65, n. 7, p. 1480–1489, Mar. 2009.

CHEN, S.; JIA, Y. Numerical investigation of inelastic buckling of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons. **Thin-Walled Structures**, v. 48, p. 233-242, Nov. 2010.

CHEN, S.; ZHANG, Z. Effective width of a concrete slab in steel-concrete composite beams prestressed with external tendons. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 62, n. 5, p. 493-500, Maio 2006.

CHI, Y. et al. Finite element modeling of steel-polypropylene hybrid fiber reinforced concrete using modified concrete damaged plasticity. **Engineering Structures**, v. 148, p. 23–35, 2017.

CHOI, D-H.; KIM, Y-S.; YOO, H. External post-tensioning of composite bridges by a rating equation considering the increment of a tendon force due to live loads. **Steel Structures**, p. 109-118, 2008.

CORNELISSEN, H.; HORDIJK, D.A.; REINHARDT, H.W. Experimental determination of crack softening characteristics of normal weight and lightweight concrete. **Heron**, v. 31, n.2, p.45-56, 1986.

DABAON, M. A.; SAKR, M. A; KHAROUB, O. Ultimate behavior of externally prestressed composite beams with partial shear connection. In: ELEVENTH INTERNATIONAL COLLOQUIUM ON STRUCTURAL AND GEOTECHNICAL ENGINEERING, 11th, 2005, Cairo. **Proceedings...** Cairo: Ain Shams University, Faculty of Engineering, Department of Structural Engineering, 2005a. p. 1-12.

DABAON, M. A.; SAKR, M. A; KHAROUB, O. Long-term behavior of externally prestressed composite beams with flexible shear connection. In: ELEVENTH INTERNATIONAL COLLOQUIUM ON STRUCTURAL AND GEOTECHNICAL ENGINEERING, 11th, 2005, Cairo. **Proceedings...** Cairo: Ain Shams University, Faculty of Engineering, Department of Structural Engineering, 2005b. p. 1-10.

DALL'ASTA, A.; DEZI, L. Nonlinear behavior of externally prestressed composite beams: analytical model. **Journal of structural engineering**, v. 124, p. 588-597, May 1998.

DALL'ASTA, A.; ZONA, A. Finite element model for externally prestressed composite beams with deformable connection. **Journal of structural engineering**, v. 131, n. 5, p. 706-714, May 2005.

DALL'ASTA, A.; RAGNI, L.; ZONA, A. Analytical model for geometric and material nonlinear analysis of externally prestressed beams. **Journal of engineering mechanics**, v. 133, n. 1, p. 117-121, January 2007.

DALY, A. F.; WITARNAWAN, W. **A method for increasing the capacity of short and medium span bridges**. In: REAAA (Road Engineering Association of Asia and Australasia) Conference, 10th, 2000, September 4-9, Tokyo, Japan, 2000. p. 11.

DASSAULT SYSTÈMES. ABAQUS v6.12; 2012.

DESÍR, J. M. **Análise não linear do comportamento até a ruptura de vigas contínuas de concreto com protensão externa**. 1993. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1993.

ECOPONTES. **Pontes Integrais – Ineditismo no Brasil via Ecopontes**. Disponível em: <https://www.ecopontes.com.br/blog/pontes-integrais-ineditismo-no-brasil-via-ecopontes/>. Acesso em: 20 jan. 2023.

EL-ZOHAIRY, A.; MUSTAFA, S. SHAABAN, H.; SALIM, H.; ALLAWI, A. A. Numerical modeling and analysis of strengthened steel-concrete composite beams in sagging and hogging moment regions. **CivilEng**, v. 4, p. 483-505, April 2023.

EUROCODE 2. **EN 1992-1-1: 2004** - Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. Comité Européen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1992).

EUROCODE 4. **EN 1994-1-1: 2004**. Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, standard, Comité Européen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1994).



FERREIRA, A. C. **Vigas metálicas protendidas: análise estática, modal e de ruptura do cabo de protensão e aplicativo computacional para projetos**. 2007. 276 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) - Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, Brasília.

GHALLAB, A.; BEEBY, A.W. Factors affecting the external prestressing force in externally strengthened prestressed concrete beams. **Cement and Concrete Composites**. v. 27, p.945–957, 2005.

GHALLAB, A.H.; KHAFAGA, M.A; FAROUK, M.F.; ESSAWY, A. Shear behavior of concrete beams externally prestressed with parafil ropes. **Ain Shams Engineering Journal**. v. 4, n. 1, p.1–16, 2012.

GONÇALVES, R. M. **Alguns aspectos relativos à inspeção e recuperação de pontes de aço: ênfase em pontes ferroviárias**. 1992. 309 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1992.

HAN, L. H.; ZAO, X.; TAO, Z. Tests and mechanics model of concrete-filled SHS stub columns, columns and beam-columns. **Steel and Composite Structures**, v. 1, p. 51–74, 2001.

HANG, L. D.; YUEL, O. J.; HYUN, K.; SU, K. K.; HYUNG-JUN, K.; HEUNG-YOUL, K. Experiments on prestressed steel-concrete composite girders with corrugated webs. In: *Advances in Structural Engineering and Mechanics*, Jeju, Korea, September 8-12, 2013.

HARAJLI, M.H. Strengthening of concrete beams by external prestressing. **PCI Journal**. v. 38, n. 6, p.76–88, 1993.

HARAJLI, M.; KHAIRALLAH, N.; NASSIF, H. Externally prestressed members: evaluation of second-order effects. **Journal of Structural Engineering**. v. 125, n. 10, p.1151–1161, 1999.

HILLERBORG, A.; MODÉER, M.; PETERSSON, P.E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **Cement and Concrete Research**, v. 6, n.6, p. 773-781, nov. 1976.

HILLERBORG, A. The theoretical basis of a method to determine the fracture energy  $G_f$  of concrete. **Materials and Structures**, v.18, n. 4, p. 291-296, 1985.

IBRAHIM, A. M.; MOHAISEN, S. K.; AHMED, Q. W. Finite element modeling of composite steel-concrete beams with external prestressing. **International Journal of Civil & Structural Engineering**, v. 3, n. 1, p. 102–116, 2012.

JIANG, Y.; HU, X.; HONG, W.; WANG, B. Experimental study and theoretical analysis of partially encased continuous composite beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 117, p. 152–160, 2015.

JOHNSON RP, BRADFORD MA. **Distortional lateral buckling of continuous composite bridge girders**. In: Morris LJ, editor. *International conference on stability and plastic collapse of steel structures*; 1983. p. 569-80.

KATWAL, U.; TAO, Z.; HASSAN, M. K. Finite element modelling of steel-concrete composite beams with profiled sheeting. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 146, p. 1–15, 2018.

KLAIBER, F. W.; DUNKER, K. F.; SANDERS, W. W. Jr. **Feasibility study of strengthening existing single span steel beam concrete deck bridges**. 141 p. Final Report, Department of Civil Engineering, Engineering Research Institute, Iowa State University, Ames, June 1981.

LAM, D. Composite steel beams with precast hollow core slabs: behaviour and design. **Structural Engineering and Materials**. [S.I.], v. 4, Issue 2. p. 179–185. April/June 2002.

LEE, J.; FENVES, G. L. Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 124, n. 8, p. 892–900, ago. 1998.

LIU, X. G.; FAN, J. S.; NIE, J. G.; BAI, Y.; HAN, Y.; WU, W. Experimental and analytical studies of prestressed concrete girders with corrugated steel webs. **Materials and Structures**, v. 48, n. 8, p. 2505–2520, 2014.

LORENC, W.; KUBICA, E. Behavior of composite beams prestressed with external tendons: experimental study. **Journal of Constructional Steel Research**, v.62, n.12, p. 1353-1366, Dec. 2006.

LOU, T.; LOPES, S. M. R.; LOPES, A. V. Numerical modeling of externally prestressed steel-concrete composite beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v.121, p. 229-236, Jun. 2016.

LOU, T.; KARAVASILIS, T. L. Numerical assessment of the nonlinear behavior of continuous prestressed steel-concrete composite beams. **Engineering Structures**, v. 190, p. 116-127, Jul. 2019.

LUBLINER, J. et al. A plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, v. 25, n. 3, p. 299–326, 1989.

MIYAMOTO, A.; TEI, K.; NAKAMURA, H.; BULL, J. W. Behavior of prestresses beam strengthened with external tendons. **Journal of Structural Engineering**, v. 126, n. 9, p. 1033-1044, September, 2000.

MOSCOSO, A. M.; TAMAYO, J. L. P.; MORSCH, I.B. Numerical simulation of external prestressed steel-concrete composite beams. **Computers and Concrete**. v. 19, n. 2. p. 191-201, 2017.

NELSEN, A. C. H. **Comportamento estrutural de viga mista de aço e concreto com protensão externa**. 2013. 194 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

NIE, J. G.; CAI, C.S.; ZHOU, T. R.; LI, Y. Experimental and analytical study of prestressed steel-concrete composite beams considering slip effect. **Journal of Structural Engineering ASCE**, v. 133, n. 4, p. 530–540, April 2007.

NIE, J.; TAO, M.; CAI, C. S.; LI, S. Deformation analysis of prestressed continuous steel-concrete composite beams. **Journal of Structural Engineering** ASCE, v. 135, n. 11, p. 1377–1389, Nov. 2009.

NIE, J.; TAO, M.; CAI, C.S.; LI, S. Analytical and numerical modeling of prestressed continuous steel-concrete composite beams. **Journal of Structural Engineering**, v. 137, n. 12, p. 1405–1418, December 2011.

NOURAEYAN, A. **Analytical and experimental study on the behaviour of prestressed and poststressed composite girders**. 1987. 70 p. Thesis (Degree of Master of Engineering) - Concordia University, Montréal, Québec, Canada, 1987.

NUNZIATA, V. Prestressed steel structures. (Structure in acciaio precompresso). In. CONGRESSO C.T.A., XVII, 1999. Napoli. **Proceedings...** Napoli: [s.n.], 1999. p. 6. Disponível em: <<http://www.studionunziata.com>> Acesso em: 01 mar. 2011.

NUNZIATA, V. **Strutture in acciaio precompresso**. 2. ed. Palermo: Dario Flaccovio, 2004. 229 p.

OH, J. Y.; LEE, D. H.; CHO, S. H.; KANG, H.; CHO, H. C.; KIM, K. S. Flexural behavior of prestressed steel-concrete composite members with discontinuous webs. **Advances in Materials Science and Engineering**, 13 f., v. 2015, 2015.

RANZI, G.; BRADFORD, M.A.; ANSOURIAN, P.; FILONOV, A.; RASMUSSEN, K. J. R.; HOGAN, T. J.; UY, B. Full-scale tests on composite steel-concrete beams with steel trapezoidal decking. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 65, p. 1490-1506, 2009.

REIS, F. J. C. **Influência do nível de protensão na deformação de estruturas executadas com protensão externa**. 2003. 118 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

REZENDE, C. R. **Análise estrutural de vigas metálicas protendidas**. 2007. 119 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, 2007.

RIBEIRO, M.; PIRES, T.; SILVA, J. Análise modal e experimental de vigas metálicas submetidas à protensão externa. In: National Congress on Experimental Mechanics, 11th, 2018, Porto/Portugal. **Proceedings...** Porto: INEGI/FEUP. Porto, 2018, p. 817-834.

ROIK, K.; HANSWILLE, G.; KINA, J. Solution for the Lateral Torsional Buckling Problem of Composite Beams (em alemão). **Stahlbau**, v. 59, pp. 327-332, 1990.

ROMERO, D. V. S. **Reforço a flexão de vigas de concreto armado por meio de protensão externa**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

ROSSI, A.; NICOLETTI, R.S.; SOUZA, A.S.C; MARTINS, C.H. Numerical assessment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 72, 2020.

SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. M. Analytical study of prestressed composite beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 115, n. 9, p. 2364-2381, Sep. 1989-a.

SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. M. Experimental study of prestressed composite beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 115, n. 9, p. 2348-2363, Sep. 1989-b.

SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. M. Guidelines for flexural design of prestressed composite beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 115, n. 11, p. 2944-2961, Nov. 1989-c.

SAFAN, M.; KOHOUTKOVÁ, A. Experiments with externally prestressed continuous composite girders. **Acta Polytechnica**, Czech Technical University Publishing House, v. 41, n. 3, p. 65-73, 2001.

SAMPAIO JR., C. F. **Dimensionamento econômico de vigas protendidas de aço**. 1976. 133 f. Dissertação (Mestre em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1976.

SHAOWEI, H. Experiment and analysis of flexural capacity and behaviors of pre-stressed composite beams. **Automation in Construction**, v. 37, p. 196-202, January 2014.

SILVA, E. N. **Modelagem numérica do comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto protendidas**. 2018. 219f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

SOUZA JR, J. B. M.; PARENTE JR, E.; LIMA, E. M. F.; OLIVEIRA, M. V. X. Beam-tendon finite elements for post-tensioned steel-concrete composite beams with partial interaction. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 159, p. 147-160, 2019.

STANDARDS ASSOCIATION OF AUSTRALIA. **AS 4100 (R2016) Steel structures**. Sydney (Australia), 2016.

SUN, Q.; YANG, Y.; FAN, J.; ZHANG, Y.; BAI, Y. Effect of longitudinal reinforcement and prestressing on stiffness of composite beams under hogging moments. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 100, p. 1-11, September 2014.

TAHMASEBINIA, F.; RANZI, G.; ZONA, A. Beam tests of composite steel-concrete members: a three-dimensional finite element model. **International Journal of Steel Structures**. v. 12, n. 1, p. 37-45, March, 2012.

TAMAYO, J. L. P.; FRANCO, M. I; MORSCH, I. B.; DÉsir, J. M.; WAYAR, A. M. M. Some aspects of numerical modeling of steel-concrete composite beams with prestressed tendons. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 16, n. 7, 2019.

TAN, K.H.; NG, C.K. Effects of deviators and tendon configuration on behavior of externally prestressed beams. **Journal of Structural Engineering**. v. 94, n. 1, p.13-22, 1997.

TAN, K.H.; TJANDRA, R.A. Strengthening of RC continuous beams by external prestressing. **Journal of Structural Engineering**, v. 133, n. 2, p.195–204, 2007.

TAOUM, A.; JIAO, H.; HOLLOWAY, D. Upgrading steel I-beams using local post-tensioning. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 113, p. 127–134, 2015.

TROITSKY, M. S.; ZIELINSKI, Z. A.; NOURAEYAN, A. Pre-tensioned and posttensioned composite girders. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 115, n. 12, p. 3142-3153, Dec. 1989.

TROITSKY, M. S. **Prestressed steel bridges: theory and design**. 16th ed. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990. 386 p.

UY, B.; CRAINE, S. Static flexural behaviour of externally post-tensioned steel-concrete composite beams. **Advances in Structural Engineering**, v. 7, n. 1, p. 1–20, 2004.

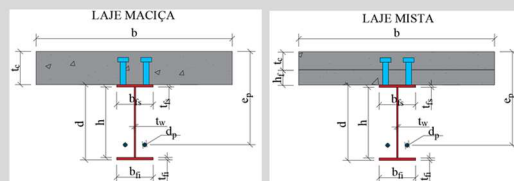
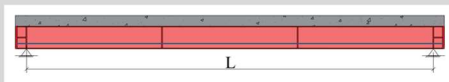
WILLIAMS, F. W.; JEMAH, A. K. Buckling curves for elastically supported columns with varying axial force, to predict lateral buckling of beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 7, n. 2, p. 133–147, jan. 1987.

XUE, W.; DING, M.; HE, C.; LI, J. Long-term behavior of prestressed composite beams at service loads for one year. **Journal of Structural Engineering**, v. 134, n. 6, p. 930–937, June 2008.

ZOU, J.; HUANG, Y. FENG, W.; CHEN, Y.; HUANG, Y. Experimental study on flexural behavior of concrete T-beams strengthened with externally prestressed tendons. **Mathematical Biosciences and Engineering**, v. 16, n. 6, p. 6962-6974, 2019.

# APÊNDICE A

## ENTRADA DE DADOS



GEOMETRIA	
L (mm)	4500
$b_{min}$ (mm)	1125
b (mm)	1200

LAJE	
Tipo laje	FA (Maciça=M)
$h_f$ (mm)	50 (Forma de aço=FA)
$t_c$ (mm)	60
$f_{ck}$ (MPa)	28
$E_c$ (MPa)	29632
$A_{sl}$ (cm <sup>2</sup> /m)	2,5 Armadura longitudinal
$A_{st}$ (cm <sup>2</sup> /m)	2,5 Armadura transversal
$f_{ys}$ (MPa)	500

PERFIL DE AÇO			
Tipo perfil	S	(Laminado=L Soldado=S)	
$f_y$ (MPa)	313		
$f_u$ (MPa)	400		
$E_a$ (MPa)	200000		
Entrada manual perfil S	Perfil L	W 150 x	
d (mm)	250	d (mm)	148
h (mm)	234	h (mm)	138
$t_w$ (mm)	4,75	$t_w$ (mm)	4,3
$b_{fi}$ (mm)	120	$b_{fi}$ (mm)	100
$t_{fi}$ (mm)	8	$t_{fi}$ (mm)	4,9
$b_{fs}$ (mm)	120	$b_{fs}$ (mm)	100
$t_{fs}$ (mm)	8	$t_{fs}$ (mm)	4,9
A (cm <sup>2</sup> )	30,3	A (cm <sup>2</sup> )	16,6

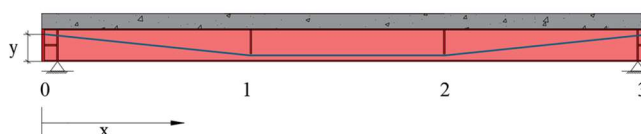
CONECTORES		
$\eta$ (min)	0,40	Interação total $\eta=1$
$\eta$	1	
d (mm)	19	
$f_{ucs}$ (MPa)	415	
$n_{nerv}$	2	Para laje FA

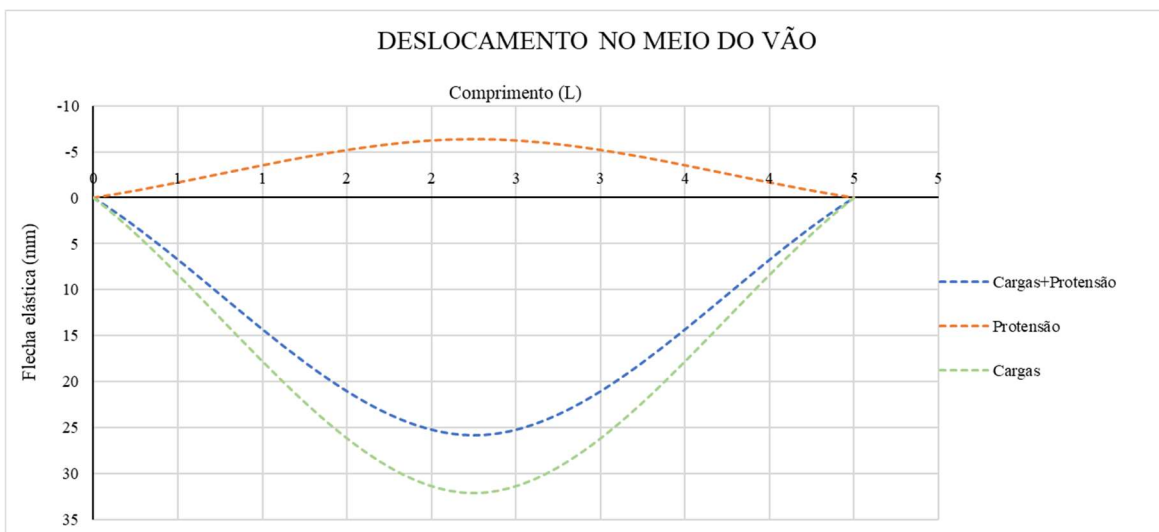
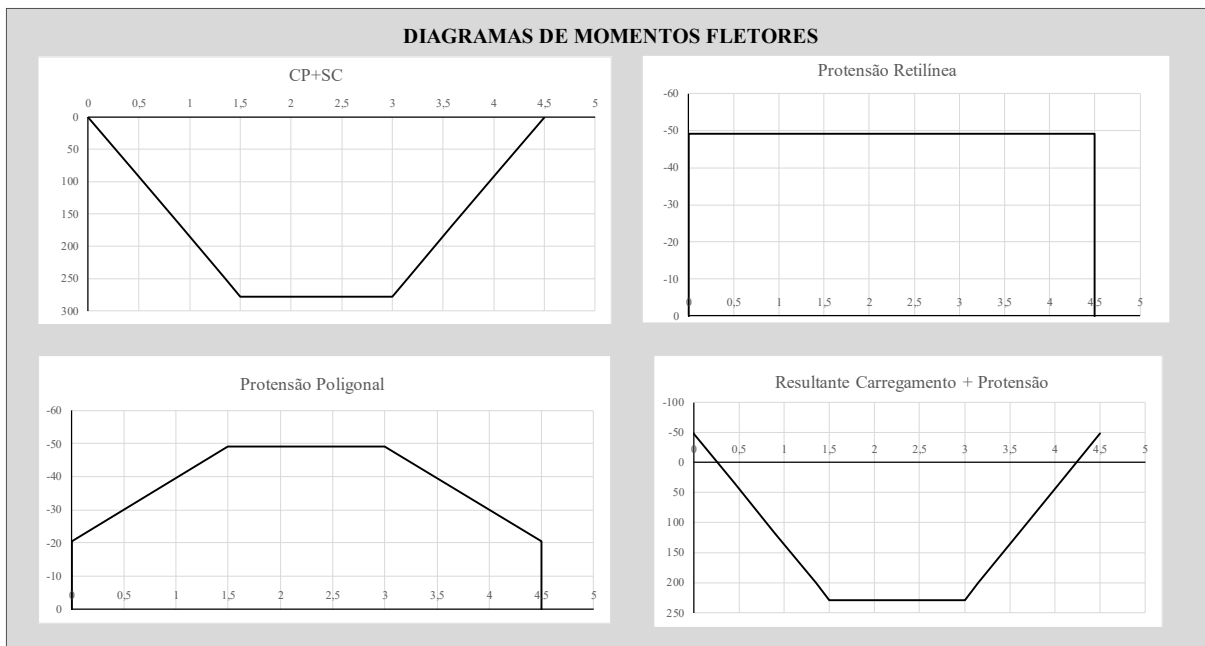
FORMA DE AÇO		
$f_{y,f}$ (MPa)	280	
$y_{cg}$ (mm)	26,13	
$A_F$ (mm <sup>2</sup> /m)	997	
Nervuras	T	(Longitudinais=L Transversais=T)
$e_{mh}$ (mm)	25	

RGAS ATUANTES (PARA FLECH)			
Carga distribuída em toda a viga			
CP (kN/m)			
SC (kN/m)			
Carga concentrada			
x (m)	CP (kN)	SC (kN)	
1,5	185	0	
3	185	0	
$N_{cargas}$		2	

PROTENSÃO			
$f_{pyk}$ (MPa)	1710	$f_{p,lim}$ (MPa)	1402,2
$f_{ptk}$ (MPa)	1900	$P_{max}$ (kN)	177,6
$n_{cabos}$	2	$P_0$ (kN)	95
$d_p$ (mm)	12,7	$e_p$ (mm)	310
$E_p$ (MPa)	210000	$a_p$ (cm <sup>2</sup> )	1,01
Relaxação	RB	RB=baixa RN=normal	
Traçado	R	P=polygonal R=reto	

TRAÇADO DOS CABOS POLIGONAIS				
Ponto	0	1	2	3
x (m)	0	1,5	3	4,5
y (mm)	200	50	50	200





<b>RESUMO RESULTADOS</b>					
<b>VIGA DE AÇO</b>		<b>VIGA MISTA SEM PROTENSÃO</b>		<b>VIGA MISTA COM PROTENSÃO</b>	
$M_{pl}$ (kN.m)	93,1	$y_{LN}$ (mm)	4,23	$y_{LN}$ (mm)	5,16
$M_R$ (kN.m)	83,1	$M_{Rd}$ (kN.m)	184,5	$M_{Rd}$ (kN.m)	234,5
<b>CONECTORES DE CISCALHAMENTO - INTERAÇÃO</b>		$M_u$ (kN.m)	200,9	$M_u$ (kN.m)	259,2
n	16	$V_{Rd}$ (kN)	4,75	$M_{u,\Delta T}$ (kN.m)	300,1
s	14	$M_{pl}$ (kN.m)	93,1	$V_{Rd}$ (kN)	202,7
<b>VERIFICAÇÃO FLD</b>		<b>FORÇAS DE PROTENSÃO</b>			
$M_{-Rd}$ (kN.m)	117,91	$P_0$ (kN)	95,0		
$\chi_{dist}$	0,74	$\Delta P$ (kN)	70,5		
$M_{-dist,Rd}$ (kN.m)	86,99	$P_F$ (kN)	165,5		
Verificação	OK				